



TUM School of Engineering and Design

Störgeräusche im Fahrzeuginnenraum
Analyse von Klappern und Knarzen mit Hilfe der
Methode der harmonischen Balance

Lukas Robin Tobias Utzig

Vollständiger Abdruck der von der TUM School of Engineering and Design der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. habil. Fabian Duddeck

Prüfer der Dissertation: Prof. Dr.-Ing. Steffen Marburg

Prof. Dr.-Ing. Kai Willner

Die Dissertation wurde am 16.03.2022 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die TUM School of Engineering and Design am 31.08.2022 angenommen.

Kurzfassung

Klapper- und Knarzgeräusche im Innenraum eines Fahrzeuges werden vom Kunden als störend wahrgenommen. Daher stellen die Fahrzeughersteller im Rahmen des Produktentwicklungsprozesses sicher, dass solche Geräusche nach der Auslieferung nicht auftreten. Neben Versuchen kommen zu diesem Zweck auch Simulationen zum Einsatz, welche kontinuierlich weiterentwickelt werden. Die Prognosegüte dieser Simulationen ist jedoch nicht ausreichend, um gänzlich auf teure Versuche zu verzichten.

Die vorliegende Arbeit leistet einen Beitrag zu einer verbesserten Vorhersage von Störgeräuschen im Fahrzeuginnenraum. Dazu kommt die Methode der harmonischen Balance unter Verwendung verschiedener Kontaktformulierungen zum Einsatz. Die Berücksichtigung des Kontakts zwischen benachbarten Bauteilen ermöglicht die physikalische Abbildung von Störgeräuschen und liefert einen Mehrwert im Vergleich zu Berechnungsmethoden auf Basis linearer Theorien. Das gewählte Vorgehen wird mit Hilfe von Prüfstandsversuchen validiert.

Abstract

Squeak and rattle in the interior of cars are perceived as annoying sounds by customers. Therefore, such noise must be avoided within the product development process. In addition to tests, computer simulations are used for this purpose. These techniques are continuously improved. However, the quality of these simulations is not sufficient to avoid expensive hardware tests completely.

The present work contributes to an improved prediction of squeak and rattle in the interior of cars. For this purpose, the harmonic balance method using different contact formulations is used. The consideration of contact between adjacent components captures the physical fundamentals of squeak and rattle. This is an advantage compared to simulation methods based on linear theories. The chosen approach is validated by measurements.

Danksagung

Die Anfertigung dieser Arbeit wäre ohne Hilfe nicht möglich gewesen. Daher bin ich zu tiefem Dank verpflichtet.

Ein großer Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr. Steffen Marburg. Insbesondere bin ich dir dankbar, dass du mir die Möglichkeit gegeben hast, eine Doktorarbeit in Kooperation mit der Industrie anzufertigen. Dennoch war es dir stets ein großes Anliegen, mich auch in die Aktivitäten des Lehrstuhls einzubinden, was ich sehr genossen habe.

Prof. Dr. Kai Willner danke ich für die Übernahme des Zweitgutachtens und Prof. Dr. Fabian Duddeck für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Die vorliegende Arbeit entstand nebenberuflich zu meiner Tätigkeit als Berechnungsingenieur bei der BMW Group. Ein besonderer Dank gilt meinen Kollegen der Gruppe „Simulation Interieur“. Insbesondere bei meinen Gruppenleitern während dieser Zeit Dr. Ralf Blumhardt und Dr. Dietmar Mass möchte ich mich für die tatkräftige Unterstützung meines Vorhabens bedanken. Ohne eure Hilfe wäre die Anfertigung dieser Arbeit in einem eher ungewöhnlichen Arbeitsmodell unmöglich gewesen.

Ein weiterer besonderer Dank gilt meinem Kollegen Dr. Konrad Weisheit, der mir ein wohl geordnetes Thema übergeben hat und stets als Gesprächspartner zur Verfügung stand. Nur durch dich war es möglich, auf diesem hohen Startpunkt mein Promotionsvorhaben zu beginnen. Deine fachliche Begleitung dieser Arbeit war goldwert. Meinem Kollegen Dr. Patrick Langer danke ich, dass er die Rolle des Mentors wahrgenommen hat und mir stets mit Rat und Tat zur Seite stand.

Darüber hinaus danke ich den bisher noch nicht erwähnten Koautoren der eingebundenen Veröffentlichungen Arno Fuchs, Dr. Kian Sepahvand und Dr. Marcus Mäder für ihre tatkräftige Hilfe. Den Mitarbeitern des Lehrstuhls für Akustik mobiler Systeme der TU München danke ich für die schöne gemeinsame Zeit.

Zu guter Letzt danke ich meiner Familie für die unermüdliche Hilfe während der Anfertigung dieser Arbeit und während meiner gesamten Ausbildung. Es lässt sich nicht in Worte fassen, was mir eure Unterstützung wert ist.

Eingebundene Veröffentlichungen

- [1] Utzig, L., Fuchs, A., Weisheit, K. und Marburg, S.: *Squeak Noise Prediction of a Door Trim Panel Using Harmonic Balance Method*. SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility, 3(2):1108–1118, 2021.

- [2] Utzig, L., Weisheit, K., Sepahvand, K. und Marburg, S.: *Innovative squeak noise prediction: An approach using the harmonic balance method and a variable normal contact force*. Journal of Sound and Vibration, 501:116077, 2021.

- [3] Utzig, L., Weisheit, K., Maeder, M. und Marburg, S.: *Quantitative prediction of rattle noise: An experimentally validated approach using the harmonic balance method*. Mechanical Systems and Signal Processing, 167:108592, 2022.

Tagungsberichte

- [4] Utzig, L., Fuchs, A., Weisheit, K. und Marburg, S.: *Prognose von Knarzgeräuschen am Beispiel einer Türverkleidung*. In: *DAGA 2021 - 47. Jahrestagung für Akustik*.
- [5] Utzig, L., Weisheit, K. und Marburg, S.: *Quantitative Prognose von Störgeräuschen im Fahrzeuginnenraum*. In: *DAGA 2022 - 48. Jahrestagung für Akustik*.

Abkürzungsverzeichnis

AFT	Alternating-Frequency-Time-Methode
CAD	computer-aided design
ERP	Equivalent Radiated Power
FDM	Methode der finiten Differenzen
FEM	Methode der finiten Elemente
HBM	Methode der harmonischen Balance
LPM	Lumped Parameter Model

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	ii
Abstract	iii
Danksagung	iv
Eingebundene Veröffentlichungen	v
Tagungsberichte	vi
Abkürzungsverzeichnis	vii
1 Einleitung	1
1.1 Stand der Technik	2
1.1.1 Entstehungsmechanismen von Störgeräuschen	2
1.1.2 Störgeräuschprognose	3
1.2 Wissenschaftlicher Beitrag der vorliegenden Arbeit	5
2 Methodisches Vorgehen	7
2.1 Die Methode der harmonischen Balance	7
2.1.1 Umformung der Bewegungsgleichung	7
2.1.2 Lösung der Bewegungsgleichung	11
2.1.3 Kontakt	12
2.1.4 Berechnung der Tangentenmatrix	17
2.2 Modellreduktion	20
2.3 Dämpfungsmodellierung	20
2.4 Abgestrahlte Schalleistung	21

3 Zusammenfassung der eingebundenen Veröffentlichungen	23
3.1 Veröffentlichung [1]	24
3.2 Veröffentlichung [2]	27
3.3 Veröffentlichung [3]	29
4 Diskussion der Ergebnisse	31
5 Zusammenfassung und Ausblick	35
Literaturverzeichnis	37
Appendix: Eingebundene Veröffentlichungen	

Kapitel 1

Einleitung

Die Produktqualität eines PKWs ist einer der entscheidenden Kaufgründe und steht bereits während der Entwicklung eines neuen Fahrzeuges im Fokus der Ingenieure. Für die vom Kunden wahrgenommene Qualität sind Geräusche von hoher Relevanz [6; 7]. Daher werden Betriebsgeräusche relevanter Komponenten gezielt ausgelegt. Bekannte Beispiele, welche vom Kunden als positiv wahrgenommen werden, sind der „Motorsound“ eines Sportwagens oder die auf das Fahrzeug passend abgestimmten Zuschlaggeräusche einer Fahrzeughür. Einige Geräusche rufen jedoch stets negative Assoziationen hervor und werden daher als Störgeräusche bezeichnet. Vertreter dieser Kategorie sind Klappern und Knarzen.

Sind solche Störgeräusche hörbar, führt dies häufig zu Reklamationen, welche für die Automobilhersteller mit hohen Kosten verbunden sind [8; 9]. In den letzten Jahrzehnten reduzierte sich das allgemeine Geräuschniveau im Fahrzeuginnenraum stetig, beispielsweise durch die Verringerung von Motor-, Wind- oder Antriebsgeräuschen [10; 11]. Die Elektromobilität verstärkte diese Entwicklung zusätzlich [12; 13], da mit dem Verbrennungsmotor eine maßgebliche Geräuschquelle entfällt. Störgeräusche, welche ihren Ursprung im Fahrzeuginnenraum selbst haben, sind vom Kunden besonders gut wahrnehmbar und müssen eliminiert werden, um eine angemessene Produktqualität zu erreichen [14; 15].

Die Störgeräuschfreiheit wird vom Fahrzeughersteller mit Hilfe verschiedener Verfahren nachgewiesen [15]. Dazu zählen Testfahrten über Schlechtwegstrecken (wie z.B. Rüttelstreifen [16]), Gesamtfahrzeugprüfstände oder auch Komponentenversuche. Diese Testverfahren erfordern jedoch teure Prototypenhardware, welche erst zu späten Phasen im Produktentwicklungszyklus zur Verfügung steht [13; 17]. Wird im Rahmen der entsprechenden Versuche ein Störgeräuschproblem identifiziert, sind Änderungen an den zugehörigen Bauteilen nicht kostenneutral möglich. In frühen Entwicklungsphasen sind Hardwareänderungen dagegen mit geringeren Kosten verbunden,

weshalb eine Störgeräuschprognose auf Basis von Simulationsmodellen ohne Hardware erstrebenswert ist [10; 17].

Die vorliegende Arbeit leistet einen Beitrag zur Verbesserung der Prognosegüte von Störgeräuschen mit Hilfe von Simulationsmodellen auf Basis der Methode der harmonischen Balance (HBM). Dazu wird der für die Entstehung von Störgeräuschen notwendige Kontakt zwischen benachbarten Bauteilen in verschiedenen Genauigkeitsstufen abgebildet. Die Simulationsergebnisse werden mit Hilfe von Messungen an Prüfständen validiert. Zu diesem Zweck werden die im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Veröffentlichungen [1–5] zusammengefasst und diskutiert. Dementsprechend sind die vorliegenden Inhalte dieses Dokuments ähnlich jenen der Veröffentlichungen [1–5].

1.1 Stand der Technik

1.1.1 Entstehungsmechanismen von Störgeräuschen

Grundsätzlich werden alle Geräusche als Störgeräusche bezeichnet, welche Kunden als unangenehm, lästig, störend oder nicht passend empfinden [18]. Neben Kontaktstellengeräuschen trifft unter bestimmten Voraussetzungen diese Definition auch auf eine Reihe anderer Nebengeräusche wie Betätigungsgeräusche oder mechatronische Geräusche elektrischer Bauteile zu [11].

Im Rahmen dieser Arbeit liegt der Fokus auf Kontaktstellengeräusche, welche sich nach ihrem Entstehungsmechanismus vereinfacht in zwei Kategorien einteilen: Aneinanderschlagen und Ruckgleiten [11; 14]. Beide Geräusche entstehen durch eine Relativverschiebung innerhalb eines Kontaktpaares. Diese tritt in den hier berücksichtigten Fällen nur auf, wenn eine externe Anregung erfolgt. Ein Beispiel ist die Fahrt über eine Schlechtwegstrecke, welche die Karosserie in Schwingung versetzt. Diese Schwingung pflanzt sich dann bis in den Fahrzeuginnenraum fort [11] und regt die zugehörigen Bauteile inklusive der Kontaktstelle an. Aber auch der Kunde selbst kann Bauteile anregen und Störgeräusche erzeugen, wie durch das direkte Andrücken oder Anfassen von Innenraumkomponenten. Folglich waren beispielsweise das Armaturenbrett [17; 19–21], die Türverkleidungen [17; 22; 23] und die Fahrzeugsitze [24–26] Gegenstand von Detailuntersuchungen bezüglich Störgeräuschen. Diese Komponenten tragen nach Nolan et al. [9] hauptsächlich zu Störgeräuschproblemen im Innenraum bei.

Das Geräusch Klappern ist der Hauptvertreter der Kategorie „Aneinanderschlagen“ und wird im Folgenden nach Weisheit [13] als Synonym für diese verwendet. Beim Klappern öffnet und schließt sich ein Kontakt zwischen zwei benachbarten Bauteilflächen wiederholt. Die Folge ist ein kontinuierlich auftretendes Aufprallgeräusch. Im Kontaktbereich entsteht hierbei eine Relativverschiebung

normal zur Kontaktoberfläche. Initial haben die beiden beteiligten Kontaktflächen in der Regel einen Abstand zueinander. Dieser Spalt ist für Bauteile mit Klapperproblemen häufig nicht ausreichend groß dimensioniert und wird unter externer, dynamischer Anregung temporär geschlossen. Klappern tritt jedoch auch auf, wenn sich zwei Bauteile bereits initial in Kontakt befinden. Die externe Anregung führt in diesem Fall zu einem dynamischen Öffnen und beide Kontaktflächen werden wiederholt separiert. Dies tritt beispielsweise auf, wenn die beteiligten Flächen ohne ausreichende Vorspannung initial aneinander anliegen.

Das Geräusch Knarzen ist der Hauptvertreter der Kategorie „Ruckgleiten“ und wird analog zum Klappern als Synonym für diese Kategorie verwendet. Die Relativverschiebungen treten jedoch nicht normal in Richtung der Kontaktflächen auf, sondern tangential. Dabei entsteht Reibung im Kontakt, welcher zu wiederholten Haft- und Gleitphasen führt (englisch stick-slip phenomenon). Beim Losbrechen nach einer Haftphase wird sprunghaft Energie freigesetzt, wodurch ein Geräusch entsteht [15]. Eine notwendige Bedingung fürs Knarzen ist daher, dass beide Bauteile auch normal in Kontakt zueinanderstehen, da ohne Normalkraft auch keine Reibkraft entsteht. Sobald ein Spalt zwischen zwei Bauteilen existiert, tritt kein Knarzen auf. Darüber hinaus führt nicht jede relative Tangentialverschiebung zum Stick-Slip-Effekt und damit zu einem Knarzen [15]. Viele Faktoren beeinflussen das Auftreten von Haft- und Gleitphasen wie beispielsweise die Relativgeschwindigkeit, die Reibeigenschaften der Kontaktpaare, die Oberflächengüte, die Temperatur oder auch die bereits angesprochene Normalkraft im Kontaktbereich [10; 15; 27–32].

Es treten auch Mischformen von Klappern und Knarzen auf. Außerdem gibt es noch weitere Kontaktstellengeräusche wie z.B. das Lösen von Klebeverbindungen. Beides wird im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht betrachtet.

1.1.2 Störgeräuschprognose

Wie bereits dargestellt, ist eine Prognose von Störgeräuschen ohne Komponenten- oder Gesamtfahrzeugversuche erstrebenswert, um die Entwicklungskosten zu senken. Ein erster Ansatz, das Störgeräuschrisiko eines Bauteils zu reduzieren, ist die Vermeidung von Kontakt- und Engstellen. Solche Stellen lassen sich durch einen erfahrenen Konstrukteur bereits mit Hilfe von CAD-Modellen (englisch computer-aided design) virtuell identifizieren. Häufig gelingt es jedoch nicht, potenzielle Problemstellen gänzlich zu vermeiden, weil beispielsweise der zur Verfügung stehende Bauraum nicht ausreichend groß ist oder störgeräuschgünstige, große Abstände von Flächen nicht den ästhetischen Ansprüchen der Kunden genügen.

Daher wurden Ansätze auf Basis von strukturmechanischen Simulationsmodellen entwickelt, wel-

che sich primär in zwei Kategorien einteilen lassen: Verfahren auf Basis linearer Theorien ohne Abbildung der Kontaktstellen und Verfahren auf Basis nichtlinearer Theorien inklusive der Abbildung des Bauteilkontakts.

Verfahren auf Basis linearer Theorien

Zur Prognose von Störgeräuschen wurden in der Vergangenheit Berechnungsverfahren auf Basis linearer Theorien entwickelt und eingesetzt [17; 19–21; 23; 25; 33; 34]. Dabei werden in der Regel zunächst durch eine Modalanalyse die Eigenfrequenzen und Eigenformen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) des Systems bestimmt. Anschließend wird die Systemantwort bei externer Anregung im Zeit- oder Frequenzbereich berechnet. Im Nachgang werden Relativverschiebungen zwischen benachbarten Bauteilen ausgewertet. Diese Methoden sind Bestandteil kommerzieller Softwarepakete [35–38]. Daher ist die genaue Implementierung für den Benutzer nicht einsehbar.

Berechnungsverfahren auf Basis linearer Theorien sind im Entwicklungsprozess von Automobilen etabliert und bei vielen Fahrzeug- und Komponentenherstellern im Einsatz. Alle Verfahren haben jedoch eine Gemeinsamkeit: Der Kontakt zwischen Bauteilen wird grundsätzlich vernachlässigt, da dieser nur mit nichtlinearen Verfahren physikalisch abzubilden ist. Daher ist die berechnete Systemantwort eine starke Vereinfachung der Wirklichkeit und es lassen sich keine Absolutaussagen treffen. Dies hat wiederum zur Folge, dass die Hörbarkeit von Störgeräuschen nicht bewertbar ist, sondern nur ein Störgeräuschkrisiko für jede potenzielle Kontaktstelle ausgegeben wird.

Verfahren auf Basis nichtlinearer Theorien

Verfahren auf Basis nichtlinearer Theorien versuchen die Nachteile der linearen Verfahren zu umgehen, indem sie die Kontaktstellen abbilden. Für Klappern berücksichtigen beispielsweise Her et al. [39] oder Fegelman et al. [40] den Normalkontakt zwischen zwei Bauteilen und waren somit in der Lage, wiederholte Anschlagvorgänge physikalisch abzubilden und Klappergeräusche zu quantifizieren.

Wie bereits in Abschnitt 1.1.1 beschrieben, ist der Stick-Slip-Effekt das zugrunde liegende physikalische Phänomen von Knarzgeräuschen. Diverse Autoren zeigten bereits, dass dieser mit Hilfe der HBM grundsätzlich abbildbar ist [41–44]. Weisheit et al. [13; 45–47] demonstrierten hingegen konkret, dass die HBM zur Prognose von Knarzgeräuschen verwendbar ist. Durch die physikalische Abbildung der Kontaktstelle ließ sich zudem die abgestrahlte Schalleistung berechnen und somit eine Quantifizierung durchführen.

Die HBM ist grundsätzlich auch in der Lage, wiederholte Anschlagvorgänge zu beschreiben [48]. Diese sind, wie bereits in Abschnitt 1.1.1 beschrieben, die Grundlage von Klappergeräuschen. Zur Prognose von Getriebeklappern verwenden beispielsweise Comparin et al. [49], Kahraman et al. [50] oder Yang et al. [51] die HBM.

1.2 Wissenschaftlicher Beitrag der vorliegenden Arbeit

Die vorliegende wissenschaftliche Arbeit leistet einen Beitrag zur verbesserten Störgeräuschprognose von Fahrzeugkomponenten mit Hilfe der HBM und beantwortet unter anderem folgende Forschungsfragen:

- Ist die Methode der harmonischen Balance geeignet, knarrende Fahrzeugkomponenten zu beschreiben und lassen sich für ein reales Bauteil knarrende Konfigurationen von nicht knarrenden Konfigurationen unterscheiden (siehe eingebundene Veröffentlichung [1])?
- Lässt sich die Prognosegüte für Knarzgeräusche durch eine detailliertere Kontaktmodellierung erhöhen (siehe eingebundene Veröffentlichung [2])?
- Ist die Methode der harmonischen Balance in der Lage Klappergeräuschen zu beschreiben und lassen sich klappernde Konfigurationen von nicht klappernden Konfigurationen unterscheiden (siehe eingebundene Veröffentlichung [3])?

