

Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme  
Technische Universität München  
Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. h.c. D. Schröder

Anne Angermann

Entkopplung von  
Mehrgrößensystemen durch  
Vorsteuerung am Beispiel von  
kontinuierlichen Fertigungsanlagen





Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme  
Technische Universität München

# Entkopplung von Mehrgrößensystemen durch Vorsteuerung am Beispiel von kontinuierlichen Fertigungsanlagen

Anne Angermann

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Gerhard Wachutka

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. h.c. Dierk Schröder
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans-Georg Herzog

Die Dissertation wurde am 06.11.2003 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 29.03.2004 angenommen.



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Assistentin am Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme der Technischen Universität München.

Mein besonderer Dank gilt dem Leiter des Lehrstuhls, Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. h.c. Dierk Schröder, für die Anregung und die hervorragende Betreuung dieser Arbeit. Die Unterstützung meiner Ideen und die große Freiheit, die er mir bei meinen Forschungen gewährt hat, haben zur zügigen Durchführung und zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Für die Übernahme des Korreferats und das entgegengebrachte Interesse an dieser Arbeit danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Georg Herzog, für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes gebührt mein Dank Herrn Prof. Dr. rer. nat. Gerhard Wachutka.

Meinen Kollegen, Ex-Kollegen und Mitarbeitern des Lehrstuhls möchte ich vielmals für die gute Zusammenarbeit danken. Bei allen Arbeiten in Forschung und Lehre erfuhr ich große Hilfsbereitschaft und tatkräftige Unterstützung. Besonders hervorheben möchte ich meine Ex-Kollegen Herrn Dr.-Ing. Martin Rau, der für meine fachlichen Fragen stets ein offenes Ohr hatte, und Herrn Dipl.-Ing. Ulrich Wohlfarth, der durch sein Engagement im administrativen Bereich allen Mitarbeitern des Lehrstuhls viel Arbeit abgenommen hat.

Ein herzliches Dankeschön geht auch an die Sekretärin des Lehrstuhls, Frau Leslie Patri, die mich in allen Fragen der Verwaltung stets unterstützt hat.

Nicht vergessen will ich alle Diplomanden und wissenschaftlichen Hilfskräfte, die stets engagiert zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben. Für ihr Interesse und ihren herausragenden Einsatz danke ich besonders Herrn Dipl.-Ing. Daniel Kos, Herrn Markus Becherer und Herrn Franz Winkler.

Bei meiner Mutter, Frau Traudl Klor, bedanke ich mich vielmals für die kompetente Textkorrektur.

Mein größter Dank geht an meinen Mann Michael, der mir jederzeit in allen Fragen interessiert und geduldig mit Rat und Tat zur Seite stand. Ohne seine uneingeschränkte Unterstützung hätte ich diese Arbeit nicht durchführen und abschließen können.

Gräfelfing, 15.10.2003

Anne Angermann



# Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Verbesserung dezentraler Mehrgrößenregelungen mit Verfahren der klassischen und modernen Regelungstechnik. Im Zentrum der Aufmerksamkeit steht die Entkopplung der Teilsysteme durch Störgrößenaufschaltung mit statischen und dynamischen Entkopplungsnetzwerken. Wird die Störgrößenaufschaltung um Prädiktionsmodelle zur prädiktiven Vorsteuerung erweitert, kann die Entkopplungsqualität nochmals verbessert werden.

Um nicht messbare Koppelgrößen und unbekannte oder zeitvariante Streckenparameter zu schätzen, werden verschiedene Störgrößenbeobachterkonzepte vorgestellt und untersucht.

Die entwickelten Verfahren werden am Beispiel einer kontinuierlichen Fertigungsanlage simulativ untersucht und getestet. Experimentelle Ergebnisse an einer Modellarbeitsmaschine zeigen die praktische Anwendbarkeit der vorgeschlagenen Störgrößenaufschaltung.

## Abstract

This thesis addresses the problem of improving decentralized multivariable control systems with classical and modern control concepts. The focus of this work lies on the decoupling of the subsystems with disturbance feedforward using statical and dynamical decoupling networks. By the addition of prediction models the disturbance feedforward is extended to a delay-aware decoupling concept yielding further improvement of the decoupling quality.

For the purpose of estimating non-measurable coupling variables and unknown or time-variant plant parameters different concepts of disturbance observers are introduced and investigated.

A plant for continuous processing of material is used as an application example which is investigated by simulation. Results from an experimental setup show the practical applicability of the proposed disturbance feedforward.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Allgemeines . . . . .	1
1.2	Motivation und Ziel der Arbeit . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Mehrgrößensysteme</b>	<b>5</b>
2.1	Einleitung . . . . .	5
2.2	Mathematische Beschreibung von Mehrgrößensystemen . . . . .	8
2.3	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit von Mehrgrößensystemen . . . . .	13
2.4	Entkoppelbarkeit eines Mehrgrößensystems . . . . .	15
2.5	Regelungstechnische Ansätze und Einordnung der Arbeit . . . . .	17
2.5.1	Zentrale Regelung von Mehrgrößensystemen . . . . .	18
2.5.2	Dezentrale Regelung von Mehrgrößensystemen . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Anwendungsbeispiel: kontinuierliche Fertigung von Materialbahnen</b>	<b>24</b>
3.1	Einleitung . . . . .	24
3.2	Modellierung . . . . .	26
3.2.1	Materialverhalten und Bahntransport . . . . .	26
3.2.2	Mechanische Gleichungen . . . . .	30
3.2.3	Elektrischer Aktor . . . . .	32
3.2.4	Messgeber für Bahnkraft, Drehzahl und Strom . . . . .	34
3.2.4.1	Bahnkraftmessgeber . . . . .	35
3.2.4.2	Drehzahlmessgeber . . . . .	36
3.2.4.3	Strommessgeber . . . . .	37
3.2.5	Signalflusspläne und Zustandsdarstellung . . . . .	38
3.2.5.1	Signalflussplan bei linearem Bahnverhalten und starrer Kopplung . . . . .	38
3.2.5.2	Zustandsdarstellung . . . . .	39
3.2.5.3	Signalflussplan bei nichtlinearem Bahnverhalten und starrer Kopplung . . . . .	42
3.2.6	Entkoppelbarkeit des Anwendungsbeispiels . . . . .	42
3.3	Simulationsergebnisse . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Dezentraler Regelungsentwurf</b>	<b>48</b>
4.1	Einleitung . . . . .	48

4.1.1	Fixe Pole . . . . .	49
4.1.2	Dezentrale Stabilisierbarkeit . . . . .	51
4.2	Entwurfsverfahren für dezentrale Regler . . . . .	51
4.2.1	Reglerentwurf am isolierten Teilsystem . . . . .	52
4.2.2	Reglerentwurf am abgeschlossenen Teilsystem . . . . .	55
4.2.3	Reglerentwurf am unverkoppelten Teilsystem – Dezentrale Entkopplung . . . . .	57
4.3	Stabilitätsnachweis . . . . .	58
4.3.1	Stabilitätsnachweis durch Eigenwertberechnung . . . . .	59
4.3.2	Stabilitätsnachweis durch Simulation des Gesamtsystems . . . . .	59
4.4	Isolierter Reglerentwurf am Anwendungsbeispiel . . . . .	60
4.4.1	Drehzahlreglerentwurf . . . . .	60
4.4.2	Bahnkraftreglerentwurf . . . . .	63
4.4.3	Simulationsergebnisse . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Entwurf dezentraler Zustandsbeobachter</b>	<b>72</b>
5.1	Einleitung . . . . .	72
5.2	Zentraler Beobachterentwurf . . . . .	73
5.2.1	Einheitsbeobachter . . . . .	73
5.2.2	Beobachter im Regelkreis . . . . .	77
5.2.3	Reduzierter Beobachter . . . . .	79
5.2.4	Störgrößenbeobachter . . . . .	80
5.3	Dezentraler Beobachterentwurf . . . . .	84
5.3.1	Einleitung . . . . .	84
5.3.2	Teilbeobachter mit Erweiterung durch Stör- oder kombinierte Stör- und Abschlussmodelle . . . . .	85
5.3.2.1	Teilbeobachter mit Störmodell . . . . .	85
5.3.2.2	Teilbeobachter mit Stör- und Abschlussmodell . . . . .	86
5.3.3	Dezentraler Beobachter im Regelkreis . . . . .	88
5.3.4	Untereinander verknüpfte Teilbeobachter . . . . .	90
5.4	Entwurf von verknüpften Teilbeobachtern am Anwendungsbeispiel . . . . .	92
5.4.1	Entwurf von Luenberger Störgrößenbeobachtern . . . . .	95
5.4.1.1	Störgrößenbeobachter für den Elastizitätsmodul . . . . .	95
5.4.1.2	Störgrößenbeobachter für die Reibung . . . . .	97
5.4.2	Entwurf von selbsteinstellenden Störgrößenbeobachtern . . . . .	98
5.4.2.1	Selbsteinstellender Störgrößenbeobachter nach Wolfermann/Hartel . . . . .	99
5.4.2.2	Selbsteinstellender Störgrößenbeobachter nach Patri . . . . .	101
5.4.3	Simulationsergebnisse . . . . .	102
5.4.3.1	Simulation des Luenberger Elastizitätsmodulbeobachters . . . . .	103

---

5.4.3.2	Simulation des Luenberger Reibungsbeobachters . . . . .	106
5.4.3.3	Simulation des selbststellenden Störgrößenbeobachters nach Wolfermann/Hartel . . . . .	109
5.4.3.4	Simulation des selbststellenden Störgrößenbeobachters nach Patri . . . . .	112
<b>6</b>	<b>Störgrößenaufschaltung</b>	<b>116</b>
6.1	Einleitung . . . . .	116
6.2	Grundlagen der Störgrößenaufschaltung . . . . .	118
6.3	Realisierung einer Störgrößenaufschaltung . . . . .	122
6.3.1	Statische Störgrößenaufschaltung . . . . .	122
6.3.2	Dynamische Störgrößenaufschaltung mit Tiefpassfilter . . . . .	123
6.4	Störgrößenaufschaltung am Anwendungsbeispiel . . . . .	135
6.4.1	Entwurf der Störgrößenaufschaltung . . . . .	136
6.4.1.1	Entkopplung entgegen der Transportrichtung . . . . .	137
6.4.1.2	Entkopplung in Transportrichtung . . . . .	139
6.4.2	Simulationsergebnisse . . . . .	142
6.4.3	Experimentelle Ergebnisse . . . . .	150
<b>7</b>	<b>Entkopplung durch prädiktive Vorsteuerung</b>	<b>159</b>
7.1	Einleitung . . . . .	159
7.2	Entwurf der Prädiktionsmodelle . . . . .	160
7.2.1	Prädiktionsmodell PM1 zur Kompensation von Zeitverzögerungen in Messung/Beobachtung . . . . .	162
7.2.2	Prädiktionsmodell PM2 zur Kompensation von Zeitverzögerungen in Entkopplungsnetzwerken . . . . .	166
7.3	Prädiktive Vorsteuerung am Anwendungsbeispiel . . . . .	170
7.4	Simulationsergebnisse . . . . .	173
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>188</b>
<b>A</b>	<b>Daten und Aufbau der MODAM</b>	<b>190</b>
A.1	Allgemeine Daten . . . . .	190
A.2	Daten zum Bahnsystem und Papier . . . . .	190
A.3	Daten des Wickler-Antriebssystems . . . . .	191
A.4	Daten der Antriebssysteme Antriebe 2, 3 und 4 . . . . .	191
A.5	Daten des Regelsystems dSpace . . . . .	191
A.6	Teilkomponenten des Versuchsstandes . . . . .	192

**Bezeichnungen** 194

**Literaturverzeichnis** 198

# 1 Einleitung

## 1.1 Allgemeines

Die grundlegende Aufgabenstellung der Regelungstechnik ist die gezielte Einflussnahme auf technische Prozesse zur Verbesserung des dynamischen und statischen Verhaltens. Dabei sind wichtige Kriterien der sichere, ökonomische und ökologische Betrieb von Automatisierungssystemen. Dies gilt insbesondere für antriebstechnische Großsysteme, wie sie z. B. in industriellen Produktionsanlagen auftreten. In der Regelungstechnik werden solche Großsysteme unter dem Oberbegriff *Mehrgrößensysteme* zusammengefasst, da mehrere Ausgangsgrößen gleichzeitig über mehrere Eingangsgrößen geregelt werden. Ein besonders anschauliches Beispiel für ein Mehrgrößensystem stellen kontinuierliche Fertigungsanlagen dar, die in der vorliegenden Arbeit als Anwendungsbeispiel betrachtet werden. Kontinuierliche Fertigungsanlagen werden z. B. in der Produktion und Bearbeitung von Papier, Kunststofffolien oder Textilien eingesetzt. Die zu bearbeitende Materialbahn wird dabei über angetriebene und Klemmwalzen durch verschiedene Bearbeitungssektionen transportiert. Um bei den hohen Transportgeschwindigkeiten eine gleichbleibende Materialqualität zu gewährleisten, werden die Drehzahlen der angetriebenen Walzen sowie die Bahnkräfte zwischen den Klemmstellen über die Drehmomente der Antriebswalzen geregelt. Aufgrund der Kopplung durch die Materialbahn sind alle Größen miteinander verknüpft.

Seit den 60er Jahren ist die Regelung von Mehrgrößensystemen Thema der intensiven Forschung, da aus der Eingrößenregelung bekannte, klassische und moderne Verfahren nicht mehr direkt angewendet werden können. Bereits sehr früh wurde für Mehrgrößensysteme das Konzept der *zentralen Regelung* entwickelt, bei dem ein zentraler Regler hoher Ordnung für das gesamte System entworfen wird. Dieser regelungstheoretisch interessante und auch heute noch in der Literatur behandelte Ansatz konnte sich jedoch in der Praxis nur begrenzt durchsetzen, da er wichtige praktische Anforderungen nicht erfüllt: schnelle und sichere Inbetriebnahme der Regelung sowie stabiles, definiertes Verhalten bei Ausfall von Komponenten (Integrität) wie Aktoren und Sensoren sowie plötzlichen Änderungen der Streckenstruktur z. B. verursacht durch einen Bahnriß in der kontinuierlichen Fertigung.

Aus diesem Nachteil motiviert, entstand bereits in den 70er Jahren die Idee, das Mehrgrößensystem in verkoppelte Teilsysteme niedriger Ordnung aufzuspalten und für diese Teilsysteme jeweils lokale Teilregler ebenfalls niedriger Ordnung zu entwerfen. Ansätze dieser Art werden heute unter dem Begriff *dezentrale Regelung* zusammengefasst. Neben der Erfüllung der oben genannten praktischen Anforderungen besteht durch die Dezentralisierung darüberhinaus wieder die Möglichkeit, die aus der Eingrößenregelung bekannten Verfahren für den Entwurf der Teilregler heranzuziehen. Nichtlineare Einflüsse wie z. B. Reibungs- oder Federkennlinien können einfacher lokal kompensiert werden [50].

Zur Realisierung der dezentralen Teilregler werden Haupt- und Nebenregelgrößen im allgemeinen messtechnisch erfasst und zurückgeführt. Ist eine Messung wichtiger Regelgrößen nicht oder nur eingeschränkt möglich, wie z. B. die Bahnkraftmessung in der kontinuierliche Fertigung, so müssen Zustandsbeobachter eingesetzt werden, die die nötigen Regelgrößen rekonstruieren [74, 75].

Für den Entwurf der lokalen Teilregler besteht grundsätzlich die Möglichkeit, Standard-

oder moderne Regelungsverfahren heranzuziehen. Die aus der klassischen Regelungstechnik übernommenen Entwurfsverfahren für Standardregler in PI-, PID-Form oder lineare Regler höherer Ordnung haben den Vorteil, dass sie besonders einfach sind und einen Entwurf nach den gut bekannten Standardoptimierungsverfahren Betrags-, Symmetrisches und Dämpfungsoptimum zulassen [31]. Darüberhinaus ist ihre Bedienung einfach, sie gewährleisten eine betriebsbereichsübergreifende Stabilität und ein relativ robustes Verhalten gegenüber Parameterunsicherheiten. Nachteil der Standardregler ist ihre meist geringe Führungsdynamik und ein häufig schlechtes Störverhalten gegenüber Teilsystemkopplungen und externen Störgrößen wie Bahnkraftschwankungen durch Wicklerunrundheiten.

Ihnen stehen moderne Verfahren des Reglerentwurfs gegenüber, deren komplexere Algorithmen auf den heute zur Verfügung stehenden, leistungsfähigen digitalen Regelsystemen implementierbar sind. Die Funktionen dieser fortgeschrittenen Regelalgorithmen können häufig in grafischen Hochsprachen erstellt und mittels automatischer Codegenerierung in das Regelsystem integriert werden. Bei Ansätzen wie Fuzzy- und zeitoptimaler Regelung [49, 44] steht das Führungsverhalten im Vordergrund, beim Entwurf robuster Teilregler [63, 65, 72, 73] liegt der Schwerpunkt auf dem Störverhalten gegenüber Parameteränderungen und Teilsystemkopplungen. Mit diesen Ansätzen können zwar deutliche Verbesserungen in der Regelqualität erzielt werden, in den meisten Fällen steht dem jedoch eine höhere Komplexität und damit ein aufwändiger Entwurf und eine schlechtere Bedienbarkeit gegenüber.

Aus diesem Grund werden besonders in industriellen Anlagen nach wie vor dezentrale Regelungen mit einfachen Standardreglern eingesetzt. Zugunsten der genannten Vorteile werden geringere Führungsdynamik und schlechtere Störgrößenunterdrückung von den Betreibern in Kauf genommen.

## 1.2 Motivation und Ziel der Arbeit

Bei der Entwicklung von neuen Regelverfahren für Mehrgrößensysteme, bei welchen die praktische Anwendbarkeit im Vordergrund steht, ist daher eine Orientierung an den bereits bestehenden Standardregelungen sinnvoll. Nur in diesem Fall kann eine hohe Akzeptanz von Seiten der Betreiber erwartet werden. Der Schwerpunkt muss daher auf der Erweiterung und Verbesserung der Standardansätze liegen, welche die grundsätzliche Struktur der Standardregler unverändert lassen sowie eine nachträgliche Implementierung an bereits bestehenden Regelungen ermöglichen. Beispiel für eine Verbesserung ist eine Adaption der standardmäßig konstanten Reglerparameter an unterschiedliche Betriebsarten oder -bereiche oder an zeitveränderliche Streckenparameter wie den Elastizitätsmodul oder das Reibwiderstandsmoment. Desweiteren besteht die Möglichkeit, Störgrößen wie Wicklerunrundheiten oder Teilsystemkopplungen zur Erweiterung der Regler durch Vorsteuerungen bzw. zur Störgrößenaufschaltung heranzuziehen. Dazu müssen die Streckenparameter sowie die Stör- und Koppelgrößen bei Bedarf offline oder online während des Betriebs geschätzt werden, wofür klassische ([60, 68, 48], Kap. 5.2.4) oder moderne Identifikationsverfahren ([41, 42, 50]) zur Verfügung stehen.

Im Bereich der kontinuierlichen Fertigung ist die dezentrale Regelung mit Standard-PI-Reglern in Kaskadenstruktur das in der Praxis am weitesten verbreitete Regelkonzept. Durch den kaskadierten Aufbau können die einzelnen Regelkreise für Strom, Drehzahl und Bahnkraft nacheinander implementiert und eingestellt werden, was die Inbetriebnahme der Teilregler unproblematisch gestaltet. Da der Entwurf der Teilregler jedoch am isolierten Teilsystem unter Vernachlässigung der Kopplungen erfolgt, weisen sie ein besonders unbefriedi-

gendes Störverhalten gegenüber den Teilsystemkopplungen auf. Die vorliegende Arbeit setzt auf dieser Art der Standard-PI-Regler auf. Ziel ist es, deren Störverhalten bezüglich der Teilsystemkopplungen zu verbessern. Dabei werden Verfahren verwendet, welche die bestehende Regelung lediglich erweitern, die grundlegende Struktur jedoch unverändert lassen und darüberhinaus in bereits bestehende Regelungen nachträglich eingefügt werden können.

Dazu wird auf der einen Seite die aus der klassischen Regelungstechnik bekannte Störgrößenvorsteuerung herangezogen, die einfach in das dezentrale Strukturprinzip der Kaskadenregelung integrierbar ist. Die Realisierung erfolgt sowohl mit statischen als auch mit dynamischen Entkopplungsnetzwerken, deren systematischer Entwurf den Schwerpunkt dieser Arbeit bildet. Um die Praxistauglichkeit des Verfahrens unter Beweis zu stellen, erfolgt eine Validierung an der Modellarbeitsmaschine für kontinuierliche Fertigung des Lehrstuhls für elektrische Antriebssysteme. Auf der anderen Seite wird die konventionelle Störgrößenaufschaltung durch ein Verfahren erweitert, das sich aus der prädiktiven Regelung ableitet und in Form einer prädiktiven Vorsteuerung das Störverhalten der Standardregler weiter verbessert.

Die Arbeit gliedert sich in drei Hauptpunkte:

- die Modellierung des Anwendungsbeispiels und den Entwurf der Standard-PI-Regler sowie der Beobachter zur Schätzung der Bahnkraft und der Koppelgrößen,
- den systematischen Entwurf der Störgrößenaufschaltung und die praktische Anwendung an der Modellarbeitsmaschine,
- den theoretischen Entwurf einer prädiktiven Vorsteuerung zu verbesserten Entkopplung der Teilsysteme.

Zunächst führt **Kap. 2** genauer in die grundlegende Problematik der Regelung von Mehrgrößensysteme ein und stellt verschiedene Formen der mathematischen Beschreibung dieser Art von Systemen vor. Nach einem Überblick über bestehende regelungstechnische Ansätze wird die hier vorliegende Arbeit eingeordnet.

Grundvoraussetzung für einen Regler- und Beobachterentwurf, sowie für den Entwurf von Störgrößen- und prädiktiver Vorsteuerung ist ein genaues Prozessmodell. Deshalb wird in **Kap. 3** das Modell einer kontinuierlichen Fertigungsanlage hergeleitet. Hierbei wird auch auf die Modellierung des dynamischen Verhaltens von Messgebern für Strom, Drehzahl und Bahnkraft eingegangen. Für die weitere Anwendung wird das nichtlineare Streckenmodell unter der Voraussetzung einer konstanten Transportgeschwindigkeit linearisiert.

**Kapitel 4** stellt die Idee und den theoretischen Hintergrund des dezentralen Reglerentwurfs anhand der Beschreibung unterschiedlicher, dezentraler Regelungskonzepte dar. Für das Anwendungsbeispiel wird der Entwurf von Standard-PI-Reglern am isolierten Teilsystem durchgeführt und das erzielte Regelverhalten simulativ überprüft.

Unter Verwendung des in Kap. 3 hergeleiteten Modells einer kontinuierlichen Fertigungsanlage wird in **Kap. 5** der Entwurf von dezentralen Bahnkraftbeobachtern durchgeführt. Dazu werden zunächst die theoretischen Grundlagen des Beobachterentwurfs nach Luenberger am Beispiel einer zentralen Beobachterstruktur dargestellt. Davon ausgehend wird zur dezentralen Beobachterstruktur übergegangen, die damit verbundene Problematik aufgezeigt und schließlich das Vorgehen durch den Entwurf am Anwendungsbeispiel illustriert. Für die Identifikation der zeitveränderlichen Streckenparameter Elastizitätsmodul und Reibwiderstandsmoment werden die Beobachter als Störgrößenbeobachter entworfen, die sowohl eine

Schätzung der Bahnkräfte als auch der Parameter liefern. Die Realisierung erfolgt sowohl mit klassischen als auch mit neuen Beobachterkonzepten. Simulationsergebnisse zeigen die dynamischen Eigenschaften und das Identifikationsverhalten der verschiedenen Beobachter.

**Kapitel 6** behandelt den systematischen Entwurf der Störgrößenaufschaltung, die die dezentrale Standardregelung erweitert und das Störverhalten der Teilregler gegenüber den Teilsystemkopplungen verbessert. Dabei wird der Entwurf der Entkopplungsnetzwerke sowohl theoretisch als auch am Anwendungsbeispiel durchgeführt. Hauptaugenmerk liegt hierbei auf der Wahl und Auslegung der Tiefpassfilter, die die technische Realisierbarkeit der Netzwerke gewährleisten. Simulative und experimentelle Ergebnisse verifizieren das durch die Störgrößenaufschaltung erzielte verbesserte Störverhalten.

Dieses Störverhalten kann nochmals verbessert werden, wenn Zeitverzögerungen, die durch das dynamische Verhalten von Messgebern und Tiefpassfiltern auftreten, ausgeglichen werden. Zu diesem Zweck stellt **Kap. 7** das Verfahren der prädiktiven Vorsteuerung vor, das die konventionelle Störgrößenaufschaltung mit Ansätzen aus der modernen Regelungstechnik erweitert. Mithilfe von Prädiktionsmodellen, welche ein zeitdiskretisiertes Modell der geregelten Teilsysteme beinhalten, wird das dynamische Verhalten der Koppelgrößen über einen festgelegten Horizont in die Zukunft vorhergesagt. Dadurch werden Zeitverzögerungen, die das Entkopplungsverhalten der Störgrößenaufschaltung begrenzen, kompensiert. Anhand von Simulationsergebnissen wird die Leistungsfähigkeit der prädiktiven Vorsteuerung quantitativ aufgezeigt.

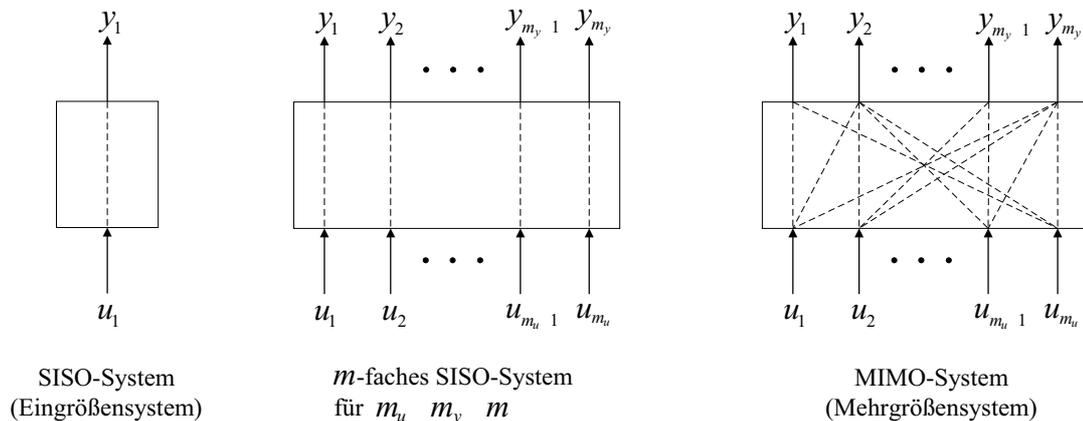
## 2 Mehrgrößensysteme

### 2.1 Einleitung

In der vorliegenden Arbeit stehen Mehrgrößensysteme im Zentrum der Aufmerksamkeit. Im Folgenden sollen daher die allgemeinen Eigenschaften derartiger Systeme dargestellt werden.

Mehrgrößensysteme sind grundsätzlich durch zwei Eigenschaften charakterisiert (Abb. 2.1):

1. die Anzahl  $m_u > 1$  der Eingangsgrößen und  $m_y > 1$  der Ausgangsgrößen — daher werden Mehrgrößensysteme auch als **Multiple Input Multiple Output**–(MIMO–) Systeme bezeichnet<sup>1)</sup>
2. die Verkopplung der Ein- und Ausgänge untereinander.



$m_u$  : Anzahl der Eingangsgrößen  
 $m_y$  : Anzahl der Ausgangsgrößen

**Abbildung 2.1:** Unterschiede zwischen Ein- und Mehrgrößensystem

Darüberhinaus kann bei Mehrgrößensystemen wie bei Eingrößensystemen das Streckenverhalten auch von nichtlinearer Form sein oder aus linearen Streckenteilen und isolierten Nichtlinearitäten wie Reibungs- oder Federkennlinien bestehen. Ebenso können Änderungen von Streckenparametern zu zeitvariantem Verhalten führen.

Wie aus Abb. 2.1 ersichtlich ist, können die Anzahl der Eingänge  $m_u$  und die Anzahl der Ausgänge  $m_y$  unabhängig voneinander beliebige Werte  $> 1$  annehmen. Wird jedoch  $m_u = m_y = m$  gewählt, so entspricht dies dem minimalen Aufwand an Eingangsgrößen (Aktoren), um jeden der durch das Regelziel festgelegten Ausgänge (Hauptregelgrößen) separat beeinflussen zu können. Für  $m_u > m_y$  würde ein überbestimmtes System mit überflüssigen Stelleingriffen entstehen, im Fall  $m_u < m_y$  ein unterbestimmtes System, das einen gesonderten Regelungsentwurf notwendig macht. In beiden Fällen kann eine Aufspaltung in Ein-

<sup>1)</sup> In der englischsprachigen Literatur werden Mehrgrößensysteme darüberhinaus auch als *Multivariable Systems* [3, 35], *Large-Scale Systems* und *Complex Systems* [34] bezeichnet.

Ausgangs–Paare bzw. Hauptregelstrecken  $(u_i, y_i)$  nicht durchgeführt werden. Diese Unterteilung spielt bei der in der vorliegenden Arbeit behandelten dezentralen Regelung von Mehrgrößensystemen jedoch eine wichtige Rolle. Im Folgenden soll daher angenommen werden, dass es sich bei den untersuchten Mehrgrößensystemen stets um exakt bestimmte Systeme mit  $m_u = m_y = m$  handelt.

Würden keine Verknüpfungen zwischen den Ein-Ausgangs–Paaren  $(u_i, y_i)$  existieren, wie in Abb. 2.1 Mitte, so würde das Mehrgrößensystem für  $m_u = m_y = m$  in  $m$  Eingrößensysteme (Single Input Single Output–(SISO–)Systeme) zerfallen. In diesem Idealfall könnten die  $m$  entstehenden entkoppelten Eingrößensysteme  $(u_i, y_i)$  mit den wohlbekannten Verfahren der klassischen Regelungstechnik behandelt werden. In der Praxis tritt dieser Fall jedoch nur selten auf.

Die Verkopplungen der Ein-Ausgangs–Paare  $(u_i, y_i)$  eines Mehrgrößensystems haben zur Folge, dass sich die Änderung einer Eingangsgröße, z. B.  $u_i$  nicht nur auf die ihr zugeordnete Ausgangsgröße  $y_i$  auswirkt, sondern auf mehrere oder alle anderen Ausgangsgrößen  $y_1, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_m$  Einfluss hat. Je größer die Anzahl der Ausgangsgrößen ist, auf die eine Eingangsgröße Einfluss hat, desto stärker ist das Mehrgrößensystem verkopelt. Für eine vollständige Verkopplung gilt

$$y_i = f(u_1, \dots, u_m) \quad \text{für } i = 1, \dots, m . \quad (2.1)$$

In der Praxis sind Mehrgrößensysteme jedoch nicht immer stark oder vollständig verkopelt. Vielmehr ist es häufig anzutreffen, dass nur benachbarte Ein-Ausgangs–Paare  $(u_{i-1}, y_{i-1}), (u_i, y_i)$  in Form einer Kettenstruktur miteinander verknüpft sind. Die in dieser Arbeit betrachtete kontinuierliche Fertigung stellt ein Beispiel für eine solche Art der Verkopplung dar.

Aufgrund der Verknüpfungen der Hauptregelstrecken untereinander können wohlbekannte Entwurfsverfahren für Eingrößenregelkreise nicht mehr oder nur noch sehr eingeschränkt zum Reglerentwurf herangezogen werden. Dies stellt eine große Herausforderung für die Regelung von Mehrgrößensystemen dar. Kap. 2.5 gibt eine Beschreibung über die wichtigsten Arbeiten auf dem Gebiet der Regelung von Mehrgrößensystemen. An dieser Stelle soll ein kurzer Überblick gegeben werden.

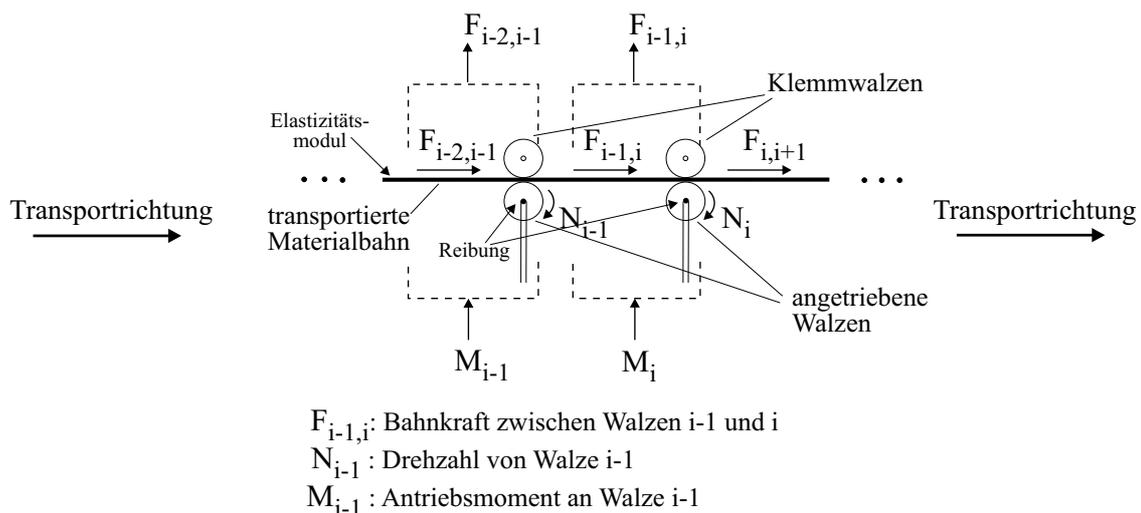
Auf dem Gebiet der Regelung von Mehrgrößensystemen lassen sich zwei Gruppen von regelungstechnischen Ansätzen unterscheiden. Motiviert von der ursprünglich von R. E. Kalman eingeführten kompakten Darstellung von Mehrgrößensystemen mittels Zustandsraumbeschreibung wird bei der *zentralen Regelung* ein Regler für das gesamte Mehrgrößensystem entworfen. Diese Vorgehensweise weist den überragenden Vorteil auf, dass der zentrale Zustandsregler durch die (bei Zustandsrückführung) volle Streckeninformation die Verkopplungen zwischen den Hauptregelstrecken optimal beherrschen kann. Die geringere praktische Anwendbarkeit von zentralen Regelungen führte jedoch dazu, dass Ansätze dieser Richtung bisher wenig Verbreitung fanden. In der Praxis steht vor allem die einfache und sichere Inbetriebnahme sowie das problemlose Anfahren einer industriellen Anlage nach einem Stillstand in Vordergrund. Diese Betriebsfälle können durch eine zentrale Zustandsregelung, die anhand eines linearen Systemmodells und ohne Berücksichtigung von Strukturänderungen oder Nichtlinearitäten entworfen wurde kaum, beherrscht werden.

Die zweite Gruppe von Ansätzen zur Regelung von Mehrgrößensystemen wurde durch eben diese Nachteile des zentralen Regelungsentwurfs sowie durch den Umstieg vom Zentralrechner auf kleinere verteilte Prozessrechner motiviert, auf denen die Regelung von Teilabschnitten des Prozesses realisiert wurde. Bei dieser Gruppe wird der Reglerentwurf für die Hauptre-

gestrecken  $(u_i, y_i)$  des Mehrgrößensystems unter Berücksichtigung der Verkopplungen dieser Strecken untereinander durchgeführt. Die Regelungsansätze werden dem Gebiet des dezentralen Reglerentwurfs zugeordnet, dessen Bezeichnung *dezentral* von [13] bezüglich des Informationsflusses geprägt wurde. Da hier beim Reglerentwurf nur Teilabschnitte des Prozesses betrachtet werden, bleiben die Ordnungen der Strecken und damit der Einzelregler niedrig. Vorausgesetzt, die Stabilität des Gesamtverbundes ist gewährleistet, können auf diese Weise entworfene Regler anschließend auch teilabschnittsweise in Betrieb genommen werden. Dies erweist sich vor allem bei komplexeren Anlagen, wie sie auch in der kontinuierlichen Bearbeitung von durchlaufenden Stoffbahnen vorkommen, als großer Vorteil.

Mehrgrößensysteme treten bei vielen praktischen Anwendungen auf: im Bereich der Flugzeugtechnik stellt die Helikopter-Regelung ein solches System dar, im energietechnischen Bereich findet man Mehrgrößensysteme bei der Regelung eines Dampferzeugers oder eines Turbosatzes, im verfahrenstechnischen Bereich sind Destillationsanlagen sowie kontinuierliche Fertigungsanlagen Beispiele für Mehrgrößensysteme.

In der vorliegenden Arbeit steht die zuletzt genannte kontinuierliche Fertigung als Anwendungsbeispiel im Mittelpunkt. Anhand von Abb. 2.2 soll die dort bestehende Problematik kurz erläutert werden. Die genaue Beschreibung und Modellierung einer solchen Anlage wird in Kap. 3 behandelt.



**Abbildung 2.2:** Vereinfachte Darstellung zweier Teilsysteme einer kontinuierlichen Fertigungsanlage

Wie zu erkennen ist, wird eine Bahn aus Material wie Papier oder Kunststoffolie mithilfe von angetriebenen und nicht angetriebenen Walzen (Klemmwalzen) durch mehrere Sektionen einer Fertigungsanlage transportiert. Auf dem Weg durch die Anlage kann die Bahn auf verschiedene Weise bearbeitet, wie z. B. bedruckt, gestrichen oder gezogen werden. Die Klemmung des Materials verhindert ein Durchrutschen an den Antriebswalzen.

Ein-Ausgangs-Paare einer solchen Anlage sind das Moment der Antriebswalze  $M$  und die daraus resultierende Bahnkraft zwischen den Klemmstellen  $F$ . Als Hauptregelgröße soll die Bahnkraft  $F$  in engen Grenzen um ihren Referenzwert gehalten werden, um stets gleichbleibende Materialqualität zu gewährleisten. Nebenregelgröße ist die Drehzahl  $N$  der Antriebswalze, über die die Bahnkraft beeinflusst werden kann. Durch die kontinuierlich transportierte Materialbahn sind die in Abb. 2.2 dargestellten Ein-Ausgangs-Paare  $(M_{i-1}, F_{i-2,i-1})$  und  $(M_i, F_{i-1,i})$  miteinander verknüpft. In Transportrichtung wirken die Geschwindigkeit der

Bahn sowie die Materialdehnung als Koppelgrößen. Entgegen der Transportrichtung stellt die Bahnkraft als Widerstandsmoment an der Antriebswalze die Koppelgröße dar. Bei der Modellierung und Regelung muss die Veränderlichkeit bzw. ungenaue Kenntnis der Parameter Reibung (z. B. in den Lagern) sowie der Elastizitätsmodul des Materials berücksichtigt werden. Für veränderliche Transportgeschwindigkeiten verhält sich das System nichtlinear. In industriellen Fertigungsanlagen können sich bis zu 100 Bahnabschnitte und damit Ein-Ausgangs-Paare aneinandereihen. Aufgrund der hohen Anzahl an Hauptregelstrecken sowie der zweiseitigen Verkopplung der Hauptregelstrecken stellen kontinuierliche Fertigungsanlagen ein besonders gutes Beispiel von Mehrgrößensystemen dar.

Das Kapitel ist wie folgt gegliedert.

In Kap. 2.5 werden die beiden oben genannten Gruppen genauer betrachtet, indem in einem Überblick grundlegende als auch aktuelle Ansätze zur Regelung von Mehrgrößensystemen vorgestellt werden. Danach wird die vorliegende Arbeit eingeordnet.

Zunächst wird jedoch in Kap. 2.2 auf die mathematische Darstellung von Mehrgrößensystemen zur leichteren Handhabung dieser komplexen Systeme eingegangen.

In Kap. 2.3 werden die für den späteren Regler- und Beobachterentwurf erforderlichen Kriterien der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit für Mehrgrößensysteme formuliert.

Kapitel 2.4 stellt schließlich eine allgemeine Bedingung vor, welche ein Mehrgrößensystem erfüllen muss, damit seine Ein-Ausgangs-Paare  $(u_i, y_i)$  vollständig voneinander entkoppelt werden können. Diese Bedingung ist unabhängig von der Methode, mit der eine Entkopplung erreicht werden soll.

## 2.2 Mathematische Beschreibung von Mehrgrößensystemen

Mehrgrößensysteme lassen sich mithilfe von Sätzen aus verkoppelten Differentialgleichungen beschreiben. Sie ergeben sich aus dem physikalischen Verhalten des betrachteten Prozesses und beinhalten je nach Prozess auch Zeitveränderlichkeit von Parametern sowie nichtlineares Streckenverhalten. Um ein solches Prozessmodell für einen Regelungsentwurf heranziehen und dabei auf einfache Entwurfsmethodiken zurückgreifen zu können, werden Zeitvarianz und isolierte Nichtlinearitäten im allgemeinen zunächst bewusst beiseite gestellt. Existiert für die betrachtete Anwendung ein fester Betriebspunkt, in dem diese nach Inbetriebnahme und Anfahrvorgang arbeiten soll, so können die Differentialgleichungen in einem weiteren Vereinfachungsschritt an diesem Arbeitspunkt linearisiert werden. Sind Streckenparameter unbekannt, kann eine Schätzung bzw. Identifikation dieser Parameter mit dem linearen oder auch dem ursprünglichen nichtlinearen Prozessmodell erfolgen. Das lineare idealisierte Prozessmodell kann mit Methoden der linearen Algebra analysiert und eine Regelung unter Anwendung von klassischen regelungstechnischen Verfahren entworfen werden. Davon ausgehend können Führungsdynamik, Störgrößenunterdrückung und Robustheit speziell behandelt sowie Algorithmen zur Identifikation und Kompensation von nichtlinearen Einflüssen hinzugefügt werden.

Gerade als lineare Systeme mit zeitinvarianten, konzentrierten Parametern lassen sich Mehrgrößensysteme besonders gut handhaben und analysieren. Dies zeigt auch ihre weite Verbreitung in der regelungstechnischen Literatur. Jedoch darf dabei der im allgemeinen eingeschränkte Gültigkeitsbereich dieser Darstellungsform nicht außer Acht gelassen werden.

Um eine Beschreibung und Analyse mit Methoden der linearen Algebra zu ermöglichen und

einen Regelungsentwurf wie in der Industrie nach Standardverfahren durchführen zu können, werden in der vorliegenden Arbeit lineare Modelle für Mehrgrößensysteme verwendet. Für die in dieser Arbeit näher untersuchte kontinuierliche Fertigung bedeutet lineares Verhalten den Betrieb bei einer festen Arbeitsgeschwindigkeit, die vom transportierten Material abhängt und für die gesamte Zeitdauer des Produktions- bzw. Bearbeitungsprozesses gültig ist. In den Kapiteln 5.4 und 7.3 wird beschrieben, wie trotz Verwendung eines linearen Prozessmodells mit Parameterungenauigkeiten und -veränderlichkeiten umgegangen werden kann.

Die mathematische Beschreibung von Mehrgrößensystemen kann allgemein mithilfe von Frequenz- oder Zeitbereichsverfahren erfolgen. Im Frequenzbereich wird das Ein-Ausgangsverhalten von Mehrgrößensystemen durch Matrizen beschrieben, welche die Übertragungsfunktionen jeder Eingangsgröße  $u_1, \dots, u_m$  zu jeder Ausgangsgröße  $y_1, \dots, y_m$  als Matrixelemente beinhalten. Diese Darstellungsform wurde durch die für Eingrößensysteme gut erforschten Frequenzbereichsverfahren motiviert, wird aber bei höheren Ordnungen des Systems und damit auch der Einzelübertragungsfunktionen schnell unhandlich. Erst nach einer Aufspaltung des Mehrgrößensystems in Teilsysteme niedriger Ordnung wird die Verwendung von Übertragungsfunktionen für die mathematische Beschreibung dieser Teilsysteme (Kap. 4.2.1 und Kap. 6) wieder interessant.

Besser bewältigt werden kann die große Anzahl von Variablen, die ein Mehrgrößensystem mit sich bringt, wenn die Beschreibung derartiger Systeme im Zeitbereich, d.h. im Zustandsraum erfolgt. Auf diese Weise wird nicht nur das Ein-Ausgangsverhalten betrachtet, sondern auch das Verhalten aller Zustandsgrößen. So können bei Verwendung der Zustandsdarstellung besonders gut die beim dezentralen Reglerentwurf zu berücksichtigenden Verkopplungen der Hauptregelstrecken  $(u_i, y_i)$  untereinander herausgestellt werden. Darüberhinaus wird die Zustandsdarstellung auch für die Untersuchung der Steuer- und Beobachtbarkeit des Mehrgrößensystems benötigt. In der vorliegenden Arbeit wird daher für die mathematische Beschreibung von Mehrgrößensystemen die Zustandsdarstellung verwendet.

Bei Betrachtung des Mehrgrößensystem als lineares, zeitinvariantes Gesamtsystem mit konzentrierten Parametern können die Zustands- und Ausgangsgleichung allgemein wie folgt aufgestellt werden

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \mathbf{B}\underline{u} \quad (2.2)$$

$$\underline{y} = \mathbf{C}\underline{x} . \quad (2.3)$$

Da in  $\underline{y}$  im allgemeinen die Hauptregelgrößen zusammengefasst sind und sich deren Anzahl meist von den im System gemessenen Größen unterscheidet, soll, um die Zusammenhänge klar zu stellen, noch die Messgleichung

$$\underline{y}_M = \mathbf{C}_M \underline{x} \quad (2.4)$$

eingeführt werden.

In Gl. (2.3) wurde bereits angenommen, dass das betrachtete System nicht sprungfähig ist, wie es in der Technik überwiegend vorkommt. Die Durchschaltmatrix  $\mathbf{D}$ , welche eine direkte Wirkung des Steuervektors  $\underline{u}$  auf den Ausgangsvektor  $\underline{y}$  ermöglicht, wurde somit zu  $\mathbf{D} = \mathbf{0}$  angenommen. Die Bezeichnungen und Dimensionen sind im einzelnen (mit  $n$ : Anzahl der Zustandsgrößen (Zustandsvariablen) und  $m$ : Anzahl der Ein- bzw. Ausgänge):

$$\underline{x}: \quad \text{Zustandsvektor}, \quad \dim(\underline{x}) = [n \times 1], \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$\underline{u}: \quad \text{Eingangs(Steuer-)vektor}, \quad \dim(\underline{u}) = [m \times 1], \quad \underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

$$\underline{y}: \quad \text{Ausgangsvektor}, \quad \dim(\underline{y}) = [m \times 1], \quad \underline{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$

$$\underline{y}_M: \quad \text{Messgrößenvektor}, \quad \dim(\underline{y}_M) = [p \times 1], \quad \underline{y}_M = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}: \quad \text{Zustandsmatrix}, \quad \dim(\mathbf{A}) = [n \times n]$$

$$\mathbf{B}: \quad \text{Eingangsmatrix}, \quad \dim(\mathbf{B}) = [n \times m]$$

$$\mathbf{C}: \quad \text{Ausgangsmatrix}, \quad \dim(\mathbf{C}) = [m \times n]$$

$$\mathbf{C}_M: \quad \text{Messausgangsmatrix}, \quad \dim(\mathbf{C}_M) = [p \times n]$$

Durch die Wahl gleicher Dimensionen für  $\underline{u}$  und  $\underline{y}$  in Gl. (2.2) und (2.3), wie auch schon in Kap. 2.1, wurde angenommen, dass für die  $m$  linear unabhängigen, zu regelnden Ausgangsgrößen  $y_1, \dots, y_m$  (Hauptregelgrößen) genau  $m$  linear unabhängige freie Eingänge  $u_1, \dots, u_m$  (Stellgrößen) zur Verfügung stehen. Diese Annahme entspricht dem minimalen Aufwand an Stellgrößen, um jeden Ausgang separat beeinflussen zu können. Für  $\dim(\underline{u}) < \dim(\underline{y})$  würde das System unterbestimmt, für  $\dim(\underline{u}) > \dim(\underline{y})$  überbestimmt. In beiden Fällen könnte eine Aufspaltung in Ein-Ausgangs-Paare  $(u_i, y_i)$  nicht mehr durchgeführt werden.

Bei der nun folgenden mathematischen Beschreibung von Mehrgrößensystemen orientiert sich die Autorin an den in [13] und [34] verwendeten, auf den dezentralen Reglerentwurf zugeschnittenen Darstellungsformen.

### 1. Ein- ausgangsorientierte Darstellung

Die ein- ausgangsorientierte Darstellung ist die im Zusammenhang mit der dezentralen

Regelung am weitesten verbreitete Form der Beschreibung.

Bei der ein- ausgangsorientierten Beschreibung werden die Ein- und Ausgangsgrößen des Mehrgrößensystems (2.2), (2.3) zu einzelnen Gruppen mit den Eingangsvektoren  $\underline{u}_i$  und Ausgangsvektoren  $\underline{y}_i$  zusammengefasst. Die Systemgleichungen lauten bei dieser Zusammenfassung und Annahme von  $N$  Ein-Ausgangs-Gruppen:

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A} \underline{x} + \sum_{i=1}^N \mathbf{B}_i \underline{u}_i \quad (2.5)$$

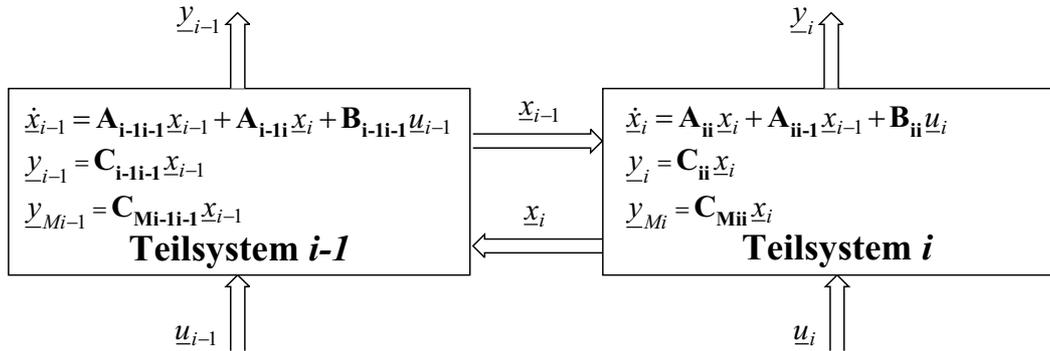
$$\underline{y}_i = \mathbf{C}_i \underline{x}, \quad i = 1, \dots, N \quad (2.6)$$

$$\underline{y}_{Mi} = \mathbf{C}_{Mi} \underline{x} . \quad (2.7)$$

Die Anzahl der Zustandsgrößen der Ein-Ausgangs-Gruppe  $i$  wird mit  $n_i$  bezeichnet.

## 2. Teilsystemorientierte Darstellung

Die Bezeichnung *Teilsystem* steht bei [13] für eine Gruppe von mehreren zusammengehörigen Ein- und Ausgängen des betrachteten Mehrgrößensystems. Wird die Anzahl der Ein- und Ausgänge dieser Ein-Ausgangs-Gruppen auf jeweils eins reduziert, so erhält man die bereits in Kapitel 2.1 eingeführten Ein-Ausgangs-Paare  $(u_i, y_i)$  als Untermenge der Ein-Ausgangs-Gruppen. Die Bezeichnung *Teilsystem* kann also mit dem in der vorliegenden Arbeit verwendeten Begriff *Hauptregelstrecke* gleichgesetzt werden. Die teilsystemorientierte Darstellung wird in [34] ausschließlich benutzt. Wie Abb. 2.3



**Abbildung 2.3:** Teilsystemorientierte Darstellung von zwei Teilsystemen in Kettenstruktur nach [13]

zeigt, zerfällt bei der teilsystemorientierten Darstellung das Mehrgrößensystem in einzelne Teilsysteme bzw. Hauptregelstrecken, die durch ihre zugehörigen Zustandsgleichungen beschrieben werden. Die Verkopplungen werden unter Benutzung der den einzelnen Teilsystemen zugehörigen Zustandsvektoren formuliert. Unter Annahme von  $N$  Ein-Ausgangs-Gruppen lautet die Zustandsbeschreibung des Mehrgrößensystems in teilsystemorientierter Darstellung

$$\dot{\underline{x}}_i = \mathbf{A}_{ii} \underline{x}_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (\mathbf{A}_{ij} \underline{x}_j) + \mathbf{B}_{ii} \underline{u}_i \quad (2.8)$$

$$\underline{y}_i = \mathbf{C}_{ii} \underline{x}_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (2.9)$$

$$\underline{y}_{Mi} = \mathbf{C}_{Mii} \underline{x}_i . \quad (2.10)$$

In Gl. (2.8) wird die Kopplung der Teilsysteme durch die Matrizen  $\mathbf{A}_{ij}$ , ( $i \neq j$ ) ausgedrückt. Besonders gut lassen sich die Verkopplungen erkennen, wenn man die Matrix  $\mathbf{A}$  des Gesamtsystems aus Gl. (2.2) aus den Einzelmatrizen  $\mathbf{A}_{ii}$  und  $\mathbf{A}_{ij}$  rekonstruiert:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \cdots & \mathbf{A}_{1N} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \cdots & \mathbf{A}_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{A}_{N1} & \mathbf{A}_{N2} & \cdots & \mathbf{A}_{NN} \end{bmatrix} . \quad (2.11)$$

Beim ideal entkoppelten Mehrgrößensystem wären nur die Hauptdiagonalelemente  $\mathbf{A}_{11}, \dots, \mathbf{A}_{NN}$  ungleich Null, da hier die Ableitungen der Zustandsgrößen eines Teilsystems ausschließlich von den eigenen Zustandsgrößen beeinflusst werden. Wirken aufgrund von in der Realität vorhandenen Verkopplungen benachbarte Teilsysteme aufeinander ein, so entstehen Nebendiagonalelemente  $\mathbf{A}_{ij}$ , ( $i \neq j$ ) ungleich Null.

Aus dieser Darstellung ist ohne genauere Betrachtung des Rangs der Matrizen  $\mathbf{A}_{ij}$  jedoch nicht ablesbar, wie stark die Teilsysteme tatsächlich miteinander verkopfelt sind, also ob alle oder nur einige Elemente von  $\underline{x}_i$  zur Kopplung beitragen.

### 3. Verkopplungsorientierte Darstellung

Diese Form der Darstellung trägt der Forderung nach einer bereits im Ansatz detaillierteren Erfassung der Art der Verkopplung zwischen den Teilsystemen Rechnung. Wie auch schon Abb. 2.4 verdeutlicht, wird hier zwischen einer Zustandsgleichung und einer Koppelgleichung unterschieden.

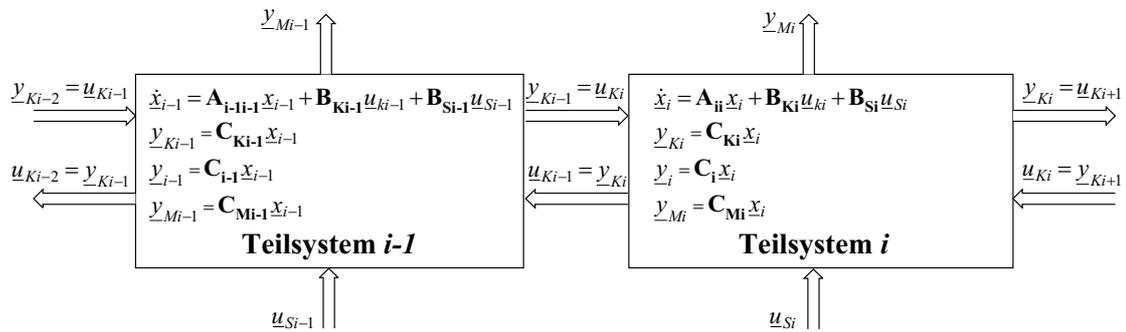


Abbildung 2.4: Verkopplungsorientierte Darstellung von zwei Teilsystemen in Kettenstruktur nach [13]

Zustands- und Ausgangsgleichung lauten mit  $i = 1, \dots, N$ :

$$\dot{\underline{x}}_i = \mathbf{A}_{ii} \underline{x}_i + \mathbf{B}_{Ki} \underline{u}_{Ki} + \mathbf{B}_{Si} \underline{u}_{Si} \quad (2.12)$$

$$\underline{y}_{Ki} = \mathbf{C}_{Ki} \underline{x}_i \quad (2.13)$$

$$\underline{y}_i = \mathbf{C}_i \underline{x}_i \quad (2.14)$$

$$\underline{y}_{Mi} = \mathbf{C}_{Mi} \underline{x}_i . \quad (2.15)$$

Die Koppelbeziehung lautet:

$$\underline{u}_{Ki} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \mathbf{P}_{ij} \underline{y}_{Kj} . \quad (2.16)$$

Die Vektoren und Matrizen werden im einzelnen bezeichnet mit:

$\underline{x}_i$ :	Zustandsvektor,	$\dim(\underline{x}_i) = [n_i \times 1]$
$\underline{u}_{Si}$ :	Vektor der Stell(Steuer-)größen,	$\dim(\underline{u}_{Si}) = [m_i \times 1]$
$\underline{y}_i$ :	Vektor der Ausgangsgrößen,	$\dim(\underline{y}_i) = [m_i \times 1]$
$\underline{y}_{Mi}$ :	Vektor der Messgrößen,	$\dim(\underline{y}_{Mi}) = [p_i \times 1]$
$\underline{u}_{Ki}$ :	Vektor der Koppelingänge,	$\dim(\underline{u}_{Ki}) = [q_{Ki} \times 1]$
$\underline{y}_{Ki}$ :	Vektor der Koppelausgänge,	$\dim(\underline{y}_{Ki}) = [p_{Ki} \times 1]$
$\mathbf{B}_{Si}$ :	Steuereingangsmatrix,	$\dim(\mathbf{B}_{Si}) = [n_i \times m_i]$
$\mathbf{C}_i$ :	Ausgangsmatrix,	$\dim(\mathbf{C}_i) = [m_i \times n_i]$
$\mathbf{C}_{Mi}$ :	Messausgangsmatrix,	$\dim(\mathbf{C}_{Mi}) = [p_i \times n_i]$
$\mathbf{B}_{Ki}$ :	Koppelingangsmatrix,	$\dim(\mathbf{B}_{Ki}) = [n_i \times q_{Ki}]$
$\mathbf{C}_{Ki}$ :	Koppelausgangsmatrix,	$\dim(\mathbf{C}_{Ki}) = [p_{Ki} \times n_i]$
$\mathbf{P}_{ij}$ :	Koppelmatrix	

Die in Gl. (2.16) auftretende Koppelmatrix  $\mathbf{P}_{ij}$ , ( $j \neq i$ ) bestimmt, wie sich die Koppelausgänge anderer Teilsysteme auf die Koppelingänge des betrachteten Teilsystems  $i$  auswirken. In der Praxis ist es jedoch häufig der Fall, dass nicht jedes Teilsystem mit jedem verkoppelt ist, z. B. können aufgrund einer Kettenstruktur des Gesamtsystems (dies wurde in den Abbildungen 2.3 und 2.4 angenommen) Verkopplungen auch nur zwischen direkt benachbarten Teilsystemen auftreten. Ein Großteil der Koppelmatrizen  $\mathbf{P}_{ij}$  wird dann Null. Auch bei dem in der vorliegenden Arbeit betrachteten Anwendungsbeispiel der Bearbeitung einer kontinuierlich durchlaufenden Stoffbahn tritt eine Verkopplung in Kettenstruktur auf. Die in Kapitel 3.2.5.2 hergeleitete Zustandsbeschreibung des Beispielsystems, Gl. (3.39)–(3.46) verdeutlicht diese Art der Verkopplungsstruktur.

