

Zum Gleichlauf einer Gelenkhebelkupplung

René Bartkowiak

Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik,
Universität Rostock, 18059 Rostock,
rene.bartkowiak@uni-rostock.de

Kurzfassung

Gelenkhebelkupplungen dienen als Übertragungselemente von Drehbewegungen und Drehmomenten in Antriebssträngen. Unter der Annahme kleiner Deformationen und idealer Gelenke können die Übertragungseigenschaften an einem starren Mehrkörpermodell untersucht werden. Das Starrkörpermodell der hier betrachteten Gelenkhebelkupplung weist einen Freiheitsgrad $f = 2$ auf, wodurch die Übertragung von der Antriebswelle auf die Abtriebswelle durch dynamische Effekte beeinflusst wird. Diese Effekte werden zunächst analytisch bei koaxialer Anordnung von An- und Abtriebswelle betrachtet und anschließend bei Winkel- und Parallelversatz in der Simulation untersucht.

Abstract

Articulated lever couplings are used as transfer units of rotations and torques in power trains. Under the assumption of small deformations and ideal joints the transmission characteristics can be examined by a rigid multi-body model. The considered rigid body model of the joint lever coupling has the degree of freedom $f = 2$, whereby the transmission from the drive-side shaft to the driven-side shaft is influenced by dynamic effects. At first

these effects are considered analytically for a coaxial arrangement of the drive-side shaft and the driven-side shaft and afterwards the influence of misalignments between the shafts is studied in a numerical simulation.

1 Einleitung

Für die Übertragung der Drehbewegung und des Drehmomentes von einer Antriebswelle auf eine i. Allg. winklig oder versetzt dazu angeordnete Abtriebswelle können Gelenkhebelkupplungen in Doppelanordnung und einer Zwischenwelle eingesetzt werden. Eine typische Anordnung besteht aus zwei Flanschen, welche je über $p \geq 3$ Gelenkhebel (Koppelstangen) mit der Zwischenwelle verbunden sind. Im Folgenden werden kinematische und dynamische Eigenschaften des Starrkörpermodells einer Gelenkhebelkupplung mit $p = 3$ Koppelstangen, welche als ideale Pendelstützen betrachtet werden, untersucht, siehe Abbildung 1a.

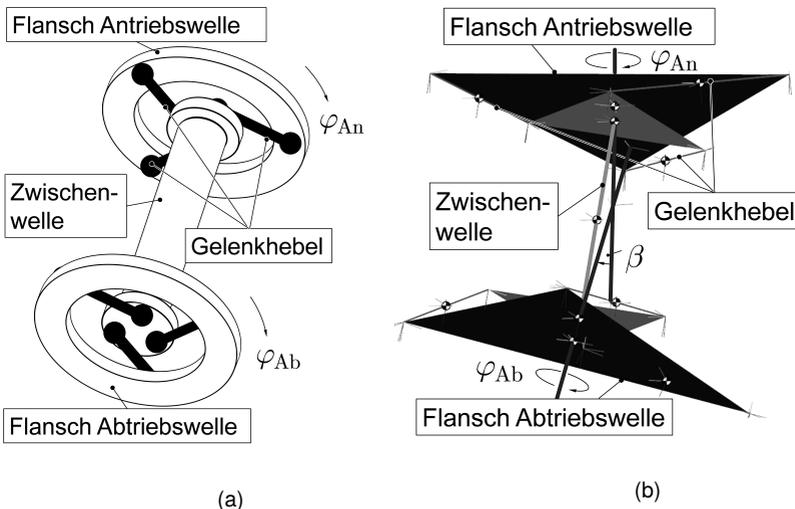


Abb. 1: Gelenkhebelkupplung mit $p = 3$ Koppelstangen. (a) Ansicht. (b) Mehrkörpermodell

