

## **Anregungs- und Schwingungsverhalten von Planetengetrieben**

**Joshua Gillian Götz**

Vollständiger Abdruck der von der TUM School of Engineering and Design der  
Technischen Universität München zur Erlangung eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitz: Prof. Malte Jaensch, Ph.D.  
Prüfer\*innen der Dissertation: 1. Prof. Dr.-Ing. Karsten Stahl  
2. Prof. Dr.-Ing. Robert Liebich

Die Dissertation wurde am 19.01.2023 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die TUM School of Engineering and Design am 09.05.2023 angenommen.



## Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Maschinenelemente, Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebesysteme (FZG) der Technischen Universität München. Grundlage für diese Arbeit bildet das vom Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz (BMWK) aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages unter dem Förderkennzeichen 20T1504 geförderte Projekt ASIMOV - Automatisierte Simulationssysteme und Methoden zur Optimierung von Hochleistungsgetrieben für Triebwerke der nächsten Generation.

Mein Dank gilt allen, die sowohl beruflich als auch privat zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Im Einzelnen danke ich:

Meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Karsten Stahl, für die Möglichkeit zur Promotion an der FZG, das entgegengebrachte Vertrauen und die Betreuung meiner Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Robert Liebich für die Übernahme des Koreferats, die Prüfung meiner Arbeit und den angenehmen fachlichen Austausch sowie Herrn Prof. Malte Jaensch, Ph.D. für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Meinem Abteilungsleiter Dr.-Ing. Michael Otto für das fachliche Vertrauen, die durchgängige Unterstützung und die entstandene Freundschaft (sowohl im Büro als auch auf der Hütte).

Allen Kollegen von Rolls-Royce Deutschland Ltd & Co KG, die das ASIMOV Forschungsvorhaben sowie die nachfolgenden Projekte begleitet und die langjährige gute Zusammenarbeit ermöglicht haben. Im Besonderen Ulrich Adamczewski für das Vertrauen in das Projektteam des Lehrstuhls und die konstruktive Zusammenarbeit. Nadja Lachmund für die Unterstützung im Projektmanagement. Andreas Frenzel für die fachlichen Diskussionen, die Unterstützung innerhalb zahlreicher Prozesse und die langjährige Begleitung.

Dem Sekretariat für die allzeit freundliche Unterstützung bei jeglichen Anliegen sowie die unterhaltsamen Gespräche in der Kaffeerunde. Insbesondere Konny Güth für ihre allumfassenden Kenntnisse über sämtliche Vorgänge am Lehrstuhl, ihre herzensgute Freundlichkeit und nicht nachlassende Begeisterungsfähigkeit für die FZG-Hütte. Andrea Baur für ihre hilfsbereite Unterstützung, Conny Ambrosch-Fischer für das Management der HiWi-Verträge und Heidrun Wolf für den freundlichen Austausch.

Den Kollegen in der Werkstatt und dem Prüffeld für ihre immerwährende Hilfsbereitschaft und die stets fröhlichen Begegnungen. Harald Mayr und Thomas Rath für ihre virtuose Bedienung der Fertigungsmaschinen und die stets exakten Ergebnisse. Markus Pflügler für die unablässige Unterstützung sowohl am Lehrstuhl als auch außerhalb. Klaus Winkler für seine Einsatzbereitschaft und seine Freundschaft.

Reiner Duschek für seine funktionale Problemlösefähigkeit, sein beachtliches Netzwerk an Industriekontakten und die flotten Sprüche beim Zusammentreffen am Flur.

Marco Breidinger für die niemals abnehmende Hilfsbereitschaft bei der Bedienung der zahlreichen Messmaschinen und die kollegiale Zusammenarbeit.

Den Kollegen aus dem E-Labor, Ralf Kiepfer, Josef Pöllner und Christopher Neufeld, für die tatkräftige Unterstützung sowie die Lösung sämtlicher elektrischer Probleme und Kurzschlüsse.

Meinem Projektteam Dr.-Ing. Uwe Weinberger, Felix Siglmüller und Marius Fürst für die ausgezeichnete jahrelange Zusammenarbeit, das gegenseitige Vertrauen und die daraus entstandene Freundschaft, die über den Lehrstuhl hinaus geht. Nur durch diesen Zusammenhalt war es möglich das Projekt und die vorliegende Arbeit in diesem Maße durchzuführen.

Meinen zahlreichen studentischen Hilfskräften für ihre tatkräftige Unterstützung bei den vielfältigen Forschungsaktivitäten. Insbesondere Matthias Kühberger, Andrä Carotta, Maximilian Freudenstein, Matthias Leister, Markus Brummer und Jana Weber für ihre Zuverlässigkeit, Selbständigkeit und exakte Arbeitsweise.

Meinen Bürokollegen in Hochbrück: Andreas Fingerle für den fachlichen Austausch und die vielfältigen Unternehmungen. Dr.-Ing. Maximilian Trübswetter für die ausgezeichnete Zusammenarbeit. Dr.-Ing. Carolin Wickborn für das Teilen ihrer Erfahrung am Lehrstuhl und der Promotion. Dr.-Ing. Tobias Paucker für seinen unablässig freundlichen und gut gelaunten Charakter. Philipp Roth für seine hohe Motivation und die tolle berufliche sowie private Zeit. Dr.-Ing Philipp Norbauer für den hoch geschätzten Austausch und die daraus entstandene Freundschaft.

Meinen Kollegen im Dynamiker-Büro: Dr.-Ing. Max Fromberger, Dr.-Ing. Thanak Utakapan, Dr.-Ing. Uwe Weinberger, Daniel Schweigert und Markus Rothemund für die bereichernden fachlichen und privaten Gespräche sowie den Zusammenhalt. Sebastian Sepp für seine Verlässlichkeit, die vielen zündelnden Ideen und seine Freundschaft.

Dem LSC für die Verbundenheit, das langjährige Verständnis und die zahlreichen, exzessiven sportlichen Ausgleiche für fortwährend neue Motivation. Insbesondere Alexander Wilbrandt für die Durchsicht meiner Arbeit und das stets offene Ohr für jegliche Anliegen.

Meinen Großeltern Hilde Fischer und Wolfgang Rösner für Ihre Unterstützung in allen Lebenslagen.

Meinem Vater Jürgen Götz für die Unterstützung im Studium und die anregenden Gespräche und Diskussionen in unserer gemeinsamen Zeit.

Meiner Mutter Karin Götz für ihr bedingungsloses Vertrauen, Förderung und Rückhalt auf meinem Lebensweg.

Gina-Maria für ihr Verständnis, ihren Rückhalt und ihre unablässige Zuneigung.

Gefördert durch:



aufgrund eines Beschlusses  
des Deutschen Bundestages

Stuttgart, im September 2023

## **Kurzfassung**

Doppelschrägverzahnte Planetengetriebe stellen Hochleistungsantriebe für stationäre und mobile Anwendungen dar. Ihr dynamisches Betriebsverhalten wird hauptsächlich durch die Verzahnungsanregung sowie Lastaufteilung bestimmt. Durch die Koppelung und gegenseitige Wechselwirkung der hohen Anzahl an Zahneingriffen im komplexen Getriebeumfeld resultiert ein überbestimmtes mechanisches Getriebesystem, welches wesentlich durch Fertigungs- und Montageabweichungen beeinflusst wird. Anhand von Prüfstandsversuchen wird das charakteristische Anregungs- und Schwingungsverhalten in Abhängigkeit unterschiedlicher Lastaufteilungen sowie Betriebsbedingungen untersucht und zur Validierung vereinfachter Berechnungsmodelle herangezogen. Die Ergebnisse fließen abschließend in allgemeine Hinweise zur Auslegung dynamisch hochbelasteter doppelschrägverzahnter Planetengetriebe.

## **Abstract**

Double helical planetary gear sets are high-performance drives for stationary as well as mobile applications. Their dynamic operating behavior is mainly determined by the gear excitation and load sharing behaviour. The coupling and interaction of the high number of tooth meshes in the complex gear environment results in an overdetermined mechanical gear system, which is significantly influenced by manufacturing and assembly deviations. The characteristic excitation and vibration behavior as a function of different load distributions and operating conditions is investigated by means of experimental test rig runs which are subsequently used to validate simplified calculation models. Finally, the results are used to provide general information on the design of dynamically highly loaded double helical planetary gear units.



## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ausgangssituation</b> .....	1
<b>2</b>	<b>Stand des Wissens</b> .....	3
2.1	Wichtige Begriffsdefinitionen .....	3
2.2	Der Zahneingriff als Ursache der Schwingungsanregung in Getriebesystemen .....	4
2.2.1	Einfluss der zeitlich veränderlichen Verzahnungssteifigkeit .....	8
2.2.2	Einfluss von Abweichung und Modifikation der Flankenform .....	9
2.2.3	Einfluss der Überdeckungsvergrößerung unter Last .....	10
2.2.4	Einfluss der Verformung des Welle-Lager-Systems .....	11
2.3	Merkmale zum Anregungs- und Schwingungsverhalten von Planetengetrieben .....	12
2.3.1	Phasenverschiebung .....	12
2.3.2	Lastaufteilung .....	16
2.3.3	Seitenbänder .....	25
2.3.4	Eigenfrequenzen und Schwingungsformen .....	29
2.4	Fazit zum Stand des Wissens .....	34
<b>3</b>	<b>Problemstellung und Lösungsweg</b> .....	37
3.1	Problemstellung .....	37
3.2	Zielsetzung und Lösungsweg .....	38
<b>4</b>	<b>Verwendete Methodik zur Analyse der Lastaufteilung sowie des Anregungs- und Schwingungsverhaltens</b> .....	39
4.1	Analyse der Lastaufteilung .....	40
4.2	Verzahnungsanregung und Schwingungsmodulation .....	43
4.3	Eigenfrequenzen und Schwingungsformen .....	50
<b>5</b>	<b>Prüfverzahnung und Versuchsprogramm</b> .....	57
5.1	Verzahnungsdaten und Tragfähigkeit .....	57
5.2	Dokumentation, Verzahnungsqualität und topographische Vermessung .....	59
5.3	Versuchsprogramm .....	62
<b>6</b>	<b>Prüfstands-, Messtechnik und Versuchsablauf</b> .....	65
6.1	Planetenge triebeprüfstand PGV01 der Forschungsstelle .....	65
6.1.1	Mechanischer Aufbau .....	65
6.1.2	Messtechnik zur Drehwinkelerfassung .....	67
6.1.3	Messtechnik zur Beschleunigungsmessung .....	68
6.1.4	Messtechnik zur Lastaufteilungsmessung .....	69

6.1.5	Messtechnik zur Sonnenwellenorbiterfassung .....	70
6.1.6	Messtechnik zur Temperaturüberwachung .....	71
6.2	Vorrichtung zur Bolzenkalibrierung .....	72
6.3	Versuchsablauf .....	72
6.4	Auswerteverfahren .....	74
6.4.1	Beschleunigungsmessung .....	74
6.4.2	Lastaufteilungsmessung .....	75
6.5	Messgenauigkeit und -unsicherheit .....	77
<b>7</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b> .....	<b>81</b>
7.1	Ergebnisse zur Lastaufteilung .....	81
7.1.1	Lastaufteilung unter quasi-statischen Betriebsbedingungen .....	81
7.1.2	Lastaufteilung unter dynamischen Betriebsbedingungen .....	87
7.2	Ergebnisse der Beschleunigungsmessung .....	91
7.2.1	Nominelle Einbaulage der Planetenräder .....	93
7.2.2	Tangentialer Planetenpositionsfehler .....	102
7.2.3	Exzentrizität des Hohlrades .....	106
7.2.4	Geradverzahnung .....	109
7.2.5	Gleitgelagerte Planetenräder .....	113
7.3	Ergebnisse der Eigenfrequenz- und Schwingungsformberechnung .....	114
7.3.1	Eigenfrequenzen und Schwingungsformen ohne Drehzahleinfluss .....	115
7.3.2	Eigenfrequenzen und Schwingungsformen mit Drehzahleinfluss .....	119
7.3.3	Validierung numerischer Ergebnisse anhand experimenteller Messungen .....	121
<b>8</b>	<b>Ableitung allgemeiner Empfehlungen für die praktische Anwendung</b> .....	<b>125</b>
8.1	Aspekte zur Lastaufteilung .....	125
8.2	Aspekte zur Verzahnungsanregung und Schwingungsverhalten .....	126
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b> .....	<b>129</b>
9.1	Zusammenfassung .....	129
9.2	Fazit und Ausblick .....	131
<b>10</b>	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>133</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b> .....	<b>A1</b>
A.1	Bewegungsgleichungen Schwingungsmodell Planetengetriebe .....	A1
A.1.1	Eingriff Sonne-Planet .....	A1
A.1.2	Eingriff Planet-Hohlrad .....	A1
A.1.3	Lagerung Planet-Planetenträger .....	A2
A.2	Gesamtsystemmatrizen des Schwingungsmodells .....	A3



---

A.3 Verzahnungsqualität .....	A13
A.4 Verzahnungsgeometrie Geradverzahnung .....	A15
A.5 Topographien der Prüfverzahnungen .....	A17
A.5.1 Sonne .....	A17
A.5.2 Planet .....	A17
A.5.3 Hohlrad .....	A20
A.6 Schwingungsmoden der Variante DSVref .....	A21
A.7 Ordnungsdigramme aus Drehzahlhochlauf .....	A23

## Nomenklatur

<b>Zeichen</b>	<b>Einheit</b>	<b>Benennung</b>
$a$	m	Achsabstand
$A$	–	Amplitude
$a_{\text{eff}}$	$\text{m/s}^2$	Effektivwert der Beschleunigung
$A_{\text{N}}$	–	Amplitude des Nutzsignals
$a_{\text{t}}$	$\text{m/s}^2$	Torsionsbeschleunigung
$A_{\text{T}}$	–	Amplitude des Trägersignals
$b$	mm	Aktive Verzahnungsbreite
$C_{\text{A}}$	$\mu\text{m}$	Betrag Kopfrücknahme
$C_{\text{B}}$	$\mu\text{m}$	Betrag Breitenballigkeit
$c_{\gamma}$	$\text{N}/(\mu\text{m} \cdot \text{mm})$	Mittlere Verzahnungssteifigkeit
$c_z$	$\text{N}/(\mu\text{m} \cdot \text{mm})$	Verzahnungssteifigkeit
$c_{ze}$	$\text{N}/(\mu\text{m} \cdot \text{mm})$	Zahnpaarsteifigkeit
$d$	mm	Teilkreisdurchmesser
$\underline{D}$	$\text{Ns/m}$	Dämpfungsmatrix
$d_{\text{a}}$	mm	Kopfkreisdurchmesser
$d_{\text{b}}$	mm	Grundkreisdurchmesser
$d_{\text{bl,a}}$	mm	Außendurchmesser Balkenelement
$d_{\text{bl,i}}$	mm	Innendurchmesser Balkenelement
$d_{\text{f}}$	mm	Fußkreisdurchmesser
$d_{\text{Nf}}$	mm	Fußnutzkreisdurchmesser
$d_{\text{ph}}$	$\text{Ns/m}$	Dämpfung im Zahneingriff Planet-Hohlrad
$d_{\text{sp}}$	$\text{Ns/m}$	Dämpfung im Zahneingriff Sonne-Planet
$f$	Hz	Frequenz
$F$	N	Diskrete Einzelkraft
$\underline{F}$	N	Kraftvektor
$F_{\alpha}$	$\mu\text{m}$	Profil-Gesamtabweichung
$F_{\beta}$	$\mu\text{m}$	Flankenlinien-Gesamtabweichung
$f_{\text{n}}$	Hz	Überrollfrequenz
$f_{\text{N}}$	Hz	Nutzfrequenz
$F_{\text{P}}$	$\mu\text{m}$	Teilungs-Gesamtabweichung
$f_{\text{rot}}$	Hz	Rotationsfrequenz

$f_s$	Hz	Abtastfrequenz
$f_t$	Hz	Drehfrequenz des Planetenträgers
$f_T$	Hz	Trägerfrequenz
$F_t$	N	Tangentialkraft
$F_{tP}$	N	Tangentiale Planetenbolzenkraft
$f_u$	Hz	Höchste Spektralkomponente im Messsignal
$F_{VZ}$	N	Resultierende Verzahnungskraft am Planetenbolzen
$f_z$	Hz	Zahneingriffsfrequenz
$F_{\text{zentri}}$	N	Zentripetalkraft
$\underline{\underline{G}}$	kg/s	Gyroskopische Matrix
$g_{fh}$	mm	Kopfeingriffsstrecke des Hohlrades
$g_{fp}$	mm	Kopfeingriffsstrecke des Planetenrades im Sonneneingriff
$I$	kg · m <sup>2</sup>	Massenträgheitsmoment um $x$ und $y$ -Achse
$J$	kg · m <sup>2</sup>	Massenträgheitsmoment um $z$ -Achse
$k$	N/m	Steifigkeit
$\underline{\underline{K}}$	N/m	Steifigkeitsmatrix
$K_\gamma$	–	Lastaufteilungsfaktor
$k_L$	N/m	Lagersteifigkeit
$\underline{\underline{K}}_L$	N/m	Lagersteifigkeitsmatrix
$\underline{\underline{K}}_\Omega$	kg/s <sup>2</sup>	Zentripetale Steifigkeitsmatrix
$K_v$	–	Dynamikfaktor
$k_w$	–	Erweiterungsfaktor
$L_{A,F}$	dB	Anwendungskraftpegel
$L_{CA}$	μm	Länge Kopfrücknahme
$l_{bl}$	mm	Länge Balkenlücke Doppelschrägverzahnung
$L_F$	dB	Kraftpegel
$L_h$	dB	Körperschallmaß
$L_\sigma$	dB	Abstrahlmaß
$L_W$	dB	Schalleistungspegel
$m$	kg	Masse
$\underline{\underline{M}}$	kg	Massenmatrix
$m_{\text{korrr}}$	–	Korrekturfaktor Dehnungsmessung
$m_n$	mm	Normalmodul
$n$	min <sup>-1</sup>	Drehzahl
$\dot{n}$	min <sup>-1</sup> /s	Drehzahlbeschleunigungsrate

$N$	–	Anzahl der Planetenräder im Planetengetriebe
$n_o$	$\text{min}^{-1}$	Obere Grenzdrehzahl
$N_t$	–	Anzahl Stegordnungen
$n_u$	$\text{min}^{-1}$	Untere Grenzdrehzahl
$N_x$	–	Anzahl diskreter Messpunkte
$N_z$	–	Anzahl Zahneingriffsordnungen
$O$	–	Ordnung
$O_z$	–	Zahneingriffsordnung
$p_e$	mm	Normaleingriffsteilung
$p_{et}$	mm	Stirneingriffsteilung
$P_W$	W	Wälzleistung
$\underline{q}$	–	Zustandsvektor
$R_a$	$\mu\text{m}$	Arithmetischer Mittenrauheitswert
$\Delta P_{ves/h}$	–	Phasenverschiebung der Zahneingriffe an den Zentralwellen
$\Delta P_{ve}$	–	Phasenverschiebung der Zahneingriffe an einem Planeten
$r$	mm	Grundkreisradius
$T$	Nm	Drehmoment
$t_i$	s	Zeitpunkt zur Stegstellung $i$
$\hat{t}$	s	Dimensionslose Stegstellung
$\hat{t}_i$	–	Dimensionslose Stegstellung bezüglich einer Stegrotation
$t_{t,0}$	s	Dauer einer Stegumdrehung
$V_A$	–	Amplitudenverhältnis
$v_W$	m/s	Wälzgeschwindigkeit
$w$	–	Hanning-Fenster
$w_f$	mm	Fertigungsabweichung
$x_s$	–	Profilverschiebungsfaktor
$\underline{x}$	m	Verschiebungsvektor
$\dot{\underline{x}}$	m/s	Geschwindigkeitsvektor
$\ddot{\underline{x}}$	$\text{m/s}^2$	Beschleunigungsvektor
$\ddot{x}_{\text{rad}}$	$\text{m/s}^2$	Radialbeschleunigung
$\ddot{x}_{\text{tang}}$	$\text{m/s}^2$	Tangentialbeschleunigung
$z$	–	Zähnezahl

$\alpha_n$	°	Normaleingriffswinkel
$\alpha_w$	°	Betriebseingriffswinkel
$\beta$	°	Schrägungswinkel am Teilkreis
$\beta_b$	°	Schrägungswinkel am Grundkreis
$\beta_m$	—	Modulationsindex
$\Delta$	—	Differenz
$\delta_{sp}$	mm	Verformung im Eingriff Sonne-Planet
$\delta_{ph}$	mm	Verformung im Eingriff Planet-Hohlrad
$\varepsilon_\alpha$	—	Profilüberdeckung
$\varepsilon_\beta$	—	Sprungüberdeckung
$\varepsilon_\gamma$	—	Gesamtüberdeckung
$\varepsilon_P$	$\mu\text{m}/\text{m}$	Dehnung am Planetenbolzen
$\vartheta_E$	°C	Öleinspritztemperatur
$\lambda$	rad	Phasenwinkel
$\xi_{res}$	rad	Winkel zwischen resultierender Gesamtkraft und Verzahnungskraft am Planetenbolzen
$\Pi_s$	—	Überabtastrate
$\sigma_F$	$\text{N}/\text{mm}^2$	Zahnfußspannung
$\sigma_H$	$\text{N}/\text{mm}^2$	Flankenpressung
$\Phi_{sp}$	rad	Winkel zwischen Eingriffslinie Sonne-Planet und vertikaler y-Achse
$\Phi_{ph}$	rad	Winkel zwischen Eingriffslinie Planet-Hohlrad und vertikaler y-Achse
$\Psi$	rad	Planetenpositionswinkel
$\omega$	rad/s	Winkelgeschwindigkeit
$\Omega_t$	rad/s	Winkelgeschwindigkeit Planetenträger

### Allgemeine Indizes    Bedeutung

ax	Axiale Richtung
b	Balken
cp	Koppelung Planet-Planetenträger
h	Hohlrad
l	links
max	Maximum
min	Minimum
p	Planet

ph	Eingriff Planet-Hohlrad
r	rechts
rad	Radiale Richtung
s	Sonne
sp	Eingriff Sonne-Planet
t	Planetenträger
tang	Tangentiale Richtung
x	x-Koordinatenrichtung
y	y-Koordinatenrichtung
z	z-Koordinatenrichtung

### Abkürzungen

AGMA	American Gear Manufacturers Association	BiSS	Bidirektional Seriell Synchron
BS	British Standards	CCD	Charge-Coupled Device (ladungsgekoppeltes Bauteil)
DZP	Dynamisches Zahnkräfte Programm	DMS	Dehnmessstreifen
EN	Europäische Norm	FFT	Fast Fourier Transformation
FHG	Freiheitsgrad	FPGA	Field Programmable Gate Array
FVA	Forschungsvereinigung Antriebstechnik	GUM	Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement
HDD	Hard Disk Drive	ISO	International Organization for Standardization
NI	National Instruments	RIKOR	RitzelKORrektur
SSD	Solid State Drive	VDI	Verein Deutscher Ingenieure

## 1 Ausgangssituation

Planetengetriebe finden aufgrund ihrer kompakten Bauweise und hohen Leistungsdichte in einer Vielzahl von Hochleistungsantrieben im Automobil-, Luftfahrt-, Windkraft- und Marinesektor Anwendung. Die hohe Leistungsdichte gegenüber herkömmlichen Stirnradgetrieben resultiert aus der Leistungsverzweigung auf mehrere Teilleistungsstränge, die durch die Anzahl der Planetenräder definiert wird. Insbesondere Anwendungen in der Luftfahrt profitieren von einer vollen Ausnutzung des Tragfähigkeitspotenzials, um den Anforderungen an Leichtbau und Effizienz gerecht zu werden. Dabei ist die Schwingungs- und Geräuschanregung hinsichtlich Komfort und Betriebssicherheit von entscheidender Bedeutung. Bereits durchgeführte experimentelle Untersuchungen identifizieren das Planetengetriebe beispielsweise als Hauptanregungsquelle des Kabinengeräusches in Hubschraubern [Chi73, Coy87]. Zusätzlich stellen Leichtbauvorgaben gesteigerte Anforderungen an die Bauteilimpedanz und Weiterleitung von Schwingungen in der Struktur.

Vor diesem Hintergrund bilden doppelschrägverzahnte Planetengetriebe eine kennzeichnende Getriebebauform mit hohem Potential für Hochleistungsantriebe. Sie verbinden das optimierte Anregungs- und Schwingungsverhalten von einzelschrägverzahnten Planetengetrieben mit der Axialkraftfreiheit von geradverzahnten Planetengetrieben. Durch die Verwendung von zwei Verzahnungshälften mit gespiegelmtem Schrägungswinkel pro Zahnradkörper ist eine optimale Ausnutzung der Tragfähigkeit unter gleichzeitig minimierter Verzahnungsanregung möglich. Durch die gesteigerte Anzahl an Zahneingriffen nimmt jedoch gleichermaßen die Komplexität des Getriebesystems infolge größerer statischer Überbestimmtheit zu. Dadurch steigt die Relevanz von Fertigungsabweichungen, da aufgrund der Vielzahl an Verzahnungskontakten ein Ausgleich der Abweichungen nur schwer möglich ist. Dies spiegelt sich insbesondere in der Lastaufteilung sowie der Verzahnungsanregung wider.

Eine gleichmäßige Lastaufteilung ermöglicht die Auslegung der einzelnen Zahneingriffe ohne Lastüberhöhungen und Überdimensionierung. Aufgrund von Fertigungs- und Montageabweichungen ist eine ideal gleichmäßige Lastaufteilung jedoch technisch kaum realisierbar. Zusätzlich wird die Lastaufteilung in Planetengetrieben neben Fertigungsabweichungen durch eine Reihe von weiteren Faktoren beeinflusst, wie z. B. die Steifigkeit von Wellen, Gehäuse und Lagern, die Anzahl der Planeten, die Qualität der Zahnräder und die Betriebsbedingungen. Die Lastüberhöhungen in den Teilleistungssträngen werden bei der Standardberechnung der Tragfähigkeit von Planetengetrieben durch den Lastaufteilungsfaktor  $K_\gamma$  berücksichtigt. Verschiedene Normen und Klassifizierungen wie AGMA 6123-C16 [Ame16], BS EN 61400-4 [Bri13], DNVGL-CG-0036 [DNV15] und die „Guideline for the Certification of Wind Turbines (GCWT)“ [Ger10] geben eine grobe Abschätzung von  $K_\gamma$  für verschiedene Anwendungen, allerdings nur auf Basis der Anzahl der Planeten und teilweise für stationäre Anwendungen. Lediglich in

AGMA 6123-C16 wird eine Unterscheidung in vier grundsätzliche Anforderungsstufen hinsichtlich des Betriebsdrehzahlbereichs vorgenommen. Um die genaue Lastverteilung zu ermitteln, sind detaillierte Simulationen oder umfangreiche experimentelle Messungen erforderlich. Für Neukonstruktionen von Planetengetrieben kann lediglich auf die vereinfachten Annahmen der verschiedenen Normen und Klassifizierungen zurückgegriffen werden. Insbesondere zusätzliche dynamische Kräfte, die durch den Betrieb im Hochdrehzahlbereich oder in der Nähe von Resonanzfrequenzen entstehen, können zu einer erheblichen Veränderung der dynamischen Lastaufteilung im Vergleich zur statischen Lastaufteilung führen und eine Unsicherheit bei der Auslegung verursachen.

In diesem Zusammenhang spielt das Anregungs- und Schwingungsverhalten von Planetengetrieben eine entscheidende Rolle, da die dynamische Lastaufteilung in enger Wechselwirkung mit der Verzahnungsanregung und dem dynamischen Betriebsverhalten des Getriebes steht. Die Struktur von Planetengetrieben führt zu komplexen Schwingungsmoden der im Getriebeumfeld gekoppelten Körper, die durch die Verzahnung angeregt werden und zu dynamischen Lastüberhöhungen führen können. Insbesondere bei überkritischem Betrieb oder in der Nähe von Resonanzstellen des Getriebesystems führen hohe Schwingungsamplituden zu hohen dynamischen Zusatzkräften. Bei Hochdrehzahlantrieben nimmt die Bedeutung von zusätzlichen dynamischen Einflüssen wie der Kreiselwirkung sowie Instabilitäten des rotierenden Systems zu. Eine genaue Kenntnis des Zusammenspiels zwischen der Lastaufteilung und dem Anregungs- und Schwingungsverhalten ist daher für einen sicheren und wirtschaftlichen Betrieb essentiell. Diese Wechselwirkung ist im speziellen Fall von doppelschrägverzahnten Planetengetrieben bisher nicht erforscht.



## 2 Stand des Wissens

Die Schwingungs- und Geräuschanregung von Getriebesystemen werden in einer Vielzahl von wissenschaftlichen Arbeiten untersucht. Im Folgenden wird zunächst der Zahneingriff als Ursache der Schwingungs- und Geräuschenstehung sowie dessen Einflussgrößen betrachtet (siehe **Abschnitt 2.2**). Anschließend werden diese Grundlagen auf Planetengetriebe übertragen und die charakteristischen Eigenschaften dieser Getriebebauform für schnell drehende und hochbelastete Anwendungsbereiche beschrieben (siehe **Abschnitt 2.3**).

### 2.1 Wichtige Begriffsdefinitionen

Die **Steifigkeit** beschreibt die Widerstandsfähigkeit eines mechanischen Systems gegen eine Änderung der Geometrie (Verformung) infolge äußerer Belastungen (Kräfte oder Momente) [Riv10]. Im Allgemeinen wird die Steifigkeit als Verhältnis zwischen Belastung  $P$  zu Verformung  $\delta$  nach **Formel (2.1)** definiert. Die Belastung kann hierbei sowohl durch Kräfte als auch Momente und die Verformung durch Längen oder Winkel beschrieben werden.

$$k = \frac{P}{\delta} \quad (2.1)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$k$	N/mm, Nm/rad	Steifigkeit
$P$	N, Nm	Belastung
$\delta$	mm, rad	Verformung

Neben der mechanischen Elastizität des Werkstoffes wird die Steifigkeit eines mechanischen Systems zusätzlich von der Geometrie bestimmt. Dadurch stellt die Steifigkeit einen komplexen Systemparameter dar, der zum einen von dem Betrachtungspunkt und zum anderen von der Belastungsrichtung abhängig ist [Riv10]. Die Nachgiebigkeit bezeichnet den Kehrwert der Steifigkeit.

Nach Otto [Ott09] beziehen sich die Begriffe Steifigkeit und Nachgiebigkeit auf Kraft und Verformung, die in derselben Koordinatenrichtung wirken. Im Fall einer räumlichen Betrachtung ergeben sich zusätzliche Abhängigkeiten zwischen der Kraft in einer und Verformung in einer anderen Koordinatenrichtung. Diese Beschreibung der Steifigkeit kann in Matrizenform dargestellt werden. Die Elemente der Hauptdiagonale beschreiben den Zusammenhang zwischen Kraft und Verformung in der jeweils gleichen Koordinatenrichtung, während die übrigen Einträge als Koppelterme die Kreuzeinflüsse zwischen Kraft und Verformung unterschiedlicher Koordinatenrichtungen darstellen.

Das elastische Steifigkeits- und Verformungsverhalten komplexer mechanischer Strukturen kann durch **reduzierte Steifigkeitsmatrizen** beschrieben werden. Dabei wird das gesamte Steifig-

keits- und Verformungsverhalten einer Struktur auf zuvor definierte Koppelpunkte und Koordinatenrichtungen reduziert. Dadurch wird die Komplexität bei Einbehaltung der Verformungs- und Steifigkeitseigenschaften der Struktur in den festgelegten Koordinatenrichtungen reduziert.

Die **Abweichung** beschreibt den Unterschied zwischen einer Ist- und ihrer entsprechenden Nenngröße [Hen20]. **Fertigungsabweichungen** entstehen während des Fertigungsprozesses infolge von ungenauen Einstellungen der Werkzeugmaschine und von Schwankungen während des Fertigungsprozesses (Material, Temperatur, Vibrationen, etc.) [Hen20]. Durch Anwendung von Toleranzen kann die Größe der zu erwartenden Abweichungen in der Fertigung begrenzt werden [Obe16]. **Montageabweichungen** resultieren aus dem Montageprozess technischer Systeme infolge von Ungenauigkeiten bei der Positionierung und der Verbindung bzw. Befestigung mechanischer Komponenten.

Die Begriffe **Lastverteilung** und **Lastaufteilung** dienen im Zusammenhang mit Zahnradgetrieben zur Beschreibung der Belastungsverhältnisse. Die Lastverteilung beschreibt die Verteilung der Last entlang der Berührlinien über der Zahnbreite eines Zahneingriffs [Ott09]. Demgegenüber definiert die Lastaufteilung das Verhältnis der Aufteilung der Gesamtbelastung auf mehrere gleichzeitig im Eingriff befindlichen Zahnpaare einer Stirnradstufe [Ott09]. Bei Planetengetrieben wird der Begriff der Lastaufteilung zusätzlich zur Beschreibung der Aufteilung der Gesamtleistung auf die Teilleistungsstränge herangezogen.

Die Sonnenwelle in einem Planetengetriebe führt in der Regel translatorische Bewegungen aus, die durch ungleichmäßige Verzahnungskräfte in den Teilleistungssträngen hervorgerufen werden. Diese Bewegungsbahnen werden als **Sonnenorbit** bezeichnet und sind von der Eingriffsfolge sowie den Betriebsbedingungen des Getriebes abhängig.

## 2.2 Der Zahneingriff als Ursache der Schwingungsanregung in Getriebesystemen

Die Anregungsmechanismen von Getriebesystemen werden im Allgemeinen wie in **Bild 2.1** dargestellt in innere Anregung aus dem Zahneingriff und äußere Anregung durch Fremdeinwirkung unterteilt [Ger83, Hes11, Sal87, Ver14]. Äußere Anregungen des Getriebes resultieren aus ungleichförmig laufenden An- und Abtriebsmaschinen sowie Fertigungs- und Montageabweichungen (z.B. Ausrichtungsfehler, Unwuchten). Diese von außen aufgeprägten Lasten führen zu Kraftüberhöhungen im Zahneingriff und dementsprechend zu höherer Geräuschemission [Ger83, Sal87]. Im Gegensatz dazu wird die innere Anregung durch den Zahnkontakt und den Eingriffsverhältnissen der Getriebestufen sowie deren Wechselwirkungen bei mehrstufigen Getrieben bestimmt [Ger83, Sal87]. In der vorliegenden Arbeit liegt der Fokus auf dem Anregungsverhalten des Planetengetriebes. Da Fertigungs- und Montageabweichungen bei Planetengetrieben direkt mit den Lastverhältnissen in den einzelnen Zahneingriffen gekoppelt sind, ergibt sich ein überlagertes Anregungsverhalten der äußeren und inneren Mechanismen.



**Bild 2.1:** Unterteilung der Anregungsmechanismen in Zahnradgetrieben

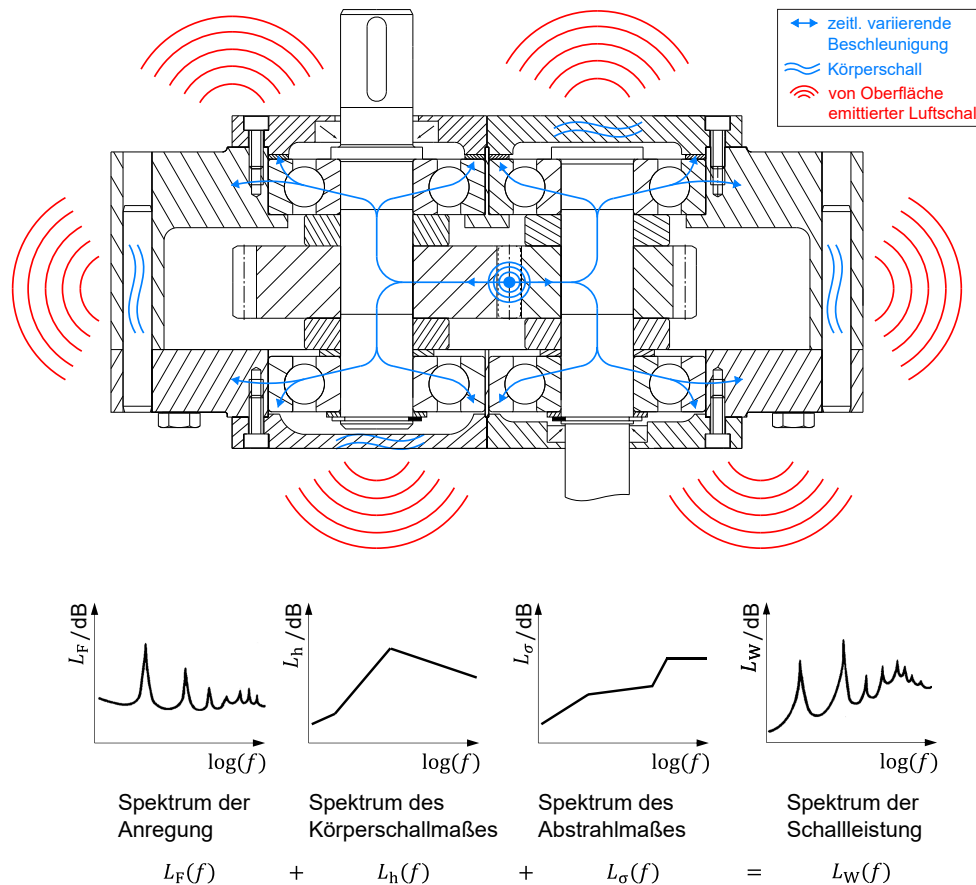
Der Zahneingriff als innere Anregungsursache der Schwingungs- und Geräuschanregung von Getrieben wurde bereits in zahlreichen Arbeiten untersucht und diskutiert [Ger83, Gre63, Har58, Ret56, Str53, Top66, Web55, Wel69]. Nach Lübcke [Lüb56], Föllner [Föl72], Knabel [Kna77], Linke [Lin10] lassen sich zwei unterschiedliche Entstehungsarten von Maschinengeräuschen unterscheiden:

- (1) Direkter Luftschall: Infolge des Zahneingriffs entstehende Luftdruckschwingungen, die sich in Form von Luftschall ausbreiten, sowie von schwingenden Bauteilen im Getriebegehäuse direkt emittierter Luftschall.
- (2) Indirekter Luftschall: Durch die periodische dynamische Kraft im Zahneingriff wird Körperschall in der Zahnradstruktur erzeugt. Dieser Körperschall wird anschließend über die Radkörper, Wellen und Lager zum Gehäuse übertragen, welches den Körperschall an den freien Oberflächen als Luftschall an die Umgebung abstrahlt (vgl. **Bild 2.2**). [Föl72, Kna77, Lüb56, Mül83, Mül91, Ver14]

Nach Optiz [Opi72], Knabel [Kna77] und Linke [Lin10] ist der Anteil des direkten Luftschalls am Gesamtgetriebegeräusch zu vernachlässigen ( $< 10\%$  [Lin10]), da dieser durch das Gehäuse stark gedämpft wird. Die in **Bild 2.2** dargestellte Schallentstehungskette bildet somit den primären Schallentstehungspfad bei Zahnradgetrieben. Den mathematischen Zusammenhang des Geräuschenstehungsmechanismus beschreibt die maschinenakustische Grundgleichung nach **Formel (2.2)**. In der Pegelschreibweise ergibt sich der Schallleistungspegel nach [Mül83, Sto80] zu:

$$L_W(f) = L_F(f) + L_h(f) + L_\sigma(f) \quad (2.2)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$L_W(f)$	dB	Schallleistungspegel
$L_F(f)$	dB	Kraftpegel
$L_h(f)$	dB	Körperschallmaß
$L_\sigma(f)$	dB	Abstrahlmaß
$f$	Hz	Frequenz



**Bild 2.2:** Indirekte Schallentstehungskette bei Getriebesystemen und maschinenakustische Grundgleichung nach Kohn [Koh18] (Spektralkurven nach Müller [Mül91])

Aus **Formel (2.2)** ist ersichtlich, dass alle Anteile am Schallleistungspegel gleich gewichtet sind. Daraus lassen sich direkt Maßnahmen zur Minderung der Schallabstrahlung eines Getriebes ableiten, die nach Föllner [Föl72] in primäre sowie sekundäre Maßnahmen untergliedert werden. Primäre Maßnahmen zielen auf eine Verringerung der periodischen Anregungskraft sowie eine Vergrößerung des mechanischen Eingangswiderstands – der Impedanz – ab. Die sekundären Maßnahmen nehmen Einfluss auf die Weiterleitung des Körper- und Luftschalls sowie auf das Abstrahlverhalten von freien Oberflächen und sind im Allgemeinen mit konstruktiven Änderungen verbunden. In der Praxis müssen die jeweiligen Maßnahmen gemäß ihrer Wirksamkeit, Umsetzbarkeit und Wirtschaftlichkeit ausgewählt und an den entsprechenden Stellen angesetzt werden [Mül83].

Das tonale Getriebegeräusch entsteht durch schmalbandige Frequenzanteile, die hauptsächlich auf den Zahneingriff, die Drehfrequenzen der Getriebekomponenten sowie Wälzlagerfrequenzen zurückzuführen sind [Lin10, Lüb56, Sal87]. Da Maßnahmen zur Optimierung der Übertragungsfunktionen  $L_h$  und  $L_\sigma$  durch Dämpfung, Dämmung oder Gestaltänderung eine breitbandige Wirkung aufweisen, bleibt die tonale Charakteristik des Getriebegeräusches bestehen [Gei02, Mül91]. Daher sind nach VDI 3720 [Ver14] sowie DIN EN ISO 11688-2 [Deu01] primäre Maßnahmen zur Reduzierung der Verzahnungsanregung zu bevorzugen. Detaillierte Un-

tersuchungen zu den Einflussgrößen auf die Übertragungsfunktionen  $L_h$  und  $L_\sigma$  wurden von Föllner [Föl72], Storm [Sto80] und Drago [Dra81] durchgeführt.

Die Anregungsmechanismen im Zahneingriff von Leistungsgetriebenen und deren Einflussgrößen sind Gegenstand zahlreicher wissenschaftlicher Arbeiten. Nach Geiser [Gei02], Gerber [Ger83], Heider [Hei14], Kohn [Koh18], Linke [Lin10], Müller [Mül91], Rettig [Ret56] und Sattelberger [Sat97] werden als zentrale Punkte der Verzahnungsanregung

- (1) die zeitlich veränderliche Verzahnungssteifigkeit [Kna77, Mar78, Smi03, Str53, Ter80, Wal40, Web55],
- (2) Abweichungen von der Flankenform sowie Teilungs- und Rundlauffehler [Bae69, Ger83, Mun69, Opi68, Ret56, Tes69, Wel69],
- (3) die Überdeckungsvergrößerung unter Last infolge des vor- und nachzeitigen Zahneingriffs [Bae69, Kas81, Lin94, Mun99, Ret56],
- (4) die lastbedingte Verformung des Welle-Lager-Systems inklusive Gehäuse [Dra80, Hou06, Jia15],
- (5) die Oberflächenstruktur und Rauheit der Zahnflanken [Dra80, Hös65, Smi03, Win65],
- (6) der Einfluss der Reibkraft und deren Umkehr am Wälzkreis [Ish80, Smi03, Vel00],
- (7) periodisch veränderliche Biegemomente der Verzahnung auf die Wellen bzw. Lager infolge des Durchlaufens der Berührlinien im Eingriffsgebiet [Bor96, Smi03],
- (8) Einschluss und Verdrängung von Luft-Schmierstoff-Gemisch im Eingriff [Dra80, Rou60, Smi03, Tag54]

genannt. Eine Zuordnung der jeweiligen Anteile zum Gesamtgetriebegeräusch erfolgt an dieser Stelle nicht. Die genaue Kenntnis über die entsprechenden Wirkungsmechanismen der einzelnen Anteile ermöglicht jedoch eine gezielte Beeinflussung und Optimierung der Verzahnungsanregung.

Hösel [Hös65] und Drago [Dra80] untersuchen den Einfluss der Flankenrauheit und identifizieren lediglich kleine Einflüsse von 1 dB bis 4 dB auf den Schalldruckpegel im ganzen Drehzahlbereich in Abhängigkeit der Hauptgeometrie. Eine messtechnische Erfassung der Wirkung der Flankenrauheit ist lediglich möglich, wenn sonstige Abweichungen in kleinerer oder vergleichbarer Größenordnung der Rauheit liegen [Hös65].

Der Eingriffsstoß wird von Müller [Mül91] und Smith [Smi03] als vernachlässigbar eingeschätzt, sofern die Verzahnung unter Auslegungsbedingungen betrieben wird. Nach Müller [Mül91] ist der Eingriffsstoß insbesondere bei Höherharmonischen der Zahneingriffsfrequenz erkennbar, der Einfluss auf die Schallemission wird jedoch infolge der hohen Frequenzen als vernachlässigbar eingeschätzt.

Houser [Hou01] und Vexel [Vel00] ordnen der Reibkraftumkehr am Wälzkreis, basierend auf Lagerverformungs- bzw. Lagerkraftmessungen, lediglich bei geringen Drehzahlen (bis 500 U/min [Vel00]) einen relevanten Einfluss auf die Anregung im Zahneingriff zu. Hösel [Hös65] und Unterberger [Unt59] untersuchen systematisch verschiedene Gerad- und Schrägverzahnungen mit variierender Wälzpunktlage. Eine deutliche Änderung des Schalldruckpegels kann nicht festgestellt werden, sodass die Wirkung des Reibwechselimpuls auf das Getriebegeräusch vernachlässigt werden kann. Smith [Smi03] schreibt der Reibkraftumkehr ebenfalls einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Geräuschanregung von Verzahnungen zu, sofern diese unter Normalbedingungen und ausreichender Schmierung betrieben werden.

Der Effekt des Einschlusses und des anschließenden Verdrängens von Luft-Schmierstoff-Gemisch im Zahneingriff ist lediglich bei Getrieben mit sehr hohen Drehzahlen ( $\geq 20.000 \text{ min}^{-1}$  [Ros61]) relevant [Dra80, Nak67, Smi03].

Als wichtigste Einflussgrößen werden die Verzahnungssteifigkeit (**Abschnitt 2.2.1**), Flankenabweichungen- und -modifikationen (**Abschnitt 2.2.2**), Überdeckungsvergrößerung unter Last (**Abschnitt 2.2.3**) sowie die Verformung des Getriebesystems (**Abschnitt 2.2.4**) betrachtet und im folgenden detaillierter beschrieben.

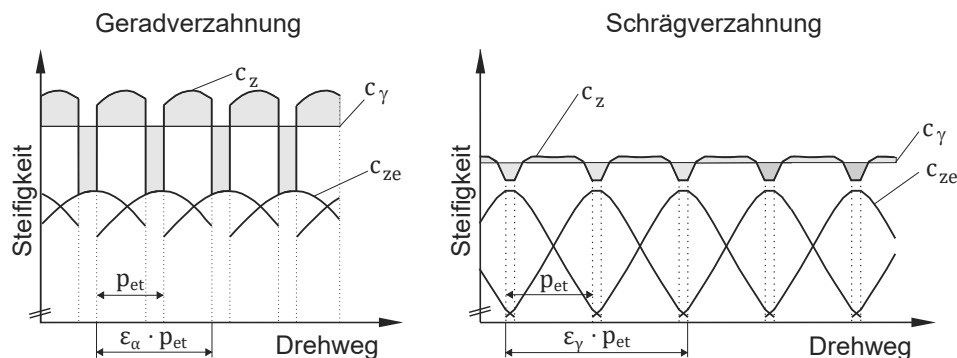
### 2.2.1 Einfluss der zeitlich veränderlichen Verzahnungssteifigkeit

Die zeitlich periodisch-veränderliche Verzahnungssteifigkeit stellt als Parameteranregung eine Haupteinflussgröße der Schwingungsanregung von Zahnradgetrieben dar [Gei02, Sat97]. Sie setzt sich aus der Summe der Zahnpaarsteifigkeiten  $c_{ze}$  aller im Eingriff befindlichen Zahnpaare unter Berücksichtigung der jeweiligen Eingriffsstellung zusammen. Damit ist sie direkt von der Profil- und Sprungüberdeckung abhängig, während weitere Hauptgeometrie Größen nach Müller [Mül91] von untergeordneter Bedeutung sind. **Bild 2.3** verdeutlicht diesen Zusammenhang anhand einer beispielhaften Gerad- und Schrägverzahnung nochmals grafisch. Infolge der i.d.R. größeren Gesamtüberdeckung  $\varepsilon_\gamma$  einer Schrägverzahnung durch den Anteil der Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta$  lässt sich ebenfalls das geringere Anregungsniveau von Schrägverzahnungen erklären. Den Einfluss der Profil- und Sprungüberdeckung auf das Anregungsverhalten untersuchen Müller [Mül91] und Sattelberger [Sat97] sowohl rechnerisch als auch experimentell und erklären das Anregungsminimum einer Schrägverzahnung bei ganzzahliger Sprungüberdeckung durch eine konstante Gesamtberührlinienlänge.

Der zeitliche Verlauf der Zahnpaarsteifigkeit ist auf die veränderlichen Eingriffsverhältnisse – Biegehebelarmverhältnis, Ersatzkrümmungsradius sowie Zahndicke – zurückzuführen [Wal40, Web55]. Weitere Einflüsse können sich durch unterschiedliche Stützwirkung des Materials im Bereich der Stirnkanten sowie den unterschiedlichen Verlauf der Berührlinien über der Zahnflanke bei Gerad- und Schrägverzahnung ergeben [Ger83, Lin10].

Für die Berechnung der Verzahnungssteifigkeit entwickeln Weber und Banaschek [Web55] für Geradverzahnungen einen analytischen Ansatz auf Basis der elastischen Balkentheorie. Darauf

aufbauend bilden Kagawa [Kag61], Schmidt [Sch73] und Ziegler [Zie71] ein Plattenmodell für Schrägverzahnungen.



**Bild 2.3:** Verzahnungssteifigkeit  $c_z$ , Zahnpaarsteifigkeit  $c_{ze}$  und mittlere Verzahnungssteifigkeit  $c_\gamma$  (nach [Gei02], geändert)

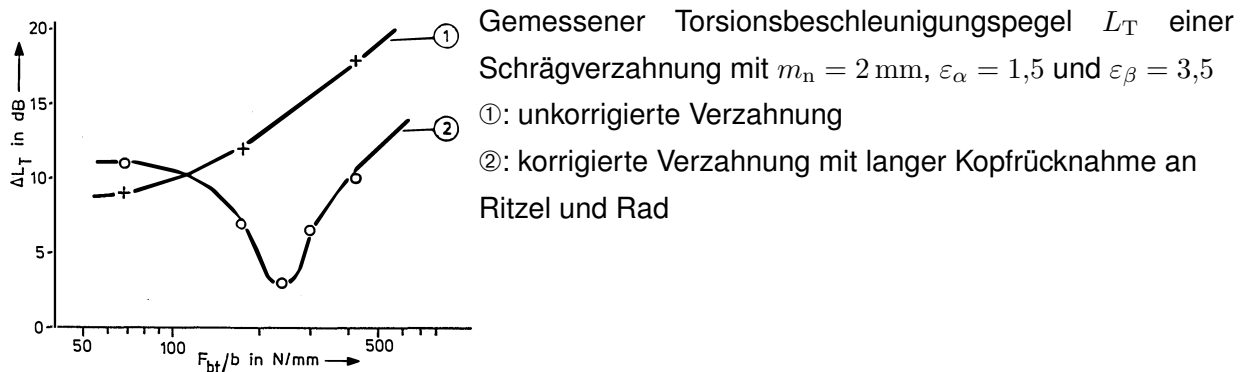
### 2.2.2 Einfluss von Abweichung und Modifikation der Flankenform

Abweichungen der Flankenform von der idealen Evolvente sind in der Praxis unvermeidbar. Ungewollte Verzahnungsabweichungen entstehen durch Fehler in der Fertigung der Zahnräder oder beim Einbau der Getriebekomponenten in das Gehäuse. Zur Sicherung der Tragfähigkeit, Optimierung des Geräuschverhaltens und der Verzahnungsverluste können die Zahnflanken auch gezielt mit Hilfe von Verzahnungskorrekturen bzw. -modifikationen verändert werden. Beide Abweichungsarten haben einen Einfluss auf den Zahneingriff und sind somit für das Schwingungs- und Geräuschverhalten relevant.

Die Anwendung von Profilkorrekturen zur Kompensation der Zahnverformung und Sicherstellung eines ungehinderten Zahneingriffs wird bereits von Walker [Wal40] untersucht. Weiterführende Betrachtungen zum Einfluss von Verzahnungskorrekturen auf das Geräuschverhalten sind in einer Vielzahl an Arbeiten zu finden [Bae69, Dra80, Gei02, Ger83, Hös65, Kna77, Lin10, Mü191, Sat97]. Mit Hilfe unterschiedlicher Modifikationen der Flankenform kann die Zahnpaarsteifigkeit beeinflusst und die Parametererregung infolge der Schwankung der Verzahnungssteifigkeit reduziert werden [Lin10]. Weiterhin ist ein Ausgleich von Verzahnungsfehlern und Verformungen des Getriebesystems zur Minimierung von Störungen im Eingriff [Lin10, Nie03] sowie eine Abschwächung der Stoßanregung aufgrund des Eingriffsstoßes möglich [Lin10, Sal87, Tes69, Ver14]. **Bild 2.4** zeigt den beispielhaften Einfluss einer Kopfrücknahme auf das Anregungsverhalten an einem schrägverzahnten Stirnradpaar. Infolge der Lastabhängigkeit der Zahnverformung ergibt sich ein Anregungsminimum bei der Auslegungslast der Korrektur.

Da Flankenmodifikationen sowohl die Zahnpaarsteifigkeit als auch die Lastverteilung auf der Flanke beeinflussen, ergibt sich ein Zielkonflikt zwischen der Optimierung der Tragfähigkeit, der Verzahnungsanregung und des Wirkungsgrades. Während die Betrachtung der Tragfähigkeit bei Nennlast erfolgt, wird ein anregungsarmer Betrieb bei Teillast angestrebt [Hei14]. Topologische Flankenkorrekturen bieten durch Kombination von teilungsperiodischen Welligkeiten zur

direkten Kompensation der Drehwegabweichung und Standardkorrekturen zur Sicherstellung der Tragfähigkeit die Möglichkeit zur verknüpften Optimierung beider Zielgrößen [Hei14, Koh18, Rad07].



**Bild 2.4:** Einfluss einer Kopfrücknahme auf den gemessenen Torsionsbeschleunigungspegel einer Schrägverzahnung nach Müller [Mül91]

Der Einfluss von Fertigungsgenauigkeit auf die Verzahnungsanregung wird detailliert in den Arbeiten von Toppe [Top66], Nakamura [Nak67], Winter und Seifried [Win65], Knabel [Kna77], Niemann [Nie03] und Griggel [Gri10] betrachtet. Aus ihnen lässt sich schlussfolgern, dass mit zunehmenden Verzahnungsfehlern die Verzahnungsanregung sowie der abgestrahlte Luftschallpegel ansteigt. Griggel [Gri10] zeigt anhand einer Rechenstudie den Einfluss einzelner Verzahnungsfehler auf das Anregungsverhalten auf. Ist die DIN-Verzahnungsqualität [Deu78a, Deu78b] schlechter als 7, so ist der Einfluss der Verzahnungsgeometrie inklusive Flankenmodifikation maßgebend [Nie03, Ver14].

### 2.2.3 Einfluss der Überdeckungsvergrößerung unter Last

Die im Eingriff befindlichen Zähne einer Getriebestufe unterliegen belastungsbedingten Verformungen, die zu einem vorzeitigen Zahneingriff bzw. nachzeitigen Zahnausgriff benachbarter Zahnpaare führen [Bae69, Ret56]. Die Überdeckung unter Last unterscheidet sich somit von der theoretischen (geometrischen) Überdeckung, welche nur bei lastfreiem Eingriff abweichungsfreier Flanken vorliegt [Bae69, Kna77, Ret56, Tes69]. Bereits Rettig [Ret56] weist durch Zahndeformungsmessungen die Überdeckungsvergrößerung unter Last nach und ermittelt einen empirischen Zusammenhang zwischen Last und Überdeckungsvergrößerung. Weiterführende Untersuchungen [Bae69, Kna77] bestätigen den Zusammenhang zwischen der lastbedingten Überdeckungsvergrößerung und dem dynamischen Betriebsverhalten von Zahnradstufen. Einen theoretischen Ansatz zur Zahnverformungsberechnung von Geradverzahnungen entwickeln Weber und Banaschek [Web55].

Basierend auf den in **Abschnitt 2.2.1** dargelegten Einflussgrößen auf die Verzahnungssteifigkeit ergibt sich eine zusätzliche Abhängigkeit zwischen dem Betrag sowie dem zeitlichen Verlauf der Verzahnungssteifigkeit und dem Überdeckungsgrad unter Last. Daraus resultiert neben einer geänderten Lastverteilung auf die im Eingriff befindlichen Zahnpaare ebenfalls ein



geändertes Anregungsverhalten der Verzahnung [Ger83, Hou05, Ret56]. Zusätzlich tritt eine Modifikation der Schwingungsantwort des Getriebesystems ein, da die Verzahnungssteifigkeit als Koppellement zwischen den einzelnen Zahnrädern sowie den damit verbundenen Getriebekomponenten wirkt und einen erheblichen Einfluss auf die Lage der Systemeigenfrequenzen hat [Eri14]. Die beschriebenen Auswirkungen des vor- und nachzeitigen Eingriffs gelten jedoch nur, falls die Verzahnungskorrekturen und -abweichungen kleiner sind als die auftretenden lastbedingten Verformungen [Tho12].

#### **2.2.4 Einfluss der Verformung des Welle-Lager-Systems**

Infolge der Verzahnungskräfte zur Leistungsübertragung unterliegen die weiteren Getriebe-komponenten im Kraftfluss elastischen Verformungen, die im allgemeinen Fall von Schrägverzahnungen in allen drei Raumrichtungen auftreten [Nie03]. Haupteinflussgrößen sind dabei die Biege- und Torsionssteifigkeit der Wellen, die Lagersteifigkeit sowie die Gehäusesteifigkeit [Ost79, Sal87]. Diese Verlagerungen führen zu geänderten Kontaktverhältnissen im Zahneingriff und können in ungünstigen Lastverteilungen, Eingriffsstörungen sowie verringerter Tragfähigkeit resultieren [Dra80, Sal87].

Müller [Mül91] stellt in experimentellen sowie theoretischen Untersuchungen eine von der Makrogeometrie abhängige Empfindlichkeit des Schwingungsverhaltens gegenüber Verlagerungen fest. Auch Drago [Dra80] stellt einen Zusammenhang zwischen zunehmendem Schalldruckpegel und steigenden Ausrichtungsfehlern der Getriebestufe infolge elastischer Verformungen her. Die Lagerpositionen und Lagerungsarten haben einen erheblichen Einfluss auf das Verformungsverhalten der Wellen und zeigen im Allgemeinen ein mehrdimensionales Verformungsverhalten [Tho12]. Lagerinnengeometrie, Lagerluft, Passungen von Welle und Gehäuse sowie Betriebstemperatur führen zu einer nicht-linearen Lagersteifigkeit [Tho12]. Neben der statischen Verformung spielen auch die Schwingungsmoden der Wellen bei der Schwingungsübertragung eine entscheidende Rolle und können das Gehäuse über die Lagerpositionen zusätzlich zur Geräuschabstrahlung anregen [Dra80].

Nach Route [Rou60] und Feng [Fen12a] führen radiale Verformungen zu einer Achsabstandsänderung und erklären eine erhöhte Schwingungsanregung durch die daraus resultierende Verringerung der Profilüberdeckung. Darüber hinaus ergeben sich infolge der Axialkraft bei Schrägverzahnungen Kippmomente, die zu einer Verschiebung des Tragbildes sowie einer Reduzierung der Sprungüberdeckung führen [Rou60].

Neben den Belastungen aus dem zu übertragenden Drehmoment entstehen zusätzliche Zentrifugalkräfte aufgrund der Drehzahl, insbesondere bei Hochdrehzahlgetrieben oder exzentrischen Wellen (z. B. Planetenbolzen). Im Fall eines Planetengetriebes unterliegen die Planeten Zentrifugalkräften infolge der Rotation des Planetenträgers und werden radial nach außen verlagert. Hierdurch verringert sich die Überdeckung im Eingriff Sonne/Planet und erhöht sich im Eingriff Planet/Hohlrad [Gu12].

## 2.3 Merkmale zum Anregungs- und Schwingungsverhalten von Planetengetrieben

Wie auch bei Stirnradgetrieben wird das Schwingungs- und Geräuschverhalten von Planetengetrieben maßgeblich durch den Zahneingriff geprägt. Infolge der Leistungsverzweigung in Planetengetriebesystemen auf mehrere Teilleistungsstränge (**Abschnitt 2.3.2**) und die Kopplung der einzelnen Zahneingriffe über die Zentralwellen sowie der Phasenverschiebung zueinander (**Abschnitt 2.3.1**) stehen diese im Gesamtgetriebesystem miteinander in Wechselwirkung. Es resultiert ein komplexes Anregungs- und Schwingungsverhalten (**Abschnitt 2.3.3** und **Abschnitt 2.3.4**), insbesondere bei Berücksichtigung des dynamischen Betriebsbereichs von Hochdrehzahlantrieben. Im folgenden werden – wenn nicht anders angegeben – ausschließlich einfache Planetengetriebe ohne Stufenplanet betrachtet und komplexe Planetenkoppelgetriebe ausgeschlossen.

### 2.3.1 Phasenverschiebung

Aus der Leistungsverzweigung resultiert eine Überlagerung der einzelnen Zahneingriffe der Teilleistungsstränge im Planetengetriebe und die Komplexität des Anregungsverhaltens nimmt zu. Die Überlagerung der Zahneingriffe lässt sich mithilfe der Phasenverschiebung beschreiben. Hierbei muss zwischen der Phasenverschiebung der Zahneingriffe der Zentralwellen  $\Delta P_{ves/h}$  sowie der Phasenverschiebung zwischen den Zahneingriffen eines einzelnen Planeten  $\Delta P_{ve}$  unterschieden werden. Die Phasenverschiebung an den Zentralwellen wird dabei lediglich durch die Makrogeometrie der Verzahnung sowie den Stegteilungswinkel bestimmt [Gra96, Von82]. Gradu [Gra96] erweitert die Überlegungen nach Vonderschmidt [Von82] auf Planetengetriebe mit beliebig verteilten Planeten durch Ergänzen des Winkels  $\Delta\Phi(i)$ , der die Winkelabweichung der Planetenposition gegenüber einer gleichmäßigen Verteilung am Umfang beschreibt. Die Phasenverschiebung  $\Delta P_{ves/h}$  an den Zentralrädern eines Planetengetriebes ergibt sich somit zu **Formel (2.3)**. Die Funktion  $frac(x)$  berechnet hierbei den nicht ganzzahligen Teil von  $x$ .

$$\Delta P_{ves/h} = frac\left(\frac{z_{s/h}}{N} - (\Delta\Phi(i) - \Delta\Phi(j)) \cdot \frac{z_{s/h}}{2\pi}\right) \cdot p_e \quad (2.3)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$\Delta P_{ves/h}$	mm	Phasenverschiebung auf der Eingriffsstrecke
$z_{s/h}$	–	Zähnezahl von Sonnen- bzw. Hohlrad
$N$	–	Anzahl der Planeten
$\Delta\Phi(i)$	rad	Abweichungswinkel des Planeten $i$ von einer symmetrischen Stegteilung
$p_e$	mm	Eingriffsteilung
$i, j$	–	Indizes benachbarter Planetenräder

Rüschhoff [Rüs04] bezieht die Phasenverschiebung zwischen den Eingriffsstellungen der einzelnen Eingriffe auf eine Referenzstufe und erhält dadurch eine zeitliche Abfolge der Zahneingriffe

an den Zentralwellen. Diese Eingriffsfolge lässt sich in Abhängigkeit des theoretisch kleinstmöglichen Einbauwinkels  $\delta_{\min}$  gemäß **Formel (2.4)** bzw. **Formel (2.5)** nach Müller [Mül98] sowie der Zähnezahlen und Anzahl der Planetenräder nach Rüschoff [Rüs04] in fünf unterschiedliche Klassen einordnen, die in **Bild 2.5** schematisch dargestellt sind:

- **Symmetrische Eingriffsfolge:** Alle Eingriffe an einer Zentralwelle erfolgen gleichzeitig.
- **Halbsymmetrische Eingriffsfolge:** Eingriffe an einer Zentralwelle von gegenüberliegenden Planetenpaaren befinden sich in der gleichen Eingriffstellung. Die Phasenverschiebung der Eingriffspaare beträgt  $0,5 \cdot p_e$ .
- **Sequentielle Eingriffsfolge:** Alle Eingriffe an einer Zentralwelle erfolgen nacheinander. Die Phasenverschiebung von zwei aufeinander folgenden Planeten ist identisch und beträgt  $\frac{1}{N} \cdot p_e$ .
- **Sternförmige Eingriffsfolge:** Werden die Planeten entlang des Umfangs fortlaufend nummeriert, so erfolgen zunächst die Eingriffe an einer Zentralwelle aller Planeten mit ungerader Nummer und anschließend mit gerader Nummer bzw. in umgekehrter Reihenfolge. Die Phasenverschiebung von jeweils übernächsten Planeten ist somit äquidistant.
- **Unsymmetrische Eingriffsfolge:** Nach Rüschoff [Rüs04] gelten alle Eingriffsfolgen, die nicht den zuvor beschriebenen Klassen zugeordnet werden können, als unsymmetrisch.

$$\delta_{\min} = \frac{360^\circ}{|z_h| + |z_s|} \quad (\text{Minusgetriebe}) \quad (2.4)$$

$$\delta_{\min} = \frac{360^\circ}{|z_h| - |z_s|} \quad (\text{Plusgetriebe}) \quad (2.5)$$

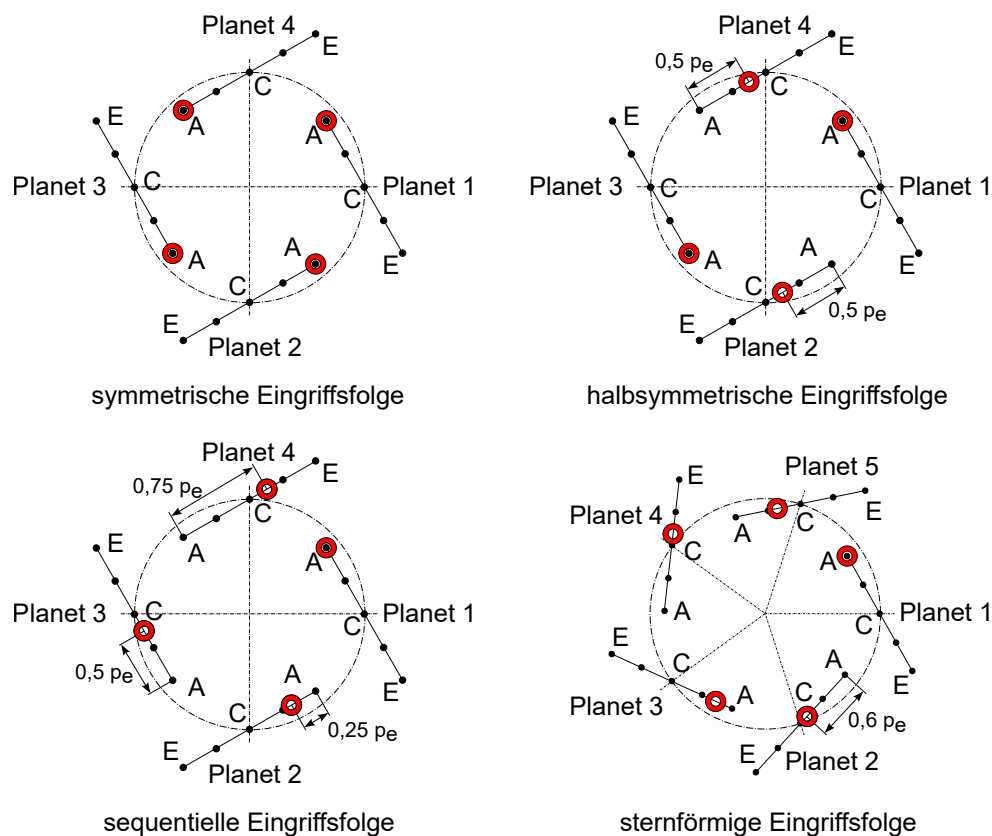
Zeichen	Einheit	Beschreibung
$\delta_{\min}$	mm	Minimaler Einbauwinkel
$z_s/h$	–	Zähnezahl von Sonnen- bzw. Hohlrad

Die Phasenverschiebung der Zahneingriffe an einem einzelnen Planeten mit dem Sonnen- und Hohlrad berechnet sich entsprechend der nachfolgenden Gleichungen für ein einfaches Minusgetriebe ohne gestufte Planeten. **Formel (2.6)** gilt hierbei für gerade Planetenrädierzähnezahlen und **Formel (2.7)** für ungerade Planetenrädierzähnezahlen. Die Wahl des Vorzeichens wird durch Treibrichtung im Getriebe festgelegt. Die obere Vorzeichenreihe bezieht sich auf ein treibendes Sonnenrad, die untere auf ein getriebenes Sonnenrad. Eine detaillierte Beschreibung zum Vorgehen der Berechnung ist in [Von82] aufgeführt.

$$\Delta P_{ve} = \pm(g_{fh} - g_{fp} + h_2 + h_1) + (A_h E_h - A_s E_s) \cdot \frac{1 \mp 1}{2} \quad (z_p \text{ gerade}) \quad (2.6)$$

$$\Delta P_{ve} = \mp(g_{fh} - g_{fp} - h_2 + h_1) + (A_h E_h - A_s E_s) \cdot \frac{1 \pm 1}{2} \quad (z_p \text{ ungerade}) \quad (2.7)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$\Delta P_{ve}$	mm	Phasenverschiebung am Einzelplaneten
$g_{fp}$	mm	Kopfeingriffsstrecke des Planetenrades im Sonneneingriff
$g_{fh}$	mm	Kopfeingriffsstrecke des Hohlrades
$h_1, h_2$	mm	Berechnete Strecken auf der Eingriffslinie nach Vonderschmidt [Von82]
$A_s E_s$	mm	Eingriffsstrecke des Sonneneingriffs
$A_h E_h$	mm	Eingriffsstrecke des Hohlradeingriffs
$z_p$	–	Zähnezahl des Planeten



**Bild 2.5:** Schematische Darstellung der Eingriffsfolgen bei Planetengetrieben (nach [Neu16])

Die bisherigen theoretischen Betrachtungen gelten für ideale Planetengetriebe ohne Berücksichtigung von lastbedingten Verformungen, Toleranzen sowie Fertigungs- und Montageabweichungen. Nach Rüschoff [Rüs04] resultieren Änderungen der Eingriffsfolge aus diesen Abweichungen und Verformungen. Durch eine Wellenbewegung im Betrieb entsteht zusätzlich eine drehzahlabhängige Eingriffsstellungsabweichung, da mit zunehmender Drehzahl die Massenträgheit an Bedeutung für die Wellenbewegung gewinnt. Eine Bewertung der Relevanz dieser

einzelnen Einflüsse ist im Allgemeinen nicht möglich und muss im Einzelfall geprüft werden. Da die Phasenverschiebung zwischen den Eingriffen und somit die Eingriffsfolge die Überlagerung der Anregungen aus den Einzeleingriffen definiert, stellt die geeignete Auslegung der Phasenverschiebung zur Optimierung des Anregungsverhaltens von Planetengetrieben ein sinnvolles Entwurfskriterium dar [Dra80, Smi03]. Die Abhängigkeit der Eingriffsfolge von der Makrogeometrie des Planetengetriebes erlaubt darüber hinaus bereits eine frühe Betrachtung in der Konzeptionsphase.

Seager [Sea75] begründet die Anregungsursache in Planetengetrieben mit dem Drehwegfehler der Einzelzahneingriffe und untersucht mit Hilfe eines analytischen Mehrkörpermodells den Einfluss der Phasenverschiebung auf die Anregung der charakteristischen Schwingungsmoden in Translations- und Rotationsrichtung der jeweiligen Komponenten. Durch die Formulierung des Drehwegfehlers als Fourierreihe ermittelt Seager Zähnezahlabbedingungen, unter welchen sich die harmonischen Komponenten des Drehwegfehlers für geradverzahnte Planetengetriebe mit gleichmäßig am Umfang verteilten Planeten aufheben. Eine vollständige Auslöschung jeglicher Anregungskomponenten ist dabei auch unter idealen Bedingungen nicht möglich.

Palmer und Fuehrer [Pal77] untersuchen verschiedene Möglichkeiten zur Geräuschreduzierung eines Automatikgetriebes für Busse im Stadtverkehr. Dabei wird die größte Verbesserung durch den Wechsel von symmetrischer zu sequentieller Eingriffsfolge erzielt. Auch eine Optimierung der Verzahnungskorrekturen und -qualität zeigt eine Verbesserung, jedoch sind diese mit einer deutlichen fertigungsbedingten Kostensteigerung verbunden. Hidaka et al. [Hid79d] ermitteln ebenfalls experimentell den Einfluss der Eingriffsfolge auf das Anregungs- und Schwingungsverhalten eines Planetengetriebes. Hierbei zeigt sich eine geringere Momentenschwankung an der schnelldrehenden Sonnenwelle bei sequentielltem Eingriff im Vergleich zu symmetrischem Eingriff (identisch zu Balasubramanian [Bal83]). Heider [Hei14] bestätigt diese Ergebnisse mit Hilfe einer theoretischen Anregungsbeurteilung auf Grundlage der Kraftanregung nach Müller [Mül91]. Anhand der vektoriellen Addition der Kraftanregungen der Einzelzahneingriffe an einer Zentralwelle entsteht bei symmetrischen Zahneingriff infolge der identischen Phasenlage aller Eingriffe keine resultierende Lagerkraft und somit eine geringe translatorische Anregung. Die rotatorische Anregung, die durch die Momentenanregung beschrieben wird und sich aus der Drehmomentaddition der an einem Bauteil angreifenden Kraftanregungen ergibt, ist unter diesen Voraussetzungen jedoch gesteigert. Für den sequentiellen Eingriff ergeben sich genau entgegengesetzte Auswirkungen.

Bisher genannte Studien beschränken sich auf geradverzahnte Planetengetriebe. Platt und Leopold [Pla96] untersuchen mehrere schrägverzahnte Planetengetriebe mit unterschiedlicher Eingriffsfolge mittels Schalleistungsmessung. Der Effekt der Eingriffsfolge auf die Schalleistung ist ebenfalls bei schrägverzahnten Planetengetrieben erkennbar, jedoch wird dem Effekt einer optimierten Verzahnungskorrektur ein größerer Einfluss zugeschrieben.

Weitere theoretische Untersuchungen [Amb06, Kah94b, Par00, Par04] betrachten neben der Auslöschung der  $n$ -ten harmonischen Komponente der Anregung zusätzlich die Unterdrückung spezifischer Schwingungsmoden (siehe **Abschnitt 2.3.4**). Durch geeignete Wahl der Zähnezahlen sowie Anzahl und Anordnung der Planeten ist eine gezielte Unterdrückung bestimmter Schwingungsformen möglich. Eine ganzheitliche Unterdrückung aller Schwingungsmoden lediglich durch die Wahl der Eingriffsfolge ist jedoch ausgeschlossen [Kah94b, Sea75].

### 2.3.2 Lastaufteilung

Die Lastaufteilung im Planetengetriebe beschreibt die anteilige Lastübernahme der einzelnen Planetenräder bezogen auf die Gesamtlast und repräsentiert somit das Grundprinzip der Leistungsverzweigung von Planetengetrieben. Die Lastaufteilung nimmt daher in der Tragfähigkeitsauslegung, Anregungsbetrachtung und der konstruktiven Ausführung eine maßgebliche Rolle ein.

Nach ISO 6336-1 [Int19a] wird die Lastaufteilung mit dem Aufteilungsfaktor  $K_\gamma$  beschrieben und auf Basis der tangentialen Zahnkräfte der Einzeleingriffe nach **Formel (2.8)** berechnet.

$$K_\gamma = \frac{F_{t,i,\max}}{F_{t,\text{mittel}}} \quad (2.8)$$

Die mittlere tangentielle Zahnkraft  $F_{t,\text{mittel}}$  wird dabei nach **Formel (2.9)** bestimmt.

$$F_{t,\text{mittel}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_{t,i} \quad (2.9)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$K_\gamma$	–	Lastaufteilungsfaktor im Planetengetriebe
$F_{t,i,\max}$	N	Höchste tangentielle Zahnkraft aller $N$ Planeten
$F_{t,\text{mittel}}$	N	Mittlere tangentielle Zahnkraft
$F_{t,i}$	N	Tangentiale Zahnkraft des $i$ -ten Planeten
$N$	–	Planetenanzahl

Neben Verzahnungsfehlern sowie Montage- und Fertigungsabweichungen wird die Lastaufteilung von einer Vielzahl von Faktoren beeinflusst. Hierzu zählen die Steifigkeit der Wellen, Lager und des Gehäuses, die Anzahl der Planeten sowie die Betriebsbedingungen [Neu16]. Verschiedene Normen und Klassifizierungen wie AGMA 6123-C16 [Ame16], BS EN 61400-4 [Bri13], DNVGL-CG-0036 [DNV15] und „Guideline for the Certification of Windturbines“ [Ger10] geben eine grobe Abschätzung der zu erwartenden Lastaufteilung  $K_\gamma$  für verschiedene Anwendungen, jedoch ausschließlich auf Basis der Anzahl der Planeten. Lediglich in der AGMA 6123-C16 [Ame16] ist eine Unterscheidung in vier grundsätzliche Anforderungsstufen bezüglich des Drehzahlbereiches angegeben.

Stoekicht entwickelt erstmals einen Lastausgleich bei Umlaufrädergetrieben mit Kegelrädern [Sto29] und überträgt das Prinzip anschließend auf Stirnradplanetengetriebe [Sto32]. Es basiert auf radial einstellbaren Zentralwellen und ermöglicht den Einsatz von Planetengetrieben in industriellen Hochleistungsantrieben [Seh05], da Teilungsfehler im Getriebe ausgeglichen und die Teilleistungsstränge gleichmäßig belastet werden.

Die Notwendigkeit eines Lastausgleichs ermittelt Ehrlenspiel [Ehr67] anhand einer Abschätzung der Lastüberhöhung der Zahnkräfte in einem Planetengetriebe infolge von Fertigungsfehlern, die zu einer Exzentrizität des Hohlrades führen. Es werden sowohl Exzentrizitäten der Wellen, Rundlauffehler als auch Summenteilungsfehler berücksichtigt. Da Planetengetriebe mit eindeutig gelagerten Komponenten bereits mit einem Planeten statisch bestimmt sind, führt das Hinzufügen weiterer Planetenräder zur Überbestimmtheit und ungleicher Lastaufteilung im Fall von vorhandenen Abweichungen. Die Ergebnisse zeigen je nach Fehlergröße eine dreifache Lastüberhöhung gegenüber der Nennlast und rechtfertigen einen konstruktiven Lastausgleich [Ehr67]. Je nach Anwendungsfall beschreibt Ehrlenspiel verschiedene Möglichkeiten für den Lastausgleich. Für langsam laufende Planetengetriebe eignen sich einstellbare Planetenträger bzw. Planeten, für schnell laufende hingegen einstellbare Sonnenwellen und Hohlräder [Ehr67]. Ein Vorschlag für das Vorgehen zur Bewertung verschiedener konstruktiven Lastausgleichsmechanismen stellt Arnaudow [Arn63] vor.

Hidaka und Terauchi führen umfangreiche experimentelle Untersuchungen zum dynamischen Betriebsverhalten, der Lastaufteilung sowie der Zentralwellenverlagerung an einem geradzahnten Planetengetriebe mit sequentiellem Eingriff durch. Es basiert auf den konstruktiven Erkenntnissen von Stoekicht [Sto32] und weist ein radial einstellbares Sonnen- sowie Hohlrad zum Lastausgleich auf. Die Ergebnisse werden in mehreren Berichten veröffentlicht [Hid76a, Hid76b, Hid79a, Hid79b, Hid79c]. Die Messung der dynamischen Zahnkräfte und der Lastaufteilung erfolgt durch Dehnmessstreifen im Zahnfuß des Sonnenrades an drei gleichmäßig am Umfang verteilten Positionen, die Verlagerungen der Zentralwellen wird mittels Vibrometer erfasst.

Die experimentellen Ergebnisse [Hid76a] zeigen eine gleichmäßige mittlere Lastaufteilung über den nahezu gesamten Drehzahlbereich bis  $7000 \text{ min}^{-1}$  infolge der Einstellbarkeit der Zentralwellen. Jedoch nimmt die zeitliche Variation der Lastaufteilung für jeden einzelnen Planeten mit der Drehzahl deutlich zu. Dies ist auf den Anstieg der dynamischen Zusatzkräfte im Zahneingriff zurückzuführen, da im höheren Drehzahlbereich das dynamische Systemverhalten in den Vordergrund rückt. Dieser Effekt wird zusätzlich durch eine niedrige Last verstärkt [Hid79c]. Fällt eine beliebige Eingriffsordnung mit einer Eigenfrequenz des Systems zusammen, nimmt die Schwankung der Zahnkräfte stark zu und die Lastaufteilung wird ungleichmäßig [Hid79c]. Durch die Einstellbeweglichkeit der Sonne kann der Einfluss einer Exzentrizität der Sonnen- und Stegwelle ausgeglichen werden, jedoch verschlechtert sich dadurch die Lastverteilung im Zahneingriff [Hid79c].

Der elastischen Verformung des Hohlrades durch einen dünnen Zahnkranz wird lediglich eine untergeordnete Rolle für eine gleichmäßige Lastaufteilung zugeordnet [Hid79a]. Aufgrund der Dehnungsmessung an lediglich drei Positionen der Sonne erfolgt keine kontinuierliche Messung der Zahnkräfte und der Lastaufteilung.

Die Analyse der Verlagerung der Zentralwellen des Planetengetriebes zeigt eine deutliche Kopplung mit der Lastaufteilung [Hid76b]. Die Messungen belegen, dass der Sonnenorbit im Niederdrehzahlbereich einer festen Trochoidbewegungsbahn folgt, die durch den Zahneingriff, die Verzahnungsfehler sowie die elastische Verformung des Hohlrades bestimmt wird. Im Hochdrehzahlbereich gewinnt das dynamische Systemverhalten an Relevanz und der Sonnenorbit beginnt zu zirkulieren. Mit Hilfe eines Berechnungsmodells wird der Zusammenhang zwischen einem Rundlauffehler der jeweiligen Komponenten des Planetengetriebes und des Sonnenorbits ermittelt. Rundlauffehler führen zu Trochoidkurven und sind infolge der Phasenabhängigkeit montageabhängig [Hid79b].

Vonderschmidt [Von82] entwickelt ein ebenes Starrkörpermodell zur Untersuchung der Lastaufteilung und der inneren dynamischen Zusatzkräfte in einem geradzahnten Planetengetriebe. Das Modell berücksichtigt Wellen- und Lagersteifigkeiten, die zeitlich veränderliche Verzahnungssteifigkeit, Lager- und Verzahnungsdämpfung sowie Lager- und Verzahnungsspiel. Durch Einbeziehung der Phasenverschiebung (siehe **Abschnitt 2.3.1**) wird die zeitliche Reihenfolge der Einzeleingriffe einbezogen und das vollständige Steifigkeitsverhalten in den Zahneingriffen erfasst. Die Berechnungsstudie untersucht u. a. den Einfluss einstellbeweglicher Zentralwellen, der Planetenanzahl, des Lagerspiels, der Verzahnungsqualität sowie unterschiedlicher Stegteilungs- und Achsabstandsfehler und Baugrößen auf den Lastüberhöhungsfaktor  $K_v \cdot K_\gamma$ .

Die Ergebnisse [Von82] zeigen, dass die Lastaufteilung mit zunehmender Last gleichmäßiger wird, da die elastischen Verformungen zunehmen und Fertigungs- sowie Montagefehler ausgleichen (siehe auch [Bau13, Bog12, Kim18, Leq17, Mon11, San20, Win87]). Ein einstellbarer Planetenträger führt bei niedrigen Drehzahlen zu einer gleichmäßigen Lastaufteilung, wohingegen eine gleichmäßige Lastaufteilung bei hohen Drehzahlen durch eine einstellbewegliche Sonne erreicht wird (siehe Ehrlenspiel [Ehr67]). Mit zunehmender Baugröße nimmt die Wirksamkeit der einstellbeweglichen Zentralwellen ab und begründet sich im abfallenden Verhältnis der Nennzahnnormalkraft zur Masse. Die Verwendung von fünf Planeten eignet sich nach Vonderschmidt lediglich bei langsam laufenden Getrieben, da andernfalls die Lastüberhöhungen stark ansteigen und der Vorteil einer breiteren Leistungsverzweigung verschwindet.