Zusätzlich soll noch angemerkt werden, dass die Bezeichnung *verkoppelte Teilsysteme* nur für den physikalisch sinnvollen Fall  $\mathbf{B}_{Ki} \neq \mathbf{B}_{Si}$  verwendet werden soll. Dieser Fall entspricht der Annahme, dass Verkopplungen nur durch physikalisch vorhandene Zustandsgrößen der Nachbarteilsysteme entstehen und nicht durch deren Stelleingänge.

## 2.3 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit von Mehrgrößensystemen

Soll für ein betrachtetes System eine Regelung entworfen werden, so stellt sich die Frage, ob das System durch den Vektor  $\underline{u}$  der Stellgrößen überhaupt in der gewünschten Weise beeinflusst werden kann. Denn dem Regelkreis kann nur dann ein vorgegebenes Verhalten aufgeprägt werden, wenn die Dynamik der zu regelnden Strecke entsprechend beeinflussbar ist. Dies gilt unabhängig vom Regelungskonzept, auch wenn die Bedingungen für Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit von Kalman im Zusammenhang mit Zustandsregelungen formuliert wurden.

Soll anhand der Zustandsgleichungen eines Systems geklärt werden, ob auf die Streckeneigenwerte tatsächlich durch eine Regelung Einfluss genommen werden kann, so sind zwei Teilfragen zu untersuchen. Zum einen muss geklärt werden, in welcher Weise der Vektor  $\underline{u}$  der Stellgrößen auf die Eigenbewegungen des Systems wirkt, und zum anderen stellt sich die Frage, wie gut die von den Ausgangsgrößen  $\underline{y}$  gelieferten Informationen über diese Eigenbe-

wegungen sind. Hierbei wird angenommen, dass die Hauptregelgrößen  $\underline{y}$  mit den Messgrößen zusammenfallen:  $\mathbf{C} = \mathbf{C}_M$ .

Die bereits oben angesprochenen Bedingungen für die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit eines Systems liefern eine qualitative Antwort auf die Frage, ob alle Eigenbewegungen von außen, also mit  $\underline{u}$ , anregbar und im Ausgang  $\underline{y}$  erkennbar sind.

Die Kriterien Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit sollen nun genauer dargestellt werden.

### Definition 2.1: Steuerbarkeit

*Ein System mit der Zustandsbeschreibung (2.2), (2.3) ist vollständig steuerbar, wenn der Zustandsvektor  $\underline{x}$  durch den Vektor  $\underline{u}$  der Stellgrößen aus jedem Anfangszustand  $\underline{x}(t_0)$  in einen beliebigen Endzustand  $\underline{x}(t_1)$  mit  $t_1 > t_0$  überführt werden kann.*

Das bedeutet, dass alle Eigenbewegungen des Systems von  $\underline{u}$  aus gezielt angeregt werden können. Ist dies nicht der Fall, existieren nicht steuerbare Zustandsgrößen, die auch durch einen Regler nicht beeinflussbar sind. Die konkrete Überprüfung der Steuerbarkeit kann anhand der Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}_S = [\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}, \dots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}], \quad \dim(\mathbf{Q}_S) = [n \times (nm)] \quad (2.17)$$

erfolgen. Wenn

$$\det(\mathbf{Q}_S) \neq \mathbf{0} \quad \text{d. h.} \quad \text{rang}(\mathbf{Q}_S) = n \quad (2.18)$$

gilt, ist das System vollständig steuerbar. Der eventuell auftretende Rangabfall gibt an, wieviele Zustandsgrößen nicht durch den Vektor  $\underline{u}$  der Stellgrößen gesteuert werden können.

### Definition 2.2: Beobachtbarkeit

*Ein System mit der Zustandsbeschreibung (2.2), (2.3) ist vollständig beobachtbar, wenn der Zustandsvektor  $\underline{x}$  in jedem endlichen Zeitintervall  $[t_0, t_1]$  mit  $t_1 > t_0$  mithilfe der Kenntnis des Eingangs  $\underline{u}$  und des Ausgangs  $\underline{y}$  im Intervall  $[t_0, t_1]$  mit  $t_1 > t_0$  eindeutig bestimmt werden kann.*

Vollständige Beobachtbarkeit bedeutet also, dass bei Kenntnis von Eingang und Ausgang auf den Verlauf aller Eigenbewegungen des Systems zurückgeschlossen werden kann. Ist dies nicht der Fall, so gibt es nicht beobachtbare Zustandsgrößen, die auch von keiner Regelung gezielt beeinflusst werden können. Anhand der Beobachtbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix}, \quad \dim(\mathbf{Q}_B) = [(nm) \times n] \quad (2.19)$$

kann die vollständige Beobachtbarkeit des Systems überprüft werden. Wenn

$$\det(\mathbf{Q}_B) \neq \mathbf{0} \quad \text{d. h.} \quad \text{rang}(\mathbf{Q}_B) = n \quad (2.20)$$

gilt, ist das System vollständig beobachtbar. Ein in  $\mathbf{Q}_B$  auftretender Rangabfall gibt die Anzahl der nicht beobachtbaren Zustandsgrößen im System an.

Neben den von R. E. Kalman formulierten Kriterien wurden auch von E. G. Gilbert und M. Hautus Kriterien für die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit eines Systems angegeben. Beide Kriterien liefern eine zusätzliche Aussage darüber, welche der Eigenbewegungen bzw. Zustandsgrößen nicht steuer- oder beobachtbar sind, wenn ein Rangabfall auftritt.

## 2.4 Entkoppelbarkeit eines Mehrgrößensystems

Wie bereits in Kapitel 2.1 betont, besteht aus Sicht der Regelungstechnik der Wunsch nach einer möglichst vollständigen Entkopplung der einzelnen Teilsysteme bzw. Hauptregelstrecken eines Mehrgrößensystems. In diesem Fall kann dann der Reglerentwurf mit bekannten Verfahren der Eingrößenregelung durchgeführt werden.

Die Entkopplung der Teilsysteme eines Mehrgrößensystems erfordert eine gezielte Manipulation relevanter Systemzustände. Da die physikalische Struktur des Mehrgrößensystems in der Regel nur begrenzte Eingriffsmöglichkeiten bietet, muss vor dem Entwurf eines regelungstechnischen Ansatzes zur Entkopplung geprüft werden, ob generell über die gegebenen Stelleingänge ein entkoppeltes Systemverhalten zu erreichen ist. Die Entkoppelbarkeitsbedingung wurde bereits in [61] im Zusammenhang der mit dem Verfahren der vollständigen Entkopplung durch Zustandsrückführung formuliert. Auch in [67] wird diese Bedingung im Zusammenhang mit dem Entwurf einer Zustandsrückführung genannt. Da die Aussage der Entkoppelbarkeitsbedingung, wann und ob eine Ausgangsgröße  $y_i$  eines Mehrgrößensystems allein durch die ihr zugeordnete Eingangsgröße  $u_i$  beeinflusst werden kann, unabhängig von dem letztendlich zur Entkopplung gewählten regelungstechnischen Ansatz gilt, soll an dieser Stelle die Prüfung auf Entkoppelbarkeit mittels der Entkoppelbarkeitsbedingung dargestellt werden.

Ausgangspunkt ist die gesamtsystemorientierte Zustandsbeschreibung (2.2), (2.3) und die dazu angegebenen Dimensionen der Matrizen und Vektoren. Als Voraussetzung muss vor allem  $\dim(\underline{u}) = \dim(\underline{y})$  gelten. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, mündet das Verfahren in der Determinantenberechnung einer nichtquadratischen Matrix und muss abgebrochen werden.

Auch wenn die mathematische Beschreibung von Mehrgrößensystemen in Kap. 2.2 allgemein für MIMO-Teilsysteme formuliert wurde, soll in diesem Unterkapitel die Darstellung der Entkoppelbarkeitsbedingung für die Annahme erfolgen, dass das betrachtete Mehrgrößensystem mit  $m$  Eingängen und  $m$  Ausgängen in  $m$  SISO-Teilsysteme mit den Hauptregelstrecken  $(u_i, y_i)$  unterteilt werden soll. Die Allgemeinheit der Entkoppelbarkeitsbedingung wird damit nicht eingeschränkt.

Zunächst soll auf den Begriff der *Differenzordnung* eingegangen werden, der bei der Prüfung auf Entkoppelbarkeit eine zentrale Rolle spielt. Sie wird häufig auch als *relativer Grad* eines Systems bezeichnet. Die Differenzordnung  $\delta_i$  eines Teilsystems kennzeichnet die niedrigste Ableitung der Ausgangsgröße  $y_i$ , auf die der Steuervektor  $\underline{u}$  des Gesamtsystems direkt zugreift. Auf alle niedrigeren Ableitungen als die  $\delta_i$ -te wirkt er nur über die Vermittlung des Zustandsvektors  $\underline{x}$  ein.

Ausgehend von Gl. (2.3) wird die Matrix  $\mathbf{C}$  in ihre Zeilenvektoren zerlegt.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \underline{c}_1^T \\ \underline{c}_2^T \\ \vdots \\ \underline{c}_m^T \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \dim(\underline{c}_i^T) = [1 \times n] . \quad (2.21)$$

Mit dieser Formulierung kann die Gleichung für die dem Teilsystem  $i$  zugeordnete Ausgangsgröße  $y_i$  aufgestellt werden.

$$y_i = \underline{c}_i^T \underline{x} . \quad (2.22)$$

Wesentlich für die Entkopplung ist die Klärung der Frage, ab wann frühestens eine Beeinflussung des Ausgangs  $y_i$  durch den Steuervektor  $\underline{u}$  stattfindet. Da in Gl. (2.3) die Durchschaltmatrix zu  $\mathbf{D} = \mathbf{0}$  angenommen wurde, kann die Beeinflussung von  $y_i$  nur über den Zustandsvektor  $\underline{x}$  führen. Der Steuervektor  $\underline{u}$  wirkt wiederum nur über die Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$  auf die Ableitung des Zustandsvektors. Daher kann  $\underline{u}$  erst nach mindestens einer Integrationsstufe in der Ausgangsgröße  $y_i$  Wirkung zeigen. Einmaliges Differenzieren von Gl. (2.22) und Einsetzen von Gl. (2.2) führt zum direkten Wirkungszusammenhang des Steuervektors  $\underline{u}$  auf die erste Ableitung von  $y_i$ .

$$\dot{y}_i = \underline{c}_i^T \dot{\underline{x}} = \underline{c}_i^T \mathbf{A} \underline{x} + \underline{c}_i^T \mathbf{B} \underline{u} . \quad (2.23)$$

$\underline{c}_i^T \mathbf{B}$  ist als ein transponierter Durchschaltvektor zu verstehen. Gilt nun  $\underline{c}_i^T \mathbf{B} \neq \underline{0}^T$ , so beeinflusst  $\underline{u}$  bereits nach einer Integrationsstufe die Ausgangsgröße  $y_i$  und die Differenzordnung des Teilsystems  $i$  ist  $\delta_i = 1$ .

Ist dagegen  $\underline{c}_i^T \mathbf{B} = \underline{0}^T$ , muss zur Ermittlung der Differenzordnung mit der Differentiation von Gl. (2.23) fortgefahren werden, bis der bei  $\underline{u}$  auftretende Matrixausdruck  $\underline{c}_i^T \mathbf{A}^{\delta_i-1} \mathbf{B}$  in der entstehenden Gleichung

$$y_i^{(\delta_i)} = \underline{c}_i^T \mathbf{A}^{\delta_i} \underline{x} + \underline{c}_i^T \mathbf{A}^{\delta_i-1} \mathbf{B} \underline{u} + \underline{c}_i^T \mathbf{A}^{\delta_i-2} \mathbf{B} \dot{\underline{u}} + \dots + \underline{c}_i^T \mathbf{B} \underline{u}^{(\delta_i-1)} \quad (2.24)$$

$$= \underline{c}_i^T \mathbf{A}^{\delta_i} \underline{x} + \underline{c}_i^T \sum_{j=0}^{\delta_i-1} \mathbf{A}^{\delta_i-1-j} \mathbf{B} \underline{u}^{(j)} \quad (2.25)$$

ungleich Null wird. In diesem Fall hat die betrachtete Hauptregelstrecke  $i$  die Differenzordnung  $\delta_i$ . Der hochgestellte Index in Klammern steht für die zeitliche Ableitung der Variable, z. B. ist  $y_i^{(\delta_i)}$  die  $\delta_i$ -te Ableitung der Ausgangsgröße  $y_i$ .

Nach diesem Schema werden für alle Systemausgangsgrößen die Differenzordnungen berechnet. Die jeweils erstmals auftretenden Durchschaltvektoren auf die Ableitungen der einzelnen Ausgänge werden in der Matrix  $\mathbf{D}^*$  zusammengefasst.

$$\mathbf{D}^* = \begin{bmatrix} \underline{c}_1^T \mathbf{A}^{\delta_1-1} \mathbf{B} \\ \underline{c}_2^T \mathbf{A}^{\delta_2-1} \mathbf{B} \\ \vdots \\ \underline{c}_m^T \mathbf{A}^{\delta_m-1} \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \dim(\mathbf{D}^*) = [m \times m] . \quad (2.26)$$

Da für  $\underline{c}_i^T \mathbf{A}^{\delta_i-1} \mathbf{B} \neq \underline{0}^T$  in Gl. (2.24) folgt, dass die Koeffizienten  $\underline{c}_i^T \mathbf{B}, \underline{c}_i^T \mathbf{A} \mathbf{B}, \dots, \underline{c}_i^T \mathbf{A}^{\delta_i-2} \mathbf{B}$  gleich Null sind, lässt sich folgender Wirkungszusammenhang formulieren.

$$\underline{y}^* = \begin{bmatrix} y_1^{(\delta_1)} \\ y_2^{(\delta_2)} \\ \vdots \\ y_m^{(\delta_m)} \end{bmatrix} = \mathbf{C}^* \underline{x} + \mathbf{D}^* \underline{u} \quad \text{mit} \quad \mathbf{C}^* = \begin{bmatrix} \underline{c}_1^T \mathbf{A}^{\delta_1} \\ \underline{c}_2^T \mathbf{A}^{\delta_2} \\ \vdots \\ \underline{c}_m^T \mathbf{A}^{\delta_m} \end{bmatrix} . \quad (2.27)$$

Das Mehrgrößensystem ist nur dann vollständig entkoppelbar, wenn sich für den Vektor  $\underline{y}^*$  aus Gl. (2.27) beliebige eindeutige Zustände über  $\underline{u}$  erzeugen lassen. Die Abbildung der Matrix  $\mathbf{D}^*$  vom Eingangsvektorraum in den Vektorraum von  $\underline{y}^*$  muss dazu injektiv sein und erfordert die Invertierbarkeit von  $\mathbf{D}^*$ . Qualitativ impliziert die Forderung nach Invertierbarkeit der Matrix  $\mathbf{D}^*$ , dass die durch die Integrationen im System hervorgerufenen Verzögerungen bzw. Glättungen ausreichende Freiheitsgrade schaffen, so dass eine Ausgangsgröße durch genau eine Eingangsgröße gesteuert werden kann.

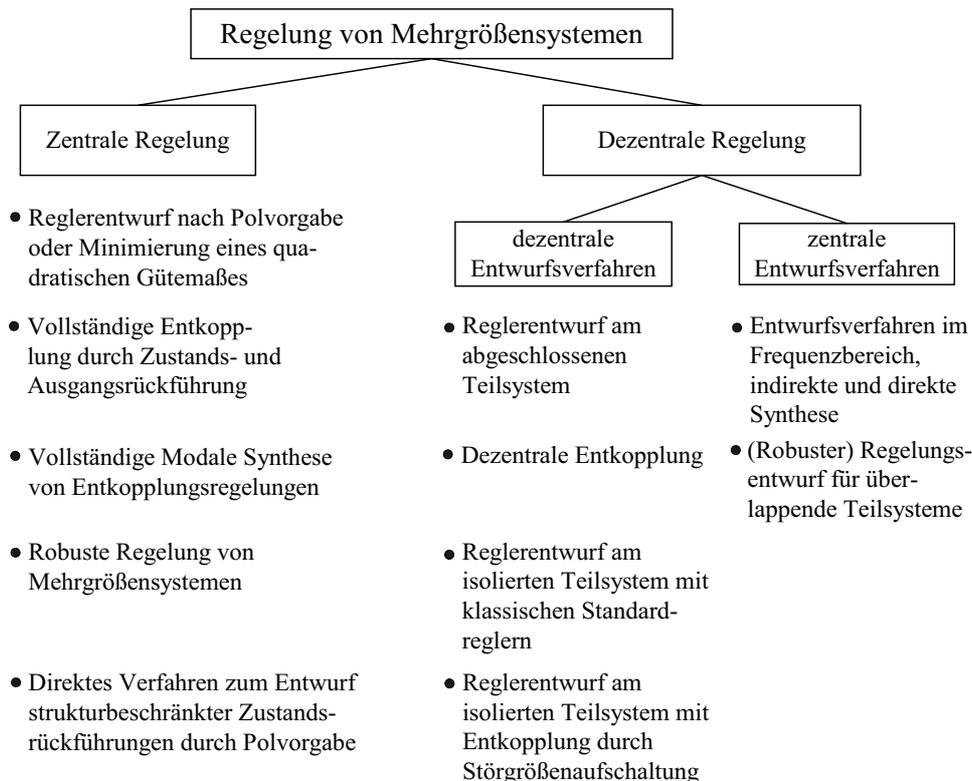
Ein Mehrgrößensystem ist genau dann entkoppelbar, wenn die Determinante der Matrix  $\mathbf{D}^*$  nicht Null ist. Gleichung (2.28) wird deshalb auch als *Entkoppelbarkeitsbedingung* bezeichnet.

$$\det(\mathbf{D}^*) \neq 0 \quad . \quad (2.28)$$

## 2.5 Regelungstechnische Ansätze und Einordnung der Arbeit

Dieses Kapitel gibt eine Übersicht über bestehende Verfahren auf dem Gebiet der Regelung von Mehrgrößensystemen, die auf Basis der der Autorin zugänglichen Literatur erstellt wurde.

Wie Abb. 2.5 zeigt, kann bei der Regelung von Mehrgrößensystemen zunächst ein grundlegende Klassifikation in Verfahren, die von einer zentralen Regelungsstruktur ausgehen und in Verfahren, in denen eine dezentrale Regelungsstruktur verwendet wird, erfolgen. Die Ent-



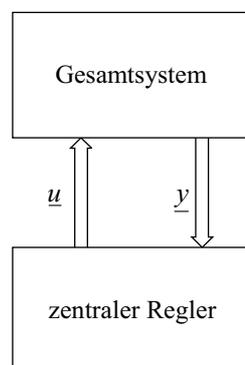
**Abbildung 2.5:** *Klassifikation unterschiedlicher Verfahren zur Regelung von Mehrgrößensystemen*

wicklung von zentralen Regelungsansätzen begann bereits in den 60er Jahren, nachdem die von R. E. Kalman eingeführte Zustandsraummethodik erstmals eine kompakte mathematische Beschreibung und Handhabung komplexer regelungstechnischer Systeme erlaubte. In

den folgenden Jahrzehnten wurde eine kaum zu überblickende Zahl von Entwurfsverfahren publiziert, in denen sowohl die zentrale Regelung als auch zentrale Entwurfsverfahren zur dezentralen Regelung im Vordergrund standen. Durch den vermehrten Einsatz von verteilten Prozessrechnern fand ab den 70er Jahren eine Abkehr vom zentralen Ansatz hin zur verstärkten Entwicklung von dezentralen Entwurfsverfahren für dezentrale Regelungen statt. In neuerer Zeit sind es vor allem die steigende Prozessorleistung bei sinkenden Kosten sowie das auf kurze Entwicklungszeiten zugeschnittene reibungslose Zusammenspiel von Software und Hardware, das der digitalen Regelung mit ihrer Möglichkeit, fast beliebige Regelungskonzepte in kurzer Zeit zu verwirklichen, eine große Verbreitung ermöglichte. Unter diesen Voraussetzungen können auch komplexere Ansätze wie robuste [63, 64], prädiktive [50] oder zeitoptimale [44] Regelung, Identifikation von Nichtlinearitäten mit neuronalen Netzen [52, 53, 47] oder prädiktive Vorsteuerungen, wie in dieser Arbeit vorgestellt, realisiert werden.

### 2.5.1 Zentrale Regelung von Mehrgrößensystemen

Entwurfsverfahren für zentrale Regelungen von linearen, zeitinvarianten Mehrgrößensystemen basieren zum Großteil auf der Minimierung eines quadratischen Gütekriteriums [5, 24] oder Verschiebung der Eigenwerte einer Regelstrecke [56, 30]. Bei diesen Entwurfsverfahren können neben der Führungsdynamik auch das Verhalten des Systems bei strukturellen oder parametrischen Störungen berücksichtigt werden [35]. Die Regelungsaufgabe wird dabei durch Rückführungen gelöst, die alle Systemausgänge mit allen Eingängen verkoppeln (Abb. 2.6). Für Zustandsrückführungen müssen nicht messbare Zustandsgrößen über Beobachter rekonstruiert werden. Voraussetzung für einen solchen Entwurf sind die Kenntnis des vollständigen Streckenmodells sowie die Verfügbarkeit aller Messwerte an einem zentralen Punkt. Vorteil eines zentralen Regelungsentwurfs ist zweifelsohne die unproblematische Stabilisierbarkeit des Systems. Da in einem zentralen Regler Information über alle oder einen Großteil der Systemgrößen vorliegt, können unerwünschte Kopplungen zwischen Teilsystemen durch die Regelung unterdrückt werden. Nachteil ist die mit der Komplexität des Systems steigende Komplexität des Reglers, was den Entwurf rechentechnisch aufwändiger gestaltet. Dazu kommt, dass bei einer zentralen Regelung keine Teilregler für Teilsysteme existieren, die nacheinander in Betrieb genommen werden können. Der Inbetriebnahmeprozess kann sich dadurch sehr aufwändig gestalten.



**Abbildung 2.6:** Blockschaltbild einer zentralen Regelungsstruktur

Mit [61, 76] wurden bereits sehr früh Verfahren vorgestellt, die nicht nur auf die Regelung sondern vor allem auf die vollständige Entkopplung von linearen, zeitinvarianten Mehrgrößensystemen durch proportionale Zustands- und Ausgangsrückführung gerichtet waren.

Ein weiteres zentrales Entwurfsverfahren im Zustandsraum ist die in [71] vorgestellte modale Regelung. Sie wurde in [69] weiterentwickelt zur vollständigen modalen Synthese und in [70] unter Bezugnahme auf [61] modifiziert und angewendet zur stabilen näherungsweise Entkopplung nicht oder nicht stabil entkoppelbarer Systeme. Ein weiterer zentraler Ansatz wird in [45] für strukturbeschränkte Systeme gegeben. Hier wird ein direktes Entwurfsverfahren für Zustandsregelungen unter expliziter Berücksichtigung praktischer Beschränkungen, d. h. beschränkter Erfassung von Zustands- und Ausgangsgrößen, entworfen. Dieses Verfahren setzt also nicht länger eine vollständige Zustandsrückführung voraus.

Im vergangenen Jahrzehnt hat sich neben dem klassischen linear-quadratischen Zustandsreglerentwurf auch der Entwurf robuster Regelungen für Mehrgrößensysteme etabliert, mit dem die Nachteile der Zustandsregelung in der Praxis umgangen werden konnten [35]. Ein Beispiel aus jüngster Zeit dazu ist die in [63] vorgestellte robuste Regelung für Systeme mit durchlaufenden Materialbahnen. Ziel dieses Verfahrens ist es, trotz Variation von Systemparametern wie dem Wickelradius und dem Wickelträgheitsmoment ein gleichbleibend gutes Regelverhalten zu erreichen.

### 2.5.2 Dezentrale Regelung von Mehrgrößensystemen

Ausgangspunkt der Dezentralisierung einer Regelung ist, dass Regelstrecke und Regelungsaufgabe in Teilstrecken oder Teilsysteme bzw. Teilaufgaben zerlegt werden können. Damit bedeutet Dezentralisierung, dass die Teilaufgaben durch lokale Rückführungen gelöst werden, von denen jede nur einen Teil der Ein- und Ausgangsgrößen der Regelstrecke erfasst (Abb. 2.7). Durch dieses Vorgehen wird der Aufwand an Übertragung von Mess- und Stellsignalen reduziert. Da die Ordnung jedes Teilsystems nun geringer ist als die des Gesamtsystems, sinkt die Komplexität des Teilreglers und damit der Entwurfsaufwand. Aufgrund der Kopplungen zwischen den Teilsystemen benötigt jeder Teilregler im allgemeinen jedoch zumindest globale Information über das wirkende Restsystem, um die Stabilität des nach Zusammenschalten der getrennt entworfenen Teilregler entstehenden Verbundsystems zu gewährleisten. Im Vergleich zur zentralen Regelung entsteht bei der dezentralen Regelung durch die Teilreglerstruktur eine Einschränkung der möglichen Kopplungen zwischen den Ausgängen und Eingängen der Strecke über die Regler. Dadurch können Probleme z. B. bei der Modellierung und beim Reglerentwurf auftreten. Die genannte Einschränkung führt auch dazu, dass Verkopplungen zwischen den Teilsystemen nur durch zusätzliche Maßnahmen, wie z. B. in Kap. 4.2.2, 4.2.3 angesprochen oder in Kap. 6 vorgestellt, unterdrückt werden können.

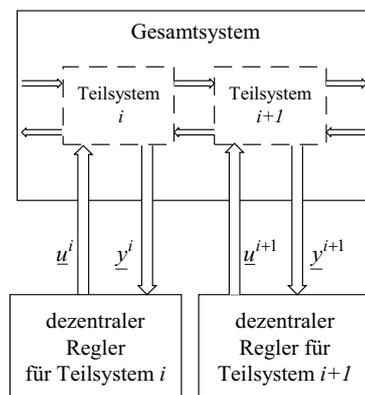


Abbildung 2.7: Blockschaltbild einer dezentralen Regelungsstruktur

Beim Entwurf dezentraler Regelungen können zwei Gruppen unterschieden werden: zentrale Verfahren und dezentrale Verfahren [66]. Die zentralen Entwurfsverfahren entstanden Ende der 60er Jahre aus den Entwurfsverfahren für zentrale Regelungen. Beim Entwurf wurden Frequenzbereichsverfahren genutzt, aber auch Frequenz- und Zeitbereichsverfahren kombiniert, um die Vorteile beider Wege für den praktischen Entwurf zu nutzen. Motiviert wurde die Entwicklung zentraler Entwurfsverfahren durch die bei praktischer Anwendung zentraler Regelungen möglicherweise auftretenden Probleme bezüglich Inbetriebnahme und zentraler Signalverfügbarkeit. Bei zentralen Entwurfsverfahren wird der dezentrale Regler am Gesamtsystem entworfen, wobei die Dezentralisierung des Reglers berücksichtigt wird. Dadurch besteht das Problem, dass bereits beim Reglerentwurf auf dessen dezentrale Struktur Acht gegeben werden muss. Die dezentralen Entwurfsverfahren entstanden in den 70er Jahren und wurden im deutschsprachigen Raum vor allem von der zu Beginn der 80er entstandenen Arbeit von Litz [13] geprägt. Im englischsprachigen Raum wurde die dezentrale Regelung unter anderem durch die Arbeiten von D. Šiljak [34] verbreitet. Bei diesem Regelungsansatz werden die Teilregler an den als unverkoppelt (unter näherungsweise Berücksichtigung des Restsystems) gedachten Teilsystemen entworfen mithilfe von aus der zentralen Regelung bekannten Verfahren wie der Minimierung von Gütefunktionalen oder wohlbekanntem Ansätzen aus der klassischen Regelungstechnik wie P-, PI-, PID-Regler. Aufgrund ihrer Einfachheit und dem hohen Bekanntheitsgrad fanden die letztgenannten klassischen Ansätze besonders im industriellen Bereich sehr starke Verbreitung. Da zum Reglerentwurf häufig ordnungsreduzierte Teilmodelle herangezogen werden bzw. das Verhalten des Restsystems nur näherungsweise oder überhaupt nicht einfließt, muss bei den dezentralen Entwurfsverfahren für dezentrale Regler zusätzlich zum eigentlichen Reglerentwurf immer noch ein getrennter Nachweis der Stabilität des Gesamtverbundes aus den geregelten Teilsystemen durchgeführt werden. Dazu stehen z. B. die in [13, 34] und Kap. 4.3 genannten Verfahren zur Verfügung.

Zur Klasse der zentralen Entwurfsverfahren für dezentrale Regler zählen vor allem die in [36, 9] und [3, 4] genannten Frequenzbereichsverfahren, die der indirekten Synthese mit angenäherter Entkopplung sowie der direkten Synthese zugeordnet werden können. Zu den indirekten Synthesemethoden zählen die auf innerer Entkopplung des Regelkreises beruhenden Entwurfsverfahren und die Methode der Ortskurven. Beide Verfahren weisen Nachteile bei der Praxisanwendung auf, da sie sich z. B. nur für bestimmte Sonderklassen von Mehrgrößensystemen oder nur für Systeme sehr niedriger Ordnung eignen. Ein weiteres Verfahren der indirekten Synthese ist das inverse Nyquistverfahren, bei dem zunächst durch spezielle Kompensatoren im Mehrgrößensystem eine Diagonaldominanz erzeugt wird, die einen anschließenden Entwurf von Einfachregelkreisen ermöglicht. Die auf dem Nyquistverfahren basierende Dominanzmethodik wurde in [3] von G. F. Bryant und L. F. Yeung vom bisher verwendeten, eng gefassten Konzept der Diagonaldominanz zum allgemeinen Konzept der Fundamentalen Dominanz weiterentwickelt, die dem Verfahren einen breiteren Anwendungsbereich eröffnete. Ein Verfahren der direkten Synthese ist z. B. der Entwurf von Entkopplungssystemen in P- oder V-Struktur, das sich ebenfalls vor allem für Systeme niedriger Ordnung eignet, da sich im anderen Fall schnell recht aufwändige Entkopplungsregler ergeben. Bei auftretenden Realisierungsproblemen kann auf eine näherungsweise Entkopplung durch Approximation des Entkopplungsreglers im Führungsfrequenzbereich ausgewichen werden. Ein weiterer Ansatz der direkten Synthese ist die Sequential-Loop-Closure, in dem die Reglerückführmatrix spaltenweise entworfen wird. Das Mehrgrößenregelproblem wird somit in eine Reihenschaltung aus einfacheren MISO-Teilsystemen überführt, die mit klassischen Reglerentwurfsverfahren behandelbar sind.

Ein weiteres zentrales Entwurfsverfahren ist die Dezentrale Überlappende Regelung, die

auf [34] zurückgeht und in jüngster Zeit von D. Knittel [64] durch die Verwendung von robuster Teilreglern erweitert wurde. Nach Festlegung geeigneter Teilsysteme und Überlappungsweiten wird das Gesamtsystem im Zustandsraum so expandiert, dass die Teilsysteme disjunkt, also zerlegt, erscheinen. In diesem Zustand werden für die Teilsysteme dezentrale Teilregler entworfen. Dadurch können Parameter- und Arbeitspunktvariationen von der Regelung gut toleriert werden. Im letzten Schritt werden die Teilregler wieder zusammgezogen zur implementierbaren Endform. Die in [64] gezeigten Ergebnisse sind vielversprechend, jedoch hängt die erzielbare Regelqualität ab von der Wahl der Teilsysteme und Überlappungsweiten, deren optimale Werte derzeit noch experimentell ermittelt werden müssen.

Ein gut bekanntes und industriell eingesetztes Verfahren des dezentralen Entwurfs dezentraler Regelungen ist der Entwurf am isolierten Teilsystem. Bei diesem Verfahren werden die Teilregler unter Betrachtung des als vom Restsystem isoliert gedachten Teilsystems entworfen. Die in der Realität vorhandenen Verkopplungen des Teilsystems mit dem Restsystem werden nicht berücksichtigt. Bei dieser Art des Reglerentwurfs muss daher besonders stark darauf geachtet werden, dass vor dem Zusammenschalten der geregelten Teilsysteme ein Stabilitätsnachweis für das Verbundsystem, wie z. B. in [13, 34] und Kap. 4.3 gezeigt, geführt wurde. Da sich beim Reglerentwurf die Teilsystemordnung nicht durch Abschlussmodelle erhöht, bleibt die Reglerstruktur sehr einfach. Es können daher Verfahren zum Entwurf von Einfachregelkreisen wie z. B. Zustandsregelungen mit Polvorgabe oder Minimierung von Gütefunktionalen verwendet oder die bekannten Standardregler P, PI, PID [31] der klassischen Regelungstechnik zum Einsatz gebracht werden. Der isolierte Reglerentwurf ist besonders einfach, sein großer Nachteil ist jedoch das unbefriedigende Störverhalten des Verbundsystems.

Ein verbessertes Verfahren des dezentralen Reglerentwurfs ist der in [13] vorgeschlagene Weg des Entwurfs am abgeschlossenen Teilsystem. Bei diesem Verfahren wird das Verhalten der restlichen Teilsysteme, die über die Koppelgrößen mit dem betrachteten Teilsystem verbunden sind, durch ein geeignet gewähltes Abschlussmodell möglichst niedriger Ordnung nachgebildet. Beim Entwurf des Teilreglers wird dieses Abschlussmodell als dem Teilsystem zugehörig betrachtet und so die Kopplungen des Teilsystems mit berücksichtigt. Da ein Teilregler nun für das System „Teilsystem plus Abschlussmodell“ entworfen wird, erhöht sich auch die Reglerordnung. Das Verfahren hat die Vorteile, dass die Koppelgrößen für die Berechnung nicht gemessen werden müssen und die Teilregler meist nach Standardverfahren ausgelegt werden können. Nach dem Entwurf eines Teilreglers für ein bestimmtes Teilsystem ändert sich aus Sicht des nächsten Teilsystems auch das Verhalten des Abschlussmodells. Daher muss der Reglerentwurf iterativ durchgeführt werden.

Die Nachteile des Entwurfs am isolierten sowie am abgeschlossenen Teilsystem löst die in [72] vorgestellte Dezentrale Entkopplung. Sie wurde 1993 von W. Wolfermann am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme entwickelt und bereits in zahlreichen Industrieprojekten eingesetzt. Ihre grundlegende Idee ist in Kap. 4.2.3 zusammengefasst. Bei der dezentralen Entkopplung werden dezentrale Zustandsregler nach einem speziellen Gütekriterium so eingestellt, dass das geregelte Teilsystem sich robust gegenüber durch Koppelgrößen eingetragene Störungen verhält. Eine Kenntnis der restlichen Teilsysteme sowie die Messung der Koppelgrößen wird nicht benötigt. Es wird lediglich die Kenntnis der Koppelgrößen vorausgesetzt. Die Verwendung des oben genannten speziellen Gütekriteriums lässt keine Reglerauslegung nach Standardverfahren zu.

Eines der aktuellen Forschungsgebiete des Lehrstuhls für elektrische Antriebssysteme stellt die Anwendung von Verfahren der *Model Reference Adaptive Control* auf kontinuierliche

Fertigungsanlagen dar. Hierbei werden die Parameter von Standardreglern mithilfe von Referenzmodellen so adaptiert, dass das Verhalten des geregelten Teilsystems dem Modellverhalten angeglichen wird. Zur Parameteradaptation können z. B. die aus dem Bereich der *Model Reference Adaptive Control* bekannten Gradientenverfahren herangezogen werden. Die Grundlagen dieses Ansatzes wurden in [48] gelegt. Als Lerngesetz wurde ein *High Gain*-Verfahren verwendet.

Im Bereich der industriellen Anwendung ist der Reglerentwurf am isolierten Teilsystem das am weitesten verbreitete Reglerkonzept. Trotz der genannten Nachteile konnte sich dieses Entwurfsverfahren bisher vor allem durch die Möglichkeit der Verwendung von den aus der Eingrößenregelung bekannten klassischen Standardreglern und -optimierungsverfahren in der Praxis durchsetzen. Ein weiterer Grund ist die durch die jahrzehntelange Erfahrung entstandene gute Kenntnis des Regelverhaltens, aber auch die relativ große Robustheit der klassischen Regler gegenüber Parameterschwankungen und Arbeitspunktveränderungen. Darüberhinaus ermöglicht die bei den klassischen Standardreglern häufig realisierte kaskadierte Regelkreisstruktur eine besonders überschaubare und damit einfache und schnelle Inbetriebnahme. Da beim Reglerentwurf am isolierten Teilsystem die Verkopplungen der Teilsysteme mit dem Restsystem unberücksichtigt bleiben, müssen die Regler mit einem integralen Anteil ausgestattet werden, um die durch die Teilsystemkopplungen eingetragenen Störungen ausregeln zu können. Auf diese Weise wird die stationäre Genauigkeit der Hauptregelgrößen trotz Kopplung der Teilsysteme erreicht. Eine dynamische Entkopplung der Teilsysteme und damit ein befriedigendes Störverhalten des Verbundsystems kann aufgrund des Reglerentwurfs am isolierten Teilsystem jedoch nicht erzielt werden.

Um diesen Nachteil des isolierten Entwurfs zu entkräften, wird in der vorliegenden Arbeit das Verfahren der Störgrößenaufschaltung [31, 17, 27] zur Erweiterung dezentraler isoliert entworfener Standardregler und Verbesserung deren Störverhaltens vorgestellt und untersucht. Bei diesem von der Struktur der Teilregler unabhängigen Verfahren werden die Koppelgrößen messtechnisch oder mithilfe von Zustandsbeobachtern erfasst und über entsprechende dynamische Vorwärtssteuerungen (Entkopplungsnetzwerke) der Regelung zugeführt. Die beim Reglerentwurf ursprünglich ungenutzte Information über die Kopplungen des Teilsystems mit dem Restsystem wird auf diese Weise nachträglich zur Unterstützung und Verbesserung des Regelverhaltens eingebracht. Dynamische Störungen durch die Verkopplungen der Teilsysteme können bis auf Reststörungen unterdrückt werden. Durch die Vermaschung der Teilregler untereinander entsteht so aus der ursprünglich streng dezentralen Regelung eine verteilte Regelung.

Voraussetzung für die Realisierung einer Störgrößenaufschaltung ist, dass die Koppelgrößen als gemessene oder beobachtete Signale vorliegen. Häufig handelt es sich bei den Koppelgrößen um direkte Regelgrößen benachbarter Teilsysteme oder Größen, die sich daraus berechnen lassen. In diesem Fall liegen die Signale bereits als Messgrößen vor oder werden mittels eines Zustandsbeobachters geschätzt und müssen nur noch dem betrachteten Teilregler zugeführt werden. Somit stellt die Voraussetzung der Verfügbarkeit der Koppelgrößen meist keinen Nachteil dar. Der zusätzliche Aufwand, der durch den Entwurf der Entkopplungsnetzwerke entsteht kann begrenzt werden, wenn bei der Unterteilung des Mehrgrößensystems in Teilsysteme darauf geachtet wird, dass sich diese in ihrer Struktur gleichen oder ähnlich sind. In diesem Fall braucht das Entkopplungsnetzwerk nur für ein Teilsystem entworfen zu werden und kann bereits nach geringer Modifikation für benachbarte Teilsysteme eingesetzt werden. Für den Entwurf eines Entkopplungsnetzwerks müssen die Parameter des dynamischen Vorsteuerpfades im Teilsystem bekannt sein. Liegen diese Parameter nicht vor, muss eine Identifikation, z. B. experimentell oder mit aktuellen Identifikationsverfahren, durch-

geführt werden.

Allgemein stellt die Entkopplung mittels Störgrößenaufschaltung ein einfaches Werkzeug dar, mit dem das Störverhalten dezentraler isoliert entworfener Standardregler für Mehrgrößensysteme mit Mitteln der klassischen Regelungstechnik verbessert werden kann. Die vorliegende Arbeit greift dieses auf dem Stand der Industrie einfach realisierbare Konzept auf und stellt den Entwurf am Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung dar.

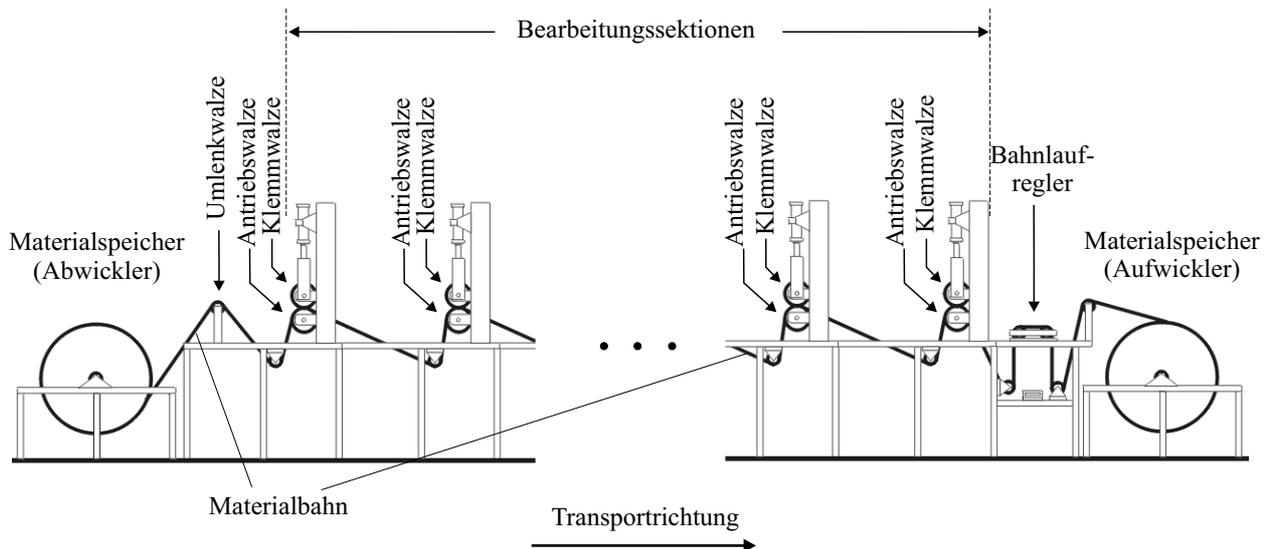
Zur weiteren Verbesserung des mit einer Störgrößenaufschaltung erzielbaren Entkopplungsverhaltens wird das Verfahren der prädiktiven Vorsteuerung vorgestellt. Das Einsatzgebiet der weit verbreiteten dezentralen Standardregler mit Störgrößenaufschaltung kann so auf Systeme, bei denen keine Reststörungen auftreten dürfen, erweitert werden.

## 3 Anwendungsbeispiel: kontinuierliche Fertigung von Materialbahnen

### 3.1 Einleitung

Der Begriff *kontinuierliche Fertigung* umfasst alle Arten von industriellen Prozessen, in denen durchlaufende Bahnen aus Materialien wie Papier, Zellstoff, Folie oder Textilien erzeugt oder bearbeitet werden. Einsatzgebiete für kontinuierliche Fertigungsanlagen sind daher die Papier-, Druck-, Folien oder Textilindustrie. Wie Abb. 3.1 zeigt, können Anlagen zur Bearbeitung von kontinuierlichen Materialbahnen im wesentlichen in folgende Hauptkomponenten unterteilt werden:

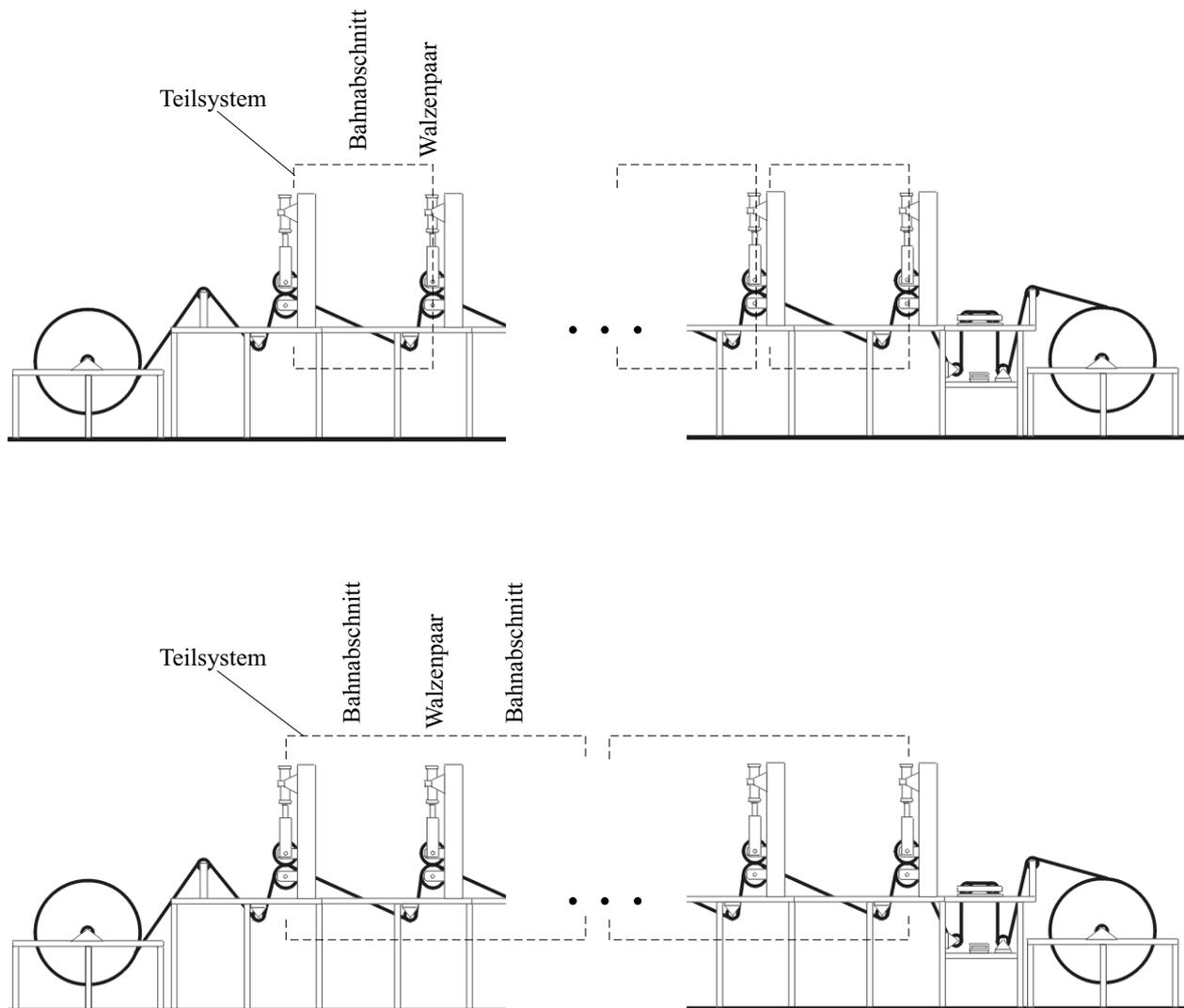
- einen Materialspeicher, aus dem Roh- oder vorverarbeitetes Material zur Weiterverarbeitung entnommen wird. Wird auf vorverarbeitetes Material zurückgegriffen, entspricht der Materialspeicher einem Abwickler, aus dem kontinuierlich z. B. Papier oder Folie entnommen wird
- eine oder mehrere Bearbeitungssektionen, die die Materialbahn von ihrem Ausgangszustand z. B. durch Bedrucken, Streichen, Oberflächenbehandlung oder Perforation in einen Endzustand überführen
- einen weiteren Materialspeicher, z. B. in Form eines Aufwicklers, in dem die bearbeitete Materialbahn für den Transport bis zum Endverbraucher verbleibt



**Abbildung 3.1:** Vereinfachte Darstellung einer kontinuierlichen Fertigungsanlage und ihre Hauptkomponenten

Der Transport der Materialbahn durch die Bearbeitungssektionen erfolgt mithilfe von angetriebenen und nicht angetriebenen Walzen. Zur schlupffreien Übertragung des Moments an der Antriebswalze auf die Bahn wird diese häufig durch Klemmwalzen an die Antriebswalzen angepresst. Zur korrekten Ausrichtung der Bahn und Vermeidung von Längsfalten können,

wie in Abb. 3.1 dargestellt, auch Verstellvorrichtungen zur Bahnlaufregelung zum Einsatz kommen. Wie bereits in Kap. 2.1 angesprochen, können kontinuierliche Fertigungsanlagen durch den ähnlichen Aufbau der Bearbeitungssektionen besonders einfach in die in Kap. 2.2 eingeführten Teilsysteme niedriger Ordnung aufgespalten werden. Jedes Teilsystem umfasst je nach gewählter Definition ein Walzenpaar aus Antriebs- und Klemmwalze und den davor liegenden Bahnabschnitt (Abb. 3.2 oben) oder das Walzenpaar und beide daran angrenzende Bahnabschnitte (Abb. 3.2 unten). Für die weiteren Betrachtungen soll die Teilsystemdefinition aus Abb. 3.2 oben verwendet werden, da sich hier durch die Betrachtung nur eines Bahnabschnittes eine minimale Teilsystemordnung ergibt.



**Abbildung 3.2:** Mögliche Aufspaltungen einer kontinuierlichen Fertigungsanlage in Teilsysteme niedriger Ordnung

Das Regelziel beim Betrieb einer kontinuierlichen Fertigungsanlage ist, die Bahnkraft zwischen den Klemmstellen auf einem definierten Niveau zu halten oder einem vorgegebenen Sollwertverlauf dynamisch und stationär genau folgen zu lassen. In der überwiegenden Anzahl der Anwendungen ist daher die Bahnkraft die Hauptregelgröße. Sie wird über die Drehzahl der Antriebswalzen eingestellt. Aus diesem Grund stellen die Drehzahl des antreibenden Motors sowie dessen Antriebsmoment wichtige Zwischenregelgrößen dar. Wie bereits in Kap. 1 hervorgehoben, ist die dezentrale Regelung mit Standard-PI-Reglern in Kaskaden-

struktur in industriellen Fertigungsanlagen das am weitesten verbreitete Regelungskonzept. In Kap. 4.4 wird daher der Entwurf eines dezentralen PI-Kaskadenreglers für kontinuierliche Fertigungsanlagen behandelt.

Die Teilsysteme bzw. Bearbeitungssektionen sind durch die transportierte Materialbahn miteinander verkoppelt. In Transportrichtung wirken die Geschwindigkeit der Materialbahn sowie die von einem Teilsystem zum nächsten weitergereichte Materialdehnung als koppelnde Größen. Entgegen der Transportrichtung stellt die Bahnkraft als Widerstandsmoment an der Antriebswalze des vorangehenden Teilsystems die Koppelgröße dar. Für den besonders einfach durchzuführenden Reglerentwurf am isolierten Teilsystem (Kap. 4.2.1) werden diese Koppelgrößen zunächst vernachlässigt. Mithilfe des in Kap. 6 vorgestellten und in Kap. 7 erweiterten Ansatzes der Störgrößenaufschaltung kann die Auswirkung der Koppelgrößen trotz isoliert entworfener Regler erheblich reduziert werden.

In Kap. 3.2 werden die physikalischen Gleichungen, die den Bahntransport, die Mechanik und den Antriebsstrang beschreiben, hergeleitet. Nach Übergang in den Laplace-Bereich wird aus diesen Gleichungen sowohl der bei variabler Betriebsgeschwindigkeit gültige nichtlineare Signalfussplan, als auch der für konstante Betriebsgeschwindigkeit geltende linearisierte Signalfussplan aufgestellt. Hierbei wird auf nichtlineare Einflüsse und Zeitvarianz von Streckenparametern eingegangen. Ausgehend vom linearisierten Signalfussplan wird anschließend die teilsystemorientierte Zustandsdarstellung für zwei Teilsysteme angegeben, an der die Verkopplungen der Teilsysteme untereinander leicht ablesbar ist. Diese Darstellung wird im folgenden vor allem in Kap. 5.3 für den Entwurf von dezentralen Bahnkraft- und Störgrößenbeobachtern benötigt. In Kap. 3.3 wird das dynamische Verhalten einer unregelten kontinuierlichen Fertigungsanlage mit mehreren Teilsystemen anhand von Simulationsergebnissen veranschaulicht.

## 3.2 Modellierung

Der Großteil der in praktischen Anwendungen implementierten Regelstrategien greift auf klassische Standardregelungen zurück und benötigt daher ein in Struktur und Parametern bekanntes Prozessmodell. Zur Bestimmung dieses Modells wird im allgemeinen eine theoretische sowie eine experimentelle Analyse des Prozesses durchgeführt. Sind die physikalischen Vorgänge im Prozess bekannt, so reicht eine theoretische Analyse aus, um ein parametrisches Streckenmodell aufstellen zu können. Darauf basierend können unbekannte oder nur grob bekannte Parameter durch Identifikationsverfahren bestimmt werden. In diesem Unterkapitel werden die physikalischen Grundgleichungen eines Teilsystems einer kontinuierlichen Fertigungsanlage hergeleitet und ein Prozessmodell aufgestellt.

### 3.2.1 Materialverhalten und Bahntransport

Wie [38, 31] ausführlich beschreiben, weist eine Stoffbahn unter Spannung in der Realität dreidimensionales Verhalten sowie nichtlineares Dehnungsverhalten aufgrund von elastischen, viskoelastischen und plastischen Anteilen im Material auf. Wird das zu bearbeitende Material mit nicht zu großen Dehnungsänderungen beaufschlagt, kann trotz des an sich nichtlinearen Verhaltens in erster Näherung von einer elastischen Stoffbahn ausgegangen werden. Eine weitere Vereinfachungsmöglichkeit ergibt sich für alle folienartigen Bahnen, wie z. B. Papier, Kunststoff oder Aluminium, bei welchen die Dicke gegenüber der Brei-

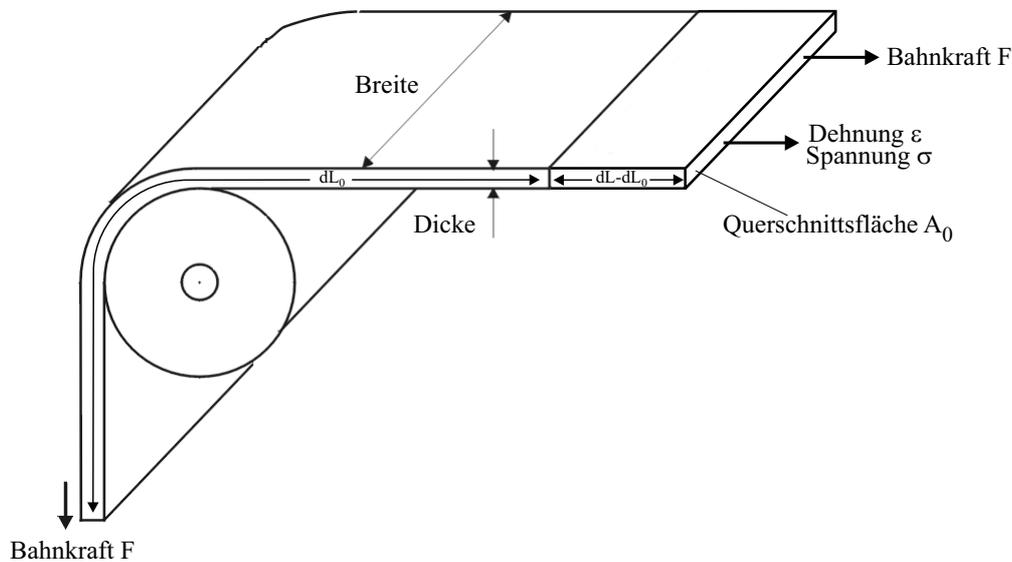
te und Länge der Bahn sehr klein ist. In diesem Fall und unter Berücksichtigung eines rein elastischen Stoffverhaltens kann zur Beschreibung das aus der technischen Mechanik bekannte eindimensionale Elastizitätsgesetz von Hooke zur Modellierung der Beziehung zwischen Spannung  $\sigma$  und Dehnung  $\varepsilon$  herangezogen werden (Abb. 3.3):

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad . \quad (3.1)$$

$E$  ist hierbei der Elastizitätsmodul des Materials, die Dehnung  $\varepsilon$  berechnet sich aus der Relation der Längenänderung aufgrund der Dehnung zur Ausgangslänge vor der Dehnung. Dabei werden jeweils differentielle Längenänderungen bzw. -elemente betrachtet.

$$\varepsilon = \frac{dL - dL_0}{dL_0} \quad . \quad (3.2)$$

Wird angenommen, dass bei Dehnung des Materials dessen Querschnittsfläche  $A_0$  in etwa



**Abbildung 3.3:** Materialbahn für den einachsigen Spannungszustand

konstant bleibt, so ergibt sich die Bahnspannung  $\sigma$  auch aus der auf die Bahn wirkenden Kraft  $F$  zu

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad . \quad (3.3)$$

Damit folgt für den Zusammenhang zwischen Kraft und Dehnung

$$F = \varepsilon \cdot E \cdot A_0 \quad . \quad (3.4)$$

Bei dieser Beziehung ist zu beachten, dass der Elastizitätsmodul  $E$  des Materials im allgemeinen nicht genau bekannt ist und sich darüberhinaus bei Bearbeitung des Materials ändern kann. Bei der Rekonstruktion der Bahnkraft aus der Dehnung mittels eines Bahnkraftbeobachters wird die ungenaue Kenntnis bzw. die Veränderlichkeit des Elastizitätsmoduls durch Entwurf als Störgrößenbeobachter (Kap. 5.4.1 und 5.4.2) berücksichtigt.