Es ist zu beachten, dass Gelenkhebelkupplungen mit $p > 3$ Koppelstan-

gen nicht mehr auf diese Weise modelliert werden können, da sie statisch unbestimmt sind. Im Mehrkörpermodell, siehe Abbildung 1b, wird die Anbindung der einzelnen Koppelstangen jeweils als Kugel- und Kardangeln modelliert. Die Antriebswelle ist mittels eines Drehgelenkes im raumfesten Gestell gelagert. Relativ zur Antriebswelle legt ein rheonom geführtes Sechs-Freiheitsgrad-Gelenk (6 DoF) die Lage der im Gestell drehbar gelagerten Abtriebswelle fest, siehe Abbildung 2. Das Starrkörpermodell hat nach dem GRÜBLER-KUTZBACH Kriterium den Freiheitsgrad $f = 2$ und ist somit nicht zwangläufig. Damit wird das Übertragungsverhalten durch dynamische Effekte beeinflusst.

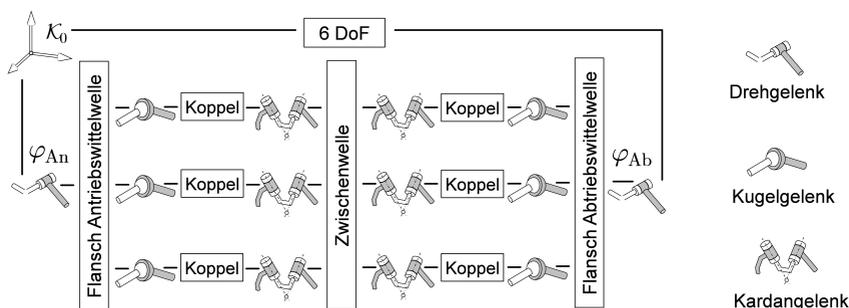


Abb. 2: Topologie des Mehrkörpermodells der Gelenkhebelkupplung

2 Ersatzmodell bei koaxialer Anordnung der An- und Abtriebswelle

Bei koaxialer Anordnung von An- und Abtriebswelle führt die Zwischenwelle aufgrund der dann symmetrischen Anordnung der Gelenkhebel eine Translation relativ zur Antriebswelle entlang ihrer Symmetrieachse und eine gleichzeitige Rotation um diese Achse aus. Dieser Bewegungsfreiheitsgrad der Zwischenwelle kann durch eine kinematische Einzelschleife als Ersatzmodell veranschaulicht werden. Das Ersatzmodell besteht aus dem raumfesten Gestell 0 und den Körpern 1 (Zwischenwelle) und 2 (Gelenkhebel), welche durch ein Drehschubgelenk C auf der Achse der Zwischenwelle

und zwei Kugelgelenke S_1, S_2 verbunden sind, siehe Abbildung 3a.

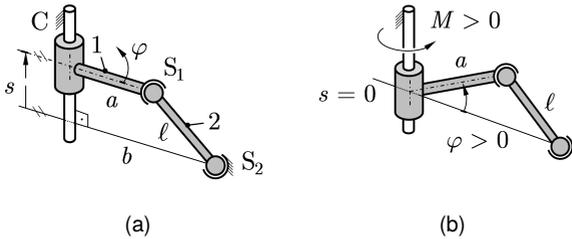


Abb. 3: Ersatzmodell zur Beschreibung der Bewegung der Zwischenwelle bei koaxialer Anordnung der An- und Abtriebswelle. (a) Ansicht. (b) Gleichgewichtslage.

Der Schnitt am charakteristischen Gelenkpaar $S_1 - S_2$ [1] liefert die implizite Schließbedingung

$$s^2 + b^2 + a^2 - \ell^2 - 2ab \cos \varphi = 0. \quad (1)$$

Erfüllt die Länge der Pendelstütze die Bedingung $\ell < a + b$, dann ist kein vollständiger Umlauf der Zwischenwelle 1 möglich.