Wagner [Wag84] führt experimentelle Prüfstandsmessungen an einem Verspannungsprüfstand zur Lastaufteilung in geradzahnten Planetengetrieben [Von82] durch und vergleicht diese mit den theoretischen Ergebnissen von Vonderschmidt mit guter Übereinstimmung. Die Zahnkräfte und die daraus abgeleitete Lastaufteilung sowie Lastüberhöhung werden mit Hilfe von Dehnmessstreifen am Zahnfuß des gehäusefesten Hohlrades an drei gleichmäßig am Umfang



verteilten Positionen gemessen. Eine kontinuierliche Messung ist aufgrund der Instrumentierung nicht möglich. Die experimentellen Untersuchungen [Wag84] zeigen eine geringere Drehzahlabhängigkeit bei einstellbeweglichen Zentralwellen im Vergleich zu den theoretischen Ergebnissen. Die Lastüberhöhungsfaktoren fallen mit steigendem Drehmoment und steigen für Drehzahlen kleiner  $3000 \text{ min}^{-1}$  nur schwach oder gar nicht mit der Drehzahl an. Schlechtere Verzahnungsqualitäten sowie größere Stegteilungsfehler führen zu einer ungleichmäßigeren Lastaufteilung. Ein flexibler Planetenträger zeigt einerseits einen positiven Einfluss auf die Lastaufteilung infolge der größeren Verformung, jedoch wird die Breitenlastverteilung im Zahneingriff verschlechtert.

Winkelmann [Win87] erweitert das zweidimensionale Modell von Vonderschmidt [Von82] zu einem dreidimensionalen Berechnungsmodell für Planetengetriebe. Durch die Erfassung aller sechs räumlichen Freiheitsgrade wird die Lastaufteilungsberechnung für schrägverzahnte Planetengetriebe ermöglicht. Die Parameterstudie umfasst die Variation der Last und Drehzahl, Verzahnungsqualität, Zahnflankenspiel, Achsabstands- sowie Stegteilungsfehler, Planetenlagerluft, Planetenanzahl, einstellbewegliche Zentralwellen, des Schrägungswinkels sowie der Baugröße. Verzahnungsabweichungen, niedrige Drehmomente, große Stegteilungsfehler und mehr als drei Planeten bei statisch bestimmt gelagerten Wellen zeigen sich hierbei als besonders kritisch im Bezug auf die Lastaufteilung.

Die Forschergruppe um Kahraman führt detaillierte experimentelle sowie theoretische Studien zur statischen sowie dynamischen Lastaufteilung unterschiedlicher Planetengetriebe durch [Bod04, Bog12, Kah01, Kah94c, Kah99, Leq17, Lig08, Lig09, Sin08]. Im Fokus steht die Charakterisierung des Einflusses des Schwingungsverhaltens, der Verzahnungsfehler sowie Fertigungs- und Montageabweichungen, die elastische Verformung und Einstellbarkeit der Zentralwellen und die Eingriffsfolge auf die Lastaufteilung. Die theoretischen Untersuchungen umfassen analytische 2D-Modelle [Kah94c], hybride 2D-Modelle (analytische Ansätze für Zahnkontaktberechnung und FE-Lösungen für elastische Verformungen des Getriebeumfelds) [Kah01, Kah94c, Lig09] sowie analytische 3D-Modelle [Leq17]. Alle Berechnungsmodelle verwenden nichtlineare, zeitlich variable Verzahnungssteifigkeiten. Während innerhalb der analytischen Modelle die Zahnräder als Starrkörper definiert sind, werden elastische Verformungen der Radkörper im Rahmen der hybriden Modelle mit Hilfe von FE-Modellierungen erfasst.

Kahraman [Kah94c] untersucht für ein Planetengetriebe ( $z_s = 26$ ,  $z_p = 20$ ,  $z_h = -66$ ) mit vier Planeten, isotroper Lagersteifigkeit und sequentieller Eingriffsfolge den Einfluss von Verzahnungsfehlern sowie tangentialer Planetenpositionsabweichungen auf die Lastaufteilung. Dabei werden verschiedene Lasten, Drehzahlen und die Einstellbeweglichkeit der Sonnenwelle durch unterschiedliche Lagersteifigkeiten berücksichtigt. Die Einstellbeweglichkeit der Sonnenwelle führt zu einer besseren Lastaufteilung über den gesamten Drehzahlbereich. Dabei ist der Effekt insbesondere bei niedrigen Lasten und hohen Drehzahlen am stärksten ausgeprägt. Rundlauffehler der Verzahnung sowie tangentiale Planetenpositionsabweichungen verschlechtern die

Lastaufteilung dagegen erheblich. Da die Auswirkung von Rundlauffehlern montageabhängig ist, kann der negative Einfluss dieser Fehler durch eine phasengleiche Anordnung minimiert werden. Die Montageabhängigkeit der Lastaufteilung wird ebenfalls von Zhou et al. [Zho10] anhand eines analytischen 2D-Modells bestätigt.

Den Einfluss der Elastizität des Hohlrades auf die quasi-statische Lastaufteilung eines geradverzahnten Planetengetriebes ( $z_s = 34$ ,  $z_p = 18$ ,  $z_h = -77$ ) mit vier Planeten und sequentieller Eingriffsfolge untersuchen Kahraman und Vijayakar [Kah01] mit einem hybriden 2D-Modell. Im Fokus der Untersuchung stehen unterschiedliche Zahnkranzdicken des Hohlrades und die Einstellbeweglichkeit des Sonnenrades. Ein Vergleich der beiden Lastausgleichsmechanismen zeigt einen untergeordneten Effekt des elastisch verformbaren Hohlrades gegenüber der einstellbeweglichen Sonne. Durch eine dünnere Zahnkranzdicke verändert sich zusätzlich die Spannungsverteilung im Hohlrad und muss neben der Verzahnungstragfähigkeit betrachtet werden, da bei dünnen Hohlrädern die Zahnkranzbiegung im Vergleich zur Zahnbiegung dominiert. Das gleiche Planetengetriebe wird ebenfalls von Bodas und Kahraman [Bod04] unter dem Einfluss von Fertigungs- und Montageabweichungen analysiert. Dabei definiert Bodas drei unterschiedliche Fehlerklassen und ordnet ihnen entsprechende Fehlerarten zu [Bod04]:

- Zeitlich invariante, montageunabhängige Fehler: z. B. Planetenpositionsfehler
- zeitlich invariante, montageabhängige Fehler: z. B. Mittlere Zahndickenfehler
- Zeitlich variable, montageabhängige Fehler: z. B. Planetenrundlauffehler

Auch hier steht die quasi-statische Lastaufteilung unter Berücksichtigung einstellbeweglicher Zentralwellen und der Anzahl der Planeten im Fokus der Berechnungsstudie. Die tangential Planetenpositionsabweichung stellt dabei die kritische Richtung dar, während radiale Fehler einen vernachlässigbaren Einfluss aufweisen. Dabei nimmt mit steigendem Fehlerbetrag der Planetenposition die Ungleichmäßigkeit der Lastaufteilung zu. Dies gilt ebenfalls für die Zahndicken- und Rundlauffehler. Hier bestimmt die Einbaulage der Zahnräder zusätzlich über die Ausprägung der Ungleichmäßigkeit (siehe auch [Kah94c, Zho10]). Bestimmte Fehlerverteilungen über die Zahnräder können sich bei gleichem Betrag kritischer auswirken als andere. Basierend auf den Berechnungsergebnissen leiten Bodas und Kahraman [Bod04] eine Berechnungsvorschrift für einen effektiven Planetenfehler her, welcher eine vereinfachte Abschätzung der Lastüberhöhung ermöglicht und sich durch eine additive Überlagerung der Einzelfehler darstellen lässt.

Für die Validierung der umfangreichen theoretischen Untersuchung führen Ligata et al. [Lig08] an einem schrägverzahnten Planetengetriebe ( $z_s = 73$ ,  $z_p = 26$ ,  $z_h = -125$ ) mit sequentieller Eingriffsfolge experimentelle Untersuchungen zur quasi-statischen Lastaufteilung bei Planetenpositionsabweichungen durch. Die Messung der Lastaufteilung erfolgt über Dehnungsmessung

im Zahnfuß des Hohlrades. Hierfür beschreibt Ligata et al. [Lig08] zwei unterschiedliche Auswertemethoden der Dehnungsmessungen, die auf der gleichzeitigen beziehungsweise konsekutiven Messung der Dehnung beruht. Mit Hilfe verschiedener Planetenträger wird die Anzahl der Planeten zwischen drei und sechs variiert und dabei die Zahngeometrie aller Zahnräder beibehalten. Die Sonnenwelle ist für die Messungen einstellbeweglich ausgeführt.

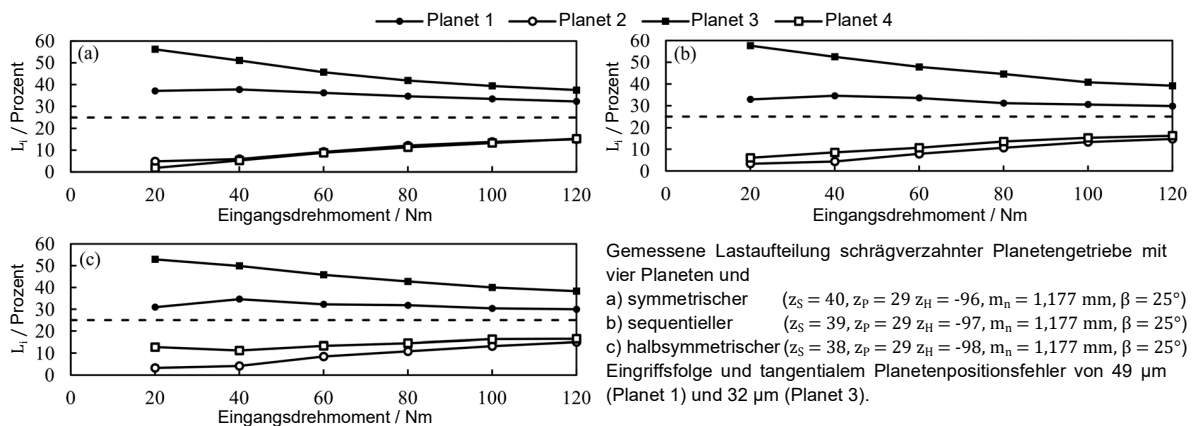
Die Messungen [Lig08] bestätigen die positive Wirkung einer einstellbeweglichen Sonne. Trotz hohem tangentialen Planetenpositionsfehler wird eine gleichmäßige Lastaufteilung bei einem Planetengetriebe mit drei Planeten ermittelt [Bod04, Kah94c]. Bei vier Planeten tragen jeweils gegenüberliegende Planeten die gleiche Last, da sich die Sonne diagonal vom höchst belasteten Planeten fortbewegt. Im Fall von fünf Planeten werden die benachbarten Planeten des jeweils mit Positionsabweichung behafteten Planeten am stärksten beeinflusst. Trägt ein Planet deutlich mehr Last, so werden die beiden benachbarten Planeten entlastet. Im Gegensatz dazu werden die benachbarten Planeten eines unterbelasteten Planeten überbelastet. Bei sechs Planeten lässt sich kein entsprechendes Schema ableiten, jedoch reagiert das Planetengetriebe mit steigender Anzahl an Planeten sensitiver auf Positionsabweichungen. Eine Erhöhung der Last führt in allen betrachteten Fällen zu einer Verbesserung der Lastaufteilung. Mit Hilfe der Ergebnisse validiert Singh et al. [Sin08] das Simulationsprogramm GSAM und zeigt gute Übereinstimmungen.

Ligata et al. [Lig09] führen mit dem aus [Lig08] bekannten Planetengetriebe ebenfalls Untersuchungen zum Einfluss der elastischen Hohlradverformung auf die Lastaufteilung durch. In Anlehnung an [Kah01] werden drei Hohlräder mit unterschiedlicher Zahnkranzdicke und dem selben Prüfaufbau aus [Lig08] verwendet. Die experimentellen Ergebnisse werden mit theoretischen Ergebnissen basierend auf einem hybriden 2D-Modell [Bod04, Kah01] verglichen. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation. Die positive Wirkung der elastischen Hohlradverformung auf die Lastaufteilung wird messtechnisch erfasst und ebenfalls von der Wirkung als untergeordnet eingestuft (vgl. [Kah01]).

Kim et al. [Kim18] führen Untersuchungen zur Lastaufteilung an einem zweistufigen, geradzahnten Planetengetriebe ( $z_s = 50$ ,  $z_p = 31$ ,  $z_h = -112$ ) mit sechs Planeten und sequentieller Eingriffsfolge durch. Dabei stellt das Hohlrad den Getriebeeingang und die Sonnenwelle den Getriebeausgang dar. Die Ermittlung der Lastaufteilung erfolgt über Dehnungsmessung am Planetenbolzen [Kim16], die im Vorfeld mit Hilfe einer hydraulischen Presse und Kraftmessung kalibriert werden. Der Planetenträger ist mit einem 3D-Koordinatenmessgerät vermessen und weist Planetenpositionsabweichungen an allen Planeten auf. Die Messergebnisse [Kim18] zeigen eine paarweise Belastung gegenüberliegender Planeten. Durch den sequentiellen Eingriff ist die Lastaufteilung zusätzlich von der Drehrichtung des Getriebes abhängig, da sich die Phasenlage der Planetenpositionsabweichung ändert. Dynamische Effekte werden durch die Messungen nicht erfasst, da die Eingangsdrehzahl mit  $86 \text{ min}^{-1}$  im quasi-statischen Bereich liegt.

Boguski et al. [Bog12] greifen die Messmethode zur kontinuierlichen Bestimmung der Lastaufteilung durch Dehnungsmessung am Planetenbolzen nach Hayashi [Hay86] auf. Die experimentelle Studie fokussiert sich dabei auf die quasi-statische Lastaufteilung mehrerer schrägverzahnter Planetengetriebe mit vier Planeten und unterschiedlicher Eingriffsfolge. Zusätzlich wird die Koppelung der relativen Sonnenradbewegung mit der Lastaufteilung betrachtet. Die Messung der Lastaufteilung erfolgt bei gehäusefestem Steg, die Sonnenorbitmessung bei gehäusefestem Hohlrad. Ein direkter Zusammenhang zwischen Lastaufteilung und Sonnenorbit ist daher nur begrenzt gegeben.

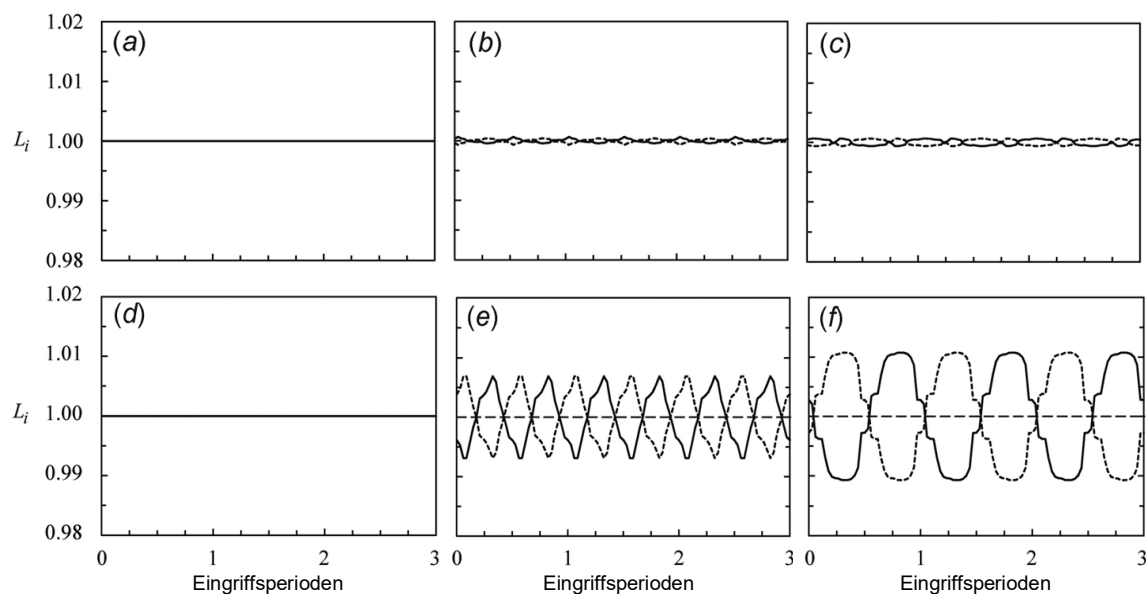
Die Messergebnisse [Bog12] zeigen nur einen geringen Einfluss der Eingriffsfolge auf die Lastaufteilung. Die Lastaufteilungsfaktoren folgen ähnlichen Trends in Abhängigkeit der Last und liegen in ihrer Größenordnung ebenfalls sehr nahe beieinander (siehe **Bild 2.6**). Zusätzlich wird die Annahme der Proportionalität zwischen der Lastaufteilung und dem effektivem Fehler nach Bodas [Bod04] sowie der paarweisen diagonalen Belastung der Planeten bei Planetengetrieben mit vier Planeten experimentell bestätigt. Boguski et al. [Bog12] zeichnen ähnlich zu Hidaka et al. [Hid79b] Trochoidbewegungsbahnen der Sonnenwelle auf. Dabei ist die Form und Anzahl der Schleifen von der Eingriffsfolge abhängig.



**Bild 2.6:** Auszug aus den Versuchsergebnissen zur Lastaufteilung unter dem Einfluss von Planetenpositionsabweichungen nach [Bog12]

Leque und Kahraman [Leq17] entwickeln ein analytisches 3D-Modell eines schrägverzahnten Planetengetriebes mit vier Planeten und sequentieller Eingriffsfolge (siehe auch [Bog12]). Das Modell verfügt über eine Lastverteilungsberechnung im Zahneingriff und ermöglicht so die lastabhängige Verzahnungssteifigkeitsermittlung. Die Versuche von Ligata et al. [Lig08] dienen zur Modellvalidierung. Die Untersuchungen zur Lastaufteilung unter Fertigungsabweichungen bestätigen die Ergebnisse aus früheren Studien [Bod04, Bog12, Kah94c, Lig08, Lig09, Sin08]. Leque und Kahraman [Leq17] schlussfolgern, dass der Einfluss der Verzahnungssteifigkeit gering ist und bei schrägverzahnten Planetengetrieben mit hoher Überdeckung oder Planetengetrieben mit symmetrischer Eingriffsfolge vernachlässigt werden kann (siehe **Bild 2.7**). Da

das vorgeschlagene Modell [Leq17] keine Koppelung der Starrkörperbewegung mit der Lastverteilungsberechnung in den Einzeleingriffen aufweist, erweitern Ryali und Talbot [Rya21] das quasi-statische Lastverteilungsberechnungsmodell von Hu et al. [Hu18] zu einem dynamischen Modell mit Berücksichtigung von Zentrifugalkräften. Mit Hilfe der Berechnungsergebnisse zeigen Ryali und Talbot [Rya21] anhand eines schrägverzahnten Planetengetriebes ( $z_s = 33$ ,  $z_p = 23$ ,  $z_h = -79$ ) mit sequentieller Eingriffsfolge, dass eine ungleiche Lastaufteilung infolge von Planetenpositionsabweichungen zu unterschiedlichen dynamischen Einzelzahnkräften und dementsprechend dynamischer Lastaufteilung führt.

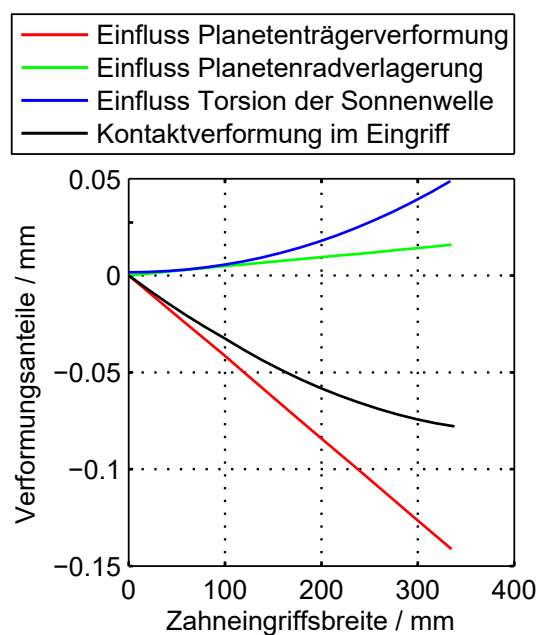


**Bild 2.7:** Berechnete Lastaufteilung eines schrägverzahnten Planetengetriebes mit a) symmetrischer b) sequentieller c) halbsymmetrischer Eingriffsfolge und Lastverteilung eines äquivalenten geradverzahnten Planetengetriebes mit d) symmetrischer e) sequentieller f) halbsymmetrischer Eingriffsfolge [Leq17]

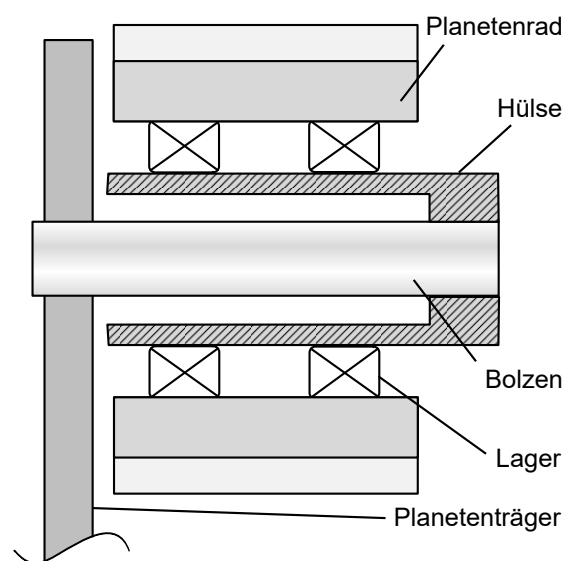
Gu und Vexel [Gu12] verwenden ebenfalls ein analytisches 3D Modell zur Beschreibung der Lastaufteilung in einem schrägverzahnten Planetengetriebe ( $z_s = 73$ ,  $z_p = 26$ ,  $z_h = -124$ ) mit vier Planeten und sequentielltem Eingriff. Sie schließen ebenfalls Kreisel- und Zentrifugalkräfte infolge eines rotierenden Planetenträgers ein. Die Messergebnisse von Ligata et al. [Lig08] werden zur Modellvalidierung herangezogen und zeigen eine gute Übereinstimmung. Gu und Vexel stellen eine deutliche Abhängigkeit der Lastaufteilung und der Sonnenwellenverlagerung von der Drehzahl fest und führen diese auf die Wirkung der Zentrifugalkraft auf den Zahneingriff bei rotierendem Steg zurück.

Neubauer [Neu15, Neu16] erweitert das FVA-Programm RIKOR zur Last- und Verformungsanalyse in Getriebesystemen. Der Zahneingriff wird dabei auf Basis von Weber und Banaschek [Web55], Kagawa [Kag61] und Schmidt [Sch73] abgebildet. Die Lagerberechnung erfolgt mit dem FVA-Programm LAGER2 [Zan20] und ermöglicht die lastabhängige Lagersteifigkeitsberechnung unter Berücksichtigung von Lagerspiel, Vorspannung, Verformung und Verlagerun-

gen. Verformungen von komplexen Bauteilen wie Gehäuse oder Planetenträger können mit Hilfe reduzierter Steifigkeitsmatrizen integriert werden. Neubauer bestätigt die Ergebnisse von Bodas und Kahraman [Bod04], Singh et al. [Sin08] und Vonderschmidt [Von82] hinsichtlich des Einflusses der Anzahl der Planeten und der Sensitivität auf Abweichungen. Für eine einstellbare Sonnenwelle empfiehlt Neubauer [Neu16] doppelkardanisch gelagerte Sonnenräder, um sowohl eine gleichmäßige Lastaufteilung sowie Lastverteilung im Zahneingriff zu erzielen. Das Lagerpiel der Planetenlagerungen zeigt einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Lastaufteilung, jedoch wird die Breitenlastverteilung, insbesondere bei schrägverzahnten Planetengetrieben, durch ein vergrößertes radiales Lagerpiel erheblich verschlechtert. Diese Resultate decken sich mit Winkelmann [Win87] und James und Harris [Jam02]. Die Berechnungsergebnisse zeigen darüber hinaus eine deutliche Abhängigkeit der Lastaufteilung von dem Zusammenspiel aus Planetenlagerung, Planetenträgerverformung und der Koppelung zwischen Planetenbolzen und Planetenträger [Jam02, Neu16] (siehe **Bild 2.8**). Flexible Planetenbolzen („Flex-Pins“ nach [Hic67], siehe **Bild 2.9**) bieten eine Möglichkeit zum Ausgleich der Planetenträgerverformung [Cun74, Mon10, Mon11, Neu16].



**Bild 2.8:** Einfluss verschiedener Verformungsanteile auf die Kontaktverformung eines Zahneingriffs einer Planetenradstufe (nach [Neu16])



**Bild 2.9:** Schematische Darstellung eines „Flex Pins“ nach Hicks [Hic67]

Sanchez-Espiga et al. [San20] analysieren ebenfalls unterschiedliche Eingriffsfolgen und deren Einfluss auf die Lastverteilung. Ein vernetztes 2D-Kontaktmodell [Igl15] eines geradverzahnten Planetengetriebes mit drei bzw. fünf Planeten zeigt, dass Positionsabweichungen und Verzahnungsfehler auf Planetengetriebe mit sequentieller Eingriffsfolge einen stärkeren Einfluss haben.

### 2.3.3 Seitenbänder

Im Allgemeinen beschreibt die Signalmodulation einen Vorgang, bei dem ein Nutzsignal ein Trägersignal verändert. Eine Modulation äußert sich durch sogenannte Seitenbänder im Frequenzspektrum [Kle08]. Im speziellen Fall von Zahnradgetrieben stellt die Zahneingriffsfrequenz die Trägerfrequenz dar, welche durch Frequenzen weiterer rotierender Komponenten moduliert wird. Es wird zwischen drei unterschiedlichen Arten der Modulation unterschieden.

#### Amplitudenmodulation

Bei der Amplitudenmodulation wird die Amplitude des hochfrequenten Trägersignals der Frequenz  $f_T$  mit der Frequenz  $f_N$  eines niederfrequenten Nutzsignals beeinflusst. Es entsteht eine Amplitudenschwankung innerhalb einer aus dem Nutzsignal resultierenden Hüllkurve. Der mathematische Zusammenhang entspricht einer Multiplikation von Träger- und Nutzsignal und ist in **Formel (2.10)** dargestellt [Kol08]. Hieraus wird direkt ersichtlich, dass die Amplitudenmodulation in zwei Seitenbändern symmetrisch um die Trägerfrequenz  $f_T$  mit dem Abstand  $f_N$  resultiert. Amplitudenmodulierte Schwingungen im Zahneingriff entstehen durch Abweichungen wie Exzentrizität, Teilungsfehler oder infolge lastbedingter Schwankungen im Zahnkontakt [Kle08].

$$\begin{aligned} x(t) &= (A_T + A_N \cdot \cos 2\pi f_N t) \cdot \cos 2\pi f_T t \\ &= A_T \cdot \cos 2\pi f_T t + \frac{A_N}{2} \cdot (\cos 2\pi(f_T - f_N)t + \cos 2\pi(f_T + f_N)t) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$x(t)$	–	zeitlicher Verlauf des amplitudenmodulierten Signals
$A_T$	–	Amplitude des Trägersignals
$A_N$	–	Amplitude des Nutzsignals
$f_T$	Hz	Frequenz des Trägersignals
$f_N$	Hz	Frequenz des Nutzsignals

#### Frequenz- und Phasenmodulation

Frequenz- und Phasenmodulation werden in der Gruppe der Winkelmodulation zusammengefasst und sind eng miteinander verknüpft. Bei unmodulierten Signalen nimmt die Phase linear über die Zeit zu, sodass eine Phasenzunahme von  $2\pi$  der konstanten Periodendauer  $T$  entspricht. Bei frequenz- bzw. phasenmodulierten Signalen erfolgt die Phasenzunahme nicht mehr linear mit der Zeit  $t$  und es resultiert eine Abweichung, die im Fall der Frequenzmodulation durch eine Schwankung des zeitproportionalen Anteiles  $\omega_T t$  oder im Fall der Phasenmodulation durch den zeitfreien Anteil  $\phi_0$  beschrieben wird [Gui16]. Der mathematische Zusammenhang eines frequenzmodulierten Signals  $x(t)$  mit der Modulationsfrequenz  $f_N$  ist in Gleichung **Formel (2.11)** dargestellt [Gui16, Kle08].

$$x(t) = A_T \cos(2\pi f_T t + \beta_m \cdot \sin 2\pi f_N t) \quad (2.11)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$x(t)$	–	zeitlicher Verlauf des amplitudenmodulierten Signals
$A_T$	–	Amplitude des Trägersignals
$\beta_m$	–	Modulationsindex
$f_T$	Hz	Frequenz des Trägersignals
$f_N$	Hz	Frequenz des Nutzsignals

Da die Amplitudenmodulation im Allgemeinen an die Lastschwankung im Zahneingriff gekoppelt ist und diese Schwankungen ebenfalls geringfügige Änderungen der Drehzahlen verursachen, werden Zahneingriffsschwingungen in der Regel sowohl amplituden- als auch frequenz- bzw. phasenmoduliert [Kle08].

Girdhar [Gir04] und Taylor [Tay94] geben einen Überblick über die Auswirkung verschiedener typischer Fehler und Abweichungen in Zahnradgetrieben auf die Amplitude der Zahneingriffsfrequenz und der dazugehörigen Seitenbänder im Frequenzspektrum. Dabei werden Verschleiß, Exzentrizität rotierender Komponenten, Verzahnungsspiel, Ausrichtungsfehler sowie angerissene Zähne betrachtet.

Sternfeld et al. [Ste72] und Botman [Bot80] messen experimentell Beschleunigungen am Gehäuse eines Hubschraubergetriebes und identifizieren asymmetrische Seitenbänder, die mit dem Frequenzabstand der Drehfrequenz des Planetenträgers um die Zahneingriffsfrequenz angeordnet sind, liefern jedoch keine umfassende Erklärung für die Entstehung der Asymmetrie. Sternfeld et al. [Ste72] stellt jedoch bereits die Amplitudenmodulation durch die Planetenumlauf Frequenz als Ursache für die Entstehung der Seitenbänder fest. McFadden und Smith [McF85] erarbeiten eine theoretische Modellvorstellung zur Erklärung der asymmetrischen Seitenbänder um die Zahneingriffsfrequenz bei Planetengetrieben. Sie führen den Effekt auf die stationäre Position der Beschleunigungsmessung gegenüber den am Sensor vorbeilaufenden Planetenrädern und deren Phasenlage (siehe **Abschnitt 2.3.1**) zurück. Dabei ist die Amplitude der Anregung durch den Zahneingriff eines Planeten bei übereinstimmender Winkelposition von Sensor und Planet maximal und wird bei gegenüberliegender Positionierung minimal (entspricht Amplitudenmodulation gemäß **Formel (2.10)**). Die Eingriffe Sonne-Planet und Planet-Hohlrad werden als Anregungsquelle zusammengefasst und ein möglicher Phasenwinkel wird nicht betrachtet. Eine Berücksichtigung verschiedener Übertragungspfade über die Schwingungsausbreitungszeit wird ausgeschlossen und immer die kürzeste Verbindung zwischen dem Eingriff Planet-Hohlrad und Sensor als dominierend angenommen. Nach McFadden und Smith ist die Form der Seitenbandstruktur somit lediglich von der Zähnezahl des Hohlrades, der Anzahl der Planeten sowie deren Phasenlage zueinander abhängig. Mit Hilfe ihres Modells [McF85] und der Theorie der Zeigersumme können sie die spektralen Komponenten, aber nicht ihre rela-



tiven Amplituden identifizieren. Yu und Kaatz [Yu05] bestätigen ihre Annahmen mit Hilfe von Simulationen und experimentellen Messungen. McNames [McN02] verallgemeinert die Arbeit von McFadden und Smith [McF85] durch die Anwendung der zeitkontinuierlichen Fourierreihenanalyse. Den Einfluss des Übertragungspfades untersuchen McFadden und Smith [McF86] anhand eines experimentellen Vergleichs der gemessenen Torsionsbeschleunigung einer Welle mit der Beschleunigung am Gehäuse. Basierend auf den Messergebnissen ordnen Sie dem Übertragungspfad der Schwingungen einen deutlichen Einfluss auf die Seitenbandstrukturen zu.

Mosher [Mos03] verwendet die gleiche Vorgehensweise wie McFadden und Smith [McF85] und überträgt sie von Planetengetrieben mit gleichmäßig am Umfang verteilten Planeten auf solche mit ungleichmäßig am Umfang verteilten Planeten. Zusätzlich wird der Einfluss von Signalrauschen, Verzahnungsabweichungen sowie einem Planetenfehler in Form einer Phasenabweichung auf die Seitenbandstrukturen untersucht und mit experimentellen Messungen validiert.

Inalpolat und Kahraman [Ina09] untersuchen systematisch den Einfluss der Eingriffsfolge (siehe **Abschnitt 2.3.1**) auf die Seitenbandstrukturen der Eingriffsfrequenzen von Planetengetrieben mit beliebig angeordneten Planeten mit Hilfe eines phänomenologischen, signalbasierten Modells. Dabei wird die Modulation durch die Überlagerung der Zahneingriffsschwingungen in Abhängigkeit ihrer Phasenlage sowie der Einbaulage der Planeten erklärt. Aufgrund der Annahme eines elastischen Hohlrades ergeben sich von der Planetenträgerstellung abhängige, unterschiedliche Übertragungspfade der Schwingungsanteile zum raumfesten Sensor. Unter diesen Voraussetzungen kategorisieren Inalpolat und Kahraman Planetengetriebe in fünf Gruppen, die jeweils ähnliche Eigenschaften der Seitenbänder aufweisen:

- Fall I: **Gleichmäßig** verteilte Planeten mit **symmetrischer** Eingriffsfolge,
- Fall II: **Gleichmäßig** verteilte Planeten mit **sequentieller** Eingriffsfolge,
- Fall III: **Ungleichmäßig** verteilte Planeten mit **symmetrischer** Eingriffsfolge,
- Fall IV: **Ungleichmäßig** verteilte Planeten mit **sequentieller** Eingriffsfolge,
- Fall V: **Ungleichmäßig** verteilte Planeten mit **unsymmetrischer** Eingriffsfolge.

Die charakteristischen Eigenschaften der Seitenbandstrukturen nach Inalpolat und Kahraman [Ina09] sind in **Tabelle 2.1** für abweichungsfreie Planetengetriebe zusammengefasst und wurden für die Fälle II, IV und V anhand experimenteller Untersuchungen validiert. Halbsymmetrische sowie sternförmige Eingriffsfolgen nach [Rüs04] werden in den Untersuchungen nicht betrachtet. Die Getriebe aus McFadden und Smith [McF85] und McNames [McN02] können den Fällen I und II zugeordnet werden und zeigen ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit den Vorhersagen.

Kategorie	Position der max. Amplitude $A_{\max}$	Seitenbandordnungen	Weitere Merkmale
<b>Fall I</b>	$O_n$	$O_n \pm N$	–
<b>Fall II</b>	$ O_n - O_{m,\max}  < \frac{1}{2}N$	$m \cdot N$	$A_n \approx 0$ Unsym. Seitenbänder
<b>Fall III</b>	$O_n$	$N, z_h = \{2n   n \in \mathbb{N}\} :$ $O_n \pm 2n$ $N, z_h = \{2n + 1   n \in \mathbb{N}\} :$ $O_n \pm n$	–
<b>Fall IV</b>	$N, z_h = \{2n   n \in \mathbb{N}\} : O_n$	$O_n \pm m$ (unsym.)	Hohe Anzahl der nicht-null Seitenbänder $N, z_h = \{2n + 1   n \in \mathbb{N}\} :$ $A_n \neq 0$ und $A_n \neq A_{n,\max}$
<b>Fall V</b>	Es können kaum allg. Aussagen getroffen werden. Starke, asymmetrische Seitenbänder.		

**Tabelle 2.1:** Charakteristische Seitenbändeigenschaften von Planetengetrieben mit beliebig verteilten Planeten nach Inalpolat und Kahraman [Ina09, Ina10]. Als Bezugsfrequenz zur Ordnungsdarstellung der spektralen Größen wird die Drehfrequenz des Planetenträgers herangezogen. Die  $n$ -te Zahneingriffsordnung ist somit der Stegordnung  $n \cdot z_h$  zugeordnet (siehe auch **Abschnitt 4**) Dabei sind:  $O_n$ :  $n$ -te Zahneingriffsordnung,  $O_{m,\max}$ : Stegordnung  $m$  mit höchster Amplitude im Bereich der  $n$ -ten Zahneingriffsordnung,  $A_n$ : Amplitude bei der  $n$ -ten Zahneingriffsordnung,  $N$ : die Anzahl der Planeten,  $m$ : Ganzzahlen ( $m \in \mathbb{Z}$ )

Mit Hilfe eines detaillierten dynamischen Modells erweitern Inalpolat und Kahraman [Ina10] ihre Ergebnisse auf Planetengetriebe mit Fertigungs- und Montageabweichungen. Zusätzlich zu ihren bisherigen theoretischen Untersuchungen [Ina09] wird der Einfluss beider Zahneingriffe Sonne-Planet und Planet-Hohlrads eines Planeten phasenabhängig additiv überlagert und Frequenzmodulationen infolge von Fertigungsfehlern der Verzahnung in Form von Weganregungen berücksichtigt. Durch dieses Vorgehen können zahnrad- und fertigungsfehlerspezifische Seitenbandstrukturen erklärt und in drei klar definierte Gruppen  $H_m \pm \frac{z_h}{z_s} \pm n$ ,  $H_m \pm \frac{z_h}{z_p} \pm n$  und  $H_m \pm \frac{z_h}{z_c} \pm n$  mit  $\{n \in \mathbb{N}\}$  unterteilt werden. Fertigungs- oder Montagefehler, die zu Unterschieden in der Lastaufteilung führen, werden jedoch nicht betrachtet. Der Einfluss von Verzahnungsschäden auf die charakteristischen Seitenbandstrukturen von Planetengetrieben (siehe [Fen12b, Hon14, Lia14]), die zu einer geänderten Anregung, jedoch keiner signifikanten Änderung der Lastverteilung führen, stellen für die Zustandsüberwachung von Getriebesystemen einen entscheidenden Forschungsschwerpunkt dar, werden jedoch in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

Keller und Grabill [Kel03], Blunt und Keller [Blu06] und Patrick et al. [Pat12] untersuchen den Einfluss eines durch einen Riss beschädigten Planetenträgers auf die Schwingungen eines

Helikoptergetriebes. Dabei kann die Theorie von Inalpolat und Kahraman [Ina09] auch für geradverzahnte Planetengetriebe bestätigt werden. Patrick et al. [Pat12] erklären die deutliche Änderung des Seitenbandspektrums durch eine Positionsabweichung des Planeten von einer gleichmäßigen Verteilung am Umfang. Der Aspekt einer geänderten Lastaufteilung in Form einer Planetenpositionsabweichung (siehe auch **Abschnitt 2.3.2**) wird nicht untersucht.

Morikawa et al. [Mor14, Mor15] verfolgen bei der Erklärung der Seitenbandphänomene eine andere Argumentation und beziehen sich auf die Krafrichtung der resultierenden Kräfte an den Zentralwellen. Die Modulation bei einem Planetengetriebe mit sequentieller Eingriffsfolge wird demnach durch eine resultierende Kraft hervorgerufen, deren Richtung identisch bzw. entgegengesetzt der Planetenträgerrotation ist sowie mit anderer Rotationsfrequenz. Dadurch verschwindet die Zahneingriffsordnung im Spektrum des Beschleunigungsaufnehmers und Ordnungen  $O_z \pm 1$  treten stattdessen hervor. Für Planetengetriebe mit symmetrischer Eingriffsfolge ist hingegen keine Seitenbandstruktur zu beobachten.

### 2.3.4 Eigenfrequenzen und Schwingungsformen

Die Schwingungsantwort charakterisiert die Reaktion eines mechanischen Systems auf eine Anregung und ist vom dynamischen Systemverhalten abhängig [Hei14]. Zur Beschreibung der Schwingungsantwort werden im Allgemeinen Eigenfrequenzen und Eigenmoden herangezogen [Pfe14]. Eigenfrequenzen sind Frequenzen mit der ein schwingungsfähiges System ohne Einfluss äußerer Kräfte und Dämpfung schwingt. Die zur Eigenfrequenz dazugehörige Eigenmode beschreibt die Form der Schwingung bei der entsprechenden Frequenz. Die freie Schwingungsform setzt sich somit aus einer Überlagerung verschiedener Eigenschwingungen zusammen [Dre16].

Nach **Formel (2.12)** [Gro18, Pfe14] wird das dynamische Systemverhalten durch die Massen- bzw. Trägheits-  $\underline{M}$ , Dämpfungs-  $\underline{D}$  und Steifigkeitseigenschaften  $\underline{K}$  beschrieben. Bei Zahnradgetrieben erfolgt die Anregung des Systems durch die periodisch zeitlich veränderliche Verzahnungssteifigkeit (siehe **Abschnitt 2.2.1**). In diesem Fall beschreibt **Formel (2.12)** eine parametererregte Schwingung, da die Parameter Steifigkeit und Dämpfung des Schwingungssystem zeitabhängig sind.

Für den Fall schnell laufender Getriebe, insbesondere Planetengetriebe mit rotierendem Planetenträger, existieren zusätzliche Einflussgrößen, die auf das dynamische Systemverhalten einen entscheidenden Einfluss haben. Durch die Rotation entstehen gyroskopische Kräfte, die auf räumlich ausgedehnte, rotierende Wellen wirken und durch eine schiefsymmetrische Systemmatrix  $\underline{G}$  erfasst werden. Die Berücksichtigung von Zentrifugalkräften erzeugt eine zusätzliche diagonale zentripetale Steifigkeitsmatrix  $\underline{K}_\Omega$ . Hieraus ergibt sich das modifizierte Gleichungssystem zu **Formel (2.13)**. Dabei führt die gyroskopische Matrix im Gegensatz zur Dämpfung nicht zu einer Energiedissipation, sondern überträgt lediglich Energie zwischen unterschiedlichen Koordinatenrichtungen. [Gér15].

$$\underline{\underline{M}} \cdot \ddot{\underline{x}}(t) + \underline{\underline{D}} \cdot \dot{\underline{x}}(t) + \underline{\underline{K}} \cdot \underline{x}(t) = \underline{F}(t) \quad (2.12)$$

$$\underline{\underline{M}} \cdot \ddot{\underline{x}}(t) + (\underline{\underline{D}} + \underline{\underline{G}}) \cdot \dot{\underline{x}}(t) + (\underline{\underline{K}} + \underline{\underline{K}}_{\Omega}) \cdot \underline{x}(t) = \underline{F}(t) \quad (2.13)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$\underline{\underline{M}}$	kg	Diagonale Massenmatrix
$\underline{\underline{G}}$	kg/s	Schiefsymmetrische gyroskopische Matrix
$\underline{\underline{D}}$	Ns/m	Dämpfungsmatrix
$\underline{\underline{K}}$	N/m	Symmetrische Steifigkeitsmatrix
$\underline{\underline{K}}_{\Omega}$	kg/s <sup>2</sup>	Diagonale zentripetale Steifigkeitsmatrix
$\underline{F}$	N	Vektor der äußeren Lasten
$\ddot{\underline{x}}, \dot{\underline{x}}, \underline{x}$	m/s <sup>2</sup> , m/s, m	Vektor der zeitabhängigen Beschleunigung, Geschwindigkeit, Verschiebungen

Die Berechnung der Eigenfrequenzen und Eigenmoden erfolgt durch Lösen der homogenen Gleichungen ( $\underline{F}(t) = 0$ ) [Gér15, Gro18]. Unter der für Getriebe üblichen Annahme von geringer Verzahnungsdämpfung, kann der Einfluss der Dämpfung ebenfalls bei der Modalanalyse vernachlässigt werden [Hei14]. Für rotierende Systeme ist die Eigenfrequenzberechnung nach  $(\underline{\underline{K}} - \omega^2 \underline{\underline{M}})$  nicht durchführbar, da ein Entkoppeln der Systemgleichungen infolge der gyroskopischen Matrix nicht möglich ist. Ein Entkoppeln der Gleichungen erfolgt durch eine Projektion in den Zustandsraum [Gér15, Mei74] mit dem Zustandsvektor  $\underline{q}$

$$\underline{q}^T = \begin{bmatrix} \dot{\underline{x}}^T & \underline{x}^T \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

und den Systemmatrizen

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{M}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{\underline{K}}(t) + \underline{\underline{K}}_{\Omega} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{G}} & \underline{\underline{K}}(t) + \underline{\underline{K}}_{\Omega} \\ -(\underline{\underline{K}}(t) + \underline{\underline{K}}_{\Omega}) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Das ursprüngliche Gleichungssystem zweiter Ordnung nach **Formel (2.13)** wird dadurch zu einem Gleichungssystem erster Ordnung der Dimension  $2n$  [Gér15]:

$$\underline{\underline{A}} \cdot \dot{\underline{q}} + \underline{\underline{B}} \cdot \underline{q} = 0 \quad (2.16)$$

Durch Lösen des Eigenwertproblems mit Hilfe des Ansatzes  $\underline{q} = \underline{y} \cdot e^{\lambda t}$

$$(\underline{\underline{B}} + \lambda \underline{\underline{A}}) \underline{y} = 0 \quad (2.17)$$

resultieren  $2n$  ( $n$  entspricht Anzahl der Gleichungen/Freiheitsgrade) Eigenvektoren  $\underline{y}$  und die dazugehörigen Eigenwerte  $\lambda$ . Die Eigenwerte treten als komplex konjugierte Paare auf. Physikalisch stellen komplexe Eigenwerte eine Schwingung mit einem Phasenwinkel zwischen den

Bewegungen in verschiedenen Koordinatenrichtungen dar [Coo12b]. Bei der Analyse von symmetrischen Strukturen können ebenfalls mehrere Eigenwerte die gleiche Eigenfrequenz aufweisen. In diesem Fall handelt es sich um entartete Eigenwerte, deren beliebige Linearkombination ebenfalls einen Eigenwert darstellt [Gér15]. Im Hinblick auf die Modalanalyse schwingender Systeme bedeutet dies eine Überlagerung der Einzelmoden, deren Unterscheidung nicht möglich ist.

Die Berechnung der Eigenfrequenzen und Eigenwerte eines Getriebes kann mit unterschiedlichem Detaillierungsgrad erfolgen. ISO 6336-1 [Int19a] bietet für Stirnrad- und Planetengetriebe Näherungsformeln zur Bestimmung der ersten Torsionseigenfrequenz auf Basis von zusammengefassten, reduzierten Massen der einzelnen Zahnräder sowie der mittleren Verzahnungssteifigkeit. Heider [Hei14] erweitert die Ansätze für ein Standgetriebe unter Berücksichtigung aller Einzelmassen und ihrer Koppelung durch die jeweiligen Zahneingriffe. Eine Gegenüberstellung zwischen Norm und Berechnungsmodell liefert vergleichbare Ergebnisse in der ersten Eigenfrequenz.

Cunliffe et al. [Cun74] charakterisieren erstmals die Eigenmoden eines geradverzahnten Planetengetriebes basierend auf einem zweidimensionalen dynamischen Modell mit 13 Freiheitsgraden (FHG) und drei Planeten sowie fixiertem Planetenträger. Sie untergliedern die Eigenmoden in Nieder- und Hochfrequenzbereiche. „Lager-Moden“ treten hiernach im niederfrequenten und „Zahn-Moden“ im hochfrequenten Bereich auf. Zusätzlich identifizieren Cunliffe et al. [Cun74] die translatorische und torsionale Ausprägungen der unterschiedlichen Moden.

Botman [Bot76] verwendet ebenfalls ein zweidimensionales, geradverzahntes dynamisches Modell mit jeweils 3 FHG pro Starrkörper und untersucht das Schwingungsverhalten bei gehäusefestem Hohlrad und rotierendem Planetenträger. Unter den Voraussetzungen eines gehäusefesten Planetenträgers klassifiziert Botman [Bot76] die Eigenmoden in achsensymmetrische und nicht-achsensymmetrische Moden und bestätigt die Ergebnisse von Cunliffe et al. [Cun74]. Achsensymmetrische Moden bzw. Rotationsmoden zeichnen sich durch identische Bewegungen der Planetenräder gegenüber der Zentralwellen aus, die lediglich Rotationsbewegungen ausführen. Im Fall von nicht-achsensymmetrischen Moden resultieren keine identischen Bewegungen der Planeten und die Zentralwellen führen translatorische Bewegungen aus. Wird ein rotierender Planetenträger herangezogen, werden die nicht-achsensymmetrischen Moden durch die Planetenträgerrotation unterdrückt. Erst ab sehr hohen Drehzahlen ergeben sich Frequenzänderungen der achsensymmetrischen Moden.

Kahraman [Kah94a] vergleicht die berechneten Eigenfrequenzen eines reinen Torsionsschwingungsmodells mit dem eines zweidimensionalen dynamischen Modells (3 FHG). Für einen weiten Bereich der Lagersteifigkeiten zeigen die Ergebnisse eine angemessene Übereinstimmung. Eine Eingruppierung der Schwingungsmoden wird nicht vorgenommen.

Lin und Parker [Lin00, Lin99b] erweitern die Arbeit von Botman und klassifizieren alle Planetengetriebemoden eines zweidimensionalen, geradverzahnten dynamischen Modells (3 FHG). Einflüsse aus gyroskopischen sowie Zentrifugalkräften werden bei der Modalanalyse vernachlässigt. Die Moden werden in die drei Gruppen

- **Rotationsmoden** (Reine Rotation von Sonne, Hohlrad und Planetenträger, identische Bewegung aller Planeten)
- **Translationsmoden** (Reine Translation von Sonne, Hohlrad und Planetenträger, Planeten schwingen in orthonormalen Moden)
- **Planetenmoden** (Keine Bewegung von Sonne, Hohlrad und Planetenträger, Translations- und Rotationsbewegungen der Planeten)

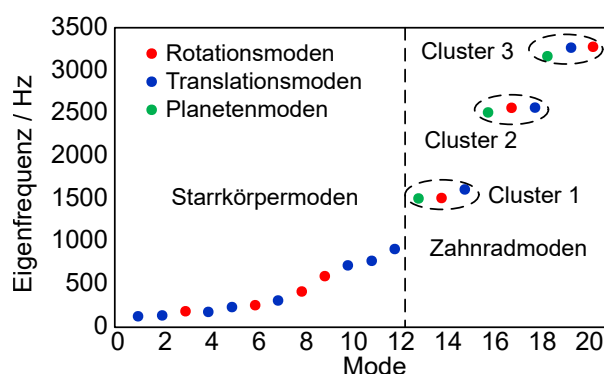
untergliedert. Dabei stellen die Translations- und Planetenmoden Unterkategorien der von Botman [Bot76] definierten nicht-achsensymmetrischen Moden dar. Unter idealen Randbedingungen (keine Fehler, ideale Symmetrie, isotrope Lager- und Verzahnungssteifigkeiten) bilden die Translations- bzw. Planetenmoden degenerierte Moden mit der Vielfachheit des Grades 2 bzw.  $N - 3$  mit  $N$  als Planetenanzahl. Eritenel und Parker [Eri09] zeigen, dass auch für einschrägverzahnte Planetengetriebe und einem dreidimensionalen dynamischen Modell mit jeweils 6 FHG pro Starrkörper die von Lin und Parker [Lin00, Lin99b] identifizierte Klassifikation anwendbar ist.

Ericson und Parker [Eri13b] führen experimentelle Versuche zur Validierung ihres zweidimensionalen, geradverzahnten dynamischen Modells (3 FHG) sowie FE-Modells durch. Hierzu wird das Planetengetriebe statisch belastet und anschließend mittels Shaker oder Impulshammer angeregt. Die messtechnische Erfassung der Schwingungsmoden erfolgt mit Hilfe von Beschleunigungsmessungen an Sonne, Hohlrad, Planetenträger und Planeten. Die experimentellen Ergebnisse [Eri13b] bestätigen die Modenklassifizierung von Lin und Parker [Lin00, Lin99b] sowie Eritenel und Parker [Eri09]. Zusätzlich teilen Ericson und Parker [Eri13b] die Moden in zwei Frequenzbereiche ein, die unabhängig der Einteilung nach Lin und Parker sind [Lin00, Lin99b] und in Anlehnung an Cunliffe et al. [Cun74] erfolgt:

- **Starrkörpermoden** unterhalb 1500 Hz (hohe Dehnungsenergie in den Wellen und hohe kinetische Energie des Sonnenrads, Planetenträgers und der Anschlussmassen; vernachlässigbare Dehnungsenergie in den Zahneingriffen bzw. kinetische Energie der Planeten)
- **Zahnradmoden** oberhalb 1500 Hz (hohe Dehnungsenergie in den Zahneingriffen und hohe kinetische Energie der Planetenräder; nur geringe Verschiebungen der Anschlussmassen)

Hierbei treten Planetenmoden lediglich in den Zahnradmoden auf, wohingegen Rotations- und Translationsmoden in beiden Frequenzbereichen vorkommen. In weiterführenden Untersuch-

ungen untergliedern Ericson und Parker [Eri13a] die Zahnradmoden in zusätzliche Cluster, die eine Rotations- sowie eine Translationsmode und für Planetengetriebe mit  $N \geq 4$  eine Planetenmode aufweisen (vgl. **Bild 2.10**).



**Bild 2.10:** Auszug aus den berechneten Eigenfrequenzen und Schwingungsmoden eines Planetengetriebes sowie Einteilung in Kategorien und Cluster nach [Eri13a]

Neben der Klassifizierung und den Eigenschaften der Eigenmoden spielt die Sensitivität auf relevante Getriebesystemparameter eine entscheidende Rolle zur Beschreibung des dynamischen Systemverhaltens. Lin und Parker [Lin99a] betrachten die Sensitivität der Eigenfrequenzen und Eigenmoden auf Verzahnungs- und Lagersteifigkeiten, Zahnradmassen und Trägheiten sowie die Betriebsdrehzahl unter Verwendung eines zweidimensionalen dynamischen Modells [Lin99b]. Rotationsmoden sind unabhängig gegenüber Translationssteifigkeiten sowie Massen von Sonne, Hohlrads und Planetenträger. Dem gegenüber sind Translationsmoden unabhängig von Rotationssteifigkeiten sowie Trägheiten von Sonne, Hohlrads und Planetenträger. Planetenmoden sind dagegen sowohl gegenüber allen Lagersteifigkeiten als auch allen Massen und Trägheiten unabhängig.

Ericson und Parker [Eri13a] zeigen sowohl experimentell als auch theoretisch, dass die Clusterung ebenfalls robust gegenüber Parametervariationen ist und sich zusammen in Abhängigkeit der Planetenmasse, Planetenträgheit sowie Planetenlager und Verzahnungssteifigkeit bewegen. Sie schlussfolgern daraus einen positiven Effekt durch Reduktion der möglichen Resonanzgebiete, weisen jedoch darauf hin, dass im Fall einer Resonanz eine höhere Schwingungsanregung infolge von gekoppelten Schwingungsmoden resultiert [Eri13a]. Ein Auflösen der Clusterung ist durch Verwendung planetenspezifischer Parameter möglich. Da die Eigenmoden und dazugehörigen Eigenfrequenzen stark von den Systemsteifigkeiten abhängen (Lager und Verzahnung), besitzt das Lastmoment einen erheblichen Einfluss [Eri13a, Eri13c]. Zuverlässige Berechnungsergebnisse erfordern genaue Werte für Planetenlager- und Verzahnungssteifigkeiten [Eri13a, Eri13c, Eri14].

Bu et al. [Bu12] charakterisieren die Schwingungsmoden eines gleitgelagerten, pfeilverzahnnten Planetengetriebes mit einem zweidimensionalen Modell und 3 FHG pro Zahnradkörper. Lediglich die getrennt modellierten Hohlradschalen weisen jeweils einen zusätzlichen axialen Frei-

heitsgrad auf. Zusätzlich zu den Moden von Lin und Parker [Lin00, Lin99b] identifizieren Bu et al. Rotations- und Axialmoden sowie Translationsmoden der Hohlradhälften. Aufgrund der asymmetrischen Steifigkeit der Gleitlager ergeben sich starke Abhängigkeiten der Translationsmoden des Planetengetriebes. Durch die ebene Betrachtungsweise werden Sonne und Planeten als Starrkörper betrachtet und eine elastische Deformation zwischen den Verzahnungshälften ausgeschlossen.

Cooley und Parker [Coo11, Coo12a, Coo12b, Coo13, Coo18] untersuchen intensiv den Einfluss der Drehzahl und gyroskopischer Kräfte auf die Schwingungsform von geradverzahnten Planetengetrieben mit Hilfe zweidimensionaler dynamischer Modelle (3 FHG). Unter Drehzahlberücksichtigung lassen sich die gleichen Klassifizierungen der Moden nach Lin und Parker [Lin99b] bestimmen [Coo11]. Cooley und Parker [Coo12a, Coo13] berechnen kritische Drehzahlen für die einzelnen Moden bei denen Flatterinstabilitäten auftreten. Diese zeichnen sich durch Schwingungsbewegungen mit exponentiellem Anstieg in ihrer Amplitude aus. Der Effekt der Planetenträgerrotation fällt für jeden Modentyp unterschiedlich aus. Während Planeten- und Rotationsmoden nicht sensitiv auf kleine Planetenträgerdrehzahlen reagieren, resultieren aus den entarteten Translationsmoden (Grad der Vielfachheit von 2) zwei eindeutige Moden bei jeder Drehzahl ungleich null [Coo12b].

## 2.4 Fazit zum Stand des Wissens

Im Stand des Wissens werden die grundlegenden Anregungsmechanismen von Planetengetrieben, die Einflussgrößen auf die Lastaufteilung in Planetengetrieben sowie die Charakterisierung der Schwingungen von Planetengetriebesystemen behandelt. Im Folgenden werden bezugnehmend auf die vorliegende Arbeit die wichtigsten Erkenntnisse zusammengefasst.

Das dynamische Betriebsverhalten von Zahnradgetrieben wird insbesondere durch die Verzahnungsanregung im Zahneingriff geprägt. Folgende grundlegende Inhalte zur Verzahnungsanregung aus **Abschnitt 2.2** sind für diese Arbeit bedeutend:

- Die Anregung aus dem Zahneingriff resultiert maßgebend aus der zeitlich veränderlichen Verzahnungssteifigkeit, den Abweichungen von der idealen evolventischen Flankenform, der Zahnverformung unter Last sowie der lastbedingten Verformung des Welle-Lager-Systems.
- Die Anregung im Planetengetriebe ergibt sich aus der Überlagerung der entsprechenden Einzelanregungen der Zahneingriffe zwischen Sonne und Planet sowie Hohlrad und Planet unter Berücksichtigung der Phasenlage aus **Abschnitt 2.3.1**. Daraus ergibt sich ein erheblich komplexeres Anregungsverhalten im Vergleich zu herkömmlichen Stirnradstufen, insbesondere bei doppelschrägverzahnten Planetengetrieben infolge der gespiegelten Verzahnungshälften.



Die Lastaufteilung beschreibt bei Planetengetrieben die relative Belastung der einzelnen Teilleistungsstränge. In **Abschnitt 2.3.2** werden die Einflussparameter auf die Lastaufteilung von unterschiedlichen Planetengetriebetypen (Phasenlage der Eingriffe, Betriebsart- und Betriebsbedingungen, Baugröße) betrachtet sowie experimentelle und theoretische Versuchsergebnisse beschrieben. Daraus werden folgende Fazits abgeleitet:

- Die statische bzw. quasi-statische Lastaufteilung unter Berücksichtigung von Fertigungs- und Montageabweichungen, wie Planetenpositionsfehler oder Exzentrizitäten der Zentralwellen, sowie Verzahnungsfehler, wie Rundlauf- oder Zahndickenfehler, ist intensiver Forschungsgegenstand. Einflüsse von Planetenanzahl, Last und einstellbarer Zentralwellen können unter diesen Betriebsbedingungen sowohl experimentell als auch rechnerisch gut abgebildet werden. Im Rahmen der rechnerischen Beurteilung der Lastaufteilung wird der Einfluss der elastischen Verformung des Planetenträgers häufig vernachlässigt.
- Für Hochdrehzahlenwendungen existiert eine Vielzahl an theoretischen Untersuchungen. Umfangreiche Validierungen anhand experimenteller Messungen erfolgten aufgrund des hohen technischen und finanziellen Aufwands für Prüfstand und Messtechnik bisher kaum.
- Forschungsgegenstände der bisher durchgeführten Untersuchungen sind hauptsächlich gerad- oder einzelschrägverzahnte Planetengetriebe. Experimentelle Untersuchungen der Lastaufteilung von doppelschrägverzahnten Planetengetrieben fehlen. Hierbei ist die Lastaufteilung auf die einzelnen Planeten sowie die Lastaufteilung auf die jeweiligen Verzahnungshälften der entsprechenden Zahnradkörper von entscheidender Bedeutung.

**Abschnitt 2.3.3** beschreibt die Grundlagen zur Entstehung von Seitenbändern bei Schwingungsmessungen an Planetengetrieben und zeigt basierend auf der Verzahnungsgeometrie Charakteristika zur Einordnung der Seitenbandstrukturen auf. Daraus können folgende Schlussfolgerungen gezogen werden:

- Die charakteristischen Seitenbandstrukturen von Planetengetriebe beschreiben deren Anregungsverhalten und ermöglichen detaillierte Rückschlüsse auf die Geometrie der Planetengetriebe sowie Betriebsbedingungen und mögliche Fehler bzw. Schäden.
- Eine umfassende Untersuchung des Einflusses einer ungleichmäßigen Lastaufteilung auf das Anregungsverhalten von Planetengetrieben fehlt bisher.

Aus den Erkenntnissen zur Berechnung der Eigenfrequenzen und Schwingungsmoden von Planetengetrieben in **Abschnitt 2.3.4** werden folgende Fazits gezogen:

- Planetengetriebe zeigen ein unverwechselbares Schwingungsverhalten, welches aus der Kopplung der Getriebekomponenten über die Zahneingriffe sowie den Lagerungen resultiert.

- Eine Gruppierung der Schwingungsmoden und Einteilung in Frequenzbereiche mit ähnlichen Eigenschaften wurde für gerad- und einfachschrägverzahnte Planetengetriebe theoretisch durchgeführt und teilweise experimentell validiert. Grundlage bilden Planetengetriebe mit isotropen Planetenlager- und Verzahnungssteifigkeiten, die durch identische Anregungen der Einzelzahneingriffe beschrieben werden.
- Reale Planetengetriebe weisen im Allgemeinen eine ungleichmäßige Lastaufteilung auf, die zu planetenspezifischen Lager- und Verzahnungssteifigkeiten führt, und unterschiedliche Einzelanregungen der Zahneingriffe bewirkt.
- Der Drehzahleinfluss auf die modalen Eigenschaften geradverzahnter Planetengetriebe wird theoretisch intensiv mit Hilfe ebener dynamischer Modelle untersucht. Ergebnisse zu doppelschrägverzahnten Planetengetrieben mit elastischen Zahnradkörpern sowie 6 FHG fehlen.

### 3 Problemstellung und Lösungsweg

Die wesentlichen Erkenntnisse aus dem Stand des Wissens werden im Folgenden aufgegriffen und basierend darauf die Problemstellung dieser Arbeit formuliert. Die Zielstellung ergibt sich aus der Problemstellung und Ausgangssituation (**Abschnitt 1**).

#### 3.1 Problemstellung

Die Ausgangssituation beschreibt die enge Wechselwirkung zwischen der Lastaufteilung, der Verzahnungsanregung sowie dem Schwingungsverhalten von leistungsübertragenden Planetengetrieben.

Die getrennte Charakterisierung dieser Forschungsbereiche für gerad- und schrägverzahnte Planetengetriebe ist Gegenstand einer Vielzahl von Arbeiten. Dabei liegt der Fokus hinsichtlich der Lastaufteilung hauptsächlich auf der Identifizierung und Bewertung verschiedener Einflussgrößen, wie Fertigungs- und Montageabweichungen, insbesondere unter statischen bzw. quasi-statischen Randbedingungen. Ungeachtet des Potentials von doppelschrägverzahnten Planetengetrieben für Hochleistungsantriebe finden sich keine experimentellen Untersuchungen zur Lastaufteilung. Insbesondere das Zusammenspiel von Fertigungs- und Montageabweichungen mit dynamischen Betriebsbedingungen zeigt noch hohen Forschungsbedarf. Dabei stellt neben der Lastaufteilung auf die einzelnen Planetenräder bei Doppelschrägverzahnungen zusätzlich die Lastaufteilung auf die einzelnen Verzahnungshälften einen entscheidenden Faktor zur vollständigen Ausnutzung der Tragfähigkeit dar.

Experimentelle Untersuchungen zum Anregungs- und Schwingungsverhalten von Planetengetrieben beschränken sich ebenfalls auf gerad- und schrägverzahnte Planetengetriebe. Die Analyse der Seitenbandstrukturen zur Beschreibung der Verzahnungsanregung erfolgt hierbei überwiegend unter der Annahme gleichmäßiger Lastverteilung. Zu den bisher untersuchten Einflüssen auf die Seitenbandstrukturen zählen Verzahnungsfehler bzw. Schäden im Rahmen von Zustandsüberwachungen. Schäden, die die Lastaufteilung beeinflussen können – beispielsweise angerissene Planetenträger und ein dadurch asymmetrisches Steifigkeits- und Verformungsverhalten [Blu06, Kel03, Pat12] – werden ebenfalls betrachtet, jedoch wird keine Analyse der Lastaufteilung durchgeführt. Betrachtungen zum Schwingungsverhalten von Planetengetrieben erfolgen weitgehend anhand von Berechnungen der Eigenfrequenzen und Eigenmoden. Auch hier bildet eine gleichmäßige Lastaufteilung und Symmetrie der Planetenräder (isotrope Lager- und Verzahnungssteifigkeit) die grundlegende Annahme der Berechnungen. Eine Einschätzung zur Veränderung der Eigenfrequenzlage unter Berücksichtigung von ungleichmäßiger Lastaufteilung infolge zu erwartender Fertigungsabweichungen fehlt.

Im Rahmen einer umfangreichen Literaturrecherche konnten keine öffentlich zugänglichen Arbeiten identifiziert werden, welche eine wechselseitige Beeinflussung der Lastaufteilung mit

dem Anregungs- und Schwingungsverhalten von Planetengetrieben betrachtet haben. Für eine Gewährleistung der funktionellen Betriebssicherheit von doppelschrägverzahnten Planetengetrieben in Hochleistungsantrieben ist die Kenntnis über diese Zusammenhänge erforderlich. Hierzu sind umfassende experimentelle Untersuchungen sowie theoretische Berechnungen durchzuführen.

### **3.2 Zielsetzung und Lösungsweg**

Das übergeordnete Ziel dieser Arbeit ist die Charakterisierung des wechselseitigen Einflusses zwischen der Lastaufteilung und dem Anregungs- und Schwingungsverhalten von doppelschrägverzahnten Planetengetrieben.

Hierzu soll in einem ersten Schritt das Lastaufteilungsverhalten in Abhängigkeit der Fertigungsabweichungen und Betriebsbedingungen untersucht werden. Dabei steht sowohl die Lastaufteilung auf die einzelnen Teilleistungsstränge als auch die Lastaufteilung auf die Verzahnungshälften eines Zahnrades im Fokus der Analyse. Mit Hilfe einer hochfrequenten relativen Dehnungsmessung am Planetenbolzen ist eine kontinuierliche Bestimmung der Lastaufteilung auf die einzelnen Planeten möglich. Über die separate Auswertung der Zahnfußdehnung der beiden Hohlradhälften ist zudem eine Aussage über die Lastaufteilung auf die Verzahnungshälften realisierbar.

Die Bewertung des Anregungsverhaltens wird über eine Vielzahl von Beschleunigungsmessungen an unterschiedlichen Positionen des Getriebes durchgeführt. Hierbei wird sowohl der Körperschall am stationären Hohlrad als auch die Torsionsbeschleunigung an den rotierenden Wellen messtechnisch erfasst und ausgewertet. Durch Drehzahlhochläufe bei unterschiedlichen Drehmomentstufen und Prüfstandkonfigurationen (Fertigungsabweichungen) ist eine Differenzierung der Einflussparameter auf das Anregungsverhalten möglich.

Zur Beurteilung des Schwingungsverhaltens wird ein linear-elastisches Mehrkörpersystem eines doppelschrägverzahnten Planetengetriebes entwickelt. Die Vorgaben der Lager- und Verzahnungssteifigkeiten unter Berücksichtigung ungleicher Lastaufteilung (basierend auf den experimentellen Messungen der Lastaufteilung) werden vorab mit Hilfe einer Zahnkontaktanalyse im Gesamtgetriebesystem [Göt19a, Wei21] berechnet. Die Eingabemöglichkeit von planetenspezifischen Modellparametern ermöglicht somit die Modalanalyse unter variabler Lastaufteilung.

Die experimentellen Ergebnisse werden darüber hinaus zur Validierung von Berechnungsmodellen zur Lastaufteilung und Seitenbandanalyse/-vorhersage herangezogen, um eine Möglichkeit zur Optimierung des Entwicklungsprozesses neuer Hochleistungsplanetengetriebe zu schaffen.

## 4 Verwendete Methodik zur Analyse der Lastaufteilung sowie des Anregungs- und Schwingungsverhaltens

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Anregungs- und Schwingungsverhalten unter dem Einfluss variabler Lastaufteilung infolge von Fertigungs- und Montageabweichung sowie unterschiedlichen Betriebsbedingungen. Hierfür werden im Folgenden die dafür verwendete Methodik sowie weiterführende Berechnungsmodelle aufgezeigt. Der Fokus der Arbeit liegt in der experimentellen Charakterisierung und Beurteilung der Einflussparameter für ein doppelschrägverzahntes Planetengetriebe mit gehäusefestem Hohlrads, da dies eine axialkraftfreie Konfiguration mit hoher Übersetzung für anspruchsvolle Hochleistungsgetriebe darstellt. Die theoretischen Betrachtungen auf Basis vereinfachter Berechnungsmodelle werden anhand von Messergebnissen validiert und bilden die Basis für weiterführende theoretische Berechnungsstudien. Infolge der rechnerbasierten Auswertung der experimentellen und theoretischen Daten wird stets eine diskrete Anzahl an Stegstellungen betrachtet, sodass aus den grundsätzlich kontinuierlichen Verläufen zeitdiskrete Größen mit

$$\hat{t}_i = \frac{t_i}{t_{t,0}} \cdot z_h = \frac{i-1}{N_{ST}-1} \cdot z_h \quad (4.1)$$

$$t_{t,0} = \frac{1}{n_t \cdot \frac{\text{min}}{60\text{s}}} \quad (4.2)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$\hat{t}_i$	–	Dimensionslose Stegstellung $i$ mit Bezug auf die Rotationsperiode des Steges
$t_i$	s	Zeitpunkt zur Stegstellung $i$
$t_{t,0}$	s	Dauer einer Stegumdrehung
$i$	–	Diskrete Stegstellung $i$
$n_t$	$\text{min}^{-1}$	Drehzahl Planetenträger
$z_h$	–	Zähnezahl Hohlrads
$N_{ST}$	–	Anzahl diskreter Stegstellungen pro Stegumdrehung

resultieren. Aufgrund der festen Kopplung zwischen der Wellendreh- und Zähnezahl sowie der Periodizität relevanter Lastaufteilungs- und Schwingungseffekte bezüglich der Stegrotation wird die Zeit auf die Dauer einer Stegumdrehung gemäß **Formel (4.1)** bezogen. Die Skalierung mit der Hohlradszähnezahl  $z_h$  ermöglicht zusätzlich die Differenzierung der einzelnen Eingriffsperioden innerhalb einer Stegumdrehung. Diese Entdimensionierung führt zu einer drehzahlunabhängigen Darstellung und ermöglicht eine vereinfachte Gegenüberstellung von Berechnungs- bzw. Messgrößen zur Charakterisierung des drehzahlabhängigen dynamischen Betriebsverhaltens.

### 4.1 Analyse der Lastaufteilung

Die Lastaufteilung im Planetengetriebe beschreibt im Allgemeinen die Aufteilung der Gesamtleistung auf die einzelnen Teilleistungsstränge, die durch die Anzahl  $N$  der Planeten definiert wird. Für eine Vergleichbarkeit von experimentellen und theoretischen Ergebnissen eignen sich insbesondere Kraft- und Verformungsgrößen. Die Bestimmung der Lastaufteilung erfolgt nach **Formel (4.3)** durch Bildung des Verhältnisses der Kraft- bzw. Dehnungsgröße eines beliebigen Planeten  $i$  zur mittleren Dehnung bzw. Kraft aller  $N$  Planeten.  $K_{\gamma,i,m}$  beschreibt dabei den Mittelwert des zeitlichen Verlaufs der Lastaufteilung des Planeten  $i$  und  $K_{\gamma,min/max}$  den Minimal- bzw. Maximalwert von allen Planeten  $N$ .

$$K_{\gamma,i}(t) = \frac{\varepsilon_{P,i}(t)}{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \varepsilon_{P,j}(t)} \quad \text{bzw.} \quad K_{\gamma,i}(t) = \frac{F_{tP,i}(t)}{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N F_{tP,j}(t)} \quad (4.3)$$

$$K_{\gamma,i,m} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n K_{\gamma,i,k} \quad (4.4)$$

$$K_{\gamma,min/max} = \max/\min (K_{\gamma,i}(t)) \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, N \quad (4.5)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$\varepsilon_{P,i}(t)$	$\mu\text{m}/\text{m}$	Dehnung am Planetenbolzen $i$
$F_{tP,i}(t)$	N	Tangentiale Kraft am Planetenbolzen $i$
$K_{\gamma,i}(t)$	–	Lastaufteilungsfaktor des Planeten $i$
$K_{\gamma,i,m}$	–	Aus $n$ Messpunkten berechneter mittlerer Lastaufteilungsfaktor des Planeten $i$
$K_{\gamma,i,k}$	–	Einzelner Messpunkt des Lastaufteilungsfaktors des Planeten $i$
$N$	–	Anzahl der Planeten
$n$	–	Anzahl der Messpunkte

Für eine detaillierte Analyse der Lastaufteilung im Hinblick auf deren Haupteinflussgrößen sowie Betriebsbedingungen werden drei Kennwerte nach **Formel (4.6)**, **Formel (4.7)** und **Formel (4.8)** definiert und für die Auswertung herangezogen.  $C_{K_{\gamma},Steg}$  und  $C_{K_{\gamma},VZ}$  basieren auf Grundlage einer schnellen Fourier-Transformation (FFT - Fast Fourier Transformation) des zeitlichen Verlaufs des Lastaufteilungsfaktors  $K_{\gamma,i}(t)$  und werden durch Summation ordnungsspezifischer Amplituden  $A_{ij}$  bzw.  $A_{ikl}$  (Planetenträger bzw. Zahneingriff inkl. ganzzahlige Seitenbänder), Bezug auf die mittlere Lastaufteilung  $K_{\gamma,i,m}$  und Mittelung über alle Planeten  $N$  gebildet. Sie dienen zur Quantifizierung des Einflusses des Zahneingriffs und der Planetenträgerrotation auf die Lastaufteilung.  $C_{\Delta K_{\gamma}}$  stellt die auf die mittlere Lastaufteilung bezogene Schwankungsbreite des zeitlichen Verlaufs der Lastaufteilung dar und erlaubt Rückschlüsse auf deren Variation infolge des Betriebs des Getriebes.

$$C_{K_{\gamma},Steg} = \frac{1}{N} \sum_i \frac{1}{K_{\gamma,i,m}} \sum_j^{N_t} A_{ij} \cdot 100 \% \quad (4.6)$$

$$C_{K_{\gamma},VZ} = \frac{1}{N} \sum_i^N \frac{1}{K_{\gamma,i,m}} \sum_k^{N_z} \sum_{z_u \leq l \leq z_o} A_{ikl} \cdot 100 \% \quad (4.7)$$

$$C_{\Delta K_{\gamma}} = \frac{1}{N} \sum_i^N \frac{|max(K_{\gamma,i}) - min(K_{\gamma,i})|}{K_{\gamma,i,m}} \cdot 100 \% \quad (4.8)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$C_{K_{\gamma},Steg}$	–	Kennwert zum Einfluss der Planetenträgerrotation auf die Lastaufteilung
$C_{K_{\gamma},VZ}$	–	Kennwert zum Einfluss des Zahneingriffs auf die Lastaufteilung
$C_{\Delta K_{\gamma}}$	–	Kennwert zur Schwankungsbreite der Lastaufteilung
$K_{\gamma,i,m}$	–	Mittlerer Lastaufteilungsfaktor des Planeten $i$
$A_{ij}, A_{ikl}$	–	Amplitude des Lastaufteilungsfaktors $K_{\gamma,i}(t)$ des Planeten $i$ aus FFT
$i, j, k, l$	–	Indizes für Planet $i$ , Stegord. $j$ und Seitenbandord. $l$ um Zahneingriffsord. $k$
$z_u, z_o$	–	Untere und obere Grenze der ausgewerteten ganzzahligen Seitenbandord. $l$ um Zahneingriffsord. $k$
$N$	–	Planetenzahl
$N_t, N_z$	–	Anzahl ausgewerteter Steg- und Zahneingriffsordnungen

Bei doppelschrägverzahnten Planetengetrieben ergibt sich neben der Lastaufteilung auf die einzelnen Planeten zusätzlich eine Lastverteilung zwischen linker und rechter Verzahnungshälfte. Auch hier lässt sich die eingriffsspezifische Lastaufteilung anhand des Verhältnisses der Kraft- bzw. Dehnungsgrößen einer Verzahnungshälfte zur mittleren Dehnung bzw. Kraft beider Verzahnungshälften nach **Formel (4.9)** bestimmen.

$$K_{\gamma,i,VZ,l/r}(t) = \frac{\varepsilon_{P,i,l/r}(t)}{\frac{1}{2}(\varepsilon_{P,i,l}(t) + \varepsilon_{P,i,r}(t))} \quad \text{bzw.} \quad K_{\gamma,i,VZ,l/r}(t) = \frac{F_{tP,i,l/r}(t)}{\frac{1}{2}(F_{tP,i,l}(t) + F_{tP,i,r}(t))} \quad (4.9)$$

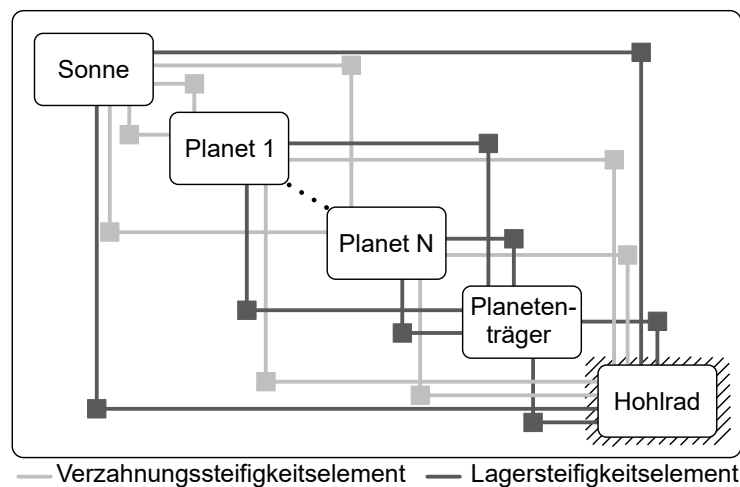
Zeichen	Einheit	Beschreibung
$K_{\gamma,i,VZ,l/r}(t)$	–	Eingriffsspezifischer Lastaufteilungsfaktor der Verzahnungshälften am Planeten $i$
$\varepsilon_{P,i,l/r}(t)$	$\mu\text{m}/\text{m}$	Dehnung im linken bzw. rechten Zahneingriff des Planeten $i$
$F_{tP,i,l/r}(t)$	N	Tangentiale Kraft im linken bzw. rechten Zahneingriff des Planeten $i$

Die theoretische Untersuchung der Lastaufteilung erfolgt mit Hilfe der elastischen Strukturanalysemethode. Hierbei wird die Gesamtgetriebesystematik durch Koppelung der einzelnen Getriebeelemente berücksichtigt. Die Getriebeelemente werden durch Starrkörper abgebildet und durch ihre Steifigkeits-  $\underline{K}_e$ , Dämpfungs-  $\underline{D}_e$  und Massenmatrix  $\underline{M}_e$  beschrieben. Durch die Koppelung der Elementmatrizen zur Systemsteifigkeitsmatrix  $\underline{K}$ , Systemdämpfungsmatrix  $\underline{D}$  sowie Systemmassenmatrix  $\underline{M}$  wird das vollständige Systemverhalten erfasst. Durch die quasi-statische Beurteilung entfallen Massen- und Trägheitseinflüsse und die Systembeschreibung vereinfacht sich zu

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}(t) \cdot \underline{\mathbf{x}}(t) = \underline{\mathbf{F}}(t). \tag{4.10}$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$\underline{\underline{\mathbf{K}}}$	N/m	Steifigkeitsmatrix
$\underline{\mathbf{F}}$	N	Vektor der äußeren Lasten
$\underline{\mathbf{x}}$	m	Vektor der zeitabhängigen Verschiebungen

Die Systemsteifigkeitsmatrix bildet die Kinematik des Getriebes ab und beinhaltet das elastische Verhalten der Wellen, Lager und Zahneingriffe. Die Wellen werden durch Timoschenko-Balkenelemente beschrieben und über Lagerstellen sowie Zahneingriffe miteinander gekoppelt. Zur Erfassung des Verformungsverhaltens von komplexen Geometrien wie Planetenträgern oder Getriebegehäusen kann das Nachgiebigkeitsverhalten über eine Schnittstelle mittels reduzierter Steifigkeitsmatrix in das Gesamtgetriebesystem eingebunden werden. Neubauer [Neu16] beschreibt detailliert die Struktur der Elementmatrizen und den Aufbau des Gesamtsystems. **Bild 4.1** zeigt den schematischen Aufbau der Gesamtsystemsteifigkeitsmatrix  $\underline{\underline{\mathbf{K}}}$  eines Planetengetriebes mit  $N$  Planeten und gehäusefestem Hohlrad aus den einzelnen Elementmatrizen und deren Koppelung durch Lager und Zahneingriffe.



**Bild 4.1:** Schematische Darstellung der Gesamtsystemsteifigkeitsmatrix eines Planetengetriebes mit  $N$  Planeten und gehäusefestem Hohlrad (nach [Wei21])

Die Berechnung der Verzahnungseifigkeit der einzelnen Zahneingriffe erfolgt unter Berücksichtigung der Getriebeverformung, des vor- und nachzeitigen Eingriffs sowie Flankenmodifikationen und -abweichungen nach Weber und Banaschek [Web55], Schmidt [Sch73] und Kagawa [Kag61] (siehe auch **Abschnitt 2.2.1**). Die durch die Rotation des Planetenträgers und der exzentrisch angeordneten Planetenräder entstehende Zentrifugalkraft wird als Streckenlast modelliert. Zusammen mit der Drehmomentvorgabe werden die äußeren Kräfte in den Lastvektor des Systems eingetragen. Das oft mehrdimensionale, nichtlineare Steifigkeitsverhalten von Wälzlagern wird im Rahmen des Durchwälzens im Gesamtsystem über einen iterativen



Abgleich des Last- und Verformungszustandes von Wellen, Lagern sowie der Lastverteilung im Zahneingriff erfasst [Neu16]. Das Last- und Verformungsverhalten wird dabei durch das FVA-Programm LAGER2 [Zan20] unter Berücksichtigung der Lagerinnengeometrie und der kinematischen Bedingungen auf Basis bekannter Verformungszustände berechnet. Die Bestimmung der Lastaufteilung erfolgt durch die Auswertung der Lagerkräfte der einzelnen Planetenlagerungen an den Lagerpositionen des Planetenbolzens mit Hilfe virtueller Sensoren [Wei21] nach **Formel (4.3)**.

