

Online-Analyse von Fahrstrategien kognitiver autonomer Fahrzeuge

Matthias Althoff, Olaf Stursberg, and Martin Buss

Institute of Automatic Control Engineering (LSR)
Technische Universität München, 80290 München, Germany
{althoff, stursberg, mb}@tum.de

Zusammenfassung

Der Beitrag berichtet über eine Methode, mit der für unbemannte Kraftfahrzeuge im Straßenverkehr auf der Grundlage aktueller Messdaten überprüft wird, ob eine autonom geplante Fahrstrategie sicher realisiert werden kann. Dazu wird zunächst ausgehend von einer hybriden Modellierung eine konservative Darstellung der Fahrdynamik in Form von Markov-Prozessen generiert. Durch Überlagerung mit ähnlichen Modellen zur Darstellung des Verhaltens der Fahrzeugumgebung lässt sich die Wahrscheinlichkeit berechnen, mit der eine kollisionsfreie Fahrt möglich ist. Diese Berechnung wird repetitiv über einen geeigneten Prädiktionshorizont durchgeführt. Der Beitrag zeigt auf, über welche Maßnahmen zur Komplexitätsreduktion eine Echtzeitfähigkeit der Berechnung erreicht werden kann.

1 Einleitung

Im Laufe der letzten Jahre hat sich in der Fahrzeugentwicklung gezeigt, dass die Verbesserung der passiven Sicherheit an ihre Grenzen stößt. Durch den Fortschritt von Informations- und Sensortechnologien ist die Weiterentwicklung aktiver Sicherheitssysteme immer attraktiver geworden, siehe z.B. [13]. Basieren die ersten Fahrerassistenzsysteme, wie z.B. ABS und ESP noch ausschließlich auf der Messung von fahrzeugeigenen Größen (Raddrehzahl, Gierbeschleunigung, etc.), so wird bei fortgeschrittenen Fahrerassistenzsystemen, wie z.B. *Adaptive Cruise Control*, auch die Erfassung der Fahrzeugumgebung vorausgesetzt. Für zukünftige Entwicklungen reicht die alleinige Kenntnis der momentanen Fahrzeugzustände und des Fahrzeugumfeldes nicht mehr aus, da auch die zukünftige Entwicklung des Verkehrsgeschehens einbezogen werden muss. Beispielhaft sei hierzu eine Situation geschildert, in der ein Fahrzeug durch einen Fahrspurwechsel in geringem Abstand vor einem anderen einschert und plötzlich stark bremst. Ist das hintere Fahrzeug mit einem Kollisionsvermeidungssystem ausgerüstet, so besitzt dieses die folgenden Optionen: Es kann versuchen, dem vorderen Fahrzeug ausweichen und eine Kollision verhindern oder die Spur halten, stark abbremsen und einen leichten Auffahrunfall riskieren. Um zu bewerten, welche Strategie sicherer ist, ist die zukünftige Verkehrsentwicklung zu berücksichtigen: Für das Ausweichmanöver ist zu bestimmen, ob der Ausweichkorridor für eine gewisse Zeitspanne in der Zukunft frei ist, während für das Spurhalten die Schwere der Kollision vorhergesagt werden muss. Ein Fahrzeug, das die Verkehrssituation interpretiert, in

die Zukunft projiziert und darauf aufbauend eine Fahraktion generiert wird hier als *kognitives Fahrzeug* bezeichnet. Die Fahraktion kann entweder im Rahmen eines Assistenzsystems dem Fahrer vorgeschlagen oder autonom (d.h. unabhängig vom Eingreifen eines Fahrers) vom Fahrzeug ausgeführt werden.

Zur Vorhersage von Verkehrssituationen müssen zwei Gesichtspunkte berücksichtigt werden: Messdaten (Position, Geschwindigkeit,...) von anderen Verkehrsteilnehmern sind oftmals ungenau und zudem ist das zukünftige Verhalten anderer Verkehrsteilnehmer schwer vorhersagbar. Aus diesem Grund reicht es nicht aus, nur eine einzige Simulation für das zukünftige Verkehrsgeschehen durchzuführen. Eine Möglichkeit, viele unterschiedliche Verläufe einer Verkehrssituation zu berücksichtigen, besteht in der Anwendung von Monte-Carlo-Simulationen [5, 8, 7]. Diese Methode hat den Vorteil, dass komplizierte nichtlineare Dynamiken der Fahrzeuge berücksichtigt werden können. Nachteilig ist, dass eine Vielzahl an Simulationen nötig ist, um eine ausreichende Abdeckung möglicher Verhaltensweisen aller relevanten Verkehrsteilnehmer zu erhalten. Außerdem besteht bei Monte-Carlo-Techniken der Nachteil, dass eine gefährliche Situation nicht erkannt wird, weil die durchgeführten Simulationen nur Stichproben aus der Menge der möglichen Verhaltensweisen darstellen und somit nicht das vollständige Verhaltensspektrum abgebildet wird.

Im Gegensatz dazu bieten algorithmische *Verifikationstechniken* die Möglichkeit, mittels Erreichbarkeitsanalyse die Menge aller möglichen Verhaltensweisen von Verkehrsteilnehmern zu bestimmen. Mit diesem Verfahren lassen sich somit Straßenbereiche angeben, die Verkehrsteilnehmer in gewissen Zeitintervallen erreichen können. Für den Fall, dass das kognitive Fahrzeug nicht in Bereiche fährt, die von anderen Verkehrsteilnehmern erreicht werden können, kann man garantieren, dass das geplante Manöver des kognitiven Fahrzeugs sicher ist. Allerdings führt dieses Vorgehen zu einem sehr konservativen Verhalten, d.h. das kognitive Fahrzeug führt nur Manöver aus, die unter Worst-Case-Annahmen sicher sind. Dieses Verhalten würde in der Praxis dazu führen, dass das Fahrzeug zu defensiv fahren würde und somit möglicherweise den Verkehrsfluss blockiert. Zusätzlich kann man durch das ja/nein-Ergebnis der Sicherheitsanalyse unterschiedliche Fahrmanöver nicht quantitativ miteinander bezüglich ihrer Sicherheit vergleichen. Aus diesem Grund werden die Mengen erreichbare Zustände der Verkehrsteilnehmer hier mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen angereichert, so dass man von *stochastischen Erreichbarkeitsmengen* spricht. Damit kann man die Unfallwahrscheinlichkeit von Fahrmanövern (bzw. Fahrtrajektorien) bestimmen, und Fahrmanöver werden hinsichtlich ihrer Sicherheit quantitativ vergleichbar. Stochastische Erreichbarkeitsmengen wurden im Rahmen des *Hybridge*- Projektes zur Sicherheitsanalyse im Flugverkehr eingesetzt [14, 10]. Für die Sicherheitsanalyse im Straßenverkehr haben die Autoren Verfahren entwickelt [3, 1], die online im Fahrzeug ausgeführt werden können, was ein Hauptunterschied zu dem vorgestellten Verfahren für den Flugverkehr darstellt.

Damit die Bestimmung von stochastischen Erreichbarkeitsmengen online im Fahrzeug, d.h. unter Echtzeitanforderungen, durchführbar ist, muss die Dynamik der Verkehrsteilnehmer ab-

strahiert werden. Die kontinuierliche Dynamik der Verkehrsteilnehmer wird in dieser Arbeit mittels Markov-Ketten abstrahiert. Dasselbe Grundprinzip wurde in [12] benutzt, um zeitdiskrete Systeme zu quantifizieren. In dieser Arbeit wird allerdings auch das Verhalten des Systems innerhalb von Zeitintervallen und mit stochastischen Eingängen untersucht. Eine wichtige Eigenschaft der hier benutzten Abstrahierung auf Markov-Ketten ist, dass die Erreichbarkeitsmenge der Markov-Ketten, die der ursprünglichen Dynamik konservativ einschließt. Daraus folgt, dass das reale System sicher ist, sobald das abstrahierte System als sicher klassifiziert werden kann.

