

Institut für Geodäsie, GIS und Landmanagement
Lehrstuhl für Geodäsie

**Eine neue Methode zur Richtungsübertragung
durch Koppelung von
Inertialmesstechnik und Autokollimation**

Theresa Neuhierl

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Reiner Rummel

Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Wunderlich

2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hilmar Ingensand,
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich/Schweiz

3. apl. Prof. Dr. rer.nat., Dr.-Ing. habil. Ulrich Schreiber

Die Dissertation wurde am 04.07.2005 bei der Technischen Universität München
eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
am 12.09.2005 angenommen.

Tag der mündlichen Prüfung: 26.9.2005

Für meinen Vater Eduard

Dank

Besonderer Dank gebührt meinem Doktorvater Herrn Professor Dr.-Ing. habil. Thomas A. Wunderlich, der mir diese Promotion ermöglicht und mir stets sein uneingeschränktes Vertrauen entgegen gebracht hat.

Ebenso herzlich möchte ich mich bei Herrn Professor Dr.-Ing. habil. Hilmar Ingensand vom GeomETH Zürich bedanken, der das Koreferat übernommen und mich maßgeblich bei den Messkampagnen in der Schweiz unterstützt hat.

Herrn apl. Prof. Dr. rer.nat. Dr.-Ing. habil. Ulrich Schreiber von der Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie, Fundamentalstation Wettzell gilt mein besonderer Dank für die Übernahme des zweiten Koreferats.

Bei Herrn em. Prof. Dr.-Ing. Klaus Schnädelbach möchte ich mich ganz besonders für die wertvolle Unterstützung während der gesamten Arbeit bedanken.

Der AlpTransit Gotthard AG, allen voran den Herren Franz Ebnetter und Fritz Bräker, möchte ich für die Zusammenarbeit und das entgegengebrachte Vertrauen danken. Nur dadurch wurden die Messungen in Sedrun (Schweiz) möglich.

Mein besonderer Dank gilt ebenso Herrn Adrian Ryf von der ETH Zürich, der mich mit bei den Auswertungen mit seinem Fachwissen unterstützt und damit einen wesentlichen Beitrag in der Zusammenarbeit mit dem GeomETH geleistet hat.

Für die Möglichkeit der Testmessungen im Olympiaturm danke ich der Olympiaturm GmbH, namentlich Herrn Neydert.

Bei Herrn Dr. Raul Dorobantu möchte ich mich für die gute Zusammenarbeit im Austausch des Inertialmesssystems bedanken. Dies gilt auch für die fachliche Ebene.

Dem Department of Geomatics Engineering der University of Calgary gebührt mein Dank für die kostenlose Bereitstellung der Software KINGSPADTM zur Prozessierung der inertialen Messdaten.

Darüber hinaus möchte ich mich bei allen bedanken, die an dem reibungslosen Ablauf bei den Messungen für Sedrun mitgewirkt haben. Besonders gilt dies für das Messteam bestehend aus den Diplomingenieuren Adrian Ryf (ETHZ), Thomas Schäfer (TUM), Peter Wasmeier (TUM) und Hans-Martin Zogg (ETHZ) sowie den hilfswissenschaftlichen Mitarbeitern Frau Martina Stocker und Herrn David Grimm (beide ETHZ).

Meinem Kollegium am Lehrstuhl für Geodäsie möchte ich für jegliche Unterstützung danken. Nur ein freundliches und hilfsbereites Umfeld ermöglicht es, eine derartige Arbeit zustande zu bringen.

Zusammenfassung

Der Gotthard-Basistunnel in der Schweiz wird mit seiner Länge von 57 km der längste Basistunnel der Welt. Die Orientierung der Vortriebe wird mit Hilfe des Präzisionsvermessungskreisel Gyromat 2000 bestimmt. Wegen der Auswirkung kleiner Orientierungsfehler über eine derart große Distanz ist bei der Vorgabe der Vortriebsrichtung besondere Sorgfalt geboten. Im Zwischenangriff Sedrun ist die Richtungsübertragung von außen nach unter Tage wegen der komplexen Situation vor Ort besonders problematisch.

Die AlpTransit Gotthard AG beauftragte daher die Professur für Geodätische Messtechnik der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich (geomETH), die bisherigen Messungen unabhängig zu bestätigen. In Zusammenarbeit mit dem Lehrstuhl für Geodäsie der Technischen Universität München wurde daher im Schacht von Sedrun eine kinematische Richtungsübertragung durch Koppelung von Inertialmesstechnik und Autokollimation entworfen, vorbereitet und durchgeführt.

In dieser Arbeit werden Möglichkeiten aufgezeigt, durch einen neuartigen Beobachtungsablauf in zwei Lagen Fehlereinflüsse der Inertialnavigation zu minimieren. Die inertielle Messtechnik, insbesondere deren Fehlereinflüsse, wird detailliert vorgestellt. Die Vorteile der Autokollimation in diesem Zusammenhang werden ausführlich beschrieben. Am Ende wird ein Genauigkeitsvergleich zu dem herkömmlichen Verfahren gezogen.

Für diese Arbeit wurden zwei Messkampagnen im Schacht von Sedrun durchgeführt. Für die Anbindung an das Netz des *Konsortium Vermessungsingenieure Gotthard-Basistunnel* war geomETH verantwortlich. Das Messkonzept zur Richtungsübertragung insbesondere die Messungen mit dem Inertialnavigationssystem wurden im Rahmen dieser Arbeit realisiert.

Zur Verbesserung der Orientierung der Richtungsübertragung durch Kreisel hat sich die Kombination der Inertialmesstechnik mit Autokollimation als Verfahren bewährt. Durch die unterschiedliche Technologie wurde ein unabhängiger, zuverlässiger Vergleichswert zur Richtungsübertragung mit dem Vermessungskreisel Gyromat 2000 geschaffen.

Summary

The Gotthard-Basetunnel in Switzerland with its total length of 57 *km* is going to be the longest basetunnel of the world. The bearing for the tunnel driving is determined by the high-precision surveying gyroscope Gyromat 2000. Due to the effect of small errors of bearing for tunnels of this length, the determination of the bearing has to be accomplished with extraordinary diligence. At the intermediate tunnel Sedrun the propagation of the bearing from aboveground to underground is extremely difficult because of the complex locality.

Therefore the Alp Transit Gotthard AG charged the Chair of Geodetic Metrology and Engineering Geodesy of the Swiss Federal Institute of Technology, Zurich (geomETH), to independently verify previous measurements. Together with the Chair of Geodesy of the Technische Universität München a kinematic propagation of the bearing was developed, set up and carried out in the shaft of Sedrun, by coupling inertial measurement with autocollimation.

This paper discusses possibilities to minimize the influence of errors of inertial navigation by a novel observing operation in two faces. Inertial measurement with its error models are presented. The advantages of autocollimation in this context are characterised. As conclusion the achieved accuracy is compared to conventional measurements.

Two campaigns have been carried out in the shaft of Sedrun. GeomETH was responsible for the connection to the local net of the *Konsortium Vermessungsingenieure Gotthard-Basistunnels*. The concept to propagate the bearing including the measurements with the inertial navigation system was realized in the range of this thesis.

As an improvement of the propagation of the bearing measured by high-precision surveying gyroscopes, the combination of inertial measurement and autocollimation proved of value. Due to the different technology, an independent reliable comparative measurement to the propagation of the bearing by the surveying gyroscope *Gyromat2000* was introduced.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	11
1.1	Ausgangssituation	11
1.2	Entwicklung von INS	13
1.3	Einsatz von INS zur Schachtvermessung	14
1.4	Aufbau der Arbeit	15
2	Inertiales Navigationssystem	17
2.1	Definition	17
2.2	Beschleunigungsmesser	18
2.3	Kreisel	20
2.3.1	Mechanische Kreisel	21
2.3.2	Optische Kreisel	22
2.4	Technische Realisierungen	25
3	Grundlagen der Inertialen Messtechnik	27
3.1	Koordinatensysteme	27
3.2	Transformationen	30
3.3	Initialisierung und Alignment	36
3.4	Integration	41
3.5	Fehlermodell	42
3.6	Interne und externe Stützung	45
4	Messungen mit iMAR IMU	47
4.1	Sensoren	47
4.2	Messablauf	49
4.3	Datenkonvertierung	50
4.4	Softwarepaket KingsPad™	51
4.5	Problemspezifische Auswertung	54
5	Autokollimation	55
5.1	Prinzip der Autokollimation	55
5.2	Autokollimation für die Richtungsübertragung	60
6	Messprinzip zur Minimierung von Fehlern	61
6.1	Rotation der Inertialen Messeinheit	70
6.1.1	Modelldarstellung	70
6.1.2	Messung im Drehrestaurant des Olympiaturms zu München	71
6.2	Gegenläufige Bewegung	74
6.2.1	Modelldarstellung	74
6.2.2	Lineare Messungen auf der Hommelbank	75
6.3	Modellerweiterung der gegenläufigen Bewegung um Zentrierungsfehler	77

6.3.1	Modelldarstellung	78
6.3.2	Messung im Personenaufzug des Olympiaturms zu München	79
7	Richtungsübertragung für den Gotthard-Basistunnel	83
7.1	Ausgangssituation	83
7.2	Netzmessung	84
7.2.1	Schweizer Landeskoordinaten	84
7.2.2	Projektnetz	85
7.2.3	Ablotung	85
7.3	Klassische Richtungsübertragung mit Vermessungskreiseln	88
7.4	Richtungsübertragung durch Koppelung von Autokollimation und Inertialmesstechnik	89
7.5	Messungen	91
7.5.1	Testmessung am 5. April 2004	91
7.5.2	Messung am 9. Januar 2005	96
7.6	Zusammenfassung und Wertung der Ergebnisse	100
8	Ausblick	105
	Abkürzungsverzeichnis	107
	Abbildungsverzeichnis	109
	Tabellenverzeichnis	111
	Literaturverzeichnis	113

Kapitel 1

Einführung

1.1 Ausgangssituation

Die Vermessung von und in Tunneln war und ist stets eine besondere Herausforderung, da die Messungen in der Regel nur einseitig angeschlossen werden können und im Tunnel besonders schwierige meteorologische Bedingungen herrschen. Eine Kontrolle der Richtung ist daher in besonderem Maße notwendig. Zur Richtungsübertragung im Tunnel- und Bergbau werden häufig nordsuchende Kreisel eingesetzt, um untertage die Orientierung zu verbessern. Das grundlegende Verhalten von Kreisegeräten wird in [von FABECK, 1980] detailliert beschrieben.

Die zu berücksichtigenden Fehlereinflüsse und Reduktionen werden in [GRILLMAYER, 2002] bzw. [KORITTKKE, 1997] ausführlich diskutiert. Zu beachten sind v. a. der Einfluss der **Temperatur** sowie die Stabilität und Genauigkeit des **Eichwerts**, der Richtung zwischen Skalennull und Teilkreisnull.

Dadurch, dass sich die Ausrichtung der Erdrotationsachse im Laufe der Zeit ändert, ergeben sich die **Polbewegungen**. Da sich Vermessungskreisel entlang dieser Rotationsachse ausrichten, muss eine Veränderung dieser Achse berücksichtigt werden. Der Einfluss auf das Azimut ist abhängig von der geographischen Länge und Breite und muss an das gemessene Azimut angebracht werden. Bei kurz aufeinander folgenden Messungen geht der systematische Anteil dieses Einflusses durch die Bestimmung des Eichwertes vor und nach der Messung ein.

Besonders hervorzuheben ist der Einfluss der **Lotabweichungen** auf die Kreismessungenazimute. Lotabweichungen entstehen durch eine Abweichung der Ellipsoidnormalen von der Gravitationsrichtung durch einen Punkt. Die numerischen Werte der **Höhenreduktion** sind meistens sehr gering und werden daher häufig vernachlässigt. Die **Meridiankonvergenz** überführt das ellipsoidische Azimut in den Richtungswinkel, der wiederum durch die **Richtungsreduktion** in den ebenen Richtungswinkel umgerechnet wird.

Die Lotabweichungen im Flachland und Mittelgebirge liegen bei bis zu vier *mgon*. Im Hochgebirge dagegen können 20 *mgon* und mehr erreicht werden. Daraus resultieren große Restunsicherheiten auf Kreismessungen im Rahmen von Bauvorhaben im Alpenbereich.

Daher verwundert es nicht, dass sich die Lotabweichungen beim Bau des **Gotthard-Basistunnels** in der Schweiz besonders problematisch auf die Kreismessungen auswirken. Mit diesem Jahrhundertprojekt hat sich die AlpTransit Gotthard AG der großen Herausforderung gestellt, den derzeit weltweit längsten Eisenbahntunnel mit einer Länge von 57 *km* fertig zu stellen. Bedingt durch diese Länge können schon kleine Abweichungen in der Richtung große Abweichungen in der Lage hervorrufen.

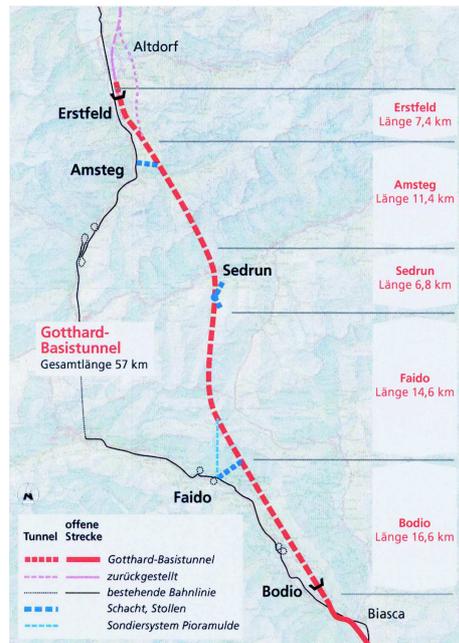


Abbildung 1.1: Trassierung des Gotthard-Basistunnels [ALPTRANSIT, 2004]

Die Streckenführung in Abbildung 1.1 wurde aufgrund der topographischen und geologischen Situation der Schweizer Alpen festgelegt. Aufgabe der Ingenieurgeodäten ist es, die Tunnelachse vor Ort auf Tunnelniveau (ca. 500 m ü. NN.) abzustecken. Wie eingangs bereits angedeutet, sind dazu Messungen mit nordsuchenden Kreiseln unabdingbar.

Die baubedingte Komplexität des *Zwischenangriffs Sedrun* erfordert einen 990 m langen Zugangstollen zu einem 800 m abgeteuften Schacht, durch den die Koordinaten übertragen werden (siehe Abbildung 1.2).

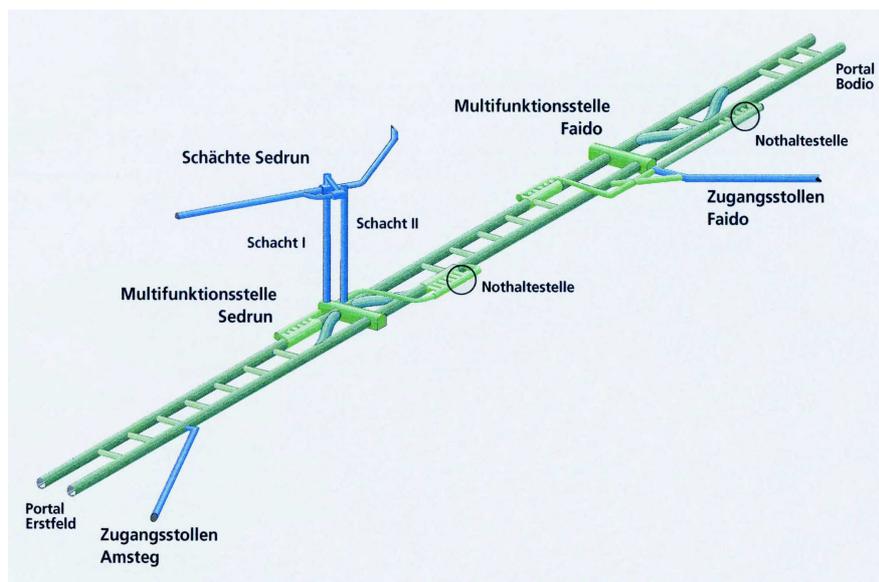


Abbildung 1.2: Zwischenangriffe beim Bau des Gotthard-Basistunnels [ALPTRANSIT, 2004]

Die Kreismessungen wurden mehrmals mit verschiedenen Instrumenten des Typs *GYROMAT 2000*

von der *Deutschen Montan Technologie GmbH (DMT)* durchgeführt. Systematische Fehlereinflüsse aufgrund der Instrumentenwahl und der Lotabweichungen, die nur unter Modellannahmen für die Massenverteilung in den Alpen getroffen werden können, bleiben unberücksichtigt [RYF et al., 2000]. Eine unabhängige Methode zur Bestätigung der Richtungsübertragung ist deshalb wünschenswert.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine neue, von den Kreismessungen unabhängige Methode entwickelt, bei der Richtungen durch ein *Inertialnavigationssystem (INS)* übertragen werden. Die Abnahme der Richtung erfolgt durch *Autokollimation*.

1.2 Entwicklung von INS

In den 70er Jahren hielt die inertielle Messtechnik durch eine Verbesserung der Technologie und Verkleinerung der Sensoren Einzug in die Geodäsie [RINNER, 1981]. Davor gab es diese Technik zur Steuerung nur auf Schiffen, U-Booten oder Flugzeugen, die ausreichend Platz für die großen Messsensoren bieten. Dies gilt insbesondere für die *Laserkreisel*, deren Genauigkeit stark von ihrer Größe abhängt. Für eine geodätische Anwendung, z. B. zur Bestimmung von Trajektorien, waren die präzisen Messsysteme noch zu groß. Im Laufe der Zeit wurden Systeme entwickelt, die handlich genug waren, um in der Geodäsie eingesetzt werden zu können. Die Weiterentwicklung in der Technik ermöglicht immer bessere Sensoren, die genauere Messergebnisse zulassen.

In einem INS zeichnen drei senkrecht zueinander stehende Beschleunigungsmesser die wirkenden Beschleunigungen auf. Nach dem zweiten Newtonschen Axiom kann dadurch auf die Bewegung geschlossen werden. Die erste Integration über die Zeit liefert die Geschwindigkeit und eine weitere den zurückgelegten Weg des INS. Da sich das Gravitationsfeld als einzige Kraft nicht abschirmen lässt, tritt die Gravitationskraft als Störgröße auf, da sie immer von den jeweiligen Beschleunigungsmessern mit erfasst wird. Anhand von drei orthogonalen Kreiseln, koaxial zu den Beschleunigungsmessern angeordnet, kann die Ausrichtung im Raum und damit der Betrag der Beschleunigungen bestimmt und korrigiert werden.

Dies erfolgt in zeitlich kurzen Abschnitten. Die sich daraus ergebenden Koordinatendifferenzen liefern die vom INS zurückgelegte Trajektorie. Ist die Abtastfrequenz entsprechend hoch, so handelt es sich um infinitesimal kleine Koordinatenunterschiede. Die Aufsummierung kann dann als numerische Integration bezeichnet werden.

Da jedoch keine Messung fehlerfrei ist, summieren sich aufgrund der Doppelintegration kleinste Fehler über die große Anzahl an Messwerten auf. Wie bei einem einseitig angeschlossenen Polygonzug erhält man am Ende einen entsprechend großen Abschlussfehler. Dieser Fehler kann ähnlich wie bei einem beidseitig angeschlossenen Polygonzug abgeglichen werden. In der Inertialmesstechnik stehen hierzu verschiedene Verfahren zur Stützung zur Verfügung. Dabei kann das INS auf allen Integrationsebenen gestützt werden. In Abbildung 1.3 sind schematisch verschiedene Möglichkeiten aufgezeigt.

So ist eine Verbesserung der Genauigkeit durch die externe Messung einer Geschwindigkeit möglich. Es werden dann die einmal zu Geschwindigkeit integrierten Beschleunigungen mit dem Sollwert, meist Null, verglichen und korrigiert (*ZUPT = Zero Velocity Update*). Auf der Ebene des Weges kann ein *Odometer*¹ zur Genauigkeitssteigerung beitragen. Die Richtung kann über eine *Azimuthmessung* verbessert werden. Das Aufsuchen bekannter Positionen durch einen *CUPT (Coordinate Update)* oder ein Update über *GPS* findet auf Koordinatenebene statt.

¹Ein Odometer ist ein Wegmesser.

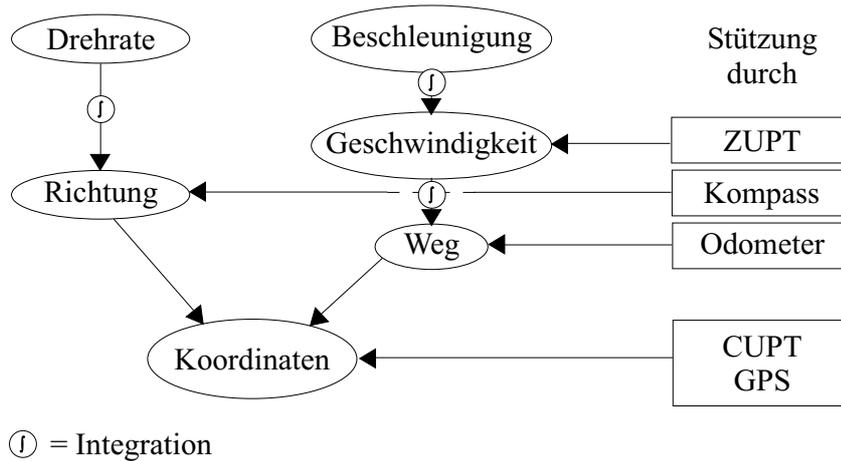


Abbildung 1.3: Möglichkeiten zur Stützung von INS

Ursprünglich existierten nur sog. Plattformsysteme. Hier sind je drei Beschleunigungsmesser und Kreisel entkoppelt von der Drehbewegung des bewegten Körpers auf einer Plattform montiert (*kardanische Lagerung*). Ende der 60er Jahre wurden die ersten *strapdown Systeme* entwickelt, die in der Herstellung preiswerter sind, da auf die aufwändige kardanische Lagerung verzichtet werden kann. Nachteilig hingegen wirkt sich aus, dass der Dynamikbereich der Kreisel größer sein muss, da diese Systeme fest mit dem Träger verbunden sind und jede Bewegung mitmachen müssen. Dadurch steigt der Einfluss der Sensorfehler und der notwendige Rechenaufwand. Durch die schnelle Entwicklung in der Computertechnik, die seit den 80er Jahren anhält, rückt dieses Problem zunehmend in den Hintergrund [SCHWARZ, 1995].

Etwa seit der gleichen Zeit wird auch die kinematische GPS-Technologie verbessert. Dadurch entstand die Möglichkeit die Genauigkeit der aufgrund der Driften nur kurzzeitig stabilen Inertialmessungen durch eine laufende Korrektur über GPS-Positionen enorm zu steigern. Die Inertialmessungen liefern dann interpolierte Positionen für die Trajektorie. Umgekehrt können die Koordinaten aus dem INS die Ambiguitätenlösung von GPS unterstützen, verliert GPS diese aufgrund einer ungünstigen Satelliten-Empfänger Konstellation.

1.3 Einsatz von INS zur Schachtvermessung

Bisher entwickelte [SCHWARZ et al., 1990] ein strapdown Inertialmesssystem zur Pipelinevermessung. Gesucht war die Krümmung von unterirdischen Pipelines und daraus resultierende kritische Stellen, deren Position dann aufgrund der Messungen bestimmt wurde. Gestützt wurden die Messungen durch zusätzliche Geschwindigkeitsmessungen und CUPTs. Gefordert war hier lediglich eine Positionsgenauigkeit von fünf bis zehn Metern, ausreichend, um die Stelle für Reparaturzwecke aufzugraben.

In einer weiteren Anwendung von [SCHWARZ et al., 1990] wurde ein INS zur parallelen Ausrichtung von großen Walzen zur Papierherstellung herangezogen. Hierbei ist eine absolute Bestimmung des Azimuts nicht notwendig, lediglich die relative Ausrichtung. Durch Messung von Doppeldifferenzen wurde eine Genauigkeit von 0.3 mgon erreicht. Die Abnahme der Richtung vom INS kann mechanisch oder über Autokollimation erfolgen.

[HEGER, 1992] verwendete ein strapdown Inertialmesssystem in der Schachtvermessung. In den Schächten des deutschen Steinkohlebergbaus wurde hierzu die Führungsgenauigkeit von Spurlatten

der Schachtförderkörbe bis zu einer Teufe von 1300 *m* untersucht. Mit Hilfe von INS wurden die Fahrdynamik und insbesondere die Beschleunigungen beim Aufprall der Führungsschuhe auf die Spurlatten bestimmt.

[BUIBKAMP, 1984] stellte ein Modell für geodätische Anwendungen der Inertialnavigation unter besonderer Berücksichtigung von Schachtvermessungen auf. Ziel seiner Arbeit war, die Krümmung und Torsion der Bahnkurve, also die Trajektorie des Förderkorbes zu bestimmen. Die Auswertungen basieren jedoch lediglich auf simulierten Daten.

Ebenfalls mit simulierten Messungen arbeitete [SCHRÖDER, 1991] bei der Richtungsübertragung mit einem Strapdown-System. Die erreichten Genauigkeiten lagen damals im Bereich von mehreren Bogensekunden und wären für eine Vorgabe der Vortriebsrichtung im Tunnelbau nicht ausreichend.

[LECHNER, 1987] nutzte ein Inertiales Messsystem zur Bestimmung von absoluten Azimuten durch ein stationäres Alignment. Die Richtungsabnahme erfolgte über einen mit dem INS fest verbundenen Autokollimationsspiegel. Alternativ bestimmte er das Azimut mit INS durch Dreiecksmessungen in Kombination mit elektronischer Distanzmessung.

Die technische Weiterentwicklung der inertialen Messtechnik und ihrer Sensoren in den vergangenen Jahren liefert heutzutage noch bessere Systeme. Zusammen mit dem neuartigen Messkonzept dieser Arbeit wird eine Genauigkeit in der Richtungsübertragung erreicht, die den Anforderungen im Tunnelbau genügt. Das Prinzip bedient sich einer relativen Bestimmung der Richtungsänderung, zusammen mit einer Beobachtungsanordnung, welche die Fehlereinflüsse der Inertialnavigation minimiert.

Die Anschlussrichtung wird von einem Fernziel durch Autokollimation auf einen mit dem INS fest verbundenen Planflächenspiegel sowie auf ein 90°-Dachkantprisma übertragen (Schachtkopf). Durch das Alignment wird das INS im Raum orientiert. In einer kinematischen Messung wird die Orientierung des INS an einen anderen Ort übertragen (Schachtfuß), von dem sie genau so wieder abgenommen wird. Zur Steigerung der Genauigkeit der kinematischen Messung wird die Fahrt in Reversion durchgeführt, um auf die Sensoren wirkende Fehlereinflüsse zu minimieren.

Die innere Genauigkeit ergibt sich aus der Messgenauigkeit des INS sowie der Genauigkeit der von Zentrierungsfehlern freien Autokollimation. Die absolute Genauigkeit für die Richtungsübertragung ist bedingt durch die Kombination der Autokollimation und die Beobachtung von Fernzielen, die durch Tripleprismen signalisiert werden.

1.4 Aufbau der Arbeit

In der Einleitung wurde die Aufgabenstellung und der bisherige Einsatz von INS in der Schachtvermessung skizziert.

Da die Inertialnavigation nicht zu den Standardmessverfahren in der Geodäsie zählt, wird zunächst in Kapitel 2 eine Definition des Gesamtsystems, sowie seiner einzelnen Komponenten und deren Funktionsweise gegeben. Ebenso werden verschiedene technische Realisierungen vorgestellt.

Zu den Grundlagen der Inertialen Messtechnik im Kapitel 3 zählt die Kenntnis der Koordinatensysteme, die notwendig sind, um die Koordinaten des sogenannten Bodysystems im inertialen Bezugsraum darstellen zu können. Die zugehörigen Transformationen werden ebenso erörtert, wie die Bestimmung einer Anfangsposition für die Integration der Messwerte. Eine Beschreibung der Fehlereinflüsse darf hier nicht fehlen.

Dem *Lehrstuhl für Geodäsie* der *Technischen Universität München (TUM)* steht seit November 2001 zusammen mit dem *Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie* ein hochpräzises Inertialnavigationssystem zur Verfügung. In Kapitel 4 wird dieses Messsystem im Speziellen beschrieben. Dazu gehört auch der Ablauf einer Messung und deren Auswertung.

Für das neue Messkonzept zur Übertragung von Richtungen ist neben der Inertialnavigation die Autokollimation ein zentrales Thema. Die Eigenschaften und Vorteile dieses Verfahrens werden im Kapitel 5 aufgezeigt.

Im Kapitel 6 werden die Fehlereinflüsse der inertialen Messtechnik anhand von Formeln diskutiert. Daraus werden verschiedene Beobachtungsanordnungen und -verfahren abgeleitet, um systematische Fehler zu minimieren. Dazu wurden mehrere Messungen im Labor und am Olympiaturm in München durchgeführt, um das Messkonzept empirisch zu untermauern und vorab Erfahrungen für eine Anwendung im Gotthard-Basistunnel zu gewinnen.

Die Anwendung der Richtungsübertragung durch Inertialmesstechnik in Kombination mit Autokollimation auf das konkrete Projekt, den Gotthard-Basistunnel, wird in Kapitel 7 vorgestellt. Mit zwei Messkampagnen wurden die erarbeiteten Messkonzepte im Schacht von Sedrun verifiziert. Zum Schluss dieses Kapitels wird ein Vergleich zu der herkömmlichen Messmethode mittels Vermessungskreisel gezogen.

Ein Fazit mit weiteren möglichen Auswertungsansätzen der Inertialmessungen wird in Kapitel 8 gegeben.

Kapitel 2

Inertiales Navigationssystem

2.1 Definition

Mit einem **Trägheits-** oder **Inertialmesssystem** (*Inertial Measurement Unit (IMU)*) ist man in der Lage, Translationen und Rotationen in und um jeweils drei Achsrichtungen zu messen. Die dazu notwendigen Sensoren sind je drei senkrecht zueinander montierte **Beschleunigungsmesser** und **Kreisel**.

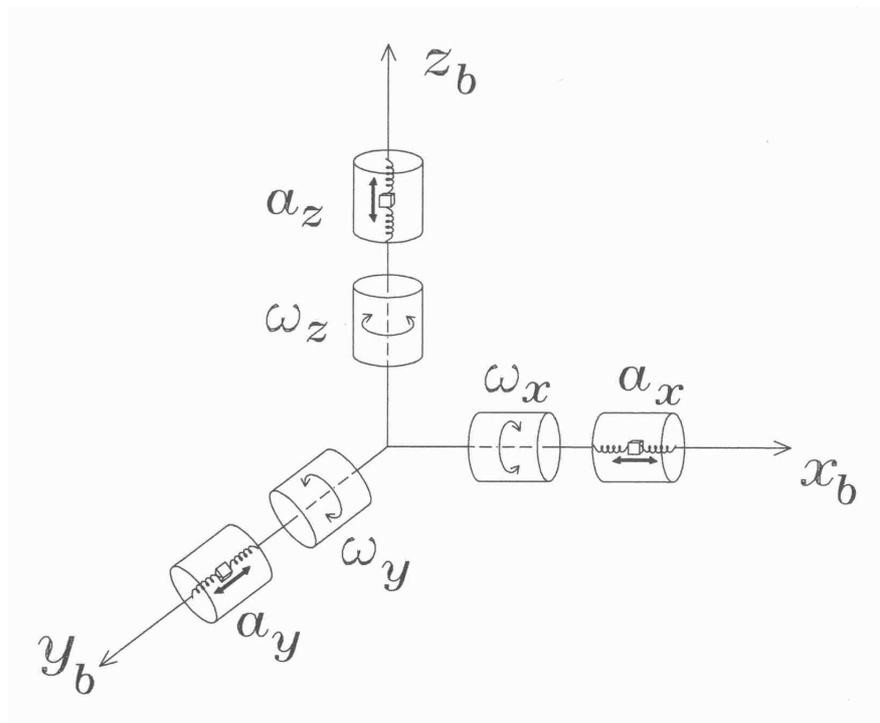


Abbildung 2.1: Prinzip eines inertialen Sensors [FOPPE, 2001]

In Abbildung 2.1 ist der Aufbau schematisch dargestellt. Es sind jeweils ein Kreisel und ein Beschleunigungsmesser koaxial angeordnet.

Klassifikationen

Diese Sensoren für sich werden auch **Inertial Sensor Assembly (ISA)** genannt. In einem **inertialen Messsystem (IMU)** werden die Rohdaten um Maßstabsabweichung und systematische Fehler (Bias) korrigiert. Für ein **inertiales Navigationssystem (Inertial Navigation System, INS)** müssen

die Rohdaten zu **Positionen, Geschwindigkeiten, Einstellungen** und **Kurs** prozessiert werden [EL-SHEIMY, 2002].

Die Beschleunigungssensoren messen die lineare Beschleunigung und die Kreisel nehmen Drehraten jeweils in Bezug auf den inertialen Raum¹ auf. Für diese Sensoren gibt es verschiedene Bauweisen, die im Folgenden aufgeführt werden.

2.2 Beschleunigungsmesser

Grundsätzlich nutzen alle Beschleunigungsmesser das Newtonsche Gesetz über die Trägheit einer Testmasse im Raum aus. Das erste Newtonsche Axiom (**Trägheitsprinzip**) lautet

„Ohne äußere Krafteinwirkung verharrt ein Körper im Zustand der Ruhe oder der geradlinig gleichförmigen Bewegung.“ [KUCHLING, 1991]

Daraus lässt sich das zweite Newtonsche Axiom (**Aktionsprinzip**) ableiten. Wirkt auf einen Körper eine Kraft, so wird er in Richtung dieser Kraft beschleunigt.

„Die wirkende Kraft und die erzielte Beschleunigung sind einander proportional“
(*Philosophiae naturalis principia mathematica, Newton 1687*).

Es gilt also ($\vec{a} \sim \vec{F}$) oder anders ausgedrückt

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}. \quad (2.1)$$

\vec{F} = Kraft, die beschleunigend auf den Körper wirkt
 m = Masse des beschleunigten Körpers
 \vec{a} = erzielte Beschleunigung.

Die Beschleunigungsmesser unterliegen dem Gravitationsfeld der Erde. In einem Schwerfeld wirkt auf jeden Körper die Schwerkraft. Die durch Gleichung (2.1) hervorgerufene Kraft ist die Schwere- oder Erdbeschleunigung. Die Gewichtskraft ist

$$\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}. \quad (2.2)$$

\vec{F}_G = im Schwerfeld wirkende Gewichtskraft des Körpers
 m = Masse des Körpers
 \vec{g} = Schwerebeschleunigung.

Bei Beschleunigungsmessern gibt es viele verschiedene Bauarten. Die meisten Beschleunigungsmesser haben jedoch folgende Bauteile gemeinsam:

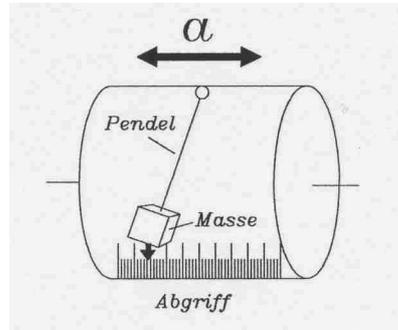
- Eine **Testmasse**, deren Trägheit genutzt wird.
- Ein **Gehäuse**, das die Testmasse über eine Aufhängung mit dem Körper verbindet, dessen Beschleunigung untersucht werden soll.
- Ein **Rückstellsystem**, und eine **Dämpfung** das z. B. durch ein Pendel- oder Feder-System realisiert ist.
- Eine **Ableseeinheit**, die die Auslenkung der Testmasse aus der Nullstellung aufgrund der Beschleunigung abgreifen kann.

¹Dieser Inertialraum hat seinen Ursprung im Geozentrum und ist an den Sternen orientiert. Eine genauere Definition befindet sich in Kapitel 3.

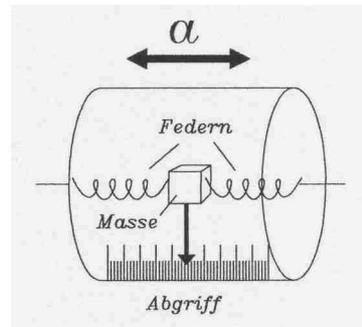
Es gibt verschiedene Konstruktionsprinzipien, die sich in ihrer Anordnung von Testmasse und Aufhängung sowie den verwendeten Abgriffsystemen unterscheiden [LAWRENCE, 1993]:

Pendel-Beschleunigungsmesser

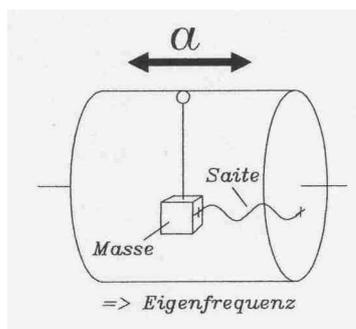
Bei den *Pendel-Beschleunigungsmessern* ist die Testmasse über ein Pendel mit dem Gehäuse verbunden. Die durch eine Beschleunigung \vec{a} erzeugte Auslenkung aus der Mitte kann durch kapazitive oder induktive Weggeber bestimmt werden. Das Prinzip ist in Abbildung 2.2.a schematisch dargestellt.



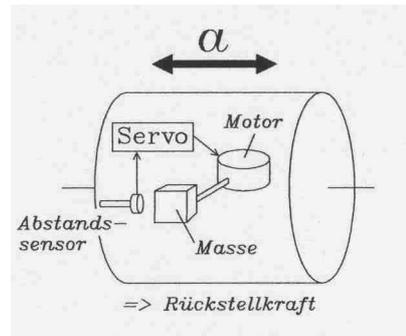
2.2.a: Prinzip eines Pendel-Systems



2.2.b: Prinzip eines Feder-Masse-Systems



2.2.c: Prinzip eines Schwingsaiten-Systems
=> Eigenfrequenz



2.2.d: Prinzip eines Servo-Systems
=> Rückstellkraft

Abbildung 2.2: Konstruktionsprinzipien verschiedener Beschleunigungsmesser [FOPPE, 2001]

Feder-Masse-Beschleunigungsmesser

Wie aus Abbildung 2.2.b ersichtlich, wird bei diesem *Feder-Masse-System* die Testmasse in Messrichtung zwischen Federn eingespannt. Unterliegt die Testmasse einer Beschleunigung \vec{a} , so kann unter Berücksichtigung der Federkonstanten die Auslenkung der Testmasse aus der Nullposition wie bei den Pendelsystemen über kapazitive oder induktive Weggeber abgegriffen werden.

Schwingsaiten-Beschleunigungsmesser

Bei *Schwingsaiten-Systemen* wird die Testmasse an einem Pendel aufgehängt und mit einer schwingfähigen Stahlsaite mit dem Gehäuse verbunden (vgl. Abbildung 2.2.c). Unterliegt die Testmasse nun einer Beschleunigung, so ändert sich die mechanische Spannung der Messsaite und somit auch deren Eigenfrequenz. Die Änderung der Eigenfrequenz ist abhängig von der wirksamen Beschleunigung \vec{a} . Anstelle einer mechanischen Stahlsaite lässt sich der Abgriff auch optisch durch Fiberglas-Leiter oder akustisch durch hochfrequente Wellen (über 100 MHz) verwirklichen. Die Schwingsaiten-Beschleunigungsmesser werden auch als **Vibrating Beam Accelerometer (VBA)** bezeichnet.

Servo-Beschleunigungsmesser

Die *Servo-Beschleunigungsmesser* nutzen als Aufhängung entweder ein Pendel oder ein Feder-Masse-System. Darüber hinaus besitzen sie mit einem Drehmomentmotor oder einem Elektromagneten ein

Stellglied, das die Testmasse konstant in ihrer Position hält. Erfährt die Testmasse nun eine Beschleunigung \vec{a} , so ist die aufzuwendende Rückstellkraft proportional zu dieser wirkenden Beschleunigung. Sie äußert sich in der Höhe der benötigten Stromstärke bzw. -spannung (vgl. Abbildung 2.2.d).

Das Abgriffprinzip wird generell unterschieden zwischen *Open-loop* und *Closed-loop* Beschleunigungsmessern.

- **Open-loop**-Beschleunigungsmesser messen direkt die Verschiebung der Testmasse aus der Nullposition. Eine Kalibrierung der Federung liefert das Maß der spezifischen Kraft, die auf die Testmasse wirkt.
- **Closed-loop**-Beschleunigungsmesser halten die Testmasse in der Nullposition fest und messen die dazu notwendige Kraft, die ein Maß für die Auslenkung ist. Dies geschieht über ein magnetisches Stellglied, das durch einen elektronischen Servomechanismus kontrolliert wird.

Aufgrund der besseren Dämpfung liefern *closed-loop* Beschleunigungsmesser ein „lineareres“ Ausgabesignal. Fehler, die durch eine Abweichung der Testmasse aus ihrer Nullposition entstehen, werden hier rechnerisch berücksichtigt. Durch adaptive Regelkreise kann bei dieser Bauart die Empfindlichkeit eingestellt werden ([HOFMANN-WELLENHOF et al., 2003], [LAWRENCE, 1993]).

2.3 Kreisel

Rotiert ein frei beweglicher Körper und sind seine beiden Hauptträgheitsmomente² gleich groß, so spricht man von einem symmetrischen Kreisel. Wird dieser Kreisel kardanisch gelagert, stellt er ein abgeschlossenes physikalisches System dar und wird als kräfte- oder momentenfrei bezeichnet. Solange keine äußeren Kräfte auf ihn wirken, bleibt der Drehimpuls

$$\vec{p}_D = J \cdot \vec{\omega}, \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \vec{p}_D &= \text{Drehimpuls} \\ J &= \text{Trägheitsmoment} \\ \vec{\omega} &= \text{Winkelgeschwindigkeit} \end{aligned}$$

eines solchen Kreisels unverändert erhalten, er hält also so lange an der Richtung seiner Drehachse im Raum (im sog. Inertialsystem) fest, solange keine andere äußere Kraft in Form eines Drehmomentes auf ihn wirkt. Es gibt jedoch äußere Kräfte, die stets vorhanden sind. So lassen sich Reibungs- und Luftwiderstand bzw. geringe Unwuchten nicht vermeiden. Diese Kräfte verursachen große Driften der Kreisel, die bewirken, dass der Kreisel aus seiner idealen Richtung im Inertialraum abweicht. Die Größe der Drift ist ein Maß für die Qualität eines Kreisels [SNITIL, 2003]. Tabelle 2.1 katalogisiert die Genauigkeitsstufen [JEKELI, 2001]. Die Fehlereinflüsse werden später in Kapitel 3 detaillierter diskutiert.

²Durch jeden beliebigen Körper lassen sich beliebig viele Drehachsen legen, die sich alle im Schwerpunkt schneiden. Bei zwei bestimmten, aufeinander senkrecht stehenden Achsen ist das Massenträgheitsmoment am größten, bzw. am kleinsten. Diese beiden Achsen nennt man Hauptträgheitsachsen des Körpers. Eine stabile Rotation ist nur um diese beiden Achsen möglich. Eine dazu senkrecht stehende Achse wird ebenfalls als Hauptträgheitsachse bezeichnet, eine Rotation um diese Achse ist jedoch nicht stabil.

Anwendung	Drift
kommerziell	0.1 ... 10000 °/Std + > 100 ppm
Navigation	0.001 ... 0.1 °/Std + 1 ... 100 ppm
militärisch	< 0.001 °/Std + < 50 ppm

Tabelle 2.1: Genauigkeitseinteilung von Kreiseln

Die zeitliche Änderung des Drehimpulses ist

$$\frac{d\vec{p}_D}{dt} = \frac{d(J \cdot \vec{\omega})}{dt}. \quad (2.4)$$

Diese Änderung kann mit Hilfe von Kreiseln erfasst werden. Hierzu gibt es eine Vielzahl von verschiedenen Bauweisen, die in [FOPPE, 2001] zusammen gestellt sind.