## 4.2 Verzahnungsanregung und Schwingungsmodulation

Zur Einschätzung der Verzahnungsanregung werden im Allgemeinen zahneingriffsbezogene Auswertungen herangezogen. Die Zahneingriffsfrequenz der Eingriffe Sonne-Planet sowie Planet-Hohlrad wird jeweils nach **Formel (4.11)** berechnet. Die Phasenlage beider Zahneingriffe ergibt sich aus der Makrogeometrie entsprechend **Abschnitt 2.3.1**.

$$f_{z,sp/ph} = \frac{n_s - n_t}{60 \frac{s}{min}} \cdot z_s \quad (4.11)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$f_{z,sp/ph}$	Hz	Zahneingriffsfrequenz der Eingriffe Sonne-Planet (sp) und Planet-Hohlrad (ph)
$n_s$	$min^{-1}$	Drehzahl des Sonnenrades
$n_t$	$min^{-1}$	Drehzahl des Planetenträgers
$z_s$	–	Zähnezahl der Sonne

Die Frequenzabhängigkeit der Anregung des Zahneingriffs sowie der Empfindlichkeit des menschlichen Ohres [Fas07, Gro18] erfordert für Geräuschanalysen die Transformation des zeitlichen Verlaufs der Anregungs- und Schwingungskenngrößen in den Frequenzbereich mittels FFT. Im Frequenzbereich ist die Untersuchung der Frequenzzusammensetzung sowie die Korrelation zwischen Schwingungsamplituden und entsprechender rotierenden Komponenten möglich [Rad21]. Campbell-Diagramme in Frequenzdarstellung eignen sich demnach besonders zur Charakterisierung des dynamischen Systemverhaltens, da die Anregung als Ursprungsgerade und Eigenfrequenzen als vertikale Linien beschrieben werden [Rad21].

Für eine drehzahlbereinigte Gegenüberstellung drehzahlproportionaler Größen wird die Ordnungsdarstellung herangezogen, die bei Systemen mit harmonischer Anregung üblich ist [Dre14]. Hierbei wird nach **Formel (4.12)** die spektrale Größe der Frequenz  $f$  auf die Bezugsfrequenz  $f_{bez}$  bezogen. Für spektrale Größen eines Planetengetriebes mit rotierendem Planetenträger eignet sich insbesondere die Rotationsfrequenz der Planetenträgerwelle als Bezugsgröße. Die Zahneingriffsordnung entspricht dann der Zähnezahl des Hohlrades  $z_h$  und eine Ordnungsdifferenz  $\Delta_{ord} = 1$  im Ordnungsdigramm ist auf einen Frequenzunterschied in Höhe der Rotationsfrequenz des Stegs zurückzuführen. Die Ordnungsdarstellung nach **Formel (4.12)** bildet somit die Grundlage zur Auswertung von Seitenbandstrukturen der Zahneingriffsfrequenz

und deren Höherharmonischen. Darüber hinaus wird sie zur weiterführenden Kennwertbildung für die Charakterisierung des Anregungsverhaltens, wie den Anwendungskraftpegel [Hei14], unter Berücksichtigung verschiedener dynamischer Betriebsbedingungen verwendet.

$$\text{ord} = \frac{f}{f_{\text{bez}}} = \frac{f}{n_t \cdot \frac{1}{60} \frac{\text{min}}{\text{s}}} \quad (4.12)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
ord	–	Ordnung
$f, f_{\text{bez}}$	Hz	Frequenz, Bezugsfrequenz
$n_t$	$\text{min}^{-1}$	Drehzahl des Planetenträgers

Für die detaillierte Analyse der Schwingungsmodulation sowie der charakteristischen Seitenbandstrukturen eines Planetengetriebes wird ein phänomenologisches Modell herangezogen, welches auf der Arbeit von Kühberger [Küh21] aufbaut. Grundlage bilden die Zahneingriffsschwingungen am Sonnen- (sp) und Hohlrad (hp), welche als Fourier-Reihen ausgedrückt werden. Für eine einzelne Zahneingriffsschwingung am Planeten  $i$  gilt somit:

$$F_{\text{sp},i}(t) = A_{\text{sp},i,0} + \sum_{l=1}^L A_{\text{sp},i,l} \cdot \cos(l \cdot 2\pi \cdot f_z \cdot t + \lambda_{\text{sp},i,l} + \theta_{\text{sp},i}) \quad (4.13)$$

$$F_{\text{hp},i}(t) = A_{\text{hp},i,0} + \sum_{l=1}^L A_{\text{hp},i,l} \cdot \cos(l \cdot 2\pi \cdot f_z \cdot t + \lambda_{\text{hp},i,l} + \theta_{\text{hp},i} + \tau_{\text{sh}}). \quad (4.14)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$F_{\text{sp},i}, F_{\text{hp},i}$	N	Zahneingriffsschwingungen am Planeten $i$
$A_{\text{sp},i,0}, A_{\text{hp},i,0}$	N	Statische Grundlast des Planeten $i$
$A_{\text{sp},i,l}, A_{\text{hp},i,l}$	N	Amplitude des $l$ -ten Fourier-Gliedes des Planeten $i$
$\lambda_{\text{sp},i,l}, \lambda_{\text{hp},i,l}$	rad	Phase des $l$ -ten Fourier-Gliedes des Planeten $i$
$\theta_{\text{sp},i}, \theta_{\text{hp},i}$	rad	Phasenverschiebung der Zahneingriffe am Sonnen- / Hohlrad nach <b>Formel (2.3)</b>
$\tau_{\text{sh}}$	rad	Phasenverschiebung der Zahneingriffe an einem Planeten $i$ nach <b>Formel (2.6)</b> bzw. <b>Formel (2.7)</b>
$f_z$	Hz	Zahneingriffsfrequenz nach <b>Formel (4.11)</b>
$L$	–	Anzahl der Glieder der Fourier-Reihe

Wird ein am Hohlrad fixierter, stationärer Schwingungssensor betrachtet, so erfasst dieser bei einer vollständigen Umdrehung des Planetenträgers die überlagerte Anregung aller  $2N$  Zahneingriffe zwischen den Planeten und dem Sonnen- bzw. Hohlrad. Dem Zahneingriff zwischen Planet und Hohlrad wird dabei aufgrund des direkteren Schwingungsübertragungsweges eine

höhere Relevanz zugeordnet. Die resultierende Schwingungsanregung, die durch einen Planeten  $i$  ausgelöst wird, ergibt sich im Rahmen des Modells als gewichtete Summe beider Einzelteile mit den Gewichtungsfaktoren  $s$  und  $h$  zu

$$F_i(t) = s \cdot F_{sp,i}(t) + h \cdot F_{hp,i}(t). \quad (4.15)$$

Bei der Überlagerung der Zahneingriffsschwingungen der einzelnen Planeten führt die Planetenträgerrotation zu zwei im Folgenden betrachteten Modulationsphänomenen. Modulation aufgrund veränderlicher Signalübertragungspfade und Modulation infolge von umlaufenden Verzahnungskräften.

### Modulation aufgrund veränderlichen Signalübertragungspfad

Da der Schwingungsübertragungsweg vom Planeten  $i$  zum Schwingungssensor infolge der Planetenträgerrotation zeitlich variiert, ändert sich ebenfalls der Einfluss eines Planeten auf den Schwingungssensor. Die allmählich ansteigende und anschließend abfallende Dominanz der Zahneingriffsschwingungen eines Planeten  $i$  wird mit Hilfe eines Hanning-Fensters  $w_i(t)$  [Bla58, Har78] nach Gleichung **Formel (4.16)** angenähert.

$$w_i(t) = \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos(2\pi \cdot f_t \cdot t + \Psi_i) \right]^\sigma \quad (4.16)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$w_i(t)$	–	Hanning-Fenster des Planeten $i$
$f_t$	Hz	Rotationsfrequenz des Planetenträgers
$\Psi_i$	rad	Planetenpositionswinkel des Planeten $i$
$\sigma$	–	Schlankheitsparameter des Hanning-Fensters

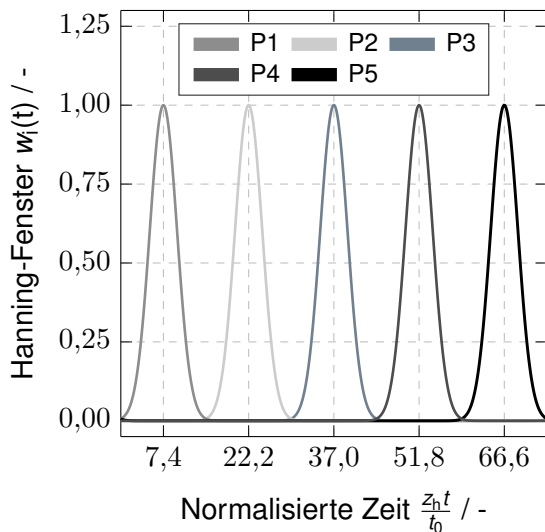
Über den Planetenpositionswinkel  $\Psi_i$  kann die Lage der Anregungsquellen zueinander berücksichtigt werden. Der Steuerungsparameter  $\sigma$  ermöglicht darüber hinaus die Einstellbarkeit der Geschwindigkeit mit der die Einflussnahme eines Planeten  $i$  auf den Sensor zu- bzw. abnimmt.

**Bild 4.2** zeigt ein beispielhaftes Hanning-Fenster für fünf Planeten über eine Stegrotation.

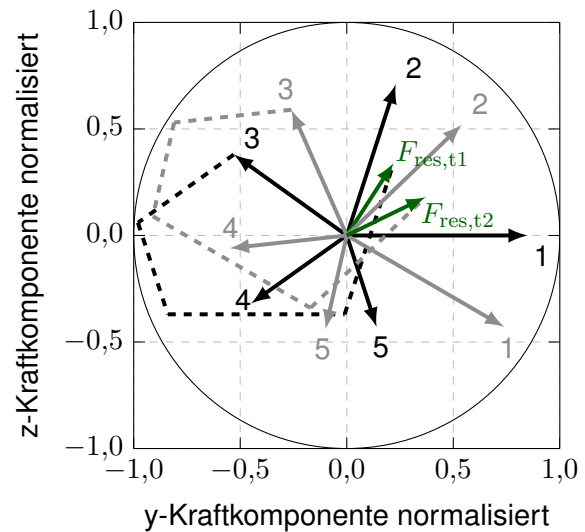
### Modulation infolge umlaufender Verzahnungskräfte

Die Eingriffsfolge sowie die Planetenträgerrotation führen zu einer umlaufenden Vektorsumme aller am Hohlrad angreifenden Verzahnungskräfte. Unter der Annahme von uniaxialen Schwingungssensoren ergibt sich somit eine Modulation der Zahneingriffsschwingung in der betrachteten Sensorrichtung. **Bild 4.3** zeigt einen beispielhaften Kräfteplan eines Planetengetriebes mit 5 Planeten und sequentieller Eingriffsfolge für zwei unterschiedliche Zeitpunkte. Die zeitabhängige Richtungsvariation der resultierenden Verzahnungskraft  $F_{res}$  ist auf zwei Mechanismen zurückzuführen. Bei stillstehendem Planetenträger rotiert die resultierende Verzahnungskraft  $F_{res}$  in Abhängigkeit der Eingriffsfolge mit der Zahneingriffsfrequenz  $f_z$  um. Unter der Annahme

konstanter Verzahnungskräfte und rotierendem Planetenträger ergibt sich eine mit der Rotationsfrequenz des Planetenträgers  $f_t$  umlaufende resultierende Verzahnungskraft  $F_{res}$ . Aus der Überlagerung beider Effekte folgt die umlaufende Verzahnungskraft für ein Planetengetriebe mit rotierendem Planetenträger.



**Bild 4.2:** Hanning-Fenster-Funktion  $w_i(t)$  für 5 Planeten  $P_i$  über eine Umdrehung des Planetenträgers ( $N = 5, \sigma = 50$ )



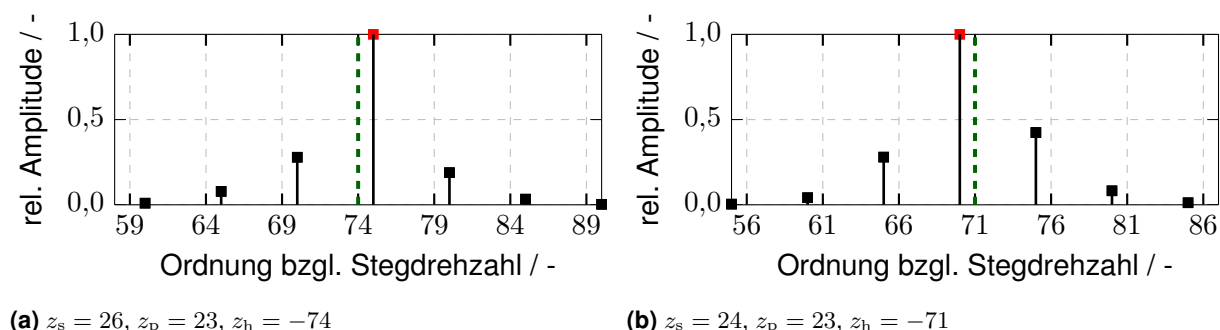
**Bild 4.3:** Kräfteplan der am Hohlrads angreifenden Verzahnungskräfte für zwei unterschiedliche Zeitpunkte  $t_1$  und  $t_2$  ( $t_2 > t_1$ ) eines Planetengetriebes mit 5 Planeten und sequentieller Eingriffsfolge

$$\begin{Bmatrix} F_{y,i}(t) \\ F_{z,i}(t) \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(2\pi \cdot f_t \cdot t) & -\sin(2\pi \cdot f_t \cdot t) \\ \sin(2\pi \cdot f_t \cdot t) & \cos(2\pi \cdot f_t \cdot t) \end{bmatrix}}_{(2)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\pi + \alpha_w + \Psi_i) \\ \sin(\pi + \alpha_w + \Psi_i) \end{bmatrix}}_{(1)} \cdot F_1(t) \quad (4.17)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$F_{y,i}, F_{z,i}, F_i$	N	Zahneingriffsschwingung des Planeten $i$ (Komponenten und Gesamt)
$m_{y,i}, m_{z,i}, m_i$	-	Vektorzerlegung und Koordinatentransformation
$f_t$	Hz	Rotationsfrequenz des Planetenträgers
$\Psi_i$	rad	Planetenpositionswinkel
$\alpha_w$	rad	Betriebseingriffswinkel

Der mathematische Zusammenhang zwischen der Zahneingriffsschwingung  $F_i(t)$  eines Planeten  $i$  und der vom uniaxialen Schwingungssensor erfassten Anregung ist in **Formel (4.17)** dargestellt. Dabei beschreibt (1) die planetenpositionsabhängige vektorielle Zerlegung der Zahneingriffsschwingung im rotierenden Koordinatensystem des Planetenträgers in dessen Komponenten und (2) die Koordinatentransformation in das feststehende Koordinatensystem des Schwingungssensors.

**Bild 4.4** zeigt die relative Lage der dominanten Ordnung zur 1. Zahneingriffsordnung  $O_{z,1}$  zweier Planetengetriebe ( $N = 5$ ) mit sequentieller Eingriffsfolge und unterschiedlicher Phasenverschiebung. Die dominante Seitenordnung tritt im Fall a) bei der Ordnung  $O_{z,1} + 1$  bzw. im Fall b) bei  $O_{z,1} - 1$  auf. Hieraus folgt, dass das Planetengetriebe der Zähnezahlkombination a) eine gleichphasige Rotation der resultierenden Verzahnungskraft aufgrund der Eingriffsfolge und der resultierenden Verzahnungskraft infolge der Planetenträgerrotation aufweist. Für die Zähnezahlkombination b) sind diese Anteile gegenphasig. Da die resultierende Verzahnungskraft infolge der Planetenträgerrotation stets in Drehrichtung des Planetenträgers umläuft, kann die Drehrichtung der resultierenden Verzahnungskraft aufgrund der Eingriffsfolge direkt abgeleitet werden. Für den Fall a) bedeutet dies eine gleichphasige Rotation von  $F_{res}$  und dem Planetenträger mit einer Drehfrequenz von  $f_{z,sp/ph} + f_t$  und für den Fall b) eine gegenphasige Rotation mit  $f_{z,sp/ph} - f_t$ .



**Bild 4.4:** Lage der dominanten Ordnung ■ zur 1. Zahneingriffsordnung (- - -) in Abhängigkeit unterschiedlicher Phasenverschiebungen  $\theta_{sp}$  und  $\theta_{hp}$  für Planetengetriebe mit sequentieller Eingriffsfolge: a)  $\theta_{sp}: 0/-0,2/-0,4/-0,6/-0,8$   $\theta_{hp}: 0,8/0,6/0,4/0,2/0$  b)  $\theta_{sp}: -0,8/-0,6/-0,4/-0,2/0$   $\theta_{hp}: 0/0,2/0,4/0,6/0,8$

Die resultierende Anregung  $\hat{F}(t)$  unter Berücksichtigung der Modulation aufgrund veränderlicher Signalübertragungspfade sowie der Modulation infolge umlaufender Verzahnungskräfte ergibt sich aus der Überlagerung aller  $N$  Einzelanregungen zu

$$\hat{F}(t) = g \cdot \sum_{i=1}^N w_i(t) \cdot F_i(t) + k \cdot \sum_{i=1}^N m_{y/z,i}(t) \cdot F_i(t). \quad (4.18)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$\hat{F}(t)$	N	Resultierende Schwingungsanregung am Schwingungssensor aller Planeten $N$
$F_i(t)$	N	Schwingungsanregung eines Planeten $i$
$g, k$	–	Gewichtungsfaktoren ( $g + k = 1$ )

### Modellierung am Umfang verteilter Fertigungsabweichungen

Teilungs- und Rundlaufabweichungen stellen typische über den Umfang verteilte Fertigungsabweichungen bei Zahnrädern dar. Diese können mittels Amplituden und Frequenzmodulation im phänomenologischen Berechnungsmodell abgebildet werden. Dabei tritt die Modulation

on mit den charakteristischen Überroll- bzw. Rotationsfrequenzen  $f_{n,j}$  (mit  $j = s, p, t, h$  Sonne/Planet/Planetenträger/Hohlrاد) nach [Kle08] auf. Die Zahneingriffsschwingungen  $F_{sp,i}(t)$  werden durch Abweichungen am Sonnen- und Planetenrad und die Zahneingriffsschwingungen  $F_{hp,i}(t)$  durch Abweichungen am Planeten- sowie Hohlrاد beeinflusst. Es resultiert im Vergleich zu **Formel (4.13)** und **Formel (4.14)** eine gleichzeitige Amplituden- und Frequenzmodulation der Form

$$F_{sp,i}(t) = A_{sp,i,0} + \sum_{l=1}^L A_{sp,i,l}(t) \cdot \cos(l \cdot 2\pi \cdot f_z \cdot t + B_{sp,i,l}(t) + \lambda_{sp,i,l} + \theta_{sp,i}) \quad (4.19)$$

und

$$F_{hp,i}(t) = A_{hp,i,0} + \sum_{l=1}^L A_{hp,i,l}(t) \cdot \cos(l \cdot 2\pi \cdot f_z \cdot t + B_{hp,i,l}(t) + \lambda_{hp,i,l} + \theta_{hp,i} + \tau_{sh}). \quad (4.20)$$

Dabei erfolgt die Amplitudenmodulation aufgrund der zeitabhängigen Amplituden  $A_{sp/hp,i,l}(t)$  der Fourier-Glieder und die Frequenzmodulation durch periodische Änderung der Zahneingriffsfrequenz durch die zeitabhängigen Funktionen  $B_{sp/hp,i,l}(t)$  nach **Formel (4.21)** bis **Formel (4.24)**.

$$A_{sp,i,l}(t) = \sum_{m=1}^M (1 + A_{sp,i,l,m} \cdot \sin(m \cdot 2\pi \cdot f_{n,s} \cdot t + \lambda_{sp,i,l,m})) + \sum_{r=1}^R (1 + A_{sp,i,l,r} \cdot \sin(r \cdot 2\pi \cdot f_{n,p} \cdot t + \lambda_{sp,i,l,r})) \quad (4.21)$$

$$B_{sp,i,l}(t) = \sum_{m=1}^M B_{sp,i,l,m} \cdot \sin(m \cdot 2\pi \cdot f_{n,s} \cdot t + \lambda_{sp,i,l,m}) + \sum_{r=1}^R B_{sp,i,l,r} \cdot \sin(r \cdot 2\pi \cdot f_{n,p} \cdot t + \lambda_{sp,i,l,r}) \quad (4.22)$$

$$A_{hp,i,l}(t) = \sum_{v=1}^V (1 + A_{hp,i,l,v} \cdot \sin(m \cdot 2\pi \cdot f_{n,h} \cdot t + \lambda_{hp,i,l,v})) + \sum_{r=1}^R (1 + A_{hp,i,l,r} \cdot \sin(r \cdot 2\pi \cdot f_{n,p} \cdot t + \lambda_{hp,i,l,r})) \quad (4.23)$$

$$B_{hp,i,l}(t) = \sum_{v=1}^V B_{hp,i,l,v} \cdot \sin(m \cdot 2\pi \cdot f_{n,h} \cdot t + \lambda_{hp,i,l,v}) + \sum_{r=1}^R B_{hp,i,l,r} \cdot \sin(r \cdot 2\pi \cdot f_{n,p} \cdot t + \lambda_{hp,i,l,r}) \quad (4.24)$$

Da Amplituden- und Frequenzmodulation im Allgemeinen gekoppelt auftreten [Kle08], ist es sinnvoll für die Berechnung die gleiche Anzahl an Reihengliedern ( $M = R = V$ ) zu verwenden.

Die Vielzahl der Phasenparameter in **Formel (4.21)** bis **Formel (4.24)** weist auf eine große Anzahl an möglichen Kombinationen und damit einhergehenden unterschiedlichen Modulationsfrequenzen hin. Darüber hinaus ist die Abhängigkeit der Phasenparameter von der relativen Position der Zahnräder zueinander festzuhalten, was bei experimentellen Testsequenzen mit Montage- und Demontageprozessen berücksichtigt werden muss.

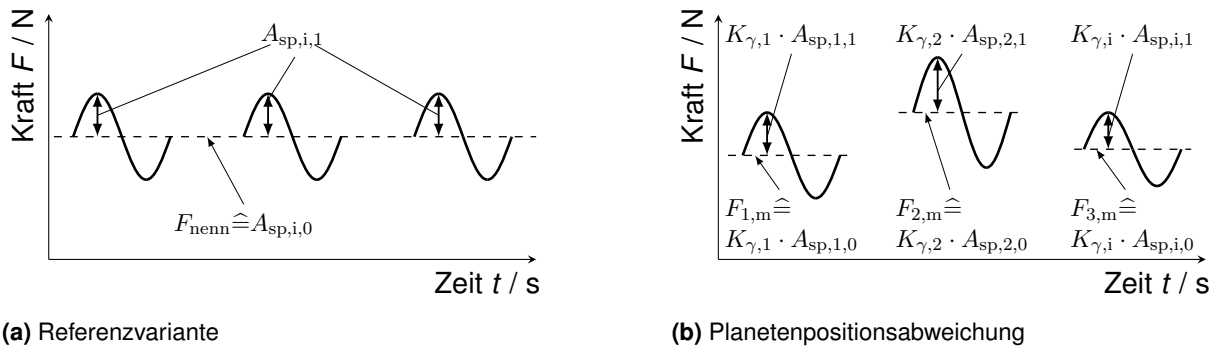
### **Modellierung ungleichmäßiger Lastaufteilung infolge von Planetenpositionsabweichungen**

Eine Planetenpositionsabweichung stellt eine geometrische Abweichung der Idealposition infolge von Fertigungs- oder Montageabweichungen dar. Die Positionsabweichung kann in einen radialen sowie tangentialen Anteil untergliedert werden. Da evolventische Verzahnungen eine geringe Sensitivität gegenüber Achsabstandsänderungen aufweisen [Nie03], kann der Einfluss des radialen Anteils der Planetenpositionsabweichung als untergeordnet angesehen werden, wenn das Flankenspiel der Verzahnung ausreichend groß ist, um Rückflankenkontakt zu vermeiden. Der tangentielle Anteil des Planetenpositionsfehlers kann für übliche, fertigungsbedingte Abweichungsbeträge unter Anwendung der Kleinwinkelnäherung nach **Formel (4.25)** ebenfalls durch einen Winkelfehler der Stegteilung  $\Delta\Psi_i$  ausgedrückt werden.

$$\Delta\Psi_i = \arctan\left(\frac{w_{f,t,i}}{a}\right) \quad (4.25)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$\Delta\Psi_i$	rad	Resultierender Winkelfehler des Planeten $i$
$w_{f,t,i}$	mm	Tangentialer Anteil der Planetenpositionsabweichung des Planeten $i$
$a$	mm	Achsabstand

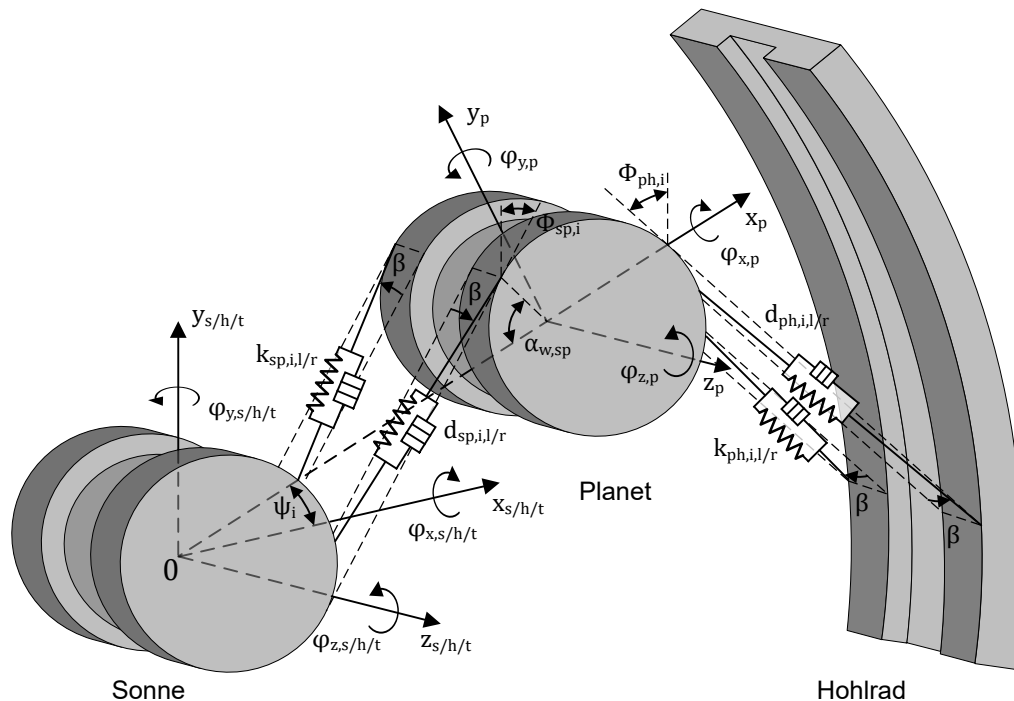
Dieser Positions- bzw. Winkelfehler äußert sich durch zwei Mechanismen. Zum Einen führt der Winkelfehler zu einer Änderung der Phasenverschiebung. Wird der Winkelfehler  $\Delta\Psi_i$  in **Formel (2.3)** als Abweichungswinkel des Planeten  $i$  von einer symmetrischen Stegteilung  $\Delta\Phi(i)$  aufgefasst, kann die Phasenverschiebung  $\Delta P_{ves/h}$  unter Berücksichtigung eines tangentialen Planetenpositionsfehlers bestimmt und direkt im phänomenologischen Modell anhand  $\theta_{sp,i}$  bzw.  $\theta_{hp,i}$  integriert werden. Zum Anderen resultiert eine ungleiche Lastaufteilung, da die Zahnpaare des Planeten  $i$  je nach Richtung des Winkelfehlers verfrüht bzw. verspätet in den Zahneingriff gelangen und die benachbarten Planeten über- bzw. entlastet werden. In **Bild 4.5** ist die Modellierung einer ungleichmäßigen Lastaufteilung auf die Zahneingriffsschwingung schematisch dargestellt. Während bei der idealisierten Referenzvariante alle Zahneingriffsschwingungen identische Amplituden aufweisen, werden im Fall einer Planetenpositionsabweichung die Amplituden  $A_{sp,i,l}$  und  $A_{hp,i,l}$  mit dem Lastaufteilungsfaktor  $K_{\gamma,i}$  multipliziert. Dadurch resultiert sowohl eine geänderte Grundlast ( $A_{sp,i,0}$  und  $A_{hp,i,0}$ ) als auch Schwingung ( $A_{sp,i,l}$  und  $A_{hp,i,l}$  mit  $l \geq 1$ ).



**Bild 4.5:** Schematische Darstellung der Modellierung des Einflusses einer ungleichen Lastaufteilung auf die Zahnengriffsschwingungen zwischen Sonne-Planet. Veranschaulichung anhand des 1. und 2. Gliedes der Fourier-Reihe: a) Referenzvariante b) Planetenpositionsabweichung am Planeten 2

### 4.3 Eigenfrequenzen und Schwingungsformen

Das Schwingungsverhalten wird durch die Eigenfrequenzen und Schwingungsmoden des mechanischen Systems beschrieben (siehe **Abschnitt 2.3.4**). Der komplexe Aufbau eines Planetengetriebes erfordert für die Berechnung der Eigenfrequenzen und Schwingungsmoden unter Berücksichtigung unterschiedlicher Lastaufteilung sowie Betriebsbedingungen ein linear elastisches Mehrkörpersystem. In **Bild 4.6** ist schematisch der allgemeine Aufbau eines dreidimensionalen Modells eines doppelschrägverzahnten Planetengetriebes mit  $N$  Planeten dargestellt. Zur Veranschaulichung ist lediglich ein Planet abgebildet.



**Bild 4.6:** Schematische Darstellung eines dreidimensionalen Modells eines doppelschrägverzahnten Planetengetriebes mit  $N$  Planeten. Zur vereinfachten Darstellung ist lediglich ein Planet dargestellt und der Planetenträger inklusive Planetenlagerung ausgeblendet.



Das doppelschrägverzahnte Planetengetriebe besteht aus zwei einzelschrägverzahnten Planetengetrieben, deren Zahnradkörper mittels elastischer Balkenelemente (nach Ajmi und Velez [Ajm01]) zu einer Doppelschrägverzahnung verbunden sind. Zur Veranschaulichung des Modellaufbaus werden im Folgenden zunächst die Bewegungsgleichungen eines einzelschrägverzahnten Planetengetriebes hergeleitet und anschließend zu einem doppelschrägverzahnten Planetengetriebe erweitert. Die einzelnen Körper des einzelschrägverzahnten Planetengetriebes (Sonne:  $s$ , Planet:  $p$ , Planetenträger:  $t$  und Hohlrad:  $h$ ) werden durch Starrkörper mit entsprechender Masse und Massenträgheit repräsentiert und weisen 6 Freiheitsgrade (3 Translationen und 3 Rotationen) auf:

$$\mathbf{q}_j^T = \begin{bmatrix} y_j & x_j & z_j & \varphi_{y,j} & \varphi_{x,j} & \varphi_{z,j} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad j = s,p,t,h \quad (4.26)$$

Die Koordinatensysteme und entsprechenden Freiheitsgrade sind in **Bild 4.6** dargestellt. Die Verlagerungen und Verkippungen von Sonne, Hohlrad und Planetenträger werden in Bezug auf ein rotierendes Koordinatensystem ausgedrückt, welches an den Planetenträger gekoppelt ist und den Ursprung  $\mathbf{0}$  besitzt. Die  $x$ -Achse des Planeten ist kollinear zur Verbindungslinie zwischen dem Ursprung der Sonne sowie dem jeweiligen Planetenmittelpunkt. Dies ermöglicht eine direkte Formulierung der radialen und tangentialen Verschiebungen der Planetenräder.

Die Eingriffsebenen ergeben sich aus der tangentialen Verbindung der Grundkreise  $r_{b,s/p}$  von Sonne und Planet  $i$  bzw.  $r_{b,p/h}$  von Planet  $i$  und Hohlrad. Der Winkel  $\Phi_{sp,i}$  bzw.  $\Phi_{ph,i}$  zwischen den jeweiligen Eingriffsebenen und der vertikalen  $y$ -Achse des Ursprungs  $\mathbf{0}$  berechnet sich nach **Formel (4.27)** und **Formel (4.28)** aus dem Betriebseingriffswinkel  $\alpha_{w,sp}$  bzw.  $\alpha_{w,ph}$  und dem Planetenpositionswinkel  $\Psi_i$  für eine positive Drehmomentbelastung.

$$\Phi_{sp,i} = -\alpha_{w,sp} - \Psi_i \quad (4.27)$$

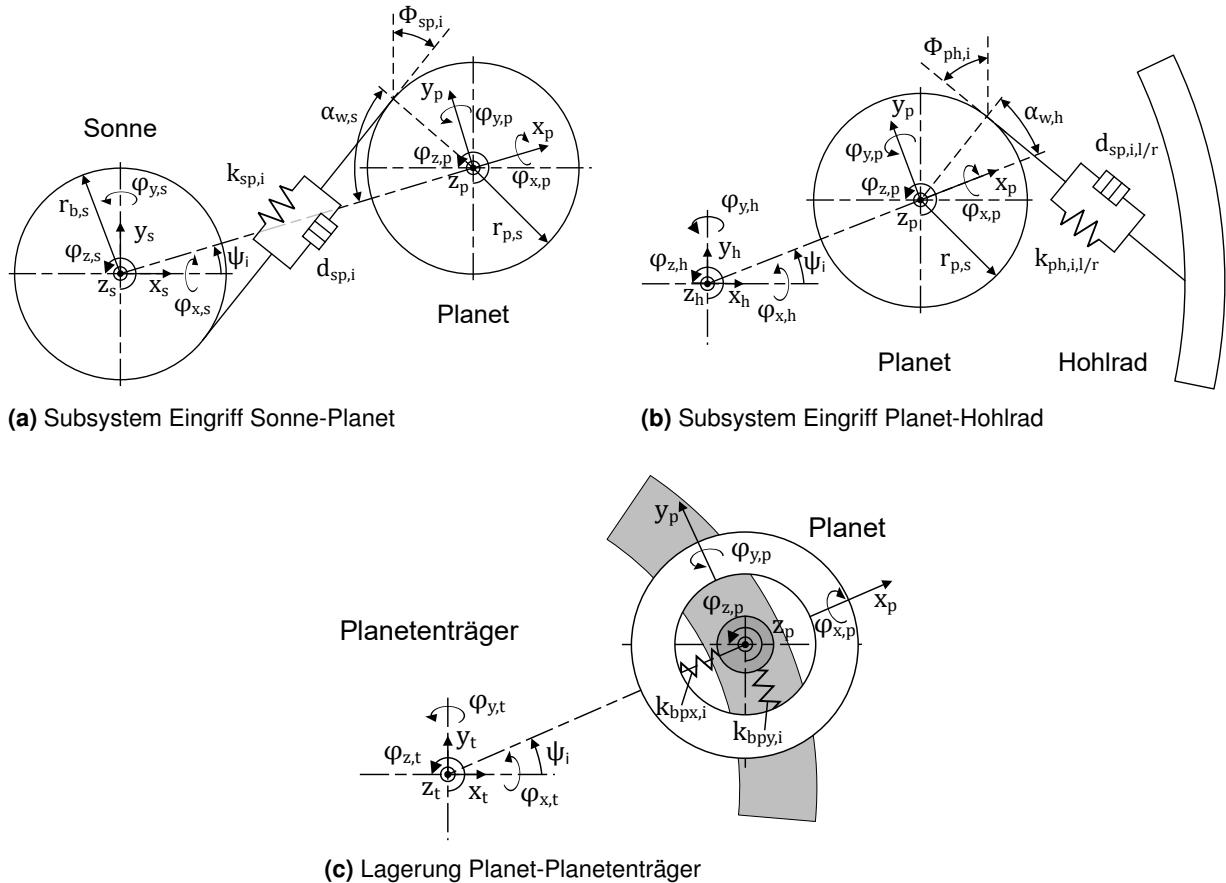
$$\Phi_{ph,i} = -\alpha_{w,ph} + \Psi_i \quad (4.28)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$\Phi_{sp,i}, \Phi_{ph,i}$	°	Winkel zwischen der Eingriffslinie zur vertikalen $y$ -Achse des Planeten $i$
$\alpha_{w,sp}, \alpha_{w,ph}$	°	Eingriffswinkel des Eingriffs Sonne-Planet bzw. Planet-Hohlrad
$\Psi_i$	°	Winkelposition des Planeten $i$ zur $x$ -Achse

Die Zahneingriffe werden durch Feder-Dämpfer-Elemente modelliert, die entsprechend des Schrägungswinkels in der Eingriffsebene geneigt angeordnet sind. Um den Einfluss einer ungleichmäßigen Lastaufteilung abbilden zu können, kann die Eingriffssteifigkeit  $k_{sp,i,l/r}$  und  $k_{ph,i,l/r}$  für jeden Planeten  $i$  sowie rechte und linke Verzahnungshälfte  $r$  bzw.  $l$  unabhängig voneinander vorgegeben werden. Die Berechnung der Verzahnungssteifigkeit basiert auf den Ansätzen von

Weber und Banaschek [Web55], Schmidt [Sch73] und Kagawa [Kag61] und erfolgt mit Hilfe von DZP durch eine Zahnkontaktanalyse [Göt19a].

Für den Modellaufbau wird das Gesamtgetriebe aus **Bild 4.6** zunächst in drei Subsysteme *Eingriff Sonne-Planet*, *Eingriff Planet-Hohlrاد* und *Lagerung Planet-Planetenträger* (siehe **Bild 4.7**) untergliedert und mit Hilfe der Bewegungsgleichungen (siehe **Anhang A.1**) die Elementmatrizen der Massen und Steifigkeiten hergeleitet.



**Bild 4.7:** Subsysteme des 3D-Modells eines doppelschrägverzahnten Planetengetriebes

**Formel (4.29)**, **Formel (4.30)** und **Formel (4.31)** stellen die Bewegungsgleichungen der Subsysteme aus **Bild 4.7** für die jeweiligen Starrkörper der Verzahnungshälften ( $\zeta = r/l$ ) in Matrixschreibweise dar. Dabei bilden  $\underline{\underline{M}}_{j,\zeta}$  die Einzel-Massenmatrizen,  $\underline{\underline{K}}_{sp,i,\zeta}$  die Steifigkeitsmatrix des Zahneingriffs zwischen Sonne und Planet  $i$  mit der Verzahnungssteifigkeit  $k_{sp,i,\zeta}$ ,  $\underline{\underline{K}}_{ph,i,\zeta}$  die Steifigkeitsmatrix des Zahneingriffs zwischen Planet  $i$  und Hohlrاد mit der Verzahnungssteifigkeit  $k_{ph,i,\zeta}$  und  $\underline{\underline{K}}_{tp,i,\zeta}$  die Steifigkeitsmatrix der Koppelung des Planetenträgers mit dem Planeten  $i$ . Unter der für übliche Zahnradgetriebe gültigen Annahme geringer Dämpfungen kann der Einfluss der Dämpfung auf die Lage der Eigenfrequenzen vernachlässigt werden [Gro18, Hei14] und entfällt in den Bewegungsgleichungen.

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}_{s,\zeta} & 0 \\ 0 & \underline{\underline{M}}_{p,i,\zeta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{q}}_{s,\zeta} \\ \ddot{\underline{q}}_{p,i,\zeta} \end{Bmatrix} + k_{sp,i,\zeta} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{sp,i,\zeta}^{11} & \underline{\underline{K}}_{sp,i,\zeta}^{12} \\ \text{symm.} & \underline{\underline{K}}_{sp,i,\zeta}^{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{q}_{s,\zeta} \\ \underline{q}_{p,i,\zeta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{f}_{s,\zeta} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.29)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}_{h,\zeta} & 0 \\ 0 & \underline{\underline{M}}_{p,i,\zeta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{q}}_{h,\zeta} \\ \ddot{\underline{q}}_{p,i,\zeta} \end{Bmatrix} + k_{ph,i,\zeta} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{ph,i,\zeta}^{11} & \underline{\underline{K}}_{ph,i,\zeta}^{12} \\ \text{symm.} & \underline{\underline{K}}_{ph,i,\zeta}^{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{q}_{h,\zeta} \\ \underline{q}_{p,i,\zeta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{f}_{h,\zeta} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.30)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}_{t,\zeta} & 0 \\ 0 & \underline{\underline{M}}_{p,i,\zeta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{q}}_{t,\zeta} \\ \ddot{\underline{q}}_{p,i,\zeta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{tp,i,\zeta}^{11} & \underline{\underline{K}}_{tp,i,\zeta}^{12} \\ \text{symm.} & \underline{\underline{K}}_{tp,i,\zeta}^{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{q}_{t,\zeta} \\ \underline{q}_{p,i,\zeta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{f}_{t,\zeta} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.31)$$

Die Einzel-Massenmatrix  $\underline{\underline{M}}_{j,\zeta}$  der jeweiligen Starrkörper  $j$  setzt sich dabei aus der Masse  $m_j$ , dem Massenträgheitsmoment  $I_j$  um die  $x$  sowie  $y$ -Achse und dem Massenträgheitsmoment  $J_j$  um die Rotationsachse ( $z$ -Achse) gemäß **Formel (4.32)** zusammen.

$$\underline{\underline{M}}_{j,\zeta} = \text{Diag} \left[ m_j \quad m_j \quad m_j \quad I_j \quad I_j \quad J_j \right] \quad \text{mit } j = s, h, p, t \quad (4.32)$$

Zur Erfassung des Drehzahleinflusses auf das Schwingungsverhalten müssen die Einflüsse aus den Zentripetal- und gyroskopischen Kräften in das Berechnungsmodell integriert werden. Dabei beschreibt der gyroskopische Effekt die Trägheit eines rotierenden Körpers gegenüber Richtungsänderung der Rotationsachse [Gra20] und tritt auf wenn die Hauptträgheitsachse des Körpers nicht mit der Rotationsachse übereinstimmt [Dre16]. Infolge des rotierenden Planetenträgers entstehen zusätzliche Zentripetal- und Coriolisbeschleunigungen. Diese Effekte werden durch die gyroskopische Matrix  $\underline{\underline{G}}_{j,\zeta}$  nach **Formel (4.33)** und die zentripetale Steifigkeitsmatrix  $\underline{\underline{K}}_{\Omega,j,\zeta}$  nach **Formel (4.34)** beschrieben [Gér15, Gro18, Gup03].

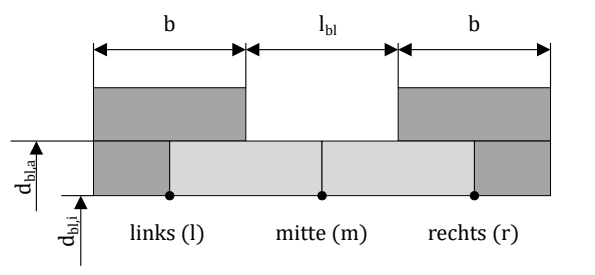
$$\underline{\underline{G}}_{j,\zeta} = \begin{bmatrix} 0 & -2m_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2m_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -J_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{mit } j = s, h, p, t \quad (4.33)$$

$$\underline{\underline{K}}_{\Omega,j,\zeta} = \text{Diag} \left[ m_j \quad m_j \quad 0 \quad I_j \quad I_j \quad 0 \right] \quad \text{mit } j = s, h, p, t \quad (4.34)$$

Mit Hilfe eines zweigliedrigen, elastischen Balkens nach **Bild 4.8** werden die einzelnen Starrkörper zweier einzelschrägverzahnter Planetengetriebe gekoppelt und zu einem doppelschrägverzahnten Gesamtgetriebemodell erweitert. Jedes doppelschrägverzahnte Zahnrad besteht aus drei Teilen: die rechte und linke Verzahnungshälfte sowie der Balkenverbindungsstruktur.

Dabei befinden sich die Zahnradkörper mittig auf den beiden äußeren Koppelpunkten  $l$  bzw.  $r$ . Die Abmessungen des Balkenelements sind in **Bild 4.8** enthalten. Die physikalischen Eigenschaften der Doppelschrägverzahnung werden dem jeweiligen Volumen entsprechend auf die diskreten Koppelpunkte verteilt. Der Verschiebungsvektor erweitert sich dementsprechend zu

$$\underline{\mathbf{q}}^T = \left[ \underline{\mathbf{q}}_{s,l} \ \underline{\mathbf{q}}_{s,m} \ \underline{\mathbf{q}}_{s,r} \ \underline{\mathbf{q}}_{h,l} \ \underline{\mathbf{q}}_{h,m} \ \underline{\mathbf{q}}_{h,r} \ \underline{\mathbf{q}}_{t,l} \ \underline{\mathbf{q}}_{t,m} \ \underline{\mathbf{q}}_{t,r} \ \underline{\mathbf{q}}_{p,1,l} \ \underline{\mathbf{q}}_{p,1,m} \ \underline{\mathbf{q}}_{p,1,r} \ \cdots \ \underline{\mathbf{q}}_{p,N,l} \ \underline{\mathbf{q}}_{p,N,m} \ \underline{\mathbf{q}}_{p,N,r} \right] \quad (4.35)$$



**Bild 4.8:** Elastisches Euler-Balkenelement mit 3 Knoten und 18 Freiheitsgraden zur Koppelung der einzelnen Zahnradkörper zum doppelschrägverzahnten Planetengetriebe

Analog zu den Matrizen der Subsysteme in **Formel (4.29)** bis **Formel (4.31)** lassen sich die entsprechenden Matrizen für einen zweigliedrigen Balken für den Verschiebungsvektor  $q_{b,j}$  nach **Formel (4.39)** zu

$$\underline{\underline{\mathbf{M}}}_{b,j} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\mathbf{M}}}_{b,j,1}^{11} & \underline{\underline{\mathbf{M}}}_{b,j,1}^{12} & 0 \\ & \underline{\underline{\mathbf{M}}}_{b,j,1}^{22} + \underline{\underline{\mathbf{M}}}_{b,j,2}^{11} & \underline{\underline{\mathbf{M}}}_{b,j,2}^{12} \\ \text{symm.} & & \underline{\underline{\mathbf{M}}}_{b,j,2}^{22} \end{bmatrix} \quad \text{mit } j = s, h, p, t \quad (4.36)$$

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}_{b,j} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{b,j,1}^{11} & \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{b,j,1}^{12} & 0 \\ & \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{b,j,1}^{22} + \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{b,j,2}^{11} & \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{b,j,2}^{12} \\ \text{symm.} & & \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{b,j,2}^{22} \end{bmatrix} \quad \text{mit } j = s, h, p, t \quad (4.37)$$

$$\underline{\underline{\mathbf{G}}}_{b,j} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\mathbf{G}}}_{b,j,1}^{11} & \underline{\underline{\mathbf{G}}}_{b,j,1}^{12} & 0 \\ & \underline{\underline{\mathbf{G}}}_{b,j,1}^{22} + \underline{\underline{\mathbf{G}}}_{b,j,2}^{11} & \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{b,j,2}^{12} \\ \text{symm.} & & \underline{\underline{\mathbf{G}}}_{b,j,2}^{22} \end{bmatrix} \quad \text{mit } j = s, h, p, t \quad (4.38)$$

$$\underline{\mathbf{q}}_{b,j}^T = \left[ \underline{\mathbf{q}}_{j,l} \ \underline{\mathbf{q}}_{j,m} \ \underline{\mathbf{q}}_{j,r} \right] \quad \text{mit } j = s, h, p, t \quad (4.39)$$

bestimmen [Fre11, Gér15, Jon05, Kle15]. Die Lagerung von Sonne, Hohlrad und Planetenträger erfolgt am jeweiligen mittleren Koppelpunkt  $m$  der Balkenverbindungsstruktur durch eine Steifigkeitsmatrix  $\underline{\underline{\mathbf{K}}}_{L,j}$  der Form:

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}_{L,j} = \begin{bmatrix} k_{Ly,j} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{Lx,j} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{Lz,j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{Lyy,j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{Lxx,j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{Lzz,j} \end{bmatrix} \quad \text{mit } j = s, h, p, t. \quad (4.40)$$

Die Bewegungsgleichungen des Gesamtsystems des doppelschrägverzahnten Planetengetriebes bei einer Planetenträgerdrehzahl von  $\Omega_t$  ergeben sich durch systematisches Zusammen setzen der Matrizen der Subsysteme entsprechend des Gesamtverschiebungsvektor  $\underline{q}$  nach **Formel (4.35)** unter Berücksichtigung der gyroskopischen sowie zentripetalen Steifigkeitsma trizen, der Kopplung durch die Balkenstruktur und der Lagerungsbedingung zu **Formel (4.41)**. Die Struktur der Gesamtsystemmatrizen sind in **Anhang A.2** aufgeführt.

$$\underline{\underline{\mathbf{M}}} \cdot \underline{\ddot{q}}(t) + \Omega_t \cdot \underline{\underline{\mathbf{G}}} \cdot \underline{\dot{q}}(t) + (\underline{\underline{\mathbf{K}}} + \underline{\underline{\mathbf{K}}}_L - \Omega_t^2 \cdot \underline{\underline{\mathbf{K}}}_\Omega) \cdot \underline{q}(t) = \underline{\underline{\mathbf{F}}}(t) \quad (4.41)$$

Die Lösung des Eigenwertproblems zur Berechnung der Eigenfrequenzen und Eigenmoden erfolgt mit Hilfe der Transformation in den Zustandsraum entsprechend **Abschnitt 2.3.4**.



## 5 Prüfverzahnung und Versuchsprogramm

### 5.1 Verzahnungsdaten und Tragfähigkeit

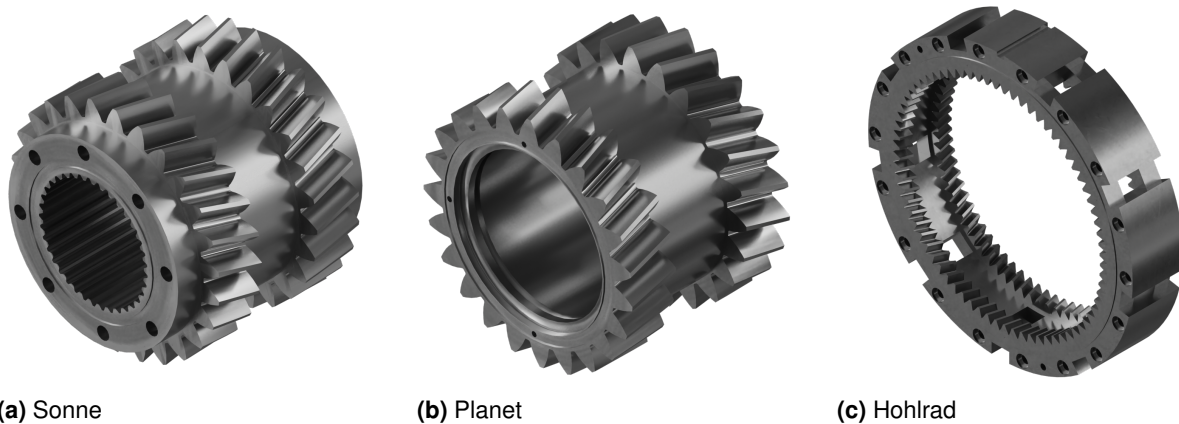
Grundlage dieser Arbeit bilden umfangreiche experimentelle Prüfstandsversuche an einem doppelschrägverzahnten Planetengetriebe mit fünf Planeten. Das Sonnenrad und die Planetenräder sind als Doppelschrägverzahnung mit Staffelungswinkel  $\gamma_s = 0^\circ$  ausgeführt. Die Montierbarkeit des Planetengetriebes wird über ein zweigeteiltes Hohlräder realisiert. **Tabelle 5.1** fasst die Hauptgeometriedaten der Verzahnung zusammen, die sich auf eine Verzahnungshälfte der Doppelschrägverzahnung beziehen.

Größe		Einheit	Sonne	Planet	Hohlräder
Eingriffswinkel	$\alpha_n$	°		27,00	
Schrägungswinkel	$\beta$	°		$\pm 15$	
Zähnezahl	$z_{s/p/h}$	–	26	23	-74
Achsabstand	$a$	mm		99,156	
Normalmodul	$m_n$	mm		3,91	
Profilverschiebungsfaktor	$x_{s/p/h}$	–	0,00	-0,0047	0,9637
Aktive Verzahnungsbreite	$b$	mm		19	21
Profilüberdeckung	$\varepsilon_\alpha$	–		1,329	1,411
Sprungüberdeckung	$\varepsilon_\beta$	–		0,442	0,400
Anzahl Planeten	$N$	–		5	
Teilkreisdurchmesser	$d$	mm	105,227	93,102	-299,547
Grundkreisdurchmesser	$d_b$	mm	93,089	82,348	-264,945
Kopfkreisdurchmesser	$d_a$	mm	113,00	100,900	-284,600
Fußnutzkreisdurchmesser	$d_{Nf}$	mm	99,158	87,109	
				86,525	-297,664
Fußkreisdurchmesser	$d_f$	mm	94,495	82,314	-301,369

**Tabelle 5.1:** Hauptgeometriedaten einer Verzahnungshälfte der Prüfverzahnung des doppelschrägverzahnten Planetengetriebes für Messungen am Prüfstand PGV01

**Bild 5.1** zeigt die einzelnen Zahnräder des doppelschrägverzahnten Planetengetriebes. Die Nachrechnung der Geometrie und Tragfähigkeit erfolgt mit dem FVA-Programm STplus [Fro16]. Die Stirnradaußenverzahnungen Sonne und Planet werden nach dem Vorverzahnern mit einem Protuberanzfräser und dem Einsatzhärten in einem kontinuierlichen Wälzschleifprozess fertigbearbeitet. Das innenverzahnte Hohlräder wird im Profilschleifverfahren vorverzahnt und nach dem Nitrieren in einem weiteren Profilschleifprozess zur Entfernung der Nitrierschicht fertigbearbeitet. Zur Erreichung einer hohen Oberflächengüte und von niedrigen Verzahnungsreibungszahlen werden alle Verzahnungen abschließend gleitgeschliffen. Um eine äußere Anregung aus Unwucht der schnelldrehenden Verzahnungen zu minimieren, werden das Sonnenrad und

die Planetenräder entsprechend nach DIN ISO 21940-11 [Deu17] auf eine Wuchtgüte G 2,0 gewuchtet. Die beiden Hohlradhälften weisen gleichmäßig am Umfang verteilte radiale Aussparungen auf, die ein Abfließen des Schmierstoffes zwischen den beiden Verzahnungshälften ermöglichen.



**Bild 5.1:** Doppelschrägverzahnung Planetengetriebe mit fünf Planeten

Die Nenndaten zur Verzahnungsbelastung für eine Verzahnungshälfte der Doppelschrägverzahnung sind in **Tabelle 5.2** aufgeführt. Die Belastungskennwerte für Zahnflanke und Zahnfuß, beispielsweise gemäß  $K^*$ -Faktor und  $U$ -Faktor (Vergleichswerte siehe [Nie03]), verdeutlichen die Lage der Nennbetriebsparameter der Prüfverzahnung nahe der Tragfähigkeitsgrenze gemäß ISO 6336 [Int19a, Int19b, Int19c]. Zusätzliche Betrachtungen des Verformungs- und Verlagerungsverhalten des Gesamttriebessystems zeigen wesentliche Verformungen und Schiefstellungen der Wellen und Verzahnungen, insbesondere der Planetenräder infolge der Planetenträgertorsion und Planetenbolzenbiegung. Zur Sicherung der Tragfähigkeit unter Maximalbelastung sind die Verzahnungen entsprechend **Tabelle 5.3** mit Standardkorrekturen modifiziert.

Größe		Einheit	Sonne	Planet	Hohlrad
Nennlast (je Zahneingriff)	$T_{s/p/h}$	Nm	450,0	-398,1	1280,7
Nennzahl	$n_{s/p/h}$	$\text{min}^{-1}$	8000	-4612,2	0
Wälzgeschwindigkeit	$v_W$	$\text{m s}^{-1}$		32,62	31,34
Nennwälzleistung (je Zahneingriff)	$P_W$	kW		260,38	-260,38
Flankenpressung (ISO 6336-2 [Int19b])	$\sigma_H$	$\text{N/mm}^2$	1347,9	1363,8	983,1
Zahnfußspannung (ISO 6336-3 [Int19c])	$\sigma_F$	$\text{N/mm}^2$	408,4	455,5	555,0
Werkstoff				18CrNiMo7-6	31CrMoV9
Wärmebehandlung				einsatzgehärtet	nitriert
Schmierstoff				BP Turbo Oil 2197	
Zuführung				Einspritzschmierung	

**Tabelle 5.2:** Parameter der Nennbelastung der Prüfverzahnung je Zahneingriff

Die Korrekturbeträge werden auf Basis einer Zahnkontaktanalyse im Gesamttriebessystem unter Berücksichtigung der Verzahnungs-, Wellen-, Lager- und Planetenträgerelastizitäten des



Prüfstands PGV01 mit RIKOR [Wei21] ermittelt. Die Kopfrücknahmen verhindern Eingriffsstörungen infolge des vor- und nachzeitigen Zahneingriffs durch hohe Zahnverformungsbeträge, während die Breitenballigkeit eine Lastreduktion der stirnseitigen Lastspitzen bewirkt. Um das Planetengetriebe in beide Belastungsrichtungen mit identischer Eingriffstopographie betreiben zu können, sind sowohl Vor- als auch Rückflanke identisch modifiziert und die Planetenräder weisen lediglich Kopfrücknahmen auf.

Neben der Doppelschrägverzahnung wird zusätzlich ein geradverzahntes Planetengetriebe untersucht. Dabei wird die Verzahnungsgeometrie aus **Tabelle 5.1** angepasst, sodass Doppelschräg- und Geradverzahnung im Stirnschnitt die gleiche Zahnkontur aufweisen. Dadurch wird ein einfaches Austauschen der Verzahnungen sowie die Wiederverwendung aller anschließenden Prüfstandskomponenten sichergestellt. Die Lücke zwischen den Verzahnungshälften der Doppelschrägverzahnung entfällt bei der Geradverzahnung. Material, Fertigungsprozesse sowie Belastungen werden ebenfalls von der Doppelschrägverzahnung übernommen. Die Hauptgeometriedaten und der Vergleich der Zahnkontur sind in **Anhang A.4** aufgeführt.

Zahnrad	Modifikation	Größe	Zeichen	Wert	Optimierungslast
Sonne	Kopfrücknahme	Betrag	$C_A$	18,0/11,5 $\mu\text{m}$	$T_s = 4500 \text{ Nm}$
	(polynomförmig, 2. Grad)	Länge	$L_{CA}$	24,7/20,0 % $g_\alpha$	
	sym. Breitenballigkeit	Betrag	$C_B$	20,0/0 $\mu\text{m}$	
Planet	Kopfrücknahme	Betrag	$C_A$	26,0/11,5 $\mu\text{m}$	
	(polynomförmig, 2. Grad)	Länge	$L_{CA}$	24,7/25,0 % $g_\alpha$	
	sym. Breitenballigkeit	Betrag	$C_B$	0/25,0 $\mu\text{m}$	
Hohlrad	Kopfrücknahme	Betrag	$C_A$	20,0/15,0 $\mu\text{m}$	
	(polynomförmig, 2. Grad)	Länge	$L_{CA}$	29,2/25,0 % $g_\alpha$	
	sym. Breitenballigkeit	Betrag	$C_B$	20,0/0 $\mu\text{m}$	

**Tabelle 5.3:** Parameter der Verzahnungskorrektur für optimierte Tragfähigkeit (Doppelschräg-/Geradverzahnung)

## 5.2 Dokumentation, Verzahnungsqualität und topographische Vermessung

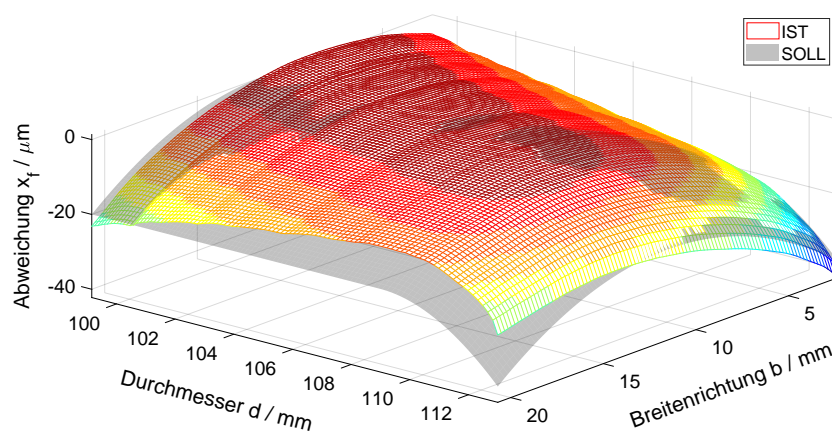
Im Rahmen der Eingangsdokumentation werden alle Prüfverzahnungen hinsichtlich ihrer Flankenform und Teilung vermessen. Die Vermessung erfolgt im taktilen Tastschnittverfahren auf einem Präzisionsmesszentrum P40 der Firma Klingelberg [Kli21] mit einem Rubinkugeltaster des Durchmessers 1 mm. Es werden Vor- und Rückflanken vermessen. Eine exemplarische Messung der Flanken- und Profillinien einer Verzahnungshälfte eines Planeten ist im **Anhang A.3** aufgeführt. Die Lage der beiden Verzahnungshälften zueinander wird durch den Apex-Punkt beschrieben. In Anlehnung an Hofer [Hof16] wird der Apex-Punkt als Schnittpunkt der verlängerten Flankenlinien beider Verzahnungshälften einer Doppelschrägverzahnung definiert und befindet sich im Idealfall auf einer zwischen den Verzahnungshälften mittig angeordneten Ebene, deren Normale senkrecht zur Radachse der Doppelschrägverzahnung liegt. Der Apex-Punkt

wird durch verschiedene Fertigungsfehler beeinflusst und im vorliegenden Getriebe auf  $50 \mu\text{m}$  toleriert. **Tabelle 5.4** gibt eine Übersicht über die Ergebnisse der Qualitätsmessung nach DIN ISO 1328 [Deu18]. Die Messungen bestätigen eine sehr hohe Prüfradqualität mit der Ausnahme der Flankenlinien-Gesamtabweichung  $F_{\beta}$  am Hohlrad und ermöglichen somit eine Beurteilung des Anregungs- und Schwingungsverhaltens des Planetengetriebes unter variablen Betriebsbedingungen und Prüfstandskonfigurationen (siehe **Abschnitt 5.3**).

Abweichung	Symbol	Sonne	Planet	Hohlrad
Profil-Gesamtabweichung	$F_{\alpha}$	Min	2/3	1/3
		Max	4/4	4/5
Flankenlinien-Gesamtabweichung	$F_{\beta}$	Min	4/1	1/5
		Max	6/4	6/8
Teilungs-Gesamtabweichung	$F_{\text{P}}$	Min	2/3	1/1
		Max	5/6	5/7

**Tabelle 5.4:** Verzahnungsqualität nach Eingangsdokumentation (Doppelschräg-/Geradverzahnung)

Zusätzlich wird die Topographie aller Vor- und Rückflanken der Prüfverzahnung anhand von 40 Profillinien mit jeweils 480 Messpunkten erfasst. Eine Konvertierung der Messdaten und Darstellung als räumliche Fläche ermöglicht einen Vergleich zwischen Ist- und Soll-Mikrogeometrie. Darüber hinaus lassen sich die gemessenen Ist-Topographien der Verzahnungen zur rechnerischen Beurteilung der Lastaufteilung sowie des Anregungsverhaltens verwenden. Dadurch ist ein direkter Vergleich zwischen Messung und Berechnung unter Berücksichtigung der effektiven Verzahnungsabweichungen möglich. Um den Einfluss der Prüfradqualität in den Berechnungen rechenzeiteffizient zu integrieren, werden die Einzeltopographien der Flanken einer Verzahnungshälfte zu einer mittleren Flankentopographie zusammengefasst. **Bild 5.2** zeigt exemplarisch die Gegenüberstellung der mittleren Ist-Topographie und der Soll-Topographie des Sonnenrades. Eine Vollständige Übersicht befindet sich in **Anhang A.5**.



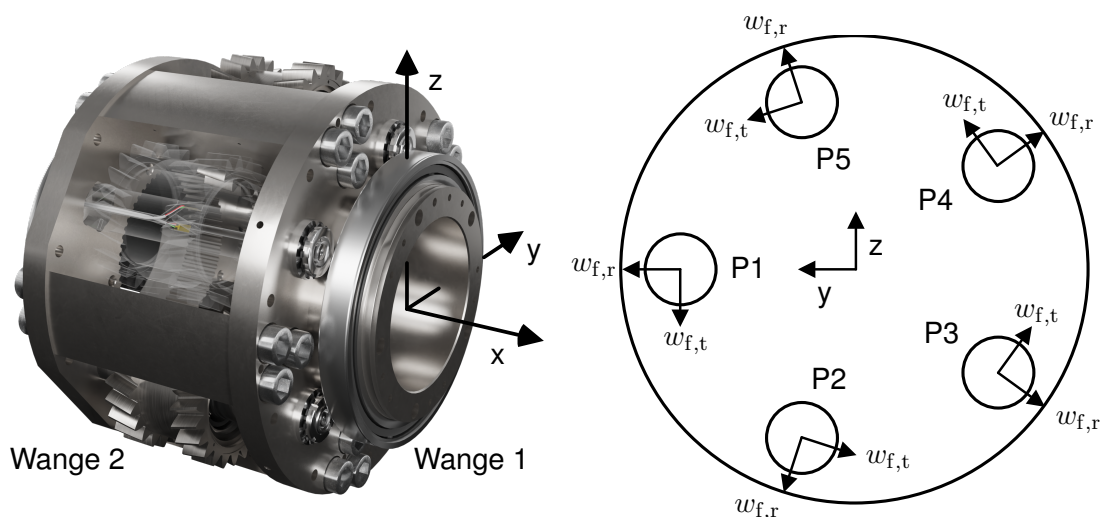
**Bild 5.2:** Vergleich der Ist- und Soll-Topographie der linkssteigenden Verzahnungshälfte des Sonnenrades 80264

Da die Lastaufteilung im Planetengetriebe deutlich in Abhängigkeit mit den Fertigungs- und Montageabweichungen der Getriebekomponenten steht, werden alle Prüfstandskomponenten einer Eingangskontrolle der relevanten Funktionsflächen unterzogen. Darüber hinaus erfolgt eine 3D-Vermessung der Planeten- sowie der Hohlradträger mit einem Koordinatenmessgerät vom Typ Reference 10.7.6. der Firma Leitz. Dies ermöglicht eine detailliertere Analyse der Messergebnisse hinsichtlich Lastaufteilung und Anregungsverhalten und die Verwendung der realen Abweichungen in den Simulationen. **Bild 5.3** zeigt den aus zwei Trägerwangen und fünf Streben verschraubten Planetenträger sowie die Auswertepositionen und verwendeten Koordinatensysteme. **Tabelle 5.5** enthält die Ergebnisse aus der Vermessung des Planetenträgers entsprechend der lokalen Koordinatensysteme nach **Bild 5.3**.

	P1		P2		P3		P4		P5	
	$w_{f,r}$	$w_{f,t}$	$w_{f,r}$	$w_{f,t}$	$w_{f,r}$	$w_{f,t}$	$w_{f,r}$	$w_{f,t}$	$w_{f,r}$	$w_{f,t}$
Wange 1	-8	-61,26	-2,3	-60,05	0,3	-54,17	-2,9	-53,99	-5,1	-52,61
Wange 2	31,5	0	27,7	-64,55	5,8	8,13	-18,6	33,75	2,0	18,52

**Tabelle 5.5:** Ergebnisse der 3D-Vermessung des Planetenträgers (alle Angaben in  $\mu\text{m}$ )

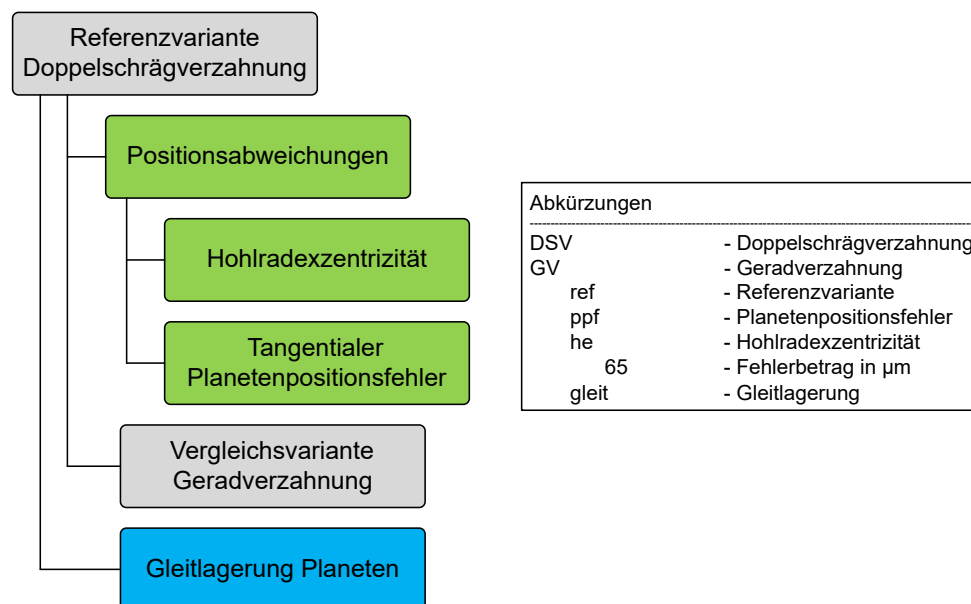
Zusätzliche montagebedingte Abweichungen (z.B. Winkelfehler zwischen den Wangen) werden durch eine Vermessung im montierten Zustand ebenfalls erfasst. Als Referenzpunkt zur Auswertung des Stegteilungsfehlers wird die Bohrung P1 an Stegwange 2 verwendet. Die Vermessung des Referenz-Hohlradträgers zeigt eine Abweichung der Mittelpunkte der inneren und äußeren Passungsflächen (vgl. **Tabelle 5.6**) kleiner  $10 \mu\text{m}$ .



**Bild 5.3:** Mehrteiliger Planetenträger mit Auswertepositionen und lokalen Koordinatensystemen zur Erfassung der Fertigungsabweichen der Planetenbolzenbohrungen. Koordinatensystem legt Einbaulage im Prüfgetriebe nach **Bild 6.2** fest

### 5.3 Versuchsprogramm

Das Versuchsprogramm zur Untersuchung des Anregungs- und Schwingungsverhaltens des doppelschrägverzahnten Planetengetriebes beinhaltet unterschiedliche Konfigurationen, die in **Bild 5.4** zusammengefasst dargestellt sind. Ausgangspunkt bildet die Referenzvariante mit den Verzahnungsdaten aus **Tabelle 5.1** ohne zusätzliche Positionsabweichungen. Zur gezielten Beeinflussung der Lastaufteilung werden tangentiale Planetenpositionsabweichungen sowie Hohlradexzentrizitäten in das Planetengetriebe eingebracht. Die Planetenpositionsabweichung wird am Planeten 1 über zwei Hülsen mit in y-Richtung zueinander exzentrisch gefertigtem Innen- und Außendurchmesser realisiert, die in die Planetenträgerwangen eingepresst werden und den Planetenbolzen tangential in Umfangsrichtung verschieben. Es resultiert eine Überlagerung der Planetenträgerabweichungen des Referenzzustands aus **Tabelle 5.5** und der zusätzlich am Planeten 1 eingebrachten Positionsabweichung nach **Tabelle 5.6**. Die Reproduzierbarkeit der Positionierung der Hülsen wird über eine Versteifung sichergestellt. Im Fall des Hohlrades wird ebenfalls ein Hohlradträger mit exzentrisch gefertigtem Innen- und Außendurchmesser verwendet. **Bild 5.5** zeigt die Hülsen und den Hohlradträger mit den farblich markierten, exzentrisch gefertigten Durchmessern.



**Bild 5.4:** Übersicht der verschiedenen Konfigurationen der experimentellen Untersuchungen für die Prüfverzahnung aus **Tabelle 5.1**

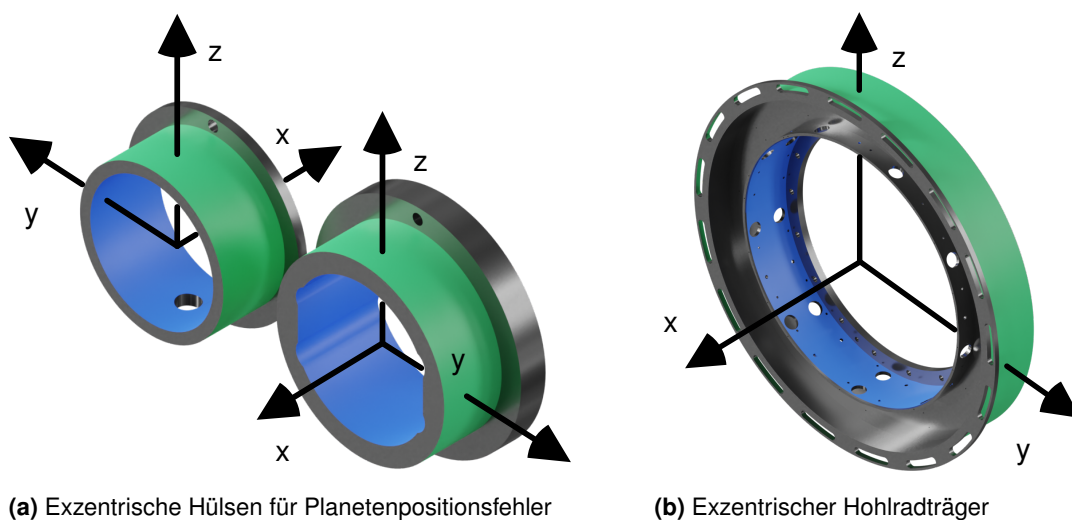
Zur Dokumentation wurden sowohl die Referenzvarianten als auch die gezielt exzentrisch gefertigten Bauteile mit einer Koordinatenmessmaschine taktil erfasst und ausgewertet. **Tabelle 5.6** enthält die Messergebnisse der Bauteile. Standardmäßig werden alle Untersuchungen mit wälzgelagerten Planeten durchgeführt. Ausgewählte Betriebspunkte der Referenzvariante werden zusätzlich mit gleitgelagerten Planeten wiederholt, um den Einfluss geänderter Lagersteifigkeit und Lagerdämpfung auf das Anregungs- und Schwingungsverhalten zu untersuchen.

chen. Auf Basis der Doppelschrägverzahnung wird ergänzend eine Geradverzahnung mit identischer Verzahnungsgeometrie im Stirnschnitt ausgelegt, um das Potential der Doppelschrägverzahnung hinsichtlich der Verzahnungsanregung zu beurteilen.

Komponente	Vorgabe Exzentrizität		Messung Exzentrizität	
	$w_{f,y}$	$w_{f,z}$	$w_{f,y}$	$w_{f,z}$
Hülse ppf65 Trägerwange 1	65	0	55	13
Hülse ppf65 Trägerwange 2	65	0	62	5
Hohlräderträger ref	0	0	-8,9	-4,2
Hohlräderträger he120	0	-120	-22	-121

**Tabelle 5.6:** Ergebnisse der 3D-Vermessung der Planetenpositionshülsen und Hohlräderträger (alle Angaben in  $\mu\text{m}$ ). Koordinatenrichtungen sind in **Bild 5.5** dargestellt.

Neben den unterschiedlichen Konfigurationen in **Bild 5.4** wird zusätzlich der Last- und Drehzahlbereich variiert, um die Abhängigkeit des Anregungs- und Schwingungsverhaltens vom Betriebszustand zu untersuchen. Dabei werden unterschiedliche, konstante Drehmomentstufen zwischen 1500 und 15000 Nm an der Stegwelle bei verschiedenen Sonnendrehzahlen bis  $6800 \text{ min}^{-1}$  betrachtet. Hierbei wird zwischen Drehzahlhochläufen mit einer konstanten Beschleunigungsrate von  $30 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  sowie Konstantläufen unterschieden (siehe **Tabelle 6.1**).



**Bild 5.5:** Hülsen und Hohlräderträger zur Realisierung von Positionsabweichungen für Planet und Hohlräder. Innendurchmesser (blau) gegenüber Außendurchmesser (grün) exzentrisch gefertigt

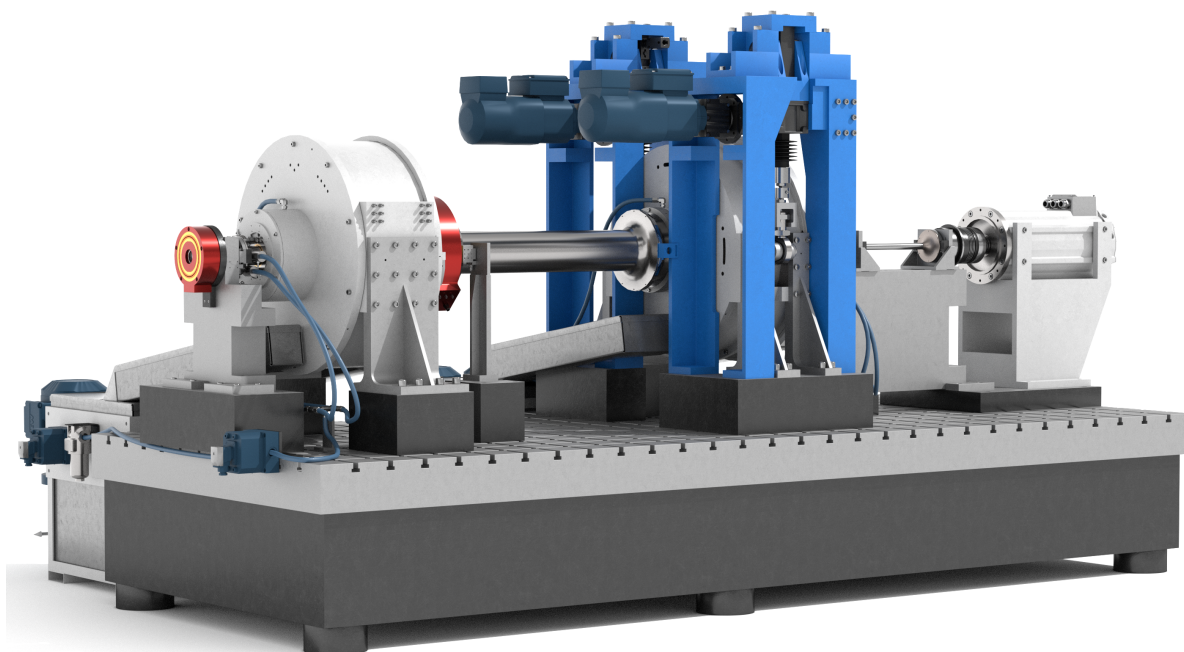


## 6 Prüfstands-, Messtechnik und Versuchsablauf

Im Rahmen der Arbeit wurden umfangreiche experimentelle Messungen zum Anregungs- und Schwingungsverhalten eines doppelschrägverzahnten Planetengetriebes aus **Abschnitt 5** durchgeführt. Alle Messungen fanden am Planetengetriebeverspannungsprüfstand PGV01 der Forschungsstelle statt, der speziell für Schwingungs- und Wirkungsgraduntersuchungen entwickelt wurde. Im Folgenden wird der Prüfstandsaufbau, die Funktionsweise und die Messtechnik im Hinblick auf die Anregungs- und Schwingungsuntersuchungen detailliert beschrieben.

### 6.1 Planetengetriebeprüfstand PGV01 der Forschungsstelle

**Bild 6.1** zeigt den Planetengetriebeprüfstand PGV01 der Forschungsstelle, der als Verspannungsprüfstand nach der Methode der Energiezirkulation konzipiert ist [Wei19], sowie die verwendete Messtechnik und Sensorik.

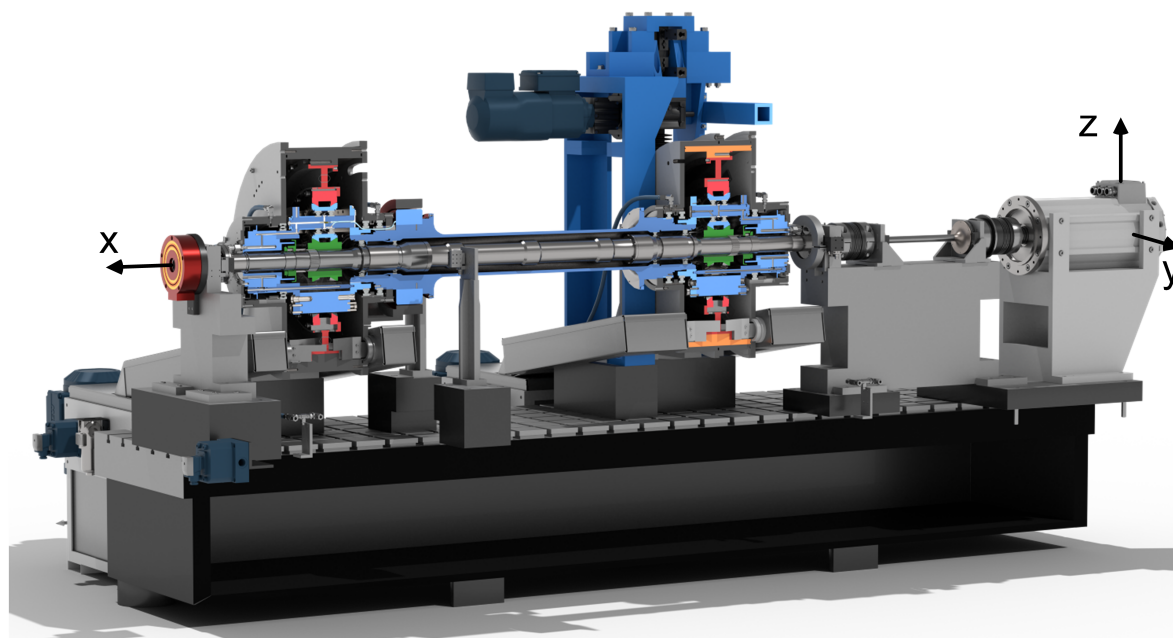


**Bild 6.1:** Planetengetriebeverspannungsprüfstand PGV01 der Forschungsstelle

#### 6.1.1 Mechanischer Aufbau

**Bild 6.2** zeigt die Schnittansicht des Planetengetriebeprüfstands zur besseren Veranschaulichung des mechanischen Aufbaus. Der Prüfstand basiert auf dem Verspannungsprinzip, bei dem zwei identische, doppelschrägverzahnte Planetengetriebe – das Prüf- und Übertragungsgetriebe – durch Sonnen- und Stegwelle miteinander verbunden sind. Die beiden Wellen sind besonders torsionsweich ausgeführt, um die wechselseitige Beeinflussung des Schwingungsverhaltens der beiden Getriebe zu reduzieren. Die Getriebe unterscheiden sich hauptsächlich durch die Anbindung zwischen Hohlrad und Gehäuse. Das Hohlrad des Prüfgetriebes ist über einen Hohlradträger fest mit dem Gehäuse verschraubt, während das Hohlrad im Übertragungs-

getriebe zusammen mit dem Hohlradträger in einer Spielpassung geführt ist und mit Hilfe eines Verspannmechanismus rotiert werden kann, um die beiden Getriebe gegeneinander zu verspannen. Der Verspannmechanismus besteht aus zwei baugleichen Getriebemotoren mit nachgeschaltetem Spindelhubgetriebe, die eine reine Verdrehung und Fixierung des Hohlrades ermöglichen. Eine Regelung der Verfahrwege der beiden Spindeln auf Basis einer Kraftmessung minimiert dabei Querkräfte. Alle Prüfstandskomponenten sind für ein maximales Drehmoment von  $17500 \text{ Nm}$  an der Stegwelle ausgelegt. Der Hohlradträger erlaubt darüber hinaus eine einfache und wiederholbare Ausführung einer exzentrischen Positionsabweichung. Der Antrieb des Prüfstands erfolgt mittels permanenterregten Elektromotor über eine torsionsweiche Verlustmomentmesswelle auf die Sonnenwelle bis zu einer maximalen Drehzahl von  $8000 \text{ min}^{-1}$ . Zur Reduzierung der Prüfstandsschwingungen sind die Lagerböcke, Halterungen, Gehäuse und Anbindungen zur Grundplatte massiv ausgeführt.



**Bild 6.2:** Schnittansicht des Planetengetriebeprüfstands PGV01 der Forschungsstelle

Alle Lagerungen am Prüfstand sind standardmäßig als Wälzlagerungen konzipiert. Die beiden Planetenträger sind durch zwei Rillenkugellager in spielfreier X-Anordnung im Gehäuse gelagert und über flankenzentrierte Zahnwellenverbindungen mit der als Hohlwelle ausgeführten Stegwelle gekoppelt. Die dreiteilige Sonnenwelle ist ebenfalls über flankenzentrierte Zahnwellenverbindungen zusammengesetzt und über eine mit Tellerfedern vorgespannte Fest-Los-Lagerung in der Stegwelle gelagert. Daraus resultiert eine fliegende Lagerung der Sonnenräder im Prüf- und Übertragungsgetriebe. Die Planetenlagerung ist durch zwei Zylinderrollenlager auf dem Planetenbolzen realisiert, die wiederum in einem zweiwangigen Planetenträger eingepresst sind. Der Planetenträger ist verstiftet und verschraubt und nach DIN ISO 21940-11 [Deu17] auf eine Wuchtgüte von G 6,3 im montierten Zustand gewuchtet.