Neben der Bestimmung von stochastischen Erreichbarkeitsmengen einzelner Verkehrsteilnehmer ist auch die Interaktion zwischen verschiedenen Verkehrsteilnehmern zu berücksichtigen – ansonsten wären die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Verkehrsteilnehmer unrealistisch. Ein beispielhaftes Szenario, bei dem sich durch die fehlende Modellierung der Interaktion eine unrealistische Wahrscheinlichkeitsverteilung ergäbe, ist die Folgende: Von zwei Fahrzeugen, die hintereinander auf einer Fahrspur unterwegs sind, bremst das vordere Fahrzeug, so dass auch das zweite Auto bremsen muss. Würde diese Interaktion vernachlässigt, so könnte das zweite Auto durch das erste „hindurchfahren“. Als Folge könnten Straßenbereiche mit einer akkumulierten Wahrscheinlichkeit größer als 1 für den Aufenthalt von Fahrzeugen belegt werden, obwohl in diesem Bereich nur Platz für ein einziges Fahrzeug ist. Es sei angemerkt, dass die Berücksichtigung von Interaktion zu einem starken Anstieg der Rechenkomplexität führt [6]. Im Falle eines Monte-Carlo-Ansatzes ergeben sich bereits n^2 Verhaltenskombinationen für zwei Fahrzeuge, wenn für jedes Fahrzeug n Simulationen durchgeführt werden. Hier wird dennoch ein Ansatz beschrieben, der es ermöglicht, stochastische Erreichbarkeitsmengen unter Berücksichtigung von Fahrzeuginteraktionen unter Echtzeitanforderungen zu bestimmen.

2 Problembeschreibung

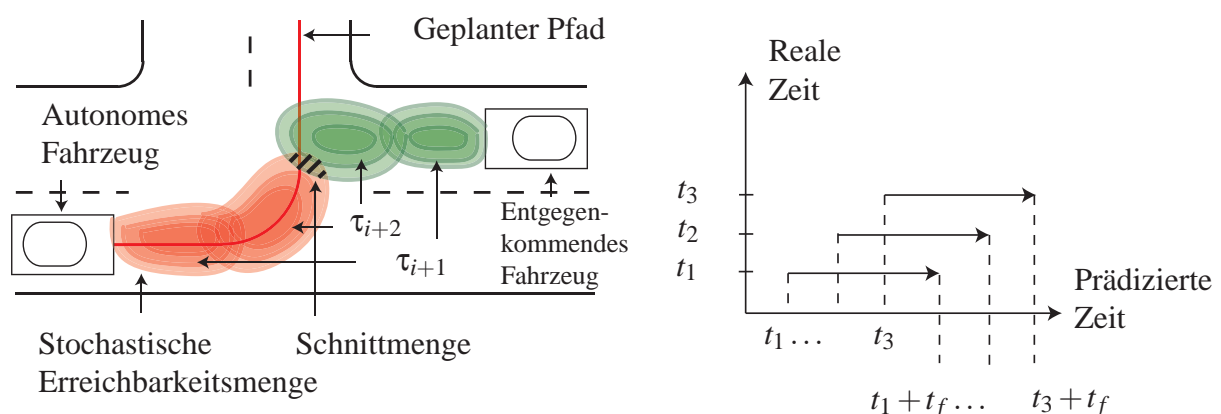
Ausgehend von einer Verkehrssituation auf einem begrenzten Ausschnitt des Verkehrsnetzes, soll das zukünftige Verkehrsgeschehen prädiziert werden. Als Ausgangspunkt ist

- die Geometrie des betrachteten Straßenabschnittes,
- die Position und Geometrie etwaiger statischer Hindernisse,
- die Position, Geschwindigkeit und Klassifizierung von Verkehrsteilnehmern

gegeben. Unter der Klassifizierung von Verkehrsteilnehmern wird die Einteilung in LKW, PKW, Motorräder, Fahrradfahrer und Fußgänger verstanden. Die initiale Position und Geschwindigkeit der Verkehrsteilnehmer wird als unsicher in einem gewissen Bereich $X(0)$ angenommen. Zusätzlich wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung innerhalb des unsicheren Bereiches $X(0)$ berücksichtigt. Neben den Anfangswerten sind auch die Eingangswerte (Beschleunigungswerte, Lenkwinkel) der Verkehrsteilnehmer beschränkt.

Aus der Beschränktheit der Anfangswerte und der Eingangswerte lässt sich die Menge der Positionen und Geschwindigkeiten berechnen, die jeder Verkehrsteilnehmer in der Zukunft erreichen kann. Diese Mengen werden auch als *Erreichbarkeitsmengen* bezeichnet. Wird neben den Erreichbarkeitsmengen auch die Wahrscheinlichkeitsverteilung innerhalb dieser bestimmt, so spricht man von *stochastischen Erreichbarkeitsmengen*. Die Erreichbarkeitsmengen von Verkehrsteilnehmern können zur Sicherheitsbewertung von Fahrstrategien kognitiver autonomer Fahrzeuge benutzt werden: Fährt das autonome Fahrzeug zu keinem Zeitpunkt in die Erreichbarkeitsmenge eines anderen Verkehrsteilnehmers, so kann die Fahrstrategie des autonomen Fahrzeuges als sicher garantiert werden. Ist dies nicht der Fall, so kann man aufgrund der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Erreichbarkeitsmengen, eine Kollisionswahrscheinlichkeit für eine geplante Fahrstrategie bestimmen. In Abb. 1(a) ist eine Situation dargestellt, die nicht als sicher garantiert werden kann, da die Erreichbarkeitsmenge des autonomen Fahrzeuges, die des entgegenkommenden Fahrzeuges im zweiten Zeitintervall τ_{i+2} schneidet. Die Berechnung von stochastischen Erreichbarkeitsmengen wird für einen Zeithorizont t_f durchgeführt und zu diskreten Zeitpunkten t_i mit neuen Messwerten der Fahrzeugumgebung wieder gestartet. Daraus ergeben sich Prädiktionsintervalle $[t_i, t_i + t_f]$, siehe Abb. 1(b).

Für die Berechnung der Erreichbarkeitsmengen anderer Verkehrsteilnehmer wird angenommen, dass diese sich an die Verkehrsregeln der Straßenverkehrsordnung halten. Das bedeutet, dass diese z.B. die Höchstgeschwindigkeit beachten, Unfälle vermeiden und nicht rückwärts auf einer Straße fahren. Es ist allerdings klar, dass diese Annahmen nicht immer zutreffen. Wird vom kognitiven Fahrzeug erfasst, dass ein Verkehrsteilnehmer sich nicht an die Verkehrsregeln hält, so wird für diesen nur noch die Berücksichtigung von physikalischen Gesetzen als Grundlage zur Bestimmung der Erreichbarkeitsmenge herangezogen. Das heißt, es werden alle möglichen Lenkwinkel und Beschleunigungswerte des Verkehrsteilnehmers berücksichtigt. Im Prinzip unterscheidet sich die Bestimmung von stochastischen Erreichbarkeitsmengen nicht



(a) Beispielhafte Erreichbarkeitsmengen für ein Verkehrsszenario

(b) Prädizierter Zeithorizont

Abbildung 1: Veranschaulichung von Erreichbarkeitsmengen und Zeithorizont für die Prädiktion.

für Verkehrsteilnehmer, die die Regeln einhalten, und diejenigen, die sie nicht einhalten. Daher wird im Folgenden zur Vereinfachung angenommen, dass die Verkehrsteilnehmer die Verkehrsregeln einhalten.