Grundsätzlich unterschieden wird nach Kreiselsystemen

- **mit mechanischem Rotor.** Diese Kreisel werden auch „echte Kreisel“ genannt, denn es rotiert tatsächlich ein fester Körper um seine Achse. Für diese Kreisel gelten die klassischen Trägheitsgesetze.
- **ohne mechanischem Rotor.** Genau genommen sind dies keine echten Kreisel, sondern Drehratensensoren, da hier keine Testmasse rotiert. Im allgemeinen Sprachgebrauch hat sich jedoch trotzdem der Begriff *Kreisel* eingebürgert.

2.3.1 Mechanische Kreisel

Das Prinzip eines echten, mechanischen Kreisels ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Bewegt sich der äußere Rahmen, so bleibt die träge Masse aufgrund der Trägheit ihrer Rotation ruhig im Inertialraum stehen und die Aufhängung (Kardanring) verstellt sich. Diese Verdrehung kann als Drehrate abgegriffen werden (open loop).

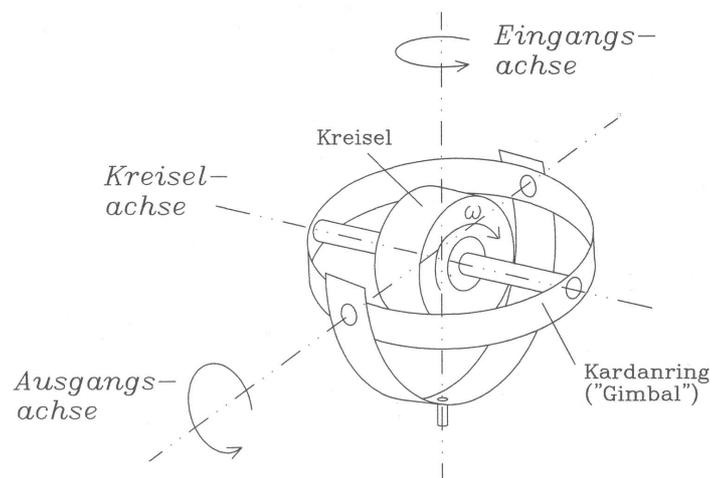


Abbildung 2.3: Prinzip eines mechanischen Kreisels [FOPPE, 2001]

Die mechanischen Kreisel werden eingeteilt in

- **Kreisel mit einem Freiheitsgrad** (*Single Degree of Freedom Gyro, SDFG*): diese einachsige gefesselten Kreisel funktionieren nach dem Grundprinzip der mechanischen Kreisel,

- **Kreisel mit zwei Freiheitsgraden** (*Two Degree of Freedom Gyro, TDFG*): dazu zählen die Vermessungskreisel und
- **dynamisch abgestimmte Kreisel** (*Dry Tuned Gyro, DTG*): bei diesen Kreiseln werden die Kardangelenke durch Blattfedern ersetzt. Von der Tatsache, dass keine Lagerflüssigkeit notwendig ist, stammt auch die Bezeichnung „trocken“.

2.3.2 Optische Kreisel

Wie bereits erwähnt besitzen die optischen Kreisel keine rotierenden Bauteile, sondern nutzen den Sagnac-Effekt aus. Hier durchläuft ein Lichtstrahl einen Leiter in zwei gegenläufigen Richtungen. Die Umlaufzeit ist im unbewegten Zustand für beide Richtungen gleich. Rotiert nun der Lichtleiter, so muss der gegen Rotationsrichtung laufende Lichtstrahl einen weiteren Weg zurück legen, wohingegen sich der Weg für den Lichtstrahl in Rotationsrichtung verkürzt.

Anschaulich ist dies in Grafik 2.4 dargestellt. Die linke Abbildung a) zeigt das ruhende System vor der Drehung. Nach Rotation liegt das rechte System wie in b) vor. Es ist deutlich zu erkennen, dass es einen Wegunterschied für die beiden gegenläufigen Lichtstrahlen gibt.

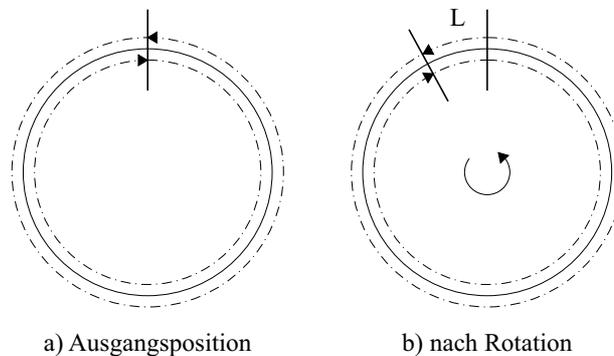


Abbildung 2.4: Der Sagnac-Effekt

Für die extra Distanz aufgrund des Sagnac-Effekts ΔL gilt

$$\Delta L = \frac{4\omega}{c} \cdot A. \quad (2.5)$$

- ω = Drehrate
- c = Lichtgeschwindigkeit
- A = Querschnittsfläche.

Vorweg genommen sei an dieser Stelle, dass vorwiegend zwei optische Kreiseltypen eingesetzt werden. Für die Fläche des Querschnitts der Ringlaserkreisel ist A die vom Laserstrahl eingeschlossene Fläche. Bei fiberoptischen Kreiseln berechnet sie sich zu

$$A = n \cdot \omega \cdot \frac{d^2}{4} = \frac{1}{4} \cdot L \cdot d \quad (2.6)$$

- n = Anzahl der Windungen
- d = Durchmesser des Spule
- L = Länge der Glasfaser.

Aufgrund der Wegdifferenz ergibt sich eine Phasenverschiebung, die durch Überlagerung der beiden Laserstrahlen in Form eines Interferenzmusters sichtbar wird. Die Phasenverschiebung ist ein Maß

für die Rotation des Sensors. Dies ist die klassische Interpretation des Sagnac-Effektes und ist legitim für einen materiellen Signalträger, der mit einer Geschwindigkeit rotiert, die deutlich kleiner ist als Lichtgeschwindigkeit.

Betrachtet man das System unter allgemein relativistischer Sichtweise, so sieht ein fester Beobachter die umlaufenden Lichtstrahlen mit Signal- bzw. Relativgeschwindigkeit. Der Betrag der Geschwindigkeit müsste größer sein, als die Signalgeschwindigkeit, was nach der Einsteinschen Relativitätstheorie bei dem Trägermedium Licht nicht möglich ist.

Definiert man jedoch für die Zeitmessung das System mit dem „verlängerten“ Laufstrahl als Referenzsystem, so vergeht im „verkürzten“, da stärker bewegten System die Zeit langsamer. Damit ist der Laserstrahl nach einem Umlauf *jünger* als der in Drehrichtung laufende und hat somit eine andere Phasenlage. Diese Betrachtung liefert das gleiche Ergebnis und ist möglich, da sich das Laserlicht mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet und somit den Gesetzen der allgemeinen Relativitätstheorie unterliegt ([LAWRENCE, 1993], [DEPPNER, 1999]).

Faseroptische Kreisel

Faseroptische Kreisel (Fiber-Optic-Gyros, FOG) messen die Phasendifferenz von zwei Lichtstrahlen, die gegenläufig durch eine Spule aus Glasfaser laufen. Aufgenommen wird diese Phasendifferenz von einem Photodetektor, der ein elektrisches Signal proportional zur Lichtstärke der Welle generiert.

Abbildung 2.5 stellt eine Prinzipskizze dar. Licht der Wellenlänge λ_W wird von einer Quelle emittiert. An einem Strahlteiler wird das Licht in zwei Richtungen aufgespalten und durchläuft mit Lichtgeschwindigkeit c die Lichtleiterfaser. Die Form des Lichtleiters spielt keine Rolle, daher wird der Leiter aufgerollt, damit man eine größere Phasendifferenz für eine gegebene Rotation und somit eine größere Sensitivität des Kreisels erhält. Die Empfindlichkeit der faseroptischen Kreisel ist proportional zur eingeschlossenen Fläche.

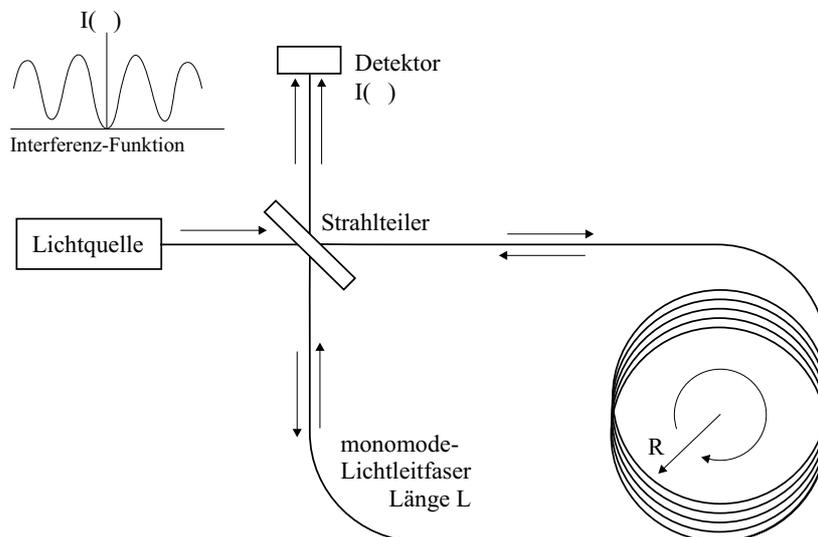


Abbildung 2.5: Prinzip eines faseroptischen Kreisels

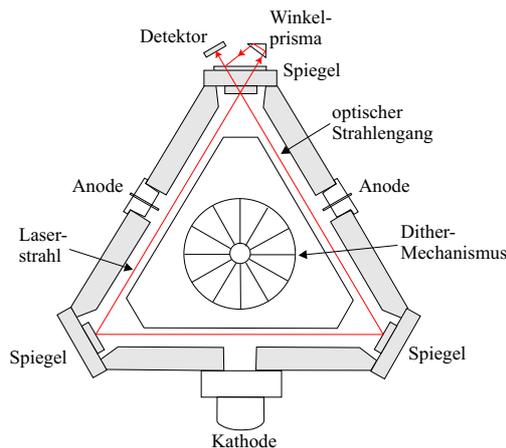
Die faseroptischen Kreisel enthalten wie die Ringlaser keine beweglichen Teile. Ein weiterer Vorteil besteht in ihrem sparsamen Energieverbrauch. Aufgrund ihrer Robustheit und Zuverlässigkeit eignen sie sich auch für den Einsatz in rauher, dynamischer Umwelt. Sie sind preiswert, pflegeleicht und langlebig. Ihr Ausgabesignal ist linear und ihre Driften erreichen theoretisch die Genauigkeiten der Ringlaser. In der Praxis jedoch sind Ringlaser erheblich genauer aber auch teurer.

Zudem sind die Fehlerquellen der FOG nicht zu unterschätzen. Die Lichtstrahlen können sich aufgrund der unterschiedlichen Polarisation der gegenläufigen Strahlen nicht identisch durch das Fiberglas fortsetzen und sind deshalb nicht umkehrbar. Die Polarisation ändert sich wegen der Bewegung durch die Spule für beide Lichtstrahlen gleichermaßen. Weitere Fehler entstehen durch das **Rayleigh scattering**³ wegen Änderungen im Brechungsindex der Glasfaser. Dies entspricht wieder der Kopplung der beiden Umlaufsinne und trägt somit zu Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Phasendifferenz bei. Die Änderung des Brechungsindex durch ein Magnetfeld wird als **Kerr-Effekt**⁴ bezeichnet. Dieser Fehler kann so groß werden, dass er die Sagnacphase überlagert und muss daher minimiert werden.

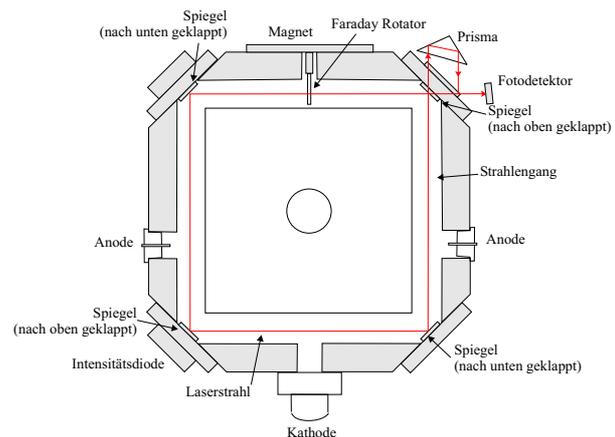
Typische Driften für FOG betragen $0.5 - 150 \text{ }^\circ/\text{Std}$. Der Trend in der Entwicklung geht bereits in Richtung der Driften von der Ringlaser in einer Größenordnung von $0.001 \text{ }^\circ/\text{Std}$. Der unkompenzierte Skalenfaktorfehler liegt bei 100 bis mehr als 1000 *ppm* ([JEKELI, 2001]).

Ringlaser

Bei einem *Ringlaser* (*Ring-Laser-Gyro*, *RLG*) durchläuft ein Laserstrahl einen Glasblock in zwei gegenläufigen Richtungen. Der Laserstrahl wird mit mehreren Spiegeln innerhalb des Glasblocks gehalten. Die Firma *Honeywell Inc. (Phoenix, USA)* verwendet für ihre Ringlaserkreisel drei Spiegel. Diese bilden einen Resonator. Zusammen mit einem Verstärkungsmedium wird das ganze Gebilde zu einem Laser. Eine schematische Darstellung befindet sich in Abbildung 2.6.a. Eine Steuereinheit kontrolliert die Länge des Strahlengangs.



2.6.a: Ringlaserkreisel von Honeywell



2.6.b: Ringlaserkreisel von Litton

Abbildung 2.6: Bauweisen von Kreiseln

Um den **Lock-In-Effekt**⁵ der Kreisel zu verhindern, nutzt *Honeywell* das **Dithering**. Dazu wird eine künstliche Nullpunktabweichung in Form einer gleichförmigen alternierenden Rotation um die sensitive Achse eingeführt. Das Ausgangssignal ist davon nicht betroffen, da die Integration einer gleichförmig oszillierenden Bewegung in der Summe Null ergibt. Ausgegeben wird also lediglich die tatsächliche Drehung. In dem kurzen Moment des Ditherings, in dem sich die Drehrichtung ändert, unterliegt der Kreisel allerdings immer noch dem Lock-In-Effekt. Dies geschieht zwei mal je Ditherphase.

³Rayleigh scattering bezeichnet die Streuung von Licht aufgrund von Molekülen, die kleiner sind als die Wellenlänge des Lichtes. Es tritt vor allem dann auf, wenn sich Licht in einem Gas bewegt, aber auch in festen oder flüssigen Körpern.

⁴Der Kerr-Effekt ist definiert als die Drehung der Polarisationsachse und eine Änderung der Elliptizität von Licht durch ein elektrisches Feld in einem Medium.

⁵Der Lock-In-Effekt entsteht durch Kopplung der beiden Umlaufsinne und führt zur Synchronisation der optischen Frequenzen. Unterhalb eines Schwellwertes verschwindet das Sagnacsignal.

Die Firma *Litton Industries (Toronto, Kanada)* dagegen hat sich für eine Bauart mit vier Spiegeln entschieden, wie aus Abbildung 2.6.b hervor geht. Diese sind nötig, um den Lock-In Effekt mit einem einzigen **Faraday Rotator** zu umgehen. Hier laufen vier Lichtstrahlen, je zwei links- und rechts-zirkular polarisiert, durch den Strahlengang. Der Faraday Rotator dient der Entkoppelung der beiden Umlaufsinnne.

Da die Anzahl der Wellenlängen im Leiter immer konstant bleiben muss, bleibt nur eine Änderung der Wellenlänge bzw. der Frequenz, wenn sich scheinbar die Länge durch eine Rotation verändert. Die Ringlasergleichung lautet

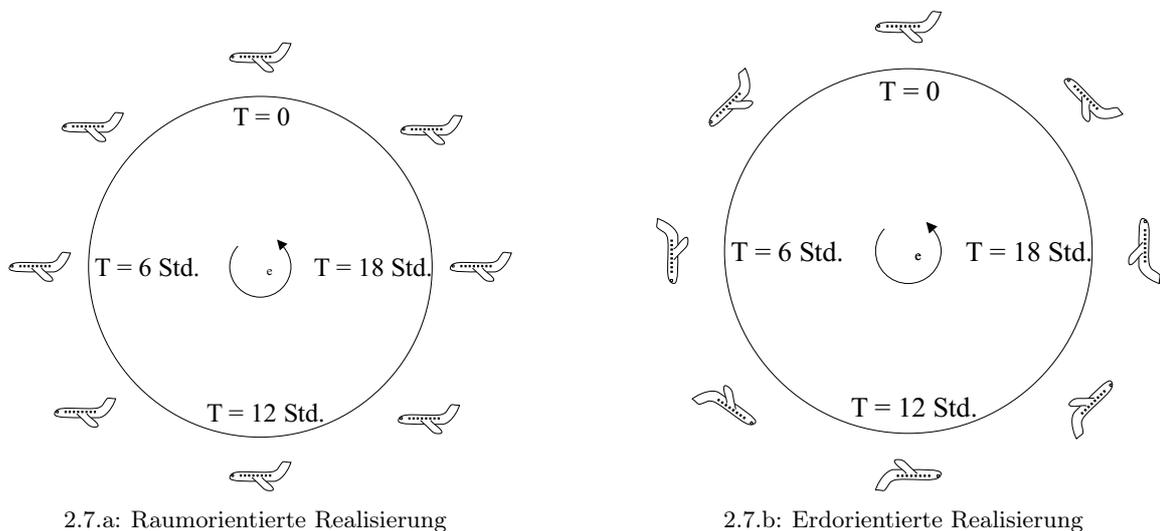
$$\Delta f = \frac{4 A}{\lambda_W P} \vec{n} \vec{\omega}, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \Delta f &= \text{Sagnacfrequenz} \\ \frac{4 A}{\lambda_W P} &= \text{Skalenfaktor} \\ \vec{n} &= \text{Normalenvektor} \\ \vec{\omega} &= \text{Rotationsvektor.} \end{aligned}$$

Die gegenläufigen Lichtstrahlen erzeugen unter Rotation aufgrund der unterschiedlichen Frequenzen ein Randmuster mit Interferenzen. Aus diesen Rändern lässt sich direkt die Drehrate ableiten. Die Form des Weges und das Zentrum (Input-Achse) der Rotation sind unabhängig vom Sagnac-Effekt, solange sie senkrecht zur Ebene der Rotation stehen.

2.4 Technische Realisierungen

Nach Art der Orientierung des Inertialnavigationssystems unterscheidet man **raumorientierte**, **erdorientierte** und **trägerorientierte** (*strapdown*) **Systeme** [BOSE, 2000]. Abbildung 2.7 zeigt die unterschiedliche Orientierung des INS während einer vollen Erdumdrehung.



2.7.a: Raumorientierte Realisierung

2.7.b: Erdorientierte Realisierung

Abbildung 2.7: Orientierung eines INS während 24 Stunden im Inertialraum

Bei einem raumorientierten System dreht sich die Erde unter dem System weg. Es bleibt wie in Abbildung 2.7.a im Raum immer gleich ausgerichtet. Das erdorientierte System in Abbildung 2.7.b ist an das erdfeste Koordinatensystem gebunden. Es ist an die Schwerkraft der Erde gekoppelt. Eine ausführliche Beschreibung der Koordinatensysteme erfolgt später in Kapitel 3. Die raum- und erdorientierten INS bedürfen einer *kardanischen Aufhängung*, die es ermöglicht, die Sensoren dem

entsprechenden Koordinatensystem nachzuführen. In einem strapdown System dagegen sind die Sensoren fest mit dem Träger verbunden. Die Achsen des Sensorsystems weisen stets in die gleiche Richtung wie die Achsen des Bodysystems. Daher müssen die Sensoren einen weitaus größeren Arbeitsbereich aufweisen. Um die Orientierung der Achsen im Navigationsrahmen zu erhalten ist ein wesentlich größerer Rechenaufwand notwendig. Sie wird durch die *Einstellwinkel* wie in Abbildung 2.8 beschrieben.

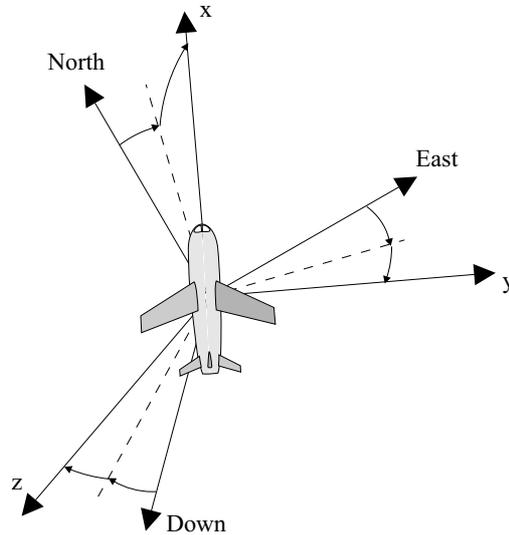


Abbildung 2.8: Orientierung der Achsen

Eine Drehung um die z-Achse wird im allgemeinen **Kurswinkel** oder **Azimet** ψ genannt. Der **Rollwinkel** φ beschreibt eine Drehung um die x-Achse. θ gibt den **Nickwinkel** als Drehung um die y-Achse an (vgl. Abbildung 2.8).

Transformiert man die gemessenen inertialen Drehraten und Beschleunigungen in den Navigationsrahmen, so können durch ein- bzw. zweimalige Integration über die Zeit Richtungen bzw. ein zurückgelegter Weg berechnet werden. Aus den Richtungen und Strecken können dann Positionen berechnet werden. Diese Integration an sich ist einfach. Kompliziert wird die Bearbeitung der Daten wegen der vielen verschiedenen Koordinatensysteme vom Inertialsystem bis hin zum Body-System, Sensorfehlern und natürlich einem Grundrauschen in den Messdaten. Diese Grundlagen der Inertialnavigation werden im folgenden Kapitel 3 eingehend beschrieben.

Kapitel 3

Grundlagen der Inertialen Messtechnik

Durch die Vielzahl der benötigten Koordinatensysteme und zugehörigen Transformationen sind die mathematischen Grundlagen der Inertialmesstechnik sehr komplex. In diesem Kapitel soll Schritt für Schritt erläutert werden, warum und welche Koordinatensysteme eingeführt werden; denn Grundvoraussetzung für das Verständnis der inertialen Messtechnik ist die Kenntnis über die verwendeten Koordinatensysteme, die vom Body- zum Inertialsystem führen.

3.1 Koordinatensysteme

Ein *Koordinatensystem* beinhaltet die mathematischen und physikalischen Definitionen, um das System zu beschreiben. Die tatsächliche Realisierung dieses Systems wird als *Koordinatenrahmen* zusammengefasst.

Würden die Messwerte auf einer flachen Erde vorliegen, könnten die Positionen der inertialen Plattform leicht berechnet werden. Hierzu definiert man zunächst ein Koordinatensystem. Naheliegender ist, eine Achse in Nordrichtung und eine zweite Achse, senkrecht dazu, in Ostrichtung zu wählen.

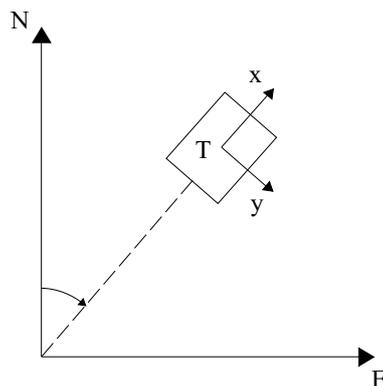


Abbildung 3.1: Ausrichtung des Body-Systems (IMU)

Das Koordinatensystem der Sensoren ist das **xyz-System** (*s-Rahmen*). Sind diese Sensorachsen gleichgerichtet mit dem Träger des Systems *T* verbunden, so ist das s-System identisch mit dem **Body-System** mit Index *b*. Ansonsten fällt eine zusätzliche Transformation an. Der Koordinatenrahmen wird im späteren Teil als *b-Rahmen* bezeichnet. Im Rahmen dieser Arbeit werden diese Systeme als identisch betrachtet, da ein etwaiger Unterschied keinen Einfluss auf die hier vorliegenden Messungen hat.

Unterstellt man, dass der Beschleunigungsmesser der x-Achse dieses strapdown-Systems anfänglich nach Norden zeigt, so weist der Beschleunigungsmesser der y-Achse nach Osten. So gewinnt man die Bewegung in Bezug auf das eben definierte Koordinatensystem. Wäre das *North-East-System* ein Inertialsystem, so würden die Beschleunigungsmesser die Beschleunigungen im Inertialsystem messen. Die Ausgabe erfolgt jedoch im xyz-/Body-System. Ist der Kurs ψ bekannt, so kann im *North-East-System* navigiert werden. Ein auf der z-Achse montierter Kreisel misst die Änderung des Kurses ω_z . Der Kreisel gibt also

$$\omega_z = \frac{d\psi}{dt} \quad (3.1)$$

aus. Da der Kurswinkel ψ ursprünglich zu Null gewählt wurde, liefert das Integral ω_z den Drehwinkel ψ als eine Funktion der Zeit. Mit diesem Drehwinkel erhält man

$$\begin{pmatrix} a_N \\ a_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

- a_N = Beschleunigung in Nordrichtung
- a_E = Beschleunigung in Ostrichtung
- ψ = Kurswinkel
- a_x = Beschleunigung in Richtung der x-Achse des Sensors
- a_y = Beschleunigung in Richtung der y-Achse des Sensors.

Ist die Anfangsorientierung bekannt, so kann unter Kenntnis des Winkels ψ das Koordinatensystem der Inertialen Messeinheit leicht nach Gleichung (3.2) in das genordnete System überführt werden. a_N und a_E können nun integriert werden und man erhält die Geschwindigkeit und die Position im *North-East-Frame*. Die Achsen dieses sogenannten Body-Systems sind in Abbildung 3.1 mit y bzw. x bezeichnet. Der Winkel ψ kann entweder durch ein sog. *Alignment*¹ bestimmt werden oder muss anderweitig bekannt sein. Die Winkeländerung, verursacht durch eine Bewegung der IMU, wird von dem Kreisel in der z-Achse des Body-Systems als Drehrate gemessen. Den Kurswinkel ψ erhält man dann aus der Integration dieser Drehrate.

Das bisher beschriebene zweidimensionale Modell enthält grundsätzlich alle charakteristischen Eigenschaften eines Inertialnavigationssystems. Auf der dreidimensionalen Erde wirken auf die Sensoren jedoch weitere Kräfte. Im Folgenden sollen diese Aspekte dem bisherigen Modell hinzugefügt werden. Die Erweiterung zur dritten Dimension erfordert eine weitere Achse mit einem Beschleunigungsmesser in z-Richtung, und zwei zusätzlichen Kreiseln in der x- und y-Achse.

Der dreidimensionale Raum unserer Erde unterliegt der Gravitationsbeschleunigung. Diese beträgt $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$. Das genordnete und nach Osten ergänzte System erhält also eine weitere Komponente, nämlich den Schwerevektor nach unten (Rechtssystem). Dieses System wird üblicherweise als **North-East-Down-System (NED-Koordinatensystem)** benannt und mit Index n versehen. Der n -Rahmen ist auch der Navigationsrahmen. Er definiert für jeden Punkt auf der Erdoberfläche ein lokales Koordinatensystem (vgl. Abbildung 3.2).²

Die vom INS gemessene Beschleunigung \vec{a} ist jedoch bezogen auf das später eingeführte Inertialsystem. Für die resultierende Beschleunigung auf das INS gilt somit

¹Eine genaue Beschreibung der Vorgänge während des Alignments befindet sich weiter unten.

²Gelegentlich, wenn auch unkonventioneller, wird auch das *East-North-Up-System (ENU)* verwendet. Dieses Koordinatensystem bezeichnet analog ein lokales System auf der Erdoberfläche, dessen x-Achse nach Osten orientiert ist. Die y-Achse weist Richtung geographisch Nord und die z-Achse ergänzt das Rechtssystem nach oben.

$$\vec{a}_r = \vec{a} - \vec{g} \quad (3.3)$$

\vec{a}_r = resultierende Beschleunigung
 \vec{a} = von IMU gemessene Beschleunigung
 \vec{g} = Schwerebeschleunigungsvektor.

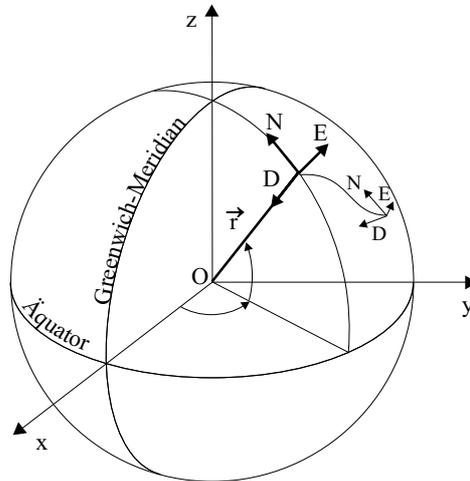
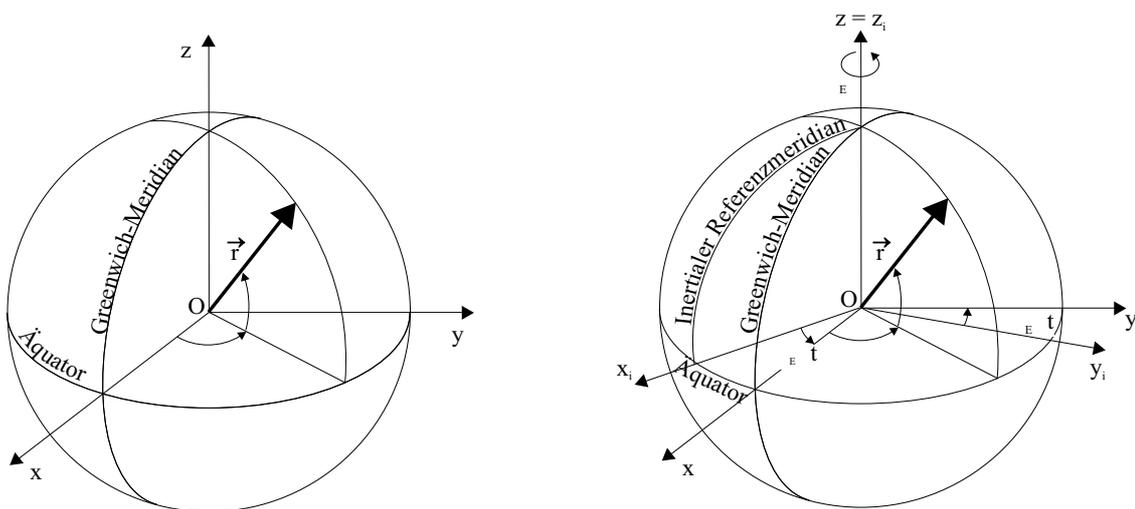


Abbildung 3.2: Koordinatensystem North-East-Down

Aus Abbildung 3.2 geht ebenfalls hervor, dass die Lage aller NED-Systeme mit Hilfe von ellipsoidischen Koordinaten zusammengefasst werden kann. Diese können leicht in kartesische Koordinaten umgerechnet werden. Der Ursprung dieses Systems liegt im Geozentrum. Die Rotationsachse ist parallel zur z-Achse. Die x-Achse ist identisch mit der Schnittgeraden der Äquatorebene mit der Bezugsmeridianebene durch Greenwich. Die y-Achse ergänzt dieses System zum Rechtssystem.



3.3.a: Earth-centered earth-fixed Koordinatensystem

3.3.b: Earth-centered star-fixed Koordinatensystem (Inertialsystem)

Abbildung 3.3: Zusammenhang zwischen ECEF- und ECSF-Koordinatensystem

Es handelt sich hier um ein erdfestes System, das im Erdmittelpunkt gelagert ist (vgl. Abbildung 3.3.a). In der Literatur wird dieses Koordinatensystem daher auch als **earth-centered earth-**

fixed, kurz **ECEF**-System bezeichnet (*e-Rahmen*). Jeder einzelne Punkt des Systems ist durch die Angabe der ellipsoidischen Länge λ und Breite ϕ sowie dem radialen Abstand $|\vec{r}|$ eindeutig bestimmt.

Nachdem die IMU im irdischen dreidimensionalen Raum nicht nur der Gravitation sondern auch der Erddrehung unterliegt, muss ein weiteres Koordinatensystem, das sogenannte **Inertialsystem**, (*i-Rahmen*) eingeführt werden (vgl. Abbildung 3.3.b). Der Ursprung bleibt im Geozentrum bestehen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ s ist die z_i -Achse wiederum identisch mit der Rotationsachse der Erde. Die x_i -Achse verläuft durch die Schnittgerade der Äquatorebene mit dem Bezugsmeridian in Greenwich. Die y_i -Achse ergänzt zum Rechtssystem. Seit dieser Zeit rotiert dieses Koordinatensystem um die z_i -Achse mit der Erddrehrate von etwa $15.04^\circ/\text{Std}$. Da dieses System an den Sternen orientiert werden kann, die fest im Raum stehen, wird es auch **earth-centered star-fixed**-Koordinatensystem, kurz **ECSF**-System genannt [STOVAL, 1997]. Die *Corioliskraft* aufgrund der Erdrotation muss berücksichtigt werden.

Puristisch betrachtet handelt es sich hierbei immer noch nicht um ein Inertialsystem, da noch weitere Einflüsse wie die Corioliskraft wegen der Rotation der Erde um die Sonne oder die Gravitationskräfte von Sonne und Mond wirken. Diese Einflüsse sind aber im Rahmen der Inertialmesstechnik vernachlässigbar [JEKELI, 2001].

3.2 Transformationen

Wie bereits erwähnt, erfassen die Sensoren die Beschleunigungen und Drehraten im Body-System, aber bezogen auf den Inertialraum. Die dazu notwendigen Koordinatensysteme wurden oben beschrieben. Verknüpft sind diese Koordinatensysteme durch eine Reihe von Transformationen. Diese Transformationen sind invertierbar, sie können also in beiden Richtungen durchgeführt werden.

Grundsätzlich besteht eine Transformation aus einem *Maßstab*, einer *Translation*, und einer *Rotation*, die in den Transformationsparametern angegeben werden. Je nach Art der Transformation variiert die Anzahl dieser Parameter.

Alle eingeführten Koordinatensysteme sind im metrischen System definiert. Lediglich die Koordinatensysteme der Sensoren selbst können einen unterschiedlichen Maßstab aufweisen. In der Praxis aber werden diese Messdaten entsprechend skaliert, um sie in das metrische System zu überführen. Eine eventuell vorliegende Translation kann einfach durch Anbringung eines Verschiebungsvektors realisiert werden.

Weitaus komplizierter ist die Beschreibung der Rotationen. Da sich die eingeführten Koordinatensysteme auf drei orthogonale Achsen beschränken, sind drei Drehwinkel ausreichend, um ihre relative Lage festzulegen.

Eulerwinkel

Eine gängige Methode, Rotationen im dreidimensionalen Raum zu beschreiben ist die Angabe von drei *Eulerwinkeln*. Die Rolldrehung φ um die x-Achse wird durch

$$\vec{R}_x(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

angegeben. Der Nickwinkel θ dreht um die y-Achse mit

$$\vec{R}_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

und das Azimut ψ wird als Drehung um die z-Achse dargestellt als

$$\vec{R}_z(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Werden Roll-, Nick- und Azimutdrehung hintereinander ausgeführt, so ergibt sich die Transformation vom NED-System in das Body-System

$$\vec{C}_n^b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

\vec{C}_n^b beinhaltet nach den Regeln der Matrizenrechnung eine positive Drehung um die nach unten gerichtete z-Achse um den Azimutwinkel ψ , danach eine Drehung um die neue y-Achse um den Nickwinkel θ und schließlich eine Drehung um die letztendliche x-Achse mit dem Rollwinkel φ .

In der Inertialnavigation ist v. a. die Transformation vom Body- ins NED-System von Bedeutung. Da die Eulerschen Drehmatrizen orthogonal sind, entsprechen ihre Inversen den Transponierten. Sind die Winkel φ , θ und ψ bekannt, so ergibt sich für die invertierte Transformation vom Body- ins NED-System

$$\vec{C}_b^n = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Ausmultipliziert ergibt sich \vec{C}_b^n dann zu

$$\vec{C}_b^n = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi & \cos \psi \sin \theta \cos \varphi + \sin \psi \cos \varphi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi & \sin \psi \sin \theta \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

[STOVAL, 1997], [JEKELI, 2001]. Die Beschreibung der in der Inertialnavigation notwendigen Rotation durch Eulerwinkel hat das Arbeiten mit mehreren Einzeldrehungen zur Folge. Rechenzeiten können dadurch stark verlängert werden, da sehr große Datenmengen zu verarbeiten sind. Es ist naheliegend, für die Rotation einfachere Algorithmen zu verwenden. Eine davon ist die Einführung des *Richtungskosinus*.

Richtungskosinus

Die zwei ineinander zu überführenden Koordinatensysteme werden hier durch den jeweiligen Positionsvektor in beiden Systemen repräsentiert. Der Vektor \vec{r}^n , stellvertretend für den n-Rahmen hat im Zielsystem die Form

$$\vec{r}^n = r_1^n \cdot \vec{e}_1^n + r_2^n \cdot \vec{e}_2^n + r_3^n \cdot \vec{e}_3^n \quad \text{bzw.} \quad r_i^n = \vec{e}_i^n \cdot \vec{r}^n \quad \text{mit } i = 1, 2, 3. \quad (3.10)$$

Im Quellsystem, ist der Positionsvektor \vec{r}^b analog definiert als

$$\vec{r}^b = r_1^b \cdot \vec{e}_1^b + r_2^b \cdot \vec{e}_2^b + r_3^b \cdot \vec{e}_3^b \quad \text{bzw.} \quad r_j^b = \vec{e}_j^b \cdot \vec{r}^b \quad \text{mit } j = 1, 2, 3. \quad (3.11)$$

Der Einheitsvektor des Quellsystem ist im Zielsystem durch

$$c_{i,j} = \vec{e}_i^n \cdot \vec{e}_j^b \quad (3.12)$$

gegeben und damit gilt für die Darstellung der Einheitsvektoren im Zielsystem

$$\vec{e}_j^b = c_{1,j} \cdot \vec{e}_1^n + c_{2,j} \cdot \vec{e}_2^n + c_{3,j} \cdot \vec{e}_3^n. \quad (3.13)$$

Ersetzt man in Gleichung (3.11) jedes j durch (3.13) und zieht den Vergleich mit (3.10), so erhält man die Gleichung in Vektorform

$$\vec{r}^n = \vec{C}_b^n \cdot \vec{r}^b \quad (3.14)$$

mit der Transformationsmatrix \vec{C}_b^n

$$\vec{C}_b^n = \begin{pmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & c_{1,3} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & c_{2,3} \\ c_{3,1} & c_{3,2} & c_{3,3} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\vec{e}_1^b} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\vec{e}_2^b} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\vec{e}_3^b}$

Aus Gleichung (3.12) und der Eigenschaft des Skalarprodukts geht hervor, dass der jeweilige Koeffizient $c_{i,j}$ der Kosinus zwischen der i -ten Zielachse und der k -ten Quellachse ist. Daher wird diese Matrix auch *Richtungskosinusmatrix* genannt. Wie in Gleichung (3.15) angegeben enthält die Richtungskosinusmatrix die Einheitsvektoren des Quellsystems.

Die Spalten und Zeilen von \vec{C}_b^n sind jeweils gegenseitig orthogonal. Daher gilt nach den Gesetzen für orthogonale Matrizen

$$\vec{C}_b^n (\vec{C}_b^n)^T = \vec{I} \Rightarrow \vec{C}_n^b \equiv (\vec{C}_b^n)^{-1} = (\vec{C}_b^n)^T, \quad (3.16)$$

dass die inverse Matrix von \vec{C}_b^n demnach gleich ihrer Transponierten ist. Die Matrix hat einen Freiheitsgrad von drei, da die neun Elemente der Transformationsmatrix von einander abhängig sind.

Eine dritte Möglichkeit zur Beschreibung der Rotationen erfolgt durch *Quaternionenalgebra*. Diese Methode ist komplexer, jedoch eleganter und wird daher am häufigsten angewandt.

Quaternionen

Eine *Quaternion* ist eine höhere komplexe Zahl, die als geordnetes Quadrupel reeller Zahlen durch

$$\Omega = q_0 e_0 + q_1 e_1 + q_2 e_2 + q_3 e_3 \quad (3.17)$$

dargestellt wird [BLASCHKE, 1960]. Die Summe wird durch

$$\Omega + \Omega' = \sum (q_i + q'_i) e_i \quad (3.18)$$

und das Produkt über

$$\Omega \cdot \Omega' = \sum q_i q'_j e_i e_j \quad (3.19)$$

hergeleitet. Für die Einheiten e gelten die Produktregeln

$$\begin{aligned} e_0 e_i &= e_i e_0 = e_i, \\ e_i e_i &= -e_0 \quad (i = 1, 2, 3), \\ e_i e_j &= -e_j e_i = e_k \quad (i, j, k = 1, 2, 3 \text{ u.z.v.}). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Aus (3.20) folgt

$$e_0 = 1 \quad (3.21)$$

und somit lässt sich die Tafel

e_0	e_1	e_2	e_3	(3.22)
e_1	$-e_0$	$+e_3$	$-e_2$	
e_2	$-e_3$	$-e_0$	$+e_1$	
e_3	$+e_2$	$-e_1$	$-e_0$	

aufstellen. Es gilt das Assoziativgesetz, jedoch nicht das Kommutativgesetz. Ein Vektor ist definiert durch die Summe aus (3.17) und deren konjugierter Quaternion

$$\bar{\mathfrak{Q}} = q_0 e_0 - q_1 e_1 - q_2 e_2 - q_3 e_3, \quad (3.23)$$

wenn gilt

$$\mathfrak{Q} + \bar{\mathfrak{Q}} = 2 q_0 = 0. \quad (3.24)$$

Der Vektor ergibt sich dann zu

$$\mathfrak{q} = q_1 e_1 + q_2 e_2 + q_3 e_3. \quad (3.25)$$

Die Norm ist festgelegt durch das Produkt aus (3.17) und (3.23)

$$\mathfrak{Q}\bar{\mathfrak{Q}} = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2. \quad (3.26)$$

Führt man die Vektoren nach (3.25)

$$\begin{aligned} \mathfrak{r} &= r_1 e_1 + r_2 e_2 + r_3 e_3, \\ \mathfrak{r}' &= r'_1 e_1 + r'_2 e_2 + r'_3 e_3 \end{aligned} \quad (3.27)$$

und die genormte Quaternion

$$\mathfrak{D}\bar{\mathfrak{D}} = N(\mathfrak{D}) = 1 \quad (3.28)$$

ein, so stellt die Transformation

$$\mathfrak{r} = \bar{\mathfrak{D}} \mathfrak{r}' \mathfrak{D} \quad (3.29)$$

eine eigentlich-orthogonale Substitution von den r'_i zu den r_i dar und dient somit der Darstellung von Drehungen um einen Festpunkt \mathfrak{D} . Mit Hilfe dieser Definition kann ein Drehwinkel und die Achse einer Rotation bezeichnet werden. Die vier voneinander abhängigen Parameter, nämlich der Drehwinkel und die Drehachse bestimmen die Rotation.