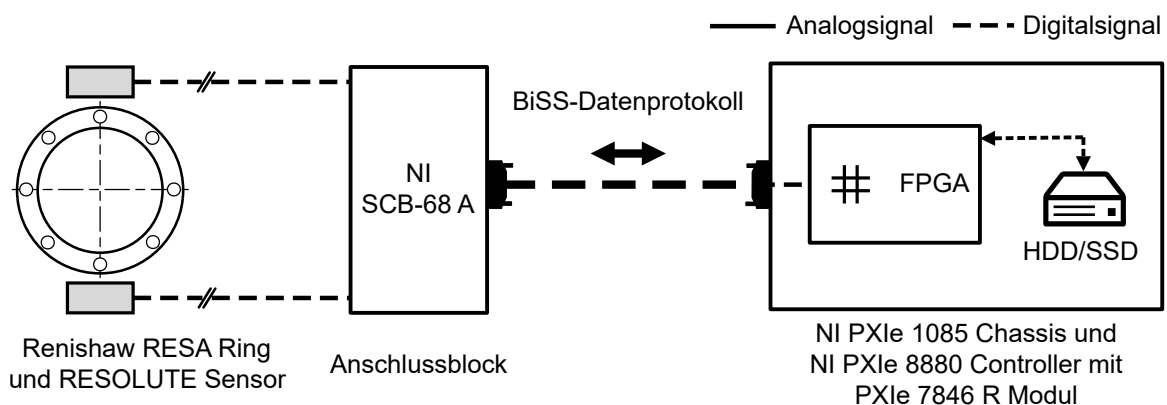
Sowohl das Prüf- als auch das Übertragungsgetriebe verfügen über ein separates Ölsystem zur Schmierung und Kühlung der Verzahnungen und Lager. Zur Reduktion der Verluste werden beide Getriebe mit Einspritzschmierung betrieben. Hierfür wird das Öl mit Hilfe eines Ölübertragers auf den rotierenden Planetenträger übertragen und anschließend über einstellbare Düsen in den Zahneingriff beider Verzahnungshälften gespritzt. Es sind Einspritztemperaturen zwischen 40 und 120 °C sowie Ölvolumenströme bis 15 l/min möglich.

Zur Erfassung des Schwingungs- und Anregungsverhaltens sowie zur Messung der Lastaufteilung ist der Prüfstand mit umfassender Sensorik und einem PXIe Messdatenerfassungssystem der Firma National Instruments (NI) [Nat22] ausgestattet. Zur Datenübertragung von rotierenden Komponenten wird ein Mehrkanal-Telemetriesystem der Firma Manner Sensortelemetrie [MAN22] verwendet.

### 6.1.2 Messtechnik zur Drehwinkelerfassung

Zur hochgenauen Winkelpositionserfassung sowie Drehzahl- und Drehmomentmessung sind Steg-, Sonnen-, und Verlustmomentwelle an jeweils zwei Positionen mit optischen Absolutwinkelsensoren der Firma Renishaw [Ren22] ausgestattet. Ein CCD-Sensorkopf erfasst die Barcode-Teilung am Messring und bestimmt die Winkelposition mit einer absoluten Genauigkeit von  $\pm 1,27''$  (229 mm Ringdurchmesser) bzw.  $\pm 2,86''$  (100 mm Ringdurchmesser).

Die Messkette von der Maßverkörperung bis zur digitalen Speicherung ist in **Bild 6.3** dargestellt. Pro Messposition werden zwei Sensorköpfe verwendet, deren Messsignale gemäß TN 043/1 [Ren15] zusammengefügt werden, um Messfehler aus Exzentrizität und Translation der Welle zu minimieren. Die Ansteuerung der Sensoren erfolgt mit einem Kintex-7 160 T FPGA [Xil20] und einer Messfrequenz von 12,5 kHz. Dies erlaubt eine sehr genaue Positionserfassung über den gesamten Drehzahlbereich. Die Datenübertragung zwischen Sensorkopf und FPGA erfolgt mittels digitalem BiSS-Protokoll. Durch die Verwendung von zwei Messpositionen an Stegwelle sowie Verlustmomentwelle wird über die Messung der Wellentorsion eine Rückrechnung auf das Last- bzw. Verlustmoment über die Torsionssteifigkeit ermöglicht.



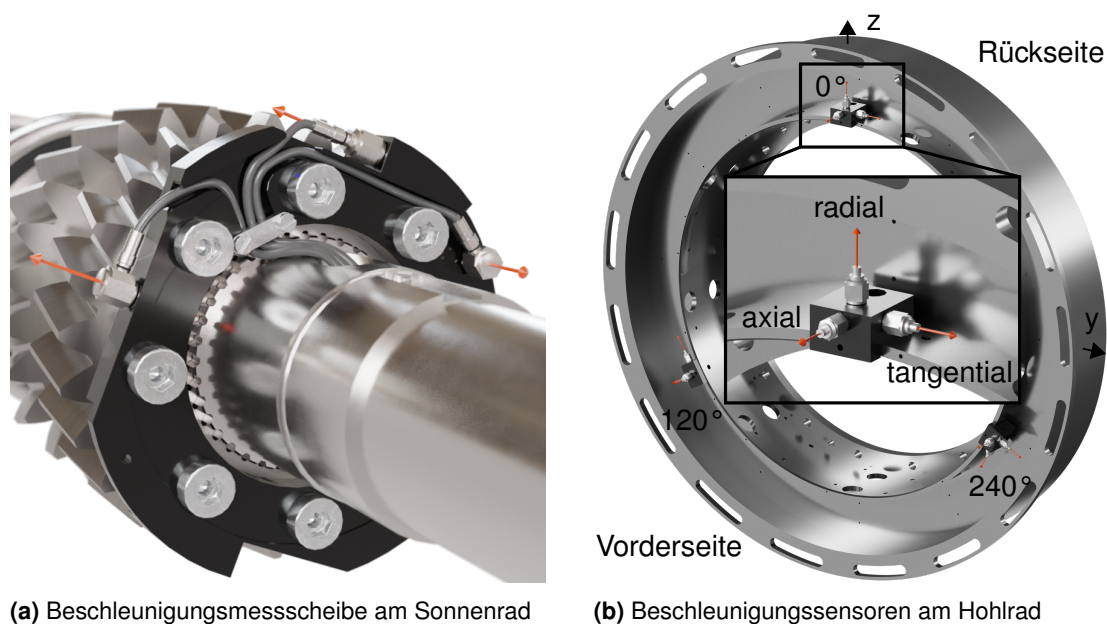
**Bild 6.3:** Sensorik und Messtechnikperipherie zur Drehwinkelmessung

### 6.1.3 Messtechnik zur Beschleunigungsmessung

Als maßgebliche Größe zur Beurteilung der Verzahnungs- und Schwingungsanregung am Prüfstand wird der Körperschall sowie die Torsions- und Axialbeschleunigung der Sonnen- und Stegwelle herangezogen. Die Messung erfolgt in beiden Fällen durch Piezo-Beschleunigungssensoren der Firma Brüel & Kjær vom Typ 4518 bzw. 4519 [Brü22]. Die Torsionsbeschleunigung wird dabei durch zwei Sensoren ermittelt, die direkt mit Hilfe von Messscheiben am Sonnenrad bzw. an der Planetenträgerwange montiert sind und die radiale sowie tangential Beschleunigung synchron erfassen. Die Messmethode wird bei Heider [Hei14] und Kohn [Koh18] an einem Stirnradprüfstand eingesetzt und im Rahmen dieser Arbeit für den Planetengetriebeprüfstand adaptiert. **Bild 6.4a** zeigt die Messscheibe am Sonnenrad mit den drei Sensoren zur Erfassung der Torsions- und Axialbeschleunigung. Unter der Annahme annähernd identischer Biegebeschleunigungen an den Messstellen der Messscheibe kann die Torsionsbeschleunigung  $a_t$  gemäß **Formel (6.1)** aus der Radial- sowie Tangentialbeschleunigung berechnet und der Einfluss von Biegeschwingungen eliminiert werden.

$$a_t = \ddot{x}_{\text{rad}} - \ddot{x}_{\text{tang}} \quad (6.1)$$

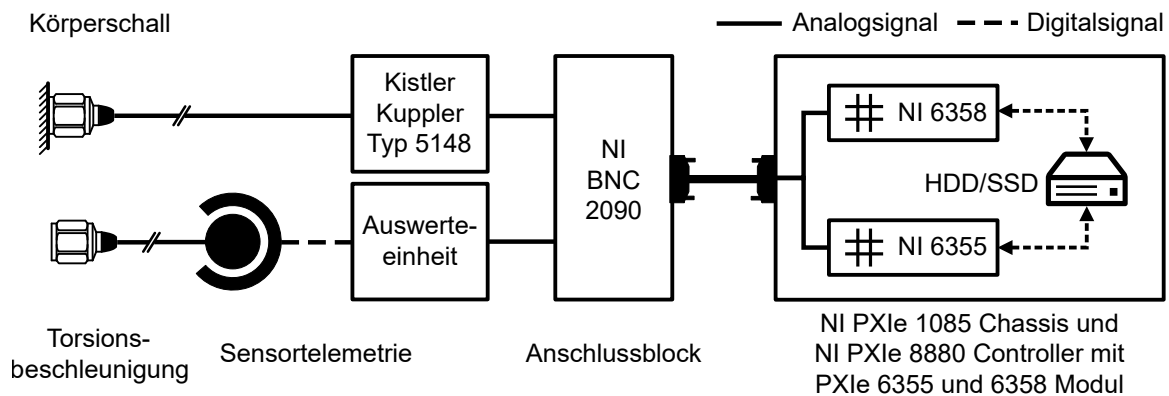
Zeichen	Einheit	Beschreibung
$a_t, \ddot{x}_{\text{rad}}, \ddot{x}_{\text{tang}}$	$\text{m/s}^2$	Torsions, Radial-, und Tangentialbeschleunigung



**Bild 6.4:** Messscheibe zur Erfassung der Torsions- und Axialbeschleunigung am Sonnenrad sowie Positionen zur Körperschallmessung am Hohlradträger

**Bild 6.4b** zeigt den Hohlradträger mit den verschiedenen Sensorpositionen zur Erfassung des Körperschalls. An drei gleichmäßig am Umfang verteilten Positionen, sowohl an Vorder- als auch Rückseite, sind mit Hilfe eines Verbindungsstücks jeweils drei Sensoren zur Erfassung

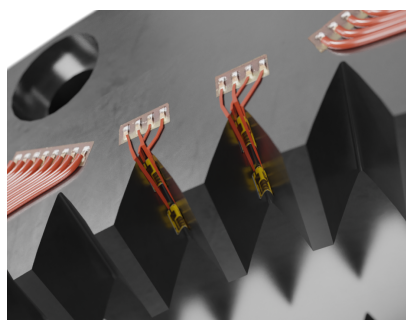
der Axial-, Radial- sowie Tangentialbeschleunigung am Hohlradträger über eine Schraubverbindung fixiert. Die Erfassung aller Beschleunigungssignale erfolgt zeitsynchron mit einer Abtastfrequenz von 80 kHz. Die Messsignale an den rotierenden Wellen werden direkt im Messverstärker auf der Welle digitalisiert und mit Hilfe einer induktiven Telemetrie berührungslos zur Auswerteeinheit für eine A/D-Rückwandlung übertragen. Die Körperschallsignale werden direkt vom Kuppler erfasst und an das PXI-Messsystem übertragen und abgespeichert. Die vollständige Messkette ist in **Bild 6.5** dargestellt.



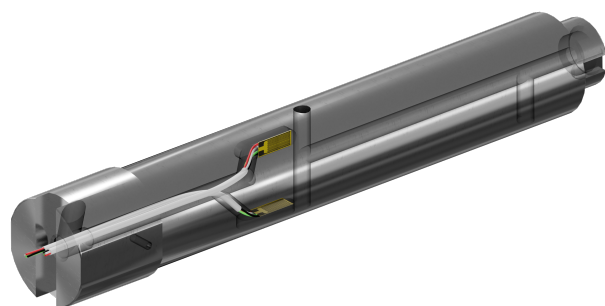
**Bild 6.5:** Sensorik und Messtechnikperipherie zur Beschleunigungsmessung

#### 6.1.4 Messtechnik zur Lastaufteilungsmessung

Die Messung der Lastaufteilung auf die einzelnen Teilleistungstränge sowie zwischen den beiden Verzahnungshälften der Doppelschrägverzahnung basiert auf einer relativen Dehnungsmessung. Hierzu sind die Planetenbolzen sowie der Zahnfuß des Hohlrades an fünf, gleichmäßig am Umfang verteilten Zähnen mit Dehnmessstreifen (DMS) appliziert (siehe **Bild 6.6**). Am Hohlrad werden DMS des Typs EFLX-02-11 mit  $350\ \Omega$  und am Planetenbolzen des Typs 1-LY41-6/1000 mit  $1000\ \Omega$  verwendet. Für die Applikation am Bolzen ist eine Nut am Außendurchmesser vorgesehen, die ausreichend Schutz vor den Lagerinnenringen der Planeten während der Montage bietet. Die Tiefe ist dabei auf das absolute Minimum eingestellt, um einen ausreichenden Abstand zur neutralen Faser zu gewährleisten.



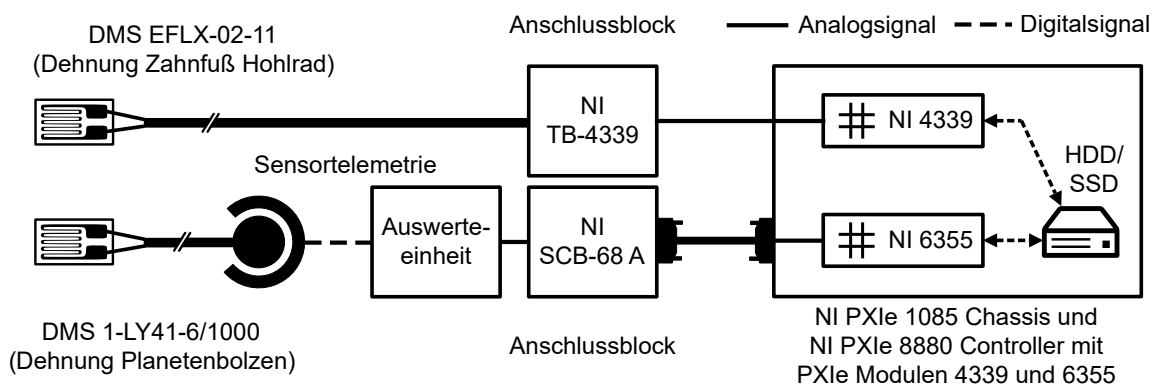
(a) DMS im Zahnfuß des Hohlrades



(b) Radialer und tangentialer DMS am Planetenbolzen

**Bild 6.6:** DMS Positionen im Planetengetriebeprüfstand zur Bestimmung der Lastaufteilung

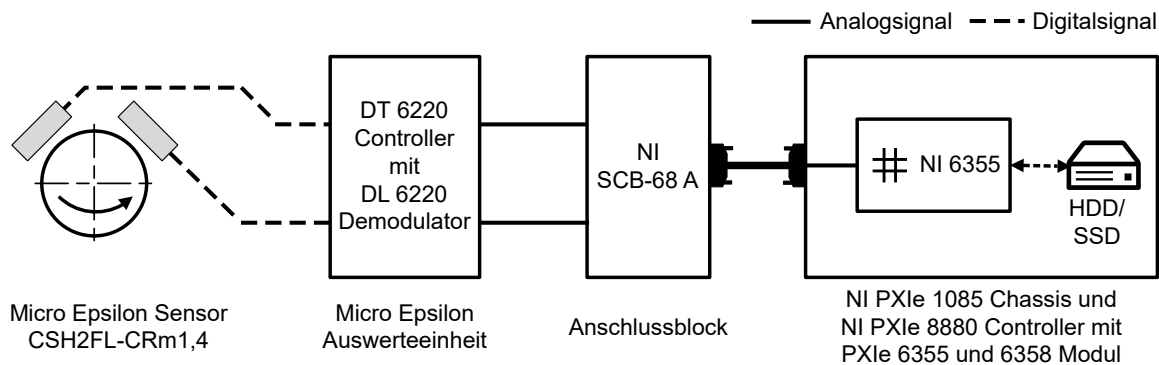
Die Lastaufteilung auf die einzelnen Teilleistungsstränge wird kontinuierlich durch Messung des Biegedehnungsmaximums in der Mitte des Planetenbolzens in tangentialer Richtung erfasst, während die Lastaufteilung auf die Verzahnungshälften durch die Messung der Zahnfußdehnung in beiden Hohlradhälften einmal pro Planetenträgerrotation bestimmt wird. Ein Planetenbolzen ist zusätzlich mit einem weiteren DMS zur Messung der radialen Dehnung infolge der Zentrifugalkraft durch die Planetenträgerrotation ausgestattet. Die vollständige Messkette ist in **Bild 6.7** für beide Messaufgaben dargestellt. Bei den DMS handelt es sich jeweils um Einzelgitter, die im jeweiligen Messverstärker mit drei zusätzlichen Festwiderständen zu einer Wheatstoneschen Brückenschaltung ergänzt werden. Die Zahnfußdehnung am Hohlrad wird direkt mit dem PXIe-Messsystem und einem PXI-4339 Modul erfasst. Die Dehnungen am Planetenbolzen werden direkt im Messverstärker auf der Stegwelle digitalisiert und mit Hilfe einer induktiven Telemetrie berührungslos zur Auswerteeinheit für eine A/D-Rückwandlung übertragen. Die Dehnungen am Planetenbolzen werden mit einer Messfrequenz von 20 kHz, am Hohlrad mit 25 kHz aufgezeichnet. Um eine relative Bewertung unterschiedlicher DMS durchzuführen, ist eine Kalibrierung zur Minimierung des Einflusses aus Unterschieden zwischen den einzelnen Sensoren und der Messposition erforderlich. Die DMS im Zahnfuß werden anhand thermischer Dehnungen durch kontrolliertes Aufheizen und Abkühlen kalibriert. Die Kalibrierung der DMS am Planetenbolzen erfolgt durch elastische Verformung in einer speziellen Vorrichtung unter definierten Lager- und Lastbedingungen (siehe **Abschnitt 6.2**)



**Bild 6.7:** Sensorik und Messtechnikperipherie zur Lastaufteilungsmessung

### 6.1.5 Messtechnik zur Sonnenwellenorbiterfassung

Die Lastaufteilung und die Sonnenwellenverlagerung in Planetengetrieben sind eng miteinander verknüpft (siehe [Bog12, Hid76b]). Daher wird eine Sonnenwellenorbitmessung auf Basis kapazitiver Abstandserfassung am Planetengetriebeprüfstand implementiert. Mit Hilfe von zwei, rechtwinklig zueinander positionierten Abstandssensoren des Typs CSH2FL-CRm1,4 der Firma Micro Epsilon [Mic21] wird der Abstand zwischen dem Außendurchmesser der Sonnenwelle und dem Gehäuse mit einer Messfrequenz von 8,5 kHz erfasst. **Bild 6.8** zeigt den vollständigen Aufbau der Messkette.

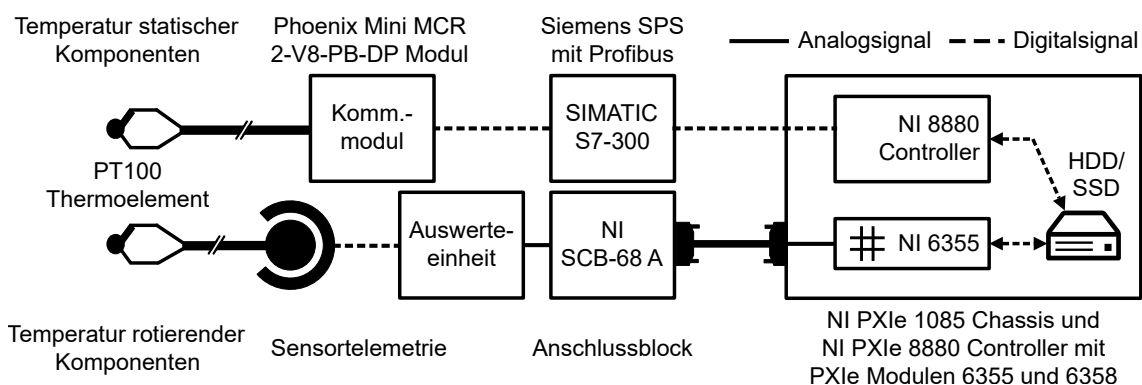


**Bild 6.8:** Sensorik und Messtechnikperipherie zur Sonnenorbitmessung

### 6.1.6 Messtechnik zur Temperaturüberwachung

Um vergleichbare Testbedingung hinsichtlich Schmierungszustand der Verzahnung, Lagervorspannung sowie Passungen und Toleranzen gewährleisten zu können, verfügt der Planetengetriebeprüfstand über ein umfassendes System zur Temperaturregelung und -überwachung. Es werden sowohl Pt100 sowie NiCr-Ni (Typ K) Thermoelemente zur Erfassung der folgenden Öl- bzw. Massentemperaturen verwendet:

- Öl-Zufuhr am Ölübertrager des Prüf-/Übertragungsgetriebes (Pt100 Klasse A [Deu09], Regelung)
- Öl-Auslass an Prüf-/Übertragungsgetriebe (Pt100 Klasse A [Deu09], Überwachung)
- Öl-Tank des Prüf-/Übertragungsgetriebes (Pt100 Klasse A [Deu09], Überwachung)
- Zahnmassentemperatur von Sonne und Hohlrad (Pt100 Klasse B [Deu09], Überwachung)
- Lageraußenringe an Prüf-/Übertragungsgetriebe (NiCr-Ni Typ K [Deu13], Überwachung)
- Berührungslose Gehäusedichtungen an Prüf-/Übertragungsgetriebe (Pt100 Klasse A [Deu09] und NiCr-Ni Typ K [Deu13], Überwachung)



**Bild 6.9:** Sensorik und Messtechnikperipherie zur Temperaturmessung

Die Zahnmassentemperatur der Sonnenwelle wird mit Hilfe einer induktiven Telemetrie berührungslos zur Auswerteeinheit für eine A/D-Rückwandlung übertragen. Alle weiteren Tempe-

aturen der statischen Komponenten werden durch ein Kommunikationsmodul des Typs Mini MCR 2-V8-PB-DP von einer Siemens SPS SIMATIC S7-300 erfasst und per Ethernet an das PXIe-Messsystem zur Aufzeichnung übertragen. Der vollständige Aufbau der Messkette ist in **Bild 6.9** dargestellt.

## 6.2 Vorrichtung zur Bolzenkalibrierung



**Bild 6.10:** Vorrichtung zur Kalibrierung der Dehnmessstreifen am Planetenbolzen

Aufgrund des manuellen Applikationsprozesses der DMS und der Unterschiede zwischen den einzelnen Sensoren müssen alle Dehnmessstreifen kalibriert werden, um auch kleine Unterschiede in der Lastverteilung messen zu können. **Bild 6.10** zeigt die Vorrichtung zur Kalibrierung der auf die Planetenbolzen applizierten DMS [Göt21a]. Der Planetenbolzen wird wie im Planetenträger an beiden Enden fest eingespannt und anschließend über eine Spindel und einem Druckstück mittig mit einer definierten Kraft über mehrere Laststufen belastet. Dabei werden die Dehnung des Bolzens sowie die aufgebraachte Kraft aufgezeichnet. Die Belastung wird mit einer Kraftmessdose des Typs U9C

der Firma HBM erfasst. Im Rahmen der Kalibrierung werden ebenfalls der Verstärker und die Auswerteeinheit der Telemetrie verwendet, um Unterschiede zwischen verschiedenen Messverstärkern auszuschließen. Um Biegeeinflüsse der Spindel auf die Kraftmessung zu reduzieren, wird die Spindel zusätzlich durch ein Linearkugellager geführt. Eine sehr steife Ausführung der Konstruktion minimiert die Verformungen der Vorrichtung und erhöht die Messgüte der Bolzendehnung. Der Be- und Entlastungsvorgang wird mehrmals hintereinander wiederholt und basierend auf den Daten eine lineare Regressionsgerade für die Korrelation von Kraft und Dehnung ermittelt. Dieser Zusammenhang dient in der Auswertung und Berechnung der Lastaufteilung (siehe **Abschnitt 6.4**) als Korrekturfaktor, um den Einfluss aus manueller Applikation und Sensorunterschieden auszugleichen. Ein zusätzlicher optischer Laserabstandssensor des Typs ILD1320-10 der Firma Mico-Epsilon dient zur Überprüfung der Zuverlässigkeit des Be- und Entlastungsprozesses durch Messung der Durchbiegung.

## 6.3 Versuchsablauf

Zur Erfassung des Schwingungs- und Anregungsverhaltens über den gesamten Drehzahlbereich finden kontinuierliche Drehzahlhochläufe bei unterschiedlichen Laststufen statt, die in **Tabelle 6.1** aufgeführt sind. Dabei ist der Niedriglastbereich höher aufgelöst, um den Verfor-

mungseinfluss auf die Lastaufteilung sowie das Schwingungs- und Anregungsverhalten besser zu erfassen. Die höchste Laststufe entspricht der Tragfähigkeitsgrenze der Verzahnung nach ISO 6336 [Int19a]. Eine detaillierte Betrachtung der Verzahnungsanregung und Lastaufteilung für definierte Betriebspunkte erfolgt bei denselben Laststufen unter konstanten Drehzahlen über eine definierte Messdauer von 90 Sekunden, um möglichst hochauflösende Spektren der Beschleunigungsmessungen bzw. eine möglichst hohe Anzahl an Planetenträgerrotationen zu erzielen. Die Drehzahlstufen sind so gewählt, dass der Prüfstand während des Prüflaufs in keiner nennenswerten Resonanzstelle betrieben wird, um eine Vergleichbarkeit bei verschiedenen Drehzahlen zu ermöglichen.

Laststufe	Last		Drehzahl		Öleinspritztemperatur
	Drehmoment $T_t / \text{Nm}$	Konstantlauf (Dauer 90 s) Drehzahl- stufe	Drehzahl $n_s / \text{min}^{-1}$	Drehzahlhochlauf (Dauer 458 s)	
L1	1500	D1	150		$\vartheta_E = 40^\circ\text{C}$
L2	2000	D2	500		
L3	3000	D3	1000		
L4	5000	D4	2000	$n_s = 0 \dots 6800 \text{ min}^{-1}$	
L5	7500	D5	3000	$\dot{n}_s = 30 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$	
L6	10000	D6	4000		
L7	12500	D7	5000		
L8	15000	D8	6000		

**Tabelle 6.1:** Betriebsbedingungen der Prüfläufe

Vor Beginn eines Prüflaufs werden Prüf- und Übertragungsgetriebe auf die Öleinspritztemperatur aufgeheizt. Die Zahnmassentemperaturen von Sonnen- und Hohlrad sowie die Öleintrittstemperaturen werden überwacht und dienen als Indikator zum Erreichen der gewünschten Temperatur. Dieses Vorgehen ist essentiell, da alle DMS ohne Temperaturkompensation in einer Viertelbrückenschaltung verwendet werden. Für die Ermittlung der Lastaufteilung werden nach dem Aufheizen die Dehnungssignale aller Bolzen im lastfreien Zustand aufgezeichnet, um einen lastfreien Referenzpunkt für alle DMS zu erhalten. Dies ist erforderlich, da infolge der Montageabweichungen des Planetenträgers die Planetenbolzen bereits im lastfreien Zustand eine Verformung erfahren. Anschließend erfolgt die Belastung der Verzahnungen durch Rotation des Hohlrads im Übertragungsgetriebe mit Hilfe der Verspannungsvorrichtung bei einer konstanten Drehzahl von  $150 \text{ min}^{-1}$ , um Haftreibungseinflüsse zu minimieren. Als Regelgröße dient das auf dem Torsionswinkel und der Torsionssteifigkeit basierende Lastmoment an der Stegwelle. Nachfolgend wird der Drehzahlhochlauf bzw. das Anfahren des jeweiligen Betriebspunktes mit einer Beschleunigungsrate von  $30 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$  durchgeführt. Bei allen Testläufen wird die Öleintrittstemperatur von den beiden getrennten Ölsystemen für das Prüf- und Übertragungsgetriebe

mit einer Genauigkeit von  $\pm 2K$  geregelt. Damit die anfängliche Einglättung der im Neuzustand angelieferten Verzahnungen nicht während der Prüfläufe erfolgt, wird ein 5-stündiger Einlauf der Verzahnungen bei einer Last von 10000 Nm und einer Drehzahl von  $500 \text{ min}^{-1}$  durchgeführt. Im Neuzustand liegen die Flankenrauheiten der Zahnräder bei einer arithmetischen Mittenrauheit  $R_a$  von 0,1 bis  $0,21 \mu\text{m}$ , nach dem Einlauf zwischen 0,09 bis  $0,17 \mu\text{m}$ .

## 6.4 Auswerteverfahren

### 6.4.1 Beschleunigungsmessung

Die Auswertung der Drehzahlhochläufe erfolgt auf Basis des Kennwerte-Hauptprogramms, welches in mehreren Forschungsvorhaben [Hei11, Uta14] entwickelt wurde. Carotta [Car20] erweitert es für Planetengetriebe und überarbeitet grundlegend die Datenverarbeitung und den Funktionsumfang. Das Auswerteprogramm erstellt Campbell-Diagramme in Frequenz- und Ordnungsdarstellung, daraus abgeleitete, gemittelte Spektren sowie Beschleunigungspegel zur Bewertung der Messungen. Darüber hinaus können Differenz-Campbell-Diagramme zur Identifizierung des Anregungspotentials zwischen verschiedenen Prüfstandskonfigurationen gebildet werden. Für alle Auswertungen der Drehzahlhochläufe werden

- 1000 diskrete Drehzahlstufen
- bei einer Ordnungsauflösung  $\Delta O_t = 0,2$
- bis zur max. Stegwellenordnung  $O_{t,\text{max}} = 600$  (vgl.  $8 \cdot f_{z,\text{sp/ph}}/f_{\text{rot,t}} = 592$ )
- und damit bei einer Überabtastungsrate von

$$\Pi_s = \frac{f_s}{f_u} = \frac{f_s}{O_{t,\text{max}} \cdot n_{t,\text{max}}} = 4,5$$

berechnet. Die Rohdaten werden bei der Aufbereitung zunächst auf Übertragungsfehler der Telemetrie überprüft. Falls erforderlich kann das Signal mit Hilfe der diskreten Wavelet-Transformation [Mal89] entrauscht werden. Mit Hilfe der vom Hersteller zu Verfügung gestellten Kalibrierzertifikate wird das Spannungssignal des Sensors in SI-Einheiten umgerechnet. Anschließend erfolgt die Zerlegung in die einzelnen Drehzahlstufen, ein Resampling, eine Hanning-Fensterung [Bla58, Har78], eine schnelle Fourier-Transformation (FFT) in den Frequenzbereich [Coo65], eine Pegelung und Kennwertbildung. Für den Vergleich unterschiedlicher Getriebe-konfigurationen wird insbesondere der Anwendungskraftpegel  $L_{A,F}$  der Radial-, Tangential-, Axial- und Torsionsbeschleunigung nach **Formel (6.2)** [Hei14] herangezogen. Dieser Kennwert nutzt eine Mittelung der ungepegelten Beschleunigungsamplituden auf Basis zuvor definierter Auswertegrenzen hinsichtlich Drehzahl, Frequenz und Ordnung. Dabei wird der arithmetische Mittelwert der Amplituden gleicher Ordnung aber unterschiedlicher Drehzahl gebildet und anschließend mit dem Verhältnis der Breite des für diese Ordnung relevanten Drehzahlbandes zur Breite des gesamten betrachteten Drehzahlbandes gewichtet.



$$L_{A,F} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{1}{F_{\text{bez}}^2} \cdot \sum_{j=1}^{N_o} \bar{F}(j)^2 \right) \quad \text{mit} \quad \bar{F}(j) = \frac{\sum_{i=n_u(j)}^{n_o(j)} F_i(j)}{n_o(j) - n_u(j)} \cdot \frac{n_o(j) - n_u(j)}{n_o - n_u} \quad (6.2)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$L_{A,F}$	dB	Anwendungskraftpegel
$\bar{F}_i(j)$	N	Gemittelte Amplitude der Ordnung $j$
$F_i(j)$	N	Amplitude der Ordnung $j$ für die Drehzahl $i$
$F_{\text{bez}}$	N	Bezugskraft (= 1 $\mu$ N nach DIN EN ISO 1683 [Deu08])
$i, j$	–	Indizes für diskrete Drehzahl $i$ und Ordnung $j$
$n_u, n_o$	$\text{min}^{-1}$	untere/obere Grenzdrehzahl aller Ordnungen $j$
$n_u(j), n_o(j)$	$\text{min}^{-1}$	untere/obere Grenzdrehzahl im Betriebs- und Frequenzbereich der Ordnung $j$
$N_o$	–	Maximal betrachtete Ordnung

Für eine betriebspunktspezifische Bewertung der Anregung sowie eine Analyse der Seitenbänder der Zahneingriffsordnungen wird das Ordnungsspektrum herangezogen. Da der Einfluss von Fertigungs- sowie Positionsabweichungen auf das Anregungsverhalten Hauptgegenstand der Untersuchung ist, wird auf eine drehzahlsynchrone Mittelung der gemessenen Beschleunigungen verzichtet, da ansonsten Effekte, die nicht mit jeder Rotation identisch im Spektrum auftreten, untergehen.

Zusätzlich dient der Effektivwert  $a_{\text{eff}}$  als Maß für den Energiegehalt des gemessenen Beschleunigungssignals und steht damit in direktem Zusammenhang mit der in die Struktur eingebrachten Energie, die an freien Oberflächen wiederum als Luftschall abgestrahlt werden kann. Der Effektivwert wird aus den ungepegelten, gemessenen Beschleunigungen nach **Formel (6.3)** [Kle08] bestimmt.

$$a_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} |x_i|^2} \quad (6.3)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$a_{\text{eff}}$	$\text{m/s}^2$	Effektivwert des Signals $x$
$x_i$	$\text{m/s}^2$	Diskreter Messpunkt $i$ des Beschleunigungssignals
$N_x$	–	Anzahl der diskreten Messpunkte

## 6.4.2 Lastaufteilungsmessung

Die experimentelle Bestimmung der Lastaufteilung auf die einzelnen Planeten im Planetengetriebe erfolgt über die relative Dehnungsmessung am Planetenbolzen. Hierzu wird eine kontinuierliche Aufzeichnung der Biegedehnung infolge der kombinierten tangentialen Verzahnungskräfte der Eingriffe Sonne-Planet sowie Planet-Hohlrad mit Hilfe von DMS verwendet. Eine

vor Testbeginn durchgeführte Kalibrierung der einzelnen mit DMS bestückten Planetenbolzen mittels speziell konstruierter Belastungsvorrichtung (siehe **Abschnitt 6.2**) ermöglicht die Minimierung des Einflusses von Abweichungen infolge des Applizierungsprozesses der DMS nach **Formel (6.4)**. Dabei wird die Dehnung der jeweiligen Bolzen bezüglich unterschiedlicher Referenzkräfte ermittelt und mittels linearer Regression ein Korrekturfaktor  $m_{\text{korrr}}$  bestimmt, um Positionsabweichungen der DMS zu isolieren.

$$\varepsilon_{\text{P},i,\text{korrr}}(t) = m_{\text{korrr}} \cdot \varepsilon_{\text{P},i,\text{mess}}(t) \quad (6.4)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$\varepsilon_{\text{P},i,\text{korrr}/\text{mess}}$	$\mu\text{m}/\text{m}$	Korrigierte und gemessene Dehnung am Planetenbolzen $i$
$m_{\text{korrr}}$	–	Korrekturfaktor

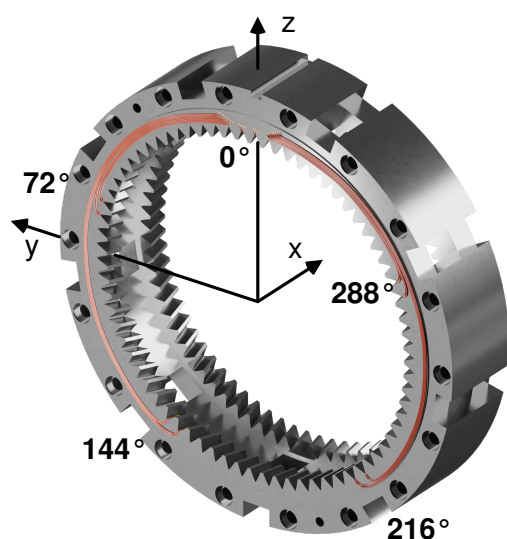
Vor jeder Testkampagne wird die Bolzendehnung im unbelasteten Zustand aufgezeichnet und eine Nullpunktverschiebung aller DMS bestimmt. Dieses Vorgehen ist entscheidend, da die Bolzen bereits im unbelasteten Zustand infolge von geringen Montageabweichungen des Planetenträgers verformt werden. Nach dem Testlauf werden die Rohdaten bei der Datenaufbereitung zunächst auf Übertragungsfehler der Telemetrie überprüft und ein Filter für gleitenden Mittelwert [Opp14] angewendet. **Formel (6.5)** zeigt die Differenzgleichung für ein zeitdiskretes L-Punkt-Filter des zeit-diskreten Signals  $x$ . Im Rahmen der Lastaufteilungsmessung wird eine Fensterbreite von  $L = 10$  verwendet. Dadurch und durch eine hohe Abtastrate wird eine ausreichende Güte des Entrauschprozesses bei gleichbleibender Qualität des Messsignals sichergestellt.

$$y(t) = \frac{1}{L} \cdot \sum_{k=0}^{L-1} x(t - k) \quad (6.5)$$

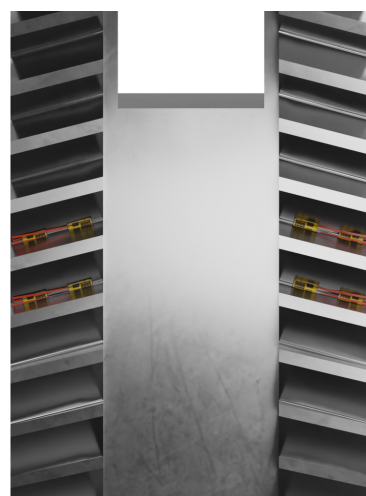
Anschließend werden die DMS-Signale mit der jeweils dazugehörigen Nullpunktverschiebung verrechnet und mittels Korrekturfaktor  $m_{\text{korrr}}$  korrigiert. Die korrigierten Dehnungen  $\varepsilon_{\text{P},i,\text{korrr}}(t)$  werden anschließend zur Gesamtdehnung addiert, sodass der durch einen DMS dargestellte Prozentsatz der Dehnung die vom Planeten getragene Last repräsentiert (**Formel (4.3)**). Die hohe Abtastrate sowie die Messung am Planetenbolzen ermöglichen eine kontinuierliche und zeitlich hochaufgelöste Messung der Lastaufteilung, die ebenfalls die Charakterisierung des Einflusses des Zahneingriffs auf die Lastaufteilung ermöglicht. Der Durchschnittswert des zeit-abhängigen Lastaufteilungsfaktors  $K_{\gamma}(t)$  über die Testzeit von 90 Sekunden wird als mittlerer Anteil der vom Planeten  $i$  getragenen Last gewählt.

Für die Analyse der Lastaufteilung zwischen den Verzahnungshälften dient die gleichzeitige Messung der Zahnfußdehnung an beiden Hohlradhälften. **Bild 6.11** zeigt die Auswertepositionen der Zahnfußdehnungen im Prüfgetriebe. Während die vordere Hohlradhälfte in **Bild 6.11a** an fünf Umfangspositionen an Vorder- und Rückflanke eines Zahnes mit DMS in Zahnbreitenmitte versehen ist, weist die hintere Hohlradhälfte lediglich an der  $0^\circ$  Umfangsposition DMS

Sensoren auf. Somit ist nur an der  $0^\circ$  Umfangsposition eine Bestimmung der Lastaufteilung der Verzahnungshälften möglich. **Bild 6.11b** zeigt die mit jeweils zwei DMS pro Zahnücke applizierten beiden Hohlradhälften. Aufgrund der statischen Anbindung des Hohlrades im Gehäuse sind die DMS direkt über Kabel mit dem Messsystem verbunden. Der Nullabgleich bei diesen DMS erfolgt mit Hilfe einer Shuntkalibrierung (definierte Verstimmung der Wheatstone'schen Brücke durch Parallelschaltung eines Widerstands zum DMS), welche über das PXI-4339 Modul ermöglicht wird. Für die Auswertung der diskontinuierlichen Dehnungsmessung wird zunächst eine Korrelation zwischen Dehnungssignal und Absolutwinkelsensor an der Stegwelle über die Messzeit vorgenommen. Dadurch ist eine Zuordnung der Dehnungsspitzen zu den jeweiligen Planeten möglich.



(a) Auswertepositionen DMS am Hohlrad



(b) DMS in rechter und linker Verzahnungshälften bei  $0^\circ$

**Bild 6.11:** Auswertepositionen der DMS im Zahnfuß des Hohlrades. Koordinatensystem legt Einbaulage im Prüfgetriebe nach **Bild 6.2** fest

Als Dehnungsgröße zur Bestimmung der Lastaufteilung zwischen den Verzahnungshälften wird die Differenz zwischen Dehnungsmaximum und -minimum beim Durchwälzen eines Planeten  $i$  herangezogen und der Mittelwert der beiden DMS pro Zahnücke berechnet. Anschließend kann mit Hilfe von **Formel (4.9)** der Lastaufteilungsfaktor für die beiden Verzahnungshälften bestimmt werden. Die Verwendung von zwei aufeinander folgenden Zahnücken mit DMS erlaubt eine direkte Wiederholungsmessung.

## 6.5 Messgenauigkeit und -unsicherheit

In der vorliegenden Arbeit wird umfangreiche Messtechnik zur experimentellen Charakterisierung des Anregungs- und Schwingungsverhaltens sowie der Lastaufteilung in einem doppel-schrägverzahnten Planetengetriebe eingesetzt. Jede Messung unterliegt dabei einer Messunsicherheit, die sich aus der Messgröße, der Messmethode und dem Messverfahren ergibt. Um

auswertende Aussagen basierend auf den durchgeführten Messungen tätigen zu können, ist die Angabe der Messunsicherheit zu jeder Messgröße unerlässlich. Zur Betrachtung der Messunsicherheit am Planetengetriebeprüfstand wird das Verfahren nach dem "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement" (GUM) [Joi08] herangezogen. Der Unsicherheitsansatz des GUM basiert nach Sommer und Siebert [Som04] auf der Bayes'schen Wahrscheinlichkeitstheorie und ermittelt über einen mathematischen Zusammenhang zwischen Eingangsgrößen  $X_i$  und Messgröße  $Y$  (**Formel (6.6)**) die der Messgröße beizuordnende Messunsicherheit.

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (6.6)$$

Das GUM-Verfahren wurde auf die unterschiedlichen Messaufgaben am Planetengetriebeprüfstand (siehe **Abschnitt 6.1.2** bis **Abschnitt 6.1.6**) angewendet. Dabei bildet die jeweilige Messkette die Grundlage des mathematischen Modells zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Eingangsgrößen und Messwert nach Gleichung **Formel (6.6)**. Aus den Datenblättern und Kalibrierscheinen der einzelnen Komponenten werden die entsprechenden Informationen zur Beschreibung des Einflusses der Eingangsgröße auf die Messgröße entnommen. Dieses Vorgehen ist beispielhaft für die Torsionsbeschleunigungsmessung am Sonnenrad dargestellt. Basierend auf der Messkette in **Bild 6.5** ergibt sich der mathematische Zusammenhang zwischen Messgröße und Eingangsgrößen nach **Formel (6.7)**.

$$a = \frac{(U_{\text{ind}} + (-\Delta T_R \cdot d_{\text{dr}} - 1) \cdot d_{\text{res},1} \cdot d_{\text{lin}} - d_{\text{res},2} - d_{\text{AI}} - d_{\text{Ae}})}{((E \cdot \Delta T_M \cdot \Delta T_R \cdot \delta E_T + E \cdot \Delta T_R) \cdot \delta_{\text{dr}} + E \cdot \Delta T_M \cdot \delta E_T + E) \cdot d_{\text{lin}}} \quad (6.7)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$a$	$\text{m/s}^2$	Messgröße
$U_{\text{ind}}$	mV	Anzeigegröße
$d_{\text{dr}}$	$1/^\circ\text{C}$	Nullpunkt- und Verstärkungsdrift Signalverstärker (Telem.) $0.02\%/^\circ\text{C}$
$d_{\text{res},1}$	mV	Quantisierungsabw. Signalverstärker (Telem.) 16 bit für $\pm 5\text{ V}$
$d_{\text{res},2}$	mV	Quantisierungsabw. PXIe Messkarte 6358 16 bit für $\pm 10\text{ V}$
$d_{\text{lin}}$	–	Linearitätsabw. Signalverstärker (Telem.) $0,1\% \text{ v.E.}$
$d_{\text{AI}}$	mV	Analogeingangsabw. PXIe Messkarte 6358 $0.05\%$ bei $\pm 10\text{ mV}$ Nennbereich
$d_{\text{Ae}}$	mV	Abw. Auswerteeinheit (Telem.) gem. Kalibrierzertifikat: $U = 0,3987\text{ mV}$ mit $k = 2$
$E$	$\text{mV}/(\text{m/s}^2)$	Sensorempfindlichkeit gem. Kalibrierzertifikat: $U = 0,01\text{ mV}/(\text{m/s}^2)$ mit $k = 2$
$\delta E_T$	$1/^\circ\text{C}$	Temperaturempfindlichkeit des Sensors von $+0.7\%/^\circ\text{C}$
$\Delta T_R$	$^\circ\text{C}$	Differenz zw. Mess- und Kalibrierungstemperatur ( $25^\circ\text{C}$ ) Worstcase-Annahme: $2^\circ\text{C}$
$\Delta T_M$	$^\circ\text{C}$	Differenz zw. Raum- und Kalibrierungstemperatur ( $25^\circ\text{C}$ ) Worstcase-Annahme: $5^\circ\text{C}$

Mit Hilfe der Gauß'schen Unsicherheitsfortpflanzung, wie sie auch in DIN 1319-3 [Deu96] angewendet wird, kann die kombinierte Standardunsicherheit aus den Einzelerwartungswerten und Unsicherheiten berechnet werden. Unter Berücksichtigung eines Vertrauensniveaus von

95,45 % (Erweiterungsfaktor  $k_w = 2$ ) ergibt sich bei einem nominellen Messwert von 10 mV eine erweiterte Messunsicherheit  $U$  von 2,7 %. Für höhere gemessene Sensorausgangsspannungen reduziert sich die erweiterte Messunsicherheit auf 1,9 %.

Für die anderen Messaufgaben ergibt sich ein entsprechendes Vorgehen mit angepasstem mathematischem Modell und Eingangsgrößen. Die Ergebnisse der Messunsicherheitsanalyse nach GUM [Joi08] sind für alle Messgrößen in **Tabelle 6.2** zusammengefasst dargestellt. Dabei ist derjenige Nennwert mit der höchsten Messunsicherheit aufgeführt.

Messgröße	Einheit	Nennwert	Erweiterte Messunsicherheit	Messkette
Lastmoment (Stegwelle)	Nm	1500	2,2 %	<b>Abschnitt 6.1.2</b>
Drehzahl (Sonnenwelle)	min <sup>-1</sup>	6800	0,04 %	<b>Abschnitt 6.1.2</b>
Körperschall	m/s <sup>2</sup>	5000	2,6 %	<b>Abschnitt 6.1.3</b>
Torsionsbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>	10	2,7 %	<b>Abschnitt 6.1.3</b>
Lastaufteilung (DMS Bolzen)	μm/m	100	0,58 %	<b>Abschnitt 6.1.4</b>
Lastaufteilung (DMS Hohlrad)	μm/m	100	2,3 %	<b>Abschnitt 6.1.4</b>
Sonnenorbit	μm	50	1,7 %	<b>Abschnitt 6.1.5</b>
Zahnmassentemperatur Hohlrad	°C	40	1,0 %	<b>Abschnitt 6.1.6</b>
Zahnmassentemperatur Sonne	°C	40	0,5 %	<b>Abschnitt 6.1.6</b>
Öleinspritztemperatur	°C	40	0,5 %	<b>Abschnitt 6.1.6</b>

**Tabelle 6.2:** Erweiterte Messunsicherheit nach GUM [Joi08] mit einer Überdeckungswahrscheinlichkeit  $P$  von 95,45 % ( $k_w = 2$ )

Während der experimentellen Untersuchungen wird die Umgebungstemperatur des Prüfstands kontinuierlich überwacht. In Kombination mit der hohen Regelungsgenauigkeit der Ölaggregate von  $\pm 2$  K und der Prüfstandskonditionierung vor jedem Prüflauf resultiert eine sehr exakte Reproduzierbarkeit der Prüfbedingungen (temperaturabhängige Lagervorspannung und Schwingungsdämpfung im Zahneingriff durch temperaturabhängige Viskosität des Schmierstoffs). Wiederholungsmessungen nach vollständiger Demontage und erneuter Montage des Prüfstands und unter gleichen Versuchsbedingungen zeigen für mittlere, eingriffsspezifische Beschleunigungspegel Abweichungen von maximal 2,5 dB. Zusätzliche topographische und Rauheitsvermessungen der Flanken im Anschluss an das Testprogramm weisen eine sehr gute Übereinstimmung zum Neuzustand nach dem Einlauf auf, wodurch der Einfluss von Profilformveränderungen, beispielsweise durch Verschleiß, als vernachlässigbar angesehen wird. Die Auswertung der Messergebnisse sowie deren relativer Vergleich für unterschiedliche Prüfstandskonfigurationen nach **Abschnitt 5.3** erfolgt stets anhand der identischen Sensoren an den entsprechenden fixierten Messpositionen. Unter diesen Voraussetzungen reduziert sich die Messunsicherheit um die sensorspezifischen Einflussgrößen (Sensitivität, Temperaturempfindlichkeit, Positionierung). Lediglich für gemessene Absolutwerte einzelner Sensoren muss die entsprechende gesamte Messunsicherheit herangezogen werden.



## 7 Ergebnisse und Diskussion

Für den in dieser Arbeit untersuchten Zusammenhang zwischen Lastaufteilung sowie Anregungs- und Schwingungsverhalten an einem doppelschrägverzahnten Planetengetriebe werden nachfolgend die experimentellen Messergebnisse der Prüfradkonfigurationen nach **Abschnitt 5.3** dargestellt, um die wesentlichen Aussagen der Untersuchungen diskutieren zu können. Dabei wurden alle Messergebnisse am Planetengetriebeverspannungsprüfstand PGV01 und unter Berücksichtigung des in **Abschnitt 6** dargestellten Versuchsablaufs und Auswerteverfahrens aufgezeichnet und aufbereitet. Die Messergebnisse werden darüber hinaus durch Berechnungsergebnisse ergänzt, um den Betriebsbereich zu erweitern und ausgewählte Einflüsse detaillierter zu betrachten.

### 7.1 Ergebnisse zur Lastaufteilung

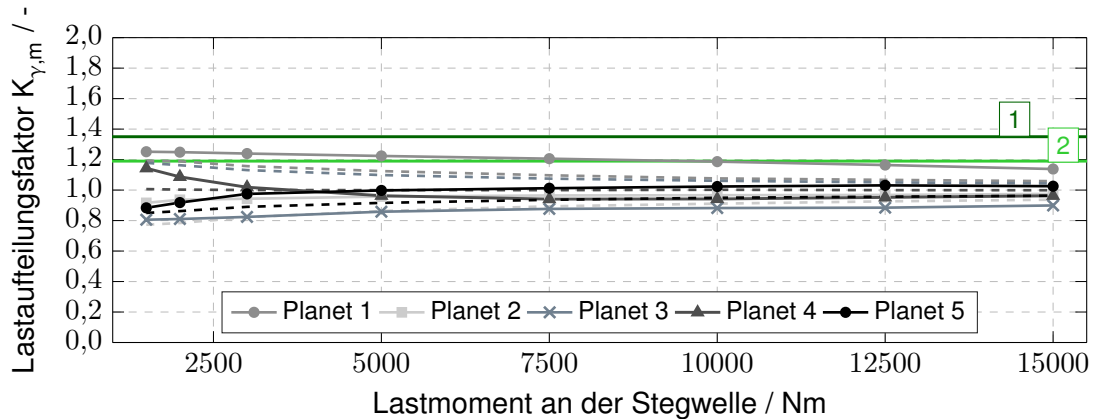
Bei der Bewertung der Lastaufteilung wird in quasi-statische und dynamische Betriebsbedingungen unterschieden. Die quasi-statischen Versuche werden bei der niedrigsten Drehzahlstufe D1 ( $150 \text{ min}^{-1}$ ) durchgeführt, um die Verzahnungsanregung sowie das dynamische Systemverhalten des Prüfstands zu minimieren. Alle höheren Drehzahlstufen werden zu den dynamischen Betriebsbedingungen zugeordnet. Für die rechnerische Beurteilung wird das Prüfgetriebe aus **Bild 6.1** mit dem EDV Programm RIKOR (Version L) [Wei21] modelliert. Dabei werden die Wellen als elastische Timoschenko-Balkenelemente beschrieben und der Planetenträger als reduzierte Steifigkeitsmatrix integriert. Die Lagersteifigkeit und das Lagerspiel werden basierend auf der Lagerinnengeometrie und Belastung betriebspunktspezifisch berechnet. Entsprechend der unterschiedlichen Varianten werden die Fertigungsabweichungen aus **Tabelle 5.5** und **Tabelle 5.6** verwendet. Wenn nicht anders angegeben, wird für die gemittelte rechnerische Lastaufteilung die mittlere Verzahnungssteifigkeit herangezogen.

#### 7.1.1 Lastaufteilung unter quasi-statischen Betriebsbedingungen

##### Nominelle Einbaulage der Planetenräder

Als Vergleichsgrundlage zur Bewertung der Auswirkung der unterschiedlichen Positionierungsfehler auf die Lastaufteilung im doppelschrägverzahnten Planetengetriebe dient die Referenzvariante mit nomineller Einbaulage aller Komponenten sowie Wälzlagerung (DSVref). Die relative Einbaulage der Verzahnungen zueinander (Winkelstellung Sonne, Anordnung Planeten auf Planetenträger) wird bei allen Konfigurationen identisch vorgenommen. Dadurch wirken sich Einflüsse aus Verzahnungsfehlern sowie Fertigungsabweichungen am Planetenträger und Wellen identisch auf die Messergebnisse aus und ermöglichen einen direkten Vergleich der Ergebnisse miteinander. **Bild 7.1** zeigt die über eine Versuchslaufzeit von 150 s gemittelte mittlere Lastaufteilung nach **Formel (4.4)** der Variante DSVref für den gesamten Lastbereich des Getriebes aus Messung sowie Simulation. Selbst unter Referenzbedingungen zeigt sich eine ungleichmäßige Lastaufteilung zwischen den Planeten, die auf Fertigungsfehler und Montageabweichungen des

Planetenträgers zurückzuführen sind (siehe **Tabelle 5.5**). Dabei trägt Planet 1 am meisten Last und entlastet dabei die benachbarten Planeten 2, 3 und 5.

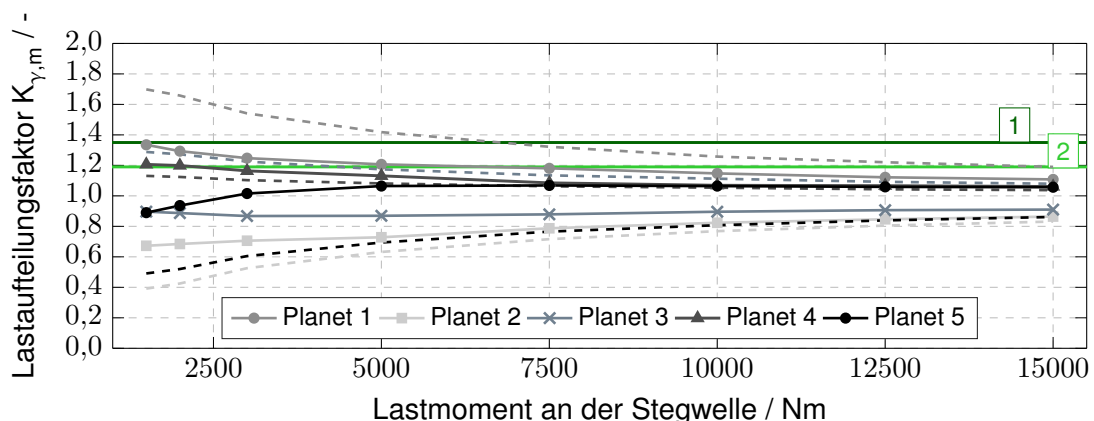


**Bild 7.1:** Lastaufteilungsfaktoren  $K_{\gamma,i,m}$  der Referenzvariante (DSVref) bei  $150 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl. Symbole: —Messung, - - -Simulation, 1  $K_{\gamma}$  nach BS EN 61400-4 [Bri13], DNVGL-CG-0036 [DNV15] und GCWT [Ger10], 2  $K_{\gamma}$  nach AGMA 6123-C16 [Ame16]

Mit zunehmender Last nähert sich die Lastaufteilung dem Idealwert von 1,0 an. Die Ergebnisse der Simulation liegen in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten und bestätigen den Modellierungsansatz des Berechnungsmodells sowie die primäre Abhängigkeit der Lastaufteilung von den Fertigungsabweichungen des Planetenträgers. Zusätzlich sind in **Bild 7.1** die Empfehlungswerte des Lastaufteilungsfaktors unterschiedlicher Normen als horizontale Linien eingezeichnet. Für die nominelle Last von  $15000 \text{ Nm}$  liegen sowohl die experimentell als auch rechnerisch ermittelten Faktoren  $K_{\gamma,i,m}$  der Variante DSVref unterhalb beider Grenzlinien.

#### Tangentialer Planetenpositionsfehler

**Bild 7.2** zeigt die Lastaufteilung der Variante DSVppf65, die einen zusätzlichen positiven tangentialen Planetenpositionsfehler von  $65 \mu\text{m}$  am Planeten 1 aufweist.



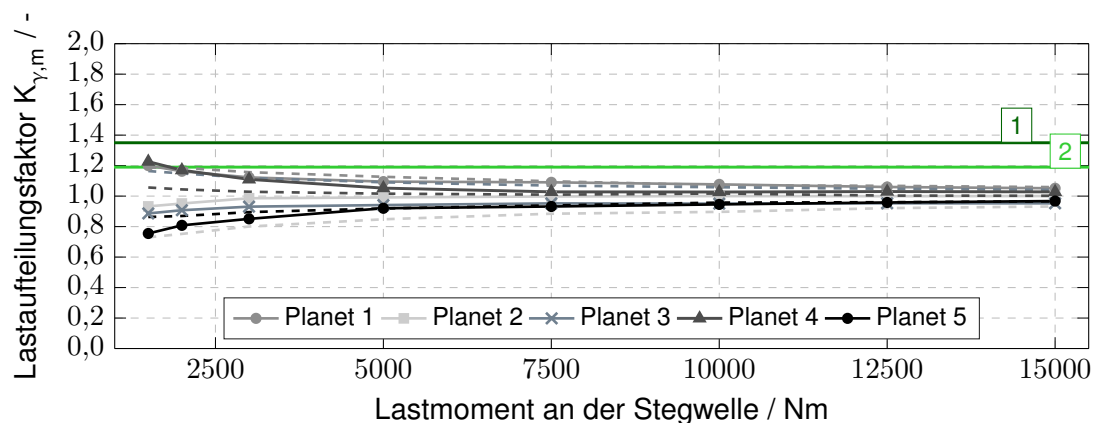
**Bild 7.2:** Lastaufteilungsfaktoren  $K_{\gamma,i,m}$  der Planetenoffsetvariante (DSVppf65) bei  $150 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl. Symbole: —Messung, - - -Simulation, 1  $K_{\gamma}$  nach BS EN 61400-4 [Bri13], DNVGL-CG-0036 [DNV15] und GCWT [Ger10], 2  $K_{\gamma}$  nach AGMA 6123-C16 [Ame16]



Der Planetenpositionsfehler bewirkt einen verfrühten Eingriff des Planeten durch die Veränderung des Stegteilungswinkels. Die größten Unterschiede ergeben sich im Niedriglastbereich bis 5000 Nm. Der mittlere Lastaufteilungsfaktor von Planet 1 nimmt im Vergleich zu DSVref zu, die relative Anordnung der Lastaufteilungsfaktoren bleibt jedoch vergleichbar. Die benachbarten Planeten von Planet 1 werden erwartungsgemäß stärker entlastet. Mit zunehmender Last und einhergehender elastischer Verformung der Getriebekomponenten verbessert sich die Lastaufteilung und nimmt unter maximaler Last vergleichbare Werte zu DSVref an. Die Simulationsergebnisse zeigen im Niedriglastbereich die größte Abweichung zu den Messwerten. Dies ist auf die Modellierungsgrenzen des Berechnungsmodells zurückzuführen, da nicht alle Bauteile vollständig vermessen und in der Berechnung berücksichtigt sind und die Lastaufteilung bei niedrigen Lasten signifikant von der geometrischen Lage der Getriebekomponenten, der Bauteiltoleranzen und Spiele abhängig ist. Berechnung und Messung zeigen bei hoher Last eine gute Übereinstimmung, da das elastische Verformungsverhalten rechnerisch gut abgebildet wird. Für die nominelle Last liegen Messung und Berechnung ebenfalls unterhalb beider Grenzl意思ien der Normen.

### Exzentrizität des Hohlrades

**Bild 7.3** zeigt die Ergebnisse der Lastaufteilung der Variante DSVhe120 mit einer Exzentrizität des Hohlrades von 120  $\mu\text{m}$  in vertikaler Richtung, die sich für jeden Planeten als stegwinkelpositionsabhängige Achsabstands- und Stegteilungswinkeländerung auswirkt. Im Vergleich zum tangentialen Planetenpositionsfehler resultiert ein niedrigerer Maximalwert der mittleren Lastaufteilung, da sich die Hohlradexzentrizität auf alle Planeten nahezu identisch auswirkt und der Einfluss infolge der Mittelung über mehrere Stegrotationen ausgeglichen wird. Jedoch nimmt die Belastung am Planet 4 geringfügig zu und Planet 5 wird entlastet.

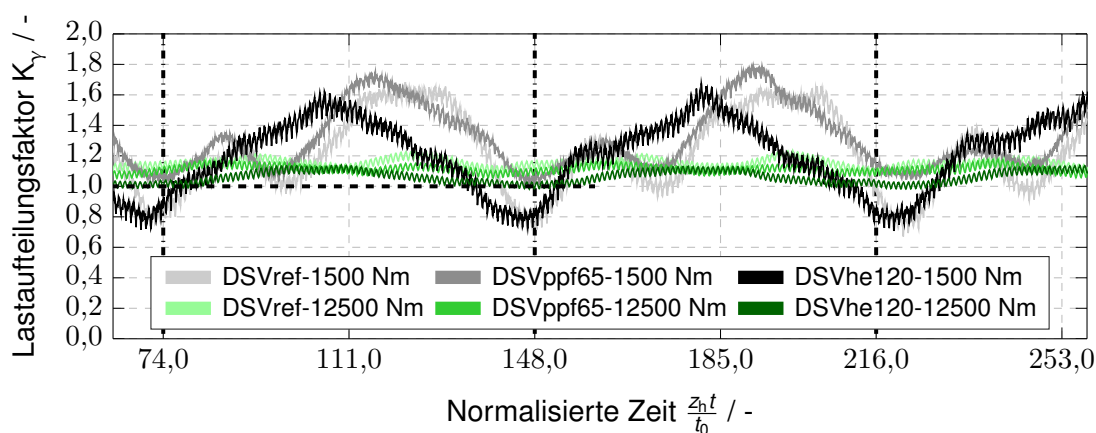


**Bild 7.3:** Lastaufteilungsfaktoren  $K_{\gamma,i,m}$  der Hohlradoffsetvariante (DSVhe120) bei  $150 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl. Symbole: — Messung, - - - Simulation, 1  $K_{\gamma}$  nach BS EN 61400-4 [Bri13], DNVGL-CG-0036 [DNV15] und GCWT [Ger10], 2  $K_{\gamma}$  nach AGMA 6123-C16 [Ame16]

Wie bei den Varianten DSVref und DSVppf65 ist der Trend zu einer gleichmäßigeren mittleren Lastverteilung mit zunehmender Last ebenfalls vorhanden. Dabei wird bereits bei geringeren

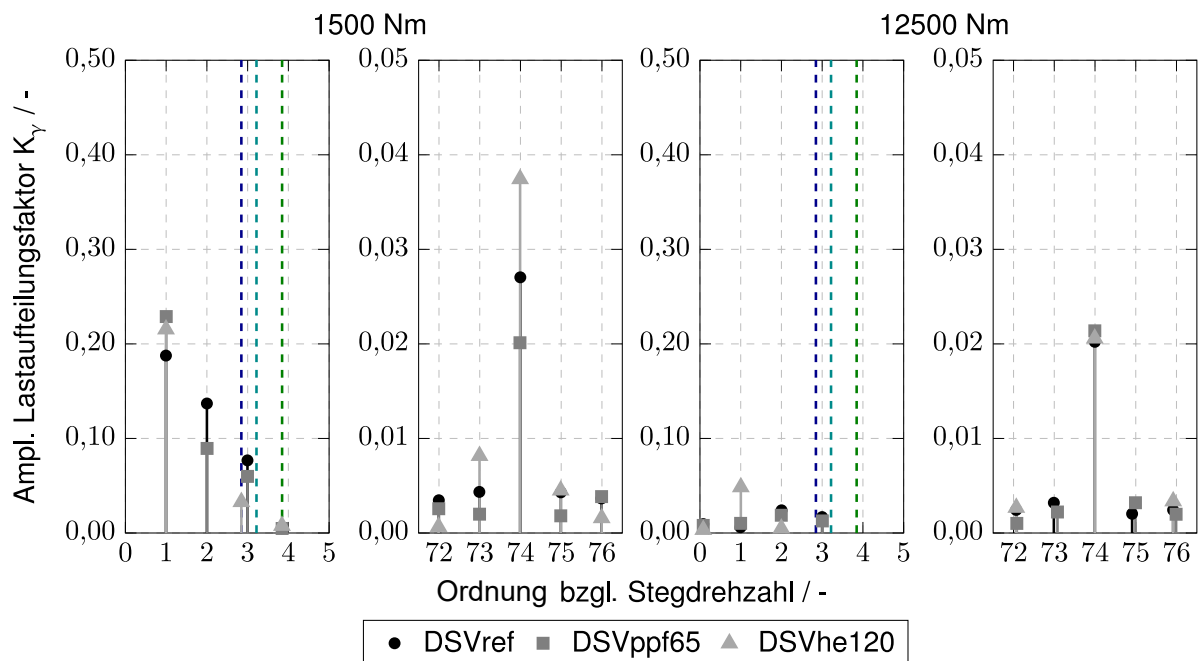
Lasten eine deutlich gleichmäßigere mittlere Lastverteilung im Vergleich zu den anderen Varianten erreicht. Die Berechnungsergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung zur Messung. Die im Vergleich zu den anderen Varianten deutlich gleichmäßigere Lastaufteilung bei 15000 Nm kann durch eine vorteilhafte Kombination der vorliegenden Abweichungen erklärt werden.

Für eine detailliertere Analyse der Lastaufteilung und deren Einflussgrößen sind in **Bild 7.4** der zeitliche Verlauf des Lastaufteilungsfaktors von Planet 1 und in **Bild 7.5** das jeweils dazugehörige Spektrum aller Varianten für die beiden Lasten 1500 Nm und 12500 Nm dargestellt. Dabei kennzeichnen die senkrechten Linien in **Bild 7.4** die zeitliche Dauer einer Planetenträgerrotation. Die unterschiedlichen Konfigurationen DSVref, DSVppf65 und DSVhe120 zeigen bei 1500 Nm charakteristische Eigenschaften im Zeit- und Frequenzbereich. Lokale Maxima und Minima des zeitlichen Verlaufs des Lastaufteilungsfaktors von DSVref und DSVppf65 stimmen gut bezüglich der zeitlichen Abfolge überein. Dabei weist DSVppf65 erwartungsgemäß höhere Werte auf. Durch die Hohlradexzentrizität verändert sich die Gestalt des zeitlichen Verlaufs der Lastaufteilung. Planet 1 zeigt infolge der Positionsabweichung des Hohlrades eine dominanter Abhängigkeit der Lastaufteilung von der Planetenträgerrotation durch die mit der Drehfrequenz der Stegwelle periodischen Be- und Entlastung. Lokale Maxima der anderen Varianten verschwinden nahezu. Bei 12500 Nm werden die charakteristischen Merkmale der einzelnen Konfigurationen aufgrund der größeren elastischen Verformungen reduziert. Der Einfluss des Zahneingriffs erscheint im zeitlichen Verlauf für alle Varianten deutlich untergeordnet.



**Bild 7.4:** Zeitlicher Verlauf des Lastaufteilungsfaktors  $K_{\gamma,1,m}$  von Planet 1 der Varianten DSVref, DSVppf65 und DSVhe120 bei  $150 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl und  $1500 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle. Der zeitliche Abstand zwischen den schwarzen vertikalen Linien entspricht einer Umdrehung des Planetenträgers

Die Ordnungsdiagramme in **Bild 7.5** zeigen die relevanten Amplituden des Lastaufteilungsfaktors sowohl für den Bereich der Wellenordnungen (1. – 5. Ordnung) als auch für die erste Zahneingriffsordnung (74. Ordnung). Die 1. Stegordnung und deren Höherharmonische weisen um ca. den Faktor 5 höhere Amplituden im Vergleich zur Zahneingriffsordnung auf. Die farblich markierten nicht-ganzzahligen Ordnungen stellen die Sonnen-, Planeten- und Wälzdrehzahlordnungen dar und sind den Stegordnungen untergeordnet.



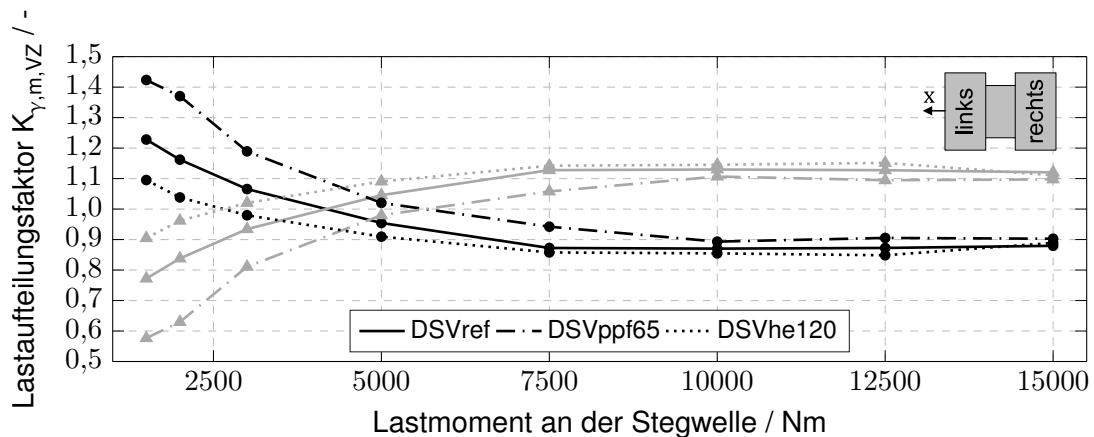
**Bild 7.5:** Amplituden des Lastaufteilungsfaktors  $K_{\gamma,1,m}$  für Planet 1 der Varianten DSVref, DSVppf65 und DSVhe120 bei  $150 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl sowie  $1500 \text{ Nm}$  und  $12500 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle (nur relevante Ordnungen dargestellt). Nicht-ganzzahlige Ordnungen: - - -: 1. Wälzdrehzahlord., - - -: 1. Planetendrehzahlord. (rel.), - - -: 1. Sonnendrehzahlord.

Für die Variante DSVhe120 ist die 1. Stegordnung fast ausschließlich dominierend, übersteigt jedoch nicht die anderen Varianten, die ein breiteres Ordnungsspektrum der Wellenordnungen aufweisen. Im Bereich der Zahneingriffsordnung zeigt die Variante DSVhe120 größere Amplituden, die auf eine verstärkte Lastschwankung im Zahneingriff infolge der stegwinkelpositionen-abhängigen Achsabstands- und Stegteilungswinkeländerung hinweisen. Durch Erhöhung der Last sinken sowohl die Amplituden der Wellenordnungen als auch die der Eingriffsordnung und Unterschiede in den Amplituden zwischen den jeweiligen Varianten reduzieren sich. Die Amplitude der 1. Stegordnung verschwindet nahezu für die Varianten DSVref und DSVppf unter hoher Last, während der Einfluss der Hohlradexzentrizität weiterhin, jedoch mit reduziertem Ausmaß, bestehen bleibt. Aufgrund der steifen Konstruktion des Hohlradträgers reicht die elastische Deformation nicht aus, um die exzentrische Lage des Hohlrades auszugleichen. Die Amplituden der 1. Zahneingriffsordnung aller Varianten gleichen sich bei hoher Last an, sodass eine gleichmäßige Belastung der Zahneingriffe angenommen werden kann. Für die anderen Planeten ergeben sich vergleichbare Verläufe.

### Lastaufteilung auf die Verzahnungshälften

Neben der Lastaufteilung auf die Teilleistungsstränge stellt im Fall von Doppelschrägverzahnungen ebenfalls die Lastaufteilung auf die zwei separaten Verzahnungshälften ein wichtiges Bewertungskriterium dar. **Bild 7.6** zeigt den über alle fünf Planeten gemittelten Lastaufteilungsfaktor auf die Verzahnungshälften  $K_{\gamma,m,VZ}$  der Varianten DSVref, DSVppf65 und DSVhe120. Alle Varianten zeigen eine ähnliche Tendenz des Lastaufteilungsverhaltens auf die Verzahnungs-

hälften mit unterschiedlich ausgeprägten Maximalwerten. Unter geringer Last ( $< 1500 \text{ Nm}$ ) erfährt die rechte Verzahnungshälfte eine höhere Belastung. Dabei ist die Ungleichmäßigkeit bei Variante DSVppf65 am größten und für DSVhe120 am geringsten. Durch Vergrößerung der Last auf  $4000 \text{ Nm}$  bis  $5000 \text{ Nm}$  nähert sich die Lastaufteilung dem Idealwert von  $1,0$  an, bei dem beide Verzahnungshälften gleichmäßig belastet sind. Ab  $5000 \text{ Nm}$  dreht sich die Ungleichmäßigkeit der Belastung um, sodass die linke Verzahnungshälfte stärker belastet ist. Der Anstieg der ungleichmäßigen Belastung bei Lasten ab  $5000 \text{ Nm}$  verläuft dabei asymptotisch und nähert sich einem Lastaufteilungsverhältnis von  $1,1 / 0,9$  an.



**Bild 7.6:** Lastaufteilungsfaktor  $K_{\gamma,m,vz}$  (gemittelt über alle Planeten) der rechten und linken Verzahnungshälfte der Varianten DSVref, DSVppf65 und DSVhe120 bei  $150 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl. • rechte Verzahnungshälfte, ▲ linke Verzahnungshälfte

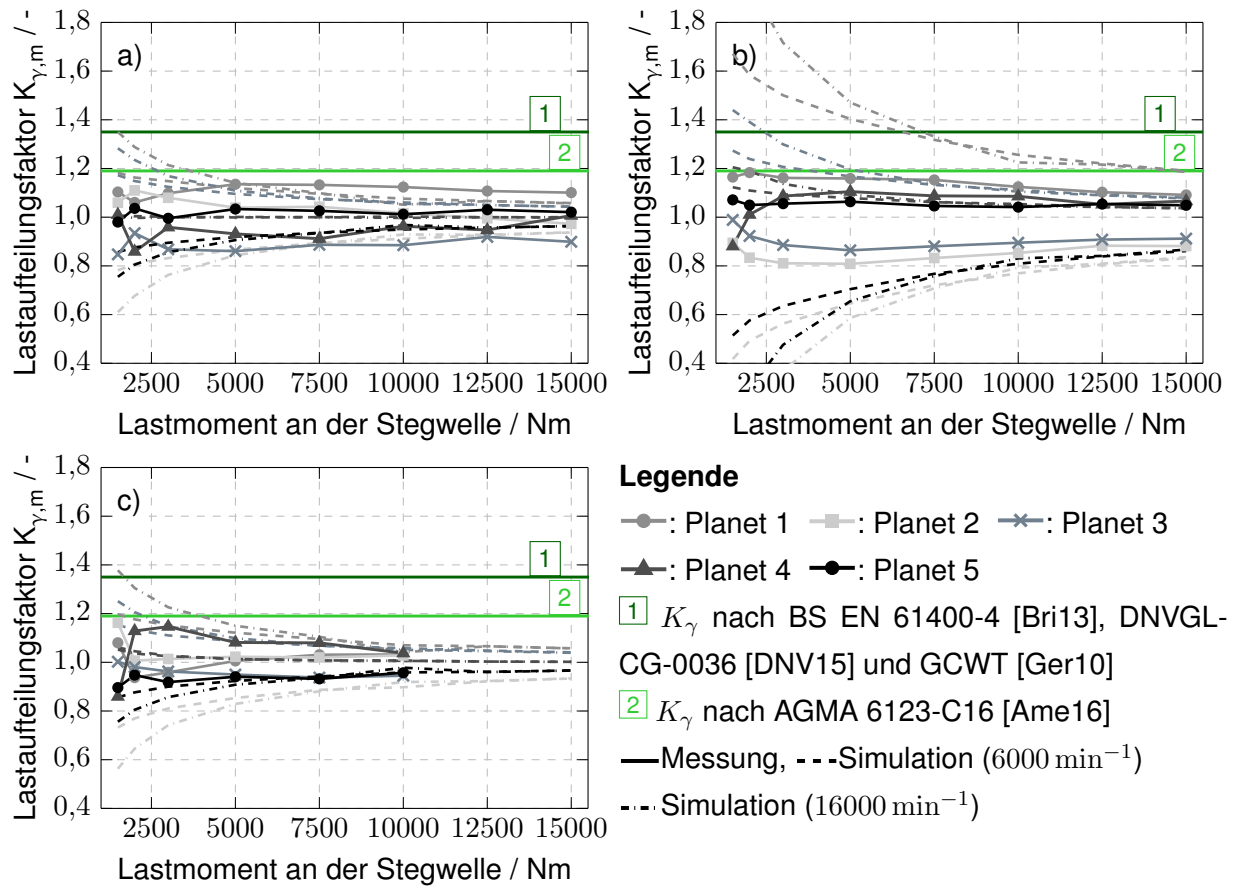
Die ungleichmäßige Lastaufteilung im Niedriglastbereich lässt sich auf die Fertigungsabweichungen der Getriebekomponenten zurückführen. Bereits die Referenzvariante DSVref weist Positionsabweichungen der Bohrungen im Planetenträger zur Positionierung der Planetenbolzen auf, die zu einer Schiefstellung der Planetenbolzen sowie Planetenräder führen. Dieser Effekt wird durch einen zusätzlichen Planetenpositionsfehler der Variante DSVppf65 verstärkt, da sich hierdurch zusätzlich die Lastaufteilung auf die Planeten insbesondere bei niedrigen Lasten verschlechtert. Die bessere Lastaufteilung der Variante DSVhe120 kann anhand der Messposition sowie der Wirkrichtung der Hohlradexzentrizität erklärt werden. Die Messposition im Zahnfuß erfolgt bei der Winkelposition  $0^\circ$  am Hohlrad (vgl. **Bild 6.11**). Dies entspricht ebenfalls der Position mit der größten Achsabstandsänderung (ohne Stegteilungsfehler) infolge der Hohlradexzentrizität (Verschiebung des Mittelpunkts in negative z-Richtung). Da Evolventenverzahnungen robust gegenüber Achsabstandsänderungen sind, lässt sich die gleichmäßigere Lastaufteilung auf die Verzahnungshälften der Variante DSVhe120 durch eine günstige Überlagerung der unterschiedlichen Fertigungs- und Montageabweichungen erklären. Die Schiefstellung wird bei höherer Last durch elastische Verformungen kompensiert. Die anschließende Verschlechterung der Lastaufteilung ab  $5000 \text{ Nm}$  kann auf die Torsionsverformung des Getriebes in Abhängigkeit der Drehmomenteinleitung und -ausleitung im Prüfgetriebe zurückgeführt werden. Da

die Leistungszufuhr und -abfuhr über die Sonnen- und Stegwelle konstruktionsbedingt auf der selben Prüfstandsseite erfolgt, gleicht sich die Torsionsverformung der Wellen nicht aus. Um den Effekt zumindest teilweise zu kompensieren, ist das Sonnenrad auf der vom Antriebsmotor abgewandten Seite des Radkörpers (vgl. **Bild 6.2**) über eine Zahnwellenverbindung mit der Sonnenwelle verbunden. Infolge der unterschiedlichen Torsionssteifigkeit von Sonnenwelle und Planetenträger sowie überlagerter Planetenbolzenschiefstellung besteht weiterhin eine geringe resultierende ungleichmäßige Lastaufteilung auf die Verzahnungshälften.

### 7.1.2 Lastaufteilung unter dynamischen Betriebsbedingungen

Unter dynamischen Betriebsbedingungen des Getriebes entstehen relevante dynamische Zusatzkräfte sowie Anregungen aus den Verzahnungen und rotierenden Komponenten, die das Lastaufteilungsverhalten des Planetengetriebes beeinflussen und im Vergleich zu quasi-statischen Bedingungen verändern können. Zur Darstellung der Unterschiede wird nachfolgend die Lastaufteilung bei der höchsten Drehzahlstufe D8 ( $6000 \text{ min}^{-1}$ ) betrachtet, da unter diesen Randbedingungen der größte Drehzahleinfluss zu erwarten ist. Zunächst werden die mittleren Lastaufteilungsfaktoren  $K_{\gamma,i,m}$  der Planeten und Verzahnungshälften dargestellt und anschließend der Drehzahleinfluss anhand charakteristischer Kennwerte analysiert. Anhand von Schwingungsmessungen bei Drehzahlhochläufen wird sichergestellt, dass bei den betrachteten Betriebspunkten ausreichend Abstand zu Hauptresonanzstellen vorliegt.

In **Bild 7.7** sind die mittleren Lastaufteilungsfaktoren  $K_{\gamma,i,m}$  der Varianten DSVref, DSVppf65 und DSVhe120 über eine Versuchslaufzeit von  $90 \text{ s}$  bei einer Sonnenwellendrehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  dargestellt. Die Beschleunigungsphasen sowie Einschwingvorgänge sind nicht berücksichtigt. Die jeweiligen Diagramme enthalten ebenfalls die Ergebnisse der Simulation bei  $6000 \text{ min}^{-1}$  sowie  $16000 \text{ min}^{-1}$ , die im Vergleich zur quasi-statischen Rechnung nun zusätzlich Zentrifugalkräfte infolge der exzentrisch rotierenden Getriebekomponenten berücksichtigt. Der Vergleich mit den quasi-statischen Ergebnissen in **Bild 7.1**, **Bild 7.2** und **Bild 7.3** zeigt eine verbesserte Lastaufteilung, insbesondere bei niedrigen Lasten. Auch für die abweichungsbehafteten Varianten DSVppf65 und DSVhe120 liegt der maximale Lastaufteilungsfaktor unterhalb des zulässigen Wertes für  $K_{\gamma}$  nach AGMA 6123-C16 [Ame16]. Der Effekt einer gleichmäßigeren Lastaufteilung infolge einer moderat gesteigerten Drehzahl ist ebenfalls in den Berechnungsergebnissen geringfügig erkennbar und kann anhand der zusätzlichen Zentrifugalkraftbelastungen erklärt werden. Die Zentrifugalkraft infolge der Planetenträgerrotation wirkt auf die einzelnen Planeten und wird von der Planetenlagerung und dem Planetenbolzen aufgenommen. Am Planetenbolzen ergibt sich somit eine kombinierte resultierende Bolzenkraft aus der radial angreifenden Zentrifugalkraft und der tangential wirkenden Verzahnungskraft. In Abhängigkeit des Lastmoments und der Drehzahl resultiert eine variable Wirkrichtung der resultierenden Bolzenkraft, die mit Hilfe des Winkels  $\xi_{\text{res}}$  zwischen resultierender Kraft und tangentialer Verzahnungskraft beschrieben werden kann.