3 Übersicht über den Verifikationsansatz

Aufgrund der Anforderung, dass die Berechnung von stochastischen Erreichbarkeitsmengen anderer Verkehrsteilnehmer online im kognitiven Fahrzeug ablaufen muss, wird hier das Prinzip verfolgt, einen invarianten Teil der Erreichbarkeitsberechnung vorab offline durchzuführen. Die folgenden Abschnitte enthalten einen Überblick darüber, welche Berechnungen online und welche offline erfolgen.

3.1 Offline-Abstraktion der Modelle von Verkehrsteilnehmern

Um eine effiziente Berechnung der stochastischen Erreichbarkeitsmengen von Verkehrsteilnehmern zu ermöglichen, wird ein *hybride Dynamik* der Verkehrsteilnehmer auf Markov-Ketten abstrahiert. Hybride Dynamiken [9] führen auf eine Systemklasse, in der kontinuierliche Dynamik mit ereignisdiskreter Dynamik kombiniert wird. Diese Systemklasse bietet sich insbesondere für die Modellierung von Straßenverkehr an [11], da hierbei kontinuierliche Fahrdynamiken mit logischen Entscheidungen gepaart werden. Typische Entscheidungen sind z.B. das Ausführen eines Spurwechsels oder der Wechsel von freier Fahrt zum Kolonnenfahren bei Annäherung mehrerer hintereinander fahrender Fahrzeuge. Markov-Ketten beschreiben Systeme mit einer endlichen Anzahl an diskreten Zuständen $z \in \{1, \dots, l\}$, wobei nicht exakt bekannt ist, in welchem diskreten Zustand sich das System befindet. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich das System in Zustand j befindet wird durch den Wert $p_j = P(z = j)$ ¹ angegeben. Der Wahrscheinlichkeitsvektor p enthält somit die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zustände. Bei Markov-Ketten, die wie in dieser Arbeit in diskreten Zeitschritten ausgeführt werden, hängt der Wahrscheinlichkeitsvektor des Zeitschrittes $k + 1$ nur vom vorausgegangenen Zeitschritt k ab. Der Zusammenhang der Wahrscheinlichkeitsvektoren wird mit Hilfe einer Transitionsmatrix Φ hergestellt: $p(k + 1) = \Phi p(k)$. Man kann somit auch sagen, dass eine zeitdiskrete und zeitinvariante Markov-Kette alleinig über die Transitionsmatrix Φ bestimmt ist.

Da die ursprüngliche hybride Modellierung, kontinuierliche Zustandsvariablen enthält, müssen diese diskretisiert werden, um die Abstraktion auf Markov-Ketten zu ermöglichen. Danach erfolgt die Abstraktion mittels Erreichbarkeitsmengen, wie es in Kap. 5 näher beschrieben wird. Da die direkte Bestimmung von Erreichbarkeitsmengen für hybride Systeme mit unsicherem Eingang und nichtlinearer kontinuierlicher Dynamik schwierig ist, wird die nichtlineare kontinuierliche Dynamik auf eine lineare kontinuierliche Dynamik abstrahiert, siehe Abb. 2. Dabei wird der Fehler, der bei dieser Abstraktion gemacht wird, als zusätzlicher unsicherer Eingang

¹ $P()$ ist ein Operator, der die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses wiedergibt.

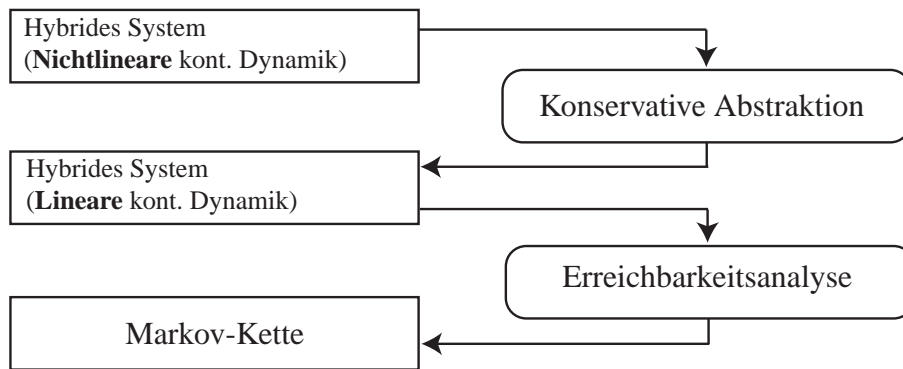


Abbildung 2: Übersicht zur Abstraktion auf Markov-Ketten.

für das abstrahierte lineare System berücksichtigt, so dass die Abstraktion konservativ ist. Das heißt, dass die Erreichbarkeitsmenge des abstrahierten linearen Systems, die des originalen Systems einschließt.

Neben der Abstraktion der Dynamik der Verkehrsteilnehmer auf Markov-Ketten wird zudem die Interaktion von Verkehrsteilnehmern berücksichtigt. Dazu werden die Markov-Ketten mit Hilfe sogenannter Interaktionsmatrizen Ω verknüpft, siehe Abb. 3. Die Bestimmung der Interaktionsmatrizen erfolgt ebenfalls offline, wie in Kap. 6 gezeigt wird.

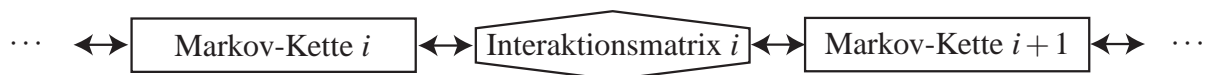


Abbildung 3: Interaktion von Markov-Ketten.

3.2 Online-Bestimmung der stochastischen Erreichbarkeitsmengen

Die online-Ausführung der Markov-Ketten für eine momentane Situation führt nun auf stochastische Erreichbarkeitsmengen. Die einfachste Möglichkeit eine Markov-Kette auszuführen, ist die wiederholte Anwendung von $p(k+1) = \Phi p(k)$. Diese einfache Form beschreibt die Berechnung der stochastischen Erreichbarkeitsmenge zum Zeitschritt $k+1$ für den Fall, dass keine Eingangsgrößen zu berücksichtigen sind (oder vorhandene Eingangsgrößen konstant bleiben). Für realistischere Abläufe ist jedoch die Erweiterung auf:

- stochastische Erreichbarkeitsmengen für Zeitintervalle,
- zeitveränderliche stochastische Eingangsgrößen,
- und die Interaktion von Verkehrsteilnehmern

erforderlich. Die Beachtung von Interaktion verlangt, dass die stochastischen Erreichbarkeitsmengen für ein Zeitintervall von den Erreichbarkeitsmengen des betrachteten und benachbarten