Koordinatentransformationen im Speziellen

Der Inertialrahmen wird in den erdfesten Rahmen überführt durch eine einfache Rotation um die $z^i = z^e$ -Achse mit dem entsprechenden Winkel

$$\vec{\omega}_{ie}^e = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_e \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

Daraus ergibt sich zur Zeit t unter der Tatsache, dass die Rotation vom Inertial- in den erdfesten Rahmen in beiden Rahmen gleich ist ($\vec{\omega}_{ie}^i = \vec{\omega}_{ie}^e$), die Rotation um die z -Achse zu

$$\vec{C}_i^e = \begin{pmatrix} \cos \omega_e t & \sin \omega_e t & 0 \\ -\sin \omega_e t & \cos \omega_e t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

An dieser Stelle wird das mathematische Modell der Erde von der Kugel zum Rotationsellipsoid erweitert, um die Umrechnung vom ECEF- in den Navigationsrahmen zu verdeutlichen. Definiert wird eine Ellipse, die durch Rotation um eine Achse einen dreidimensionalen Körper beschreibt. Dies wird in Abbildung 3.4 deutlich ([HECK, 1987]).

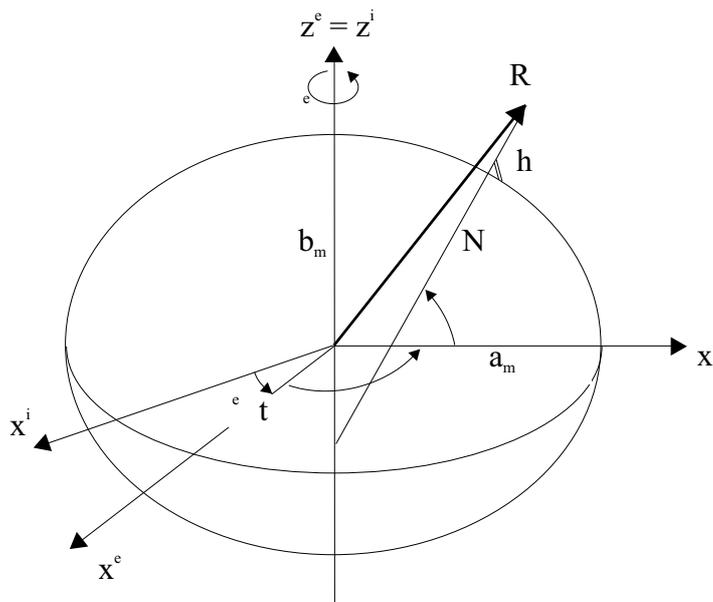


Abbildung 3.4: Geodätische Koordinaten im erdfesten Bezugssystem

a_m	=	große Halbachse der Meridianellipse
b_m	=	kleine Halbachse der Meridianellipse
ω^e	=	Erddrehrate
Δt	=	Zeit seit Beginn der Rotation
λ	=	ellipsoidische Länge
ϕ	=	ellipsoidische Breite
h	=	ellipsoidische Höhe
N	=	Querkrümmungshalbmesser

Eindeutig bestimmt ist eine Ellipse durch die Angabe der großen Halbachse und der kleinen Halbachse oder der Abplattung f_m , die in der Beziehung

$$b_m = a_m(1 - f_m) \quad \Leftrightarrow \quad f_m = \frac{a_m - b_m}{a_m} \quad (3.32)$$

zueinander stehen. In der Inertialnavigation wird häufig das *Geodetic Reference System 1980 (GRS80)* verwendet. Seine große Halbachse beträgt $a_m = 6378137 \text{ m}$, die Abplattung ist $f_m = 1/298.257222101$ und es ist nahezu identisch zu dem im GPS zugrunde gelegten *World Geodetic System 1984 (WGS84)*. Das ist besonders bei dem kombinierten Einsatz von INS und GPS von Vorteil.

Durch Angabe der Abplattung ist der Zusammenhang zwischen den geozentrischen kartesischen Koordinaten und geodätischer Breite und Länge hergestellt. Nachfolgend werden die Größen definiert, die zur Transformation in geodätische Koordinaten notwendig sind.

Der Querkrümmungshalbmesser N ist gegeben durch

$$N = \frac{a_m}{\sqrt{1 - E^2 \sin^2 \phi}} \quad (3.33)$$

und ein Maß für die Krümmung des Ellipsoids senkrecht zur Meridianebene. Die erste numerische Exzentrizität E^2 entspricht

$$E^2 = 2f_m - f_m^2 = 1 - \left(\frac{b_m}{a_m}\right)^2. \quad (3.34)$$

Der Meridiankrümmungshalbmesser M berechnet sich zu

$$M = \frac{a_m(1 - E^2)}{\sqrt{(1 - E^2 \sin^2 \phi)^3}}. \quad (3.35)$$

Mit diesen Angaben kann analog der Landesvermessung die Umrechnung von ellipsoidischen Koordinaten in kartesische mit den Gleichungen

$$\begin{pmatrix} x^e \\ y^e \\ z^e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N + h) \cos \phi \cos \lambda \\ (N + h) \cos \phi \sin \lambda \\ (N(1 - E^2) + h) \sin \phi \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

erfolgen ([SCHNÄDELBACH, 1995]). Die Umkehrung dieser Transformation wird meistens durch die iterativen Formeln

$$\begin{pmatrix} \phi \\ \lambda \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \arctan \left(\frac{z^e}{\sqrt{(x^e)^2 + (y^e)^2}} \left(1 + \frac{E^2 N \sin \phi}{z^e} \right) \right) \\ \arctan \left(\frac{y^e}{x^e} \right) \\ \frac{\sqrt{(x^e)^2 + (y^e)^2}}{\cos \phi} - N \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

berechnet. Dieser Algorithmus ist sehr robust und liefert bereits nach der zweiten Iteration ein Ergebnis für ϕ , das besser ist als 0.001 Bogensekunden.

Die Schwierigkeit der Transformation vom erdfesten Rahmen in den Navigationsrahmen liegt darin, dass die jeweiligen Ursprünge der Koordinatensysteme nicht identisch sind. In Kapitel 3.1 wurde bereits beschrieben, warum der Navigationsrahmen für jeden Punkt auf der Erdoberfläche anders definiert ist. Aus Abbildung 3.4 geht hervor, dass eine Rotation um die x^e -Achse mit dem Winkel $(\pi/2 + \phi)$ und eine anschließende Drehung um die z^e -Achse um den Winkel $-\lambda$ nach Euler als Ergebnis für die Transformation

$$\vec{C}_n^e = \begin{pmatrix} -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \lambda & -\cos \phi \cos \lambda \\ -\sin \phi \sin \lambda & \cos \lambda & -\cos \phi \sin \lambda \\ \cos \phi & 0 & -\sin \lambda \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

ergibt.

3.3 Initialisierung und Alignment

Vor einer Messung mit einem INS muss zunächst eine **Initialisierung** und ein **Alignment** durchgeführt werden.

Die Initialisierung beinhaltet, dass die Anfangsposition und Geschwindigkeit von außen vorgegeben werden. Häufig beginnt die Messung stationär auf einem bekannten Punkt. Die initiale Position entspricht dann dem koordinatenmäßig bekannten Punkt. Die Koordinaten können z. B. aus einer GPS Messung übernommen werden. Die Anfangsgeschwindigkeit in Bezug auf die Position auf der Erdoberfläche ist in unserem Fall gleich Null. Befände sich die IMU in Bewegung, so müsste auch die Anfangsgeschwindigkeit vorgegeben werden.

Der Aufwand, die initiale Position und Geschwindigkeit vorzugeben ist relativ gering. Weitaus schwieriger ist es, das sogenannte Alignment durchzuführen. Dies bedeutet, dass die Orientierung der IMU bestimmt werden muss. Dazu ist die Kenntnis der *Nordrichtung* und der *Richtung der Gravitation* notwendig, die z. B. aus GPS Messungen grundsätzlich nicht hervorgehen. Diese Größen werden durch die *Einstellwinkel Roll-* (φ), *Nick-* (θ) und *Kurswinkel* (ψ) beschrieben. Weiterhin müssen im Rahmen des Alignments systematische Fehler, wie z. B. die *Biase* der Sensoren bestimmt werden, die nicht standardmäßig kalibriert werden können, da sie sich von Einschaltvorgang zu Einschaltvorgang verändern.

Die Genauigkeit des Alignments ist systemabhängig und steigt mit dessen Dauer. Die in dieser Arbeit eingesetzte IMU benötigt für ein Coarse Alignment etwa 60 s. Für das Fine Alignment sollten mindestens 10 min veranschlagt werden. Es kann aber auch eine Genauigkeitsgrenze angegeben werden. Besonders die genauere Bestimmung der Nordrichtung und des Kreiselbias erfordert ein längeres Alignment. Diese Dauer kann verkürzt werden, wenn Näherungs- oder gar Startwerte vorgegeben

werden. Diese können beispielsweise aus einer vorhergehenden Messung stammen, sofern sich die Position seit dem Ende der vorigen Messung nicht verändert hat und das Gerät nicht ausgeschaltet wurde [JEKELI, 2001].

Das Alignment setzt sich zusammen aus dem **Coarse Alignment** (COA), das als Näherungsalignment dient, und dem **Fine Alignment** (FIA), das basierend auf dem Stillstand des INS selbstkorrigierend die Einstellwinkel berechnet.

Coarse Alignment

Geben ein magnetischer Kompass und eine Libelle die Nordrichtung und die Richtung der Schwerkraft vor, so können diese Werte als COA übernommen werden. Ist dies nicht der Fall, so wird das Ausgabesignal der Sensoren dazu verwendet. Im Kapitel zu den Koordinatensystemen wurden die mathematischen Grundlagen der Inertialnavigation mit der Einführung eines jeden weiteren Systems zwar komplexer; jedoch ermöglicht es die Erweiterung zum NED-System, den Kurswinkel ψ zu bestimmen und die Zusammenfassung aller NED-Systeme zum ECEF-System legt die Richtung der Schwerkraft fest. Die Berücksichtigung der Erdrotation in Form des Inertialsystems führt zur Möglichkeit, nicht nur die Bestimmung des Kurswinkels, sondern auch die Schiefen zu berechnen, da die Kreisel die Erddrehrate mit erfassen [STOVAL, 1997]. Diese Informationen werden benötigt, um den Richtungskosinus der Transformationsmatrix vom Body-System in das NED-System \vec{C}_b^n zu berechnen, was dem Alignment entspricht.

Ist eine kardanisch aufgehängte Plattform horizontal ausgerichtet, so steht der Beschleunigungsmesser in z-Richtung a_z parallel zum Schwerevektor \vec{g}^n und misst somit die vollständige Komponente der Schwere. Die Accelerometer in x- und y-Richtung a_x und a_y liefern dann als Ausgabewert Null. Ist dies nicht der Fall, so steuern die Servomotoren der kardanischen Aufhängung die Sensortriade so lange nach, bis die beschriebene Situation eintritt. Die Genauigkeit, mit der das erfolgt hängt im Wesentlichen von der Genauigkeit der Motoren und Beschleunigungsmesser ab. Ebenso beeinflussen Orthogonalitätsfehler der Sensoren und die Stabilität des Body-Systems im NED-System das Ergebnis. Zu beachten ist, dass sich das Alignment auf den NED-Rahmen bezieht, also eine Ausrichtung entlang der Ellipsoidnormalen liefert. Tatsächlich jedoch wird sich die Ausrichtung entlang der Lotlinie vollziehen, also der Geoidnormalen. Daher sind Lotabweichungen grundsätzlich zu berücksichtigen. Eine Vernachlässigung kommt einem Bias der Beschleunigungsmesser gleich. Dieser wird aber erst später im Fine Alignment bestimmt.

Die Ausrichtung der Kreisel erfolgt in ähnlicher Weise. Unterstellt wird eine genordete, horizontierte Plattform. Zeigt die Eingangsachse des Sensors ω_y horizontal in Ostrichtung und beträgt die Geschwindigkeit der IMU gleich Null, so ist die gemessene Drehrate der Kreisel $\vec{\omega}$ wegen der Erddrehung gleich

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_e \cos \phi \\ 0 \\ -\omega_e \sin \phi \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \phi &= \text{ellipsoidische Breite} \\ \omega_e &= \text{Erddrehrate.} \end{aligned}$$

Daher wird die Plattform um die vertikale Achse solange gedreht, bis das Ausgabesignal des Kreisels ω_z gleich Null ist. Die Eingabeachse ω_y zeigt somit nach Osten und die senkrecht dazu stehende Achse ω_x weist Richtung Norden. Der Kreisel liefert ein Azimut, das aufgrund der Drehung um die Erdrotationsachse entsteht³.

³Dieser Vorgang ist auch unter dem Namen *Gyro-Compassing* bekannt.

In der Praxis sind die Ausrichtungen der Beschleunigungsmesser und Kreisel jedoch nicht wie oben beschrieben getrennt zu betrachten. Werden die Kreisel verdreht, um die Horizontierung auf der rotierenden Erde zu erhalten, damit die eine zuvor nicht nach Osten weisende Eingabeachse den Wert Null erhält, so führt das dazu, dass von dem nach Norden gerichteten Beschleunigungsmesser ein Signal gemessen wird, der nun nicht mehr horizontal ist und fortgeführt werden muss. Die Plattform dreht sich also so lange, bis der Nordbeschleunigungsmesser und der Ostkreisel beide Null messen. Das Alignment erfolgt also in einem Zusammenspiel aller Sensoren, bis die Signale gegen ihre Sollwerte konvergieren.

Bei den heute häufiger eingesetzten strapdown Systemen ist keine Nachführung der Beschleunigungsmesser und Kreisel anhand der kardanischen Aufhängung möglich. Die oben beschriebenen Vorgänge müssen daher analytisch und numerisch durchgeführt werden.

Im Coarse Alignment wird eine schnelle Orientierung der Plattform berechnet. Dafür sind nur einige Sekunden notwendig. Lotabweichungen bleiben aber ebenso unberücksichtigt wie Fehler der Beschleunigungsmesser und Kreisel. Abgesehen davon liefert das COA keine Angaben über die Genauigkeit des durchgeführten Alignments. Daher wird meist direkt im Anschluss an das COA das sogenannte Fine Alignment durchgeführt.

Fine Alignment

Die im COA bestimmte Transformation zwischen dem Body- und dem NED-Rahmen beinhaltet einen Näherungswert für die kleinen Winkelfehler aufgrund von Lotabweichung und systematischer Fehler der Sensoren. Besonders großen Einfluss haben die Biase, die nicht im Labor kalibriert werden können, da sie variabel mit jedem Einschaltvorgang sind. Eine genauere Bestimmung ist jedoch notwendig, da sich ein Kreiselbias besonders nachteilig für eine Navigationslösung auswirkt [JEKELI, 2001]. Die Beschleunigungsbiase wirken sich bei einem strapdown System aus, nicht jedoch bei einem kardanischem System.

In dem an das COA angeschlossene Fine Alignment (FIA) werden innerhalb mehrerer Minuten die Biase bestimmt. Allerdings können die Kreiselbiase nur so genau bestimmt werden, wie die ebenfalls unbekannt Biase der Beschleunigungsmesser.

Die Bewegungsgleichung der Orientierungsfehler wird durch die Differentialgleichung

$$\dot{\vec{\varepsilon}}^n = -\vec{\omega}_{in}^n \times \vec{\varepsilon}^n - \vec{C}_s^n \delta\vec{\omega}_{is}^b + \delta\vec{\omega}_{in}^n \quad (3.40)$$

$\dot{\vec{\varepsilon}}^n$	=	Ableitung des Zustandsvektors
$\vec{\omega}_{in}^n$	=	Drehrate im NED-Rahmen bezogen auf das Inertialsystem
$\vec{\varepsilon}^n$	=	Zustandsvektor der Orientierungsfehler
\vec{C}_s^n	=	Transformationsmatrix vom Sensor- in das NED-System
$\delta\vec{\omega}_{is}^b$	=	Kreiselfehler im Sensorsystem
$\delta\vec{\omega}_{in}^n$	=	Kreiselfehler im NED-Rahmen

beschrieben [JEKELI, 2001]. Der Zustandsvektor $\vec{\varepsilon}^n$ beinhaltet die kleinen Fehlerwinkel zwischen dem wahren NED-Rahmen und dem, der durch fehlerhaft berechnete Koordinaten entstanden ist. Er repräsentiert sozusagen die Genauigkeit der Transformation zwischen dem Body- und dem NED-System.

In einem stationären System gilt für die Drehrate zwischen dem Ist- und dem Sollzustand im NED-Rahmen unter der Annahme, dass sowohl die Kreisel als auch die Position und die Geschwindigkeit des INS fehlerfrei sind ($\delta\vec{\omega}_{is}^s = \delta\vec{\omega}_{in}^n = \vec{0}$)

$$\dot{\vec{\varepsilon}}^n = -\vec{\omega}_{in}^n \times \vec{\varepsilon}^n = -\vec{\omega}_{ie}^n \times \vec{\varepsilon}^n. \quad (3.41)$$

Unter der Annahme, dass kein Rauschen vorliegt, lautet die Differentialgleichung dann in der üblichen Form

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta\varepsilon_N \\ \delta\varepsilon_E \\ \delta\varepsilon_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_e \sin \phi & 0 \\ \omega_e \sin \phi & 0 & \omega_e \cos \phi \\ 0 & -\omega_e \cos \phi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\varepsilon_N \\ \delta\varepsilon_E \\ \delta\varepsilon_D \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_{N, E, D} &= \text{Orientierungsfehler der Richtungen Nord, Ost und Unten} \\ \omega_e &= \text{Erddrehrate} \\ \phi &= \text{ellipsoidische Breite.} \end{aligned}$$

Die externe Information, dass das INS während des Alignments stationär ist, gibt die horizontale Beschleunigung vor. Die tatsächlich gemessene Beschleunigung wird jedoch durch verschiedene Kräfte wie u. a. Windlasten beeinflusst. Diese Störungen gehen als weißes Grundrauschen der Beschleunigungsmesser in $\delta\vec{a}^n$ ein. Der Unterschied in der Beschleunigung ist somit

$$\Delta\vec{a}^n = \vec{a}^n \times \vec{\varepsilon}^n + \delta\vec{a}^n. \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} \vec{\varepsilon}^n &= \text{Zustandsvektor der Orientierungsfehler} \\ \delta\vec{a}^n &= \text{Beschleunigungsrauschen} \end{aligned}$$

mit

$$\vec{a}^n \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\bar{g} \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

$$\bar{g} = \text{mittlere Schwere entlang der Lotlinie}$$

eingesetzt in (3.43) liefert

$$\begin{pmatrix} \Delta a_N \\ \Delta a_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \bar{g} & 0 \\ -\bar{g} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\varepsilon_N \\ \delta\varepsilon_E \\ \delta\varepsilon_D \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta a_N \\ \delta a_E \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_{N, E, D} &= \text{Orientierungsfehler der Richtungen Nord, Ost und Unten} \\ \delta a_{N, E} &= \text{Beschleunigungsfehler.} \end{aligned}$$

Bisher wurden lediglich die Beschleunigungen betrachtet. Weiterführend wird die Bestimmung des Azimuts und die Kalibrierung der Kreiselbiase verwendet. In einem stationären System ist die Geschwindigkeit im ECEF-System gleich Null. Liegen keine externen Angaben über das Azimut vor, so ist die Bestimmung voll und ganz von der Messung der Erddrotation abhängig, denen die Kreisel unterliegen und die sie auch messen. Die Periode der Erddrotation von 24 Stunden ist jedoch vergleichsweise lang zu der Dauer des Alignments. Die Genauigkeit hängt daher nicht nur stark von dem Auflösungsvermögen der Kreisel, sondern auch von der Länge des Alignments ab.

Der Zustandsvektor beinhaltet in diesem Fall die Orientierungsfehler $\delta\varepsilon_{N,E,D}$, die Kreiselbiase $\delta\omega_{N,E,D}$ sowie den Geschwindigkeitsfehler $\delta v_{N,E}$ und hat die Form

$$\vec{\varepsilon} = \left(\delta\varepsilon_N \quad \delta\varepsilon_E \quad \delta\varepsilon_D \quad \delta\omega_N \quad \delta\omega_E \quad \delta\omega_D \quad \delta v_N \quad \delta v_E \right)^T. \quad (3.46)$$

Der Zustandsvektor der Orientierungsfehler ist analog zu Gleichung (3.40) mit

$$\dot{\vec{\varepsilon}}^n = -\vec{\omega}_{ie}^n \times \vec{\varepsilon}^n - \vec{C}_s^n \delta \vec{\omega}_{is}^s + \delta \vec{\omega}_{in}^n \quad (3.47)$$

$\vec{\omega}_{ie}^n$ = Erddrehrate im Navigationsrahmen bezogen auf das Inertialsystem

gegeben. Unter der Annahme, dass die Drehrate im Sensorrahmen bezogen auf das Inertialsystem $\vec{\omega}_{is}^s$ lediglich die Kreiselbiase enthält und $\vec{C}_s^n \delta \vec{\omega}_{is}^s$ deren Darstellung im NED-Rahmen ist, so gilt im stationären Fall, dass die Kreiselbiase konstant sind.

Der Kreiselbias im NED-Rahmen bezogen auf das Inertialsystem $\delta \vec{\omega}_{in}^n$ ist gegeben durch

$$\delta \vec{\omega}_{in}^n = \begin{pmatrix} \frac{\delta v_E}{r} \\ -\frac{\delta v_N}{r} \\ -\frac{\delta v_E}{r} \tan \phi \end{pmatrix}. \quad (3.48)$$

Für die Bewegungsgleichung des Zustandsvektors gilt die Differentialgleichung

$$\dot{\vec{\varepsilon}} = \vec{E} \vec{\varepsilon}, \quad (3.49)$$

wobei die Matrix dieser Bewegungsgleichung \vec{E} gegeben ist durch

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_e \sin \phi & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r} \\ \omega_e \sin \phi & 0 & \omega_e \cos \phi & 0 & -1 & 0 & -\frac{1}{r} & 0 \\ 0 & -\omega_e \cos \phi & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \frac{1}{r} \tan \phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{g} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\omega_e \sin \phi \\ -\bar{g} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\omega_e \sin \phi & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.50)$$

Aufgelöst ergibt sich dieses Gleichungssystem zu

$$\frac{d}{dt} \delta v_N = -2\omega_e \sin \phi \delta v_E + \bar{g} \delta \varepsilon_E, \quad (3.51)$$

$$\frac{d}{dt} \delta v_E = 2\omega_e \sin \phi \delta v_N + \bar{g} \delta \varepsilon_N, \quad (3.52)$$

$$\frac{d}{dt} \delta \varepsilon_N = -\omega_e \sin \phi \delta \varepsilon_E + \frac{\delta v_E}{r} - \delta \omega_N, \quad (3.53)$$

$$\frac{d}{dt} \delta \varepsilon_E = \omega_e \sin \phi \delta \varepsilon_N + \omega_e \cos \phi \delta \varepsilon_D - \frac{\delta v_N}{r} - \delta \omega_E, \quad (3.54)$$

$$\frac{d}{dt} \delta \varepsilon_D = -\omega_e \cos \phi \delta \varepsilon_E - \frac{\delta v_E}{r} \tan \phi - \delta \omega_D. \quad (3.55)$$

Die Bewegungsgleichungen der *Geschwindigkeitsfehler* (3.51) und (3.52) entstehen unter Vernachlässigung der Fehler der Beschleunigungsmesser, der Gravitationsfehler und der vertikalen Geschwindigkeitsfehler. Da die Nord- und Ostgeschwindigkeitsfehler δv_N und δv_E direkt mit deren zeitlichen Änderungen gekoppelt sind, konvergiert die Berechnung sehr schnell.

Eine genaue Geschwindigkeitsinformation liefert eine schnelle Berechnung der *Nord- und Ostorientierungsfehler* $\delta\varepsilon_N$ (Gleichung (3.53)) und $\delta\varepsilon_E$ (Gleichung (3.54)), da sie direkt an die Änderung des Geschwindigkeitsfehlers δv_E bzw. δv_N gekoppelt sind. Von der abwärts gerichteten Komponente des Orientierungsfehler $\delta\varepsilon_D$ ist nur die Ostkomponente betroffen. Der Term $\omega_e \cos \phi \delta\varepsilon_D$ ist ununterscheidbar vom Bias des Ostkreisels $\delta\omega_E$ und deshalb kann weder der Orientierungsfehler, noch der Bias selbst gut bestimmt werden.

Der Bias des Nordkreisels $\delta\omega_N$ ist über den nordweisenden Orientierungsfehler mit dem ostwärts gerichteten Geschwindigkeitsfehler verbunden.

Der nach unten gerichtete Kreiselbias $\delta\omega_D$ kann nach Gleichung (3.55) nur sehr schwer berechnet werden, da er lediglich durch den nach unten gerichteten Orientierungsfehler $\delta\varepsilon_E$ bestimmt ist, der selbst nicht sehr genau bestimmt werden kann.

Ohne eine externe Information kann also nur der nach Norden weisende Kreiselbias sehr genau bestimmt werden, indem die Geschwindigkeitsinformation des Stillstandes berücksichtigt wird. In einem kardanischen System kann im Rahmen des Alignments für diese Bestimmung jede Achse in diese Richtung gedreht werden. Bei Strapdown-Systemen ist diese Methode nicht möglich.

Eine vollständige Herleitung aller Formeln für das Alignment befindet sich in [JEKELI, 2001]. Initialisierung, Alignment und Kalibrierung der Sensoren sind ein wesentlicher Teil des Messprozesses.

3.4 Integration

Sind die im Body-System in Bezug auf das Inertialsystem gemessenen Beschleunigungen und Drehraten in das erdfeste System transformiert, so können die Werte integriert werden.

Wie bei jeder Integration muss auch bei der Inertialnavigation ein Anfangswertproblem gelöst werden. Für die Position wurde die Möglichkeit der Bestimmung im Rahmen des Alignments aufgezeigt. Bessere Resultate erhält man jedoch, wenn man Startwerte ansetzt. Die inertielle Ausrichtung des INS muss extern bestimmt werden, da sich aufgrund einer Falschausrichtung Fehler in der Position, Geschwindigkeit und in den Einstellwinkeln ergeben, sofern das INS einer Beschleunigung unterliegt. Sollte das INS auch einer Anfangsgeschwindigkeit unterliegen, so muss diese extern vorgegeben werden.

Bei der Inertialnavigation werden sehr hohe Drehraten von 50 *Hz* bis zu wenige Tausend *Hz* verwendet. Wegen der Fehlerfortpflanzung ist der Integrationsprozess stabil zu wählen.

Die vollständige Bewegungsdifferentialgleichung von einem sich bewegenden Körper auf der Erde lautet

$$\ddot{\vec{r}}_e = \vec{C}_b^e \vec{a} - \vec{G}_e - \vec{\omega}_e \times (\vec{\omega}_e \times \vec{r}_e) - 2 \vec{\omega}_e \times \dot{\vec{r}}_e \quad (3.56)$$

$\ddot{\vec{r}}_e$	=	Beschleunigung des Sensors im erdfesten System
\vec{C}_b^e	=	Transformation der im Bodysystem gemessenen Kraft in das erdfeste Referenzsystem
\vec{a}	=	gravitationsbehaftete Beschleunigung des Sensors
\vec{G}_e	=	Gravitationsbeschleunigung
$\vec{\omega}_e$	=	Erddrehrate
\vec{r}_e	=	Positionsvektor im erdfesten System
$\vec{\omega}_e \times (\vec{\omega}_e \times \vec{r}_e)$	=	Zentripetalbeschleunigung
$\dot{\vec{r}}_e$	=	Geschwindigkeit des Sensors im erdfesten System
$2 \vec{\omega}_e \times \dot{\vec{r}}_e$	=	Coriolisterm wegen der Erddrehung

Für quasi-stationäre Anwendungen kann die Gravitationsbeschleunigung mit der Zentripetalbeschleunigung zur Erdbeschleunigung im erdfesten System \vec{g}_e zusammengefasst werden, da die Abmessungen des Einsatzbereichs der IMU gegenüber dem Erdradius vernachlässigt und damit als konstant angenommen werden können [von HINÜBER, 1993]. Für die Integration muss dann die Bewegungsdifferenzialgleichung

$$\ddot{\vec{r}} = \vec{C}_b^e \cdot \vec{a} + \vec{g}_e - 2 \vec{\omega}_e \times \dot{\vec{r}}_e \quad (3.57)$$

\vec{g}_e = Schwerebeschleunigung im erdfesten System

gelöst werden. Häufig werden hierzu Multischritt-Integrationsverfahren der Prädiktor-Korrektor-Methoden verwendet, die neben den aktuellen Zustand auch frühere Werte berücksichtigen. Zur Berechnung der Geschwindigkeit werden Rechteck-, Trapezintegrationen oder Interpolationspolynome höherer Ordnung wie z. B. das Simpsonverfahren verwendet. Die Position wird normalerweise über die Trapezintegration berechnet.

Darüberhinaus ist es notwendig, die Fehlereinflüsse zu modellieren. Im Folgenden werden die wichtigsten Fehler und ihre Auswirkungen beschrieben.

3.5 Fehlermodell

Die Fehler bei der Positionsbestimmung mit INS ([von HINÜBER, 1993], [LAWRENCE, 1993]) entstehen durch

- eine falsche Anfangsausrichtung,
- die Gravitation, Erddrehrate und Corioliskraft,
- Sensorfehler der Beschleunigungsmesser und Kreisel sowie
- aufgrund der Numerik für die Strapdown-Technologie.

Der Vollständigkeit wegen folgt an dieser Stelle ein kurzer Überblick über die Fehlereinflüsse. Eine ausführliche Betrachtung und ein theoretischer Ansatz zu deren Minimierung findet sich in Kapitel 6.

Bewegt sich das INS mit einer Geschwindigkeit und liegt ein *Ausrichtfehler* vor, so ergibt dieser einen Fehler in der Geschwindigkeit, den Einstellwinkeln und der Position.

Bei hochpräzisen Anwendungen mit einer Positionsgenauigkeit im Millimeterbereich und besser muss die höhenabhängige Änderung der *Erdbeschleunigung* berücksichtigt werden. Die *Erddrehrate* und die *Coriolisbeschleunigung* dagegen können als konstant betrachtet und müssen in der Bewegungsdifferenzialgleichung (3.57) berücksichtigt werden.

Sensorfehler

Der wichtigste zu kompensierende Fehler ist der *Nullpunktsfehler (Bias)*, der sich durch ein konstantes Ausgabesignal äußert, obwohl kein Eingangssignal vorliegt. Sein systematischer Anteil ist kompensierbar. Der zufällige Fehleranteil ist auch bedingt durch die Nullpunktsinstabilität.

Der Bias ist für jeden Sensor eine konstante Zahl. Bei den Kreiseln führt er zu einem Winkelfehler, der verursacht, dass die gemessenen Komponenten der Erdschwerebeschleunigung fehlerhaft korrigiert werden.

Wegen der Nullpunktsinstabilität ist es nicht möglich, diese einschaltvorgangsabhängigen Fehleranteile auf einer Kalibriereinheit zu bestimmen und anzubringen. Sie werden daher zu Beginn der Messung im Alignment bestimmt. Es bleiben jedoch immer Restunsicherheiten erhalten.

Die *Maßstabsabweichung* ist das Verhältnis zwischen einer Änderung im Ausgabesignal und einer Änderung im Eingangssignal. Das Ausgabesignal der meisten Beschleunigungsmesser und Kreisel ist direkt proportional zum Eingangssignal. Daher ist die Maßstabsabweichung eine konstante Zahl.

Die *Nichtlinearität* beruht auf einer linearen und quadratischen Abhängigkeit des Eingangssignals [JEKELI, 2001]. Während einer Messung bleiben die Maßstabsabweichung, die Nichtlinearität und der Bias konstant.

Fertigungstechnisch ist es nicht möglich, die Beschleunigungsmesser im Massenzentrum der IMU zu platzieren. Sie müssen daher exzentrisch montiert werden. Dadurch werden radiale Beschleunigungen erfasst, die das Ergebnis verfälschen. Die *Exzentrizität der Beschleunigungsmesser* muss daher angebracht werden.

Im Idealfall sind die Beschleunigungsmesser und Kreisel jeweils coaxial und senkrecht zueinander montiert. Die *Nichtorthogonalität* entsteht dadurch, dass dies nur mit einer bestimmten Genauigkeit realisiert werden kann. Die Nichtorthogonalität des Kreisels für die x-Richtung wird durch eine Abweichung in y- und z-Richtung beschrieben. Dadurch ergeben sich sechs Freiheitsgrade für die Kreisel. Gleiches gilt für die Beschleunigungsmesser.

Die Exzentrizität und Nichtorthogonalität der Sensoren können auf einem Kalibriertisch für alle Richtungen festgestellt und rechnerisch angebracht werden. Bei dieser Kalibrierung werden Messwerte in verschiedenen Lagen des Systems bestimmt. Daraus kann auf die Exzentrizität und Nichtorthogonalität zurückgeschlossen werden. Es ist zu empfehlen, diese Kalibrierung von Zeit zu Zeit zu wiederholen.

Durch Störungen innerhalb der Sensoren entstehen die *Sensordriften*. Sie äußern sich durch ein Hin- und Herwandern des Ausgabesignals um seine Sollkennlinie. Sie können temperaturabhängig sein und sich mit jedem Einschaltvorgang ändern.

Diese Driften können nur schwer rechnerisch berücksichtigt werden, da sie einem gewissen Zufall unterliegen. Auch wenn die Änderung des Ausgabesignals sehr klein ist, so summiert sich der entstehende Fehler über die Messung hinweg auf. Der dadurch entstehende Positionsfehler ist enorm. Unterbleibt eine Korrektur durch eine Stützung jeglicher Art, so können nach einiger Zeit Koordinatenabweichungen von mehreren 1000 km entstehen.

Die Messungenauigkeit der Sensoren ist Ursache für das *weiße Grundrauschen (White Noise)*, das einmal aufintegriert zum sogenannten *Random Walk* wird. Der Random Walk ist das *Auflösungsvermögen* der Sensoren. Hier gehen der Skalenfaktor, die Rückstreuung und der Frequenzhub ein. Durch den Random Walk wird jedoch der Einsatz des Kalmanfilters zur Auswertung erst möglich.

In Kapitel 2 wurde bereits die Problematik des *Lock-In-Effekts* bei kleinen Eingabesignalen beschrieben. Dieser Fehlereinfluss kann durch das *Dithering* umgangen werden, das jedoch eine gewisse Schwingung in den Messwerten hervor ruft. Das Abtasttheorem von Nyquist fordert die Abtastung mit mindestens der doppelten Frequenz der Schwingung, damit keine Information verloren geht. Neuere Systeme auf dem Markt können mit hohen Frequenzen derzeit bis zu 2000 *Hz* dieses Dithering auflösen. Bei längerer Mittelung verschwindet dieser Effekt aufgrund seines symmetrischen Charakters weitgehend.

Der Fehler aufgrund eines *hysteresischen Verhaltens* der Sensoren ist abhängig von der Bewegungsrichtung.

Die entstehenden Fehlereinflüsse aufgrund der *Temperatur* wirken sich besonders negativ auf die Ausgabewerte der Beschleunigungsmesser aus. Temperaturänderungen verursachen eine thermische Hysterese des Ausgabesignals. Gleiches gilt für die mechanischen Kreisel, optische Kreisel hingegen sind weniger betroffen.

Lotabweichungen

Kein Sensorfehler ist der durch *Lotabweichungen* entstehende Fehler im Ausgabesignal. Ein Fehler aufgrund der Lotabweichungen äußert sich jedoch in gleicher Weise wie ein Bias. Da im Rahmen des Fine Alignments u. a. der Bias bestimmt wird, werden automatisch die Lotabweichungen mit erfasst.

Die Lotabweichung gibt den Unterschied zwischen der Ellipsoidnormalen und der Lotrichtung des Schwerfeldes wieder.

Eine genauere Betrachtung der Lotabweichung erfordert eine Aufteilung in einen *mathematischen* und einen *physikalischen Anteil*. Eine Auftrennung zwischen diesen beiden Anteilen ist nur möglich, wenn in lokalen Netzen gerechnet wird. Für den mathematische Anteil wird dann die Parallelität der Achsen zwischen dem ellipsoidischen und astronomischen System vorausgesetzt. Er ist abhängig vom gewählten Ellipsoid und berechnet sich zu

$$\text{Ost-West-Komponente:} \quad \eta = (\lambda - \Lambda) \cos \Phi \quad (3.58)$$

$$\text{Nord-Süd-Komponente:} \quad \xi = \varphi - \Phi \quad (3.59)$$

- λ = ellipsoidische Länge
- φ = ellipsoidische Breite
- Λ = astronomische Länge
- Φ = astronomische Breite

Der Einfluss auf das Azimut ergibt sich durch

$$AZ = Az - \eta \tan \varphi - (\xi \sin Az - \eta \cos Az) \cot \zeta. \quad (3.60)$$

- Az = Azimut
- ζ = Zenitdistanz zwischen Stand- und Zielpunkt

Der physikalische Anteil ist abhängig von der Massenverteilung der Erde im Messgebiet und muss in einem Massenmodell angenommen werden.

Wie in der Einleitung bereits angedeutet, besteht trotz all dieser Fehler die Möglichkeit, die Genauigkeit der Messungen durch interne und externe Stützung zu steigern.

3.6 Interne und externe Stützung

Die Integration in der Inertialnavigation liefert aus den gemessenen Beschleunigungen zunächst Geschwindigkeiten und nach einer weiteren Integration den zurück gelegten Weg. Analog erhält man aus den Drehraten die Winkel. Als indirekte Beobachtungen stehen also die Geschwindigkeiten und Richtungen und damit Positionen zur Verfügung. Diese rohen Koordinatenunterschiede sind mit systematischen und zufälligen Fehlern behaftet. Um diese Fehler zu quantifizieren und zu eliminieren, werden Geschwindigkeits- und Positionskontrollen auf festen Stationen durchgeführt [FARKAS-JANDL, 1986].

Interne Stützung

Ist das Inertialnavigationssystem bei der Messung im *Standalone-Betrieb* ganz auf sich alleine gestellt, so häufen sich die Fehler rasch zu einem Ausmaß an, das aus geodätischer Sicht nicht vertretbar ist. Es wurden bereits verschiedene Möglichkeiten vorgestellt, um diesem Problem Abhilfe zu schaffen.

Auf Ebene der Geschwindigkeit wird die einmal integrierte Beschleunigung mit einem gegebenen Sollwert verglichen. Häufig wird das Messsystem auf einem Punkt festgehalten. Die Eingabegeschwindigkeit im Navigationsrahmen ist dann Null. Wegen der Fehlereinflüsse ist das Ausgangssignal der Beschleunigungsmesser verfälscht und die berechnete Geschwindigkeit von Null verschieden. Wird die gerechnete Geschwindigkeit rechnerisch auf Null zurück gesetzt, lassen sich die vorhergehenden Werte zurück prozessieren. Diese Technik der *internen Stützung* wird als **Zero Velocity Update (ZUPT)** bezeichnet.

Da von der Sensortriade insgesamt drei senkrecht zueinander stehende Beschleunigungen gemessen werden wird die Geschwindigkeitsfehlerfunktion $\sigma_{\vec{v}}(t)_j$ für jede Komponente $k = 1, 2, 3$ und pro Station $j = 1, 2, \dots, n$ durch das ausgleichende Polynom zweiten Grades vom Typ

$$\sigma_{\hat{v}_k}(t)_j = c_0 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 \quad (3.61)$$

angenähert, wobei die Zeit t auf den Beginn des ZUPTs t_j bezogen wird. Der Testparameter τ_{ist}

$$\tau_{ist} = \sum_{j=1}^n \frac{(\vec{v}_j - \delta\vec{v}_j)^2}{p^2} \quad (3.62)$$

- \vec{v}_j = Geschwindigkeitswert pro Station
- $\delta\vec{v}_j$ = Schätzwert des Geschwindigkeitsfehlers
- p = Gewichtungsfaktor

wird mit seinem Sollwert τ_{soll} durch eine Toleranzgrenze verglichen. Der Schätzwert des Geschwindigkeitsfehlers wird zum Zeitpunkt t pro Station aus den Koeffizienten des ausgleichenden Polynoms berechnet.

Wird die Toleranzgrenze überschritten, so wird der ZUPT auf dieser Station wiederholt. Ansonsten wird das Mittel

$$\delta\vec{v}_i = \sum_{j=1}^n \delta\vec{v}_j / n \quad (3.63)$$

berechnet und der Stationswert \vec{v}_j wird als diskreter Wert, frei von groben Fehlern zur Bestimmung der Geschwindigkeitsfehlerfunktionen $\delta\vec{v}(t)_i$ der Messfahrt verwendet.

Sind den Stationspunkten Koordinaten in Lage und/oder Höhe zugeordnet, so können Positionskontrollen durchgeführt werden. Man unterscheidet zwei Ausgleichsstufen.

In der ersten Ausgleichungsstufe werden die rohen Koordinatenunterschiede verbessert. Die Koordinatenzuschläge berechnen sich aus der Integration der kontinuierlichen Geschwindigkeitsfehlerfunktion $\delta\vec{v}(t)_i$, die anhand der diskreten Geschwindigkeitsfehler $\delta\vec{v}_i$ aus Gleichung (3.63) approximiert werden.

Für diese Approximation sind im Wesentlichen folgende drei Modelle möglich.

- **Kalman-Filterung und Glättung.** Die Kalman-Filterung ist zwar eine rekursive Echtzeit Ausgleichung und berücksichtigt alle Beobachtungen, aber sie verbessert nicht die bereits gefilterten Daten. Am Ende der Fahrt wird eine Glättung vorgenommen, wodurch eine simultane Ausgleichung aller Messdaten erreicht wird.
- Die **stückweise Approximierung** der Geschwindigkeitsfehlerfunktion der Fahrt durch Polynome zweiten oder dritten Grades ist eine rein mathematische Fiktion und nimmt keine Rücksicht auf die Dynamik des Messsystems. Die Trajektorie wird in einzelne Kurvenstücke zerlegt, die dann integriert werden.
- **Fourieranalyse** der lang- und kurzperiodischen Geschwindigkeitsfehler während der Fahrt. Dabei werden die systematischen Anteile der Geschwindigkeitsfehlerkomponenten modelliert und eliminiert. Die unbekanntenen Koeffizienten der Fourier-Transformation werden durch eine Ausgleichung bestimmt.

Die verbesserten Koordinatenunterschiede werden in einer zweiten Ausgleichungsstufe mit den Koordinaten der Anschlusspunkte verglichen. In einer Polygonzugs- oder Netzausgleichung werden die endgültigen Koordinatenunterschiede geschätzt. Dabei können auch ein Maßstabs- und Orientierungsfehler bestimmt werden. Nach dieser zweiten Ausgleichungsstufe liegen verbesserte Koordinaten vor, man spricht daher auch von einem **Coordinate Update (CUPT)**.

Häufig wird bereits während der Messung ein anderes Messsystem mit dem INS kombiniert, um die Koordinaten zu verbessern.

Externe Stützung

Werden die Koordinaten von außen gestützt, vorzugsweise über eine Kombination mit GPS, so bezeichnet man dieses Verfahren als *externe Stützung*.

Im Laufe der Integration erhält man den zurückgelegten Weg. Dieser kann mit einem Sollwert verglichen und verbessert werden, der von einem Odometer stammt. Eine Korrektur der Winkelmessung durch einen Vergleich mit bekannten Azimuten ist ebenso vorstellbar.

Kapitel 4

Messungen mit iMAR IMU

Die Messungen wurden mit einem Inertialmesssystem der Firma iMAR (St. Ingbert) durchgeführt. Dieses System steht dem *Lehrstuhl für Geodäsie* seit November 2001 zusammen mit dem *Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie* zur Verfügung.

4.1 Sensoren

Das INS ist ein hochgenaues gestütztes Inertialnavigationssystem für Vermessungs- und Navigationsaufgaben. Es besteht die Möglichkeit, in Kombination mit DGPS oder einem Odometer zu operieren. Ein Arbeiten im freien Inertialmodus ist ebenfalls möglich, dann ist jedoch eine interne Stützung notwendig.