Veröffentlichung [1]:

Um die Eignung der HBM zur Prognose von Knarzgeräuschen am Beispiel einer realen Fahrzeugkomponente zu bestätigen, wurden im Rahmen der eingebundenen Veröffentlichung [1] vibroakustische Messungen an einer knarrenden Türverkleidung durchgeführt. Dazu wurde diese mit Hilfe eines Shakers harmonisch angeregt. Außerdem wurde ein 3d finite Elemente Modell der Türverkleidung erstellt, auf welches die HBM angewendet wurde. Die gemessenen und berechneten Systemantworten wurden verglichen, um zu beurteilen, ob die HBM grundsätzlich geeignet ist, Knarzphänomene an Fahrzeugkomponenten zu beschreiben. Zusätzlich wurde untersucht, ob es möglich ist, knarrende, von nicht knarrenden Konfigurationen auf Basis der Systemantworten zu unterscheiden und untersucht, welche Folgen dies auf die abgestrahlte Schallleistung hat.

Veröffentlichung [2]:

Bei der physikalischen Abbildung von Störgeräuschen hat die Kontaktmodellierung einen großen Einfluss auf die Simulationsergebnisse. Die eingebundene Veröffentlichung [2] untersucht, in welcher Weise eine variable Normalkraft die nichtlineare Systemantwort besser vorhersagt und somit eine höhere Prognosegüte von Knarzgeräuschen erzielt wird. Dazu wurden Simulationen mit Hilfe der HBM unter Verwendung von zwei unterschiedlichen Kontaktformulierungen durchgeführt: Eine konstante und eine variable Normalkraft im Kontaktbereich. Messungen an einem Knarzprüfstand validieren die Simulationsergebnisse.

Veröffentlichung [3]:

Während die eingebundenen Veröffentlichungen [1] und [2] ausschließlich Knarzgeräusche untersuchen, fokussiert sich Veröffentlichung [3] auf die Prognose von Klappergeräuschen. Im Vergleich zum Knarzen tritt beim Klappern wiederholt eine Separation im Kontakt auf. Es wurde ein Prüfstand entwickelt, welcher in der Lage ist, reproduzierbar Klappergeräusche zu erzeugen. Anschließend wurde die Systemantwort des Prüfstands für klappernde und nicht klappernde Konfigurationen gemessen. Mit Hilfe von Simulationen auf Basis der HBM wurde zudem die Systemantwort berechnet und validiert.

Kapitel 2

Methodisches Vorgehen

2.1 Die Methode der harmonischen Balance

Die eingebundenen Veröffentlichungen [1], [2] und [3] verwenden die HBM zur Prognose von Störgeräuschen unter Berücksichtigung verschiedener Kontaktformulierungen. Die im Rahmen dieser Arbeiten gewählte Umsetzung der HBM wird im Folgenden detailliert erklärt. Einen guten Überblick und eine Einführung in die HBM liefern zudem [52] und [53].

2.1.1 Umformung der Bewegungsgleichung

Die HBM löst die Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}_e(t) + \mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) \quad (2.1)$$

im Frequenzbereich.

Die linke Gleichungsseite der Bewegungsgleichung (2.1) enthält die Massenmatrix \mathbf{M} , die Dämpfungsmatrix \mathbf{D} und die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} , sowie die Verschiebungen \mathbf{u} und deren Ableitungen nach der Zeit $\dot{\mathbf{u}}$ und $\ddot{\mathbf{u}}$. Die rechte Gleichungsseite enthält die Kräfte. Diese werden aufgeteilt in eine externe Anregungskraft \mathbf{f}_e und eine interne, nichtlineare Kraftkomponente \mathbf{f}_{nl} , welche ihren Ursprung im Kontakt hat.

In der Bewegungsgleichung (2.1) sind die Verschiebungen \mathbf{u} und Kräfte \mathbf{f} grundsätzlich abhängig von der Zeit t . Zur Anwendung der HBM wird die Annahme getroffen, dass die Anregungskräfte

periodisch sind und sich in einer Fourierreihe der Form

$$\mathbf{f}_e(t) = \frac{\mathbf{f}_{e,0,c}}{2} + \sum_{k=1}^h [\mathbf{f}_{e,k,s} \sin(k\omega t) + \mathbf{f}_{e,k,c} \cos(k\omega t)] \quad (2.2)$$

entwickeln lassen. Hierbei repräsentiert ω die Grundfrequenz, h die Anzahl der Harmonischen und $\mathbf{f}_{e,k,s}$ und $\mathbf{f}_{e,k,c}$ die Fourierkoeffizienten für Sinus und Kosinus für die Harmonische k .

Außerdem wird angenommen, dass die zu errechnenden Verschiebungen \mathbf{u} und die nichtlinearen Kräfte $\mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t)$ ebenfalls periodisch sind und damit als Fourierreihen darstellbar sind:

$$\mathbf{u}(t) = \frac{\mathbf{u}_{0,c}}{2} + \sum_{k=1}^h [\mathbf{u}_{k,s} \sin(k\omega t) + \mathbf{u}_{k,c} \cos(k\omega t)], \quad (2.3)$$

$$\mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) = \frac{\mathbf{f}_{nl,0,c}}{2} + \sum_{k=1}^h [\mathbf{f}_{nl,k,s} \sin(k\omega t) + \mathbf{f}_{nl,k,c} \cos(k\omega t)]. \quad (2.4)$$

Durch dieses Vorgehen erzwingt die HBM eine stationäre, periodische Lösung im eingeschwungenen Zustand. Dabei wird stets dieselbe Grundfrequenz ω in den Fourierreihen (2.2) - (2.4) verwendet.

Die Fourierreihe der Verschiebungen \mathbf{u} aus Gleichung (2.3) lässt sich nach der Zeit ableiten. Somit erhält man die Fourierreihe für die Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{u}}$ und die Beschleunigungen $\ddot{\mathbf{u}}$:

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \sum_{k=1}^h [k\omega \mathbf{u}_{k,s} \cos(k\omega t) - k\omega \mathbf{u}_{k,c} \sin(k\omega t)], \quad (2.5)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) = \sum_{k=1}^h [-k^2 \omega^2 \mathbf{u}_{k,s} \sin(k\omega t) - k^2 \omega^2 \mathbf{u}_{k,c} \cos(k\omega t)]. \quad (2.6)$$

Setzt man die Fourierreihen (2.2) bis (2.6) in die Bewegungsgleichung (2.1) ein, so wird das Ergebnis nach seinem Sinusanteil

$$\sum_{k=1}^h \left[\underbrace{(\mathbf{K} - k^2 \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{u}_{k,s} - k\omega \mathbf{D} \mathbf{u}_{k,c} - \mathbf{f}_{nl,k,s} - \mathbf{f}_{e,k,s}}_{=0} \right] \sin(k\omega t) = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

und seinem Kosinusanteil

$$\sum_{k=0}^h \left[\underbrace{(\mathbf{K} - k^2 \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{u}_{k,c} + k\omega \mathbf{D} \mathbf{u}_{k,s} - \mathbf{f}_{nl,k,c} - \mathbf{f}_{e,k,c}}_{=0} \right] \cos(k\omega t) = \mathbf{0}. \quad (2.8)$$

sortiert und aufgeteilt.

Die Gleichungen (2.7) und (2.8) sind allgemein erfüllt, wenn die in den eckigen Klammern dargestellten Vorfaktoren gleich Null sind. Dabei wird berücksichtigt, dass dies für jedes k erfüllt sein muss. Die statische Lösung lässt sich durch Gleichung (2.8) für den Fall $k = 0$ berücksichtigen.

Außerdem lassen sich die zu Null gesetzten Vorfaktoren aus den Gleichungen (2.7) und (2.8) als neues Gleichungssystem interpretieren. Dieses lässt sich übersichtlich darstellen, indem man die Fourierkoeffizienten für die Verschiebungen \mathbf{u} , die Anregungskräfte \mathbf{f}_e und die nichtlineare Kräfte \mathbf{f}_{nl} in Vektoren anordnet:

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\mathbf{u}_{0,c}^T \ \mathbf{u}_{1,s}^T \ \mathbf{u}_{1,c}^T \ \dots \ \mathbf{u}_{h,s}^T \ \mathbf{u}_{h,c}^T]^T, \quad (2.9)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}_e = [\mathbf{f}_{e,0,c}^T \ \mathbf{f}_{e,1,s}^T \ \mathbf{f}_{e,1,c}^T \ \dots \ \mathbf{f}_{e,h,s}^T \ \mathbf{f}_{e,h,c}^T]^T, \quad (2.10)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}_{nl} = [\mathbf{f}_{nl,0,c}^T \ \mathbf{f}_{nl,1,s}^T \ \mathbf{f}_{nl,1,c}^T \ \dots \ \mathbf{f}_{nl,h,s}^T \ \mathbf{f}_{nl,h,c}^T]^T. \quad (2.11)$$

Das zu lösende Gleichungssystem lässt sich schließlich durch eine Umsortierung im Frequenzbereich wie folgt darstellen:

$$[\tilde{\mathbf{M}}(\omega) + \tilde{\mathbf{D}}(\omega) + \tilde{\mathbf{K}}(\omega)]\tilde{\mathbf{u}} \stackrel{!}{=} \mathbf{S}(\omega)\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{f}}_e + \tilde{\mathbf{f}}_{nl}(\tilde{\mathbf{u}}). \quad (2.12)$$

Die Summe aus der dynamischen Massenmatrix $\tilde{\mathbf{M}}(\omega)$, der dynamischen Dämpfungsmatrix $\tilde{\mathbf{D}}(\omega)$ und der dynamischen Steifigkeitsmatrix $\tilde{\mathbf{K}}(\omega)$ wird definiert als die dynamische Systemmatrix $\tilde{\mathbf{S}}(\omega)$, wobei die einzelnen Teilmatrizen wie folgt aufgebaut sind:

$$\tilde{\mathbf{M}}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -1^2\omega^2\mathbf{M} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -1^2\omega^2\mathbf{M} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & -h^2\omega^2\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & -h^2\omega^2\mathbf{M} \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

$$\tilde{\mathbf{D}}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -1\omega\mathbf{D} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1\omega\mathbf{D} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & -h\omega\mathbf{D} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & h\omega\mathbf{D} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{K} \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Mit Hilfe der HBM lassen sich grundsätzlich auch Nichtlinearitäten erfassen. Eine zufriedenstellende Prognosegüte ist dann oft nur erreichbar, wenn höhere Harmonische verwendet werden. In der Literatur wird dies häufig im Namen berücksichtigt und daher auch von der Multi-Harmonische-Balance-Methode [44; 52; 54] gesprochen. Im Rahmen dieser Arbeit kommt der Begriff HBM unabhängig von der Anzahl der Harmonischen zum Einsatz. Höhere Harmonische sind beispielsweise nötig, falls Kontakt oder nichtlineare Federkräfte mit einer hohen Prognosegüte berücksichtigt werden sollen. Periodische Kontaktvorgänge finden zum Beispiel an Turbinenschaufeln in Flugzeugtriebwerken statt. Daher wurde die HBM in diesem Kontext maßgeblich eingesetzt und weiterentwickelt [42; 55–60]. Aber auch in Strukturen mit Fügstellen wurde mit Hilfe der HBM das Übertragungsverhalten unter Berücksichtigung von Kontakt analysiert [44; 52; 61; 62]. Ein bekanntes Beispiel für kubische und damit nichtlineare Federkräfte ist der Duffing-Oszillator [63; 64], für welchen ebenfalls die HBM zur Berechnung der Systemantwort verwendet wird [52; 53; 65].

2.1.2 Lösung der Bewegungsgleichung

Alternating-Frequency-Time-Methode

Die HBM verwendet zur Lösung der Bewegungsgleichung (2.1) die Systemgleichung im Frequenzbereich (2.12). Cameron und Griffin [66] haben zu deren Lösung die Alternating-Frequency-Time-Methode (AFT) vorgeschlagen, welche auch bereits zur Störgeräuschprognose eingesetzt wurde [13; 45–47]. Die eingebundenen Veröffentlichungen [1–3] dieser Arbeit verwenden ebenfalls die AFT.

Wie im Namen bereits angedeutet, wechselt die AFT zwischen dem Frequenzbereich und dem Zeitbereich hin und her. Das Vorgehen ist in Abbildung 1 veranschaulicht.

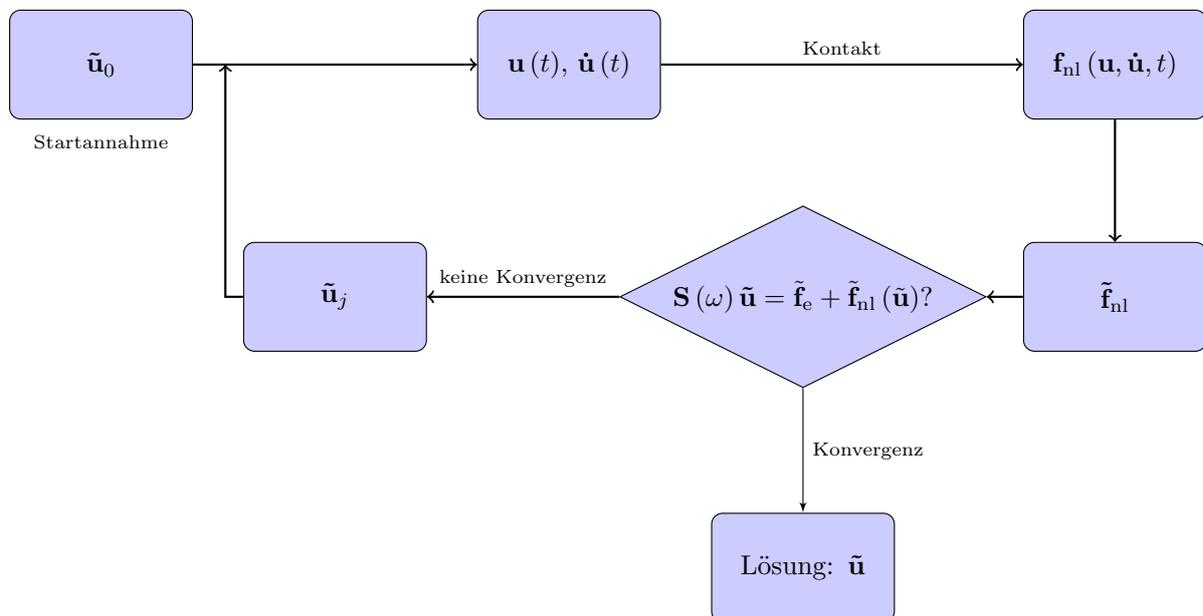


Abbildung 1: Veranschaulichung der Alternating-Frequency-Time-Methode.

Der Startpunkt ist eine Annahme für die Fourierkoeffizienten der Verschiebungen $\tilde{\mathbf{u}}_0$. Diese Annahme ist beispielsweise die Lösung des linearen Gleichungssystems ohne Berücksichtigung des Kontakts oder aber die Lösung des linearen Gleichungssystems für permanentes Haften. Anschließend werden die angenommenen Fourierkoeffizienten verwendet, um mit Hilfe von Gleichung 2.3 die Verschiebungen in den Zeitbereich zu transformieren. In diesem wird dann der Kontakt ausgewertet und die zugehörigen Kontaktkräfte $\mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t)$ berechnet, aus welchen sich die Fourierkoeffizienten der nichtlinearen Kräfte $\tilde{\mathbf{f}}_{nl}$ bestimmen lassen.

Anschließend erfolgt die Überprüfung von Gleichung (2.12) auf Konvergenz. Die Annahme für

die Fourierkoeffizienten führt in der Regel nicht nach dem ersten Durchlauf zu einer konvergierten Lösung. Daher wird Gleichung (2.12) unter Verwendung eines Trust-Region-Verfahrens oder des Newton-Raphson-Verfahrens iterativ gelöst, wobei für jede Iteration j eine neue Näherungslösung für die Fourierkoeffizienten der Verschiebungen $\tilde{\mathbf{u}}_j$ bestimmt wird. Die eingebundenen Veröffentlichungen [1–3] verwenden dazu das innerhalb der Matlab `fsolve`-Routine implementierte Trust-Region-Dogleg-Verfahren [67]. Die benötigte Tangentenmatrix nähert man beispielsweise mit Hilfe der Finite-Differenzen-Methode (FDM) an [43; 66].

Berechnung der Fourierkoeffizienten

Innerhalb der AFT wird die Lösung der nichtlinearen Kräfte $\mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t)$ zurück in den Frequenzbereich transformiert. Dazu benötigt man die Fourierkoeffizienten, welche sich durch Integration berechnen lassen:

$$\mathbf{f}_{nl,0,c} = \frac{2}{T} \int_0^T \mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) dt, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{f}_{nl,k,s} = \frac{2}{T} \int_0^T \mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) \sin(k\omega t) dt, \quad k = 1, 2 \dots h, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{f}_{nl,k,c} = \frac{2}{T} \int_0^T \mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) \cos(k\omega t) dt, \quad k = 1, 2 \dots h. \quad (2.18)$$

Der aus diesen Fourierkoeffizienten aufgebaute Vektor $\tilde{\mathbf{f}}_{nl}$ nach Gleichung (2.11) wird anschließend verwendet um die Systemgleichung im Frequenzbereich (2.12) auf Konvergenz zu überprüfen.

2.1.3 Kontakt

Im Rahmen der eingebundenen Veröffentlichungen [1–3] wird die HBM zur Prognose von Störgeräuschen eingesetzt. Wie bereits in Abschnitt 1.1.1 dargestellt, haben diese ihren Ursprung im Kontakt schwingender, benachbarter Bauteile. Daher ist es essenziell, diesen auch im Simulationsmodell abzubilden, um eine quantitative Analyse von Störgeräuschen zu ermöglichen.

Wie bereits in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, lässt sich dazu die AFT verwenden. Der Kontakt wird folglich im Zeitbereich ausgewertet und die Zeit t diskretisiert. Dazu unterteilt man eine Periode T in N Stützstellen, welche sequenziell mit Hilfe des Laufindex l durchlaufen werden:

$$t = l \frac{T}{N}. \quad (2.19)$$

Jede der eingebundenen Veröffentlichungen verwendet ein oder mehrere Knoten-zu-Knoten Kontaktelemente, welche in den Abbildungen 2-4 dargestellt sind. Da man von kleinen Relativverschiebungen ausgeht und in allen eingebundenen Veröffentlichungen die Kontaktflächen als eben angenommen werden, sind die globalen Koordinaten als lokale Kontaktkoordinaten interpretierbar. Daher repräsentiert x stets die Normalenrichtung und y und z stets die Tangentialrichtungen.

Abbildung 2 zeigt das in der eingebundenen Veröffentlichung [1] verwendete Kontaktelement, welches auch bereits in der Literatur verwendet wurde [13; 45; 47]. Es beinhaltet eine konstante Normalkraft $f_{nl,n}$ und ist daher lediglich in der Lage, stets geschlossene Kontakte zu approximieren. Daher eignet es sich ausschließlich zur Knarzgeräuschprognose. Die beiden Kontaktknoten A und B sind nicht am selben Ort dargestellt, um die Funktion des Kontaktelements besser zu visualisieren. Es bietet sich jedoch an, für A und B dieselben Koordinaten zu wählen, was bei der Vernetzung berücksichtigt werden muss. In z -Richtung ist ein Federelement mit einer Steifigkeit c_t in Reihe mit einem Reibelement geschaltet. Die y -Richtung wird als reibungsfrei angenommen.

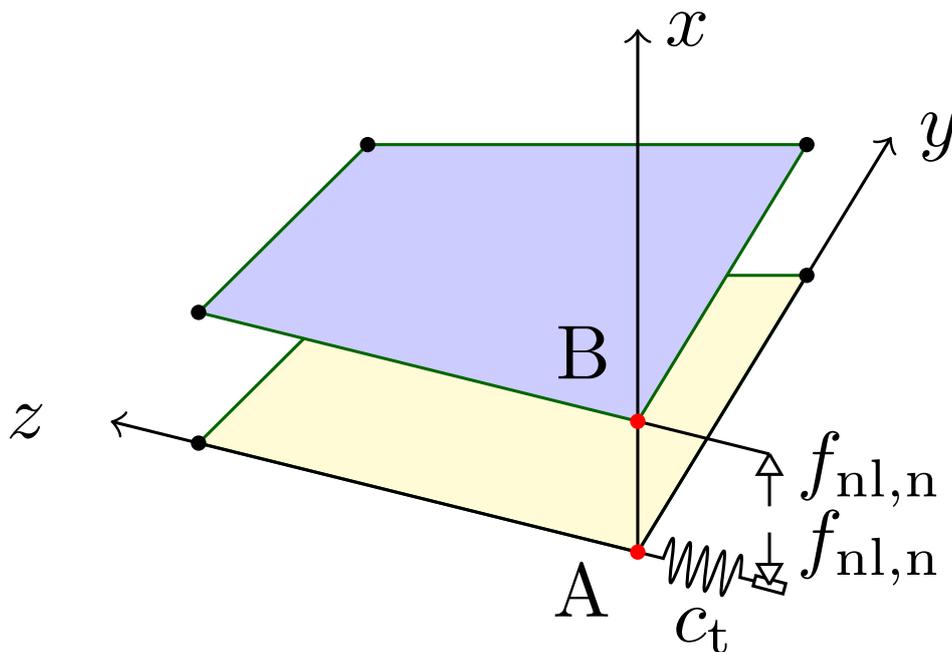


Abbildung 2: In Veröffentlichung [1] verwendetes Knoten-zu-Knoten Kontaktelement mit einer konstanten Normalkraft und einer Tangentialkraft in z -Richtung.