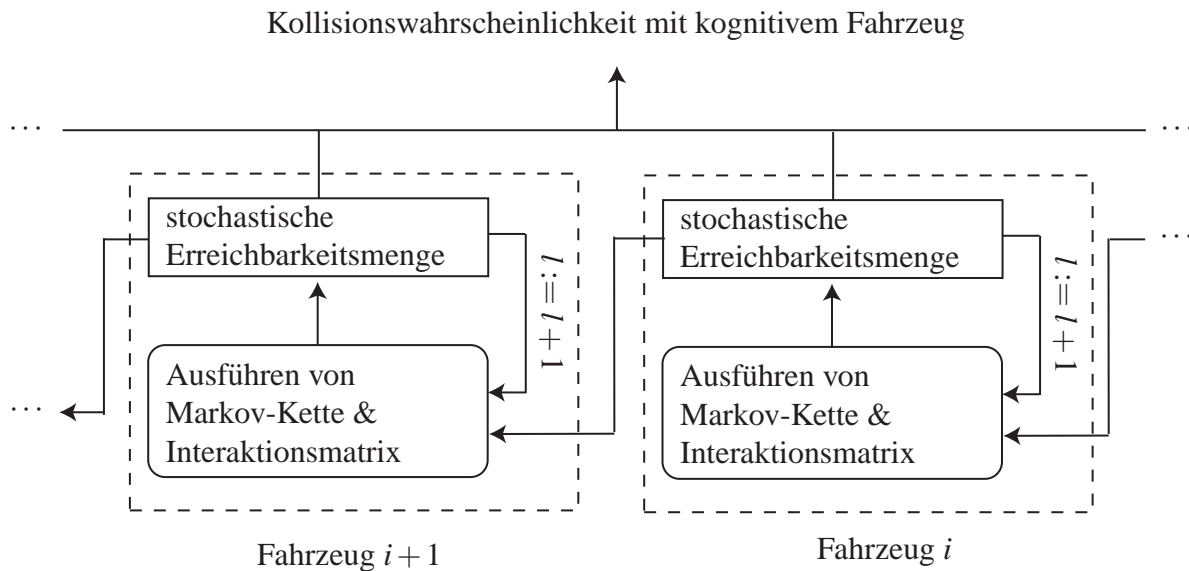


Abbildung 4: Online-Berechnung der stochastischen Erreichbarkeitsmengen.

Fahrzeuges zum vorigen Zeitpunkt abhängt, siehe Abb. 4. Aus den stochastischen Erreichbarkeitsmengen der Einzelfahrzeuge lässt sich eine Gesamterreichbarkeitsmenge für die Zeitintervalle des Prädiktionshorizonts erstellen. Diese wird dann mit der Erreichbarkeitsmenge des kognitiven Fahrzeuges geschnitten, um eine Kollisionswahrscheinlichkeit im Zeitintervall l zu berechnen. Ein Zeitintervall l wird im Folgenden auch als $l = [(k - 1)T, kT]$ angegeben, wobei T die Zeitschrittweite bezeichnet, die der Ausführung der Markov-Ketten zu Grunde liegt.

4 Modellierung der Verkehrsteilnehmer

Die Fortbewegung der einzelnen Verkehrsteilnehmer wird in zwei Schritten modelliert. Zuerst werden mögliche Fahrwege/Pfade identifiziert, die sich direkt aus der gegebenen Straßengeometrie des betrachteten Verkehrsszenarios ergibt, wie es in Abb. 5(a) beispielhaft für eine Einmündung gezeigt ist. Diese Pfade werden in einem weiteren Schritt in äquidistante Pfadsegmente der Länge Δs unterteilt. Da die Verkehrsteilnehmer nicht genau den möglichen Fahrwegen folgen werden, wird die Abweichung von diesen mit einer stückweise konstanten Wahrscheinlichkeitsverteilung berücksichtigt. Es wird die gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung für alle Fahrwegsegmente angenommen, jedoch wird diese an die unterschiedlichen Arten von Verkehrsteilnehmern angepasst: Während KFZ und LKW mit großer Wahrscheinlichkeit in der Mitte einer Fahrspur fahren, so kann für Radfahrer angenommen werden, dass diese sich eher am rechten Rand einer Fahrspur befinden. Beispielhaft ist für diese Arten von Verkehrsteilnehmern die Wahrscheinlichkeitsverteilung in Abb. 5(b) gezeigt. Es sei angemerkt, dass sich in Abb. 5(b) die Gesamtwahrscheinlichkeit $p(s, \delta)$ aus der Wahrscheinlichkeit für ein Segment der Länge Δs und der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Abweichung δ senkrecht zur Fahrtrichtung ergibt.

In einem zweiten Schritt wird die Dynamik der Verkehrsteilnehmer berücksichtigt. Als Er-

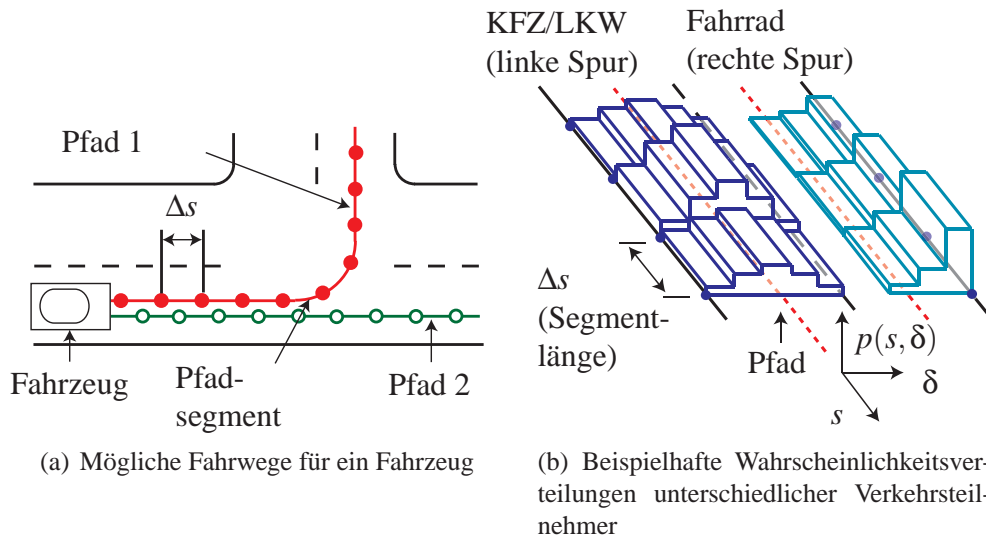


Abbildung 5: Pfadmodellierung und Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

gebnis werden die Wahrscheinlichkeiten der Pfadsegmente für zukünftige Zeitintervalle bestimmt, so dass sich unter Berücksichtigung der Abweichung von einem Pfad die Wahrscheinlichkeiten $p(s, \delta)$, wie oben beschrieben ergeben. Wie bereits erwähnt, wird die Längsdynamik der Verkehrsteilnehmer als hybrides System modelliert. Dazu werden die diskreten Zustände *Beschleunigen*, *Höchstgeschwindigkeit*, *Abbremsen* und *Stillstand* eingeführt. Innerhalb jedes diskreten Zustandes d wird eine kontinuierliche Dynamik spezifiziert, welche wechselt, sobald es einen Übergang zu einem anderen diskreten Zustand gibt. Bezeichnet man die Position mit s , die Geschwindigkeit mit v und den Systemeingang mit u , so kann die kontinuierliche Dynamik folgendermaßen geschrieben werden:

$$\dot{s} = v, \quad \dot{v} = f_d(v, u),$$

wobei der Index d die Abhängigkeit vom aktiven diskreten Zustand d kennzeichnet. Nummeriert man die diskreten Zustände wie in Abb. 6 gezeigt, so kann man folgende Dynamiken für einen Verkehrsteilnehmer aufstellen:

$$f_1(v, u) = c_1 \cdot (1 - (v/c_2)^2) \cdot u, \quad f_2 = f_4 = 0, \quad f_3(u) = c_1 \cdot u.$$

Die Parameter c_1 und c_2 sind fahrzeugspezifische Konstanten und variieren für die betrachteten Fahrzeugkategorien (LKW, KFZ, Motorräder, Fahrradfahrer). Das kontinuierliche Modell für den diskreten Zustand *Beschleunigen* berücksichtigt, dass das Beschleunigungspotential mit zunehmender Geschwindigkeit abnimmt, während die Bremskraft beim *Abbremsen* als konstant über der Geschwindigkeit angenommen wird. Es sei angemerkt, dass diese Modellgleichungen beispielhaft sind und durch andere Modelle ausgetauscht werden können. Der Systemeingang $u \in [-1, 1]$ ist normiert, wobei -1 eine Vollbremsung repräsentiert und 1 das maximale Beschleunigungssignal. Für die Werte $u \in [0, 1]$ befindet sich das System im Zustand *Beschleu-*