Wird die Bahn durch die Bearbeitungssektionen transportiert, so bleibt die Masse bei dynamischen Änderungen von Bahnkraft oder Dehnung konstant. Diese Tatsache kann physikalisch mit dem Massenerhaltungssatz eines bewegten Fluids in einem Kontrollraum beschrieben werden [31]. Für die dynamischen Vorgänge gilt dabei die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho \cdot dV = - \oint_{A_c} \rho \cdot V_{rel} \cdot dA \quad . \quad (3.5)$$

Hierbei sind  $V_c$  und  $A_c$  das Volumen und die Oberfläche des Kontrollraums,  $\rho$  ist die Dichte des Materials (Fluids),  $V_{rel}$  die Relativgeschwindigkeit zwischen einem Massenelement und der Kontrollraumgrenze,  $dV$  und  $dA$  sind Volumen- bzw. Flächenelemente. Neben Gl. (3.5) gilt für die Massenkonzanz vor und nach der Dehnung des Materials

nach der Dehnung = vor der Dehnung

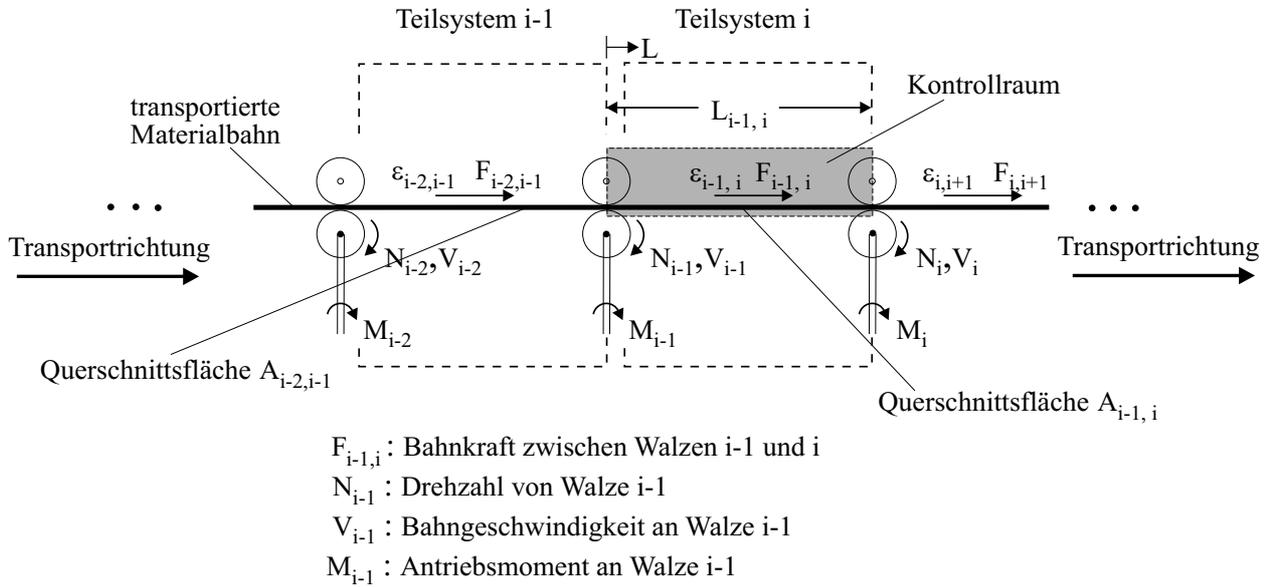
$$\rho \cdot A \cdot dL = \rho_0 \cdot A_0 \cdot dL_0 \quad (3.6)$$

mit

$$\rho \cdot A \cdot dL = \rho \cdot dV \quad (3.7)$$

Daraus folgt mit  $\varepsilon$  nach Gl. (3.2) für das Produkt aus Dichte und Fläche nach der Dehnung

$$\rho \cdot A = \rho_0 \cdot A_0 \cdot \frac{1}{1 + \varepsilon} \quad (3.8)$$



**Abbildung 3.4:** Zur Kontinuitätsgleichung: Transportierte Materialbahn als strömender Fluid im Kontrollraum

Wird dieser Zusammenhang nun unter Berücksichtigung von Gl. (3.7) in Gl. (3.5) eingesetzt, so erhält man allgemein für den zu Teilsystem  $i$  gehörenden Bahnabschnitt  $i-1, i$  aus Abb. 3.4 (Kontrollraum) die Beziehung

$$\frac{d}{dt} \left( \rho_{i-1,i} A_{i-1,i} \int_0^{L_{i-1,i}} dL \right) = \rho_{i-2,i-1} V_{i-1} \int_0^{A_{i-2,i-1}} dA - \rho_{i-1,i} V_i \int_0^{A_{i-1,i}} dA \quad (3.9)$$

Diese besagt, dass die Massenänderung im Bahnabschnitt  $i-1, i$  sich aus der Differenz der eintretenden und der austretenden Masse berechnet. Nach Integration und Einsetzen der Massenkonzanzbedingung (3.8) erhält man die Lösung der Kontinuitätsgleichung für den Bahnabschnitt  $i-1, i$  bzw. das Teilsystem  $i$ :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{L_{i-1,i}}{1 + \varepsilon_{i-1,i}} \right) = \frac{V_{i-1}}{1 + \varepsilon_{i-2,i-1}} - \frac{V_i}{1 + \varepsilon_{i-1,i}} \quad (3.10)$$

Hierbei beschreibt die linke Seite die zeitliche Massenänderung, die rechte Seite die Differenz aus zu- und abfließender Masse. Gleichung (3.10) tritt im nichtlinearen Signalflussplan des Teilsystems  $i$  als Kernstück auf.

Mit Annahme von  $L_{i-1,i} = \text{konst.}$  entsteht

$$\frac{1}{1 + \varepsilon_{i-1,i}} = \frac{1}{L_{i-1,i}} \int \left( \frac{V_{i-1}}{1 + \varepsilon_{i-2,i-1}} - \frac{V_i}{1 + \varepsilon_{i-1,i}} \right) . \quad (3.11)$$

Nach dem Anfahrvorgang, bei dem die Bahngeschwindigkeit meist rampenförmig erhöht wird, werden kontinuierliche Fertigungsanlagen bei einer festen Arbeitsgeschwindigkeit betrieben. Diese ist vom produzierten oder bearbeiteten Material abhängig und gilt für den gesamten Produktionszeitraum. Für eine feste Arbeitsgeschwindigkeit kann davon ausgegangen werden, dass das aus der Kontinuitätsgleichung ermittelte nichtlineare Bahnverhalten aus Gl. (3.10) in ein lineares Verhalten übergeht. Die beschreibende Gleichung kann aus Gl. (3.10) durch Linearisierung an dem durch die konstante Arbeitsgeschwindigkeit definierten Arbeitspunkt ( $V_0, L_{i-1,i0}, \varepsilon_{i-2,i-10}, \varepsilon_{i-1,i0}$ ) bestimmt werden. Dazu werden beide Seiten von Gl. (3.10) durch ein Taylorpolynom ersten Grades angenähert. Mit den Ersetzungen  $V_{i-1} = u, V_i = v, \varepsilon_{i-2,i-1} = x, \varepsilon_{i-1,i} = y, L_{i-1,i} = z$  und  $x - x_0 = \Delta x$  gilt

$$\text{linke Seite: } f_1(x, z) \approx f_{10} + \frac{df_{10}}{dx} \cdot \Delta x + \frac{df_{10}}{dz} \cdot \Delta z \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \text{rechte Seite: } f_2(u, v, x, y) \approx f_{20} + \frac{df_{20}}{du} \cdot \Delta u + \frac{df_{20}}{dv} \cdot \Delta v \\ + \frac{df_{20}}{dx} \cdot \Delta x + \frac{df_{20}}{dy} \cdot \Delta y . \end{aligned} \quad (3.13)$$

Dabei sind  $f_{10} = f_1(x_0, z_0)$  und  $f_{20} = f_2(u_0, v_0, x_0, y_0)$ . Für das linearisierte Bahnverhalten folgt damit

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\Delta L_{i-1,i}}{1 + \varepsilon_{i-1,i0}} - \frac{L_{i-1,i0}}{(1 + \varepsilon_{i-1,i0})^2} \cdot \Delta \varepsilon_{i-1,i} \right) = & \frac{V_{i-10}}{1 + \varepsilon_{i-2,i-10}} - \frac{V_{i0}}{1 + \varepsilon_{i-1,i0}} \\ & + \frac{1}{1 + \varepsilon_{i-2,i-10}} \cdot \Delta V_{i-1} - \frac{1}{1 + \varepsilon_{i-1,i0}} \cdot \Delta V_i \\ & - \frac{V_{i-10}}{(1 + \varepsilon_{i-2,i-10})^2} \cdot \Delta \varepsilon_{i-2,i-1} \\ & + \frac{V_{i0}}{(1 + \varepsilon_{i-1,i0})^2} \cdot \Delta \varepsilon_{i-1,i} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Um diesen Ausdruck zu vereinfachen, werden folgende Annahmen getroffen:  $V_{i-10} = V_{i0} = V_0$ ,  $\varepsilon \ll 1$  und  $\Delta L_{i-1,i} = 0$  (da keine Tänzerwalze modelliert werden soll). Damit wird Gl. (3.14) zu

$$L_{i-1,i0} \frac{d}{dt} (\Delta \varepsilon_{i-1,i}) = \Delta V_i - \Delta V_{i-1} + V_0 (\Delta \varepsilon_{i-2,i-1} - \Delta \varepsilon_{i-1,i}) . \quad (3.15)$$

Dieser Zusammenhang kann nach Übergang in den Laplace-Bereich auf die Form

$$\Delta \varepsilon_{i-1,i}(s) = \frac{1}{1 + s \frac{L_{i-1,i0}}{V_0}} \cdot \left( \frac{1}{V_0} (\Delta V_i(s) - \Delta V_{i-1}(s)) + \Delta \varepsilon_{i-2,i-1}(s) \right) \quad (3.16)$$

gebracht werden. Aus dieser Gleichung ist erkennbar, dass sich bei Betrieb einer kontinuierlichen Fertigungsanlage mit konstanter Betriebsgeschwindigkeit  $V_0$  die Dehnung im Teilsystem  $i$  über eine einfache Zeitverzögerung aus der Differenz der Bahngeschwindigkeiten und der in das Teilsystem hineintransportierten Dehnung des vorangehenden Teilsystems berechnet. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Zeitkonstante  $L_{i-1,i0}/V_0$  des Verzögerungsgliedes von der Betriebsgeschwindigkeit abhängig ist. Im folgenden soll angenommen werden, dass die Bahn bei konstantem  $V_0$  tatsächlich lineares Verhalten aufweist. Dies ist zulässig, da die Geschwindigkeits- und Dehnungsänderungen am Arbeitspunkt klein bleiben. Mit dieser Annahme kann auf die vorangestellten  $\Delta$  im folgenden verzichtet werden.

### 3.2.2 Mechanische Gleichungen

Um den Bahntransport zu gewährleisten, ist jede Antriebswalze direkt oder über Getriebe und Verbindungswelle mit einem Motor gekoppelt. Eine direkte Verbindung besteht, wenn die Motorwelle, wie es vor allem in der Druckindustrie heute üblich ist, direkt an die Antriebswalze angeflanscht wird. Sind Motor und Antriebswalze über eine Welle und Getriebe miteinander gekoppelt, so muss für die Modellierung der mechanischen Verbindung unterschieden werden, ob es sich um eine harte oder eine elastische Verbindung handelt. Eine harte Kopplung liegt vor, wenn die Verbindungswelle einen im Vergleich zu ihrer Länge großen Durchmesser besitzt. Liegt ihre Torsionseigenfrequenz dadurch weit oberhalb der Amplituden-Durchtrittsfrequenz des offenen, auf starre Kopplung optimierten Drehzahlregelkreises, kann die Verbindung in erster Näherung als starr betrachtet werden. Eine elastische Kopplung tritt auf, wenn der Durchmesser der Verbindungswelle im Vergleich zu ihrer Länge klein ist. In diesem Fall können niederfrequente Torsionsschwingungen bei gleichzeitig großen Verdrehwinkeln auftreten, die die Stabilität des Drehzahlregelkreises gefährden. Bei der Modellierung der mechanischen Verbindung von Motor und Antriebswalze muss daher abhängig von der Art der Verbindung wie folgt unterschieden werden:

- Einmassensystem: Motor und Antriebswalze werden als eine Masse betrachtet, wenn es sich um einen Direktantrieb oder eine harte Kopplung mit sehr hoher Torsionseigenfrequenz handelt
- Zweimassensystem: Liegt die Eigenfrequenz der Verbindungswelle im Nutzfrequenzbereich, d. h. im Bereich der Amplituden-Durchtrittsfrequenz des offenen, auf starre Kopplung optimierten Drehzahlregelkreises oder darunter, so muss die Dynamik der Verbindungswelle bei der Modellierung und damit auch bei der Reglerauslegung berücksichtigt werden. Eine detaillierte Behandlung der bei elastischer Kopplung auftretenden Problematik findet sich in [31]

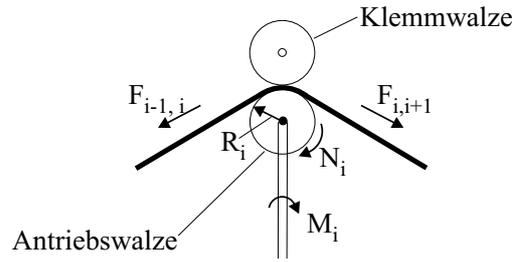
Zunächst soll die Modellierung für einen Direktantrieb oder eine näherungsweise starre Kopplung durchgeführt werden. Im Anschluss daran werden die Gleichungen für eine elastische Verbindung von Motor und Antriebswalze hergeleitet.

**Einmassensystem:** Für das gesamte an der Antriebswalze  $i$  (Index „W“) angreifende Widerstandsmoment  $M_{Wi,W}$  ergibt sich nach Abb. 3.5 aus dem Kräftegleichgewicht

$$M_{Wi,W} = R_i \cdot (F_{i-1,i} - F_{i,i+1}) + M_{Ri,W}(V_i) \quad . \quad (3.17)$$

Das Reibwiderstandsmoment  $M_{Ri,W}(V_i)$  setzt sich dabei zusammen aus Lagerreibung von Motor, Antriebswalze und Klemmwalze, sowie Reibung in einem eventuell vor-

handenen Getriebe. Es ist hauptsächlich abhängig von der Bahngeschwindigkeit  $V_i$ , meist jedoch auch von der Motor- bzw. Lagertemperatur.



**Abbildung 3.5:** Kräftegleichgewicht an der Antriebswalze

Eine Umrechnung des auf die Walze bezogenen Widerstandsmoments auf die Motorseite (Index „M“) erfolgt bei Verwendung eines Getriebes mit der Beziehung

$$M_{W_{i,M}} = \frac{1}{\ddot{u}} M_{W_{i,W}} \quad (3.18)$$

Wird ein Direktantrieb betrachtet, so entfällt aufgrund von  $\ddot{u} = 1$  die Umrechnung. Für die sich aus Motormoment  $M_{i,M}$  und Widerstandsmoment  $M_{W_{i,M}}$  ergebende Motordrehzahl  $N_{i,M}$  folgt laut Bewegungsdifferentialgleichung

$$2\pi J_i \frac{dN_{i,M}}{dt} = M_{i,M} - M_{W_{i,M}} \quad (3.19)$$

$J_i$  repräsentiert das gesamte Massenträgheitsmoment aus Motor, Antriebswalze, Klemmwalze, sowie einem eventuell vorhandenen Getriebe und Verbindungswelle. Nach Übergang in den Laplace-Bereich ergibt sich

$$N_{i,M}(s) = \frac{1}{s2\pi J_i} (M_{i,M}(s) - M_{W_{i,M}}(s)) \quad (3.20)$$

Für eine Verknüpfung mit Gl. (3.16) wird die Bahngeschwindigkeit  $V_i$  aus der Motordrehzahl  $N_{i,M}$  berechnet:

$$V_i = 2\pi R_i \frac{N_{i,M}}{\ddot{u}} \quad (3.21)$$

Die Gleichungen (3.20) und (3.21) setzen voraus, dass die Klemmwalze ein Durchrutschen der Materialbahn verhindert und somit das Motormoment vollständig auf die Antriebswalze übertragen werden kann. Ist dies nicht oder nur teilweise der Fall, so muss eine aufwändigere Modellierung mit Unterscheidung in Haft- und Gleitzzone der Materialbahn durchgeführt werden [48].

**Zweimassensystem:** Im Fall einer elastischen Kopplung zwischen Motor und Antriebswalze muss die Eigendynamik der Verbindungswelle berücksichtigt werden. Die Bewegungsgleichung (3.19) ist somit nicht länger gültig. Das Eigenverhalten der elastischen Verbindungswelle wird als Torsionsfeder-Dämpfer-System mit der Federsteifigkeit  $c_i$  und der mechanischen Dämpfung  $d_i$  beschrieben. Wie beim Einmassensystem muss zwischen den Größen an der Motorseite (Index „M“) und an der Antriebswalzenseite (Index „W“) unterschieden werden. Nach Abb. 3.6 und [31] gilt:

$$\text{Motor: } J_{i,M} \cdot \frac{dN_{i,M}}{dt} = M_{i,M} - \frac{1}{\ddot{u}} (M_C + M_D) - M_{R_{i,M}}(N_{i,M}) \quad (3.22)$$

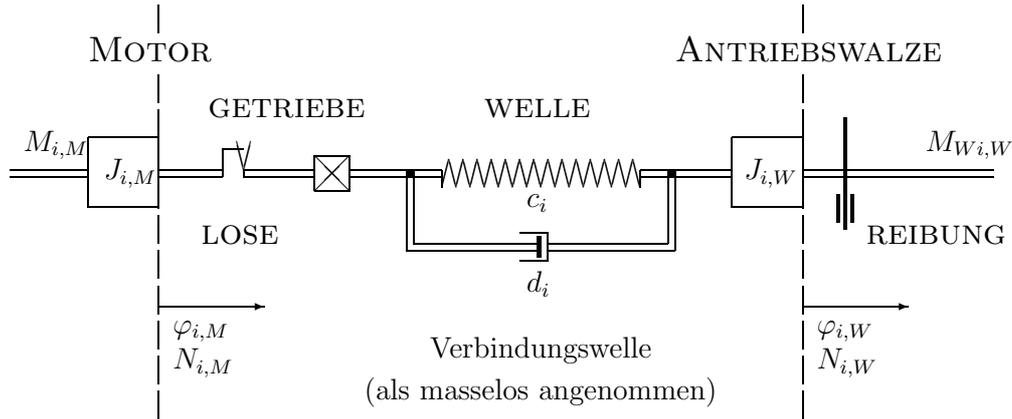


Abbildung 3.6: Elastische Verbindung Motor – Antriebswalze

$$\text{Walze: } J_{i,W} \cdot \frac{dN_{i,W}}{dt} = M_C + M_D - M_{Wi,W} - M_{Re,W}(N_{i,W}) \quad (3.23)$$

$$\text{Welle (Feder): } M_C = c_i \cdot \left( \frac{\varphi_{i,M}}{\ddot{u}} - \varphi_{i,W} \right) \quad (3.24)$$

$$\text{Welle (Dämpfer): } M_D = d_i \cdot 2\pi \cdot \left( \frac{N_{i,M}}{\ddot{u}} - N_{i,W} \right) \quad (3.25)$$

$M_C$  ist dabei das vom Federelement,  $M_D$  das vom Dämpferelement übertragene Moment. Die Momentensumme  $M_C + M_D$  stellt das antreibende Moment für die Antriebswalze dar. Für den Motor wirkt  $M_C + M_D$  als Widerstandsmoment. Aus Gl. (3.22)–(3.25) kann bei Vernachlässigung der Widerstands- und Reibmomente die Beziehung zwischen Antriebswalzendrehzahl und Motormoment hergeleitet werden:

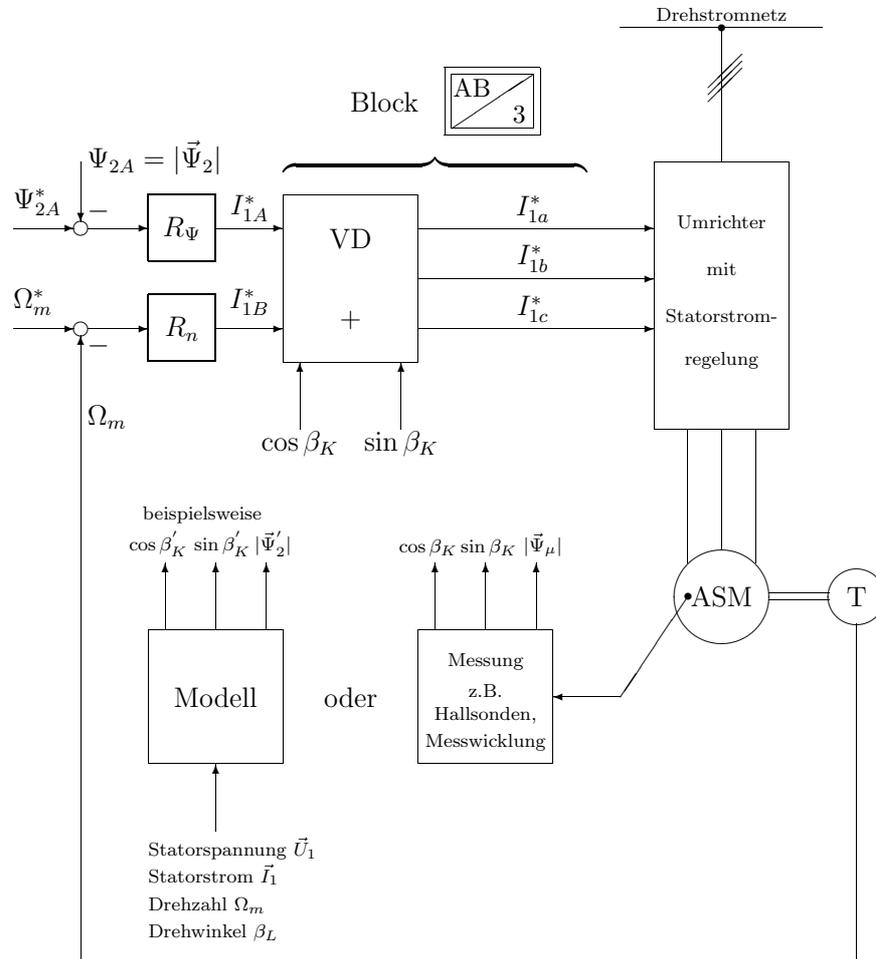
$$N_{i,W}(s) = \frac{\ddot{u}}{2\pi s (\ddot{u}^2 J_{i,M} + J_{i,W})} \cdot \frac{1 + s \frac{d_i}{c_i}}{1 + s \frac{d_i}{c_i} + s^2 \frac{\ddot{u}^2 J_{i,M} J_{i,W}}{(\ddot{u}^2 J_{i,M} + J_{i,W}) \cdot c_i}} \cdot M_{i,M}(s) \quad (3.26)$$

Durch die elastische Verbindungswelle wird der aus Gl. (3.20) bekannte integrale Teil um einen schwingungsfähigen Term zweiter Ordnung erweitert. Eine stabile hochdynamische Regelung der Antriebswalzendrehzahl ist bei elastischer Kopplung nur unter Verwendung einer Zustandsregelung oder von adaptiven Regelverfahren wie z. B. [62] möglich. In industriellen Anwendungen, in welchen aufgrund ihrer Einfachheit und ihres großen Bekanntheitsgrades vorwiegend klassische Standardregelungen zum Einsatz kommen, muss bei Auftreten einer elastischen Kopplung die Amplitudendurchtrittsfrequenz des offenen, auf starre Kopplung optimierten Drehzahlregelkreises abgesenkt werden, um Stabilität zu erreichen. Da dies die Führungsdynamik erheblich reduziert, werden elastische Verbindungswellen heute immer mehr durch Direktantriebe ersetzt.

### 3.2.3 Elektrischer Aktor

Als Motoren kommen bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen heute verstärkt Asynchronmaschinen zum Einsatz. Gegenüber den früher verbreiteten Gleichstrom-Nebenschlussmaschinen sind sie robuster und wartungsärmer. Als Regelverfahren für Asynchronmaschinen wird überwiegend die feldorientierte Regelung mit Orientierung

des allgemeinen Koordinatensystems K am Rotorfluss verwendet. Dadurch vereinfacht sich das komplexe Gleichungssystem der Asynchronmaschine zu einem der Gleichstrom-Nebenschlussmaschine ähnlichen Verhalten und damit auch der Entwurf des Drehzahl- und Flussreglers. Die [31] entnommene Abb. 3.7 zeigt die Struktur einer feldorientierten Drehzahl- und Rotorflussregelung. Der die Asynchronmaschine speisende Umrichter kann



**Abbildung 3.7:** Vereinfachte Struktur einer feldorientierten Drehzahl- und Flussregelung mit Umrichter mit unterlagerter Statorstromregelung

als I-Umrichter mit Zwischenkreisstromregelung oder als U-Umrichter mit indirekter oder direkter Stromregelung ausgeführt sein.

Bei Betrieb einer kontinuierlichen Fertigungsanlage mit Asynchronmotoren wird die Motordrehzahl als Zwischengröße für die Bahnkraftregelung in einer eigenen, dem feldorientiert geregelten Motor überlagerten Schleife geregelt. Die in Abb. 3.7 dargestellte Drehzahlregelung wird in diesem Fall außer Kraft gesetzt. Wie bereits angesprochen, vereinfachen sich bei Orientierung des Koordinatensystems K am Rotorfluss  $\vec{\Psi}_2$  die Gleichungen der Asynchronmaschine zu einem der Gleichstrom-Nebenschlussmaschine ähnlichen Verhalten. Die ebenfalls [31] entnommene Abb. 3.8 zeigt den so erhaltenen vereinfachten Signalfussplan. Für die Modellierung der Asynchronmaschine als Antrieb einer kontinuierlichen Fertigungsanlage steht das dynamische Verhalten des Drehmoment- bzw. Stromregelkreises im Vordergrund. Wie aus Abb. 3.8 zu erkennen ist, kann das Motormoment  $M_{Mi}$  der Asynchronmaschine bei  $\Psi_{2A} = \text{konst.}$  verzögerungsfrei über die proportionalen Blöcke  $M/L_2$ ,  $(3/2)Z_p$  und  $\Psi_{2A}$

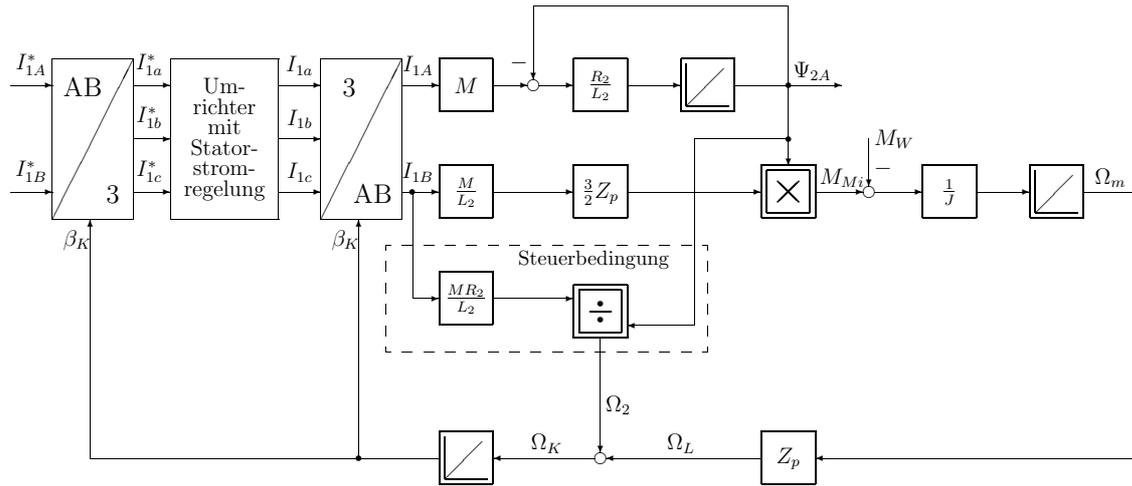


Abbildung 3.8: Modell der Asynchronmaschine bei Rotorflussorientierung

durch den Imaginärteil  $I_{1B}$  des Statorstroms im K-Koordinatensystem beeinflusst werden. Wird der Momenten- bzw. Stromsollwert durch den überlagerten Drehzahlregler vorgegeben, so muss bezüglich des dynamischen Verhaltens zwischen Soll- und Istmoment hauptsächlich die Stromregelung im Umrichter betrachtet werden. Nach [31] kann bei indirekter Statorstromregelung für das Führungsverhalten jeder Stromkomponente in erster Näherung eine einfache Zeitverzögerung angenommen werden. Die Zeitkonstanten variieren von mehreren Millisekunden bis unter eine Millisekunde. Für das Modell der Asynchronmaschine mit unterlagelter Stromregelung wird daher bei feldorientierter Regelung und Rotorflussorientierung die Beziehung

$$M_{i,M}(s) = \frac{V_{Mi}}{1 + sT_{el i}} \cdot M_{i,M}^*(s) \quad (3.27)$$

herangezogen.

### 3.2.4 Messgeber für Bahnkraft, Drehzahl und Strom

Für die Realisierung der Regelung einer kontinuierlichen Fertigungsanlage sowie auch der in Kap. 6 vorgestellten Störgrößenaufschaltung müssen die Regel- bzw. Koppelgrößen messtechnisch erfasst und der Regelung bzw. der Vorsteuerung zugeführt werden.

Bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen, bei denen die Regelung der Bahnkraft im Vordergrund steht, stellen die Bahnkraft, die Drehzahl der Antriebswalze, d. h. des Motors (bei Annahme einer starren Kopplung) und das Drehmoment bzw. der Statorstrom bei Annahme einer Asynchronmaschine die wichtigen Messgrößen dar. Bei der in Kap. 3.2.5.2 angegebenen Zustandsdarstellung werden die messtechnisch erfassten Größen im Messausgangsvektor  $\underline{y}_{Mi}$  zusammengefasst.

In vielen Fällen ist die Bahnkraft als Hauptregelgröße nur schwierig erfassbar, da der Einbau einer Kraftmesswalze oder eines Kraftmesslagers (siehe Abb. 3.9) immer einen zusätzlichen Raumbedarf bedeutet. Zudem handelt es sich bei einer Kraftmesswalze um eine nicht angetriebene Walze, die als zusätzliches mechanisches Element die Schwingungsneigung der Anlage erhöht. Daher wird eine Kraftmessung in der Realität nicht an allen Teilsystemen durchgeführt. Zur Unterscheidung ist  $\underline{y}_{Mi}$  in Gl. (3.34) für Kraftmessung angegeben und in Gl. (3.35) für den Fall, dass keine Kraftmessung vorliegt. In letztgenanntem Fall müssen zur Realisierung einer Regelung Bahnkraftbeobachter eingesetzt werden. Der Entwurf von

Zustands- und Störgrößenbeobachtern zur Bahnkraftrekonstruktion wird in Kap. 5 behandelt.

Im allgemeinen gibt es mehrere Ursachen [32], aufgrund derer eine gemessene Größe der wahren Größe nicht beliebig schnell folgen kann. So müssen im Messgeber z. B. Massen beschleunigt werden, es bestehen Widerstände durch Reibung und Dämpfung oder es müssen kapazitive oder induktive Energiespeicher geladen werden.

Das Zeitverhalten von Messgebern kann abhängig vom Messverfahren unterschieden werden in ein einfach zeitverzögerndes ( $PT_1$ ) Verhalten (z. B. Temperaturfühler, Hall-Generatoren, Operationsverstärker), ein zweifach zeitverzögerndes ( $PT_2$ ) Verhalten mit Dämpfung größer, kleiner oder gleich eins (z. B. Widerstandsthermometer, Schwingungsgeber, Drehspulmesswerk), sowie differenzierendes, integrierendes, oder Totzeit-Verhalten.

In diesem Kapitel werden Modelle für das dynamische Verhalten von Bahnkraft-, Drehzahl- und Strommessgebern vorgestellt. Bei Annahme einer Asynchronmaschine mit feldorientierter Regelung und Rotorflussorientierung kann bei Messung der dreiphasigen Statorströme das Motormoment verzögerungsfrei berechnet werden. Zur Ermittlung des Drehmoment-Istwerts reicht daher eine Strommessung aus.

Die Messgeber sind zunächst nicht zum Prozess gehörig. Durch ihre Position im Rückführungspfad beeinflussen sie jedoch die Dynamik des Regelkreises und müssen daher als Teil der Regelstrecke beim Reglerentwurf berücksichtigt werden.

#### 3.2.4.1 Bahnkraftmessgeber

Die heute am weitesten verbreitete Methode der Bahnkraftmessung arbeitet mit Widerstandsaufnehmern in Form von Dehnungsmessstreifen. Wie Abb. 3.9 zeigt, wird zur Bahnkrafterfassung die Materialbahn um eine Messwalze geschlungen. In deren Lager führt die auf die Messwalze ausgeübte Kraft zu einer Kraft auf einen Steg, dessen Dehnungsmessstreifen gestaucht oder gedehnt werden. Die sich daraus ergebende Widerstandsänderung wird z. B. mithilfe einer Brückenschaltung erfasst und in ein der Kraftänderung proportionales Spannungssignal umgeformt.

Zum dynamischen Verhalten einer Kraftmesswalze kann folgendes festgehalten werden:

- Durch die notwendige Beschleunigung der Masse aus Messwalze, Lager und innerem Ring kann die Krafterfassung grundsätzlich nur verzögert erfolgen
- Die Masse aus Messwalze, Lager und innerem Ring bildet mit dem Steg ein Feder-Dämpfer-System von dem angenommen werden kann, dass es eine Dämpfung kleiner als eins besitzt
- Eine elektronische Schaltung zur Widerstands-Erfassung und eventuellen Verstärkung des Spannungssignals kann zusätzlich zeitverzögernd wirken
- Von Herstellerseite wird meist nur eine experimentell ermittelte Gesamtverzögerungszeit angegeben, die als Zeitkonstante eines  $PT_1$ -Gliedes zu verwenden ist

Diesen Aussagen zufolge wird eine Modellierung des Bahnkraftmessgebers als System zweiter Ordnung mit einer Dämpfung kleiner oder gleich eins durchgeführt. Liegt von Herstellerseite Information über eine Gesamtverzögerungszeit  $T_{gesamt}$  vor, so wird diese als Eigenfrequenz des Ersatzsystems herangezogen.

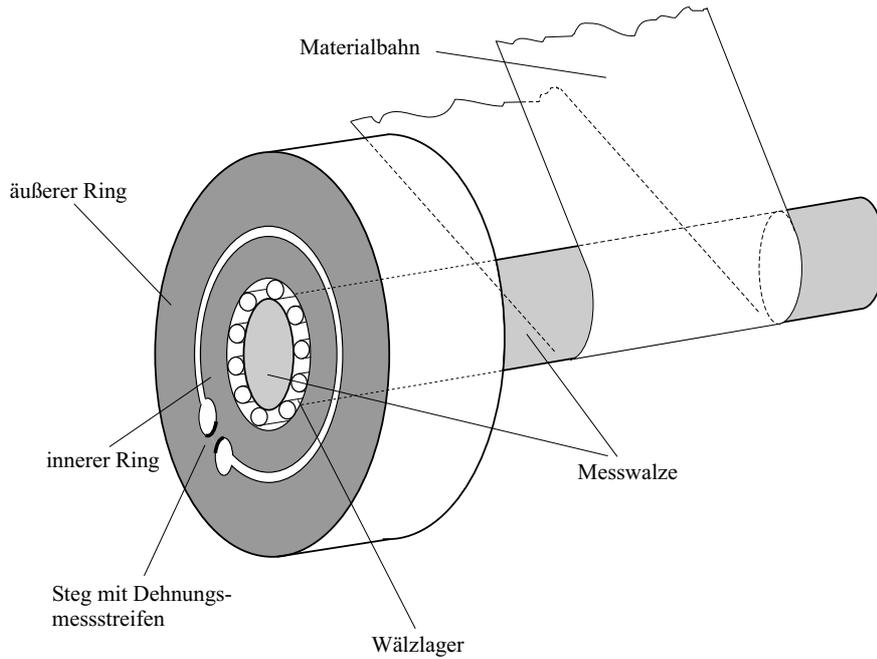


Abbildung 3.9: Prinzip der Bahnkraftmessung mit Kraftmesswalze/Kraftmesslager



$$\frac{F_{i-1,im}(s)}{F_{i-1,i}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{2D}{\omega_0} s + \frac{1}{\omega_0^2} s^2}, \quad \omega_0 = \frac{1}{T_{gesamt}}, \quad D \leq 1$$

### 3.2.4.2 Drehzahlmessgeber

Zur Drehzahlerfassung kommen heute hauptsächlich digitale Sensoren, so genannte Drehzahlaufnehmer zum Einsatz. Sie liefern eine drehzahlproportionale Frequenz, indem sie eine oder mehrere am Umfang der umlaufenden Welle angebrachten Markierungen induktiv (aktiver oder passiver induktiver Sensor), magnetisch (Feldplatte, Hallgenerator) oder optisch (Durchlicht-, Streulicht-Verfahren) abtasten [32, 54]. Die während einer Abtastperiode  $T_S$  gezählten Impulse  $Z$  geben die Lage der Welle (Winkel  $\varphi$ ) an.

Bei Verwendung des Zählverfahrens zur Drehzahlermittlung wird aus den in der vorangegangenen Periode gezählten Impulsen  $Z(k-1)$  und den aktuell gezählten Impulsen  $Z(k)$  mithilfe der Abtastzeit  $T_S$  ein Differenzenquotient gebildet, welcher der Winkeländerung damit der Drehzahl  $N(k)$  bzw. Umdrehungsfrequenz entspricht:

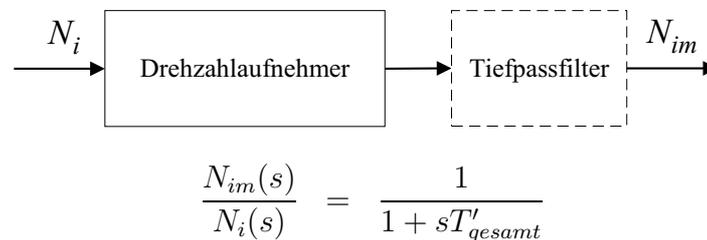
$$N(k) = 2\pi \frac{d\varphi(k)}{dt} = \frac{(Z(k) - Z(k-1))}{Z_{gesamt} \cdot T_S}$$

$Z_{gesamt}$  : Anzahl der Markierungen am gesamten Umfang

Bei Verwendung des Mittelwertverfahrens wird die Drehzahl durch eine Frequenz-Spannungsumsetzung ermittelt.

Bezüglich des dynamischen Verhaltens von Drehzahlaufnehmern kann die Aussage getroffen werden, dass die induktive und die magnetische Abtastung Verzögerungen mit sich bringen, da sie einen Energiespeicher beinhalten. Im allgemeinen sind diese Verzögerungen jedoch z. B. gegenüber den Zeitkonstanten bei einer Kraftmessung sehr klein. Liegt von Herstellerseite Information über eine Ersatzzeitkonstante  $T_{gesamt}$  vor, kann eine Modellierung des dynamischen Verhaltens als  $PT_1$ -Glied durchgeführt werden. Bei einer optischen Detektion entstehen keine Verzögerungszeiten.

Die Drehzahl bzw. Umdrehungsfrequenz entsteht durch Bildung eines Differenzenquotienten, in den durch Messungenauigkeiten verrauschte Zählerstände  $N$  eingehen. Dadurch kann es unter Umständen notwendig sein, das Drehzahlsignal vor einer Verwendung in einer Regelung tiefpasszufiltern. Weist das Filter eine Laufzeit  $T_{Filter}$  in der Größenordnung von  $T_{gesamt}$  auf, so sollte sein dynamisches Verhalten bei der Messgebermodellierung berücksichtigt werden. Dies kann z. B. näherungsweise durch Addition von  $T_{gesamt}$  und  $T_{Filter}$  zur einer neuen Ersatzzeitkonstante  $T'_{gesamt}$  erfolgen.



### 3.2.4.3 Strommessgeber

Steht die potentialgetrennte Erfassung von reinen Wechselströmen im Vordergrund, so reichen einfache Wechselstromwandler aus. Sie bestehen aus einem Transformator mit einem definierten Windungszahlverhältnis, der die Ströme der Primärseite in mit Messwiderständen einfach erfassbare Ströme auf der Sekundärseite umsetzt. Diese Art der Stromwandler hat eine sehr hohe Grenzfrequenz bis zu der dynamische Änderungen noch erfasst werden können. Es entsteht daher praktisch keine Verzögerungszeit.

Zur potentialgetrennten Messung von Gleich- und Wechselströmen müssen die sehr viel aufwändigeren Kompensations-Stromwandler eingesetzt werden. Darüberhinaus findet man auch Stromwandler, die die Elemente von direktabbildenden Stromwandlern und Kompensations-Stromwandlern kombinieren.

Abbildung 3.10 zeigt das Prinzip eines Kompensations-Stromwandlers [31, 12, 11]:

Durch eine Sekundärwicklung, die um einen Ferritkern angeordnet ist, wird ein Strom  $I_S$  geschickt, der dem zu messenden Primärstrom  $I_P$  exakt entgegenwirkt, so dass das Magnetfeld im Luftspalt des Ferritkerns verschwindet. Der Wert des verschwindenden Magnetfeldes wird über einen Hallensensor gemessen und dem Regelkreis als Istwert zu Verfügung gestellt. Bei Versorgung mit Konstantstrom (diese ist in Abb. 3.10 nicht eingezeichnet) wandelt das Hall-Element den magnetischen Fluss in eine Spannung um. Diese dient nun zur Regelung des Sekundärstroms und somit zur Einstellung des Kompensationsflusses. Die Größe des eingestellten Sekundärstroms in der Wicklung ist dann direkt proportional zum gemessenen Primärstrom. Bei Wechselstrom arbeitet der Kompensations-Stromwandler wie ein normaler Wechselstromwandler, also wie ein Transformator mit Primär- und Sekundärwicklung.

Die Grenzfrequenz, bis zu der Änderungen des Primärstroms noch erfasst werden können, liegt, wie bei gewöhnlichen Wechselstromwandlern, im allgemeinen bei einigen 100 kHz. Sie hängt beim Kompensations-Stromwandler entscheidend von der Kopplung zwischen Primär-

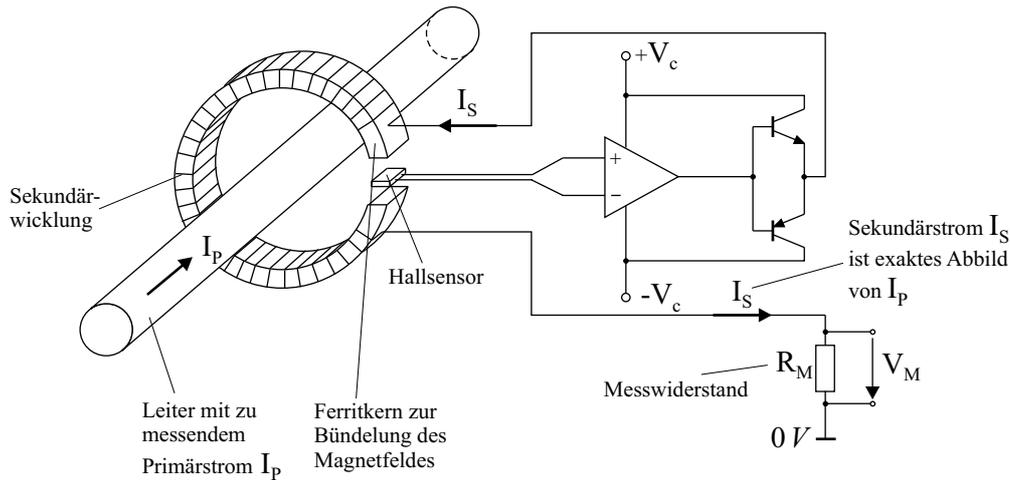


Abbildung 3.10: Prinzip eines Kompensations-Stromwandlers

und Sekundärwicklung ab, welche wiederum durch die Geometrie der Wandler als auch das Kernmaterial beeinflusst wird.

Die aus der Grenzfrequenz berechenbare Ersatzzeitkonstante wird zu

$$T_{gesamt} \leq 0.01 \text{ ms} .$$

Zeitkonstanten dieser Größenordnung liegen bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen weit oberhalb des Nutzfrequenzbereichs. Bei Einsatz von Wechselstrom- oder Kompensations-Stromwandlern kann daher eine Messgeberverzögerung vernachlässigt werden.

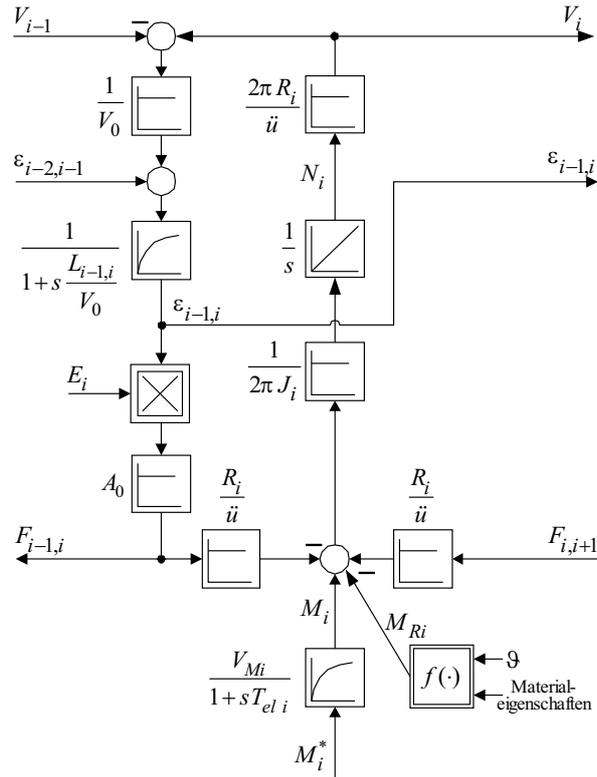


$$\frac{I_{im}(s)}{I_i(s)} = 1$$

### 3.2.5 Signalfusspläne und Zustandsdarstellung

#### 3.2.5.1 Signalfussplan bei linearem Bahnverhalten und starrer Kopplung

Der lineare Signalfussplan des Teilsystems  $i$  stellt folgende Gleichungen grafisch dar: Gl. (3.4) (Materialverhalten), Gl. (3.16) (linearisiertes Bahnverhalten), Gl. (3.17), Gl. (3.18) (Widerstandsmoment), Gl. (3.20) (Bewegungsdifferentialgleichung), Gl. (3.21) (Bahngeschwindigkeit) und Gl. (3.27) (elektrischer Aktor). Der Signalfussplan ist in Abb. 3.11 dargestellt. In dieser Form wird er für den Regler- und Beobachterentwurf (Kap. 4.4 und 5.4) herangezogen. Zu beachten ist, dass diese Darstellungsform ausschließlich sowohl für eine konstante Betriebsgeschwindigkeit  $V_0$  gilt als auch für eine näherungsweise starre Kopplung von Motor und Antriebswalze bzw. einen Direktantrieb. Das Reibwiderstandsmoment  $M_{Ri}$  ist in Abb. 3.11 als nichtlineare Störgröße modelliert. Es setzt sich bei Annahme einer annähernd konstanten Bahngeschwindigkeit  $V_i$  aus einem durch die Getriebe- und Lagerreibung hervorgerufenen Widerstandsmoment und einem durch die Reibung zwischen Materialbahn und Walzen hervorgerufenen Widerstandsmoment zusammen. Der erstgenannte Anteil ist vor allem abhängig von der Temperatur  $\vartheta$  der Getriebe, Wellen- und Walzenlager, sowie langfristig



**Abbildung 3.11:** Signalflussplan für ein Teilsystem bei linearem Bahnverhalten und starrer Kopplung

vom Abnutzungsgrad der Lager. Für die Reibung zwischen Bahn und Walze spielt die Oberflächenbeschaffenheit des transportierten Materials eine Rolle. Sie beeinflusst maßgeblich die Haftreibung der Bahn. Diese mehrdimensionale Abhängigkeit wird durch den nichtlinearen Block  $f(\cdot)$  repräsentiert. Der Elastizitätsmodul  $E_i$  des Materials wurde als multiplikativ eingreifende Größe modelliert, um die Variabilität bei Bearbeitung des Materials nachzubilden. Die Anfangsbedingungen für Dehnung, Motordrehzahl und Motormoment sind nicht explizit eingezeichnet. Sie werden bei Simulation des Teilsystems als Anfangswerte in den Integratoren berücksichtigt. Da alle Größen bereits auf die Motorseite bezogen sind, kann der Index „M“ entfallen.

### 3.2.5.2 Zustandsdarstellung

Für die Bestimmung der verkopplungsorientierten Zustandsdarstellung aus Kap. 2.2

$$\dot{\underline{x}}_i = \mathbf{A}_{ii} \underline{x}_i + \mathbf{B}_{Ki} \underline{u}_{Ki} + \mathbf{B}_{Si} \underline{u}_{Si} \quad (3.28)$$

$$\underline{y}_{Ki} = \mathbf{C}_{Ki} \underline{x}_i \quad (3.29)$$

$$\underline{y}_i = \mathbf{C}_i \underline{x}_i \quad (3.30)$$

$$\underline{y}_{Mi} = \mathbf{C}_{Mi} \underline{x}_i \quad (3.31)$$

$$\underline{u}_{Ki} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \mathbf{P}_{ij} \underline{y}_{Kj} \quad (3.32)$$

werden der Zustandsvektor  $\underline{x}_i$ , Messausgangs- und Eingangsvektor  $\underline{y}_{Mi}$  und  $\underline{u}_{Si}$  sowie die Koppelvektoren  $\underline{y}_{Ki}$  und  $\underline{u}_{Ki}$  wie folgt definiert

$$\underline{x}_i = [\varepsilon_{i-1,i}, N_i, M_i]^T \quad (3.33)$$

$$\underline{y}_{Mi} = [F_{i-1,i}, N_i, M_i]^T \text{ für Bahnkraftmessung} \quad (3.34)$$

$$\underline{y}_{Mi} = [N_i, M_i]^T \text{ für Bahnkraftbeobachtung} \quad (3.35)$$

$$\underline{u}_{Si} = M_i^* \quad (3.36)$$

$$\underline{u}_{Ki} = [\varepsilon_{i-2,i-1}, V_{i-1}, F_{i,i+1}]^T \quad (3.37)$$

$$\underline{y}_{Ki} = [\varepsilon_{i-1,i}, V_i, F_{i-1,i}]^T . \quad (3.38)$$

Die Dimension des Messausgangsvektors  $\underline{y}_{Mi}$  hängt davon ab, ob die Bahnkraft  $F_{i-1,i}$  als Messgröße zur Verfügung steht. Ist dies nicht der Fall, so reduziert sich  $\dim(\underline{y}_{Mi})$  von  $[3 \times 1]$  auf  $[2 \times 1]$ . Aus Abb. 3.11 können damit die Zustands-, Eingangs-, Ausgangs- und Koppelmatrizen aufgestellt werden. Sie gelten für  $E_i = \text{konst.}$  und  $M_{Ri} = 0$ .

$$\mathbf{A}_{ii} = \begin{bmatrix} -\frac{V_0}{L_{i-1,i}} & \frac{2\pi R_i}{\ddot{u} L_{i-1,i}} & 0 \\ -\frac{R_i E_i A_0}{\ddot{u} 2\pi J_i} & 0 & \frac{1}{2\pi J_i} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{el i}} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\mathbf{B}_{Si} = \left[ 0, 0, \frac{V_{Mi}}{T_{el i}} \right]^T \quad (3.40)$$

$$\mathbf{C}_{Mi} = \begin{bmatrix} E_i A_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ für Bahnkraftmessung} \quad (3.41)$$

$$\mathbf{C}_{Mi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ für Bahnkraftbeobachtung} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{B}_{Ki} = \begin{bmatrix} \frac{V_0}{L_{i-1,i}} & -\frac{1}{L_{i-1,i}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_i}{\ddot{u} 2\pi J_i} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$\mathbf{C}_{Ki} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\pi R_i}{\ddot{u}} & 0 \\ E_i A_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$\mathbf{P}_{i,i-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\mathbf{P}_{i,i+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

Aufgrund der kettenartigen Verkopplung der Teilsysteme durch die Materialbahn sind nur die Koppelmatrizen  $\mathbf{P}_{i,i-1}$  und  $\mathbf{P}_{i,i+1}$  zwischen den direkten Nachbarteilsystemen ungleich Null. Die verkopplungsorientierte Darstellung wird in Kap. 4.4 und 5.4 für den Regelungs- und Beobachterentwurf verwendet.

Wird anstelle von nur einem Teilsystem ein Gesamtsystem aus den drei Teilsystemen  $i-1$ ,  $i$  und  $i+1$  betrachtet, so können die Verkopplungen auch aus der gesamtsystemorientierten Zustandsmatrix  $\mathbf{A}$  abgelesen werden. Mit

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \mathbf{B}\underline{u} \quad (3.47)$$

und  $\underline{x} = [\underline{x}_{i-1}, \underline{x}_i, \underline{x}_{i+1}]^T$  wird  $\mathbf{A}$  zu

$$\mathbf{A} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc|ccc} -\frac{V_0}{L_{i-2,i-1}} & \frac{2\pi R_{i-1}}{\ddot{u} L_{i-2,i-1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{R_{i-1} E_{i-1} A_0}{\ddot{u} 2\pi J_{i-1}} & 0 & \frac{1}{2\pi J_{i-1}} & 0 & 0 & \frac{R_{i-1}}{\ddot{u} 2\pi J_{i-1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{el\ i-1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \frac{V_0}{L_{i-1,i}} & -\frac{1}{L_{i-1,i}} & 0 & -\frac{V_0}{L_{i-1,i}} & \frac{2\pi R_i}{\ddot{u} L_{i-1,i}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_i E_i A_0}{\ddot{u} 2\pi J_i} & 0 & \frac{1}{2\pi J_i} & 0 & 0 & \frac{R_i}{\ddot{u} 2\pi J_i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{el\ i}} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \frac{V_0}{L_{i,i+1}} & -\frac{1}{L_{i,i+1}} & 0 & -\frac{V_0}{L_{i,i+1}} & \frac{2\pi R_{i+1}}{\ddot{u} L_{i,i+1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_{i+1} E_{i+1} A_0}{\ddot{u} 2\pi J_{i+1}} & 0 & \frac{1}{2\pi J_{i+1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{el\ i+1}} \end{array} \right] \quad (3.48)$$

Die in  $\mathbf{A}$  enthaltenen  $[3 \times 3]$ -Matrizen der Hauptdiagonale stellen die Zustandsmatrizen der Einzelteilsysteme dar, während die Elemente ungleich Null der  $[3 \times 3]$ -Nebendiagonalmatrizen die Kopplungen der Teilsysteme in und gegen die Transportrichtung repräsentieren. In der verkopplungsorientierten Darstellung sind die Elemente der Nebendiagonalmatrizen in  $\mathbf{B}_{\mathbf{K}i}$  zusammengefasst.

Aus der Zustands- und Ausgangsgleichung (3.28) und (3.31) des Teilsystems  $i$  kann bei Vernachlässigung der Koppelgrößen die Übertragungsfunktion vom Motorsollmoment  $M_i^*$  zur Bahngeschwindigkeit  $V_i$  berechnet werden. Wird von einer abgeklungenen Anfangsbedingung  $\underline{x}_i(t=0)$  ausgegangen, so gilt mit  $\mathbf{B}_{\mathbf{K}i} = \mathbf{C}_{\mathbf{K}i} = \mathbf{0}$

$$\underline{y}_{Mi} = \mathbf{C}_{Mi} (s\mathbf{E} - \mathbf{A}_{ii})^{-1} \mathbf{B}_{Si} \underline{u}_{Si}. \quad (3.49)$$

Bei der Berechnung von  $V_i$  ist nur das erste Element  $y_{Mi1}$  von  $\underline{y}_{Mi}$  nach Gl. (3.35) von Interesse. Für  $V_i$  ergibt sich damit

$$V_i(s) = \frac{2\pi R_i}{\ddot{u}} \cdot y_{Mi1}(s) \quad (3.50)$$

$$= \frac{2\pi R_i}{\ddot{u}} \cdot \underline{c}_{Mi1}^T (s\mathbf{E} - \mathbf{A}_{ii})^{-1} \mathbf{B}_{Si} \cdot M_i^*(s) \quad (3.51)$$

$$= \frac{\frac{\ddot{u}V_0}{R_i E_i A_0} \left(1 + s \frac{L_{i-1,i}}{V_0}\right)}{1 + s \frac{\ddot{u}^2 J_i V_0}{R_i^2 E_i A_0} + s^2 \frac{\ddot{u}^2 J_i L_{i-1,i}}{R_i^2 E_i A_0}} \cdot \frac{V_{Mi}}{1 + sT_{el i}} \cdot M_i^*(s) \quad (3.52)$$

wobei mit  $\underline{c}_{Mi1}^T$  die erste Zeile von  $\mathbf{C}_{Mi}$  nach Gl. (3.42) bezeichnet wird.

Aus Gl. (3.52) erkennt man, dass das Teilsystem ein schwingungsfähiges Verhalten aufweist. Für die Eigenfrequenz und Dämpfung des Teilsystems lässt sich damit ablesen

$$\omega_{0i} = \sqrt{\frac{R_i^2 E_i A_0}{\ddot{u}^2 J_i L_{i-1,i}}}, \quad D_i = \frac{1}{2} V_0 \sqrt{\frac{\ddot{u}^2 J_i}{R_i^2 E_i A_0 L_{i-1,i}}} \quad (3.53)$$

Somit ist die Eigenfrequenz von der Betriebsgeschwindigkeit  $V_0$  unabhängig, während die Dämpfung proportional dazu ist. Je größer also  $V_0$  wird, desto steifer wird das Teilsystemverhalten. Im Stillstand besteht dagegen mit  $V_0 = 0$  keinerlei Dämpfung mehr. Dies ist der kritischste Betriebsfall.

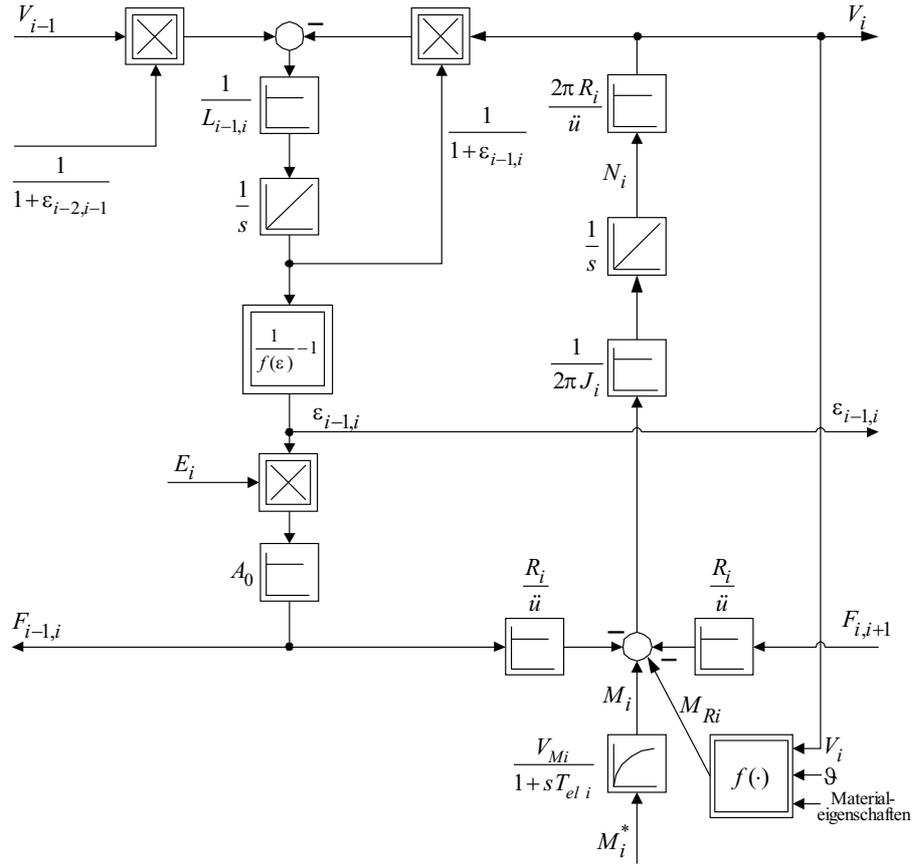
### 3.2.5.3 Signalfussplan bei nichtlinearem Bahnverhalten und starrer Kopplung

Ändert sich beim Anfahren oder Abbremsen einer kontinuierlichen Fertigungsanlage die Betriebsgeschwindigkeit  $V_0$ , so kann der Signalfussplan nach Abb. 3.11 nicht länger als Modell des Anlagenverhaltens herangezogen werden. Für diese Betriebsfälle muss die nichtlineare Lösung (3.10) der Kontinuitätsgleichung verwendet werden. Der daraus resultierende Signalfussplan ist in Abb. 3.12 dargestellt. Wie bereits im Signalfussplan für lineares Bahnverhalten wurde auch in Abb. 3.12 angenommen, dass die mechanische Verbindung von Motor und Antriebswalze aufgrund eines Direktantriebs oder einer sehr hohen Torsionseigenfrequenz der Verbindungswelle als starre Kopplung modelliert werden kann. Das Reibwiderstandsmoment  $M_{Ri}$  wird nun durch die Annahme einer veränderlichen Bahngeschwindigkeit zusätzlich eine Funktion von  $V_i$ . Je nach Anlage können unterschiedliche Reibungscharakteristiken auftreten [39, 48]. Die Abhängigkeit von der Getriebe- und Lagertemperatur sowie von der Oberflächenbeschaffenheit der Bahn bleibt erhalten. Die Anfangsbedingungen für die Funktion  $f(\varepsilon) = 1/(1 + \varepsilon_{i-1,i})$  der Dehnung, für die Motordrehzahl und das Motormoment sind nicht explizit eingezeichnet. Sie werden bei Simulation des Teilsystems als Anfangswerte in den Integratoren berücksichtigt.