Abbildung 3 zeigt das in der eingebundenen Veröffentlichung [2] verwendete Kontaktelement, welches eine Abwandlung des von Suess verwendeten Kontaktelements [44; 52] ist. Im Gegensatz zu [44; 52] wird jedoch, analog zu Abbildung 2, die y -Richtung als reibungsfrei angenommen.

Im Vergleich zum Kontaktelement aus Abbildung 2 ist in Normalenrichtung ein Federelement mit der Steifigkeit c_n geschaltet. Dieses Federelement berücksichtigt eine Separation in Normalenrichtung. Daher eignet sich diese Kontaktformulierung nicht nur zur Prognose von Knarzgeräuschen, sondern grundsätzlich auch zur Prognose von Klappergeräuschen. Die weiteren Bestandteile des Kontaktelements aus Abbildung 3 sind analog zum Kontaktelement aus Abbildung 2 aufgebaut.

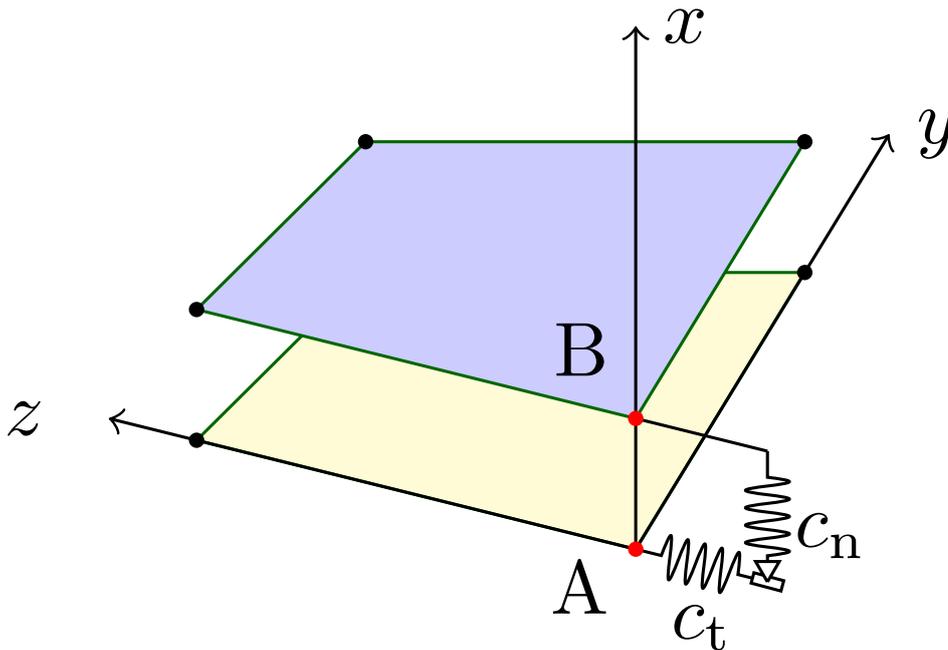


Abbildung 3: In Veröffentlichung [2] verwendetes Knoten-zu-Knoten Kontaktelement mit einer variablen Normalkraft und einer Tangentialkraft in z -Richtung.

Abbildung 4 zeigt das in der eingebundenen Veröffentlichung [3] verwendete Kontaktelement. Dieses repräsentiert einen Spezialfall des in Abbildung 3 zu sehenden Kontaktelements für reibungsfreie Kontakte in Tangentialrichtung. Aus diesem Grund ist das Federelement in z -Richtung verzichtbar. Da keine Reibung berücksichtigt wird, tritt beim Einsatz dieses Kontaktelements auch kein Stick-Slip-Effekt auf, weshalb sich das Element aus Abbildung 4 ausschließlich zur Prognose von Klappergeräuschen eignet.

Im Folgenden wird die Berechnung der Kontaktkräfte für die einzelnen Kontaktelemente in Normalen- und Tangentialrichtung dargestellt. Dabei werden die Gleichungen jeweils für ein einzelnes Kontaktelement aufgezeigt und daher auf eine Darstellung der Kontaktkräfte als Vektoren verzichtet. Die nichtlinearen Kräfte $\mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t)$ sind hingegen eine Vektorgröße, da sich diese im Allgemeinen aus mehreren Kontaktelementen mit verschiedenen Richtungskomponenten zusammensetzen.

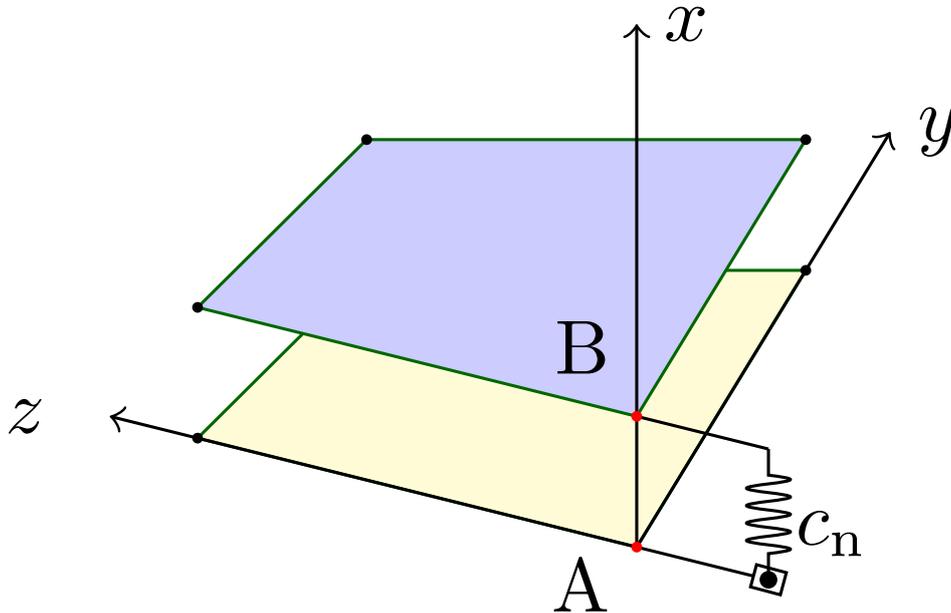


Abbildung 4: In Veröffentlichung [3] verwendetes Knoten-zu-Knoten Kontaktelement mit einer variablen Normalkraft und ohne Reibung in Tangentialrichtung.

Normalenrichtung

Für das Kontaktelement aus Abbildung 2 ist die Normalkraft konstant. Daher ist diese unabhängig vom Laufindex l :

$$f_{nl,n}(l) = \text{konstant.} \quad (2.20)$$

Für die Kontaktelemente aus den Abbildungen 3 und 4 lässt sich die Normalkraft nach der „Penalty“-Methode berechnen. Für jedes Zeitinkrement l wird dazu die Durchdringung $g_n(l)$ mit Hilfe der Verschiebungen der Kontaktknoten A ($u_{A,x}(l)$) und B ($u_{B,x}(l)$) in x -Richtung ausgewertet. Initiale Durchdringungen oder Spalte werden durch die Konstante $u_{\text{init},x}$ berücksichtigt:

$$g_n(l) = u_{B,x}(l) - u_{A,x}(l) - u_{\text{init},x}. \quad (2.21)$$

Ist $u_{\text{init},x} > 0$ existiert eine initiale Durchdringung, für $u_{\text{init},x} < 0$ ein Spalt. Demzufolge separiert der Kontakt für $g_n(l) > 0$ und die Normalkraft $f_{nl,n}(l)$ ist gleich Null. Für $g_n(l) \leq 0$ wird das Federelement mit der Steifigkeit c_n aktiviert und die Normalkraft ist proportional zur Durchdringung

$g_n(l)$. Die Normalkraft $f_{nl,n}(l)$ lässt sich schließlich für jedes Zeitinkrement l berechnen:

$$f_{nl,n}(l) = \begin{cases} 0 & \text{für } g_n(l) > 0 \text{ Separation} \\ -c_n g_n(l) & \text{für } g_n(l) \leq 0 \text{ Kontakt} \end{cases} . \quad (2.22)$$

Tangentialrichtung

Die Kontaktelemente aus den Abbildungen 2 und 3 sind in Tangentialrichtung analog aufgebaut. Im Folgenden werden die zugehörigen Gleichungen zur Berechnung der Tangentialkräfte für diese beiden Kontaktelemente dargestellt. Für das Kontaktelement aus Abbildung 4 sind diese Kräfte $f_{nl,t}(l)$ gleich Null, was dem Spezialfall $\mu = 0$ entspricht.

Das in z -Richtung angebrachte Reibelement wird mit einem Federelement mit der Steifigkeit c_t in Reihe geschaltet. Des Weiteren nimmt man an, dass der Reibkoeffizient μ konstant ist. Demzufolge lässt sich die Tangentialkraft $f_{nl,t}(l)$ für jedes Zeitinkrement l nach folgender Gleichung berechnen:

$$f_{nl,t}(l) = \begin{cases} 0 & \text{für } g_n(l) > 0 \text{ Separation} \\ f_{nl,t,\text{haft}}(l) & \text{für } g_n(l) \leq 0 \text{ und } |f_{nl,t,\text{haft}}(l)| < f_{nl,t,\text{max}}(l) \text{ Haften} \\ f_{nl,t,\text{max}}(l) \text{ sign}(f_{nl,t,\text{haft}}(l)) & \text{für } g_n(l) \leq 0 \text{ und } |f_{nl,t,\text{haft}}(l)| \geq f_{nl,t,\text{max}}(l) \text{ Gleiten} \end{cases} . \quad (2.23)$$

$f_{nl,t}(l)$ wirkt dabei nur in z -Richtung, während die Tangentialkraft in y -Richtung für alle betrachteten Kontaktelemente gleich Null ist.

Es lässt sich erkennen, dass Gleichung (2.23) drei Fälle unterscheidet. Existiert ein Spalt in Normalenrichtung ($g_n(l) > 0$) zwischen den Kontaktknoten A und B, tritt für dieses Zeitinkrement l Separation auf und die Tangentialkraft $f_{nl,t}(l)$ ergibt sich zu Null.

Wird der Spalt geschlossen ($g_n(l) \leq 0$) werden die Fälle Haften und Gleiten unterschieden. Für das Kontaktelement aus Abbildung 2 geht man davon aus, dass der Kontakt stets geschlossen ist. Somit tritt für dieses Element keine Separation auf.

Grundsätzlich lässt sich im Kontakt nicht eine beliebig hohe Tangentialkraft übertragen, weil die maximal übertragbare Tangentialkraft $f_{nl,t,\text{max}}(l)$ über den Reibkoeffizienten μ und durch die Normalkraft $f_{nl,n}(l)$ limitiert ist:

$$f_{nl,t,\text{max}}(l) = \mu f_{nl,n}(l) . \quad (2.24)$$

Um zu überprüfen, ob Haften oder Gleiten auftritt, wird daher eine Testkraft $f_{nl,t,haft}(l)$ definiert, welche den Haftfall annimmt:

$$f_{nl,t,haft}(l) = c_t[u_{B,z}(l) - u_{A,z}(l) - u_{B,z}(l-1) + u_{A,z}(l-1)] + f_{nl,t}(l-1). \quad (2.25)$$

Diese Testkraft $f_{nl,t,haft}(l)$ ist abhängig von der Verschiebungsänderung der Kontaktknoten A und B, vom vorherigen Zeitinkrement $l-1$ zum aktuellen Zeitinkrement l , der Federsteifigkeit c_t , sowie der Tangentialkraft des vorherigen Inkrements $f_{nl,t}(l-1)$.

Solange die maximal übertragbare Tangentialkraft $f_{nl,t,max}(l)$ größer ist als der Betrag der Testkraft $|f_{nl,t,haft}(l)|$ wird Haften angenommen und die Tangentialkraft $f_{nl,t}(l)$ wird der Testkraft $f_{nl,t,haft}(l)$ gleichgesetzt. Solange die maximal übertragbare Tangentialkraft $f_{nl,t,max}(l)$ kleiner oder gleich dem Betrag der Testkraft $|f_{nl,t,haft}(l)|$ ist, tritt Gleiten auf und die Tangentialkraft wird unter Berücksichtigung der aktuellen Reibrichtung auf die maximal übertragbare Tangentialkraft $f_{nl,t,max}$ begrenzt.

Durch das gewählte Vorgehen wird das Federelement während des Haftens ge- oder entspannt, bis die maximal übertragbare Tangentialkraft überschritten wird und Gleiten einsetzt. Im Gleitfall wird das Federelement dann zurückgesetzt.

Zur Berechnung der Tangentialkräfte muss nach Gleichung (2.25) die Tangentialkraft des vorherigen Zeitinkrements $l-1$ bekannt sein. Dies ist im ersten Zeitinkrement jedoch nicht der Fall. Aus diesem Grund werden zwei Perioden durchlaufen, wobei die erste Periode nur dazu dient, den initialen Kontaktzustand für die zweite Periode zu identifizieren. Als Annahme zum Start der ersten Periode wird der Haftfall verwendet. Die zweite Periode wird dann zur eigentlichen Auswertung der Kontaktkräfte und zur Berechnung der Fourierkoeffizienten nach Abschnitt 2.1.2 verwendet.

2.1.4 Berechnung der Tangentenmatrix

Wie bereits in Abschnitt 2.1.2 dargestellt, ist unter Verwendung der AFT die Systemgleichung grundsätzlich mit Hilfe der FDM lösbar. Die Tangentenmatrix wird dabei angenähert, was einen hohen numerischen Aufwand bedeutet. Aus diesem Grund ist es erstrebenswert, analog zu [44; 52; 68] eine analytische Berechnung der Tangentenmatrix für die in Abschnitt 2.1.3 dargestellten Kontaktelemente durchzuführen.

Das Vorgehen ist analog zu [52] gewählt und wird im Rahmen dieser Arbeit für die verwendeten Kontaktelemente adaptiert. Zu diesem Zweck wird das Residuum $\mathbf{R}(\tilde{\mathbf{u}})$ der Systemgleichung im

Frequenzbereich (2.12) durch Umstellung definiert:

$$\mathbf{R}(\tilde{\mathbf{u}}) = \mathbf{S}\tilde{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{f}}_e - \tilde{\mathbf{f}}_{nl}(\tilde{\mathbf{u}}). \quad (2.26)$$

Die Tangentenmatrix $\partial\mathbf{R}/\partial\tilde{\mathbf{u}}$ entspricht der Ableitung des Residuums nach den Fourierkoeffizienten der Verschiebungen:

$$\frac{\partial\mathbf{R}}{\partial\tilde{\mathbf{u}}} = \frac{\partial(\mathbf{S}\tilde{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{f}}_e - \tilde{\mathbf{f}}_{nl}(\tilde{\mathbf{u}}))}{\partial\tilde{\mathbf{u}}} = \mathbf{S} - \frac{\partial\tilde{\mathbf{f}}_{nl}(\tilde{\mathbf{u}})}{\partial\tilde{\mathbf{u}}}. \quad (2.27)$$

Aus Gleichung (2.27) wird ersichtlich, dass sich die Tangentenmatrix aus der dynamischen Systemmatrix \mathbf{S} und den Ableitungen der nichtlinearen Kräfte im Frequenzbereich nach den Fourierkoeffizienten der Verschiebungen $\partial\tilde{\mathbf{f}}_{nl}(\tilde{\mathbf{u}})/\partial\tilde{\mathbf{u}}$ zusammensetzt. Die dynamische Systemmatrix \mathbf{S} ist bekannt (siehe Gleichungen (2.12) bis (2.15)). Zur Berechnung der Ableitungen der nichtlinearen Kräfte im Frequenzbereich nach den Fourierkoeffizienten der Verschiebungen $\partial\tilde{\mathbf{f}}_{nl}(\tilde{\mathbf{u}})/\partial\tilde{\mathbf{u}}$ wird die Fouriertransformation \mathcal{F} und die Ableitungen der nichtlinearen Kräfte im Zeitbereich nach den Fourierkoeffizienten der Verschiebungen $\partial\mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u})/\partial\tilde{\mathbf{u}}$ verwendet:

$$\frac{\partial\tilde{\mathbf{f}}_{nl}(\tilde{\mathbf{u}})}{\partial\tilde{\mathbf{u}}} = \frac{\partial\mathcal{F}(\mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}))}{\partial\tilde{\mathbf{u}}} = \mathcal{F}\left(\frac{\partial\mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u})}{\partial\tilde{\mathbf{u}}}\right). \quad (2.28)$$

Die Kontaktgleichungen (2.20) bis (2.25) für die nichtlinearen Kräfte im Zeitbereich werden nun in Gleichung (2.28) eingesetzt. Anschließend werden alle Verschiebungen im Zeitbereich durch die Fourierreihe der Verschiebungen (2.3) ersetzt, was nun eine Ableitung nach den Fourierkoeffizienten der Verschiebungen für jedes Zeitinkrement l ermöglicht. Ist der Verlauf für jedes Inkrement l bekannt, ist der Beitrag der Tangentenmatrix mit Hilfe der Fouriertransformation bestimmbar.

Zur Berechnung der Ableitungen unterscheidet man nun diverse Fälle. Einerseits treten verschiedene Kontaktzustände (Separation, Haften und Gleiten) auf, andererseits werden verschiedene Kontaktrichtungen (Normalenrichtung und Tangentialrichtung) betrachtet. Für jeden dieser Fälle werden die zugehörigen Ableitungen separat aufgelistet, weshalb diese im Folgenden nicht mehr als Vektoren dargestellt werden.

Außerdem ist zu beachten, dass die Ableitungen grundsätzlich für jedes Kontaktelement gebildet werden und sich zudem für Sinus- und Kosinus-Fourierkoeffizienten unterscheiden. Zur Komplexitätsbegrenzung werden im Folgenden die Ableitungen ausschließlich für die Kosinus-Fourierkoeffizienten und für das Kontaktelement aus Abbildung 3 dargestellt. Dieses ist das Komplexeste, welches im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurde.

Für den Haftfall lassen sich die Ableitungen wie folgt berechnen:

$$\frac{\partial f_{nl,n}(l)}{\partial u_{k,c,n}} = c_n \cos\left(k \frac{2\pi}{N} l\right), \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial f_{nl,n}(l)}{\partial u_{k,c,t}} = 0, \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial f_{nl,t}(l)}{\partial u_{k,c,n}} = \frac{\partial f_{nl,t}(l-1)}{\partial u_{k,c,n}}, \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial f_{nl,t}(l)}{\partial u_{k,c,t}} = c_t \left(\cos\left(k \frac{2\pi}{N} l\right) - \cos\left(k \frac{2\pi}{N} (l-1)\right) \right) + \frac{\partial f_{nl,t}(l-1)}{\partial u_{k,c,t}}. \quad (2.32)$$

Die Gleichungen (2.29) bis (2.32) repräsentieren hierbei die Ableitungen der nichtlinearen Kräfte im Zeitbereich für ihre Normalkomponente $f_{nl,n}(l)$ oder ihre Tangentialkomponente $f_{nl,t}(l)$ nach den Fourierkoeffizienten für eine Normalenrichtung $u_{k,c,n}$ oder Tangentialrichtung $u_{k,c,t}$ für jede Harmonische k . Als Tangentialrichtung wird hierbei nur die reibungsbehaftete Richtung, also die globale z -Richtung verstanden. Für alle Kontaktelemente wirkt lediglich in diese eine Reibkraft.

Analog zu Gleichung (2.25) enthalten die Gleichungen (2.31) und (2.32) für das aktuelle Inkrement l Beiträge des vorherigen Inkrements $l-1$. Aus diesem Grund werden jeweils zwei Perioden innerhalb der AFT durchlaufen, bevor die Zeitverläufe ausgewertet werden und die Beiträge der Tangentenmatrix berechnet werden.