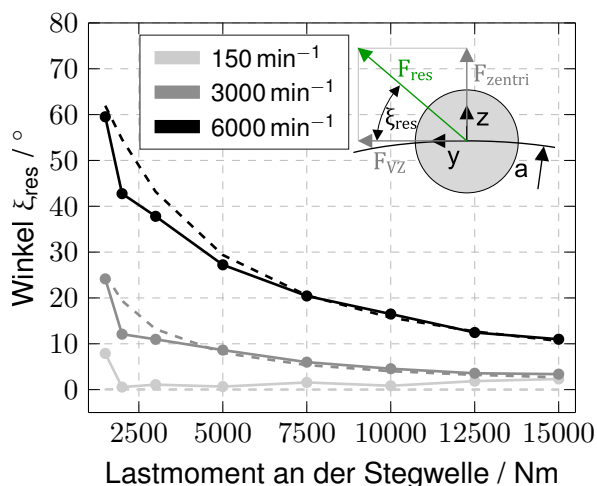
**Bild 7.7:** Lastaufteilungsfaktoren  $K_{\gamma,i,m}$  der Varianten DSVref a), DSVppf65 b) und DSVhe120 c) bei  $6000 \text{ min}^{-1}$  sowie  $16000 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl

**Bild 7.8** zeigt den Winkel  $\xi_{\text{res}}$  für drei unterschiedliche Drehzahlen über den Lastbereich des Getriebes aus vereinfachter Berechnung nach **Formel (7.1)** und kombinierter Dehnungsmessung in radialer und tangentialer Richtung am Bolzen. Die gute Übereinstimmung bestätigt den maßgeblichen Zusammenhang zwischen Verzahnungs- und Zentrifugalkraft sowie die untergeordnete Rolle von Abweichungen, Lagersteifigkeit und Lagerspiel. Bei niedrigen Lasten dominiert der Anteil der Zentrifugalkraft und nimmt mit zunehmenden Lastmoment ab. Bei sehr hohen Drehzahlen bleibt auch ein nicht zu vernachlässigender Drehzahleinfluss bestehen. Aufgrund der geringen Sensitivität von Evolventenverzahnungen gegenüber Achsabstandsänderungen wirkt sich die Zentrifugalbelastung hauptsächlich auf das Lagerspiel und die Lagersteifigkeit der Planeten aus. In den experimentellen Ergebnissen zeichnet sich eine begünstigende Wirkung der Zentrifugalbelastung bis zu einer Sonnendrehzahl von  $6000 \text{ min}^{-1}$  insbesondere bei niedrigen Lasten ab. Hier führt die Zentrifugalkraft zu einer gleichmäßigeren Überwindung des Lagerspiels und elastischer Planetenbolzenverformung im Fall einer geminderten Planetenbelastung aufgrund ungleichmäßiger Lastaufteilung. Durch den quadratischen Anstieg der Zentrifugalkraft wird die Zentrifugalbelastung bei hohen Drehzahlen zur bestimmenden Kraftgröße. Dies resultiert bereits bei niedrigen Lasten in einer hohen Planetenlagersteifigkeit. **Bild 7.9** enthält die mit RIKOR und dem Programm LAGER2 berechneten Planetenlagersteifigkeiten in Abhängig-

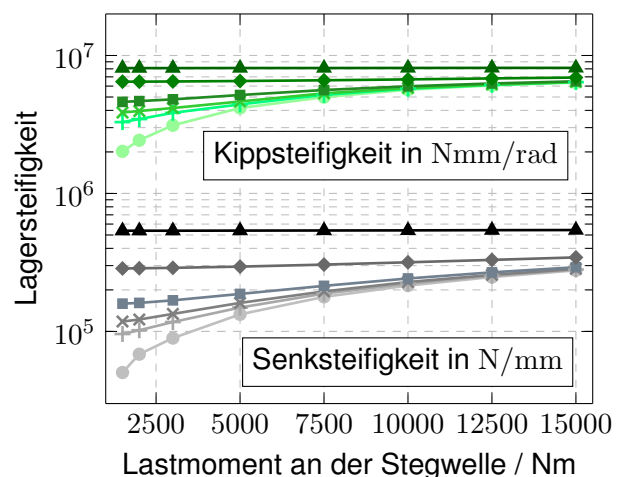
keit von Last und Drehzahl. Ab Sonnendrehzahlen von  $16000 \text{ min}^{-1}$  ist keine Lastabhängigkeit von Dreh- und Senksteifigkeit mehr zu erkennen. Bereits bei geringen Lasten nimmt die Lagersteifigkeit sehr hohe Werte an und ein Ausgleich von Fertigungsabweichungen durch eine Lagerverformung ist nur noch begrenzt möglich. Daraus resultiert eine schlechtere Lastaufteilung bei niedrigen Lasten. In **Bild 7.7** sind zusätzlich die berechneten mittleren Lastaufteilungsfaktoren bei einer Sonnenwellendrehzahl von  $16000 \text{ min}^{-1}$  (---) enthalten und zeigen den negativen Einfluss höherer Drehzahlen bei niedrigen Lasten auf die Lastaufteilung.

$$\xi_{\text{res}} = \arctan\left(\frac{F_{VZ}}{F_{\text{zentri}}}\right) \quad \text{mit} \quad F_{VZ} = \frac{T_t}{N \cdot a} \quad \text{und} \quad F_{\text{zentri}} = m_p \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n_t}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}}\right)^2 \cdot a \quad (7.1)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$F_{\text{zentri}}, F_{VZ}$	N	Zentripetalkraft, Verzahnungskraft am Bolzen
$\xi_{\text{res}}$	°	Winkel zwischen Kraftresultierender und $F_{VZ}$
$m_p$	kg	Masse eines Planeten
$n_t$	$\text{min}^{-1}$	Drehzahl Planetenträger
$T_t$	Nm	Lastmoment an der Stegwelle
$a$	m	Achsabstand
$N$	–	Anzahl Planeten



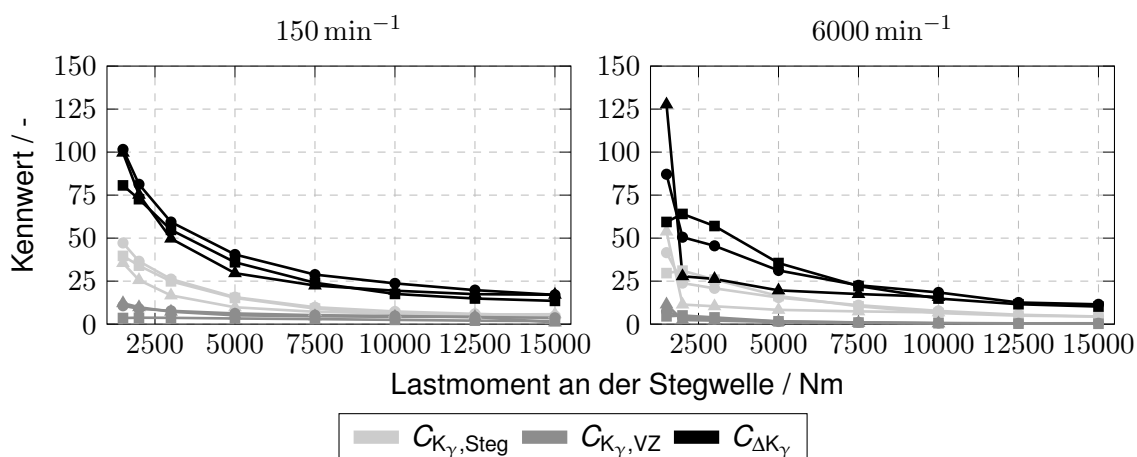
**Bild 7.8:** Winkel  $\xi_{\text{res}}$  zwischen der Gesamtkraft aus Verzahnungs- und Zentrifugalkraft am Planetenbolzen und der theoretischen tangentialen Wirkrichtung der Verzahnungskraft in Abhängigkeit von Last und Drehzahl. Symbole: —Messung, ---Berechnung



**Bild 7.9:** Senk- und Kippsteifigkeit der Planetenlagerung (Typ FAG NU2206-E-XL-TVP2) in Abhängigkeit von Last und Sonnenwellendrehzahl:  $\blacktriangle$ :  $32000 \text{ min}^{-1}$ ,  $\blacklozenge$ :  $16000 \text{ min}^{-1}$ ,  $\blacksquare$ :  $10000 \text{ min}^{-1}$ ,  $\times$ :  $8000 \text{ min}^{-1}$ ,  $+$ :  $6800 \text{ min}^{-1}$ ,  $\bullet$ :  $150 \text{ min}^{-1}$

**Bild 7.10** zeigt den Vergleich der Kennwerte  $C_{K\gamma, \text{Steg}}$ ,  $C_{K\gamma, VZ}$  und  $C_{\Delta K\gamma}$  nach **Formel (4.6)**, **Formel (4.7)** und **Formel (4.8)** für die Sonnendrehzahlen  $150 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$ . Sowohl unter quasi-statischen als auch dynamischen Betriebsbedingungen nimmt die Schwankungs-

breite des Lastaufteilungsfaktors ( $C_{\Delta K_\gamma}$ ) mit zunehmender Last erheblich ab und es zeigt sich ein von der Drehzahl nahezu entkoppeltes Verhalten. Bei niedriger Last liegt das Amplitudenmaximum der Lastaufteilung des am höchst belasteten Planeten bei  $1,43 \cdot K_{\gamma,i,m}$ . Bei Nennlast von  $15000 \text{ Nm}$  reduziert sich die Amplitude zu  $1,08 \cdot K_{\gamma,i,m}$ , jedoch überschreitet der Maximalwert  $K_{\gamma,\max}$  damit den Grenzwert nach AGMA 6123-C16 [Ame16]. Die Planetenträgerrotation ( $C_{K_\gamma,\text{Steg}}$ ) hat den höchsten Einfluss auf die zeitliche Schwankung der Lastaufteilung. Eine Verringerung der Abweichungen am Planetenträger führt zu einer direkten Reduzierung der Schwankung von  $K_{\gamma,i}$ . Der Zahneingriff ( $C_{K_\gamma,\text{VZ}}$ ) zeigt eine deutlich untergeordnete Rolle. Für Lasten oberhalb von  $2500 \text{ Nm}$  ist dieser über den gesamten Drehzahlbereich (außerhalb von Resonanzgebieten) vernachlässigbar.  $C_{K_\gamma,\text{VZ}}$  nimmt bei  $6000 \text{ min}^{-1}$  Sonnendrehzahl sogar niedrigere Werte im Vergleich zum quasi-statischen Betrieb an. Dies liegt in guter Übereinstimmung mit der positiven Wirkung der Zentrifugalkraft auf die Lastaufteilung (siehe **Bild 7.7 a**).

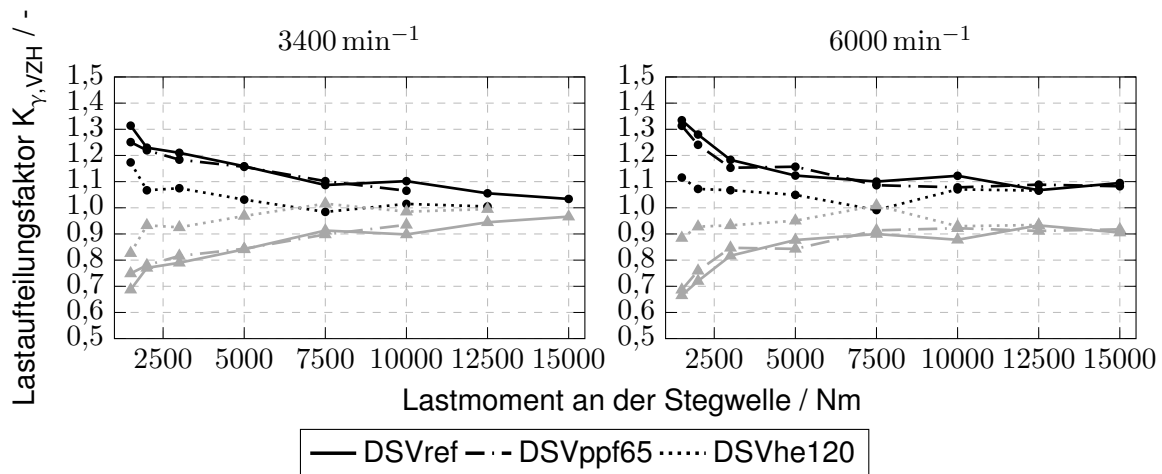


**Bild 7.10:** Kennwerte  $C_{K_\gamma,\text{Steg}}$ ,  $C_{K_\gamma,\text{VZ}}$  und  $C_{\Delta K_\gamma}$  der Varianten DSVref (●), DSVppf65 (■) und DSVhe120 (▲) bei  $150 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl

### Lastaufteilung auf die Verzahnungshälften

**Bild 7.11** zeigt den über alle 5 Planeten gemittelten Lastaufteilungsfaktor auf die Verzahnungshälften  $K_{\gamma,m,\text{VZ}}$  der Varianten DSVref, DSVppf65 und DSVhe120 für die Sonnenwellendrehzahlen  $3400 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$ . Im Vergleich zu den quasi-statischen Messergebnissen (vgl. **Bild 7.6**) zeigen sich übereinstimmende Tendenzen wie für die Lastaufteilung der Planeten. Die Zentrifugalkraft zeigt eine unterstützende Wirkung zum Ausgleich von Lastungleichmäßigkeiten. Im Bereich niedriger Lasten ( $< 5000 \text{ Nm}$ ) wird die Auswirkung des Planetenpositionsfehler der Variante DSVppf65 über den gesamten Drehzahlbereich deutlich reduziert und die Varianten DSVref und DSVppf65 weisen zusammenfallende  $K_{\gamma,m,\text{VZ}}$ -Werte auf. Für höhere Lasten ergibt sich zunächst bis zu einer Drehzahl von ca.  $3000 \text{ min}^{-1}$  eine Verbesserung der Lastverteilung und beide Verzahnungshälften aller Varianten tragen nahezu identische Lastanteile bei Nennlast. Für höhere Drehzahlen wird die Lastaufteilung auf die Verzahnungshälften erneut ungleichmäßiger, jedoch erfolgt dabei keine Lastrichtungsumkehr und das Verhältnis von  $1,1 / 0,9$  wird nicht überschritten.



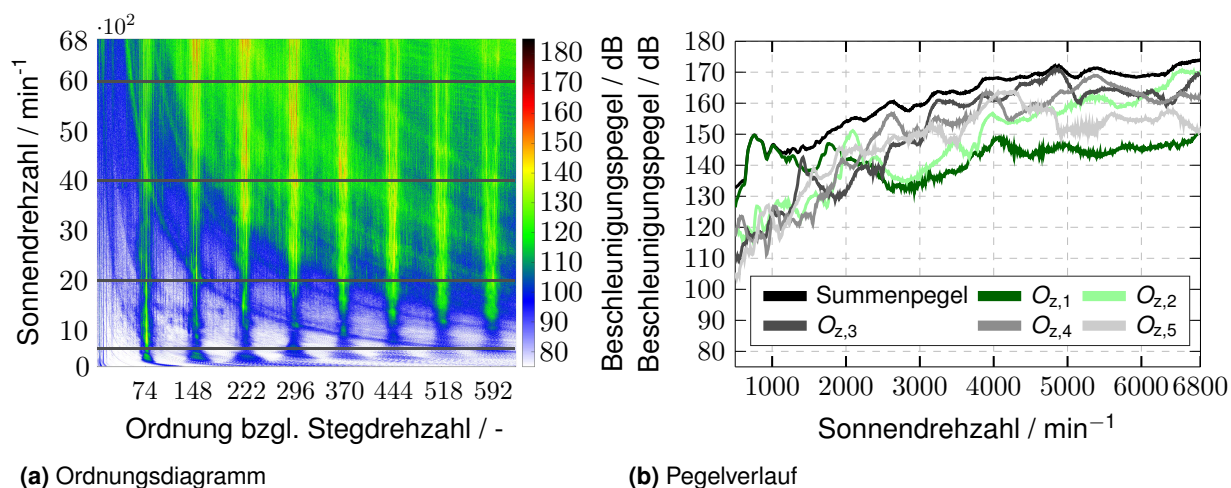


**Bild 7.11:** Lastaufteilungsfaktor (gemittelt über alle Planeten) der rechten und linken Verzahnungshälfte der Varianten DSVref, DSVppf65 und DSVhe120 bei 3400 min<sup>-1</sup> und 6000 min<sup>-1</sup> Sonnenwendrehzahl. ● rechte Verzahnungshälfte, ▲ linke Verzahnungshälfte

## 7.2 Ergebnisse der Beschleunigungsmessung

Im folgenden Kapitel wird das charakteristische Anregungs- und Modulationsverhalten des doppelschrägverzahnten Planetengetriebes anhand von Beschleunigungsmessungen untersucht. Dabei stehen unterschiedliche Betriebsbedingungen sowie Fertigungs- und Montageabweichungen und der daraus resultierenden Lastaufteilung (siehe **Abschnitt 7.1**) im Fokus.

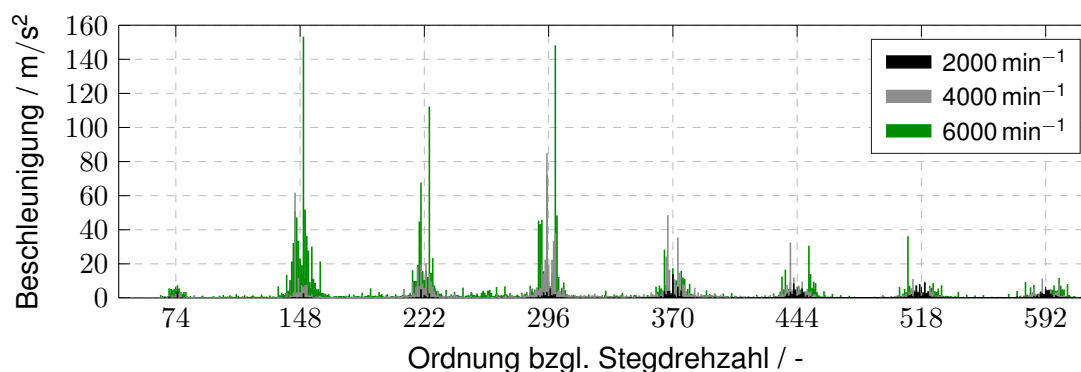
Die Auswahl geeigneter Betriebspunkte erfolgt auf Basis von Schwingungsmessungen bei Drehzahlhochläufen. **Bild 7.12a** zeigt das exemplarische Ordnungdiagramm der Radialbeschleunigung am Hohlrad (Umfangsposition 0°) für ein Lastmoment von 10000 Nm an der Stegwelle. Die horizontalen Linien bei Sonnendrehzahlen von 2000 min<sup>-1</sup>, 4000 min<sup>-1</sup> und 6000 min<sup>-1</sup> stellen die diskreten Drehzahlen zur Analyse des Schwingungs- und Modulationsverhalten dar. Die Betriebspunkte wurden so ausgewählt, dass insbesondere für niedrige Eingriffsordnungen keine Resonanzstellen vorliegen, sodass Verzerrungen des Frequenzspektrums vermieden werden. Der Betriebspunkt bei 500 min<sup>-1</sup> dient zusätzlich als quasi-statischer Vergleichspunkt, da aufgrund der geringen Drehzahl Schwingungsüberhöhungen infolge des dynamischen Betriebsverhaltens als vernachlässigbar einzuschätzen sind. Für andere Lasten wird ebenfalls ein ausreichend großer Abstand der verwendeten Analysepunkte gegenüber Schwingungsüberhöhungen sichergestellt. Dem gegenüber ist in **Bild 7.12b** der zugehörige Verlauf des Summenpegels sowie die zahneingriffsordnungsspezifische Untergliederung dargestellt. Hieraus wird die Zusammensetzung des Anregungsspektrums deutlich. Bis 1400 min<sup>-1</sup> dominiert die 1. Zahneingriffsordnung. Für höhere Drehzahlen wechseln sich die Höherharmonischen der Zahneingriffsordnung ab. Daraus resultiert ein deutlich betriebspunktabhängiges Anregungsspektrum, da nicht eine Zahneingriffsordnung über den gesamten Drehzahlbereich hervortritt (vgl. Stirnradstufe). Dies stellt insbesondere hohe Anforderungen an anregungsoptimierte Korrekturen aus Standardkorrekturformen, da eine gezielte Optimierung unterschiedlicher Zahneingriffsordnungen nur schwer möglich ist.



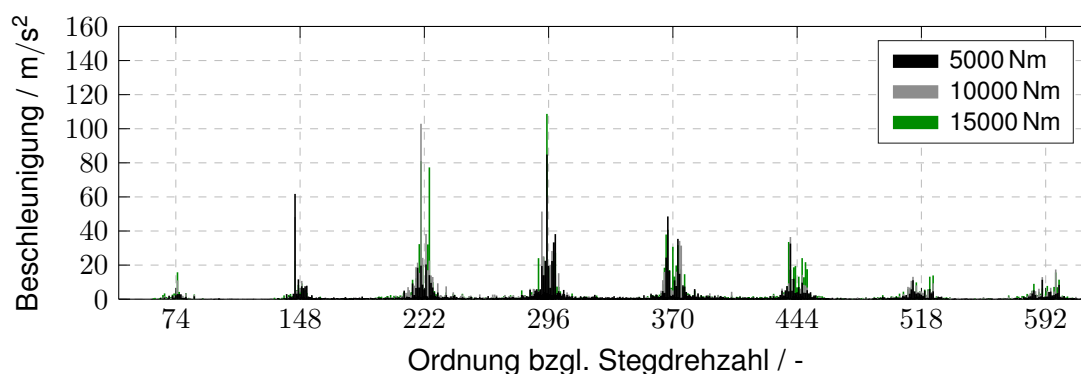
**Bild 7.12:** Ordnungsdigramm und Pegelverlauf der Radialbeschleunigung am Hohlrad aus einem Drehzahlhochlauf bei 10000 Nm Lastmoment an der Stegwelle

Aus Gründen der Übersichtlichkeit bei der Ergebnisdarstellung werden nachfolgend nicht alle Messergebnisse aller Beschleunigungssensoren dargestellt. Der Einfluss der Sensorposition ( $0^\circ$ ,  $120^\circ$  und  $240^\circ$  auf Vorder- und Rückseite des Hohlrades) auf die Beschleunigungsmessung ist vernachlässigbar. Die Maximalwerte der ordnungsspezifischen Amplituden unterscheiden sich geringfügig, jedoch ist das relative Verhältnis und die Verteilung der Seitenbandamplituden zwischen den unterschiedlichen Sensoren übereinstimmend. Daher werden, wenn nicht anders angegeben, die Messergebnisse der Sensoren der  $0^\circ$ -Position auf der Vorderseite des Hohlrades bei der Ergebnisdarstellung herangezogen.

**Bild 7.13** und **Bild 7.14** zeigen die Ordnungsspektren der Radialbeschleunigung am Hohlrad bei Variation von Lastmoment und Sonnendrehzahl und spiegeln den grundsätzlichen Einfluss der Betriebsparameter auf die Schwingungsanregung wider. Bei allen Spektren sind der 1. Zahneingriffsordnung im Vergleich zu den Höherharmonischen über den ganzen Betriebsbereich vernachlässigbare Amplituden zuzuordnen, was auf den sequentiellen Zahneingriff (siehe auch **Abschnitt 2.3.3**) zurückzuführen ist. Die Gegenüberstellung der unterschiedlichen Betriebsparameter zeigt zudem eine deutlich höhere Sensitivität der Schwingungsamplituden gegenüber Drehzahländerungen im Vergleich zu Laständerungen. Eine Erhöhung der Drehzahl von  $2000 \text{ min}^{-1}$  auf  $6000 \text{ min}^{-1}$  führt zu um ca. den Faktor 10 höheren maximalen Amplituden, während eine Lasterhöhung von  $5000 \text{ Nm}$  auf  $15000 \text{ Nm}$  lediglich in einer Steigerung von 30 % resultiert. Gleiche Tendenzen sind ebenfalls in der Breite der Seitenbänder der jeweiligen Zahneingriffsordnungen festzustellen. Neben dem Betrag der Amplituden ist ebenfalls die Lage der relevanten Zahneingriffsordnungen von den Betriebsparametern abhängig. Auch hier ist der Drehzahl die größere Sensitivität zuzuschreiben. Während bei niedrigeren Drehzahlen bis  $2000 \text{ min}^{-1}$  höhere Zahneingriffsordnungen die maximalen Amplituden aufweisen, wird bei hohen Drehzahlen zunehmend die 2. Zahneingriffsordnung dominant. Trotz der hohen Fertigungs-genauigkeit der Zahnräder (siehe **Tabelle 5.4**) resultiert aus der Überlagerung der Vielzahl an Zahneingriffen im doppelschrägverzahnten Planetengetriebe eine breitbandige Anregung.



**Bild 7.13:** Ordnungsspektrum (Radialbeschleunigung) der Variante DSVref bei  $2000 \text{ min}^{-1}$ ,  $4000 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl und  $5000 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle



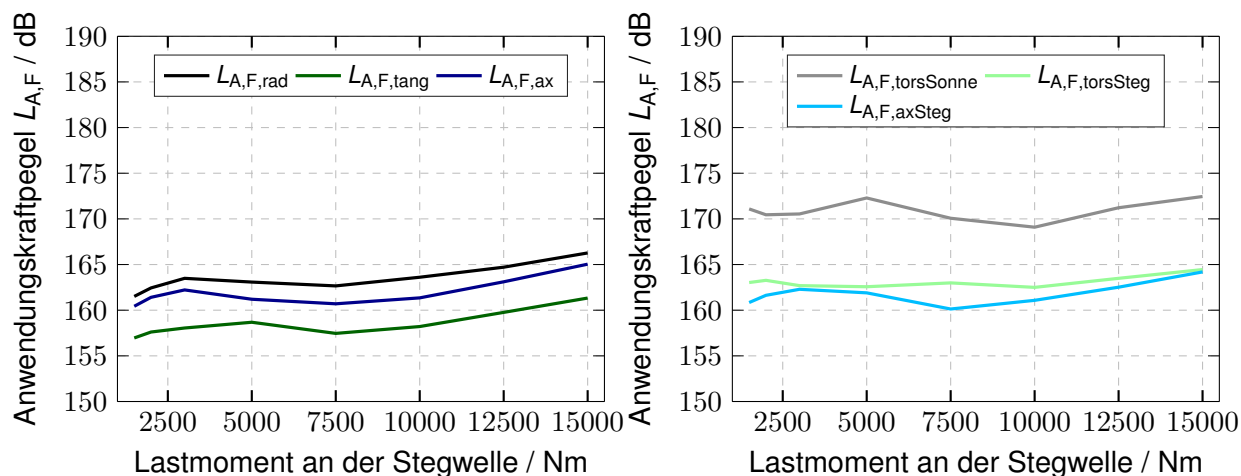
**Bild 7.14:** Ordnungsspektrum (Radialbeschleunigung) der Variante DSVref bei  $4000 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl sowie  $5000 \text{ Nm}$ ,  $10000 \text{ Nm}$  und  $15000 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle

Im Folgenden sollen das Schwingungsverhalten der unterschiedlichen Varianten nach **Abschnitt 5.3** charakterisiert und die spezifischen Seitenbandstrukturen analysiert werden. Hierzu wird zunächst mit Hilfe des Anwendungskraftpegels  $L_{A,F}$  das lastabhängige Anregungsniveau der Verzahnung dargelegt und anhand von Ordnungsspektren die Seitenbänder untersucht. Die erste Zahneingriffsordnung ist bereits Untersuchungsgegenstand einer Vielzahl experimenteller und theoretischer Untersuchungen (**Abschnitt 2.3.3**). Da die Seitenbandstrukturen grundlegende Unterschiede in Abhängigkeit ihrer Ordnungszahl aufweisen, stehen die Höherharmonischen im Fokus der vorliegenden Arbeit.

### 7.2.1 Nominelle Einbaulage der Planetenräder

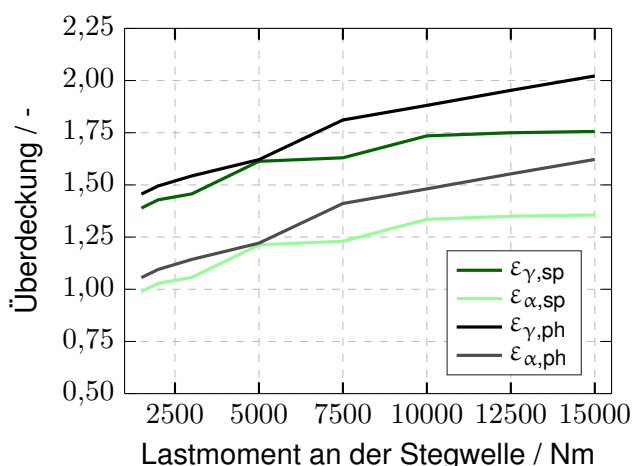
**Bild 7.15** zeigt die Anwendungskraftpegel der Radial-, Tangential-, Axial- sowie Torsionsbeschleunigung der Variante DSVref. Hierbei wurden die Pegelwerte aller Sensoren am Hohlrad der gleichen Messrichtung gemittelt, um grundlegende Aussagen zu Unterschieden der Sensorrichtungen und Varianten treffen zu können. Es zeichnet sich eine eindeutige Rangfolge der Messrichtungen am Hohlrad ab. Die radialen Beschleunigungen weisen die höchsten Pegelwerte über den gesamten Lastbereich auf, während die tangentialen Beschleunigungen um ca.  $5 \text{ dB}$  niedriger sind und die axialen dazwischen liegen. Bei einer mittleren Last von ca.  $7500 \text{ Nm}$  zeichnet sich ein lokales Minimum ab bevor die Beschleunigungspegel erneut stei-

gen. Dieses Verhalten lässt sich gegenüber einem monoton ansteigenden Verlauf auf Basis der Überdeckungen der Zahneingriffe Sonne-Planet und Planet-Hohlrad in **Bild 7.16** sowie den berechneten Amplituden der Eingriffssteifigkeit in **Bild 7.17** erklären. Infolge der unganzzahligen Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta < 1$  liegt keine gleichmäßige Gesamtberührlinienlänge vor und es resultiert ein erhöhtes Anregungsniveau. Mit zunehmender Last steigt die Verformung im Zahneingriff und somit die Profilüberdeckung  $\varepsilon_\alpha$  stetig an, jedoch liegt diese für alle Lasten in Bereichen mit erhöhter Anregung. Bezieht man zusätzlich die Eingriffssteifigkeit mit in die Betrachtung ein, ist ein deutliches Amplitudenminimum der 1. und 2. Ordnung im Lastbereich zwischen 5000 Nm und 7500 Nm erkennbar. Die Amplituden beschreiben hierbei den auf eine Zahneingriffsperiode bezogenen ungleichförmigen Anteil der Eingriffssteifigkeit. Durch die Verformung im Zahneingriff resultiert daher ein gleichmäßigerer Verlauf der Zahneingriffssteifigkeit und somit eine reduzierte Anregung, die ebenfalls zu reduzierten Beschleunigungspegeln führt. Der Eingriff Planet-Hohlrad zeigt einen vergleichbaren Verlauf. Da die Auslegung der Verzahnungskorrekturen lediglich zur Sicherstellung der Tragfähigkeit erfolgt, ist das Minimum der Beschleunigungspegel aufgrund unterschiedlicher Optimierungsziele nicht stark ausgeprägt und keinem spezifischen Auslegungsdrehmoment zugeordnet.

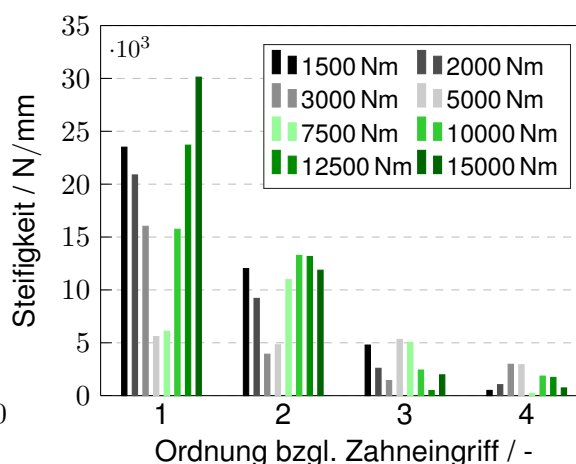


**Bild 7.15:** Anwendungskraftpegel  $L_{A,F}$  der Variante DSVref mit Auswertegrenzen:  $n_s = 500 \text{ min}^{-1} - 6800 \text{ min}^{-1}$ ,  $f = 500 \text{ Hz} - 11 \text{ kHz}$ ,  $ord = 1 - 5$

Die höchsten Pegelwerte weist die Torsionsbeschleunigung der Sonnenradwelle in **Bild 7.15** auf, da sie die rotatorische Anregung des Getriebes beschreibt und der Einfluss des Transferpfades aufgrund des geringen Abstands zwischen Messposition und Zahneingriff minimal ist. Die Torsionsbeschleunigung des Planetenträgers ist aufgrund der niedrigeren Drehzahl, des längeren Transferpfades sowie der größeren Masse und damit einhergehender höheren Massenträgheit um ca. 8 dB niedriger. Die Axialbeschleunigung am Planetenträger ist nahezu konstant und zeigt erst ab einem Drehmoment von 10000 Nm eine ansteigende Tendenz. Dies stimmt gut mit den Erwartungen überein, da der Planetenträger in X-Anordnung angestellt gelagert ist und über die Zylinderrollenlager der Planeten keine nennenswerten Axialkräfte übertragen werden können.



**Bild 7.16:** Profil- und Gesamtüberdeckung ( $\epsilon_\alpha$  und  $\epsilon_\gamma$ ) unter Last der Zahneingriffe Sonne/Planet (sp) und Planet/Hohlrاد (ph) einer Verzahnungshälfte des doppel-schrägverzahnten Planetengetriebes



**Bild 7.17:** Amplitudenspektrum der Eingriffssteifigkeit der Variante DSVref unter Last des Zahneingriffs Sonne/Planet einer Verzahnungshälfte des doppel-schrägverzahnten Planetengetriebes. Berechnet mit DZP6 [Göt19a]

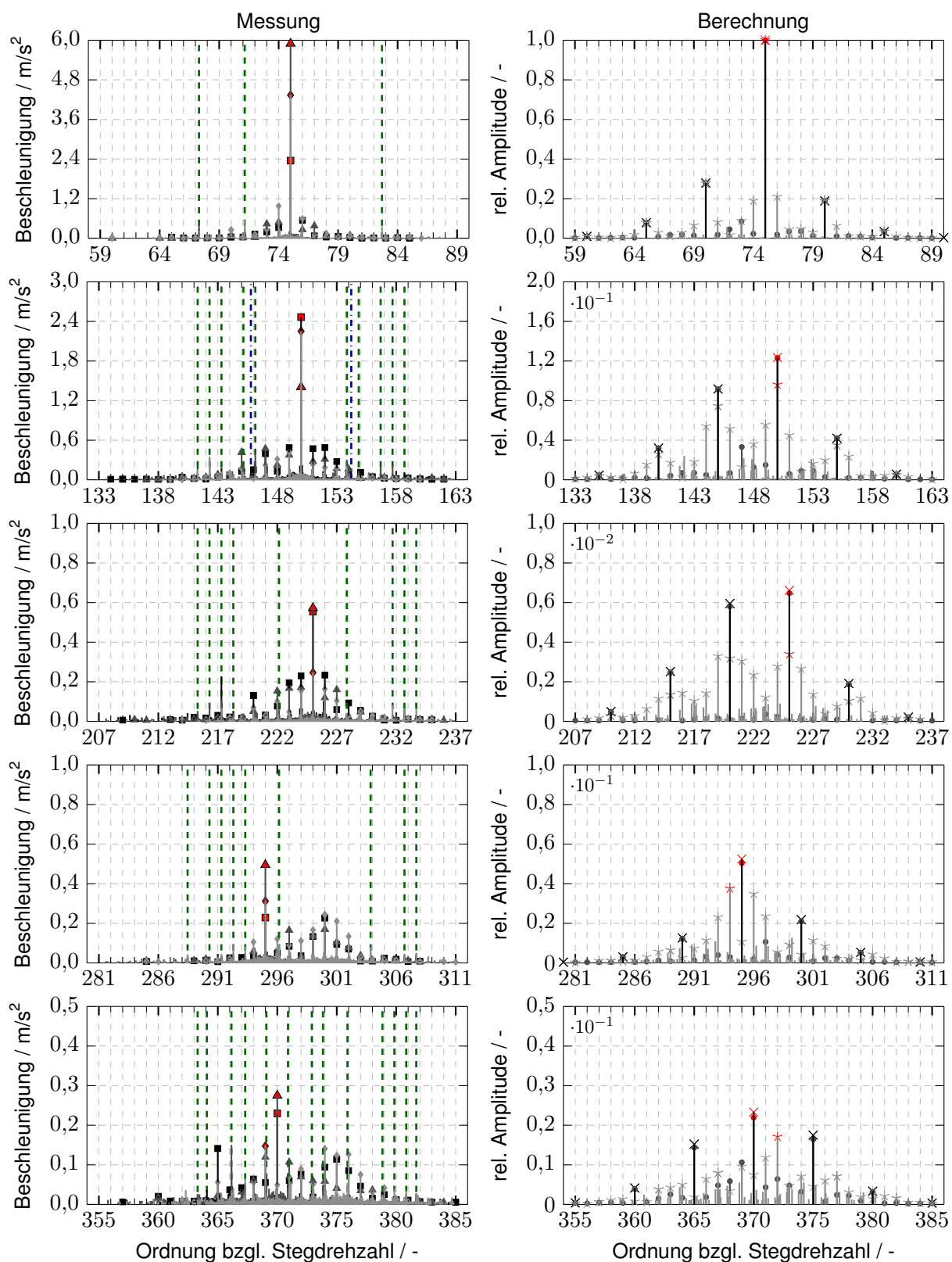
Größe	Einheit	Wert
$A_{sp,l}, A_{hp,l}$	N	Bestimmung aus Zahnkontaktanalyse mit DZP [Göt19a] unter
$\lambda_{sp,l}, \lambda_{hp,l}$	rad	Berücksichtigung der Verzahnungsdaten nach <b>Tabelle 5.1</b>
$\theta_{sp}, \theta_{hp}$	rad	0/-0,2/-0,4/-0,6/-0,8 und 0/0,8/0,6/0,4/0,2
$\tau_{sh}$	rad	0,2301
$L$	—	5
$h/s, g/k$	—	0,7/0,3 und 0,8/0,2
$\sigma$	—	50
$\Psi_i$		0/72/144/216/288
$M, R, V$	—	1
$K_{\gamma,i,m}$	—	Bestimmung aus Messung (siehe <b>Abschnitt 7.1</b> )

**Tabelle 7.1:** Eingangsparameter für das phänomenologische Berechnungsmodell

**Bild 7.18** zeigt die Ordnungsspektren der 1. bis 5. Zahneingriffsordnung der Radial-, Tangential und Axialbeschleunigung ( $0^\circ$  Hohlrادvorderseite) mit jeweiliger Seitenbandstruktur der Variante DSVref bei  $500 \text{ min}^{-1}$  Sonnendrehzahl und  $15000 \text{ Nm}$  Lastmoment. Die Beschleunigungssensoren zeigen für verschiedene Messpositionen am Umfang des Hohlrades vergleichbare Strukturen und Amplituden, daher wird auf die Darstellung weiterer Messergebnisse verzichtet. Für eine bessere Übersichtlichkeit der Messergebnisse sind die Amplituden der ganzzahligen Ordnungen mit farbigen Markierungen und die maximalen Amplituden mit roten Markierungen hervorgehoben. Den Messergebnissen sind die Berechnungsergebnisse des phänomenologischen Modells aus **Abschnitt 4.2** gegenübergestellt. Dabei wird unterschieden zwischen idealer Lastaufteilung ohne Verzahnungsfehler, realer Lastaufteilung ohne Verzahnungsfehler sowie rea-

ler Lastaufteilung mit Verzahnungsfehlern. Da kein direkter Vergleich der Amplituden zwischen Messung und Berechnung möglich ist, werden die Amplituden des phänomenologischen Modells auf die maximale Amplitude normiert. Als Eingangsparameter für die Berechnung dienen die Größen nach **Tabelle 7.1**.

Grundsätzlich liegt eine gute Übereinstimmung zwischen den Mess- und Berechnungsergebnissen vor. Die Amplituden nehmen mit zunehmender Ordnungszahl ab und die ganzzahligen Ordnungen der Seitenbandstruktur mit relevanten relativen Amplituden nehmen zu. Der Ordnungsbereich um die 1. Zahneingriffsordnung zeigt die nach bisherigem Stand des Wissens zu erwartende Seitenbandstruktur für ein Planetengetriebe mit sequentieller Eingriffsfolge. Die 74. Stegordnung (1. Zahneingriffsordnung  $O_{z,1}$ ) weist lediglich eine kleine Amplitude auf, während die 75. Ordnung dominiert. Dies ist auf die Amplitudenmodulation mit der Drehfrequenz des Planetenträgers infolge der umlaufenden Zahneingriffe in Kombination mit einem stationären Schwingungssensor zurückzuführen. Die Lage der dominanten Hauptordnung ( $O_{z,1} + 1$ ) nach **Abschnitt 4.2** deutet auf eine gleichphasige Rotation der resultierenden Verzahnungskraft zur Drehrichtung des Planetenträgers hin. Die mit der vielfachen Ordnungsdifferenz von 5 zur 75. Ordnung auftretenden Seitenbänder (65, 70, 80, 55) stehen in Verbindung mit der Anzahl der  $N$  Planeten und dem  $N$ -maligen Vorbeilaufen eines Planeten am Schwingungssensor. Bei einem idealen Getriebe (gleichmäßige Lastaufteilung, keine Verzahnungsfehler:  $\times$ ). Da selbst die Referenzvariante DSVref Verzahnungsfehler sowie eine ungleichmäßige Lastaufteilung infolge von Fertigungs- und Montageabweichungen aufweist (siehe **Bild 7.1**), treten im gemessenen Spektrum noch weitere ganzzahlige und unganzzahlige Ordnungen mit relevanten Amplituden auf. Während die ganzzahligen Ordnungen in Zusammenhang mit einer ungleichmäßigen Lastverteilung stehen (vgl. Berechnung mit realer Lastaufteilung ohne Verzahnungsfehler:  $\bullet$ ), resultieren die unganzzahligen Ordnungen aus den Verzahnungsfehlern der jeweiligen Komponenten (vgl. Berechnung mit realer Lastaufteilung und Verzahnungsfehlern:  $\star$ ) und sind durch die Überrollordnungen (relative Drehzahlverhältnisse) und deren Vielfachen identifizierbar. Die Ordnungsbereiche der Höherharmonischen zeigen ein ähnliches Seitenbandverhalten. Die maximale Amplitude im Bereich der 148. und 222. Stegordnung (2. und 3. Zahneingriffsordnung  $O_{z,2}$ ,  $O_{z,3}$ ) tritt bei der Ordnung  $O_{z,j} + j$  mit  $j$  als Zahneingriffsordnung auf, während die Amplitude der Zahneingriffsordnung selbst untergeordnet ist. Dies ist auf eine Modulation der  $j$ -ten Zahneingriffsordnung mit der  $j$ -ten Rotationsfrequenz des Planetenträgers zurückzuführen. Für den Ordnungsbereich der 296. Stegordnung (4. Zahneingriffsordnung  $O_{z,4}$ ) stellt die  $O_{z,4} - 1$  Stegordnung und im Fall der 370. Stegordnung (5. Zahneingriffsordnung  $O_{z,5}$ ) die Zahneingriffsordnung selbst die dominante Ordnung dar. Lediglich das Maximum der Axialbeschleunigung tritt bei der 369. Ordnung auf.



**Bild 7.18:** Seitenbandstrukturen der 1. bis 5. Zahneingriffsordnung der Variante DSVref bei  $500 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl und  $15000 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle (nur relevante Amplituden dargestellt). **Messung:**  $\blacksquare$  Radialbeschleunigung,  $\blacktriangle$  Tangentialbeschleunigung,  $\blacklozenge$  Axialbeschleunigung **Berechnung:**  $\times$  ideale Lastaufteilung, keine Verzahnungsfehler,  $\bullet$  reale Lastaufteilung, keine Verzahnungsfehler,  $\ast$  reale Lastaufteilung, mit Verzahnungsfehlern  
 - - - Ordnung bzgl. Sonnenrad - - - Ordnung bzgl. Planetenrad

Die abweichende Position der maximalen Amplitude von der jeweiligen Prognose lässt sich auf den Störeinfluss durch die Verzahnungsfehler zurückführen (vgl. Berechnungsergebnisse  $O_{z,5}$ : ideale Lastaufteilung ohne Verzahnungsfehler und reale Lastaufteilung mit Verzahnungsfehlern). Die nicht vollständige Auslöschung der  $j$ -ten Zahneingriffsordnung  $O_{z,j}$  wird durch die nicht exakte Übereinstimmung der Einzelanregungen der jeweiligen Zahneingriffe (ungleichmäßige Lastaufteilung sowie unterschiedlich stark ausgeprägte Fertigungsfehler) hervorgerufen. Die 5. Zahneingriffsordnung stellt hier eine Ausnahme dar, da sie mit dem  $N$ -maligen Vorbeilaufer der Planeten am Schwingungssensor zusammenfällt. Das beschriebene Schema wiederholt sich für die nächsthöheren Ordnungen erneut mit zunehmenden Amplituden.

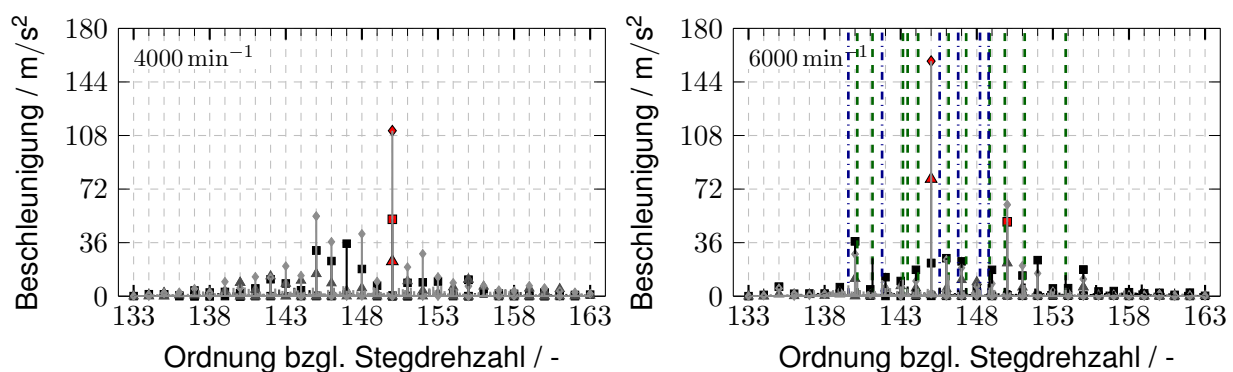
Das phänomenologische Berechnungsmodell gibt sehr gut die dominante Ordnung der jeweiligen Zahneingriffsordnung wieder. Die ganzzahligen Ordnungen mit  $N$ -fachem Ordnungsabstand von der dominanten Ordnung sind in der Messung im Vergleich zur Berechnung untergeordnet. Stattdessen sind die ganzzahligen Ordnungen um die dominante Ordnung in der Messung stärker ausgeprägt. Die Modellierung des Vorbeilaufers der Planeten mit Hilfe eines Hanning-Fensters resultiert in einer überbewerteten Modulation des Sensorsignals. In der Realität nimmt der Einfluss eines Planeten auf das Schwingungssignal nicht vollständig ab. Mit Hilfe des Steuerparameters  $\sigma$  ist es möglich die Anpassung des phänomenologischen Berechnungsmodells an zukünftige Messungen zu optimieren und den Einflussbereich eines Planeten noch besser zu charakterisieren.

Aufgrund der hohen Verzahnungsqualität des Sonnenrades und der Planetenräder treten nur wenige nichtganzzahlige Ordnungen mit relevanten Amplituden auf, die in **Bild 7.18** farbig hervorgehoben sind. Dabei repräsentieren die grünen Strichlinien (---) Ordnungen mit Bezug zur Überrollfrequenz des Sonnenrades und die blauen Strichpunktlinien (-.-.-) Ordnungen mit Bezug zur Überrollfrequenz der Planetenräder. Die Berechnungsergebnisse unter Berücksichtigung realer Lastaufteilung sowie der zusätzlichen Amplituden- und Frequenzmodulation infolge von Verzahnungsfehlern (vgl. Ordnungsspektrum \*) zeigen sowohl einen Anstieg der ganzzahligen Ordnungen, als auch weiterer unganzzahliger Ordnungen. Der Anstieg der ganzzahligen Ordnungen ist neben einer ungleichmäßigen Lastaufteilung insbesondere auf hohlradspezifische Verzahnungsfehler zurückzuführen, da die Überrollfrequenz des Hohlrades mit der Rotationsfrequenz des Planetenträgers zusammenfällt. Durch die Verzahnungsfehler wird das Ordnungsspektrum breitbandiger und die maximalen Amplituden treten weniger stark hervor. Eine Besonderheit ergibt sich bei der Kombination von mehreren Verzahnungsfehlern an unterschiedlichen Komponenten des Planetengetriebes. Basierend auf den Berechnungsergebnissen entstehen weitere Seitenbänder mit Kombinationsfrequenzen aus den einzelnen Überrollfrequenzen der Komponenten. So lässt sich die Ordnung 74.63 aus der Addition der Ordnung  $15 \cdot N = 75$  und der Überrollordnung des Sonnenrades  $1 \cdot 2.846$  sowie Subtraktion der Überrollordnung des Planetenrades  $-1 \cdot 3.217$  erklären. Die Amplituden der kombinierten Ordnungen sind jedoch deutlich untergeordnet und der Einfluss auf die Gesamtschwingungsanregung ist unter den gegebenen



Betriebsparametern zu vernachlässigen. Die Unterschiede zwischen den Messergebnissen und dem Berechnungsmodell lassen sich zum einen auf die vereinfachten Annahmen der Modellbildung (siehe **Abschnitt 4.2**) zurückführen. Zum anderen besteht im Rahmen der Modellierung die Möglichkeit der vollständigen numerischen Aufhebung von gegenphasigen Einzelsignalen mit identischen Amplituden. Da dies dem Grundsatz der Energieerhaltung widerspricht, findet in der Realität eine Umverteilung der Energie statt, die das Berechnungsmodell nicht abbildet.

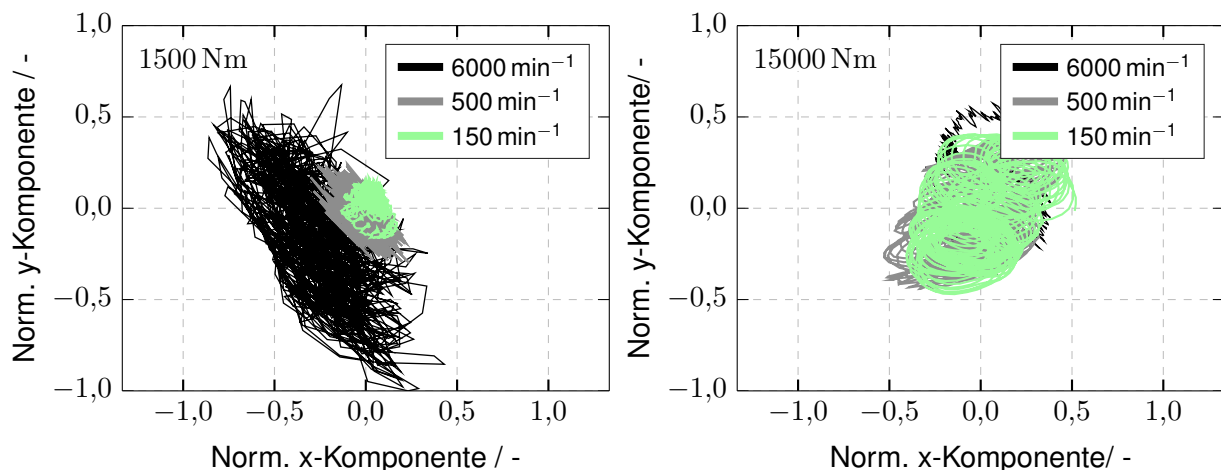
Wie bereits in **Bild 7.13** dargestellt, haben Drehzahl und Last einen erheblichen Einfluss auf die Schwingungsanregung und das resultierende Spektrum. In **Bild 7.19** ist das Ordnungsspektrum um die 2. Zahneingriffsordnung der Variante DSVref bei 1500 Nm Last für die Sonnendrehzahlen  $4000 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$  dargestellt. Durch die erhöhte Drehzahl steigen die Amplituden erheblich an. Während die Lage der Amplituden im Ordnungsspektrum bei  $4000 \text{ min}^{-1}$  weiterhin gut mit der Messung bei quasi-statischen Bedingungen ( $500 \text{ min}^{-1}$ ) übereinstimmt, ist die idealisierte Modellvorstellung des phänomenologischen Berechnungsmodells bei  $6000 \text{ min}^{-1}$  nur noch bedingt zutreffend. Durch das dynamische Systemverhalten wird das Modulationsverhalten geändert und die dominante Ordnung der Tangential- und Axialbeschleunigung tritt bei  $O_{z,2} - 3$  anstelle von  $O_{z,2} + 2$  auf.



**Bild 7.19:** Seitenbandstrukturen der 2. Zahneingriffsordnung der Variante DSVref bei  $4000 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$  Sonnendrehzahl und  $1500 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle. ■ Radialbeschleunigung, ▲ Tangentialbeschleunigung, ◆ Axialbeschleunigung (nur relevante Amplituden dargestellt). Unganzzahlige Ordnungen: - - - Ordnung bzgl. Sonnenrad - · - · Ordnung bzgl. Planetenrad

Infolge der höheren Drehzahl nimmt insbesondere bei niedrigen Lasten der Einfluss von Verzahnungsfehlern zu. Im Ordnungsspektrum in **Bild 7.19** treten bei  $6000 \text{ min}^{-1}$  ungerade Ordnungen hervor, die entsprechend ihrer Komponentenzugehörigkeit farblich markiert sind. Dabei ist erkennbar, dass vermehrt Ordnungen mit Bezug zur Überrollordnung des Sonnenrades auftreten (z. B. 143,15, 143,46, 147,30, 148,85 etc.). Deren Entstehung kann durch zwei Erklärungsmechanismen beschrieben werden. Wird beispielsweise das Seitenband der Ordnung 148,85 betrachtet, resultiert die Ordnung aus der Kombination der 146. Ordnung mit der Überrollordnung des Sonnenrades von 2,85 (entspricht dem Betrag der Standübersetzung) oder durch die Kombination der 145. Ordnung mit der Drehordnung des Sonnenrades von 3,85 (entspricht dem Betrag der Umlaufübersetzung). Während die Kombination der Überrollordnung

auf Teilungs- und Rundlauffehler zurückführen ist, kann durch die Kombination mit der Drehordnung des Sonnenrades auf eine radiale Bewegung des Sonnenrades inklusive Sonnenwelle geschlossen werden. Diese radiale Bewegung lässt sich aus einer ggf. vorhandenen Unwucht oder einer umlaufenden Verzahnungskraft ableiten. Der Einfluss der Verzahnungsfehler und Unwucht kann aufgrund der sehr guten Verzahnungsqualität sowie der Wuchtgüte von G 2,0 als untergeordnet eingeschätzt werden, sodass der Sonnenorbit infolge der sequentiellen Eingriffsfolge als Ursache entsprechender unganzzahliger Ordnung angenommen werden kann. Hierfür ist in **Bild 7.20** der auf den Maximalwert normierte Sonnenorbit für unterschiedliche Drehmoment- und Drehzahlkombinationen dargestellt.

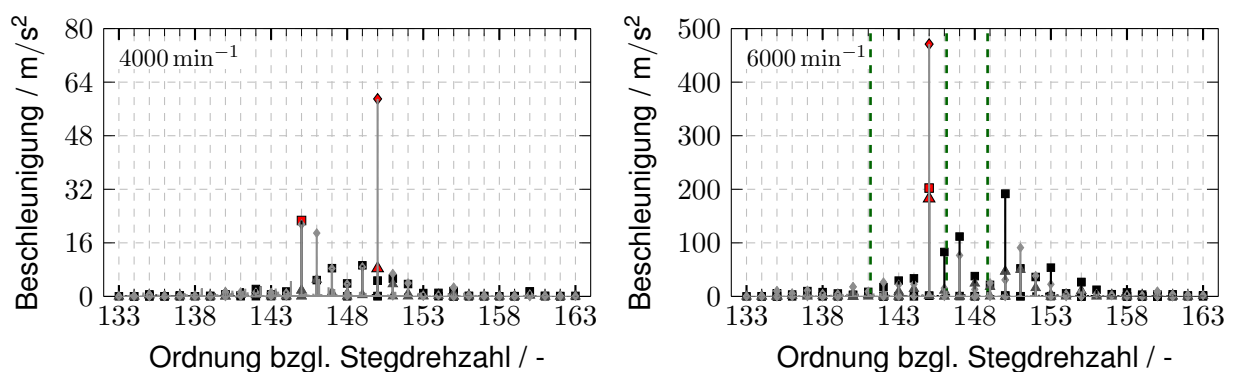


**Bild 7.20:** Normalisierter Sonnenorbit (4 Umdrehungen) der Variante DSVref bei  $150 \text{ min}^{-1}$ ,  $500 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl sowie  $1500 \text{ Nm}$  und  $15000 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle

Bei niedriger Last ( $1500 \text{ Nm}$ ) liegt eine signifikante Drehzahlabhängigkeit des Sonnenorbits vor. Die Ausdehnung nimmt bei  $6000 \text{ min}^{-1}$  um den Faktor 4 im Vergleich zu quasi-statischen Betriebsbedingungen zu (fliegende Lagerung des Sonnenrades siehe **Abschnitt 6.1.1**) und führt zu erhöhten dynamischen Zusatzkräften. Die Bewegung des Sonnenrades unter quasi-statischen Bedingungen wird durch die elastische Verformung der Getriebekomponenten, Fertigungsfehler sowie Toleranzen und Passungen bestimmt und beschreibt dabei eine geometrisch bestimmte Bahn. Dagegen führen hohe Drehzahlen zu einer Ovalisierung bzw. Zirkularisierung der Bewegungsbahn infolge von ansteigenden dynamischen Kräften und die Bewegungen erscheinen zunehmend chaotischer. Durch eine Drehmomenterhöhung steigt die Bedeutung der statischen im Vergleich zu den dynamischen Verzahnungskräften und die Drehzahlabhängigkeit des Sonnenorbits nimmt ab. Bei  $15000 \text{ Nm}$  zeigt der Sonnenorbit nahezu identische Ausdehnungen des Sonnenorbits für alle Drehzahlen. Die Zirkularisierung tritt weiterhin auf.

**Bild 7.21** zeigt die gleichen Ordnungsspektren aus **Bild 7.19** für  $15000 \text{ Nm}$  Last. Die durch Verzahnungsfehler hervorgerufenen Amplituden bei unganzzahligen Ordnungen sind bei  $15000 \text{ Nm}$  Last durch elastische Verformungen im Zahneingriff soweit ausgeglichen, dass keine nennens-

werten Amplituden bei diesen Ordnungen mehr auftreten. Ordnungen mit Bezug zur radialen Bewegung der Sonne treten auch weiterhin auf, da der Orbit zwar geringer ausfällt, jedoch nicht verschwindet (siehe **Bild 7.20**). Das Ordnungsspektrum wird mit steigender Last somit hauptsächlich durch ganzzahlige Ordnungen dominiert. Zusätzlich können infolge der Lasterhöhung ebenfalls Abweichungen vom phänomenologischen Modell entstehen, wie beispielsweise anhand der maximalen Amplituden in **Bild 7.21** ersichtlich ist. Da die Verformung und Steifigkeit im Zahneingriff unmittelbar von der Last abhängig ist, wird durch eine Laständerung ebenfalls direkt die Verzahnungsanregung beeinflusst und es resultiert eine starke Abhängigkeit des Anregungsspektrums von den Betriebsbedingungen. Die hier am Beispiel der 2. Zahneingriffsordnung ausgeführten Erläuterungen treffen auch auf die weiteren relevanten Eingriffsordnungen zu.



**Bild 7.21:** Seitenbandstrukturen der 2. Zahneingriffsordnung der Variante DSVref bei  $4000 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl und  $15000 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle (nur relevante Amplituden dargestellt). ■ Radialbeschleunigung, ▲ Tangentialbeschleunigung, ◆ Axialbeschleunigung

Abweichungstyp	Resultierende Seitenbänder
Abweichungsfrei	$p$
Sonnenradabweichung	$p \pm r \cdot O_s$
Planetenradabweichung	$p \pm s \cdot O_p$
Hohlradabweichung	$p \pm t \cdot O_h$
Kombinierte Sonnen- & Planetenradabweichung	$p \pm r \cdot O_s \pm s \cdot O_p$
Kombinierte Hohlrad- & Planetenradabweichung	$p \pm s \cdot O_s \pm t \cdot O_p$
Wertebereich Parameter	$p \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ $r, s, t \in \mathbb{N}$

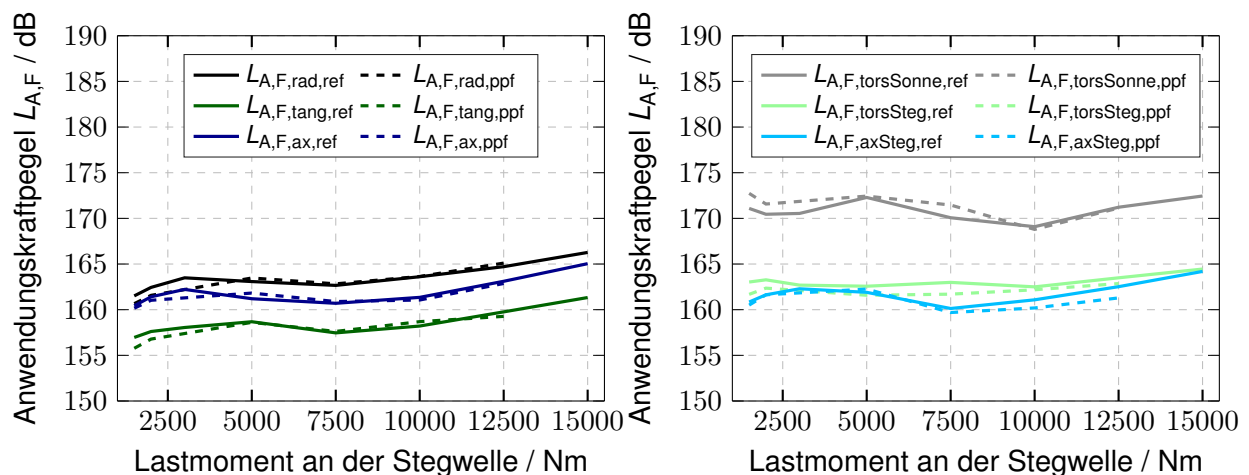
**Tabelle 7.2:** Auftretende Seitenbänder infolge von Verzahnungsfehlern an unterschiedlichen Zahnrädern unter Berücksichtigung ungleichmäßiger Lastaufteilung.  $N$ : Anzahl der Planeten,  $O_s$ : Überrollordnung Sonnenrad,  $O_p$ : Überrollordnung Planetenrad,  $O_h$ : Überrollordnung Hohlrad

Im Allgemeinen können die infolge von Verzahnungsfehlern auftretenden Ordnungen gemäß der in **Tabelle 7.2** zusammengefassten Gleichungen bestimmt und den entsprechenden Kom-

ponenten zugeordnet werden. Der ungeradzahlige Anteil der auftretenden Ordnungen ist dabei immer auf die Überrollordnungen der einzelnen Komponenten zurückzuführen. Eine Aussage über die Amplitude und somit der entsprechenden Auswirkung auf die Schwingungsanregung ist anhand der Gleichungen nicht möglich und hängt stark von den Betriebsparametern Last und Drehzahl ab. So treten im Ordnungsspektrum nur ausgewählte Ordnungen bezüglich des Sonnen- bzw. Planetenrades hervor. Durch eine Lasterhöhung wird der Einfluss der Verzahnungsabweichungen sowie Fertigungs- und Montagefehlern erheblich vermindert.

## 7.2.2 Tangentialer Planetenpositionsfehler

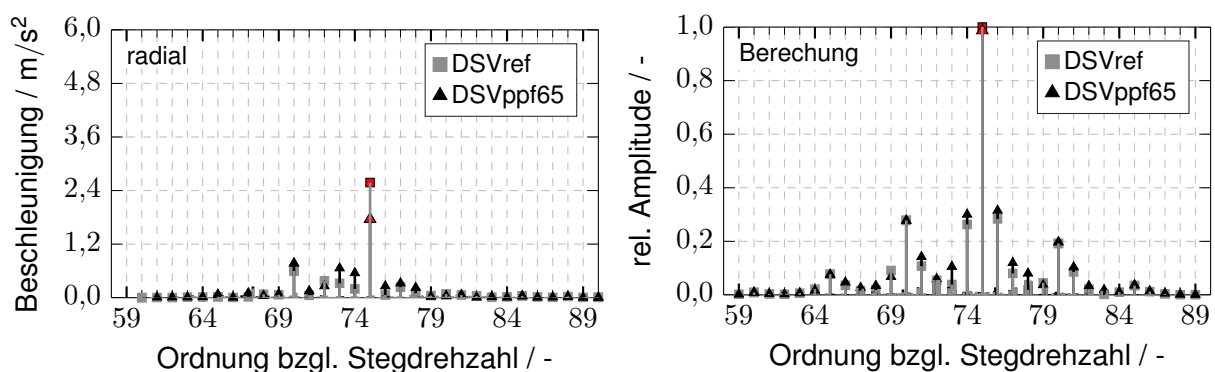
In **Bild 7.22** ist der Vergleich der Anwendungskraftpegel der Varianten DSVref und DSVppf65 dargestellt. Beide Varianten zeigen in guter Übereinstimmung einen vergleichbaren Verlauf der Pegelwerte. Die Axialbeschleunigung am Hohlrad sowie am Planetenträger bleibt infolge der axialen Einstellbarkeit des Sonnenrades und der Planetenräder nahezu unverändert. Im Niedriglastbereich bis 3000 Nm weist die Variante DSVppf65 geringfügig niedrigere Werte der Radial- und Tangentialbeschleunigung am Hohlrad auf. Für die Torsionsbeschleunigung der Sonne und des Planetenträgers lassen sich keine eindeutigen Tendenzen erkennen. Da im Niedriglastbereich der Einfluss des Planetenpositionsfehlers am größten ist, können die Veränderungen der Pegelverläufe auf die veränderte Lastaufteilung (vgl. **Bild 7.1** und **Bild 7.2**) zurückgeführt werden. Für eine detaillierte Analyse werden hierfür im Folgenden die Seitenbandstrukturen der Zahnengriffsordnungen sowie die gemittelten Ordnungsspektren der gemessenen Beschleunigungen am Hohlrad betrachtet.



**Bild 7.22:** Anwendungskraftpegel  $L_{A,F}$  der Variante DSVref (—) und DSVppf65 (- - -) mit Auswertegrenzen:  $n_s = 500 \text{ min}^{-1} - 6800 \text{ min}^{-1}$ ,  $f = 500 \text{ Hz} - 11 \text{ kHz}$ ,  $ord = 1 - 5$

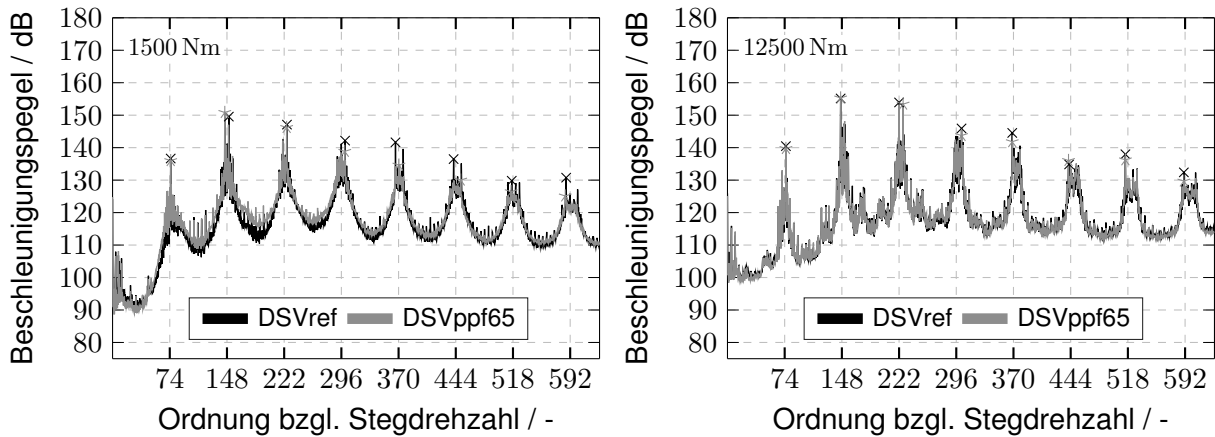
In **Bild 7.23** ist das Ordnungsspektrum der Radialbeschleunigung der Varianten DSVref und DSVppf65 bei  $2000 \text{ min}^{-1}$  Sonnendrehzahl und  $1500 \text{ Nm}$  Last um die 74. Stegordnung (1. Zahnengriffsordnung  $O_{z,1}$ ) dargestellt. Zusätzlich sind die Ergebnisse des phänomenologischen Berechnungsmodells den Messungen gegenübergestellt. Die dominierende 75. Ordnung weist für

die Variante DSVppf65 eine geringere Amplitude im Vergleich zur Referenz auf. Dagegen nehmen die Amplituden der weiteren ganzzahligen Ordnungen zu. Dies ist durch eine geänderte Modulation infolge der ungleichmäßigen Lastaufteilung durch den Planetenpositionsfehler zu erklären. Die Berechnungsergebnisse geben diese Veränderungen im Ordnungsspektrum in guter Übereinstimmung wieder. Lediglich die dominierende Ordnung der Variante DSVppf65 nimmt im Rahmen der Berechnung nur in geringerem Maße ab. Für die anderen Messrichtungen ergeben sich für diesen Betriebspunkt ähnliche Tendenzen. Werden die Seitenbandstrukturen der Höherharmonischen sowie andere Betriebspunkte betrachtet, können keine vergleichbaren Trends ermittelt werden. Dort nehmen die dominierenden und ganzzahligen Ordnungen der Variante DSVppf65 im Vergleich zur Referenz DSVref sowohl zu als auch ab.



**Bild 7.23:** Vergleich der Seitenbandstrukturen der 1. Zahneingriffsordnung der Varianten DSVref und DSVppf65 bei  $2000 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl und  $1500 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle für die Radialbeschleunigung am Hohlrad sowie die Berechnung entsprechend des phänomenologischen Modells (nur relevante Amplituden dargestellt)

Um den Pegelverlauf in **Bild 7.22** zu erklären, sind in **Bild 7.24** beispielhaft die gemittelten Ordnungsspektren der Radialbeschleunigung der Varianten DSVref und DSVppf65 für einen Drehzahlhochlauf bei  $1500 \text{ Nm}$  und  $12500 \text{ Nm}$  Last dargestellt. Bei  $1500 \text{ Nm}$  sind die maximalen Pegel der 1. bis 3. Zahneingriffsordnung beider Varianten nahezu identisch, während ab der 4. Zahneingriffsordnung die Variante DSVppf65 niedrigere Maximalpegel aufweist. Zwischen den Zahneingriffsordnungen ist das höhere Pegelniveau der Variante DSVppf65 deutlich zu erkennen, welches auf eine verstärkte Modulation infolge des Planetenpositionsfehlers schließen lässt. Da der Anwendungskraftpegel hauptsächlich von der Höhe der Amplituden der Zahneingriffsordnung dominiert wird, haben diese Bereiche jedoch einen vernachlässigbaren Einfluss auf das Gesamtanregungsniveau und es ergibt sich ein niedrigerer Anwendungskraftpegel  $L_{A,F}$  für die Variante DSVppf65. Der Vergleich des gemittelten Ordnungsspektrums bei  $12500 \text{ Nm}$  Last zeigt dagegen ein nahezu identisches Spektrum über den gesamten Ordnungsbereich, da sich die Lastaufteilung beider Varianten infolge der höheren elastischen Verformung angleicht und erklärt die identischen Anwendungskraftpegel beider Varianten bei hoher Last. Für die tangentielle Messrichtung ergeben sich vergleichbare Ergebnisse.



**Bild 7.24:** Gemitteltetes Ordnungsspektrum der Radialbeschleunigung am Hohlrad der Varianten DSVref und DSVppf65 aus einem Drehzahlhochlauf bei 1500 Nm und 12500 Nm Lastmoment an der Stegwelle (maximale Amplituden der Zahneingriffsordnungen symbolisch markiert)

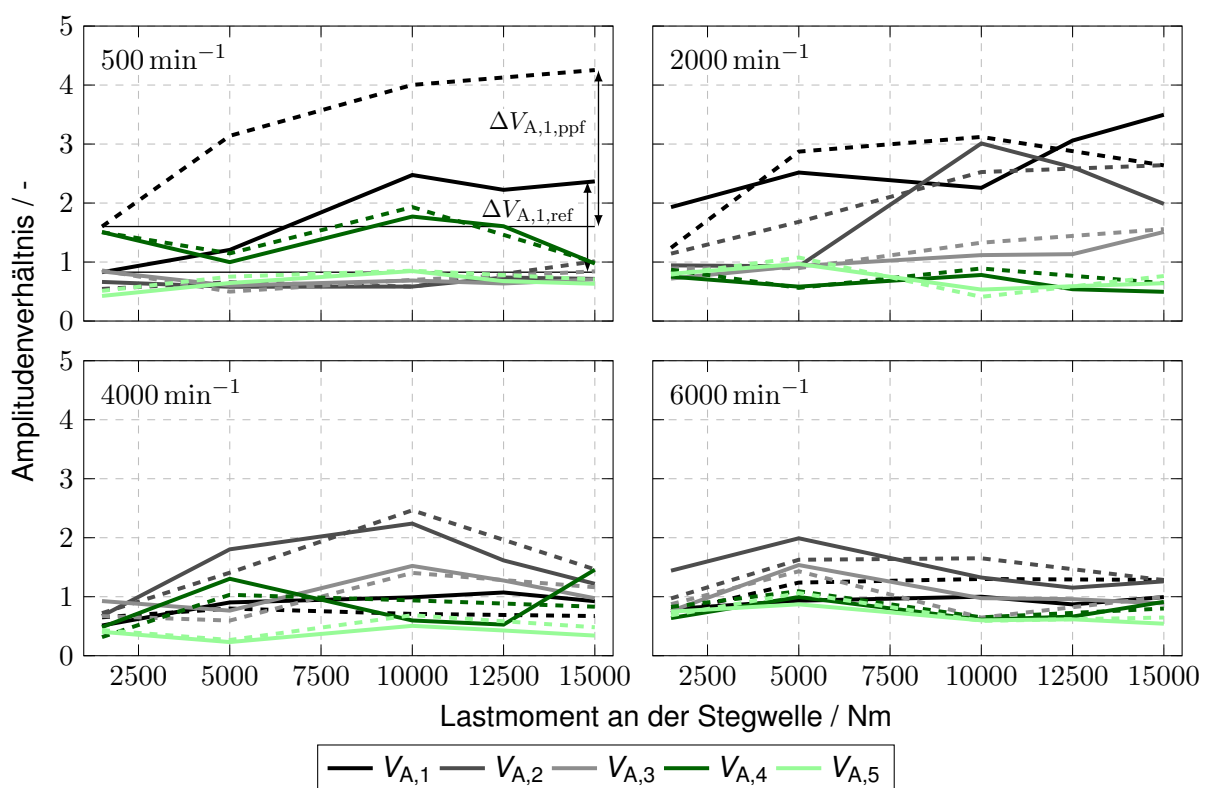
Für eine umfassendere Analyse unterschiedlicher Betriebspunkte wird das Amplitudenverhältnis  $V_{A,i}$  der  $i$ -ten Zahneingriffsordnung  $O_{z,i}$  nach **Formel (7.2)** definiert. Das Amplitudenverhältnis setzt die Amplituden der ganzzahligen, durch  $N$  teilbaren Ordnungen um die zentrale, dominante Ordnung  $O_1$  mit den Amplituden der restlichen ganzzahligen Ordnungen ins Verhältnis. Nach **Abschnitt 7.2.1** treten die Ordnungen  $j$  im Zähler in Zusammenhang mit der grundsätzlichen Modulation bei Planetengetrieben auf, während die Ordnungen  $k$  im Nenner nur infolge von ungleichmäßiger Lastaufteilung sowie Verzahnungsfehlern im Spektrum erscheinen.

$$V_{A,i} = \frac{\sum_j A_{O,j}}{\sum_k A_{O,k}} \quad (7.2)$$

Zeichen	Einheit	Beschreibung
$V_{A,i}$	–	Amplitudenverhältnis der $i$ -ten Zahneingriffsordnung $O_{z,i}$
$A_{O,j}, A_{O,k}$	$\text{m/s}^2$	Amplitude der Ordnung $j$ bzw. $k$
$j$	–	Ganzzahlige Ordnungen $j$ um $O_1$ , durch $N$ teilbar
$k$	–	Ganzzahlige Ordnungen $k$ um $O_1$
$l$	–	Ordnungen $O_1$ dominanter Amplitude mit $l = 75, 150, 225, 295, 370$

**Bild 7.25** stellt das Amplitudenverhältnis  $V_{A,i}$  der Varianten DSVref sowie DSVppf65 der radialen Beschleunigung am Hohlrad über Last für die Drehzahlen  $500 \text{ min}^{-1}$ ,  $2000 \text{ min}^{-1}$ ,  $4000 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$  dar. Für alle Drehzahlen sind die Amplitudenverhältnisse der Zahneingriffsordnungen  $i = 1$  bis 5 enthalten. Ein Vergleich der Amplitudenverhältnisse für unterschiedliche Drehzahlen zeigt, dass die Verläufe der unterschiedlichen Ordnungen ein nicht konstantes Verhalten über das Lastmoment an der Stegwelle aufweisen. Da die Verzahnungsanregung in direkter Abhängigkeit zu den Eingriffsverhältnissen steht, nimmt die Verformung im Zahneingriff und somit die lastbedingte Überdeckungsvergrößerung Einfluss auf die Schwingungsamplitu-

den. Insbesondere bei höheren Drehzahlen steigt die Bedeutung des dynamischen Systemverhaltens, wodurch sich beispielsweise die deutlichen Unterschiede der Amplitudenverhältnisse bei  $500 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$  ergeben (ein Anstieg der Drehzahl führt wie in **Bild 7.13** zu einem Wechsel der dominierenden Zahneingriffsordnung). Während in **Bild 7.25** bei  $500 \text{ min}^{-1}$  die 1. Zahneingriffsordnung dominiert, überwiegt die 2. Zahneingriffsordnung bei  $4000 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$ . Dieses drehzahlabhängige Phänomen ist ebenfalls in **Bild 7.19** und **Bild 7.21** erkennbar. Hohe Amplitudenverhältnisse  $V_{A,i}$  resultieren aus dominierenden, durch  $N$  teilbaren Ordnungen um die Zahneingriffsordnung und weiteren ganzzahligen Ordnungen mit geringerer Amplitude (gleichmäßige Lastaufteilung). Im Gegensatz dazu lassen niedrige Amplitudenverhältnisse den Rückschluss auf einen allgemeinen Anstieg ganzzahliger Ordnungen (ungleichmäßige Lastaufteilung) im Vergleich zu den dominierenden, durch  $N$  teilbaren Ordnungen zu.



**Bild 7.25:** Amplitudenverhältnis  $V_{A,i}$  für die 1. bis 5. Zahneingriffsordnung der Variante DSVref (—) und DSVppf65 (- - -) für radial ausgerichtete Beschleunigungssensoren bei  $500 \text{ min}^{-1}$ ,  $2000 \text{ min}^{-1}$ ,  $4000 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl

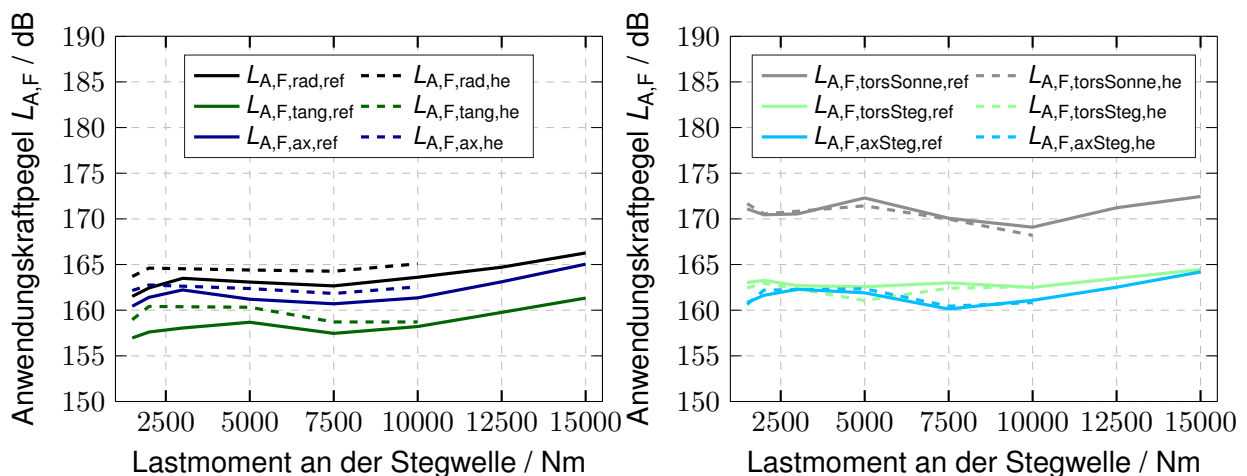
Der monotone Anstieg des Amplitudenverhältnisses  $V_{A,1}$  bei  $500 \text{ min}^{-1}$  bildet den durch zunehmende elastische Verformung unter Last verschwindenden Effekt des Planetenpositionsfehlers ab. Sowohl die Amplituden der Ordnungen  $j$  als auch  $k$  nehmen infolge der Laststeigerung zu. Dabei ist der Anstieg der Amplituden der Ordnungen  $j$  stärker, da die Ordnungen  $k$  insbesondere durch eine ungleiche Lastaufteilung hervorgerufen werden, die angesichts größerer elastischer Verformungen abnimmt. Daraus resultiert ein ansteigendes Amplitudenverhältnis  $V_{A,1}$ . Der Unterschied zwischen den Varianten DSVref und DSVppf65 zeigt sich in dem unterschied-

lich starken Anstieg des Amplitudenverhältnisses über der Last, welcher im Fall der Referenz  $\Delta V_{A,1,ref} = 1,54$  und mit Planetenpositionsfehler  $\Delta V_{A,1,ppf} = 2,65$  beträgt. Durch die anfänglich ungleichmäßigere Lastaufteilung der Variante DSVppf65 bei niedrigen Lasten, ist der Anstieg der Ordnungen  $k$  im Vergleich zur Referenz kleiner und das Amplitudenverhältnis nimmt stärker zu. Dies lässt auf eine Amplitudenerhöhung infolge der Planetenpositionsabweichung insbesondere bei niedrigen Drehzahlen zurückschließen. Der Effekt des verformungsbasierten Ausgleichs der Lastaufteilung ist bei höheren Drehzahlen nicht stark ausgeprägt und liegt damit in guter Übereinstimmung mit den Messergebnissen zur Lastaufteilung unter dynamischen Betriebsbedingungen in **Abschnitt 7.1.2**, bei denen der Drehzahleinfluss eine unterstützende Wirkung zum Lastausgleich bei bereits niedrigen Lasten aufzeigt.

Die zusammenfassende Betrachtung der sowohl ganzzahligen als auch unganzzahligen Seitenbänder zeigt, dass durch einen zusätzlichen Planetenpositionsfehler keine neuen Seitenbänder sondern lediglich Veränderungen der Amplituden entstehen.