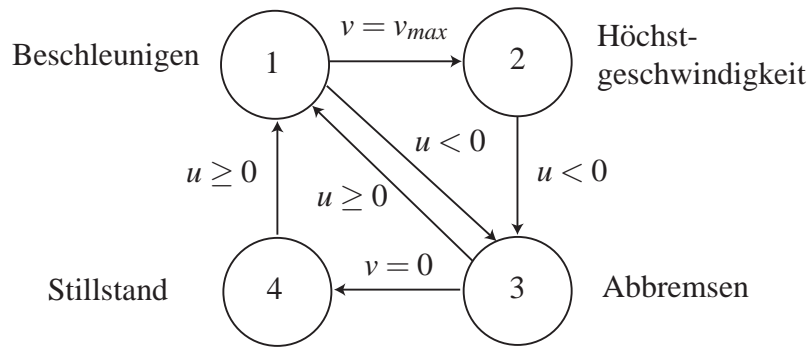


Abbildung 6: Hybride Längsdynamiken der Verkehrsteilnehmer.

nigen und für $u \in [-1, 0[$ im Zustand *Abbremsen*. Wird die zulässige Höchstgeschwindigkeit erreicht bzw. der Stillstand, so sind die entsprechenden Zustände *Höchstgeschwindigkeit* und *Stillstand* aktiv, siehe Abb. 6. Im nächsten Schritt wird die Methode der Abstraktion der hybriden Dynamik auf Markov-Ketten beschrieben.

5 Abstraktion von hybrider Dynamik mittels Markov-Ketten

Wie bereits in Kap. 3.1 erwähnt, ist bei der Abstraktion der hybriden Dynamik auf Markov-Ketten zu berücksichtigen, dass die hybriden Modelle kontinuierliche Zustände enthalten, während eine Markov-Kette nur aus diskreten Zuständen besteht. Daher ist eine Diskretisierung des kontinuierlichen Zustandsraumes durchzuführen, bei der der kontinuierliche Zustandsraum in Zellen unterteilt wird. Jede Zelle kann eindeutig durch einen diskreten Zustand gekennzeichnet werden, so dass jeder diskrete Zustand eine Zelle im kontinuierlichen Zustandsraum repräsentiert. In dieser Arbeit wird der Zustandsraum in äquidistante und rechtwinklige Zellen unterteilt, wie in Abb. 7 dargestellt. Jede Zelle $X_i =]\underline{x}_i, \bar{x}_i]$ ist somit eine Intervallhülle, wobei $\bar{x}_i - \underline{x}_i = c$ und $\underline{x}_i, \bar{x}_i, c \in \mathbb{R}^n$. Der Index $i \in \mathbb{N}^+$ bezeichnet den Wert des diskreten Zustands z , durch den jede Zelle eindeutig referenziert ist. Im Falle der untersuchten Verkehrsteilnehmer ist jede Zelle X_i ein Rechteck, wobei eine Dimension ein Fahrwegintervall $[s^*, s^* + \Delta s]$ repräsentiert, und die andere Dimension ein Geschwindigkeitsintervall $[v^*, v^* + \Delta v]$. Wie bereits erwähnt, kann nur

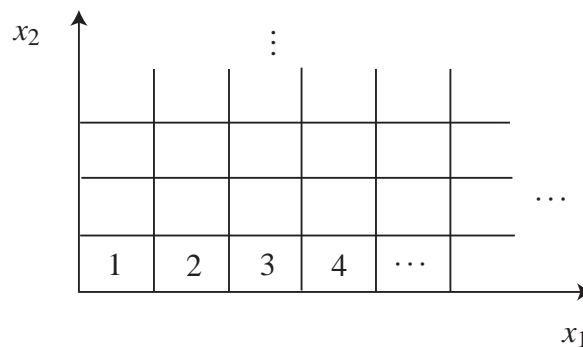


Abbildung 7: Diskretisierung des Zustandsraumes

durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Fahrzeuges entlang des Fahrweges, auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung im zweidimensionalen Raum gefolgert werden, da eine konstante Abweichung vom Fahrweg angenommen wird. Somit genügt es, alleinig die Fahrwegsposition s und die Geschwindigkeit v zu betrachten. Neben dem Zustandsraum wird auch noch der Eingangsraum diskretisiert, der für das Verkehrsteilnehmermodell nur durch das eindimensionale Beschleunigungskommando $u \in [-1, 1]$ gegeben ist. Die Intervalle für das Beschleunigungskommando werden mit U_j bezeichnet, wobei j der Wert der diskreten Eingangsvariable y ist. Als nächstes muss für jeden diskreten Eingangswert j eine Transitionsmatrix $\Phi^j(T)$ bestimmt werden, die beschreibt, welche diskreten Zustände z von einem Zustand $z(0) = i$ nach einem Zeitschritt $\Delta t = T$ mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht werden. Unter der Annahme, dass die möglichen Trajektorien innerhalb einer Erreichbarkeitsmenge gleichverteilt sind, falls die Mengen der Anfangszustände und Eingangswerte ebenfalls mit Gleichverteilung vorliegen, können die Elemente der Transitionsmatrix folgendermaßen berechnet werden:

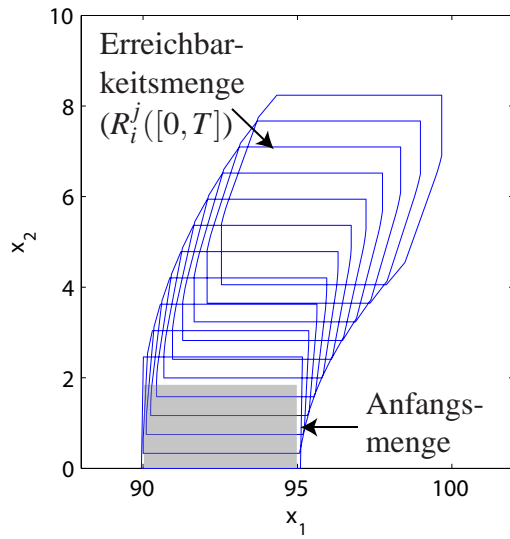
$$\Phi_{oi}^j(T) = \frac{V(R_i^j(T) \cap X_o)}{V(R_i^j(T))}.$$

Der Operator $V()$ liefert das Volumen eines geometrischen Objektes und $R_i^j(T)$ bezeichnet die Erreichbarkeitsmenge des Systems nach einem Zeitschritt $\Delta t = T$, wenn die Anfangswerte in X_i liegen und die Eingangswerte aus U_j entnommen sind. Somit wird die Transitionswahrscheinlichkeit bestimmt, indem man ausrechnet, welcher Anteil der Erreichbarkeitsmenge $R_i^j(T)$ in die Zelle X_o gelangt. Um die Transitionsmatrix für das Systemverhalten innerhalb eines Zeitintervalles $t \in [0, T]$ zu bestimmen, substituiert man die Erreichbarkeitsmenge $R_i^j(T)$ durch die Erreichbarkeitsmenge für das Zeitintervall $t \in [0, T]$, die mit $R_i^j([0, T])$ bezeichnet wird:

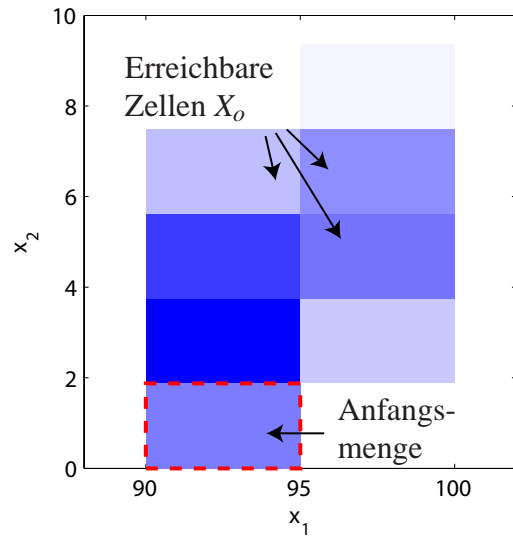
$$\Phi_{oi}^j([0, T]) = \frac{V(R_i^j([0, T]) \cap X_o)}{V(R_i^j([0, T]))}.$$

Beispielhaft ist dies in Abb. 8(a) für eine zweidimensionale Erreichbarkeitsmenge eines Zeitintervalls gezeigt. Mit Hilfe dieser Erreichbarkeitsmenge werden die Transitionswahrscheinlichkeiten, wie oben beschrieben, für den untersuchten Anfangswert bestimmt. Berechnet man mit den gefundenen Transitionswahrscheinlichkeiten die stochastische Erreichbarkeitsmenge für dieselbe Anfangswertmenge, so erhält man das Ergebnis, das in Abb. 8(b) visualisiert ist.

Die Berechnung der Erreichbarkeitsmengen $R_i^j(T)$ und $R_i^j([0, T])$ erfolgt dabei in zwei Stufen: Zuerst wird die nichtlineare kontinuierliche Dynamik der Verkehrsteilnehmer konservativ linearisiert. Das heißt, es wird eine überapproximative Menge von Linearisierungsfehlern bestimmt, die anschließend als zusätzlicher unsicherer Systemeingang dem linearisierten System aufgeschaltet wird. Eine genauere Beschreibung dieser Methode findet sich in [3]. Als zweites wird die Erreichbarkeitsmenge der kontinuierlichen linearen Dynamik bestimmt, wie in [2] beschrieben. Die notwendige Erweiterung auf hybride Systeme ist in [4] vorgestellt.



(a) Erreichbarkeitsmenge für ein Zeitintervall



(b) Erreichbare Zellen für ein Zeitintervall

Abbildung 8: Erreichbarkeitsmenge des ursprünglichen Systems und stochastische Erreichbarkeitsmenge der abstrahierenden Markov-Kette.

Dadurch, dass man Transitionsmatrizen für das Verhalten zu diskreten Zeitpunkten und zu Zeitintervallen herleiten kann, lässt sich somit auch die stochastische Erreichbarkeitsmenge zu Zeitpunkten und Zeitintervallen bestimmen. Aufgrund der Diskretisierung des kontinuierlichen Zustandsraumes ist die stochastische Erreichbarkeitsmenge eindeutig durch die Wahrscheinlichkeitsvektoren $p(kT)$ für $t = kT$ und $p([kT, (k+1)T])$ für $t \in [kT, (k+1)T]$ der Markov-Ketten bestimmt:

$$\begin{aligned} p((k+1)T) &= \Phi^j(T)p(kT) \\ p([kT, (k+1)T]) &= \Phi^j([0, T])p(kT). \end{aligned} \tag{1}$$

Je nach Eingangsintervall U_j werden die entsprechenden Markov-Ketten für die Zeitpunktlösung und die Zeitintervalllösung ausgeführt: Die Zeitpunktlösung wird für die Bestimmung der Zeitintervalllösung gemäß (1) benötigt und die Zeitintervalllösung zur Sicherheitsbewertung herangezogen (für die die Erreichbarkeitsmengen nur zu den Zeitpunkten kT nicht ausreicht).

Neben dem Systemzustand ist in vielen Fällen auch der Eingang eines Systems unsicher. Bei Verkehrsszenarien trifft dies zu, da nicht bekannt ist, ob und wie stark die Verkehrsteilnehmer beschleunigen oder bremsen werden. Aus diesem Grund wird analog zum diskreten Systemzustand ein Wahrscheinlichkeitsvektor $q_j = P(y = j)$ für den diskreten Eingang y bestimmt. Ist die Wahrscheinlichkeit der Eingangsintervalle $q_j([kT, (k+1)T])$ für $t \in [kT, (k+1)T]$ bekannt,

so lässt sich basierend auf (1) das Systemverhalten folgendermaßen beschreiben:

$$\begin{aligned} p((k+1)T) &= \sum_j \Phi^j(T) q_j([kT, (k+1)T]) p(kT) \\ p([kT, (k+1)T]) &= \sum_j \Phi^j([0, T]) q_j([kT, (k+1)T]) p(kT). \end{aligned} \quad (2)$$

Diesen Ansatz kann man noch erweitern, indem man den Wahrscheinlichkeitsvektor q in Abhängigkeit des Systemzustandes einer anderen Markov-Kette bestimmt. Auf diese Weise wird im nächsten Abschnitt die Interaktion zwischen Verkehrsteilnehmern, die durch Markov-Ketten repräsentiert sind, realisiert.

6 Berücksichtigung der Interaktion von Verkehrsteilnehmern

Im ersten Schritt wird die Interaktion zwischen zwei Verkehrsteilnehmern A und B berücksichtigt, wobei A hinter B auf derselben Fahrspur fährt. Damit Fahrzeug A mit Fahrzeug B interagiert, muss der Wahrscheinlichkeitsvektor q^A für den diskreten Eingang von Fahrzeug A unter Berücksichtigung der vorherrschenden Situation beider Fahrzeuge bestimmt werden. Diese umfasst den Wahrscheinlichkeitsvektor der Zustände beider Fahrzeuge (p^A, p^B) sowie den Wahrscheinlichkeitsvektor q^B der Eingänge von Fahrzeug B . Es werden somit zuerst die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(y^A = j | y^B = m, z^A = i, z^B = o)$ für alle Kombinationen der diskreten Zustände z^A, z^B und der Eingänge y^B offline bestimmt.

Dazu werden die Fahrzeuge A und B mit den Worst-Case-Beschleunigungen, die sich aus $y^A = j$ und $y^B = m$ ergeben, für den Zeitschritt $\Delta t = T$ der Markov-Ketten simuliert. Anschließend führt Fahrzeug B für $\Delta t = \delta$ eine Vollbremsung aus ($u = -1$) und Fahrzeug A fährt aufgrund der Reaktionszeit δ mit gleichbleibender Beschleunigung weiter. Danach führt auch Fahrzeug A eine Vollbremsung aus, bis es zum Stehen kommt. Ist Fahrzeug A immer hinter Fahrzeug B geblieben, so repräsentiert $y^A = j$ ein zulässiges Beschleunigungsintervall im Zeitintervall $[0, T]$ für $y^B = m, z^A = i, z^B = o$, da es garantiert kollisionsfrei ist. Die Worst-Case-Werte für die beschriebene Simulation werden dabei wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x^A(0) \\ v^A(0) \end{bmatrix} &= \max(X_i), \quad u^A = \max(U_j), & \begin{bmatrix} x^B(0) \\ v^B(0) \end{bmatrix} &= \min(X_o), \quad u^B = \min(U_m), \\ \text{for } z^A &= i, \quad z^B = o, \quad y^A = j, \quad y^B = m. \end{aligned}$$

Anhand der Zahl der kollisionsfreien diskreten Eingänge für eine gegebene Situation $y^B = m, z^A = i, z^B = o$ wird dann anhand einer Tabelle die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(y^A = j | y^B = m, z^A = i, z^B = o)$ festgelegt. Die generelle Struktur ist in Tab. 1 abgebildet. Dabei ist q_1^A das Intervall mit der größten Bremskraft, q_e^A das Intervall mit der größten Beschleunigung und die dazwischen liegenden Intervalle entsprechen ansteigenden Beschleunigungswerten. Die Werte

Tabelle 1: Wahrscheinlichkeitsbestimmung für Beschleunigungsintervalle.