Wird an der Zwischenwelle 1 ein konstantes positives Moment $M = \text{const}$ um die Achse des Drehschubgelenks eingeprägt, so existiert eine stabile Gleichgewichtslage bei $s = 0$, siehe Abbildung 3b, um welche die Zwischenwelle 1 schwingen kann. Der Betrag der Rückstellkräfte bei Auslenkung aus der Gleichgewichtslage, und somit die Eigenfrequenz, hängt beim Starrkörpermodell von der Größe des eingeleiteten Momentes ab. Erfolgt für die Anfangsbedingung $s = 0, \dot{s} = 0$ eine ungleichförmige Momentanregung $M(t)$ am Körper 1, so verbleibt die Zwischenwelle in der Lage $s = 0$. Bei anderen Anfangsbedingungen werden dagegen Schwingungen um die Gleichgewichtslage angeregt. Die um diese Gleichgewichtslage linearisierte Bewegungsgleichung hat für ein harmonisches Erregermoment $M(t) = M_0 + \hat{M} \cos \Omega t$ die Form

$$\ddot{s} + \left(\omega_0^2 + \lambda \cos \Omega t \right) s = 0 \quad (2)$$

und stellt eine MATHEUSche Differentialgleichung dar. Der zweite Summand auf der linken Seite von (2) enthält die Projektion der Reaktions-

kraft des Gelenkhebels in Richtung der Koordinate s , wobei der Term ω_0^2 von dem konstanten Momentanteil M_0 und der Koeffizient λ von der Momentamplitude \hat{M} abhängt. Das Lösungsverhalten der MATHEIUSCHEN Differentialgleichung ist beispielsweise für das fußpunkterregte Pendel, auch KAPITZA-Pendel genannt, ausführlich untersucht worden [2, 3]. Die Lösung von (2) enthält parametererregte Schwingungen und kann in Abhängigkeit der Größen ω_0 , λ und der Erregerkreisfrequenz Ω zu instabilem Verhalten in der Gleichgewichtslage infolge des Rüttelaufstellmomentes [4] führen. Die stabilen und instabilen Bereiche der Lösung werden üblicherweise in Stabilitätskarten dargestellt. In Abbildung 4 ist exemplarisch das zeitliche Verhalten $\dot{s}(t)$ für einen stabilen Zustand bei einer Erregerkreisfrequenz $\Omega = 14\pi$ rad/s dargestellt.

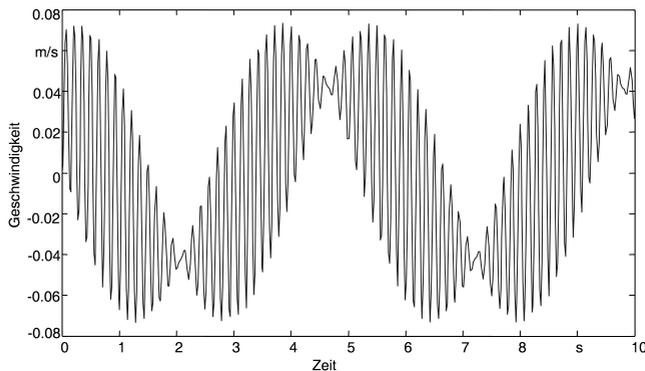


Abb. 4: Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit \dot{s} im Ersatzmodell aus Abb. 3a bei Momentenanregung mit konstanter Erregerkreisfrequenz $\Omega = 14\pi$ rad/s

3 Allgemeine Anordnung von An- und Abtriebswelle

Für den allgemeinen Einbaufall der Gelenkhebelkupplung aus Abbildung 1a bei Winkel- und Parallelversatz von An- und Abtriebswelle besitzt die Zwischenwelle ebenfalls den Bewegungsfreiheitsgrad $f = 1$. Wirkt auf die Abtriebswelle ein konstantes positives Moment $M_{Ab} = \text{const}$ bei festgehaltener Antriebswelle $\varphi_{An} = \text{const}$, so existiert für jede Lage φ_{An} eine stabile