Das System besteht aus drei Beschleunigungsmessern vom Typ **QA2000** von Honeywell und drei Ringlaserkreisel vom Typ **GG1320** ebenfalls von Honeywell¹ [von HINÜBER, 2001]. Eine interne Recheneinheit startet die Beschleunigungsmesser und Kreisel und speichert die Messdaten auf einer internen Flashdisk mit einer Speicherkapazität von drei *GByte*.



Abbildung 4.1: Innenansicht der IMU

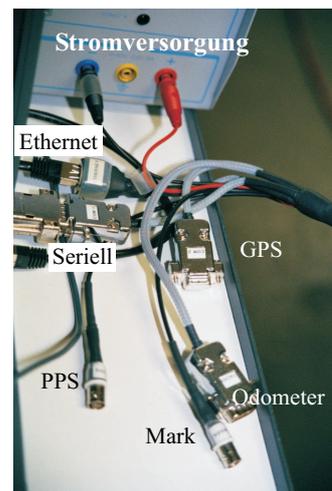


Abbildung 4.2: Anschlüsse der IMU

Das Gehäuse ist hochgenau gefertigt und mit Mumetallfolie² ausgekleidet. Es ist nicht druckbeständig oder wasserdicht. Sechs **Hard-Shock-Schrauben** trennen den Sensorblock vom Gehäuse, um

¹Die Firma Honeywell hieß ehemals AlliedSignal und davor Sundstrand.

²Mumetall dient zur Abschirmung von Magnetfeldern.

das System vor Schäden während des Gebrauchs zu schützen³. Diese Schrauben können durch **Hard-Mount-Schrauben** ersetzt werden. Der Sensorblock ist dann fest mit dem Gehäuse verbunden. In diesem Fall ist höchste Vorsicht im Umgang mit dem Instrument geboten.

Für die IMU sind die in Tabelle 4.1 angegebenen technischen Daten und Spezifikationen angegeben.

Messparameter:	Roll, Nick, Azimut, Beschleunigung, Geschwindigkeit, Kurs, Position $\pm 500 \text{ }^\circ/s$ Bereich
Messbereich:	$\pm 10/10/15 \text{ }^\circ/s$ im hochgenauen Modus $\pm 2 \text{ } g$ (Beschleunigung)
Auflösung:	1.13 <i>arcsec</i> Quantisierung 0.2 μg
Nichtlinearität:	10 <i>ppm</i> (Kreisel) 15 $\mu g/g^2$ (Beschleunigungsmesser)
Skalenfaktorfehler:	10 <i>ppm</i> (Kreisel) 70 <i>ppm</i> (Beschleunigungsmesser)
Random Walk:	$0.0018 \text{ }^\circ/\sqrt{Std}$
Acceleration Noise Density:	$8 \mu g/\sqrt{Hz}$
Bias repeatability:	$0.002 \text{ }^\circ/Std$ < 15 μg
Abtastrate:	bis zu 1000 <i>Hz</i> , synchronisiert mit PPS (abhängig von den Berechnungsanforderungen)
Ausgaberate:	1 ... 100 <i>Hz</i>
Latenzzeit:	< 1 <i>ms</i> \pm 10 μs
Datenausgang:	RS232; 115.2 <i>kBd</i> (mit Zeitstempel gemäß XIO-Definition)
Geschwindigkeitseingang:	von externem Odometer
DGPS Eingang:	NMEA Eingang (RS232)
Gewicht:	< ca. 13 <i>kg</i>
Größe:	ca. 350 x 213 x 180 <i>mm</i> ³
Schock:	60 <i>g</i> , 11 <i>ms</i>
Spannungsversorgung:	10 ... 18 <i>VDC</i> , gesichert gegen Falschpolung und Überspannungsschutz bis 40 <i>VDC</i>

Tabelle 4.1: Spezifikationen der iMAR IMU für IAPG/Geo nach [von HINÜBER, 2001]

Mehrere Schnittstellen ermöglichen den Anschluss von externen Stützungen durch z. B. DGPS oder ein Odometer. Mit Hilfe einer COM1-Verbindung (RS232) und/oder einer Ethernetverbindung kann die IMU extern durch einen Rechner gesteuert werden (siehe Abbildung 4.2). iMAR stellt hierfür die Schnittstelle RLG-XIO zur Verfügung.

Grundsätzlich besteht auch die Möglichkeit, direkt an die Recheneinheit der IMU einen Monitor und mit Hilfe eines speziellen Adapters eine Tastatur anzuschließen. Hierzu müssen jedoch die 16 feinmechanischen Schrauben des Deckels geöffnet werden. Abbildung 4.1 gewährt einen Blick in das Gehäuseinnere. Auf der rechten Seite ist der Sensorblock zu sehen, links ist die Rechereinheit angebracht.

³Die Beschleunigungsmesser arbeiten in einem Messbereich vom bis zu 25fachen Wert der Erdbeschleunigung. Eine größere Beschleunigung, die länger als 11 *ms* andauert, fügt den Beschleunigungsmessern einen irreparablen Schaden zu.

das Zeitmodell *TMOD*,⁶ die inertialen Beschleunigungen (*IACC*) und Drehraten (*IOMG*) sowie die Temperatur (*TEMP*) in 0 Sekunden ab dem Zeitpunkt der Eingabe mit 250 Hz in das Logfile z. B. mit der Nummer 1100. Diesem wird mit »*LFILE datei 1100*« der Name *datei.dat* zugewiesen. »*TRIG LOG 1.0 1100*« speichert in 1.0 Sekunden seit Eingabe des Befehls das Log 1100 binär auf die interne FlashDisk. Das Anfangsalignment wird mit »*alignM 20*« (ein type-0 Alignment über 60 Sekunden) gestartet. Ist das Alignment abgeschlossen, so kann mit den Messungen begonnen werden. Am Ende der Messungen kann ein Alignment zur Kontrolle wiederholt werden. Die Eingabe von »*unlog*« beendet die Datenspeicherung und schließt alle geöffneten Logs. Mit »*exit 20*« wird *RLG_XIO* beendet und die Datenverbindung via NetBEUI / Ethernet wird automatisch gestartet. Die binären Daten können dann in Windows98 von der IMU-internen Speichereinheit auf die Festplatte eines Notebooks für eine Nachbearbeitung überspielt werden.

4.3 Datenkonvertierung

Zur weiteren Bearbeitung der binären Daten dient das Programm *convert*, das im Rahmen dieser Arbeit mit dem Softwareprodukt Matlab[®] erstellt wurde. Hier wird zunächst der Header des binären Datenfiles entschlüsselt, in dem Nummern für die gespeicherten Logs enthalten sind. Damit ist festgelegt, was in welcher Spalte gespeichert worden ist. In dem aufgerufenen Matlab[®]-File *Log-Memmonic* stehen die Log-Identitätsnummern LogID, die bisher zum Einsatz gekommen sind. Wird in Zukunft ein anderes Log gespeichert, so erscheint bei der ersten Auswertung eine Fehlermeldung mit dem Kommentar, wo die LogID eingegeben werden muss. Anschließend kann das File bearbeitet werden. Bei der Erstauswertung für einen Datensatz muss das binäre File konvertiert werden. Im Zuge dieser Konvertierung wird eine Matlab[®]-Datei mit verschiedenen Informationen, sowie das ins ASCII-Format umgewandelte Datenfile angelegt. Dieser Vorgang kann bei Dateigrößen von mehreren Hundert MegaByte wenige Stunden dauern. Sind diese beiden Dateien bereits erstellt, gibt es die Option zu einer Weiterbearbeitung der Daten direkt das ASCII-File einzulesen. Dieser Prozess dauert dann nur wenige Minuten.

Das Programm erkennt selbständig, welcher Zeitbezug gespeichert worden ist. Ob es sich also um das Zeitmodell *TMOD* handelt, das die *Second of Week* aus einer Kombination mit GPS angibt, oder ob die IMU-Zeit *TIME*, die seit dem Aufstart der IMU hochzählt, gewählt worden ist. Während der Datenkonvertierung kann ein Messbereich ausgeschnitten werden. Damit besteht die Möglichkeit, die Datenmengen zu verringern.

An dieser Stelle kann sich ein Nutzer auch mit einem weiteren Programm die Ausgabewerte der Sensoren graphisch anzeigen lassen, um z. B. die Anfangs- und Endzeiten der ZUPTs zu überprüfen.

Ist mindestens eine Zeit (*TMOD und/oder TIME*) und die inertialen Beschleunigungen (*IACC*) sowie die inertialen Drehraten (*IOMG*) gespeichert worden, kann ein binäres Eingabefile für die Software KingsPad[™] erstellt werden. Die detaillierte Beschreibung dieser Software findet sich im Kapitel 4.4. Damit der Nutzer auch die Eingabedaten für KingsPad[™] lesen kann, wird dieses File zusätzlich im ASCII-Format erstellt. KingsPad[™] benötigt die inertialen Rohdaten im Format

$$(Zeit, \omega_y, -\omega_x, \omega_z, a_y, -a_x, a_z). \quad (4.1)$$

In der ersten Spalte steht die Zeit, dann folgen die inertielle Drehrate um die zweite Achse ω_y , die negative Drehrate um die erste Achse ω_x und die positive Drehrate ω_z um die dritte Achse. Analog die inertialen Beschleunigungen der Accelerometer *a*.

⁶Nach dem Einschalten der IMU beginnt die interne Zeitspeicherung (*TIME*) beginnend bei Null. Wird das System extern mit GPS getriggert, so wird das Zeitmodell (*TMOD*) berechnet, das der Second of Week entspricht. Arbeitet die IMU im Standalone-Modus, so sind (*TIME*) und (*TMOD*) identisch.

Mit dem binären Eingabefile können die Daten nun in der Software KingsPad™prozessiert werden.

4.4 Softwarepaket KingsPad™

Die Software KingsPad™ ist ein professionelles Softwarepaket, entwickelt von dem *Department of Geomatics Engineering* der University of Calgary ([SCHWARZ et al., 2000]).

In einer Konfigurationsdatei müssen die Koordinaten, sowie näherungsweise die Einstellwinkel des anfänglichen Standpunktes angegeben werden. Abbildung 4.3 zeigt die Eingabemaske von KingsPad™. Diese Angaben werden benötigt, um die Daten integrieren zu können.

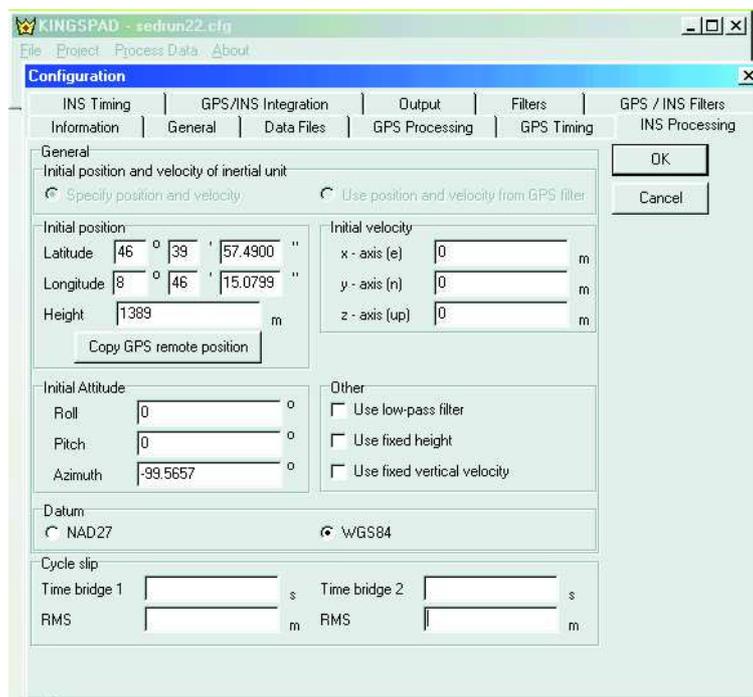


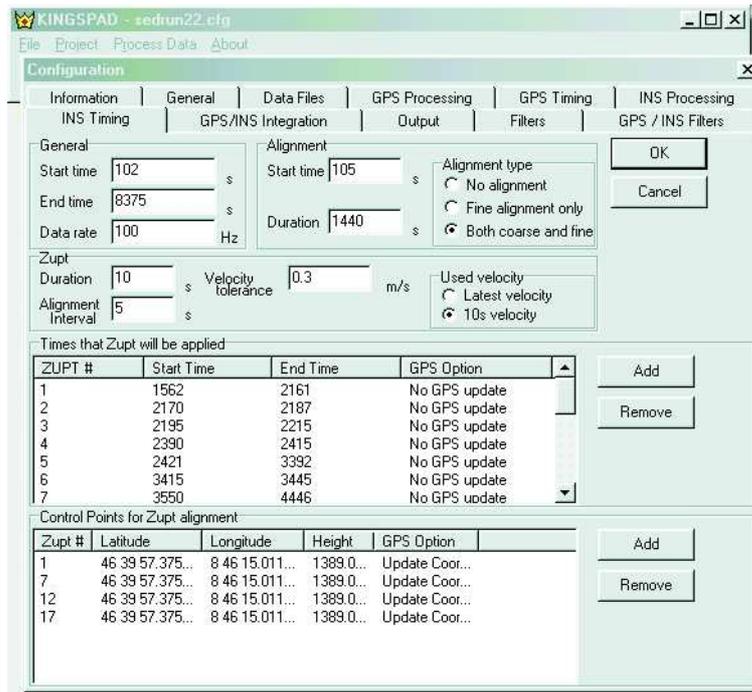
Abbildung 4.3: Eingabemaske von KingsPad™ zur Datenprozessierung

Weiterhin sind Angaben zum Messbeginn, Start und Dauer des Alignments erforderlich. Die Zusammensetzung des Alignments, ob mit oder ohne Coarse- bzw. Fine Alignment muss genauso angegeben werden wie die Datenrate der Datenspeicherung. Die Abbildung 4.4 entspricht der zugehörigen Eingabemaske aus Kingspad™.

Sollen darüber hinaus zur Genauigkeitssteigerung noch ZUPTs oder CUPTs durchgeführt werden, so gibt es in dieser Konfigurationsdatei die Möglichkeit in der Eingabemaske von 4.4 die entsprechenden Zeiten anzugeben.

Es besteht grundsätzlich die Möglichkeit, INS- durch GPS-Daten zu stützen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die INS-Daten jedoch *standalone* ausgewertet und nur durch ZUPTs während der Messpausen für die Autokollimation und bei der zweiten Messkampagne durch CUPTs am Schachtkopf verbessert.

Als Output in Kingspad™ sind verschiedene Ausgabefiles möglich. Für die Auswertungen wurden die in den Tabellen 4.2 bis 4.4 genauer spezifizierten Ausgabewerte herangezogen.

Abbildung 4.4: Eingabemaske von KingsPadTM für Zeitangaben

ATT *INS Einstellwinkel (Ergebnisse nach Kalman filter update)*

TIME/TMOD Zeit [s]

ϕ Rollwinkel der IMU [deg]

θ Nickwinkel der IMU [deg]

ψ Azimut der IMU [deg]

σ_ϕ Standardabweichung des Rollwinkels in Bogensekunden

σ_θ Standardabweichung des Nickwinkels in Bogensekunden

σ_ψ Standardabweichung des Azimuts in Bogensekunden

Tabelle 4.2: KingsPadTM Ausgabe für die Einstellwinkel

Die Ausgabedateien **.ATT* und **.POS* enthalten die Angaben nur zu den Zeitpunkten, an denen ZUPTs statt finden. Im **.NAV*-File hingegen werden nach Berechnung der ZUPTs und CUPTs die Positionen zu jeder Sekunde angegeben. Die Entscheidung, welches dieser Ausgabefiles für die weitere Berechnung heran gezogen wurde, hängt davon ab, ob nur Werte während der ZUPTs bzw. CUPTs verwendet werden oder ob die Daten der Messfahrten ebenso notwendig sind.

NAV	<i>navigierte INS Positionen für jede Sekunde</i>	
TIME/TMOD	Zeit [s]	
Φ	Breite des IMU-Achsenzentrums [deg min sec]	
λ	Länge des IMU-Achsenzentrums [deg min sec]	
H	Höhe des IMU-Achsenzentrums [m]	
v_N	Geschwindigkeit in Nordrichtung [m/s]	
v_E	Geschwindigkeit in Ostrichtung [m/s]	
v_H	Geschwindigkeit in der Höhe [m/s]	
ϕ	Rollwinkel der IMU [deg]	
θ	Nickwinkel der IMU [deg]	
ψ	Azimut der IMU [deg]	
δ_N	Nord-Offset zwischen INS und GPS [m]	
δ_E	Ost-Offset zwischen INS und GPS [m]	
δ_H	Höhen-Offset zwischen INS und GPS [m]	
	Kalman-Filter update	

Tabelle 4.3: KingsPad™ Ausgabe für die navigierten Positionen

POS	<i>INS Position, Geschwindigkeit und Einstellwinkel mit optimaler Glättung</i>	
TIME/TMOD	Zeit [s]	
Φ	Breite des IMU-Achsenzentrums [deg min sec]	
λ	Länge des IMU-Achsenzentrums [deg min sec]	
H	Höhe des IMU-Achsenzentrums [m]	
σ_Φ	Standardabweichung der Breite	
σ_λ	Standardabweichung der Länge	
σ_H	Standardabweichung der Höhe	
δ_N	Nord-Offset zwischen INS und GPS [m]	
δ_E	Ost-Offset zwischen INS und GPS [m]	
δ_H	Höhen-Offset zwischen INS und GPS [m]	
	Punktnummer des ZUPTs	
	GPS PDOP für Kalman-Filter	
	Anzahl der Satelliten	
	Anzahl der Satelliten mit gelöster Ambiguität	
	Art der Ambiguität	

Tabelle 4.4: KingsPad™ Ausgabe für die Positionen

4.5 Problemspezifische Auswertung

Die Ergebnisse aus KingsPadTM wurden mit dem Softwarepaket Matlab[®] bzw. mit dem Microsoft[®] Produkt Excel weiter verarbeitet.

Für die Richtungsübertragung in Sedrun wurden hauptsächlich die Ergebnisse der Azimute aus dem *.ATT-File mit den Richtungsmessungen der Autokollimation kombiniert ausgewertet. Die genaue Beschreibung des Messablaufs befindet sich in Kapitel 7. Vorweggenommen sei an dieser Stelle, dass die Richtungsänderung zwischen dem Schachtkopf und -fuß aus den Azimutdifferenzen am Ende der ZUPTs berechnet werden, da diese den stabilsten Wert liefern.

Die Satzmessungen und die Autokollimation mit dem Tachymeter wurden in Excel reduziert und mit der Richtungsänderung aus der Inertialmessungen kombiniert.

Kapitel 5

Autokollimation

Das INS ist ein abgeschlossenes System, das intern die Richtung im Raum bestimmen kann. Für eine Übertragung dieser Richtung in ein lokales Koordinatensystem gibt es verschiedene Möglichkeiten. Zum einen können mehrere Zielmarken auf dem Gehäuse der IMU angemessen werden (vgl. Abbildung 5.1).

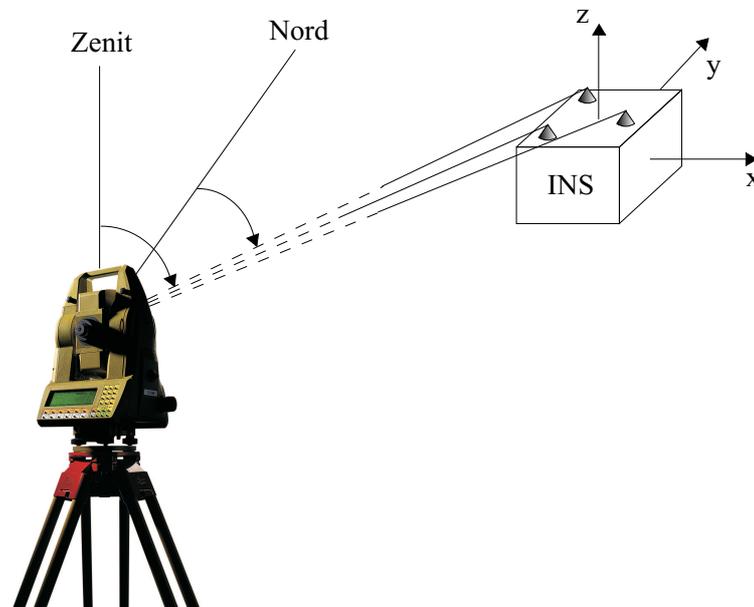


Abbildung 5.1: Positionierung des INS durch Zielmarken

Durch messen der Richtungen vom Zenit ζ und von einer Anschlussrichtung α zu den drei Zielmarken kann die Position des INS im Raum bestimmt werden. Die kurze Basis von wenigen Dezimetern zwischen den Zielmarken beschränkt allerdings das Genauigkeitspotential.

Eine weitaus einfachere, weniger aufwändige und zudem genauere Methode besteht darin, mit Hilfe der Autokollimation die Richtung zu übertragen. Daher wurde Autokollimation an dieser Stelle bevorzugt.

5.1 Prinzip der Autokollimation

Die *Kollimation* ist ein optisches Verfahren, das Strahlen parallel ausrichtet. Ein auf *Unendlich* fokussiertes Fernrohr mit beleuchtetem Fadenkreuz nennt man Kollimator. Meistens besitzt ein derartiger Kollimator eine Libelle, um den Strahlengang horizontal auszurichten [DEUMLICH et al., 2002].

Dieses Verfahren wird in die Messtechnik übertragen, indem zwei Fernrohre auf *Unendlich* fokussiert werden und die Fadenkreuze zur Deckung gebracht werden. Dies können auch Fernrohre zweier Theodolite sein, wenn deren Fadenkreuze von hinten beleuchtet werden. Die Zielachsen der Theodolite stehen dann parallel im Raum. Den Bezug zur Lotrichtung erhält man über den Höhenindex.

Werden die Zielstrahlen eines einzelnen Theodolits auf einen Spiegel oder ein spezielles Prisma ausgerichtet, so spricht man von *Autokollimation*. Dies geschieht dadurch, dass bei dem Theodolit das standardmäßige Fadenkreuz durch ein sogenanntes *Autokollimationsokular* ersetzt wird. Bei diesem Okular wird das Fadenkreuz durch eine spezielle Vorrichtung von hinten beleuchtet. Abbildung 5.2 zeigt das für die hier vorliegenden Messungen verwendete Autokollimationsokular von Leica Geosystems.



Abbildung 5.2: Autokollimationsokular von Leica Geosystems

Fokussiert man dieses Objektiv auf *Unendlich* und zielt mit diesem ungerüsteten Fernrohr auf einen Autokollimationsspiegel, so kann man das „echte“ Fadenkreuz durch Drehen der Feintriebe des Theodoliten mit seinem Spiegelbild koinzidieren. Sind die Fadenkreuze zur Deckung gebracht, so steht der Spiegel senkrecht zur Zielachse und die beiden Zielstrahlen zum und vom Autokollimationspiegel sind identisch. Dieses Prinzip ist in Abbildung 5.3 (a) dargestellt.

Steht der Spiegel senkrecht zum Strahlengang, so werden die Zielstrahlen wie in (a) auf sich selbst abgebildet. Ist der Spiegel um den Winkel δ gekippt (b), so werden die Zielstrahlen um 2δ abgelenkt. Von besonderer Bedeutung ist, dass oberflächenverspiegelte Planspiegel zum Einsatz kommen. Auf der Rückseite versilberte Spiegel lassen aufgrund von unerwünschten Refraktionen, hervorgerufen durch den Planplatteneffekt, das Autokollimationsbild unscharf erscheinen.

Mit diesem Messverfahren lassen sich kleine Winkel bzw. Winkeländerungen sehr genau messen, da eine Kippung um den Winkel δ die doppelte Messgröße von 2δ hervorruft. Daher ist die Autokollimation doppelt so genau, wie ein herkömmliches Verfahren zur Richtungsmessung.

Der Zielvorgang selbst ist praktisch ideal. Daher hängt die Genauigkeit der Messung von der Ablesegenauigkeit des Theodoliten ab. Ein auf unendlich gestelltes Fernrohr liefert parallele Zielstrahlen. Wegen dieser Parallelität und der Rechtwinkligkeit muss der Theodolit bei der Autokollimation nicht exakt auf dem Messpunkt zentriert werden. Mit der Messung wird der Winkel zwischen den Spiegeln bestimmt. Dies ist in Abbildung 5.4 anschaulich dargestellt.

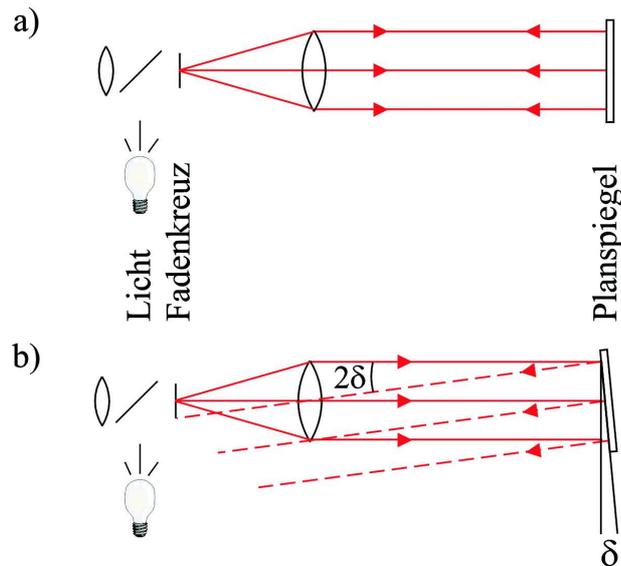


Abbildung 5.3: Prinzip der Autokollimation. In a) ist die Spiegelfläche senkrecht zur Zielrichtung, in b) ist die Spiegelfläche um den Winkel δ geneigt

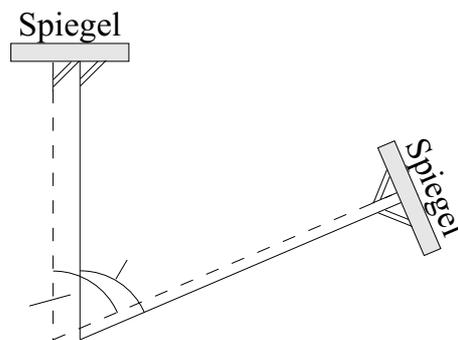


Abbildung 5.4: Zentrierung bei der Autokollimation

Das Autokollimationsverfahren ist besonders gut geeignet, um Prüf- und Kontrollmessungen auszuführen, da es selbst sehr kleine Winkeländerungen nachweisen kann. Ebenso können indirekt andere Abweichungen wie Senkungen und Durchbiegungen oder rechte Winkel gemessen werden. Der Autokollimationsspiegel kann auch als hochgenaue Bezugsrichtung eingesetzt werden, wenn kein Fernziel vorhanden ist, da sich der Spiegel wegen der parallel gestellten Zielstrahlen auch direkt vor dem Fernrohr befinden kann. Die Zielweiten können aber auch bis zu 50 m betragen. In geschlossenen Hallen auch bis zu 100 m [KAHMEN, 1993].

Für die Autokollimation gibt es neben den Planflächenspiegeln auch spezielle 90° -Dachkantprismen, mit denen horizontale Richtungen übertragen werden können. Die vertikale Autokollimation entfällt damit und erleichtert den Beobachtungsablauf. Der Zielstrahl wird dann zwar nicht auf sich selbst abgebildet, jedoch in einer horizontalen Ebene reflektiert. Dies ist jedoch für eine Richtungsübertragung in verschiedene Messhorizonte ausreichend. Ein derartiges Autokollimationsprisma ist das bei den Messungen eingesetzte Autokollimationsprisma GAP1 von Wild Heerbrugg (vgl. Abbildung 5.5), das entwickelt wurde, um die Ausrichtung von Walzen bei der Papierherstellung zu bestimmen.

Durch drei Zapfen kann dieses Autokollimationsprisma in einen Standarddreifuß von Wild bzw. Leica zwangszentriert werden. Eine Drehung um die Stehachse ist möglich, daher kann das GAP1 mit der vorhandenen Röhrenlibelle in mehreren Lagen horizontaliert werden. Der Spiegel besteht aus einem rechtwinkligen Dachkantprisma und kann um eine Kippachse gedreht werden. Die Strahlen verlaufen



Abbildung 5.5: Autokollimationsprisma von Wild Heerbrugg [WILD HEERBRUGG]

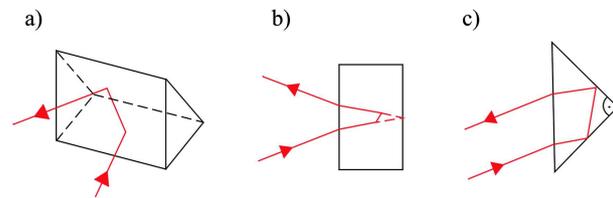


Abbildung 5.6: Strahlengang in einem Autokollimationsprisma. a) 3d-Ansicht, b) Seitenansicht, c) Grundriss

bei beliebiger Ausrichtung wie in Graphik 5.6. Ist das 90° -Dachkantprisma senkrecht zur Zielachse des Tachymeters ausgerichtet, so sind die Zielstrahlen aus Abbildung 5.6 (a) und (b) deckungsgleich. Aufgrund der speziellen Bauart muss der Zielstrahl in der Vertikalebene nicht deckungsgleich mit sich selbst sein (vgl. 5.6 (c)). Im Fernrohr sind der Horizontalfaden und sein Spiegelbild bei diesem Prisma immer deckungsgleich und somit ist die Zielung unabhängig vom Zenitwinkel, solange ein Spiegelbild sichtbar ist [WILD HEERBRUGG Manual, 1992].

Aufgrund der oben beschriebenen Bauart des Autokollimationsprismas GAP1 ist besonders darauf zu achten, dass das Autokollimationsprisma GAP1 vor der Messung quer zur Zielrichtung horizontaliert wird. Dies lässt sich wie folgt nachvollziehen: ist das Prisma horizontaliert, so werden die Zielstrahlen parallel in einer vertikalen Ebene zurückgeworfen. Würde man das Prisma vertikal ausrichten, so werden die Zielstrahlen parallel in einer horizontalen Ebene reflektiert. So lässt sich leicht vorstellen, dass eine Abweichung des Prismas aus der Horizontalen, die leicht anhand der Stellung der Libelle abgelesen werden kann, einen Fehler bei der Ablesung hervorruft. Eine Neigung des Prismas in Längsrichtung ist aufgrund des Kippmechanismus des GAP1 theoretisch unerheblich.

Im Messlabor des Lehrstuhls für Geodäsie wurde mit Hilfe des folgenden Versuchsaufbaus die Änderung der Ablesung aufgrund der Querneigung des GAP1 nachgewiesen (siehe Abbildung 5.7). Das GAP1 wurde auf ein Setzbrett montiert und mit bekannter Neigung quer zur Beobachtungsrichtung gekippt. Bis zu einer Neigung von drei *Minuten* wurde das Legebrett jeweils in Zehn-Sekundenschritten gekippt, danach in Minutenschritten bis zu einer Neigung von insgesamt zwölf *Minuten* je Seite. Für jede Neigung wurden fünf Autokollimationen mit dem Tachymeter TCA 2003 durchgeführt. Die Graphik in Abbildung 5.8 gibt die Messergebnisse wieder.

Auf der Abszisse ist die Neigung des GAP1 durch das Setzbrett in *Sekunden* angegeben. Die daraus entstehende Abweichung in der Horizontalrichtung ist nach oben aufgetragen. Die für das Mes-



Abbildung 5.7: Messaufbau zur Prüfung der Querneigungsänderung beim GAP1

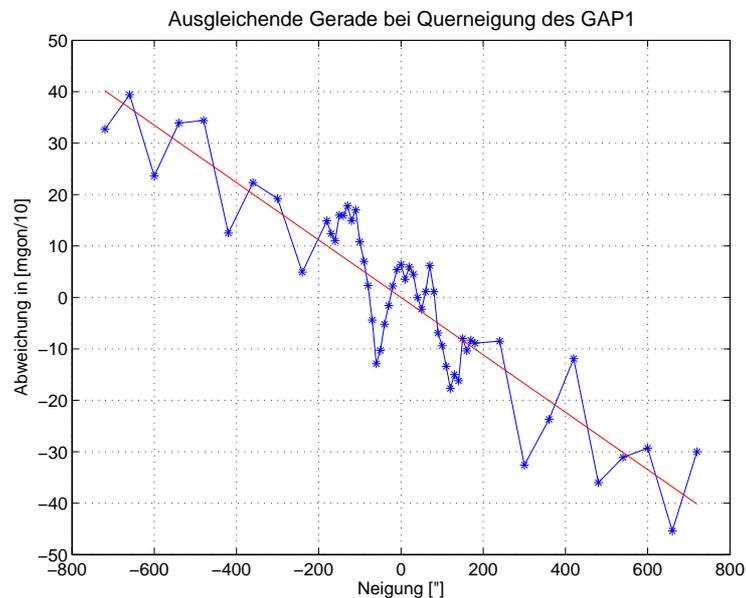


Abbildung 5.8: Änderung der Autokollimationsablesung bei definierter Querneigung des GAP1

sprojekt in Sedrun geforderte Genauigkeit liegt im *Sub-mgon*-Bereich, daher wurde hier die Einheit *mgon/10* gewählt. Die Regressionsgerade zeigt deutlich die Abweichung der horizontalen Richtung bei einem quergeneigten GAP1.

Bauartbedingt ist eine Zielung auf ein 90° -Dachkantprisma wie dem GAP1 invariant gegenüber einer Drehung um die Kippachse, was auch aus Abbildung 5.6 (c) hervor geht. Den empirischen Nachweis liefert ein gleichartiger Versuchsaufbau, wie eben beschrieben. Hier wurde das gesamte GAP1 auf dem Setzbrett jeweils um 1 *Minute* in Längsrichtung gekippt, ohne dass die Kippachse nachgeführt wurde.

Die ausgleichende Gerade in Abbildung 5.9 würde im Idealfall horizontal verlaufen. Aufgrund von Fertigungsfehlern im GAP1 kommt es jedoch zu Abweichungen. Es sollte daher darauf geachtet werden, dass die Kippachse des 90° -Dachkantprismas entsprechend auf den Tachymeter ausgerichtet wird. Ein Ausrichtfehler in Längsrichtung sollte ebenso vermieden werden.

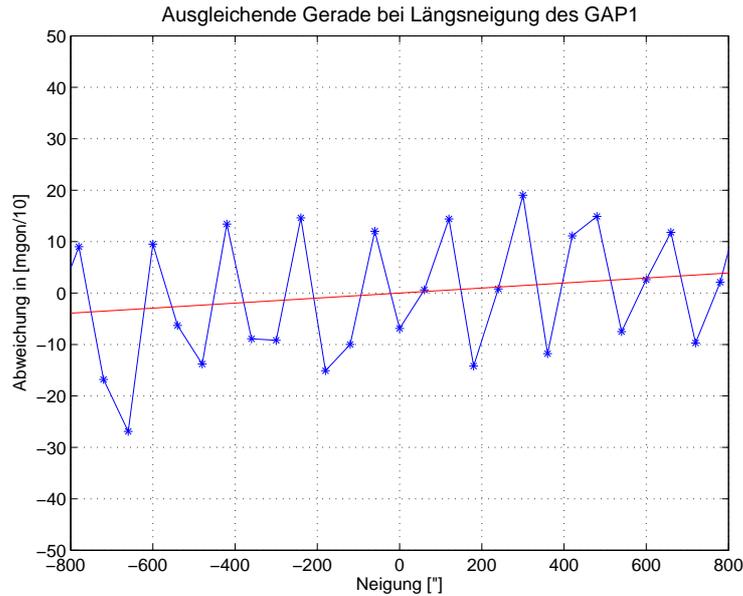


Abbildung 5.9: Änderung der Autokollimationsablesung bei definierter Längsneigung des GAP1

5.2 Autokollimation für die Richtungsübertragung

In der praktischen Anwendung bei der Richtungsübertragung im Gotthard-Basistunnel wird nach der Koordinierung der Tachymeterstandpunkte die Richtung von mehreren Fernzielen auf den Anschlussspiegel für die Autokollimation in *zwei Lagen* und fünf *Sätzen* übertragen.

Dieser Anschluss-Autokollimationsspiegel dient zum einen der Kontrolle der Autokollimationsmessungen. Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass während der eigentlichen Messungen zur Richtungsübertragung das Fernrohr nicht von den Fernzielen zur Autokollimation auf Unendlich umfokussiert werden muss. Die Fernziele in den Stollen von Sedrun liegen in einer Entfernung von 110 *m* bis 360 *m*. Die zur Autokollimation notwendige Fernrohrstellung auf *Unendlich* ist abhängig vom Fernrohr und tritt bei den verwendeten Tachymetern ca. bei 350 *m* ein. Ganz besonders kritisch wird die Umfokussierung auf kurze Distanzen. Diese Entfernung liegt etwa bei 15 *m*, da hier die Fokussierlinsen besonders stark verschoben werden.

Speziell bei den Messungen zur Richtungsübertragung im Gotthard-Basistunnel wurde darauf geachtet, dass die Fernrohre nicht auf kurze Distanzen umfokussiert werden. Möglich ist dies, da nur Fernziele angemessen und Autokollimationen durchgeführt worden sind. Mit diesen Autokollimationen kann eine Richtung auf einen Spiegel übertragen und auch wieder von ihm abgenommen werden. Bei den Messungen im Schacht von Sedrun wurden ein Planflächenspiegel und zur Redundanz das Autokollimationsprisma GAP1 von Wild Heerbrugg (vgl. Abbildung 5.5) eingesetzt.

Kapitel 6

Messprinzip zur Minimierung von Fehlern

In Kapitel 3.5 wurden bereits die Fehlereinflüsse der inertialen Messtechnik erwähnt. In dieser Arbeit werden Ansätze erarbeitet, mit denen durch eine günstige Anordnung und einen symmetrischen Ablauf der Messungen die Fehlereinflüsse minimiert werden können. Daher wird an dieser Stelle eine detaillierte Betrachtung der Fehlereinflüsse vorgenommen.

Zum besseren Verständnis der Wirkung der Fehlereinflüsse in der speziellen Beobachtungsanordnung sei vorweg genommen, dass diese aus einer Hinfahrt und einer zu dieser Hinfahrt symmetrischen Rückfahrt besteht. Idealerweise sind Hin- und Rückfahrt sowohl zeitsymmetrisch, als auch symmetrisch in der Bewegungsrichtung. Später im Kapitel wird auf die verschiedenen Möglichkeiten eingegangen, wie die Messfahrten angeordnet sein können.

Ausrichtfehler

Unterliegt das INS einer Geschwindigkeit und liegt ein konstanter horizontaler *Ausrichtfehler* vor, so ergibt dieser einen Fehler in der Geschwindigkeit, den Einstellwinkeln und der Position. Der Fehler für die Geschwindigkeit beträgt

$$\delta v(t) = g \sin(\delta\psi_0) t \quad (6.1)$$

$$\begin{aligned} g &= \text{Erdbeschleunigung} \\ \delta\psi_0 &= \text{konstanter Winkelfehler in der Ausrichtung} \\ t &= \text{Zeit.} \end{aligned}$$

Für die Position $\delta\vec{r}$ ergibt sich für kleine Winkel $\delta\psi_0$ ein Fehler von

$$\delta r(t) = \frac{1}{2} g \delta\psi_0 t^2, \quad (6.2)$$

der durch den Integrationsvorgang über die Zeit schnell größer wird. Aus Abbildung 6.1 ist ersichtlich, dass der Ausrichtfehler $\delta\psi_0$ durch eine gedrehte Position des INS mit umgekehrten Vorzeichen eingeht und somit durch eine symmetrische Anordnung eliminiert werden kann.

Einfluss der Gravitation, Erddrehrate und Coriolisbeschleunigung

Bei hochpräzisen Anwendungen mit einer Positionsgenauigkeit im Millimeterbereich und besser muss die höhenabhängige Änderung der Erdbeschleunigung berücksichtigt werden. Nach dem Gravitationsgesetz gilt für die Massenanziehungskraft auf der Erde ([RUMMEL, 1996])

$$F_m = GM \frac{m_K}{R^2} \quad (6.3)$$

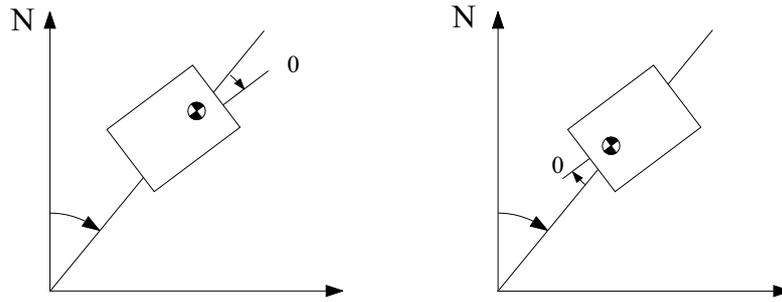


Abbildung 6.1: Konstanter Ausrichtfehler des INS

- F_m = Massenanziehungskraft
- GM = Gravitationskonstante der Erde ($= 389\,600.5 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$)
- m_K = Masse des Körpers
- R = Abstand von Erdmittelpunkt und Beschleunigungsmesser.

Bei einer Höhenänderung um ΔR ergibt sich eine Kraftänderung δF_m von

$$\delta F_m = -\frac{2}{R} F_m(R) \Delta R. \quad (6.4)$$

Für die Erde gilt demnach

$$F_m = a(R) \cdot m_K \quad (6.5)$$

$a(R)$ = Gravitationsbeschleunigung, abhängig von der Entfernung.

Die Gravitationsbeschleunigung a wird für kleine Abstandsänderungen ΔR zwischen dem Erdschwerpunkt und dem Beschleunigungsmesser durch

$$a_g(R + \Delta R) = a_g(R) \left(1 - \frac{2}{R} \Delta R\right) \quad (6.6)$$

$a_g(R)$ = Gravitationsbeschleunigung für den Abstand R

korrigiert. Die Änderung der Erdbeschleunigung beträgt etwa $3.086 \mu\text{m/s}^2$ pro Höhenmeter, wobei sie abwärts zu- und aufwärts abnimmt. Der Positionsfehler berechnet sich zu

$$\delta \vec{r} = \frac{1}{2} \delta \vec{g} \vec{r} t^2. \quad (6.7)$$

- $\delta \vec{r}$ = Positionsfehler
- $\delta \vec{g}$ = Änderung der Gravitationsbeschleunigung
- \vec{r} = Position bezogen auf das Erdmassenzentrum
- t = Zeit

Die Erddrehrate und die Coriolisbeschleunigung dagegen können als konstant betrachtet und müssen in der Bewegungsdifferentialgleichung (3.57) berücksichtigt werden. Der Positionsfehler $\delta \vec{r}_{\text{coriolis}}$ aufgrund der Coriolisbeschleunigung ist

$$\delta \vec{r}_{\text{coriolis}} = \frac{1}{2} (2\vec{\omega}_e \times \vec{v}_e) t^2 \quad (6.8)$$

- $\vec{\omega}_e$ = Erddrehratenvektor im erdfesten System
- \vec{v}_e = Geschwindigkeitsvektor im erdfesten System
- t = Zeit.

Sensorfehler

Der wichtigste zu kompensierende Fehler ist der *Nullpunktsfehler (Bias)*, der sich durch ein konstantes Ausgabesignal äußert, obwohl kein Eingangssignal vorliegt (siehe Abbildung 6.2 (a)).