### 7.2.3 Exzentrizität des Hohlrades

**Bild 7.26** zeigt den Vergleich der Anwendungskraftpegel der Varianten DSVref und DSVhe120. Die Beschleunigungssensoren am Hohlrad zeichnen um 1,5 dB bis 2,5 dB höhere Pegelwerte unter Berücksichtigung der Exzentrizität des Hohlrades auf. Durch die steife Ausführung des Hohlrades und Anbindung an das Getriebegehäuse (vgl. **Abschnitt 6.1.1**) führen Laststeigerungen nur zu geringen elastischen Verformungen, um die Wirkung des exzentrischen Hohlrades auszugleichen. Selbst unter hoher Last bleibt im Vergleich zur Variante DSVref eine größere stegwinkelpositionabhängige Schwankung der Laufteilung (siehe **Bild 7.4** und **Bild 7.5**) und somit höhere Anregung sowie Anwendungskraftpegel bestehen.

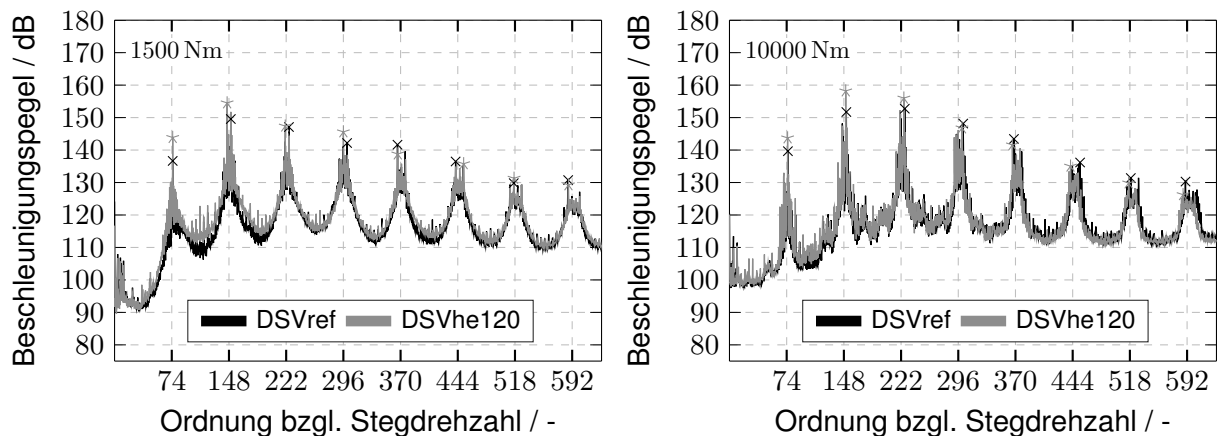


**Bild 7.26:** Anwendungskraftpegel  $L_{A,F}$  der Variante DSVref (—) und DSVhe120 (---) mit Auswertegrenzen:  $n_s = 500 \text{ min}^{-1} - 6800 \text{ min}^{-1}$ ,  $f = 500 \text{ Hz} - 11 \text{ kHz}$ ,  $ord = 1 - 5$

Da die exzentrische Lage des Hohlrades hauptsächlich einen direkten Einfluss auf den Zahn-eingriff Planet-Hohlrad aufweist, nimmt der Einfluss auf das Sonnenrad und den Planetenträger

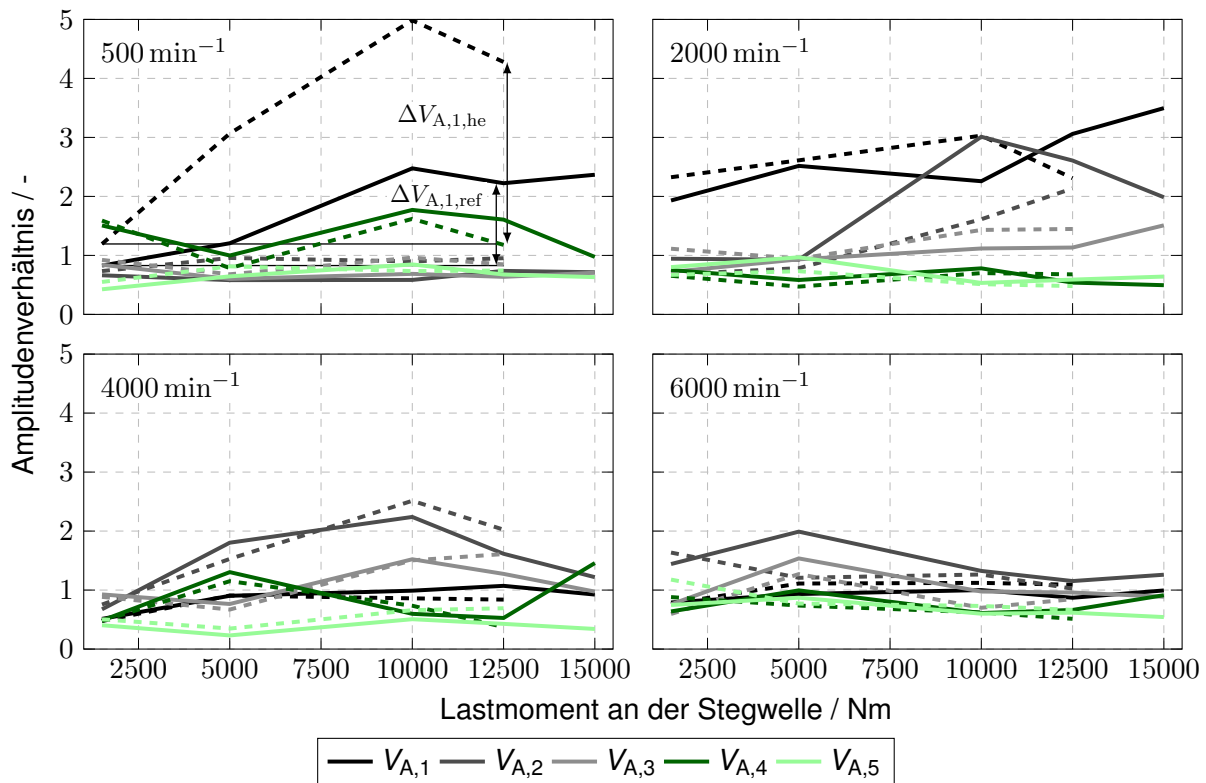


infolge des größeren Übertragungspfad ab und erklärt die Übereinstimmung der Pegelwerte der Torsionsbeschleunigung am Sonnenrad und Planetenträger sowie die Axialbeschleunigung am Planetenträger der Varianten DSVref und DSVhe120. **Bild 7.27** zeigt beispielhaft die gemittelten Ordnungsspektren der radialen Beschleunigung am Hohlrad der Varianten DSVref und DSVhe120 für einen Drehzahlhochlauf bei 1500 Nm und 10000 Nm Last. Anhand der Pegelverläufe ist ersichtlich, dass die Hohlradexzentrizität unabhängig von der Last hauptsächlich Einfluss auf die niedrigen Zahneingriffsordnungen nimmt. Sowohl bei 1500 Nm als auch bei 10000 Nm Last zeigt die Variante DSVhe120 bei der 1. und 2. Zahneingriffsordnung höhere Amplituden, während bei den höheren Zahneingriffsordnungen die Amplituden beider Varianten nahe beieinander liegen. Die über den gesamten Lastbereich dominierenden Amplituden der Variante DSVhe120 im Bereich der 1. und 2. Zahneingriffsordnung erklären im Zusammenspiel mit dem geringeren Einfluss der elastischen Verformungen auf die Lastaufteilung die höheren Anwendungskraftpegel der Variante DSVhe120 im Vergleich zur Referenz. Für die tangentielle und axiale Messrichtung ergeben sich vergleichbare Ergebnisse.



**Bild 7.27:** Gemitteltes Ordnungsspektrum der Radialbeschleunigung am Hohlrad der Varianten DSVref und DSVhe120 aus einem Drehzahlhochlauf bei 1500 Nm und 10000 Nm Lastmoment an der Stegwelle (maximale Amplituden der Zahneingriffsordnungen symbolisch markiert)

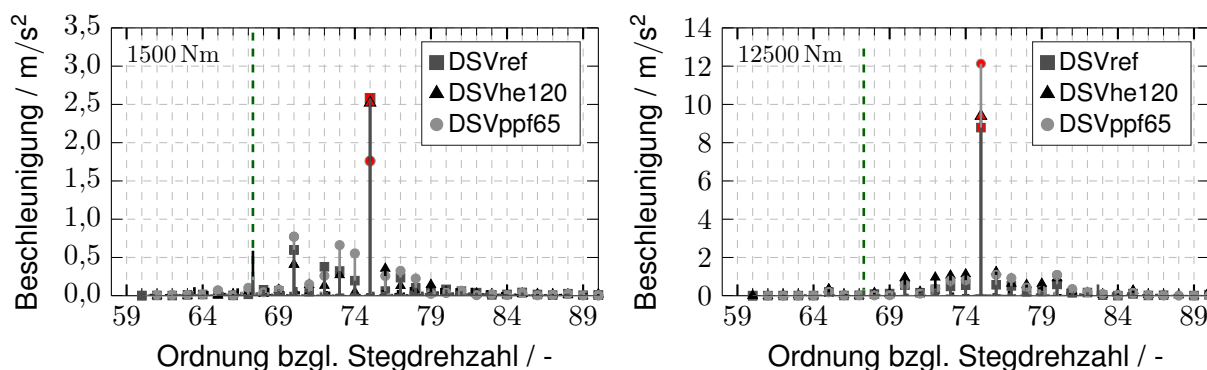
**Bild 7.28** zeigt das Amplitudenverhältnis  $V_{A,i}$  der Varianten DSVref sowie DSVhe120. Es zeigen sich weite Übereinstimmungen zum Vergleich der Varianten DSVref und DSVppf65 in **Bild 7.25**. Auch die Amplitudenverhältnisse der Variante DSVhe120 weisen ein nicht konstantes Verhältnis über der Last sowie einen Wechsel der dominierenden Zahneingriffsordnung mit steigender Drehzahl auf. Besonders bei niedrigen Drehzahlen ist ebenfalls eine hohe Lastabhängigkeit des Amplitudenverhältnisses  $V_{A,1}$  zu erkennen. Der höhere Differenzpegel  $\Delta V_{A,1,he} = 3,09$  weist in Übereinstimmung zum Anwendungskraftpegel auf eine größere Amplitudenerhöhung infolge der Hohlradexzentrizität hin, die auch bei hohen Lasten aufgrund der steifen Hohlradanbindung bestehen bleibt. Dieses Verhalten des Amplitudenverhältnisses liegt hauptsächlich bei niedrigen Drehzahlen vor, wenn der Einfluss des dynamischen Systemverhaltens unwesentlich ist.



**Bild 7.28:** Amplitudenverhältnis  $V_{A,i}$  für die 1. bis 5. Zahneingriffsordnung der Variante DSVref (—) und DSVhe120 (- - -) für radial ausgerichtete Beschleunigungssensoren bei 500 min<sup>-1</sup>, 2000 min<sup>-1</sup>, 4000 min<sup>-1</sup> und 6000 min<sup>-1</sup> Sonnenwellendrehzahl

Durch die exzentrische Verschiebung des Hohlrades entstehen ebenfalls zusätzliche unganzzahlige Ordnungen im Vergleich zur Referenz. So ist beispielsweise im Ordnungsspektrum der Radialbeschleunigung in **Bild 7.29** bei 1500 Nm die Ordnung 67,30 die zweithöchste Amplitude der Variante DSVhe120. Die Ordnung lässt sich aus der Kombination der  $15 \cdot N = 75$ . Stegordnung (dominante Hauptordnung  $O_{z,1} + 1$ ) und der negativen, zweifachen Drehordnung der Sonnenwelle  $-2 \cdot 3,85$  bestimmen und deutet auf eine erhöhte radiale Bewegung der Sonnenwelle hin, da das Sonnenrad infolge der radialen Verschiebung des Hohlrades auf einen größeren Orbit gezwungen wird. Auch die Ordnungsspektren der Höherharmonischen zeigen unganzzahlige Amplituden bei Ordnungen in Verbindung mit der Sonnenwellenbewegung, jedoch ist der Effekt bei der 1. Zahneingriffsordnung am ausgeprägtesten. Durch eine Laststeigerung nehmen die elastischen Verformungen im Getriebesystem, insbesondere in den Zahneingriffen, zu und die unganzzahligen Ordnungen verschwinden im Spektrum. In Übereinstimmung zum Anwendungskraftpegel bleibt jedoch der Einfluss der Hohlradexzentrizität auf den Eingriff Planet-Hohlrad erhalten und die ganzzahligen Ordnungen mit Bezug zur Modulation infolge der umlaufenden Planeten nehmen zu. Zum direkten Vergleich ist das Ordnungsspektrum der Variante DSVppf65 zusätzlich in **Bild 7.29** enthalten. Die Hohlradexzentrizität zeigt ähnliche Auswirkungen auf das Anregungsverhalten wie der Planetenpositionsfehler. Fertigungsabweichungen führen zu verstärkten unganzzahligen Ordnungen im Anregungsspektrum, die sich den jeweiligen rotierenden Getriebekomponenten zuordnen lassen. Durch elastische Verformungen im

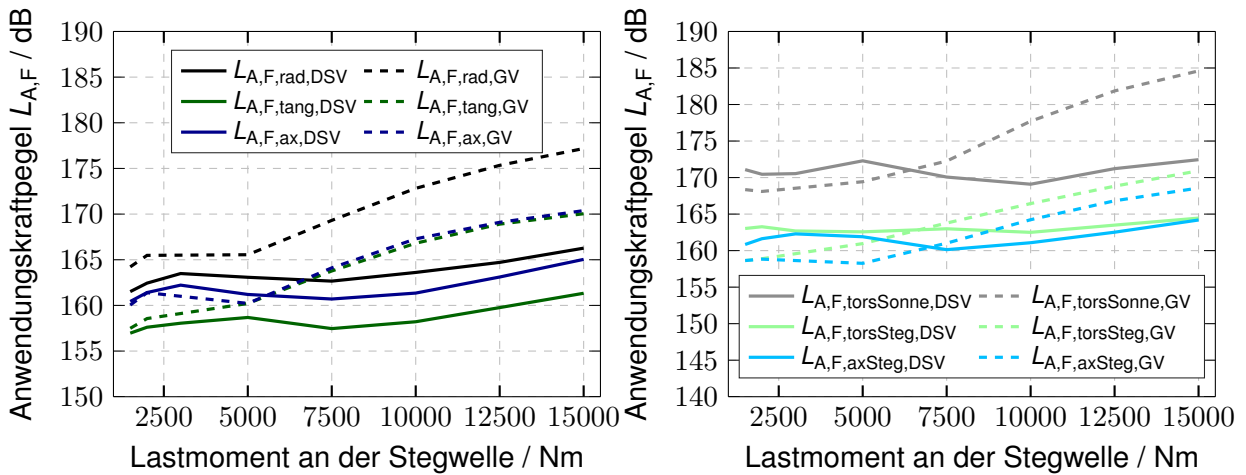
Zahneingriff bei Lasterhöhung treten diese jedoch wieder in den Hintergrund und das Anregungsspektrum wird durch die grundlegende Modulation infolge der umlaufenden Planeten und der stationären Sensorposition dominiert. Das Ordnungsspektrum bietet somit, insbesondere bei Teillast, die Möglichkeit zur Analyse und Bewertung des Betriebsverhaltens des Getriebes sowie den Vergleich unterschiedlicher Getriebe gleicher Bauart.



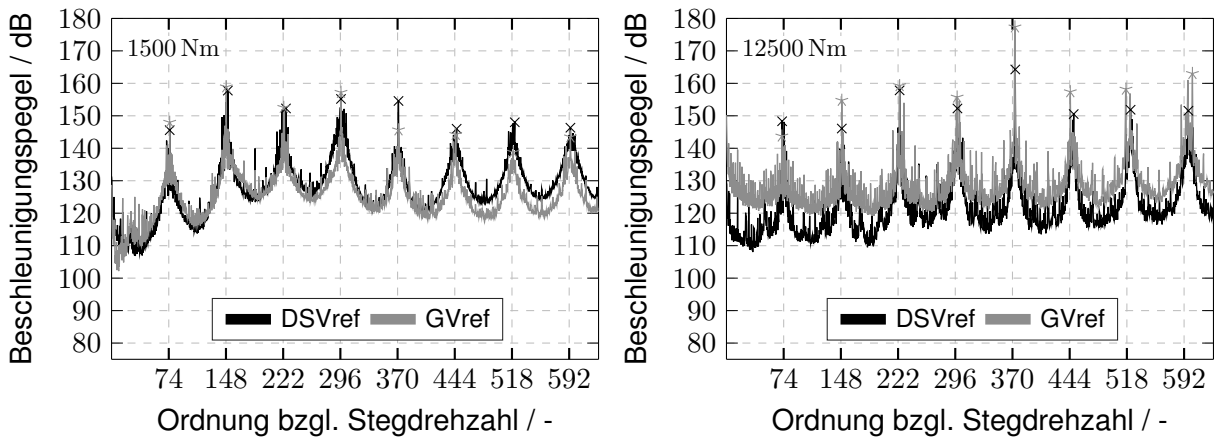
**Bild 7.29:** Vergleich Seitenbandstrukturen der 1. Zahneingriffsordnung der Varianten DSVref, DSVhe120 und DSVppf65 bei  $2000 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl sowie  $1500 \text{ Nm}$  und  $12500 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle der Radialbeschleunigung am Hohlrad (nur relevante Amplituden dargestellt). - - - Ordnung bzgl. Sonnenrad

#### 7.2.4 Geradverzahnung

**Bild 7.30** zeigt den Vergleich der Anwendungskraftpegel der Varianten DSVref und GVref. Der Pegelverlauf lässt sich in zwei Drehmomentbereiche kleiner und größer  $5000 \text{ Nm}$  einteilen. Bei Lasten kleiner  $5000 \text{ Nm}$  zeigt die Variante GVref einen vergleichbaren Verlauf zur Referenz mit leicht erhöhten Pegeln für die Radial- sowie Tangentialbeschleunigung und reduzierten Pegeln der Axialbeschleunigung. Die niedrigere Axialbeschleunigung folgt aus dem Übergang zur Geradverzahnung und dem Wegfall des Schrägungswinkels. Der Anstieg der Radial- und Tangentialbeschleunigung resultiert aus dem höheren Anregungspotential einer Geradverzahnung im Vergleich zur Schrägverzahnung (siehe auch geringere Gesamtüberdeckung  $\varepsilon_\gamma$  infolge fehlender Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta$  in **Bild 7.32**). Für die Torsionsbeschleunigung am Sonnenrad und Planetenträger sowie die Axialbeschleunigung am Planetenträger ergeben sich für die Geradverzahnung im unteren Lastbereich kleinere Pegelwerte im Vergleich zur Referenz. Die reduzierte Axialbeschleunigung am Planetenträger lässt sich wie auch bereits am Hohlrad aus dem Wegfall des Schrägungswinkels erklären. Für die Radial- und Tangentialbeschleunigung ist dies auf ein breitbandigeres Amplitudenspektrum um die jeweiligen Zahneingriffsordnungen der Variante DSVref zurückzuführen. Zusätzlich weist die 5. Zahneingriffsordnung der Variante DSVref bei niedriger Last im gemittelten Ordnungsspektrum (siehe **Bild 7.31**) eine um ca.  $9 \text{ dB}$  höhere Amplitude auf und dominiert somit den Anwendungskraftpegel. Für Lasten größer  $5000 \text{ Nm}$  steigen die Pegel der Variante GVref signifikant stärker an als im Vergleich zur doppelschrägverzahnten Variante DSVref. Die höchste Pegeldifferenz über der Last beträgt  $16 \text{ dB}$  für die Torsionsbeschleunigung am Sonnenrad.



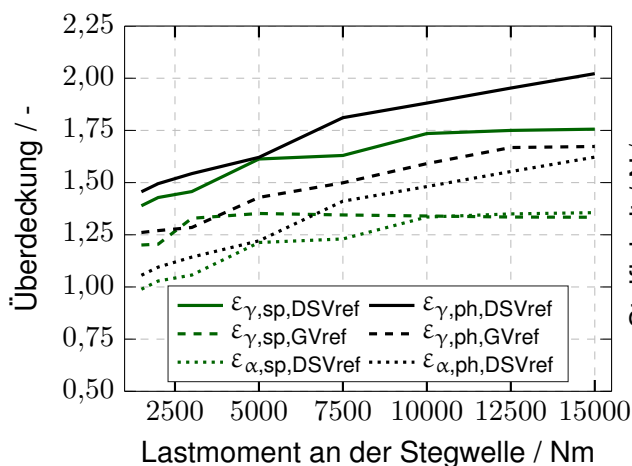
**Bild 7.30:** Anwendungskraftpegel  $L_{A,F}$  der Variante DSVref (—) und GVref (- - -) mit Auswertegrenzen:  $n_s = 500 \text{ min}^{-1} - 6800 \text{ min}^{-1}$ ,  $f = 500 \text{ Hz} - 11 \text{ kHz}$ ,  $ord = 1 - 5$



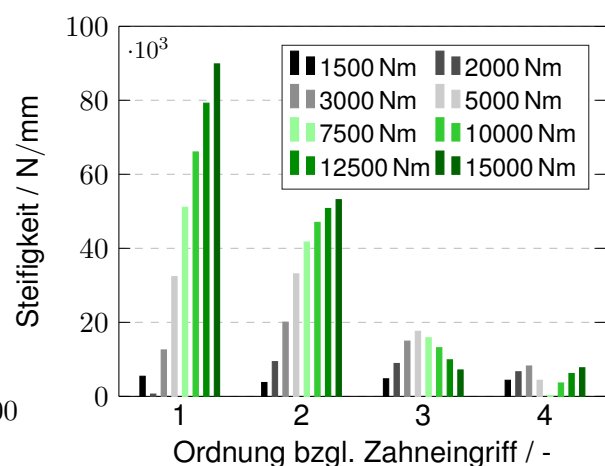
**Bild 7.31:** Gemitteltetes Ordnungsspektrum der Torsionsbeschleunigung am Sonnenrad der Varianten DSVref und GVref aus einem Drehzahlhochlauf bei 1500 Nm und 12500 Nm Lastmoment an der Stegwelle (maximale Amplituden der Zahneingriffsordnungen symbolisch markiert)

Der spezifische Verlauf des Anwendungskraftpegels der Geradverzahnung erklärt sich anhand des Amplitudenspektrums der Eingriffssteifigkeit in **Bild 7.33**. Infolge der geringeren Gesamtüberdeckung steigt der veränderliche Anteil der Verzahnungssteifigkeit im Vergleich zur Variante DSVref (vgl. **Bild 7.17**) erheblich stärker an. Das Minimum der Amplituden liegt aufgrund der Geradverzahnung und der geringeren Korrekturbeträge im Lastbereich 1500 Nm bis 2000 Nm. In diesem Bereich weisen die Pegel in **Bild 7.30** ebenfalls die niedrigsten Werte auf. Zusätzlich ist die Gesamtverzahnungsbreite der doppelschrägverzahnnten Variante DSVref auf jeweils zwei identisch korrigierte Verzahnungshälften aufgeteilt. Daraus ergibt sich bei niedrigen Lasten zusätzlich eine geringere mittlere Gesamtberührlinienlänge im Vergleich zur Geradverzahnung, da durch die Verzahnungskorrekturen weniger Flankenbereiche am aktiven Zahneingriff beteiligt sind. Das unterschiedliche Überdeckungs-niveau der Varianten DSVref und GVref resultiert aus der fehlenden Sprungüberdeckung der Geradverzahnung. Die Unterschiede im Verlauf und der Steigung der Überdeckung für den Eingriff Sonne-Planet folgen aus den unterschiedlichen

Beträgen der Verzahnungskorrekturen zur Optimierung der Tragfähigkeit. Die Kopfrücknahmen der Variante GVref fallen bei gleicher Auslegungslast geringfügig kleiner aus (vgl. **Tabelle 5.3**). Hierdurch weist die Geradverzahnung bei niedrigster Laststufe eine höhere Profilüberdeckung  $\varepsilon_\alpha$  auf. Bereits ab 5000 Nm trägt die Geradverzahnung über die vollständige Profilhöhe und eine weitere Lasterhöhung führt zu keinem weiteren Anstieg der Überdeckung, da das Verzahnungsspiel ausreichend groß ist, um den vorzeitigen Eingriff des nächsten Zahnpaars zu vermeiden. Die Variante DSVref erreicht diesen Zustand erst bei 10000 Nm.

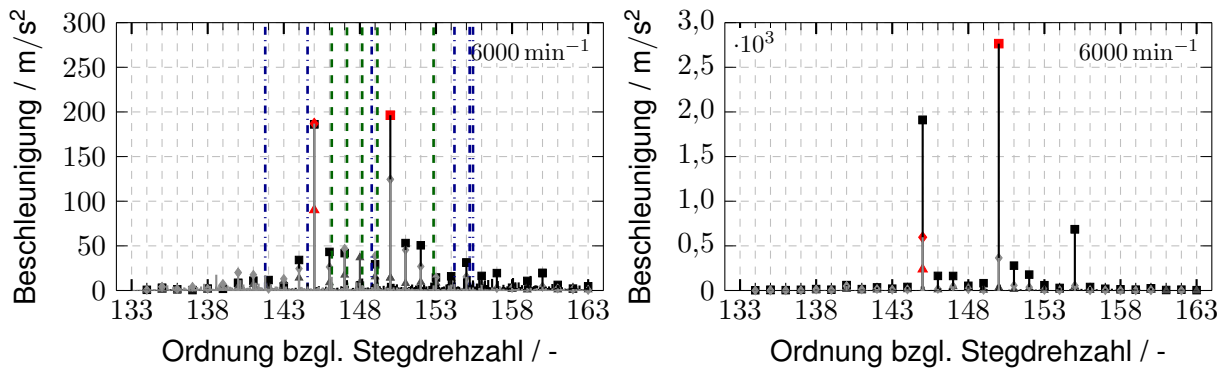


**Bild 7.32:** Überdeckungen unter Last der Zahn-eingriffe Sonne/Planet (sp) und Planet/Hohlrad (ph) der Varianten DSVref und GVref



**Bild 7.33:** Amplitudenspektrum der Eingriffssteifigkeit der Variante GVref unter Last des Zahneingriffs Sonne/Planet. Berechnet mit DZP6 [Göt19a]

Ein Vergleich der Ordnungsspektren der Varianten GVref (**Bild 7.34**) und DSVref (**Bild 7.19** und **Bild 7.21**) zeigt in Übereinstimmung zu den Pegelwerten in **Bild 7.30** ebenfalls höhere Beschleunigungsamplituden. Es treten die gleichen Modulationsphänomene und somit die gleichen dominierenden ganzzahligen Ordnungen bezüglich der Stegdrehzahl auf. Anhand der Messungen kann für die relevanten Seitenbandordnungen der geradverzahnten Variante GVref insbesondere bei höheren Lasten eine breitbandigere Seitenbandstruktur festgestellt werden. Während bei der Variante DSVref bei niedrigen Lasten hauptsächlich unganzzahlige Ordnungen mit Bezug zur Überrollordnung bzw. Drehordnung des Sonnenrades hervortreten, können bei der Variante GVref vermehrt Ordnungen mit Bezug zur Überrollordnung der Planetenräder beobachtet werden. Diese Änderung im Ordnungsspektrum lässt sich auf die Verzahnungsqualitäten in **Tabelle 5.4** zurückführen. Nachdem die Ursache der unganzzahligen Ordnungen vor allem in Fertigungsabweichungen liegt, weisen die Planeten der Variante GVref tendenziell schlechtere Qualitäten auf.



**Bild 7.34:** Vergleich der Seitenbandstrukturen der 2. Zahneingriffsordnung der Variante GVref bei  $6000 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl sowie  $1500 \text{ Nm}$  und  $15000 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle (nur relevante Amplituden dargestellt). ■ Radialbeschleunigung, ▲ Tangentialbeschleunigung, ◆ Axialbeschleunigung. - - - Ordnung bzgl. Sonnenrad - - - Ordnung bzgl. Planetenrad

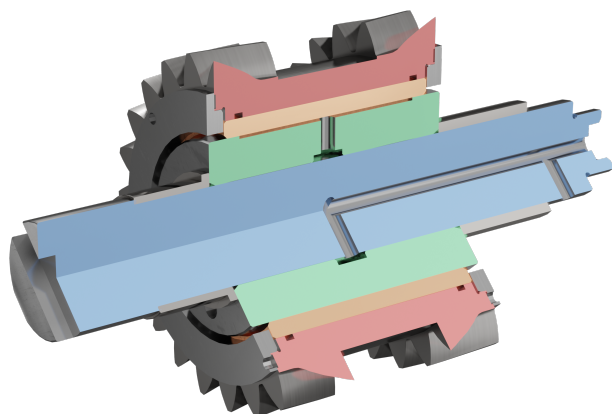
Die Effektivwerte in **Tabelle 7.3** verdeutlichen nochmals das unterschiedliche Anregungsniveau der beiden Varianten DSVref und GVref. Der Effektivwert steht in direkt proportionalem Zusammenhang mit dem Energiegehalt der gemessenen Beschleunigung und kann als Maß für die in die Struktur eingebrachte Schwingungsenergie herangezogen werden, die über entsprechende Verbindungspunkte weitergeleitet wird. **Tabelle 7.3** zeigt eine deutliche Last- und Drehzahlabhängigkeit des Effektivwertes, wobei letztere klar überwiegt. Eine Verdreifachung der Drehzahl führt bei einer Last von  $15000 \text{ Nm}$  zu einem um den Faktor 10 größeren Effektivwert.

Lastmoment	$n_s = 2000 \text{ min}^{-1}$	$n_s = 6000 \text{ min}^{-1}$
$1500 \text{ Nm}$	$31,88/41,10 \text{ m/s}^2$	$136,26/264,67 \text{ m/s}^2$
$15000 \text{ Nm}$	$47,19/311,08 \text{ m/s}^2$	$278,02/2903,66 \text{ m/s}^2$

**Tabelle 7.3:** Effektivwerte der radialen Beschleunigungen der Varianten DSVref/GVref für verschiedene Betriebspunkte, gemessen am Hohlrads

Grundsätzlich kann der doppelschrägverzahnten Planetengetriebevariante DSVref eine komplexere Fertigung im Vergleich zur geradverzahnten Variante GVref zugeordnet werden. Dies resultiert insbesondere aus der erforderlichen Ausrichtung der beiden Verzahnungshälften zueinander. Hinzu kommt die konstruktive Ausführung des Hohlrades, dessen Verzahnungshälften als Einzelteile gefertigt und bei der Montage ausgerichtet und verstiftet werden müssen. Die in dieser Arbeit untersuchten Getriebevarianten weisen vergleichbare Verzahnungsqualitäten auf, sodass ein direkter Vergleich der Schwingungsanregung möglich ist. Das signifikant niedrigere Anregungsniveau der Doppelschrägverzahnung rechtfertigt somit den höheren Fertigungsaufwand. Da die Doppelschrägverzahnung mit einer Sprungüberdeckung von  $0,442/0,40$  (Eingriff Sonne-Planet/Planet-Hohlrads) nicht anregungsoptimiert ist, ist eine noch niedrigere Schwingungsanregung beim Übergang zu einer ganzzahligen Sprungüberdeckung zu erwarten.

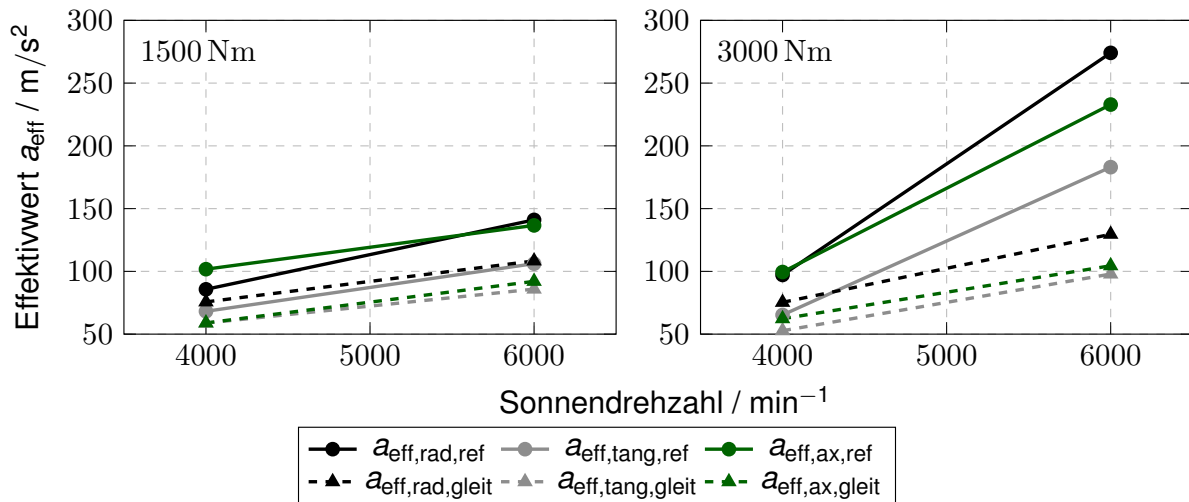
### 7.2.5 Gleitgelagerte Planetenräder



**Bild 7.35:** Gleitlagerung eines Planeten der Variante DSVgleit in Schnittdarstellung

Im Gegensatz zu Wälzlagern werden bei Gleitlagern Innen- und Außenring durch einen Schmierfilm anstelle von Wälzkörpern getrennt. Daraus ergeben sich bestimmte Vorteile für den Betrieb von Hochdrehzahlgetrieben. Durch die fehlenden Wälzkörper resultieren bei geeigneten Betriebsbedingungen geringere Lagerverluste und der Schmierfilm führt zu einer höheren Dämpfung. In **Bild 7.35** ist die Schnittansicht eines gleitgelagerten Planeten der Variante DSVgleit dargestellt. Es wird eine Doppelschrägverzahnung verwendet, sodass eine axiale Festle-

gung der Planeten nicht erforderlich ist. In den Radkörper (rot) ist das Gleitlager (orange) aus Bronze eingepresst und axial fixiert. Das Gegenstück zur Lauffläche des Gleitlagers bildet eine Stahlhülse (grün), die auf den Planetenbolzen (blau) aufgespresst ist. Die Schmierung erfolgt über das gleiche Ölversorgungssystem der Wälzlager. Das über die zentrale Bohrung im Planetenbolzen zugeführte Öl wird mittels einer umlaufenden Ringnut in der Stahlbuchse zur Ölzufuhrtasche gefördert und gelangt somit in den Schmierpalt. Da es sich hierbei um hydrodynamische Gleitlagerungen handelt, ist eine Relativgeschwindigkeit zwischen den Laufflächen des Gleitlagers erforderlich, um den Aufbau des Schmierfilms sicherzustellen. Daher wurden Betriebspunkte mit niedrigen Drehzahlen vermieden und die Verspannung des Prüfstandes erst nach dem Erreichen der Betriebsdrehzahl durchgeführt. Ein Vergleich der Anwendungskraftpegel basierend auf Drehzahlhochläufen kann aus diesen Gründen nicht vorgenommen werden. Stattdessen sind in **Bild 7.36** die Effektivwerte der Varianten DSVref und DSVgleit für 1500 Nm und 3000 Nm Last bei  $4000 \text{ min}^{-1}$  und  $6000 \text{ min}^{-1}$  Sonnendrehzahl abgebildet. Eine weitere Steigerung der Last war aufgrund von thermischer Instabilität der Gleitlagerungen nicht möglich. Die Effektivwerte beider Varianten zeigen eine Last- und Drehzahlabhängigkeit. Mit zunehmender Last steigt ebenfalls die Sensitivität gegenüber der Drehzahl, die anhand der Steigung des Effektivwertes in **Bild 7.36** beschrieben wird. Während die Sensitivität der Gleitlagerung bei steigender Last nur geringfügig zunimmt, steigt sie bei Wälzlagerung erheblich an. Anhand der Messergebnisse ist ein deutlicher Einfluss der Gleitlagerung auf die Schwingungsanregung am Hohlrad erkennbar. Durch die stärkere Dämpfung im Gleitlager kann der Effektivwert bei 3000 Nm nahezu halbiert und die durch die Struktur weitergeleiteten Schwingungen reduziert werden. Bei  $4000 \text{ min}^{-1}$  ist der Dämpfungseffekt deutlich geringer, aber auch hier zeigen Gleitlager einen gewissen Vorteil gegenüber Wälzlagerungen. Dies ist auf eine größere Spalthöhe des Schmierfilms bei höheren Drehzahlen zurückzuführen.



**Bild 7.36:** Gemittelter Effektivwert  $a_{\text{eff}}$  der radialen, tangentialen und axialen Beschleunigung am Hohlrad der Variante DSVref (●) und DSVgleit (▲) bei 4000 min<sup>-1</sup> und 6000 min<sup>-1</sup> Sonnenwellendrehzahl sowie 1500 Nm und 3000 Nm Lastmoment an der Stegwelle

### 7.3 Ergebnisse der Eigenfrequenz- und Schwingungsformberechnung

Die mit Hilfe des Berechnungsmodells aus **Abschnitt 4.3** berechneten Eigenfrequenzen und Schwingungsformen des doppelschrägverzahnten Planetengetriebes werden nachfolgend dargestellt. Aufgrund der Modellgrenzen werden keine Eigenfrequenzen und Schwingungsformen der umgebenden Prüfstandstruktur sowie deren Wechselwirkung mit den Verzahnungen erfasst. Die Eingangsparameter der Berechnung sind in **Tabelle 7.4** aufgeführt.

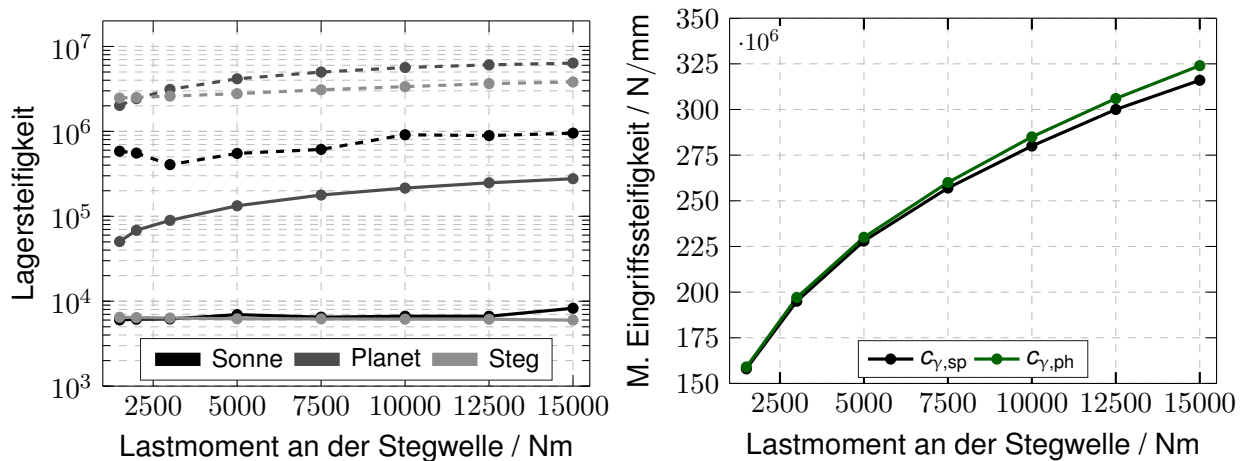
Größe		Einheit	Sonne	Planet	Hohlrad	Planetenträger
Masse	$m$	kg	3.876	1.5874	44.00	42.496
Massenträgheit	$I_S$	kg · m <sup>2</sup>	0.0063	0.0021	0.9254	0.4753
	$I_J$	kg · m <sup>2</sup>	0.0064	0.0025	1.8115	0.8153
Abmaße Balkenelement	$l_{bl}$	mm	30	30	30	30
	$d_{bl,i}$	mm	62	62	310	203
	$d_{bl,a}$	mm	96	82	375	193
Anzahl Planeten	$N$	–			5	

**Tabelle 7.4:** Eingangsparameter zur Eigenfrequenz- und Eigenformberechnung des doppelschrägverzahnten Planetengetriebes

Als Referenz dient die Variante DSVref mit isotroper Lagersteifigkeit der Planeten (Lagersteifigkeit für alle Planeten identisch). Bei der Bewertung des Schwingungsverhaltens wird in Analysen mit und ohne Drehzahleinfluss sowie Homogenität der Planeten und Planetenlagerung unterschieden. Da die Lage der Eigenfrequenzen stark von der Systemsteifigkeit abhängig ist, werden die Lager- und Eingriffssteifigkeiten betriebspunktspezifisch in einem vorgelagerten Berechnungsschritt mit der Software RIKOR [Wei21] sowie DZP [Göt19a] bestimmt und sind in



**Bild 7.37** dargestellt. Grundlage zur Ermittlung der Eingriffssteifigkeit bilden die Verzahnungs- und Korrekturdaten aus **Tabelle 5.1** und **Tabelle 5.3**. Die Senksteifigkeit der Sonnenwelle und des Planetenträgers sind deutlich niedriger im Vergleich zu den Planetenlagerungen und nahezu konstant. Dies ist auf die Eigenschaften der Zentralwellen bei Planetengetrieben zurückzuführen. Da sich die Kräfte an den Zentralwellen in einem idealen Planetengetriebe aufheben, resultiert die Lagerbelastung im realen Getriebe lediglich aus der Gewichtsbelastung sowie Unterschieden in den Verzahnungskräften infolge der Eingriffsfolge. Aus der kleinen Lagerbelastung folgt somit eine kleine Lagerverformung sowie Lagersteifigkeit.



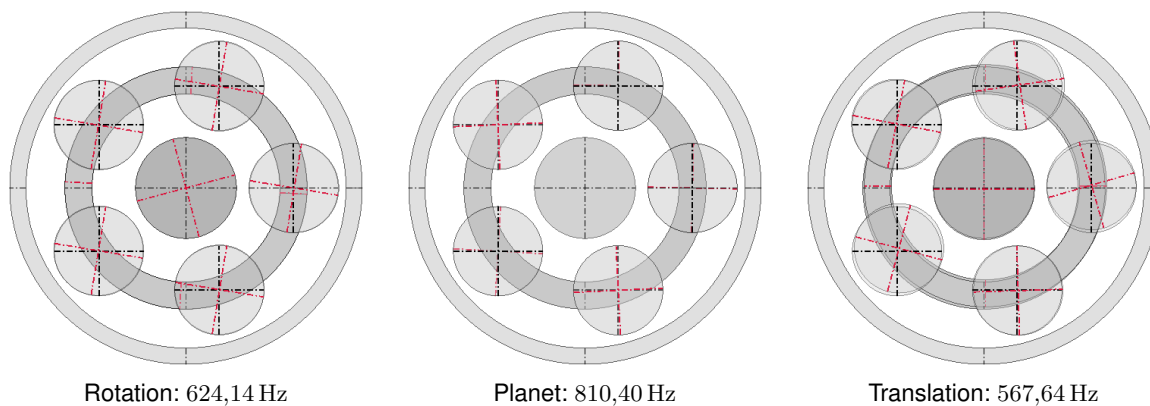
**Bild 7.37:** Lager- und mittlere Eingriffssteifigkeit der Variante DSVref für die Eigenfrequenz- und Schwingungsformberechnung. —: Senksteifigkeit in N/m, - - -: Kippsteifigkeit in Nm/rad, sp: Eingriff Sonne-Planet, ph: Eingriff Planet-Hohlrad

### 7.3.1 Eigenfrequenzen und Schwingungsformen ohne Drehzahleinfluss

In **Tabelle 7.5** sind die Eigenfrequenzen der Referenzvariante DSVref bei einer Last von 1500 Nm bis 20000 Hz aufgelistet. Die Drehzahl des Planetenträgers wird dabei als gering angenommen, sodass der Einfluss der gyrokopischen Kräfte sowie Zentrifugalkräfte vernachlässigt werden kann. In Anlehnung an [Eri09, Eri13b, Lin99b] erfolgt auf Basis der Eigenmodenform der jeweiligen Eigenfrequenzen eine Gruppierung und Einordnung in Translations-, Rotations- und Planetenmoden, die die gleichen charakteristischen Eigenschaften (siehe **Abschnitt 2.3.4**) aufweisen und die Übertragbarkeit auf doppelschrägverzahnte Planetengetriebe bestätigen. Die Multiplizität beschreibt dabei die Anzahl an linear unabhängigen Eigenvektoren, die der jeweiligen Eigenfrequenz zugeordnet sind. Durch die Verwendung von sechs Freiheitsgraden pro Starrkörper treten zusätzliche Kippbewegungen der Körper auf, die jedoch aufgrund der höheren Kippsteifigkeit der Lager den translatorischen und rotatorischen Bewegungen unterliegen. Anhand der Lage der Eigenfrequenzen in **Tabelle 7.5** kann ebenfalls eine Clusterung (vgl. [Eri13a]) der Schwingungsmoden für bestimmte Frequenzbereiche abgeleitet werden. Dabei liegen jeweils eine Translations-, Rotations- und Planetenmode zusammen in einem Cluster (Zuordnung der unterschiedlichen Moden zu einem Cluster über Nummern in Klammer in **Tabelle 7.5**).

Typ	Frequenz	Multiplizität	Charakteristik
Translation	226,06 Hz	2	Reine Translation von Sonne, Hohlrad und Planetenträger
	567,64 Hz (1)		
	1180,30 Hz		
	1192,90 Hz (2)		
	1286,74 Hz		
	2022,54 Hz		
	3157,07 Hz (3)		
	3275,33 Hz		
Rotation	624,14 Hz (1)	1	Reine Rotation von Sonne, Hohlrad und Planetenträger, Planeten bewegen sich identisch in Phase
	1156,23 Hz (2)		
	3096,88 Hz (3)		
	3603,34 Hz		
Planet	810,40 Hz (1)	2	Sonne, Hohlrad und Planetenträger stillstehend, Planeten schwingen
	1130,13 Hz (2)		
	3052,04 Hz (3)		
	3164,34 Hz		
	17382,30 Hz		
gegenl. Rotation	221,32 Hz	1	Entgegengesetzte Rotation der Verzahnungshälften mit überlagerter translatorischer Bewegung bzw. Kippbewegung
	831,43 Hz		
	2087,14 Hz		
	9434,04 Hz		
	12091,39 Hz		
17385,05 Hz			

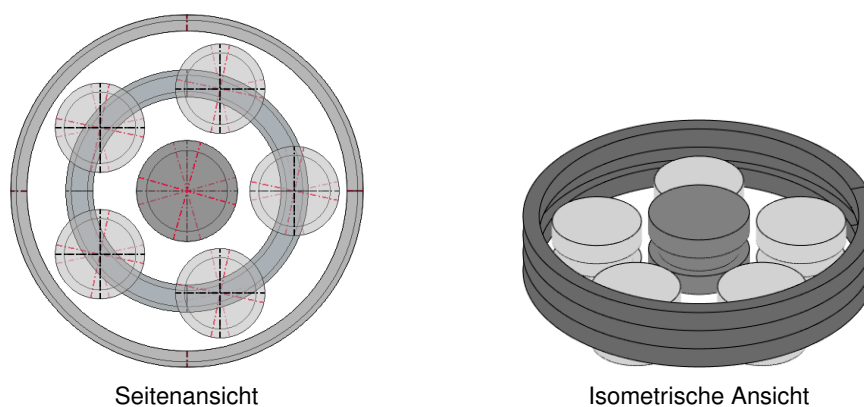
**Tabelle 7.5:** Berechnete Eigenfrequenzen der Variante DSVref mit isotroper Lagersteifigkeit der Planeten bei 1500 Nm Lastmoment an der Stegwelle. Zugehörige Cluster-Nummern in Klammer angegeben



**Bild 7.38:** Schwingungsformen des 1. Clusters in Seitenansicht (Verkippungen nicht dargestellt)

**Bild 7.38** zeigt die drei Schwingungsmoden des ersten Clusters in der Seitenansicht. Der Übersicht halber sind die Kippbewegungen nicht dargestellt. Eine vollständige grafische Auflistung der drei Cluster ist in **Anhang A.6** aufgeführt. Zwischen den einzelnen Clustern treten Frequenzbereiche ohne Eigenfrequenz des Planetengetriebes auf. Besonders der Bereich zwischen 12500 Hz und 17500 Hz ist aufgrund des breiten Frequenzbereichs besonders auffällig.

Eine Besonderheit stellen die gegenläufigen Rotationsmoden aus **Tabelle 7.5** dar. Diese Schwingungsmoden weisen rotatorische Bewegungen der einzelnen Getriebekomponenten auf, bei denen jedoch die Drehrichtung der jeweiligen Verzahnungshälften eines Zahnradkörpers entgegengesetzt ist. Der Mittelpunkt der Balkenverbindung wird hierbei nicht tordiert. Dieser Bewegung können darüber hinaus noch zusätzliche translatorische Bewegungen oder Kippbewegungen überlagert sein, die eine neue Gruppe von Schwingungsmoden neben den Translations-, Rotations- und Planetenmoden darstellen. **Bild 7.39** zeigt die Schwingungsform der gegenläufigen Rotationsmode mit überlagerter axialer Bewegung der Sonne und Planeten bei 831,43 Hz.

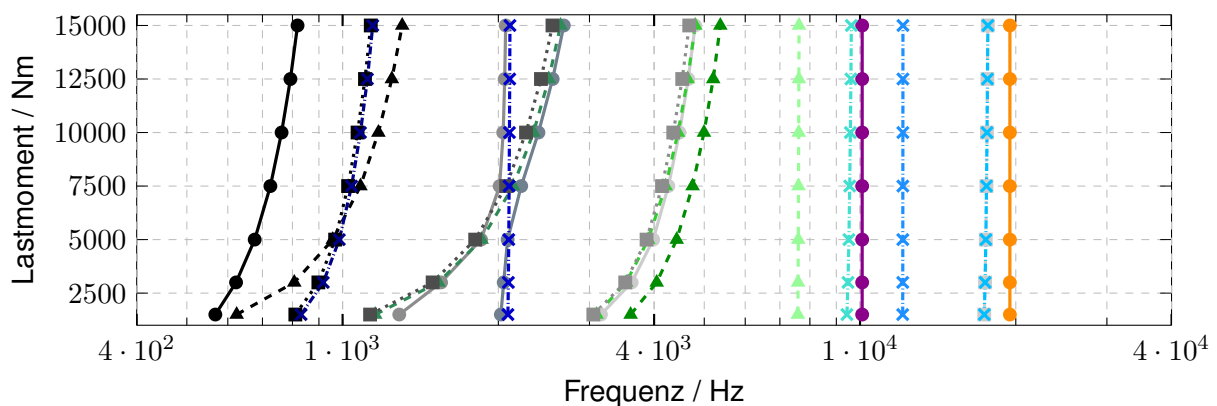


**Bild 7.39:** Gegenläufige Rotationsmode der Variante DSVref bei 831,43 Hz

Die Schwingungsform resultiert aus der Doppelschrägverzahnung und der damit verbundenen Anordnung der Zahneingriffe bzw. Federn der Eingriffssteifigkeit im Modell. Die Kopplung von zwei Körpern durch jeweils zwei Eingriffe bzw. Verzahnungsfedern mit umgekehrten Schrägungswinkel erfordert bei einer entgegengesetzten, axialen Verschiebung von Sonne und Planeten ebenfalls eine entgegengesetzte Verdrehung der Verzahnungshälften in Torsionsrichtung. Die kleine Axialsteifigkeit der Sonnen- und Planetenlagerung aufgrund der schwimmenden Anordnung unterstützt dieses Verhalten. Da die Bewegung der Verzahnungshälften entgegengesetzt ist, können die gegenläufigen Rotationsmoden nicht mit Modellen erfasst werden, die Zahnräder lediglich mit einem einzelnen Starrkörper abbilden.

Da sowohl die Lagersteifigkeit als auch Eingriffssteifigkeit infolge von elastischen Verformungen im Lager und Zahneingriff stark von der übertragenen Last abhängig sind, verschieben sich auch die Eigenfrequenzen mit der Last. In **Bild 7.40** sind die Schwingungsmoden aus **Tabelle 7.5** über das aufgebrachte Drehmoment an der Stegwelle dargestellt. Mit steigender Last nimmt die Systemsteifigkeit zu (siehe **Bild 7.37**) und die Eigenfrequenzen verschieben sich zu

höheren Frequenzen. Dabei bleibt die Clusterung der Moden ebenfalls bestehen, da die lastbedingte Frequenzänderung der jeweiligen Eigenfrequenzen in einem Cluster vergleichbar ist. Insbesondere die Eigenfrequenzen bis 6000 Hz steigen mit zunehmender Last signifikant an. Die größeren Eigenfrequenzen ab 10000 Hz bleiben dagegen nahezu konstant und werden nur geringfügig von der Systemsteifigkeit beeinflusst. In **Bild 7.40** sind darüber hinaus Schnittpunkte von unterschiedlichen Eigenfrequenzen im Bereich zwischen 900 Hz und 1200 Hz erkennbar. Werden beide Eigenfrequenzen gleichzeitig angeregt, können sich die Amplituden addieren und zu einer verstärkten Schwingung führen. Dies ist insbesondere bei Schwingungsmoden des gleichen Typs kritisch zu betrachten, da hier eine Übereinstimmung der Schwingungsrichtung vorliegen kann. Für die beiden Rotationsmoden bei 957,23 Hz und 1082,78 Hz ist dies jedoch nicht der Fall, da diese in unterschiedliche Koordinatenrichtungen schwingen.

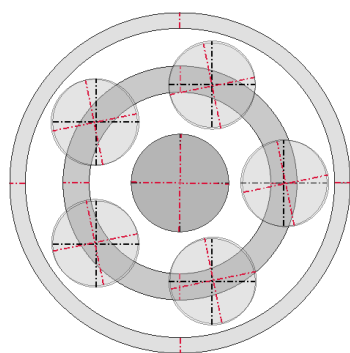


**Bild 7.40:** Eigenfrequenzen der Variante DSVref mit isotroper Planetenlagersteifigkeit in Abhängigkeit des Lastmoment an der Stegwelle: Translationsmoden (—), Rotationsmoden (---), Planetenmoden (····), gegenläufige Rotationsmoden (-·-·-)

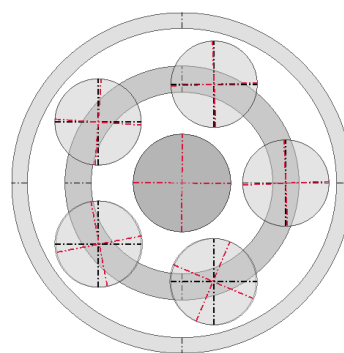
Durch Fertigungs- und Montageabweichungen resultiert wie in **Abschnitt 7.1** beschrieben eine ungleichmäßige Lastverteilung, die zu ungleichmäßiger Belastung der Zahneingriffe sowie anisotroper Eingriffs- und Lagersteifigkeit führt. Der Einfluss einer anisotropen Steifigkeitsverteilung auf das Schwingungsverhalten ist beispielhaft in **Tabelle 7.6** für den Frequenzbereich 1000 Hz bis 5000 Hz dargestellt. Infolge der fehlenden Symmetrie der Planetenlager- sowie Eingriffssteifigkeiten zwischen Sonne, Planet und Hohlrad resultiert ein unstrukturiertes Schwingungsverhalten. Der Großteil der Schwingungsmoden kann nicht mehr einer der charakteristischen Kategorien der Translations-, Rotations-, Planeten- oder gegenläufigen Rotationsmoden zugeordnet werden. Beispielsweise weisen eine Vielzahl der Moden um 3000 Hz eine überwiegend rotatorische Bewegung der Zentralwellen auf, jedoch bewegen sich die Planeten nicht mehr in Phase, sodass eine Eingruppierung zu den Rotationsmoden nicht möglich ist. Dies ist in **Bild 7.41** grafisch anhand der 27. Mode der Variante DSVref und der 28. Mode der Variante DSVppf65 dargestellt. Zudem treten lediglich Eigenfrequenzen der Multiplizität 1 auf, wodurch die größere Anzahl an Eigenfrequenzen im betrachteten Bereich der Variante DSVppf65 erklärt wird, da sich die Eigenfrequenzen der Variante DSVref mit Multiplizität 2 aufspalten.

DSVppf65			DSVref		
Mode	Frequenz	Typ/Multiplizität	Mode	Frequenz	Typ/Multiplizität
17	1286,41 Hz	-/1	13	1130,13 Hz	Planet/2
18	1286,55 Hz	-/1	15	1156,23 Hz	Rotation/1
19	1308,91 Hz	-/1	16	1180,30 Hz	Translation/2
20	1345,22 Hz	-/1	18	1192,90 Hz	Translation/2
21	1621,82 Hz	-/1	20	1286,74 Hz	Translation/2
22	1997,06 Hz	-/1	22	2022,54 Hz	Translation/2
23	2038,38 Hz	-/1	24	2087,14 Hz	gegenl. Rotation/1
24	2087,09 Hz	gegenl. Rotation/1	25	3052,04 Hz	Planet/2
25	2709,13 Hz	-/1	27	3096,88 Hz	Rotation/1
26	2847,52 Hz	gegenl. Rotation/1	28	3157,07 Hz	Translation/2
27	3004,36 Hz	-/1	30	3164,34 Hz	Planet/2
28	3115,37 Hz	-/1	32	3275,33 Hz	Translation/2
29	3145,46 Hz	-/1	34	3603,34 Hz	Rotation/1
30	3220,19 Hz	-/1			
31	3293,25 Hz	-/1			
32	3411,71 Hz	-/1			
33	3461,20 Hz	-/1			
34	3672,59 Hz	Rotation/1			

**Tabelle 7.6:** Vergleich berechneter Eigenfrequenzen der Variante DSVref und DSVppf65 im Bereich 1000 Hz bis 5000 Hz bei 1500 Nm Lastmoment an der Stegwelle



(a) DSVref 27. Mode 3096,88 Hz



(b) DSVppf65 28. Mode 3115,37 Hz

**Bild 7.41:** 27. bzw. 28. Mode der Variante DSVref und DSVppf65

### 7.3.2 Eigenfrequenzen und Schwingungsformen mit Drehzahleinfluss

Neben der zu übertragenden Last hat ebenfalls die Drehzahl der Getriebekomponenten aufgrund der auftretenden gyroskopischen Kräfte sowie Zentrifugalkräfte einen wesentlichen Einfluss auf das Schwingungsverhalten des Planetengetriebes. **Tabelle 7.7** zeigt beispielhaft den Einfluss einer Sonnenwellendrehzahl von  $6800 \text{ min}^{-1}$  auf die Eigenfrequenzen der Variante DSVref mit isotroper Planetenlagersteifigkeit bei 1500 Nm Last.

Typ	Frequenz	
	$\Omega_s = 0 \text{ min}^{-1}$	$\Omega_s = 6800 \text{ min}^{-1}$
Translation	226,06 Hz (2)	199,38 Hz
		252,32 Hz
	567,64 Hz (2)	540,78 Hz
		594,30 Hz
	1192,90 Hz (2)	1191,91 Hz
		1193,62 Hz
	1286,74 Hz (2)	1286,55 Hz
		1295,93 Hz
	2022,54 Hz (2)	2001,02 Hz
		2043,88 Hz
3157,07 Hz (2)	3154,53 Hz	
	3158,75 Hz	
3275,33 Hz (2)	3273,51 Hz	
	3278,31 Hz	
Rotation	624,14 Hz	789,24 Hz
	1156,23 Hz	1190,04 Hz
	3096,88 Hz	3109,71 Hz
	3603,34 Hz	3109,71 Hz
Planet	810,40 Hz (2)	810,40 Hz (2)
	1130,13 Hz (2)	1129,99 Hz (2)
	3052,04 Hz (2)	3051,38 Hz (2)
	3164,34 Hz (2)	3164,89 Hz (2)
gegenl. Rotation	221,32 Hz	445,53 Hz
	831,43 Hz	1047,00 Hz
	2087,14 Hz	445,53 Hz

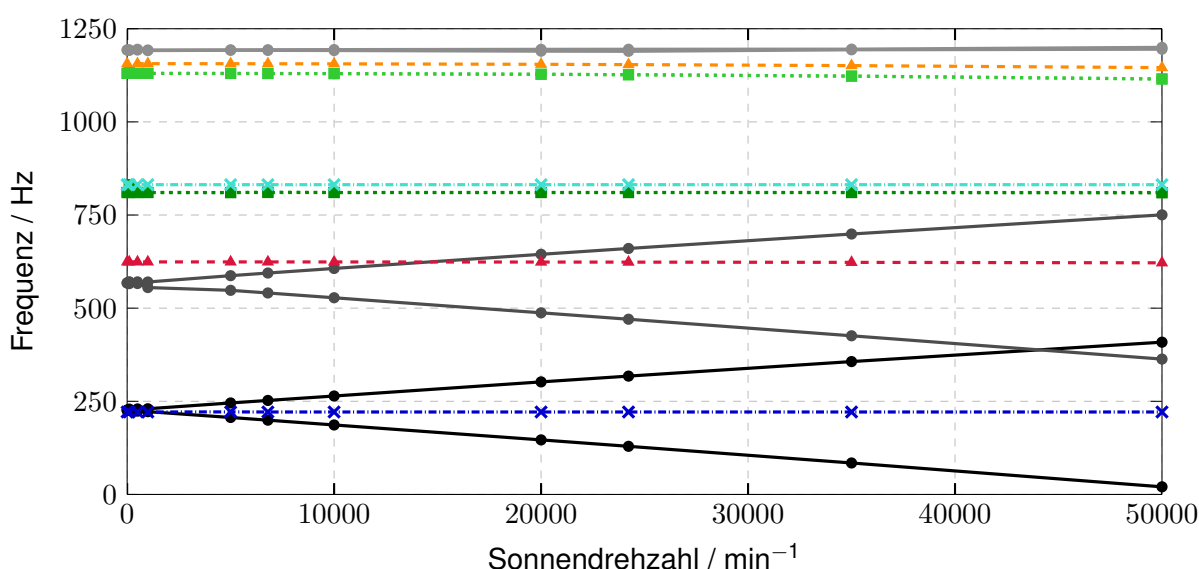
**Tabelle 7.7:** Vergleich berechneter Eigenfrequenzen der Variante DSVref bei 0 und  $6800 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl mit isotroper Lagersteifigkeit der Planeten bei  $1500 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle bis  $4000 \text{ Hz}$  (Multiplizität der Moden in Klammer angegeben)

Generell kann festgehalten werden, dass infolge der schiefsymmetrischen gyrokopischen Matrix  $G$  komplex konjugierte Paare der Eigenfrequenzen und -moden entstehen. Die Frequenzen und Schwingungsformen der Translationsmoden mit Multiplizität 2 bei  $\Omega_s = 0 \text{ min}^{-1}$  spalten sich für Drehzahlen ungleich 0 auf. Dabei nimmt die Frequenz der einen Mode mit steigender Drehzahl ab und die Frequenz der anderen Mode nimmt zu. Die Translationsmoden weisen auch unter Drehzahleinfluss lediglich Translationsbewegungen der Zentralwellen auf. Dabei sind die Translationsbewegungen in  $x$ - und  $y$ -Richtung um  $90^\circ$  phasenverschoben ( $x_j = i \cdot x_h$  mit  $j = s, h, p, t$ ). Die größte Aufspaltung tritt bei der niedrigsten Eigenfrequenz auf und beträgt 26,6%. Im Vergleich zu den Translationsmoden bleibt die Multiplizität der Eigenfrequenzen der Planetenmoden von 2 auch unter Drehzahleinfluss bestehen. Es treten lediglich minimale, jedoch nicht einheitliche, Frequenzänderungen bei  $\Omega_s = 6800 \text{ min}^{-1}$  auf, die als vernachlässigbar angesehen werden können. Auch unter Drehzahleinfluss zeigen Planetenmoden lediglich eine phasengleiche Bewegung der Planeten bei stillstehenden Zentralwellen. Die modale Struktur der Rotations- und gegenläufigen Rotationsmoden bleibt ebenfalls unter Drehzahleinfluss bestehen.

Während sich die Frequenzen der Rotationsmoden, vergleichbar zu den Planetenmoden, geringfügig ändern, bleiben die Frequenzen der gegenläufigen Rotationsmoden konstant. Die Beobachtungen bezüglich der Translations-, Rotations- und Planetenmoden unter Drehzahleinfluss stimmen somit mit den Ergebnissen des Berechnungsmodells eines geradverzahnten Planetengetriebes mit drei Freiheitsgraden pro Starrkörper nach Cooley und Par-

ker [Coo11] überein und können auf das in dieser Arbeit verwendete Berechnungsmodell eines doppelschrägverzahnten Planetengetriebes übertragen werden.

Mit zunehmender Drehzahl steigt auch der Einfluss der gyroskopischen Kräfte und Zentrifugalkräfte an. In **Bild 7.42** sind die Eigenfrequenzen bis zu einer Sonnendrehzahl von  $50000 \text{ min}^{-1}$  dargestellt. Hierbei wurde der Frequenzbereich bis  $1250 \text{ Hz}$  gewählt, da hier die größten Änderungen auftreten. Die Aufspaltung der Eigenfrequenzen der Translationsmoden nimmt weiter zu, während die Rotations-, Planeten- und gegenläufigen Rotationsmoden nahezu keine Frequenzänderungen zeigen. Die Frequenzänderung über der Drehzahl nimmt im Fall der Translationsmoden mit zunehmender Frequenz ab und liegt für Eigenfrequenzen über  $1250 \text{ Hz}$  bis  $50000 \text{ min}^{-1}$  bei maximal  $2,5\%$  vom Nennwert bei  $0 \text{ min}^{-1}$ . Bei einer weiteren Drehzahlsteigerung schneidet die erste Translationsmode die x-Achse und verschwindet. Der Schnittpunkt markiert nach [Coo11, Coo12a] eine kritische Drehzahl  $\Omega_{s,\text{krit}}$ , die als notwendige Bedingung für einen instabilen Betriebspunkt gilt. Eine Stabilitätsanalyse [Par98] des Planetengetriebes bei  $\Omega_{s,\text{krit}}$  wird an dieser Stelle nicht durchgeführt, da es den Rahmen dieser Arbeit übersteigt und  $\Omega_{s,\text{krit}}$  deutlich oberhalb der maximalen experimentellen Sonnendrehzahl von  $6800 \text{ min}^{-1}$  liegt.

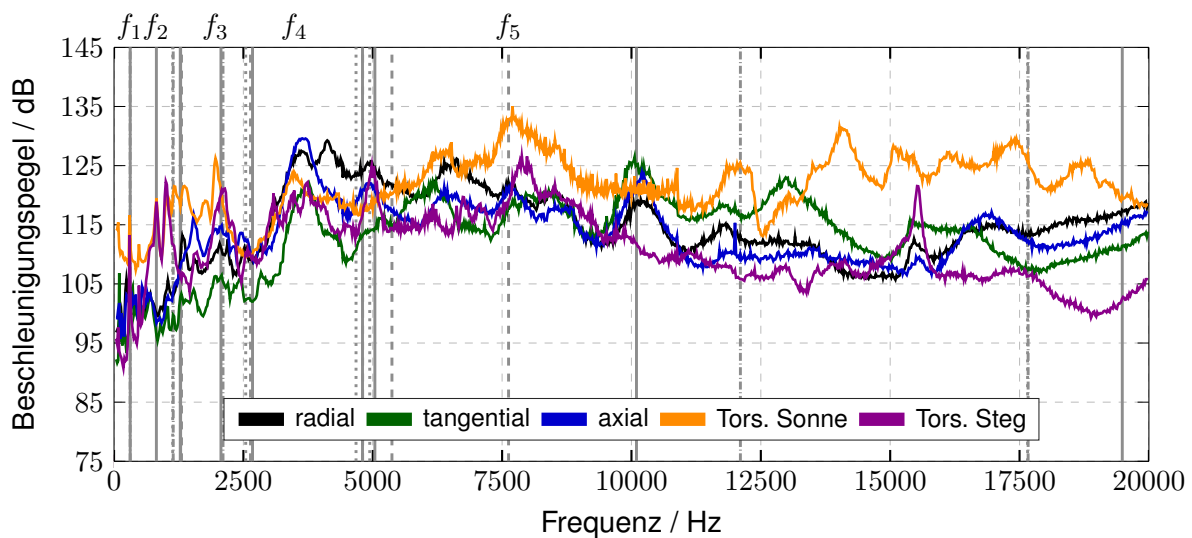


**Bild 7.42:** Eigenfrequenzen der Variante DSVref in Abhängigkeit der Sonnenwellendrehzahl bei  $1500 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle und isotroper Planetenlagersteifigkeit bis  $1250 \text{ Hz}$ : Translationsmoden (—), Rotationsmoden (- - -), Planetenmoden (····), gegenläufige Rotationsmoden (-·-·-)

### 7.3.3 Validierung numerischer Ergebnisse anhand experimenteller Messungen

Die Validierung der numerischen Ergebnisse der Eigenfrequenzberechnung erfolgt anhand der Gegenüberstellung mit Frequenz- und Ordnungsspektren aus experimenteller Messung. Dabei wird angenommen, dass eine lokale Pegelerhöhung bei einer spezifischen Frequenz auf eine erhöhte Schwingungsanregung einer Mode zurückzuführen ist. Eine exakte Unterscheidung der jeweiligen Modentypen innerhalb der Messergebnisse ist nicht möglich, da nicht alle Ge-

triebekomponenten mit vollständiger Messtechnik zur Bewegungs- und Positionsbestimmung ausgestattet sind und die Identifikation unterschiedlicher Schwingungsformen nicht primäres Ziel der Untersuchungen darstellt. **Bild 7.43** zeigt das über die Drehzahl gemittelte Frequenzspektrum der gemessenen Beschleunigung der Variante DSVref eines Drehzahlhochlaufs bei 15000 Nm Last. Dabei wird in radiale, tangentiale und axiale Beschleunigung sowie Torsionsbeschleunigung von Sonne und Steg unterschieden. Es wird eine Messung bei maximalen Drehmoment verwendet, um mögliche Spiele zwischen den Getriebekomponenten zu minimieren, da deren Einfluss nicht vom Berechnungsmodell abgedeckt wird. Zusätzlich sind mit vertikalen Linien die numerisch bestimmten Eigenfrequenzen des Planetengetriebes dargestellt, die eine gute Übereinstimmung mit möglichen Pegelüberhöhungen der Messung zeigen. Der Drehzahleinfluss auf die numerisch bestimmten Eigenfrequenzen wurde basierend auf **Abschnitt 7.3.2** als vernachlässigbar eingeschätzt und infolge der Maximallast wird eine gleichmäßige Lastverteilung zugrunde gelegt.

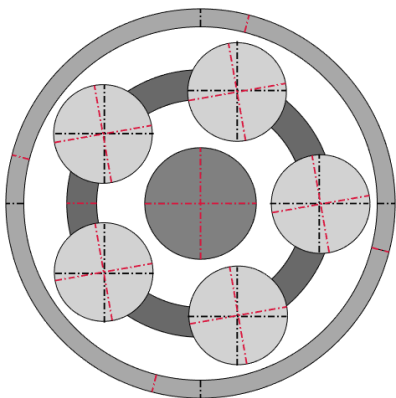


**Bild 7.43:** Gegenüberstellung des gemittelten Frequenzspektrums der Variante DSVref (aus einem Drehzahlhochlauf bei 15000 Nm Lastmoment an der Stegwelle) und der numerischen Ergebnisse der Eigenfrequenzberechnung: Translationsmoden (—), Rotationsmoden (---), Planetenmoden (.....), gegenläufige Rotationsmoden (----)

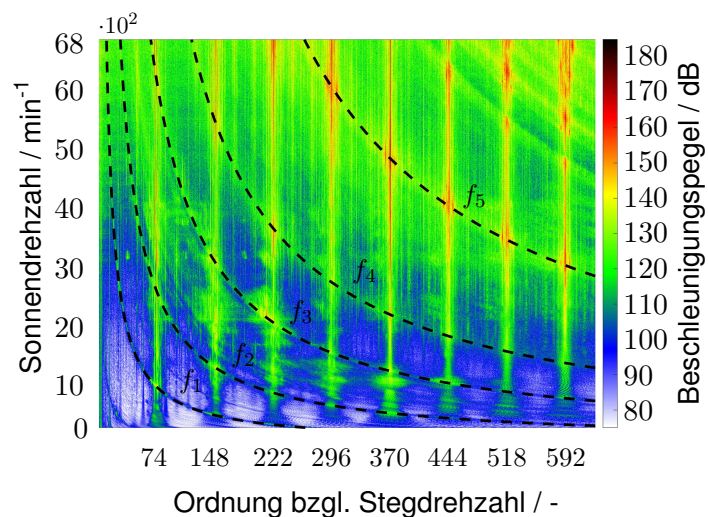
Der Vergleich der lokalen Maxima der gemittelten Frequenzspektren mit den berechneten Eigenfrequenzen zeigt eine gute Übereinstimmung in bestimmten Frequenzbereichen. Nicht jede berechnete Eigenfrequenz fällt mit einem lokalen Maximum der gemittelten Frequenzspektren zusammen, da für die Anregung einer Schwingungsform das Zusammenfallen einer Anregungs- und Eigenfrequenz lediglich eine notwendige, jedoch keine ausreichende Bedingung ist. Zusätzlich sind die Richtung der anregenden Kraft sowie die Dämpfung für das Auftreten einer Schwingungsüberhöhung entscheidend. Darüber hinaus liefert der Vergleich zwischen Messung und Berechnung breite Frequenzbereiche (12500 Hz bis 17500 Hz), in denen die Messung deutliche lokale Pegelmaxima zeigt, die jedoch nicht von dem Berechnungsmodell wiedergegeben werden. Dies lässt auf Eigenfrequenzen und Schwingungsformen der umgebenden Getrie-



bestruktur (Gehäuse, angeschlossene Wellen, etc.) schließen, die nicht im Schwingungsmodell abgebildet sind. Das höhere Pegelniveau der Torsionsbeschleunigung der Sonne unterstreicht auch in diesen Messergebnissen die erwartungsgemäße Dominanz der rotatorischen Schwingungsformen eines rotierenden Systems. Das Pegelmaximum tritt bei ca.  $f_5 = 7700$  Hz auf und fällt mit der berechneten 35. Eigenfrequenz  $f_{m,35} = 7624.78$  Hz und dazugehöriger Rotationsmode zusammen. Die Schwingungsform dieser Mode ist in **Bild 7.44** dargestellt. Dabei schwingen Sonne, Planeten und Hohlräder gegeneinander, während Translationsbewegungen nahezu vollständig fehlen und eine untergeordnete Rolle aufweisen. In **Bild 7.45** ist das Ordnungdiagramm der Torsionsbeschleunigung der Sonne aus einem Drehzahlhochlauf bei  $15000 \text{ Nm}$  Last dargestellt und zusätzlich die ersten fünf Systemeigenfrequenzen mit relevanten Schwingungsüberhöhungen markiert. Die Ordnungdiagramme der weiteren Messrichtungen sind in **Anhang A.7** zusammengestellt.



**Bild 7.44:** Grafische Darstellung der 35. Schwingungsform (Rotationsmode) bei  $f_{m,35} = 7624.78$  Hz



**Bild 7.45:** Ordnungdiagramm der Torsionsbeschleunigung am Sonnenrad der Variante DSVref aus Drehzahlhochlauf bei  $15000 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle.  $f_1 = 306$  Hz,  $f_2 = 822$  Hz,  $f_3 = 1960$  Hz,  $f_4 = 3450$  Hz,  $f_5 = 7700$  Hz

Die hohen Pegelwerte bei  $f_5 = 7700$  Hz resultieren aus dem Zusammentreffen der Rotations-eigenfrequenz  $f_{m,35}$  mit den Höherharmonischen der Zahneingriffsfrequenz. Dabei ist zu beachten, dass selbst die 8. Zahneingriffsordnung (592. Stegordnung) noch einen nennenswerten Beitrag zur Schwingungsanregung liefert. Entsprechend der Schwingungsform weisen die Ordnungdiagramme der anderen Messrichtungen kein vorherrschendes Amplitudenmaximum auf. Da  $f_{m,35}$  als erste Hauptrotations-eigenfrequenz im betrachteten Betriebsbereich nicht die 1. Zahneingriffsordnung (74. Stegordnung) schneidet, kann von einem unterkritischen Betrieb des Getriebes ausgegangen werden. Die erste Resonanzdrehzahl nach ISO 6336 [Int19a] beträgt  $n_{E,1} = 10441 \text{ min}^{-1}$  und bestätigt diese Annahme. Grund hierfür liegt insbesondere in den geringen Zähnezahlen und der damit verbundenen geringen Zahneingriffsfrequenz.

Die dominante Schwingungsüberhöhung bei  $f_4$  zeigt keine Übereinstimmung mit einer numerisch berechneten Eigenfrequenz. Bei der Betrachtung der Ordnungsdiagramme (**Bild 7.45** und in **Anhang A.7**) sowie des gemittelten Frequenzspektrums (**Bild 7.43**) zeigt sich in allen Messrichtungen erhöhte Sensorauschläge. Dies lässt auf eine ganzheitliche Strukturschwingung des Prüfstandes anstelle einer spezifischen Eigenform der Verzahnung schließen.

Die weiteren markierten Frequenzen  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  fallen ebenfalls mit berechneten Eigenfrequenzen zusammen.  $f_1$  korreliert mit  $f_{m,1} = 311,67 \text{ Hz}$  (gegenläufige Rotationsmode),  $f_2$  mit  $f_{m,6/5} = 818,39 \text{ Hz}$  (Translationsmode) und  $f_3$  mit  $f_{m,18/19} = 2066,25 \text{ Hz}$  (Translationsmode). Entsprechende Schwingungsüberhöhungen sind auch in den Ordnungsdiagrammen zu erkennen. Für höheren Frequenzen lassen sich vergleichbare Aussagen ableiten.

## 8 Ableitung allgemeiner Empfehlungen für die praktische Anwendung

Mit den gewonnenen Erkenntnissen zum Anregungs- und Schwingungsverhalten von doppel-schrägverzahnten Planetengetrieben aus **Abschnitt 7** lassen sich allgemeingültige Aussagen zur Auslegung und dem Betrieb hochbelasteter Getriebe dieser Art ableiten. In **Abschnitt 8.1** sind die Aspekte hinsichtlich der Lastaufteilung und in **Abschnitt 8.2** zur Verzahnungsanregung und dem Schwingungsverhalten aufgeführt.

### 8.1 Aspekte zur Lastaufteilung

Eine Planetenanzahl  $N$  größer drei führt bei allen Planetengetriebebauform zu einer größeren geometrischen Überbestimmtheit und einer dadurch negativ beeinflussten Lastaufteilung auf die einzelnen Leistungsstränge. Grundsätzlich zeigt das doppelschrägverzahnte Planetengetriebe ein vergleichbares Lastaufteilungsverhalten zu gerad- oder einzelschrägverzahnten Planetengetrieben, für den in dieser Arbeit betrachteten Fall von axial frei einstellbaren Sonnen- und Planetenrädern. Dabei kann der zeitlich aufgelöste Lastaufteilungsfaktor  $K_\gamma$  die Grenzwerte der gängigen Normen [Ame16, Bri13, DNV15, Ger10] für niedrigere Lasten als Auslegungslast übersteigen. In Zusammenspiel mit Resonanzen kann dies zu kritischen Betriebsparametern führen. Zusätzliche geometrische Positionsabweichungen verstärken diesen Effekt nochmals. Während ein Planetenpositionsfehler eine über die Planetenträgerumdrehung annähernd kontinuierliche ungleichmäßige Belastung der Planetenräder hervorruft, führt ein exzentrisches Hohlrad zu Lastaufteilungsschwankungen aller Planeten, die mit der Planetenträgerdrehzahl periodisch schwingen. Diese gleichen sich im zeitlichen Mittel aus, können jedoch für gewisse Drehwinkelpositionen kritische Grenzwerte erreichen oder überschreiten. Aufgrund der hohen Schwankungsbreite kann diese Lastschwankung im Zahneingriff einen wichtigen Einflussparameter für die Betriebsfestigkeit darstellen, der insbesondere für Hochdrehzahlenanwendungen nicht vernachlässigt werden sollte.

Trotz freier, axialer Einstellbarkeit des Sonnenrades und der Planetenräder kann bei doppel-schrägverzahnten Planetengetrieben eine resultierende ungleichmäßige Lastaufteilung auf die einzelnen Verzahnungshälften eines Rades  $K_{\gamma,VZ}$  entstehen, die insbesondere von der Torsionssteifigkeit der Zentralwellen sowie der Position der Lasteinleitung und -ausleitung abhängig ist. Je nach Betriebspunkt können  $K_{\gamma,VZ}$  und  $K_\gamma$  in gleicher Größenordnung liegen und sollten daher bei Tragfähigkeitsbetrachtungen zusammen berücksichtigt werden. Zur Sicherstellung einer hohen Leistungsdichte sind daher hohe Genauigkeiten und enge Toleranzen für Verzahnungen (siehe Apex-Punkt etc.) und Zentralwellen erforderlich.

Der Drehzahleinfluss von schnelldrehenden Planetengetrieben muss im Generellen nicht immer zwangsweise negativ sein. Die Zentrifugalkräfte auf die Planetenräder bei rotierendem Planetenträger weisen insbesondere bei niedrigen Lasten bis zu einer Drehzahlgrenze eine unterstützende Wirkung für den Lastausgleich auf, da Spiele zwischen Getriebekomponenten schneller durch elastische Verformungen überbrückt werden. Erst bei sehr hohen Drehzahlen steigt eine ungleichmäßigere Lastaufteilung infolge hoher Lagersteifigkeit durch zunehmende Lagerverformung an. Die Drehzahlgrenze ist individuell vom betrachteten Getriebe, der Massenverteilung und der Gesamtsteifigkeit des Systems abhängig und gesondert zu betrachten.

Der Vergleich der experimentellen sowie rechnerischen Ergebnisse zeigt eine gute Übereinstimmung und bestätigt die Anwendbarkeit der Berechnungsmodelle unter bestimmten Voraussetzungen. Für die Betrachtung der Lastaufteilung unter Nennlast ist ein Modell auf Basis der elastischen Strukturanalyseverfahren ausreichend. Da in diesem Fall die elastischen Verformungen größer als Bauteilabweichungen und -spiele sind, ist eine Modellierung der nominellen Wellen-, Lager- und Verzahnungssteifigkeit ausreichend, um das Lastaufteilungsverhalten eines Planetengetriebes abzubilden. Durch die Berücksichtigung von Zentrifugalkräften infolge einer Planetenträgerrotation ist dies auch für höhere Drehzahlen außerhalb von Resonanzbereichen gültig. Erst bei niedrigen Lasten überwiegt der Einfluss von Bauteilabweichungen und -spielen, sodass höherwertige Berechnungsmethoden für den gesamten Drehzahlbereich erforderlich sind.

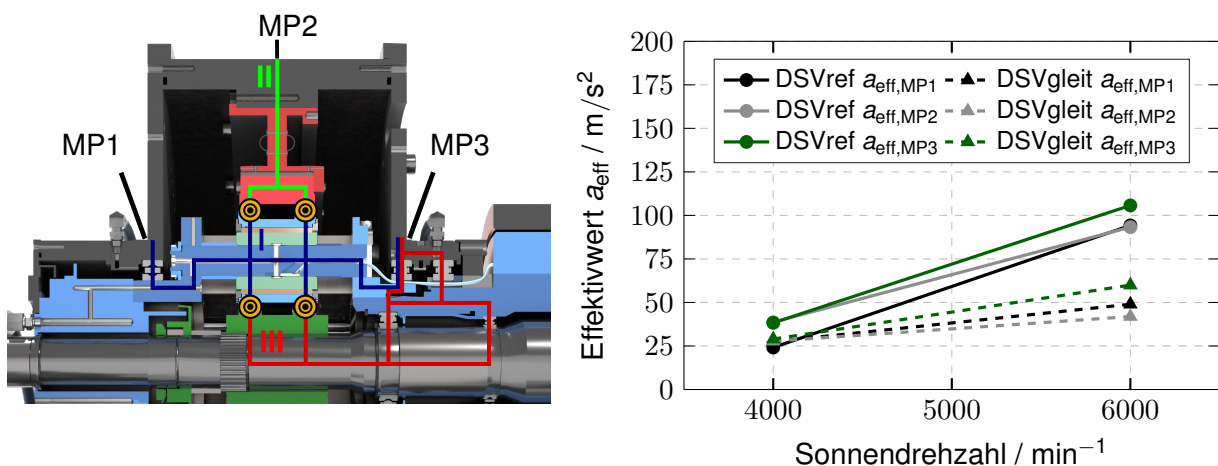
## 8.2 Aspekte zur Verzahnungsanregung und Schwingungsverhalten

Die Beschleunigungsmessungen am Hohlrad zeigen eine große Abhängigkeit des Anregungsordnungsspektrums von den Betriebsparametern des Getriebes, wobei die Drehzahlsensitivität stärker gegenüber der Drehmomentsensitivität ausgeprägt ist. Die Seitenbandstrukturen lassen differenzierte Aussagen zum Betriebsverhalten des Getriebes zu. Während ganzzahlige Ordnungen im Spektrum auf das Modulationsverhalten des Planetengetriebes zurückzuführen sind, entstehen unganzzahlige Ordnungen durch Überrollungen der jeweiligen Komponenten und ihren spezifischen Verzahnungsfehlern. Planetenpositionsfehler sowie Hohlradexzentrizitäten führen zu einer ungleichmäßigeren Lastaufteilung und infolgedessen zu einem Anstieg der Amplituden ganzzahliger Ordnungen sowie einem breitbandigerem Ordnungsspektrum. Kenntnisse über einen Referenzzustand lassen somit Rückschlüsse auf die Qualität sowie Lastaufteilung des Getriebes durch Beschleunigungsmessung im Betrieb zu.