### 3.2.6 Entkoppelbarkeit des Anwendungsbeispiels

In Kap. 2.4 war mit Gl. (2.28) eine Bedingung formuliert worden, mit deren Hilfe ein Mehrgrößensystem schnell auf die Entkoppelbarkeit seiner Teilsysteme bzw. Hauptregelstrecken voneinander untersucht werden kann. Ist Gl. (2.28) erfüllt, so kann theoretisch eine vollständige Entkopplung der Teilsysteme erzielt werden. Die in der Praxis erreichbare Entkopplungsqualität hängt dann nur noch vom verwendeten Verfahren ab.

In der vorliegenden Arbeit soll das betrachtete Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung mithilfe der Störgrößenaufschaltung (Kap. 6) entkoppelt werden. Daher muss zunächst untersucht werden, ob die Struktur des Mehrgrößensystems die gewünschte Entkopplung zulässt.



**Abbildung 3.12:** Signalflussplan für ein Teilsystem bei nichtlinearem Bahnverhalten und starrer Kopplung

Um die kontinuierliche Fertigungsanlage auf Entkoppelbarkeit zu untersuchen, wird die gesamtsystemorientierte Zustandsdarstellung von zwei verkoppelten Teilsystemen  $i - 1$  und  $i$  betrachtet, die sich analog zu Gl. (3.48) aufstellen lässt. Die Zustands-, Ausgangs- und Eingangsvektoren ergeben sich durch Erweiterung der Gleichungen (3.33)–(3.38) um die entsprechenden Größen des Teilsystems  $i - 1$ . Für die Differenzordnungen  $\delta_{i-1}$  und  $\delta_i$  der ergibt sich mit  $\underline{u} = [M_{i-1}^*, M_i^*]^T$  und  $\underline{y} = [F_{i-2,i-1}, F_{i-1,i}]^T$

$$\delta_{i-1} = 3 \quad (3.54)$$

$$\delta_i = 3 . \quad (3.55)$$

Die Matrix  $\mathbf{D}^*$  und ihre Determinante berechnen sich nach Gl. (2.26) zu

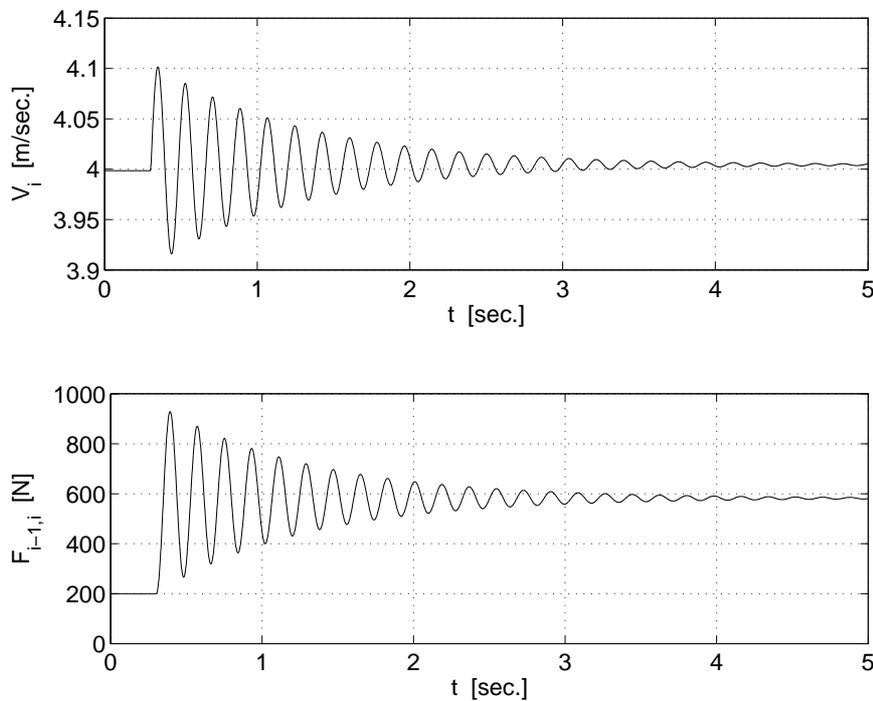
$$\mathbf{D}^* = \begin{bmatrix} \frac{E_{i-1} A_0 R_{i-1} V_{Mi-1}}{L_{i-2,i-1} \ddot{u} J_{i-1} T_{el i-1}} & 0 \\ -\frac{E_i A_0 R_{i-1} V_{Mi-1}}{L_{i-1,i} \ddot{u} J_{i-1} T_{el i-1}} & \frac{E_i A_0 R_i V_{Mi}}{L_{i-1,i} \ddot{u} J_i T_{el i}} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

$$\det(\mathbf{D}^*) = \frac{E_{i-1} E_i A_0^2 R_{i-1} R_i V_{Mi-1} V_{Mi}}{L_{i-2,i-1} L_{i-1,i} \ddot{u}^2 J_{i-1} J_i T_{el i-1} T_{el i}} \neq 0 . \quad (3.57)$$

Damit ist mit Gl. (2.28) gezeigt, dass über die beiden Eingangsgrößen  $M_{i-1}^*$  und  $M_i^*$  ein entkoppeltes Verhalten der beiden Ausgangsgrößen  $F_{i-2,i-1}$  und  $F_{i-1,i}$  erreicht werden kann.

### 3.3 Simulationsergebnisse

Anhand von Simulationsergebnissen soll in diesem Kapitel das Verhalten eines isolierten Teilsystems  $i$  sowie von zwei verkoppelten Teilsystemen  $i - 1$  und  $i$  im unregelmäßigen Fall illustriert werden. In Tabelle 3.1 sind alle Parameter und ihre Werte zusammengestellt, mit welchen die Simulationen durchgeführt wurden. Bezüglich des Teilsystemmodells wurde auf den in Abb. 3.11 dargestellten Signalflussplan für lineares Bahnverhalten und starre Koppelung zurückgegriffen. Da die Untersuchung des Teilsystems auf eine Sollmomentenanregung von Interesse ist, werden die Parameter  $E_i$  und  $M_{Ri}$  wurden auf den in der Tabelle angegebenen Werte konstant gehalten. Die Messgeber für Bahnkraft, Drehzahl und Strom wurden nicht berücksichtigt, da im unregelmäßigen Fall keine Rückführung der Regelgrößen stattfindet. Um definierte Schnittstellen für die Untersuchung zu schaffen, wurden die Koppelgrößen Bahngeschwindigkeit, Dehnung und Bahnkraft der angrenzenden Teilsysteme als konstant angenommen.



**Abbildung 3.13:** Simulationsergebnisse für Sprunganregung des unregelmäßigen Teilsystems  $i$  mit  $\Delta M_i^* = 5 \text{ Nm}$ ,  $M_R = 0 \text{ Nm}$

Abbildung 3.13 zeigt den Verlauf der Bahngeschwindigkeit  $V_i$  und der Bahnkraft  $F_{i-1,i}$  des Teilsystems  $i$  für einen Sprung des Motor-Sollmoments zum Zeitpunkt  $t = 0.3 \text{ sec.}$  um  $\Delta M_i^* = 5 \text{ Nm}$ . Vor dem Sprung befindet sich das Teilsystem im stationären Zustand. Die Sprungantworten zeigen ein schwach gedämpftes Einschwingverhalten, aus dem sich die Eigenfrequenz zu  $f_{0i} \approx 5.5 \text{ Hz}$  ablesen lässt. Mit den in Tab. 3.1 angegebenen Parametern lassen sich Eigenfrequenz und Dämpfung nach Gl. (3.53) zu

$$\omega_{0i} = 35.0219 \text{ rad/sec.} \quad (3.58)$$

$$\Rightarrow f_{0i} = 5.5739 \text{ Hz} \quad (3.59)$$

$$D_i = 0.0293 \quad (3.60)$$

berechnen. Wie aus Abb. 3.13 zu erkennen ist, bewirkt die Änderung des Motor-Sollmoments eine stationäre Erhöhung der Bahngeschwindigkeit  $V_i$ , die wiederum zu einer stationären

Parameter	Bezeichnung	Wert	Einheit
Radius Antriebswalze $i - 1$ und $i$	$R$	0.0785	m
Betriebsgeschwindigkeit	$V_0$	4	m/sec.
Nenn Drehzahl der Motoren $i - 1$ und $i$	$N_{0N}$	25.1	sec. <sup>-1</sup>
Ersatzzeitkonstante der Aktoren $i - 1$ und $i$	$T_{el}$	3	msec.
Verstärkungsfaktor der Aktoren $i - 1$ und $i$	$V_M$	2	-
Querschnittsfläche Bahn	$A_0$	$3 \cdot 10^{-5}$	m <sup>2</sup>
Nennmoment der Motoren $i - 1$ und $i$	$M_N$	40	Nm
Gesamtträgheit im Teilsystem $i - 1$ und $i$	$J$	0.073	kgm <sup>2</sup>
Übersetzungsfaktor Getriebe $i - 1$ und $i$	$\ddot{u}$	3	-
Bahnlänge im Teilsystem $i - 1$ und $i$	$L$	1.95	m
Elastizitätsmodul im Bahnabschnitt $i - 2, i - 1$ und $i - 1, i$	$E$	$8.5 \cdot 10^9$	N/m <sup>2</sup>
Reibwiderstandsmoment im Teilsystem $i - 1$ und $i$	$M_R$	0	Nm
Zustandsgrößen am Arbeitspunkt			
einlaufende Bahngeschwindigkeit	$V_{i-20}$	4	m/sec.
einlaufende Dehnung	$\epsilon_{i-3,i-20}$	$1.17 \cdot 10^{-3}$	-
Bahnkraft im Teilsystem $i - 1$	$F_{i-2,i-10}$	200	N
Dehnung im Teilsystem $i - 1$	$\epsilon_{i-2,i-10}$	$7.843 \cdot 10^{-4}$	-
Bahngeschwindigkeit im Teilsystem $i - 1$	$V_{i-10}$	3.9985	m/sec.
Motordrehzahl $i - 1$	$N_{i-10}$	24.32	sec. <sup>-1</sup>
Motormoment $i - 1$	$M_{i0}$	0	Nm
Motor-Sollmoment $i - 1$	$M_{i-10}^*$	0	Nm
Bahnkraft im Teilsystem $i$	$F_{i-1,i0}$	200	N
Dehnung im Teilsystem $i$	$\epsilon_{i-1,i0}$	$7.843 \cdot 10^{-4}$	-
Bahngeschwindigkeit im Teilsystem $i$	$V_{i0}$	3.9985	m/sec.
Motordrehzahl $i$	$N_{i0}$	24.32	sec. <sup>-1</sup>
Motormoment $i$	$M_{i0}$	5.23	Nm
Motor-Sollmoment $i$	$M_{i0}^*$	2.615	Nm
Bahnkraft im Teilsystem $i + 1$	$F_{i,i+10}$	0	N

**Tabelle 3.1:** *Simulationsparameter und Arbeitspunkt*

Erhöhung der Bahnkraft  $F_{i-1,i}$  führt. Bezüglich des Entwurfs einer dezentralen Bahnkraftregelung kann aus diesem Verhalten gefolgert werden, dass die Regelung der Bahnkraft  $F_{i-1,i}$  über das Moment bzw. die Drehzahl des nachfolgenden Walzenpaars  $i$  erreicht werden kann.

Für die Simulation von zwei verkoppelten Teilsystemen  $i - 1$  und  $i$  wurde das Gesamtsystem nach Abb. 3.14 verwendet. Auch hier wurden die Koppelgrößen der angrenzenden Teilsysteme als konstant angenommen um ausschließlich das Zusammenspiel der beiden betrachteten Teilsysteme untersuchen zu können.

Die Sprunganregung mit  $\Delta M^* = 5$  Nm erfolgte einmal an Teilsystem  $i - 1$ , einmal an Teil-

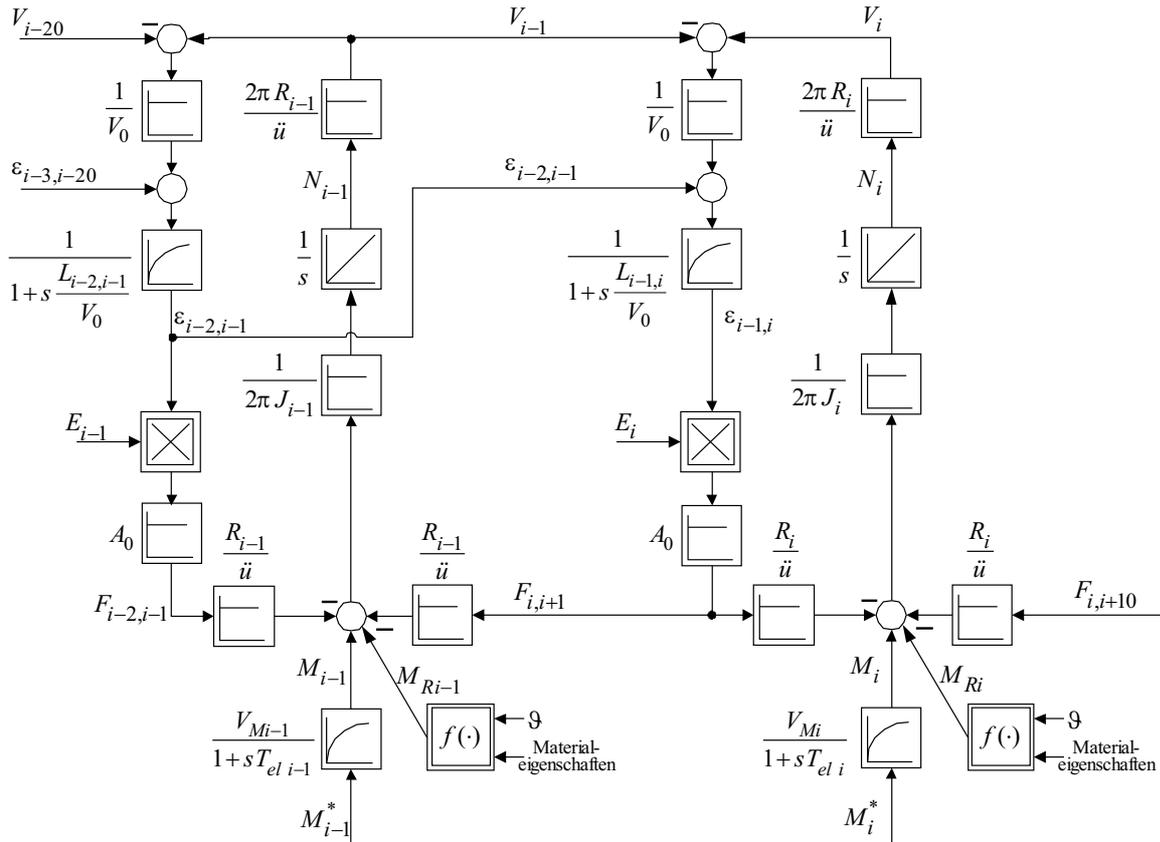


Abbildung 3.14: Signalflussplan für die Simulation der zwei verkoppelten ungerichteten Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$

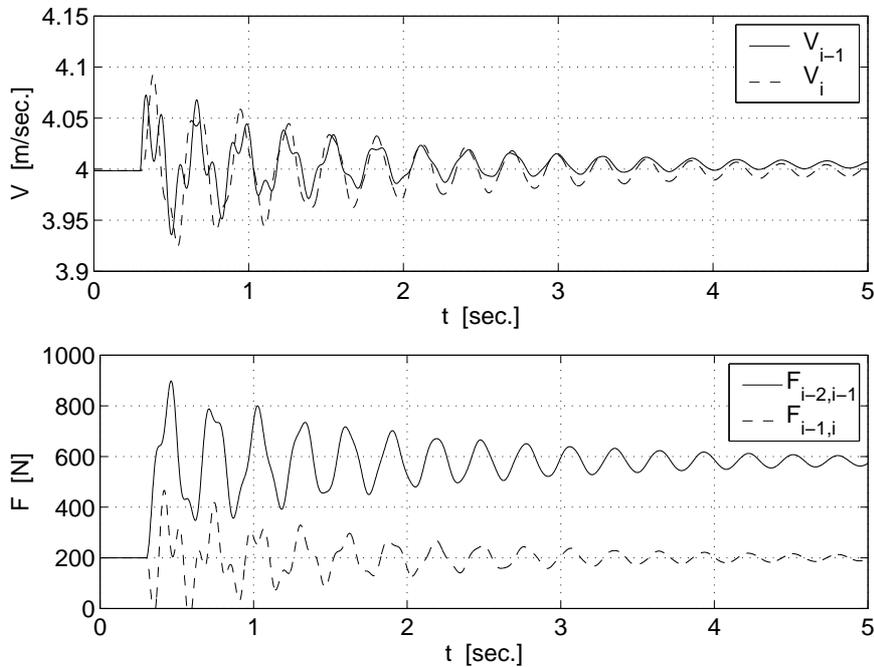
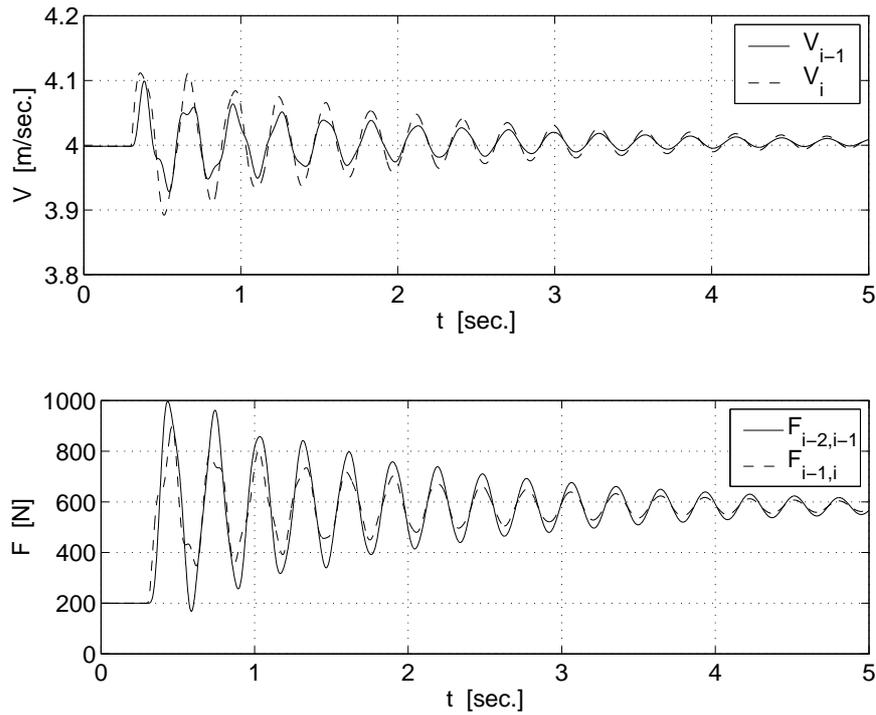


Abbildung 3.15: Simulationsergebnisse für Sprunganregung der verkoppelten ungerichteten Teilsysteme  $i$  und  $i + 1$  mit  $\Delta M_i^* = 5 \text{ Nm}$ ,  $M_R = 0 \text{ Nm}$

system  $i$ . Die Sprungantworten der Bahngeschwindigkeiten und Bahnkräfte zeigen Abb. 3.15 und 3.16. Zu erkennen ist, dass sich nun aufgrund der Kopplung durch die Materialbahn die dynamischen Änderungen in einem Teilsystem in das andere übertragen. Alle Zustandsgrößen zeigen eine Überlagerung der Eigenschwingungen beider Systeme. Die für das Einzelsystem getroffene Aussage, dass eine stationäre Änderung und damit eine Regelung der Bahnkraft über das nachfolgende Walzenpaar bewirkt werden kann, kann nun noch enger gefasst werden: In Abb. 3.15 zeigt sich, dass, während  $F_{i-2,i-1}$  durch die Sprunganregung  $\Delta M_{i-1}^* = 5 \text{ Nm}$  auf einen stationären Wert  $> 200 \text{ N}$  einschwingt,  $F_{i-1,i}$  nur dynamisch angeregt wird. Eine Regelung von  $F_{i-2,i-1}$  ist daher ausschließlich mittels  $M_{i-1}^*$  möglich.



**Abbildung 3.16:** Simulationsergebnisse für Sprunganregung der verkoppelten unregulierten Teilsysteme  $i$  und  $i+1$  mit  $\Delta M_{i+1}^* = 5 \text{ Nm}$ ,  $M_R = 0 \text{ Nm}$

## 4 Dezentraler Regelungsentwurf

### 4.1 Einleitung

Wie in Kap. 2.5 bereits hervorgehoben wurde, werden dezentrale Regelungen für Mehrgrößensysteme aus folgenden Gründen eingesetzt:

- Die Inbetriebnahme eines dezentral geregelten Mehrgrößensystems kann nach und nach erfolgen und muss jeweils nur für einen begrenzten Abschnitt des Gesamtsystems durchgeführt werden. Die Bedingungen sind somit definiert und nachträgliche Modifikationen von Reglerparametern können in der einfach gestalteten Struktur der dezentralen Teilregler schnell vorgenommen werden. Dies verkürzt die Inbetriebnahmezeit erheblich
- Bei Ausfall der Teilsystemkopplungen z. B. durch einen Bahnriß bleibt die Gesamtstabilität der Anlage gewährleistet. Die nunmehr isolierten Teilsysteme können geregelt abgebremst und stillgesetzt werden
- Sind die Teilsysteme eines Mehrgrößensystems räumlich stark verteilt angeordnet, so würde eine zentrale Signalverfügbarkeit zu einem unverhältnismäßig hohen Aufwand bei der Signalbereitstellung führen

In dem in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung werden die aus einem angetriebenen Walzenpaar und dem angrenzenden Stoffbahnabschnitt bestehenden Teilsysteme dezentral über Teilregler niedriger Ordnung geregelt. Hinsichtlich des eingesetzten Reglerkonzepts wird vorausgesetzt, dass es sich um eine kaskadierte PI-Regelung handelt, die dem industriellen Standard entspricht. Daher kann davon ausgegangen werden, dass diese Form der Regelung in Anlagen zur industriellen Herstellung und Verarbeitung von Materialbahnen bereits eingesetzt ist und sehr gute Kenntnis ihrer Funktion und Wirkungsweise besteht. Mittels der kaskadierten PI-Regelung werden die Zustandsgrößen Motordrehzahl (innere Kaskade) und Bahnkraft (äußere Kaskade) geregelt, wobei die Bahnkraft als Ausgangsgröße der äußeren Kaskade die Hauptregelgröße eines Teilsystems darstellt. Die dezentrale und zudem noch kaskadierte Reglerstruktur vereinfacht die Inbetriebnahme in mehrfacher Weise: Die Regler der Teilsysteme können sequentiell in Betrieb genommen werden; im Teilsystem selbst besteht die Möglichkeit, die Kaskadenschleifen nacheinander von innen nach außen zu implementieren, einzustellen und in Betrieb zu nehmen.

In diesem Kapitel sollen die Grundzüge des dezentralen Reglerentwurfs in kurzer Form nur insoweit dargestellt werden, wie es für das Verständnis des Entwurfs und der Problematik der in dieser Arbeit im Vordergrund stehenden Entkopplung durch Vorsteuerung benötigt wird. Dazu werden in den Kapiteln 4.2.1, 4.2.2 und 4.2.3 drei grundlegende Ansätze des dezentralen Reglerentwurfs vorgestellt. In Kap. 4.3 wird auf den bei dezentralen Regelungen wichtigen Stabilitätsnachweis des Verbundsystems aus dezentral, auch über Teilbeobachter geregelten Teilsystemen eingegangen. Kap. 4.4 behandelt die Anwendung des Entwurfs dezentraler Regler am isolierten Teilsystem auf den bereits in Kap. 3 detailliert vorgestellten Prozess der kontinuierlichen Fertigung und stellt das Führungs- und Störverhalten anhand von Simulationsergebnissen dar.

Die Grundlagen des bereits zu Beginn der 70er Jahre aufgekommenen dezentralen Reglerentwurfs wurde im deutschsprachigen Raum 1983 durch die umfassende Arbeit von L. Litz gelegt. In [13] sichtet er die bis zu diesem Zeitpunkt bestehende Literatur, ordnete die Ansätze und wies vielen bis dato unsauber verwendeten Begriffen und Bezeichnungen aus dem Umfeld der dezentralen Regelung feste Definitionen zu. In der englischsprachigen Literatur zur dezentralen Regelung, wie z. B. [34], konnten sich die von Litz eingeführten handlicheren Beschreibungsformen für Mehrgrößensysteme nicht durchsetzen. Hier werden überwiegend an der gesamtsystemorientierten Form (2.2), (2.3) ausgerichtete Darstellungsformen verwendet. Da diese für die Betrachtung einzelner Teilsysteme jedoch unhandlich sind, wird bei den Ausführungen in diesem Kapitel überwiegend auf [13] zurückgegriffen.

Bevor auf den Reglerentwurf eingegangen wird, soll zunächst kurz auf die Begriffe *fixer Pole* und *dezentrale Stabilisierbarkeit* eingegangen werden. Diese Begriffe spielen für den Entwurf dezentraler Regler eine essentielle Rolle und können daher nicht unerwähnt bleiben.

#### 4.1.1 Fixe Pole

Ziel der Regelung ist es, die Dynamik und damit die Pollagen der Regelstrecke so zu beeinflussen, dass sich für das Gesamtsystem aus Regelung und Strecke ein bestimmtes gewünschtes dynamisches Verhalten ergibt. Je besser also die Pole der Regelstrecke hin zu der vorgegebenen Lage oder in das vorgegebene Polgebiet verschoben werden können, desto eher wird die Gesamtsystemdynamik dem Wunschverhalten entsprechen. Jedoch kann auch der Fall auftreten, dass Streckenpole nicht durch eine Regelung verschoben werden können, und somit das dynamische Verhalten zum Teil unbeeinflussbar bleibt. Für die Reglerauslegung ist es daher von Bedeutung, wieviele und welche der Streckenpole fix, d. h. unverschiebbar sind.

Im Fall einer zentralen Regelung ist der Nachweis sowie die Bestimmung der zentralen fixen Pole gut erforscht: die zentralen fixen Pole des dynamischen Systems (2.2), (2.3), bezeichnet mit  $\{\lambda_{ZF}(\mathbf{A})\}$ , sind die nicht gleichzeitig steuer- und beobachtbaren (d. h. nicht regelbaren) Eigenwerte der Matrix  $\mathbf{A}$ . Sie können nicht durch eine wie auch immer geartete zentrale Rückführung von  $\underline{y}$  auf  $\underline{u}$  verschoben werden. Damit ist die Fixheit eine Struktureigenschaft eines zentral geregelten Systems. Zur Auffindung dienen die bereits in Kap. 2.3 angesprochenen Kriterien von E. G. Gilbert und M. Hautus.

Analog zum zentralen Fall gilt im Fall einer dezentralen Regelung: die dezentralen fixen Pole des dynamischen Systems (2.2), (2.3), bezeichnet mit  $\{\lambda_{DZF}(\mathbf{A})\}$ , sind diejenigen Eigenwerte von  $\mathbf{A}$ , die nicht durch dezentrale Regler mit konstanter Ausgangsrückführung verschoben werden können.

Da die zentralen fixen Pole  $\{\lambda_{ZF}(\mathbf{A})\}$  nicht durch eine zentrale Regelung, die z. B. bei Zustandsrückführung mit maximaler Systeminformation versorgt wird, verschoben werden können, ist klar, dass diese durch eine dezentrale Regelung, der nun nicht mehr die volle Systeminformation, sondern lediglich Teilmaterie in Form des Messvektors  $\underline{y}_{Mi}$  zur Regelung zur Verfügung steht, ebenfalls nicht verschiebbar sind. Daher kann  $\{\lambda_{ZF}(\mathbf{A})\}$  als Teilmenge von  $\{\lambda_{DZF}(\mathbf{A})\}$  angesehen werden:

$$\{\lambda_{ZF}(\mathbf{A})\} \subseteq \{\lambda_{DZF}(\mathbf{A})\} \subseteq \{\lambda(\mathbf{A})\}, \quad (4.1)$$

wobei  $\{\lambda(\mathbf{A})\}$  die Menge aller Eigenwerte von  $\mathbf{A}$  bezeichnet.

Was die Nachweisbarkeit der fixen Pole angeht, so können im dezentralen Fall keine so weitreichenden Aussagen wie im zentralen Fall gemacht werden. Aufgrund der äußerst komplexen

Problematik sind Aussagen zu dezentralen fixen Polen schwierig; bestehende Kriterien zum Nachweis dezentraler fixer Pole decken häufig nur Spezialfälle ab und sind daher meist nur von hinreichender Natur. Dies spiegelt sich auch in der obigen Aussage zur Definition des Begriffs dezentraler fixer Pol wider, bei der als Regler nur die konstante Ausgangsrückführung (die jedoch den Fall der konstanten Zustandsrückführung mit abdeckt, wenn  $\mathbf{C}_{\mathbf{M}i} = \mathbf{E}$  gesetzt wird) genannt wird.

Durch die beiden im folgenden aufgeführten Kriterien, die sich auf die ein- ausgangsorientierte Darstellung mit den Gleichungen (2.5), (2.6) sowie die verkopplungsorientierte Darstellung mit den Gleichungen (2.12)–(2.16) beziehen, kann ein dezentraler fixer Pol des Systems (2.2), (2.3) erkannt werden.

- Der Eigenwert  $\lambda_i$  ist genau dann ein dezentraler fixer Pol, wenn für mindestens eine Aufteilung der Indexmenge  $\Theta = \{1, \dots, N\}$  in zwei komplementäre Teilmengen  $\Theta_1$  und  $\Theta_2$  mit

$$\begin{aligned}\Theta_1 &= \{\nu_1, \dots, \nu_k\} \\ \Theta_2 &= \{\nu_{k+1}, \dots, \nu_N\} \\ \Theta &= \Theta_1 \cup \Theta_2 \\ \{\} &= \Theta_1 \cap \Theta_2 \\ N &: \text{Anzahl der Teilsysteme}\end{aligned}$$

gilt:

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{E} - \mathbf{A} & \mathbf{B}_{\nu_1} & \dots & \mathbf{B}_{\nu_k} \\ \mathbf{C}_{\nu_{k+1}} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{C}_{\nu_N} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix} < n \quad \text{mit } n: \text{Ordnung des Gesamtsystems} \quad . \quad (4.2)$$

Für den Fall, dass es sich bei  $\lambda_i$  um einen mehrfachen Eigenwert handelt, müssen zusätzliche Untersuchungen klären, wie vielfach fix  $\lambda_i$  ist.

- Der Teilsystemeigenwert  $\lambda_j$  ist dann sicher ein dezentraler fixer Pol von  $\mathbf{A}$ , wenn er bezogen auf die  $N_i$  dezentralen Ein- Ausgangsgruppen des  $i$ -ten unverkoppelten<sup>1)</sup> Teilsystems dezentraler fixer Pol in irgendeinem dieser Teilsysteme ist, wenn also für ein  $i$  aus  $i = 1, \dots, N$  gilt:

Es existiert eine Aufteilung der Indexmenge  $\Theta_i = \{1, \dots, N_i\}$  in zwei komplementäre Teilmengen  $\Theta_{i1}$  und  $\Theta_{i2}$  mit

$$\begin{aligned}\Theta_{i1} &= \{\nu_{i1}, \dots, \nu_{ik}\} \\ \Theta_{i2} &= \{\nu_{ik+1}, \dots, \nu_{iN_i}\} \\ \Theta_i &= \Theta_{i1} \cup \Theta_{i2} \\ \{\} &= \Theta_{i1} \cap \Theta_{i2},\end{aligned}$$

<sup>1)</sup> als unverkoppelt soll ein Teilsystem bezeichnet werden, das durch die Gleichungen (2.12)–(2.14) beschrieben wird, für das jedoch Gl. (2.16) nicht gilt. Die als unverbunden angenommenen Koppelein- und ausgänge werden somit als zusätzliche Ein- und Ausgänge des Teilsystems betrachtet.

so dass

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \lambda_j \mathbf{E} - \mathbf{A}_{ii} & \mathbf{B}_{i\nu_{i1}} & \cdots & \mathbf{B}_{i\nu_{ik}} \\ \mathbf{C}_{i\nu_{ik+1}} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{C}_{i\nu_{iN_i}} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix} < n_i \quad \text{mit } n_i: \text{ Ordnung des Teilsystems } i \quad . \quad (4.3)$$

Die Matrizen  $\mathbf{B}_{i\nu_{i1}}, \dots, \mathbf{B}_{i\nu_{ik}}$  und  $\mathbf{C}_{i\nu_{ik+1}}, \dots, \mathbf{C}_{i\nu_{iN_i}}$  entstehen dabei im Zuge einer einheitlichen Bezeichnung aller dezentralen Ein- Ausgangsgruppen; hinter ihnen verbergen sich direkt oder indirekt die Koppelmatrizen  $\mathbf{B}_{\mathbf{K}i}$ ,  $\mathbf{C}_{\mathbf{K}i}$  und die Messausgangsmatrix  $\mathbf{C}_{\mathbf{M}i}$ .

Das Aufstellen der Matrix aus Gl. (4.3) scheint zunächst sehr kompliziert. Da es sich im realen Fall jedoch eher selten ergibt, dass sehr viel mehr dezentrale Ein- Ausgangsgruppen als die Paare  $(\underline{u}_{K_i}, \underline{y}_{K_i})$  und  $(\underline{u}_{S_i}, \underline{y}_{M_i})$  vorhanden sind, schrumpft die Matrix aus Gl. (4.3) meist zusammen. Jedoch ist der Nachweis dennoch aufwändig, da jedes Teilsystem einzeln auf die Existenz der komplementären Teilmengen  $\Theta_1$  und  $\Theta_2$  überprüft werden muss.

Abhängig davon, in welcher Darstellungsart das zu untersuchende System bereits vorliegt, kann die Bestimmung der dezentralen fixen Pole anhand von Gl. (4.2) oder (4.3) erfolgen. Da das Kriterium (4.3) jedoch nur hinreichenden Charakter hat, muss bei verkopplungsorientierter Darstellung zusätzlich noch Kriterium (4.2) herangezogen werden.

#### 4.1.2 Dezentrale Stabilisierbarkeit

Da dezentrale fixe Pole durch dezentrale Regelungen nicht verschoben werden können, tritt ein Problem auf, wenn diese Pole instabil sind. Das System wird dann als nicht dezentral stabilisierbar bezeichnet. Soll also ein instabiles dynamisches System mithilfe einer dezentralen Regelung stabilisiert werden, so dürfen keine dezentralen fixen Pole mit einem Realteil größer oder gleich Null auftreten.

Der Nachweis dezentraler fixer Pole ist jedoch aufwändig, wie die in Kap. 4.1.1 angegebenen Kriterien gezeigt haben. Daher wäre es hilfreich, wenn vor einer aufwändigen Berechnung dieser Pole das betrachtete System schnell auf die allgemeine Eigenschaft der dezentralen Stabilisierbarkeit überprüft werden könnte. Kriterien, die eine schnelle Aussage über die dezentrale Stabilisierbarkeit eines Systems zulassen, bestehen jedoch nur für Spezialfälle und liefern daher keine allgemeine Aussage.

In [13] wird daher vorgeschlagen, mittels Ordnungsreduktion ein System höherer Ordnung in ein System niedriger Ordnung zu überführen, so dass dabei genau die dezentralen fixen (stabilen oder instabilen) sowie die nur schlecht verschiebbaren Pole entfernt werden. Auf die Verfahren zur Ordnungsreduktion soll jedoch in dieser Arbeit nicht eingegangen werden.

## 4.2 Entwurfsverfahren für dezentrale Regler

Wie bereits in Kap. 2.5 dargestellt wurde, können dezentrale Regler mittels zentraler oder dezentraler Entwurfsverfahren berechnet werden. Die zentralen Entwurfsverfahren nutzen die gute Kenntnis der zentralen Entwurfsverfahren für zentrale Regelungen und haben den

Vorteil, dass die Stabilität des Gesamtsystems leicht nachzuweisen ist. Ihr Nachteil ist, dass die Berechnung der Regler bei hohen Systemordnungen extrem aufwändig wird. Als zentral werden diejenigen Entwurfsverfahren bezeichnet, die die Gleichungen (2.2), (2.3) des Gesamtsystems oder die ein- ausgangsorientierte Darstellung (2.5), (2.6) bei der Reglerberechnung verwenden. Auf diese Verfahren soll jedoch nicht eingegangen werden, da es sich bei dem in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung um Systeme sehr hoher Ordnung handelt.

Dezentrale Entwurfsverfahren für dezentrale Regler verwenden die teilsystemorientierte Darstellung (2.8), (2.9) oder die verkopplungsorientierte Darstellung (2.12), (2.14), wobei in dieser Arbeit hauptsächlich auf die letztere Beschreibungsform eingegangen wird. Bei den dezentralen Entwurfsverfahren werden die dezentralen Regler für Teilsysteme niedriger Ordnung entworfen; hohe Gesamtsystemordnungen rufen damit keine Aufwandserhöhung hervor. Jedoch besteht hier der Nachteil, dass ein Stabilitätsnachweis für den geregelten Teilsystemverbund sehr schwierig ist, auch wenn mit den entworfenen dezentralen Reglern Stabilität erzielt werden konnte. In [13] sind mehrere Verfahren angegeben, von denen das jeweils geeignete zum Stabilitätsnachweis herangezogen werden muss. Kap. 4.3 fasst die wichtigsten dieser Verfahren zusammen.

Beim dezentralen Entwurf dezentraler Regler kann prinzipiell auf zwei Wegen vorgegangen werden:

- Reglerentwurf am isolierten Teilsystem
- Reglerentwurf am abgeschlossenen Teilsystem

Beide Verfahren sollen im folgenden dargestellt werden.

Am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme wurde 1993 von W. Wolfermann [72] ein weiteres Verfahren des dezentralen Entwurfs dezentraler Regler entwickelt, die *Dezentrale Entkopplung*. Hier wird für den Reglerentwurf das unverkoppelte Teilsystem herangezogen. Auch dieses Verfahren soll kurz dargestellt werden.

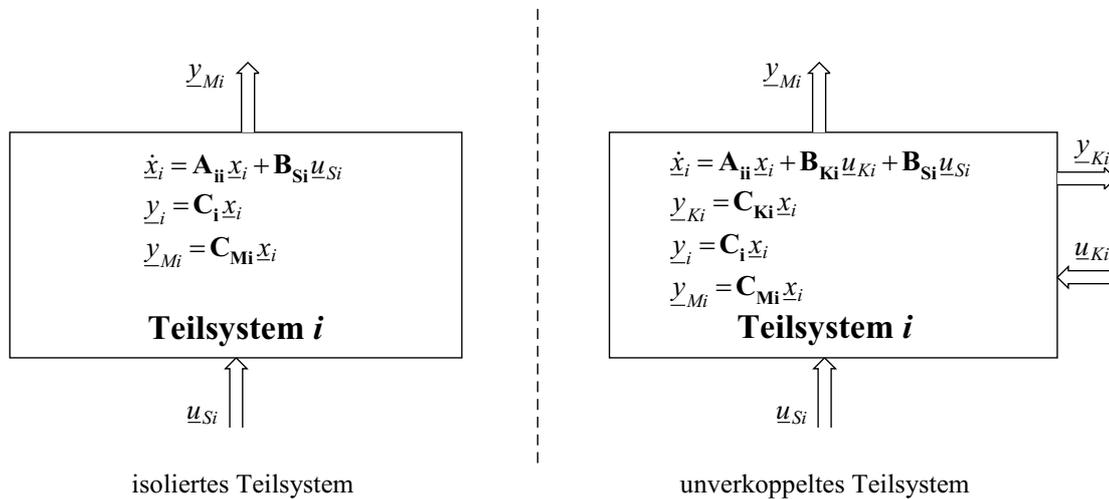
#### 4.2.1 Reglerentwurf am isolierten Teilsystem

Dieses Verfahren ist die im Zusammenhang des dezentralen Entwurfs dezentraler Regler am längsten verwendete und daher die bekannteste Methode. In industriellen Anwendungen ist sie das am weitesten verbreitete Regelkonzept. Für die Auslegung können aus der zentralen Regelung bekannte Verfahren wie z. B. die Minimierung von Gütefunktionalen verwendet werden. Da die Teilsystemordnung meist sehr niedrig ist, können vorteilhaft auch die klassischen Standardregler P, PI und PID eingesetzt werden. Die sehr einfache Vorgehensweise des Reglerentwurfs am isolierten Teilsystem hat jedoch den Nachteil, dass — unter der Annahme von Verbundstabilität — die Teilregler ein unbefriedigendes dynamisches Störverhalten aufweisen, da die Teilsystemverkopplungen bei der Reglerauslegung vom Ansatz her unberücksichtigt bleiben. Bei Änderungen der Zustandsgrößen eines Teilsystems, z. B. hervorgerufen durch Sollwertänderungen oder Auftreten von Prozess-Störungen, wirken die Zustandsgrößen durch die Teilsystemverkopplungen als Störungen auf die Nachbar-teilsysteme ein. Um diese Störungen stationär zu bekämpfen, müssen beim Reglerentwurf am isolierten Teilsystem stets integrale Anteile im Regler vorhanden sein. Doch auch wenn integrale Anteile im Regler vorhanden sind, kann aufgrund des isolierten Entwurfs beim Zusammenschalten der geregelten Teilsysteme instabiles Verhalten aufgrund unkontrollierbarer

Polverschiebungen durch die nun massiv auf die Regelung wirkenden Störungen auftreten. Daher sollte gerade bei Entwurf der Regelung am isolierten Teilsystem vor dem Zusammenschalten zum Teilsystemverbund ein Stabilitätsnachweis, z. B. wie er in Kap. 4.3 vorgestellt wird, erbracht werden.

Trotz dieses Nachteils besteht der Reglerentwurf am isolierten Teilsystem durch seine Einfachheit und die Verwendbarkeit wohl bekannter Entwurfsmethoden. Er ist daher auch in industriellen Anlagen die am weitesten verbreitete Regelungsmethode. Aus diesem Grund ist die Untersuchung und Beseitigung des genannten Nachteils durch Verfahren der Vorsteuerung bzw. Störgrößenaufschaltung zentraler Punkt der vorliegenden Arbeit.

Ausgangspunkt für den Reglerentwurf am isolierten Teilsystem sind die Gleichungen (2.12)–(2.16). Im Gegensatz zu dem im Zusammenhang mit den fixen Polen (Kap. 4.1.1) verwendeten unverkoppelten Teilsystem, bei dem nur die Koppelbeziehung (2.16) unberücksichtigt bleibt, wird jedoch zur tatsächlichen Isolierung des Teilsystems auch die Teilsystemverkoppelung, beschrieben durch die Matrizen  $\mathbf{B}_{\mathbf{K}i}$  und  $\mathbf{C}_{\mathbf{K}i}$ , ignoriert. Abb. 4.1 zeigt die Unterschiede zwischen diesen beiden Formen des Freischneidens.



**Abbildung 4.1:** Gegenüberstellung des  $i$ -ten isolierten und des  $i$ -ten unverkoppelten Teilsystems in verkopplungsorientierter Darstellung

Die Systemgleichungen für das isolierte Teilsystem können aus Abb. 4.1 abgelesen werden zu

$$\dot{\underline{x}}_i = \mathbf{A}_{ii} \underline{x}_i + \mathbf{B}_{Si} \underline{u}_{Si} \quad (4.4)$$

$$\underline{y}_i = \mathbf{C}_i \underline{x}_i \quad (4.5)$$

$$\underline{y}_{Mi} = \mathbf{C}_{Mi} \underline{x}_i. \quad (4.6)$$

Da diese Gleichungen nun dieselbe Form wie die Gl. (2.2), (2.3), (2.4) des Gesamtsystems aufweisen, kann auf Entwurfsverfahren für zentrale Regelungen zurückgegriffen werden.

Regelungen für lineare zeitinvariante Systeme können grundsätzlich in zwei Varianten eingeteilt werden. Zum einen in die konstante Zustands- bzw. Ausgangsrückführung,

$$\underline{u}_{Si} = -\mathbf{K}_i \underline{x}_i \quad (4.7)$$

bzw.

$$\underline{u}_{Si} = -\mathbf{K}_i \underline{y}_{Mi}, \quad (4.8)$$

zum anderen in die dynamische Zustands- bzw. Ausgangsrückführung, bei der der Teilregler  $i$  den eigenen Zustandsvektor  $\underline{x}_{i\text{Regelung}}$  aufweist. Zustandsgleichung

$$\dot{\underline{x}}_{i\text{Regelung}} = \mathbf{F}_i \underline{x}_{i\text{Regelung}} - \mathbf{J}_i \underline{x}_i + \mathbf{L}_i \underline{w}_i \quad (4.9)$$

Hierbei steht  $\mathbf{F}_i$  für die Zustandsmatrix des Teilreglers  $i$ ,  $\mathbf{J}_i$  und  $\mathbf{L}_i$  sind die Eingangsmatrizen bezüglich der Zustände bzw. der Sollwerte des Teilsystems.

In die Stelleingänge  $\underline{u}_{S_i}$

$$\underline{u}_{S_i} = \mathbf{Q}_i \underline{x}_{i\text{Regelung}} - \mathbf{K}_i \underline{x}_i + \mathbf{S}_i \underline{w}_i \quad (4.10)$$

gehen somit die Zustände des Teilreglers (Matrix  $\mathbf{Q}_i$ ), die Streckenzustände (Regler-rückführmatrix  $\mathbf{K}_i$ ) und die Sollwerte (Matrix  $\mathbf{S}_i$ ) des Teilsystems ein.

Für Ausgangsrückführung ergeben sich analoge Verhältnisse:

$$\underline{u}_{S_i} = \mathbf{Q}_i \underline{x}_{i\text{Regelung}} - \mathbf{K}_i \underline{y}_{M_i} + \mathbf{S}_i \underline{w}_i \quad (4.11)$$

$$\dot{\underline{x}}_{i\text{Regelung}} = \mathbf{F}_i \underline{x}_{i\text{Regelung}} - \mathbf{J}_i \underline{y}_{M_i} + \mathbf{L}_i \underline{w}_i .$$

Bezeichnet man die Ordnung des Teilreglers  $i$  mit  $v_i$  und wird angenommen, dass gleichviele Sollwerte  $\underline{w}_i$  vorgegeben werden, wie Hauptregelgrößen  $\underline{y}_i$  bzw. Stelleingänge  $\underline{u}_{S_i}$  vorhanden sind, so weisen die Matrizen  $\mathbf{Q}_i$ ,  $\mathbf{K}_i$ ,  $\mathbf{S}_i$ ,  $\mathbf{F}_i$ ,  $\mathbf{J}_i$  und  $\mathbf{L}_i$  folgende Dimensionen auf:  $\dim(\mathbf{Q}_i) = [m_i \times v_i]$ ,  $\dim(\mathbf{K}_i) = [m_i \times p_i]$ ,  $\dim(\mathbf{S}_i) = [m_i \times m_i]$ ,  $\dim(\mathbf{F}_i) = [v_i \times v_i]$ ,  $\dim(\mathbf{J}_i) = [v_i \times p_i]$ ,  $\dim(\mathbf{L}_i) = [v_i \times m_i]$ . Um vollständige Zustandsrückführung wie in Gl. (4.7) und (4.10) zu gewährleisten, müssen die nicht messbaren Zustandsgrößen geschätzt werden, z. B. mittels eines Zustandsbeobachters, wie er in Kap. 5 beschrieben wird. Unter die mit Gl. (4.7) und (4.8) beschriebene Form fällt z. B. die proportionale Zustandsregelung, in die dynamische Klasse (4.10) und (4.11) fallen die Zustandsregelung mit Führungsintegrator, die klassischen Standardregler mit integralen und differenzierenden Anteilen sowie aufwändigere dynamische Reglerstrukturen.

Für den Entwurf von Zustandsregelungen proportionaler Art oder mit integralem Anteil können die Verfahren *Minimierung eines Gütefunktional*s oder *Polvorgabe* herangezogen werden. Sie sind in Kap. 5.2.1 im Zusammenhang mit dem Zustandsbeobachterentwurf ausführlich dargestellt. Die vorliegende Arbeit konzentriert sich jedoch aus den bereits genannten Gründen der großen Verbreitung auf die herkömmlichen Reglerstrukturen. Da diese am leichtesten auf SISO-Systeme bzw. auf Systeme mit einer Hauptregelgröße und einer Stellgröße anwendbar sind, soll für den Reglerentwurf am isolierten Teilsystem

$$\underline{u}_{S_i} \longrightarrow u_{S_i} \quad (4.12)$$

$$\underline{y}_i \longrightarrow y_i \quad (4.13)$$

und damit

$$\mathbf{C}_i \longrightarrow \underline{c}_i^T \quad (4.14)$$

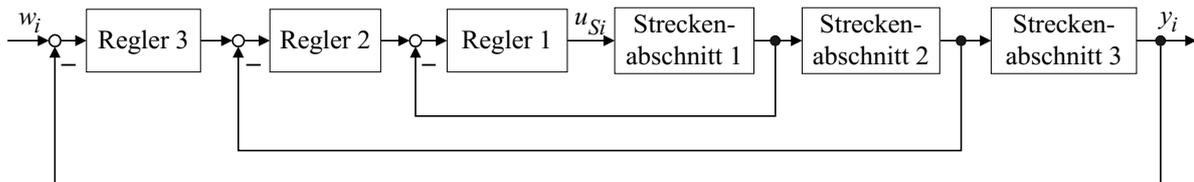
angenommen werden.

Die klassische Standardregelung verwendet häufig aus praktischen Gründen die geschachtelte Struktur der Kaskade. Diese hat den Vorteil, dass nicht nur die Hauptregelgröße in die Regelung zurückgeführt wird, sondern auch weitere wichtige Nebenregelgrößen während des Ausregelvorgangs von  $y^i$  unter Kontrolle gehalten werden. Damit zerfällt die beim herkömmlichen Reglerentwurf gerne betrachtete Streckenübertragungsfunktion

$$\frac{y_i(s)}{u_{S_i}(s)} = \underline{c}_i^T (s\mathbf{E} - \mathbf{A}_{ii})^{-1} \mathbf{B}_{S_i} \quad (4.15)$$

in mehrere Streckenabschnitte sehr niedriger Ordnung, für die P- oder PI-Regler ausreichend sind. Sie können nach den gut bekannten Standardoptimierungsverfahren Betragsoptimum (BO), Symmetrisches Optimum (SO) oder dem Dämpfungsoptimum (DO) [31] ausgelegt werden. Ein weiterer Vorteil einer Kaskadenregelung ist, dass die in eine Teilstrecke eingreifenden Störgrößen bereits bei der nächsten inneren Regelgröße erfasst und somit schneller ausgeregelt werden können. Darüberhinaus ermöglicht die Kaskadierung die sehr bequeme schleifenweise Inbetriebnahme von der innersten zur äußersten Schleife.

Abbildung 4.2 zeigt die sich ergebende Strukturierung für drei Kaskadenschleifen.



**Abbildung 4.2:** *Struktur einer Kaskadenregelung*

Gegenüber einschleifigen Regelkreisen kann eine Regelung mit kaskadierter Struktur bei Führungsgrößenänderungen eventuell langsamer reagieren. Grund hierfür ist, dass der obersten Hauptregelschleife ein oder mehrere geschlossene Regelkreise unterlagert sind, welche die erreichbare Dynamik begrenzen. Daher ist es wichtig, dass Mess- wie auch Stellglieder in unterlagerten Regelkreisen schnelles dynamisches Verhalten aufweisen.

Die Tatsache, dass bei Kaskadenregelung für jeden Regelkreis eine eigene Messwerterfassung sowie ein eigener Regler notwendig ist, kann nur im Vergleich mit einer einschleifigen Regelung — die wiederum ihre eigenen Nachteile aufweist — als Nachteil angesehen werden. Bei Vergleich mit einer Zustandsregelung mit vollständiger Zustandsrückführung bleibt als Nachteil nur die niedrigere erzielbare Dynamik bestehen.

Voraussetzung für den Einsatz einer Kaskadenregelung ist, dass die Regelstrecke, wie in Abb. 4.2 gezeigt, in eine Kettenstruktur rückwirkungsfreier Übertragungselemente aufteilbar sein muss. Ist dies nicht der Fall, muss eventuell mit zusätzlichen Maßnahmen wie Vorsteuerungen eine annähernde Kettenstruktur erzeugt werden. Auch im in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung von Materialbahnen ist, bezogen auf die Regelstrecke, die sich bei Motordrehzahl- und Bahnkraftregelung in einem Teilsystem ergibt, eine reine Kettenstruktur nicht gegeben. Wie Abb. 3.14 zeigt, wird durch die Rückwirkung der Bahnkraft auf die Momentensummutationsstelle in Form eines Widerstandsmoments die gewünschte reine Kettenstruktur durchbrochen. Da die Zeitkonstante  $L_{i-1,i}/V_0$  beim Bahnkraftaufbau jedoch gegenüber der Dynamik des Drehzahlregelkreises relativ groß ist, kann diese Rückwirkung als langsame Störung interpretiert werden. Für die Regelung der einzelnen Streckenabschnitte sind daher PI-Regler ausreichend.

In Kap. 4.4 wird der Reglerentwurf am isolierten Teilsystem für das Anwendungsbeispiel einer kontinuierlichen Fertigungsanlage durchgeführt.

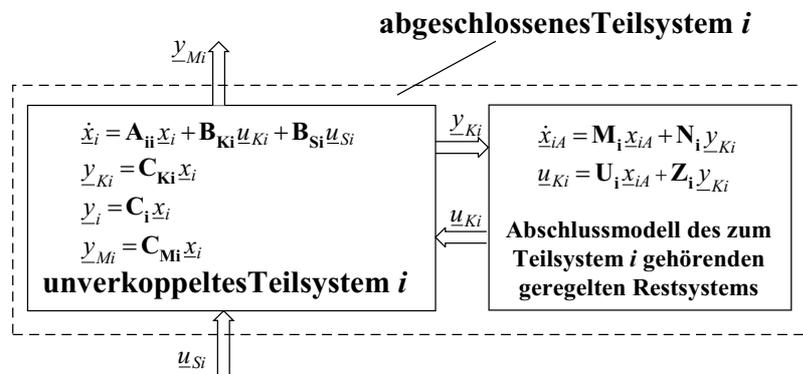
#### 4.2.2 Reglerentwurf am abgeschlossenen Teilsystem

Auch wenn in dieser Arbeit der Reglerentwurf am isolierten Teilsystem im Zentrum der Aufmerksamkeit steht, soll dennoch die von Litz in [13] vorgestellte Methode des Reglerentwurfs am abgeschlossenen Teilsystem kurz dargestellt werden.

Bei diesem Verfahren wird vom unverkoppelten Teilsystem (Abb. 4.1) ausgegangen und dieses durch ein ordnungsreduziertes Abschlussmodell erweitert, welches das dynamische Verhalten des geregelten Restsystems annähernd wiedergibt. Beim Reglerentwurf wird das Abschlussmodell der Regelstrecke zugeschlagen und damit die Teilsystemverkopplungen näherungsweise berücksichtigt.

Zum Reglerentwurf können wie auch beim Entwurf am isolierten Teilsystem wohl bekannte Verfahren für zentrale Regelungen verwendet werden. Da jedoch die Teilsystemordnung durch das Abschlussmodell erhöht ist, können die einfachen klassischen Standardregler weniger leicht eingesetzt werden.

Wird mit  $\underline{x}_{iA}$  der Zustandsvektor des zum  $i$ -ten Teilsystems gehörende Abschlussmodell des geregelten Restsystems bezeichnet, so kann die Zustandsdarstellung des Abschlussmodells aufgestellt werden (Abb. 4.3).



**Abbildung 4.3:** Ausgangsbasis für den Reglerentwurf am abgeschlossenen Teilsystem

Es wird dazu die verkopplungsorientierte Darstellung, Kap. 2.2, verwendet. Eingänge des Abschlussmodells sind die Koppelausgänge  $\underline{y}_{Ki}$  des Teilsystems, Ausgänge sind die genäherten Koppelleingänge  $\underline{u}_{Ki}$ .

$$\dot{\underline{x}}_{iA} = \mathbf{M}_i \underline{x}_{iA} + \mathbf{N}_i \underline{y}_{Ki} \quad (4.16)$$

$$\underline{u}_{Ki} = \mathbf{U}_i \underline{x}_{iA} + \mathbf{Z}_i \underline{y}_{Ki} \quad (4.17)$$

Für die Bestimmung der Matrizen  $\mathbf{M}_i$ ,  $\mathbf{N}_i$ ,  $\mathbf{U}_i$  und  $\mathbf{Z}_i$  liegen keine allgemein gültigen Regeln vor. Nur für den Fall, dass aufgrund der Verkopplungsstruktur nicht jede Komponente von  $\underline{y}_{Ki}$  auf jede Komponente von  $\underline{u}_{Ki}$  zurückwirkt, ist in [13] ein Entwurfsalgorithmus für das Abschlussmodell angegeben. Die Matrizen haben dann Blockdiagonalform und die Zusammenhänge zwischen  $\underline{u}_{Ki}$  und  $\underline{y}_{Ki}$  können durch einzelne Übertragungsfunktionen beschrieben werden.

In jedem Fall ist jedoch zur Berechnung der Abschlussmodell-Matrizen Vorwissen über die zu entwerfenden dezentralen Regelungen der im Restsystem zusammengefassten  $N - 1$  Teilsysteme  $1, \dots, i - 1, i + 1, \dots, N$  unerlässlich. Dabei besteht das Hauptproblem darin, dass die Regler der restlichen Teilsysteme zunächst nicht bekannt sind, jedoch das dynamische Verhalten des zu berechnenden Abschlussmodells bestimmen. Wenn nötig, muss durch aufwändige Iteration von Teilreglerentwurf und Abschlussmodellberechnung eine geeignete Einstellung der dezentralen Teilregler gefunden werden.