Für den Gleitfall hängen alle Ableitungen nur vom aktuellen Inkrement l ab und berechnen sich wie folgt:

$$\frac{\partial f_{nl,n}(l)}{\partial u_{k,c,n}} = c_n \cos\left(k \frac{2\pi}{N} l\right), \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial f_{nl,t}(l)}{\partial u_{k,c,n}} = \mu c_n \cos\left(k \frac{2\pi}{N} l\right) \text{sign}(f_{nl,t,\text{stick}}(l)), \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial f_{nl,n}(l)}{\partial u_{k,c,t}} = \frac{\partial f_{nl,t}(l)}{\partial u_{k,c,t}} = 0. \quad (2.35)$$

Für den Separationsfall sind alle Ableitungen gleich Null:

$$\frac{\partial f_{nl,n}(l)}{\partial u_{k,c,n}} = \frac{\partial f_{nl,n}(l)}{\partial u_{k,c,t}} = \frac{\partial f_{nl,t}(l)}{\partial u_{k,c,n}} = \frac{\partial f_{nl,t}(l)}{\partial u_{k,c,t}} = 0. \quad (2.36)$$

2.2 Modellreduktion

An den Gleichungen (2.13) - (2.15) lässt sich erkennen, dass sich die Dimension von Gleichung (2.12) im Vergleich zur Bewegungsgleichung (2.1) um den Faktor $(1 + 2 \cdot h)$ erhöht. Dies führt zu einem hohen numerischen Aufwand, falls viele Harmonische berücksichtigt werden. In der eingebundenen Veröffentlichung [1] werden bis zu 75 Harmonische verwendet, in [2] sogar bis zu 200 und in [3] bis zu 101. Um die Systemgleichung (2.12) mit den zur Verfügung stehenden Rechenressourcen zu lösen, wird das Craig-Bampton Verfahren [69] zur Modellreduktion verwendet. Eine Herleitung der Methode ist in [13] zu finden.

Der Einsatz von Modellreduktionsverfahren zur Anwendung der HBM ist etabliert und wird beispielsweise in [13; 44; 47; 52] verwendet. Auch zur Störgeräuschprognose wurden solche Ansätze bereits untersucht [70].

2.3 Dämpfungsmodellierung

Vor Anwendung der HBM müssen die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} , die Dämpfungsmatrix \mathbf{D} und die Massenmatrix \mathbf{M} bekannt sein. In den eingebundenen Veröffentlichungen [1–3] wird die FEM zur Berechnung der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} und der Massenmatrix \mathbf{M} verwendet. Durch den Einsatz von Kontaktformulierungen mit Reibung (siehe Abschnitt 2.1.3) wird im System Energie dissipiert. Zusätzlich ist es erstrebenswert, die Materialdämpfung zu berücksichtigen.

Zu diesem Zweck wird in den eingebundenen Veröffentlichungen [1–3] die Rayleigh Dämpfung [71; 72] verwendet, bei welcher sich die Dämpfungsmatrix \mathbf{D} aus der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} und der Massenmatrix \mathbf{M} zusammensetzt:

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}. \quad (2.37)$$

Die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} und die Massenmatrix \mathbf{M} werden in Gleichung (2.37) jeweils mit den sogenannten Rayleigh-Koeffizienten α und β gewichtet, welche im Vorfeld einer Simulation be-

stimmt werden. Verschiedene Rayleigh-Koeffizienten α und β führen dabei zu unterschiedlichen Dämpfungsmaßen $\zeta_{i,\text{ray}}$ an den jeweiligen Eigenfrequenzen des Systems f_i :

$$\zeta_{i,\text{ray}} = \frac{\alpha}{4\pi f_i} + \beta \pi f_i. \quad (2.38)$$

Soll an den ersten beiden Eigenfrequenzen f_1 und f_2 jeweils ein bestimmtes Dämpfungsmaß $\zeta_{1,\text{ray}}$ und $\zeta_{2,\text{ray}}$ berücksichtigt werden, so sind α und β berechenbar, da zwei Gleichungen verwendet werden um genau zwei unbekannte Parameter α und β zu bestimmen. Dieses Vorgehen wurde in den eingebundenen Veröffentlichungen [2] und [3] gewählt.

Sollen mehrere Eigenfrequenzen berücksichtigt werden, so ist es mit Optimierungsverfahren möglich α und β so zu bestimmen, dass die Dämpfungsabweichung an den berücksichtigten Eigenfrequenzen minimiert wird. Dieses Vorgehen wurde in der eingebundenen Veröffentlichung [1] gewählt, wobei das in *MATLAB* implementierte globale Suchverfahren nach Urgay et al. [73] zur Bestimmung von α und β eingesetzt wurde.

2.4 Abgestrahlte Schalleistung

Mit Hilfe der HBM lässt sich die dynamische Systemantwort berechnen. Um akustische Aussagen zu treffen, müssen jedoch Nachfolgeanalysen angewendet werden. Somit wird beispielsweise im Nachgang beurteilt, ob ein Störgeräusch hörbar ist oder nicht [13].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird daher die abgestrahlte Schalleistung P_{ERP} mit Hilfe der Equivalent Radiated Power (ERP) Methode abgeschätzt. Dazu bestimmt man aus der dynamischen Systemantwort die Oberflächengeschwindigkeit v_n . P_{ERP} berechnet sich anschließend durch Integration über die Oberfläche O :

$$P_{\text{ERP}} = \frac{1}{2} \rho c \int |v_n|^2 dO \approx \frac{1}{2} \rho c \sum_{k=1}^{N_s} v_{k,n}^2 A_k. \quad (2.39)$$

Gleichung (2.39) beinhaltet zudem die Schallgeschwindigkeit c und die Luftdichte ρ im umgebenden Medium. Beide Größen werden als konstant angenommen. Durch Anwendung der FEM liegt eine diskretisierte Oberfläche vor. Daher wird die ERP im Rahmen dieser Arbeit nicht durch Integration bestimmt, sondern durch eine Summierung über die an der Oberfläche liegenden Elementflächen A_k . Der Index k repräsentiert hierbei die Nummer der entsprechenden Elementflächen und N_s die Gesamtanzahl dieser Flächen.

Die ERP schätzt die abgestrahlte Schallleistung lediglich ab, weil ein Abstrahlgrad von $\sigma = 1$ angenommen wird [74; 75].

Kapitel 3

Zusammenfassung der eingebundenen Veröffentlichungen

Im Folgenden werden die eingebundenen Veröffentlichungen zusammengefasst und somit die in Kapitel 1.2 beschriebenen Forschungsfragen beantwortet. Außerdem werden die wissenschaftlichen Beiträge der Autoren dargestellt.

3.1 Veröffentlichung [1]

Squeak Noise Prediction of a Door Trim Panel Using Harmonic Balance Method

Knarzprognosen auf Basis der HBM sind bereits bekannt [13; 45–47]. Bisher wurde jedoch nicht bewertet, ob die HBM auf knarrende Fahrzeugkomponenten anwendbar ist. Lediglich eigens für diesen Zweck entwickelte Prüfstände sind zur Validierung verwendet worden. In der eingebundenen Veröffentlichung [1] wird daher eine knarrende Türverkleidung untersucht. Dazu wurde die für das Knarzgeräusch verantwortliche Kontaktstelle mit Hilfe eines geräuscharmen, elektrodynamischen Shakers harmonisch angeregt. Der Prüfstands Aufbau erfolgte in einem reflexionsarmen Halbraum. In Vorversuchen wurde die Türverkleidung bei verschiedenen Anregungskräften und bei konstanter Anregungsfrequenz dahingehend untersucht, ob ein Knarzgeräusch auftritt oder nicht. Somit wurde eine Knarzschwelle in der Anregungskraft ermittelt. Wurde die Türverkleidung mit einer Kraft unterhalb dieser Schwelle angeregt, so haftete die Kontaktstelle permanent und es war kein Knarzgeräusch zu hören. Bei Anregungen oberhalb der ermittelten Schwelle traten sich abwechselnde Haft- und Gleitphasen auf und es war ein Knarzgeräusch zu hören. Abschließend wurde jeweils eine knarrende und eine nicht knarrende Konfiguration im Detail vermessen. Zu diesem Zweck war die Türverkleidung mit 29 Beschleunigungssensoren bestückt.

Ein Simulationsmodell des Prüfstandes wurde aufgebaut und damit die Massen- und die Steifigkeitsmatrix des Systems berechnet. Auf Basis der gemessenen, gemittelten Übertragungsfunktion der Türverkleidung wurde die Dämpfungsmatrix unter Verwendung des Rayleigh Ansatzes bestimmt. Die HBM wurde verwendet, um die nichtlineare Systemantwort unter Berücksichtigung des Bauteilkontaktes zu berechnen. Die im Kontakt herrschende Normalkraft wurde als konstant angenommen.

In den Ergebnissen zeigte sich, dass die gemessene Systemantwort im Frequenzbereich nur relevante Peaks bei der Anregungsfrequenz und Vielfachen von dieser aufweist. Dies rechtfertigt die Anwendung der HBM für knarrende Fahrzeugkomponenten. Außerdem zeigte sich, dass die berechnete und die gemessene Systemantwort im hohen Maße übereinstimmen und die HBM in der Lage ist, knarrende Konfigurationen von nicht knarrenden Konfigurationen zu unterscheiden.

Auf Basis der Simulationsergebnisse wurde außerdem die abgestrahlte Schallleistung berechnet. Bei der knarrenden Konfiguration wurde auch bei höheren Harmonischen Schall abgestrahlt. Für jede Harmonische lassen sich dadurch relevante, schallabstrahlende Bauteilbereiche identifizieren. Es zeigte sich, dass diese Bereiche weit entfernt von der Anregungsstelle liegen können und somit die angewendete nichtlineare Berechnungsmethode einen Mehrwert im Vergleich zu Methoden auf

Basis linearer Theorien liefert.

Leistungsbeiträge der Autoren:

- Lukas Utzig:
Definition der Forschungsfragen; Konzeptentwicklung; Methodik; Projektmanagement; Implementierung der Berechnungsmethode; Simulationsmodellbau; Durchführung der Simulationen; Prüfstandsentwicklung; Versuchsdefinition; Unterstützung bei der Versuchsdurchführung; Auswertung der Simulationen; Auswertung der Versuche; Interpretation der Daten; Diskussion der Daten; Fachliche Diskussion der Arbeit; Verfassen des Artikels
- Arno Fuchs:
Unterstützung beim Simulationsmodellbau; Unterstützung bei der Versuchsdurchführung
- Konrad Weisheit:
Unterstützung bei der Versuchsdurchführung; Fachliche Diskussion der Arbeit
- Steffen Marburg:
Fachliche Diskussion der Arbeit; Betreuung der Arbeit

3.2 Veröffentlichung [2]

Innovative squeak noise prediction: An approach using the harmonic balance method and a variable normal contact force

Vorherige Untersuchungen von Knarzgeräuschen mit Hilfe der HBM haben bisher stets eine konstante Normalkraft im Kontaktbereich berücksichtigt [1; 13; 45–47]. Dies hat den Nachteil, dass aufgrund der Symmetrie des Reibgesetzes nur ungerade Harmonische identifizierbar sind, falls einfache Reibgesetze (wie die Coulombsche Reibung) verwendet werden. In Messungen wurde jedoch gezeigt, dass auch gerade Harmonische auftreten [1; 13; 45–47]. Die eingebundenen Veröffentlichung [2] untersucht, ob eine variable Normalkraft in der Lage ist, die Prognosegüte zu verbessern.

Zu diesem Zweck wurde der von Weisheit et al. [13; 45–47] entwickelte Knarzprüfstand verwendet, um Schwingungen mit sich abwechselnden Haft- und Gleitphasen hervorzurufen. Dazu wurde eine Blattfeder mit Hilfe eines elektrodynamischen Shakers angeregt. Am Ende der Blattfeder befand sich ein Reibpaar, welches aus einer gekrümmten und einer geraden Fläche bestand. Die gekrümmte Platte war dabei mit Polyvinylchlorid und die gerade Platte mit einer Polycarbonat/Acrylnitril-Butadien-Styrol-Mischung überzogen. Die Normalkraft wurde mit Hilfe von Kraftmessdosen und die dynamische Systemantwort mit Hilfe von Beschleunigungssensoren und einem Laser Doppler Vibrometer gemessen.

Auf das zugehörige finite Elemente Modell wurde die HBM angewendet, um die dynamischen Systemantworten für zwei verschiedene Kontaktformulierungen miteinander und zu den Messungen zu vergleichen. Dabei wurde innerhalb der HBM einmal eine konstante und einmal eine variable Normalkraft verwendet.

Im Zeitbereich zeigte sich, dass beide Kontaktformulierungen in der Lage waren, Haft- und Gleitphasen zu ermitteln. Für eine variable Normalkraft war innerhalb der Simulation zu erkennen, dass die Blattfeder asymmetrisch um ihre Nulllage oszillierte. Im Frequenzspektrum zeigte sich, dass im Vergleich zu einer konstanten Normalkraft durch die variable Normalkraft auch gerade Harmonische identifizierbar sind. Dies verbessert auch die Knarzprognose, weil die dynamische Systemantwort eine Eingangsgröße von Nachfolgeanalysen (wie zum Beispiel der ERP) ist.

Zusätzlich wurde eine variable Normalkraft auch am Prüfstand gemessen und deren Ursprung dieser mit Hilfe der durchgeführten Simulationen ermittelt. Außerdem wurde durch die Implementierung einer analytischen Tangentenmatrix und somit durch die Vermeidung der FDM die Rechenzeit reduziert.

Leistungsbeiträge der Autoren:

- Lukas Utzig:
Definition der Forschungsfragen; Konzeptentwicklung; Methodik; Projektmanagement; Implementierung der Berechnungsmethode; Simulationsmodellbau; Durchführung der Simulationen; Prüfstandsentwicklung; Versuchsdefinition; Auswertung der Simulationen; Auswertung der Versuche; Interpretation der Daten; Diskussion der Daten; Auswertung der Versuchsdaten; Fachliche Diskussion der Arbeit; Verfassen des Artikels
- Konrad Weisheit:
Unterstützung beim Simulationsmodellbau; Prüfstandsentwicklung; Durchführung der Versuche; Fachliche Diskussion der Arbeit
- Kian Sepahvand:
Fachliche Diskussion der Arbeit
- Steffen Marburg:
Fachliche Diskussion der Arbeit; Betreuung der Arbeit

3.3 Veröffentlichung [3]

Quantitative prediction of rattle noise: An experimentally validated approach using the harmonic balance method

Die eingebundenen Veröffentlichungen [1] und [2], sowie weitere wissenschaftliche Veröffentlichungen [4; 13; 45–47] beschäftigen sich mit der Knarzprognose auf Basis der HBM. Im Rahmen der eingebundenen Veröffentlichung [2] wurde auch der Separationsfall im Kontakt implementiert. Dies ermöglicht es, die HBM zur Störgeräuschprognose von Klapperproblemen einzusetzen, da das wiederholte Öffnen und Schließen einer Kontaktstelle die physikalische Grundlage von Klappergeräuschen ist. Die eingebundene Veröffentlichung [3] validiert den Einsatz der HBM zur Prognose von Klappergeräuschen.

Zu diesem Zweck wurde ein Prüfstand entwickelt, welcher reproduzierbar Klappergeräusche erzeugt. Dieser besteht aus einer fest eingespannten Blattfeder, welche mit Hilfe eines elektrodynamischen Shakers angeregt wurde. Am freien Ende der Blattfeder war eine Endmasse inklusive eines Piezoelements angebracht, welche in bestimmten Betriebszuständen in Abhängigkeit von der Anregungskraft und der Anregungsfrequenz auf eine fest eingespannte Kunststoffplatte schlägt. Sowohl die Anregungskraft als auch die Kontaktkraft ließen sich dabei mit Hilfe von Kraftsensoren messen. Die dynamische Systemantwort wurde kontaktlos mit Hilfe eines 3D-Laser-Doppler-Vibrometers gemessen. Mit Hilfe eines entsprechenden Simulationsmodells wurde die dynamische Systemantwort unter Verwendung der HBM berechnet.

In den Messungen wurde analog zum Knarzen nachgewiesen, dass die Systemantwort im Frequenzbereich nur relevante Peaks bei der Anregungsfrequenz und Vielfachen von dieser zeigt. Dies rechtfertigt die Anwendung der HBM zur Beschreibung von Klapperproblemen. Außerdem lassen sich klappernde von nicht klappernden Konfigurationen auf Basis der Simulationen unterscheiden. Die berechnete Systemantwort stimmt im hohen Maße mit der gemessenen Systemantwort überein. Auffallend ist, dass bei gleicher Anregungsfrequenz klappernde und nicht klappernde Konfigurationen existieren können. Dieses Phänomen wurde in Simulation und Messung nachgewiesen.

Im Nachgang wurde die ERP für klappernde und nicht klappernde Konfigurationen für die Blattfeder und die Plastikplatte berechnet. Für die klappernde Konfiguration zeigte sich, dass im Bereich der Plastikplatte die Schallabstrahlung bei höheren Harmonischen im Vergleich zur Schallabstrahlung bei der Grundfrequenz dominant ist. Für die A-bewertete ERP zeigte sich dieses Phänomen nicht nur für die Platte, sondern auch für die Blattfeder. Diese Erkenntnis unterstreicht die Wichtigkeit der höheren Harmonischen bei der Störgeräuschauslegung.

Leistungsbeiträge der Autoren:

- Lukas Utzig: Definition der Forschungsfragen; Konzeptentwicklung; Methodik; Projektmanagement; Implementierung der Berechnungsmethode; Simulationsmodell Aufbau; Durchführung der Simulationen; Prüfstandsentwicklung; Versuchsdefinition; Unterstützung bei der Versuchsdurchführung; Auswertung der Simulationen; Auswertung der Versuche; Interpretation der Daten; Diskussion der Daten; Fachliche Diskussion der Arbeit; Verfassen des Artikels
- Konrad Weisheit: Unterstützung bei der Implementierung der Berechnungsmethode; Fachliche Diskussion der Arbeit
- Marcus Mäder: Unterstützung bei der Prüfstandsentwicklung; Durchführung der Versuche; Fachliche Diskussion der Arbeit
- Steffen Marburg:
Fachliche Diskussion der Arbeit; Bereitstellung der Laborausstattung; Betreuung der Arbeit

Kapitel 4

Diskussion der Ergebnisse

In Kapitel 3 wurden die Inhalte und Ergebnisse der eingebundenen Veröffentlichungen [1–3] dargestellt. Im Folgenden werden diese über die Grenzen der einzelnen Veröffentlichungen hinaus diskutiert und in einen übergreifenden wissenschaftlichen Kontext eingeordnet.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden an Fahrzeugkomponenten und Prüfständen in Versuchen und Simulationen potenzielle Störgeräuschstellen untersucht. Analog zu vorherigen Untersuchungen [13; 45–47] kommt dazu die HBM zum Einsatz. Das in [13; 45–47] gewählte Vorgehen wird somit erweitert.

Mit Hilfe von Fahrzeugkomponenten- oder Prüfstandsversuchen wurden Bauteile in Schwingung versetzt. In den eingebundenen Veröffentlichungen entstanden für Knarzen [1] und Klappern [3] jeweils Konfigurationen, in welchen das Störgeräusch auftrat oder nicht. Diese Konfigurationen waren nicht nur im Versuch, sondern auch in der Simulation voneinander unterscheidbar. Die Unterschiede der jeweiligen Konfigurationen werden sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich sichtbar. Im Vergleich zu vorherigen Untersuchungen [13; 45–47] unterscheidet sich die vorliegende Arbeit darin, dass reale Fahrzeugkomponenten betrachtet werden [1]. Außerdem werden die Erkenntnisse auf Klappern erweitert [3] und die Prognosegüte verbessert [2].

In allen eingebundenen Veröffentlichungen [1–3] treten dabei auch in den Messungen der störgeräuschfreien Konfigurationen höhere Harmonische auf. Diese sind jedoch auf viel niedrigerem Niveau im Vergleich zu den störgeräuschbehafteten Konfigurationen. In den Simulationen sind hingegen für die störgeräuschfreien Konfigurationen keine höheren Harmonischen zu erkennen. Es wird vermutet, dass dieses Phänomen auftritt, da im Versuch weitere Kontaktstellen vorhanden sind, welche jedoch in den Simulationen vernachlässigt wurden.

Im Vergleich zu Berechnungsmethoden von Störgeräuschen auf Basis linearer Theorien [19–21;

[23; 25; 33; 34] stellt das in den eingebundenen Veröffentlichungen [1–3] gewählte Vorgehen analog zu [13; 45–47] einen großen Mehrwert dar. Durch die nichtlineare Abbildung der Kontaktstellen ist es möglich, Störgeräusche physikalisch abzubilden. Somit ist das Simulationsergebnis keine reine Risikoabschätzung mehr, sondern ein quantifizierter Absolutwert.