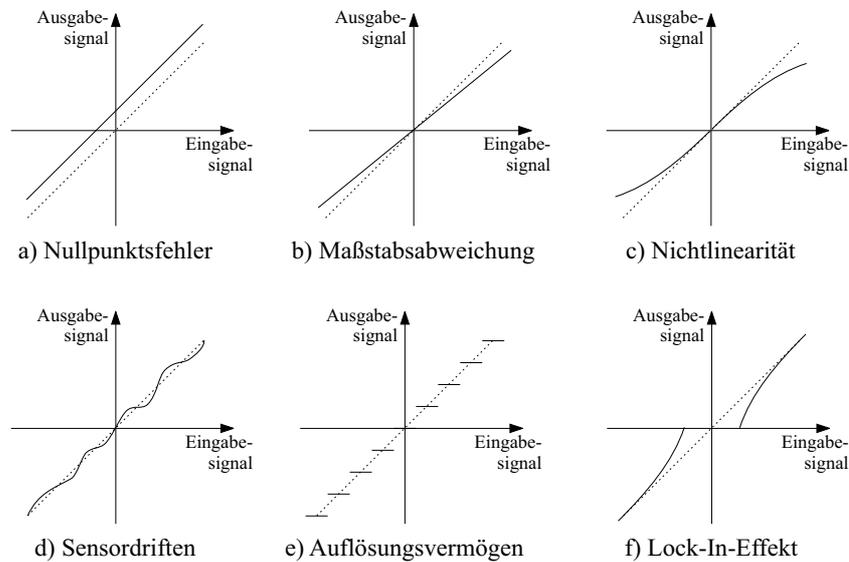


Abbildung 6.2: Allgemeine Sensorfehler [nach Profos, 1978]

Der systematische Anteil ist kompensierbar. Der zufällige Fehleranteil, auch Nullpunktsinstabilität genannt, wird unterschieden in

- Kurzzeitstabilität beim Einsatz über mehrere Stunden,
- Tag-zu-Tag-Stabilität beim jeweiligen Einschaltvorgang und
- Langzeitstabilität wegen Alterung oder Lagerung.

Der Bias ist für jeden Sensor i eine konstante Zahl $u_{0,i}$. Durch zweimalige Integration ergibt sich ein Positionsfehler $\delta\vec{r}$ aufgrund eines konstanten Bias der Beschleunigungsmesser durch

$$\delta\vec{r}(t) = \frac{1}{2} \delta\vec{a} t^2 \quad (6.9)$$

$\delta\vec{a}$ = konstanter Bias des Beschleunigungsmessers
 t = Zeit

Der Bias der Kreisel führt zu dem Winkelfehler $\delta\vec{\varphi}$

$$\delta\vec{\varphi}(t) = \delta\vec{\omega} t \quad (6.10)$$

$\delta\vec{\omega}$ = konstanter Drehratenfehler (Bias)
 t = Zeit.

Er verursacht, dass die gemessenen Komponenten der Erdschwerebeschleunigung fehlerhaft korrigiert werden. Es ergibt sich ein zeitabhängiger Beschleunigungsfehler $\delta\vec{a}(t)$ für kleine Winkel

$$\delta\vec{a}(t) = \vec{g} \sin \delta\vec{\omega} t \approx g \delta\omega t \quad (6.11)$$

\vec{g} = Komponente der Erdbeschleunigung
 $\delta\vec{\omega}$ = konstanter Drehratenfehler (Bias)
 t = Zeit.

Der Geschwindigkeitsfehler $\delta v(t)$ ist dann

$$\delta \vec{v}(t) \approx \frac{1}{2} \delta \vec{g} \delta \vec{\omega} t^2. \quad (6.12)$$

Der dadurch entstehende Positionsfehler $\delta \vec{r}(t)$ berechnet sich zu

$$\delta \vec{r}(t) = \frac{1}{6} \delta \vec{g} \delta \vec{\omega} t^3 \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} \delta \vec{g} &= \text{konstanter Bias} \\ \delta \vec{\omega} &= \text{konstanter Drehratenfehler} \\ t &= \text{Zeit.} \end{aligned}$$

Aufgrund der Nullpunktsinstabilität ist es nicht möglich, diese einschaltvorgangsabhängigen Fehleranteile auf einer Kalibriereinheit zu bestimmen und anzubringen. Sie werden daher zu Beginn der Messung im Alignment und während des Messvorgangs im Stillstand (ZUPT) bestimmt. Gewisse Restunsicherheiten bleiben jedoch immer erhalten.

Die *Maßstabsabweichung* ist das Verhältnis zwischen einer Änderung im Ausgabesignal und der entsprechenden Änderung im Eingangssignal. Da die meisten Beschleunigungsmesser und Kreisel ein direkt zum Eingangssignal proportionales Ausgabesignal haben, ist die Maßstabsabweichung eine konstante Zahl (vgl. Abbildung 6.2 (b)).

Darüber hinaus gibt es auch lineare und quadratische Abhängigkeiten des Eingangssignals. Die *Nichtlinearität* ist in Abbildung 6.2 (c) schematisch dargestellt.

Werden der Bias und die Nichtlinearitäten zusammengefasst, so gilt für jeden Sensor i

$$s_i = m_{0,i} + m_{1,i} \cdot s_i' + m_{2,i} \cdot s_i'^2 + m_{3,i} \cdot s_i'^3 \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} s_i &= \text{korrigierter Sensorwert} \\ m_{1,i} &= \text{lineare Maßstabsabweichung des Sensors} \\ s_i' &= \text{Ausgabewert des Sensors} \\ m_{2,i} &= \text{quadratischer Korrekturfaktor} \\ m_{3,i} &= \text{kubischer Korrekturfaktor.} \end{aligned}$$

Fertigungstechnisch ist es unmöglich, alle Beschleunigungsmesser in einem Punkt zu montieren. Durch die *Exzentrizität der Beschleunigungsmesser* entstehen drehratenabhängige Zentripetal- und Winkelbeschleunigungsfehler, die rechnerisch kompensiert werden müssen. Abbildung 6.3 zeigt zwei Montagemöglichkeiten.

Bewegt sich der Sensor bei einer Rotation mit dem Winkel φ_x um die x-Achse, so gilt für die Beschleunigung a_y

$$\begin{aligned} \delta a(\dot{\varphi}) &= -u_{yy} \dot{\varphi}_x^2 \text{ bzw.} \\ \delta a(\ddot{\varphi}) &= -u_{zy} \ddot{\varphi}_x^2. \end{aligned} \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \text{Rotationswinkel} \\ u_{ij} &= \text{Abstand von Sensor } j \text{ auf Achse } i. \end{aligned}$$

Lässt man weiterhin Rotationen um die y- und z-Achse zu, so gilt für die resultierende Beschleunigung wegen der Exzentrizität der Sensoren

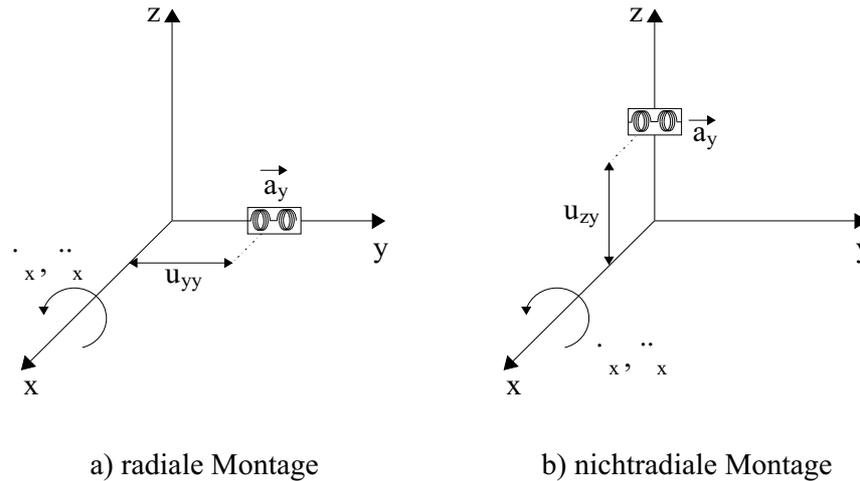


Abbildung 6.3: Exzentrische Montagemöglichkeiten für Beschleunigungsmesser [nach von HINÜBER, 1993]

$$\begin{aligned}
 \delta a_y(\dot{\varphi}_x, \ddot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_z, \ddot{\varphi}_z) &= -(u_{yy} \dot{\varphi}_z^2 - u_{xy} \ddot{\varphi}_z + u_{yy} \dot{\varphi}_x^2 + u_{zy} \ddot{\varphi}_x) \\
 \delta a_z(\dot{\varphi}_x, \ddot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_y, \ddot{\varphi}_y) &= -(u_{zz} \dot{\varphi}_y^2 - u_{xz} \ddot{\varphi}_y + u_{zz} \dot{\varphi}_x^2 + u_{yz} \ddot{\varphi}_x) \\
 \delta a_x(\dot{\varphi}_y, \ddot{\varphi}_y, \dot{\varphi}_z, \ddot{\varphi}_z) &= -(u_{xx} \dot{\varphi}_z^2 - u_{yx} \ddot{\varphi}_z + u_{xx} \dot{\varphi}_y^2 + u_{zx} \ddot{\varphi}_y)
 \end{aligned} \tag{6.16}$$

mit den Koeffizienten u_{jk} der Exzentrizitätsmatrix der Beschleunigungsmesser

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_{xx} & u_{xy} & u_{xz} \\ u_{yx} & u_{yy} & u_{yz} \\ u_{zx} & u_{zy} & u_{zz} \end{pmatrix}. \tag{6.17}$$

Die Spalten enthalten die Koordinaten der Testmassen der Beschleunigungsmesser im Sensorkoordinatensystem. Die Beschleunigungen bezogen auf den Koordinatenursprung des Sensorsystems ergeben sich zu

$$\begin{aligned}
 a_x &= a'_x - \delta a_x \\
 a_y &= a'_y - \delta a_y \\
 a_z &= a'_z - \delta a_z.
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

Im Idealfall sind die sensitiven Achsen der Beschleunigungsmesser und Kreisel jeweils koaxial und senkrecht zueinander montiert. Die *Nichtorthogonalität* entsteht dadurch, dass dies nur mit einer gewissen Genauigkeit möglich ist. Der dadurch entstehende Winkelfehler muss korrigiert werden. Hierbei wird zwischen den Fehlern unterschieden, die aufgrund einer Fehlausrichtung innerhalb der Sensoren und einer schiefen Montage entstehen. Der resultierende Fehler jedoch ist gleichartig und wird durch die sog. Kreuzkopplung beschrieben. Die Nichtorthogonalität des Kreisels für die x-Richtung wird durch eine Abweichung in y- und z-Richtung beschrieben. Dadurch ergeben sich sechs Freiheitsgrade für die Kreisel. Gleiches gilt analog für die Beschleunigungsmesser.

Die Korrektur der Nichtorthogonalitätsfehler wird durch

$$\begin{aligned}
a_x &= k_{a,xx} a'_x + k_{a,yx} a_y + k_{a,zx} a_z \\
a_y &= k_{a,xy} a_x + k_{a,yy} a'_y + k_{a,zy} a_z \\
a_z &= k_{a,xz} a_x + k_{a,yz} a_y + k_{a,zz} a'_z \\
\omega_x &= k_{\omega,xx} \omega'_x + k_{\omega,yx} \omega_y + k_{\omega,zx} \omega_z \\
\omega_y &= k_{\omega,xy} \omega_x + k_{\omega,yy} \omega'_y + k_{\omega,zy} \omega_z \\
\omega_z &= k_{\omega,xz} \omega_x + k_{\omega,yz} \omega_y + k_{\omega,zz} \omega'_z
\end{aligned} \tag{6.19}$$

angebracht. Die Koeffizienten $k_{i,jk}$ sind analytisch beschreibbar als das Ergebnis trigonometrischer Winkelfehler zwischen dem tatsächlichen Koordinatensystem der Messwertaufnahme und dem idealen Sensorkoordinatensystem. Der Winkelfehler kann jedoch in der Praxis nicht gemessen werden. Lediglich auf einem Multipositionstisch im Rahmen einer Kalibrierung können diese systematischen Winkelfehler für alle Richtungen festgestellt und anschließend rechnerisch angebracht werden. Es ist zu empfehlen, diese Kalibrierung regelmäßig zu wiederholen.

Bei mechanischen Kreiseln treten *beschleunigungsabhängige Kreiseldriften* auf, da die rotierende Masse der translatorischen Massenträgheit unterliegt. Das entsprechende Fehlermodell

$$\begin{aligned}
\omega_x &= \omega'_x + m_{xx} a_x + m_{yx} a_y + m_{zx} a_z \\
\omega_y &= \omega'_y + m_{xy} a_x + m_{yy} a_y + m_{zy} a_z \\
\omega_z &= \omega'_z + m_{xz} a_x + m_{yz} a_y + m_{zz} a_z
\end{aligned} \tag{6.20}$$

berücksichtigt Beschleunigungseinflüsse aus allen drei kartesischen Raumrichtungen auf jede sensitive Kreiselachse. Zudem ist der Beschleunigungsvektor \vec{a} eine Funktion der Rotationen um die jeweils nicht sensitiven Achsen. Dadurch ergibt sich ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem, das in [von HINÜBER, 1993] beschrieben wird. Da im Rahmen dieser Arbeit Laserkreisel eingesetzt worden sind, wird dieser Fehlereinfluss nicht weiter betrachtet.

Die *Sensordriften* entstehen durch Störungen innerhalb der Sensoren (vgl. Abbildung 6.2 (d)). Sie äußern sich durch ein Hin- und Herwandern des Ausgabesignals. Sie sind temperaturabhängig und ändern sich mit jedem Einschaltvorgang.

Da sie einem gewissen Zufall unterliegen, können sie nur schwer rechnerisch berücksichtigt werden. Auch wenn die Änderung des Ausgabesignals sehr klein ist, so summiert sich der entstehende Fehler über die Messung hinweg auf. Selbst durch eine geeignete Messanordnung können diese Fehler nicht ausgeschaltet werden. Unterbleibt eine Korrektur durch eine Stützung jeglicher Art, so kann wegen der Integration nach einiger Zeit ein Positionsfehler von mehreren 1000 km entstehen.

Selbstverständlich unterliegen die Sensoren aufgrund der Quantennatur des Lichtes auch *weißen Grundrauschen*, das einmal aufintegriert zum sogenannten *Random Walk* wird und das das *Auflösungsvermögen* der Sensoren (Abbildung 6.2 (e)) begrenzt.

In Kapitel 2 wurde bereits die Problematik des *Lock-In-Effekts* bei kleinen Eingangsdrehraten beschrieben. Schematisch dargestellt ist dieser Fehler in Abbildung 6.2 (f). Eine Möglichkeit den Lock-In-Effekt zu umgehen ist die Beaufschlagung des Sensors mit einer zusätzlichen Drehrate in Form einer Pendelbewegung (*Dithering*), was jedoch kleine Schwingungen in den Messwerten hervor ruft.

Die entstehenden Fehlereinflüsse aufgrund der *Temperatur* wirken sich besonders negativ auf die Ausgabewerte der Beschleunigungsmesser aus. Temperaturänderungen verursachen eine thermische *Hysterese* des Ausgabesignals. Gleiches gilt für die mechanischen Kreisel, optische Kreisel hingegen sind weniger betroffen.

Lotabweichungen

Der durch *Lotabweichungen* entstehende Fehler im Ausgabesignal ist kein Sensorfehler. Er äußert sich jedoch in gleicher Weise wie ein Bias.

Im Rahmen des *Fine Alignments* werden Fehler wie

- Maßstabsfehler,
- Nichtlinearität sowie
- der Bias

bestimmt. Da der Einfluss der Lotabweichungen wie ein Bias wirkt, wird dieser im Rahmen des Fine Alignments mit berechnet. Wird ein Ausrichtungsfehler wie zu Beginn dieses Kapitels beschrieben im Rahmen des Fine Alignments nicht erkannt, so kann er durch eine gegenläufige Bewegung in der Messanordnung minimiert werden.

Messanordnung

Durch bestimmte Messabläufe können Fehler in Beobachtungen minimiert bzw. sogar eliminiert werden. Ein Beispiel dafür ist die *Zwei-Lagen-Messung* in der Tachymetrie. Hier werden bei der Mittelbildung von zwei Komplementmessungen Ziel- und Kippachsfehler sowie Exzentrizitäten der Teilkreise eliminiert und man erhält ein reduziertes Ergebnis.

Führt man mit einem INS eine Messung von einem bekannten Ort A zu einem unbekanntem Punkt B durch, so erhält man die Position von B . Bringt man das System zurück auf den Ausgangspunkt A , so kann zusätzlich ein *CUPT* nach Kapitel 3.6 berechnet werden, der die Genauigkeit der Position in Punkt B um ein Vielfaches steigert. Unabhängig vom zurück gelegten Weg ergibt sich die Position für B in vektorieller Darstellung durch

$$\vec{B} = \vec{B} + \frac{1}{2} (\vec{\delta}_{AB} - \vec{\delta}_{BA}). \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \text{Positionsvektor von B} \\ \vec{A} &= \text{Positionsvektor von A} \\ \vec{\delta}_{AB} &= \vec{B} - \vec{A} \\ \vec{\delta}_{BA} &= \vec{A} - \vec{B}. \end{aligned}$$

Bewegt man das System darüber hinaus auf genau der gleichen Trajektorie zurück zur Ausgangsposition A , so lässt sich diese zusätzliche Information nutzen. Die systematischen Fehler der Inertialnavigation wurden bereits ausführlich diskutiert. Im Rahmen dieser Arbeit werden Ansätze vorgestellt, die durch eine günstige Beobachtungsanordnung derartige Fehler minimieren.

Der Fehler eines Wertes x_f ist definiert als die Differenz zwischen seinem Ist- und seinem Sollwert

$$x_f = x_{ist} - x_{soll}, \quad (6.22)$$

seine Verbesserung x_v hat den selben Betrag, nur mit unterschiedlichem Vorzeichen

$$x_v = x_{soll} - x_{ist}. \quad (6.23)$$

Grundsätzlich wird zwischen *zufälligen* und *systematischen Fehlern* unterschieden.

Zufällige Fehler

Sowohl Größe als auch das Vorzeichen sind bei **zufälligen Fehlern** nicht vorher zu sagen. Die

Abweichung des Einzelwertes gehorcht statistisch gesehen jedoch gewissen Gesetzmäßigkeiten. Ist die Anzahl der Einzelwerte hoch genug, so ist die Messung normalverteilt. Da tatsächlich selten hinreichend genügend Messwerte für die Gaußverteilung vorliegen, kann diese Normalverteilung nur einen Näherungswert darstellen [PROFOS, 1978].

Zufällige Fehler beruhen auf der Messunsicherheit. Sie sind definiert durch

$$x_z = x_i - \mu. \quad (6.24)$$

x_i = Messwert der i -ten Einzelmessung
 μ = Erwartungswert

Aufgrund der beschränkt verfügbaren Messwerte wird der Erwartungswert durch den Mittelwert aller Messungen \bar{x} ersetzt. Dies führt zur Standardabweichung eines Einzelwertes σ , der über die Streuung der Messwerte bestimmt werden kann.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}. \quad (6.25)$$

\bar{x} = Mittelwert aller Messungen
 n = Anzahl der Messwerte.

Um zufällige Fehler von Einzelmessungen zu vermeiden, können mehrere Messungen gemittelt werden. Man erhält dann die Standardabweichung des Mittelwertes $\sigma_{\bar{x}}$, indem Gleichung (6.25) durch die Wurzel der Anzahl aller Messwerte n geteilt wird zu

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (6.26)$$

Zu den zufällig verteilten Fehlern gehören in der inertialen Messtechnik die Driften der Messsensoren. Daher können diese nur durch interne oder externe Stützung kontrolliert werden.

Systematische Fehler

Bei **systematischen Fehlern** hingegen kann im Vorfeld eine Aussage hinsichtlich Größe und Vorzeichen getroffen werden. Sie werden durch

$$x_s = \mu - x \quad (6.27)$$

μ = Erwartungswert
 x = wahrer Messwert

beschrieben. Systematische Fehler können jederzeit reproduziert werden, daher können sie auch durch Eichung bestimmt und bei der Auswertung berücksichtigt werden. Sie können jedoch auch durch eine geschickte Beobachtungsanordnung oder einen bestimmten Messablauf reduziert oder gar eliminiert werden, wenn dadurch erreicht wird, dass der Fehler mit unterschiedlichem Vorzeichen eingeht. Dies gilt auch für die eben beschriebenen Fehlereinflüsse bei der Inertialnavigation.

Das Messergebnis y bildet keine Funktion $q(t)$ in geschlossener Form, sondern ist an diskreten Stellen durch verschiedene Einzelmesswerte t_i bestimmt. Es gilt

$$y = q(t_1, \dots, t_i, \dots, t_n). \quad (6.28)$$

Die Diskretisierung entsteht dadurch, dass mit einer zu Beginn der Messung festgelegten Datenspeicherungsrate aufgezeichnet wird. Die Bewegungsinformation zwischen den Ausgabezeitpunkten wird über diesen Zeitraum aufsummiert und in einem einzigen Messwert ausgegeben. Die mangelnde Kenntnis der Funktion $q(t)$ verursacht eine fehlerhafte Integralfunktion. Die numerische Integration gestattet in diesen Fällen eine näherungsweise Berechnung des Integralwertes durch die Trapezformel (z. B. [STRUBECKER, 1980])

$$I = \int_{t_{i+1}}^{t_i} q(t) dt \approx \frac{\delta t}{2} (q(t_i) + q(t_{i+1})) = I_n \quad (6.29)$$

- I = Integralwert
- t_i = Zeitpunkt t
- t_{i+1} = auf t folgender Zeitpunkt
- δt = Zeitspanne über die integriert wird
- I_n = numerisch ermittelter Integralwert.

Veranschaulicht ist dies in Abbildung 6.4(a). Durch die Diskretisierung der Funktion $q(t)$ der idealen Sensorwertkurve erhält man die Beobachtungen.

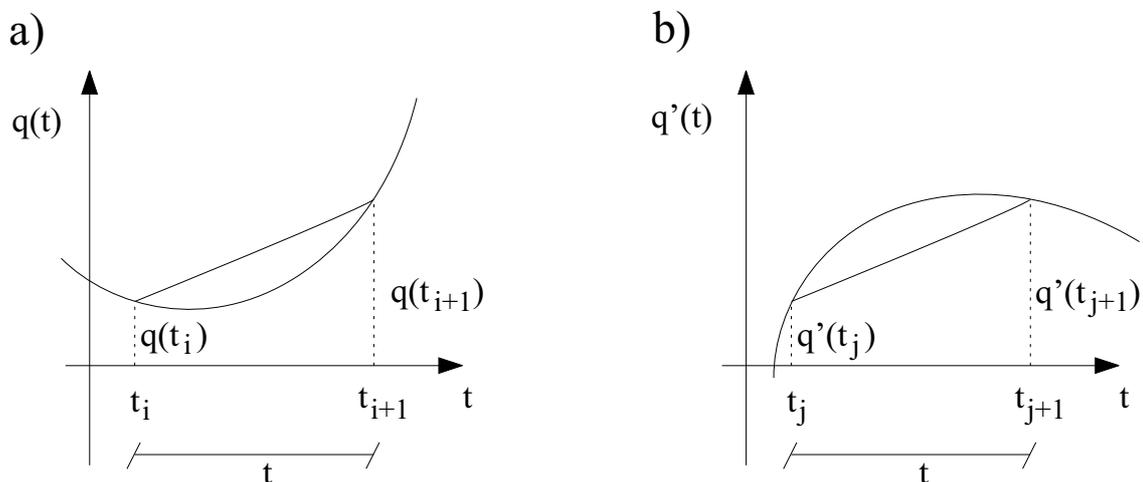


Abbildung 6.4: Numerische Integration mit der Trapezformel

Bewirken die Fehlereinflüsse bei der Hinfahrt eine Kurve $q(t)$ wie in Abbildung 6.4(a), so erhält man bei der Rückfahrt aufgrund der gleichgerichteten Sensorfehler, die jetzt jedoch in einer anderen Lage wirken, idealerweise die Kurve $q'(t)$ in Abbildung 6.4(b). Es lässt sich leicht erkennen, dass der Mittelwert über die Integrale den exakten Wert liefert. Messtechnisch lassen sich diese Fehlereinflüsse nicht vollständig eliminieren, jedoch können sie durch dieses Verfahren minimiert werden.

Sind die Sensordaten ermittelt und die Transformationen gelöst, so können die Beschleunigungen zweifach und die Drehraten einmal integriert werden. Da weiterhin Fehlereinflüsse vorhanden sind, sind die integrierten Beschleunigungen und Drehraten mit systematischen Fehlern behaftet. Daraus können zwar die einzelnen Positionen berechnet werden, diese unterliegen jedoch den Gesetzmäßigkeiten der Fehlerfortpflanzung.

Für die Fehlerfortpflanzung von systematischen Fehlern lässt sich der resultierende Gesamtfehler x_g der einzelnen Messwerte durch eine Taylorreihe beschreiben

$$x_g = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\delta q}{\delta x_i} f_{sx_i} + \frac{\delta q^2}{\delta x_i^2} f_{sx_i^2} + \frac{\delta q^3}{\delta x_i^3} f_{sx_i^3} + \dots \right). \quad (6.30)$$

Da der systematische Fehler vorzeichenbehaftet ist, ist grundsätzlich eine Fehlerkompensation möglich. Die durch die umgekehrte Bewegungsrichtung in entgegengesetzter Weise wirkenden Fehlereinflüsse heben sich wegen ihres unterschiedlichen Vorzeichens aufgrund der Integration der Fehlereinflüsse über die Zeit auf. Dadurch kann eine symmetrische Messanordnung eine Minimierung der Fehler bewirken.

Davon betroffen ist die Maßstabsabweichung (vgl. Abbildung 6.2 (b)). Punktsymmetrische Anteile der Nichtlinearität der Sensoren (siehe Abbildung 6.2 (c)) werden durch eine Hin- und Rückbewegung ebenso minimiert. Ein richtungsabhängiger Fehler wie die Hysterese wird teilweise kompensiert.

In der inertialen Messtechnik kann diese notwendige Gegenbewegung auf unterschiedliche Weise simuliert werden. Das Messsystem kann dabei um 200 gon gedreht oder in die entgegengesetzte Richtung bewegt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten werden nachfolgend erläutert. Mit einer entsprechenden Messung wird die jeweilige Theorie empirisch untermauert.

6.1 Rotation der Inertialen Messeinheit

Die systematischen Fehler wirken immer in gleich gerichteter Weise. Liegt nun ein beliebiges Eingabesignal vor, so wirkt der Fehler des Ausgabewertes der Sensoren in einer ganz bestimmten Weise bezüglich dieser Eingaberichtung. Kehrt man diese Eingaberichtung durch ein Drehen der IMU von 200 gon um, so wirken die systematischen Fehler der Ausgabewerte in ihrer ursprünglichen Form weiter. Daher besteht die Möglichkeit, durch Umkehrung des Messinstruments diese Fehlereinflüsse zu minimieren.

Die Umkehrung der Eingaberichtung kann durch eine Drehung der IMU vollzogen werden. Es liegt dann eine umgekehrte Bewegung vor, die als Fahrt in Lage I und in Lage II beschrieben werden kann. Um die Nomenklatur für die gesamte Arbeit einheitlich zu halten soll die Fahrt in Lage I als Hinfahrt und die Fahrt in Lage II als Rückfahrt bezeichnet werden. Systematische Fehler, die bei der Hinfahrt in einer Richtung wirken, gehen bei der Rückfahrt mit umgekehrten Vorzeichen ein. Bildet man das arithmetische Mittel, so entfällt der systematische Fehler.

Auf dem Olympiaturm zu München befindet sich ein Drehrestaurant, von dem die Bewegungsgeometrie bestimmt wurde. Aus technischen Gründen besteht nur die Möglichkeit, das Drehrestaurant im Uhrzeigersinn zu verfahren, daher wurde das INS um 200 gon gedreht und somit in die zweite Lage gebracht.

6.1.1 Modelldarstellung

Um die zeitproportionalen Fehlereinflüsse ungerader Ordnungen zu beseitigen sind zwei Bewegungen notwendig, die in irgend einer Form gegenläufig sind. Kann dies aus welchen Gründen auch immer nicht realisiert werden, so gibt es die Option, die Sensoren in um 200 gon gedrehte Position zu bringen, und die gleiche Bewegung noch einmal durchzuführen. Da die Sensortriaden dann genau komplementär ausgerichtet sind, gehen die Driften im Ausgabesignal mit negativem Vorzeichen ein. Die mathematische Form der Hinfahrt lässt sich genau wie (6.34) durch

$$\vec{x}_s = \vec{x}_H - \delta\vec{x}_H(t) \quad (6.31)$$

$$\begin{aligned} \vec{x}_s &= \text{Sollmesswert} \\ \vec{x}_H &= \text{Messwert aus Hinfahrt} \\ \delta\vec{x}_H(t) &= \text{zeitabhängiger Korrekturwert der Hinfahrt} \end{aligned}$$

formulieren. In der Rückfahrt hingegen wirken die Driften der Ausgabesignale mit umgekehrten Vorzeichen, also gilt

$$\vec{x}_s = \vec{x}_R + \delta\vec{x}_R(t). \quad (6.32)$$

$$\begin{aligned} \vec{x}_s &= \text{Sollmesswert} \\ \vec{x}_R &= \text{Messwert der Rückfahrt} \\ \delta\vec{x}_R(t) &= \text{zeitabhängiger Korrekturwert der Rückfahrt} \end{aligned}$$

Die Summe aus (6.31) und (6.32) liefert den Sollwert zu

$$\vec{x}_s = \frac{1}{2}(\vec{x}_H + \vec{x}_R) - \frac{1}{2}(\delta\vec{x}_H(t) - \delta\vec{x}_R(t)). \quad (6.33)$$

Der zweite Term wird zu Null, wenn die zeitproportionale Veränderung linear und die Messung symmetrisch ist.

6.1.2 Messung im Drehrestaurant des Olympiaturms zu München

Die Messungen fanden im Versorgungsschacht unterhalb des Restaurants im Olympiaturm zu München statt. Wie bereits erwähnt, kann das Restaurant nur in einer Richtung gedreht werden. Eine Rückwärtsdrehung ist nicht möglich. Die Drehung für die zweite Lage wurde daher durch das INS vorgenommen. Zu diesem Zweck wurde von der Werkstatt des Geodätischen Prüflabors eine Montageplatte angefertigt (vgl. Abbildung 6.5), auf der das INS exakt gedreht werden kann.

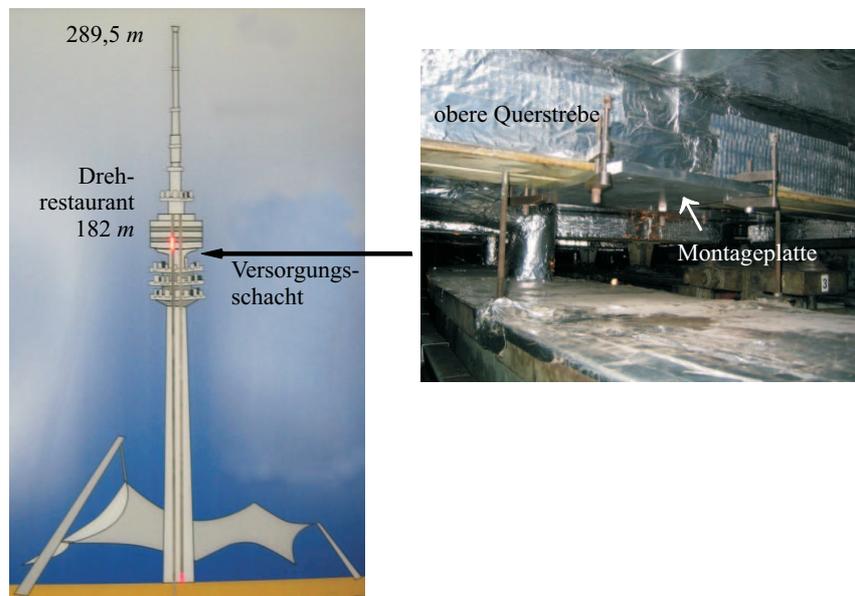


Abbildung 6.5: Olympiaturm und Montageplatte an Querstrebe

Während der ersten Umdrehung war die IMU wie in Abbildung 6.6 angebracht. Für die zweite Umdrehung wurde sie auf der Montageplatte in umgekehrter Richtung wie in Abbildung 6.7 angeschraubt. Hierbei werden jeweils die x- und y-Achse um 200 gon rotiert. Die z-Achse weist immer nach oben, da das Navigationssystem kopfüber an einer Querstrebe montiert war, sollte es mit dem drehbaren Teil im Olympiaturm verbunden werden. Die z-Achse konnte in der zweiten Lage nicht gedreht werden. Es ist bei der Bewegung des Drehrestaurants aber davon auszugehen, dass sich die Höhenlage stabil verhält.

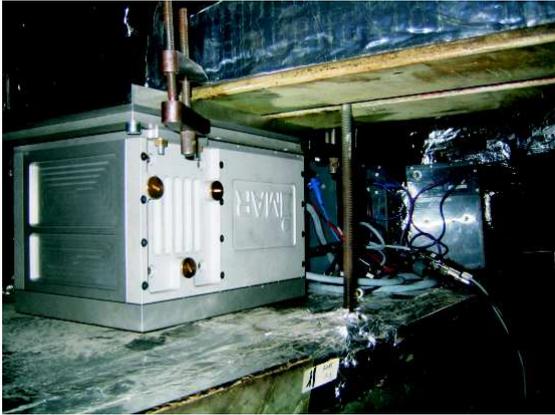


Abbildung 6.6: IMU im Olympiaturm in Lage I



Abbildung 6.7: IMU im Olympiaturm in Lage II

Nach dem Anfangsalignment wurde das Drehrestaurant zusammen mit dem INS immer abwechselnd eine Minute verfahren und anschließend eine Minute für einen ZUPT angehalten. Analog wurde in einer zweiten Messung in gedrehter Position verfahren. Die Positionen der ZUPTs wurden markiert und nach Beendigung der Messfahrten mit einem Tachymeter eingemessen (vgl. Abbildung 6.8).



Abbildung 6.8: Einmessung der ZUPT-Stellen

Für die Auswertung wurden die Daten wie in Kapitel 4 beschrieben prozessiert. Die dadurch gewonnenen Positionen wurden mit einem Auswerteprogramm in Matlab[®] weiterverarbeitet.

In den Abbildungen 6.9 und 6.10 sind die unkorrigierten Messfahrten in ihrer Lage dargestellt. Der jeweilige ausgleichende Kreis durch die ZUPT-Punkte ist strichpunktiert eingezeichnet. Die ZUPT-Punkte sind jeweils mit ihrem Anfangs- und Endpunkt dargestellt.

In Abbildung 6.11 sind beide Fahrten übereinander gelegt, dadurch ist sofort ersichtlich, dass die systematischen Fehler beider Umdrehungen in entgegengesetzte Richtungen weisen.

Werden die Verbesserungen, die sich aufgrund der ZUPTs ergeben haben, auf die Messfahrt zurückgerechnet, so kann der Kreis geglättet werden. Dies geschieht durch eine quadratische Interpolation. Diese Lagedarstellung befindet sich in den Abbildungen 6.12 und 6.13. Der Radius eines ausgleichenden Kreises durch die ZUPT-Punkte beträgt für die Fahrt in Lage I gleich 12.35 m und für die Fahrt in Lage II 12.71 m .

Bei der Messung wurde darauf geachtet, dass das Drehrestaurant jeweils exakt um eine Umdrehung verfahren wurde. Die IMU hat sich am Ende also wieder genau in ihrer Anfangsposition befunden.

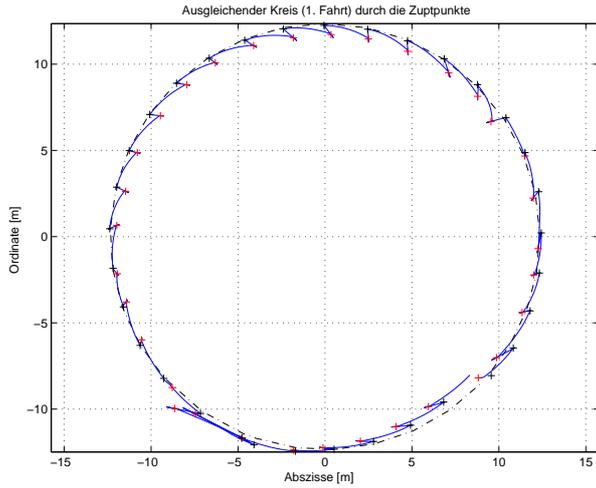


Abbildung 6.9: Fahrt in Lage I

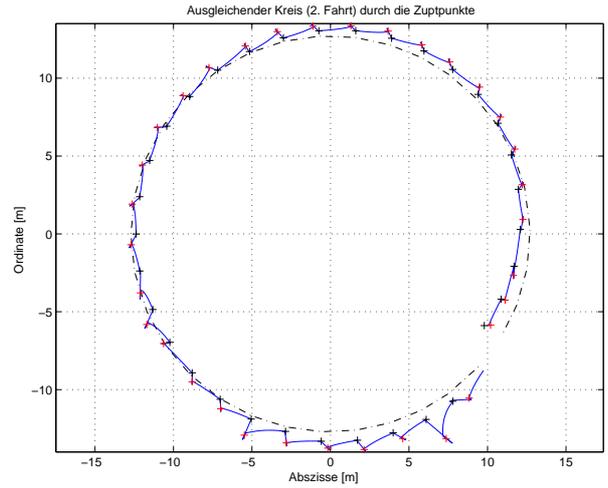


Abbildung 6.10: Fahrt in Lage II

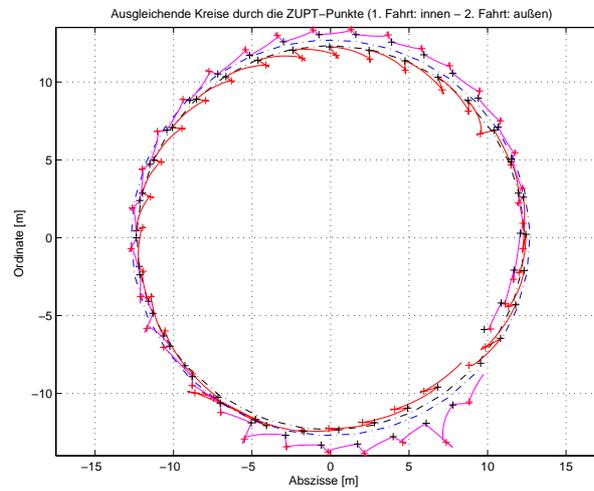


Abbildung 6.11: Gemeinsame Darstellung von Lage I und II

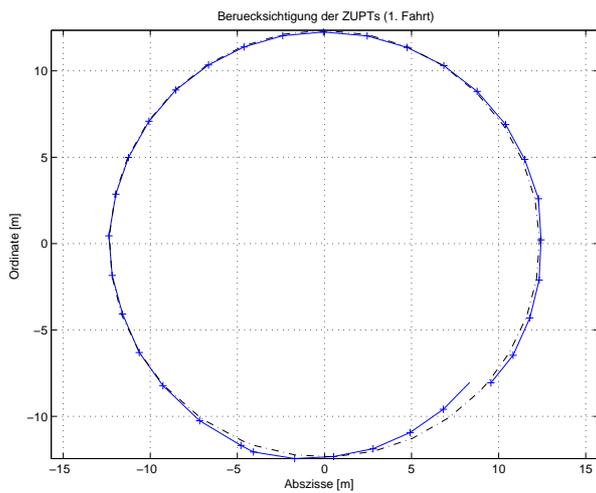


Abbildung 6.12: Fahrt in Lage I nach Korrektur aufgrund der ZUPTs

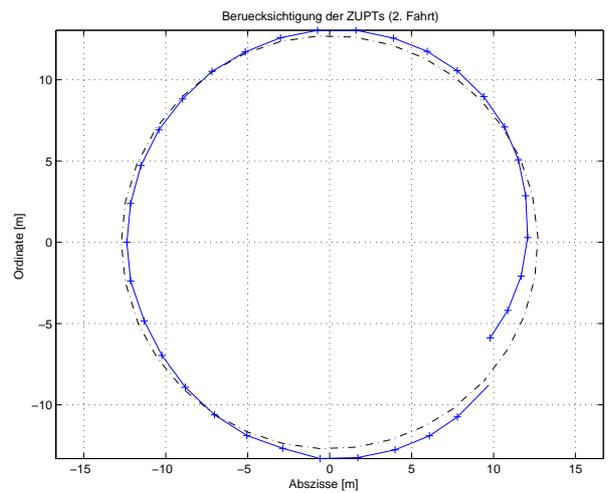


Abbildung 6.13: Fahrt in Lage II nach Korrektur aufgrund der ZUPTs

Diese Tatsache kann in der Form ausgenutzt werden, dass die Endkoordinatendifferenz berechnet und auf die gesamte Messung verteilt werden kann. Durch diese Korrektur der Endkoordinatendifferenz berechnen sich die Radien der ausgleichenden Kreise durch die ZUPT-Punkte zu 12.21 m für die Fahrt in Lage I und zu 12.38 m für die Fahrt in Lage II.

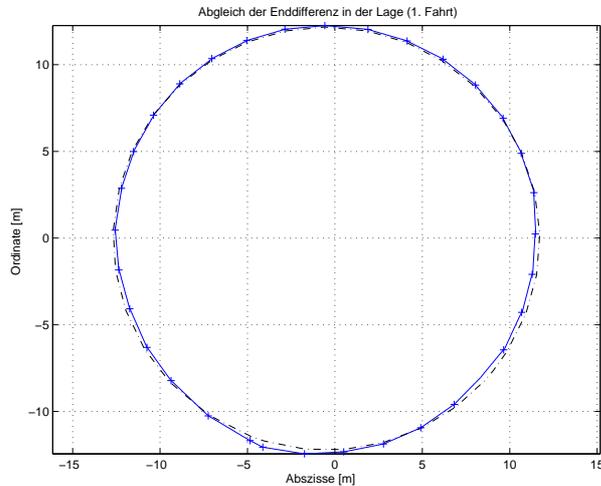


Abbildung 6.14: Fahrt in Lage I nach Koordinatenendabgleich

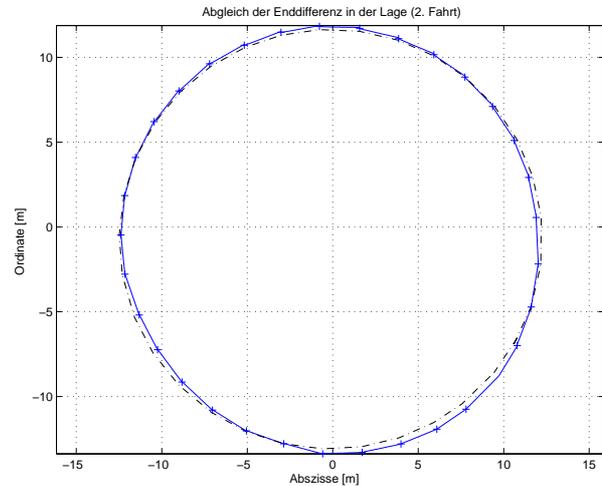


Abbildung 6.15: Fahrt in Lage II nach Koordinatenendabgleich

Während der Messfahrten wurden die Stellen der ZUPTs markiert. Im Anschluss an die Messung wurden diese Positionen mit einem Tachymeter eingemessen. Aufgrund dieser Messungen ergibt sich ein Sollradius für die ZUPT-Punkte von 12.23 m . Das arithmetische Mittel aus den inertialen Messungen in Lage I und II liegt bei 12.29 m [NEUHIERL et al., 2004].