Vorteil des Reglerentwurfs am abgeschlossenen Teilsystem ist vor allem die geringere Neigung zur Instabilität des Teilsystemverbunds. Darüberhinaus können die für die Regelung

aufgestellten Abschlussmodelle für einen späteren Beobachterentwurf, z. B. Kap. 5.3.2.2, herangezogen werden.

### 4.2.3 Reglerentwurf am unverkoppelten Teilsystem – Dezentrale Entkopplung

Die Dezentrale Entkopplung wurde 1993 von W. Wolfermann am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme entwickelt und u. a. in [72, 73, 74, 31] veröffentlicht. Das Verfahren wurde bereits im Rahmen von zahlreichen Projekten des Lehrstuhls und seinen Industriepartnern in der Praxis angewendet. Darüberhinaus ist das Verfahren Bestandteil verschiedener vom Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme angebotener Vorlesungen [25, 26].

Die Regelungsstruktur der Dezentralen Entkopplung unterscheidet sich nicht von einem am isolierten Teilsystem entworfenen Zustandsregler nach Gl. (4.7) oder (4.10). Jedoch werden die Koeffizienten der Reglermatrix  $\mathbf{K}_i$  auf spezielle Weise so eingestellt, dass das geregelte Teilsystem nicht nur die Forderung nach Stabilität und gewünschter Dynamik erfüllt, sondern zusätzlich noch unempfindlich wird gegenüber den Koppelgrößen des Teilsystems, d. h. gegenüber dem Einfluss des Restsystems. Bei der Bestimmung der Reglermatrix  $\mathbf{K}_i$  tritt damit als Einstellkriterium zu der bekannten Verschiebung der Pole in ein gewünschtes Polgebiet (Abb. 5.2) nun als neuer Punkt die Empfindlichkeit der Pole bezüglich der Vektoren  $\underline{u}_{Ki}$  und  $\underline{y}_{Ki}$  hinzu.

Der Reglerentwurf sei im folgenden kurz dargestellt.

Ausgehend von den Gleichungen des unverkoppelten Teilsystems in verkopplungsorientierter Darstellung, (2.12)–(2.14) wird aus den Gleichungen (2.12) und (2.13) mittels Modaltransformation (Modalmatrix  $\mathbf{V}$ ) zunächst eine vorteilhaftere Form der Teilsystembeschreibung erzeugt:

$$\underline{x}_i = \mathbf{V} \underline{z}_i \quad (4.18)$$

$$\dot{\underline{z}}_i = \mathbf{\Lambda} \underline{z}_i + \mathbf{B}_{Ki}^* \underline{u}_{Ki} + \mathbf{B}_{Si}^* \underline{u}_{Si} \quad (4.19)$$

$$\underline{y}_{Ki} = \mathbf{C}_{Ki}^* \underline{z}_i \quad (4.20)$$

mit

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A}_{ii} \mathbf{V} = \text{diag}(\lambda_{i,1}, \dots, \lambda_{i,n_i}) \quad (4.21)$$

$$\mathbf{B}_{Ki}^* = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{B}_{Ki} \quad (4.22)$$

$$\mathbf{B}_{Si}^* = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{B}_{Si} \quad (4.23)$$

$$\mathbf{C}_{Ki}^* = \mathbf{C}_{Ki} \mathbf{V} \quad (4.24)$$

Um den zu entwerfenden Zustandsregler unempfindlich gegenüber den Koppelgrößen zu machen, muss im zu minimierenden Gütefunktional die Empfindlichkeit der Teilsystemeigenwerte  $\lambda_{i,1}, \dots, \lambda_{i,n_i}$  gegenüber  $\underline{u}_{Ki}$  und  $\underline{y}_{Ki}$  eingebracht werden. Dazu wird die relative Polempfindlichkeit nach [13]

$$S_{rjl}^{\lambda_{i,k}} = c_{Ki,lk}^* b_{Ki,jk}^* \frac{k_{i,jl}}{\lambda_{i,k}} \quad (4.25)$$

mit

- $c_{Ki,lk}^*$  = Element  $(l, k)$  von  $\mathbf{C}_{Ki}^*$
- $b_{Ki,jk}^*$  = Element  $(k, j)$  von  $\mathbf{B}_{Ki}^*$
- $k_{i,jl}$  = Element  $(j, l)$  von  $\mathbf{K}_i$
- $\lambda_{i,k}$  =  $k$ -ter Eigenwert des Teilsystems  $i$

verwendet. Im quadratischen Gütefunktional für die Polverschiebbarkeit werden die Polempfindlichkeiten über die Koppelleingänge, Koppelausgänge und alle Teilsystemeigenwerte aufsummiert:

$$J_{iK} = \sum_{k=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{q_{Ki}} \sum_{l=1}^{p_{Ki}} c_{Ki,lk}^* b_{Ki,jk}^* \frac{k_{i,jl}}{\lambda_{i,k}}. \quad (4.26)$$

Die Koeffizienten der Reglermatrix  $\mathbf{K}_i$  ergeben sich, wenn das Gütefunktional  $J_{iK}$  bezüglich der Elemente  $k_i$  der Matrix minimiert wird:

$$\frac{\partial J_{iK}}{\partial k_i} \longrightarrow \min. \quad (4.27)$$

Zur Berechnung wird ein gradientenfreies, iteratives Lösungsverfahren, das in [26] angegeben ist, verwendet.

Abschließend soll festgehalten werden, dass die Dezentrale Entkopplung vor allem dort sinnvoll ist, wo dezentrale Teilregler bereits als Zustandsregler vorhanden sind. In industriellen Anlagen mit klassischen Standardregelungen kann daher der Einsatz der Dezentralen Entkopplung zu zusätzlichem Umrüstungsaufwand bezüglich der Reglerstruktur mit erneuter Inbetriebnahme führen.

Jedoch besitzt die Dezentrale Entkopplung die Vorteile, dass die Koppelgrößen nicht gemessen werden müssen und weder der Entwurf von Abschlussmodellen noch von Entkopplungsnetzwerken, wie bei der Entkopplung durch Vorsteuerung, benötigt wird. Der Reglerentwurf bei der Dezentralen Entkopplung ist bis auf das spezielle Lösungsverfahren zur Minimierung von  $J_{iK}$  einfach, da nur das unverkoppelte Teilsystem ohne zusätzliches Abschlussmodell betrachtet wird. Als nachteilig kann angesehen werden, dass Führungs- und Entkopplungsverhalten des geregelten Teilsystems nicht getrennt voneinander eingestellt werden können und daher der Reglerentwurf stets einen Kompromiss zwischen Schnelligkeit und gutem Störverhalten darstellen wird.

### 4.3 Stabilitätsnachweis

Wird eine Mehrgrößenregelung als zentrale Regelung entworfen, so existieren eine Reihe bekannter Entwurfsverfahren, z. B. Polvorgabe und Minimierung eines Gütefunktionals (Kap. 5.2.1), welche die Stabilität des geregelten Systems gewährleisten. Selbst wenn bei der Regelung auf Zustandsgrößen zurückgegriffen wird, die durch zentrale Zustandsbeobachter geschätzt wurden, bleibt die Stabilität aufgrund des Separationstheorems (Kap. 5.2.2) erhalten.

Bei Einsatz einer dezentralen Regelung wie auch bei Einsatz von dezentralen Zustandsbeobachtern liegen die Verhältnisse jedoch weniger günstig. Der Grund hierfür ist, dass beim dezentralen Reglerentwurf, der in den vorangegangenen Kapiteln 4.2.1–4.2.3 behandelt wurde, stets nur Teilwissen über das Gesamtsystem verwendet wird. Bei Entwurf am isolierten Teilsystem ist dieses Wissen am geringsten, bei Entwurf am abgeschlossenen Teilsystem am größten. Jedoch besteht in allen Fällen ein großer Unterschied zwischen der alleinigen Betrachtung von Teilsystem und -regler  $i$  und dem Wirken von Teilsystem und -regler  $i$  im geregelten Verbundsystem. Diese Aussage gilt genauso für den Entwurf von dezentralen Zustandsbeobachtern. Auch diese werden basierend auf Teilwissen entworfen, was im späteren Verbund dazu führt, dass Beobachterdynamik und Teilsystemdynamik sich beeinflussen und die aus dem zentralen Fall bekannte Separation aufgehoben wird.

Es ist daher von großer Wichtigkeit, vor Inbetriebnahme der dezentralen Teilregler und -beobachter einen Stabilitätsnachweis für das Verbundsystem zu führen. Dazu stehen mehrere Verfahren zur Verfügung, von welchen jedoch nur die Verfahren *Eigenwertberechnung* und *Simulation des Gesamtsystems* eine notwendige und hinreichende<sup>2)</sup> Stabilitätsaussage liefern.

#### 4.3.1 Stabilitätsnachweis durch Eigenwertberechnung

Dieses Verfahren liefert in jedem Fall eine scharfe Aussage bezüglich der Stabilität des aus  $N$  geregelten Teilsystemen bestehenden Gesamtsystems. Dazu wird ein neuer Gesamtsystem-Zustandsvektor aus den Zustandsgrößen aller Teilsysteme, -regler und -beobachter, sofern verwendet, gebildet:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{x}_{\text{Strecke}} \\ \underline{x}_{\text{Regelung}} \\ \hat{\underline{x}} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

mit

$$\underline{x}_{\text{Strecke}} = \begin{bmatrix} \underline{x}_{1\text{Strecke}} \\ \vdots \\ \underline{x}_{N\text{Strecke}} \end{bmatrix}, \quad \underline{x}_{\text{Regelung}} = \begin{bmatrix} \underline{x}_{1\text{Regelung}} \\ \vdots \\ \underline{x}_{N\text{Regelung}} \end{bmatrix}, \quad \hat{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}_1 \\ \vdots \\ \hat{\underline{x}}_N \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

Wie aus der regelungstechnischen Literatur allgemein bekannt, kann nach Berechnung der Eigenwerte der zu  $\underline{x}$  gehörenden Zustandsmatrix  $\mathbf{A}$  des Gesamtsystems die Stabilität durch Überprüfung der Bedingung

$$\operatorname{Re}(\lambda_k) < 0 \quad \text{für alle} \quad \lambda_k \in \{\lambda(\mathbf{A})\} \quad (4.30)$$

festgestellt werden. Die Berechnung von  $\mathbf{A}$  kann sich aufwändig gestalten, vor allem bei Systemen mit hoher Ordnung  $n$ , da durch das Hinzutreten der Zustandsgrößen von Teilreglern und -beobachtern die Dimension von  $\mathbf{A}$  noch weiter erhöht wird. Ist  $\mathbf{A}$  jedoch einmal aufgestellt, übernehmen leistungsfähige numerische Rechenprogramme mit vorgefertigten Routinen wie MATLAB die Eigenwertberechnung und Analyse mit hoher Genauigkeit.

#### 4.3.2 Stabilitätsnachweis durch Simulation des Gesamtsystems

Sehr viel schneller als das Aufstellen der unter Umständen sehr großen Matrix  $\mathbf{A}$  ist der Stabilitätsnachweis durch Simulation des Gesamtsystems. Da häufig bereits für den Reglerentwurf die Gleichungen der Teilsysteme als Programme in einer grafischen oder textorientierten Simulationsumgebung programmiert wurden, ist der Schritt zur Verknüpfung der Teilsysteme, -regler und -beobachter nur noch klein.

Auch wenn die auf dem Markt angebotenen Rechenprogramme zur Simulation von dynamischen Systemen bereits extrem leistungsfähig sind und hohe Rechengenauigkeit besitzen, soll dennoch an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass die Berechnung der Zustandsgrößenverläufe aufgrund der im Rechner vorgenommenen Zeitdiskretisierung eine numerische Integration der Zustandsdifferentialgleichungen [33] bedeutet. Die Stabilität des simulierten Gesamtsystems hängt damit nicht nur von der eigentlichen Systemstabilität ab, sondern auch von der Wahl des Integrationsalgorithmus und dessen Schrittweite. Bei den heute handelsüblichen PCs kann im allgemeinen ohne zu großen Rechenzeitanstieg mit sehr kleinen

<sup>2)</sup> Eine Aussage ist notwendig und hinreichend, wenn ihr Umkehrschluss gilt.

Schrittweisen und aufwändigeren Integrationsverfahren simuliert werden. Damit werden weder rechnerinterne Rundungsfehler noch diskretisierungsbedingte Abbruchfehler bei der Stabilitätsüberprüfung per Simulation eine Rolle spielen.

## 4.4 Isolierter Reglerentwurf am Anwendungsbeispiel

In industriellen Anlagen für kontinuierliche Fertigung ist die dezentrale Regelung mit Entwurf des Reglers am isolierten Teilsystem das am weitesten verbreitete Regelungskonzept. Als Regelungsstruktur wird in den meisten Fällen die in Kap. 4.2.1 vorgestellte kaskadierte Regelung von Bahnkraft und Drehzahl herangezogen. Auf diese Weise lassen sich die Vorteile des isolierten Reglerentwurfs mit denen der Kaskadenregelung verknüpfen. Diese liegen für die industrielle Anwendung vor allem in der schrittweisen und damit sicheren und schnellen Inbetriebnahme sowie der guten Beherrschbarkeit von Anfahrvorgängen.

Durch den Entwurf der Regelung am isolierten Teilsystem bleibt die Reglerordnung niedrig und Standardverfahren wie z. B. das Symmetrische Optimum können für die Parametrierung herangezogen werden. Beim Zusammenschalten der geregelten Teilsysteme zum Verbundsystem wirken die Kopplungen durch Bahngeschwindigkeit, Dehnung und Bahnkraft als Störgrößen auf die Kaskadenschleifen ein. Um stationäre Genauigkeit zu erzielen, werden daher sowohl Drehzahl- als auch Bahnkraftregler standardmäßig als PI-Regler ausgeführt. Die dynamischen Auswirkungen der Koppelgrößen können vorteilhaft mit der in Kap. 6 vorgestellten Störgrößenaufschaltung unterdrückt werden. Da es sich dabei um eine regelungsunabhängige Vorsteuerung handelt, kann die Störgrößenaufschaltung zur Entkopplung der dezentral geregelten Teilsysteme an bestehenden Anlagen auch nachträglich hinzugefügt werden.

In diesem Unterkapitel werden der Drehzahl- und Bahnkraftreglerentwurf in PI-Kaskadenstruktur am isolierten Teilsystem durchgeführt. Simulationen von einem sowie von zwei verkoppelten Teilsystemen zeigen das Führungs- und Störverhalten.

Abb. 4.4 zeigt den Signalflussplan des isolierten Teilsystems für lineares Bahnverhalten und starre Kopplung. Die Isolation des Teilsystems geschieht durch Vernachlässigung der Koppelgrößen. Für den Entwurf des Drehzahlreglers muss die Einwirkung des von der Getriebe- und Lagertemperatur, sowie von der Oberflächenbeschaffenheit der Bahn nichtlinear abhängende Reibwiderstandsmoment  $M_{Ri}$  vernachlässigt werden. Dadurch wird eine lineare  $IT_1$ -Strecke erhalten, für die ein PI-Regler nach Standardoptimierungsverfahren ausgelegt werden kann. Der Elastizitätsmodul  $E_i$  gestaltet durch sein multiplikatives Eingreifen den Zusammenhang zwischen Dehnung und Bahnkraft nichtlinear. Für den Entwurf des PI-Bahnkraftreglers muss daher  $E_i$  als konstante Verstärkung angenommen werden, um eine lineare Dehnung-Kraft-Beziehung zu erzeugen.

### 4.4.1 Drehzahlreglerentwurf

Für die Bestimmung der Drehzahlstrecke wird der in Abb. 4.5 gezeigte Teilausschnitt des Signalflussplans aus Abb. 4.4 betrachtet. Der Rückführpfad der Drehzahl über die Bahnkraft auf das Beschleunigungsmoment ( $F_{i-1,i} \cdot R_i/\ddot{u}$ ) verletzt die in Kap. 4.2.1 genannte Bedingung für die Kaskadenregelung, dass die Teilstrecken rückwirkungsfrei sein sollen. Bei Berücksichtigung der Rückwirkung der Bahnkraft entsteht für das Übertragungsverhalten der Drehzahlstrecke  $N_{im}(s)/M_i^*(s)$  unter Verwendung von Gl. (3.52) eine Funktion mit vier-

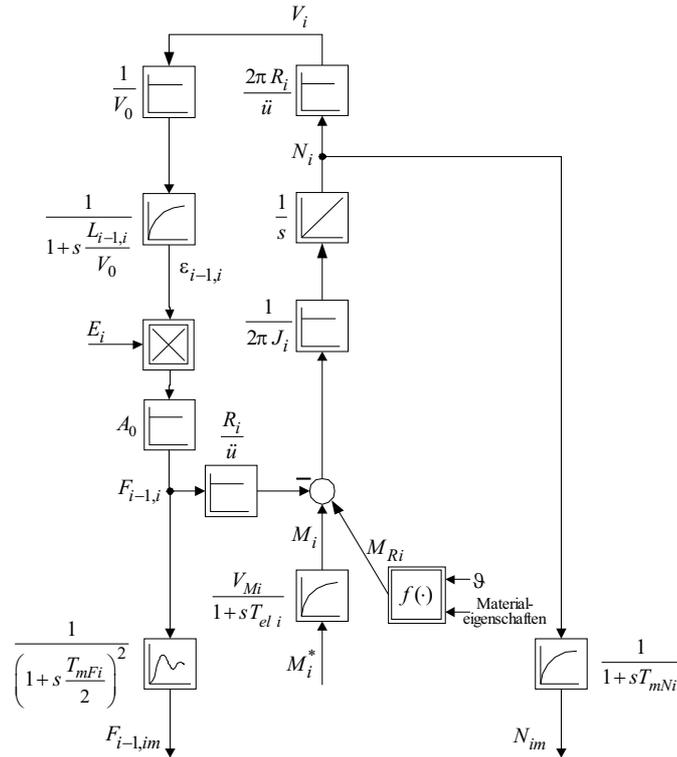


Abbildung 4.4: Signalflussplan des isolierten unregelmässigen Teilsystems  $i$  mit Messgebern

ter Ordnung im Nenner und erster Ordnung im Zähler. Da im Nenner der schwingungsfähige  $PT_2$ -Term aus Gl. (3.52) auftritt, kann nur ein Regler höherer Ordnung mit Auslegung z. B. nach dem Dämpfungsoptimum [31] herangezogen werden.

Die Bahnzeitkonstante  $L_{i-1,i}/V_0$  ist jedoch im Vergleich zu den im Vorwärtspfad liegenden Zeitkonstanten groß. Darüberhinaus erzielt, wie Abb. 4.11 zeigt, ein sehr viel einfacherer PI-Regler nach dem Symmetrischen Optimum trotz der hohen Streckenordnung eine stationär genaue Drehzahlregelung. Daher wird im folgenden die Rückwirkung der Drehzahl über die Bahnkraft als in erster Näherung konstante Störgröße auf den Drehzahlregelkreis betrachtet und der Reglerentwurf an der vereinfachten  $IT_1$ -Strecke durchgeführt.

Bei dieser vereinfachten Betrachtung und Annahme von  $M_{Ri} = 0$  liegen im Vorwärtspfad das Verzögerungsglied des Aktors und der Integrator für die träge Masse. Im Rückführglied der Drehzahlstrecke liegt der als  $PT_1$ -Glied modellierte Drehzahlmessgeber. Wie in Kap. 3.2.4.2 behandelt wurde, setzt sich die Zeitkonstante  $T_{mNi}$  z. B. aus der auf das Messverfahren zurückzuführenden Verzögerungszeit und der Laufzeit eines zusätzlichen Tiefpassfilters zusammen. Da das Messglied beim Reglerentwurf berücksichtigt werden muss, ergibt sich für die Übertragungsfunktion der Drehzahlstrecke

$$G'_{SNi}(s) = \frac{N_{im}(s)}{M_i^*(s)} = \frac{V_{Mi}}{2\pi J_i s (1 + sT_{eli})(1 + sT_{mNi})} \quad (4.31)$$

Um die Ordnung der Strecke für den Reglerentwurf zu reduzieren, werden die kleinen Zeitkonstanten zu einer Summenzeitkonstante

$$T_{\sigma Ni} = T_{eli} + T_{mNi} \quad (4.32)$$

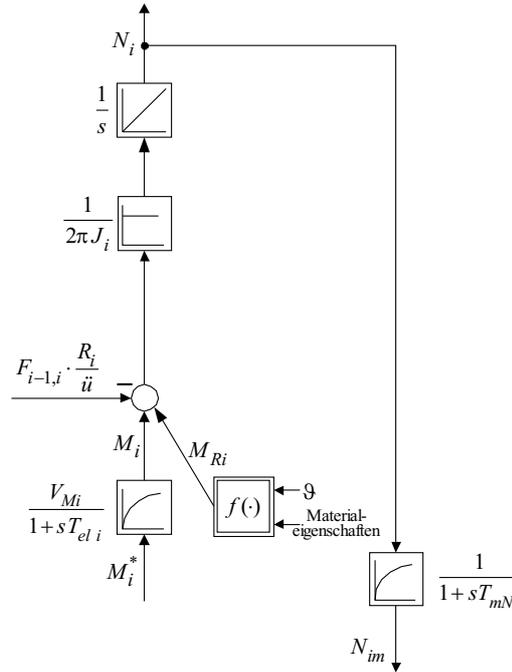


Abbildung 4.5: Signalflussplan Drehzahlregelstrecke

zusammengefasst. Somit entsteht ein genähertes  $IT_1$ -Verhalten

$$G'_{SNi}(s) = \frac{N_{im}(s)}{M_i^*(s)} = \frac{V_{Mi}}{2\pi J_i s(1 + sT_{\sigma Ni})} \quad (4.33)$$

für die ein Standard-PI-Regler ausreichend ist. Aufgrund des I-Anteils in der Strecke wird das Symmetrische Optimum für die Reglerparametrierung herangezogen [31].

$$G_{RNi}(s) = V_{RNi} \frac{1 + sT_{nNi}}{sT_{nNi}} \quad (4.34)$$

$$\Rightarrow V_{RNi} = \frac{\pi J_i}{V_{Mi} T_{\sigma Ni}} \quad [\text{Nm sec.}] \quad (4.35)$$

$$\Rightarrow T_{nNi} = 4T_{\sigma Ni} \quad [\text{sec.}] \quad (4.36)$$

Die Bezeichnung *Symmetrisches Optimum* beruht auf der Tatsache, dass durch die spezielle Parametrierung der Frequenzgang des offenen Regelkreises einen zur Amplitudendurchtrittsfrequenz  $\omega_d = 1/(2T_{\sigma Ni})$  symmetrischen Verlauf aufweist. Alle Standardoptimierungsverfahren und ihre mathematische Herleitung sind ausführlich in [31] beschrieben.

Für die Übertragungsfunktion des geschlossenen Drehzahlregelkreises ergibt sich damit unter Verwendung von Gl. (4.31)

$$G'_{wNi}(s) = \frac{N_{im}(s)}{N_i^*(s)} = \frac{1 + s4T_{\sigma Ni}}{1 + s4T_{\sigma Ni} + s^2 8T_{\sigma Ni}^2 + s^3 8T_{\sigma Ni}^3 + s^4 8T_{\sigma Ni}^2 T_{el i} T_{mNi}} \quad (4.37)$$

Da die Motordrehzahl  $N_i$  die wahre Ausgangsgröße ist, muss noch von  $N_{im}$  auf  $N_i$  zurückgerechnet werden. Für  $G_{wNi}(s)$  ergibt sich damit

$$G_{wNi}(s) = \frac{N_i(s)}{N_i^*(s)} = \frac{(1 + s4T_{\sigma Ni})(1 + sT_{mNi})}{1 + s4T_{\sigma Ni} + s^2 8T_{\sigma Ni}^2 + s^3 8T_{\sigma Ni}^3 + s^4 8T_{\sigma Ni}^2 T_{el i} T_{mNi}} \quad (4.38)$$

Das Zählerpolynom in  $G_{wNi}(s)$  verursacht durch seine zweifach differenzierende Wirkung ein erhöhtes Überschwingen im Motordrehzahlverlauf. Dies ist in aller Regel unerwünscht, da die überlagerte Hauptregelgröße Bahnkraft ein möglichst überschwingfreies Führungsverhalten aufweisen soll. Durch Einführen einer Führungsglättung der Form

$$\frac{N_i^*(s)}{N_i^*(s)} = \frac{1}{1 + sT_{GNi}} \quad (4.39)$$

kann das Zählerpolynom in seiner Auswirkung reduziert werden. Mit  $T_{GNi} = 4T_{\sigma Ni} + T_{mNi}$  wird bereits eine näherungsweise Kompensation erreicht. Häufig wird jedoch  $T_{GNi} = 4T_{\sigma Ni}$  gewählt und ein verbleibendes Überschwingen in Kauf genommen, um die Führungsdynamik des Drehzahlregelkreises zu erhalten. Abbildung 4.6 zeigt den Signalflussplan des entworfenen Drehzahlregelkreises.

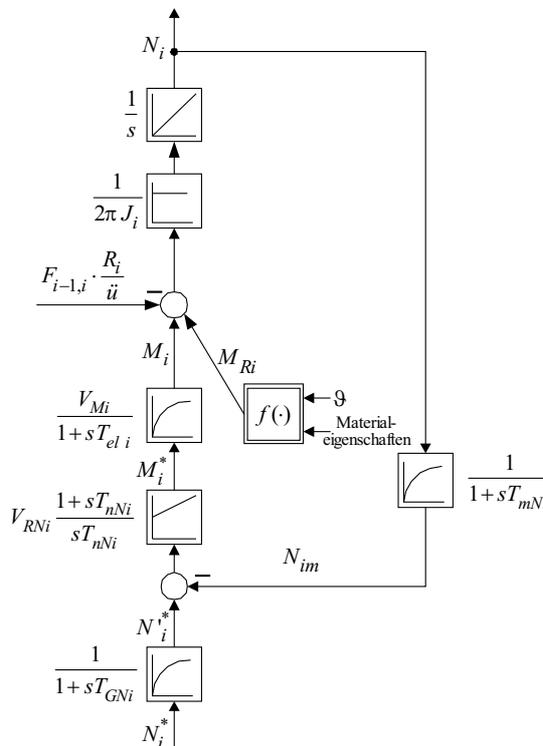


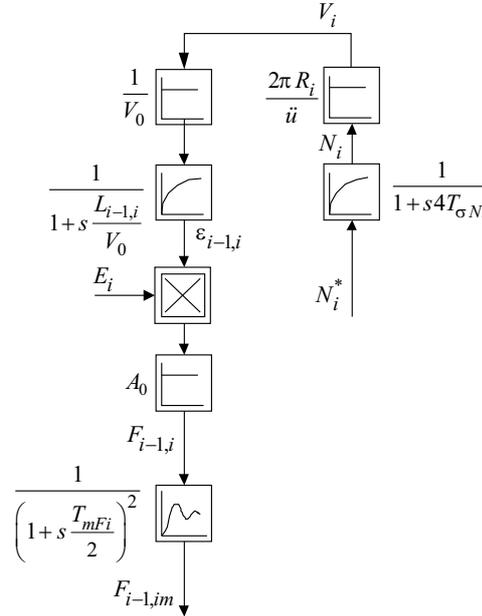
Abbildung 4.6: Signalflussplan des Drehzahlregelkreises

#### 4.4.2 Bahnkraftreglerentwurf

Um eine Regelung für die Bahnkraft nach Standardoptimierungsverfahren entwerfen zu können, muss die Übertragungsfunktion  $G_{wNi}(s)$  des geschlossenen Drehzahlregelkreises zunächst sinnvoll in der Ordnung reduziert werden. Unter der Annahme, dass das Zählerpolynom  $(1 + s4T_{\sigma Ni})(1 + sT_{mNi})$  aus Gl. (4.38) durch eine Führungsglättung kompensiert wurde, kann die verbleibende ideale Übertragungsfunktion wie folgt approximiert werden.

$$G_{wNi}(s) = \frac{N_i(s)}{N_i^*(s)} = \frac{1}{1 + s4T_{\sigma Ni} + s^2 8T_{\sigma Ni}^2 + s^3 8T_{\sigma Ni}^3 + s^4 8T_{\sigma Ni}^2 T_{el i} T_{mNi}} \approx \frac{1}{1 + s4T_{\sigma Ni}} \quad (4.40)$$

Das Verhalten des Regelkreises im höheren Frequenzbereich wird auf diese Weise vernachlässigt; für den Nutzfrequenzbereich um die Amplituden-Durchtrittsfrequenz  $\omega_d = 1/(2T_{\sigma Ni})$  ist die Approximation jedoch korrekt. Abbildung 4.7 zeigt die Bahnkraftregelstrecke. Im Vorwärtspfad befinden sich die zwei PT<sub>1</sub>-Glieder des Drehzahlkreises und des



**Abbildung 4.7:** Signalflussplan der Bahnkraftregelstrecke mit Ersatzfunktion des geschlossenen Drehzahlregelkreises

Bahnverhaltens, im Rückführungspfad liegt der Bahnkraftmessgeber, der als System zweiter Ordnung mit Dämpfung gleich eins modelliert wurde. Unter der Annahme, dass der nichtlinear einwirkende Elastizitätsmodul  $E_i$  konstant bleibt und damit als Verstärkungsfaktor betrachtet werden kann, ergibt sich für die Bahnkraftstrecke

$$G'_{SF_i}(s) = \frac{F_{i-1,im}(s)}{N_i^*(s)} = \frac{2\pi R_i E_i A_0}{\ddot{u} V_0 (1 + s4T_{\sigma Ni}) (1 + s \frac{L_{i-1,i}}{V_0}) (1 + s \frac{T_{mFi}}{2})^2} . \quad (4.41)$$

Um einen PI-Regler nach Standardoptimierungsverfahren zur Regelung einsetzen zu können, wird die Streckenordnung durch Zusammenfassen der kleinen Zeitkonstanten zu einer Summenzeitkonstante  $T_{\sigma Fi}$  um zwei Grade reduziert

$$T_{\sigma Fi} = 4T_{\sigma Ni} + T_{mFi} , \quad (4.42)$$

und es ergibt sich für die vereinfachte Streckenübertragungsfunktion

$$G'_{SF_i}(s) = \frac{F_{i-1,im}(s)}{N_i^*(s)} = \frac{2\pi R_i E_i A_0}{\ddot{u} V_0 (1 + s \frac{L_{i-1,i}}{V_0}) (1 + s T_{\sigma Fi})} . \quad (4.43)$$

Die Zeitkonstante  $L_{i-1,i}/V_0$  ist im allgemeinen groß gegenüber der Summenzeitkonstante  $T_{\sigma Fi}$ . Da darüberhinaus das Störverhalten des Bahnkraftregelkreises im Vordergrund steht, wird für die PT<sub>2</sub>-Strecke ein PI-Regler nach dem Symmetrischen Optimum gewählt.

$$G_{RF_i}(s) = V_{RF_i} \frac{1 + sT_{nFi}}{sT_{nFi}} \quad (4.44)$$

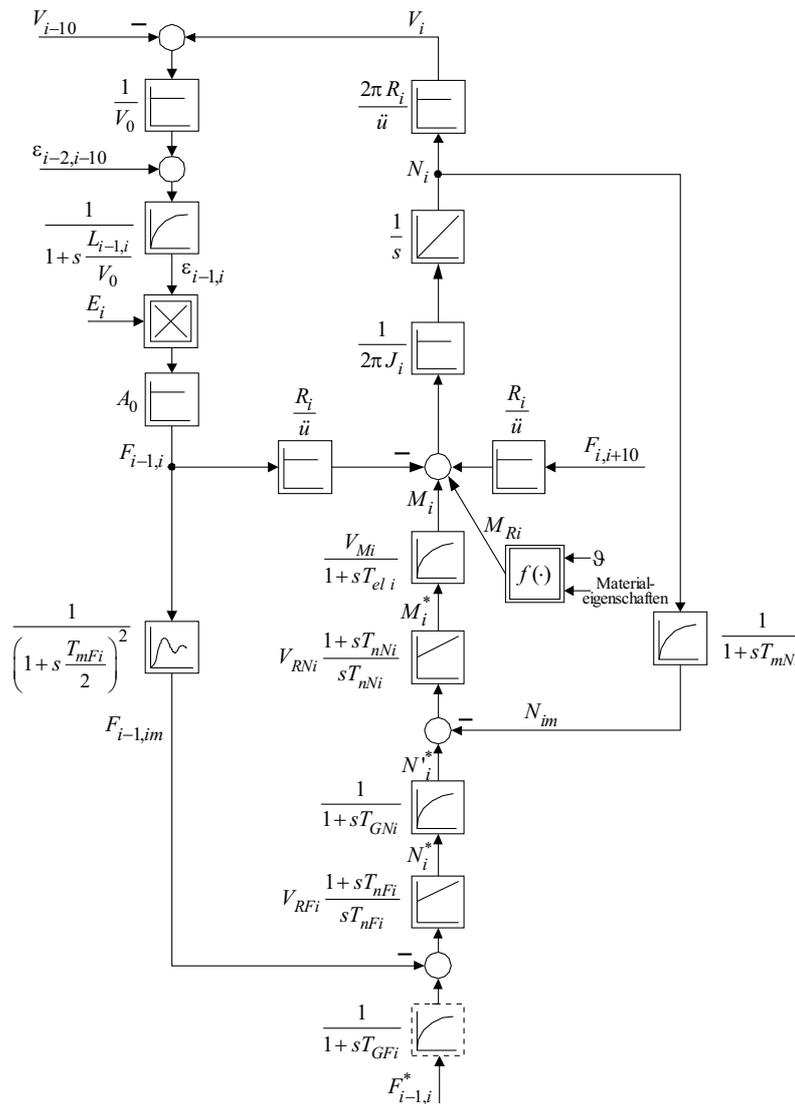
$$\Rightarrow V_{RF_i} = \frac{\ddot{u} L_{i-1,i}}{4\pi R_i E_i A_0 T_{\sigma Fi}} \left[ \frac{1}{\text{Nsec.}} \right] \quad (4.45)$$

$$\Rightarrow T_{nFi} = 4T_{\sigma Fi} \text{ [sec.]} \quad (4.46)$$

Nach Umrechnung der gemessenen Bahnkraft auf die reale Bahnkraft im System ergibt sich für die Übertragungsfunktion des geschlossenen Bahnkraftregelkreises

$$\begin{aligned}
 G_{wFi}(s) &= \frac{F_{i-1,i}(s)}{F_{i-1,i}^*(s)} \\
 &= \frac{(1 + s4T_{\sigma Fi})(1 + s\frac{T_{mFi}}{2})^2}{1 + s(4T_{\sigma Fi} + 8\frac{V_0}{L_{i-1,i}}T_{\sigma Fi}^2) + s^2\left(8\frac{V_0}{L_{i-1,i}}T_{\sigma Ni}^2\left(\frac{V_0}{L_{i-1,i}} + T_{\sigma Fi}\right)\right) + s^38T_{\sigma Fi}^3}
 \end{aligned}
 \tag{4.47}$$

Wie im Fall der Drehzahlregelung tritt in Gl. (4.47) ein Zählerterm höherer Ordnung auf.



**Abbildung 4.8:** Signalflussplan des Bahnkraftregelkreises, verwendet für die Simulation des geregelten Teilsystems  $i$

Dieser kann mit einer Führungsglättung z. B. erster oder zweiter Ordnung annähernd kompensiert werden. Um die Anregelzeit des Bahnkraftregelkreises jedoch möglichst gering zu halten, kann unter Umständen trotz des Überschwingens auf eine Führungsglättung verzich-

tet werden. Den vollständigen Bahnkraftregelkreis mit unterlagerter Drehzahlregelung, wie er auch für die Simulationen Abb. 4.9, 4.10 und 4.11 verwendet wurde, zeigt Abb. 4.8.

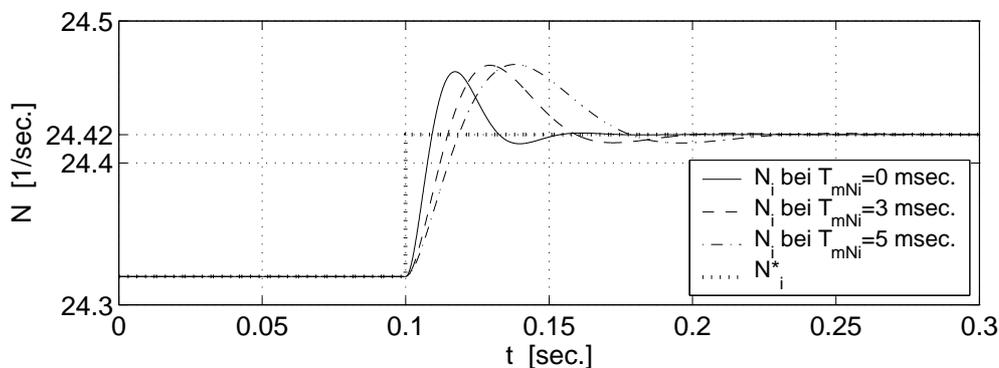
### 4.4.3 Simulationsergebnisse

Zur Veranschaulichung der mit der entworfenen PI-Kaskaden Drehzahl- und Bahnkraftregelung erzielbaren Regelqualität wurden folgende Simulationen durchgeführt:

1. Isoliertes Teilsystem  $i$ , Drehzahlregelung mit idealer Drehzahlstrecke nach Abb. 4.5: Abb. 4.9, 4.10
2. Isoliertes Teilsystem  $i$ , Drehzahlregelung mit realer Drehzahlstrecke (Bahnkraft-rückwirkung): Abb. 4.11
3. Isoliertes Teilsystem  $i$ , Bahnkraftregelung mit unterlagerter Drehzahlregelung: Abb. 4.12
4. Zwei verkoppelte Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$ , Bahnkraftregelungen: Abb. 4.14, 4.15
5. Zwei verkoppelte Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$  mit Dezentraler Entkopplung: Abb. 4.16, 4.17

Zum Vergleich werden auch die Ergebnisse mit der am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme entwickelten Dezentralen Entkopplung gezeigt. Die verwendeten Parameter und Arbeitspunktgrößen sind in Tab. 3.1 auf Seite 44 und Tab. 4.1 zusammengestellt.

Abbildung 4.9 zeigt das Regelergebnis der Drehzahlregelung unter Verwendung der idealen Drehzahlstrecke nach Abb. 4.5. Um die Auswirkung der Messgeberzeitkonstante  $T_{mNi}$  zu untersuchen, wurde die Simulation zunächst ohne Führungsglättung ( $T_{GNi} = 0$  msec.) durchgeführt. Wie zu erkennen ist, wird die Anregelzeit und damit auch die Ersatzzeitkonstante des Drehzahlregelkreises mit steigender Messgeberzeitkonstante erhöht. Bei der Wahl des Messverfahrens bzw. eines Tiefpassfilters ist daher zu beachten, dass die entstehende Zeitverzögerung so gering bleibt, dass die Führungsdynamik der eigenen und der überlagerten Regelschleifen höchstens in vertretbarem Maß beeinträchtigt wird.



**Abbildung 4.9:** Drehzahlverläufe bei Regelung der idealen Drehzahlstrecke  $i$  nach Abb. 4.5 für unterschiedliche Messzeitkonstanten  $T_{mNi}$  ohne Führungsglättung ( $T_{GNi} = 0$  msec.). Sprunganregung  $\Delta N_i^* = 0.1$  1/sec. bei  $t = 0.1$  sec.

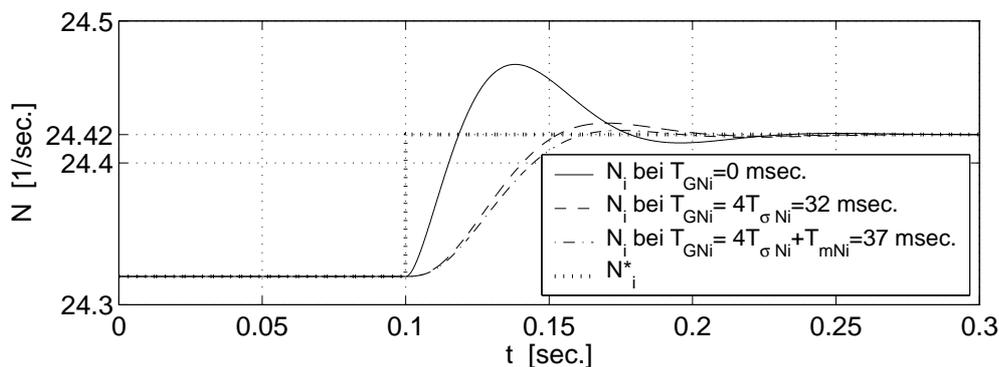
Parameter der PI-Regler	Bezeichnung	Wert	Einheit
Verstärkung Drehzahlregler $i - 1$ und $i$	$V_{RN}^a$	14.3	Nm sec.
Nachstellzeit Drehzahlregler $i - 1$ und $i$	$T_{nN}^a$	32	msec.
Zeitkonstante Drehzahlmessung $i - 1$ und $i$	$T_{mN}$	0 / 3 / 5	msec.
Zeitkonstante Drehzahl-Führungsglättung $i - 1$ und $i$	$T_{GN}$	0 / 32 / 37	msec.
Verstärkung Bahnkraftregler $i - 1$ und $i$	$V_{RF}^b$	$6.84 \cdot 10^{-4}$	1/(Nsec.)
Nachstellzeit Bahnkraftregler $i - 1$ und $i$	$T_{nF}^b$	136	msec.
Zeitkonstante Bahnkraftmessung $i - 1$ und $i$	$T_{mF}$	0 / 10 / 20	msec.
Zeitkonstante Bahnkraft-Führungsglättung $i - 1$ und $i$	$T_{GF}$	0	msec.
Zustandsgrößen am Arbeitspunkt			
Ausgang Drehzahlmessgeber $i - 1$	$N_{i-1m0}$	24.32	1/sec.
Ausgang Bahnkraftmessgeber $i - 1$	$F_{i-2,i-1m0}$	200	N
Bahnkraftsollwert $i - 1$ und $i$	$F_0^*$	200	N
Ausgang Drehzahlmessgeber $i$	$N_{im0}$	24.32	1/sec.
Ausgang Bahnkraftmessgeber $i$	$F_{i-1,im0}$	200	N

<sup>a</sup>für  $T_{mN} = 5$  msec.

<sup>b</sup>für  $T_{mF} = 10$  msec.

**Tabelle 4.1:** Simulationsparameter und Arbeitspunkt (Erweiterung zu Tab. 3.1 auf Seite 44)

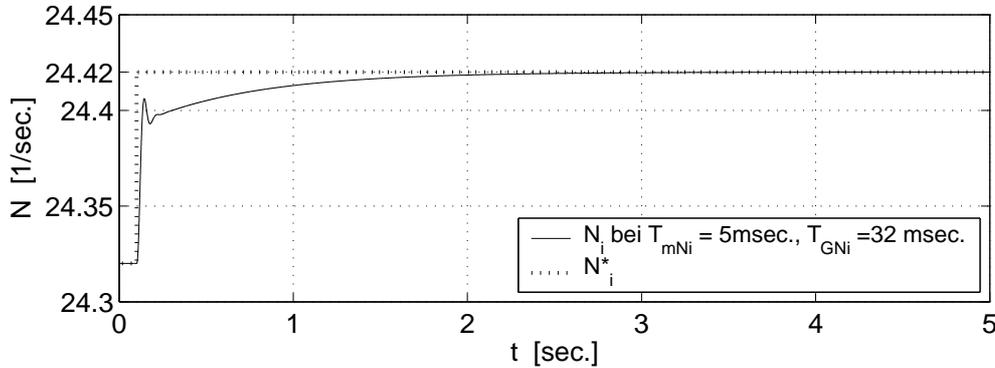
Die Auswirkung einer Drehzahl-Führungsglättung erster Ordnung ( $T_{GNi} \neq 0$  msec.) zeigt Abb. 4.10. Wie zu erkennen ist, kann das durch den Zählerterm in Gl. (4.38) verursachte Überschwingen durch die Führungsglättung nach Gl. (4.39) bereits bei Wahl von  $T_{GNi} = 4T_{\sigma Ni} = 32$  msec. erheblich reduziert werden. Für  $T_{GNi} = 4T_{\sigma Ni} + T_{mNi} = 37$  msec. wird das geringste Überschwingen, jedoch auch die größte Anregelzeit erreicht.



**Abbildung 4.10:** Drehzahlverläufe bei Regelung der idealen Drehzahlstrecke  $i$  nach Abb. 4.5 für unterschiedliche Glättungszeitkonstanten  $T_{GNi}$  bei  $T_{mNi} = 5$  msec. Sprunganregung  $\Delta N_i^* = 0.1$  1/sec. bei  $t = 0.1$  sec.

Nun wird die bisher vernachlässigte Rückwirkung der Drehzahl über die Bahnkraft als Widerstandsmoment auf die Momentensummutationsstelle geschlossen. Die für den Drehzahlreg-

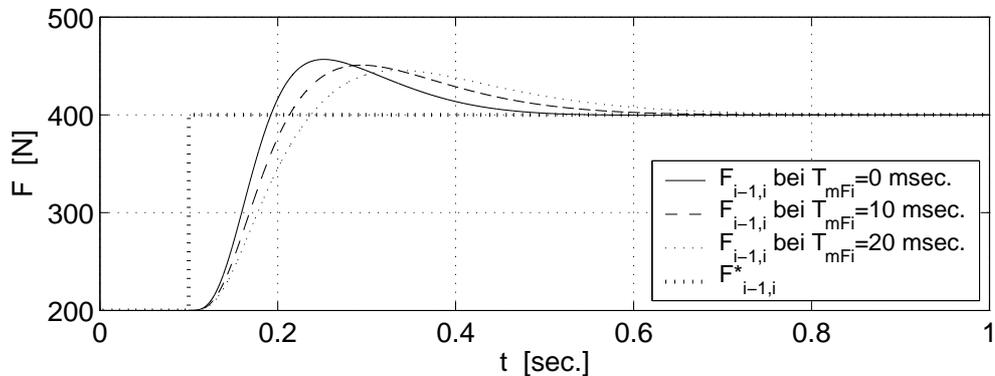
lerentwurf angenommene  $IT_1$ -Strecke nach Gl. (4.33) wird damit durch die langsame, aber dennoch vorhandene Rückwirkung der Bahnkraft verändert. Wie in Abb. 4.11 dargestellt ist, weicht nun das dynamische Übergangsverhalten der Motordrehzahl von den bisher gezeigten Verläufen ab. Trotz des veränderten Streckenverhaltens kann mit dem verwendeten PI-Regler nach SO stationäre Genauigkeit erzielt werden. Die Ausregelzeit erhöht sich jedoch drastisch, da nun die Bahnkraft als langsam veränderliche Störung einwirkt.



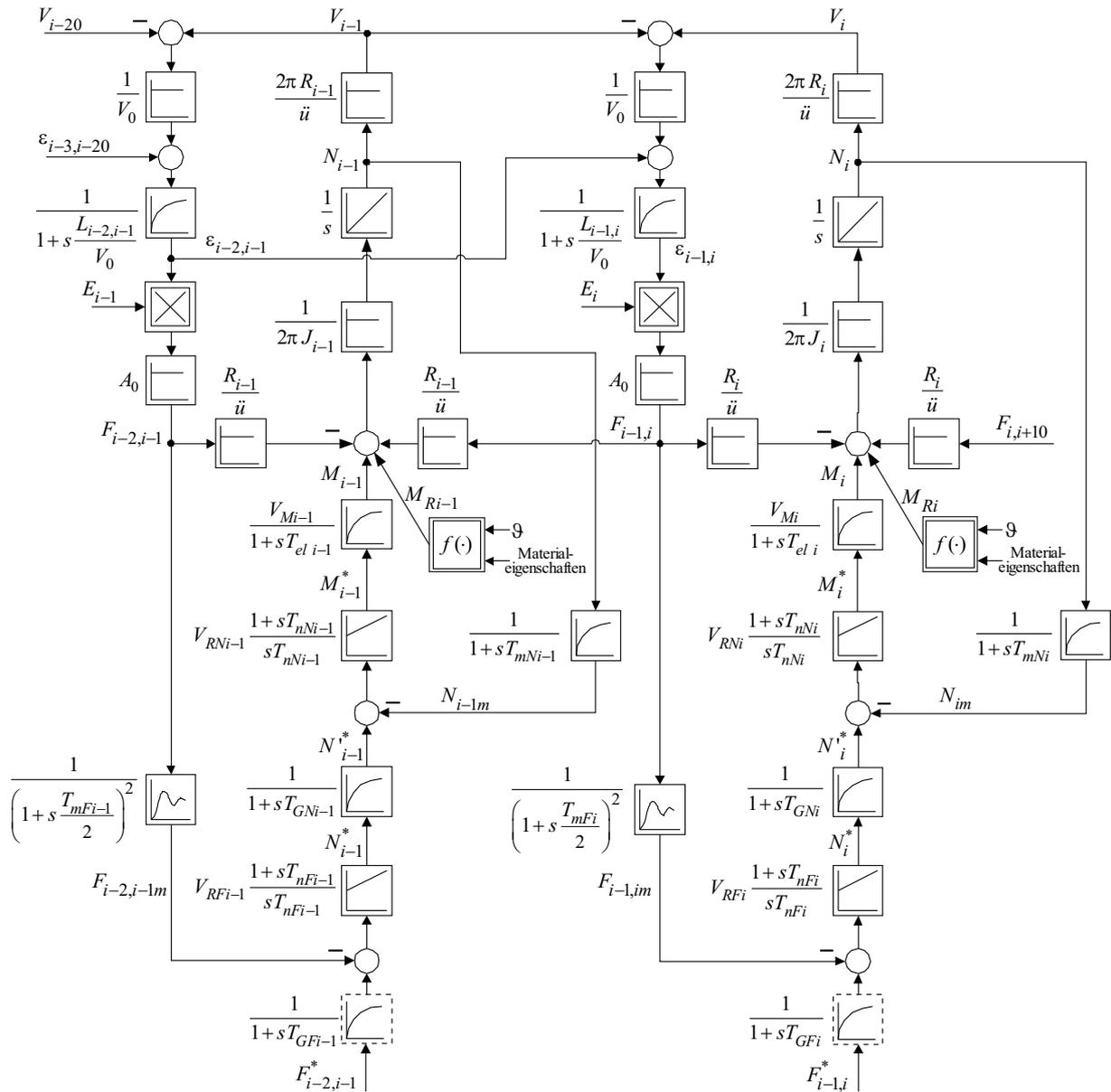
**Abbildung 4.11:** Drehzahlverläufe am isolierten Teilsystem  $i$  bei Rückwirkung der Bahnkraft auf das Beschleunigungsmoment. Sprunganregung  $\Delta N_i^* = 0.1 \text{ 1/sec.}$  bei  $t = 0.1 \text{ sec.}$

Wird nun der Drehzahlregelung die Bahnkraftregelung als äußerste Kaskade überlagert, so werden die Bahnkraftverläufe nach Abb. 4.12 erhalten. Dargestellt ist  $F_{i-1,i}$  für verschiedene Zeitkonstanten des Bahnkraftmessgebers. Wie zu erwarten war, weisen die Verläufe aufgrund der Optimierung nach SO ein Überschwingen auf. Die Überschwingweite liegt jedoch mit ca.  $50 \text{ N} = 20\%$  weit unter dem vom Standard-SO Regelkreis bekannten 40%igen Überschwingen. Dies ist auf das durch die Bahnkraftrückwirkung verlangsamte Führungsverhalten des unterlagerten Drehzahlkreises zurückzuführen.

Aufgrund des Messverfahrens (siehe Kap. 3.2.4.1) wurde der Messgeber als System zweiter Ordnung mit Dämpfung gleich eins angenommen. Die Zeitkonstante  $T_{mFi}$  wurde gegenüber  $T_{mNi}$  als zwei- bzw. dreimal größer gewählt. Wie zu erkennen ist, steigt durch das Tiefpassverhalten des Bahnkraftmessgebers im Rückführfad die Anregelzeit bei einer Sprunganregung an.



**Abbildung 4.12:** Bahnkraftverläufe am isolierten Teilsystem  $i$  für unterschiedliche Messzeitkonstanten  $T_{mFi}$  bei  $T_{mNi} = 5 \text{ msec.}$ ,  $T_{GNi} = 32 \text{ msec.}$  Sprunganregung  $\Delta F_{i-1,i}^* = 200 \text{ N}$  bei  $t = 0.1 \text{ sec.}$

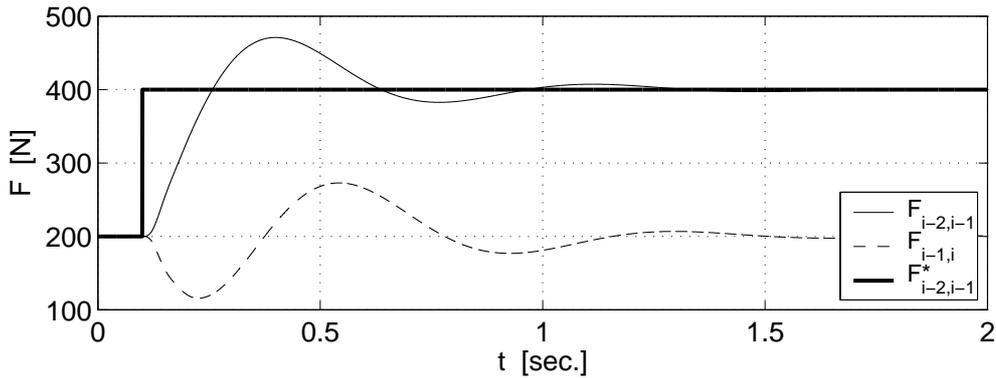


**Abbildung 4.13:** Signalflussplan für die Simulation der zwei verkoppelten geregelten Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$

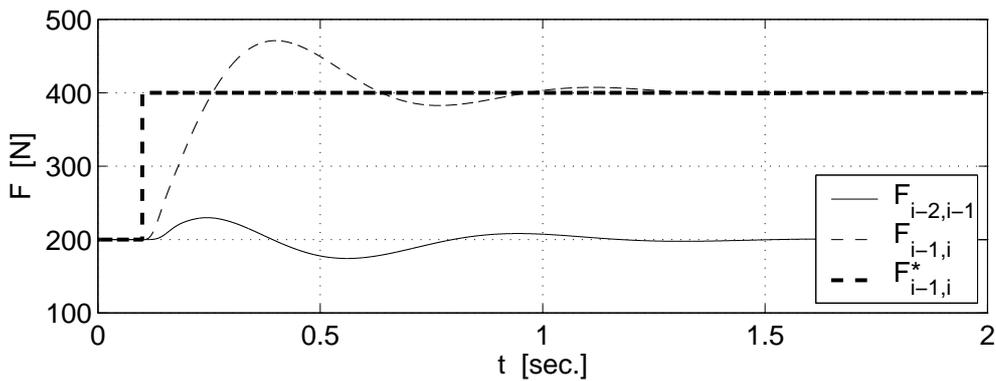
Werden die zwei geregelten Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$  miteinander verkoppelt, so entsteht der Signalflussplan nach Abb. 4.13. Die Simulationsparameter sind Tab. 4.1 auf Seite 66 zu entnehmen. Bei der Untersuchung der zwei verkoppelten Teilsysteme steht das Verhalten der am isolierten Teilsystem entworfenen Kaskadenregelungen gegenüber durch Führungsanregung erzeugten Koppelstörungen im Vordergrund. Änderungen der Parameter  $E$  und  $M_R$  werden nicht betrachtet.

Es wurde daher zunächst das Teilsystem  $i - 1$  mit einem Bahnkraftsprung der Höhe  $\Delta F_{i-2,i-1}^* = 200 \text{ N}$  angeregt (Abb. 4.14), anschließend das Teilsystem  $i$  mit einem Führungssprung gleicher Höhe  $\Delta F_{i-1,i}^* = 200 \text{ N}$  (Abb. 4.15). Wie aus den Abbildungen zu erkennen ist, pflanzen sich die Führungsgrößenänderungen sowohl in als auch gegen die Transportrichtung vom jeweils angeregten Teilsystem in das Nachbarteilsystem fort und führen dort zu dynamischen Änderungen der Bahnkräfte, die bei idealer Entkopplung kon-

stant bei 200 N bleiben sollten.



**Abbildung 4.14:** Bahnkraftverläufe für zwei verkoppelte Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$ ,  $T_{mN} = 5 \text{ msec.}$ ,  $T_{mF} = 10 \text{ msec.}$ ,  $T_{GN} = 32 \text{ msec.}$  Sprunganregung  $\Delta F_{i-2,i-1}^* = 200 \text{ N}$  bei  $t = 0.1 \text{ sec.}$



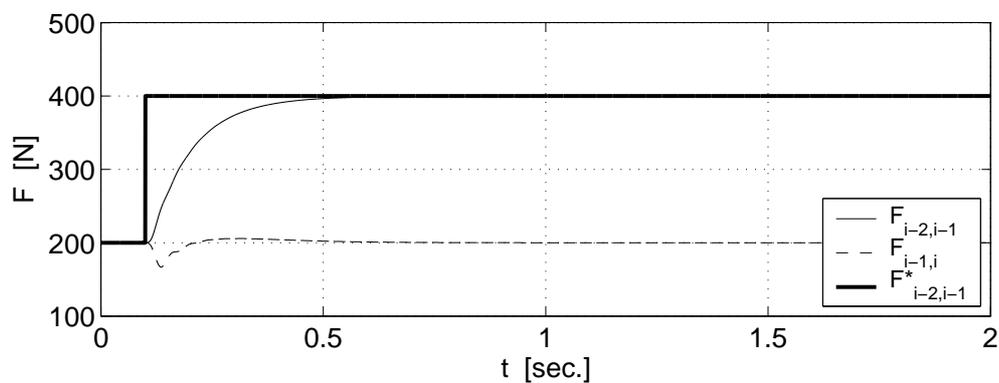
**Abbildung 4.15:** Bahnkraftverläufe für zwei verkoppelte Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$ ,  $T_{mN} = 5 \text{ msec.}$ ,  $T_{mF} = 10 \text{ msec.}$ ,  $T_{GN} = 32 \text{ msec.}$  Sprunganregung  $\Delta F_{i-1,i}^* = 200 \text{ N}$  bei  $t = 0.1 \text{ sec.}$

Die Bahnkräfte der angeregten Teilsysteme folgen dem Führungssprung mit dem aus Abb. 4.12 bekannten Verhalten, das jedoch durch die Rückwirkung der Nachbar-teilsysteme mit einer langsamen Schwingung überlagert ist. Ein Vergleich der beiden Abbildungen zeigt, dass die Verkopplung in Transportrichtung (Abb. 4.14) eine größere dynamische Abweichung im benachbarten Teilsystem  $i$  hervorruft, als die Verkopplung entgegen der Transportrichtung (Abb. 4.15). Dies wird durch die in Transportrichtung koppelnden Größen Bahngeschwindigkeit  $V_{i-1}$  und Dehnung  $\varepsilon_{i-2,i-1}$  hervorgerufen, die  $F_{i-1,i}$  über das  $PT_1$ -Bahnverhalten direkt beeinflussen. Dagegen kann eine Führungsänderung von  $F_{i-1,i}$  auf die Bahnkraft  $F_{i-2,i-1}$  nur mittels einer Bahngeschwindigkeitserhöhung  $V_{i-1}$  wirken, die der Drehzahlregelkreis umgehend ausregelt. Die verbleibende Abweichung in  $F_{i-2,i-1}$  fällt daher sehr viel geringer aus. Durch den im Bahnkraftregler vorhandenen I-Anteil können die dynamischen Änderungen der Bahnkräfte in den gestörten Teilsystemen stationär genau ausgeregelt werden.