Ein möglicher Ansatz, um Störgeräusche zu vermeiden, ist mit Hilfe von Simulationen auszuschließen, dass der Stick-Slip-Effekt (Knarzen) oder wiederholte Separation (Klappern) im Kontaktbereich für alle denkbaren Anregungsfrequenzen und Anregungskräfte auftritt. Dadurch sind Störgeräusche ausgeschlossen. Häufig lässt sich jedoch nicht vermeiden, dass diese Forderung über alle im Fahrzeug vorkommenden Anregungen erfüllt ist. Für diese Fälle lässt sich beispielsweise über die abgestrahlte Schalleistung mit Hilfe der ERP [74] oder mit Hilfe des Lumped Parameter Models (LPM) [76] eine Absolutaussage bezüglich der Hörbarkeit eines Störgeräusches ableiten [13]. Diese Absolutaussage ist umso besser, je besser die Systemantwort berechenbar ist. In diesem Zusammenhang leistet die eingebundene Veröffentlichung [2] einen entscheidenden Beitrag. Denn es wurde gezeigt, dass die Vorhersage der Systemantwort durch Verwendung einer variablen Normalkraft im Kontaktbereich verbessert wird. Bei Verwendung einer konstanten Normalkraft in Kombination mit Coulombscher Reibung zur Störgeräuschprognose [1; 4; 13; 45–47] sind keine geraden Harmonischen identifizierbar, was ebenfalls schon für verschraubte Fügstellen [52] bekannt ist.

Nach der Auswertung der ERP wurde im Rahmen der eingebundenen Veröffentlichungen festgestellt, dass Bereiche, an denen Schall abgestrahlt wird, auch entfernt von der Anregungsstelle existieren. Die Ergebnisse stehen in Einklang mit Weisheit et al. [13; 47], der solche Bereiche bereits an einem Prüfstand identifizierte. Diese Bereiche blieben bei Anwendung von Methoden auf Basis linearer Theorien [19–21; 23; 25; 33; 34] unentdeckt.

Für Klappern im Speziellen wurde ein weiterer Mehrwert der nichtlinearen Berechnungsmethode im Vergleich zu Methoden auf Basis linearer Theorien abgeleitet [2]. In Messung und Simulation wurden klappernde und nicht-klappernde Konfigurationen bei gleicher Anregungsfrequenz und bei sonst gleichen Eingangsgrößen identifiziert. Die nicht klappernde Lösung ist dabei gleich der linearen Lösung. Diese Erkenntnis ist ein Gegensatz zum Knarzen, wo bisher lediglich eine Konfiguration bei sonst gleichen Eingangsgrößen beobachtet wurde [1; 2; 4; 13; 45–47]. Eine Auslegung mit Hilfe linearer Berechnungsverfahren kann folglich Klappern nicht gänzlich ausschließen.

Die HBM wurde von Comparin et al. [48] bereits zur Beschreibung von Kontaktpaaren mit einem initialen Spalt verwendet. Die Ergebnisse sind vergleichbar zu denen der eingebundenen Veröffentlichung [2] für Klappergeräusche. Beide Studien unterscheiden sich jedoch darin, dass von Comparin et al. [48] keine Prüfstandsvalidierung durchgeführt wurde und außerdem nur wenige

Harmonische berücksichtigt wurden. Die eingebundenen Veröffentlichung [2] zeigt, dass die von Comparin et al. [48] vernachlässigten höheren Harmonischen eine hohe Bedeutung für die Störgeräuschprognose haben. Erstens können in diesem Frequenzbereich oberhalb der Anregungsfrequenz kritische Eigenfrequenzen des Gesamtsystems liegen, welche angeregt werden. Zweitens ist die Empfindlichkeit des menschlichen Ohres in diesem Frequenzbereich deutlich höher.

Die Ergebnisse der eingebundenen Veröffentlichungen bzgl. Knarzen [1; 2] werden häufig in Zusammenhang mit Bremsenquietschen gebracht, da bei beiden Phänomene der Stick-Slip-Effekt auftritt. Bremsenquietschen tritt bei Selbsterregung auf. Zur Vorhersage von Bremsenquietschen werden Methoden wie die komplexe Eigenwertanalyse oder die transiente Analyse verwendet, welche Ouyang et al. in einem Review zusammenfasst [77]. Auch die HBM lässt sich zur Untersuchung von Bremsenquietschen verwenden. Coudeyras et al. [78] oder Kruse et al. [79] untersuchen jedoch mit Hilfe der HBM selbsterregte Schwingungen. Daher ist die Basisfrequenz grundsätzlich unbekannt. Dies ist ein Gegensatz zu den dargestellten Untersuchungen zu Knarzgeräuschen im Rahmen der eingebundenen Veröffentlichungen [1] und [2], in welchen erzwungene Schwingungen mit einer bekannten Anregungsfrequenz betrachtet werden.

Die vorliegende Arbeit leistet einen Beitrag zur störgeräuschfreien Auslegung von Fahrzeugkomponenten. Im Rahmen der eingebundenen Veröffentlichungen [1–3] wurde gezeigt, dass die HBM grundsätzlich in der Lage ist, die zu Grunde liegenden physikalischen Effekte zu erfassen. Einschränkung ist jedoch zu erwähnen, dass viele relevante Eingangsparameter der Simulation (wie beispielsweise die Kontaktpaltgröße, die Normalkraft oder der Reibkoeffizient) in den eingebundenen Veröffentlichungen [1–3] aufwendig mit Hilfe von Versuchen bestimmt wurden. Somit ist derzeit noch offen, ob auch bei unsicheren Eingangsparametern ein tatsächlicher Mehrwert für die Auslegung von Störgeräuschen durch den Einsatz der HBM erzielt werden kann. Beispielsweise wurden im Rahmen von [3] zwar klappernde und nicht klappernde Konfigurationen bestimmt. Zur störgeräuschfreien Auslegung eines Fahrzeuges müssen jedoch mehrere Spaltmaße benachbarter Bauteile berücksichtigt werden, da alle Abstände grundsätzlich toleranzbehaftet sind. Aus diesem Grund ist eine Sensitivitätsanalyse relevanter Eingangsparameter in folgenden Arbeiten erstrebenswert. Diese ermöglicht es statistische Aussagen zum Auftreten von Störgeräuschen zu treffen.

Analog zur linearen SAR-LINE™ Methode [20] sind im Auslegungsprozess bereits vor Anwendung der HBM mögliche Kontaktstellen zu selektieren. In den eingebundenen Veröffentlichungen [1–3] wurden stets wenige Kontaktstellen betrachtet, was eine geringe Rechenzeit zur Folge hatte. Derzeit ist noch offen, ob die in Computerclustern zur Verfügung stehende Rechenleistung ausreicht, um viele Kontaktstellen mit Hilfe der HBM nichtlinear zu untersuchen, obwohl durch die

Implementierung der Tangentenmatrix im Rahmen der eingebundenen Veröffentlichung [2] eine erhebliche Verkürzung der Rechenzeit erzielt wurde. Ein Ansatz ist, mit Hilfe von linearen Auslegungsmethoden Risikostellen zu ermitteln und nur an kritischen Kontaktstellen mit Hilfe der HBM eine nichtlineare Bewertung durchzuführen.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit leistet einen Beitrag zur verbesserten Störgeräuschprognose. Im Speziellen wurde untersucht, ob die HBM in der Lage ist, Klappern und Knarzen zu beschreiben. Durch die Abbildung der Kontaktstelle im Simulationsmodell lässt sich die nichtlineare Systemantwort unter Berücksichtigung des physikalischen Ursprungs des Störgeräusches berechnen. Im Gegensatz zu Simulationsmethoden auf Basis linearer Theorien wird damit eine Absolutaussage ermöglicht.

Konkret wird am Beispiel einer knarzenden Türverkleidung gezeigt, dass die HBM auf Fahrzeugkomponenten anwendbar. Außerdem lassen sich knarzende Konfigurationen in Simulation und Messung von nicht knarzenden Konfigurationen unterscheiden. Durch Analyse von zwei verschiedenen Kontaktformulierungen wurde zudem gezeigt, dass eine variable Normalkraft die Systemantwort genauer abbildet als eine konstante Normalkraft und somit eine höhere Prognosegüte von Knarzgeräuschen ermöglicht.

Darüber hinaus wurde mit Hilfe von Simulationen und entsprechenden Messungen gezeigt, dass die HBM in der Lage ist Klapperphänomene zu beschreiben. Durch die Berücksichtigung von vielen Harmonischen wurde beobachtet, dass kritische Schallabstrahlungsfrequenzen oberhalb der Anregungsfrequenz auftreten und somit das gewählte Vorgehen einen Mehrwert im Vergleich zu Methoden auf Basis linearer Theorien liefert.

Ein an diese Arbeit folgendes Forschungsthema könnte, wie bereits in Kapitel 4 diskutiert, eine Sensitivitätsanalyse relevanter Eingangsgrößen (wie zum Beispiel die Kontaktpaltgröße, die Normalkraft oder der Reibkoeffizient) sein. Außerdem ist es erstrebenswert zu untersuchen, ob die Prognosegüte der abgestrahlten Schalleistung durch den Einsatz des LPM oder der Randelementmethode verbessert wird. Darüber hinaus ist es wünschenswert die Stabilität der erhaltenen Lösungen zu betrachten oder zu untersuchen, ob Verfahren der künstlichen Intelligenz zur Störge-

räuschprognose geeignet sind.

Literaturverzeichnis

- [1] Utzig, L., Fuchs, A., Weisheit, K. und Marburg, S.: *Squeak Noise Prediction of a Door Trim Panel Using Harmonic Balance Method*. SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility, 3(2):1108–1118, 2021.
- [2] Utzig, L., Weisheit, K., Sepahvand, K. und Marburg, S.: *Innovative squeak noise prediction: An approach using the harmonic balance method and a variable normal contact force*. Journal of Sound and Vibration, 501:116077, 2021.
- [3] Utzig, L., Weisheit, K., Maeder, M. und Marburg, S.: *Quantitative prediction of rattle noise: An experimentally validated approach using the harmonic balance method*. Mechanical Systems and Signal Processing, 167:108592, 2022.
- [4] Utzig, L., Fuchs, A., Weisheit, K. und Marburg, S.: *Prognose von Knarzgeräuschen am Beispiel einer Türverkleidung*. In: *DAGA 2021 - 47. Jahrestagung für Akustik*.
- [5] Utzig, L., Weisheit, K. und Marburg, S.: *Quantitative Prognose von Störgeräuschen im Fahrzeuginnenraum (akzeptiert)*. In: *DAGA 2022 - 48. Jahrestagung für Akustik*.
- [6] Styliadis, K., Hoffenson, S., Wickman, C., Söderman, M. und Söderberg, R.: *Corporate and Customer Understanding of Core Values Regarding Perceived Quality: Case Studies on Volvo Car Group and Volvo Group Truck Technology*. Procedia CIRP, 21:171–176, 2014.
- [7] Styliadis, K., Wickman, C. und Söderberg, R.: *Defining Perceived Quality in the Automotive Industry: An Engineering Approach*. Procedia CIRP, 36:165–170, 2015.
- [8] Nolan, S. A. und Sammut, J. P.: *Automotive Squeak and Rattle Prevention*. In: *SAE Technical Paper Series*, 1992.
- [9] Nolan, S. A., Rediers, B. E., Loftus, H. M. und Leist, T.: *Vehicle squeak and rattle benchmarking*. In: *IMAC-XIV, SEM*, Seiten 483–489. 1996.

- [10] Kavarana, F. und Rediers, B.: *Squeak and Rattle - State of the Art and Beyond*. In: *SAE Technical Paper Series*, 1999.
- [11] Zeller, P.: *Handbuch Fahrzeugakustik*. Springer Fachmedien Wiesbaden, Wiesbaden, 2018.
- [12] Cerrato, G.: *Automotive Sound Quality - Powertrain, Road and Wind Noise*. *Sound and Vibration*, 43:16–24, 2009.
- [13] Weisheit, K.: *Analyse von Störgeräuschen im Automobil - Erhöhung der Prognosegüte auf Basis von Verfahren der nichtlinearen Schwingungslehre*. Dissertation, Technische Universität München, 2020.
- [14] Moosmayr, T. A.: *Objektivierung von transienten Störgeräuschen im Fahrzeuginnenraum*. Dissertation, Technische Universität München, 2009.
- [15] Trapp, M. und Chen, F.: *Automotive buzz, squeak and rattle: Mechanisms, analysis, evaluation and prevention*. Butterworth-Heinemann, Oxford, 1. Auflage, 2012.
- [16] Peterson, E. L. und Sestina, M.: *Using Rumble Strips for Buzz, Squeak and Rattle (BSR) Evaluation of Subsystems or Components*. In: *SAE Technical Paper Series*, 2007.
- [17] Kreppold, E. M.: *A Modern Development Process to Bring Silence Into Interior Components*. In: *SAE Technical Paper Series*, 2007.
- [18] Steinberg, K. F.: *Mit allen Sinnen: Das grosse Buch der Störgeräuschakustik*. Copy-us-Verlag, Kleve, 1. Auflage, 2004.
- [19] Weber, J. und Benhayoun, I.: *Squeak Rattle Simulation - A Success Enabler in the Development of the New Saab 9-5 Cockpit without Prototype Hardware*. *SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems*, 3(1):936–947, 2010.
- [20] Weber, J. und Benhayoun, I.: *Squeak & Rattle Correlation in Time Domain using the SAR-LINE™ Method*. *SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems*, 5(3):1124–1132, 2012.
- [21] Chaudhari, N., Mohammed, R. und Raghavendran, P.: *A Disciplined Approach to Minimize Rattle Issues in Automotive Glove Box Assembly*. In: *SAE Technical Paper Series*, 2018.
- [22] Narayana, N.: *A Finite Element Method for Effective Reduction of Speaker-Borne Squeak and Rattle Noise in Automotive Doors*. In: *SAE Technical Paper Series*, 2011.

- [23] Benhayoun, I., Bonin, F., Milliet de Faverges, A. und Masson, J.: *Simulation and Optimization Driven Design Process for S & R Problematic - PSA Peugeot Citroën Application for Interior Assembly*. In: *SAE Technical Paper Series*, 2017.
- [24] Fard, M., Subic, A., Lo, L. und Fuss, F. K.: *Characterisation of vehicle seat rattle noise from seat structural dynamics*. *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, 10(3):226, 2014.
- [25] Baskar, N., Mohammed, R. und R, P.: *A Simulation Approach for Identification and Design Optimization to Prevent Headrest Rattle*. *SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility*, 1(1):126–132, 2019.
- [26] Liang, L., Chen, S. und Li, P.: *Experiment and Evaluation Study on Rattle Noise in Automotive Seat System*. *International Journal of Automotive Technology*, 22(2):391–402, 2021.
- [27] Juneja, V., Rediers, B., Kavarana, F. und Kimball, J.: *Squeak Studies on Material Pairs*. In: *SAE Technical Paper Series*, 1999.
- [28] Trapp, M. A., McNulty, P. und Chu, J.: *Frictional and Acoustic Behavior of Automotive Interior Polymeric Material Pairs Under Environmental Conditions*. In: *SAE Technical Paper Series*, 2001.
- [29] Hunt, K., Rediers, B., Brines, R., McCormick, R., Leist, T. und Artale, T.: *Towards a Standard for Material Friction Pair Testing to Reduce Automotive Squeaks*. In: *SAE Technical Paper Series*, 2001.
- [30] Lee, P., Rediers, B., Hunt, K. und Brines, R.: *Squeak Studies on Material Pair Compatibility*. In: *SAE Technical Paper Series*, 2001.
- [31] Akay, A.: *Acoustics of friction*. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 111(4):1525–1548, 2002.
- [32] Trapp, M. und Pierzecki, R.: *Squeak and Rattle Behavior of Elastomers and Plastics: Effect of Normal Load, Sliding Velocity, and Environment*. In: *SAE Technical Paper Series*, 2003.
- [33] Naganarayana, B. P., Shankar, S., Bhattachar, V. S., Brines, Robert S. und Rao, Srihari R.: *N-Hance: Software for Identification of Critical BSR Locations in Automotive Assemblies using Finite Element Models*. In: *SAE Technical Paper Series*, 2003.
- [34] Sohmshtetty, R., Kappagantu, R., Naganarayana, B. P. und Shankar, S.: *Automotive Body Structure Enhancement for Buzz, Squeak and Rattle*. In: *SAE Technical Paper Series*, 2004.

- [35] BETA CAE Systems: *ANSA and META for Squeak and Rattle model set up and analysis with the E-LINE method*, 2021. https://www.beta-cae.com/pdf/ansa_meta_squeak_and_rattle.pdf, besucht: 22.11.2021.
- [36] Altair Engineering: *Squeak and Rattle Director - Accurately predict and eradicate squeak and rattle phenomena in products*, 2021. <https://altairhyperworks.com/product/squeak-rattle-director>, besucht: 23.11.2021.
- [37] iXtronics GmbH: *EDware SAR - Analysesoftware zur Vermeidung von Squeak And Rattle*, 2021. <https://ix.ixtronics.com/de/edware>, besucht: 22.11.2021.
- [38] Dassault Systemes: *Applus IDIADA - Simulates vehicle squeaks and rattles with SIMULIA solutions*, 2021. <https://www.3ds.com/fileadmin/customer-stories/import/pdf/IDIADA-flyer-English-2.pdf>, besucht: 22.11.2021.
- [39] Her, J., Hsieh, S., Li, W. und Haddow, A.: *Quantitative Prediction of Rattle in Impacting System*. In: *SAE Technical Paper Series*, 1997.
- [40] Fegelman, K. J. L. und Grosh, K.: *Dynamics of a Flexible Beam Contacting a Linear Spring at Low Frequency Excitation: Experiment and Analysis*. *Journal of Vibration and Acoustics*, 124(2):237, 2002.
- [41] Pierre, C., Ferri, A. A. und Dowell, E. H.: *Multi-Harmonic Analysis of Dry Friction Damped Systems Using an Incremental Harmonic Balance Method*. *Journal of Applied Mechanics*, 52(4):958–964, 1985.
- [42] Sanliturk, K. Y. und Ewins, D. J.: *Modelling Two-dimensional Friction Contact and its Application using Harmonic Balance Method*. *Journal of Sound and Vibration*, 193(2):511–523, 1996.
- [43] Poudou, O. und Pierre, C.: *Hybrid Frequency-Time Domain Methods for the Analysis of Complex Structural Systems with Dry Friction Damping*. In: *44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 2003.
- [44] Süß, D. und Willner, K.: *Investigation of a jointed friction oscillator using the Multiharmonic Balance Method*. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 52-53:73–87, 2015.
- [45] Weisheit, K. und Marburg, S.: *Calculation of the Response of a Periodically Excited Beam with Frictional Contact Using Harmonic Balance Method*. *Procedia IUTAM*, 19:282–288, 2016.

- [46] Weisheit, K. und Marburg, S.: *Prognose von reibungsbasierten Störgeräuschen mittels eines 3D Finite Elemente Modells*. In: *DAGA 2018 - 44. Jahrestagung für Akustik*.
- [47] Weisheit, K. und Marburg, S.: *Squeak Noise Prediction for Systems with Dry Friction Damping*. *SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility*, 1(4):1672–1681, 2019.
- [48] Comparin, R. J. und Singh, R.: *Non-linear frequency response characteristics of an impact pair*. *Journal of Sound and Vibration*, 134(2):259–290, 1989.
- [49] Comparin, R. J. und Singh, R.: *An Analytical Study of Automotive Neutral Gear Rattle*. *Journal of Mechanical Design*, 112(2):237–245, 1990.
- [50] Kahraman, A. und Singh, R.: *Non-linear dynamics of a spur gear pair*. *Journal of Sound and Vibration*, 142(1):49–75, 1990.
- [51] Yang, J., Peng, T. und Lim, T. C.: *An enhanced multi-term harmonic balance solution for nonlinear period-one dynamic motions in right-angle gear pairs*. *Nonlinear Dynamics*, 67(2):1053–1065, 2012.
- [52] Süß, D.: *Multi-Harmonische-Balance-Methoden zur Untersuchung des Übertragungsverhaltens von Strukturen mit Fügstellen*. Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU), 2016.
- [53] Krack, M. und Gross, J.: *Harmonic balance for nonlinear vibration problems*. *Mathematical engineering*. 2019.
- [54] Zucca, S. und Firrone, C. M.: *Nonlinear dynamics of mechanical systems with friction contacts: Coupled static and dynamic Multi-Harmonic Balance Method and multiple solutions*. *Journal of Sound and Vibration*, 333(3):916–926, 2014.
- [55] Panning, L., Sextro, W. und Popp, K.: *Spatial Dynamics of Tuned and Mistuned Bladed Disks with Cylindrical and Wedge-Shaped Friction Dampers*. *International Journal of Rotating Machinery*, 9(3):219–228, 2003.
- [56] Panning, L.: *Auslegung von Reibelementen zur Schwingungsdämpfung von Turbinenschaukeln*. Dissertation, Universität Hannover, 2005.
- [57] Petrov, E. P. und Ewins, D. J.: *Effects of Damping and Varying Contact Area at Blade-Disk Joints in Forced Response Analysis of Bladed Disk Assemblies*. *AIAA Journal*, 128(2):403–410, 2006.