Kollisionsfreie Beschleunigungsintervalle	q_1^A	q_2^A	...	q_e^A
e	$\neq 0$	$\neq 0$...	$\neq 0$
$e - 1$	$\neq 0$	$\neq 0$...	0
\vdots				
1	1	0	...	0
0	1	0	...	0

in dieser Tabelle können mittels Fahrversuchen oder Heuristiken bestimmt werden. Es sei hier erwähnt, dass sich Änderungen der Werte in der Tabelle nur auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung innerhalb der Erreichbarkeitsmenge auswirken, nicht aber auf die Größe der Erreichbarkeitsmenge selbst. Aus diesem Grund wird der Verifikationsgedanke aufrecht erhalten, auch wenn die Tabelle mit heuristisch gefundenen Werten belegt wird.

Die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(z_u^A = j | z_u^B = m, z^A = i, z^B = o)$ für alle Kombinationen von z_u^B, z^A, z^B werden in einer $j \times m$ Anordnung von $i \times o$ Matrizen hinterlegt und mit Ω_{io}^{jm} bezeichnet, den *Interaktionsmatrizen*. Man kann zeigen, dass sich mit den Interaktionsmatrizen aufbauend auf (2) die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Fahrzeug A bei Interaktion mit Fahrzeug B wie folgt berechnen lässt:

$$\begin{aligned}
 p^A((k+1)T) &= \sum_j \Phi^j(T) \text{diag}(M^j(kT)) p^A(kT) \\
 p^A([kT, (k+1)T]) &= \sum_j \Phi^j([0, T]) \text{diag}(M^j(kT)) p^A(kT) \\
 M^j(kT) &= \sum_m \Omega^{jm} p^{B,m}(kT).
 \end{aligned} \tag{3}$$

Dieser Ansatz lässt sich für mehrere Fahrzeuge auf einer Fahrspur erweitern, indem jedes Fahrzeug dem vorausfahrenden mit dem beschriebenen Ansatz folgt.

Die Betrachtung lässt sich auf Kreuzungsszenarien erweitern: Hierbei wird der Verkehr auf Pfaden mit Vorfahrt genauso wie der Verkehr auf einer Fahrspur behandelt (siehe oben). Auf denjenigen Pfaden, die keine Vorfahrt haben, wird ein stehendes virtuelles Fahrzeug vor der Kreuzung platziert. Die Wahrscheinlichkeit, dass das virtuelle Fahrzeug vor der Kreuzung steht, hängt davon ab, wie wahrscheinlich es ist, dass der vorrangige Verkehr kreuzt. Dadurch werden Fahrzeuge auf Fahrspuren, die keine Vorfahrt haben, mit hoher Wahrscheinlichkeit dazu gezwungen, vor der Kreuzung anzuhalten, falls viel Kreuzungsverkehr herrscht. Dabei wird die Interaktion mit dem virtuellen Fahrzeug genauso bestimmt, wie die Interaktion mit realen Fahrzeugen.

7 Anwendungsszenarien

Es werden zwei typische Verkehrsszenarien numerisch untersucht. Das erste Szenario zeigt ein Überholmanöver eines autonomen Fahrzeuges bei entgegenkommendem Verkehr, das aus [1] entnommen ist. Die stochastischen Erreichbarkeitsmengen zu unterschiedlichen Zeitintervallen sind in Abb. 9 dargestellt. Die Wahrscheinlichkeit eines Unfalls ist 0 für das Zeitintervall $t \in [0,3]$ sec und 0.01% für $t \in [3,4]$ sec. Die Besonderheit bei diesem Szenario ist, dass die unterlagerte Regelung des autonomen Fahrzeuges (zum Folgen der geplanten Trajektorie) in die Berechnung der Erreichbarkeitsmenge des autonomen Fahrzeuges miteinbezogen wurde. Daraus ergab sich eine Berechnungszeit von 2.7 sec für das autonome Fahrzeug und 0.5 sec für das andere Fahrzeug bei Berechnung mit Matlab auf einem Laptop mit Dual-Core-Prozessor (1.66MHz). Es hat sich allerdings gezeigt, dass durch die Regelung das autonome Fahrzeug beinahe keine Abweichung von der geplanten Trajektorie aufweist, so dass man näherungsweise mit einem exakten Abfahren der Trajektorie rechnen kann – dies reduziert die Rechenzeit für das betrachtete Szenario um 84%.

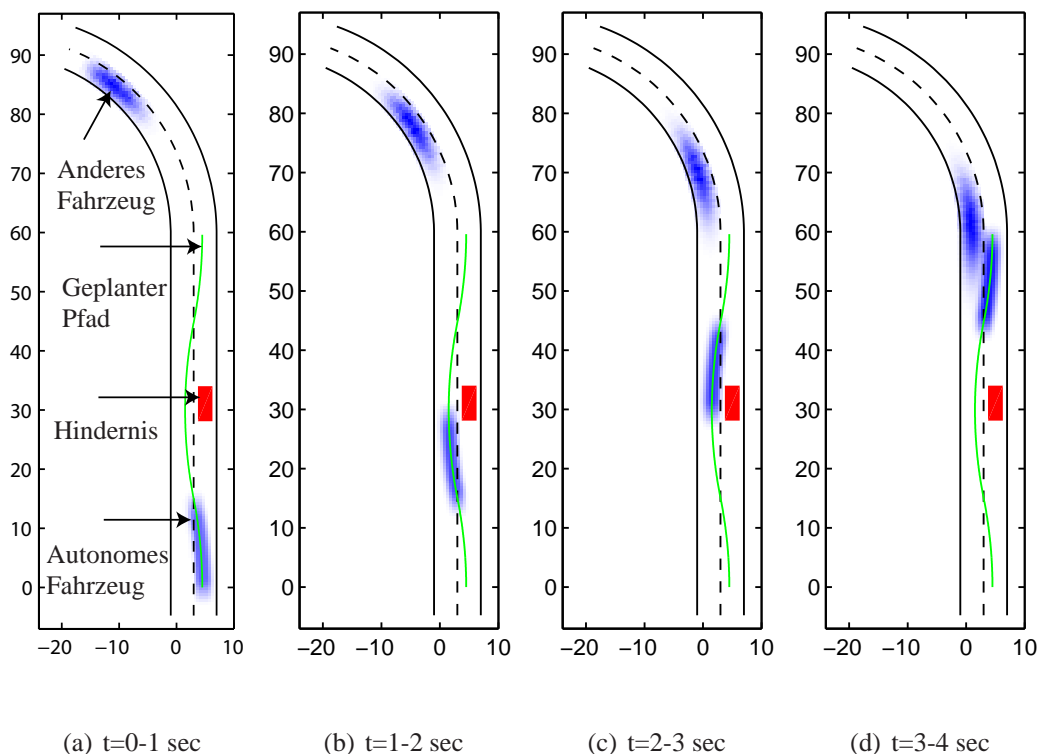


Abbildung 9: Stochastische Erreichbarkeitsmengen des Überholszenarios.