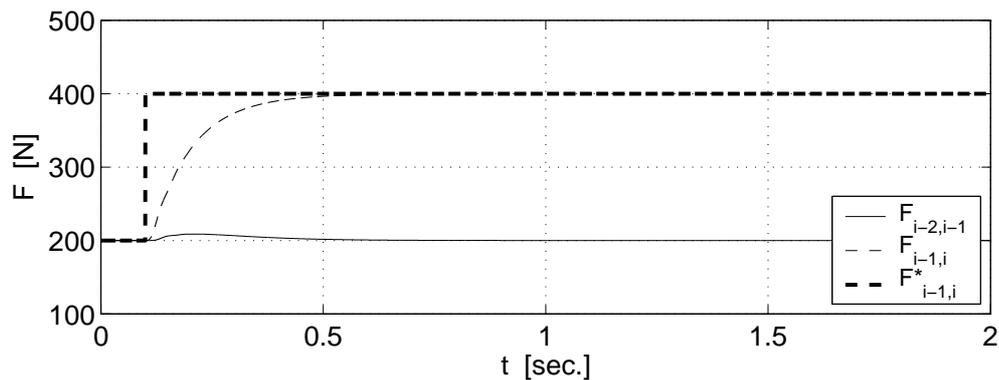
Zum Vergleich zeigen Abb. 4.16 und 4.17 die Bahnkraftverläufe bei Regelung der Teilsysteme mit dem am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme entwickelten und bereits mehrfach praktisch eingesetzten Verfahren der Dezentralen Entkopplung. Wie bisher wurde jedes Teilsystem mit einem Führungssprung angeregt und die koppelnde Wirkung auf das

Nachbarteilsystem betrachtet. Bei Vergleich mit den Ergebnissen der PI-Kaskadenregelung ist zu erkennen, dass durch den speziellen Entwurf der Zustandsregler auf Robustheit der Einfluss der Koppelgrößen bereits ohne zusätzliche Maßnahmen allein durch die Teilregler erheblich reduziert werden kann.

Beim Entwurf der Regler muss ein Kompromiss zwischen guter Entkopplung und schnellem Führungsverhalten gewählt werden, da sich bei Dezentraler Entkopplung diese beiden Forderungen nicht gleichzeitig realisieren lassen. Für die in Abb. 4.16 und 4.17 gezeigten Ergebnisse wurden die Parameter der Zustandsregler [26] bzw. [51] entnommen. Sie sind so gewählt, dass gleichzeitig zufriedenstellendes Entkopplungs- und Führungsverhalten erzielt wird. Je nachdem, welche Forderung im Vordergrund steht, können die Reglerparameter jedoch auch so eingestellt werden, dass besonders schnelles Führungsverhalten oder besonders gutes Entkopplungsverhalten entsteht.



**Abbildung 4.16:** Bahnkraftverläufe für zwei mit Dezentraler Entkopplung geregelte verkoppelte Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$ ,  $T_{mN} = 5 \text{ msec.}$ ,  $T_{mF} = 10 \text{ msec.}$ , Sprunganregung  $\Delta F_{i-1,i}^* = 200 \text{ N}$  bei  $t = 0.1 \text{ sec.}$



**Abbildung 4.17:** Bahnkraftverläufe für zwei mit Dezentraler Entkopplung geregelte verkoppelte Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$ ,  $T_{mN} = 5 \text{ msec.}$ ,  $T_{mF} = 10 \text{ msec.}$ , Sprunganregung  $\Delta F_{i-1,i}^* = 200 \text{ N}$  bei  $t = 0.1 \text{ sec.}$

## 5 Entwurf dezentraler Zustandsbeobachter

### 5.1 Einleitung

Zustandsbeobachtung im regelungstechnischen Sinn bedeutet die Schätzung von Zustandsgrößen eines Systems, über die aus unterschiedlichen Gründen keine Information vorliegt. Diese Schätzung erfolgt anhand von vorhandener Systeminformation, wie einem in Struktur und Parametern ausreichend genauen Prozessmodell und einer messtechnischen Erfassung der restlichen Zustandsgrößen. Die Zustandsbeobachtung bekommt Bedeutung, wenn Zustandsgrößen geregelt werden sollen und dafür zurückgeführt werden müssen. Denn nur in Fall einer Zustandsrückführung wird die weitgehend freie Gestaltung der dynamischen Eigenschaften des Regelkreises ermöglicht.

In den meisten praktischen Anwendungen stehen jedoch nur bestimmte Zustandsgrößen im Messvektor  $\underline{y}_M$  zu Verfügung, da die exakte und kontinuierliche Bestimmung von Systemgrößen einen hohen messtechnischen Aufwand erfordert, den man in vielen Anwendungen nicht eingehen möchte. Darüberhinaus kann auch der Fall auftreten, dass bei bestimmten Größen z. B. aus technologischen Gründen eine messtechnische Erfassung gar nicht möglich ist. Wenn also bestimmte Zustandsgrößen nicht zur Verfügung stehen, kann versucht werden, diesen Informationsverlust zu kompensieren, indem die übrige Systeminformation in Form eines Zustandsbeobachters zur Schätzung der nicht messbaren Zustandsgrößen genutzt wird. So wie vor einem Regelungsentwurf sinnvollerweise geprüft werden sollte, ob das betrachtete System überhaupt vollständig regelbar ist, so steht vor dem Entwurf eines Beobachters die Überprüfung der Beobachtbarkeit. Mit dem in Kap. 2.3 angegebenen Kriterium kann ein vorgegebenes System schnell auf diese Eigenschaft untersucht werden. Im folgenden soll daher davon ausgegangen werden, dass vollständige Beobachtbarkeit vorliegt.

In dem in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung kann eine gleichbleibende, hohe Produktqualität nur gesichert werden, wenn in einem Teilsystem die wichtigen Zustandsgrößen Motordrehzahl und Bahnkraft durch eine Regelung in engen Grenzen um ihre Sollwerte gehalten werden. Die Bahnkraft wird in Anlagen zur industriellen Herstellung und Bearbeitung von Materialbahnen jedoch häufig aus Platz- oder Aufwandsgründen sowie bei spezieller Oberflächenbehandlung der Bahn aus Gründen der Qualitätserhaltung der Oberfläche nicht gemessen. Daher ist die Schätzung der Bahnkraft zur Realisierung einer Bahnkraftregelung von großer Wichtigkeit. In diesem Kapitel werden daher die Grundlagen des linearen Beobachterentwurfs dargestellt.

Dazu wird zunächst anhand der allgemeinen Systembeschreibung (2.2)–(2.4) der Entwurf des klassischen zentralen Zustandsbeobachters nach Luenberger (Einheitsbeobachter), sowie des reduzierten und des Störgrößenbeobachters vorgestellt. Anschließend wird auf die im Zusammenhang mit Mehrgrößensystemen bedeutende Problematik des dezentralen Beobachterentwurfs eingegangen und der dezentrale Beobachterentwurf für das Anwendungsbeispiel durchgeführt.

## 5.2 Zentraler Beobachterentwurf

Theoretisch lässt sich aus dem Vektor  $\underline{u}$  der Stellgrößen und dem Vektor  $\underline{y}_M$  der Messgrößen bei vollständig beobachtbarer Strecke durch Bildung der zeitlichen Ableitungen der Zustandsvektor  $\underline{x}$  vollständig berechnen [30]. In der Praxis ist dieses Vorgehen jedoch aufgrund von hochfrequenten Störeinflüssen wie Messrauschen kaum zu realisieren. Daher wird für die Rekonstruktion von Zustandsgrößen heute die von D. G. Luenberger eingeführte Beobachterform verwendet.

### 5.2.1 Einheitsbeobachter

Diese Form des Beobachters ist in Abb. 5.1 dargestellt. Sie beruht auf der Parallelschaltung des Regelstreckenmodells zur Regelstrecke, erweitert diese Anordnung jedoch um die gewichtete, positive Rückführung des Ausgangsfehlers

$$\Delta \underline{y}_M = \underline{y}_M - \hat{\underline{y}}_M \quad (5.1)$$

auf den Vektor der beobachteten Zustandsableitungen  $\dot{\hat{\underline{x}}}$ . Die Rückführung von  $\Delta \underline{y}_M$

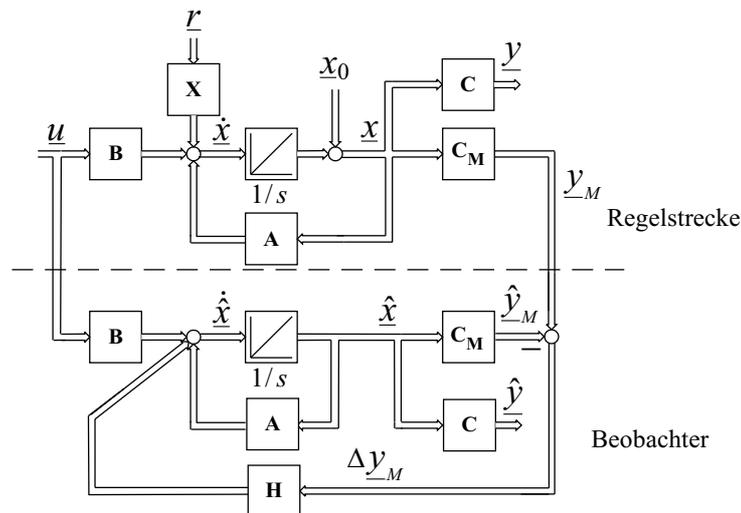


Abbildung 5.1: Einheitsbeobachter nach Luenberger

gewährleistet wie bei einer Regelung die Angleichung des beobachteten Zustandsvektors  $\hat{\underline{x}}$  an den Vektor  $\underline{x}$  der Regelstrecke bei unterschiedlichen Anfangsbedingungen von Beobachter und Regelstrecke sowie nach einer zeitlich begrenzten Störeinwirkung auf die Strecke. Da alle Zustandsgrößen des Systems rekonstruiert werden, wird diese Beobachterform auch als Einheitsbeobachter bezeichnet. Aus Abb. 5.1 lassen sich die Zustandsgleichungen für den Einheitsbeobachter ableiten.

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = \mathbf{A}\hat{\underline{x}} + \mathbf{B}\underline{u} + \mathbf{H}(\underline{y}_M - \hat{\underline{y}}_M), \quad \hat{\underline{x}}(t=0) = \hat{\underline{x}}_0 \quad (5.2)$$

$$\hat{\underline{y}}_M = \mathbf{C}_M \hat{\underline{x}} \quad (5.3)$$

mit  $\mathbf{H}$ : Beobachterrückführmatrix,  $\dim(\mathbf{H}) = [n \times p]$

Setzt man Gl. (5.3) in Gl. (5.2) ein, ergibt sich die Beziehung

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}_M)\hat{\underline{x}} + \mathbf{B}\underline{u} + \mathbf{H}\underline{y}_M \quad (5.4)$$

Diese Gleichung beschreibt den Einheitsbeobachter als rückgeführtes Streckenmodell, dessen dynamisches Eigenverhalten über die Matrix  $\mathbf{H}$  einstellbar ist. Bei der Frage nach einer geeigneten Einstellung der Matrix  $\mathbf{H}$  muss der innere Beobachterfehler

$$\underline{e} = \underline{x} - \hat{\underline{x}} \quad (5.5)$$

bzw. dessen zeitliche Änderung

$$\dot{\underline{e}} = \dot{\underline{x}} - \dot{\hat{\underline{x}}} \quad (5.6)$$

$$= (\mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}_M)(\underline{x} - \hat{\underline{x}}) \quad (5.7)$$

$$= (\mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}_M)\underline{e}, \quad \underline{e}(t=0) = \underline{x}_0 - \hat{\underline{x}}_0 \quad (5.8)$$

betrachtet werden. Wie zu erkennen ist, führt die Ableitung des inneren Beobachterfehlers auf die homogenen Gleichungen (5.7) bzw. (5.8). Ist das System asymptotisch stabil, so klingt der Beobachterfehler  $\underline{e}$  ab und der Beobachterzustand nähert sich dem Zustand der Strecke. Um asymptotische Stabilität zu erzielen, darf also die Zustandsmatrix  $\mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}_M$  des Beobachterfehlers nur Eigenwerte mit negativem Realteil besitzen. Dies geht auch aus der allgemeinen Lösung von Gl. (5.7) hervor:

$$\underline{e} = (\underline{x}_0 - \hat{\underline{x}}_0) \cdot e^{(\mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}_M)t} \quad (5.9)$$

Durch Anwendung der Matrix-Transponierten  $(\mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}_M)^T = \mathbf{A}^T - \mathbf{C}_M^T \mathbf{H}^T$  kann Gl. (5.8) in die Form eines dynamischen Systems mit Zustandsrückführung mittels  $\mathbf{H}$  gebracht werden. Zustandsvektor und Eingangsvektor dieses Systems sollen mit  $\underline{x}_T$  bzw.  $\underline{u}_T$  bezeichnet werden.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}_T &= (\mathbf{A}^T - \mathbf{C}_M^T \mathbf{H}^T) \underline{x}_T \\ &= \mathbf{A}^T \underline{x}_T - \mathbf{C}_M^T \mathbf{H}^T \underline{x}_T \\ &= \mathbf{A}^T \underline{x}_T - \mathbf{C}_M^T \underline{u}_T \quad (5.10) \end{aligned}$$

Die Wahl der Beobachtermatrix  $\mathbf{H}$  lässt sich damit in ein Entwurfsproblem für Zustandsrückführung überführen und es können die bekannten Entwurfsverfahren für Zustandsregelungen wie Polzuweisung oder Minimierung eines Gütefunktional zur Bestimmung verwendet werden. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Beobachterpole (Eigenwerte von  $\mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}_M$ ) in der komplexen Ebene links der dominierenden Eigenwerte der Systemzustandsmatrix  $\mathbf{A}$  zu liegen kommen. Nur so klingt der Beobachterfehler  $\underline{e}$  schneller ab, als das Übergangsverhalten der Strecke. Soll mit dem Beobachter eine Zustandsrückführung realisiert werden, so wählt man  $\mathbf{H}$  nicht in Bezug auf  $\mathbf{A}$  sondern in Bezug auf  $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ , mit  $\mathbf{K}$  als Reglermatrix.

### Beobachterentwurf mittels Gütefunktional

Sollen die Beobachterpole mithilfe eines Gütefunktional ermittelt werden, so wird im allgemeinen auf ein Gütefunktional der Form

$$J = \int_0^\infty (\underline{x}^T \mathbf{Q} \underline{x} + \underline{u}^T \mathbf{R} \underline{u}) dt \quad (5.11)$$

zurückgegriffen, da sich mit quadratischen Funktionalen am besten rechnen lässt. Dieser Ausdruck lässt sich unter Verwendung von Gl. (5.10) umformulieren in

$$J = \int_0^\infty (\underline{x}_T (\mathbf{Q} + \mathbf{H}\mathbf{R}\mathbf{H}^T) \underline{x}_T) dt \quad (5.12)$$

mit

$\mathbf{Q}$ : Gewichtungsmatrix für  $\underline{x}_T$ ,  $\dim(\mathbf{Q}) = [n \times n]$   
 $\mathbf{R}$ : Gewichtungsmatrix für  $\underline{u}_T$ ,  $\dim(\mathbf{R}) = [m \times m]$  .

Die Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  sind konstant, symmetrisch, und mindestens positiv semidefinit ( $\mathbf{Q}$ ) bzw. positiv definit ( $\mathbf{R}$ )<sup>1)</sup>. In  $J$  wird der Abstand der Regelgröße  $\underline{x}_T$  und der Stellgröße  $\underline{u}_T$  von Null bestimmt, wobei die quadratische Form dafür sorgt, dass negative Abstände den Wert des Funktionals nicht verringern.

Ziel des optimalen Beobachterentwurfs ist es nun, die Matrix  $\mathbf{H}^T$  so zu finden, dass das Gütefunktional  $J$  minimal wird:

$$\min_{\underline{u}_T = \mathbf{H}^T \underline{x}_T} J . \quad (5.13)$$

Bei der Ableitung der notwendigen Optimalitätsbedingung spielt die Ljapunow-Gleichung [17, 4]

$$\bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}} = -\bar{\mathbf{Q}} \quad (5.14)$$

eine elementare Rolle. Es ist bekannt [23], dass für eine beliebig gegebene symmetrische, positiv definite Matrix  $\bar{\mathbf{Q}}$  eine symmetrische, positiv definite Lösung  $\mathbf{P}$  genau dann existiert, wenn die Matrix  $\bar{\mathbf{A}}$  asymptotisch stabil ist. Für  $\mathbf{P}$  gelten folgende Zusammenhänge:

$$J = \underline{x}_{T0}^T \mathbf{P} \underline{x}_{T0}, \quad \underline{x}_T(t=0) = \underline{x}_{T0} \quad (5.15)$$

und

$$\mathbf{P} = \int_0^\infty e^{\mathbf{A}t} (\mathbf{Q} + \mathbf{H}\mathbf{R}\mathbf{H}^T) e^{\mathbf{A}^T t} dt \quad (5.16)$$

Wird nun

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A}^T - \mathbf{C}_M^T \mathbf{H}^T \quad \text{und} \quad \bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} + \mathbf{H}\mathbf{R}\mathbf{H}^T \quad (5.17)$$

gesetzt, so sieht man: das Problem des optimalen Beobachterentwurfs wird gelöst, wenn die Matrix  $\mathbf{H}^T$  so gefunden wird, dass  $\bar{\mathbf{A}}$  asymptotisch stabil ist.

Die Minimierung von  $J$ , die dazu notwendig ist, fordert, dass die Ableitung von  $J$  nach allen Elementen  $h_{ij}$  von  $\mathbf{H}^T$  gleich Null sein muss.

$$\frac{dJ}{dh_{ij}} \stackrel{!}{=} 0, \quad (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n) \quad (5.18)$$

Wendet man diese Forderung auf Gl. (5.15) an, so ergibt sich

$$\frac{dJ}{dh_{ij}} = \underline{x}_{T0}^T \frac{d\mathbf{P}}{dh_{ij}} \underline{x}_{T0} \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.19)$$

und damit

$$\frac{d\mathbf{P}}{dh_{ij}} \stackrel{!}{=} 0, \quad (5.20)$$

da die optimale Beobachtermatrix unabhängig vom Anfangszustand  $\underline{x}_{T0}$  sein soll.

Wird nun die Forderung (5.20) für  $\mathbf{P}$  mit der Bedingung (5.14) für  $\mathbf{P}$  verknüpft, so führt dies auf die Ableitung von Gl. (5.14) nach  $h_{ij}$  unter Beachtung von (5.20)

$$\frac{d\bar{\mathbf{A}}^T}{dh_{ij}} \mathbf{P} + \mathbf{P} \frac{d\bar{\mathbf{A}}}{dh_{ij}} = -\frac{d\bar{\mathbf{Q}}}{dh_{ij}} . \quad (5.21)$$

---

<sup>1)</sup> Eine Matrix wird als positiv definit(semidefinit) bezeichnet, wenn ihre Eigenwerte sämtlich  $> 0$  ( $\geq 0$ ) sind.

Damit die eigentlich gesuchte Größe  $\mathbf{H}^T$  wieder sichtbar wird, setzt man nun die Beziehungen (5.17) in Gl. (5.21) ein. Werden zusätzlich die Symmetrien von  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{P}$  ausgenutzt, so erhält man den Ausdruck

$$\frac{d\mathbf{H}}{dh_{ij}} (\mathbf{C}_M \mathbf{P} + \mathbf{R} \mathbf{H}^T) + (\mathbf{C}_M \mathbf{P} + \mathbf{R} \mathbf{H}^T)^T \frac{d\mathbf{H}^T}{dh_{ij}} = \mathbf{0} . \quad (5.22)$$

Damit diese Gleichung erfüllt ist muss gelten [17]:

$$\mathbf{C}_M \mathbf{P} + \mathbf{R} \mathbf{H}^T = \mathbf{0}, \quad (5.23)$$

woraus für die Transponierte der optimalen Beobachtermatrix folgt

$$\mathbf{H}^T = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}_M \mathbf{P} . \quad (5.24)$$

Um die in dieser Gleichung noch unbekannt Matrix  $\mathbf{P}$  zu bestimmen, wird Gl. (5.24) in die Ljapunow-Gleichung (5.14) eingesetzt. Man erhält damit die algebraische Matrix-Riccati-Gleichung

$$\mathbf{A} \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}^T - \mathbf{P} \mathbf{C}_M^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}_M \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} . \quad (5.25)$$

Die Lösung dieser Gleichung liefert die symmetrische, positiv definite Matrix  $\mathbf{P}$  mit der schließlich die optimale Beobachterrückführmatrix  $\mathbf{H}$  berechnet werden kann.

Für die Lösung des Optimierungsproblems (5.13) stellen die gängigen Softwarepakete für numerische Mathematik wie z. B. MATLAB effiziente Algorithmen zur Verfügung. Beim optimalen Beobachterentwurf verbleibt daher hauptsächlich die Aufgabe, die Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  zu wählen, wobei hier jedoch nicht auf allgemein gültige Regeln zurückgegriffen werden kann. Wenn kein Vorwissen vorhanden ist, kann z. B. nach den in [25] angegebenen Schritten

1. Wahl der Einheitsmatrix für  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$
2. Simulation des Einschwingverhaltens
3. Veränderung der Werte in großen Schritten
4. Simulation, bis ein optimales und technisch realisierbares Beobachterverhalten erzielt wird.

vorgegangen werden.

### Beobachterentwurf mittels Polvorgabe

Bei Polvorgabe wird die Beobachtermatrix  $\mathbf{H}$  durch Koeffizientenvergleich mit einem Zielpolynom entsprechender Ordnung eingestellt [17]. Um ein in Dämpfung und Schnelligkeit günstiges Einschwingverhalten des Beobachters zu erzielen, wird als Zielgebiet für die Pole der in Abb. 5.2 schraffierte Teil der linken komplexen Halbebene ausgewählt. In der Antriebstechnik wird überwiegend das aus der klassischen Regelungstechnik bekannte Dämpfungsoptimum [31] zur Zuweisung der Pole in das günstige Zielgebiet verwendet.

Bei der Durchführung der Polvorgabe wird von der aus dem Beobachterfehler (5.8) abgeleiteten Beschreibung (5.10) des Einheitsbeobachters als zustandsrückgeführtes System ausgegangen. Aus dieser Beschreibung kann das charakteristische Polynom des Beobachters (hier im Laplacebereich)

$$N(s) = \det (s\mathbf{E} - \mathbf{A}^T + \mathbf{C}_M^T \mathbf{H}^T) = s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (5.26)$$

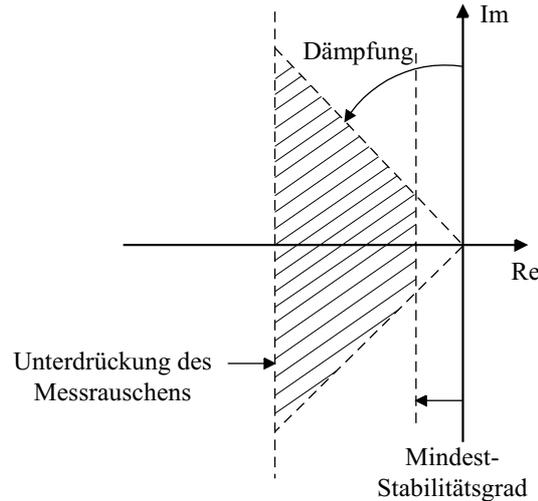


Abbildung 5.2: Zielgebiet der Beobachterpole bei Polvorgabeverfahren (nach [17, 25])

aufgestellt werden. Die in den Koeffizienten  $a_{n-1}, \dots, a_0$  enthaltenen Elemente der Matrix  $\mathbf{H}^T$  müssen nun so bestimmt werden, dass  $N(s)$  die durch ein Zielpolynom der Ordnung  $n$  vorgegebenen Pole als Nullstellen enthält. Besonders effizient lässt sich dieses bei Koeffizientenvergleich entstehende Gleichungssystem lösen, wenn die Zustandsgleichung des Beobachters zuvor auf Regelungsnormalform transformiert wurde.

Wenn das Zielpolynom z. B. mithilfe des Dämpfungsoptimums bestimmt wurde, kann auch der Beobachterentwurf nach Polvorgabe mit Algorithmen der gängigen Softwareprogramme für numerische Mathematik durchgeführt werden.

### 5.2.2 Beobachter im Regelkreis

Soll mit den vom Beobachter geschätzten Zustandsgrößen eine Regelung realisiert werden, so stellt sich die Frage, ob der Beobachter, der ja in diesem Fall im Rückführungspfad der Zustandsgrößen sitzt, sich auf das dynamische Verhalten des geregelten Systems auswirkt. Wäre das der Fall, so müsste diese Auswirkung durch eine nachträgliche Anpassung der Reglerparameter wieder ausgeglichen werden, und Reglerentwurf und Beobachterentwurf wären nicht voneinander unabhängig. Der Beweis, dass diese Unabhängigkeit gilt, wird in der Literatur [13, 17, 6] für proportionale Zustandsrückführung durchgeführt. In dieser Arbeit wird jedoch als Regelungskonzept die klassische kaskadierte PI-Regelung betrachtet, die aufgrund ihrer Integratoren dynamische Anteile aufweist. Werden jedoch die Zustandsvektoren von Regelstrecke und Regelung zu einem neuen Zustandsvektor des Gesamtsystems „Strecke mit Regelung“ zusammengefasst

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{x}_{\text{Strecke}} \\ \underline{x}_{\text{Regelung}} \end{bmatrix}, \quad \dim(\underline{x}_{\text{Strecke}}) = [n \times 1], \quad \dim(\underline{x}_{\text{Regelung}}) = [v \times 1] \quad (5.27)$$

und die Zustands-, Eingangs-, Ausgangs- und Beobachterrückführmatrix entsprechend erweitert, so kann die Ableitung der Gültigkeit des Separationstheorems für den Beobachter aus der Literatur übernommen werden.

Unter der Voraussetzung, dass die Zustandsdarstellung

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \mathbf{B}u \quad (5.28)$$

bereits das Gesamtsystem „Strecke mit Regelung“ bei PI-Kaskadenregelung der Ordnung  $v$  umfasst, kann der Eingangsvektor  $\underline{u}$  formuliert werden. Wird die Anzahl der rückgeführten Streckenzustandsgrößen mit  $n_{rg} \leq n$  bezeichnet und angenommen, dass keine Führungsgrößen  $\underline{w}$  wirken, so ergibt sich für  $\underline{u}$

$$\underline{u} = -\mathbf{K}\underline{x} = - \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_{\text{Strecke}} \\ \underline{x}_{\text{Regelung}} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

$$\dim(\underline{u}) = [n_{rg} \times 1]$$

$$\dim(\mathbf{K}) = [n_{rg} \times (n + v)]$$

$$\dim(\mathbf{E}) = [n_{rg} \times n_{rg}] .$$

Die Rückführmatrix  $\mathbf{K}$ , die bei Zustandsregelung die proportionalen Reglerverstärkungen enthält, setzt sich nun also aus Einheitsmatrix (für die rückgeführten Streckenzustandsgrößen) und Nullmatrix (für die nicht rückgeführten Streckenzustandsgrößen sowie die Zustandsgrößen der Regelung) zusammen. Hierbei wurde angenommen, dass die  $n_{rg}$  rückgeführten Streckenzustandsgrößen im Vektor  $\underline{x}_{\text{Strecke}}$  als oberstes stehen.

Das geregelte Gesamtsystem lautet dann

$$\dot{\underline{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\underline{x} . \quad (5.30)$$

Wird nun angenommen, dass die rückgeführten Streckenzustandsgrößen nicht von Messgebern, sondern von einem Beobachter stammen, so gilt nun für das geregelte Gesamtsystem

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} - \mathbf{BK}\hat{\underline{x}} . \quad (5.31)$$

Um  $\hat{\underline{x}}$  zu eliminieren, wird die Gl. (5.5) des inneren Beobachterfehlers  $\underline{e}$  verwendet. Setzt man Gl. (5.5) in Gl. (5.31) ein und erweitert das System um  $\underline{e}$  nach Gl. (5.8), so gilt:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \dot{\underline{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{BK} & \mathbf{BK} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} - \mathbf{HC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{e} \end{bmatrix} . \quad (5.32)$$

Werden nun die Eigenwerte des Systems (5.32) berechnet, so gilt nach [10, 28] für  $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$  und  $\mathbf{A} - \mathbf{HC}$  quadratisch und regulär

$$\begin{aligned} \det \left( \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{BK} & \mathbf{BK} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} - \mathbf{HC} \end{bmatrix} \right) &= \det(\mathbf{A} - \mathbf{BK}) \cdot \det(\mathbf{A} - \mathbf{HC} - \mathbf{0}(\mathbf{A} - \mathbf{BK})^{-1}\mathbf{BK}) \\ &= \det(\mathbf{A} - \mathbf{BK}) \cdot \det(\mathbf{A} - \mathbf{HC}) . \end{aligned} \quad (5.33)$$

Daraus ist zu erkennen, dass das Gesamtpolynom (5.33) in das Polynom der geregelten Strecke ohne Beobachter und das Polynom des Beobachters ohne Regelung zerfällt, so dass sich die  $2n + v$  Eigenwerte des Gesamtsystems „Strecke und Regelung mit Beobachter“ als Vereinigungsmenge der  $n + v$  Eigenwerte von Strecke ( $n$  Eigenwerte) und Regelung ( $v$  Eigenwerte) und der  $n$  Beobachtereigenwerte ergeben. Damit ist gewährleistet, dass der Beobachter Separationseigenschaft aufweist.

### Separationstheorem

Für eine vollständig steuerbare und beobachtbare Strecke kann eine durch einen Beobachter erweiterte Regelung entworfen werden, die im Hinblick auf die Gesamtsystem-Stabilität eine

freie, separate und rückwirkungsfreie Festlegung der Regelungs- und Beobachtereigenwerte erlaubt.

Da die Zustandsgrößen der Regelung  $\underline{x}_{\text{Regelung}}$  nicht zurückgeführt werden, wird man in der Praxis im Beobachter nicht das Gesamtsystem „Strecke mit Regelung“ nachbilden, sondern nur die Strecke selbst. Für die Berechnung des inneren Beobachterfehlers  $\underline{\dot{e}}$  in Gl. (5.32) wird man daher nur die Streckensystemmatrix der Dimension  $n \times n$  heranziehen.

### 5.2.3 Reduzierter Beobachter

Beim Entwurf eines Einheitsbeobachters werden auch diejenigen Größen, die direkt gemessen werden können, nachgebildet. Damit gestaltet sich der Einheitsbeobachter in dieser Beziehung redundant. Es stellt sich also die Frage, ob die in den Messgrößen  $\underline{y}_M$  enthaltene Information nicht ausgenutzt werden kann, um weniger Zustandsgrößen beobachten zu müssen und damit auch den Beobachter in seiner Ordnung reduzieren zu können. Ein reduzierter Beobachter erfordert geringeren Entwurfsaufwand und neigt aufgrund der niedrigeren Ordnung zu einem ruhigeren Einschwingverhalten.

Mit der Messgleichung (2.4),  $\underline{y}_M = \mathbf{C}_M \underline{x}$ , liegen  $p < n$  Messgrößen vor. Es reicht daher ein Beobachter der Ordnung  $n - p$ , um die restlichen  $n - p$  nicht messbaren Zustandsgrößen zu schätzen. Wird angenommen, dass durch geschickte Wahl von  $\mathbf{C}_M$  der Messgrößenvektor  $\underline{y}_M$  als Teil des Zustandsvektors auftritt [17, 4], so gestaltet sich die Ableitung der Beobachtergleichungen besonders einfach. Der Zustandsvektor wird mit

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{x}_r \\ \underline{y}_M \end{bmatrix} \quad \dim(\underline{x}_r) = [(n - p) \times 1], \quad \dim(\underline{y}_M) = [p \times 1] \quad (5.34)$$

aufgeteilt in den Vektor  $\underline{x}_r$  der nicht messbaren Zustandsgrößen und den Messvektor  $\underline{y}_M$ . Wird diese Aufteilung bei der Aufstellung der Zustandsgleichung (2.2) des Systems berücksichtigt, so ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}}_r \\ \dot{\underline{y}}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_r \\ \underline{y}_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \underline{u} . \quad (5.35)$$

Nun werden die Gleichungen für  $\dot{\underline{x}}_r$  und  $\dot{\underline{y}}_M$  getrennt notiert und umgestellt:

$$\dot{\underline{x}}_r = \mathbf{A}_{11} \underline{x}_r + (\mathbf{A}_{12} \underline{y}_M + \mathbf{B}_1 \underline{u}) \quad (5.36)$$

$$\dot{\underline{y}}_M - \mathbf{A}_{22} \underline{y}_M - \mathbf{B}_2 \underline{u} = \mathbf{A}_{21} \underline{x}_r . \quad (5.37)$$

In diesem Gleichungssystem ist der Ausdruck  $\dot{\underline{y}}_M - \mathbf{A}_{22} \underline{y}_M - \mathbf{B}_2 \underline{u}$  bekannt. Wird dieser Ausdruck als neuer Ausgangsvektor interpretiert, so entspricht Gleichungssystem (5.36), (5.37) der bekannten Form der Zustandsdarstellung (2.2), (2.3). Die Gleichungen (5.36), (5.37) können daher als diejenigen Systemgleichungen interpretiert werden, auf die der Beobachterentwurf angewendet werden soll. Für den reduzierten Beobachter erhält man daher nach Anwendung von (5.36), (5.37) auf die allgemeine Beobachtergleichung (5.4) die Beziehung

$$\dot{\hat{\underline{x}}}_r = (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H} \mathbf{A}_{21}) \hat{\underline{x}}_r + \mathbf{H} (\dot{\underline{y}}_M - \mathbf{A}_{22} \underline{y}_M - \mathbf{B}_2 \underline{u}). \quad (5.38)$$

Um die in Gl. (5.38) auftretende Ableitung  $\dot{\underline{y}}_M$  zu eliminieren, wird der reduzierte Zustandsvektor  $\underline{x}_r$  noch ersetzt durch den Ausdruck

$$\underline{x}_r = \hat{\underline{x}}_r - \mathbf{H} \underline{y}_M . \quad (5.39)$$

Nimmt man diese Ersetzung in Gl. (5.38) vor, so ergibt sich für den reduzierten Beobachter die endgültige Darstellung

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}_\rho &= (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{21})\underline{x}_\rho + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{H}\mathbf{B}_2)\underline{u} + \\ &+ [(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{21})\mathbf{H} + \mathbf{A}_{12} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{22}] \underline{y}_M, \quad \dim(\mathbf{H}) = [(n-p) \times p] \end{aligned} \quad (5.40)$$

wobei

$$\hat{\underline{x}}_r = \underline{x}_\rho + \mathbf{H}\underline{y}_M \quad (5.41)$$

Der innere Beobachterfehler

$$\underline{e}_r = \underline{x}_r - \hat{\underline{x}}_r \quad (5.42)$$

strebt gegen Null, wenn asymptotische Stabilität der Matrix  $\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{21}$  durch einen negativen Realteil aller ihrer Eigenwerte gewährleistet ist. Die Rückführmatrix  $\mathbf{H}$  ist nun so zu wählen, dass die Eigenwerte der Matrix  $\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{21}$  die gewünschte Lage in der linken komplexen Halbebene einnehmen.

Voraussetzung für die Wahl von  $\mathbf{H}$  ist die vollständige Beobachtbarkeit des betrachteten dynamischen Systems (2.2), (2.3). Die Wahl von  $\mathbf{H}$  kann wie beim Einheitsbeobachter mithilfe der Methode der Polzuweisung oder über die Matrix–Riccati–Gleichung (5.25) erfolgen.

#### 5.2.4 Störgrößenbeobachter

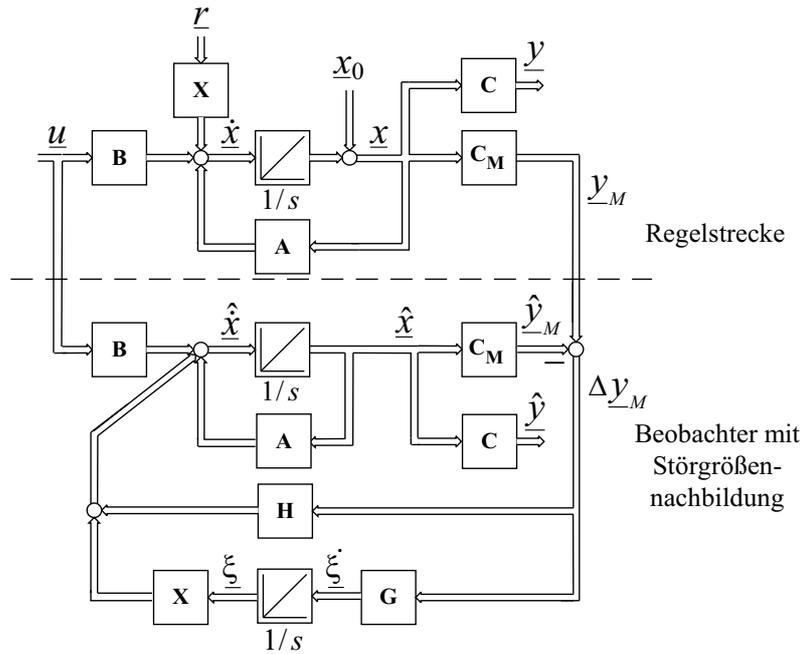
Bei der bisherigen Betrachtung wurde vorausgesetzt, dass auf den Prozess keine Störungen mit einem Endwert  $> 0$  wirken. Nur unter dieser Bedingung konnte gezeigt werden, dass der innere Beobachterfehler  $\underline{e}$  für  $t \rightarrow \infty$  gegen Null strebt. In der Praxis können jedoch Störungen in der Regelstrecke auftreten und zu einer Verfälschung des nachgebildeten Zustandsvektors  $\hat{\underline{x}}$  führen. Der in dieser Arbeit betrachtete Prozess der kontinuierlichen Fertigung bringt als Störungen sowohl Reibungsverluste in Lagern und Getrieben mit sich als auch eine z. B. durch thermische Behandlung der Bahn veränderliche Materialelastizität. Durch den nichtlinearen Charakter dieser Störgrößen tritt eine erhebliche Verfälschung der geschätzten Zustandsgrößen auf, die das Regelergebnis massiv verschlechtert. Es ist daher notwendig, den Beobachter derart zu modifizieren, dass trotz der Störungen die Hauptregelgrößen stationär korrekt beobachtet werden können.

Für den Fall, dass die auftretenden Störungen messbar sind, kann mittels Störkompensation [6] eine Vorsteuerung in Beobachter und Strecke vorgenommen werden. Jedoch sind häufig, wie auch im Anwendungsbeispiel, die Prozess–Störungen messtechnisch schwer oder nicht erfassbar, da sie wie z. B. die Reibung an vielen verschiedenen Stellen im Prozess angreifen und dadurch eine kontinuierliche Messung sehr aufwändig wäre.

Wird die Störung im Streckenmodell mithilfe des  $[q \times 1]$  Störvektors  $\underline{r}$  und dessen  $[n \times q]$  Eingriffsmatrix  $\mathbf{X}$  modelliert, ergibt sich für die Zustandsgleichung der gestörten Strecke

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \mathbf{B}\underline{u} + \mathbf{X}\underline{r}, \quad \dim(\underline{r}) = [q \times 1], \quad \dim(\mathbf{X}) = [n \times q]. \quad (5.43)$$

Sind die Eingriffsstellen der Störgrößen bekannt, so kann die Störung nachgebildet und der Beobachter um den Störeingriff erweitert werden. Es wird angenommen, dass die auftretenden Störungen einen endlichen Endwert  $> 0$  aufweisen; im Anwendungsbeispiel ist dies vor allem für Veränderungen der Materialelastizität zutreffend. Unter dieser Annahme reicht für eine Nachbildung der Störung ein einfach integrierendes Verhalten aus. Abbildung 5.3



**Abbildung 5.3:** Luenberger Störgrößeneobachter bei nicht messbaren Prozessstörungen nach [25]

zeigt die Regelstrecke mit Störgrößeneobachter. Durch die Aufschaltung der nachgebildeten Störgröße auf den Beobachter erweitert sich dessen Zustandsgleichung zu

$$\dot{\hat{x}} = \mathbf{A}\hat{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{H}(y_M - \hat{y}_M) + \mathbf{X}\underline{\xi} . \quad (5.44)$$

Betrachtet man analog zu Gl. (5.6) den inneren Beobachterfehler  $\underline{e}$  bzw. dessen zeitliche Ableitung, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= \underline{x} - \hat{x} \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}_M)\underline{e} + \mathbf{X}\underline{r} - \mathbf{X}\underline{\xi} . \end{aligned} \quad (5.45)$$

Daraus ist ersichtlich, dass der Beobachterfehler verschwindet, wenn die Störung  $\underline{r}$  stationär durch  $\underline{\xi}$  kompensiert wird. Dass bei Störungen mit endlichem Endwert der in Abb. 5.3 dargestellte einfach integrale Anteil ausreicht, ist in [25] gezeigt.

Durch diesen integralen Anteil entsteht im Beobachter der zusätzliche Zustandsgrößenvektor  $\underline{\xi}$ , für den gilt

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\xi}} &= \mathbf{G}(y_M - \hat{y}_M) \\ &= -\mathbf{G}\mathbf{C}_M\hat{x} + \mathbf{G}y_M . \end{aligned} \quad (5.46)$$

Mit dieser Beziehung lautet die Zustandsdarstellung des Beobachters mit Störgrößennachbildung

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\underline{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}_M & \mathbf{X} \\ -\mathbf{G}\mathbf{C}_M & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \underline{\xi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{G} \end{bmatrix} y_M . \quad (5.47)$$

Die Wahl der Rückführmatrizen  $\mathbf{G}$  und  $\mathbf{H}$  erfolgt wie beim Einheitsbeobachter mithilfe von Polzuweisung oder der Matrix-Riccati-Gleichung (5.25) so, dass die Eigenwerte der

Zustandsmatrix

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}_M & \mathbf{X} \\ -\mathbf{G}\mathbf{C}_M & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

die gewünschte Lage in der linken komplexen Halbebene annehmen.

Um eine korrekte Nachbildung des Störvektors im Beobachter und damit eine korrekte Zustandsschätzung zu erreichen, muss der Störvektor bezüglich seiner Dimension und seiner Eingriffsstellen folgende Voraussetzungen erfüllen.

1. Es dürfen höchstens so viele Störgrößen auf die Regelstrecke einwirken, wie über den Messgrößenvektor mittels Fehlervergleich  $\underline{y}_M - \hat{\underline{y}}_M$  rekonstruiert werden können, d. h. es muss gelten

$$\dim(\underline{r}) = [q \times 1] \leq \dim(\underline{y}_M) = [p \times 1]. \quad (5.48)$$

2. Alle Komponenten  $r_1, \dots, r_q$  des Störvektors müssen sich über die Zustandsgrößen  $\underline{x}$  in  $q$  oder mehr Komponenten des Messvektors  $\underline{y}_M$  auswirken, anderenfalls bestehen nicht ausreichend Freiheitsgrade für eine eindeutige Nachbildung des Störgrößenvektors mittels integraler Rückführung.

Zur Herleitung dieser Bedingung muss die Wirkung von  $\underline{r}$  auf  $\underline{y}_M$  betrachtet werden. Wie man aus Gl. (5.43) erkennen kann, kann der Störvektor  $\underline{r}$  als zusätzlicher Eingangsvektor angesehen werden, der mit seiner Eingriffsmatrix  $\mathbf{X}$  auf die Strecke eingreift. Die Frage nach dem Einfluss von  $\underline{r}$  auf  $\underline{y}_M$  wird damit zur Frage nach der Steuerbarkeit der Messgrößen  $\underline{y}_M$  durch die Störgrößen  $\underline{r}$ .

Mit Gl. (5.43) und  $\underline{y}_M = \mathbf{C}_M \underline{x}$  kann für die Ableitung der Ausgangsgrößen geschrieben werden

$$\dot{\underline{y}}_M = \mathbf{C}_M \mathbf{A} \underline{x} + \mathbf{C}_M \mathbf{B} \underline{u} + \mathbf{C}_M \mathbf{X} \underline{r}. \quad (5.49)$$

Da das Interesse alleine in der Wirkung von  $\underline{r}$  auf  $\underline{y}_M$  liegt, wird für die weiteren Untersuchungen  $\underline{u} = \underline{0}$  gesetzt. Das betrachtete Zeitintervall sei  $[t_0 = 0 \leq t \leq t_e]$ .

Um die Beeinflussung von  $\underline{y}_M$  durch  $\underline{r}$  zu untersuchen, wird Gl. (5.49) mit  $\underline{u} = \underline{0}$  integriert.

$$\underline{y}_M(t_e) = \int_0^{t_e} \mathbf{C}_M e^{\mathbf{A}(t_e - \tau)} \mathbf{X} \underline{r}(\tau) d\tau + \mathbf{C}_M e^{\mathbf{A}t_e} \underline{x}_0 \quad (5.50)$$

und man erhält den Messvektor  $\underline{y}_M$  am Intervallende  $t_e$ .

Ist  $\underline{y}_M$  durch  $\underline{r}$  steuerbar, dann gibt es zu einem beliebigen Anfangszustand  $\mathbf{C}_M \underline{x}_0$  ein  $\underline{r}(t)$  derart, dass  $\underline{y}_M(t_e)$  gleich Null wird. Wird also Gl. (5.50) Null gesetzt und noch von links mit  $e^{-\mathbf{A}t_e}$  multipliziert, erhält man

$$\mathbf{C}_M \int_0^{t_e} e^{\mathbf{A}(-\tau)} \mathbf{X} \underline{r}(\tau) d\tau = -\mathbf{C}_M \underline{x}_0, \quad \dim(\mathbf{C}_M \underline{x}_0) = [p \times 1]. \quad (5.51)$$

Mit der Definition der e-Funktion

$$e^{\mathbf{A}t} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^\nu t^\nu}{\nu!} \quad (5.52)$$

folgt aus Gl. (5.51)

$$\mathbf{C}_M \sum_{\nu=0}^{\infty} \mathbf{A}^{\nu} \mathbf{X} \int_0^{t_e} \frac{(-\tau)^{\nu}}{\nu!} \underline{r}(\tau) d\tau = -\mathbf{C}_M \underline{x}_0, \quad (5.53)$$

und da es sich bei den Integralen um feste Zahlen  $k_{\nu}$  handelt, kann kürzer geschrieben werden

$$\mathbf{C}_M \sum_{\nu=0}^{\infty} k_{\nu} \mathbf{A}^{\nu} \mathbf{X} = -\mathbf{C}_M \underline{x}_0 \quad (5.54)$$

$$k_0 \mathbf{C}_M \mathbf{X} + k_1 \mathbf{C}_M \mathbf{A} \mathbf{X} + k_2 \mathbf{C}_M \mathbf{A}^2 \mathbf{X} + \dots = -\mathbf{C}_M \underline{x}_0 . \quad (5.55)$$

Würde nun vollständige Steuerbarkeit von  $\underline{y}_M$  gegenüber  $\underline{r}$  gefordert, so müsste analog zu Definition 2.1 gelten [4]:

$$\text{rang} [\mathbf{C}_M \mathbf{X}, \mathbf{C}_M \mathbf{A} \mathbf{X}, \mathbf{C}_M \mathbf{A}^2 \mathbf{X}, \dots, \mathbf{C}_M \mathbf{A}^{p-1} \mathbf{X}] = p . \quad (5.56)$$

Da jedoch für eine eindeutige Nachbildung des Störgrößenvektors  $\underline{r}$  aus dem Beobachterfehler  $\underline{y}_M - \hat{\underline{y}}_M$  bereits ausreicht, wenn lediglich  $q$  Komponenten von  $\underline{y}_M$  durch  $\underline{r}$  gesteuert werden können, kann Forderung (5.56) eingeschränkt werden auf

$$\text{rang} [\mathbf{C}_M \mathbf{X}, \mathbf{C}_M \mathbf{A} \mathbf{X}, \mathbf{C}_M \mathbf{A}^2 \mathbf{X}, \dots, \mathbf{C}_M \mathbf{A}^{p-1} \mathbf{X}] \geq q . \quad (5.57)$$

Im Anwendungsbeispiel dieser Arbeit, in dem die Beobachtung der Bahnkraft eine wichtige Rolle spielt, ist zwar Voraussetzung 1.) erfüllt, nicht jedoch Voraussetzung 2.). Hier besteht das Problem, dass zwar pro Teilsystem als Messgrößen die Motordrehzahl und das Motormoment bzw. der momentenbildende Motorstrom zur Verfügung stehen, jedoch sowohl die Änderung der Materialelastizität über die Bahnkraft als Widerstandsmoment, als auch die Reibung alleine auf die Messgröße Motordrehzahl wirken. Damit wird nur eine Komponente des Messvektors durch den zweikomponentigen Störvektor gesteuert und die Anzahl der Freiheitsgrade ist für eine eindeutige Nachbildung der Störungen im Beobachter nicht ausreichend.

Beim Beobachterentwurf muss daher entschieden werden, auf welche der beiden Eingriffsstellen des Störvektors die integrale Rückführung des Motordrehzahlfehlers aufgeschaltet werden soll. Wirkt diejenige der Störungen (Reibung oder Materialelastizität), die rückgeführt wird, kann sie korrekt nachgebildet werden und die Bahnkraft wird korrekt beobachtet. Bei Wirkung der nicht rückgeführten Störung verschwindet zwar der Drehzahlfehler stationär; jedoch mit dem Resultat einer fehlerhaft beobachteten Bahnkraft.

In der Praxis ist die im Prozess auftretende Reibung in Lagern und Getrieben eine Größe, deren grober Wert im allgemeinen durch klassische Identifikationsmassnahmen unproblematisch ermittelt werden kann. Im laufenden Prozess wird sie bei Betriebstemperatur der mechanischen Komponenten einen stationären Wert erreichen. Daher kann die integrale Rückführung des Drehzahlfehlers im allgemeinen auf die Eingriffsstelle der Materialelastizität erfolgen. Die grob ermittelte Reibung wird dann als Konstante oder drehzahlabhängige Kennlinie im Beobachter addiert.

Um den genannten Nachteil des klassischen Störgrößenbeobachters nach Luenberger zu umgehen, wurde am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme im Rahmen von [40] ein Verfahren entwickelt, das die Identifikation der bei der kontinuierlichen Fertigung auftretenden

Störgrößen Elastizitätsmodul und Reibwiderstandsmoment bei nur einer Fehlervergleichsstelle erlaubt. Dabei wird die multiplikative bzw. additive Charakteristik der Störeingriffe für die eindeutige Zuordnung eines auftretenden Drehzahlfehlers zu der verursachenden Störung ausgenutzt.

In [48] wurde der in [40] vorgestellte Ansatz aufgegriffen und verbessert. Beide Beobachteransätze sind direkt auf die spezifischen Probleme der Prozesses der kontinuierlichen Fertigung zugeschnitten. Sie werden daher in Kap. 5.4 genauer dargestellt.

## 5.3 Dezentraler Beobachterentwurf

### 5.3.1 Einleitung

Wie in Kap. 2.5 bereits beschrieben wurde, soll für die in dieser Arbeit betrachtete kontinuierliche Fertigungsanlage eine Regelung in dezentraler Struktur entworfen werden. Wird der Reglerentwurf in dieser Form ausgeführt, ist es sinnvoll, auch den Beobachterentwurf dezentral durchzuführen.

Der zentrale Zustandsbeobachter, wie er bisher dargestellt wurde, zerfällt in diesem Fall in Teilbeobachter, die jeweils nur die Zustandsgrößen eines Teilsystems schätzen. Wählt man die in Gl. (2.12) – (2.16) eingeführte verkopplungsorientierte Darstellung für das Mehrgrößensystem, so wird auch der Teilbeobachter in dieser Darstellungsart beschrieben. Die Beobachtergleichungen lauten dann

$$\dot{\hat{x}}_i = \mathbf{A}_{ii}\hat{x}_i + \mathbf{B}_{Si}\underline{u}_{Si} + \mathbf{H}_i(\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi}) \quad (5.58)$$

$$\hat{\underline{y}}_i = \mathbf{C}_i\hat{x}_i \quad (5.59)$$

$$\hat{\underline{y}}_{Mi} = \mathbf{C}_{Mi}\hat{x}_i \quad (5.60)$$

Die Koppelgrößen  $\underline{u}_{Ki}$  tauchen in Gl. (5.58) nicht auf, da beim streng dezentralen Beobachterentwurf davon ausgegangen wird, dass für die Zustandsschätzung allein die Stelleingänge  $\underline{u}_{Si}$  und die Messausgänge  $\underline{y}_{Mi}$  verwendet werden sollen.

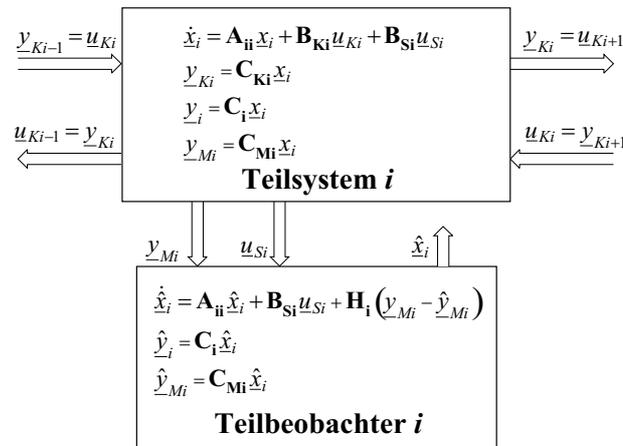


Abbildung 5.4: Streng dezentral entworfener Teilbeobachter

Für den inneren Beobachterfehler  $\underline{e}_i$  kann mit Gl. (5.58) und (5.60) formuliert werden

$$\dot{\underline{e}}_i = \dot{\underline{x}}_i - \dot{\hat{\underline{x}}}_i \quad (5.61)$$

$$= (\mathbf{A}_{ii} - \mathbf{H}_i \mathbf{C}_{Mi}) \underline{x}_i - (\mathbf{A}_{ii} - \mathbf{H}_i \mathbf{C}_{Mi}) \hat{\underline{x}}_i + \mathbf{B}_{Ki} \underline{u}_{Ki} \quad (5.62)$$

$$= (\mathbf{A}_{ii} - \mathbf{H}_i \mathbf{C}_{Mi}) \underline{e}_i + \mathbf{B}_{Ki} \underline{u}_{Ki}. \quad (5.63)$$

Es zeigt sich, dass aufgrund des streng dezentralen Entwurfs eine inhomogene Differentialgleichung entsteht, die den Beobachterfehler für  $t \rightarrow \infty$  nicht abklingen lässt.

Zur Behebung dieses Problems werden in [13, 26] verschiedene Ansätze vorgestellt, die hier kurz beschrieben werden sollen.

Ein weiteres Problem stellt die Tatsache dar, dass der streng dezentrale Teilbeobachter das für den Beobachterentwurf wichtige Separationstheorem nicht mehr erfüllt. Auf diese Problematik wird ebenfalls eingegangen.

### 5.3.2 Teilbeobachter mit Erweiterung durch Stör- oder kombinierte Stör- und Abschlussmodelle

Grundgedanke dieser Erweiterung des Teilbeobachters ist der Ansatz, dass die störenden Koppelgrößen  $\underline{u}_{Ki}$  in Gl. (5.63) durch eine Approximationsgröße  $\underline{\delta}_i$  im Beobachter zumindest stationär beseitigt werden können. Die Beobachtergleichung (5.58) erweitert sich dann zu

$$\dot{\hat{\underline{x}}}_i = \mathbf{A}_{ii} \hat{\underline{x}}_i + \mathbf{B}_{Ki} \underline{\delta}_i + \mathbf{B}_{Si} \underline{u}_{Si} + \mathbf{H}_i (\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi}), \quad (5.64)$$

was zu der inhomogenen Fehlerdifferentialgleichung

$$\dot{\underline{e}}_i = (\mathbf{A}_{ii} - \mathbf{H}_i \mathbf{C}_{Mi}) \underline{e}_i + \mathbf{B}_{Ki} (\underline{u}_{Ki} - \underline{\delta}_i) \quad (5.65)$$

führt. Es ist zu erkennen, dass bei Unkenntnis oder unzureichender Kenntnis der Approximationsgröße  $\underline{\delta}_i$  der Beobachterfehler nicht abklingen wird, auch wenn der Teilbeobachter so parametrisiert wurde, dass die Eigenwerte der Matrix  $\mathbf{A}_{ii} - \mathbf{H}_i \mathbf{C}_{Mi}$  in der linken komplexen Halbebene liegen.

Nur wenn die Approximationsgröße  $\underline{\delta}_i$  geeignet gewählt wird, kann der Beobachterfehler  $\underline{e}_i$  klein gehalten werden. Liegt z. B. Kenntnis über die stationären Werte  $\underline{u}_{Ki0}$  der Koppelgrößen vor, so kann

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{\delta}_i(t) = \underline{u}_{Ki0} \quad (5.66)$$

erzielt werden. Der als stabil angenommene Beobachter liefert dann stationär die korrekten Schätzwerte der Streckenzustandsgrößen. Die Fehlerdifferentialgleichung (5.65) wird in diesem Fall als asymptotisch homogen bezeichnet [13, 26].

#### 5.3.2.1 Teilbeobachter mit Störmodell

Eine Möglichkeit, die Koppelgrößen  $\underline{u}_{Ki}$  zu approximieren, ist die Verwendung von Störmodellen. Dabei werden die Koppelgrößen wie beim Ansatz der Entkopplung durch Störgrößenaufschaltung als externe Störgrößen des betrachteten Teilsystems behandelt. Nach [13, 26] wird das Störmodell für den Teilbeobachter  $i$  allgemein durch folgende Differential- und Ausgangsgleichung beschrieben

$$\dot{\hat{\underline{\xi}}}_i = \mathbf{\Psi}_i \hat{\underline{\xi}}_i + \mathbf{H}_{\xi i} (\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi}) \quad (5.67)$$

$$\underline{\delta}_i = \mathbf{\Phi}_i \hat{\underline{\xi}}_i, \quad (5.68)$$

die das bisherige Modell (5.64), (5.60) des Teilbeobachters  $i$  erweitern.