- [58] Zucca, S., Furrone, C. M. und Gola, M.: *Modeling underplatform dampers for turbine blades: a refined approach in the frequency domain*. Journal of Vibration and Control, 19(7):1087–1102, 2013.
- [59] Krack, M., Salles, L. und Thouverez, F.: *Vibration Prediction of Bladed Disks Coupled by Friction Joints*. Archives of Computational Methods in Engineering, 24(3):589–636, 2016.
- [60] Hartung, A., Hackenberg, H. P., Krack, M., Gross, J., Heinze, T. und Scheidt, L. P. V.: *Rig and Engine Validation of the Nonlinear Forced Response Analysis Performed by the Tool OrAgL*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 141(2), 2019.
- [61] Jaumouillé, V., Sinou, J. J. und Petitjean, B.: *An adaptive harmonic balance method for predicting the nonlinear dynamic responses of mechanical systems—Application to bolted structures*. Journal of Sound and Vibration, 329(19):4048–4067, 2010.
- [62] Geisler, J.: *Numerische und experimentelle Untersuchungen zum dynamischen Verhalten von Strukturen mit Fügestellen*. Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU), 2010.
- [63] Nayfeh, A. H. und Mook, D. T.: *Nonlinear Oscillations*. Wiley-VCH, Hoboken, 2008.
- [64] Kovacic, I. und Brennan, M. J.: *The Duffing equation: Nonlinear oscillators and their phenomena*. Wiley, Chichester, West Sussex, U.K and Hoboken, N.J, 2011.
- [65] Liu, L., Thomas, J. P., Dowell, E. H., Attar, P. und Hall, K. C.: *A comparison of classical and high dimensional harmonic balance approaches for a Duffing oscillator*. Journal of Computational Physics, 215(1):298–320, 2006.
- [66] Cameron, T. M. und Griffin, J. H.: *An Alternating Frequency/Time Domain Method for Calculating the Steady-State Response of Nonlinear Dynamic Systems*. Journal of Applied Mechanics, 56(1):149, 1989.
- [67] Powell, M. J. D.: *A Fortran subroutine for solving systems of nonlinear algebraic equations*. 1968.
- [68] Cardona, A., Coune, T., Lerusse, A. und Geradin, M.: *A multiharmonic method for non-linear vibration analysis*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37(9):1593–1608, 1994.
- [69] Craig, R. R. und Bampton, M. C. C.: *Coupling of substructures for dynamic analyses*. AIAA Journal, 6(7):1313–1319, 1968.

- [70] Bayani Khaknejad, M., Basheer, A., Godborg, F., Söderberg, R. und Wickman, C.: *Finite Element Model Reduction Applied to Nonlinear Impact Simulation for Squeak and Rattle Prediction*. SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility, 3(2):1081–1091, 2021.
- [71] Caughey, T. K. und O’Kelly, M. E. J.: *Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems*. Journal of Applied Mechanics, 32(3):583–588, 1965.
- [72] Rayleigh: *The Theory of Sound: Volume 2*. 1945 re-issue, 1877.
- [73] Ugray, Z., Lasdon, L., Plummer, J., Glover, F., Kelly, J. und Martí, R.: *Scatter Search and Local NLP Solvers: A Multistart Framework for Global Optimization*. INFORMS Journal on Computing, 19(3):328–340, 2007.
- [74] Fritze, D., Marburg, S. und Hardtke, H. J.: *Estimation of Radiated Sound Power: A Case Study on Common Approximation Methods*. Acta Acustica united with Acustica, 95(5):833–842, 2009.
- [75] Klaerner, M., Wuehrl, M., Kroll, L. und Marburg, S.: *FEA-based methods for optimising structure-borne sound radiation*. Mechanical Systems and Signal Processing, 89:37–47, 2017.
- [76] Fahnlne, J. B. und Koopmann, G. H.: *A lumped parameter model for the acoustic power output from a vibrating structure*. The Journal of the Acoustical Society of America, 100(6):3539–3547, 1996.
- [77] Ouyang, H., Nack, W., Yuan, Y. und Chen, F.: *Numerical analysis of automotive disc brake squeal: a review*. International Journal of Vehicle Noise and Vibration, 1(3/4):207, 2005.
- [78] Coudeyras, N., Sinou, J. J. und Nacivet, S.: *A new treatment for predicting the self-excited vibrations of nonlinear systems with frictional interfaces: The Constrained Harmonic Balance Method, with application to disc brake squeal*. Journal of Sound and Vibration, 319(3-5):1175–1199, 2009.
- [79] Kruse, S., Tiedemann, M., Zeumer, B., Reuss, P., Hetzler, H. und Hoffmann, N.: *The influence of joints on friction induced vibration in brake squeal*. Journal of Sound and Vibration, 340:239–252, 2015.

Appendix: Eingebundene Veröffentlichungen

Veröffentlichung [1]

- [1] Utzig, L., Fuchs, A., Weisheit, K. und Marburg, S.: *Squeak Noise Prediction of a Door Trim Panel Using Harmonic Balance Method*. SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility, 3(2):1108–1118, 2021.



Squeak Noise Prediction of a Door Trim Panel Using Harmonic Balance Method

Lukas Utzig TUM-Chair of Vibroacoustics / BMW Group

Arno Fuchs ARRK Engineering

Konrad Weisheit TUM-Chair of Vibroacoustics / BMW Group

Steffen Marburg TUM-Chair of Vibroacoustics

Citation: Utzig, L., Fuchs, A., Weisheit, K., and Marburg, S., "Squeak Noise Prediction of a Door Trim Panel Using Harmonic Balance Method," *SAE Int. J. Advances & Curr. Prac. in Mobility* 3(2):1108-1118, 2021, doi:10.4271/2020-01-1577.

This article was presented at the 11th International Styrian Noise, Vibration & Harshness Congress: The European Automotive Noise Conference, Graz, Austria, Nov. 3-5, 2020.

Abstract

Squeak and rattle noise in a vehicle's interior is perceived as an annoying sound by customers. Since persistent noise (e.g. engine, wind or drive train noise) has been reduced continuously during the last decades, the elimination of sounds, which have their origin in the vehicle's interior components, is getting more important. Therefore, noise prediction based on simulation models is useful, since design changes can be realized at lower costs in early virtual development phases. For this task, linear simulation methods are state of the art for the identification of noise risk, but in general without knowing if a sound is audible or not. First approaches

have been developed based on the Harmonic Balance Method to predict squeak noise and assess their audibility. This paper presents vibroacoustic measurements at a door trim panel for squeaking and non-squeaking configurations. Vibrations are excited harmonically by a force controlled low noise shaker. The system response is measured in a semi-anechoic chamber by acceleration sensors and audibility is assessed. Additionally, a 3D finite element model is built and the Harmonic Balance Method using a dry friction law is applied to predict the acoustic behavior. Finally, the simulation results are compared to the measurements. A good agreement between simulation and experiment can be observed.

1. Introduction

As market surveys reveal, squeak and rattle (SAR) noise is one of the main reasons for customer complaints within automotive industry [1, 2, 3] and contributes to approximately 10% of the overall vehicle "Things Gone Wrong" costs [1]. Additionally, noise plays a crucial role in a customer's judgement about quality of a car [4, 5]. Since even low-level sounds can be annoying, it is desirable to avoid any noise within a car's interior, which is not drowned out by other driving noise (e.g. motor sound, rolling noise,...). This task is getting more difficult over the years, since the persistent noise of the engine, wind or the drive train has been reduced continuously during the last decades [6, 7].

SAR can be induced by two major operating principles. If parts hit against each other in the contact normal direction, rattle noise occurs. If parts slide against each other having stick and slip phases, squeak noise occurs. Both sounds are produced by external excitation (e.g. through the road surface or through the passenger). Seats, instrument panels and door trim panels are the most relevant contributors to SAR [1, 6].

To avoid SAR, tests of prototypes or preseries vehicles are performed [6]. Expensive hardware, which is only available in late phases of the development process, is needed for such tests. For this, the prediction of SAR based on simulations is desirable to get assessments in early phases of the development process. Simulations can be performed before the first hardware is produced and the earlier issues are detected, the cheaper they can be eliminated.

Linear simulation methods have been developed [8, 9, 10] based on modal analysis followed by frequency response or transient dynamic analysis. These approaches are simple to use, state of the art within a modern, virtual development process and part of commercial software packages [11, 12, 13]. Their detailed implementation is confidential, but all tools assess the noise risk based on linear simulation results with empirical approaches. Although, design problems with respect to SAR can be identified with these methods, they have the disadvantage that the mechanical contact is ignored and audibility is not assessable. The system's response substantially differs from the linear calculation result. Without a sufficient approximation of

the system's oscillations, it is meaningless to evaluate acoustic quantities.

To circumvent the drawbacks of linear calculations, nonlinear methods have been developed in order to perform a quantitative prediction of rattle phenomena in impact problems [14, 15]. For getting a quantitative prediction of squeak noise, the tangential relative displacement in the contact area and the corresponding friction behavior have to be considered in calculation methods. For this, Weisheit and Marburg developed a method to predict squeak noise based on the Harmonic Balance Method (HBM) [16, 17, 18].

In this work, the system response of a door trim panel is measured for squeaking and non-squeaking configurations. HBM is used to predict the squeak noise numerically. So far, this method has been applied to academic examples [16, 17, 18], without a proof that the method is applicable for interior components. The application of this method to a squeaking automotive part validates the approach and the usage of HBM.

Section 2 explains the fundamentals of the HBM and its implementation within this work using dry friction laws. The performed measurements at the door trim panel are presented in section 3 and the corresponding simulation model is shown in section 4. The results for the measurements and the simulations are shown and compared in section 5. Additionally, this section contains a possible assessment for noise prediction based on the Equivalent Radiated Power (ERP). Finally, conclusions are drawn in section 6.

2. The Harmonic Balance Method

2.1. Formulation of the System of Equations

A discrete system with nonlinearities (e.g. dry friction) can be described by the equations of motion

$$M\ddot{\mathbf{u}}(t) + D\dot{\mathbf{u}}(t) + K\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}_e(t) + \mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t), \quad (1)$$

using the mass M , the damping D and the stiffness matrix K . The forces \mathbf{f} can be separated in excitation forces \mathbf{f}_e , which are introduced to the system externally and nonlinear forces \mathbf{f}_{nl} which have their origin in the contact physics.

The displacements \mathbf{u} , excitation forces \mathbf{f}_e and nonlinear forces \mathbf{f}_{nl} are defined within the Harmonic Balance Method by truncated Fourier series:

$$\mathbf{u}(t) = \frac{\mathbf{u}_{0,c}}{2} + \sum_{k=1}^h [\mathbf{u}_{k,s} \sin(k\omega t) + \mathbf{u}_{k,c} \cos(k\omega t)], \quad (2)$$

$$\mathbf{f}_e(t) = \frac{\mathbf{f}_{e,0,c}}{2} + \sum_{k=1}^h [\mathbf{f}_{e,k,s} \sin(k\omega t) + \mathbf{f}_{e,k,c} \cos(k\omega t)], \quad (3)$$

$$\mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) = \frac{\mathbf{f}_{nl,0,c}}{2} + \sum_{k=1}^h [\mathbf{f}_{nl,k,s} \sin(k\omega t) + \mathbf{f}_{nl,k,c} \cos(k\omega t)]. \quad (4)$$

The index k represents the harmonic order with $k=0$ being the static solution. The indices s and c represent the Fourier

coefficients accounting for sine or cosine. The maximum number of harmonics h is problem dependent and should be defined as big as necessary to describe the dynamic system in a good manner. Within this work, only harmonic excitation forces are applied which means $\mathbf{f}_{e,k,c} = \mathbf{f}_{e,k,s} = 0$ for $k \neq 1$. In general, all kinds of periodic excitation are applicable within HBM.

Inserting the equations (2) to (4) in the equation of motion (1) leads after separation into sine and cosine terms to:

$$\sum_{k=0}^h \left[\underbrace{(\mathbf{K} - k^2\omega^2\mathbf{M})\mathbf{u}_{k,c} + k\omega D\mathbf{u}_{k,s} - \mathbf{f}_{nl,k,c} - \mathbf{f}_{e,k,c}}_{=0} \right] \cos(k\omega t) = 0, \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^h \left[\underbrace{(\mathbf{K} - k^2\omega^2\mathbf{M})\mathbf{u}_{k,s} - k\omega D\mathbf{u}_{k,c} - \mathbf{f}_{nl,k,s} - \mathbf{f}_{e,k,s}}_{=0} \right] \sin(k\omega t) = 0. \quad (6)$$

Note that in equation (5) k starts from 0 for the cosine terms to consider static load cases within one equation. Since equations (5) to (6) have to be satisfied at all times t , a general solution is only given if the prefactors in square brackets are zero.

The vectors of Fourier coefficients can be defined for displacements $\tilde{\mathbf{u}}$, excitation forces $\tilde{\mathbf{f}}_e$ and nonlinear forces $\tilde{\mathbf{f}}_{nl}$ as:

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\mathbf{u}_{0,c}^T \ \mathbf{u}_{1,s}^T \ \mathbf{u}_{1,c}^T \ \dots \ \mathbf{u}_{h,s}^T \ \mathbf{u}_{h,c}^T]^T, \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}_e = [\mathbf{f}_{e,0,c}^T \ \mathbf{f}_{e,1,s}^T \ \mathbf{f}_{e,1,c}^T \ \dots \ \mathbf{f}_{e,h,s}^T \ \mathbf{f}_{e,h,c}^T]^T, \quad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}_{nl} = [\mathbf{f}_{nl,0,c}^T \ \mathbf{f}_{nl,1,s}^T \ \mathbf{f}_{nl,1,c}^T \ \dots \ \mathbf{f}_{nl,h,s}^T \ \mathbf{f}_{nl,h,c}^T]^T. \quad (9)$$

The equations (5) and (6) can be resorted which finally leads to the dynamic system equation in the frequency domain

$$[\tilde{\mathbf{M}}(\omega) + \tilde{\mathbf{D}}(\omega) + \tilde{\mathbf{K}}(\omega)] \tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{S}}(\omega) \tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{f}}_e + \tilde{\mathbf{f}}_{nl}(\tilde{\mathbf{u}}). \quad (10)$$

The dynamic mass $\tilde{\mathbf{M}}(\omega)$, damping $\tilde{\mathbf{D}}(\omega)$ and stiffness matrices $\tilde{\mathbf{K}}(\omega)$ are defined by:

$$\tilde{\mathbf{M}}(\omega) = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1^2\omega^2\mathbf{M} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1^2\omega^2\mathbf{M} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h^2\omega^2\mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & h^2\omega^2\mathbf{M} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{D}}(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1\omega D & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1\omega D & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -h\omega D \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h\omega D & 0 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{K} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Altogether, their sum represent the dynamic system matrix in the frequency domain $\tilde{\mathbf{S}}(\omega)$.

The remaining unknown nonlinear force \mathbf{f}_{nl} can be calculated by integration of the nonlinear force in the time domain

$$\mathbf{f}_{nl,0,c} = \frac{2}{T} \int_0^T \mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) dt, \quad (14)$$

$$\mathbf{f}_{nl,k,s} = \frac{2}{T} \int_0^T \mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) \sin(k\omega t) dt, \quad k=1\dots h, \quad (15)$$

$$\mathbf{f}_{nl,k,c} = \frac{2}{T} \int_0^T \mathbf{f}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) \cos(k\omega t) dt, \quad k=1\dots h, \quad (16)$$

where the period T can be determined from the frequency f or the angular velocity ω by $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$.

As can be seen from equations (11) to (13), the system's dimensions increase by the factor $(2 \cdot h) + 1$ within HBM. In order to reduce computational effort, model reduction based on the Craig Bampton Method [19] is applied.

2.2. Solving the System of Equations

There are many approaches to solve the dynamic equations of motion (10). A fundamental literature overview can be found in [20], where the alternating frequency time (AFT) method is an efficient approach, which allows the usage of the contact formulation in the time domain as described in section 2.3. The AFT method was introduced by Cameron and Griffin [21] and uses the Fast Fourier Transformation (FFT) to switch between time and frequency domain. It is used by many authors (e.g. Poudou and Pierre [22], Suess and Willner [23] or Weisheit and Marburg [18]).

The idea behind AFT procedure is that the Fourier coefficients are inserted into equation (2). The solution is then transferred to the time domain. Afterwards the contact state is evaluated in the time domain and the contact forces are determined and transferred back to the frequency domain by equations (14) to (16). In this manner, the equations of motion (10) are solved iteratively.

For reasons of simplicity, the necessary Jacobian is calculated by finite gradients according to Weisheit and Marburg [18], although the Jacobian is calculable analytically for dry friction laws (cf. Suess and Willner [23]).

Furthermore, an initial guess for the Fourier coefficients has to be provided as start solution, (e.g. sticking or the linear solution without contact) which influences the solving process.

The AFT procedure is implemented within *MATLAB*, where the built-in function *fsolve* is used as nonlinear system solver. Within *fsolve*, the trust-region dogleg algorithm is used, which have been introduced by Powell [24]. The algorithm is terminated if the predefined maximum tolerance $\epsilon_{max} = 10^{-12}$ is reached. The application of trust-region algorithms within HBM is also used by Geisler [25].

2.3. Contact

To consider dry friction within the Harmonic Balance Method, a contact law is needed which defines the nonlinear forces \mathbf{f}_{nl} . Since the AFT method is used within this work (see section 2.2), it is the goal to calculate the nonlinear forces within the time domain.

Within this paper, a node-to-node contact model is implemented which is illustrated in figure 1 for one node pair. The red highlighted nodes A and B are the contact nodes, which are meshed coincidentally. In figure 1, they are not shown coincidentally for better visualization purpose. The normal direction has to be defined manually, since there is no possibility of surface projection, when a contact pair contains only two nodes. Within the door trim panel, the relevant contact surfaces can be assumed as flat and parallel. Therefore, the global Cartesian coordinates can be used as contact directions, where the normal direction is defined as the z-direction and the y-direction is defined as the tangential direction. The x-direction is defined contactless within this approach for reasons of simplicity. The model is orientated such that the normal direction is perpendicular to all the element surfaces attached to the contact nodes.

In the time domain, the contact state is assessed incrementally by a predefined number of sampling points N per period T . These contact states are identified by the index l . The time t is defined as

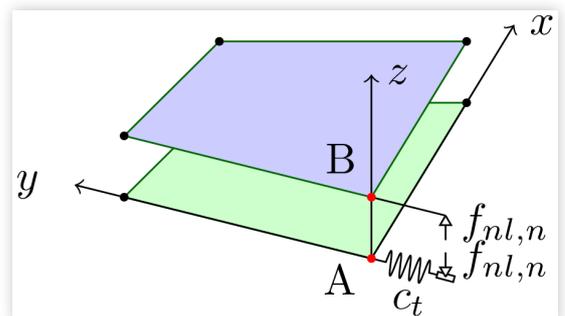
$$t = l \frac{T}{N} = l \Delta t. \quad (17)$$

The normal force is assumed to be constant

$$f_{nl,n} = \text{constant}. \quad (18)$$

For tangential contact, a spring element combined with a Coulomb friction element is introduced and arranged sequentially as seen in figure 1. The tangential stiffness of the

FIGURE 1 Visualization of a node-to-node contact pair.



spring element is called c_i . The maximum transmittable sticking force $f_{nl,t,max}$ can be calculated with the dry friction law

$$f_{nl,t,max} = \mu f_{nl,n} = \text{constant}. \quad (19)$$

Two cases have to be distinguished for sticking and slipping to calculate the tangential friction force

$$f_{nl,t}(l) = \begin{cases} f_{nl,t,stick}(l) & \text{for stick} \\ f_{nl,t,max} \text{ sign}(f_{nl,t,stick}(l)) & \text{for slip} \end{cases}, \quad (20)$$

$$f_{nl,t,stick}(l) = c_i [u_{Ay}(l) - u_{By}(l) - u_{Ay}(l-1) + u_{By}(l-1)] + f_{nl,t}(l-1). \quad (21)$$

While sticking, the spring element is loaded and the sticking force $f_{nl,t,stick}(l)$ can be calculated using both, the displacements at the actual state l and the previous state $l-1$ of the two contact nodes and the tangential friction force of the previous state. For each increment, it is tested if the sticking condition is fulfilled $|f_{nl,t,stick}(l)| < f_{nl,t,max}$. If so, the spring is loaded or unloaded further. If not, the system is slipping and the tangential force is reduced to the maximum transmittable sticking force $f_{nl,t,max}$ by keeping the sign of the tested sticking direction $f_{nl,t,stick}(l)$.