6.2 Gegenläufige Bewegung

Besteht die Möglichkeit, die *gegenläufige Bewegung* direkt in Form einer *Hin- und Rückfahrt* zu messen, so kann die Drehung des INS entfallen. Systematische Fehler, die bei der Hinfahrt in einer Richtung wirken, gehen bei der Rückfahrt mit dem gleichen Vorzeichen ein. Sie sind also im Formelmechanismus anders zu berücksichtigen.

Die systematischen Fehler weisen immer in die gleiche Richtung. Liegt nun ein beliebiges Eingangssignal vor, so wirken die Ausgabewerte der Sensoren in einer ganz bestimmten Weise bezüglich dieser Eingaberichtung. Kehrt man diese Eingaberichtung durch Änderung der Bewegungsrichtung um, so kehrt man auch den Einfluss der systematischen Fehler um, da die Richtung, in die diese Sensoren wirken gleich bleibt. Daher besteht die Möglichkeit, durch Umkehrung der Messung diese Fehlereinflüsse zu reduzieren.

6.2.1 Modelldarstellung

Die mathematische Form der Hinfahrt lässt sich in diesem Fall durch

$$\vec{x}_s = \vec{x}_H - \delta\vec{x}_H(t) \quad (6.34)$$

$$\begin{aligned} \vec{x}_s &= \text{Sollwert} \\ \vec{x}_H &= \text{Messwert der Hinfahrt} \\ \delta\vec{x}_H(t) &= \text{zeitabhängiger Korrekturwert der Hinfahrt} \end{aligned}$$

beschreiben. Der Messwert der Hinfahrt muss um den zeitproportionalen Effekt $\delta x_H(t)$ korrigiert werden. Eine Rückfahrt liefert ein umgekehrtes Vorzeichen, also gilt

$$\vec{x}_s = -\vec{x}_R + \delta\vec{x}_R(t). \quad (6.35)$$

$$\begin{aligned} \vec{x}_s &= \text{Sollwert} \\ \vec{x}_R &= \text{Messwert der Rückfahrt} \\ \delta\vec{x}_R(t) &= \text{zeitabhängiger Korrekturwert der Rückfahrt} \end{aligned}$$

Die Summe aus (6.34) und (6.35) liefert den Sollwert zu

$$\vec{x}_s = \frac{1}{2}(\vec{x}_H - \vec{x}_R) - \frac{1}{2}(\delta\vec{x}_H(t) - \delta\vec{x}_R(t)). \quad (6.36)$$

Ist die zeitproportionale Veränderung linear und die Messung symmetrisch, so wird der zweite Term zu Null. Damit erhält man ein korrektes Ergebnis aus fehlerbehafteten Messungen.

Aufgrund dieser Zusammenhänge sind Messungen in jeder Hinsicht symmetrisch durchzuführen. Dies bedeutet, dass die Bewegung nicht nur rückwärts auf der gleichen Trajektorie zurück zu führen ist, sondern auch vom Zeitablauf her invers sein muss.

Beispielhaft wurden hierzu Messungen im Messlabor des Lehrstuhls für Geodäsie durchgeführt.

6.2.2 Lineare Messungen auf der Hommelbank

Auf einer linearen Messbank, im Folgenden nach dem Hersteller *Hommelbank* genannt, wurde die IMU nach einem Anfangsalignment auf einer geradlinigen Trajektorie horizontal verschoben. Die Länge der zurückgelegten Strecke beträgt 2.813 m und setzt sich aus zwei Teilstrecken zu 1.428 m und 1.385 m zusammen.

Die IMU war auf einer Montageplatte angebracht, auf der auch ein Autokollimationsspiegel und das GAP1 montiert waren. In der Richtung der Bewegung wurde ein Tachymeter zur Beobachtung der Autokollimation eingerichtet. Jeweils am Anfang, in der Zwischenposition und am Ende wurde durch Autokollimation die Orientierung der Plattform bestimmt. In Abbildung 6.16 ist schematisch der Aufbau skizziert.

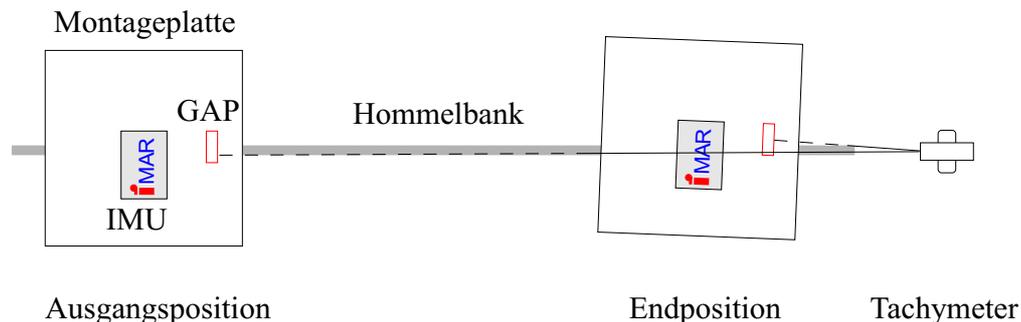


Abbildung 6.16: Hommelbank, schematischer Aufbau

Die Abbildungen 6.17 und 6.18 zeigen den Aufbau im Messlabor des Lehrstuhls für Geodäsie. Auf der Montageplatte befindet sich die inertielle Messeinheit sowie das Autokollimationsprisma GAP1 von Wild Heerbrugg. Nach dem Anfangsalignment wird die Montageplatte auf der Hommelbank bis zu einer Zwischenposition verfahren. In dieser Stellung erfolgt ein ZUPT von einer *Minute*. Anschließend



Abbildung 6.17: Montageplatte auf der Hommelbank mit IMU und GAP



Abbildung 6.18: Tachymeter zur Autokollimation

wird die IMU in die Endposition nach 2.813 m gebracht, wo ebenfalls ein ZUPT statt findet. Die Rückfahrt besteht aus der Verschiebung der Montageplatte in die Ausgangsposition mit einem ZUPT auf der Zwischenposition. Die Fahrten dauerten nur wenige Sekunden. Alle ZUPTs sind etwa von gleicher Länge. Um die Genauigkeit bei diesem Messablauf zu verifizieren, wurde diese Messung drei Mal hinter einander vorgenommen.

Mit einem Tachymeter wird zusätzlich die Autokollimation durchgeführt. Der dadurch gemessene Winkel wird ebenfalls von der IMU gemessen und in Form von Azimuten ausgegeben. Die Auswertung der Messfahrten erfolgte wie in Kapitel 4 beschrieben.

Der Vergleich der Azimute jeweils in der Anfangsposition aus den Inertialmessungen mit den Werten aus der Autokollimation befindet sich in Tabelle 6.1. Die Genauigkeit beträgt ein *mgon*.

	Autokollimation	INS	Differenz
Fahrt 1	-0.0020	-0.0022	-0.0002
Fahrt 2	0.0031	0.0022	-0.0009
Fahrt 3	-0.0003	0.0011	0.0014
	Mittelwert		0.0003
	Standardabweichung		0.0010

Tabelle 6.1: Azimutvergleich Autokollimation - INS; Angaben in [*gon*]

Das wird auch anhand der Abbildung 6.20 deutlich, die die reduzierten Mittelwerte der drei Fahrten enthält. Darüber, in Grafik 6.19 sind die einzelnen Hin- und Rückfahrten zum Vergleich abgebildet. Wie man sofort sieht, liefert die Mittelbildung nach Messung in zwei Lagen ein wesentlich besseres Ergebnis.

Über die Messwerte für das Azimut hinaus wurde mit einem zusätzlichen Tachymeter die Position der IMU bestimmt. In Tabelle 6.2 sind die Werte aus der inertialen den tachymetrischen Messungen gegenüber gestellt.

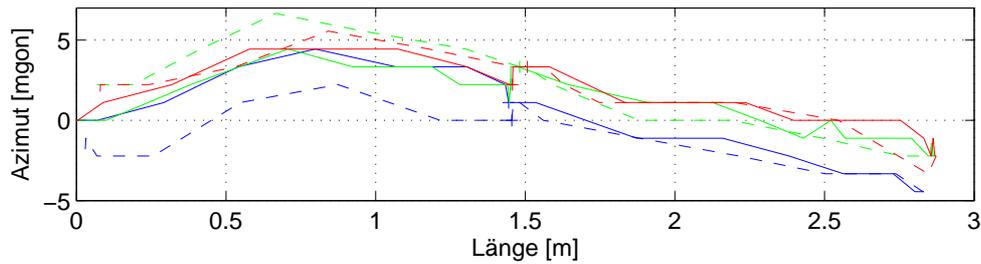


Abbildung 6.19: Azimute auf der Hommelbank aus Hin- und Rückfahrt

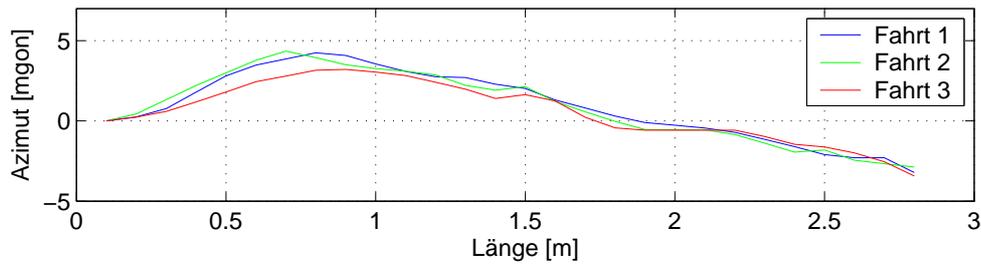


Abbildung 6.20: Reduzierte Mittelwerte der Azimute auf der Hommelbank

Abschnitt	Tachymeter			INS			Mittel
	Teil 1	Teil 2	Gesamt	Teil 1	Teil 2	Gesamt	
Hinfahrt 1	1.426	1.387	2.813	1.424	1.383	2.807	2.798
Rückfahrt 1	1.430	1.383	2.813	1.418	1.370	2.789	
Hinfahrt 2	1.426	1.388	2.813	1.441	1.416	2.857	2.822
Rückfahrt 2	1.428	1.385	2.813	1.415	1.372	2.787	
Hinfahrt 3	1.429	1.384	2.813	1.440	1.441	2.851	2.823
Rückfahrt 3	1.430	1.383	2.813	1.429	1.364	2.794	
Mittelwert			2.813			2.814	2.814

Tabelle 6.2: Streckenvergleich Tachymeter - INS; Angaben in $[m]$

Aus den Richtungen und Strecken der Tachymetermessungen wurden die Längen der gefahrenen Strecken berechnet. Der erste Abschnitt betrug im Mittel 1.428 m , der zweite Teilabschnitt misst 1.385 m . Die einzelnen Abweichungen der Teilstrecken sind bedingt durch die Tatsache, dass die Montageplatte auf der Hommelbank von Hand angestoppt worden ist. Lediglich die Anfangs- und Endposition waren durch Taster markiert. Aussagekräftig ist daher nur der Vergleich der einzelnen Teilstrecken für die zwei verschiedenen Messsensoren sowie die Gesamtstrecke. Für diese ergibt sich ein Wert von 2.813 m . Der Vergleich mit den aus den INS-Messungen gewonnenen Längen liefert eine Differenz der Gesamtstrecke von wenigen cm . Für den Mittelwert sogar nur 1 mm .

6.3 Modellerweiterung der gegenläufigen Bewegung um Zentrierungsfehler

Die Führungsgenauigkeit der Hommelbank ist weitaus größer als die Messgenauigkeit der IMU. Daher können etwaige Zentrierungsfehler nicht aufgedeckt werden.

Bei einer anderen Aufgabenstellung, der Richtungsübertragung im Personenaufzug des Olympiaturms äußert sich jedoch die Führungsgenauigkeit des Lifts in einem Zentrierungsfehler. Nach der mathematischen Darstellung folgt eine Beschreibung der Messungen.

6.3.1 Modelldarstellung

Zum besseren Verständnis der mathematischen Grundlagen soll an dieser Stelle vorweg genommen werden, dass die Messfahrt aus einer Auf- und einer Abfahrt besteht. Am Anfang und am Ende wurden durch Autokollimation die Richtungen abgenommen. Dadurch kann die Änderung der Endposition gegenüber der Anfangsposition gemessen und an die Messfahrt angebracht werden.

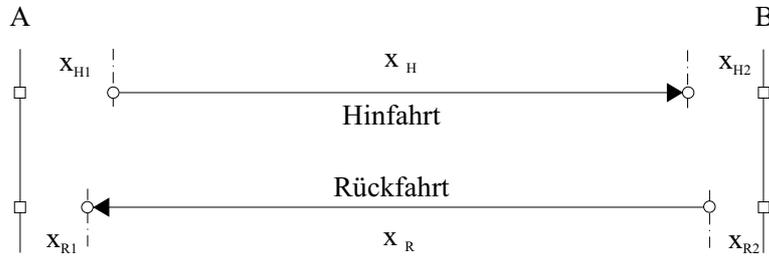


Abbildung 6.21: Zentrierfehler einer Messung

Wie aus Abbildung 6.21 zu entnehmen ist, setzt sich die Hinfahrt (beim Olympiaturm aufwärts) zusammen aus

$$\vec{x}_s = \Delta\vec{x}_{H1} + \vec{x}_H + \Delta\vec{x}_{H2} - \delta\vec{x}_H(t). \quad (6.37)$$

- \vec{x}_s = Sollwert
- $\Delta\vec{x}_{H1}$ = Anlagewert zu Beginn der Hinfahrt
- \vec{x}_H = Messwert für Hinfahrt
- $\Delta\vec{x}_{H2}$ = Anlagewert am Ende der Hinfahrt
- $\delta\vec{x}_H$ = zeitabhängiger Korrekturwert der Hinfahrt.

In der Rückfahrt (hier abwärts) hingegen gehen die systematischen Fehler der sensitiven Ausgangssignale mit umgekehrten Vorzeichen ein, also gilt

$$\vec{x}_s = -\Delta\vec{x}_{R1} - \vec{x}_R - \Delta\vec{x}_{R2} + \delta\vec{x}_R(t). \quad (6.38)$$

- \vec{x}_s = Sollwert
- $\Delta\vec{x}_{R1}$ = Anlagewert zu Beginn der Rückfahrt
- \vec{x}_R = Messwert für Rückfahrt
- $\Delta\vec{x}_{R2}$ = Anlagewert am Ende der Rückfahrt
- $\delta\vec{x}_R$ = zeitabhängiger Korrekturwert der Rückfahrt.

Die Summe aus (6.37) und (6.38) liefert den Sollwert zu

$$\vec{x}_s = \frac{1}{2}(\vec{x}_H - \vec{x}_R) + \frac{1}{2}(\Delta\vec{x}_{H1} + \Delta\vec{x}_{H2} - \Delta\vec{x}_{R1} - \Delta\vec{x}_{R2}) - \frac{1}{2}(\delta\vec{x}_H(t) - \delta\vec{x}_R(t)). \quad (6.39)$$

In der hier vorliegenden Arbeit ist lediglich die Orientierung des Fahrstuhls von Interesse. Zu Beginn der Messung wird die Orientierung bestimmt und die Endposition der Hinfahrt entspricht der Anfangsposition der Rückfahrt, also gilt

$$\Delta\vec{x}_{H1} = \Delta\vec{x}_{H2} = \Delta\vec{x}_{R2} = 0. \quad (6.40)$$

Am Ende der Rückfahrt wird demnach nur die Korrekturgröße Δx_{R1} gemessen und kann an den Messwert x_R angebracht werden. Die Messung der Anschlussrichtung und Korrekturgröße muss nicht mit dem gleichen Messprinzip erfolgen, wie die Erfassung der eigentlichen Messgröße.

6.3.2 Messung im Personenaufzug des Olympiaturms zu München

In einem der beiden Personenaufzüge des Olympiaturms wurden mehrfach Messfahrten folgender Art durchgeführt. Im Eingangsbereich unten wurde mit dem TCRA 2003 eine Autokollimation auf einen Planspiegel als Anschlussrichtung vorgenommen. Durch eine Autokollimation auf den Spiegel und auf das GAP1, die auf einer Montageplatte im Aufzug angebracht waren, wurde eine Anschlussorientierung bestimmt. Auf der Montageplatte befindet sich außerdem die IMU. Die gesamte Messanordnung ist aus Abbildung 6.23 ersichtlich.



Abbildung 6.22: Messungen im Lift des Olympiaturms



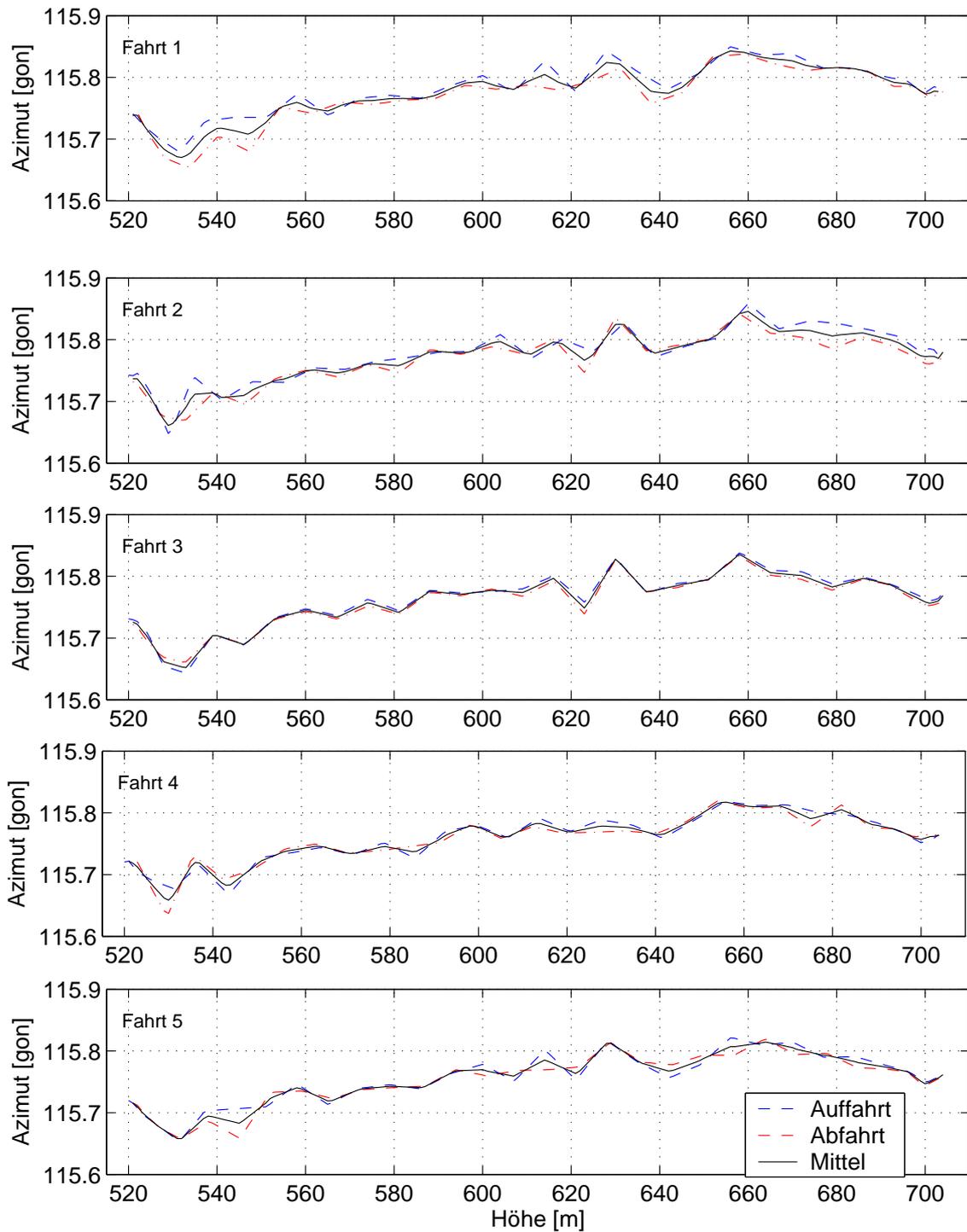
Abbildung 6.23: Messungen im Lift des Olympiaturms, Montageplatte

Nach dem Alignment wird der Lift nach oben auf Höhe der Aussichtsplattform gefahren. Dort findet ein ZUPT von einer Minute Länge statt und anschließend wird der Lift wieder nach unten verfahren. Die Führungsgenauigkeit des Personenaufzugs des Olympiaturms ist geringer als die der Hommelbank. Daher erhält man bei der Autokollimation nach der Messfahrt eine andere Ablesung als vorher. Dies lässt sich anhand des Winkels zwischen den Spiegeln auf der Montageplatte und dem unten angebrachten Fernziel nachweisen. Korrigiert man die Ablesung nun um den Anteil der Führungsgenauigkeit, so kann eine Aussage über die Richtungsänderung der Plattform zwischen oben und unten getroffen werden.

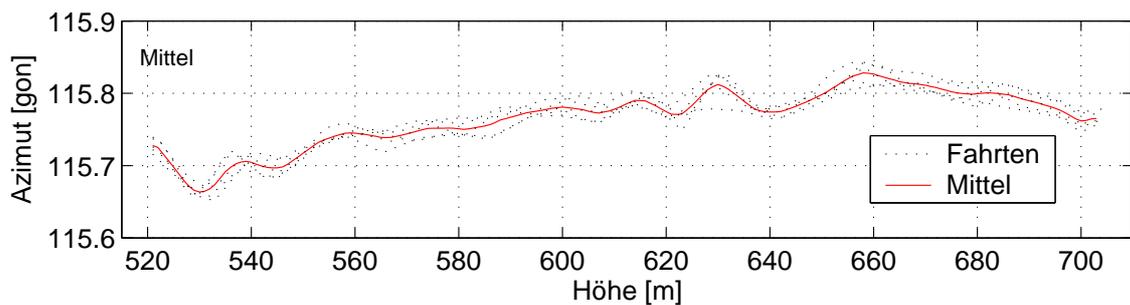
Im Rahmen der ausführlichen Fehlerbeschreibung wurde bereits auf die Vorteile der Messung in zwei Lagen hingewiesen. Bei den Messungen im Personenlift des Olympiaturms wurde im Hinblick auf die Richtungsübertragung in Sedrun vorwiegend die Änderung des Azimuts betrachtet.

Der Personenaufzug im Olympiaturm von München fährt mit einer maximalen Geschwindigkeit von sieben m/s . Der Höhenunterschied zwischen dem Einstieg unten und der Aussichtsplattform, bis zu der gefahren wurde, beträgt 180 m . Die Dauer einer Auf- bzw. Abfahrt beträgt etwa 40 s inklusive des Schließens und Öffnens der Türen.

Diese Testmessungen dienten dazu, die Möglichkeiten für einen Einsatz der Richtungsübertragung durch Koppelung von Inertialmesstechnik und Autokollimation im Zwischenangriff Sedrun des Gott-



6.24.a: Einzelfahrten



6.24.b: Mittelwert aller Fahrten

Abbildung 6.24: Azimute über Höhe im Personenaufzug des Olympiaturms von München

hard-Basistunnels in der Schweiz zu erforschen. Eine Richtungsübertragung in einem Schacht ist von Schwankungen aufgrund von Wind- und Wetterlasten unbeeinflusst.

In den Grafiken von 6.24.a sind für fünf Messfahrten im Olympiaturm jeweils die Auf- und Abfahrt sowie deren Mittelwert dargestellt. Dadurch ist ersichtlich, dass aufgrund des symmetrischen Charakters der Auf- und Abfahrt dieser Mittelwert eine höhere Genauigkeit liefert, als die Einzelmessungen. Dies wird zudem deutlich, bildet man der Übersichtlichkeit wegen die Mittelwerte zwischen all diesen einzelnen Auf- und Abfahrten zusammen mit deren Mittelwert gemeinsam ab (vgl. Abbildung 6.24.b).

In den Abbildungen von 6.24.a ist ein schwingungsähnliches Verhalten der Azimutwerte sowohl in den einzelnen Auffahrten als auch in den Abfahrten zu erkennen. Besonders deutlich ist das aus der Abbildung 6.24.b, in der die Mittelwerte dargestellt sind, ersichtlich.

Die „Wellenlänge“ beträgt etwa 20 m, lässt man den Beschleunigungs- bzw. Verzögerungsvorgang unberücksichtigt. Bei der Geschwindigkeit von sieben m/s ergibt sich eine „Schwingungsdauer“ von zirka drei s. Eine echte Schwingung aufgrund der Eigenfrequenz des Fahrstuhls während der Fahrt müsste viel hochfrequenter sein. Daher ist davon auszugehen, dass es sich hierbei um die Fahreigenchaft bedingt durch die Führungsschienen des Fahrstuhls handelt.

Wie bereits erwähnt hat der Fahrstuhl nach der Fahrt aufgrund der Führungsgenauigkeit nicht mehr exakt die gleiche Orientierung wie vor der Fahrt. Durch die Autokollimationsmessungen kann diese Abweichung bestimmt werden. Wird sie zusätzlich an die gemittelte Orientierungsänderung angebracht, so kann die Genauigkeit weiter gesteigert werden. Dieses Messverfahren liefert also eine verbesserte Genauigkeit für eine Richtungsübertragung durch die IMU von der Ausgangsposition am Turmschaft zur Position oben auf der Aussichtsplattform.

Bei der Messung wurde oben auf der Aussichtsplattform der Versuch vorgenommen, mit einem Tachymeter die Richtung wieder abzunehmen, um die Wiederholgenauigkeit überprüfen zu können. Aufgrund der am Olympiaturm angreifenden Windlasten schwankt dieser jedoch zu stark, so dass der Kompensator des Tachymeters ausgeschaltet werden musste. Das gleiche Phänomen ist auch in [STEMPFHUBER, 2003] beschrieben. Diese Messungen können daher leider nicht weiter betrachtet werden.

Die Versuchsmessungen im Olympiaturm haben eindeutig ergeben, dass ein erfolgreicher Einsatz dieser neuen Messmethode zur Richtungsübertragung für den Gotthard-Basistunnel möglich ist. Daraufhin wurden am 5. April 2004 und am 9. Januar 2005 Messungen im Schacht von Sedrun durchgeführt. Dieses Projekt wird im nachfolgenden Kapitel ausführlich beschrieben.

Kapitel 7

Richtungsübertragung für den Gotthard-Basistunnel

7.1 Ausgangssituation

Wie eingangs bereits erwähnt, wird derzeit der Gotthard-Basistunnel vorangetrieben. Die Streckenführung läuft von **Erstfeld** bis **Bodio**. Der Gotthard-Basistunnel mit einer Länge von insgesamt 57 *km* Länge führt wie Abbildung 1.1 zu entnehmen ist, von **Erstfeld** über **Amsteg**, **Sedrun**, **Faido** nach **Bodio** durch das Gotthard-Basismassiv.

Um die Bauzeit und damit auch die Kosten so gering wie möglich zu halten, wurde ein Konzept entwickelt, das einen gleichzeitigen Vortrieb der oben genannten fünf Teilstücke beinhaltet. Daraus ergeben sich neben den Tunnelportalen **Erstfeld** im Norden und **Bodio** im Süden drei Zwischenangriffe, die die Bauzeit verkürzen sollen. Der nördlichste Zwischenangriff liegt bei **Amsteg**. Hier ermöglicht ein 1.8 *km* langer Stollen den Zugang. Ein weiterer Zugangsstollen mit einer Länge von 2.65 *km* erschließt den südlichen Zwischenangriff **Faido**.

Der Bau des dritten Teilabschnitts **Sedrun** hat ein Jahr nach der Festlegung der Trassierung im April 1996 begonnen. Er wurde zunächst über einen ein Kilometer langen Zugangsstollen, der von Norden in das Gotthardmassiv führt, und zwei 800 *m* tiefe Schächte erschlossen. In diesem Teilabschnitt wird später eine der beiden Multifunktionsstellen entstehen, welche in der Betriebsphase bahntechnische Einrichtungen, aber auch Spurwechsel und Nothaltestellen mit Evakuierungsmöglichkeit beherbergen wird [ALPTRANSIT, 2002].

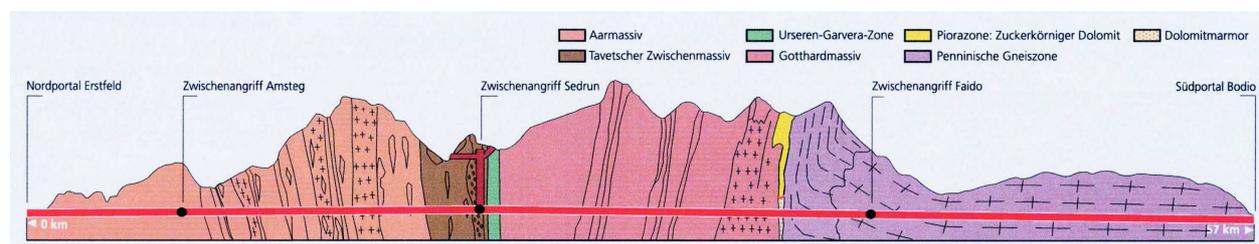


Abbildung 7.1: Geologisches Profil beim Bau des Gotthard-Basistunnels [ALPTRANSIT, 2004]

Die einzelnen Vortriebstechniken beim Gotthard-Basistunnel sind von den geologischen Gegebenheiten vor Ort abhängig (vgl. Abbildung 7.1). In festem Granit und Gneis kann zeitparallel zum Vortrieb direkt dahinter gesichert werden. Eine moderne Tunnelbohrmaschine (*TBM*) hat einen hohen Anpressdruck und auswechselbare Bohrmeißel, die entsprechend der Felsverhältnisse eingesetzt werden können. Sie kommt deshalb in gutem Fels am Tag 20 *m* und mehr weit. Der Takt sieht

während des Bohrens der Hublängen von 1.5 m gleichzeitig die Förderung des Ausbruchmaterials vor. Gesichert wird mit Rückverankerungen, Stahlbögen und Spritzbeton ab der Maschine. Für die Wartung der Meißel im Bohrkopf muss der Vortrieb unterbrochen werden. Bei stark wechselnder Geologie kann eine etwa 200 m lange unflexible TBM jedoch nur schwer angepasst werden, kommt also nur langsam voran. In schlechtem Fels kann sie sogar ganz still stehen. Denn je aufwändiger die Ausbruchsicherung, umso länger dauert der Vortrieb. Das Einbringen von Stahlbögen kostet viel Zeit und je brüchiger der anstehende Fels ist, umso stärker muss die Spritzbetonschicht werden.

Der Sprengvortrieb hingegen erreicht pro Tag nur sechs bis neun m , dafür ist die Gefahr eines Stillstandes wesentlich geringer. Ein moderner Bohrjumbo bohrt bis zu sechs Sprenglöcher auf einmal. Diese werden geladen und gezündet. Anschließend wird belüftet und der Ausbruch gesichert. Das Ausbruchmaterial wird im Schutterbetrieb¹ abtransportiert. Für diesen Zyklus reicht beim Sprengvortrieb in guten Gebirgsverhältnissen eine acht Stundenschicht aus, kann bei ungünstigen Verhältnissen aber auch länger dauern [ALPTRANSIT, 2002].

Der Gotthard-Basistunnel wird mit vier Tunnelbohrmaschinen gebohrt. Im Tavetscher Zwischenmassiv bei Sedrun (vgl. Abbildung 7.1) müssen spezielle Tunnelbaumethoden eingesetzt werden, die dem stellenweise stark druckhaften Verhältnissen Rechnung tragen. Im Zwischenangriff Sedrun wird daher mit Sprengvortrieb ausgebrochen [ALPTRANSIT, 2002]. Ist der Ausbruch bis in diese druckhaften Verhältnisse einmal fortgeschritten, so ist keine Unterbrechung im Vortrieb mehr erlaubt. Schon alleine wegen der Wartung und Revision einer TBM ist deren Einsatz nicht möglich.

Maßgeblich für die Trassierung des Gotthard-Basistunnels ist die Geologie und die Topografie sowie die daraus resultierende Möglichkeit für Zwischenangriffe und das Umfahren der Staueeen. Aufgabe der Geodäten ist es, mit hochgenauen Vermessungsverfahren, die Lage des Gotthard-Basistunnels vor Ort sowohl an den Tunnelportalen als auch in der Tiefe abzustecken und die Richtungen für den Vortrieb vorzugeben.

Das Tunnelgrundlagentnetz ist an das Schweizer Landeskoordinatensystem angeschlossen. Daher werden zunächst die geometrischen Grundlagen dieser Koordinaten definiert.

7.2 Netzmessung

7.2.1 Schweizer Landeskoordinaten

Bezugssystem in der Lage

In der Schweiz werden mehrere Bezugssysteme verwendet. Es gilt das alte, aber immer noch offizielle Landesvermessungsnetz *CH1903*. Dieses lokale Bezugssystem *CH1903* wurde 1995 von der Landesvermessung im Referenzrahmen *LV95* realisiert. Es wurde aus dem *CHTRS95* abgeleitet und so nahe wie möglich an das *CH1903* angepasst, mit Ausnahme des Fundamentalpunktes, der von der alten Sternwarte Bern nach Zimmerwald gelegt wurde. Das Referenzellipsoid ist Bessel 1841 und die Kartenprojektion ist eine schiefachsige konforme Zylinderprojektion.

Der AlpTransit wird im *CH1903* gebaut, um die lokalen Beziehungen an den Angriffspunkten zu erreichen. Eine Helmerttransformation über alle Angriffspunkte vom *LV95* in das *CH1903* sichert eine hohe Qualität.

Höhenbezugssystem

Seit 1902 gilt das offizielle **Höhensystem LN02**, das durch die Meereshöhe in Genf definiert (Repère

¹Im Schutterbetrieb wird das am Vortrieb abgesprengte Material in automatisch gesteuerten Loren abtransportiert. Der Weg führt vom Vortrieb hin zur Schachtförderanlage, die das Ausbruchmaterial nach oben und von dort aus durch den Zugangstollen nach draußen zur Aufbereitungsanlage fährt.

Pierre du Niton ($H(\text{RPN}) = 373.6 \text{ m}$) und an den Pegel von Marseille angeschlossen ist. Die Höhen der einzelnen Nivellementsunkte wurden unter Vernachlässigung von Schweremessungen durch ein reines geometrisches Nivellement festgelegt.

Der Gotthard-Basistunnel wird im *LN02* fertig gestellt, wobei die Qualitäten des neuen Landeshöhennetzes *LHN95* verwendet werden. Daher erfolgt eine strenge orthometrische Korrektur, die Berücksichtigung der Alpenhebung und die Bearbeitung aller Daten in einer Gesamtausgleichung. Die orthometrischen Höhen sind jeweils zwischen zwei Angriffsstellen angepasst. Dadurch ergibt sich ein gutes, wenn auch gebrochenes Höhensystem.

7.2.2 Projektnetz

Für den Bau des bereits bestehenden Gotthard-Tunnels musste die Tunnelachse noch zusätzlich oberirdisch abgesteckt werden. Dies war mit den damaligen zur Verfügung stehenden Vermessungsgeräten noch sehr aufwändig, da mit Tachymetern über Bergspitzen und -grate gemessen werden musste. Neue Technologien wie Satellitengeodäsie und Simulationsprogramme vereinfachen diese Aufgabe.

Das Konsortium *Vermessungsingenieure Gotthard-Basistunnel (VI-GBT)* erstellte mit Hilfe von GPS und Tachymetrie ein Netz von Fixpunkten über die gesamte Tunneltrasse. Die erreichte Genauigkeit bei diesem Grundlagennetz zwischen den Tunnelportalen liegt unter einem Zentimeter in der Lage. Das entspricht weniger als 0.18 ppm bei einer Gesamtlänge der Trassierung von 57 km . Die Höhen wurden nivelliert.

Vermessungen in Tunneln stellen aufgrund der schwierigen Bedingungen vor Ort stets eine hohe Herausforderung an die Ingenieurgeodäsie dar. Das Grundlagentunnelnetz, sowohl am Schachtkopf als auch am Schachtfuß, wurde vom Konsortium (*VI-GBT*) erstellt. An dieses Netz wurden die Messungen dieser Arbeit angeschlossen.

Basierend auf diesem Grundlagennetz sowie der Geologie und Topografie wurde die Tunneltrasse festgelegt und abgesteckt. Die Lage wurde u. a. durch eine Ablotung vom Schachtkopf an den Schachtfuß übertragen [ALPTRANSIT, 2002].

7.2.3 Ablotung

Ein langgestrecktes untertägliches Bauwerk wie der Gotthard-Basistunnel kann nicht mehr mit den sonst gängigen Verfahren abgesteckt werden. Die geometrisch festgelegte Tunneltrasse muss also auf Tunnelniveau mit anderen Verfahren abgesteckt werden. Im Zwischenangriff Sedrun bedeutet dies eine besondere Herausforderung an die Ingenieurgeodäsie. Hier muss nicht nur das Koordinatensystem in einen ein Kilometer langen Stollen an den Schachtkopf übertragen werden, sondern die Koordinaten müssen auch noch von einer Höhe von 1340 m zum Tunnelniveau von 540 m abgelotet werden (vgl. Abbildung 1.2). Die geforderte Genauigkeit für den Tunneldurchschlag ist in Tabelle 7.1 spezifiziert [INGENSAND et al., 1998].

Abweichung in	1σ	Toleranz ($= 2,5 \sigma$)
Querrichtung	10 cm	25.0 cm
Längsrichtung	10 cm	25.0 cm
Höhe	5 cm	12.5 cm

Tabelle 7.1: Geforderte Durchschlaggenauigkeit im Gotthard-Basistunnel

Für die Übertragung der dreidimensionalen Koordinaten, der Orientierung und des Netzmaßstabs stand ein Stollen mit einer Länge von 990 *m* und ein Schacht mit einer Teufe von 800 *m* und einem Durchmesser von acht *m* zur Verfügung.

Die für *VI-GBT* notwendige Genauigkeit der Positionsübertragung zwischen Schachtkopf und -fuß beträgt 24 *mm* um die in Tabelle 7.1 angegebenen Durchschlaggenauigkeit zu erreichen. Damit diese Genauigkeit erreicht wird, wurde die Lotung mit zwei unabhängigen Verfahren durchgeführt. Verantwortlich für Planung und Durchführung der Ablotungen war das Konsortium *VI-GBT*. Die Organisation der optischen Lotung übernahm die *ETH Zürich (geomETH)*. Die mechanische Ablotung wurde mit dem Personal und Material der *DBE² Erkundungsbergwerk Gorleben* durchgeführt [SCHÄTTI et al., 2004].

Optische Lotung

Die optische Lotung von oben nach unten wurde mit einem Nadirlot von Leica auf Stativen durchgeführt (Abbildung 7.2). Es wurden drei Lotkorridore gemessen, um die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Messung zu steigern. Der Abstand vom Schachtrand betrug zwischen 1.60 *m* und 3.80 *m*.



Abbildung 7.2: Nadirlot am Schachtkopf [Ryf]



Abbildung 7.3: Positionierung der Stative am Schachtfuß [Ryf]

Zur Belüftung wurde bereits mehrere Stunden vor der Messung am Schachtfuß Luft abgesaugt und durch Lutten³ ins Freie geleitet. Dadurch entsteht im Schacht *Fallluft*. Die Frischluftzufuhr von oben vertreibt sämtlichen Nebel und liefert eine klare Sicht im Schacht von oben nach unten. Eine umgekehrte Messung von unten nach oben mit dem Zenitlot oder Tachymeter war wegen ständiger Wassertropfen nicht möglich. Lediglich die Distanzmessung war erfolgreich.

Am Schachtfuß wurden die Prismen auf Stativen mit Kreuzschlitten in die richtige Position gebracht (Abbildung 7.3). Dazu wurde mit dem Nadirlot aus den Abweichungen in vier Lagen die Solllage bestimmt. Diese wurde am Schachtfuß eingestellt. Fünf Iterationen lieferten bereits die beste Position. Die Koordinaten der Stative wurden von einer Station aus in Bezug auf die Festpunkte im Tunnelnetz eingemessen. Um die Messungen zu verifizieren, wurde dieser Vorgang unabhängig wiederholt.

Mechanische Lotung

Die mechanische Lotung wurde ebenfalls über drei Korridore durchgeführt. Am Vortag der Messung

²DBE ist die Deutsche Gesellschaft zum Bau und Betrieb von Endlagern.

³Lutten bezeichnen in der Bergmannssprache Röhren zur Lenkung des Wetterstromes.

wurden die Winden, Umlenkrollen und Lotdrähte installiert und mit Gewichten beschwert um eine Ruhephase von zwölf Stunden abzuwarten.



Abbildung 7.4: Umlenkrolle mit Lotdraht [Ryf]



Abbildung 7.5: Lote mit Gewicht von 192 kg [Ryf]

Am Schachtfuß wurde von zwei Stationen aus mit Theodoliten in zwei Fernrohrlagen jeweils zehn Umkehrpunkte der drei pendelnden Lote gemessen. Die Messungen wurden insgesamt drei mal mit den Gewichten von 390 kg, 192 kg und wieder 390 kg vorgenommen.

Bei jeder Lotung, ob optisch oder mechanisch, gehen die Lotabweichungen bei der Punktübertragung direkt in die Genauigkeit der Koordinaten ein und müssen daher berücksichtigt werden. Da die Lotlinie gekrümmt ist unterscheiden sich die Korrekturwerte von Schachtkopf und -fuß. Das *Geoidmodell 98 von Marti (Programm CHGEO98)* wurde zur Bestimmung der Lotabweichungen in Tabelle 7.2 zugrunde gelegt. Die Korrektur bezieht sich bei der optischen Lotung auf einen Höhenunterschied von 789 m. Der Höhenunterschied bei der mechanischen Lotung ist 797m.

	Optische Lotung von oben nach unten	Mechanische Lotung von unten nach oben
Lotabweichung Nord-Südkomponente Blickrichtung Ost	2.7 <i>mgon</i>	2.0 <i>mgon</i>
Korrektur (dx)	-34 mm	25 mm
Lotabweichung West-Ostkomponente Blickrichtung Nord	1.5 <i>mgon</i>	1.1 <i>mgon</i>
Korrektur (dy)	-18 mm	13 mm
Genauigkeit der Lotung	6 mm	5 mm

Tabelle 7.2: Lotabweichung, Korrektur und Genauigkeit für die Lotung

Die Unsicherheit der Lotabweichung beim optischen Verfahren liegt bei 0.3 *mgon*. Bei der mechanischen Lotung lenken systematische Einflüsse wie Wetterzug, Tropfwasser und Krümmung des Drahtes den Lotdraht vom Soll ab. Da diese Einflüsse umgekehrt proportional zum Gewicht sind, können sie mit Mehrgewichtslotungen bestimmt werden. Die erste Messung fand mit vollem Gewicht (390 kg), die zweite mit halbem (192 kg) und die letzte wieder mit vollem Gewicht statt.

Zur Höhenübertragung wurden die Distanzen verwendet, die bei der optischen Ablotung mit dem Tachymeter von unten nach oben gemessen wurden [SCHÄTTI et al., 2004].

Zusätzlich zur Koordinatenübertragung wird auch die Orientierung benötigt, um die Richtung für den Vortrieb vorzugeben. Auf die klassische Art erfolgt dies mit speziellen Vermessungskreiseln, die die geographische Nordrichtung bestimmen.

7.3 Klassische Richtungsübertragung mit Vermessungskreiseln

Diese Kreisel besitzen die gleichen Eigenschaften wie die mechanischen Kreisel. Aufgrund seiner Trägheit will der Kreisel seine Position im Raum beibehalten. Wird er nun horizontiert, man spricht auch von schweregefasst, so erfährt die Kreiselachse eine Abweichung aus der Horizontalen. Aufgrund der Erddrehung entsteht ein Präzessionsmoment, das den Kreisel veranlasst, seine Rotationsrichtung parallel zu der Erddrehrichtung auszurichten. Dies ruft eine horizontale Drehung des Kreisels in die Meridianebene hervor. Damit gibt der Kreisel die Nordrichtung an. Lediglich an den Polen entsteht kein Präzessionsmoment. Eine Messung in mehr als 70 Grad nördlicher oder südlicher Breite liefert kein genügend genaues Ergebnis mehr.