Was die Wahl der Matrizen  $\Psi_i$  und  $\Phi_i$  anbetrifft, so hat sich die Einstellung

$$\Psi_i = \mathbf{0} \quad (5.69)$$

$$\Phi_i = \mathbf{E} \quad (5.70)$$

als einfaches, in der Praxis realisierbares Modell erwiesen. Mit  $\Psi_i$  und  $\Phi_i$  nach Gl. (5.69), (5.70) lauten die Gleichungen des Teilbeobachters  $i$  (siehe auch Abb. 5.5)

$$\dot{\hat{x}}_i = \mathbf{A}_{ii}\hat{x}_i + \mathbf{B}_{Ki}\delta_i + \mathbf{B}_{Si}u_{Si} + \mathbf{H}_i(y_{Mi} - \hat{y}_{Mi}) \quad (5.71)$$

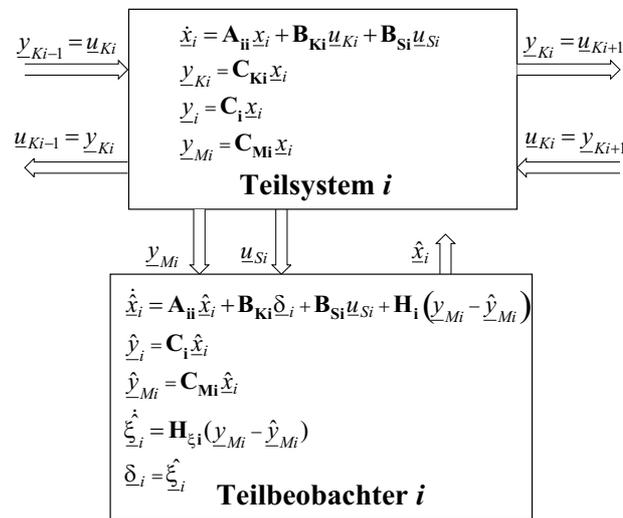
$$\hat{y}_i = \mathbf{C}_i\hat{x}_i \quad (5.72)$$

$$\hat{y}_{Mi} = \mathbf{C}_{Mi}\hat{x}_i \quad (5.73)$$

$$\dot{\hat{\xi}}_i = \mathbf{H}_{\xi i}(y_{Mi} - \hat{y}_{Mi}) \quad (5.74)$$

$$\hat{\delta}_i = \hat{\xi}_i. \quad (5.75)$$

Aus diesen Gleichungen ist zu erkennen, dass bei Wahl der Störmodell-Matrizen nach Gl. (5.69), (5.70) die approximativen Koppelgrößen  $\hat{\delta}_i$  durch eine einfache Integration des Beobachterfehlers  $y_{Mi} - \hat{y}_{Mi}$  nachgebildet werden. Durch Aufschalten der nachgebildeten Koppelgrößen im Beobachter verschwindet der innere Beobachterfehler  $e_i$  im stationären Fall. Der Teilbeobachter  $i$  nach Gl. (5.71)–(5.75) kann also allein mithilfe der Stelleingänge und Messausgänge seines eigenen Teilsystems  $i$  die Zustandsgrößen stationär korrekt schätzen. Der genaue mathematische Beweis der stationären Genauigkeit wird in [13, 26] dargestellt.



**Abbildung 5.5:** Streng dezentral entworfener Teilbeobachter mit Störmodell zur Nachbildung der Koppelgrößen  $u_{Ki}$

### 5.3.2.2 Teilbeobachter mit Stör- und Abschlussmodell

Das Einschwingverhalten wird bei stark verkoppelten Teilsystemen verbessert, wenn im Teilbeobachter  $i$  nicht nur die Koppelleingänge  $u_{Ki}$  durch  $\hat{\delta}_i$  approximiert werden, sondern auch die Abhängigkeit der Koppelleingänge von den Koppelausgängen  $y_{Ki}$  berücksichtigt wird.

Dies kann erzielt werden, wenn das außerhalb des betrachteten Teilsystems liegende dynamische Verhalten des Restsystems durch ordnungsreduzierte Abschlussmodelle nachgebildet wird. Da diese Abschlussmodelle die Rückwirkung der Koppelausgänge auf die Koppelingänge des Teilsystems nur näherungsweise wiedergeben, muss ein zusätzliches Störmodell, das die bereits bekannte integrale Form besitzt, dazukombiniert werden. Dadurch wird die stationäre Genauigkeit des dezentralen Teilbeobachters auch bei abweichendem Verhalten von Abschlussmodell und tatsächlich wirkendem Restsystem gewährleistet.

Der dezentrale Teilbeobachter  $i$  wird nun um die Gleichungen des Abschlussmodells (Zustandsvektor  $\underline{x}_{iA}$ , Zustandsmatrix  $\mathbf{M}_i$ , Eingangsmatrix  $\mathbf{N}_i$ ) und des bekannten Störmodells erweitert (siehe auch Abb. 5.6):

$$\dot{\hat{\underline{x}}}_i = \mathbf{A}_{ii}\hat{\underline{x}}_i + \mathbf{B}_{Ki}\delta_i + \mathbf{B}_{Si}u_{Si} + \mathbf{H}_i(\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi}) \quad (5.76)$$

$$\hat{\underline{y}}_i = \mathbf{C}_i\hat{\underline{x}}_i \quad (5.77)$$

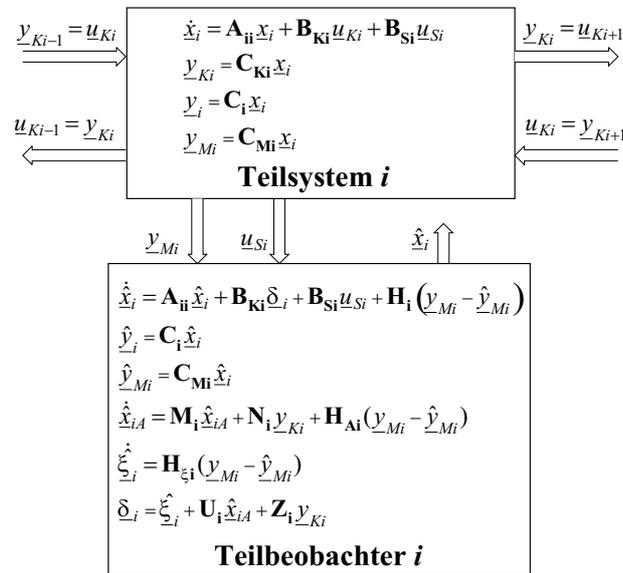
$$\hat{\underline{y}}_{Mi} = \mathbf{C}_{Mi}\hat{\underline{x}}_i \quad (5.78)$$

$$\dot{\hat{\underline{x}}}_{iA} = \mathbf{M}_i\hat{\underline{x}}_{iA} + \mathbf{N}_i\underline{y}_{Ki} + \mathbf{H}_{Ai}(\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi}) \quad (5.79)$$

$$\dot{\hat{\underline{\xi}}}_i = \mathbf{H}_{\xi i}(\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi}) \quad (5.80)$$

$$\hat{\delta}_i = \hat{\underline{\xi}}_i + \mathbf{U}_i\hat{\underline{x}}_{iA} + \mathbf{Z}_i\underline{y}_{Ki} \quad (5.81)$$

Wie zu erkennen ist, wird die Ordnung des Teilbeobachters durch die fiktiven Zustandsgrößen des Abschlussmodells (durch die Ordnungsreduktion haben sie keine physikalische Entsprechung mehr im Streckenmodell) weiter erhöht. Es ist daher sinnvoll, die Ordnung des Abschlussmodells so weit zu reduzieren, wie für eine befriedigende Approximation des Restsystems tragbar ist.



**Abbildung 5.6:** Streng dezentral entworfener Teilbeobachter mit kombiniertem Stör- und Abschlussmodell zur verbesserten Nachbildung der Koppelgrößen  $\underline{u}_{Ki}$  bei starker Teilsystemverkopplung

Da das Abschlussmodell das Streckenmodell im Teilbeobachter erweitert, muss nun zusätzlich zur Beobachtbarkeit der Streckenzustandsgrößen auch gewährleistet sein, dass die Zustandsgrößen des Abschlussmodells beobachtbar sind. Dazu wird Gl. (5.76)–(5.81) in Matrix-

schreibweise formuliert und die entstehende Zustands- und Ausgangsmatrix zur Beobachtbarkeitsprüfung herangezogen.

Auf den Entwurf des Abschlussmodells soll an dieser Stelle verzichtet werden; er wird im Zusammenhang mit dem dezentralen Reglerentwurf in [13] beschrieben. Für den mathematischen Beweis der stationären Genauigkeit des Teilbeobachters mit Stör- und Abschlussmodell sei wie in Kap. 5.3.2.1 auf [13, 26] verwiesen.

Durch ihre zumindest teilweise integrale Rückführung des Beobachterfehlers  $\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi}$  laufen der dezentrale Teilbeobachter mit Störmodell und der dezentrale Teilbeobachter mit Stör- und Abschlussmodell in ihrer Struktur auf den in Kap. 5.2.4 vorgestellten Störgrößenbeobachter mit  $\mathbf{H}_{\xi i} = \mathbf{G}$  und  $\mathbf{B}_{\mathbf{K}i} = \mathbf{X}$  hinaus. Damit gelten für diese beiden Beobachterstrukturen die mit Gl. (5.48) und (5.57) aufgestellten Einschränkungen für die Anzahl und Angriffsstellen der Koppelgrößen, die mit dem Störmodell bzw. Stör- und Abschlussmodell approximiert werden sollen.

Im Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung werden die Kopplungen des Teilsystems  $i$  durch die Bahnkraft des nachfolgenden (rechten) Teilsystems  $i + 1$  und die Bahngeschwindigkeit bzw. die transportierte Dehnung des vorangehenden Teilsystems  $i - 1$  erzeugt. Zusätzlich treten die beiden in Kap. 5.2.4 genannten Prozessstörungen Reibung und Änderungen der Materialelastizität auf. Da die Koppelgrößen sowie die Prozessstörungen alle auf die Fehlervergleichsstelle der Motordrehzahl wirken, können die streng dezentralen Teilbeobachter mit Störmodell oder Stör- und Abschlussmodell nicht für die gleichzeitige Nachbildung von Koppelgrößen und Prozessstörungen herangezogen werden. Im Anwendungsbeispiel dieser Arbeit wird daher der in Kap. 5.3.4 angegebene Teilbeobachter mit Informationsaustausch verwendet.

### 5.3.3 Dezentraler Beobachter im Regelkreis

In Kap. 5.2.2 war für den zentralen Ansatz von Regler und Beobachter festgestellt worden: Gilt das dort genannte Separationsprinzip, so braucht die Stabilität des über einen Beobachter geregelten Gesamtsystems nicht gesondert überprüft werden, da Regler und Beobachter bereits in getrennten Rechengängen stabil entworfen wurden.

Auch der dezentrale Teilbeobachter liefert die Schätzwerte der nicht messbaren Streckenzustandsgrößen letztendlich an die Regelung des Teilsystems zurück. Daher muss auch im dezentralen Fall überprüft werden, ob Regler- und Beobachterentwurf getrennt voneinander durchgeführt werden können.

Die Überprüfung des über einen dezentralen Teilbeobachter geregelten Teilsystems soll wie in [26] verkürzt erfolgen. Dabei wird wie in Kap. 5.2.2 davon ausgegangen, dass die Regelung des Teilsystems als klassische PI-Kaskadenregelung ausgeführt ist. Daher gelten in diesem Abschnitt auch wieder die in Kap. 5.2.2 gemachten Annahmen (5.27), (5.29), dass  $\underline{x}_i$  bereits die Zustandsgrößen von Strecke und Beobachter enthält.

Mit

$$\underline{u}_{Si} = -\mathbf{K}_i \underline{x}_i \quad (5.82)$$

wird das um den inneren Beobachterfehler erweiterte geregelte Gesamtsystem analog Gl. (5.32) aufgestellt zu

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}}_i \\ \dot{\underline{e}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{ii} - \mathbf{B}_{Si}\mathbf{K}_i & \mathbf{B}_{Si}\mathbf{K}_i \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{ii} - \mathbf{H}_i\mathbf{C}_{Mi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_i \\ \underline{e}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\mathbf{K}i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{\mathbf{K}i} & -\mathbf{B}_{\mathbf{K}i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u}_{Ki} \\ \underline{\delta}_i \end{bmatrix}. \quad (5.83)$$

Die Zustandsmatrix von Gl. (5.83) hat zwar wieder die aus Gl. (5.32) bekannte obere Dreiecksform, jedoch hängt nun die Änderung des Beobachterfehlers über die Koppelmatrix  $\mathbf{B}_{\mathbf{K}i}$  von den Koppeleingängen  $\underline{u}_{\mathbf{K}i}$  ab, welche über das Restsystem letztendlich wieder von  $\underline{x}_i$  beeinflusst werden. Dies gilt auch, wenn Stör- bzw. Stör- und Abschlussmodelle zur Nachbildung  $\underline{\delta}_i$  der Koppelgrößen eingeführt werden, d. h. unabhängig davon, auf welche Weise die Nachbildung  $\underline{\delta}_i$  der Koppelgrößen realisiert wird. Damit hängen beim dezentralen Beobachterentwurf Beobachter- und Streckendynamik über das Restsystem zusammen und können nicht getrennt voneinander entworfen werden.

Um die Zusammenhänge klarzustellen, die sich in (5.83) andeuten, soll Gl. (5.83) um folgende Gleichungen des Restsystems erweitert werden:

$$\dot{\underline{x}}_{Ri} = \mathbf{A}_{Ri}\underline{x}_{Ri} + \mathbf{B}_{Ri}\underline{y}_{\mathbf{K}i} \quad (5.84)$$

$$\underline{u}_{\mathbf{K}i} = \mathbf{C}_{Ri}\underline{x}_{Ri} \quad (5.85)$$

mit

$$\mathbf{C}_{Ri} = [\mathbf{P}_{i1}\mathbf{C}_{\mathbf{K}1} \dots \mathbf{P}_{i,i-1}\mathbf{C}_{\mathbf{K},i-1}, \mathbf{P}_{i,i+1}\mathbf{C}_{\mathbf{K},i+1} \dots \mathbf{P}_{ir}\mathbf{C}_{\mathbf{K}r}]. \quad (5.86)$$

Der Vektor  $\underline{x}_{Ri}$  setzt sich dabei aus den Zustandsgrößen der restlichen Teilsysteme  $1, \dots, i-1, i+1, \dots, N$  zusammen. Aus dem Vektor  $\underline{x}_{Ri}$  werden die Koppeleingänge  $\underline{u}_{\mathbf{K}i}$  über die Matrix  $\mathbf{C}_{Ri}$  gebildet. Damit entspricht Gl. (5.85) einer vereinfachten Form der bereits bekannten Beziehung (2.16).

Das erweiterte Gesamtsystem lautet damit

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}}_i \\ \dot{\underline{x}}_{Ri} \\ \dot{\underline{e}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{ii} - \mathbf{B}_{Si}\mathbf{K}_i & \mathbf{B}_{\mathbf{K}i}\mathbf{C}_{Ri} & \mathbf{B}_{Si}\mathbf{K}_i \\ \mathbf{B}_{Ri}\mathbf{C}_{\mathbf{K}i} & \mathbf{A}_{Ri} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{\mathbf{K}i}\mathbf{C}_{Ri} & \mathbf{A}_{ii} - \mathbf{H}_i\mathbf{C}_{Mi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_i \\ \underline{x}_{Ri} \\ \underline{e}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_{\mathbf{K}i} \end{bmatrix} \underline{\delta}_i. \quad (5.87)$$

Mithilfe einer Umformung [13], bei der unter anderem Gl. (5.87) um die Ableitung von  $\underline{\delta}_i$  erweitert wird, kann Gl. (5.87) auf obere Blockdiagonalform gebracht werden und es kann abgelesen werden, dass eine getrennte Einstellung der Eigenwerte von Teilbeobachter  $i$  und geregelter Teilsystem  $i$  nur dann möglich ist, wenn gilt

$$\mathbf{B}_{Si}\mathbf{K}_i = \mathbf{0}, \quad \text{keine Rückführung der Zustandsgrößen und damit keine Regelung des Systems}$$

oder

$$\mathbf{B}_{\mathbf{K}i}\mathbf{C}_{Ri} = \mathbf{0}, \quad \text{keine Rückwirkung des Restsystems auf das Teilsystem, d. h. nur einseitige Kopplung in Richtung Restsystem}$$

oder

$$\mathbf{B}_{Ri}\mathbf{C}_{\mathbf{K}i} = \mathbf{0}, \quad \text{keine Wirkung des Teilsystems auf das Restsystem, d. h. nur einseitige Kopplung in Richtung Teilsystem.}$$

Da diese Forderungen in der Regel von verkoppelten geregelten Teilsystemen nicht erfüllt werden können, kann man für den dezentralen Beobachter im Regelkreis folgende Aussage treffen [13]: Werden die durch einen dezentralen Beobachter mit Störmodell oder Stör- und Abschlussmodell geschätzten Zustandsgrößen eines Teilsystems in dessen Regelung zurückgeführt (d. h.  $\mathbf{K}_i \neq \mathbf{0}$ ), so sind die Beobachtereigenwerte des im Regelfall zweiseitig verkoppelten Teilsystems (d. h.  $\mathbf{B}_{\mathbf{K}i} \neq \mathbf{0}$  und  $\mathbf{C}_{\mathbf{K}i} \neq \mathbf{0}$ ) nicht identisch mit den Eigenwerten des geregelten Gesamtsystems.

Daraus muss gefolgert werden, dass aus der Stabilität des isolierten oder abgeschlossenen Teilsystems und aus der Stabilität des Teilbeobachters mit Stör- bzw. Stör- und Abschlussmodell nicht auf die Stabilität des Teilsystemverbunds geschlossen werden kann. Dies gilt bereits, sobald auch nur eines der insgesamt  $N$  Teilsysteme über einen dezentralen Beobachter geregelt wird.

Für die Stabilitätsprüfung des Teilsystemverbunds müssen daher wie beim dezentralen Reglerentwurf die in Kap. 4.3 dargestellten Verfahren herangezogen werden.

### 5.3.4 Untereinander verknüpfte Teilbeobachter

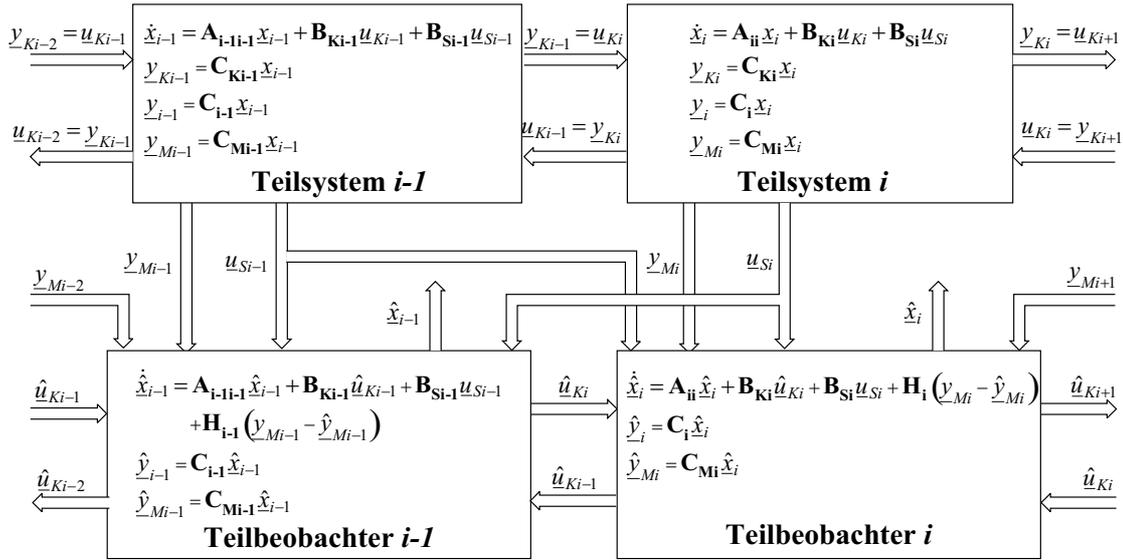
Bei den bisherigen Überlegungen war streng dezentral vorgegangen worden. Die Voraussetzung war, dass der Teilbeobachter  $i$  nur Information aus dem eigenen Teilsystem  $i$ , in Form von  $\underline{u}_{S_i}$  und  $\underline{y}_{M_i}$ , verwendet und allein daraus die Zustandsgrößen des Teilsystems schätzt. Da aber, wie in der Regel der Fall, angenommen wurde, dass das betrachtete Teilsystem zweiseitig mit dem Restsystem verkoppelt ist (d. h.  $\mathbf{B}_{K_i} \neq \mathbf{0}$  und  $\mathbf{C}_{K_i} \neq \mathbf{0}$ ), war das Problem des nicht abklingenden inneren Beobachterfehlers aufgetreten, Gl. (5.63), (5.65).

Um zumindest eine korrekte Zustandsschätzung zu gewährleisten war es daher nötig, die Koppelgrößen  $\underline{u}_{K_i}$  durch Störmodelle oder kombinierte Stör- und Abschlussmodelle in der Approximationsgröße  $\underline{\delta}_i$  nachzubilden und im Beobachter aufzuschalten. Dabei war erkannt worden, dass das Einsatzgebiet der so erweiterten dezentralen Beobachter abhängt von der Anzahl der Koppel- und Messgrößen, sowie der Eingriffsstruktur der Kopplungen. Darüberhinaus wurde festgestellt, dass bei Verwendung eines integralen Störmodells im allgemeinen keine oder nur noch begrenzte Freiheitsgrade bestehen, den Teilbeobachter zusätzlich zur Nachbildung prozessinterner Störungen wie z. B. Reibung oder Änderungen der Materialelastizität heranzuziehen.

Dieses Problem kann entschärft werden, wenn der Pfad der strengen Dezentralität verlassen wird und man die in den benachbarten Teilsystemen durch Messung und Beobachtung zur Verfügung stehende Information dem betrachteten Teilbeobachter  $i$  zugänglich macht. Diese Vorgehensweise scheint jedoch nur sinnvoll, wenn es sich bei den Teilsystemen nicht um stark räumlich verteilte Anlagenteile handelt, sondern um nah beieinander liegende Funktionsgruppen, deren Regelung auf über Busverbindungen gekoppelten Einzelrechnern oder sogar auf einem Prozessrechner implementiert ist. Ist die räumliche Verteilung zu stark, wird der mit einer zentralen Signalverfügbarkeit entstehende Aufwand den Nutzen der zusätzlichen Informationsbereitstellung in den Teilbeobachtern übersteigen.

Für den Fall, dass Mess- und Beobachtersignale der Nachbarteilsysteme ohne größeren zusätzlichen Aufwand zugänglich gemacht werden können oder bereits vorliegen, kann das dynamische Verhalten der Teilbeobachter erheblich verbessert werden. Vor allem bestehen dann wieder ausreichend Freiheitsgrade, um Prozess-Störungen integral nachzubilden und im Beobachter aufzuschalten. Abbildung 5.7 zeigt die Struktur von Strecke und Beobachtung, wenn die in den benachbarten Teilsystemen verfügbare Information zur Zustandsschätzung genutzt wird. In dieser Abbildung werden den Teilbeobachtern  $i - 1$  und  $i$  zusätzlich zu den beobachteten Koppelgrößen auch die Messgrößen der benachbarten Teilsysteme zur Verfügung gestellt. Dies soll verdeutlichen, dass bei Übereinstimmung von Koppelgröße und Messgröße im benachbarten Teilbeobachter im allgemeinen auf die weniger störungsbehaftete Messgröße zurückgegriffen wird.

Wie aus Abb. 5.7 abzulesen ist, wird durch die Speisung des Teilbeobachters  $i$  mit Signalen der benachbarten Teilsysteme und -beobachter die Approximationsgröße  $\underline{\delta}_i$  durch den



**Abbildung 5.7:** Zwei untereinander verknüpfte Teilbeobachter: die in den benachbarten Teilsystemen/Teilbeobachtern vorhandene Information wird zur verbesserten Zustandsschätzung genutzt

Vektor  $\hat{u}_{\mathbf{K}i}$  der geschätzten Koppelgrößen ersetzt. Stehen Koppelgrößen als Messsignale in  $\underline{y}_{\mathbf{M}i-1}$  oder  $\underline{y}_{\mathbf{M}i+1}$  direkt zur Verfügung oder können aus diesen berechnet werden, so werden die entsprechenden geschätzten Koppelgrößen im Vektor  $\hat{u}_{\mathbf{K}i}$  durch die gemessenen Signale ersetzt.

Für die Differentialgleichung (5.65) des inneren Beobachterfehlers bedeutet das, dass der inhomogene Anteil  $\mathbf{B}_{\mathbf{K}i}(u_{\mathbf{K}i} - \hat{u}_{\mathbf{K}i})$  nicht nur stationär verschwindet, sondern auch im dynamischen Übergang sehr klein wird. Dadurch wird das dynamische Verhalten der Teilbeobachter insgesamt verbessert und ein schnelleres Einschwingen im Teilsystemverbund erzielt. Der größte Vorteil des Informationsaustauschs ist jedoch, wie [34] darstellt, dass für Teilbeobachter, die durch Austausch der geschätzten Koppelgrößen verknüpft werden, das Separationsprinzip wieder gilt. Somit können Beobachter und Regelung eines Teilsystems wie im zentralen Fall unabhängig voneinander entworfen werden.

Der Beweis des Separationsprinzips für dezentrale Beobachter mit Informationsaustausch lässt sich am anschaulichsten führen, wenn von der teilsystemorientierten auf die gesamtsystemorientierte Darstellung nach Gl. (2.2), (2.3) übergegangen wird, wobei die Matrizen der Zustandsbeschreibung wie folgt zerlegt werden. Aus der Zustandsmatrix nach Gl. (2.11) wird

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{\mathbf{D}} + \mathbf{A}_{\mathbf{C}} \quad (5.88)$$

mit

$$\mathbf{A}_{\mathbf{D}} = \text{diag} \{ \mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{22}, \dots, \mathbf{A}_{\mathbf{N}\mathbf{N}} \}, \quad (5.89)$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A}_{12} & \cdots & \mathbf{A}_{1\mathbf{N}} \\ \mathbf{A}_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{A}_{\mathbf{N}-1\mathbf{N}} \\ \mathbf{A}_{\mathbf{N}1} & \cdots & \mathbf{A}_{\mathbf{N}\mathbf{N}-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (5.90)$$

Ein- und Ausgangsmatrix werden zu

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\mathbf{D}} = \text{diag} \{ \mathbf{B}_{\mathbf{S}1}, \mathbf{B}_{\mathbf{S}2}, \dots, \mathbf{B}_{\mathbf{S}\mathbf{N}} \}, \quad (5.91)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_D = \text{diag} \{ \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_N \} , \quad (5.92)$$

Zustands- und Eingangsvektor lauten

$$\underline{x} = (\underline{x}_1^T, \underline{x}_2^T, \dots, \underline{x}_N^T)^T, \quad \underline{u} = (\underline{u}_{S1}^T, \underline{u}_{S2}^T, \dots, \underline{u}_{SN}^T)^T . \quad (5.93)$$

Damit kann das Mehrgrößensystem wie folgt dargestellt werden

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}_D \underline{x} + \mathbf{B}_D \underline{u} + \mathbf{A}_C \underline{x} \quad (5.94)$$

$$\underline{y} = \mathbf{C}_D \underline{x} . \quad (5.95)$$

Bei Regelung auf die beobachteten Zustandsgrößen lautet das Regelgesetz analog zu Gl. (5.82)

$$\underline{u} = -\mathbf{K}_D \hat{\underline{x}} . \quad (5.96)$$

Entsprechend lauten Strecke und Beobachter mit Informationsaustausch

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}_D \underline{x} - \mathbf{B}_D \mathbf{K}_D \underline{x} + \mathbf{A}_C \underline{x} \quad (5.97)$$

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = (\mathbf{A}_D - \mathbf{H}_D \mathbf{C}_D) \hat{\underline{x}} - \mathbf{B}_D \mathbf{K}_D \hat{\underline{x}} + \mathbf{H}_D \underline{y} + \mathbf{A}_C \hat{\underline{x}} . \quad (5.98)$$

Wird nun das um den inneren Beobachterfehler  $\underline{e} = \underline{x} - \hat{\underline{x}}$  erweiterte geregelte Gesamtsystem aufgestellt, so erhält man den Ausdruck

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}}_i \\ \dot{\underline{e}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_D - \mathbf{B}_D \mathbf{K}_D + \mathbf{A}_C & \mathbf{B}_D \mathbf{K}_D \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_D - \mathbf{H}_D \mathbf{C}_D + \mathbf{A}_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_i \\ \underline{e}_i \end{bmatrix} , \quad (5.99)$$

der dieselbe Form wie Gl. (5.32) aufweist. Somit kann für dezentrale Beobachter mit Informationsaustausch gezeigt werden, dass das Separationsprinzip erfüllt wird.

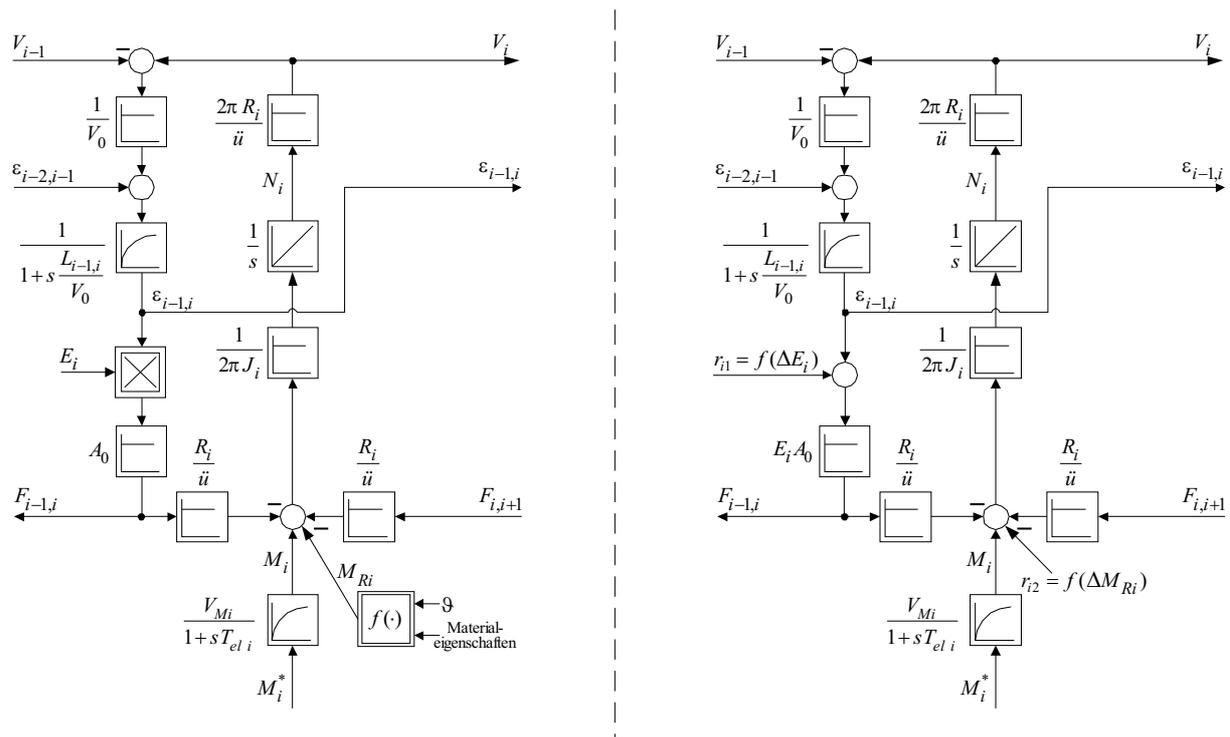
In dem in der vorliegenden Arbeit betrachteten Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung liegen die Teilsysteme aufgrund der Kopplung durch die Stoffbahn direkt nebeneinander. Die Messsignale werden im allgemeinen auf einem Prozessrechner verarbeitet, auf dem auch die Regelung sowie Steuerungs- und Überwachungsfunktionen implementiert sind. Das Problem einer räumlichen Trennung und damit einer eventuell aufwändigen Signalbereitstellung stellt sich damit im Anwendungsbeispiel nicht.

## 5.4 Entwurf von verknüpften Teilbeobachtern am Anwendungsbeispiel

In diesem Kapitel soll der Entwurf von dezentralen, untereinander verknüpften Teilbeobachtern am Prozess der kontinuierlichen Fertigung veranschaulicht werden. Bei diesem Anwendungsbeispiel treten massive Störungen sowohl durch Reibungsverluste des mechanischen Aufbaus als auch durch den Elastizitätsmodul des Materials auf, der sich bei der Bearbeitung der Materialbahn ändert. Da diese beiden Parameter als nichtlineare Störungen auf die Strecke eingreifen, können sie zu einer erheblichen Verfälschung der Beobachtergrößen führen. Daher müssen für die Nachbildung der Bahnkraft sowie der Koppelsignale Störgrößenbeobachter entworfen werden. Die Beobachter liefern im stationären Zustand nicht nur eine Schätzung der Bahnkraft und Koppelsignale, sondern auch eine Schätzung der tatsächlichen Parameter bzw. Parameteränderungen, die für die Adaption der in Kap. 7 entworfenen Prädiktionsmodelle benötigt werden.

Wie in Kap. 5.3.4 bereits angesprochen, wird angenommen, dass die dezentralen Teilregler und Teilbeobachter auf einem Prozessrechner implementiert werden, der auch die Messsignale verarbeitet. Damit liegen die Koppelsignale Bahngeschwindigkeit, Dehnung und Bahnkraft als gemessene bzw. beobachtete Signale vor und können für eine Verknüpfung der Teilbeobachter untereinander verwendet werden. Zur Schätzung der veränderlichen Streckenparameter Elastizitätsmodul und Reibwiderstandsmoment werden diese Störungen in den Teilbeobachtern nachgebildet. Die Beobachter werden unabhängig von den dezentralen Teilreglern aus Kap. 4.4 am isolierten Teilsystem entworfen.

Kapitel 5.4.1 geht auf die in Kap. 5.2.4 allgemein vorgestellten Luenberger–Beobachter bei Prozess–Störungen ein. In Kap. 5.2.4 wurden mit Gl. (5.48) und (5.57) zwei Bedingungen angegeben, die der Störvektor bezüglich seiner Dimension und Eingriffsstellen erfüllen muss, um eine korrekte Nachbildung der Zustandsgrößen im Luenberger Störgrößenbeobachter zu gewährleisten. Bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen kann jedoch aufgrund der Eingriffsstellen des Elastizitätsmoduls und des Reibmoments nur Bedingung (5.48), nicht aber Bedingung (5.57) erfüllt werden. Dazu soll der in Abb. 5.8 links gezeigte Signalflussplan des Teilsystems  $i$  betrachtet werden. Für die Nachbildung der nichtlinearen Störgrößen  $E_i$  und  $M_{Ri}$  im Beobachter werden diese als additiven Störeingriffe  $r_{i1}$  und  $r_{i2}$  modelliert, die Funktionen der Parameteränderungen sind (Abb. 5.8 rechts).



**Abbildung 5.8:** Signalflussplan des Teilsystems  $i$  (links) und Streckenmodell des Teilsystems mit additiv eingreifenden Störgrößen  $r_{i1}$  und  $r_{i2}$  (rechts)

Aus dem Streckenmodell Abb. 5.8 rechts kann die Zustandsgleichung für das gestörte isolierte Teilsystem  $i$  für den Beobachterentwurf aufgestellt werden. Mit Gl. (5.43) gilt

$$\dot{\underline{x}}_i = \mathbf{A}_{ii} \underline{x}_i + \mathbf{B}_{Si} \underline{u}_{Si} + \mathbf{X}_i \underline{r}_i \quad , \quad (5.100)$$

mit  $\underline{x}_i$ ,  $\underline{u}_{Si}$  nach Gl. (3.33), (3.36),  $\mathbf{A}_{ii}$  und  $\mathbf{B}_{Si}$  nach Gl. (3.39) und (3.40). Die

Störeingriffsmatrix  $\mathbf{X}_i$  und der Störvektor  $\underline{r}_i$  ergeben sich aus dem Signalflussplan zu

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{R_i E_i A_0}{\ddot{u} 2\pi J_i} & -\frac{1}{2\pi J_i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.101)$$

$$\underline{r}_i = \begin{bmatrix} r_{i1} \\ r_{i2} \end{bmatrix}. \quad (5.102)$$

Unter der Annahme, dass  $N_i$  und  $M_i$  gemessen werden,  $F_{i-1,i}$  jedoch rekonstruiert werden soll, gilt für die Messausgangsmatrix  $\mathbf{C}_{\text{Mi}}$  Gl. (3.42) bzw. für die Anzahl der Messgrößen  $p = 2$ . Für die Anzahl der Störgrößen gilt nach Gl. (5.102)  $q = 2$ , wodurch die Bedingung (5.48) erfüllt ist. Mit  $\mathbf{X}_i$  nach Gl. (5.101) ergibt sich

$$\text{rang} [\mathbf{C}_{\text{Mi}}\mathbf{X}_i, \mathbf{C}_{\text{Mi}}\mathbf{A}_{\text{ii}}\mathbf{X}_i] = \text{rang} \begin{bmatrix} -\frac{R_i E_i A_0}{\ddot{u} 2\pi J_i} & \frac{1}{2\pi J_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 1 \not\geq 2, \quad (5.103)$$

womit Bedingung (5.57) für kontinuierliche Fertigungsanlagen nicht erfüllt ist. Daher kann der Luenberger Störgrößenbeobachter nach Kap. 5.2.4 nur verwendet werden, wenn nur eine der beiden Störgrößen einwirkt. In Kap. 5.4.1.1 und 5.4.1.2 werden daher jeweils getrennte Störgrößenbeobachter für den Elastizitätsmodul und die Reibmoment entworfen.

Um trotz der Verletzung von Bedingung (5.57) eine korrekte Bahnkraftbeobachtung bei Eingreifen beider Störgrößen zu erzielen, wurde am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme von W. Wolfermann und G. Hartel in [40] ein selbsttätig korrigierter nichtlinearer Störgrößenbeobachter entwickelt [68]. In [48] wurde dieses Verfahren von Th. Patri aufgegriffen und modifiziert. Beide Verfahren zur selbsteinstellenden Bahnkraftbeobachtung werden in Kap. 5.4.2 vorgestellt.

Simulationen eines isolierten und zwei verkoppelter Teilsysteme verdeutlichen in Kap. 5.4.3 die Güte und Anwendbarkeit der unterschiedlichen Beobachterkonzepte.

Da im Anwendungsbeispiel angenommen wird, dass der Statorstrom des Asynchronmotors verzögerungsfrei gemessen werden kann (Kap. 3.2.4.3), braucht die Zustandsgröße  $M_i$  im Beobachter des Teilsystems  $i$  nicht nachgebildet werden. Der Zustandsvektor  $\hat{\underline{x}}_i$  des Teilbeobachters  $i$  kann damit analog zu Kap. 5.2.3 um das beobachtete Motormoment reduziert werden. Die ebenfalls gemessene Drehzahl  $N_{im}$  wird im Beobachter weiterhin nachgebildet, um eine Fehlervergleichsstelle  $N_{im} - \hat{N}_i$  für die Beobachterkorrektur bzw. die Störgrößennachbildung zu erhalten. Die Zustandsdarstellung des reduzierten Teilstörbeobachters (Index „r“) ergibt sich damit aus Gl. (5.44) zu

$$\dot{\hat{\underline{x}}}_{ir} = \mathbf{A}_{\text{iir}} \hat{\underline{x}}_{ir} + \mathbf{B}_{\text{Sir}} \underline{u}_{Sir} + \mathbf{H}_{\text{ir}} (\underline{y}_{Mir} - \hat{\underline{y}}_{Mir}) + \mathbf{X}_{\text{ir}} \underline{\xi}_i \quad (5.104)$$

$$\hat{\underline{y}}_{Mir} = \mathbf{C}_{\text{Mir}} \hat{\underline{x}}_{ir} \quad (5.105)$$

mit

$$\hat{\underline{x}}_{ir} = [\hat{\varepsilon}_{i-1,i}, \hat{N}_i]^T \quad (5.106)$$

$$\underline{u}_{Sir} = M_i \quad (5.107)$$

$$\underline{y}_{Mir} = N_{im} \quad (5.108)$$

$$\hat{\underline{y}}_{Mir} = \hat{N}_i \quad (5.109)$$

$$\underline{\xi}_i = [\hat{r}_{i1}, \hat{r}_{i2}]^T \quad (5.110)$$

$$\mathbf{A}_{\text{Iir}} = \begin{bmatrix} -\frac{V_0}{L_{i-1,i}} & \frac{2\pi R_i}{\ddot{u} L_{i-1,i}} \\ -\frac{R_i E_i A_0}{\ddot{u} 2\pi J_i} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.111)$$

$$\mathbf{B}_{\text{Sir}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2\pi J_i} \end{bmatrix} \quad (5.112)$$

$$\mathbf{H}_{\text{ir}} = \begin{bmatrix} h_{i1} \\ h_{i2} \end{bmatrix} \quad (5.113)$$

$$\mathbf{X}_{\text{ir}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{R_i E_i A_0}{\ddot{u} 2\pi J_i} & \frac{1}{2\pi J_i} \end{bmatrix} \quad (5.114)$$

$$\mathbf{C}_{\text{Mir}} = [ 0 \quad 1 ] \quad (5.115)$$

Die Vorzeichen in  $\mathbf{X}_{\text{ir}}$  sind gegenüber Gl. (5.101) invertiert. Dies ergibt sich aus der Tatsache, dass die nachgebildeten Störgrößen  $\underline{\xi}_i$  im Beobachter mit umgekehrtem Vorzeichen aufgeschaltet werden.

#### 5.4.1 Entwurf von Luenberger Störgrößenbeobachtern

##### 5.4.1.1 Störgrößenbeobachter für den Elastizitätsmodul

Wird nur die Änderung des Elastizitätsmoduls als Störgröße zugelassen (Index „E“), so reduzieren sich die Störeingriffsmatrix  $\mathbf{X}_{\text{ir}}$ , Gl. (5.114), und der Störvektor  $\underline{\xi}_i$ , Gl. (5.110), auf

$$\underline{\xi}_i = \hat{r}_{i1} = \xi_E \quad (5.116)$$

$$\mathbf{X}_{\text{ir}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{R_i E_i A_0}{\ddot{u} 2\pi J_i} \end{bmatrix} \quad (5.117)$$

Im Beobachter muss damit nur die eine Störgröße  $r_{i1} = f(\Delta E_i)$  nachgebildet werden. Die nachgebildete Störgröße  $\hat{r}_{i1} = \xi_E$  wird als Integral des Beobachterfehlers  $N_{im} - \hat{N}_i$  auf die dem Eingriff in der Strecke entsprechende Stelle aufgeschaltet. Abbildung 5.9 zeigt den Signalfussplan des reduzierten Bahnkraftbeobachters mit Störgrößennachbildung für den Elastizitätsmodul.

Für die Zustandsdarstellung des Beobachters muss beachtet werden, dass  $\xi_E$  als zusätzliche Zustandsgröße die Ordnung des Beobachters um eins erhöht. Aus der Zustandsbeschreibung des reduzierten Teilbeobachters  $i$ , Gl. (5.104) – (5.115) ergibt sich für den Störgrößenbeobachter für das Elastizitätsmodul

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}_{\text{ir}} \\ \hat{\xi}_E \end{bmatrix}}_{\hat{\underline{x}}_{iE}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{Iir}} - \mathbf{H}_{\text{ir}} \mathbf{C}_{\text{Mir}} & \mathbf{X}_{\text{ir}} \\ -\mathbf{G} \mathbf{C}_{\text{Mir}} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{\text{iiE}}} \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}_{\text{ir}} \\ \hat{\xi}_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\text{Sir}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{u}_{\text{Sir}} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{ir}} \\ \mathbf{G} \end{bmatrix} \underline{y}_{\text{Mir}} \quad (5.118)$$



Nach einer Änderung von  $E_i$  gilt stationär

$$(\varepsilon_{i-1,ialt} + \Delta\varepsilon_{i-1,i}) \cdot (E_{ialt} + \Delta E_i) A_0 = F_{i-1,ialt} \quad (5.122)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(\varepsilon_{i-1,ialt} \cdot E_{ialt} A_0)}_{F_{i-1,ialt}} + \underbrace{(\varepsilon_{i-1,ialt} \Delta E_i + \Delta\varepsilon_{i-1,i} E_{ialt} + \Delta\varepsilon_{i-1,i} \Delta E_i)}_{=0} = F_{i-1,ialt} \quad , \quad (5.123)$$

da die Bahnkraftregelung  $\Delta E_i$  durch eine Dehnungsänderung  $\Delta\varepsilon_{i-1,i}$  ausgleicht. Nach Ausmultiplizieren der linken Seite, Gl. (5.123), erkennt man, dass der zweite Summand Null werden muss, um die stationäre Bedingung (5.121) zu erfüllen. Daraus berechnen sich die Dehnungsänderung und Elastizitätsänderung zu

$$\Delta\varepsilon_{i-1,i} = -\frac{\Delta E_i \cdot \varepsilon_{i-1,ialt}}{E_{ialt} + \Delta E_i} \quad \Rightarrow \quad \Delta E_i = -\Delta\varepsilon_{i-1,i} \cdot \frac{E_{ialt}}{\varepsilon_{i-1,ialt} + \Delta\varepsilon_{i-1,i}} \quad . \quad (5.124)$$

Im Beobachter entspricht  $\Delta\varepsilon_{i-1,i}$  der nachgebildeten Störgröße  $\xi_E$ , die bekannt ist, und  $\varepsilon_{i-1,ialt} + \Delta\varepsilon_{i-1,i}$  der beobachteten Dehnung

$$\hat{\varepsilon}_{i-1,i} = \varepsilon_{i-1,ialt} + \Delta\varepsilon_{i-1,i}, \quad \xi_E = \Delta\varepsilon_{i-1,i} \quad . \quad (5.125)$$

Somit lässt sich die mit dem Störgrößenbeobachter identifizierte Änderung des Elastizitätsmoduls berechnen zu

$$\Delta \hat{E}_i = -\xi_E \cdot \frac{E_{ialt}}{\hat{\varepsilon}_{i-1,i}} \quad . \quad (5.126)$$

$E_{ialt}$  entspricht dabei dem im Beobachter im Proportionalglied mit der Verstärkung  $E_i A_0$  eingetragenen Wert des Elastizitätsmoduls.

#### 5.4.1.2 Störgrößenbeobachter für die Reibung

Der Bahnkraftbeobachter mit Nachbildung des Reibwiderstandsmoments (Index „R“) kann analog zum Elastizitätsmodulbeobachter entworfen werden. Die aus dem Beobachterfehler  $N_{im} - \hat{N}_i$  nachgebildete Störgröße wird nun auf die Momentensummutationsstelle geführt und entspricht dem Reibwiderstandsmoment. Die Störeingriffsmatrix  $\mathbf{X}_{ir}$  und der Störvektor  $\underline{\xi}_i$  ergeben sich aus den Gleichungen (5.114) und (5.110) zu

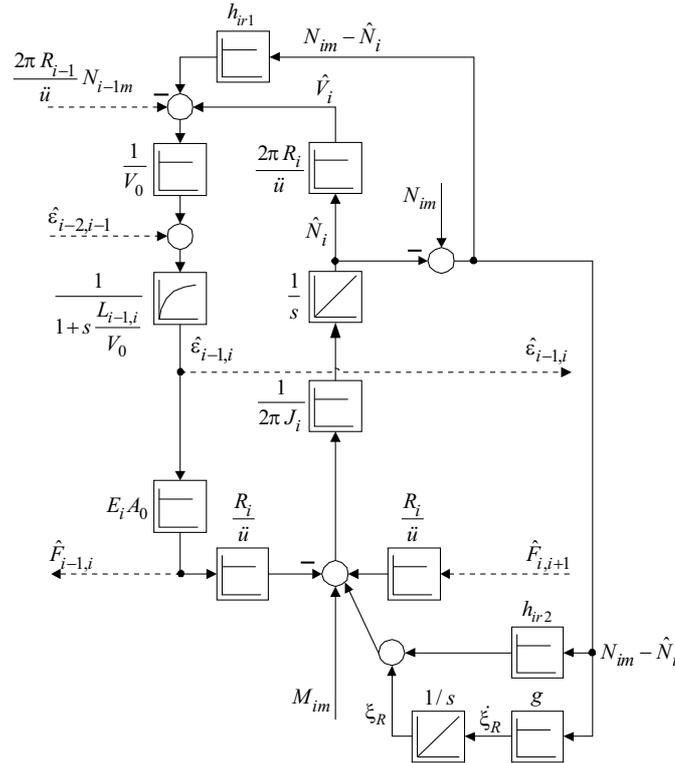
$$\underline{\xi}_i = \hat{r}_{i2} = \xi_R \quad (5.127)$$

$$\mathbf{X}_{ir} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2\pi J_i} \end{bmatrix} \quad . \quad (5.128)$$

Abbildung 5.10 zeigt den Signalflussplan des Störgrößenbeobachters. Die Zustandsbeschreibung ergibt sich analog zu Gl. (5.118) zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}_{ir} \\ \hat{\xi}_R \end{bmatrix}}_{\hat{\underline{x}}_{iR}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{iir} - \mathbf{H}_{ir} \mathbf{C}_{Mir} & \mathbf{X}_{ir} \\ -\mathbf{G} \mathbf{C}_{Mir} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{iir}} \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}_{ir} \\ \hat{\xi}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{Sir} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{u}_{Sir} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ir} \\ \mathbf{G} \end{bmatrix} \underline{y}_{Mir} \quad (5.129)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\underline{y}}_{Mir} \\ \hat{\underline{y}}_{MiR} \end{bmatrix}}_{\hat{\underline{y}}_{MiR}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{Mir} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_{MiR}} \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}_{ir} \\ \hat{\xi}_R \end{bmatrix}$$



**Abbildung 5.10:** Signalflussplan des reduzierten Teilbeobachters  $i$  bei linearem Bahnverhalten und starrer Kopplung für Bahnkraftbeobachtung und Nachbildung des Reibwiderstandsmoments

Die Matrizen  $\mathbf{H}_{ir}$  und  $\mathbf{G}$  können durch Polzuweisung oder Gütefunktional entworfen werden. Die Vorgabe des Polvektors

$$q = \begin{bmatrix} -11 + 125i \\ -11 - 125i \\ -2.2 \end{bmatrix} \quad (5.130)$$

führt zu den Ergebnissen

$$\mathbf{H}_{ir} = \begin{bmatrix} h_{ir1} \\ h_{ir2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.166 \text{ [m]} \\ 22.15 \text{ [Nm sec.]} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = g = 7745.87 \text{ [Nm]} . \quad (5.131)$$

Aus der nachgebildeten Störgröße  $\xi_R$  kann aufgrund des additiven Eingreifens von  $M_{Ri}$  sofort die identifizierte Änderung des Reibwiderstandsmoments abgelesen werden

$$\Delta \hat{M}_{Ri} = \xi_R . \quad (5.132)$$

#### 5.4.2 Entwurf von selbststellenden Störgrößenbeobachtern

Wie die Simulationsergebnisse in Kap. 5.4.3 zeigen, weisen die Störgrößenbeobachter nach Luenberger, Gl. (5.118) und (5.129), den Nachteil auf, dass nur bei Einwirken einer einzigen Störgröße die Bahnkraft korrekt rekonstruiert werden kann. Daher konnten die Störgrößenbeobachter nur für eine Störgröße (entweder Elastizitätsmodul oder Reibwiderstandsmoment) entworfen werden, in der Annahme, dass die jeweils andere Störgröße konstant bleibt. In der Praxis ist diese Forderung jedoch nicht immer erfüllt.



zusammenhängen. Tritt bei konstanter Bahnkraft eine Änderung des Elastizitätsmoduls auf, so ändert sich stationär nur  $\hat{F}_{i-1,iA}$ . Bei Auftreten einer Änderung des Reibwiderstandsmoments ändert sich stationär nur  $\hat{F}_{i-1,iB}$ .  $\xi_i$  ändert sich in beiden Fällen, da der entstehende Beobachterfehler jeweils aufintegriert wird. Treten in beiden Parametern  $E_i$  und  $M_{Ri}$  Variationen auf, so ergibt sich  $\xi_i$  als Summe aus den Einzelanteilen, die den nachgebildeten Störgrößen entsprechen

$$\xi_i = \xi_E + \xi_R \quad . \quad (5.134)$$

Aus dem Wert von  $\xi$  vor und nach einer Bahnkraftänderung lässt sich über eine Separationsvorschrift die verursachende Parameterabweichung ermitteln und der entsprechende Parameter im Beobachter adaptieren. Für die Berechnung von  $\xi_E$  und  $\xi_R$  wird wie folgt vorgegangen. Dabei markiert der Index „1“ die stationären Größen vor, der Index „2“ nach der Bahnkraftänderung.

- Die Höhe der Sollbahnkraftänderung wird über den Faktor  $\alpha$  bestimmt:

$$\alpha = \frac{F_{i-1,i2}}{F_{i-1,i1}} = \frac{\hat{F}_{i-1,iA2}}{\hat{F}_{i-1,iA1}} \quad . \quad (5.135)$$

- $\xi$  berechnet sich aus den Einzelfehlern  $\xi_E$  und  $\xi_R$  zu

$$\xi_{i1} = \xi_E + \xi_R, \quad \xi_{i2} = \alpha\xi_E + \xi_R \quad . \quad (5.136)$$

- Damit können die den Parametern  $E_i$  und  $M_{Ri}$  zugeordneten Einzelfehler berechnet werden zu

$$\xi_E = \frac{\xi_{i2} + \xi_{i1}}{\alpha - 1}, \quad \xi_R = \xi_{i1} + \xi_E \quad . \quad (5.137)$$

- Aus  $\xi_E$  und  $\xi_R$  können die tatsächlichen Parameter bzw. Parameteränderungen berechnet werden. Mit Gl. (5.124) ergibt sich der Zusammenhang

$$\xi_E = \Delta\hat{\varepsilon}_{i-1,i}E_{i1}A_0 \quad , \quad (5.138)$$

da der Aufschaltspunkt von  $\xi_E$  im Luenberger-Beobachter für den Elastizitätsmodul lediglich über das Proportionalglied  $E_iA_0$  in Richtung Bahnkraft verschoben wurde. Mit  $\Delta\hat{\varepsilon}_{i-1,i}$  nach Gl. (5.124) und der Beziehung  $\hat{\varepsilon}_{i-1,i1}E_{i1}A_0 = F_{i-1,iA1}$  wird  $\Delta\hat{E}_i$  zu

$$\Delta\hat{E}_i = -\frac{\xi_E E_{i1}}{F_{i-1,iA1} + \xi_E}, \quad \Rightarrow \quad \hat{E}_{i2} = E_{i1} + \Delta\hat{E}_i = E_{i1} \cdot \frac{F_{i-1,iA1}}{F_{i-1,iA1} + \xi_E} \quad . \quad (5.139)$$

$E_{i1}$  entspricht dabei dem im Beobachter im Proportionalglied mit der Verstärkung  $E_iA_0$  eingetragenen Wert des Elastizitätsmoduls vor der Parameteränderung.

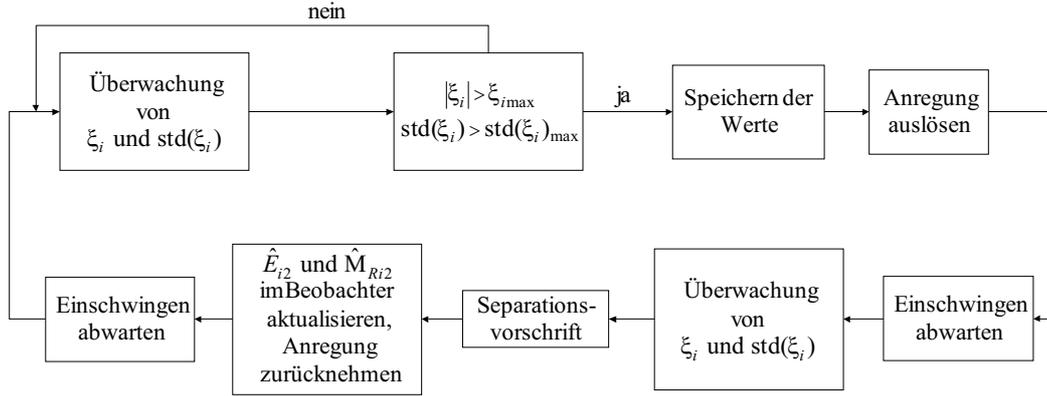
Für das identifizierte Reibwiderstandsmoment ergibt sich

$$\Delta\hat{M}_{Ri} = -\frac{R_i}{\ddot{u}} \xi_R \quad \Rightarrow \quad \hat{M}_{Ri2} = M_{Ri1} + \Delta\hat{M}_{Ri} = M_{Ri1} - \frac{R_i}{\ddot{u}} \xi_R \quad . \quad (5.140)$$

$M_{Ri1}$  entspricht dem im Beobachter eingetragenen Wert des Reibwiderstandsmoments vor der Parameteränderung.

Somit können die im Beobachter eingestellten ursprünglichen Werte  $E_{i1}$  und  $M_{Ri1}$  durch die identifizierten aktuellen Werte  $\hat{E}_{i2}$  und  $\hat{M}_{Ri2}$  ersetzt werden.

Die für die Selbsteinstellung erforderliche Bahnkraftänderung kann z. B. mithilfe einer Überwachung von  $\xi_i$  und dessen Standardabweichung, wie in Abb. 5.12 dargestellt, erfolgen (Schrankenregung). Auch eine periodische oder ereignisorientierte Anregung der Teilsysteme zur Selbsteinstellung ist möglich. In Kap. 5.4.3.3 werden die Ergebnisse sowohl für Schrankenregung als auch für periodische Anregung gezeigt.



**Abbildung 5.12:** Ablaufdiagramm des selbsteinstellenden Teilbeobachters  $i$  nach [40] bei Schrankenanzregung

### 5.4.2.2 Selbsteinstellender Störgrößenbeobachter nach Patri

Grundlage des selbsteinstellenden Beobachters nach Patri [48] ist der Ansatz, dass die aus einer Sollbahnkraftänderung im Teilsystem  $i$  resultierenden stationären Änderungen von Drehzahl,  $\Delta N_i$ , und Bahnkraft,  $\Delta F_{i-1,i}$ , über die Beziehung

$$\Delta F_{i-1,i} = E_i A_0 \frac{2\pi R_i}{\ddot{u} V_0} \cdot \Delta N_i \quad (5.141)$$

zusammenhängen, aus der der Elastizitätsmodul berechnet werden kann zu

$$E_i = \frac{\Delta F_{i-1,i}}{\Delta N_i} \frac{\ddot{u} V_0}{2\pi R_i A_0} \quad (5.142)$$

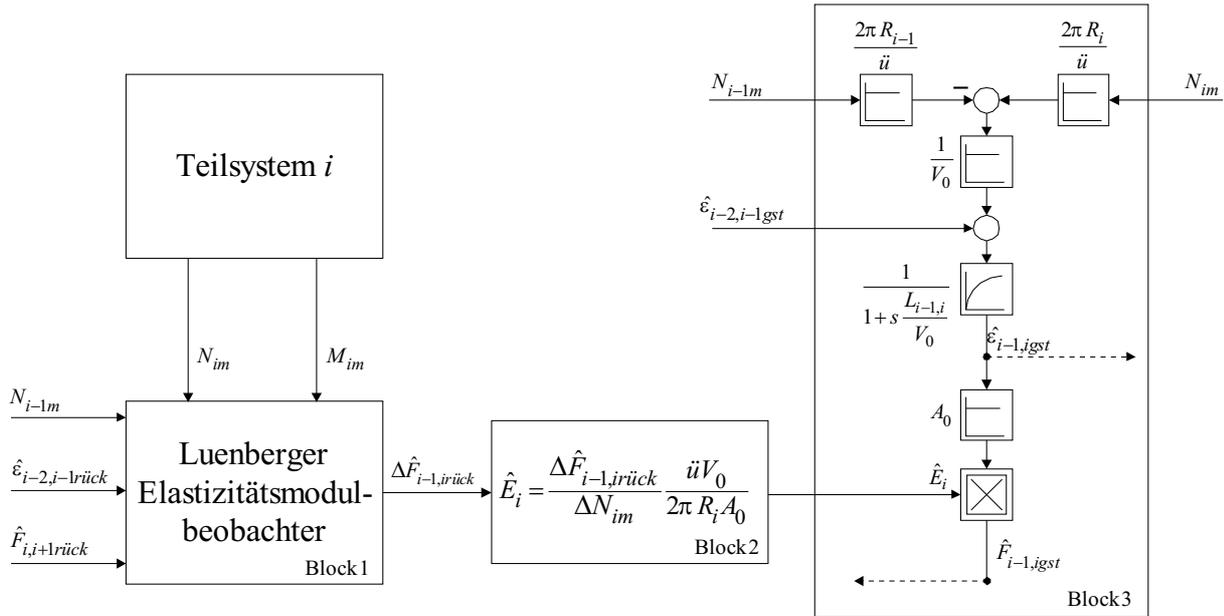
Der selbsteinstellende Beobachter besteht aus drei Teilen, wie Abb. 5.13 zeigt.