Für Anwendungen mit erhöhten Anforderungen an die Verzahnungsanregung zeigen sich erhebliche Vorteile einer Doppelschrägverzahnung, selbst mit geringer Sprungüberdeckung ( $\varepsilon_\beta < 0.5$ ). Trotz der komplexen Kopplung der Getriebekomponenten infolge einer Verdoppelung der Zahneingriffe und dem damit verbundenen Anstieg der Sensitivität gegenüber Fertigungsfehlern ist eine gute Lastaufteilung sowie deutlich reduzierte Verzahnungsanregung im Vergleich zu einer Geradverzahnung identischer Geometrie (Schrägverzahnung:  $\varepsilon_\alpha = \sim 1,35 / \varepsilon_\beta = \sim 0,4$ , Geradverzahnung:  $\varepsilon_\alpha = \sim 1,35 / \varepsilon_\beta = 0$ ) erzielbar. Im Fall der vorliegenden Unter-

suchung konnte durch den Übergang zu einer Doppelschrägverzahnung der Anwendungskraftpegel der mittleren radialen Beschleunigung am Hohlrad um 10,9 dB verringert werden.

Für eine weitere Reduzierung der Schwingungsanregung bietet die Gleitlagerung der Planeten großes Potential. Durch die größere Dämpfung der Gleitlager infolge des Ölschmierfilms ist eine deutliche Reduktion der Vibrationen am Hohlrad möglich. Eine Analyse der Transferpfade nach **Bild 8.1** zeigt, dass die erhöhte Dämpfung nicht nur auf den Transferpfad direkt über das Gleitlager (I), sondern über die Zahneingriffe auch auf die Pfade über Hohlradträger (II) und Sonnenwelle (III) wirkt. Somit ist mit Hilfe von Gleitlagern eine ganzheitliche Schwingungsreduktion am Getriebegehäuse möglich. Auch unter ausschließlicher Verwendung von Wälzlagern kann keinem der Transferpfade eine wesentlich geringere Dämpfung - weder aufgrund der Länge noch infolge der Komplexität (Anzahl der Trennfugen und Lager) - zugeordnet werden.



**Bild 8.1:** Transferpfade vom Zahneingriff zu unterschiedlichen Beschleunigungsmesspositionen (MP) am Gehäuse des Prüfgetriebes und lokal gemessenen Effektivwerten  $a_{\text{eff}}$  der Varianten DSVref und DSVgleit bei 3000 Nm Lastmoment an der Stegwelle. I: Pfad über Gleitlager und Planetenträger, II: Direkter Pfad über Hohlradträger, III: Längster Pfad über Sonnen- und Stegwelle

Die Untersuchungen der Eigenfrequenzen und Schwingungsformen des doppelschrägverzahnten Planetengetriebes haben gezeigt, dass sich der Verzahnungstyp sehr ähnlich zu gerad- und schrägverzahnten Planetengetrieben verhält. Die unterschiedlichen Typen der Schwingungsmoden, die Clusterung sowie die Last- und Drehzahlabhängigkeit der Eigenfrequenzen konnte ebenfalls identifiziert werden. Eine Besonderheit stellen die gegenläufigen Rotationsmoden dar, die lediglich infolge der beiden gespiegelten Verzahnungshälften auftreten können. Es kann festgehalten werden, dass die Last- und Drehzahlabhängigkeit der Eigenfrequenzen hauptsächlich auf den niedrigeren Frequenzbereich ( $< 1100\text{Hz}$ ) zutrifft. Frequenzbereiche oberhalb dieser Grenze, die im quasi-statischen Betrieb keine nennenswerten Eigenfrequenzen aufweisen, bleiben somit auch bei Last- und Drehzahländerungen bestehen und können für die Betriebspunktwahl herangezogen werden. Für Hochdrehzahlgetriebe ist ein Abgleich der maximalen Betriebszahl mit der kritischen Drehzahl zu empfehlen und gegebenenfalls eine Stabilitätsanalyse durchzuführen. Da bei einem Betrieb deutlich unterhalb der kritischen Drehzahl die

Auswirkung der gyroskopischen Effekte auf die Eigenfrequenzen vernachlässigbar ist, kann eine vereinfachte Berechnung der Eigenfrequenzen, basierend auf der mechanischen Steifigkeit des Getriebesystems, durchgeführt werden. Insbesondere bei Planetengetrieben mit Planetenanzahlen  $N > 3$  tritt je nach Last und Drehzahl eine deutlich ungleichmäßige Lastaufteilung auf, die eine chaotische Struktur der Schwingungsformen und Aufteilung der Eigenfrequenzen mit Multiplizität  $> 2$  zur Folge hat. Eine vorgeschaltete Analyse zur detaillierten Erfassung der Systemsteifigkeit unter Berücksichtigung der Lastaufteilung ist daher zu empfehlen.

Mit Hilfe des vereinfachten phänomenologischen Berechnungsmodells ist es möglich die Ordnungszahl sowie die relative Höhe der relevanten Amplituden des Anregungsspektrums zu bestimmen. Dadurch ist eine qualitative Bewertung des Anregungsspektrums in Abhängigkeit der Getriebeparameter (Eingriffsfolge, Lastaufteilung, Verzahnungsfehler, etc.) möglich. Eine quantitative Berechnung der Anregungsamplituden kann aufgrund fehlender Information über das genaue Systemverhalten im Modell nicht durchgeführt werden. Der Vergleich der Eigenfrequenzen und Schwingungsformen aus experimenteller Messung und Simulation bestätigt die Erfassung wesentlicher Eigenfrequenzen des Planetengetriebes bei Kenntnis bzw. Annahme der Massen und Trägheiten der Getriebekomponenten sowie Lager- und Verzahnungssteifigkeit. Da lediglich das Getriebe mit den Zahnrädern und den Zentralwellen im Schwingungsmodell abgebildet ist, wird der Einfluss der umgebenden Struktur (Gehäuse, Nebenaggregate, Grundplatte mit Prüfstands Aufbau) nicht erfasst. Im vorliegenden Fall tritt das gemessene Beschleunigungsmaximum im gemittelten Frequenzspektrum eines Drehzahlhochlaufs bei einer Verzahnungseigenfrequenz (rotatorische Schwingungsmode) auf, sodass die Einschränkung auf die Verzahnungseigenfrequenzen in einer frühen Designphase als ausreichend angenommen wird.

## 9 Zusammenfassung und Ausblick

### 9.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Wechselwirkung zwischen der Lastaufteilung und dem Anregungs- und Schwingungsverhalten eines doppelschrägverzahnten Planetengetriebes in Abhängigkeit unterschiedlicher Last- und Drehzahlbedingungen experimentell erforscht. Zu diesem Zweck wird ein Planetengetriebeverspannungsprüfstand mit umfangreicher Messtechnik entwickelt, Prüfverzahnungen ausgelegt und ein umfangreiches experimentelles Prüfprogramm erstellt. Dabei wurde darauf geachtet, dass mit Hilfe der Messtechnik und Datenerfassung eine Charakterisierung des dynamischen Betriebsverhaltens im gesamten Drehmoment- und Drehzahlbereich möglich ist.

Die Lastaufteilungsmessung auf die einzelnen Leistungsstränge im Planetengetriebe basiert auf der kontinuierlichen und gleichzeitigen relativen Dehnungsmessung an allen Planetenbolzen. Über eine vorgelagerte Kraftkalibrierung der Planetenbolzen können Ungleichmäßigkeiten des Applizierungsprozesses der Dehnmessstreifen im Rahmen der Datenauswertung berücksichtigt werden. Unter quasi-statischen Betriebsbedingungen ergibt sich trotz axialer Einstellbarkeit des Sonnenrades und der Planetenräder infolge der geometrischen Überbestimmtheit durch fünf Planeten eine ungleichmäßige Lastaufteilung, die zu niedrigeren Lasten aufgrund geringerer elastischer Verformungen zunimmt. Zusätzliche Abweichungen, wie Planetenpositionsfehler und Hohlradexzentrizitäten, verschlechtern die Lastaufteilung weiter. Dabei führt die Exzentrizität des Hohlrades zu einer verstärkten, mit der Planetenträgerrotation periodischen, Schwankung der Lastaufteilung und wird daher lediglich bei einer kontinuierlichen Lastaufteilungsmessung erfasst. Mit steigender Drehzahl nehmen im Allgemeinen Massen- und Trägheitskräfte zu, sodass dynamische Zusatzkräfte im Zahneingriff ansteigen. In den Messungen zur Lastaufteilung zeigt sich keine klar erkennbare Verschlechterung der Lastaufteilung infolge der Zunahme der dynamischen Zusatzkräfte im betrachteten Betriebsbereich. Die Rotation des Planetenträgers und die damit entstehende Zentrifugalkraft auf die Planeten führt zu einer gleichmäßigeren Lastaufteilung, da sich Verzahnungskraft und Zentrifugalkraft vektoriell addieren und größere elastische Verformungen zum Ausgleich von Abweichungen resultieren. Anhand von Berechnungen kann gezeigt werden, dass im Fall von hohen Drehzahlen, bei denen Zentrifugalkraft und maximale Verzahnungskraft in gleicher Größenordnung liegen, die Zentrifugalkraft zu einer Versteifung der Planetenlager führt. Die Folge ist eine stark ausgeprägte Sensitivität der Lastaufteilung gegenüber Fertigungsabweichungen und bereits kleine Abweichungen führen zu großen Kräften und dementsprechend zu einer verstärkten ungleichmäßigen Lastaufteilung.

Neben der Lastaufteilung auf die Leistungsstränge ist auch die Lastaufteilung auf die Verzahnungshälften bei doppelschrägverzahnten Planetengetrieben wichtig. Eine axiale Einstellbarkeit

des Sonnenrades und der Planetenräder unterstützt den Lastausgleich, jedoch hat die Torsion der Getriebekomponenten einen negativen Einfluss. Daher spielt die Position der Lasteinleitung und -ausleitung sowie die Torsionssteifigkeit der Wellen und Zahnräder eine entscheidende Rolle. Da die Lastaufteilung auf die Leistungsstränge sowie auf die Verzahnungshälften in gleicher Größenordnung auftreten können, ist eine kombinierte Betrachtung für die Tragfähigkeitsauslegung zu empfehlen.

Die Charakterisierung der Verzahnungsanregung erfolgt anhand von Beschleunigungsmessungen am Hohlrad. Dabei wird das Beschleunigungsspektrum wesentlich durch die Modulation infolge der Rotation des Planetenträgers und des stationären Beschleunigungssensors am Hohlrad bestimmt. Basierend auf den experimentellen Messungen sowie zusätzlichen Betrachtungen anhand eines phänomenologischen Berechnungsmodells wird die Struktur der Seitenbandspektren der Zahneingriffsordnung sowie ihrer Höherharmonischen analysiert und ein allgemeines Schema für auftretende wesentliche Amplituden abgeleitet. Die ganzzahligen Seitenbandordnungen werden der Modulation infolge der Planetenträgerrotation und des  $N$ -maligen Vorbeilaufens der Planeten zugeordnet. Dabei resultieren relative Unterschiede zwischen den ganzzahligen Amplituden insbesondere aus einer ungleichmäßigen Lastverteilung. Unganzzahlige Amplituden können dagegen den Verzahnungsfehlern der Getriebekomponenten entsprechend ihrer Überrollordnungen zugewiesen werden. Neben den Verzahnungsfehlern zeigt auch die Bewegung bzw. Verlagerung der Sonnenwelle eine Koppelung mit dem Anregungsspektrum. Aufgrund der sequentiellen Eingriffsfolge und der mit dem Planetenträger umlaufenden resultierenden Verzahnungskraft beschreibt die Sonnenwelle einen Orbit, der vor allem bei niedrigen Lasten und hohen Drehzahlen maximal wird. Bei diesen Betriebsbedingungen entstehen deutliche Seitenbandamplituden mit Bezug zur Sonnenwellenrotation aufgrund der entstehenden zusätzlichen Trägheitskräfte.

Ein Vergleich der Beschleunigungspegel zwischen der doppelschrägverzahnten und einer geradverzahnten Planetengetriebevariante mit identischer Stirnschnittgeometrie zeigt eine erhebliche Reduktion der Schwingungsanregung durch den Zahneingriff, selbst bei niedrigen Sprungüberdeckungen ( $\varepsilon_\beta < 0,5$ ). Eine ähnliche Wirkung weisen Gleitlagerungen der Planetenräder auf. Durch die erhöhte Dämpfung im Gleitlager infolge des Ölschmierfilms wird neben dem Transferpfad der Schwingungen über den Planetenträger auch direkt die Anregungsquelle im Zahneingriff gedämpft und die gemessenen Beschleunigungswerte wesentlich gesenkt.

Die Untersuchung des Schwingungsverhaltens (Eigenfrequenzen und Schwingungsformen) wird mit Hilfe der Modalanalyse eines Mehrkörpersystem des doppelschrägverzahnten Planetengetriebes durchgeführt. Hierzu werden zwei einzelschrägverzahnte Planetengetriebe mit gespiegeltem Schrägungswinkel als Starrkörpersysteme modelliert und durch flexible Balkenelemente verbunden. Die Verzahnungs- und Lagersteifigkeiten werden dabei als betriebspunktspezifische Federelemente beschrieben. Der Fokus der Analyse liegt auf dem Einfluss einer ungleichmäßigen Lastaufteilung sowie der Drehzahl in Form von Zentrifugal- und gyroskopischen



Kräften. Ideale doppelschrägverzahnte Planetengetriebe mit gleichmäßiger Lastaufteilung sowie isotroper Lagersteifigkeit zeigen ein strukturiertes Schwingungsverhalten mit klar unterscheidbaren Schwingungsmoden (Rotations-, Translations-, Planeten- und gegenläufige Rotationsmoden). Durch eine ungleichmäßige Lastaufteilung ergeben sich aufgrund unterschiedlicher Belastungen planetenspezifische Eingriffs- und Lagersteifigkeiten, die in einem unstrukturierten Schwingungsverhalten mit nicht klar abzugrenzenden Moden resultiert. Eine Drehzahlbelastung durch einen rotierenden Planetenträger führt dagegen zu einer Aufspaltung der Eigenfrequenzen der Multiplizität größer eins, die mit steigender Drehzahl zunimmt. Dieser Effekt ist insbesondere bei Eigenfrequenzen im niedrigen Frequenzbereich stark ausgeprägt. Im Fall des vorliegenden Planetengetriebes ist der Drehzahleinfluss im betrachteten Betriebsbereich als vernachlässigbar anzusehen. Eine Gegenüberstellung der berechneten Eigenfrequenzen sowie gemessenen Beschleunigungspegel zeigt eine gute Übereinstimmung und wesentliche Pegelüberhöhungen lassen sich auf angeregte Schwingungsformen zurückführen.

## 9.2 Fazit und Ausblick

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Lastaufteilung im Planetengetriebe deutlich mit dem Anregungs- und Schwingungsverhalten in Wechselwirkung steht und eine gemeinsame Betrachtung für ein umfassendes Verständnis des dynamischen Betriebsverhaltens zu empfehlen ist. Hohe Drehzahlen und ansteigende dynamische Zusatzkräfte führen dabei nicht notwendigerweise zu einem verschlechterten Betriebsverhalten, sondern können zum Teil auch unterstützende Wirkungen hinsichtlich der Lastaufteilung zeigen. Doppelschrägverzahnte Planetengetriebe bieten somit ungeachtet der hohen Komplexität infolge der verdoppelten Anzahl der Zahneingriffe ein hohes Potential für anregungsarme Hochleistungsgetriebe. Durch geeignete Lagerung der Komponenten, Drehmomenteinleitung und -ausleitung sowie beschränkte Fertigungstoleranzen ist trotz geometrischer Überbestimmung ( $N > 3$ ) ein sehr gutes Betriebsverhalten zu erzielen. Der Vergleich zwischen experimentellen Messergebnissen und unterschiedlichen Berechnungsmodellen zur Lastaufteilung, Modulation und dem Schwingungsverhalten zeigt eine gute Übereinstimmung und bestätigt die Möglichkeit zur charakteristischen Beschreibung mit Hilfe der in dieser Arbeit vorgestellten Ansätzen. Zukünftige Untersuchungen können nun auf den erarbeiteten grundlegenden Zusammenhängen aufbauen und die Übertragbarkeit auf Planetengetriebe unterschiedlicher Struktur überprüfen. Darüber hinaus stellt die fortführende Erschließung von Optimierungspotential des dynamischen Betriebsverhaltens unter Berücksichtigung der Wechselwirkung von Lastaufteilung sowie Anregungs- und Schwingungsverhalten eine wesentliche Aufgabe dar. Hierfür bieten Staffelungswinkel zwischen den Verzahnungshälften eine viel versprechende Möglichkeit, bei der die potenziellen Axial- und Kippschwingungen schwimmend gelagerter Räder betrachtet werden müssen. Eine Erweiterung des Betriebsbereichs der Planetengleitlagerung ist darüber hinaus sinnvoll zur Bestätigung der Wirksamkeit zur Schwingungsreduktion auch bei höheren Lasten und Drehzahlen.



## 10 Literaturverzeichnis

### Normen, Richtlinien und Patente

- [Ame16] AGMA 6123-C16: Design Manual for Enclosed Epicyclic Gear Drives. (2016).
- [Bri13] BS EN 61400-4: Wind turbines - Part 4: Design requirements for wind turbine gearboxes. (2013).
- [Deu01] DIN EN ISO 11688-2: Akustik - Richtlinien für die Gestaltung lärmarmen Maschinen und Geräte - Teil 2: Einführung in die Physik der Lärminderung durch konstruktive Maßnahmen. (2001).
- [Deu08] DIN EN ISO 1683: Akustik - Bevorzugte Bezugswerte für Pegel in der Akustik und Schwingungstechnik. (2008).
- [Deu09] DIN EN 60751: Industrielle Platin-Widerstandsthermometer und Platin -Temperatursensoren. (2009).
- [Deu13] DIN EN 60584-1:Thermospannungen und Grenzabweichungen. (2013).
- [Deu17] DIN ISO 21940-11: Mechanische Schwingungen - Auswuchten von Rotoren Teil 11: Verfahren und Toleranzen für Rotoren mit starrem Verhalten. (2017).
- [Deu18] DIN ISO 1328-1: Zylinderräder - ISO Toleranzsystem - Teil 1: Definitionen und zulässige Werte für Abweichungen an Zahnflanken. (2018).
- [Deu78a] DIN 3961: Toleranzen für Stirnradverzahnungen - Grundlagen. (1978).
- [Deu78b] DIN 3962: Toleranzen für Stirnradverzahnungen, Teile 1-3. (1978).
- [Deu96] DIN 1319-3: Grundlagen der Messtechnik - Teil 3: Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße Messunsicherheit. (1996).
- [DNV15] DNVGL-CG-0036: Calculation of gear rating for marine transmissions. (2015).
- [Ger10] Rules and Guidelines Industrial Services IV - Part 1: Guideline for Certification of Windturbines. (2010).
- [Int19a] ISO 6336-1: Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 1: Basic principles, introduction and general influence factors. (2019).
- [Int19b] ISO 6336-2: Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 2: Calculation of surface durability (pitting). (2019).
- [Int19c] ISO 6336-3: Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 3: Calculation of tooth root bending strength. (2019).

- [Joi08] JCGM100:2008 - Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM). (2008).
- [Ver14] VDI 3720: Lärmarm Konstruieren - Blatt 9.1: Minderung der Körperschallanregung im Zahneingriff. (2014).

### **Zeitschriftenaufsätze, Bücher, Dissertationen, Studienarbeiten**

- [Ajm01] Ajmi, M. ; Velez, P.: A Model for Simulating the Quasi-Static and Dynamic Behaviour of Double Helical Gears. In: *The Proceedings of the JSME international conference on motion and power transmissions* (2001) Nr. 0, S. 132–137. DOI: 10.1299/jsmeim pt.l.01.202.132.
- [Amb06] Ambarisha, V. K. ; Parker, R. G.: Suppression of Planet Mode Response in Planetary Gear Dynamics Through Mesh Phasing. In: *Mechanism and Machine Theory* 128 (2006) Nr. 2, S. 133–142. ISSN: 0094114X. DOI: 10.1115/1.2171712.
- [Arn63] Arnaudow, K.: Über einige Grundfragen des Lastausgleichs bei Planetengetrieben. In: *Maschinenbau-Technik* 12 (1963) Nr. 8, S. 433–437.
- [Bae69] Baethge, J.: *Drehwegfehler, Zahnfederhärte und Geräusch bei Stirnrädern: Einfluss von Zahnform und Zahnfehler bei Belastung nach Theorie und Versuch*. Dissertation. Technische Universität München, (1969).
- [Bal83] Balasubramanian, B.: *Dynamische Lastverteilung in Planetensätzen*. Dissertation. Universität Karlsruhe, (1983).
- [Bau13] Baumann, F.: Theoretische Untersuchungen zur Lastaufteilung und Lastverteilung in Planetengetrieben: Zugl.: Dresden, Techn. Univ., Diss., 2012. Bd. 422. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 1, Konstruktionstechnik, Maschinenelemente. Düsseldorf: VDI-Verl., (2013). ISBN: 9783183422012.
- [Bla58] Blackman, R. B. ; Tukey, J. W.: The measurement of power spectra from the point of view of communications engineering — Part I. In: *The Bell System Technical Journal* 37 (1958) Nr. 1, S. 185–282. ISSN: 0005-8580. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1958.tb03874.x.
- [Blu06] Blunt, D. M. ; Keller, J. A.: Detection of a fatigue crack in a UH-60A planet gear carrier using vibration analysis. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 20 (2006) Nr. 8, S. 2095–2111. ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/j.ymsp.2006.05.010.
- [Bod04] Bodas, A. ; Kahraman, A.: Influence of Carrier and Gear Manufacturing Errors on the Static Load Sharing Behavior of Planetary Gear Sets. In: *JSME International Journal Series C* 47 (2004) Nr. 3, S. 908–915. ISSN: 1344-7653. DOI: 10.1299/jsmec.47.908.

- [Bog12] Boguski, B. ; Kahraman, A. ; Nishino, T.: A New Method to Measure Planet Load Sharing and Sun Gear Radial Orbit of Planetary Gear Sets. In: *Journal of Mechanical Design* 134 (2012) Nr. 7, S. 1151. ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.4006827.
- [Bor96] Borner, J. ; Houser, D. R.: Friction and Bending Moments as Gear Noise Excitation. In: *SAE Transactions* 105 (1996), S. 1669–1673.
- [Bot76] Botman, M.: Epicyclic Gear Vibrations. In: *Journal of Engineering for Industry* 98 (1976) Nr. 3, S. 811–815. ISSN: 0022-0817. DOI: 10.1115/1.3439034.
- [Bot80] Botman, M.: Vibration Measurements on Planetary Gears of Aircraft Turbine Engines. In: *Journal of Aircraft* 17 (1980) Nr. 5, S. 351–357. ISSN: 0021-8669. DOI: 10.2514/3.57912.
- [Bru19] Brummer, M.: *Auslegung eines geradverzahnten Planetengetriebes mit Hochverzahnung*. Semesterarbeit. Technische Universität München, (2019).
- [Bu12] Bu, Z. ; Liu, G. ; Wu, L.: Modal analyses of herringbone planetary gear train with journal bearings. In: *Mechanism and Machine Theory* 54 (2012), S. 99–115. ISSN: 0094114X. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2012.03.006.
- [Car19] Carotta, A.: *Untersuchung des Anregungs- und Schwingungsverhaltens eines Planetengetriebes unter Berücksichtigung von Fertigungs- und Montageabweichungen mit SIMPACK*. Semesterarbeit. Technische Universität München, (2019).
- [Car20] Carotta, A.: *Entwicklung eines Auswerteprogramms für Schwingungs- und Geräuschmessungen an Stirnrad- und Planetengetrieben*. Masterarbeit. Technische Universität München, (2020).
- [Chi73] Chiang, T. ; Badgley, R. H.: Reduction of Vibration and Noise Generated by Planetary Ring Gears in Helicopter Aircraft Transmissions. In: *Journal of Engineering for Industry* 95 (1973) Nr. 4, S. 1149–1158. ISSN: 0022-0817. DOI: 10.1115/1.3438263.
- [Coo11] Cooley, C. G. ; Parker, R. G.: Vibration Structure of Gyroscopic Planetary Gears. In: *Volume 4: 8th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control, Parts A and B*. ASMEDE, (2011), S. 1227–1239. ISBN: 978-0-7918-5481-5. DOI: 10.1115/DETC2011-48506.
- [Coo12a] Cooley, C. G. ; Parker, R. G.: Critical Speeds, Divergence, and Flutter Instability in High-Speed Planetary Gears. In: *Volume 1: 24th Conference on Mechanical Vibration and Noise, Parts A and B*. American Society of Mechanical Engineers, (2012), S. 1053–1062. ISBN: 978-0-7918-4500-4. DOI: 10.1115/DETC2012-70935.
- [Coo12b] Cooley, C. G. ; Parker, R. G.: Vibration Properties of High-Speed Planetary Gears With Gyroscopic Effects. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 134 (2012) Nr. 6, S. 578. ISSN: 07393717. DOI: 10.1115/1.4006646.

- [Coo13] Cooley, C. G. ; Parker, R. G.: Mechanical stability of high-speed planetary gears. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 69 (2013), S. 59–71. ISSN: 00207403. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2013.01.025.
- [Coo18] Cooley, C. G. ; Parker, R. G.: Eigenvalue sensitivity and veering in gyroscopic systems with application to high-speed planetary gears. In: *European Journal of Mechanics - A/Solids* 67 (2018), S. 123–136. ISSN: 09977538. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2017.09.003.
- [Coo65] Cooley, J. W. ; Tukey, J. W.: An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. In: *Mathematics of Computation* 19 (1965) Nr. 90, S. 297–301. ISSN: 0025-5718. DOI: 10.1090/S0025-5718-1965-0178586-1.
- [Coy87] Coy, J. J. ; Handschuh, R. ; Lewicki, D. G. ; Huff, R. G. ; Krejsa, E. A.: Identification and Proposed Control of Helicopter Transmission Noise at the Source. (1987).
- [Cun74] Cunliffe, F. ; Smith, J. D. ; Welbourn, D. B.: Dynamic Tooth Loads in Epicyclic Gears. In: *Journal of Engineering for Industry* 96 (1974) Nr. 2, S. 578–584. ISSN: 0022-0817. DOI: 10.1115/1.3438367.
- [Dra80] Drago, R.-J.: How to Design quiet Transmissions. In: *Machine Design* 52 (1980) Nr. 28, S. 175–181.
- [Dra81] Drago, R.-J.: Minimizing Noise in Transmissions. In: *Machine Design* (1981), S. 143–148.
- [Dre14] Dresig, H. ; Fidlin, A.: Schwingungen mechanischer Antriebssysteme. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, (2014). ISBN: 978-3-642-24116-1. DOI: 10.1007/978-3-642-24117-8.
- [Dre16] Dresig, H. ; Holzweißig, F.: Maschinendynamik. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, (2016). ISBN: 978-3-662-52712-2. DOI: 10.1007/978-3-662-52713-9.
- [Ehr67] Ehrlenspiel, K.: Planetengetriebe - Lastausgleich und konstruktive Entwicklung. In: *VDI-Berichte* (1967) Nr. 105, S. 57–67.
- [Eri09] Eritenel, T. ; Parker, R. G.: Modal properties of three-dimensional helical planetary gears. In: *Journal of Sound and Vibration* 325 (2009) Nr. 1-2, S. 397–420. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.03.002.
- [Eri13a] Ericson, T. M. ; Parker, R. G.: Natural Frequency Clusters in Planetary Gear Vibration. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 135 (2013) Nr. 6. ISSN: 07393717. DOI: 10.1115/1.4023993.

- [Eri13b] Ericson, T. M. ; Parker, R. G.: Planetary gear modal vibration experiments and correlation against lumped-parameter and finite element models. In: *Journal of Sound and Vibration* 332 (2013) Nr. 9, S. 2350–2375. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2012.11.004.
- [Eri13c] Ericson, T. M. ; Parker, R. G.: Planetary Gear Modal Vibration Properties Torque Sensitivity. In: *Volume 5: 25th International Conference on Design Theory and Methodology; ASME 2013 Power Transmission and Gearing Conference*. American Society of Mechanical Engineers, (2013). ISBN: 978-0-7918-5592-8. DOI: 10.1115/DETC2013-13678.
- [Eri14] Ericson, T. M. ; Parker, R. G.: Experimental measurement of the effects of torque on the dynamic behavior and system parameters of planetary gears. In: *Mechanism and Machine Theory* 74 (2014), S. 370–389. ISSN: 0094114X. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.12.018.
- [Fas07] Fastl, H. ; Zwicker, E.: *Psychoacoustics*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, (2007). ISBN: 978-3-642-51765-5. DOI: 10.1007/978-3-540-68888-4.
- [Fen12a] Feng, K.: Effect of Shaft and Bearing Flexibility on Dynamic Behavior of Helical Gears: Modeling and Experimental Comparisons. In: *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing* 6 (2012) Nr. 7, S. 1190–1205. DOI: 10.1299/jamdsm.6.1190.
- [Fen12b] Feng, Z. ; Zuo, M. J.: Vibration signal models for fault diagnosis of planetary gearboxes. In: *Journal of Sound and Vibration* 331 (2012) Nr. 22, S. 4919–4939. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2012.05.039.
- [Föl72] Föllner, D.: *Untersuchung der Anregung von Körperschall in Maschinen und der Möglichkeiten für eine primäre Lärmbekämpfung*. Dissertation. Technische Hochschule Darmstadt, (1972).
- [Fre11] Freymann, R.: *Strukturdynamik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, (2011). ISBN: 978-3-642-19697-3. DOI: 10.1007/978-3-642-19698-0.
- [Fro16] Fromberger, M.: FVA Heft 1198: Forschungsvorhaben 241 XI - Erweiterung STplus. Frankfurt/Main, (2016).
- [Gei02] Geiser, H.: *Grundlagen zur Beurteilung des Schwingverhaltens von Stirnrädern*. Dissertation. Technische Universität München, (2002).
- [Gér15] Géradin, M. ; Rixen, D. J.: *Mechanical vibrations: Theory and application to structural dynamics*. Third edition. Chichester, West Sussex: Wiley, (2015). ISBN: 978-1-118-90020-8. URL: <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&scope=site&db=nlebk&db=nlabk&AN=916586>.

- [Ger83] Gerber, H.: *Schwingungs- und Dämpfungsverhalten gerad- und schrägverzahnter Zahnradgetriebe*. Dissertation. Technische Universität München, (1983).
- [Gir04] Girdhar, P.: *Practical machinery vibration analysis and predictive maintenance*. Oxford: Newnes, (2004). ISBN: 9780750662758.
- [Göt18] Götz, J.: Entwicklungstrends von Zahnrädern in elektrifizierten Pkw-Getrieben. In: *SMK 2018, Schweizer Maschinenelemente Kolloquium*. Wissen teilen. Dresden: TUDpress, (2018). ISBN: 9783959081504.
- [Göt19a] Götz, J. ; Utakapan, T.: FVA Heft 1346: Forschungsvorhaben 338 VII - Erweiterung Dynamisches Zahnkräfte Programm (DZP) - Abschlussbericht. Frankfurt/Main, (2019).
- [Göt19b] Götz, J. ; Stahl, K.: On the future of gears in electrified drive trains. In: *International Journal of Powertrains* 8 (2019) Nr. 4, S. 327. ISSN: 1742-4267. DOI: 10.1504/IJPT.2019.104669.
- [Göt21a] Götz, J. ; Siglmüller, F. ; Fürst, M. ; Otto, M. ; Stahl, K.: Experimental investigation of the dynamic load sharing of planetary gearboxes. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 134 (2021) Nr. 7, S. 1151. DOI: 10.1007/s10010-021-00507-5.
- [Göt21b] Götz, J. ; Weinberger, U. ; Siglmüller, F. ; Otto, M. ; Stahl, K.: Experimental and Theoretical Assessment Methods of Mesh Excitation in Mechanical Drive Trains. In: *Advances in Acoustics, Noise and Vibration 2021*. Gliwice, Poland: Silesian University Press, (2021). ISBN: 978-83-7880-799-5.
- [Göt21c] Götz, J. ; Sepp, S. ; Otto, M. ; Stahl, K.: Low excitation spur gears with variable tip diameter. In: *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings* 263 (2021) Nr. 5, S. 1275–1285. ISSN: 0736-2935. DOI: 10.3397/IN-2021-1799.
- [Gra20] Grammel, R.: *Der Kreisel*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, (1920). ISBN: 978-3-663-19847-5. DOI: 10.1007/978-3-663-20184-7.
- [Gra96] Gradu, M.: *Planetengeräte mit ungleichmäßig auf dem Umfang angeordneten Planetenrädern*. Dissertation. Universität Stuttgart, (1996).
- [Gre63] Gregory, R. W. ; Harris, S. L. ; Munro, R. G.: Dynamic Behaviour of Spur Gears. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 178 (1963) Nr. 1, S. 207–218. DOI: 10.1177/002034836317800130.
- [Gri10] Griggel, T.: *Einfluss von Korrekturen und Fertigungsabweichungen auf die Schwingungsanregung von Stirnrädern*. Dissertation. Technische Universität München, (2010).
- [Gro18] Grote, K.-H. ; Bender, B. ; Göhlich, D.: *Dubbel*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, (2018). ISBN: 978-3-662-54804-2. DOI: 10.1007/978-3-662-54805-9.



- [Gu12] Gu, X. ; Velex, P.: A dynamic model to study the influence of planet position errors in planetary gears. In: *Journal of Sound and Vibration* 331 (2012) Nr. 20, S. 4554–4574. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2012.05.007.
- [Gui16] Guicking, D.: Schwingungen. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, (2016). ISBN: 978-3-658-14135-6. DOI: 10.1007/978-3-658-14136-3.
- [Gup03] Gupta, K. K. ; Meek, J. L.: Finite Element Multidisciplinary Analysis, Second Edition. Reston ,VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, (2003). ISBN: 978-1-56347-580-1. DOI: 10.2514/4.861819.
- [Har58] Harris, S. L.: Dynamic Loads on the Teeth os Spur Gears. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* (1958) Nr. 172, S. 87–112.
- [Har78] Harris, F. J.: On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. In: *Proceedings of the IEEE* 66 (1978) Nr. 1, S. 51–83. ISSN: 0018-9219. DOI: 10.1109/PROC.1978.10837.
- [Hay86] Hayashi, T. ; Li, X. Y. ; Hayashi, I. ; Endo, K. ; Watanabe, W.: Measurement and Some Discussions on Dynamic Load Sharing in Planetary Gears. In: *Bulletin of JSME* 29 (1986) Nr. 253, S. 2290–2297. ISSN: 0021-3764. DOI: 10.1299/jsme1958.29.2290.
- [Hei11] Heider, M. ; Ingeli, J.: FVA-Heft 983: FVA-Forschungsvorhaben 487 III - Neue Kennwerte zur rechnerischen Beurteilung des Anregungsverhaltens von Verzahnungen. Frankfurt/Main, (2011).
- [Hei14] Heider, M.: *Schwingungsverhalten von Zahnradgetrieben: Beurteilung des Schwingungsverhaltens von Stirnrad- und Planetengetrieben*. Dissertation. Technische Universität München, (2014).
- [Hen20] Henzold, G.: Geometrical Dimensioning and Tolerancing for Design, Manufacturing and Inspection. 3. Aufl. Oxford: Butterworth-Heinemann, (2020). ISBN: 978-0-12-824061-8. URL: <http://ludwig.lub.lu.se/login?url=https://www.sciencedirect.com/science/book/9780128240618>.
- [Hes11] Hesse, J.: *Verzahnungsanregung im Antriebsstrang*. Dissertation. Technische Hochschule Aachen, (2011).
- [Hic67] Hicks, R. J.: „Load Equalizing Means for Planetary Pinions“. U.S. Patent No. 3.303.713. (1967).
- [Hid76a] Hidaka, T. ; Terauchi, Y.: Dynamic Behavior of Planetary Gear : 1st Report Load Distribution in Planetary Gear. In: *Bulletin of JSME* 19 (1976) Nr. 132, S. 690–698. ISSN: 0021-3764. DOI: 10.1299/jsme1958.19.690.

- [Hid76b] Hidaka, T. ; Terauchi, Y. ; Ishioka, K.: Dynamic Behavior of Planetary Gear : 2nd Report, Displacement of Sun Gear and Ring Gear. In: *Bulletin of JSME* 19 (1976) Nr. 138, S. 1563–1570. ISSN: 0021-3764. DOI: 10.1299/jsme1958.19.1563.
- [Hid79a] Hidaka, T. ; Terauchi, Y. ; Nagamura, K.: Dynamic Behaviour of Planetary Gear: 7th Report Influence of Thickness of the Ring Gear. In: *Bulletin of JSME* 22 (1979) Nr. 170, S. 1142–1149. ISSN: 0021-3764.
- [Hid79b] Hidaka, T. ; Terauchi, Y. ; DOHI, K.: On the Relation between the Run-Out Errors and the Motion of the Center of Sun Gear In a Stoeckicht Planetary Gear. In: *Bulletin of JSME* 22 (1979) Nr. 167, S. 748–754. ISSN: 0021-3764. DOI: 10.1299/jsme1958.22.748.
- [Hid79c] Hidaka, T. ; Terauchi, Y. ; Ishioka, K.: Dynamic Behavior of Planetary Gear : 4th Report, Influence of the Transmitted Tooth Load on the Dynamic Increment Load. In: *Bulletin of JSME* 22 (1979) Nr. 168, S. 877–884. ISSN: 0021-3764. DOI: 10.1299/jsme1958.22.877.
- [Hid79d] Hidaka, T. ; Terauchi, Y. ; Nagamura, K.: Dynamic Behavior of Planetary Gear : 6th Report, Influence of Meshing-Phase. In: *Bulletin of JSME* 22 (1979) Nr. 169, S. 1026–1033. ISSN: 0021-3764. DOI: 10.1299/jsme1958.22.1026.
- [Hof16] Hofer, M. J.: *Einfluss des Apex-Punkts auf das Anregungsverhalten von doppel-schrägverzahnten Planetengetrieben*. Masterarbeit. Technische Universität München, (2016).
- [Hon14] Hong, L. ; Dhupia, J. S. ; Sheng, S.: An explanation of frequency features enabling detection of faults in equally spaced planetary gearbox. In: *Mechanism and Machine Theory* 73 (2014), S. 169–183. ISSN: 0094114X. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.10.014.
- [Hös65] Hösel, T.: *Geräuschuntersuchungen an schrägverzahnten Stirnrädern mit Evolventenverzahnung*. Dissertation. Technische Universität München, (1965).
- [Hou01] Houser, D. R. ; Vaishya, M. ; Sorenson, J. D.: Vibro-Acoustic Effects of Friction in Gears: An Experimental Investigation. In: *SAE Technical Paper Series*. SAE Technical Paper Series. SAE International400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, (2001). DOI: 10.4271/2001-01-1516.
- [Hou05] Houser, D. R. ; Harianto, J.: The Effect of Micro-Geometry and Load on Helical Gear Noise Excitations. In: *SAE Technical Paper Series*. SAE Technical Paper Series. SAE International400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, (2005). DOI: 10.4271/2005-01-2295.
- [Hou06] Houser, D. R. ; Harianto, J. ; Talbot, D.: Gear Mesh Misalignment. In: *Gear Solutions* (2006), S. 34–42.

- [Hu18] Hu, Y. ; Talbot, D. ; Kahraman, A.: A Load Distribution Model for Planetary Gear Sets. In: *Journal of Mechanical Design* 140 (2018) Nr. 5, S. 525. ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.4039337.
- [Igl15] Iglesias, M. ; Fernandez Del Rincon, A. ; de-Juan, A. ; Diez-Ibarbia, A. ; Garcia, P. ; Viadero, F.: Advanced model for the calculation of meshing forces in spur gear planetary transmissions. In: *Meccanica* 50 (2015) Nr. 7, S. 1869–1894. ISSN: 0025-6455. DOI: 10.1007/s11012-015-0130-3.
- [Ina09] Inalpolat, M. ; Kahraman, A.: A theoretical and experimental investigation of modulation sidebands of planetary gear sets. In: *Journal of Sound and Vibration* 323 (2009) Nr. 3-5, S. 677–696. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.01.004.
- [Ina10] Inalpolat, M. ; Kahraman, A.: A dynamic model to predict modulation sidebands of a planetary gear set having manufacturing errors. In: *Journal of Sound and Vibration* 329 (2010) Nr. 4, S. 371–393. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.09.022.
- [Ish80] Ishida, K. ; Matsuda, T.: Study on Pitch Circle Impulse Noise of Gear by Simulated Gear Tooth Contact. In: *Proceedings of the Third ASME 1980 International Power Transmission and Gearing Conference*. New York: ASME, (1980), S. 6.
- [Jam02] James, B. ; Harris, O.: Predicting Unequal Planetary Load Sharing Due to Manufacturing Errors and System Deflections, with Validation Against Test Data. In: *SAE Technical Paper Series*. SAE Technical Paper Series. SAE International400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, (2002). DOI: 10.4271/2002-01-0699.
- [Jia15] Jiang, H. ; Shao, Y. ; Mechefske, C. K. ; Chen, X.: The influence of mesh misalignment on the dynamic characteristics of helical gears including sliding friction. In: *Journal of Mechanical Science and Technology* 29 (2015) Nr. 11, S. 4563–4573. ISSN: 1976-3824. DOI: 10.1007/s12206-015-1001-5. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/s12206-015-1001-5>.
- [Jon05] Jones, S.: *Finite Elements for the Analysis of Rotor-Dynamic Systems that include Gyroscopic Effects*. Dissertation. Brunel University London, (2005).
- [Kag61] Kagawa, T.: Deflections and moments due to a concentrated edge-load on a cantilever plate of infinite length. In: *Proceedings of 11th Japan National Congress for Applied Mechanics*. (1961), S. 47–55.
- [Kah01] Kahraman, A. ; Vijayakar, S.: Effect of Internal Gear Flexibility on the Quasi-Static Behavior of a Planetary Gear Set. In: *Journal of Mechanical Design* 123 (2001) Nr. 3, S. 408–415. ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.1371477.

- [Kah94a] Kahraman, A.: Natural modes of planetary gear trains. In: *Journal of Sound Vibration* 173 (1994), S. 125–130. ISSN: 0022-460X. DOI: 10.1006/jsvi.1994.1222.
- [Kah94b] Kahraman, A. ; Blankenship, G. W.: Planet Mesh Phasing in Epicyclic Gear Sets. In: *Proceedings of International Gearing Conference*. (1994), S. 99–104.
- [Kah94c] Kahraman, A.: Load sharing characteristics of planetary transmissions. In: *Mechanism and Machine Theory* 29 (1994) Nr. 8, S. 1151–1165. ISSN: 0094114X. DOI: 10.1016/0094-114X(94)90006-X.
- [Kah99] Kahraman, A.: Static Load Sharing Characteristics of Transmission Planetary Gear Sets: Model and Experiment. In: *SAE Technical Paper Series*. SAE Technical Paper Series. SAE International 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, (1999). DOI: 10.4271/1999-01-1050.
- [Kas81] Kasuba, R. ; Evans, J. W.: An Extended Model for Determining Dynamic Loads in Spur Gearing. In: *Journal of Mechanical Design* 103 (1981) Nr. 2, S. 398–409. ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.3254920.
- [Kel03] Keller, J. A. ; Grabill, P.: Vibration monitoring of a UH-60A main transmission planetary carrier fault. In: *Proceedings of the American Helicopter Society International 59th Annual Forum*. Bd. 2. Phoenix, Arizona, USA, (2003), S. 1233–1243.
- [Kim16] Kim, J.-G. ; Park, Y.-J. ; Lee, G.-H. ; Kim, J.-H.: An experimental study on the effect of carrier pinhole position errors on planet gear load sharing. In: *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing* 17 (2016) Nr. 10, S. 1305–1312. ISSN: 2234-7593. DOI: 10.1007/s12541-016-0155-0.
- [Kim18] Kim, J.-G. ; Park, Y.-J. ; Lee, G.-H. ; Lee, S.-D. ; Oh, J.-Y.: Experimental Study on the Carrier Pinhole Position Error Affecting Dynamic Load Sharing of Planetary Gearboxes. In: *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing* 19 (2018) Nr. 6, S. 881–887. ISSN: 2234-7593. DOI: 10.1007/s12541-018-0104-1.
- [Kle08] Klein, U.: Schwingungsdiagnostische Beurteilung von Maschinen und Anlagen. 3., überarb. Aufl., unveränd. Nachdr. Düsseldorf: Verl. Stahleisen, (2008). ISBN: 9783514006874.
- [Kle15] Klein, B.: FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Elemente-Methode im Maschinen und Fahrzeugbau. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, (2015). ISBN: 978-3-658-06053-4. DOI: 10.1007/978-3-658-06054-1.
- [Kli21] Klingelberg AG: Präzisionsmesszentrum P40. Zürich, (2021).
- [Kna77] Knabel, W.: *Geräusche und Schwingungen an Stirnradgetrieben: Untersuchung geometrischer Einflüsse bei hohen Drehzahlen und Belastungen*. Dissertation. Technische Universität München, (1977).
- [Koh18] Kohn, B.: *Topologische Flankenkorrektur zur Anregungsoptimierung von Stirnradgetrieben*. Dissertation. Technische Universität München, (2018).

- [Kol08] Kolerus, J. ; Wassermann, J.: Zustandsüberwachung von Maschinen: Das Lehr- und Arbeitsbuch für den Praktiker ; mit 7 Tabellen und DVD-ROM. 4. Aufl. Bd. 79. Renningen: expert-Verl., (2008). ISBN: 9783816925972. URL: [2http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=3006731&prov=M&dok\\_var=1&dok\\_ext=htm](http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=3006731&prov=M&dok_var=1&dok_ext=htm).
- [Küh20] Kühberger, M.: *Untersuchung des Anregungs- und Schwingungsverhaltens von doppelschrägverzahnten Planetengetrieben mit SIMPACK*. Semesterarbeit. Technische Universität München, (2020).
- [Küh21] Kühberger, M.: *Charakterisierung des Seitenbandverhaltens von Planetengetrieben unter Einfluss von Fertigungs- und Montagefehlern*. Masterarbeit. Technische Universität München, (2021).
- [Leq17] Leque, N. ; Kahraman, A.: A Three-Dimensional Load Sharing Model of Planetary Gear Sets Having Manufacturing Errors. In: *Journal of Mechanical Design* 139 (2017) Nr. 3. ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.4035554.
- [Lia14] Liang, X. ; Zuo, M. J. ; Hoseini, M. R.: Understanding vibration properties of a planetary gear set for fault detection. In: *2014 International Conference on Prognostics and Health Management*. IEEE, (2014), S. 1–6. ISBN: 978-1-4799-4943-4. DOI: 10.1109/ICPHM.2014.7036374.
- [Lig08] Ligata, H. ; Kahraman, A. ; Singh, A.: An Experimental Study of the Influence of Manufacturing Errors on the Planetary Gear Stresses and Planet Load Sharing. In: *Journal of Mechanical Design* 130 (2008) Nr. 4, S. 690. ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.2885194.
- [Lig09] Ligata, H. ; Kahraman, A. ; Singh, A.: Influence of Gear Rim Deflections on Planetary Gear Set Behavior. In: *Volume 6: ASME Power Transmission and Gearing Conference; 3rd International Conference on Micro- and Nanosystems; 11th International Conference on Advanced Vehicle and Tire Technologies*. ASMEDC, (2009), S. 95–103. ISBN: 978-0-7918-4903-3. DOI: 10.1115/DETC2009-86838.
- [Lin00] Lin, J. ; Parker, R. G.: Structured Vibration Characteristics of Planetary Gears with Unequally Spaced Planets. In: *Journal of Sound and Vibration* 233 (2000) Nr. 5, S. 921–928. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1006/jsvi.1999.2581.
- [Lin10] Linke, H.: *Stirnräderverzahnung: Berechnung Werkstoffe Fertigung*. 2. Aufl. München Wien: Carl Hanser, (2010).
- [Lin94] Lin, H. H. ; Wang, J. ; Oswald, F. B. ; Coy, J. J.: Effect of Extended Tooth Contact on the Modeling of Spur Gear Transmission. In: *Gear Technology* 11 (1994) Nr. 4, S. 18–25.

- [Lin99a] Lin, J. ; Parker, R. G.: Sensitivity of Planetary Gear Natural Frequencies and vibration Modes to Model Parameters. In: *Journal of Sound and Vibration* 228 (1999) Nr. 1, S. 109–128. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1006/jsvi.1999.2398.
- [Lin99b] Lin, J. ; Parker, R. G.: Analytical Characterization of the Unique Properties of Planetary Gear Free Vibration. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 121 (1999) Nr. 3, S. 316–321. ISSN: 07393717. DOI: 10.1115/1.2893982.
- [Lüb56] Lübcke, E.: Geräuschforschung im Maschinenbau. In: *VDI-Z.* 98 (1956) Nr. 14, S. 791–797.
- [Mal89] Mallat, S. G.: Multiresolution Approximations and Wavelet Orthonormal Bases of  $L^2(\mathbb{R})$ . In: *Transactions of the American Mathematical Society* 315 (1989) Nr. 1, S. 69. ISSN: 00029947. DOI: 10.2307/2001373.
- [Mar78] Mark, W. D.: Analysis of the vibratory excitation of gear systems: Basic theory. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 63 (1978) Nr. 5, S. 1409–1430. ISSN: 00014966. DOI: 10.1121/1.381876.
- [McF85] McFadden, P. D. ; Smith, J. D.: An Explanation for the Asymmetry of the Modulation Sidebands about the Tooth Meshing Frequency in Epicyclic Gear Vibration. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. Bd. 199. (1985), S. 65–70.
- [McF86] McFadden, P. D. ; Smith, J. D.: Effect of Transmission Path on Measured Gear Vibration. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 108 (1986) Nr. 3, S. 377–378. ISSN: 07393717. DOI: 10.1115/1.3269353.
- [McN02] McNames, J.: Fourier Series Analysis of Epicyclic Gearbox Vibration. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 124 (2002) Nr. 1, S. 150–153. ISSN: 07393717. DOI: 10.1115/1.1403735.
- [Mei74] Meirovitch, L.: A New Method of Solution of the Eigenvalue Problem for Gyroscopic Systems. In: *AIAA Journal* 12 (1974) Nr. 10, S. 1337–1342. ISSN: 0001-1452. DOI: 10.2514/3.49486.
- [Mon10] Montestruc, A. N.: A Numerical Approach to Calculation of Load Sharing in Planetary Gear Drives. In: *Journal of Mechanical Design* 132 (2010) Nr. 1. ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.4000642.
- [Mon11] Montestruc, A. N.: Influence of Planet Pin Stiffness on Load Sharing in Planetary Gear Drives. In: *Journal of Mechanical Design* 133 (2011) Nr. 1. ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.4002971.
- [Mor14] Morikawa, K. ; Kumagai, K. ; Nishihara, R.: A study on the sideband phenomenon of planetary gears. In: *Transactions of the JSME* 80 (2014) Nr. 815, DSM0212–DSM0212. DOI: 10.1299/transjsme.2014dsm0212.

- [Mor15] Morikawa, K. ; Kumagai, K. ; Nishihara, R. ; Nemoto, J.: Vibration behaviour of stepped pinion type planetary gears. In: *Transactions of the JSME* 81 (2015) Nr. 830, S. 15-00310-15-00310. DOI: 10.1299/transjsme.15-00310.
- [Mos03] Mosher, M.: Understanding Vibration Spectra of Planetary Gear Systems for Fault Detection. In: *Volume 4: 9th International Power Transmission and Gearing Conference, Parts A and B*. ASMEDC, (2003), S. 645–652. ISBN: 0-7918-3702-5. DOI: 10.1115/DETC2003/PTG-48082.
- [Mül83] Müller, H. W. ; Langer, W. ; Richter, P. ; Storm, R.: FKM-Forschungsheft 102: Praxisreport Maschinenakustik: Berechnungs- und Abschätzverfahren für Maschinengeräusche. Frankfurt/Main: Forschungskuratorium Maschinenbau e.V. (FKM), (1983).
- [Mül91] Müller, R.: *Schwingungs- und Geräuschanregung bei Stirnradgetrieben*. Dissertation. Technische Universität München, (1991).
- [Mül98] Müller, H. W.: Die Umlaufgetriebe: Auslegung und vielseitige Anwendungen. 2. Aufl. Bd. 28. Berlin und Heidelberg: Springer, (1998). ISBN: 9783642587252. DOI: 10.1007/978-3-642-58725-2.
- [Mun69] Munro, R. G.: Effect of Geometrical Errors on the Transmission of Motion between Gears. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings* 184 (1969) Nr. 15, S. 79–84. ISSN: 0367-8849. DOI: 10.1243/PIME\_CONF\_1969\_184\_445\_02.
- [Mun99] Munro, R. G. ; Morrish, L. ; Palmer, D.: Gear transmission error outside the normal path of contact due to corner and top contact. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 213 (1999) Nr. 4, S. 389–400. ISSN: 0954-4062. DOI: 10.1243/0954406991522347.
- [Nak67] Nakamura, K.: Experimental Studies about the Effects of Dynamic Loads upon Gear Noise. In: *Bulletin of JSME* 10 (1967) Nr. 37, S. 180–188. ISSN: 0021-3764. DOI: 10.1299/jsme1958.10.180.
- [Neu15] Neubauer, B. ; Otto, M. ; Stahl, K.: Efficient Calculation of Load Distribution and design of tooth flank modifications in planetary gear systems: Static load and deformation analysis in a fully coupled mechanical model of a gear box structure with LAPLASn. In: *International Conference on Gears*. Bd. 1. (2015), S. 549–558.
- [Neu16] Neubauer, B.: *Lastverteilung und Anregungsverhalten in Planetengetriebesystemen*. Dissertation. Technische Universität München, (2016).
- [Nie03] Niemann, G. ; Winter, H.: Maschinenelemente: Band 2: Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe - Grundlagen, Stirnradgetriebe. Zweite, völlig neubearbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg und s.l.: Springer Berlin Heidelberg, (2003). ISBN: 9783662118733. DOI: 10.1007/978-3-662-11873-3.

- [Obe16] Oberg, E. ; Jones, F. D. ; Horton, H. L. ; Ryffel, H. H.: Machinery's Handbook: A Reference Book for the Mechanical Engineer, Designer, Manufacturing Engineer, Draftsman, Toolmaker, and Machinist. 30th edition. (2016). ISBN: 9780831130916.
- [Opi68] Opitz, H.: Geräuschuntersuchungen an Zahnradgetrieben. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften, (1968). ISBN: 978-3-663-06327-8. DOI: 10.1007/978-3-663-07240-9.
- [Opi72] Opitz, H. ; Lanzerath, G.: Untersuchungen zur Verminderung der Geräuschanregung und -abstrahlung von Zahnradgetrieben. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften, (1972). ISBN: 978-3-531-02284-0. DOI: 10.1007/978-3-322-88331-5.
- [Opp14] Oppenheim, A. V. ; Schafer, R. W.: Discrete-time signal processing. Third edition, Pearson new international edition. Always learning. Harlow: Pearson, (2014). ISBN: 9781292025728.
- [Ost79] Oster, P. ; Liebhardt, W.: EDV-Programm zur Ermittlung der Zahnflankenkorrekturen am Ritzel. In: *Antriebstechnik* 18 (1979) Nr. 1-2, S. 23–26.
- [Ott09] Otto, M.: *Lastverteilung und Zahnradtragfähigkeit von schrägverzahnten Stirnradgetrieben*. Dissertation. Technische Universität München, (2009).
- [Pal77] Palmer, W. E. ; Fuehrer, R. R.: Noise Control In Planetary Transmissions. In: *SAE Technical Paper Series*. SAE Technical Paper Series. SAE International400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, (1977). DOI: 10.4271/770561.
- [Par00] Parker, R. G.: A Physical Explanation for the Effectiveness of Planet Phasing to Suppress Planetary Gear Vibration. In: *Journal of Sound and Vibration* 236 (2000) Nr. 4, S. 561–573. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1006/jsvi.1999.2859. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X99928596>.
- [Par04] Parker, R. G. ; Lin, J.: Mesh Phasing Relationships in Planetary and Epicyclic Gears. In: *Journal of Mechanical Design* 126 (2004) Nr. 2, S. 365–370. ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.1667892.
- [Par98] Parker, R. G.: On the Eigenvalues and Critical Speed Stability of Gyroscopic Continua. In: *Journal of Applied Mechanics* 65 (1998) Nr. 1, S. 134–140. ISSN: 0021-8936. DOI: 10.1115/1.2789016.
- [Pat12] Patrick, R. ; Ferri, A. ; Vachtsevanos, G.: Effect of Planetary Gear Carrier-Plate Cracks on Vibration Spectrum. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 134 (2012) Nr. 6. ISSN: 07393717. DOI: 10.1115/1.4006651.
- [Pfe14] Pfeiffer, F. ; Schindler, T.: Einführung in die Dynamik. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, (2014). ISBN: 978-3-642-41045-1. DOI: 10.1007/978-3-642-41046-8.



- [Pla96] Platt, R. L. ; Leopold, R. D.: A Study on Helical Gear Planetary Phasing Effects on Transmission Noise. In: *VDI-Berichte* (1996) Nr. 1230, S. 793–807.
- [Rad07] Radev, S.: *Einfluss von Flankenkorrekturen auf das Anregungsverhalten gerad- und schrägverzahnter Stirnradpaarungen*. Dissertation. Technische Universität München, (2007).
- [Rad21] Radzevich, S. P.: *Dudley's Handbook of Practical Gear Design and Manufacture*. 4th. CRC Press, (2021).
- [Ren15] Renishaw plc: *Technical Note TN 043/01 Dual Head Summing*. (2015).
- [Ret56] Rettig, H.: *Dynamische Zahnkraft*. Dissertation. Technische Universität München, (1956).
- [Riv10] Rivin, E. I.: *Handbook on stiffness & damping in mechanical design*. New York, N.Y.: American Society of Mechanical Engineers, (2010). ISBN: 0791802930. DOI: 10.1115/1.802939.
- [Rod19] Rodriguez, D.: *Modal analysis and vibration properties of a double-helical gear set*. Masterarbeit. Technische Universität München, (2019).
- [Ros61] Rosen, M. W.: Noises of Two Spur–Gear Transmissions. In: *Noise Control* 7 (1961) Nr. 6, S. 11–19. ISSN: 0549-5865. DOI: 10.1121/1.2369460.
- [Rou60] Route, W. D.: Gear Design for Noise Control. In: *SAE Technical Paper 600149* (1960). DOI: 10.4271/600149.
- [Rüs04] Rüschoff, R.: *Analyse der Wechselwirkungen von Mehrfacheingriffen am Beispiel Planetengetriebe*. Dissertation. Ruhr-Universität Bochum, (2004).
- [Rya21] Ryali, L. ; Talbot, D.: A dynamic load distribution model of planetary gear sets. In: *Mechanism and Machine Theory* 158 (2021) Nr. 3. ISSN: 0094114X. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.104229.
- [Sal87] Saljé, H.: *Einfluß der Verzahnungsgeometrie auf Geräuschemission und Tragfähigkeit*. Dissertation. Technische Hochschule Aachen, (1987).
- [San20] Sanchez-Espiga, J. ; Fernandez-del-Rincon, A. ; Iglesias, M. ; Viadero, F.: Influence of errors in planetary transmissions load sharing under different mesh phasing. In: *Mechanism and Machine Theory* 153 (2020), S. 104012. ISSN: 0094114X. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.104012.
- [Sat97] Sattelberger, K.: *Schwingungs- und Geräuschanregung bei ein- und mehrstufigen Getrieben*. Dissertation. Technische Universität München, (1997).
- [Sch73] Schmidt, G.: *Berechnung der Wälzpressung schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung*. Dissertation. Technische Universität München, (1973).

- [Sea75] Seager, D. L.: Conditions for the Neutralization of Excitation by the Teeth in Epicyclic Gearing. In: *Journal of Mechanical Engineering Science* 17 (1975) Nr. 5, S. 293–299. ISSN: 0022-2542. DOI: 10.1243/JMES\_JOUR\_1975\_017\_042\_02.
- [Seh05] Seherr-Thoss, H. C.: The Construction of Planetary Gears and Advances Made by Wilhelm Stoeckicht. In: *VDI-Berichte*. Bd. 1904.1. (2005), S. 373–383.
- [Sin08] Singh, A. ; Kahraman, A. ; Ligata, H.: Internal Gear Strains and Load Sharing in Planetary Transmissions: Model and Experiments. In: *Journal of Mechanical Design* 130 (2008) Nr. 7, S. 85. ISSN: 1050-0472. DOI: 10.1115/1.2890110.
- [Smi03] Smith, J. D.: Gear Noise and Vibration. 2. Aufl. New York: Marcel Dekker, (2003).
- [Som04] Sommer, K.-D. ; Siebert, B. R. L.: Praxisgerechtes Bestimmen der Messunsicherheit nach GUM (Practical Determination of the Measurement Uncertainty under GUM). In: *tm - Technisches Messen* 71 (2004) Nr. 2, S. 52–66. ISSN: 0171-8096. DOI: 10.1524/teme.71.2.52.27068.
- [Ste72] Sternfeld, H. ; Schairer, J. ; Spencer, R.: An Investigation of Helicopter Transmission Noise Reduction by Vibration Absorbers and Damping. Philadelphia (PA), (1972).
- [Sto29] Stoeckicht, W.: „Umlaufrädergetriebe: Patentschrift“. 486741. (1929).
- [Sto32] Stoeckicht, W.: „Stirnräderplanetengeriebe: Patentschrift“. 556683. (1932).
- [Sto80] Storm, R.: *Untersuchung der Einflußgrößen auf das akustische Übertragungsverhalten von Maschinenstrukturen*. Dissertation. Technische Hochschule Darmstadt, (1980).
- [Str53] Strauch, H.: Zahnradschwingungen. In: *VDI-Z*. 95 (1953) Nr. 6, S. 159–163.
- [Tag54] Taggart, R.: Noise in Reduction Gears. In: *Journal of the American Society for Naval Engineers* 66 (1954) Nr. 4, S. 829–849. ISSN: 00997056. DOI: 10.1111/j.1559-3584.1954.tb05929.x.
- [Tay94] Taylor, J. I.: The Vibration Analysis Handbook. 1. ed. Tampa, FL: Vibration Consultants, (1994). ISBN: 0964051702.
- [Ter80] Terauchi, Y. ; Nagamura, K.: Study on Deflection of Spur Gear Teeth : 1st Report Calculation of Tooth Deflection by Two-dimensional Elastic Theory. In: *Bulletin of JSME* 23 (1980) Nr. 184, S. 1682–1688. ISSN: 0021-3764.
- [Tes69] Tesch, F.: *Der fehlerhafte Zahneingriff und seine Auswirkungen auf die Geräuschabstrahlung*. Dissertation. Technische Hochschule Aachen, (1969).
- [Tho12] Thoma, F.: *Lastübertragung im verformten System Lager-Welle-Zahnrad*. Dissertation. Technische Universität München, (2012).
- [Tie20] Tietze, G.: *Experimentelle Untersuchung der Lastaufteilung in einem doppelschrägverzahnten Planetengetriebe*. Masterarbeit. Technische Universität München, (2020).

- [Top66] Toppe, A.: *Untersuchungen über die Geräuschanregung bei Stirnrädern unter besonderer Berücksichtigung der Fertigungsgenauigkeit*. Dissertation. Technische Hochschule Aachen, (1966).
- [Unt59] Unterberger, M.: *Geräuschuntersuchungen an geradverzahnten Stirnrädern: Grundversuche zur Geräuschfrage bei Zahnradgetrieben*. Dissertation. Technische Universität München, (1959).
- [Uta14] Utakapan, T. ; Ingeli, J.: FVA-Heft 1101: Forschungsvorhaben 487 IV - Kennwerte Anregungsverhalten: Neue Kennwerte zur rechnerischen Beurteilung des Anregungsverhaltens von Verzahnungen. Frankfurt/Main, (2014).
- [Vel00] Velez, P. ; Cahouet, V.: Experimental and Numerical Investigations on the Influence of Tooth Friction in Spur and Helical Gear Dynamics. In: *Journal of Mechanical Design* 122 (2000) Nr. 4, S. 515–522. DOI: 10.1115/1.1320821.
- [Von82] Vonderschmidt, R. W.: *Zahnkräfte in geradverzahnten Planetengetrieben: Lastüberhöhungen infolge ungleichmäßiger Lastaufteilung auf die Planetenräder und innerer dynamischer Zusatzkräfte*. Dissertation. Ruhr-Universität Bochum, (1982).
- [Wag84] Wagner, H. T.: *Versuche zur Lastaufteilung und zum Breitentragen in geradverzahnten Planetengetrieben*. Dissertation. Ruhr-Universität Bochum, (1984).
- [Wal40] Walker, H.: Gear Tooth Deflection and Profile Modification. In: *The Engineer* (1940).
- [Web55] Weber, C. ; Banaschek, K.: Formänderung und Profilirückname bei gerad- und schrägverzahnten Rädern. In: *Schriftenreihe Antriebstechnik*. Bd. 11. Braunschweig: Vieweg Verlag, (1955).
- [Wei19] Weinberger, U. ; Sigmüller, F. ; Götz, J. ; Otto, M. ; Stahl, K.: Scaling of Planetary Gear Stages According to Gear Excitation Similarity. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 233 (2019) Nr. 21-22, S. 7246–7256. ISSN: 0954-4062. DOI: 10.1177/0954406219851828.
- [Wei21] Weinberger, U.: FVA Heft 1433: Forschungsvorhaben 30 X - Erweiterung RIKOR - Abschlussbericht. Frankfurt/Main, (2021).
- [Wel69] Welbourn, D. B.: Paper 16: Gear Errors and Their Resultant Noise Spectra. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings* 184 (1969) Nr. 15, S. 131–139. ISSN: 0367-8849. DOI: 10.1243/PIME\_CONF\_1969\_184\_451\_02.
- [Win65] Winter, H. ; Seifried, A.: Einfluss von Verzahnungsgenauigkeit und Oberflächenstruktur der Zahnflanken auf das Geräuschverhalten von Stirnrädern. In: *VDI-Z*. 106 (1965) Nr. 6, S. 245–255.

- [Win87] Winkelmann, L.: *Lastverteilung in Planetenradgetrieben*. Dissertation. Ruhr-Universität Bochum, (1987).
- [Yu05] Yu, S. ; Kaatz, S.: Asymmetric Gear Noise Sidebands and Application to Planetary Gear Noise Reduction. In: *SAE Technical Paper Series*. SAE Technical Paper Series. SAE International 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States, (2005). DOI: 10.4271/2005-01-2462.
- [Zan20] Zander, M. ; Kehl, J. H.: FVA-Heft 1404: FVA-Forschungsvorhaben 701 III - Erweiterung der Wälzlagerberechnung in FVA-Software - Abschlussbericht. Frankfurt/Main, (2020).
- [Zho10] Zhou, J. X. ; Liu, G. ; Ma, S. J.: Dynamic Load Sharing Characteristic of Planetary Gear System with Load Balancing Mechanism. In: *Advanced Materials Research* 97-101 (2010), S. 3504–3508. ISSN: 1662-8985. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.97-101.3504.
- [Zie71] Ziegler, A.: *Gesamt-Zahnfedersteifigkeit und Lastverteilung schrägverzahnter Stirnräder*. Dissertation. Technische Hochschule Aachen, (1971).

## Internetseiten

- [Brü22] Brüel & Kjaer: Beschleunigungssensor 4518/4519. URL: <https://www.bksv.com/de/transducers/vibration/accelerometers/ccld-iepe/4518-001> Abrufdatum 2022.
- [MAN22] MANNER Sensortelemetrie GmbH: Kundenspezifische Telemetrie. URL: <https://www.sensortelemetrie.de/produkte/telemetrie-systeme/kundenspezifische-telemetrie/> (besucht am 07. 05. 2022) Abrufdatum 2022.
- [Mic21] Micro-Epsilon Messtechnik GmbH & Co. KG: Capacitive distance sensors. URL: <https://www.micro-epsilon.de/displacement-position-sensors/capacitive-sensor/> (besucht am 23. 09. 2021) Abrufdatum 2021.
- [Nat22] National Instrumentation Corp.: PXIe Datenerfassungssysteme. URL: <https://www.ni.com/de-de/shop/pxi.html#> Abrufdatum 2022.
- [Ren22] Renishaw plc: Open optical position encoders. URL: <https://www.renishaw.com/en/open-optical-encoders--6433> (besucht am 16. 08. 2021) Abrufdatum 2022.
- [Xil20] Xilinx: 7 Series FPGAs Data Sheet DS180 (v2.6.1) - Overview Abrufdatum 2020.

### **Betreute und für diese Arbeit relevante Studienarbeiten**

Folgende Studienarbeiten, deren Bearbeitung, Auswertung, Interpretation und Darstellung von Ergebnissen unter wesentlicher wissenschaftlicher Anleitung des Autors dieser Dissertation entstanden sind, wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit am Lehrstuhl für Maschinenelemente, Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebekonstruktion angefertigt. Ergebnisse flossen zum Teil in die Arbeit ein.

- [Bru19] Brummer, M.: *Auslegung eines geradverzahnten Planetengetriebes mit Hochverzahnung*. Semesterarbeit. Technische Universität München, (2019).
- [Car19] Carotta, A.: *Untersuchung des Anregungs- und Schwingungsverhaltens eines Planetengetriebes unter Berücksichtigung von Fertigungs- und Montageabweichungen mit SIMPACK*. Semesterarbeit. Technische Universität München, (2019).
- [Car20] Carotta, A.: *Entwicklung eines Auswerteprogramms für Schwingungs- und Geräuschmessungen an Stirnrad- und Planetengetrieben*. Masterarbeit. Technische Universität München, (2020).
- [Küh20] Kühberger, M.: *Untersuchung des Anregungs- und Schwingungsverhaltens von doppelschrägverzahnten Planetengetrieben mit SIMPACK*. Semesterarbeit. Technische Universität München, (2020).
- [Küh21] Kühberger, M.: *Charakterisierung des Seitenbandverhaltens von Planetengetrieben unter Einfluss von Fertigungs- und Montagefehlern*. Masterarbeit. Technische Universität München, (2021).
- [Rod19] Rodriguez, D.: *Modal analysis and vibration properties of a double-helical gear set*. Masterarbeit. Technische Universität München, (2019).
- [Tie20] Tietze, G.: *Experimentelle Untersuchung der Lastaufteilung in einem doppelschrägverzahnten Planetengetriebe*. Masterarbeit. Technische Universität München, (2020).

### **Sonstige Dokumente**

Folgende Arbeiten in den Jahren 2016 bis 2022, die vom Autor selbst oder unter Beteiligung von Mitarbeitern des Lehrstuhls für Maschinenelemente, Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebesysteme erstellt wurden, zum Teil mit in diese Arbeit eingeflossen.

- [Göt19a] Götz, J. ; Utakapan, T.: FVA Heft 1346: Forschungsvorhaben 338 VII - Erweiterung Dynamisches Zahnkräfte Programm (DZP) - Abschlussbericht. Frankfurt/Main, (2019).

- [Göt19b] Götz, J. ; Stahl, K.: On the future of gears in electrified drive trains. In: *International Journal of Powertrains* 8 (2019) Nr. 4, S. 327. ISSN: 1742-4267. DOI: 10.1504/IJPT.2019.104669.
- [Göt21a] Götz, J. ; Sigmüller, F. ; Fürst, M. ; Otto, M. ; Stahl, K.: Experimental investigation of the dynamic load sharing of planetary gearboxes. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 134 (2021) Nr. 7, S. 1151. DOI: 10.1007/s10010-021-00507-5.
- [Göt21b] Götz, J. ; Weinberger, U. ; Sigmüller, F. ; Otto, M. ; Stahl, K.: Experimental and Theoretical Assessment Methods of Mesh Excitation in Mechanical Drive Trains. In: *Advances in Acoustics, Noise and Vibration 2021*. Gliwice, Poland: Silesian University Press, (2021). ISBN: 978-83-7880-799-5.
- [Göt21c] Götz, J. ; Sepp, S. ; Otto, M. ; Stahl, K.: Low excitation spur gears with variable tip diameter. In: *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings* 263 (2021) Nr. 5, S. 1275–1285. ISSN: 0736-2935. DOI: 10.3397/IN-2021-1799.

## A Anhang

### A.1 Bewegungsgleichungen Schwingungsmodell Planetengetriebe

**Formel (A.1)** bis **Formel (A.9)** stellen die Bewegungsgleichungen der drei Subsysteme *Eingriff Sonne-Planet*, *Eingriff Planet-Hohlrad* und *Lagerung Planet-Planetenträger* aus **Bild 4.7** dar.

#### A.1.1 Eingriff Sonne-Planet

$$\begin{aligned}
 m_s \cdot \ddot{y}_s + k_{sp,i,l/r} \cdot \cos \beta \cdot \cos \Phi_{sp,i} \cdot \delta_{sp,i} &= 0 \\
 m_s \cdot \ddot{x}_s + k_{sp,i,l/r} \cdot \cos \beta \cdot \sin \Phi_{sp,i} \cdot \delta_{sp,i} &= 0 \\
 m_s \cdot \ddot{z}_s - k_{sp,i,l/r} \cdot \sin \beta \cdot \delta_{sp,i} &= 0 \\
 I_s \cdot \ddot{\phi}_{y,s} + k_{sp,i,l/r} \cdot r_s \cdot \sin \beta \cdot \cos \Phi_{sp,i} \cdot \delta_{sp,i} &= 0 \\
 I_s \cdot \ddot{\phi}_{x,s} + k_{sp,i,l/r} \cdot r_s \cdot \sin \beta \cdot \sin \Phi_{sp,i} \cdot \delta_{sp,i} &= 0 \\
 J_s \cdot \ddot{\phi}_{z,s} + k_{sp,i,l/r} \cdot r_s \cdot \cos \beta \cdot \delta_{sp,i} &= \frac{T_s}{2N}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

$$\begin{aligned}
 m_p \cdot \ddot{y}_{p,i} - k_{sp,i,l/r} \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha_{w,s} \cdot \delta_{sp,i} &= 0 \\
 m_p \cdot \ddot{x}_{p,i} - k_{sp,i,l/r} \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha_{w,s} \cdot \delta_{sp,i} &= 0 \\
 m_p \cdot \ddot{z}_{p,i} + k_{sp,i,l/r} \cdot \sin \beta \cdot \delta_{sp,i} &= 0 \\
 I_p \cdot \ddot{\phi}_{y,p,i} + k_{sp,i,l/r} \cdot r_p \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha_{w,s} \cdot \delta_{sp,i} &= 0 \\
 I_p \cdot \ddot{\phi}_{x,p,i} + k_{sp,i,l/r} \cdot r_p \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha_{w,s} \cdot \delta_{sp,i} &= 0 \\
 J_p \cdot \ddot{\phi}_{z,p,i} + k_{sp,i,l/r} \cdot r_p \cdot \cos \beta \cdot \delta_{sp,i} &= 0
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}
 \delta_{sp,i} &= (y_s \cdot \cos \Phi_{sp,i} - y_{p,i} \cdot \cos \alpha_{w,s}) \cdot \cos \beta + (x_s \cdot \sin \Phi_{sp,i} - x_{p,i} \cdot \sin \alpha_{w,s}) \cdot \cos \beta \\
 &+ (z_{p,i} - z_s) \cdot \sin \beta + (\phi_{y,s} \cdot r_s \cdot \cos \Phi_{sp,i} + \phi_{y,p,i} \cdot r_p \cdot \cos \alpha_{w,s}) \cdot \sin \beta \\
 &+ (\phi_{x,s} \cdot r_s \cdot \sin \Phi_{sp,i} + \phi_{x,p,i} \cdot r_p \cdot \sin \alpha_{w,s}) \cdot \sin \beta \\
 &+ r_s \cdot \phi_{z,s} \cdot \cos \beta + r_p \cdot \phi_{z,p,i} \cdot \cos \beta
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

#### A.1.2 Eingriff Planet-Hohlrad

$$\begin{aligned}
 m_h \cdot \ddot{y}_h + k_{ph,i,l/r} \cdot \cos \beta \cdot \cos \Phi_{ph,i} \cdot \delta_{ph,i} &= 0 \\
 m_h \cdot \ddot{x}_h - k_{ph,i,l/r} \cdot \cos \beta \cdot \sin \Phi_{ph,i} \cdot \delta_{ph,i} &= 0 \\
 m_h \cdot \ddot{z}_h + k_{ph,i,l/r} \cdot \sin \beta \cdot \delta_{sp,i} &= 0 \\
 I_h \cdot \ddot{\phi}_{y,h} - k_{ph,i,l/r} \cdot r_h \cdot \sin \beta \cdot \cos \Phi_{ph,i} \cdot \delta_{ph,i} &= 0 \\
 I_h \cdot \ddot{\phi}_{x,h} + k_{ph,i,l/r} \cdot r_h \cdot \sin \beta \cdot \sin \Phi_{ph,i} \cdot \delta_{ph,i} &= 0 \\
 J_h \cdot \ddot{\phi}_{z,h} + k_{ph,i,l/r} \cdot r_h \cdot \cos \beta \cdot \delta_{ph,i} &= \frac{T_h}{2N}
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned}
m_p \cdot \ddot{y}_{p,i} - k_{ph,i,l/r} \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha_{w,h} \cdot \delta_{ph,i} &= 0 \\
m_p \cdot \ddot{x}_{p,i} + k_{ph,i,l/r} \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha_{w,h} \cdot \delta_{ph,i} &= 0 \\
m_p \cdot \ddot{z}_{p,i} - k_{ph,i,l/r} \cdot \sin \beta \cdot \delta_{ph,i} &= 0 \\
I_p \cdot \ddot{\phi}_{y,p,i} + k_{ph,i,l/r} \cdot r_p \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha_{w,h} \cdot \delta_{ph,i} &= 0 \\
I_p \cdot \ddot{\phi}_{x,p,i} - k_{ph,i,l/r} \cdot r_p \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha_{w,h} \cdot \delta_{ph,i} &= 0 \\
J_p \cdot \ddot{\phi}_{z,p,i} - k_{ph,i,l/r} \cdot r_p \cdot \cos \beta \cdot \delta_{ph,i} &= 0
\end{aligned} \tag{A.5}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{ph,i} &= (y_h \cdot \cos \Phi_{ph,i} - y_{p,i} \cdot \cos \alpha_{w,h}) \cdot \cos \beta + (-x_h \cdot \sin \Phi_{ph,i} + x_{p,i} \cdot \sin \alpha_{w,h}) \cdot \cos \beta \\
&\quad + (z_h - z_{p,i}) \cdot \sin \beta + (-\phi_{y,h} \cdot r_h \cdot \cos \Phi_{ph,i} + \phi_{y,p,i} \cdot r_p \cdot \cos \alpha_{w,h}) \cdot \sin \beta \\
&\quad + (\phi_{x,h} \cdot r_h \cdot \sin \Phi_{ph,i} - \phi_{x,p,i} \cdot r_p \cdot \sin \alpha_{w,h}) \cdot \sin \beta \\
&\quad + \phi_{z,h} \cdot r_h \cdot \cos \beta - \phi_{z,p,i} \cdot r_p \cdot \cos \beta
\end{aligned} \tag{A.6}$$

### A.1.3 Lagerung Planet-Planetenträger

$$\begin{aligned}
m_c \cdot \ddot{y}_c + F_y \cdot \cos \Psi_i + F_x \cdot \sin \Psi_i &= 0 \\
m_c \cdot \ddot{x}_c - F_y \cdot \sin \Psi_i + F_x \cdot \cos \Psi_i &= 0 \\
m_c \cdot \ddot{z}_c + F_z &= 0 \\
I_c \cdot \ddot{\phi}_{y,c} + M_y - r_c \cdot F_z \cdot \cos \Psi_i &= 0 \\
I_c \cdot \ddot{\phi}_{x,c} + M_x + r_c \cdot F_z \cdot \sin \Psi_i &= 0 \\
J_c \cdot \ddot{\phi}_{z,c} + r_c \cdot F_y &= 0
\end{aligned} \tag{A.7}$$

$$\begin{aligned}
m_p \cdot \ddot{y}_{p,i} - F_y &= 0 \\
m_p \cdot \ddot{x}_{p,i} - F_x &= 0 \\
m_p \cdot \ddot{z}_{p,i} - F_z &= 0 \\
I_p \cdot \ddot{\phi}_{y,p,i} - M_y &= 0 \\
I_p \cdot \ddot{\phi}_{x,p,i} - M_x &= 0
\end{aligned} \tag{A.8}$$

$$\begin{aligned}
F_y &= k_{ly,p,i} \cdot \ddot{y}_{p,i} - F_y = 0 \\
F_x &= k_{lx,p,i} \cdot \ddot{x}_{p,i} - F_x = 0 \\
F_z &= k_{lz,p,i} \cdot \ddot{z}_{p,i} - F_z = 0 \\
M_y &= k_{lyy,p,i} \cdot \ddot{\phi}_{y,p,i} - M_y = 0 \\
M_x &= k_{lxx,p,i} \cdot \ddot{\phi}_{x,p,i} - M_x = 0
\end{aligned} \tag{A.9}$$



## A.2 Gesamtsystemmatrizen des Schwingungsmodells

Unter Anwendung des globalen Verschiebungsvektors nach **Formel (4.35)** für  $N$  Planeten ergeben sich die Gesamtmatrizen in **Formel (4.41)** des Gesamtsystems zu **Formel (A.10)**, **Formel (A.11)**, **Formel (A.12)**, **Formel (A.13)** und **Formel (A.14)**. Die entsprechenden Untermatrizen der Zahneingriffe Sonne-Planet, Planet-Hohlrad sowie Lagerung Planet-Planetenträger sind in **Formel (A.15)** bis **Formel (A.23)** abgebildet. In den Matrizen werden zur verbesserten Übersicht für  $\sin$  und  $\cos$  die Abkürzungen  $s$  und  $c$  verwendet.