Gleichgewichtslage der Zwischenwelle, und es stellt sich in dieser Gleichgewichtslage ein dazu gehöriger Winkel der Abtriebswelle $\varphi_{Ab}(\varphi_{An})$ ein. Bei einer konstanten Winkelgeschwindigkeit der Antriebswelle ω_{An} ergibt sich unter der Voraussetzung, dass sich die Zwischenwelle zu jedem Zeitpunkt in der statischen Gleichgewichtslage befindet, für die Abtriebswelle die ungleichförmige Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_{Ab} = \frac{d\varphi_{Ab}}{d\varphi_{An}} \omega_{An} . \quad (3)$$

In Abbildung 5 ist die Winkelgeschwindigkeit der Abtriebswelle ω_{Ab} normiert auf die konstante Winkelgeschwindigkeit der Antriebswelle ω_{An} über dem Drehwinkel der Antriebswelle φ_{An} für unterschiedliche Beugewinkel β zwischen An- und Abtriebswelle dargestellt.

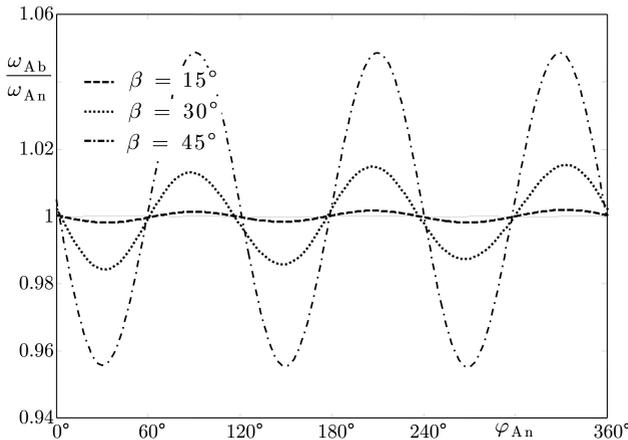


Abb. 5: Verlauf des Verhältnisses zwischen Ab- und Antriebswinkelgeschwindigkeit für verschiedene Beugewinkel β

Wirkt ein zeitlich veränderliches Moment $M_{Ab}(t)$ an der Abtriebswelle, so können ebenfalls Schwingungen um die quasistatischen Gleichgewichtslagen angeregt werden, wobei die harmonischen Anteile der Anregung ebenfalls zu einem destabilisierenden Rüttelaufstellmoment führen können. Für das Starrkörpermodell der Gelenkhebelkupplung wurden Hochlaufsimulationen durchgeführt. In den Abbildungen 6a und 6b ist jeweils das

Campbell-Diagramm für einen Hochlauf der Gelenkhebelkupplung in Z-Anordnung und in W-Anordnung dargestellt. Bei einem Achsversatz oder einer Beugung zwischen An- und Abtriebswelle beginnt die Zwischenwelle zu taumeln und es wird in beiden Fällen die 3. und 6. Ordnung angeregt. Bei der Z-Anordnung tritt diese Taumelbewegung verstärkt auf und führt zur Anregung der Ordnungen $3n$.

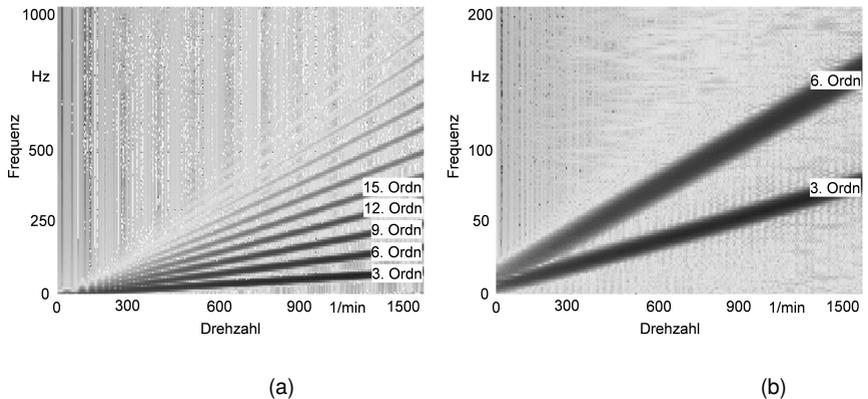


Abb. 6: Campbell-Diagramm für den Hochlauf der Gelenkhebelkupplung.
(a) Z-Anordnung. (b) W-Anordnung