Im zweiten Beispiel sollen die Möglichkeiten demonstriert werden, die sich durch die Berücksichtigung von Interaktion ergeben. Dazu wird ein Kreuzungsszenario untersucht, in dem vier Fahrzeuge miteinander interagieren. In der Ausgangssituation befinden sich die Fahrzeuge *C* und *D* auf der Vorfahrtsstraße und die Fahrzeuge *A* und *B* müssen Vorfahrt gewähren, wie in

Abb. 10(a) dargestellt. In Abb. 10(b)-10(d) sind die stochastischen Erreichbarkeitsmengen zu ausgewählten Zeitpunkten dargestellt. Man kann erkennen, dass die Fahrzeuge *A* und *B* vor der Kreuzung abbremsen und sich die Erreichbarkeitsmengen der Fahrzeuge *C* und *D* vergrößern. Außerdem findet insbesondere bei den Fahrzeugen *A* und *B* eine Überschneidung der Erreichbarkeitsmengen statt. Die Rechenzeit für dieses Szenario betrug 1.1 sec in Matlab auf einem Single-Core-Desktop-Rechner (3700MHz) um 12.5 sec in die Zukunft zu rechnen. Trotz der größeren Anzahl an Fahrzeugen und der Berücksichtigung von Interaktion erfüllt die Rechenzeit also die Anforderungen für die Echtzeitfähigkeit der Überprüfung der Fahrstrategie. Es sei hierbei darauf hingewiesen, dass das Kreuzungsszenario ein Demonstrationsszenario ist, da einerseits das Verwenden eines Zeithorizonts von 12.5 sec in der Regel nicht erforderlich ist und andererseits kein autonomes Fahrzeug explizit im Szenario betrachtet wird.

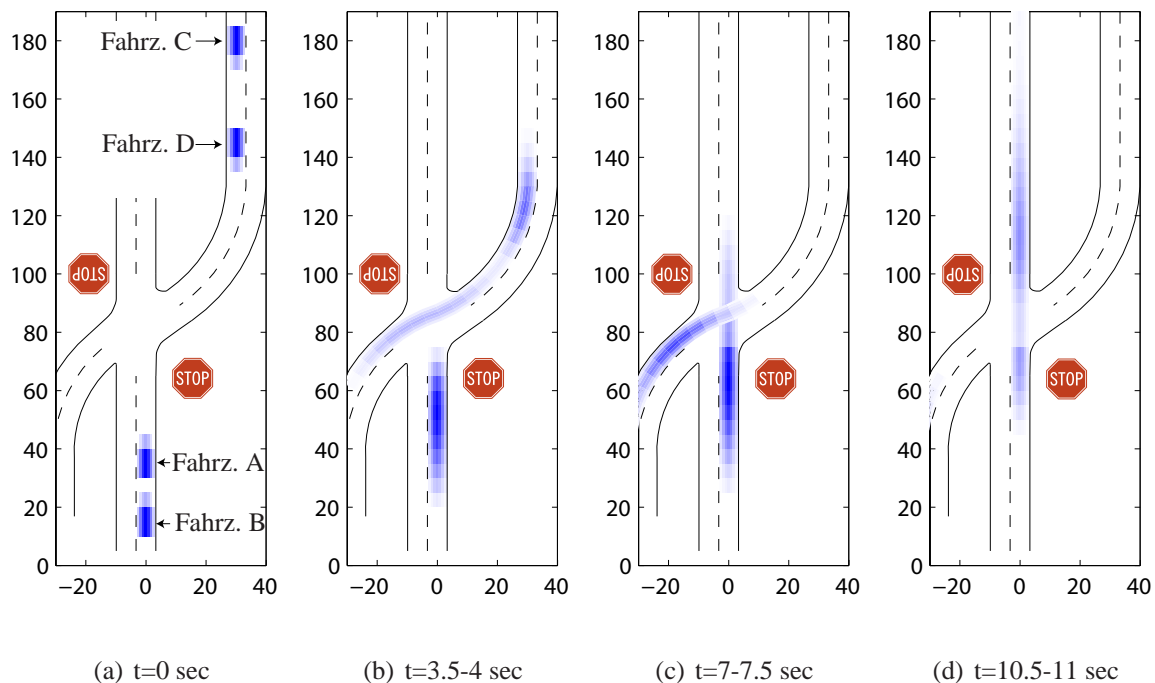


Abbildung 10: Stochastische Erreichbarkeitsmengen des Kreuzungsszenarios.

8 Schlussfolgerungen

Es wurde eine Methodik vorgestellt, die es erlaubt, für eine aus Messungen erfasste Verkehrssituation und eine modellbasierte und mit Unsicherheiten behaftete Darstellung von Verkehrsteilnehmern den weiteren Verlauf des Verkehrs konservativ zu präzisieren. Aufgrund der Unsicherheit über des Verhaltens anderer Verkehrsteilnehmer wird die Menge möglicher Abläufe mit Hilfe von Erreichbarkeitsmengen erfasst. Durch eine Vorausberechnung von Erreichbarkeitsmengen im diskretisierten Zustandsraum lässt sich das kontinuierliche Verhalten von Verkehrsteilnehmern auf Markov-Ketten abbilden. Diese ermöglichen nicht nur eine schnelle Be-

stimmung von Erreichbarkeitsmengen im Online-Betrieb sondern auch eine zusätzliche Wahrscheinlichkeitsverteilung der erreichbaren Zustände. Damit lassen sich Kollisionswahrscheinlichkeiten für geplante Trajektorien von autonomen Fahrzeugen angeben, so dass die Entscheidung über die Zulässigkeit der Trajektorie bzw. über die Notwendigkeit einer Neuplanung getroffen werden kann. Neben der Anwendung in kognitiven autonomen Fahrzeugen kann man die vorgestellte Methodik natürlich auch zum Absichern von Fahreingriffen in zukünftigen Fahrerassistenzsystemen verwenden.

Danksagung

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit im Rahmen des Sonderforschungsbereiches-Transregio 28 „Kognitive Automobile“.

Literatur

- [1] M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Online verification of cognitive car decisions. In *Proc. of the 2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 728–733, 2007.
- [2] M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Reachability analysis of linear systems with uncertain parameters and inputs. In *Proc. of the 46th Conference on Decision and Control*, 2007.
- [3] M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Safety assessment of autonomous cars using verification techniques. In *Proc. of the American Control Conference*, pages 4154–4159, 2007.
- [4] M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Verification of uncertain embedded systems by computing reachable sets based on zonotopes. In *Proc. of the 17th IFAC World Congress (accepted)*, 2008.
- [5] A. Broadhurst, S. Baker, and T. Kanade. Monte carlo road safety reasoning. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 319–324, 2005.
- [6] A.E. Broadhurst, S. Baker, and T. Kanade. A prediction and planning framework for road safety analysis, obstacle avoidance and driver information. In *Proc. of the 11th World Congress on Intelligent Transportation Systems*, October 2004.
- [7] S. Danielsson, L. Petersson, and A. Eidehall. Monte carlo based threat assessment: Analysis and improvements. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 233–238, 2007.

- [8] A. Eidehall and L. Petersson. Threat assessment for general road scenes using monte carlo sampling. In *Proc. of the Intelligent Transportation Systems Conference*, pages 1173–1178, 2006.
- [9] T. Henzinger. The theory of hybrid automata. volume 170 of *NATO ASI Series F: Computer and Systems Sciences*, pages 265–292. Springer, 2000.
- [10] J. Hu, M. Prandini, and S. Sastry. Aircraft conflict detection in presence of a spatially correlated wind field. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 6:326–340, 2005.
- [11] J. Lee and S. Song. Modeling urban transportation systems with hybrid systems: an overview. In *Proc. of the IEEE Intelligent Transportation Systems*, pages 1269–1272, 2003.
- [12] J. Lunze and B. Nixdorf. Representation of hybrid systems by means of stochastic automata. *Mathematical and Computer Modeling of Dynamical Systems*, 4:383–422, 2001.
- [13] W. Mäder and S. Resch. Aktive Sicherheit - Neue Trends der globalen Standardisierung. In *Fahrwerk.Tech*, 2003.
- [14] M. Prandini and J. Hu. A stochastic approximation method for reachability computations. Final Report of the HYBRIDGE Project, 2005.