Die Kreiselmessungen für die Richtungsübertragung im Gotthard-Basistunnel wurden mit dem Vermessungskreisel *GYROMAT 2000* von der *Deutschen Montan Technologie (DMT)* sowohl am Schachtkopf, als auch am Schachtfuß durchgeführt. Kombiniert mit Präzisionstachymetern ist der *GYROMAT 2000* weltweit der schnellste und genaueste Präzisionsvermessungskreisel. Bei diesem Instrument handelt es sich um ein Messgerät, das vollautomatisch innerhalb von neun Minuten die Nordrichtung mit einer inneren Genauigkeit von 0.7 *mgon* erreicht. Wichtig ist eine Klimatisierung des Instrumentes. Eine Vororientierung ist nicht notwendig. [ROMMEL, unbek.], [ROMMEL, 1991].

Das Fehlerbudget der Richtungsübertragung mit dem Vermessungskreisel *GYROMAT 2000* setzt sich zusammen aus

$$\sigma_{gesamt} = \sqrt{\sigma_{Netz}^2 + \sigma_{OW}^2 + 2 \cdot \sigma_{Theodolit}^2 + 2 \cdot \sigma_{Kreisel}^2 + \sigma_{Temp}^2}. \quad (7.1)$$

Die einzelnen Terme und ihre Werte sind wie folgt spezifiziert [INGENSAND et al., 1998]:

σ_{Netz}	= innere Genauigkeit des GPS-Netzes	$\leq 0.3 \text{ mgon}$
σ_{OW}	= Genauigkeit der Lotabweichung aus Gravimetermessungen	0.3 <i>mgon</i>
$\sigma_{Theodolit}$	= Ablesegenauigkeit des Tachymeters	0.3 <i>mgon</i>
$\sigma_{Kreisel}$	= Innere Genauigkeit des Vermessungskreisels	0.7 <i>mgon</i>
σ_{Temp}	= Standardabweichung der Temperaturkorrekturfunktion	0.5 <i>mgon</i>

Tabelle 7.3: Bezeichnungen und Werte für das Fehlerbudget bei der Kreiselmessung

Mit diesen Angaben errechnet sich eine Genauigkeit für die Richtungsübertragung von 1.3 *mgon*.

In einer Netzausgleichung wurden die Ergebnisse der optischen und mechanischen Ablotung zusammen mit den Anschlussmessungen am Schachtkopf und -fuß sowie der Orientierungsmessung aus den Kreiselazimuten ausgewertet.

Wie oben bereits erwähnt sind Messungen im Tunnelbau äußerst schwierig und unterliegen vielen Fehlereinflüssen. Aufgrund der Problematik im Speziellen bei der Richtungsübertragung im Schacht von Sedrun über den Zugangsstollen und den Schacht ist es naheliegend, die gemessenen Ergebnisse mit einem unabhängigen Messverfahren zu verifizieren. Dies geschah mit einem neuen Messverfahren basierend auf *Autokollimation* und *inertialer Messtechnik*.

Nach diversen Tests im Messlabor und am Olympiaturm von München wurde eine erste Messung am 5. April 2004 durchgeführt. Die erreichten Messergebnisse waren höchst zufriedenstellend. Daraufhin erfolgte eine zweite unabhängige Messung am 9. Januar 2005. Eine weitere Messung ist aufgrund der geologischen Gegebenheiten nicht mehr möglich. Wie bereits erwähnt ist der Tunnelvortrieb bereits in druckhafte Gebiete vorgedrungen. Ein Stillstand der Bauarbeiten ist nicht mehr vertretbar. Für die Messungen, die im Folgenden detailliert beschrieben werden, wird jedoch über den gesamten Messzeitraum von mehreren Stunden die Schachtförderanlage benötigt, die dann für den Schutterbetrieb nicht mehr zur Verfügung steht und somit den Tunnelvortrieb unterbrechen würde.

7.4 Richtungsübertragung durch Koppelung von Autokollimation und Inertialmesstechnik

Das Prinzip der Richtungsübertragung mit Autokollimation und Inertialmesstechnik besteht darin, über einen Theodoliten mit Hilfe der Autokollimation die Richtung vom Tunnelnetz am Schachtkopf auf einen Autokollimationsspiegel auf einer Montageplatte in der Schachtförderanlage zu übertragen. Unten am Schachtfuß kann diese Richtung vom Spiegel mit einem weiteren Theodoliten wieder abgenommen und auf das Tunnelnetz am Schachtfuß übertragen werden. Der Winkel zwischen der Richtungsübergabe am Schachtkopf und der Abnahme am Schachtfuß nach der Fahrt wird von der IMU gemessen.

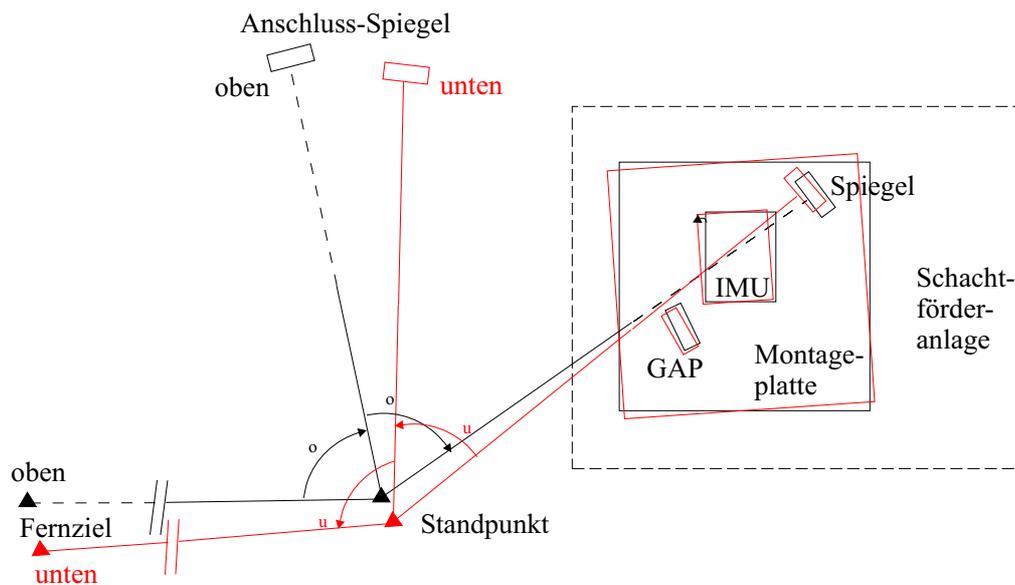


Abbildung 7.6: Schematischer Ablauf der Messung

In Abbildung 7.6 ist der Messablauf schematisch für den Planflächenspiegel dargestellt. Zum GAP1 wurden redundant die gleichen Beobachtungen vorgenommen. Die Richtungsübertragung erfolgt ähnlich wie bei einem Polygonzug. Die Anschlussmessungen auf ein Fernziel liefern die absolute Genauigkeit der Richtungsübertragung im Tunnelnetz. Je ein Anschluss-Autokollimationspiegel oben und unten soll Aufschluss zur inneren Genauigkeit der Richtungsübertragung durch Autokollimation und Inertialmessung liefern. Am Schachtkopf (vgl. Abbildung 7.6) mit Index o bezeichnet, wird die Richtung zunächst vom Fernziel auf den Spiegel übertragen. Von dort aus wird der Brechungswinkel $(\beta_o + \alpha_o)$ mit Hilfe der Autokollimation zu der Montageplatte gemessen, die sich fest montiert im Förderschacht befindet. Nun wird die Förderanlage zusammen mit der Montageplatte an den Schachtfuß verfahren. Unten (Index u) genannt, wird analog die Richtung wieder abgenommen und auf das Fernziel übertragen $(\beta_u + \alpha_u)$. Die Richtungsänderung während der Fahrt wird von der

IMU gemessen. Nachdem die Richtung unten abgenommen worden ist, wird die Schachtförderanlage samt Montageplatte wieder zum Schachtkopf gefahren. Mit der Abnahme der Richtung oben ist eine komplette Messfahrt abgeschlossen.

Durch die Ab- und Auffahrt entsteht eine Messung in zwei Lagen. In Kapitel 6 wurde bereits beschrieben, welche Fehler hierbei minimiert werden. Aufgrund der Tatsache, dass die IMU mit der Montageplatte zentimetergenau oben wieder in ihre Ursprungsposition einrastet, kann nach der ersten Messfahrt am Schachtkopf ein CUPT durchgeführt werden. Dadurch konnte die Genauigkeit bei der Auswertung der Inertialmessungen zusätzlich zu den ZUPTs um das Dreifache gesteigert werden.

Die Schachtförderanlage rastet im Bereich ihrer Führungsgenauigkeit zentimetergenau am Schachtkopf wieder ein. Für einen CUPT ist das ausreichend. Die Autokollimationsmessungen im *Zehntelmilligon*-Bereich sind jedoch davon beeinflusst. Da die Schachtförderanlage sich nach der Messfahrt nicht mehr exakt in der selben Richtung wie zu Beginn befindet, wird die Richtungsablesung auf den Autokollimationsspiegel und das GAP1 nach der Messfahrt um den Differenzwert zwischen der Richtung vor und nach der Messfahrt korrigiert. Danach kann das Mittel aus Ab- und Auffahrt gebildet werden. Die mathematische Modelldarstellung entspricht Kapitel 6.3.

Durch die Autokollimation wird lediglich die Richtung vom Tunnelnetz am Schachtkopf auf das inertielle Messsystem übertragen. Unten am Schachtfuß wird diese Richtung wieder abgenommen und mit der Orientierung des entsprechenden Tunnelnetzes auf Vortriebsniveau verglichen.

Die wichtigste Messgröße jedoch ist der Winkel Ψ , der auch in Abbildung 7.6 gekennzeichnet ist. Sie beschreibt die Richtungsänderung zwischen der Autokollimationsmessung zur Position am Schachtkopf und am Schachtfuß und wird von dem INS erfasst. Bestimmt wird sie durch die gesamte Messfahrt. Daher können alle Vorteile genutzt werden, die durch eine Messung in zwei Lagen entstehen. Ausführlich diskutiert wurden diese in Kapitel 6. Der Winkel Ψ berechnet sich nach (6.39) aus dem Mittel der Richtungsänderung der Abfahrt Ψ_{ab} und der korrigierten Auffahrt Ψ_{auf}^{korr} und ergibt sich zu

$$\Psi = \frac{1}{2} \left(\Psi_{ab}^i - \Psi_{auf}^{i \text{ korr}} \right), \quad (7.2)$$

mit $\Psi_{auf}^{i \text{ korr}} = \Psi_{auf}^i - (r_o^i - r_o^{i+1})$

- Ψ = Richtungsänderung vom Schachtkopf zum -fuß
- Ψ_{ab}^i = Richtungsänderung bei der Abfahrt
- Ψ_{auf}^i = Richtungsänderung bei der Auffahrt
- r_o^i = Richtung der Autokollimation am Schachtkopf vor der Abfahrt
- r_o^{i+1} = Richtung der Autokollimation am Schachtkopf nach der Auffahrt.
- i = Nummer der Messfahrt.

Die Richtung der Autokollimation oben nach der Messfahrt ist gleichzeitig die Richtung vor der nächsten Messfahrt. Aus Abbildung 7.6 leitet sich der Richtungswinkel vom Standpunkt unten zum Fernziel t_u ab durch die Gleichung

$$t_u = t_o + \beta_o + \alpha_o + \Psi - (\beta_u + \alpha_u) \quad (7.3)$$

- t_u = Richtungswinkel vom Tachymeterstandpunkt zum Fernziel am Schachtfuß
 t_o = Richtungswinkel vom Tachymeterstandpunkt zum Fernziel am Schachtkopf
 β_o = Winkel zwischen Fernziel und Anschluss-Autokollimatinspiegel am Schachtkopf
 α_o = Winkel zwischen Anschluss-Autokollimationsspiegel und Spiegel auf der Montageplatte am Schachtkopf
 β_u = Winkel zwischen Anschlussrichtung zum Fernziel und Anschluss-Autokollimatinspiegel am Schachtfuß
 α_u = Winkel zwischen Anschluss-Autokollimationsspiegel und Spiegel auf der Montageplatte am Schachtfuß

Die Standpunkte am Schachtkopf bzw. -fuß wurden über rückwärtig vermarkte Punkte an den Tunnelwänden in der näheren Umgebung der Schachtförderanlage koordiniert. Die Koordinaten stammen aus dem örtlichen Tunnelnetz.

Im Folgenden wird der Ablauf und die Messungen der beiden Kampagnen im Einzelnen erörtert.

7.5 Messungen

7.5.1 Testmessung am 5. April 2004

Am 5. April 2004 wurden nach einer Erkundung der Schachtförderanlage fünf Testmessungen durchgeführt. Schwierig gestaltete sich die Wahl der Tachymeterstandpunkte. Voraussetzung für die beiden Standpunkte am Schachtkopf und -fuß ist, dass von beiden aus eine Autokollimation sowohl auf den Spiegel, als auch auf das GAP1 erfolgen können muss. Praktisch müssen die Standpunkte derart gewählt werden, dass eine senkrechte Zielung auf die Autokollimationseinheiten auf der Montageplatte erfolgen kann. Zu Beginn des Aufbaus kann diese noch senkrecht auf den Tachymeter ausgerichtet werden, am anderen Ende des Schachtes muss der Tachymeter senkrecht auf den Spiegel bzw. das Prisma ausgerichtet werden, da die Position und die Orientierung der Autokollimationsreflektoren auf der Montageplatte nicht mehr verändert werden dürfen. Erschwerend kommt hinzu, dass die Standpunktwahl stark durch die Bodenbeschaffenheit vor der Schachtförderanlage eingeschränkt war. Der bestand größtenteils aus Stahlplatten und -gittern, die keine stabilen Standpunkte ermöglichten. Die uneingeschränkte Sicht in den Stollen zu den Fernzielen muss ebenfalls gewährleistet sein.

ränkter war, als am Schachtkopf. Eine etwa zwei Dezimeter hohe Stufe bereitete zudem noch Schwierigkeiten beim Aufstellen des Tachymeters, da beide Tachymeter mit einer annähernd identischen Instrumentenhöhe aufgestellt werden mussten, um die Autokollimation auf den Spiegel vollziehen zu können. Das GAP1 ist davon konstruktionsbedingt nicht betroffen. Diese Stufe

Am Schachtfuß war die Wahlmöglichkeit für einen stabilen Standpunkt nur unwesentlich größer. Der in Frage kommende Bereich ist in Abbildung 7.8 rechts unten markiert. Problematisch war hier, dass die Sicht in den Tunnel eingeschränkter war, als am Schachtkopf. Eine etwa zwei Dezimeter hohe Stufe bereitete zudem noch Schwierigkeiten beim Aufstellen des Tachymeters, da beide Tachymeter mit einer annähernd identischen Instrumentenhöhe aufgestellt werden mussten, um die Autokollimation auf den Spiegel vollziehen zu können. Das GAP1 ist davon konstruktionsbedingt nicht betroffen. Diese Stufe ist in Abbildung 7.8 durch einen Pfeil gekennzeichnet. Im Hintergrund ist die Schachtförderanlage mit noch geschlossenem Tor zu erkennen.

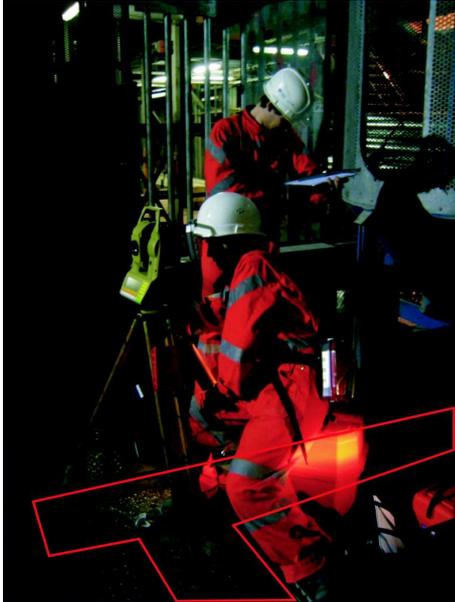


Abbildung 7.7: Tachymeterstandpunkt am Schachtkopf



Abbildung 7.8: Tachymeterstandpunkt am Schachtfuß

Die Position der Autokollimations-Anschlussspiegel kann beliebig gewählt und muss nicht vermarktet werden. Sie dienen lediglich zur Kontrolle der Autokollimationsmessungen. Es muss jedoch gewährleistet sein, dass die Spiegel sich während der gesamten Vermessung stabil verhalten.

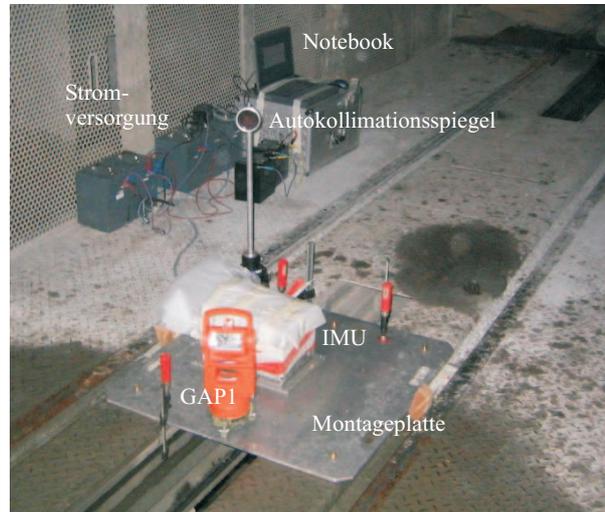


Abbildung 7.9: Montageplatte in der Schachtförderanlage am 5. April 2004

Nachdem alle Stand- und Zielpunkte zentriert und horizontiert waren, wurde die Montageplatte in der Schachtförderanlage selbst installiert. Diese besteht aus einer etwa einen Quadratmeter großen und 17 Kilogramm schweren Montageplatte aus Aluminium. Auf dieser werden die IMU und ein Planspiegel zur Autokollimation sowie das GAP1 als Zieleinrichtungen angebracht. Ein Notebook dient zur Steuerung der IMU und mehrere Akkublöcke stellen die Stromversorgung sicher (siehe Abbildung 7.9).

Zur Autokollimation wurden am Schachtkopf ein Tachymeter TCA 2003 und am Schachtfuß ein Tachymeter TCRA 1101 jeweils mit Autokollimationsokular eingesetzt. Im näheren Umfeld der

Tachymeterstandpunkte wurden jeweils vier Rückversicherungspunkte zur Bestimmung der Standpunktkoordinaten mit Prismen signalisiert. Mit der ATR wurden die Standpunkte frei stationiert. Gemessen wurden die Horizontalrichtungen, Zenitwinkel und die Schrägstrecken. Berücksichtigt wurden Maßstabsunbekannte, Netzmaßstab, Projektionsverzerrung sowie instrumentelle und meteorologische Korrekturen. Die Projektkoordinaten sind in Tabelle 7.4 gelistet. Die Genauigkeit der Koordinaten beträgt einen *mm*.

Punktnummer	Rechtswert [m]	Hochwert [m]
Tachymeter Schachtkopf	1946.123	9170.065
<i>FZ_{oben}</i> 3650036	1917.107	9363.669
Tachymeter Schachtfuß	1945.932	9170.219
<i>FZ_{unten}</i> 21206310	1885.833	9524.574

Tabelle 7.4: Projektkoordinaten der Richtungsübertragung in 2004

Dieser Berechnung lag ursprünglich das Koordinatensystem basierend auf den Kreiselmessungen des *Konsortiums VI-GBT* vom April 2004 zugrunde. Im August 2004 fanden erneut Kreiselmessungen statt, aufgrund derer die Richtung am Schachtfuß verbessert wurde. Die Koordinaten der Standpunkte und Fernziele wurden daraufhin neu berechnet, um später den Vergleich mit der Messung im Januar 2005 ziehen zu können. Die Auswirkungen auf die Standpunktkoordinaten liegen innerhalb der Rechengenauigkeit. An den Fernzielen wurden die entsprechenden Verbesserungen angebracht. In Tabelle 7.4 stehen die Koordinaten mit Stand vom August 2004.

Die Fernziele wurden mit Tripleprismen ausgestattet, die durch Dioden beleuchtet waren, damit sie im dunklen Tunnel angezielt werden können.

Zu Beginn der Messung wurde die IMU gestartet, die Datenspeicherung aktiviert und das Alignment mit einer Dauer von etwa 20 *min* vollzogen. Während dieser Zeit wurde am Schachtkopf die Zielung auf das Fernziel *3650036* im nördlichen Stollen am Schachtkopf vorgenommen (vgl. Lageplan in Abbildung 7.11). Ebenso wurden der Anschluss-Autokollimationsspiegel und die Autokollimationsreflektoren auf der Montageplatte angezielt. Die Autokollimationen erfolgten jeweils fünf mal pro Reflektor durch wiederholtes Eindrehen mit dem Feintrieb. Nach Abschluss des Alignments und der ersten Orientierungsmessung fand eine Seilfahrt nach unten statt.



Abbildung 7.10: Versatz der Schachtförderanlage nach der Seilfahrt abwärts

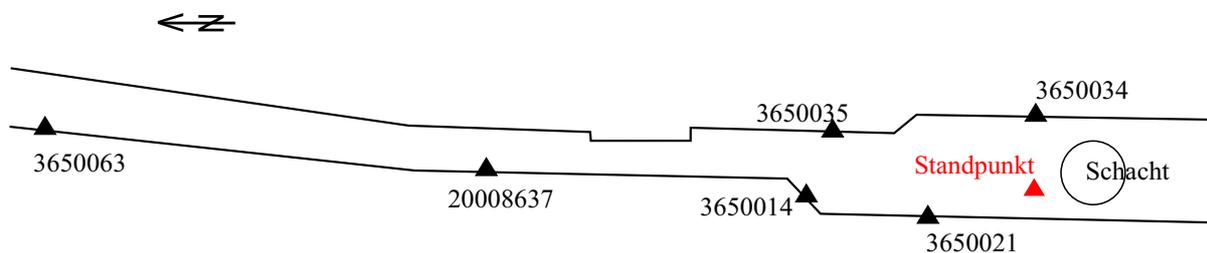
Bei einer Seilfahrt hat die Schachtförderanlage eine maximale Geschwindigkeit von zwölf *m/sec*. Die

Personenbeförderung im oberen Satz⁴ der Schachtförderanlage ist erlaubt.

Unten angekommen, stoppte die Schachtförderanlage, damit die mitgeführten Personen aus dem oberen Satz aussteigen konnten. Dies ist jedoch nicht die Position, in der auch die Autokollimationsmessungen durchgeführt werden können. Abbildung 7.10 zeigt den Höhenversatz, der noch ausgeglichen werden musste, damit die Autokollimation durchführbar war. Dazu musste die Schachtförderanlage von einem Operateur der Schachtförderanlagenbetreiberfirma SIEMAG im Handbetrieb erst um etwa zwei *m* nach unten gefahren werden bevor sie in die endgültige Position einrasten konnte. Diese Position entspricht der, die im Schutterbetrieb den schienengeführten automatischen Abtransport des Ausbruchmaterials sicher stellt. In dieser Position eingerastet, ist auch die Autokollimation möglich, die eine senkrechte Zielung voraussetzt.

Vermessungspunkte Schachtkopfkaverne Sedrun

Skizze ohne Maßstab



Vermessungspunkte Schachtfußkaverne Sedrun

Skizze ohne Maßstab

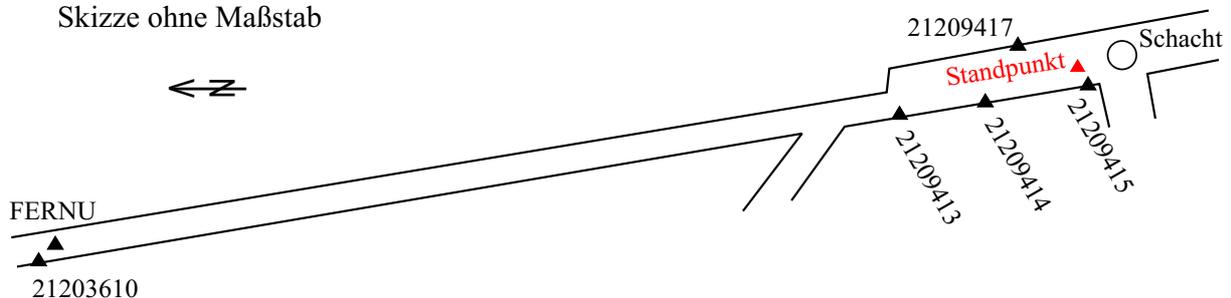


Abbildung 7.11: Lageplan Schachtkopf und -fuss

Am Schachtfuß wird die Richtung vom Planflächenspiegel und dem GAP1 auf der Montageplatte über Autokollimation auf den Anschluss-Spiegel übertragen. Zur Anbindung an das Tunnelnetz wurden die Standpunktkoordinaten analog wie am Schachtkopf und die Richtung zum Fernziel *21206310* im nördlichen Stollen bestimmt (siehe Lageplan in Abbildung 7.11).

Im Rahmen dieser Testmessung wurden insgesamt fünf Fahrten vorgenommen. Nach drei Fahrten wurden die bis dahin gemessenen Daten gesichert und ein neues Alignment gestartet, um die Datensicherheit und Reproduzierbarkeit der Messungen zu gewährleisten.

Die inertialen Messdaten wurden wie in Kapitel 4 zunächst mit dem Matlab[®]-Programm *convert* für die Software KingsPadTM aufbereitet. Die ausgegebenen Azimute wurden mit eigens entwickelten

⁴Die Schachtförderanlage besteht aus zwei Sätzen („Etagen“). Im unteren Satz dürfen ausschließlich Güter transportiert werden. Im Oberen dürfen während einer Seilfahrt auch Menschen mitfahren.

Programmen in Matlab[®] weiterverarbeitet. Dabei wurden die ZUPTs berücksichtigt und die Azimutdifferenzen zwischen dem Anfang und Ende der Messfahrten gebildet, die die Drehung der IMU während der Fahrt wiedergeben.

Die innere Genauigkeit des Winkels $\Delta\Psi$ ist eine Genauigkeitsangabe für den nach Abbildung 7.6 gegebenen Winkel

$$\Delta\Psi = \alpha_o + \Psi - \alpha_u \quad (7.4)$$

- α_o = Winkel zwischen Anschluss-Autokollimationsspiegel und Spiegel auf der Montageplatte am Schachtkopf
- Ψ = Richtungsänderung zwischen Schachtkopf und -fuß
- α_u = Winkel zwischen Anschluss-Autokollimationsspiegel und Spiegel auf der Montageplatte am Schachtfuß

zwischen den Anschluss-Autokollimationsspiegeln am Schachtkopf und -fuß. Dieser Winkel Δr ist aufgrund der in Kapitel 5 beschriebenen Eigenschaft der Autokollimation unabhängig von Zentrierfehlern des Standpunktes.

Messfahrt	Spiegel [gon]	GAP1 [gon]
1	23.4793	23.4772
2	23.4702	23.4667
3	23.4708	23.4698
4	23.4710	23.4679
5	23.4861	23.4820
Mittelwert	23.4755	23.4727
$\sigma_{Mittelwert}$	0.0031	0.0029

Tabelle 7.5: Ergebnisse für die innere Genauigkeit der Richtungsübertragung in 2004

Der Mittelwert für die Richtungsübertragung zwischen den Anschlussspiegeln für die Autokollimation zwischen Schachtkopf und Schachtfuß beträgt über den Planflächenspiegel 23.4755 gon mit einer Standardabweichung nach (6.26) von 0.0031. Der entsprechende Wert für das GAP1 ist 23.4727 gon, Standardabweichung 0.0029. Das Mittel zwischen Planflächenspiegel und GAP1 ist 23.4741 gon, Standardabweichung 0.0021.

Die äußere Genauigkeit wird durch die Anbindung an das Tunnelnetz beeinflusst. Tabelle 7.6 listet die Größenordnung eines Zentrierungsfehlers von einem mm Querabweichung, abhängig von der Entfernung.

Entfernung	Winkelfehler
100 m	0.9 mgon
200 m	0.5 mgon
350 m	0.3 mgon

Tabelle 7.6: Winkelfehler aufgrund von 1 mm Zentrierungsfehler

Für den Anschluss an das Tunnelnetz wird der Winkel zwischen dem Fernziel und dem Anschlussautokollimationsspiegel angebracht. Anschaulich ist dies in Abbildung 7.6 durch den Winkel β_o bzw. β_u dargestellt. Dadurch ergeben sich die in Tabelle 7.7 spezifizierten Werte.

Der Richtungswinkel im Standpunkt am Schachtkopf zum Fernziel oben 3650036 berechnet sich aus den im August 2004 verbesserten Koordinaten in Tabelle 7.4. Der berechnete Richtungswinkel am

	Richtungswinkel t_{oben} [gon] (<i>ber.</i>)	β_o [gon]	$\Delta\Psi$ [gon]	β_o [gon]	Richtungswinkel t_{unten} [gon] (<i>gem.</i>)
Planspiegel	390.5293	90.3024	23.4755	115.0004	389.3068
GAP1	390.5293	90.3024	23.4727	115.0004	389.3040
Mittel	390.5293	90.3024	23.4741	115.0004	389.3054

Tabelle 7.7: Absolute Ergebnisse der Richtungsübertragung in 2004

Schachtfuß vom Standpunkt zum Fernziel *21206310* in ca. 360 m Entfernung beträgt 389.3047 gon. Ein weiteres Fernziel in 50 m Entfernung erwies sich jedoch aufgrund der kurzen Visur als nicht brauchbar und wurde somit für die weiteren Berechnungen nicht mehr berücksichtigt.

Die Richtungsübertragung durch Autokollimation und Inertialmesstechnik über den Anschluss am Schachtkopf *3650036* zum Fernziel am Schachtfuß *21206310* lieferte eine Abweichung zwischen dem gemessenen und dem berechneten Richtungswinkel von +0.7 mgon.

Die ersten Versuchsmessungen am 5. April 2004 haben eine sehr gute innere Genauigkeit ergeben. Ein verbesserter Messablauf insbesondere bei den Anschlussmessungen steigert die Genauigkeit. Die bisherigen Messungen haben wichtige Informationen und Erfahrungen geliefert, die bei der zweiten Messkampagne verbessernd berücksichtigt werden können. Im nun Folgenden werden diese Möglichkeiten aufgezeigt.

7.5.2 Messung am 9. Januar 2005

Problematisch für die inertialen Messungen ist der vorliegende unsymmetrische Messablauf. Bei der Abfahrt konnte die Montageplatte aus technischen Gründen nicht direkt in die endgültige Position zur Richtungsübertragung gefahren werden. Es musste erst eine Korrekturfahrt von einem Höhenunterschied von etwa zwei Metern durchgeführt werden, bevor die Förderanlage in ihrer endgültigen Höhe arretiert werden konnte. Dies war dadurch bedingt, dass es aus Sicherheitsgründen nicht erlaubt ist, bei Seilfahrten⁵ direkt die Schienen für die Loren einzurasten. Bei der zweiten Messung wurde daher die Messfahrt als Güterfahrt⁶ durchgeführt. Dies hatte den Vorteil, dass die höhere Geschwindigkeit der Förderanlage bei einer Güterfahrt mit 16 m/s anstelle von zwölf m/s für eine Seilfahrt eine kürzere Fahrtzeit zur Folge hatte, die eine weitere Steigerung der Genauigkeit bewirkte.

Auch im Januar 2005 war es nicht möglich, die Position unten direkt anzufahren. Die Schachtförderanlage wurde im Schutterbetrieb gefahren, wo automatisch erst der obere Satz und dann der untere angefahren wird. Der zuständige Operateur der Schachtförderanlage hat am Ende der Abfahrt so schnell wie möglich auf Handbetrieb umgeschaltet und die Schachtförderanlage in der exakten Position eingerastet. Die Dauer der Abfahrt konnte dadurch erheblich verkürzt werden. Durch den Charakter der Güterfahrt waren zusätzlich keine Wartezeiten für Personentransporte notwendig und der Zwischenstopp zum Aussteigen entfiel.

Bei den Testmessungen gab es immer wieder Probleme durch den Baustellenverkehr, da Baustellenfahrzeuge die Sicht auf die Fernziele im nordwärtigen Stollen behinderten. In der Arbeitssitzung Nr. 89 am 9. Dezember 2004 in Sedrun wurden die für einen reibungslosen Ablauf der Messung notwendigen Vereinbarungen getroffen. In einer Ortsbesichtigung wurde die Situation im Stollen begutachtet und entsprechend berücksichtigt. Damit konnten einen Monat später am 9. Januar 2005 erneut Messungen im Schacht von Sedrun abgehalten werden [ZIMMERMANN, 2004].

⁵Eine Seilfahrt bezeichnet eine Schachtfahrt mit einer Maximalgeschwindigkeit von 12 m/s unter Anwesenheit von Personen im oberen Satz der Schachtförderanlage.

⁶Eine Güterfahrt ist eine Schachtfahrt vorwiegend im Schutterbetrieb mit einer Geschwindigkeit von max. 16 m/s. Der Transport von Personen ist hier nicht zulässig.

Für die Messung wurde nicht nur der Ablauf optimiert, sondern auch das Instrumentarium. Die Autokollimationsmessungen wurden im April 2004 mit den Tachymetern von Leica der Baureihe TCA und TCRA durchgeführt. Diese Tachymeter sind voll automatisiert und mit den üblichen Rutschkupplungen ausgestattet. Es ist daher nicht möglich, den Teilkreis zu klemmen und mit dem Feintrieb genau einzustellen. Üblicherweise wird die Anzielung von Prismen bei derartigen Geräten über die automatische Zielerfassung (*ATR*) vorgenommen. Für die genauere Anzielung bei der Autokollimation von Hand sind die Rutschkupplungen nicht geeignet, da die kollimierten Fadenkreuze sich häufig um einen kleinen Betrag verschieben, lässt man die Schraube für den Horizontalkreis los. Es ist also nach jeder Anzielung eine zusätzliche Kontrolle nötig, ob die Fadenkreuze noch deckungsgleich sind. Bei Tachymetern mit Klemmmöglichkeit für die Teilkreise ist diese Überprüfung nicht notwendig, da diese die eingestellte Richtung halten.

Eine Anzielung mit Tachymetern von Leica der Baureihe TCA oder TCRA im Rahmen der Autokollimation kann konstruktionsbedingt nicht automatisiert werden, da das CCD-Array für die *ATR* zwischen Okular und Objektiv angebracht ist. Das Fadenkreuz befindet sich jedoch jenseits des Objektivs und erscheint somit nicht im Strahlengang für die *ATR*.

Für die Messung am 9. Januar 2005 wurde am Schachtkopf das Tachymeter Wild TC 2002 der *TUM* eingesetzt. Am Schachtfuß wurde mit dem Theodolit Wild T 3000 von *geomETH* gemessen. Zur Koordinierung der Standpunkte stellte *geomETH* drei Tachymeter TCA 1100 zur Verfügung. Die eingesetzten Instrumente und Prismen wurden im Vorfeld überprüft und gegebenenfalls justiert.

Für die Anbindung an das Tunnelnetz wurde sicher gestellt, dass sowohl im Zugangsstollen als auch auf Vortriebsebene immer zwei Fernziele in ausreichender Entfernung anzielbar waren. Wegen der schwierigen Sichtverhältnisse im Stollen am Schachtfuß konnte dort von den vorhandenen Netzpunkten nur das Fernziel *21206310* anvisiert werden, das auch schon bei der Messung im April 2004 verwendet wurde. Zur Fernzielredundanz wurde in der Nähe dieses Punktes durch freie Stationierung mit einem TCA 1100 über die rückwärtigen Punkte *21206311*, *21206312*, *21206313* und *21206314* ein zweites Fernziel *FERNU* koordiniert. Die Koordinaten finden sich in Tabelle 7.8.

Von der ersten Messung am 5. April 2004 waren dank Einmessskizzen bereits Standpunkte auffindbar, die näherungsweise wieder verwendet werden konnten und bei dieser Messung mit kleinen Bolzen vermarktet wurden. Die Standpunktwahl und dazu notwendigen Schachtfahrten konnten deshalb entfallen. Der Aufbau der Theodolite war trotz bekannter Positionen wegen des bereits genannten Zwangs der senkrechten Visuren nicht leichter zu vollziehen.

Auch die Anbindung an das Tunnelnetz erfolgte je mit einem TCA1100 durch freie Stationierung. Die Theodolite für die Autokollimation wurden dafür vor Messbeginn unter Verwendung der Zwangszentrierung durch ein Leica Standard-Tripleprisma ersetzt. Darüber hinaus wurden auf der Montageplatte in der Kabine der Förderanlage zwei Prismen angebracht, um die Position der Montageplatte für die CUPs zu bestimmen (vgl. Abbildung 7.12). Zur Kontrolle wurden diese Messungen nach Abschluss aller Arbeiten wiederholt.

Zur Positionierung am Schachtkopf wurden die Rückversicherungspunkte *3650014*, *3650021*, *3650034* und *3650035* verwendet. Am Schachtfuß wurden die Punkte mit den Nummern *21209413*, *21209414*, *21209415* und *21209417* herangezogen. Die Bestimmung der Koordinaten, basierend auf dem Koordinatennetz vom August 2004, ergab die in Tabelle 7.8 angegebenen Werte.

Der verbesserte Messablauf sieht folgende Beobachtungsabfolge in der Satzmessung vor. Die Anzielungen wurden jeweils fünf Mal durch erneutes Einstellen mit dem Feintrieb vorgenommen.

1. Lage I: Fernziel FZ_{1oben} und FZ_{2oben}
2. Lage I: Anschuss-Autokollimationsspiegel
3. Lage I: Autokollimationsspiegel auf Montageplatte

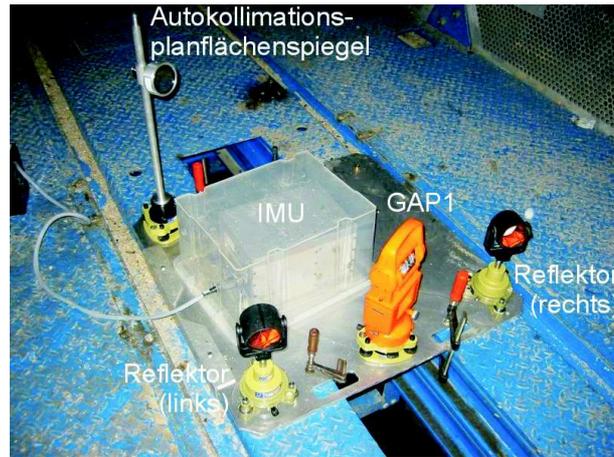


Abbildung 7.12: Montageplatte der Messung am 9. Januar 2005

Punktnummer	Rechtswert [m]	Hochwert [m]
Standpunkt Schachtkopf SK_{oben}	1946.056	9170.135
FZ_{1oben} 20008637	1926.027	9278.323
FZ_{2oben} 3650036	1917.107	9363.669
Standpunkt Schachtfuß SF_{unten}	1945.908	9170.213
FZ_{1unten} FERNU	1885.824	9522.452
FZ_{2unten} 21206310	1885.833	9524.574

Tabelle 7.8: Projektkoordinaten der Richtungsübertragung in 2005

4. Lage I: GAP1, unhorizontiert
5. Lage I: GAP1, horizontiert
6. Lage II: GAP1, horizontiert
7. Lage II: Autokollimationsspiegel auf Montageplatte
8. Lage II: Anschluss-Autokollimationsspiegel
9. Lage II: Fernziel FZ_{2oben} und FZ_{1oben}

Zu Beginn der Messung erfolgt die Beobachtung auf das horizontierte GAP1. Die Schachtfahrt endet aber nicht in der selben horizontierten Ausrichtung, zumindest nicht innerhalb der empfindlichen Genauigkeitsangabe der Röhrenlibelle. In Kapitel 5 und Abbildung 5.7 wird erörtert, warum das GAP1 horizontiert werden muss. In der zweiten Lage ist eine Anzielung in der unhorizontierten Position nicht mehr möglich.

Im Rahmen der Messkampagne am 9. Januar 2005 waren insgesamt fünf Messfahrten geplant. Nach drei Fahrten wurde eine Datensicherung vorgenommen und anschließend ein neues Alignment gestartet. Eine technische Panne der Schachtförderanlage während der zweiten Auffahrt ließ die Anlage von 14:50 Uhr bis 15:24 Uhr still stehen. Eine Messfahrt dieser Länge kann wegen der Driften des Inertialen Messsystems nicht ausgewertet werden. Daher kann die zweite Fahrt für die Richtungsübertragung nicht verwendet werden und es wurde am Ende eine sechste Fahrt als Ersatz vorgenommen.

Die erste Messfahrt musste wegen technischer Schwierigkeiten bei der Tachymetermessung auf die Fernziele nachträglich gestrichen werden. Die zweite Messfahrt fällt wegen des erwähnten technischen Defekts der Schachtförderanlage aus. Die dritte Messung musste wider Erwarten wegen einer zu großen Abweichung vom Mittelwert gestrichen werden. Das erneute Aufstarten der IMU nach der

dritten Messfahrt lieferte drei Ergebnisse, die zusammen mit den Autokollimationsmessungen für die folgende Auswertung herangezogen werden.

Die Auswertung der gemessenen Rohdaten erfolgte wie bei der ersten Messung. Lediglich bei der Auswertung in KingsPadTM wurden zusätzlich CUPTs eingeführt, da die Start- und Endposition der IMU durch die Einmessung der Prismen auf der Montageplatte bekannt war.

Die Richtungsübertragung berechnet sich wie bei der ersten Messkampagne nach Formel (7.3). Ergänzend sei noch erwähnt

$$\beta_o = r_{Anschluss-Autokollimationsspiegel} - r_{Fernziel}, \quad (7.5)$$

$$t_o = t_{Fernziel} + \beta_o. \quad (7.6)$$

Der Winkel β_o ergibt sich aus der Richtungsdivergenz zwischen dem Anschluss-Autokollimationsspiegel und dem Fernziel. Zum Richtungswinkel des Fernziels addiert, ergibt sich der Richtungswinkel zum Autokollimationsreflektor auf der Montageplatte. Aus dem Koordinatenverzeichnis 7.8 lassen sich die Richtungswinkel im Tunnelnetz wie in Tabelle 7.9 berechnen.

Standpunkt	Zielpunkt	Richtungswinkel [gon]
Schachtkopf SK_{oben}	FZ_{1oben} 20008637	388.3461
Schachtkopf SK_{oben}	FZ_{2oben} 3650036	390.5474
Schachtfuß SF_{unten}	FZ_{1unten} FERNU	389.2442
Schachtfuß SF_{unten}	FZ_{2unten} 21206310	389.3090

Tabelle 7.9: Richtungswinkel für die Messung in 2005

Tabelle 7.10 enthält die Werte für die Richtungsübertragung. Es ergeben sich maximale Rundungsfehler von 0.1 *mgon* durch die Berechnung in Excel.