Parameterstudien zeigen, dass die Taumelbewegung der Zwischenwelle und somit die Amplituden der Anregung ebenfalls von der relativen Einbaulage gegenüber liegender Gelenkhebel auf An- und Abtriebsseite abhängig ist. Um eine Aussage zur Größenordnung der sich aus der Dynamik ergebenden Ungleichförmigkeit der Gelenkkupplung in Abhängigkeit vom Beugungswinkel sowie vom Achsversatz treffen zu können, muss ein für den Anwendungsfall konkret parametrisiertes Modell mit definierten Lastfällen simuliert werden.

4 Zusammenfassung

Eine Gelenkhebelkupplung in Doppelanordnung, deren An- und Abtriebsflansch mittels je drei Koppelstangen mit der Zwischenwelle verbunden sind, wurde als Starrkörpermodell beschrieben. Das Modell weist nach

dem GRÜBLER-KUTZBACH Kriterium den Bewegungsfreiheitsgrad $f = 2$ auf und ist somit nicht zwangsläufig. Das Übertragungsverhalten von der Antriebswelle zur Abtriebswelle wird damit durch dynamische Effekte beeinflusst. Für die koaxiale Anordnung von An- und Abtriebswelle konnten diese Effekte an einem einfachen Ersatzmodell veranschaulicht werden. Die Einflüsse von Achsversatz sowie Beugung von An- und Abtriebswelle auf das Übertragungsverhalten wurde in der Mehrkörpersimulation untersucht. Die Ungleichförmigkeit der Übertragung lässt sich bereits durch quasistatische Betrachtungen darstellen. Zusätzlich können ungleichförmige Antriebsmomente Schwingungen der Gelenkhebelkupplung anregen. Es lässt sich zeigen, dass bei ungünstiger Parameterverteilung auch Instabilitäten auftreten können.

Werden bei technischen Ausführungen von Gelenkhebelkupplungen an Stelle der hier betrachteten starren Gelenke elastische Koppelstellen verwendet, so ergeben sich grundsätzlich abweichende kinematische und dynamische Eigenschaften, deren Beschreibung entsprechende erweiterte Modelle erfordert.

Literatur

- [1] Woernle, C. *Ein systematisches Verfahren zur Aufstellung der geometrischen Schließbedingungen in kinematischen Schleifen mit Anwendung bei der Rückwärtstransformation für Industrieroboter (Dissertation)*. Bd. 59. VDI Fortschritt-Berichte Reihe 18. VDI-Verlag, 1988.
- [2] Coisson, R., Vernizzi, G. und Yang, X. „Mathieu Functions and Numerical Solutions of the Mathieu Equation“. In: *Open-source Software for Scientific Computation (OSSC)*, 2009 IEEE International Workshop on. Hrsg. von IEEE. 2009, S. 3–10. isbn: 978-1-4244-4452-6. doi: 10.1109/OSSC.2009.5416839.
- [3] Hołyst, J. A. und Wojciechowski, W. „The effect of Kapitza pendulum and price equilibrium“. In: *Physica A* 324 (2003). Hrsg. von Elsevier. Notiz, S. 388–395. doi: 10.1016/S0378-4371(03)00033-5.
- [4] Magnus, K. und Popp, K. *Schwingungen*. 3. Aufl. B. G. Teubner, Stuttgart, 1997.