Since the initial contact state in the first increment is unknown, two periods have to be processed, where the first period is to identify the initial state for the second period only. The second period can be used to evaluate the contact forces.

Within this section, equations are derived and visualized for one node pair only. For this, the nonlinear forces f_{nl} are scalar values. Within the HBM routine, multiple node pairs can be used in general.

3. The Door Trim Panel Test Rig

3.1. Experimental Setup and Test Specimen

The experimental setup is assembled in a semi-anechoic chamber. It is shown in [figure 2](#). The visible side of the door

FIGURE 2 Door Trim Panel Test Rig.



© The Authors.

trim panel faces towards the ground. The case of the shaker and the outer flanges of the door trim panel are attached to a steel frame by clamps.

The load is applied by a force controlled harmonic excitation with a constant amplitude. For this, the air cooled low noise shaker m120Q/MA1-CE from IMV CORPORATION is used. The shaker's shaft is connected to the upper decor panel (see [figure 2](#)) via the load cell 208C02 from PCB Piezotronics.

As test specimen, a right rear door trim panel of a BMW X3 series is used. The first natural frequency of such a thin walled part is small compared to the massive steel frame. The squeak noise has its origin in the green marked contact as seen in [figure 2](#), where a relative contact motion between the upper decor plate including a light conductor and the upper trim area can occur. Within the original door assembly, the attachment points are prestressed such that no squeak noise can be produced by the customer or through excitation caused by the road surface. The fixations of the test rig are modified by removing all fixations in the vicinity of the squeaking area. With this approach, a representative squeak noise arises in the test rig.

3.2. Measurement Instrumentation

The door trim panel is instrumented by 29 triaxial accelerometers, where 21 sensors are connected to the door trim panel and 8 sensors are connected to the frame. [Table 1](#) lists further information. Each sensor is attached to the corresponding adhesive base.

The acceleration and force signals are measured with a PAK MKII from Müller-BBM VAS using a sampling frequency of 3000Hz.

3.3. Estimation of Damping Parameters

As explained in [section 3](#), an electromagnetic shaker introduces energy to the system by harmonic excitation. This energy is dissipated by friction in the contact domain (see [section 2.3](#)) and damping, where Rayleigh damping [26, 27] is assumed within this work. The damping matrix \mathbf{D} is assumed to be a composition of the mass \mathbf{M} and the stiffness matrix \mathbf{K} weighted by the Rayleigh coefficients α and β

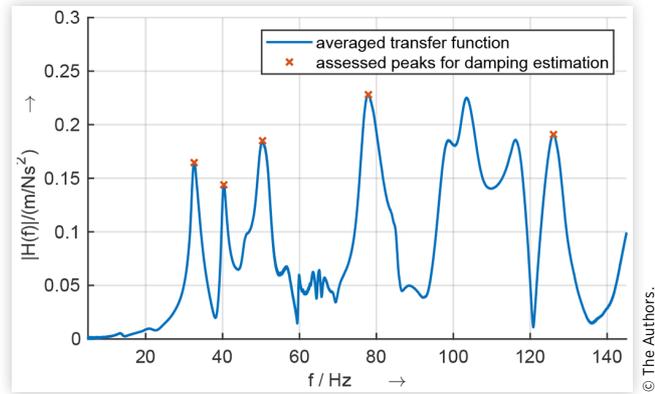
$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}. \quad (22)$$

Both matrices \mathbf{M} and \mathbf{K} are calculable by 3D finite element analysis. α and β are determined within this section.

TABLE 1 Used accelerometers for the measurements.

Quantity	Producer	Type	Mass	Adh. Base
7	PCB	356A16	7.4g	M080A12
22	Brüel & Kjær	4326-A	13.0g	UA-1408

© The Authors.

FIGURE 3 Averaged transfer function for damping estimation.

The damping ratio $\zeta_{i, ray}$ at the natural frequencies f_i is calculable by

$$\zeta_{i, ray} = \frac{\alpha}{4\pi f_i} + \beta\pi f_i, \quad (23)$$

for different Rayleigh coefficients.

Rayleigh damping is a global damping approach which introduces damping in an averaged sense. To find the unknown Rayleigh coefficients α and β , the averaged damping ratio ζ is estimated for different natural frequencies from the measurements (section 3.1). For this global damping estimation, a resulting transfer function H is needed, which can be determined by each single transfer function, as explained in [28].

For measuring the transfer function, three sine sweeps from 5Hz to 145Hz at the test rig are performed with a force amplitude of 5N. For this force amplitude, no squeak noise can be observed. All measured transfer functions are calculated within *MATLAB* by the built-in function *tfestimate* and averaged in the frequency domain. The sensors' force signal is used as input, since it is the actuating variable. The measured accelerations are used as output, where only sensors attached to the door trim panel are considered and sensors attached to the steel frame are ignored. The estimated resulting transfer function H is shown in figure 3.

In order to determine the damping ratio ζ from the resulting transfer function H , the "-3db method" (also called "half power method") is used as explained in [28]. The damping ratio $\zeta_{i, -3db}$ at a natural frequency f_i can be calculated by the corresponding left and right half-power frequencies $f_{i,l}$ and $f_{i,r}$

$$\zeta_{i, -3db} = \frac{f_{i,r} - f_{i,l}}{2f_i}. \quad (24)$$

The half power method is only applicable, if modes are well separated and the response is not influenced by other neighbouring modes [28]. Figure 3 shows that only five frequencies meet this criterion (highlighted by red crosses) and are assessable. All other peaks have to be ignored. Table 2 lists the resulting transfer function values H with the

TABLE 2 Estimated damping ratio $\zeta_{i, -3db}$ based on measurements and applied Rayleigh damping ratio $\zeta_{i, ray}$ at different natural frequencies.

f_i / Hz	$ H / \frac{m}{\text{Ns}^2}$	$f_{i,l} / \text{Hz}$	$f_{i,r} / \text{Hz}$	$\zeta_{i, -3db}$	$\zeta_{i, ray}$
32.6	0.165	31.8	33.9	0.033	0.034
40.3	0.144	39.7	41.4	0.020	0.030
50.4	0.185	48.6	52.3	0.036	0.027
77.9	0.228	75.8	81.3	0.035	0.024
126.1	0.191	123.6	128.5	0.019	0.027

© The Authors.

corresponding frequencies f and the estimated damping ratios $\zeta_{i, -3db}$.

The Rayleigh coefficient α and β are optimized to $\alpha = 12.09$ and $\beta = 4.79 \cdot 10^{-5}$ by the least square method, where the residual is defined by the difference of the estimated damping ratio $\zeta_{i, -3db}$ and the calculated Rayleigh damping ratio $\zeta_{i, ray}$ by equation (23). For solving, the global search algorithm of *MATLAB* is used, which is described by Urgay et al. [29]. The damping ratios based on the optimized Rayleigh coefficients $\zeta_{i, ray}$ are listed in table 2.

3.4. Squeaking and Non-squeaking Configurations

For low excitation forces, the contact at the door trim panel sticks permanently and no squeak noise is audible. If the excitation force overcomes the maximum transmittable sticking force $f_{nl, t, max}$ in the contact domain, the stick-slip effect arises.

To investigate squeaking and non-squeaking configurations, pretests are performed to find a threshold for the excitation force. Below this threshold, no squeak is audible and above this threshold, a squeak noise occurs. A harmonic excitation with a frequency of 7Hz is introduced to the door trim panel and the force amplitude is increased in 0.5N steps sequentially. The squeak threshold is identified at 12.5N.

Table 3 lists the tested squeaking and non-squeaking configurations. An offset of 1.5N from the determined squeak threshold is used to ensure robust configurations.

4. Simulation Model

4.1. Finite Element Model

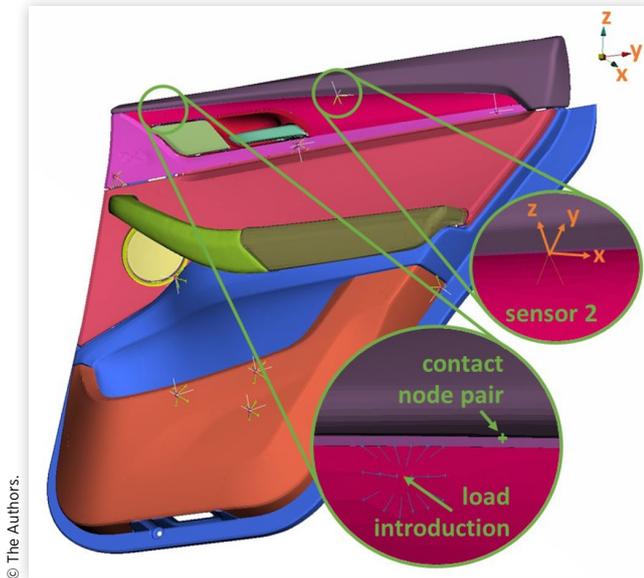
A 3D finite element model is built to simulate the dynamic behavior. The goal is to determine the stiffness matrix \mathbf{K} and

TABLE 3 Excitation frequency and force amplitude of the tested squeaking and non-squeaking configurations.

Configuration	Frequency	Force Amplitude
Non-squeaking	7Hz	11N
Squeaking	7Hz	14N

© The Authors.

FIGURE 4 Front side of the door trim panel finite element model showing the load introduction, the contact node pair and sensor 2.



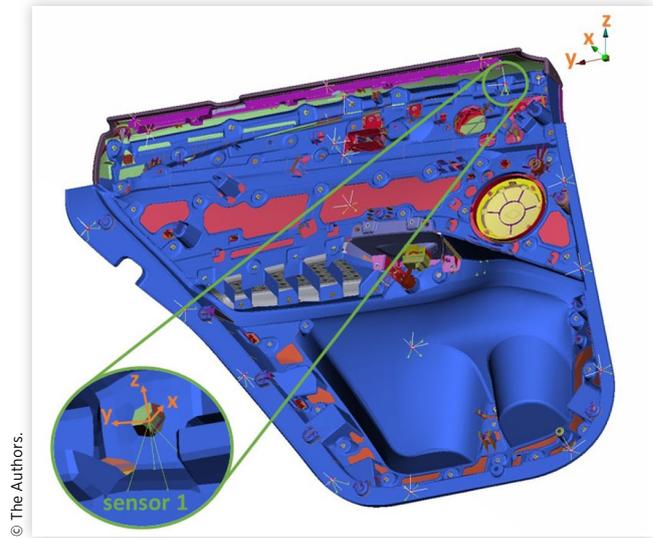
the mass matrix \mathbf{M} , which are necessary to apply the Harmonic Balance Method (see equations (11) to (13)). Figure 4 shows the front side of the door trim panel's finite element model. Each sensor is represented by a node in its geometric center, which is coupled to the door trim panel's surface. The corresponding sensor mass (see table 1) is also applied to this node. Each sensor node is transformed in a local coordinate system. They are defined to compare the measured to the simulated system response in the local sensor direction. The local z -direction is the normal direction to the attached surface.

Additionally, figure 4 shows the load introduction node, where the shaker force is introduced in global y -direction. This node is connected to the surface by a distributing coupling element. Furthermore, the used contact node pair is highlighted, where the contact algorithm as defined in section 2.3 is applied. Since the contact nodes are meshed coincidentally, only one node is visible. For reasons of simplicity, only one node pair is used within this work. In general, the approach is applicable for several node pairs. The highlighted sensor 2 is used for result comparison. The rear side of the finite element model is shown in figure 5, where sensor 1, which is used for result comparison, is highlighted.

All degrees of freedom (DOF) are reduced using Craig Bampton Method, except for the displacements of the two contact nodes. To capture an appropriate dynamic behavior, all modes with a corresponding natural frequency up to 800Hz are kept as DOFs. More information on the method can be found in [19].

The finite element model is built with linear shell elements for the plastic parts. 4-node quad elements are used as the preferred element type. Thermoplastic olefin and PC-ABS are the used plastics. Spot welds within the plastic parts are modeled by connectors. The covering foam parts are meshed with linear solid elements, where 8-node hexahedrons are used as preferred element type. This leads to an overall model

FIGURE 5 Rear side of the door trim panel finite element model showing sensor 1.



size of 467184 nodes and 553949 elements. It is assumed that the steel frame is stiff compared to the door trim panel. For this, all nodes of the door trim panel which are attached to the steel frame are fixed in all degrees of freedom. Abaqus/Standard 6.13-5 is used for solving.

4.2. HBM Parameters

The finite element model explained in 4.1 is used to determine the mass \mathbf{M} and stiffness matrix \mathbf{K} . This step is entirely linear. Contact nonlinearities at the contact pair (see figure 4) are taken into account within the HBM routine as explained in section 2. The HBM routine requires additional parameters, which are explained within this section 4.2.

Noise prediction is only possible if the predicted frequencies are in a range which is audible by the human ear. This means, the frequency of the highest predicted harmonic h has to be in this range. On the other hand, high number of harmonics leads to long computational times since the system size increase by $(2 \cdot h) + 1$ as explained in section 2. For this, $h = 75$ is chosen to guarantee the prediction of frequencies up to 500Hz, which ensures to predict the system response in the audible range by acceptable computational time.

To distinguish between sticking and slipping in the contact zone, the maximum transmittable sticking force $f_{nl, t, max}$ has to be determined (see also equations (18) to (21)). This force is the product of the normal force $f_{nl, n}$ with the coefficient of friction μ in general. Since this work assumes $f_{nl, n}$ and μ are constant, their product also has to be constant and $f_{nl, t, max}$ is the only value to determine. Since $f_{nl, t, max}$ is not measurable directly, its value was increased in 0.5N steps. For each value, it was checked if a force excitation below or above the squeak threshold (see table 3) leads to a permanent sticking or a partly slipping contact state in the simulation model. For all simulations a maximum transmittable sticking force of $f_{nl, t, max} = 3N$ was used, since the required conditions are fulfilled.

Another parameter to be defined is the tangential contact stiffness c_t . A higher stiffness leads to slower convergence but in general to more accurate results. To find the best compromise, c_t is increased sequentially in $500 \frac{N}{mm}$ steps. $c_t = 2000 \frac{N}{mm}$ is used for all simulations within this work, since it can be observed, that higher values do not influence the results significantly.

5. Results and Discussion

The results of the measurements and the corresponding simulations are shown in this section to compare squeaking and non-squeaking configurations. For all the simulations, the same finite element model and the same parameters as explained in section 4 are used. The difference between the squeaking and non-squeaking configurations for the measurements and the simulations are only the excitation force amplitudes as defined in table 3. All values in this section are reported in local sensor coordinates as defined in figure 4 and figure 5. For the contact nodes, the local and global directions are identical (see section 2.3).

5.1. The Time Domain

5.1.1. Results To investigate the difference in the contact state between squeaking and non-squeaking configurations, the simulated velocities of the two contact nodes in the y-direction are visualized (see figure 6) for two periods in the time domain. The velocities are the best physical quantities to plot, since the displacements show no big visual deviations and the accelerations show high oscillations for nonlinear contact analysis. The blue lines represent the first contact node and the red lines the second contact node. For the non-squeaking configuration (dashed lines), the contact nodes stick to each other permanently and their velocities are equal. A higher overall amplitude can be observed for the squeaking configuration (solid line). Additionally, the velocities of the two contact nodes distinguish two times per period.

FIGURE 6 Simulated velocities of the contact nodes in y-direction for the non-squeaking and the squeaking configuration in the time domain.

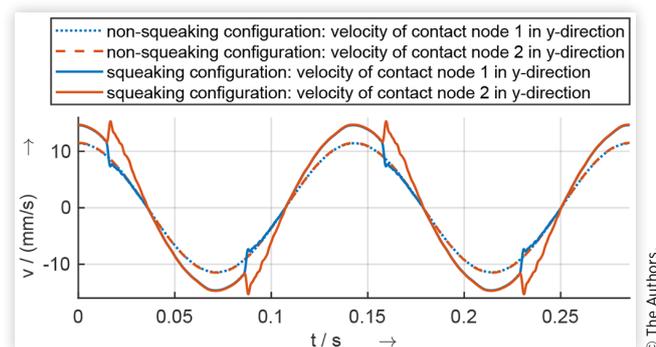
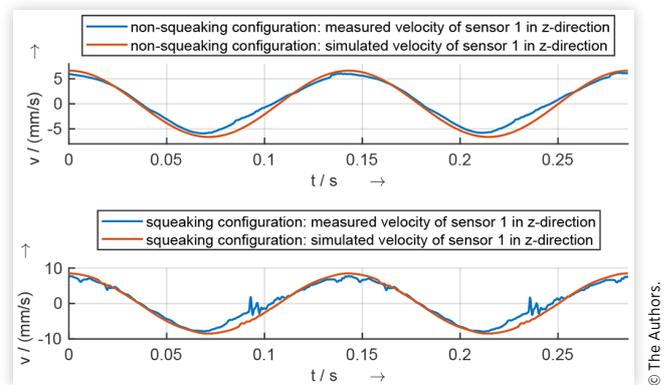


FIGURE 7 Simulated and measured velocities of sensor 1 in local z-direction (normal direction) for the non-squeaking (top) and the squeaking (bottom) configuration in the time domain.

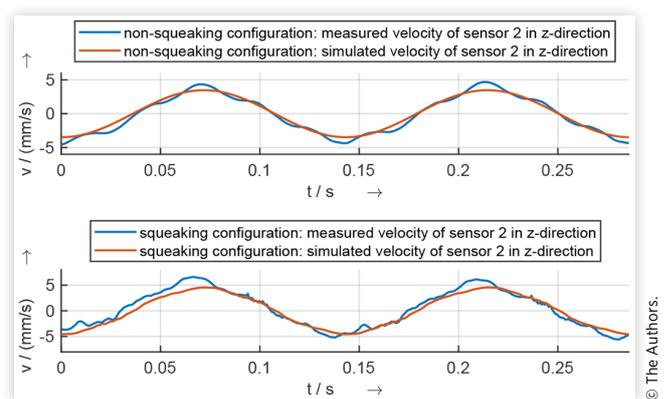


The simulated velocities are plotted directly after inserting the calculated Fourier coefficients in the derivative of equation (2). For the measurements, the time integral of the accelerations is calculated to visualize the velocities. These results are shown in figure 7 for sensor 1 in local z-direction. Sensor 1 is placed on the opposite side of the load introduction point. A good agreement between measurement (blue curves) and simulation (red curves) can be observed for the non-squeaking (top) and the squeaking configuration (bottom).

To visualize the system response at one more location, figure 8 shows the measurements compared to the simulation results for sensor 2 in local z-direction. The velocity amplitudes for simulations and measurements are in good agreement. For both configurations, the measured oscillations are higher compared to the simulation results.

5.1.2. Discussion The possibility to distinguish between squeaking and non-squeaking configurations based on simulation models is an important requirement for squeak noise prediction. For the squeaking configuration, the difference in

FIGURE 8 Simulated and measured velocities of sensor 2 in local z-direction (normal direction) for the non-squeaking (top) and the squeaking (bottom) configuration in the time domain.



the velocities of the two contact nodes enables this assessment. If the velocities between the contact nodes vary, the contact is slipping and the maximum transmittable contact force is exceeded. Otherwise, it is sticking. This alternating sticking and slipping state is usable to identify the squeaking configuration by simulation. Furthermore, the velocity amplitude is higher for the squeaking configuration, which shows that squeaking can be only observed above the threshold of the excitation force amplitude. In the figures 7 and 8, this statement is validated by the test, since the velocity amplitude for the squeaking configuration is higher than for the non-squeaking configuration.

As visible in figure 6, a slipping phase is introduced at approx. $t = 0.09s$ and at approx. $t = 0.16s$. Since the used contact law is symmetrical, the simulated system response must also be symmetrical. In the measurements, this phenomena can be observed only one time per period and is visual at high harmonic oscillations (at approx. $t = 0.09s$) in the velocities in figure 7. It is assumed, that this unsymmetrical contact behavior can be simulated by a variable normal force.