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}_L = \text{Diag} \left[ 0 \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{L,s} \quad 0 \quad 0 \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{L,h} \quad 0 \quad 0 \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{L,t} \quad 0 \quad 0 \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{L,p,1} \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{L,p,N} \quad 0 \right] \quad (\text{A.10})$$

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}_\Omega = \text{Diag} \left[ \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\Omega,s,l} \quad 0 \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\Omega,s,r} \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\Omega,h,l} \quad 0 \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\Omega,h,r} \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\Omega,t,l} \quad 0 \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\Omega,t,r} \right. \\ \left. \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\Omega,p,1,l} \quad 0 \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\Omega,p,1,r} \quad \cdots \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\Omega,p,N,l} \quad 0 \quad \underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\Omega,p,N,r} \right] \quad (\text{A.11})$$







$$\underline{\underline{K}}_{\text{sp},i}^{11} = \begin{bmatrix} c^2\Phi_{\text{sp},i} \cdot c^2\beta & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c^2\beta \cdot s\Phi_{\text{sp},i} & -c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\beta \cdot s\beta & c^2\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\beta \cdot r_s \cdot s\beta & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\beta \cdot r_s \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\beta & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c^2\beta \cdot r_s \\ & c^2\beta \cdot s^2\Phi_{\text{sp},i} & -c\beta \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\beta & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\beta \cdot r_s \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\beta & c\beta \cdot r_s \cdot s^2\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\beta & c^2\beta \cdot r_s \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \\ & & s^2\beta & -c\Phi_{\text{sp},i} \cdot r_s \cdot s^2\beta & -r_s \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s^2\beta & -c\beta \cdot r_s \cdot s\beta \\ & & & c^2\Phi_{\text{sp},i} \cdot r_s^2 \cdot s\beta^2 & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot r_s^2 \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s^2\beta & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\beta \cdot r_s^2 \cdot s\beta \\ & \text{symm.} & & & r_s^2 \cdot s^2\Phi_{\text{sp},i} \cdot s^2\beta & c\beta \cdot r_s^2 \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\beta \\ & & & & & c^2\beta \cdot r_s^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$\underline{\underline{K}}_{\text{sp},i}^{12} = \begin{bmatrix} -c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\alpha_{\text{w},s} \cdot c^2\beta & -c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c^2\beta \cdot s\alpha_{\text{w},s} & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\beta \cdot s\beta \\ -c\alpha_{\text{w},s} \cdot c^2\beta \cdot s\Phi_{\text{sp},i} & -c^2\beta \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\alpha_{\text{w},s} & c\beta \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\beta \\ c\alpha_{\text{w},s} \cdot c\beta \cdot s\beta & c\beta \cdot s\alpha_{\text{w},s} \cdot s\beta & -s^2\beta \\ -c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\alpha_{\text{w},s} \cdot c\beta \cdot r_s \cdot s\beta & -c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\beta \cdot r_s \cdot s\alpha_{\text{w},s} \cdot s\beta & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot r_s \cdot s^2\beta \\ -c\alpha_{\text{w},s} \cdot c\beta \cdot r_s \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\beta & -c\beta \cdot r_s \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\alpha_{\text{w},s} \cdot s\beta & r_s \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s^2\beta \\ -c\alpha_{\text{w},s} \cdot c^2\beta \cdot r_s & -c^2\beta \cdot r_s \cdot s\alpha_{\text{w},s} & c\beta \cdot r_s \cdot s\beta \\ & & & & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\alpha_{\text{w},s} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot s\beta & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot s\alpha_{\text{w},s} \cdot s\beta & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c^2\beta \cdot r_p \\ & & & & c\alpha_{\text{w},s} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\beta & c\beta \cdot r_p \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\alpha_{\text{w},s} \cdot s\beta & c^2\beta \cdot r_p \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \\ & & & & -c\alpha_{\text{w},s} \cdot r_p \cdot s^2\beta & -r_p \cdot s\alpha_{\text{w},s} \cdot s^2\beta & -c\beta \cdot r_p \cdot s\beta \\ & & & & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\alpha_{\text{w},s} \cdot r_p \cdot r_s \cdot s^2\beta & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot r_p \cdot r_s \cdot s\alpha_{\text{w},s} \cdot s^2\beta & c\Phi_{\text{sp},i} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot r_s \cdot s\beta \\ & & & & c\alpha_{\text{w},s} \cdot r_p \cdot r_s \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s^2\beta & r_p \cdot r_s \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\alpha_{\text{w},s} \cdot s^2\beta & c\beta \cdot r_p \cdot r_s \cdot s\Phi_{\text{sp},i} \cdot s\beta \\ & & & & c\alpha_{\text{w},s} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot r_s \cdot s\beta & c\beta \cdot r_p \cdot r_s \cdot s\alpha_{\text{w},s} \cdot s\beta & c^2\beta \cdot r_p \cdot r_s \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\text{sp},i}^{22} = \begin{bmatrix} c^2 \alpha_{w,s} \cdot c^2 \beta & c \alpha_{w,s} \cdot c^2 \beta \cdot s \alpha_{w,s} & -c \alpha_{w,s} \cdot c \beta \cdot s \beta & -c^2 \alpha_{w,s} \cdot c \beta \cdot r_p \cdot s \beta & -c \alpha_{w,s} \cdot c \beta \cdot r_p \cdot s \alpha_{w,s} \cdot s \beta & -c \alpha_{w,s} \cdot c^2 \beta \cdot r_p \\ & c^2 \beta \cdot s^2 \alpha_{w,s} & -c \beta \cdot s \alpha_{w,s} \cdot s \beta & -c \alpha_{w,s} \cdot c \beta \cdot r_p \cdot s \alpha_{w,s} \cdot s \beta & -c \beta \cdot r_p \cdot s^2 \alpha_{w,s} \cdot s \beta & -c^2 \beta \cdot r_p \cdot s \alpha_{w,s} \\ & & s^2 \beta & c \alpha_{w,s} \cdot r_p \cdot s^2 \beta & r_p \cdot s \alpha_{w,s} \cdot s^2 \beta & c \beta \cdot r_p \cdot s \beta \\ & & & c^2 \alpha_{w,s} \cdot r_p^2 \cdot s^2 \beta & c \alpha_{w,s} \cdot r_p^2 \cdot s \alpha_{w,s} \cdot s^2 \beta & c \alpha_{w,s} \cdot c \beta \cdot r_p^2 \cdot s \beta \\ & \text{symm.} & & & r_p^2 \cdot s^2 \alpha_{w,s} \cdot s^2 \beta & c \beta \cdot r_p^2 \cdot s \alpha_{w,s} \cdot s \beta \\ & & & & & c^2 \beta \cdot r_p^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\text{ph},i}^{11} = \begin{bmatrix} c^2 \Phi_{\text{ph},i} \cdot c^2 \beta & -c \Phi_{\text{ph},i} \cdot c^2 \beta \cdot s \Phi_{\text{ph},i} & c \Phi_{\text{ph},i} \cdot c \beta \cdot s \beta & -c^2 \Phi_{\text{ph},i} \cdot c \beta \cdot r_h \cdot s \beta & c \Phi_{\text{ph},i} \cdot c \beta \cdot r_h \cdot s \Phi_{\text{ph},i} \cdot s \beta & c \Phi_{\text{ph},i} \cdot c^2 \beta \cdot r_h \\ & c^2 \beta \cdot s^2 \Phi_{\text{ph},i} & -c \beta \cdot s \Phi_{\text{ph},i} \cdot s \beta & c \Phi_{\text{ph},i} \cdot c \beta \cdot r_h \cdot s \Phi_{\text{ph},i} \cdot s \beta & -c \beta \cdot r_h \cdot s^2 \Phi_{\text{ph},i} \cdot s \beta & -c^2 \beta \cdot r_h \cdot s \Phi_{\text{ph},i} \\ & & s^2 \beta & -c \Phi_{\text{ph},i} \cdot r_h \cdot s^2 \beta & r_h \cdot s \Phi_{\text{ph},i} \cdot s^2 \beta & c \beta \cdot r_h \cdot s \beta \\ & & & c^2 \Phi_{\text{ph},i} \cdot r_h^2 \cdot s^2 \beta & -c \Phi_{\text{ph},i} \cdot r_h^2 \cdot s \Phi_{\text{ph},i} \cdot s^2 \beta & -c \Phi_{\text{ph},i} \cdot c \beta \cdot r_h^2 \cdot s \beta \\ & \text{symm.} & & & r_h^2 \cdot s^2 \Phi_{\text{ph},i} \cdot s^2 \beta & c \beta \cdot r_h^2 \cdot s \Phi_{\text{ph},i} \cdot s \beta \\ & & & & & c^2 \beta \cdot r_h^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\text{ph},i}^{12} = \begin{bmatrix} -c\Phi_{\text{ph},i} \cdot c\alpha_{\text{w},h} \cdot c^2\beta & c\Phi_{\text{ph},i} \cdot c^2\beta \cdot s\alpha_{\text{w},h} & -c\Phi_{\text{ph},i} \cdot c\beta \cdot s\beta \\ c\alpha_{\text{w},h} \cdot c^2\beta \cdot s\Phi_{\text{ph},i} & -c^2\beta \cdot s\Phi_{\text{ph},i} \cdot s\alpha_{\text{w},h} & c\beta \cdot s\Phi_{\text{ph},i} \cdot s\beta \\ -c\alpha_{\text{w},h} \cdot c\beta \cdot s\beta & c\beta \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s\beta & -s^2\beta \\ c\Phi_{\text{ph},i} \cdot c\alpha_{\text{w},h} \cdot c\beta \cdot r_h \cdot s\beta & -c\Phi_{\text{ph},i} \cdot c\beta \cdot r_h \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s\beta & c\Phi_{\text{ph},i} \cdot r_h \cdot s^2\beta \\ -c\alpha_{\text{w},h} \cdot c\beta \cdot r_h \cdot s\Phi_{\text{ph},i} \cdot s\beta & c\beta \cdot r_h \cdot s\Phi_{\text{ph},i} \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s\beta & -r_h \cdot s\Phi_{\text{ph},i} \cdot s^2\beta \\ -c\alpha_{\text{w},h} \cdot c^2\beta \cdot r_h & c^2\beta \cdot r_h \cdot s\alpha_{\text{w},h} & -c\beta \cdot r_h \cdot s\beta \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{bmatrix} c\Phi_{\text{ph},i} \cdot c\alpha_{\text{w},h} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot s\beta & -c\Phi_{\text{ph},i} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s\beta & -c\Phi_{\text{ph},i} \cdot c^2\beta \cdot r_p \\ -c\alpha_{\text{w},h} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot s\Phi_{\text{ph},i} \cdot s\beta & c\beta \cdot r_p \cdot s\Phi_{\text{ph},i} \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s\beta & c^2\beta \cdot r_p \cdot s\Phi_{\text{ph},i} \\ c\alpha_{\text{w},h} \cdot r_p \cdot s^2\beta & -r_p \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s^2\beta & -c\beta \cdot r_p \cdot s\beta \\ -c\Phi_{\text{ph},i} \cdot c\alpha_{\text{w},h} \cdot r_p \cdot r_h \cdot s^2\beta & c\Phi_{\text{ph},i} \cdot r_p \cdot r_h \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s^2\beta & c\Phi_{\text{ph},i} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot r_h \cdot s\beta \\ c\alpha_{\text{w},h} \cdot r_p \cdot r_h \cdot s\Phi_{\text{ph},i} \cdot s^2\beta & -r_p \cdot r_h \cdot s\Phi_{\text{ph},i} \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s^2\beta & -c\beta \cdot r_p \cdot r_h \cdot s\Phi_{\text{ph},i} \cdot s\beta \\ c\alpha_{\text{w},h} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot r_h \cdot s\beta & -c\beta \cdot r_p \cdot r_h \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s\beta & -c^2\beta \cdot r_p \cdot r_h \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\text{ph},i}^{22} = \begin{bmatrix} c^2\alpha_{\text{w},h} \cdot c^2\beta & -c\alpha_{\text{w},h} \cdot c^2\beta \cdot s\alpha_{\text{w},h} & c\alpha_{\text{w},h} \cdot c\beta \cdot s\beta & -c^2\alpha_{\text{w},h} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot s\beta & c\alpha_{\text{w},h} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s\beta & c\alpha_{\text{w},h} \cdot c^2\beta \cdot r_p \\ & c^2\beta \cdot s^2\alpha_{\text{w},h} & -c\beta \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s\beta & c\alpha_{\text{w},h} \cdot c\beta \cdot r_p \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s\beta & -c\beta \cdot r_p \cdot s^2\alpha_{\text{w},h} \cdot s\beta & -c^2\beta \cdot r_p \cdot s\alpha_{\text{w},h} \\ & & s^2\beta & -c\alpha_{\text{w},h} \cdot r_p \cdot s^2\beta & r_p \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s^2\beta & c\beta \cdot r_p \cdot s\beta \\ & & & c^2\alpha_{\text{w},h} \cdot r_p^2 \cdot s^2\beta & -c\alpha_{\text{w},h} \cdot r_p^2 \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s^2\beta & -c\alpha_{\text{w},h} \cdot c\beta \cdot r_p^2 \cdot s\beta \\ & \text{symm.} & & & r_p^2 \cdot s^2\alpha_{\text{w},h} \cdot s^2\beta & c\beta \cdot r_p^2 \cdot s\alpha_{\text{w},h} \cdot s\beta \\ & & & & & c^2\beta \cdot r_p^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\text{tp},i}^{11} = \begin{bmatrix}
k_{ly,p,i} \cdot c^2 \Psi_i & c\Psi_i \cdot k_{lx,p,i} \cdot s\Psi_i & 0 & 0 & 0 & c\Psi_i \cdot k_{ly,p,i} \cdot r_t \\
+k_{lx,p,i} \cdot s^2 \Psi_i & -c\Psi_i \cdot k_{ly,p,i} \cdot s\Psi_i & 0 & 0 & 0 & \\
& k_{lx,p,i} \cdot c^2 \Psi_i & 0 & 0 & 0 & -k_{ly,p,i} \cdot r_t \cdot s\Psi_i \\
& +k_{ly,p,i} \cdot s^2 \Psi_i & 0 & 0 & 0 & \\
& & k_{lz,p,i} & -c\Psi_i \cdot k_{lz,p,i} \cdot r_t & k_{lz,p,i} \cdot r_t \cdot s\Psi_i & 0 \\
& & & k_{lz,p,i} \cdot c^2 \Psi_i \cdot r_t^2 & -c\Psi_i \cdot k_{lz,p,i} \cdot s\Psi_i \cdot r_t^2 & 0 \\
& & & +k_{lyy,p,i} \cdot c\Psi_i & -k_{lyy,p,i} \cdot s\Psi_i & \\
& & & & k_{lz,p,i} \cdot r_t^2 \cdot s^2 \Psi_i & 0 \\
& & & & +c\Psi_i \cdot k_{lxx,p,i} & \\
& & & & & k_{ly,p,i} \cdot r_t^2
\end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\text{tp},i}^{12} = \begin{bmatrix}
-c\Psi_i \cdot k_{ly,p,i} & -k_{lx,p,i} \cdot s\Psi_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\
k_{ly,p,i} \cdot s\Psi_i & -c\Psi_i \cdot k_{lx,p,i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -k_{lz,p,i} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & c\Psi_i \cdot k_{lz,p,i} \cdot r_t & -k_{lyy,p,i} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -k_{lz,p,i} \cdot r_t \cdot s\Psi_i & 0 & -k_{lxx,p,i} & 0 \\
-k_{ly,p,i} \cdot r_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$



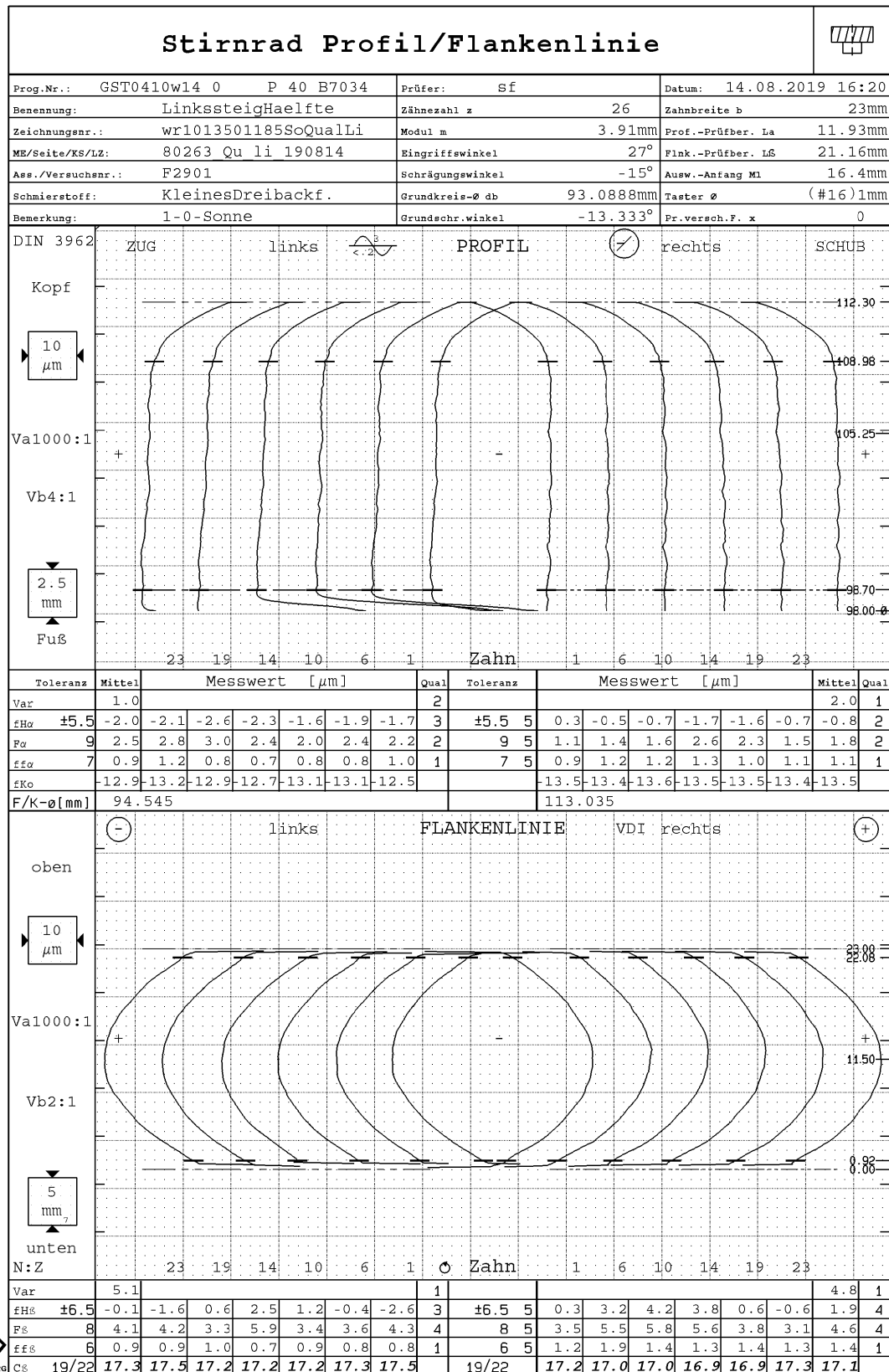
$$\underline{\underline{\mathbf{K}}}_{\text{tp},i}^{22} = \begin{bmatrix} k_{\text{ly},p,i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & k_{\text{Lx},p,i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & k_{\text{Lz},p,i} & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_{\text{Lyy},p,i} & 0 & 0 \\ \text{symm.} & & & & k_{\text{Lxx},p,i} & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

(A.23)



A.3 Verzahnungsqualität

FZG TU-München



Copyright (c) Klingelberg GmbH



Bild A.1: Exemplarische Verzahnungsqualitätsmessung der linkssteigenden Verzahnungshälfte der Sonne mit der ME-Nummer 80263

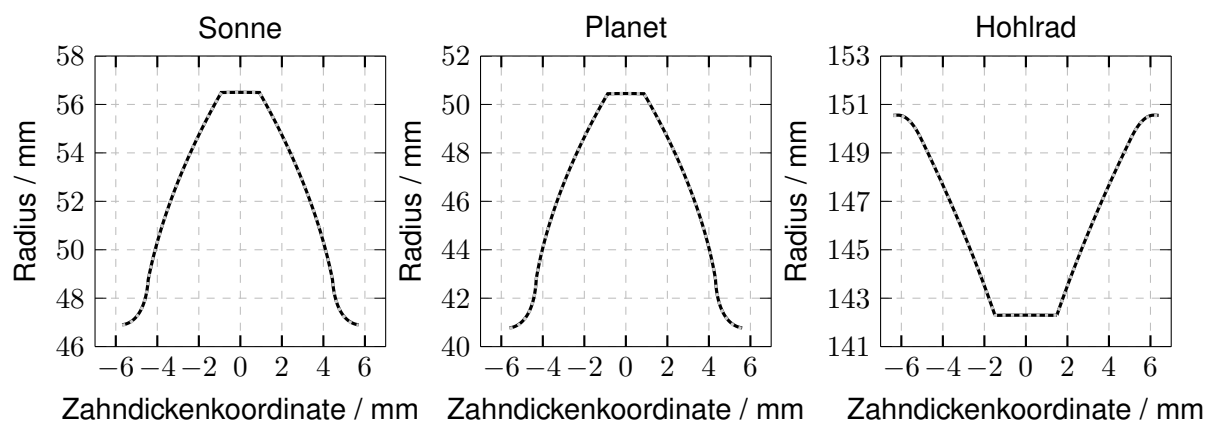


## A.4 Verzahnungsgeometrie Geradverzahnung

**Tabelle A.1** enthält die Hauptgeometrieparameter der Geradverzahnung, die auf Basis der Doppelschrägverzahnung (siehe **Tabelle 5.1**) unter der Vorgabe identischer Geometrie im Stirnschnitt hervorgeht. **Bild A.2** zeigt den Vergleich der Zahnkontur im Stirnschnitt des Sonnen-, Planeten- und Hohlrades der Gerad- und Doppelschrägverzahnung.

Größe		Einheit	Sonne	Planet	Hohlrاد
Eingriffswinkel	$\alpha_n$	°		27,812	
Schrägungswinkel	$\beta$	°		0	
Zähnezahl	$z_{s/p/h}$	–	26	23	-74
Achsabstand	$a$	mm		99,156	
Normalmodul	$m_n$	mm		4,048	
Profilverschiebungsfaktor	$x_{s/p/h}$	–	0,00	-0,0045	0,9263
Aktive Verzahnungsbreite	$b$	mm		45	45
Profilüberdeckung	$\varepsilon_\alpha$	–	1,329	1,411	
Sprungüberdeckung	$\varepsilon_\beta$	–	0,0	0,0	
Anzahl Planeten	$N$	–		5	
Teilkreisdurchmesser	$d$	mm	105,246	93,102	-299,547
Grundkreisdurchmesser	$d_b$	mm	93,089	82,348	-264,945
Kopfkreisdurchmesser	$d_a$	mm	113,00	100,900	-284,600
Fußnutzkreisdurchmesser	$d_{Nf}$	mm	99,158	87,109	
				86,525	-297,664
Fußkreisdurchmesser	$d_f$	mm	94,461	82,280	-301,338

**Tabelle A.1:** Hauptgeometriedaten des geradverzahnten Planetengetriebes für Messungen am Prüfstand PGV01

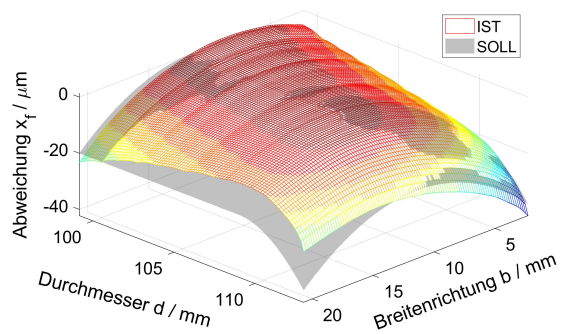


**Bild A.2:** Vergleich der Zahnkonturen eines Zahns im Stirnschnitt von Sonnen-, Planeten- und Hohlrاد des doppelschrägverzahnten (—) und des geradverzahnten (- - -) Planetengetriebe (erzeugt mit STplus [Fro16])

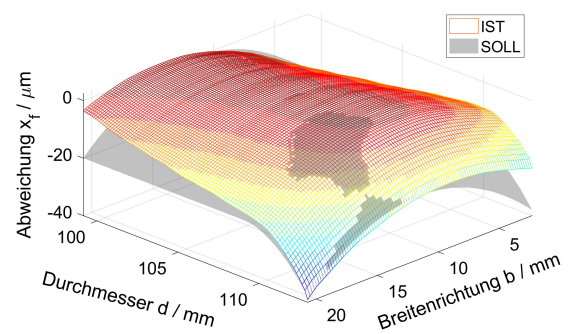


## A.5 Topographien der Prüfverzahnungen

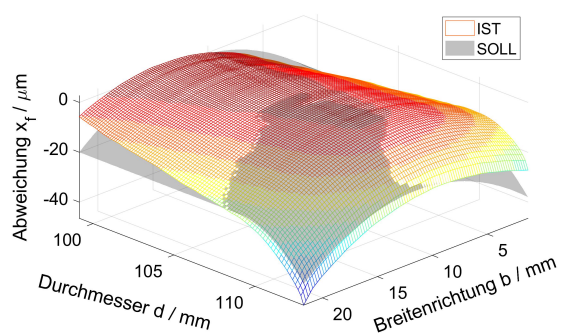
### A.5.1 Sonne



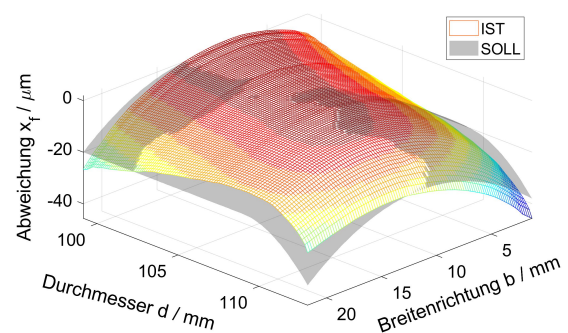
Sonne 80264 li. Vz.-hälfte Vorderflanke



Sonne 80264 li. Vz.-hälfte Rückflanke

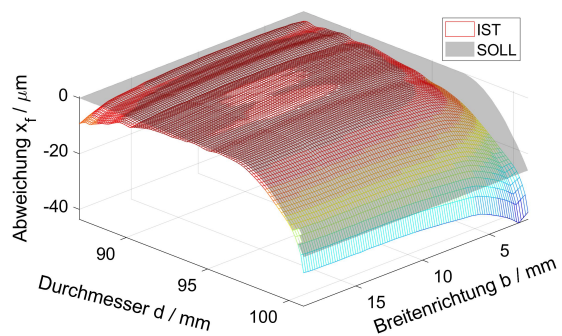


Sonne 80264 re. Vz.-hälfte Vorderflanke

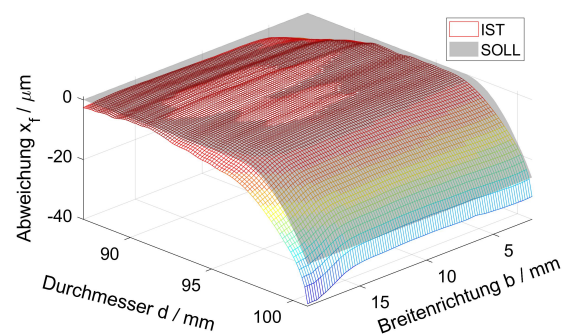


Sonne 80264 re. Vz.-hälfte Rückflanke

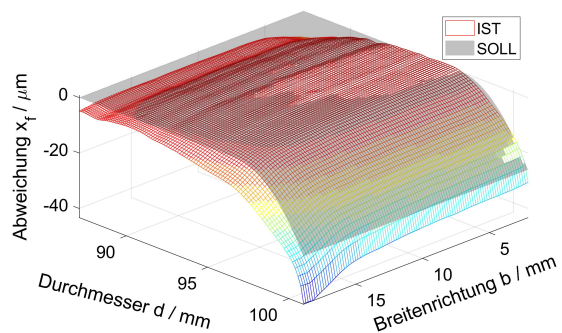
### A.5.2 Planet



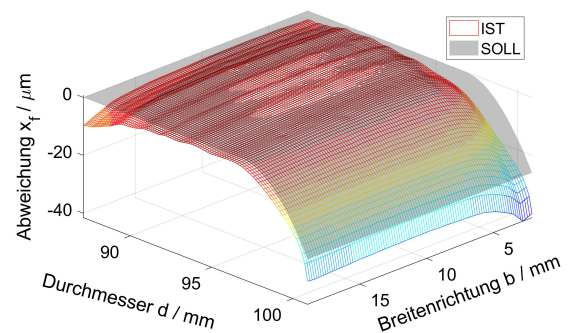
Planet 80270 li. Vz.-hälfte Vorderflanke



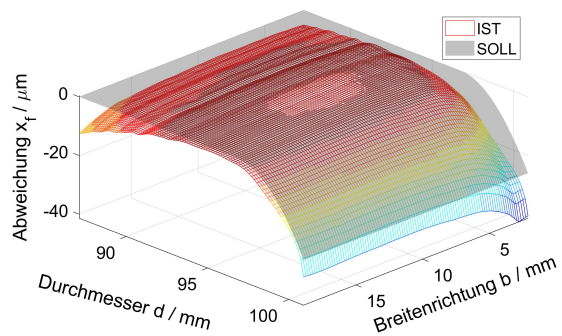
Planet 80270 li. Vz.-hälfte Rückflanke



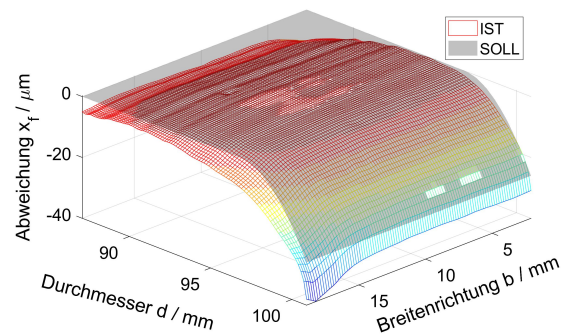
Planet 80270 re. Vz.-hälfte Vorderflanke



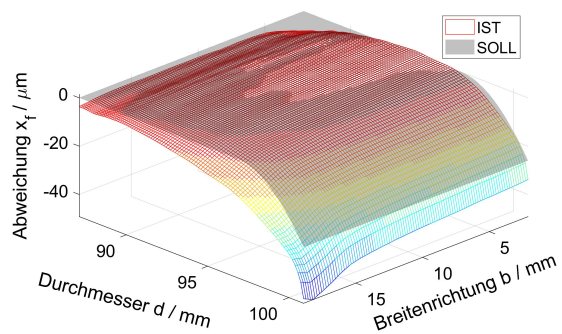
Planet 80270 re. Vz.-hälfte Rückflanke



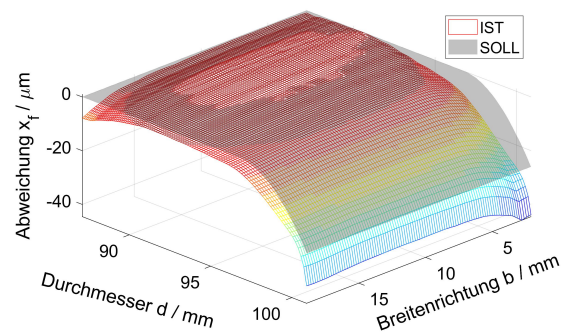
Planet 80271 li. Vz.-hälfte Vorderflanke



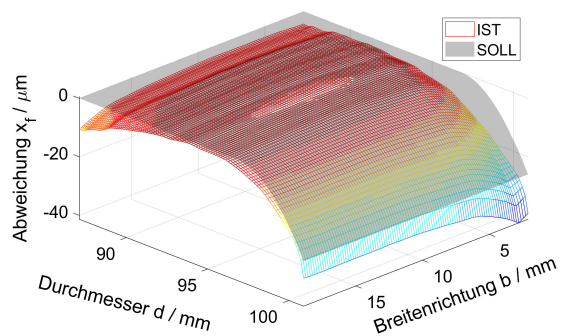
Planet 80271 li. Vz.-hälfte Rückflanke



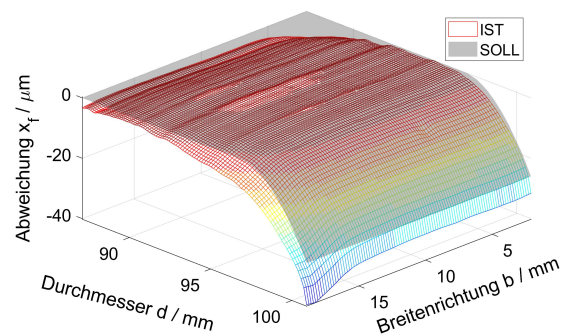
Planet 80271 re. Vz.-hälfte Vorderflanke



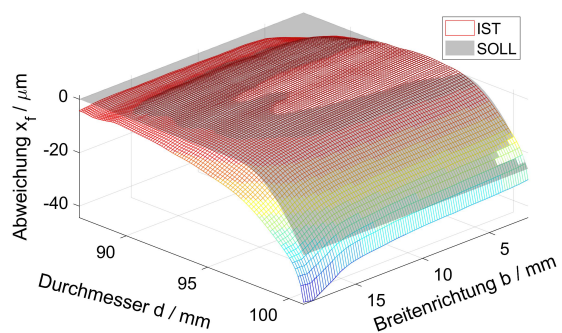
Planet 80271 re. Vz.-hälfte Rückflanke



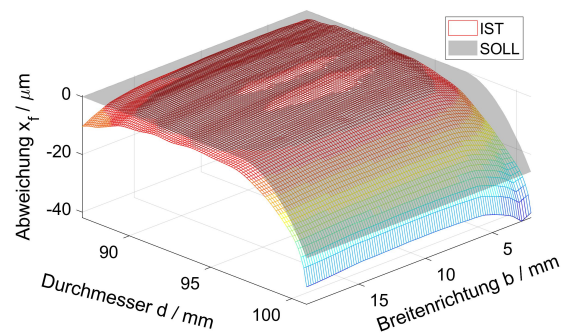
Planet 80272 li. Vz.-hälfte Vorderflanke



Planet 80272 re. Vz.-hälfte Rückflanke

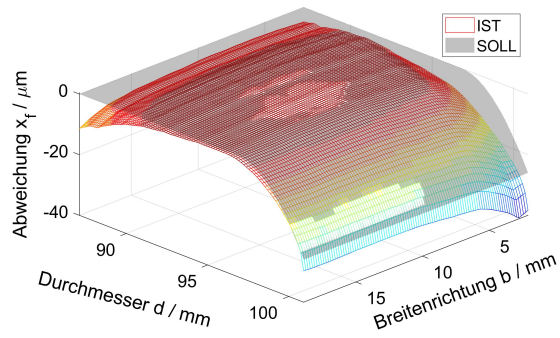


Planet 80272 re. Vz.-hälfte Vorderflanke

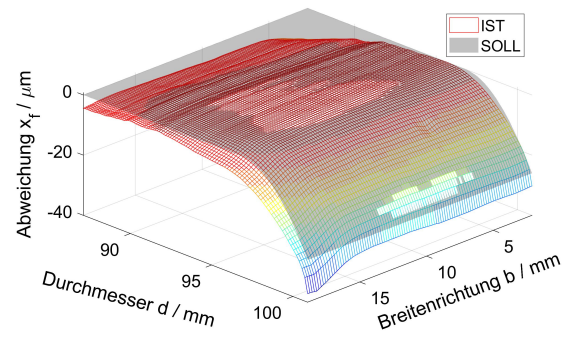


Planet 80272 re. Vz.-hälfte Rückflanke

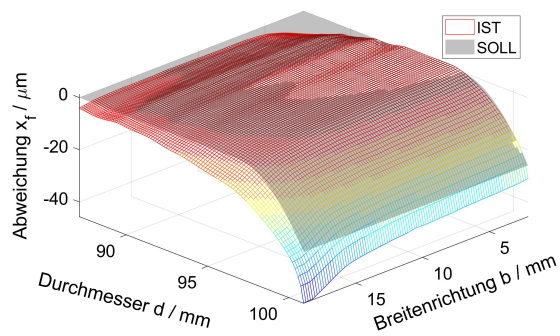




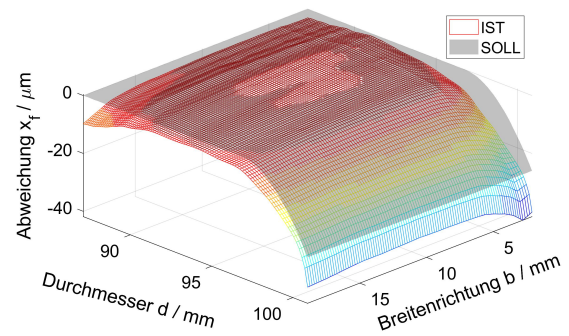
Planet 80273 li. Vz.-hälfte Vorderflanke



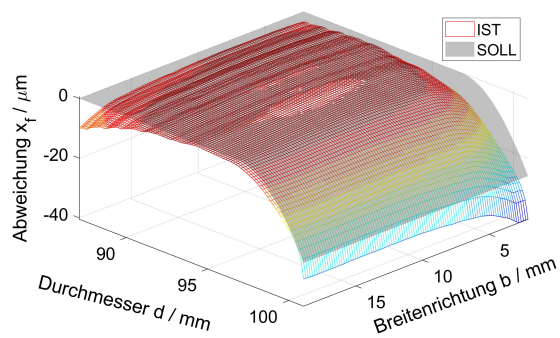
Planet 80273 li. Vz.-hälfte Rückflanke



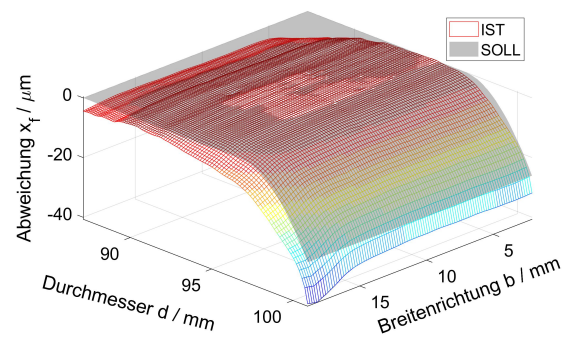
Planet 80273 re. Vz.-hälfte Vorderflanke



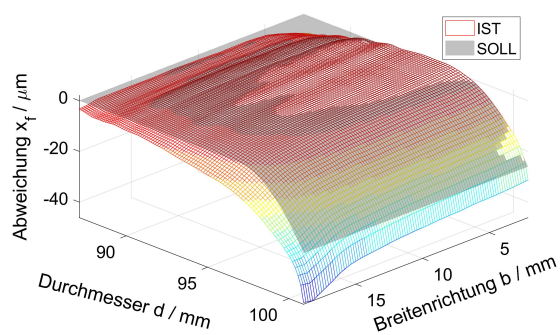
Planet 80273 re. Vz.-hälfte Rückflanke



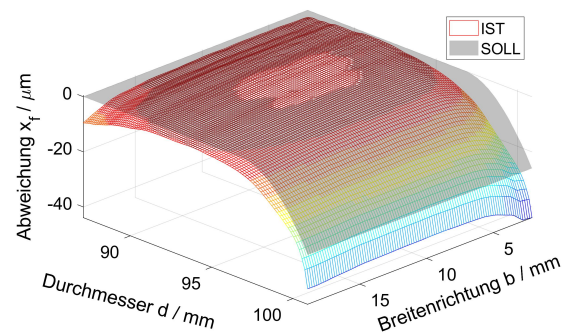
Planet 80274 li. Vz.-hälfte Vorderflanke



Planet 80274 re. Vz.-hälfte Rückflanke

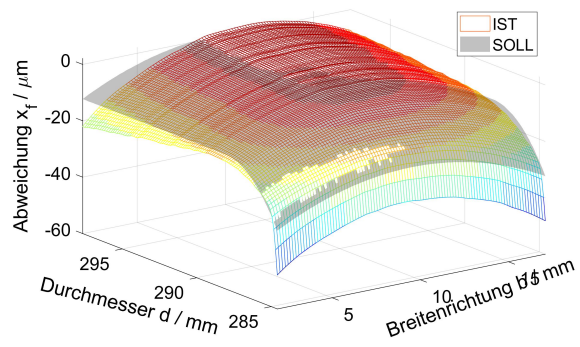


Planet 80274 re. Vz.-hälfte Vorderflanke

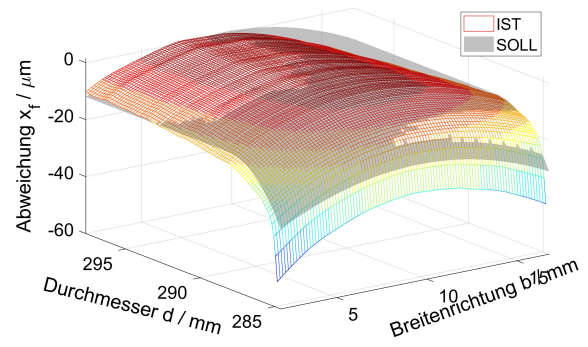


Planet 80274 re. Vz.-hälfte Rückflanke

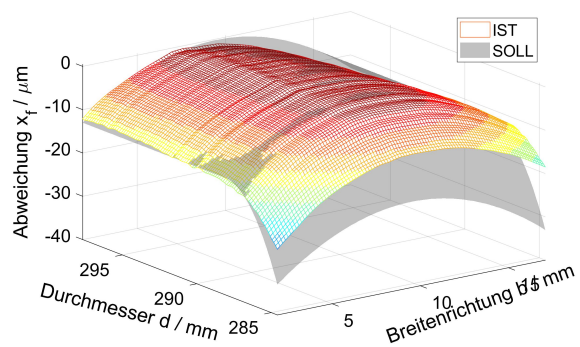
## A.5.3 Hohlrad



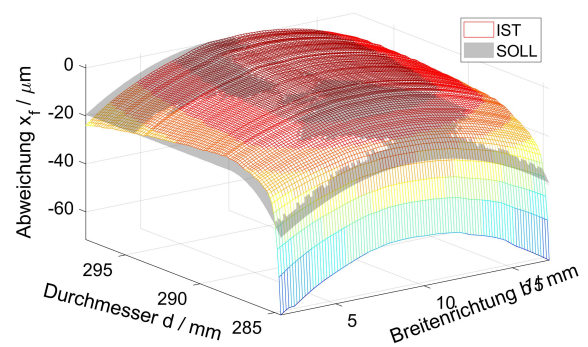
Sonne 80276 li. Vz.-hälfte Vorderflanke



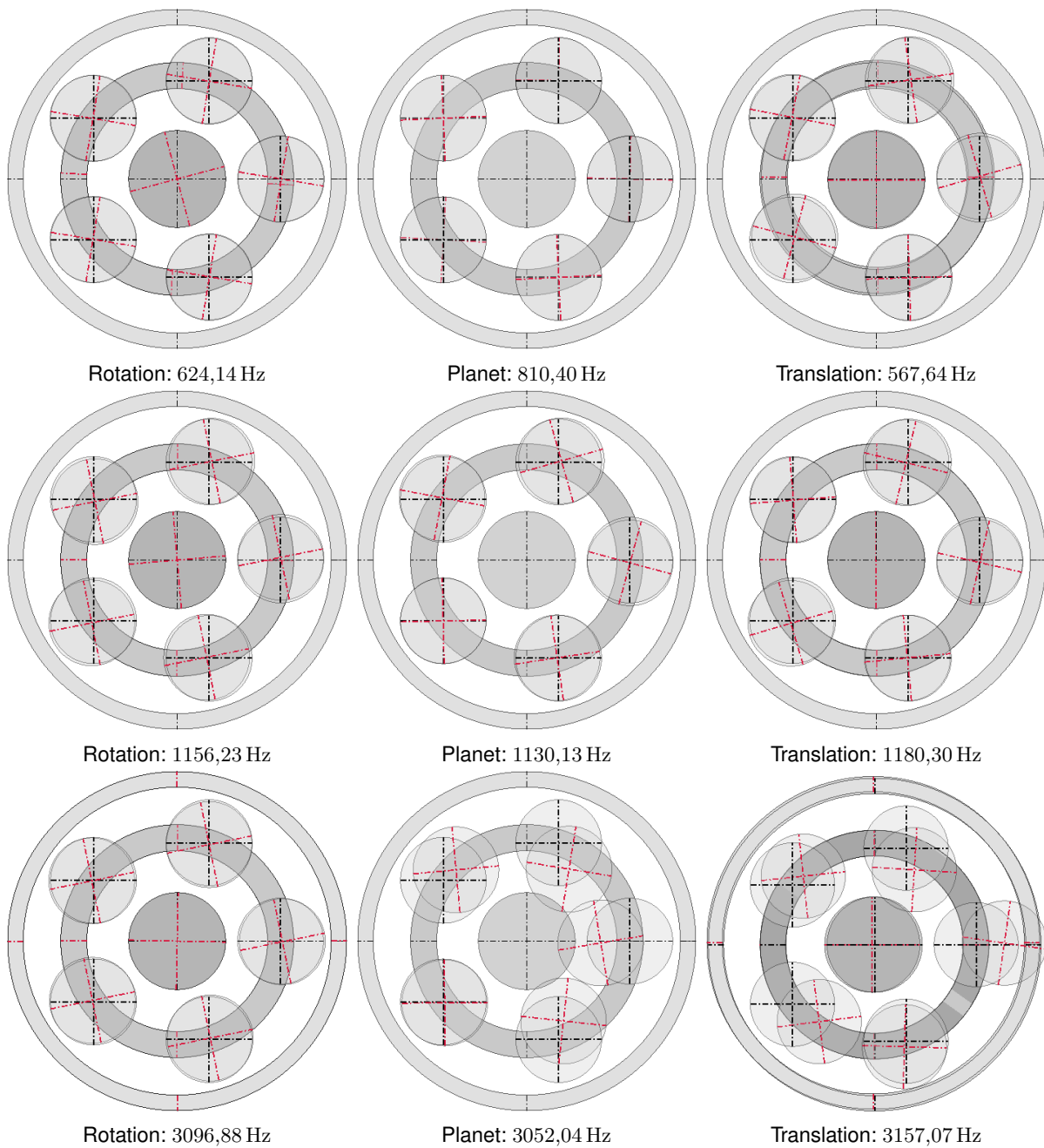
Sonne 80276 li. Vz.-hälfte Rückflanke



Sonne 80278 re. Vz.-hälfte Vorderflanke



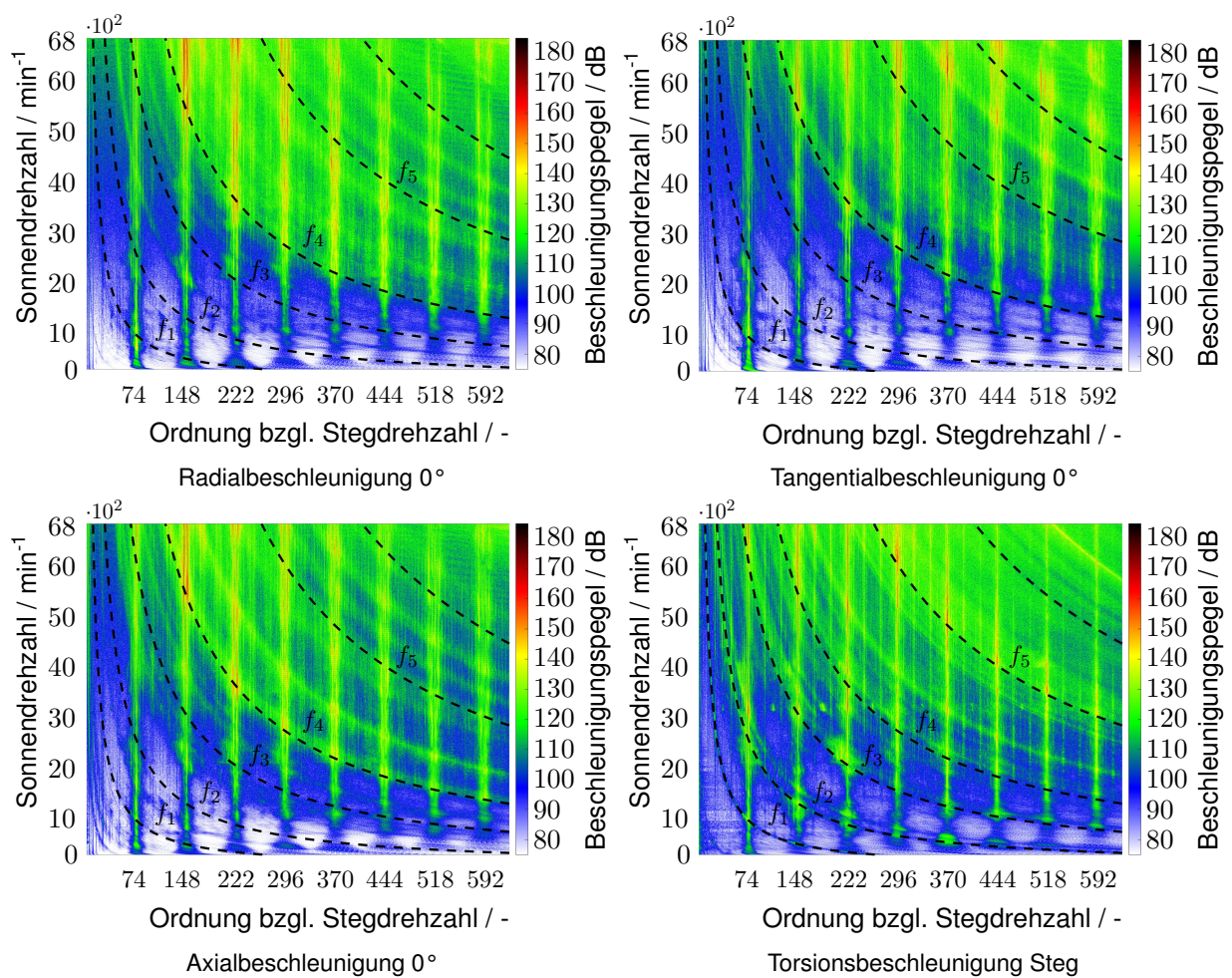
Sonne 80278 re. Vz.-hälfte Rückflanke

**A.6 Schwingungsmoden der Variante DSVref**

**Bild A.8:** Schwingungsformen der drei Cluster nach **Tabelle 7.5** in Seitenansicht (Verkipungen sind nicht dargestellt)



## A.7 Ordnungsdiagramme aus Drehzahlhochlauf



**Bild A.9:** Ordnungsdiagramme aus Drehzahlhochläufen bis  $6800 \text{ min}^{-1}$  Sonnenwellendrehzahl der Variante DSVref bei  $15000 \text{ Nm}$  Lastmoment an der Stegwelle für unterschiedliche Messpositionen der Beschleunigung

## Dissertationen der FZG

1. PERRET, H. Übertragung konstanter Leistung durch stufenlos mechanische Regeltriebe. TH Braunschweig (1935).
2. BELLMANN, H. Beiträge zur Prüfung von Bremsbelägen. TH Braunschweig (1939).
3. HIERSIG, H.M. Der Zusammenhang von Gestaltung und Beanspruchung bei Schneckengetrieben mit Evolventenverzahnung. TH Braunschweig (1943).
4. HELBIG, F. Walzenfestigkeit und Grübchenbildung von Zahnrad- und Wälzlagerwerkstoffen. TH Braunschweig (1943).
5. ARF, D. Pendelrollenlager mit symmetrischen und unsymmetrischen Rollen. TH Braunschweig (1944).
6. OESMANN, W. Entwicklung einer Stahlsand-Schalt- und Regelkupplung. TH Braunschweig (1945).
7. RUBO, E. Ermittlung der Achsfehler-Empfindlichkeit verschiedener Zylinder-Schneckengetriebe mit Hilfe des Einlauf-Abschliffvolumens. TH Braunschweig (1948).
8. GLAUBNITZ, H. Drehmomentmessungen zum Wendevorgang bei Raupenfahrwerken. TH Braunschweig (1948).
9. TALKE, H. Beiträge zur hydrodynamischen Schmiertheorie des ebenen Gleitschuhes auf ebener Fläche. TH Braunschweig (1948).
10. CRAMER, H. Über die Reibung und Schmierung feinmechanischer Geräte. TH Braunschweig (1949).
11. THOMAS, W. Reibscheiben-Regelgetriebe mit Linienberührung. TH Braunschweig (1949).
12. MAUSHAKE, W. Theoretische Untersuchung von Schneckengetrieben mit Globoidschnecke und Stirnrad. TH Braunschweig (1950).
13. KRAUPNER, K.W. Das plastische Verhalten umlaufender Stahlrollen bei Punktberührung. TH Braunschweig (1951).
14. BANASCHEK, K. Die Gleitreibung geschmierter Flächen kleiner Schmiegun. Einfluß von Werkstoffpaarung, Krümmung, Oberfläche und Schmierstoff. TH Braunschweig (1951).
15. HEYER, E. Versuche mit Zylinderschneckenrieben. Einfluß von Zahnform, Modul, Durchmesser und Schmierstoff auf Verlustleistung und Tragfähigkeit. TH München (1952).

16. HENTSCHEL, G. Der Hochleistungswälztrieb. Entwicklungsstand und Entwicklungsmöglichkeiten. TH München (1952).
17. WINTER, H. Tragfähigste Evolventengeradverzahnung. TH München (1954).
18. ROY, A.K. Spannungsoptische Untersuchung eines schrägverzahnten Stirnrades. TH München (1957).
19. RETTIG, H. Dynamische Zahnkraft. TH München (1957).
20. OHLENDORF, H. Verlustleistung und Erwärmung von Stirnrädern. TH München (1958).
21. UNTERBERGER, M. Geräuschuntersuchungen an geradverzahnten Zahnrädern. TH München (1958).
22. LOOMAN, J. Das Abrichten von profilierten Schleifscheiben zum Schleifen von schrägverzahnten Stirnrädern. TH München (1959).
23. JARCHOW, F. Versuche an Stirnrad-Globoidschneckenrieben. TH München (1960).
24. POPOVIC, L. Einfluß von Zahnform und Bearbeitung auf die Zahnfußfestigkeit. TH München (1960).
25. EHRENSPIEL, K. Die Festkörperreibung von geschmierten und ungeschmierten Metallpaarungen mit Linienberührung. TH München (1962).
26. PITTROFF, H. Riffelbildung infolge Stillstandserschütterungen bei Wälzlagern. TH München (1962).
27. SCHREIBER, H. Zur Auswertung von Lebensdauerversuchen an Wälzlagern. TH München (1962).
28. ROTH, K. Untersuchungen über die Eignung der Evolventenzahnform für eine allgemein verwendbare feinwerktechnische Normverzahnung. TH München (1963).
29. NARUSE, Ch. Verschleiß, Tragfähigkeit und Verlustleistung bei Schraubenradgetrieben. TH München (1964).
30. GARTNER, F. Die Mischreibung bei Linienberührung. TH München (1964).
31. ASSMANN, H. Vergleichende Untersuchung von Getriebeölen im FZG-Stirnrad- und Esso-Hypoidprüfstand. TH München (1965).
32. REISTER, D. Einseitiges Breitentragen bei Stirnrädern. TH München (1965).

33. KORRENN, H. Gleitreibung in den Kontaktstellen zwischen den Wälzkörpern und den Laufbahnen der Ringe von Wälzlagern. TH München (1965).
34. HÖSEL, Th. Geräuschuntersuchungen an schrägverzahnten Stirnrädern mit Evolventenverzahnung. TH München (1965).
35. LANGENBECK, K. Die Verschleiß- und Freßgrenzlast der Hypoidgetriebe. TH München (1966).
36. MEMMEL, M. Untersuchungen über die Tragfähigkeit und Gebrauchsdauer von Gelenklagern. TH München (1966).
37. BÖTSCH, H. Der Einfluß der Oberflächenbearbeitung und -behandlung auf die Flankenfestigkeit von Stirnrädern aus Vergütungsstahl. TH München (1966).
38. LECHNER, G. Die Freßlastgrenze bei Stirnrädern aus Stahl. TH München (1966).
39. LANGE, S. Untersuchungen von Helicon- und Spiroidgetrieben mit abwickelbaren Schneckenflanken nach der hydrodynamischen und nach der Hertzschen Theorie. TH München (1967).
40. SCHWÄGERL, D. Untersuchung von Helicon- und Spiroidgetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil nach der Hertzschen und nach der hydrodynamischen Theorie. TH München (1967).
41. MICHELS, K. Schneckengetriebe mit Werkstoffpaarung Stahl/Grauguß. TH München (1968).
42. GACKSTETTER, G. Verlustarme Verzahnung. TH München (1968).
43. GEUPEL, H. Flüssigkeitsreibung bei Punktberührung. TH München (1969).
44. GREKOUSSIS, R. Vergleichende Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit von Hypoid- und Stirnrädern. TH München (1969).
45. BAETHGE, J. Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München (1969).
46. SCHULZ, H.D. Untersuchung über Tragfähigkeiten und Verlustleistung von Schneckengetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil und kegeliger Schnecke. TH München (1969).
47. STÖLZLE, K. Leistungsübertragung in Planetengetrieben bei statischem und dynamischem Betrieb. Berechnung, Optimierung und Versuchsergebnisse. TH München (1970).



48. SEITZINGER, K. Die Erwärmung einsatzgehärteter Zahnräder als Kennwert für ihre Freßtragfähigkeit. TU München (1971).
49. STÖSSEL, K. Reibungszahlen unter elasto-hydrodynamischen Bedingungen. TU München (1971).
50. SCHMIDT, G. Berechnung der Wälzpressung schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung. TU München (1972).
51. HIRT, M. Einfluß der Zahnfußausrundung auf Spannung und Festigkeit von Geradstirnrädern. TU München (1974).
52. WILKESMANN, H. Berechnung von Schneckengetrieben mit unterschiedlichen Zahnprofilformen (Tragfähigkeits- und Verlustleistung für Hohlkreis-, Evolventen- und Geradlinienprofil). TU München (1974).
53. RICHTER, M. Der Verzahnungswirkungsgrad und die Freßtragfähigkeit von Hypoid- und Schraubenradgetrieben - Versuchsergebnisse und Berechnungsmethoden. TU München (1976).
54. RÖSCH, H. Untersuchungen zur Wälzfestigkeit von Rollen - Einfluß von Werkstoff, Wärmebehandlung und Schlupf. TU München (1976).
55. GÄGGERMEIER, H. Untersuchungen zur Reibkraftübertragung in Regel-Reibradgetrieben im Bereich elasto-hydrodynamischer Schmierung. TU München (1977).
56. KÄSER, W. Beitrag zur Grübchenbildung an gehärteten Zahnrädern. Einfluß von Härtetiefe und Schmierstoff auf die Flankentragfähigkeit. TU München (1977).
57. KNABEL, W. Geräusche und Schwingungen an Stirnradgetrieben. Untersuchungen geometrischer Einflüsse bei hohen Drehzahlen und Belastungen. TU München (1977).
58. WIRTH, X. Über den Einfluß von Schleifkerben auf die Zahnfußtragfähigkeit und das Schädigungsverhalten oberflächengehärteter Zahnräder. TU München (1977).
59. HUBER, G. Zylinderschneckengetriebe, ein Beitrag zur Berechnung von Grübchen- und Gleitverschleiß und Angaben zum Wirkungsgradverhalten aus Versuchen. TU München (1978).
60. BROSSMANN, U. Über den Einfluß der Zahnfußausrundung und des Schrägungswinkels auf Beanspruchung und Festigkeit schrägverzahnter Stirnräder. TU München (1979).

61. PLEWE, H.-J. Untersuchungen über den Abriebverschleiß von geschmierten, langsam laufenden Zahnrädern. TU München (1980).
62. FRESEN, G. Untersuchungen über die Tragfähigkeit von Hypoid- und Kegelaradgetrieben (Grübchen, Ridging, Rippling, Graufleckigkeit und Zahnbruch). TU München (1981).
63. OSTER, P. Beanspruchung der Zahnflanken unter Bedingungen der Elasto-hydrodynamik. TU München (1982).
64. HORNING, K. Zahnräder aus Bainitischem Gusseisen mit Kugelgraphit. TU München (1983).
65. WEISS, T. Zum Festigkeits- und Verzugverhalten von randschichtgehärteten Zahnrädern. TU München (1983).
66. VOJACEK, H. Das Reibungsverhalten von Fluiden unter elastohydrodynamischen Bedingungen. Einfluß der chem. Struktur des Fluides, der Werkstoffe und der Makro- und Mikrogeometrie der Gleit/Wälzkörper. TU München (1984).
67. SCHÖNNENBECK, G. Einfluß der Schmierstoffe auf die Zahnflankenermüdung (Graufleckigkeit und Grübchenbildung) hauptsächlich im Umfangsgeschwindigkeitsbereich 1...9 m/s. TU München (1984).
68. WIENER, H. Untersuchung der Rollenkinematik im Axial-Pendelrollenlager. TU München (1984).
69. MATHIAK, D. Untersuchungen über Flankentragfähigkeit, Zahnfußtragfähigkeit und Wirkungsgrad von Zylinderschneckengetrieben. TU München (1984).
70. STRASSER, H. Einflüsse von Verzahnungsgeometrie, Werkstoff und Wärmebehandlung auf die Zahnfußtragfähigkeit. TU München (1984).
71. JOACHIM, F.-J. Untersuchungen zur Grübchenbildung an vergüteten und normalisierten Zahnrädern (Einfluß von Werkstoffpaarung, Oberflächen- und Eigenspannungszustand). TU München (1984).
72. GERBER, H. Innere dynamische Zusatzkräfte bei Stirnradgetrieben - Modellbildung, innere Anregung und Dämpfung. TU München (1984).
73. SIMON, M. Messung von elasto-hydrodynamischen Parametern und ihre Auswirkung auf die Grübchentragfähigkeit vergüteter Scheiben und Zahnräder. TU München (1984).

74. SCHMIDT, W. Untersuchungen zur Grübchen- und zur Zahnfußtragfähigkeit geradverzahnter evolventischer Innenstirnräder. TU München (1984).
75. FUNCK, G. Wärmeabführung bei Getrieben unter quasistationären Betriebsbedingungen. TU München (1985).
76. PAUL, M. Einfluß von Balligkeit und Lageabweichungen auf die Zahnfußbeanspruchung spiralverzahnter Kegelräder. TU München (1986).
77. HOPPE, F. Das Abschalt- und Betriebsverhalten von mechanischen Sicherheitskupplungen. TU München (1986).
78. MICHAELIS, K. Die Integraltemperatur zur Beurteilung der Freßtragfähigkeit von Stirnradgetrieben. TU München (1987).
79. WECH, L. Untersuchungen zum Wirkungsgrad von Kegelrad- und Hypoidgetrieben. TU München (1987).
80. KNAUER, G. Zur Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder - Einfluß von Werkstoff, Schmierstoff und Betriebstemperatur. TU München (1988).
81. PLACZEK, T. Lastverteilung und Flankenkorrektur in gerad- und schrägverzahnten Stirnradstufen. TU München (1988).
82. PFLAUM, H. Das Reibungsverhalten ölgeschmierter Kegelreibkupplungen in Synchronisationseinrichtungen von Kraftfahrzeug-Schaltgetrieben. TU München (1988).
83. BRINCK, P. Zahnfußtragfähigkeit oberflächengehärteter Stirnräder bei Lastrichtungswechsel. TU München (1989).
84. (entfallen)
85. NEUPERT, K. Verschleißtragfähigkeit und Wirkungsgrad von Zylinder-Schneckengetrieben. TU München (1990).
86. PREXLER, F. Einfluß der Wälzflächenrauheit auf die Grübchenbildung vergüteter Scheiben im EHD-Kontakt. TU München (1990).
87. SCHALLER, K.-V. Betriebsfestigkeitsuntersuchungen zur Grübchenbildung an einsatzgehärteten Stirnradflanken. TU München (1990).
88. COLLENBERG, H.-F. Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit schnellaufender Stirnradgetriebe. TU München (1991).
89. MÜLLER, R. Schwingungs- und Geräuschanregung bei Stirnradgetrieben. TU München (1991).

90. ANZINGER, M. Werkstoff- und Fertigungseinflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit, insbesondere im hohen Zeitfestigkeitsgebiet. TU München (1991).
91. KAGERER, E. Messung von elasto-hydrodynamischen Parametern im hochbelasteten Scheiben- und Zahnkontakt. TU München (1991).
92. HASLINGER, K. Untersuchungen zur Grübchentragfähigkeit profilkorrigierter Zahnräder. TU München (1991).
93. VOLLHÜTER, F. Einfluß der Achsversetzung auf die Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit von spiralverzahnten Kegelrädern. TU München (1992).
94. PINNEKAMP, B. Das Schaltverhalten von PKW-Getriebesynchronisierungen. TU München (1992).
95. SCHUBERT, M. Einfluß der Befestigungsart und Radkranzdicke auf die Zahntragfähigkeit von Innenstirnrädern. TU München (1993).
96. STEINGRÖVER, K. Untersuchung zu Verschleiß, Verlustgrad und Fressen bei Zylinder-Schneckengetrieben. TU München (1993).
97. ELSTORPFF, M.-G. Einflüsse auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder bis in das höchste Zeitfestigkeitsgebiet. TU München (1993).
98. EMMERT, S. Untersuchungen zur Zahnflankenermüdung (Graufleckigkeit, Grübchenbildung) schnelllaufender Stirnradgetriebe. TU München (1994).
99. SUCHANDT, Th. Betriebsfestigkeitsuntersuchungen zur Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder und zur Bruchfestigkeit vergüteter Lashenkettens. TU München (1994).
100. HÄMMERL, B. Lebensdauer- und Temperaturverhalten ölkühlter Lamellenkupplungen bei Lastkollektivbeanspruchung. TU München (1994).
101. WEISS, R. Einfluß der Ölalterung auf die Zahnflankentragfähigkeit. TU München (1994).
102. SCHLENK, L. Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit von Großzahnrädern. TU München (1995).
103. MANN, U. Schmierfilmbildung in elasto-hydrodynamischen Kontakten, Einfluß verschiedener Grundöle und Viskositäts-Index-Verbesserer. TU München (1995).

104. RUDZEWSKI, S. Systemtechnische Verknüpfung eingeführter Getriebeberechnungsprogramme. TU München (1995).
105. RANK, R. Untersuchungen zur Lebensdauerprüfung von Synchronisierungen. TU München (1995).
106. EBERSPÄCHER, C. Reihenfolgeeffekte bei der Grübchen-Betriebsfestigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. TU München (1995).
107. RANK, B. Untersuchungen zur Grübchenbildung bei Zylinder-Schneckengetrieben. TU München (1996).
108. SATTELBERGER, K. Schwingungs- und Geräuschanregung bei ein- und mehrstufigen Stirnradgetrieben. TU München (1997).
109. HIRSCHMANN, V. Tragfähigkeitsuntersuchungen an stufenlosen Umschlingungsgetrieben. TU München (1997).
110. THOMAS, J. Flankentragfähigkeit und Laufverhalten von hartfeinbearbeiteten Kegelrädern. TU München (1998).
111. WIKIDAL, F. Berechnung der Flankenpressung gerad- und schrägverzahnter Stirnräder für last- und fertigungsbedingte Abweichungen. TU München (1998).
112. PERPONCHER, V., CH. Einflüsse von Reibflächentopographie und Beanspruchungen auf das Reibungs- und Verschleißverhalten von Synchronisierungen. TU München (1998).
113. SCHEDL, U. Einfluß des Schmierstoffs auf die Grübchenlebensdauer einsatzgehärteter Zahnräder. TU München (1998).
114. VOLLMER, T. Methodik zur Entwicklung einer Fahrstrategie für Fahrzeuge, ausgeführt am Beispiel des Autarken Hybrids. TU München (1998).
115. HEITMANN, A. Entwicklung des  $i^2$ -Getriebes für den Autarken Hybrid-Antriebsstrang. TU München (1998).
116. PFLEGER, F. Schalt- und Lebensdauerverhalten von Lamellenkupplungen. TU München (1998).
117. KERSCHL, S. Der Autarke Hybrid - Optimierung des Antriebsstrangs hinsichtlich Energieverbrauch und Bestimmung des Einsparpotentials, TU München (1998).
118. DÖBEREINER, R. Tragfähigkeit von Hochverzahnungen geringer Schwingungsanregung, TU München (1998).

119. WEIGAND, U. Werkstoff- und Wärmebehandlungseinflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit, TU München (1999).
120. SCHRADE, U. Einfluß von Verzahnungsgeometrie und Betriebsbedingungen auf die Graufleckentragfähigkeit von Zahnradgetrieben, TU München (2000).
121. KÖLL, J. Konstruktion des Getriebes für ein Pkw-Hybridantriebssystem, TU München (2000).
122. FÖRSTER, W. Der Lastschaltvorgang beim stufenlosen  $i^2$ -Getriebe des Autarken Hybrid-Antriebsstrangs, TU München (1999).
123. LANGE, N. Hoch fresstragfähige Schneckengetriebe mit Rädern aus Sphaeroguß, TU München (2000).
124. LUTZ, M. Methoden zur rechnerischen Ermittlung und Optimierung von Tragbildern an Schneckengetrieben, TU München (2000).
125. KOPATSCH, F. Wirksamkeit von Viskositätsindex-Verbesserern im EHD-Zahnradkontakt, TU München (2000).
126. BAYERDÖRFER, I. Einfluß von betriebsbedingten Schmierstoffveränderungen auf die Flankentragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder, TU München (2000).
127. TOBIE, T. Zur Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder, TU München (2001).
128. STAHL, K. Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Gerad- und Schrägverzahnungen unter besonderer Berücksichtigung der Pressungsverteilung, TU München (2001).
129. NEUMÜLLER, M. Einfluß der Ölalterung auf Reibungs- und Verschleißverhalten von Synchronisierungen, TU München (2001).
130. MOSBACH, C. Das Reibungs- und Reibschwing-Verhalten naslaufender Lamellenkupplungen, TU München (2002).
131. DYLA, A. Modell einer durchgängig rechnerbasierten Produktentwicklung, TU München (2002).
132. GRASWALD, C. Reibung im elastohydrodynamischen Kontakt von Reibradgetrieben, TU München (2002).
133. GEISER, H.. Grundlagen zur Beurteilung des Schwingungsverhaltens von Stirnrädern, TU München (2002).
134. SCHINAGL, S. Zahnfußtragfähigkeit schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung, TU München (2002).

135. DOLESCHER, A. Wirkungsgradberechnung von Zahnradgetrieben in Abhängigkeit vom Schmierstoff, TU München (2003).
136. ANNAST, R. Kegelrad-Flankenbruch, TU München (2003)
137. SÜSSMUTH, J.-F. Eignungsbeurteilung von Schmierstoffen für stufenlose Umschlingungsgetriebe, TU München (2003).
138. MATTEN, D. Methode zur Entwicklung ingenieurwissenschaftlicher Berechnungsprogramme, TU München (2003).
139. GEIER, N. Untersuchung des Reibungs- und Verschleißverhaltens nasslaufender Kupplungen in Abhängigkeit ihrer Reibflächentopographie, TU München (2003)
140. HERTTER, T. Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit vergüteter und einsatzgehärteter Stirnräder, TU München (2003).
141. KRIEGER, H. Alterung von Schmierstoffen im Zahnradprüfstand und in Praxisgetrieben, TU München (2004).
142. STEUTZGER, M. Einfluß der Baugröße auf die Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder, TU München (2004).
143. SCHMIDBAUER, T. Aufbau und Erprobung des Autarken Hybrid-Antriebsstrangs im Versuchsfahrzeug. TU München (2004).
144. LIU, W. Einfluss verschiedener Fertigungsverfahren auf die Grauflecken-tragfähigkeit von Zahnradgetrieben. TU München (2004).
145. FEHLING, R. Höhere Tragfähigkeit bei Zahnradflanken durch eine nichtevolventische Profilmodifikation. TU München (2004).
146. GUTTENBERG, P. Der autarke Hybrid am Prüfstand - Funktion, Kraftstoffverbrauch und energetische Analyse. TU München (2004)
147. WIMMER, T. Einflüsse auf das Lastübernahmeverhalten von nasslaufenden Lamellenkupplungen. TU München (2004).
148. RADEV, T. Einfluss des Schmierstoffes auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder - Entwicklung des Praxisnahen Pittingtests. TU München (2005)
149. KRASSTEV, I. Optimierung des Lastschaltvorgangs im  $i^2$ -Getriebe. TU München (2005)
150. HEILEMANN, J. Tragfähigkeit und Wirkungsgrad bei unterschiedlichen Schnecken-Zahnflankenformen unter Berücksichtigung der Oberflächenhärte und Härtetiefe. TU München (2005).

151. HEIZENRÖTHER, M. Das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung im Vergleich zum Kegelraddifferenzial inklusive einer Sperrwertanalyse. TU München (2005).
152. WIMMER, A. Lastverluste von Stirnradverzahnungen - Konstruktive Einflüsse, Wirkungsgradmaximierung, Tribologie. TU München (2006).
153. BRUCKMEIER, S. Flankenbruch bei Stirnradgetrieben. TU München (2006).
154. HAUSER, C. Einfluss der Ölalterung auf Reibcharakteristik und Reibschwingverhalten von Lamellenkupplungen. TU München (2007).
155. GROSSL, A. Einfluss von PVD-Beschichtungen auf die Flanken- und Fußtragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder. TU München (2007).
156. STEINBERGER, G. Optimale Grübchentragfähigkeit von Schrägverzahnungen. TU München (2007).
157. JAROS, M. Integration des STEP-Produktmodells in den Getriebeentwicklungsprozess. TU München (2007).
158. RADEV, S. Einfluss von Flankenkorrekturen auf das Anregungsverhalten gerad- und schrägverzahnter Stirnradpaarungen. TU München (2007).
159. BRAYKOFF, C. Tragfähigkeit kleinmoduliger Zahnräder. TU München (2007).
160. STANGL, M. Methodik zur kinematischen und kinetischen Berechnung mehrwelliger Planeten-Koppelgetriebe. TU München (2007).
161. STENICO, A. Werkstoffmechanische Untersuchungen zur Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. TU München (2007).
162. SCHWIENBACHER, S. Einfluss von Schleifbrand auf die Flankentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. TU München (2008).
163. WINKLER, J. Tribologischer Schichtaufbau bei Synchronisierungen und sein Einfluss auf Reibung und Verschleiß. TU München (2008).
164. WIRTH, C. Zur Tragfähigkeit von Kegelrad- und Hypoidgetrieben. TU München (2008).
165. KREIL, O. Einfluss der Oberflächenstruktur auf Druckverteilung und Schmierfilmdicke im EHD-Kontakt. TU München (2009).
166. OTTO, H.-P. Flank load carrying capacity and power loss reduction by minimised lubrication. TU München (2009).
167. OTTO, M. Lastverteilung und Zahnradtragfähigkeit von schrägverzahnten Stirnrädern. TU München (2009).



168. TOMIC, D. Zum Verschleiß von Kegelreibkupplungen - Einflüsse von Belastung und Schmierstoff auf Reibschichteigenschaften. TU München (2009).
169. WEISEL, C. Schneckengetriebe mit lokal begrenztem Tragbild. TU München (2009).
170. WEITL, R. Zur Tragfähigkeitsberechnung von Wälzlagern und Stirnrädern. TU München (2010).
171. MULZER, F. Systematik hochübersetzender coaxialer Getriebe. TU München (2010).
172. SCHUDY, J. Untersuchungen zur Flankentragfähigkeit von Außen- und Innenverzahnungen. TU München (2010).
173. BRETL, N. Einflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder im Bereich hoher Lastspielzahlen. TU München (2010).
174. GRIGGEL, T. Einfluss von Korrekturen und Fertigungsabweichungen auf die Schwingungsanregung von Stirnrädern. TU München (2010).
175. LAYHER, M. Einfluss der Schmierstoffadditivierung auf das Reibungsverhalten nasslaufender Reibschaltelemente. TU München (2011).
176. HOCHMANN, M. Zahnradtragfähigkeit bei Schmierung mit Getriebefließfetten. TU München (2011).
177. DETZEL, J. Tribologische Untersuchungen an Achsgetrieben zur Verbesserung des Wirkungsgrads. TU München (2011).
178. ZIEGLER, A. Zur verkürzten Systemlebensdauerprüfung von Zahnradgetrieben. TU München (2011).
179. THOMA, F. Lastübertragung im verformten System Lager-Welle-Zahnrad. TU München (2012).
180. FRÜHE, T. Berechnung und Minimierung der Zahnfußspannung von Standard- und LowLos-Verzahnungen. TU München (2012).
181. WITZIG, J. Flankenbruch - Eine Grenze der Zahnradtragfähigkeit in der Werkstofftiefe. TU München (2012).
182. KLEIN, M. Zur Fresstragfähigkeit von Kegelrad- und Hypoidgetrieben. TU München (2012).
183. KURTH, F. Efficiency Determination and Synthesis of Complex-Compound Planetary Gear Transmissions. TU München (2012).
184. WOHLLEBER, F. Thermischer Haushalt nasslaufender Lamellenkupplungen. TU München (2012).

185. HEIDER, M. Schwingungsverhalten von Zahnradgetrieben - Beurteilung und Optimierung des Schwingungsverhaltens von Stirnrad- und Planetengetrieben. TU München (2012).
186. MONZ, A. Tragfähigkeit und Wirkungsgrad von Schneckengetrieben bei Schmierung mit konsistenten Getriebefetten. TU München (2012).
187. WIRTH, M. Schleppmomente in Synchronisierungen von Fahrzeuggetrieben. TU München (2012).
188. BANSEMIR, G. Konstruktionsleitsystem für den durchgängig rechnerbasierten Zahnradgetriebeentwurf. TU München (2012).
189. HERGESELL, M. Grauflecken- und Grübchenbildung an einsatzgehärteten Zahnradern mittlerer und kleiner Baugröße. TU München (2013).
190. KOLLER, P. Steigerung der Zahnflankentragfähigkeit durch Optimierung von Eigenspannungs- und Oberflächenzustand. TU München (2013).
191. SCHLEICH, T. Temperatur- und Verlustleistungsverhalten von Wälzlagern in Getrieben. TU München (2013).
192. STEPLINGER, J.-P. Tragfähigkeit und Wirkungsgrad von Stirnradgetrieben bei Schmierung mit hochviskosen Fluiden und Fetten NLGI 0,1 und 2. TU München (2013).
193. FÜRSTENBERGER, M. Betriebsverhalten verlustoptimierter Kunststoffzahnradern. TU München (2013).
194. HOMBAUER, M. Grauflecken an Kegelrad- und Hypoidverzahnungen und deren Einfluss auf die Grübchentragfähigkeit. TU München (2013).
195. MAYER, J. Einfluss der Oberfläche und des Schmierstoffs auf das Reibungsverhalten im EHD-Kontakt. TU München (2013).
196. BAUHOFFER, H. Kontakt- und Laufverhalten von Kronenrädern unter Montageabweichungen. TU München (2014).
197. LECHNER, C. Energiebilanzierung des CVT-Hybrid. TU München (2014).
198. HINTERSTOISSER, M. Zur Optimierung des Wirkungsgrades von Stirnradgetrieben TU München (2014).
199. LOMBARDO, S. Einfluss von verschiedenen Carbonitrierverfahren auf die Zahnfuß- sowie Zahnflankentragfähigkeit von Stirnrädern. TU München (2014).

200. IDLER, S. Die Fresstragfähigkeit stufenloser Umschlingungsgetriebe. TU München (2014).
201. LANGHEINRICH, A. Geometrie, Beanspruchung und Verformung asymmetrischer Stirnradverzahnungen. TU München (2014).
202. MATT, P. Einfluss der Stirnkanten auf die Tragfähigkeit von Verzahnungen. TU München (2014).
203. HENSEL, M. Thermische Beanspruchbarkeit und Lebensdauerverhalten von nasslaufenden Lamellenkupplungen. TU München (2014).
204. GEIGER, J. Wirkungsgrad und Wärmehaushalt von Zahnradgetrieben bei in-stationären Betriebszuständen. TU München (2014).
205. SIGMUND, W. Untersuchung und Simulation des Verschleißverhaltens von Schneckengetrieben mit unvollständigem Tragbild. TU München (2015).
206. PARLOW, J. Entwicklung einer Methode zum anforderungsgerechten Entwurf von Stirnradgetrieben. TU München (2016).
207. NEUBAUER, B. Lastverteilung und Anregungsverhalten in Planetengetriebesystemen. TU München (2016).
208. NITSCH, Ch. Dynamisches Betriebsverhalten von Werkstoffverbundzahn-rädern. TU München (2016).
209. BIHR, J. Untersuchung des Schwingungsverhaltens von mehrstufigen Stirnradgetrieben unter besonderer Berücksichtigung des Welle-Lager-Systems. TU München (2016).
210. SCHURER, S. Einfluss nichtmetallischer Einschlüsse in hochreinen Werk-stoffen auf die Zahnfußtragfähigkeit. TU München (2016).
211. KADACH, D. Stillstandsmarkierungen an Zahnrädern und deren Auswirkun-gen auf die Flankentragfähigkeit. TU München (2016).
212. FELBERMAIER, M. Untersuchungen zur Graufleckenbildung und deren Einfluss auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder. TU Mün-chen (2016).
213. ACUNER, R. Synchronisierungen mit Carbon-Reibwerkstoffen unter hohen und extremen Beanspruchungen. TU München (2016).
214. LOHNER, T. Berechnung von TEHD Kontakten und Einlaufverhalten von Ver-zahnungen. TU München (2016).

215. ZIMMER, M. Berechnung und Optimierung von Geometrie und Eingriffsverhalten von Verzahnungen beliebiger Achslage. TU München (2017).
216. GWINNER, Ph. Auslegung schwingungsarmer Stirnradverzahnungen für den automobilen Einsatz in hochdrehenden, elektrisch angetriebenen Achsgetrieben. TU München (2017).
217. SCHULTHEISS, H. Zum Verschleißverhalten einsatzgehärteter Zahnradpaarungen in Abhängigkeit des Schmierungsmechanismus bei Fettschmierung. TU München (2017)
218. MOSER, K. Methode zur Untersuchung des Betriebsverhaltens stufenloser Umschlingungsgetriebe. TU München (2017)
219. STREBEL, M. Spontanschäden an nasslaufenden Lamellenkupplungen. TU München (2017)
220. BAAR, M. Kennwerte zur Tragfähigkeit kleinmoduliger Kronenradverzahnungen unterschiedlicher Werkstoffpaarung. TU München (2017)
221. WICKBORN, C. Erweiterung der Flankentragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern in der Werkstofftiefe. TU München (2017)
222. MEINGASSNER, G. Methodik zur Untersuchung des Reibungsverhaltens nasslauferender Lamellenkupplungen bei Langsamlauf- und Mikroschlupf. TU München (2017)
223. ZORNEK, B. Untersuchungen zur Flankentragfähigkeit vergüteter und nitrierter Innen- und Außenverzahnungen. TU München (2018)
224. DOBLER, F. Einflüsse auf die Tragfähigkeit induktiv umlaufgehärteter Stirnräder. TU München (2018)
225. DAFFNER, M. Validierung von Verformungsberechnungen im System Zahnrad-Welle-Lager-Gehäuse. TU München (2018)
226. HEIN, M. Zur ganzheitlichen betriebsfesten Auslegung und Prüfung von Getriebezahnradern. TU München (2018)
227. HASL, C. Zur Zahnfußtragfähigkeit von Kunststoffstirnrädern. TU München (2018)
228. KOHN, B. Topologische Flankenkorrektur zur Anregungsoptimierung von Stirnradgetrieben. TU München (2019)
229. BOIADJIEV, I. Schadensentwicklung und Tragfähigkeit carbonitrierter Kegelradverzahnungen. TU München (2019)

230. MAUTNER, E. Grübchentragfähigkeit von Schneckengetrieben großer Baugröße mit unvollständigem Tragbild. TU München (2019)
231. ENGELHARDT, C. Einfluss von Wasser in Getriebeölen auf die Zahnflankentragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder. TU München (2019)
232. VÖLKEL, K. Charakterisierung des Einlaufverhaltens nasslaufender Lamellenkupplungen. TU München (2020)
233. BANSEMIR, S. Bewertung von Berechnungstiefe und Aussagegüte bei der Stirnradgetriebeberechnung. TU München (2020)
234. UTAKAPAN, T. Schwingungsverhalten mehrstufiger Getriebe. TU München (2020)
235. KÖNIG, J. Steigerung der Zahnflankentragfähigkeit durch optimierte Fertigung und Schmierung. TU München (2020)
236. JURKSCHAT, T. Erweiterte Bestimmung lastabhängiger Verluste von Stirnradgetrieben. TU München (2020)
237. EBNER, M. Selbstschmierung hochbelasteter Zahnradkontakte mit schmierstoffgetränkten porösen Eisenwerkstoffen. TU München (2021)
238. REIMANN, T. Einfluss der Treibrichtung auf die Flankentragfähigkeit von Stirnrad-, Kegelrad- und Hypoidgetrieben. TU München (2021)
239. DOBLER, A. Verschleiß als Lebensdauergrenze für Zahnräder. TU München (2021)
240. DAI, R. Change-Management-fokussierte Einführung eines "Ganzheitlichen Produktionssystems" in Klein- und Kleinstunternehmen. TU München (2021)
241. NORGAUER, P. Verschleißverhalten von modernen Schneckenverzahnungen. TU München (2021)
242. GÜNTNER, C. Zum Einfluss der Härtebarkeit auf die Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder größerer Baugröße. TU München (2022)
243. WEIGL, A. Reibreduzierung durch DLC-Beschichtungen. TU München (2022)
244. ILLENBERGER, C. Zahnflankentragfähigkeit ölgeschmierter Kunststoffverzahnungen. TU München (2022)
245. FROMBERGER, M. Using Acceleration and Transmission Error for Pitting Detection. TU München (2022)

246. PELLKOFER, J. Zum Verzahnungswirkungsgrad von Kegelradgetrieben. TU München (2022)
247. SAGRALOFF, N. Zuverlässige Beurteilung der Zahnrad-Graufleckentragfähigkeit von Getriebeölen. TU München (2022)
248. PAUCKER, T. Berechnung der örtlichen Zahnfußtragfähigkeit von Stirnradverzahnungen. TU München (2022)
249. FUCHS, D. Einfluss mikroskopischer Fehlstellen auf die Zahnfußtragfähigkeit. TU München (2023)
250. TRÜBSWETTER, M. Geometrie des Wälzschälens. TU München (2023)
251. YILMAZ, M. Getriebeschmierung mit wasserhaltigen Polyglykolen. TU München (2023)
252. KRATZER, D. Zum Einfluss oberflächennaher Eigenschaften auf die Zahnradtragfähigkeit. TU München (2023)