Richtungswinkel $t_{Reflektor}$ [gon]		$\Delta\Psi$ [gon]		β_u [gon]		Richtungswinkel t_u [gon]		σ	Abweichung
20008637	3650036	Spiegel	GAP	FERNU	21206310	FERNU	21206310		
76.4279		237.4037		324.5829		389.2488		0.5	0.0046
	76.4268		237.4037		324.5179		389.3126	0.5	0.0036
76.4279		237.4029		324.5829		389.2480		0.8	0.0038
	76.4268		237.4029		324.5179		389.3118	0.5	0.0028

Tabelle 7.10: Richtungsübertragung in 2005

Die Abweichung der gemessenen Azimute zu den aus den Koordinaten berechneten Azimuten beträgt im Mittel +3.7 *mgon*. Die gute innere Genauigkeit (σ aus Tabelle 7.10) darf sicher nicht überschätzt werden. Wie bereits erläutert, ist die Richtungsübertragung über Autokollimation frei von Zentrierungsfehlern des Standpunktes. Die Wahl der Anschluss-Autokollimationsspiegel kann beliebig erfolgen. Eine realistische Genauigkeitsannahme ist aber abhängig von der Anbindung an das Tunnelnetz, in diesem Falle von der Zentrierung der Fernziele. Im Vergleich mit den Richtungswinkeln, basierend auf dem Netz der VI-GBT, muss zusätzlich noch die Genauigkeit der Standpunktkoordinierung berücksichtigt werden.

7.6 Zusammenfassung und Wertung der Ergebnisse

Analog Abbildung 6.24 für den Personenaufzug im Olympiaturm kann auch für die Schachtförderanlage in Sedrun die Orientierung während der Messfahrten bestimmt werden. Die graphische Darstellung findet sich in Abbildung 7.13.

Für die endgültige Richtungsübertragung wurden, wie bereits erwähnt, nur die Fahrten vier bis sechs verwendet, da nur hier sowohl die Messfahrt als auch die Anbindung an das Tunnelnetz erfolgreich gemessen wurden. Um die Wiederholgenauigkeit der Ab- und Auffahrten mit der Schachtförderanlage zu verifizieren sind in Graphik 7.13.a alle Messfahrten des 9. Januars 2005 dargestellt. Die einzige Ausnahme bildet die zweite Fahrt, die hier wegen des Ausfalls der Schachtförderanlage gestrichen wurde. Die Abbildung 7.13.b enthält die gemittelten Ab- und Auffahrten sowie deren Mittelwert.

Auch hier sind schwingungsähnliche Effekte wie im Olympiaturm zu erkennen. Sie treten etwa alle 200 m auf. Lässt man auch hier wieder Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgang unberücksichtigt, so ergibt sich durch die Geschwindigkeit der Schachtförderanlage von 16 m/s eine „Schwingungsdauer“ von etwa zwölf s. Es kann sich hier, ebenso wie im Olympiaturm, nicht um die Eigenfrequenz der Seilführung handeln, die viel höherfrequenter sein müsste.

Die Schachtförderanlage ist seilgeführt. Die Seile sind mit einer Kraft von 13 t vorgespannt. Eine Schwingung, hervorgerufen durch die Führungsseile ist u. a. abhängig von deren Länge, der Dicke, dem Material, dem Gewicht der Seile sowie des Förderkorbes, der Befestigung und der Anregung durch den Beschleunigungsvorgang bei Fahrtbeginn und wäre wesentlich hochfrequenter. Wie auch schon beim Olympiaturm handelt es sich hier um fahrdynamische Eigenschaften der Schachtförderanlage. Dies wird besonders durch die signifikante Ähnlichkeit der Mittelwerte der Ab- und Auffahrten in Abbildung 7.13.b deutlich.

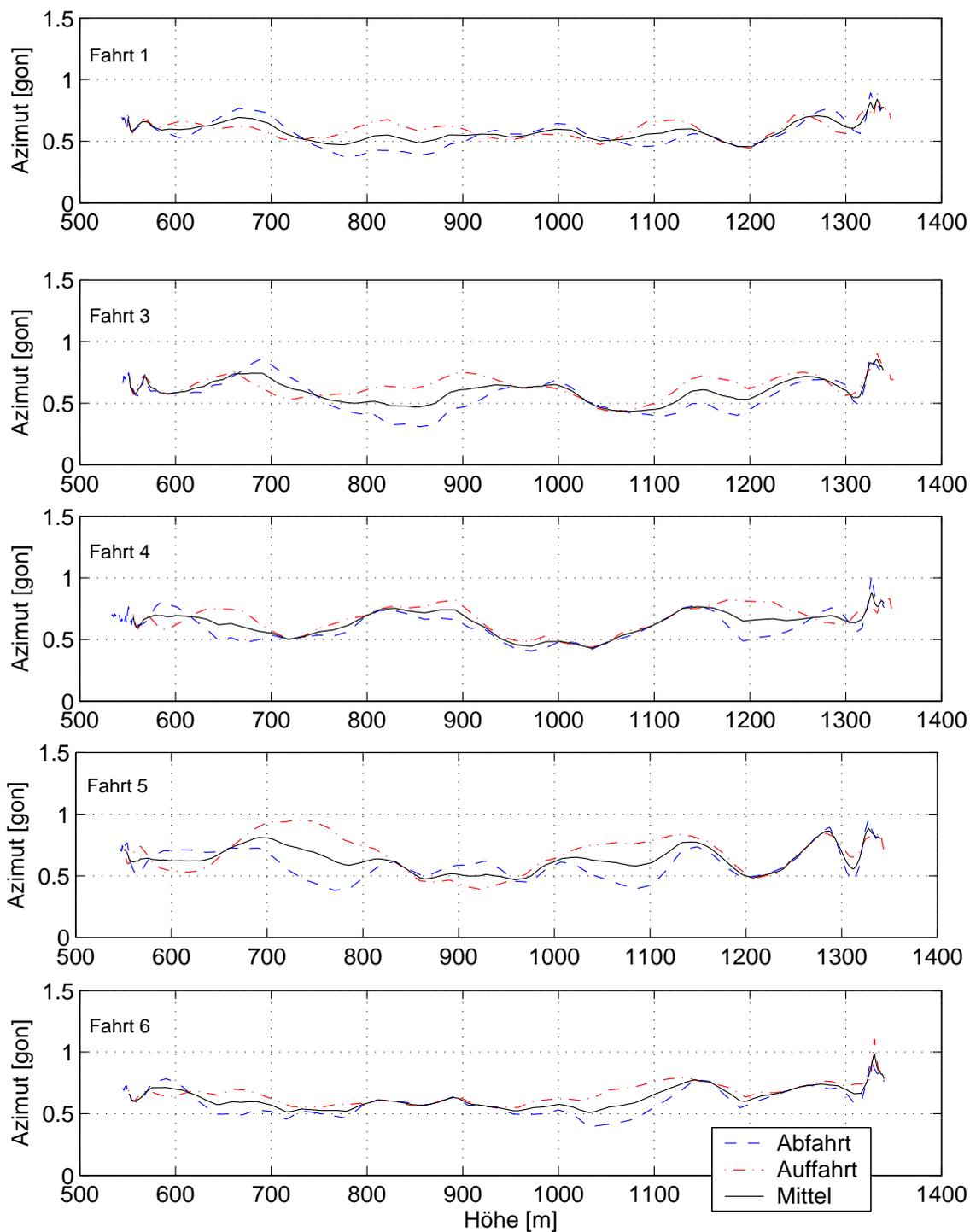
Die Graphiken von 7.13.a sind zusätzlich ein Nachweis für die Vorteile der Messung in zwei Lagen und Abbildung 7.13.b spiegelt die Genauigkeit der durchgeführten inertialen Messungen wieder.

Das Fehlerbudget der Richtungsübertragung durch Autokollimation und Inertialmesstechnik setzt sich analog wie Gleichung (7.1) zusammen

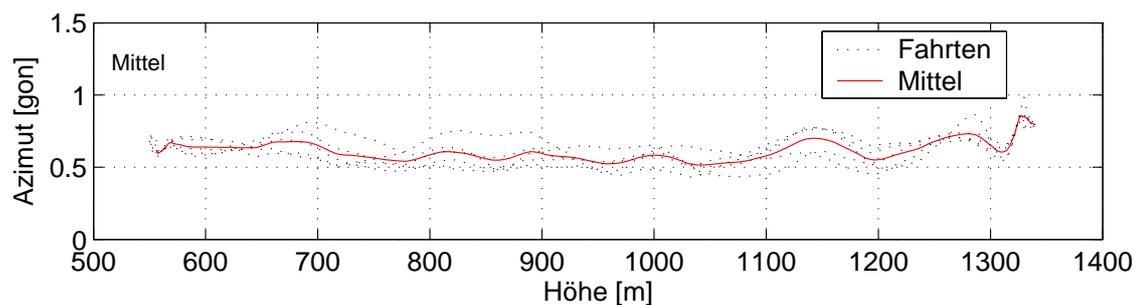
$$\sigma_{gesamt} = \sqrt{\sigma_{Netz}^2 + \sigma_{FZoben}^2 + 2 \cdot \sigma_{Theodolit}^2 + \sigma_{Spiegel}^2 + \sigma_{IMU}^2 + \sigma_{FZunten}^2}. \quad (7.7)$$

σ_{Netz}	= innere Genauigkeit des Grundlagennetzes	$\leq 0.3 \text{ mgon}$
σ_{FZoben}	= Zentriergenauigkeit des Fernziels am Schachtkopf	0.3 mgon
$\sigma_{Theodolit}$	= Ablesegenauigkeit des Tachymeters	0.3 mgon
$\sigma_{Spiegel}$	= Innere Genauigkeit der Richtungsübertragung zu den Anschlusspiegeln	0.8 mgon
σ_{IMU}	= Messgenauigkeit der IMU	1.1 mgon
$\sigma_{FZunten}$	= Zentriergenauigkeit des Fernziels am Schachtfuß	0.2 mgon

Tabelle 7.11: Fehlerbudget bei der Richtungsübertragung mit Autokollimation und INS



7.13.a: Einzelfahrten



7.13.b: Mittelwert aller Fahrten

Abbildung 7.13: Azimute über Höhe in der Schachtförderanlage Sedrun

Die Bezeichnungen und deren Werte sind in Tabelle 7.11 angegeben. Daraus ergibt sich eine Genauigkeit σ_{gesamt} für die Richtungsübertragung mit Autokollimation und Inertialmesstechnik von 1.5 mgon .

Zur Erinnerung: die Messkampagne vom 5. April 2004 lieferte eine Abweichung von $+0.7 \text{ mgon}$. Der Unterschied zum Soll-Richtungswinkel aus der Messung am 9. Januar 2005 betrug $+3.7 \text{ mgon}$. Werden die beiden Messkampagnen gleich gewichtet, so ergibt sich der Mittelwert aus beiden Richtungsübertragungen eine Abweichung von $+2.2 \text{ mgon}$ mit einer Standardabweichung von 1.5 mgon gegenüber dem Tunnelnetz von *VI-GBT*. Die gleiche Gewichtung beider Messungen ist darin gerechtfertigt, dass bei der ersten Messung mehr Fahrten verwendet werden konnten, bei der zweiten hingegen wurden die Bedingungen verbessert, insbesondere die Anbindung an das Tunnelnetz.

Für den Vergleich von zwei Messwerten miteinander ist die STUDENT-Verteilung geeignet. In einem statistischen Test lautet also die Nullhypothese, dass die Genauigkeit der Orientierung durch den Vermessungskreisel GYROMAT 2000 mindestens derjenigen der Richtungsübertragung durch Kopplung von Inertialmesstechnik und Autokollimation entspricht ([KREYSZIG, 1991], [EBNER, 1995]).

	GYROMAT 2000	INS + Autokollimation	
Erwartungswert	$\mu_{gyro} = 0.0 \text{ mgon}$	$\mu_{ins} = 2.2 \text{ mgon}$	(7.8)
Standardabweichung	$\sigma_{gyro} = 1.3 \text{ mgon}$	$\sigma_{ins} = 1.5 \text{ mgon}$	(7.9)

Die Differenz D aus den Erwartungswerten der Messungen ist

$$D = \mu_{ins} - \mu_{gyro}. \quad (7.10)$$

Der Erwartungswert der entsprechenden Zufallsgröße D beträgt demnach 2.2 mgon . Für Tests mit unterschiedlicher Standardabweichung schlägt [PELZER, 1985] eine Näherungslösung von WELSCH vor. Die Standardabweichung der Zufallsgröße D ergibt sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz zu $\sigma = 1.4 \text{ mgon}$.

In dem hier vorliegenden Fall gilt

$$c = \frac{\sigma_{gyro}^2}{\sigma_{gyro}^2 + \sigma_{ins}^2} = 0.43 \quad (7.11)$$

und damit ergibt sich für den Freiheitsgrad f

$$f = \frac{1}{c^2 + (1 - c)^2} \doteq 2 \quad (7.12)$$

Mit dem Freiheitsgrad zwei lässt sich der Fraktilwert der STUDENT-Verteilung nachschlagen. Bei einem einseitigen Test und einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % ergibt sich dieser zu 2.920.

Der Vergleichsparameter T ist

$$T = \frac{D}{\sigma} = 1.571 \quad (7.13)$$

und somit kleiner als der Fraktilwert. Daraus folgt, dass die Nullhypothese angenommen wird. Ein signifikanter Korrekturwert aus der Inertialmessung ist daher für das Tunnelnetz nicht abzuleiten. Die Aussagekraft leidet natürlich an der geringen Anzahl an Stichproben.

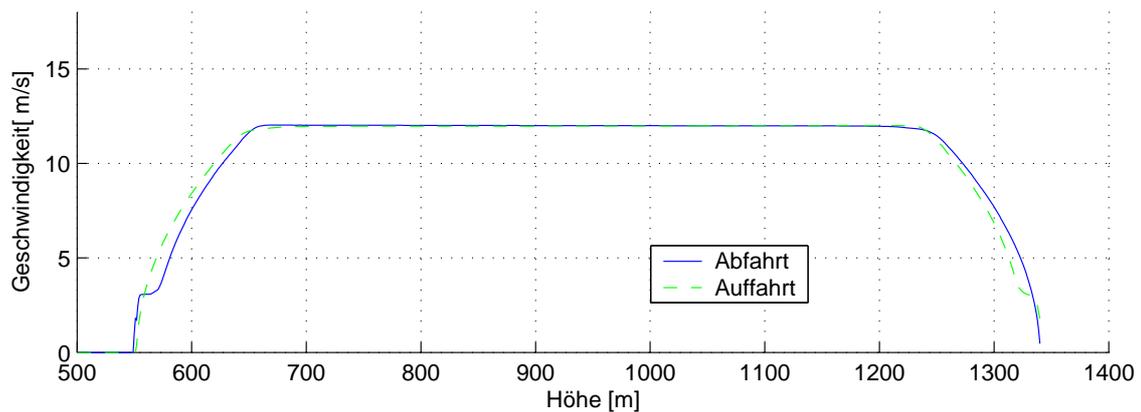
Wie bereits erwähnt, wurde aufgrund der Kreismessungen vom August 2004 das Netz neu berechnet und neue Koordinaten ausgegeben, auf denen die Auswertungen dieser Arbeit basieren. Zu dem Netz, aufbauend auf den Kreismessungen, die zeitgleich im April 2004 statt gefunden haben, ergab sich eine Verdrehung um $+0.8$ *mgon*. Dies wird von dem Ergebnis aus der neuartigen Messstrategie zur Richtungsübertragung unterstützt, da in die gleiche Richtung korrigiert wurde. Als unabhängiges Verfahren zur Zuverlässigkeitssteigerung hat sich die Inertialmessung damit eindeutig bewährt.

Kapitel 8

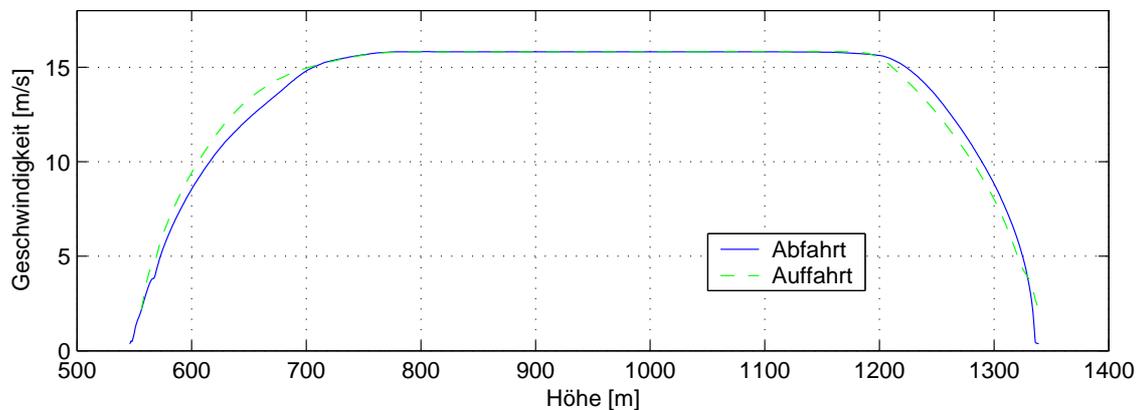
Ausblick

Für die Richtungsübertragung wurde lediglich das Azimut aus den Kreismessungen verwendet. Die Inertialmesstechnik liefert jedoch auch das Beschleunigungsverhalten und damit die Geschwindigkeiten der Schachtförderanlage während der Fahrt. Dies liefert Aufschluss über das Fahrverhalten.

So kann das Fahrverhalten während der Seilfahrten auf die Verträglichkeit für mitfahrende Personen geprüft werden, wo maximal eine Geschwindigkeit von zwölf m/s zulässig ist. In Abbildung 8.1.a ist das Mittel der Geschwindigkeit über die Höhe für die Ab- und Auffahrten aus den Messungen vom 5. April 2004 dargestellt.



8.1.a: Mittlere Geschwindigkeit bei einer Seilfahrt



8.1.b: Mittlere Geschwindigkeit bei einer Güterfahrt

Abbildung 8.1: Geschwindigkeit über Höhe in der Schachtförderanlage Sedrun

Alternativ kann möglicherweise im Schutterbetrieb das Fahrverhalten für den Abtransport des Aus-

bruchmaterials optimiert werden. Die maximal zulässige Geschwindigkeit beträgt hier 16 m/s . Abbildung 8.1.a zeigt das Mittel der Geschwindigkeit über die Höhe für die Ab- und Auffahrten aus den Messungen vom 9. Januar 2005.

Die inertielle Navigation liefert drüber hinaus auch noch die Positionen. Wird in Zukunft die Güte der Sensoren weiter ansteigen und können die zahlreichen Fehlereinflüsse besser modelliert werden, so ist auch eine Koordinatenübertragung mit inertialer Messtechnik für die Lage und Höhe in einer kombinierten Auswertung ergänzend zu einer Ablotung denkbar.

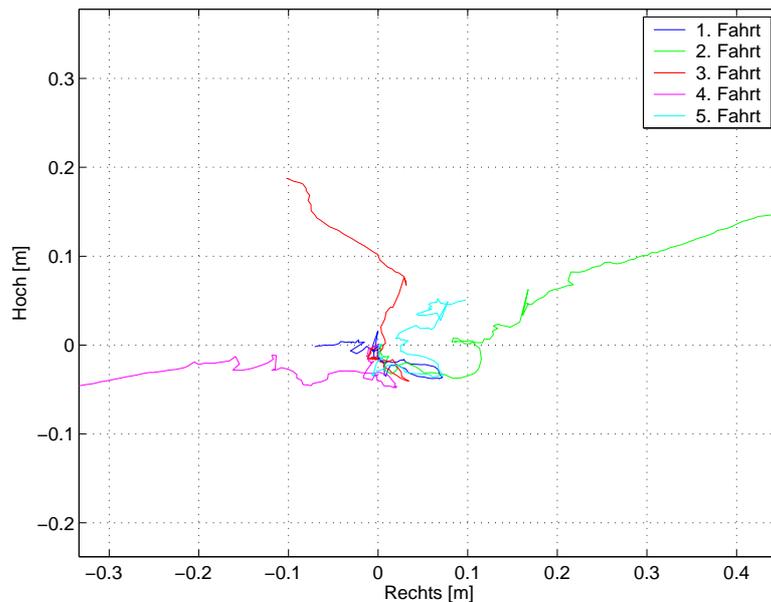


Abbildung 8.2: Lageplot für die Mittelwerte aus den Ab- und Auffahrten

Abbildung 8.2 zeigt die reduzierten Mittelwerte für die einzelnen Ab- und Auffahrten für die Messungen vom 9. Januar 2005. In dieser Grafik ist deutlich der Einfluss der Wartezeit zu erkennen, die aufgrund der Tatsache entstanden ist, dass die Förderanlage am Schachtfuß nicht direkt in die endgültige Position fahren kann.

Abkürzungsverzeichnis

ATR Automatic Target Recognition. Automatische Zielerfassung und -verfolgung bei Tachymetern.

CHTRS95 Swiss Terrestrial Reference System 1995. System der schweizer Landeskoordinaten. Es ist stark an das → ETRS89 angelehnt. Bisher wurden zwei Referenzrahmen CHTRF95 und CHTRF98 realisiert. Ihnen sind jeweils die geozentrischen Koordinaten der Fundamentalstation Zimmerwald zugrundegelegt.

COA Coarse Alignment. Das COA liefert die Näherungswerte für ein → FIA.

CUPT Coordinate **U**ppdate. Positionskorrektur für → INS auf Ebene der Koordinaten. Vgl. → ZUPT.

ECEF-System Earth Centered, Earth Fixed-System. Das ECEF-System ist ein erdfestes Koordinatensystem mit Ursprung im Massenzentrum der Erde. Die x-Achse verläuft durch die Schnittgerade von Äquatorebene und dem Nullmeridian in Greenwich. Die z-Achse entspricht der Rotationsachse. Die y-Achse ergänzt das System zum Rechtssystem.

ECSF-System Earth Centered, Star Fixed-System. Das ECSF-System ist definiert wie das → ECEF-System, mit dem Unterschied, dass es seit dem Zeitpunkt $t = 0$ s um die z-Achse rotiert und so mit seiner Orientierung an den Sternen fest gemacht ist.

ENU East-North-Up Koordinatensystem. Dieses Koordinatensystem bezeichnet ein lokales System auf der Erdoberfläche, dessen x-Achse nach Osten zeigt. Die y-Achse weist Richtung geographisch Nord und die z-Achse ergänzt das Rechtssystem nach oben. Die Bezeichnung ENU ist unkonventioneller, beschreibt aber im Grunde den gleichen Sachverhalt wie das → NED-System.

ETRF89 European Terrestrial Reference Frame 1989. Der Koordinatenrahmen ETRF89 ist die praktische Realisierung des im → ETRS89 definierten Koordinatensystems.

ETRS89 European Terrestrial Reference System 1989. Das ETRS89 beinhaltet die mathematische und physikalische Definition dieses europäischen Koordinatensystems von 1989.

FIA Fine Alignment. Das FIA dient zur genauen Bestimmung der Einstellwinkel vor Messbeginn mit einem INS. Eine genaue Beschreibung befindet sich in Kapitel 3.

FOG Fiber-Optic-Gyro, im Deutschen Faseroptische Kreisel. Eine detaillierte Beschreibung befindet sich im Kapitel 2.

GAP1 Autokollimationsprima der Firma Wild Herbrugg. Mit diesem Prima können parallele Strahlen im Rahmen der Autokollimation (5) reflektiert werden.

GBT Gotthard-Basistunnel.

geomETH Professur für Geodätische Messtechnik und Ingenieurvermessung am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. Hilmar Ingensand.

IMU Inertial Measurement Unit, zu deutsch inertielle Messeinheit oder Trägheitsmesseinheit.

INS Inertial Navigation System, zu deutsch Inertiales Navigationssystem oder Trägheitsnavigationssystem.

ISA Inertial Sensor Assembly, zu deutsch Inertialer Sensor. Der ISA, bestehend aus drei Beschleunigungsmessern und drei Kreiseln ist das Herzstück eines Inertialen Navigationssystems.

TBM Tunnelbohrmaschine.

NEAT Neue Eisenbahn-Alpentransversale. In dieses Projekt ist der Bau des St. Gotthard Basistunnels eingebunden.

NED North-East-Down Koordinatensystem. Dieses Koordinatensystem bezeichnet ein lokales System auf der Erdoberfläche, dessen x-Achse nach geographisch Nord zeigt. Die y-Achse weist Richtung Osten und die z-Achse ergänzt das Rechtssystem nach unten. Dieses Koordinatensystem ist für jeden Punkt auf der Erdoberfläche verschieden.

RLG Ring-Laser-Kreisel. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in Kapitel 2.

TUM Technische Universität München.

VBA Vibrating Beam Accelerometer, im Deutschen Saiten-Beschleunigungsmesser.

VI-GBT Konsortium „Vermessungsingenieure Gotthard-Basistunnel“. Das VI-GBT ist beim Bau des → GBT zuständig für das Tunnelgrundlagennetz.

ZUPT Zero Velocity Update. Geschwindigkeitskorrektur für → INS. Vgl. → CUPT.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Trassierung des Gotthard-Basistunnels [ALPTRANSIT, 2004]	12
1.2	Zwischenangriffe beim Bau des Gotthard-Basistunnels [ALPTRANSIT, 2004]	12
1.3	Möglichkeiten zur Stützung von INS	14
2.1	Prinzip eines inertialen Sensors [FOPPE, 2001]	17
2.2	Konstruktionsprinzipien verschiedener Beschleunigungsmesser [FOPPE, 2001]	19
2.2.a	Prinzip eines Pendel-Systems	19
2.2.b	Prinzip eines Feder-Masse-Systems	19
2.2.c	Prinzip eines Schwing-saiten-Systems	19
2.2.d	Prinzip eines Servo-Systems	19
2.3	Prinzip eines mechanischen Kreisels [FOPPE, 2001]	21
2.4	Der Sagnac-Effekt	22
2.5	Prinzip eines faseroptischen Kreisels	23
2.6	Bauweisen von Kreiseln	24
2.6.a	Ringlaserkreisel von Honeywell	24
2.6.b	Ringlaserkreisel von Litton	24
2.7	Orientierung eines INS während 24 Stunden im Inertialraum	25
2.7.a	Raumorientierte Realisierung	25
2.7.b	Erdorientierte Realisierung	25
2.8	Orientierung der Achsen	26
3.1	Ausrichtung des Body-Systems (IMU)	27
3.2	Koordinatensystem North-East-Down	29
3.3	Zusammenhang zwischen ECEF- und ECSF-Koordinatensystem	29
3.3.a	Earth-centered earth-fixed Koordinatensystem	29
3.3.b	Earth-centered star-fixed Koordinatensystem (Inertialsystem)	29
3.4	Geodätische Koordinaten im erdfesten Bezugssystem	34
4.1	Innenansicht der IMU	47
4.2	Anschlüsse der IMU	47
4.3	Eingabemaske von KingsPad TM zur Datenprozessierung	51
4.4	Eingabemaske von KingsPad TM für Zeitangaben	52
5.1	Positionierung des INS durch Zielmarken	55
5.2	Autokollimationsokular von Leica Geosystems	56
5.3	Prinzip der Autokollimation. In a) ist die Spiegelfläche senkrecht zur Zielrichtung, in b) ist die Spiegelfläche um den Winkel δ geneigt	57
5.4	Zentrierung bei der Autokollimation	57
5.5	Autokollimationsprisma von Wild Heerbrugg [WILD HEERBRUGG]	58
5.6	Strahlengang in einem Autokollimationsprisma. a) 3d-Ansicht, b) Seitenansicht, c) Grundriss	58

5.7	Messaufbau zur Prüfung der Querneigungsänderung beim GAP1	59
5.8	Änderung der Autokollimationsablesung bei definierter Querneigung des GAP1	59
5.9	Änderung der Autokollimationsablesung bei definierter Längsneigung des GAP1	60
6.1	Konstanter Ausrichtfehler des INS	62
6.2	Allgemeine Sensorfehler [nach Profos, 1978]	63
6.3	Exzentrische Montagemöglichkeiten für Beschleunigungsmesser [nach von HINÜBER, 1993]	65
6.4	Numerische Integration mit der Trapezformel	69
6.5	Olympiaturm und Montageplatte an Querstrebe	71
6.6	IMU im Olympiaturm in Lage I	72
6.7	IMU im Olympiaturm in Lage II	72
6.8	Einmessung der ZUPT-Stellen	72
6.9	Fahrt in Lage I	73
6.10	Fahrt in Lage II	73
6.11	Gemeinsame Darstellung von Lage I und II	73
6.12	Fahrt in Lage I nach Korrektur aufgrund der ZUPTs	73
6.13	Fahrt in Lage II nach Korrektur aufgrund der ZUPTs	73
6.14	Fahrt in Lage I nach Koordinatenendabgleich	74
6.15	Fahrt in Lage II nach Koordinatenendabgleich	74
6.16	Hommelbank, schematischer Aufbau	75
6.17	Montageplatte auf der Hommelbank mit IMU und GAP	76
6.18	Tachymeter zur Autokollimation	76
6.19	Azimute auf der Hommelbank aus Hin- und Rückfahrt	77
6.20	Reduzierte Mittelwerte der Azimute auf der Hommelbank	77
6.21	Zentrierfehler einer Messung	78
6.22	Messungen im Lift des Olympiaturms	79
6.23	Messungen im Lift des Olympiaturms, Montageplatte	79
6.24	Azimute über Höhe im Personenaufzug des Olympiaturms von München	80
	6.24.aEinzelfahrten	80
	6.24.bMittelwert aller Fahrten	80
7.1	Geologisches Profil beim Bau des Gotthard-Basistunnels [ALPTRANSIT, 2004]	83
7.2	Nadirlot am Schachtkopf [Ryf]	86
7.3	Positionierung der Stative am Schachtfuß [Ryf]	86
7.4	Umlenkrolle mit Lotdraht [Ryf]	87
7.5	Lote mit Gewicht von 192 kg [Ryf]	87
7.6	Schematischer Ablauf der Messung	89
7.7	Tachymeterstandpunkt am Schachtkopf	92
7.8	Tachymeterstandpunkt am Schachtfuß	92
7.9	Montageplatte in der Schachtförderanlage am 5. April 2004	92
7.10	Versatz der Schachtförderanlage nach der Seilfahrt abwärts	93
7.11	Lageplan Schachtkopf und -fuss	94
7.12	Montageplatte der Messung am 9. Januar 2005	98
7.13	Azimute über Höhe in der Schachtförderanlage Sedrun	101
	7.13.aEinzelfahrten	101
	7.13.bMittelwert aller Fahrten	101
8.1	Geschwindigkeit über Höhe in der Schachtförderanlage Sedrun	105
	8.1.a Mittlere Geschwindigkeit bei einer Seilfahrt	105
	8.1.b Mittlere Geschwindigkeit bei einer Güterfahrt	105
8.2	Lageplot für die Mittelwerte aus den Ab- und Auffahrten	106

Tabellenverzeichnis

2.1	Genauigkeitseinteilung von Kreiseln	21
4.1	Spezifikationen der iMAR IMU für IAPG/Geo nach [von HINÜBER, 2001]	48
4.2	KingsPad TM Ausgabe für die Einstellwinkel	52
4.3	KingsPad TM Ausgabe für die navigierten Positionen	53
4.4	KingsPad TM Ausgabe für die Positionen	53
6.1	Azimutvergleich Autokollimation - INS; Angaben in [gon]	76
6.2	Streckenvergleich Tachymeter - INS; Angaben in [m]	77
7.1	Geforderte Durchschlaggenauigkeit im Gotthard-Basistunnel	85
7.2	Lotabweichung, Korrektur und Genauigkeit für die Lotung	87
7.3	Bezeichnungen und Werte für das Fehlerbudget bei der Kreiselmessung	88
7.4	Projektkoordinaten der Richtungsübertragung in 2004	93
7.5	Ergebnisse für die innere Genauigkeit der Richtungsübertragung in 2004	95
7.6	Winkelfehler aufgrund von 1 mm Zentrierungsfehler	95
7.7	Absolute Ergebnisse der Richtungsübertragung in 2004	96
7.8	Projektkoordinaten der Richtungsübertragung in 2005	98
7.9	Richtungswinkel für die Messung in 2005	99
7.10	Richtungsübertragung in 2005	99
7.11	Fehlerbudget bei der Richtungsübertragung mit Autokollimation und INS	100

Literaturverzeichnis

- [ALPTRANSIT, 2004] **AlpTransit Gotthard AG**: *Die neue Gotthardbahn*, Luzern, Schweiz.
- [ALPTRANSIT, 2002] **AlpTransit Gotthard AG**: *Die neue Gotthardbahn - Das Projekt*, Luzern, Schweiz.
- [ALPTRANSIT, 2002] **AlpTransit Gotthard AG**: *Die neue Gotthardbahn - Der Bau*, Luzern, Schweiz.
- [ALPTRANSIT] **AlpTransit Gotthard AG**: *www.alptransit.ch*, Luzern, Schweiz.
- [BAUMANN Bd. 1, 1994] **Baumann, Eberhard**: *Vermessungskunde Band 1, Einfache Lagemessung und Nivellement*, Dümmler Verlag, Bonn.
- [BAUMANN Bd. 2, 1995] **Baumann, Eberhard**: *Vermessungskunde Band 2, Punktbestimmung nach Höhe und Lage*, Dümmler Verlag, Bonn.
- [BLASCHKE, 1960] **Blaschke, Wilhelm**: *Kinematik und Quaternionen*, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin.
- [BOSE, 2000] **Bose, Sam C.**: *GPS/INS Integrated Navigation Systems*, Technalytics Inc., Cangoa Park Kalifornien, USA.
- [BROWN et al., 1997] **Brown, Robert Grover; Hwang, Patrick Y. C.**: *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*, John Wiley & Sons, New York.
- [BUIBKAMP, 1984] **Buitkamp, Hermann**: *Modelle für geodätische Anwendungen der Trägheitsnavigation mit besonderer Berücksichtigung von Schachtvermessungen*, Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften Nr. 306, München.
- [BUNDESAMT FÜR LANDESTOPOGRAPHIE, 2001] **Bundesamt für Landestopographie, Eidgenössische Vermessungsdirektion**: *Formeln und Konstanten für die Berechnung der Schweizerischen schiefachsigen Zylinderprojektion und der Transformation zwischen Koordinatensystemen*, Schweiz.
- [DEPPNER, 1999] **Deppner, Heinz Georg**: *Drehratenmessgeber*, STN Atlas Elektronik, Bremen.
- [DEUMLICH et al., 2002] **Deumlich, Fritz; Staiger, Rudolf**: *Instrumentenkunde der Vermessungstechnik*, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- [DOROBANTU et al., 2004] **Dorobantu, Raul; Gerlach, Christian**: *Investigation of a Navigation-Grade RLG SIMU Type iNAV-RQH*, Schriftenreihe des Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie München und Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie der Technischen Universität München Nr. 16, München.
- [EBNER, 1995] **Ebner, Heinrich**: *Ausgleichsrechnung 2*, Vorlesungsskriptum, München.

- [EL-SHEIMY, 2000] **El-Sheimy, Naser**: *Mobile Mult-Sensor Systems, The New Trend in Navigation, GIS and Mapping Applications*, The University of Calgary, Kanada.
- [EL-SHEIMY, 2002] **El-Sheimy, Naser**: *Introduction to Inertial Navigation*, The Univerisity of Calgary, Kanada.
- [FARKAS-JANDL, 1986] **Farkas-Jandl, Tibor**: *Einführung in die Inertialvermessung*, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- [FOPPE, 2001] **Foppe, Karl**: *Kombination von inertialen und satellitengestützten Beobachtungsverfahren zur ingenieurgeodätischen Überwachung von Brückenbauwerken*, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswegen der Universität Hannover Nr 242, Hannover.
- [GRILLMAYER, 2002] **Grillmayer, Ekkehart**: *Untersuchungen systematischer Fehlereinflüsse bei Messungen mit dem Kreisel DMT Gyromat 2000*, Dissertation, Graz.
- [GROßMANN, 1976] **Großmann, Walter**: *Geodätische Rechnungen und Abbildungen in der Landesvermessung*, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- [HECK, 1987] **Heck, Bernhard**: *Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung*, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- [HEGER, 1992] **Heger, Wilhelm**: *Untersuchungen zum Einsatz inertialer Vermessungssysteme in 'strapdown'-Technik bei der Schachtvermessung*, Dissertation, Hannover.
- [HOFMANN-WELLENHOF et al., 2003] **Hofmann-Wellenhof, Bernhard; Legat, Klaus; Wieser, M.**: *Navigation, Principles of Positioning and Guidance*, Springer Verlag, Wien, New York.
- [INGENSAND et al., 1998] **Ingensand, Hilmar; Ryf, Adrian; Stengele, Roland**: *The Gotthard Base Tunnel - a challenge for geodesy and geotechnics*, Symposium on geodesy for Geotechnical and Structural Engineering, Eisenstadt, Österreich.
- [JEKELI, 2001] **Jekeli, Christopher**: *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*, de Gruyter Verlag, New York, USA.
- [KAHMEN, 1993] **Kahmen, Heribert**: *Vermessungskunde, 18. Auflage*, de Gruyter Lehrbuch, Berlin, New York.
- [KORITTKKE, 1997] **Korittke, Norbert**: *Zur Anwendung hochpräziser Kreiselmessungen im Bergbau und Tunnelbau*, Geodätische Schriftenreihe der Technischen Universität Braunschweig, Nr. 14, Braunschweig.
- [KREYSZIG, 1991] **Kreyszig, Erwin**: *Statistische Methoden und ihre Anwendungen*, Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen.
- [KUCHLING, 1991] **Kuchling, Horst**: *Taschenbuch der Physik*, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt a. M.
- [LAWRENCE, 1993] **Lawrence, Anthony**: *Modern Inertial Technology, Navigation, Guidance and Control*, Springer Verlag, New York.
- [LECHNER, 1987] **Lechner, Wolfgang**: *Azimatbestimmung mit Inertialsystemen*, Beiträge zur Inertialgeodäsie, Heft 22, München.
- [NEUHIERL et al., 2004] **Neuhierl, Theresa; Foppe, Karl**: *Anwendungen inertialer Messsysteme in der Ingenieurgeodäsie*, 58. DVW Seminar, Kinematische Messmethoden - Vermessung in Bewegung, Stuttgart.

-
- [PELZER, 1985] **Pelzer, Hans**: *Ausgleichsrechnung und Statistik*, Hannover.
- [PROFOS, 1978] **Profos, Paul**: *Handbuch der Industriellen Messtechnik*, Vulkan-Verlag, Essen.
- [RINNER, 1981] **Rinner, K.**: *Über geodätische Kreisel und Verfahren der Inertialnavigation. Institutsmitteilungen des Instituts für Geodäsie der Universität Innsbruck Nr. 4*, Tagungsband zur 3. Internationalen Geodätischen Woche, Obergurgl, Innsbruck.
- [ROMMEL, unbek.] **Rommel, Norbert**: *Gyromat 2000, Fully-Automatic Precision Surveying Gyroscope*, Deutsche Montan Technologie, Institut für Lagerstätte, Vermessung und Angewandte Geophysik, Bochum.
- [ROMMEL, 1991] **Rommel, Norbert**: *Funktionsprinzip und technisches Konzept des Präzisionsvermessungskreisels Gyromat 2000*, Deutsche Montantechnologie, Institut für Lagerstätte und Vermessung, Bochum.
- [RUMMEL, 1996] **Rummel, Reiner**: *Vorlesungsskriptum Erdmessung 1 - 3*, München.
- [RYF et al., 2000] **Ryf, Adrian; Haag, Rene; Schätti, Ivo**: *AlpTransit Gotthard-Basistunnel: Aktueller Projektstand, ingenieurgeodätische Aspekte*, 14. Kurs für Ingenieurvermessung, München.
- [SCHÄTTI et al., 2004] **Schätti, Ivo; Ryf, Adrian**: *Hochpräzise Lotung im Schacht von Sedrun des Gotthard-Basistunnels*, 14. Kurs für Ingenieurvermessung, Zürich.
- [SCHNÄDELBACH, 1995] **Schnädelbach, Klaus**: *Vorlesungsskriptum Landesvermessung*, München.
- [SCHRÖDER, 1991] **Schröder, Dietrich**: *Transferring the Bearing Using a Strapdown Inertial Measurement Unit*, Applications of Geodesy to Engineering: Symposium No. 108, Stuttgart.
- [SCHRÖDER et al., 1987] **Schröder, Dietrich; Wiegner, S., Grafarend, Erik W., Schaffrin, Burkhard**: *Simulation eines geodätischen Inertialsystems*, Beiträge zur Inertialgeodäsie Heft 22, München.
- [SCHWARZ et al., 1990] **Schwarz, Klaus-Peter; Knickmeyer, E. H.; Martell, H.**: *The Use of Strapdown Technology in Surveying*, Allgemeine Vermessungsnachrichten, August-September 1990.
- [SCHWARZ et al., 2000] **Schwarz, Klaus-Peter; El-Sheimy, Naser**: *Letter of Agreement to License KingspadTM Software (Univ. Technol. Int.)*, Department of Geomatics Engineering, University of Calgary.
- [SCHWARZ et al., 2000] **Schwarz, Klaus-Peter; El-Sheimy, Naser**: *KINGSPADTM Users Manual*, Department of Geomatics Engineering, University of Calgary.
- [SCHWARZ, 1995] **Schwarz, Willfried**: *Vermessungsverfahren im Maschinen und Anlagenbau*, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- [SCHWARZ et al., 1990] **Schwarz, Klaus-Peter; Knickmeyer, Ernst Heinrich; Martell, H.**: *The Use of Strapdown Technology in Surveying*, AVN, Herbert Wichmann Verlag GmbH, Karlsruhe.
- [SNITIL, 2003] **Snitil, Bettina**: *Skript zum Teil INS innerhalb der Vorlesung Sensorik IV an der Uni Karlsruhe*, Karlsruhe.
- [SNITIL, 2003] **Snitil, Bettina**: *Skript zum Teil Kreisel innerhalb der Vorlesung Sensorik IV an der Uni Karlsruhe*, Karlsruhe.

- [STEMPFHUBER, 2003] **Stempfhuber, Werner**: *Geometrische Bestimmung der horizontalen und vertikalen Führungsschiene am Drehrestaurant des Münchner Olympiaturms*, Technischer Report des Lehrstuhl für Geodäsie der Technischen Universität München Nr 1, München.
- [STOVAL, 1997] **Stoval, Sherryl H.**: *Basic Inertial Navigation*, Naval Air Warfare Center Weapons Division, China Lake Kalifornien, USA.
- [STRUBECKER, 1980] **Strubecker, Karl**: *Einführung in die höhere Mathematik, Band III, Integralrechnung einer reellen Veränderlichen*, R. Oldenbourg Verlag München Wien, 1980.
- [von FABECK, 1980] **von Fabeck, Wolf**: *Kreiselgeräte*, Vogel-Verlag, Würzburg.
- [von HINÜBER, 1993] **von Hinüber, Edgar**: *Bahn- und Positionsvermessung von Industrierobotern mit inertialen Messsystemen*, Saarbrücken.
- [von HINÜBER, 2001] **von Hinüber, Edgar**: *iNAV-RQH for IAPG/GEO Munich, Configuration and Usage*, iMAR, St. Ingbert.
- [von HINÜBER, 2001] **von Hinüber, Edgar**: *iNAV when it comes to motion analysis, Parametrierung und Konfigurierung*, iMAR, St. Ingbert.
- [von HINÜBER, 2001] **von Hinüber, Edgar**: *iNAV-XIO when it comes to motion analysis, Special NAV-Modules*, iMAR, St. Ingbert.
- [WILD HEERBRUGG Manual, 1992] **Wild Herbrugg**: *Autokollimationsprisma WILD GAP1 Gebrauchsanweisung*, Heerbrugg, Schweiz.
- [WUNDERLICH et al., 2005] **Wunderlich, Thomas A.; Neuhierl, Theresa**: *Erfahrungen mit einem hochwertigen Inertialmesssystem im ingenieurgeodätischen Einsatz*, Internationale Geodätische Woche Obergurgl 2005, Österreich.
- [ZIMMERMANN, 2004] **Zimmermann, Christian**: *AlpTransit, Baulos 360: Tunnel Sedrun Protokoll, Arbeitssitzung Nr. 89, Messeinsatz Inertialsystem vom 9.1.2005*, Sedrun, Schweiz.