The simulation model does only include the contact nonlinearities at one location in the squeaking contact area. In general, the figures 7 and 8 shows that further high harmonic oscillations can be observed in the measurements compared to the simulations. It is assumed that contributions from the neglected contact areas with their corresponding clearances lead to this phenomena.

Figures 7 and 8 show a permanent sticking state for the non-squeaking configuration. For this case, the simulation model is entirely linear and a good agreement in the velocity amplitudes can be observed between simulation and measurement. This validates the FEM model explained in 4.1 at the assessed locations for the used frequency.

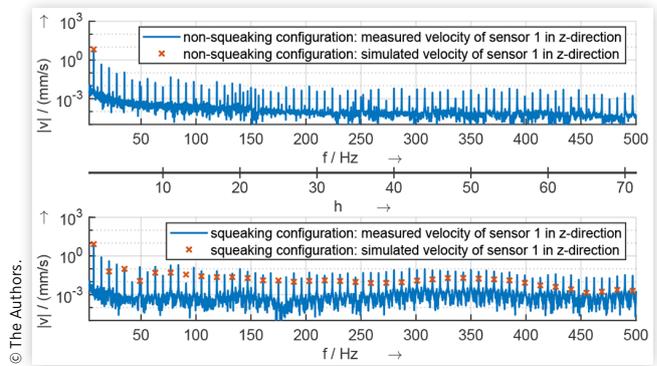
5.2. The Frequency Domain

5.2.1. Results As explained in section 2, the Harmonic Balance Method solves the dynamic equations of motion in the frequency domain. A result comparison between measurement and simulation in the frequency domain allows for a better evaluation, if HBM is applicable for squeaking phenomena. Figure 9 shows the results for measurement (blue) and simulation (red) at sensor 1 in local z-direction for the non-squeaking configuration (top) and the squeaking configuration (bottom). For the measurements, the discrete Fourier transform of the velocities in the time domain is built and their amplitude is visualized by the blue curves. Since the Harmonic Balance Method solves the steady state system response at the fundamental frequency and their higher harmonics, the results are represented by discrete points, which can be calculated directly by the Fourier coefficients (red crosses).

For better visualization, the ordinate is scaled logarithmically. Furthermore, the order of harmonic h is added as additional abscissa in figure 9, where the first harmonic ($h = 1$) represents the excitation frequency (7Hz).

Figure 9 shows that the excitation frequency and its harmonics are identifiable in the measured signals for both configurations. For the non-squeaking configuration, the spectral velocity at the excitation frequency is identifiable by simulation, but no higher harmonics are predicted. It is once

FIGURE 9 Simulated and measured velocities of sensor 1 in local z-direction (normal direction) for the non-squeaking (top) and the squeaking (bottom) configuration in the frequency domain.



again assumed that contributions from neglected contact areas lead to the measured higher harmonics. For the squeaking configuration, the spectral velocity at the excitation frequency and at even harmonics are predicted by simulation. Odd harmonics can not be predicted due to the symmetry of the used contact law. All non-visible harmonics are small compared to the visible harmonics and not shown.

5.2.2. Discussion As visualized in figure 9, the measured velocities are higher for the squeaking configuration compared to the non-squeaking configuration. If comparing identical harmonics for each configuration, the squeaking configuration shows a 21 times higher velocity compared to the non-squeaking configuration on average in the assessed frequency range up to 500Hz, although the excitation force is only 1.27 time higher. Especially for higher harmonics this phenomena is more pronounced.

For the squeaking configuration the background noise is lower compared to the non-squeaking configuration. For this, irregular peaks (e.g. the frequency of the power supply voltage at 50Hz and their harmonics) can be identified in figure 9 on a low level for the non-squeaking configuration.

The squeaking configuration shows no other significant frequency peaks except the ones at the fundamental frequency of 7Hz and their multiples. This validates that the Harmonic Balance Method is usable to predict squeaking phenomena of automotive parts.

Furthermore, the simulations show that it is possible to distinguish between squeaking and non-squeaking configurations by simulation. For the squeaking configuration, the contact nodes stick permanently and no higher harmonics are identifiable (see figure 9 (top)). If stick and slip phases are predicted, higher harmonics appear (see figure 9 (bottom)), although only even harmonics can be predicted. The absence of odd harmonics is already observed by Weisheit [18] and Suess [20].

5.3. Noise Prediction

The sections 5.1 and 5.2 present the results for the simulated velocities at the sensors and the contact nodes. Additionally,

the velocities at all degrees of freedom are calculable as a field output. They can be used to assess the radiated noise for squeaking and non-squeaking configurations.

One possible approach is to evaluate this radiated noise by the Equivalent Radiated Power (ERP), where the radiation efficiency is assumed to be $\sigma = 1$ [30, 31]. In most cases, this ERP can be interpreted as an upper bound for the radiated noise as it overestimates the radiation, especially for lower frequencies [30, 31].

The ERP is calculable using the normal velocities v_n at the structure's outer surface O by

$$P_{ERP} = \frac{1}{2} \rho c \int |v_n|^2 dO \approx \sum_{k=1}^{N_s} \underbrace{\frac{1}{2} \rho c v_{k,n}^2 A_k}_{ERP \text{ density}}, \quad (25)$$

where the speed of sound $c = 343 \text{ m/s}$ and the density $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ of air is used within this work.

The HBM calculates the velocities at discrete nodes and the ERP calculation has to be discretized. To do so, the outer surface of the finite element model is determined. An averaged surface velocity in normal direction $v_{k,n}$ is calculated for each element. A_k is the area of an outer element and N_s is the number of outer element surfaces. Additionally, the ERP density can be plotted for the whole outer surface by dividing the ERP of each surface element through its area. All assessments within this section are performed on the simulated velocities.

5.3.1. Results As explained in section 4.2 the velocities are calculated for 75 harmonics. Consequently, the ERP can be calculated for each harmonic separately. Table 4 summarizes the simulation results for the squeaking and the non-squeaking configuration. The ERP is listed for the first harmonic. Additionally, the ERP sum of all higher harmonics (2nd to 75th harmonic) and the ERP total sum is listed.

It is observed that the ERP of the first harmonic is dominant compared to the higher ones. Furthermore, no noise is radiated at higher harmonics for the non-squeaking configuration, since the contact is sticking permanently and no higher harmonics are predicted.

To illustrate at which location the noise is radiated, the ERP density can be plotted on the door trim panel's finite element model. Figure 10 shows the ERP density for the first harmonic of the squeaking configuration. The area next to the load introduction shows the highest ERP density. The non-squeaking configuration shows qualitatively similar areas for noise radiation but on a lower absolute value (see table 4). Therefore, the non-squeaking configuration is not visualized.

TABLE 4 Simulated Equivalent Radiated Power for the squeaking and the non-squeaking configuration.

Configuration	ERP of 1st harm.	ERP sum of higher harm.	ERP total sum
Non-squeaking	1.2249mW	0mW	1.2249mW
Squeaking	2.0068mW	0.0152mW	2.0220mW

FIGURE 10 Equivalent Radiated Power density in mW/mm^2 of the 1st harmonic for the squeaking configuration.

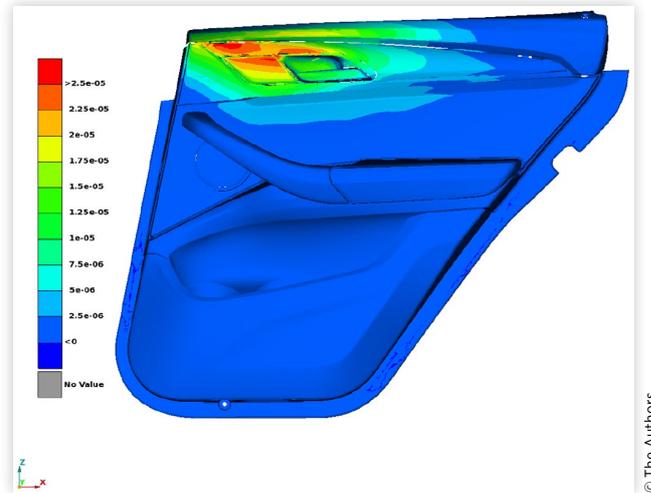


FIGURE 11 Equivalent Radiated Power density in mW/mm^2 of the 11th harmonic for the squeaking configuration.

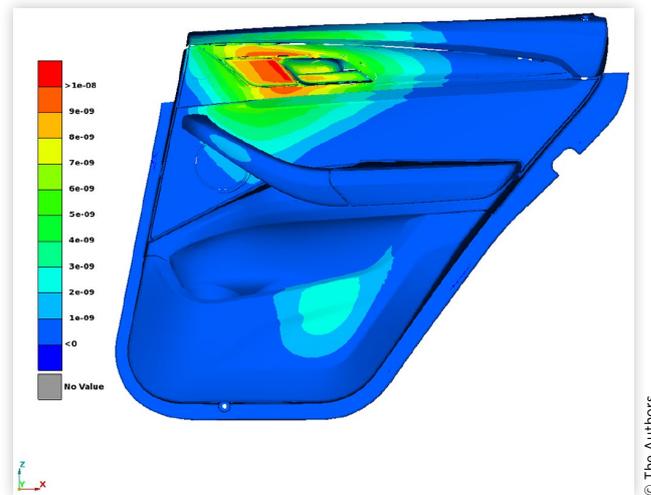


Figure 11 shows the ERP density of the squeaking configuration for the 11th harmonic which represents the radiated sound at 77Hz. It is notable that sound is radiated at the door trim panel's pocket, since the 11th harmonic excites the pocket's natural frequency. The non-squeaking configuration radiates no sound in simulation for the 11th harmonic and is not visualized.

5.3.2. Discussion The used ERP sum for the higher harmonics and the total ERP sum is calculated to generate a cumulative ERP. This approach is already used by Weisheit et al. [18], but the results have to be interpreted carefully, since all frequency informations get lost. Different thresholds of audibility at different frequencies are not taken into account. Furthermore, it is shown in section 5.2 that only even

harmonics are predictable. For this, no sound radiation is predicted at odd harmonics.

The results show that the ERP of the first harmonic is dominant compared to the higher harmonics. The fundamental frequency at 7Hz is represented by this first harmonic and is below the frequency threshold, which is audible by the human ear. This means for noise prediction, only the higher harmonics have to be taken into account for this case. The simulations show, that only the squeaking configuration radiates sound at these higher harmonics.

The approach enables the identification of areas where sound is radiated. It is shown that these areas must not be next to the squeaking contact, since mode shapes at different locations are excited. Consequently, the whole door trim panel's outer surface has to be taken into account for ERP calculation. The excitations of mode shapes arise at the fundamental frequency and their higher harmonics, which is an advantage of the Harmonic Balance Method compared to simulation methods based on linear theories.

6. Conclusion

This work validates a method for squeak noise prediction. Squeaking and non-squeaking configurations are tested at a door trim panel and the measured system response is compared to simulations using the Harmonic Balance Method. The measured velocities in the frequency domain show only relevant peaks at the fundamental frequency and their higher harmonics for the squeaking configuration, which validates the usage of the Harmonic Balance Method.

The measurements show that the squeaking configuration leads to higher velocity amplitudes compared to the non-squeaking configuration, especially for higher harmonics.

The simulation model predicts the measured velocities at the fundamental frequency with good agreement. Higher harmonics are predicted for the squeaking configuration, which are induced by the stick-slip effect. For the non-squeaking configuration permanent sticking is observed and no higher harmonics are predicted. This allows to distinguish between squeaking and non-squeaking configurations by simulation.

The Equivalent Radiated Power is calculated based on the simulated velocities and can be used to identify the areas of sound radiation. The results of this work contribute to improve the squeak noise prediction in early virtual development phases.

The identification of the contact force is a further research topic. It is assumed that an automatic calculation of the contact force using a contact algorithm in normal direction allows an evaluation of different initial penetrations. This implementation can be extended taking contact distributions into account. Furthermore, it is assumed that variable normal forces or other friction laws can improve the squeak noise prediction further by predicting odd harmonics or could allow to transfer the method to rattle phenomena. Finally, improved calculations of sound radiation based on the Lumped Parameter Model, finite element or boundary element method can be further research topics.

References

1. Nolan, S.A., Rediers, B.E., Loftus, H.M., and Leist, T., "Vehicle Squeak and Rattle Benchmarking," *IMAC-XIV* 483-489, 1996.
2. Kavarana, F., and Rediers, B., "Squeak and Rattle - State of the Art and Beyond," SAE Technical Paper 1999-01-1728, 1999, <https://doi.org/10.4271/1999-01-1728>.
3. Power, J.D., "Car Ratings & Reviews from Real Owners & Experts," <https://www.jdpower.com/>.
4. Styliadis, K., Hoffenson, S., Wickman, C., Söderman, M. et al., "Corporate and Customer Understanding of Core Values Regarding Perceived Quality: Case Studies on Volvo Car Group and Volvo Group Truck Technology," *Procedia CIRP* 21:171-176, 2014, doi:10.1016/j.procir.2014.03.144.
5. Styliadis, K., Wickman, C., and Söderberg, R., "Defining Perceived Quality in the Automotive Industry: An Engineering Approach," *Procedia CIRP* 36:165-170, 2015, doi:10.1016/j.procir.2015.01.076.
6. Trapp, M., and Chen, F., *Automotive Buzz, Squeak and Rattle: Mechanisms, Analysis, Evaluation and Prevention* First Edition (Butterworth-Heinemann: Oxford, 2012), ISBN:9780750684965.
7. Zeller, P., *Handbuch Fahrzeugakustik* (Wiesbaden): Springer Fachmedien Wiesbaden, 2018), doi:10.1007/978-3-658-18520-6.
8. Naganarayana, B.P., Shankar, S., Bhattachar, V.S., Brines, R.S. et al., "N-Hance: Software for Identification of Critical BSR Locations in Automotive Assemblies Using Finite Element Models," SAE Technical Paper 2003-01-1522, 2003, <https://doi.org/10.4271/2003-01-1522>.
9. Sohmshtetty, R., Kappagantu, R., Naganarayana, B.P., and Shankar, S., "Automotive Body Structure Enhancement for Buzz, Squeak and Rattle," SAE Technical Paper 2004-01-0388, 2004, <https://doi.org/10.4271/2004-01-0388>.
10. Weber, J., and Benhayoun, I., "Squeak & Rattle Correlation in Time Domain Using the SAR-LINE™ Method," *SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst.* 5(3):1124-1132, 2012, <https://doi.org/10.4271/2012-01-1553>.
11. iXtronics GmbH, "EDware SAR - Analysesoftware zur Vermeidung von Squeak And Rattle," <https://ix.ixtronics.com/de/edware>.
12. Altair Engineering, "Squeak and Rattle Director - Accurately Predict and Eradicate Squeak and Rattle Phenomena in Products," <https://altairhyperworks.com/product/squeak-rattle-director>.
13. BETA CAE Systems, "ANSA and META for Squeak and Rattle Model Set Up and Analysis with the E-LINE Method," http://www.beta-cae.com/pdf/ansa_meta_squeak_and_rattle.pdf.
14. Her, J., Hsieh, S.-R., Li, W., and Haddow, A., "Quantitative Prediction of Rattle in Impacting System," SAE Technical Paper 972059, 1997, <https://doi.org/10.4271/972059>.
15. Fegelman, K.J.L., and Grosh, K., "Dynamics of a Flexible Beam Contacting a Linear Spring at Low Frequency Excitation: Experiment and Analysis," *Journal of Vibration and Acoustics* 124(2):237, 2002, doi:10.1115/1.1426073.

16. Weisheit, K., and Marburg, S., "Calculation of the Response of a Periodically Excited Beam with Frictional Contact Using Harmonic Balance Method," *Procedia IUTAM* 19:282-288, 2016, doi:[10.1016/j.piutam.2016.03.035](https://doi.org/10.1016/j.piutam.2016.03.035).
17. Weisheit, K. and Marburg, S., "Prognose Von Reibungsbasierten Störgeräuschen Mittels Eines 3D Finite Elemente Modells," DAGA, 2018.
18. Weisheit, K., and Marburg, S., "Squeak Noise Prediction for Systems with Dry Friction Damping," SAE Technical Paper 2018-01-1483, <https://doi.org/10.4271/2018-01-1483>, 2018.
19. Craig, R.R., and Bampton, M.C.C., "Coupling of Substructures for Dynamic Analyses," *AIAA Journal* 6(7):1313-1319, 1968, doi:[10.2514/3.4741](https://doi.org/10.2514/3.4741).
20. Süß, D., "Multi-Harmonische-Balance-Methoden zur Untersuchung des Übertragungsverhaltens von Strukturen mit Fügstellen," Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU), Erlangen, 2016.
21. Cameron, T.M., and Griffin, J.H., "An Alternating Frequency/Time Domain Method for Calculating the Steady-State Response of Nonlinear Dynamic Systems," *Journal of Applied Mechanics* 56(1):149, 1989, doi:[10.1115/1.3176036](https://doi.org/10.1115/1.3176036).
22. Poudou, O. and Pierre, C., "Hybrid Frequency-Time Domain Methods for the Analysis of Complex Structural Systems with Dry Friction Damping," in *44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 2003, 255, doi:[10.2514/6.2003-1411](https://doi.org/10.2514/6.2003-1411).
23. Süß, D., and Willner, K., "Investigation of a Jointed Friction Oscillator Using the Multiharmonic Balance Method," *Mechanical Systems and Signal Processing* 52-53:73-87, 2015, doi:[10.1016/j.ymssp.2014.08.003](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2014.08.003).
24. Powell, M.J., "A Fortran Subroutine for Solving Systems of Nonlinear Algebraic Equations," 1968.
25. Geisler, J., "Numerische und experimentelle Untersuchungen zum dynamischen Verhalten von Strukturen mit Fügstellen," Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU), Erlangen, 2010.
26. Caughey, T.K., and O'Kelly, M.E.J., "Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems," *Journal of Applied Mechanics* 32(3):583, 1965, doi:[10.1115/1.3627262](https://doi.org/10.1115/1.3627262).
27. Rayleigh, "The Theory of Sound: Volume 2," 1945; re-issue, 1877, ISBN:9781108032216.
28. Ewins, D.J., *Modal Testing: Theory and Practice*, vol. 2 of Mechanical Engineering Research Studies Engineering Dynamics Series (Research Studies Press, Taunton, Somerset u.a), repr. Jan. 1995, rev. with new notation edn., 1995, ISBN 0863800173.
29. Ugray, Z., Lasdon, L., Plummer, J., Glover, F. et al., "Scatter Search and Local NLP Solvers: A Multistart Framework for Global Optimization," *INFORMS Journal on Computing* 19(3):328-340, 2007, doi:[10.1287/ijoc.1060.0175](https://doi.org/10.1287/ijoc.1060.0175).
30. Fritze, D., Marburg, S., and Hardtke, H.-J., "Estimation of Radiated Sound Power: A Case Study on Common Approximation Methods," *Acta Acustica united with Acustica* 95(5):833-842, 2009, doi:[10.3813/AAA.918214](https://doi.org/10.3813/AAA.918214).
31. Klaerner, M., Wuehrl, M., Kroll, L., and Marburg, S., "FEA-Based Methods for Optimising Structure-Borne Sound Radiation," *Mechanical Systems and Signal Processing* 89:37-47, 2017, doi:[10.1016/j.ymssp.2016.07.019](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.07.019).

Contact Information

Lukas Utzig
 Technical University of Munich
 Chair of Vibro-Acoustics of Vehicles and Machines
 (Prof. Marburg)
 Boltzmannstr. 15
 85748 Garching b. München
 Germany
lukas.utzig@tum.de

Veröffentlichung [2]

Die eingebundene Veröffentlichung [2] wurde am 06.03.2021 im „Journal of Sound and Vibration“ akzeptiert und am 09.03.2021 publiziert. Siehe:

- [2] Utzig, L., Weisheit, K., Sepahvand, K. und Marburg, S.: *Innovative squeak noise prediction: An approach using the harmonic balance method and a variable normal contact force*. Journal of Sound and Vibration, 501:116077, 2021.

Veröffentlichung [3]

Die eingebundene Veröffentlichung [3] wurde am 28.10.2021 in „Mechanical Systems and Signal Processing“ akzeptiert und am 17.11.2021 publiziert. Siehe:

- [3] Utzig, L., Weisheit, K., Maeder, M. und Marburg, S.: *Quantitative prediction of rattle noise: An experimentally validated approach using the harmonic balance method*. Mechanical Systems and Signal Processing, 167:108592, 2022.