Block 1 beinhaltet einen Luenberger Störgrößenbeobachter für die Nachbildung des Elastizitätsmoduls nach [48]. Die durch diesen Beobachter geschätzte Bahnkraft wird zur Unterscheidung der in Block 3 geschätzten Bahnkraft mit  $\hat{F}_{i-1,irück}$  bezeichnet. Bei einer Änderung des Elastizitätsmoduls  $E_i$  in der Strecke bleibt die Bahnkraft  $\hat{F}_{i-1,irück}$  dieses Beobachters fehlerfrei, und nach einer Sollbahnkraftänderung kann mithilfe der resultierenden Drehzahl- und Kraftänderungen  $\Delta N_{im}$  und  $\Delta \hat{F}_{i-1,irück}$  der neue Elastizitätsmodul identifiziert werden (Block 2). Der rechts angeordnete Block 3 beinhaltet einen so genannten gesteuerten Bahnkraftbeobachter, der nur das Bahnverhalten nachbildet. Er wird mit den gemessenen Drehzahlen  $N_{i-1m}$ ,  $N_{im}$  sowie der im gesteuerten Teilbeobachter  $i-1$  geschätzten Dehnung  $\hat{\epsilon}_{i-2,i-1gst}$  gespeist. Bei einer Änderung von  $E_i$  wird die Bahnkraft  $\hat{F}_{i-1,igst}$  dieses Beobachters fehlerbehaftet. Nach einer Aktualisierung des gesteuerten Beobachters in Block 3 mit dem in Block 1 und 2 identifizierten Elastizitätsmodul  $\hat{E}_i$  kann  $\hat{F}_{i-1,igst}$  jedoch wieder korrigiert werden. Ändert sich das Reibwiderstandsmoment im Teilsystem  $i$ , so erfährt die Bahnkraft  $\hat{F}_{i-1,irück}$  des Beobachters in Block 1 einen Fehler, während  $\hat{F}_{i-1,igst}$  korrekt bleibt. Das Reibwiderstandsmoment kann dann über den Zusammenhang

$$\hat{M}_{Ri} = \frac{R_i}{\ddot{u}} \cdot (\hat{F}_{i-1,igst} - \hat{F}_{i-1,irück}) \quad (5.143)$$

geschätzt und im Beobachter in Block 1 aktualisiert werden.

Treten Änderungen von  $E_i$  und  $M_{Ri}$  zugleich auf, so ändern sich die Bahnkräfte in beiden Beobachtern. Unter der Annahme, dass sich  $M_{Ri}$  bei einer Sollbahnkraftanregung nur in verschwindendem Maß ändert, kann trotz des fehlerbehafteten  $\hat{F}_{i-1,irück}$  der Elastizitätsmodul



**Abbildung 5.13:** Signalflussplan des reduzierten selbststellenden Teilbeobachters  $i$  nach [48] bei linearem Bahnverhalten und starrer Koppelung

durch Bahnkraftanregung und Gl. (5.142) ermittelt werden. Nach Aktualisierung des Beobachters in Block 3 kann dann das Reibwiderstandsmoment mit Gl. (5.143) berechnet werden. Die für die Selbsteinstellung erforderliche Sollbahnkraftänderung kann, wie beim Beobachter von Wolfermann/Hartel, durch Überwachung der beobachteten Kräfte und ihrer Standardabweichungen (Schrankenanzregung), oder durch periodische oder ereignisorientierte Anregung realisiert werden. In Kap. 5.4.3.4 werden die Ergebnisse sowohl für Schrankenanzregung als auch für periodische Anregung gezeigt.

### 5.4.3 Simulationsergebnisse

Zur Veranschaulichung der entworfenen Störgrößenbeobachter wurden folgende Simulationen für zwei verkoppelte Teilsysteme mit PI-Kaskadenregelung nach Kap. 4.4 durchgeführt:

1. Luenberger Störgrößenbeobachter für den Elastizitätsmodul: Abb. 5.14 – 5.16
2. Luenberger Störgrößenbeobachter für das Reibwiderstandsmoment: Abb. 5.17 – 5.19
3. selbststellender Störgrößenbeobachter nach Wolfermann/Hartel: Abb. 5.20, 5.21
4. selbststellender Störgrößenbeobachter nach Patri: Abb. 5.22, 5.23

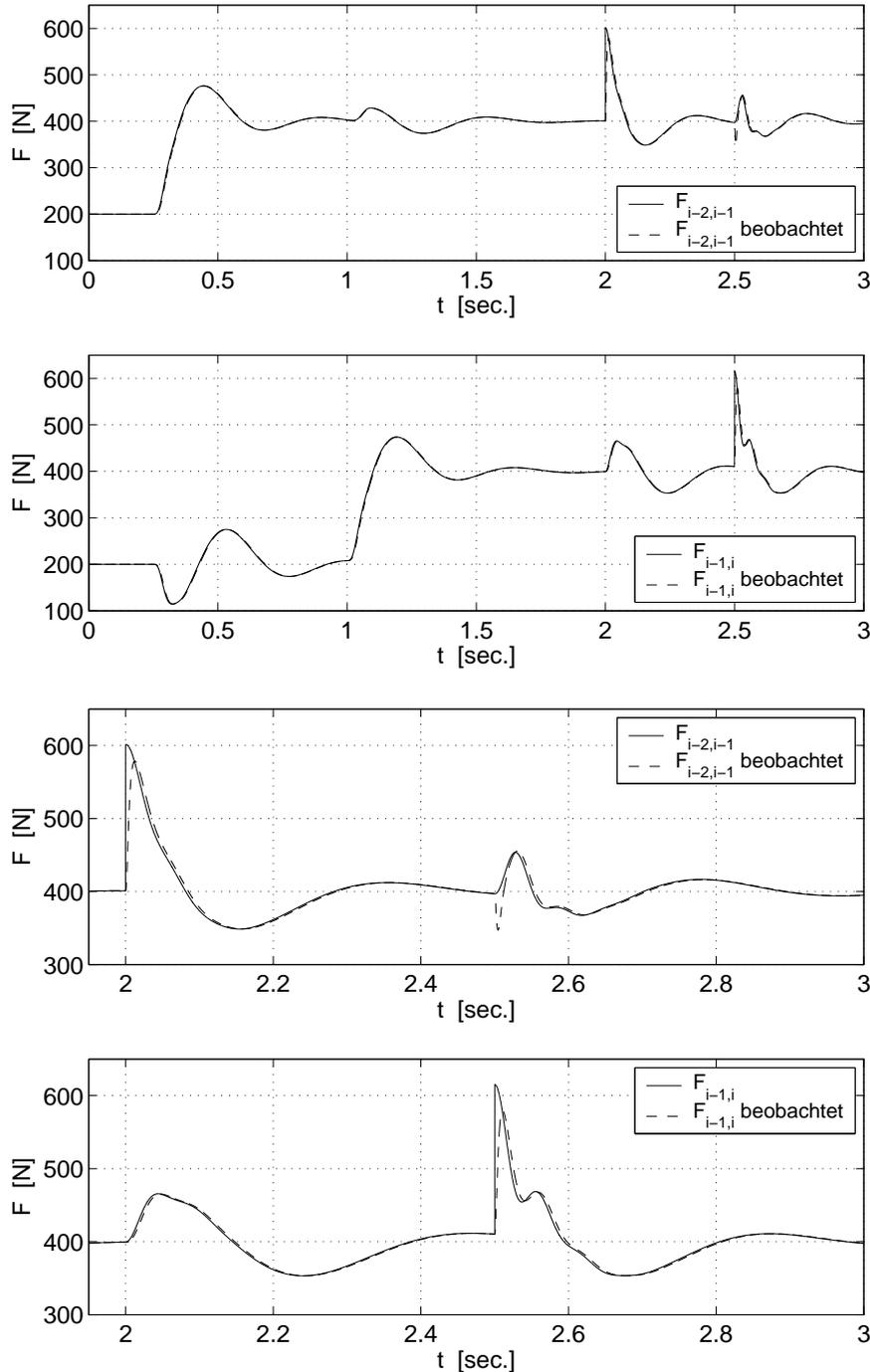
In allen Simulationen wurde auf die beobachteten Bahnkräfte geregelt. Bei Verwendung der selbststellenden Beobachter wurde auf  $\hat{F}_{-A}$  (Wolfermann/Hartel) und  $\hat{F}_{-gst}$  (Patri) geregelt. Die verwendeten Parameter sind in Tab. 5.1 zusammengestellt. Die Teilbeobachter  $i-1$  und  $i$  wurden mit den Arbeitspunktgrößen der Strecke aus Tab. 3.1 (Seite 44) und 4.1 (Seite 66) vorbelegt, um die Beobachter bereits in den eingeschwungenen Zustand zu bringen.

Parameter	Bezeichnung	Wert	Einheit
Zeitkonstante Drehzahlmessung $i - 1$ und $i$	$T_{mN}$	5	msec.
Luenberger Störgrößenbeobachter für den Elastizitätsmodul			
Erster Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$h_{r1}$	0.069	m
Zweiter Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$h_{r2}$	4381.62	Nm sec.
Integraler Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$g$	316.26	-
Luenberger Störgrößenbeobachter für das Reibwiderstandsmoment			
Erster Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$h_{r1}$	0.16	m
Zweiter Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$h_{r2}$	22.15	Nm sec.
Integraler Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$g$	7745.87	Nm
Störgrößenbeobachter nach Wolfermann/Hartel			
Erster Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$h_{r1}$	0.24	m
Zweiter Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$h_{r2}$	84.43	Nm sec.
Integraler Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$g$	$1.03 \cdot 10^5$	N
Fehlerschranke für $\xi$ , $i - 1$ und $i$	$\xi_{max}$	5	N
Fehlerschranke für Standardabweichung von $\xi$ , $i - 1$ und $i$	$\text{std}(\xi)_{max}$	0.01	-
Höhe der Anregung $i - 1$ und $i$	$\Delta F_{anreg}^*$	20	N
Störgrößenbeobachter nach Patri			
Erster Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$h_{r1}$	-5.26	m
Zweiter Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$h_{r2}$	357.95	Nm sec.
Integraler Rückführkoeffizient $i - 1$ und $i$	$g$	316.2	m/sec.
Fehlerschranke für $\hat{F}_{rück}$ , $i - 1$ und $i$	$\hat{F}_{rück,max}$	5	N
Fehlerschranke für Standardabweichung von $\hat{F}_{rück}$ , $i - 1$ und $i$	$\text{std}(\hat{F}_{rück})_{max}$	0.01	-
Höhe der Anregung $i - 1$ und $i$	$\Delta F_{anreg}^*$	20	N
Anregungen			
Elastizitätsmoduländerung $i - 1$ und $i$	$\Delta E$	$4.25 \cdot 10^9$	N/m <sup>2</sup>
Reibmomentänderung $i - 1$	$\Delta M_{Ri-1}$	2	Nm
Reibmomentänderung $i$	$\Delta M_{Ri}$	3	Nm
Bahnkraftsollwertänderung $i - 1$ und $i$	$\Delta F^*$	200	N

**Tabelle 5.1:** Simulationsparameter (Erweiterung zu den Tabellen 3.1 (Seite 44) und 4.1 (Seite 66))

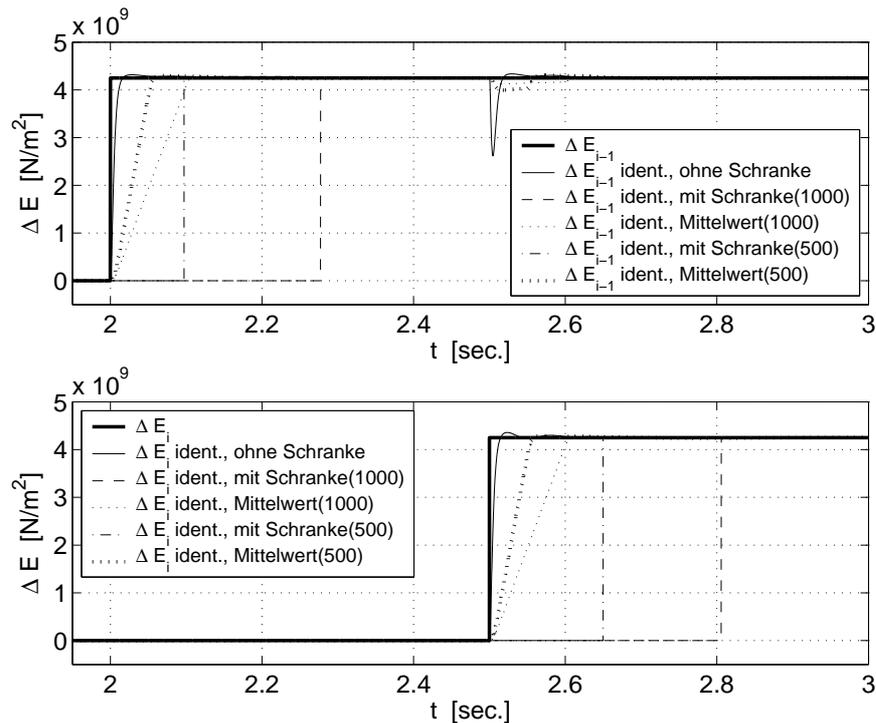
### 5.4.3.1 Simulation des Luenberger Elastizitätsmodulbeobachters

Abbildung 5.14 zeigt die realen und beobachteten Bahnkräfte der Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$  bei Regelung auf beobachtete Bahnkräfte. Um das Führungsverhalten bei Bahnkraftbeobachtung zu demonstrieren, wurden zunächst Führungsanregungen  $\Delta F_{i-2,i-1}^* = 200$  N bei  $t = 0.25$  sec. und  $\Delta F_{i-1,i}^* = 200$  N bei  $t = 1$  sec. auf die Teilsysteme gegeben. Im Vergleich zum Führungsverhalten bei Bahnkraftmessung (Abb. 4.14 und 4.15) ist die Dynamik bei Bahnkraftbeobachtung etwas verbessert, da nun anstelle des mit  $T_{mF} = 10$  msec.



**Abbildung 5.14:** *Oben: Bahnkraftverläufe mit Luenberger Störgrößenbeobachter für den Elastizitätsmodul. Unten: Ausschnitte der Bahnkräfte*  
*Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.25 \text{ sec.})$ ,  $\Delta F_{i-1,i}^*(t = 1 \text{ sec.})$ ,*  
*Störanregung:  $\Delta E_{i-1}(t = 2 \text{ sec.})$ ,  $\Delta E_i(t = 2.5 \text{ sec.})$*

geglätteten Kraftmesswerts die beobachtete Bahnkraft in die Regelung zurückgeführt wird. Bei  $t = 2 \text{ sec.}$  werden die Teilsysteme mit einer Störung  $\Delta E_{i-1} = 0.5 \cdot E_{i-1} = 4.25 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$  und bei  $t = 2.5 \text{ sec.}$  mit  $\Delta E_i = 0.5 \cdot E_i = 4.25 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$  angeregt. Dies entspricht einer sprungförmigen Änderung des Elastizitätsmoduls, wie er z. B. bei der Befeuchtung von Papier auftreten kann. Mit der Bahnzeitkonstante  $L_{i-2,i-1}/V_0 = 0.4875 \text{ sec.}$  wird das befeuchtete Material in das nachfolgende Teilsystem  $i$  transportiert, in dem sich der Elastizitätsmodul in gleicher Weise ändert. Da die Parameteränderung durch die integrale Rückführung  $\xi_E$  des

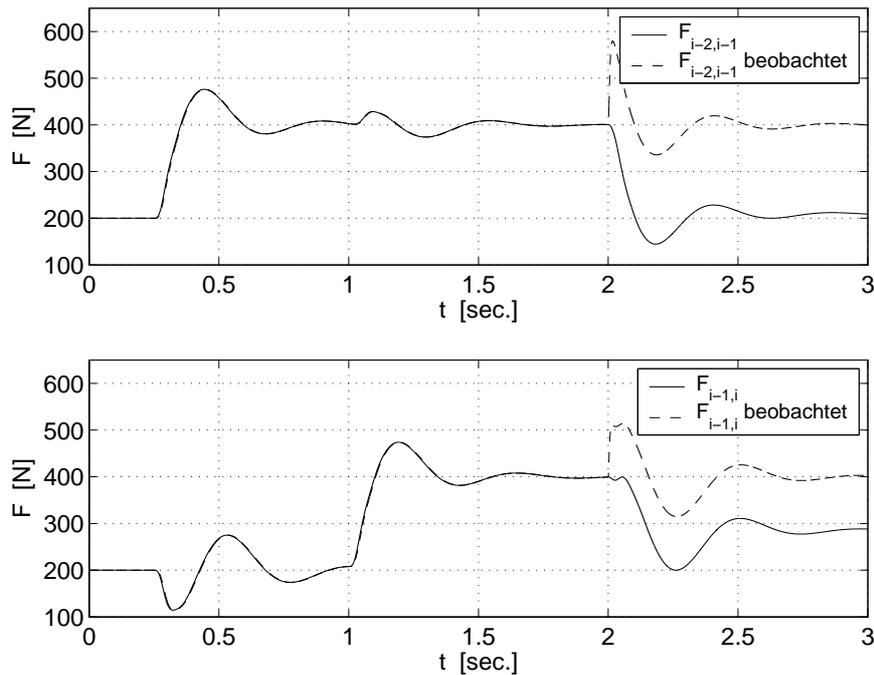


**Abbildung 5.15:** *Reale und identifizierte Änderung der Elastizitätsmodule; Identifikation mit unterschiedlichen Auswerteverfahren*

Beobachterfehlers (Abb. 5.9) nachgebildet wird, können die beobachteten Bahnkräfte den realen Bahnkräften dynamisch und stationär genau folgen (Abb. 5.14 unten).

Für die Nachführung der in Kap. 7 entworfenen Prädiktionsmodelle wird der vom Beobachter identifizierte Elastizitätsmodul benötigt. Die realen und identifizierten Änderungen dieses Parameters zeigt Abb. 5.15. Werden  $\Delta \hat{E}_{i-1}$  und  $\Delta \hat{E}_i$  mithilfe von Gl. (5.126) berechnet, erhält man für  $\Delta \hat{E}_{i-1}$  und  $\Delta \hat{E}_i$  die dünne durchgezogene Linien („ohne Schranke“). Für  $\Delta \hat{E}_{i-1}$  kommt es bei  $t = 2.5$  sec. zu einer ausgeprägten Abweichung vom eigentlichen Verlauf  $\Delta E_{i-1}$ , da der Teilbeobachter  $i$  bei Auftreten von  $\Delta E_i$  nicht beliebig schnell reagieren kann. Diese Abweichung führt in den Prädiktionsmodellen zu fehlerhaften Vorhersagen. Bei Verwendung eines gleitenden Mittelwertes, der über 500 bzw. 1000 Datenpunkte gebildet wird, erhält man die gepunkteten Linien, die den Sprungänderungen mit einem etwa linearen Anstieg folgen. Bei  $t = 2.5$  sec. kann das Einbrechen von  $\Delta \hat{E}_{i-1}$  reduziert werden. Die gestrichelten und gestrichpunkteten Linien („mit Schranke“) wurden durch Abfrage der Standardabweichung (Schranke =  $3 \cdot 10^6$ ) sowie der Änderung der Standardabweichung (Schranke =  $5 \cdot 10^3$ ) auf einen Grenzwert erzeugt. Erst bei Unterschreiten der Schranken werden die nach Gl. (5.126) berechneten  $\Delta \hat{E}_{i-1}$  und  $\Delta \hat{E}_i$  im Identifikationsalgorithmus aktualisiert. In diesem Fall werden die geringsten Abweichungen zwischen der realen und der identifizierten Elastizitätsmodul-Änderung erreicht, jedoch erfolgt die Aktualisierung mit einer erheblichen Zeitverzögerung, die eine verzögerte Adaption der Prädiktionsmodelle zur Folge hat.

Abbildung 5.16 zeigt schließlich das Verhalten des Luenberger Elastizitätsmodulbeobachters bei Auftreten eines Reibwiderstandsmoments. Zum Zeitpunkt  $t = 2$  sec. wurden sprungförmige Änderungen  $\Delta M_{R_{i-1}} = 2$  Nm und  $\Delta M_{R_i} = 3$  Nm auf die Teilsysteme aufgeschaltet. Es ist zu erkennen, dass die beobachteten und die realen Kräfte voneinander abweichen, da das Integral  $\xi_E$  des Beobachterfehlers auf die Dehnung und nicht auf die Momentensummationsstelle geführt wird. Durch Regelung auf die beobachteten Kräfte zeigen



**Abbildung 5.16:** Bahnkraftverläufe mit Luenberger Störgrößenbeobachter für den Elastizitätsmodul: bei Auftreten von Reibung kommt es zu einer stationären Abweichung

Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.25 \text{ sec.})$ ,  $\Delta F_{i-1,i}^*(t = 1 \text{ sec.})$ ,

Störanregung:  $\Delta M_{Ri-1}$ ,  $\Delta M_{Ri}(t = 2 \text{ sec.})$

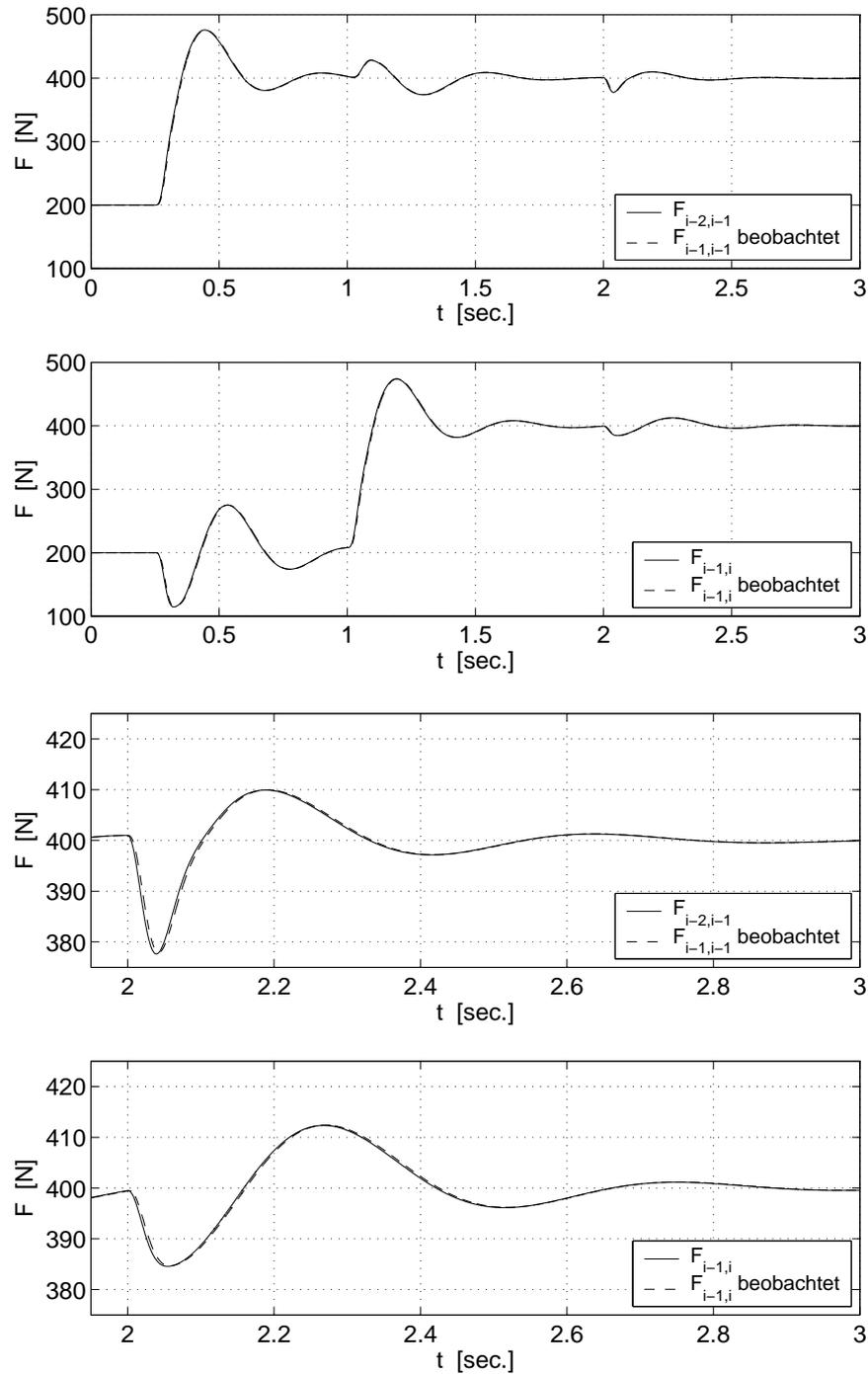
$\hat{F}_{i-2,i-1}$  und  $\hat{F}_{i-1,i}$  keine stationäre Abweichung, jedoch entsteht in der Strecke eine erhebliche Abweichung zum Sollwert, der durch die eingreifenden Reibmomente verursacht wird. Damit ist der Luenberger Störgrößenbeobachter für den Elastizitätsmodul nicht für die korrekte Bahnkraftrekonstruktion bei Eingreifen von Reibung geeignet.

#### 5.4.3.2 Simulation des Luenberger Reibungsbeobachters

Wird nun das Integral des Beobachterfehlers auf die Momentensummationsstelle geführt (Abb. 5.10) und die Teilsysteme zum Zeitpunkt  $t = 2 \text{ sec.}$  mit Reibmomentsprüngen  $\Delta M_{Ri-1} = 2 \text{ Nm}$  und  $\Delta M_{Ri} = 3 \text{ Nm}$  beaufschlagt, so entstehen keine Abweichungen zwischen realer und beobachteter Bahnkraft, wie Abb. 5.17 zeigt.

Die realen und identifizierten Änderungen der Reibwiderstandsmomente zeigt Abb. 5.18. Bei Berechnung von  $\Delta \hat{M}_R$  nach Gl. (5.132) („ohne Schranke“) entsteht ein überschwingungsbehafteter Signalverlauf, der für die Adaption der Prädiktionsmodelle nicht geeignet ist.

Daher wurden wie bei der Identifikation des Elastizitätsmoduls eine Schrankenabfrage („mit Schranke“) sowie die Verwendung des gleitenden Mittelwerts untersucht. Dabei wurden gewählt: Schranke(Standardabweichung) = 0.1, Schranke(Änderung der Standardabweichung) =  $1 \cdot 10^{-4}$ . Wie zu erkennen ist, können  $\Delta \hat{M}_{Ri-1}$  und  $\Delta \hat{M}_{Ri}$  bei Identifikation mit Schrankenabfrage den realen Reibmomentenverläufen wieder nur mit einer erheblichen Zeitverzögerung folgen. Jedoch werden überschwingungsfreie Ergebnisse erzielt. Bei Verwendung des gleitenden Mittelwerts kann die Zeitverzögerung beseitigt werden, es bleibt jedoch ein geringes Überschwingen bestehen.



**Abbildung 5.17:** *Oben: Bahnkraftverläufe mit Luenberger Störgrößenbeobachter für das Reibwiderstandsmoment. Unten: Ausschnitte der Bahnkräfte*

*Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.25 \text{ sec.})$ ,  $\Delta F_{i-1,i}^*(t = 1 \text{ sec.})$ ,  
 Störانregung:  $\Delta M_{Ri-1}$ ,  $\Delta M_{Ri}(t = 2 \text{ sec.})$*

Die Reaktion des Reibmomentbeobachters auf eine Änderung des Elastizitätsmoduls zeigt Abb. 5.19. Zum Zeitpunkt  $t = 2 \text{ sec.}$  bzw.  $t = 2.5 \text{ sec.}$  wurden die Teilsysteme mit  $\Delta E_{i-1} = 4.25 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$  bzw.  $\Delta E_i = 4.25 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$  angeregt. In der Strecke entsteht dadurch eine Bahnkrafterhöhung, während die beobachteten Bahnkräfte durch die PI-Regelung stationär korrekt bei 400 N gehalten werden. Somit ist der Reibmomentbeobachter nach Lu-

enberger wie auch der Elastizitätsmodulbeobachter nur dann für die Bahnkraftrekonstruktion geeignet, wenn jeweils nur die Störgröße eingreift, für die der Beobachter entworfen wurde.

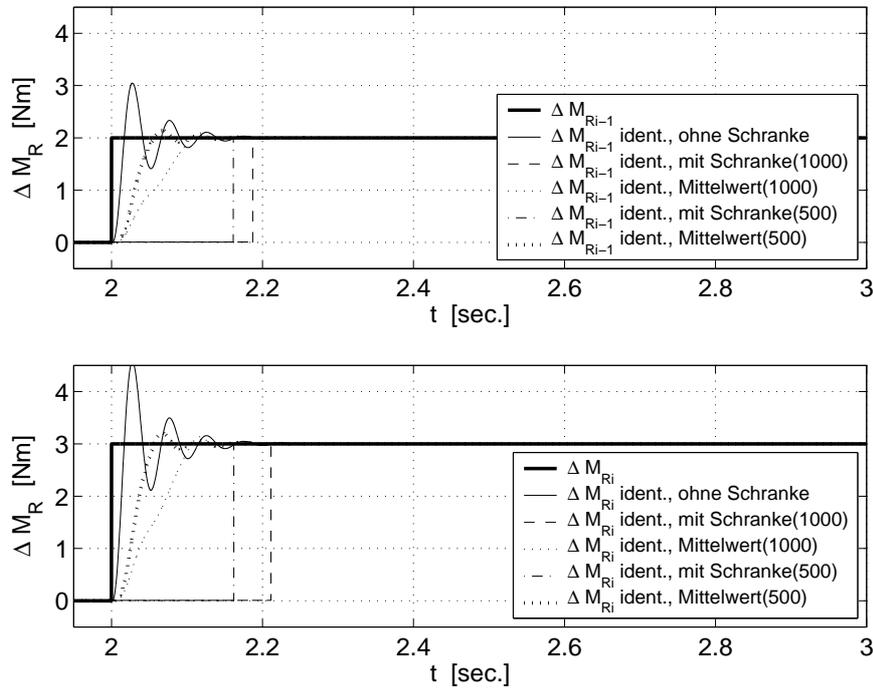


Abbildung 5.18: Reale und identifizierte Änderung der Reibwiderstandsmomente; Identifikation mit unterschiedlichen Auswerteverfahren

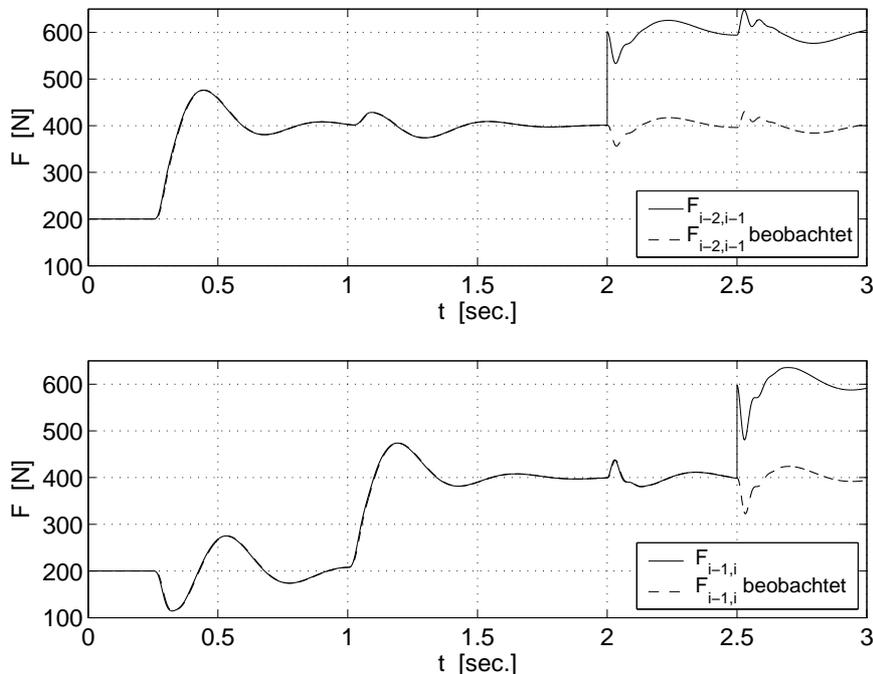


Abbildung 5.19: Bahnkraftverläufe mit Luenberger Störgrößenbeobachter für das Reibwiderstandsmoment: bei Auftreten einer Elastizitätsänderung kommt es zu einer stationären Abweichung  
 Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.25 \text{ sec.})$ ,  $\Delta F_{i-1,i}^*(t = 1 \text{ sec.})$ ,  
 Störanregung:  $\Delta E_{i-1}(t = 2 \text{ sec.})$ ,  $\Delta E_i(t = 2.5 \text{ sec.})$

### 5.4.3.3 Simulation des selbststellenden Störgrößenbeobachters nach Wolfermann/Hartel

Für die Untersuchung des selbststellenden Beobachters nach Wolfermann/Hartel wurden die verkoppelten Teilsysteme  $i-1$  und  $i$  bei  $t = 0.25$  sec. und  $t = 1$  sec. zunächst wieder mit Führungssprüngen  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$  und  $\Delta F_{i-1,i}^*$  von je 200 N angeregt. In Abb. 5.20 und 5.21 ergibt sich das bereits von den Luenberger Störgrößenbeobachtern bekannte Führungsverhalten. Als Störanregungen wurden anschließend bei  $t = 2$  sec. Reibwiderstandsmomente  $\Delta M_{Ri-1} = 2$  Nm und  $\Delta M_{Ri} = 3$  Nm, sowie Elastizitätsänderungen  $\Delta E_{i-1} = 0.5 \cdot E_{i-1} = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup> bei  $t = 3.5$  sec. und  $\Delta E_i = 0.5 \cdot E_i = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup> bei  $t = 4$  sec. aufgeschaltet.

Zunächst soll die abhängig vom Fehler  $\underline{\xi} = [\xi_{i-1}, \xi_i]^T$  und dessen Standardabweichung ausgelöste Schrankenangregung betrachtet werden, deren Ergebnisse in Abb. 5.20 dargestellt sind. Durch die Reibungsänderung bei  $t = 2$  sec. steigt  $\hat{\underline{F}}_B = [\hat{F}_{i-2,i-1B}, \hat{F}_{i-1,iB}]^T$  an, da diese Parameteränderung durch die Fehler  $\xi_{i-1}$  und  $\xi_i$  ausgeglichen wird.  $\hat{\underline{F}}_A = [\hat{F}_{i-2,i-1A}, \hat{F}_{i-1,iA}]^T$  und  $\underline{F} = [F_{i-2,i-1}, F_{i-1,i}]^T$  bleiben stationär konstant, da sich eine Reibungsänderung nur in  $\hat{\underline{F}}_B$  auswirkt. Erst nach Änderung des Elastizitätsmoduls bei  $t = 3.5$  sec. und  $t = 4$  sec. wird  $\underline{F}$  fehlerbehaftet. Der Grund liegt darin, dass die Elastizitätsänderung zwar einen Fehler in  $\hat{\underline{F}}_A$  hervorruft, durch Regelung auf  $\hat{\underline{F}}_A$  die Beobachterkräfte jedoch korrekt gehalten werden. Der durch die Elastizitätsänderung hervorgerufene Fehler tritt nun in den realen Kräften  $\underline{F}$  auf. Nach Erfüllung der Einschwingbedingung  $|\underline{\xi}| < \underline{\xi}_{max}$  und  $\text{std}(\underline{\xi}) < \text{std}(\underline{\xi})_{max}$  werden bei  $t = 6.8$  sec. bzw.  $t = 8.8$  sec. in den Teilsystemen  $i-1$  und  $i$  Sollkraftsprünge  $\Delta F_{i-2,i-1anreg}^* = 20$  N und  $\Delta F_{i-1,ianreg}^* = 20$  N ausgelöst, um die Parameteränderungen zu identifizieren. Sind beide Teilsysteme eingeschwungen ( $t = 11.05$  sec.), wird die Berechnung der Parameteränderungen  $\Delta \hat{M}_{Ri-1}$ ,  $\Delta \hat{M}_{Ri}$ ,  $\Delta \hat{E}_{i-1}$  und  $\Delta \hat{E}_i$  durchgeführt, die Anregungen zurückgenommen und die Beobachter nachgestellt. Die beobachteten und die realen Kräfte schwingen anschließend auf ihre korrekten Werte ein.

Gegenüber den Luenberger Störgrößenbeobachtern ist die Zeitdauer zwischen dem Auftreten der Störungen und der Identifikation stark vergrößert. Grund ist die zur korrekten Parametermittlung notwendige Anregung der Teilsysteme mittels Sollbahnkraftänderung, wodurch vor und nach dem Anregungszeitpunkt das Einschwingen des Fehlers  $\underline{\xi}$  abgewartet werden muss. Die Einschwingzeit ist abhängig von Fehlerschranken  $\underline{\xi}_{max}$  und  $\text{std}(\underline{\xi})_{max}$ . Größere Werte bedeuten eine kürzere Einschwingzeit, jedoch auch ein ungenaueres Identifikationsergebnis.

Bei periodischer Anregung entfällt die Überwachung des Fehlers  $\underline{\xi}$ . Nun werden die Teilsysteme unabhängig von  $\underline{\xi}$  zu festen Zeitpunkten mit Sollbahnkraftsprüngen angeregt. Die Periodendauer der Anregung ist abhängig vom Einschwingverhalten festzulegen. Für die Simulation des Beobachters in Abb. 5.21 wurde die Periodendauer zu 8 sec. gewählt. Wie aus der Abbildung ersichtlich ist, setzt die Anregung bei  $t = 3$  sec. ein. Da die Teilsysteme zu diesem Zeitpunkt noch nicht eingeschwungen sind, findet im Anregungsintervall  $t = 3$  sec. bis  $t = 7$  sec. keine Identifikation der Beobachterparameter statt. Erst zu Beginn des nächsten Anregungsintervalls, bei  $t = 11$  sec., werden die Werte von  $\underline{\xi}$  und  $\hat{\underline{F}}_A$  gespeichert und nach Einschwingen die Berechnung der Parameteränderungen durchgeführt ( $t = 13.4$  sec.).

Gegenüber der Schrankenangregung ist das Zeitintervall zwischen dem Auftreten der Störungen und der SelbstEinstellung etwas größer, da nicht bedarfsabhängig, sondern nur zu festgelegten Zeitpunkten angeregt wird.

Wie die Ergebnisse zeigen, gelingt es mit dem selbststellenden Störgrößenbeobachter nach Wolfermann/Hartel, die Bahnkräfte korrekt zu rekonstruieren, obwohl beide Störgrößen,

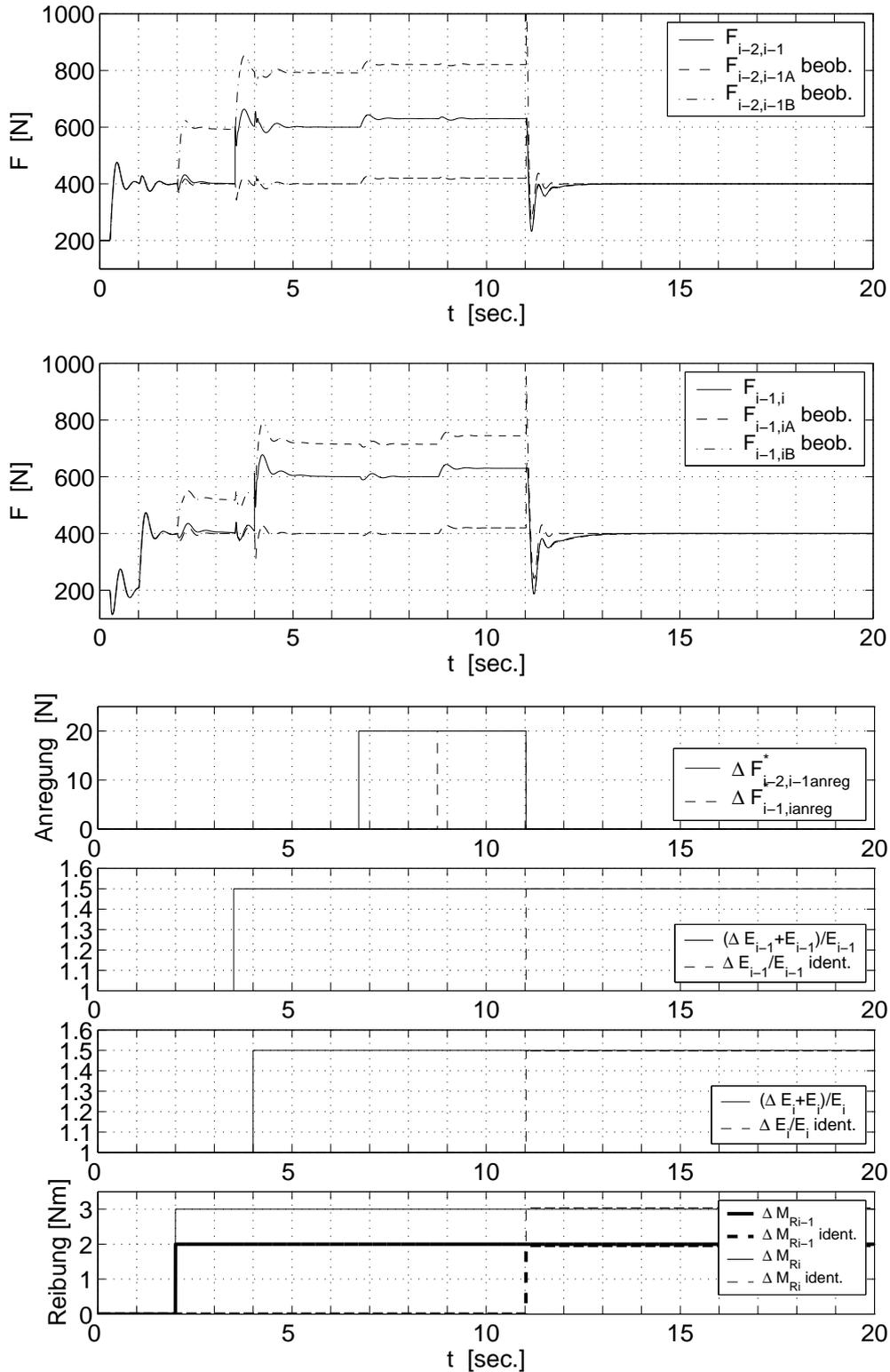


Abbildung 5.20: Bahnkraftverläufe, Anregungen, Elastizitätsmodule und Reibmomente mit Störgrößenbeobachter nach Wolfermann/Hartel, Schranken-anregung

Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$  ( $t = 0.25 \text{ sec.}$ ),  $\Delta F_{i-1,i}^*$  ( $t = 1 \text{ sec.}$ ),

Störanregung  $M_R$ :  $\Delta M_{Ri-1}$ ,  $\Delta M_{Ri}$  ( $t = 2 \text{ sec.}$ ),

Störanregung  $E$ :  $\Delta E_{i-1}$  ( $t = 3.5 \text{ sec.}$ ),  $\Delta E_i$  ( $t = 4 \text{ sec.}$ )

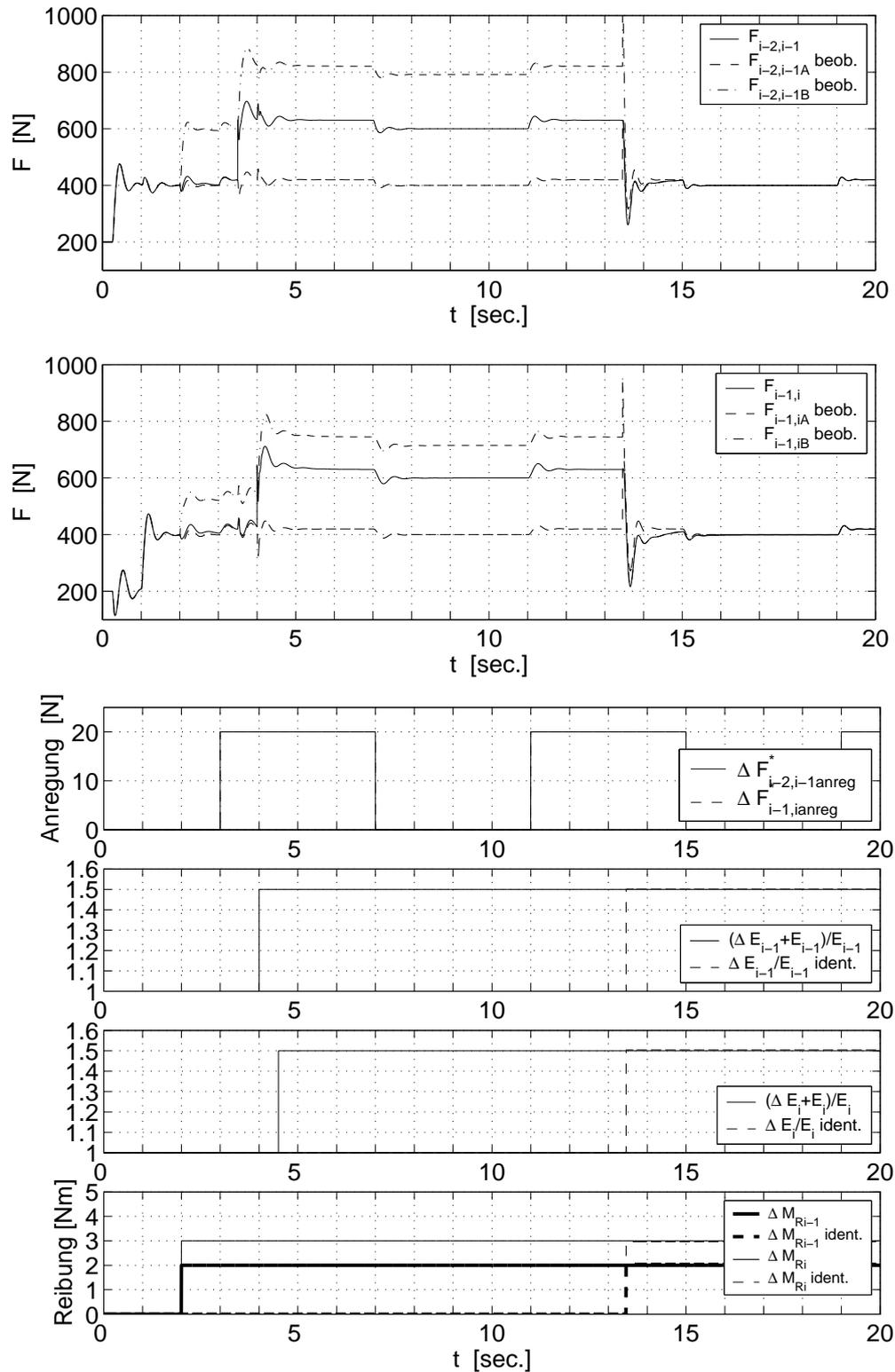


Abbildung 5.21: Bahnkraftverläufe, Anregungen, Elastizitätsmodule und Reibmomente mit Störgrößenbeobachter nach Wolfermann/Hartel, periodische Anregung

Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$  ( $t = 0.25 \text{ sec.}$ ),  $\Delta F_{i-1,i}^*$  ( $t = 1 \text{ sec.}$ ),

Störanregung  $M_R$ :  $\Delta M_{Ri-1}$ ,  $\Delta M_{Ri}$  ( $t = 2 \text{ sec.}$ ),

Störanregung  $E$ :  $\Delta E_{i-1}$  ( $t = 3.5 \text{ sec.}$ ),  $\Delta E_i$  ( $t = 4 \text{ sec.}$ )

Reibwiderstandsmoment und Elastizitätsmodul, auftreten. Die Separation der Einzelfehler aus dem Gesamtfehler  $\underline{\xi}$  wird jedoch erst durch Anregung der Teilsysteme mit einem Sollbahnkraftsprung möglich, dessen Höhe möglichst klein bleiben sollte und im gewünschten Bahnkraftverlauf tolerierbar sein muss. Dies kann als grundsätzlicher Nachteil der selbst-einstellenden Beobachterkonzepte angesehen werden. Beim Beobachter nach Wolfermann/Hartel besteht darüberhinaus der Nachteil, dass sich die Einzelfehler von Reibwiderstandsmoment und Elastizitätsmodul im Fehler  $\underline{\xi}$  aufheben können, wenn die Parameteränderungen kurz hintereinander oder zugleich in gleicher Höhe mit entgegengesetztem Vorzeichen auftreten. Dieses Problem versucht der selbst-einstellende Störgrößenbeobachter nach Patri zu vermeiden.

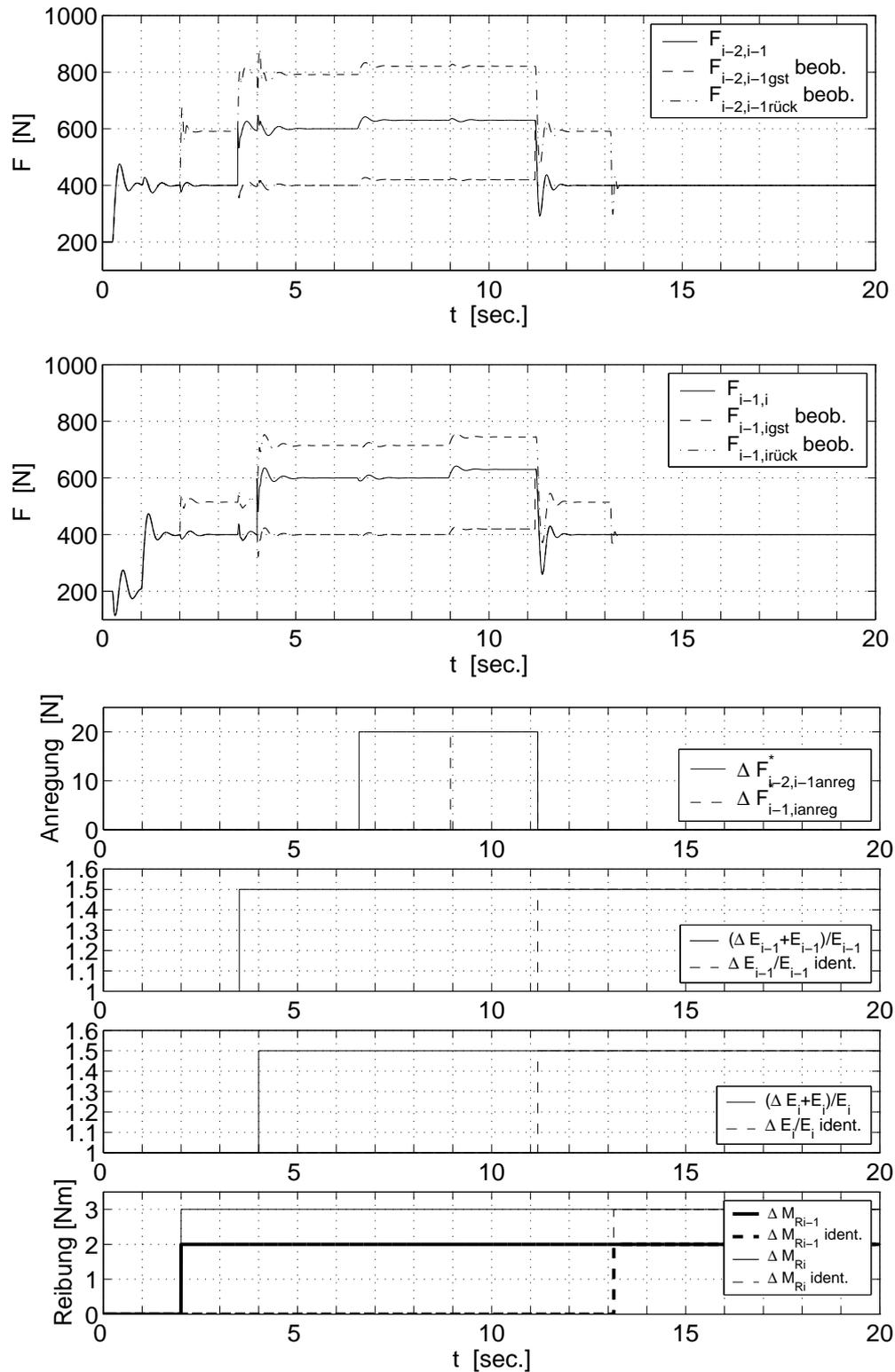
#### 5.4.3.4 Simulation des selbst-einstellenden Störgrößenbeobachters nach Patri

Analog zum Beobachter nach Wolfermann/Hartel wurden für die Untersuchung des selbst-einstellenden Störgrößenbeobachters nach Patri zwei verkoppelte Teilsysteme mit den folgenden Anregungssignalen beaufschlagt:  $\Delta F_{i-2,i-1}^* = 200 \text{ N}$  ( $t = 0.25 \text{ sec.}$ ),  $\Delta F_{i-1,i}^* = 200 \text{ N}$  ( $t = 1 \text{ sec.}$ ),  $\Delta M_{Ri-1} = 2 \text{ Nm}$  ( $t = 2 \text{ sec.}$ ),  $\Delta M_{Ri} = 3 \text{ Nm}$  ( $t = 2 \text{ sec.}$ ),  $\Delta E_{i-1} = 0.5 \cdot E_{i-1} = 4.25 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$  ( $t = 3.5 \text{ sec.}$ ) und  $\Delta E_i = 0.5 \cdot E_i = 4.25 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$  ( $t = 4 \text{ sec.}$ ). Die Auslösung der Sollbahnkraftänderung  $\Delta \underline{F}_{anreg}^* = [\Delta F_{i-2,i-1}^*, \Delta F_{i-1,i}^*]^T$  erfolgte durch die Überwachung der beobachteten Kräfte  $\hat{\underline{F}}_{rück} = [\hat{F}_{i-2,i-1,rück}, \hat{F}_{i-1,i,rück}]^T$  und ihrer Standardabweichungen (Schranken-anregung, Abb. 5.22) sowie durch periodische Anregung (Abb. 5.23). In beiden Fällen wurde auf die Bahnkräfte  $\hat{\underline{F}}_{gst} = [\hat{F}_{i-2,i-1,gst}, \hat{F}_{i-1,i,gst}]^T$  des gesteuerten Beobachters (Block 3 in Abb. 5.13) geregelt.

In beiden Abbildungen, 5.22 und 5.23, ist nach den Führungssprüngen bei  $t = 0.25 \text{ sec.}$  und  $t = 1 \text{ sec.}$  das bereits bekannte dynamische Führungsverhalten zu erkennen. Nach der Störanregung durch  $\Delta M_{Ri-1}$  und  $\Delta M_{Ri}$  bei  $t = 2 \text{ sec.}$  weicht  $\hat{\underline{F}}_{rück}$  vom stationären Wert 400 N ab, da der Luenberger Elastizitätsmodulbeobachter (Block 1 in Abb. 5.13) eine Reibungsänderung nicht fehlerfrei erkennen kann.  $\hat{\underline{F}}_{gst}$  und die realen Bahnkräfte  $\underline{F}$  bleiben korrekt, da der gesteuerte Beobachter auf die Reibungsänderungen nicht reagiert. Erst nach Auftreten der Elastizitätsänderungen bei  $t = 3.5 \text{ sec.}$  und  $t = 4 \text{ sec.}$  erfahren die realen Kräfte eine Abweichung, da nun der Elastizitätsmodul von Strecke und gesteuertem Beobachter unterschiedlich ist. Durch die Regelung auf  $\hat{\underline{F}}_{gst}$  werden die Kräfte des gesteuerten Beobachters jedoch stationäre genau gehalten und der eigentliche Beobachterfehler tritt in der realen Bahnkraft  $\underline{F}$  der Strecke auf.

Im Fall der Schranken-anregung (Abb. 5.22) erfolgt nach dem Einschwingen der Teilsysteme bei  $t = 6.6 \text{ sec.}$  bzw.  $t = 8.95 \text{ sec.}$  die Auslösung der Sollbahnkraftänderungen  $\Delta \underline{F}_{anreg}^* = 20 \text{ N}$ . Zum Zeitpunkt  $t = 11.2 \text{ sec.}$  ist die Berechnung der Elastizitätsänderungen nach Gl. (5.142) abgeschlossen. Die Anregung wird zurückgenommen und die Adaption der gesteuerten Beobachter durchgeführt, so dass  $\hat{\underline{F}}_{gst}$  und  $\underline{F}$  wieder auf die korrekten Werte einschwingen. Da nach Gl. (5.143) für die Berechnung des Reibwiderstandsmoments die korrigierte Kraft  $\hat{\underline{F}}_{gst}$  benötigt wird, muss vor der Adaption des Luenberger-Beobachters das Einschwingen des Teilsysteme abgewartet werden ( $t = 13.2 \text{ sec.}$ ). Nach der Korrektur des Luenberger-Beobachters mit dem identifizierten Reibwiderstandsmoment geht der Fehler in  $\hat{\underline{F}}_{rück}$  wieder auf Null zurück.

Im Fall der periodischen Anregung (Abb. 5.23) erfolgt innerhalb des ersten Anregungsintervalls  $t = 3 \text{ sec.}$  bis  $t = 7 \text{ sec.}$  noch keine Adaption, da bei Einsetzen der positiven Flanke die Teilsysteme noch nicht eingeschwingen sind. Erst im Intervall  $t = 11 \text{ sec.}$  bis  $t = 15 \text{ sec.}$  wird der Elastizitätsmodul ermittelt und die gesteuerten Beobachter nachgestellt. Die Be-



**Abbildung 5.22:** Bahnkraftverläufe, Anregungen, Elastizitätsmodule und Reibmomente mit Störgrößenbeobachter nach Patri, Schrankenanzregung  
 Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$  ( $t = 0.25 \text{ sec.}$ ),  $\Delta F_{i-1,i}^*$  ( $t = 1 \text{ sec.}$ ),  
 Störanregung  $M_R$ :  $\Delta M_{Ri-1}$ ,  $\Delta M_{Ri}$  ( $t = 2 \text{ sec.}$ ),  
 Störanregung  $E$ :  $\Delta E_{i-1}$  ( $t = 3.5 \text{ sec.}$ ),  $\Delta E_i$  ( $t = 4 \text{ sec.}$ )

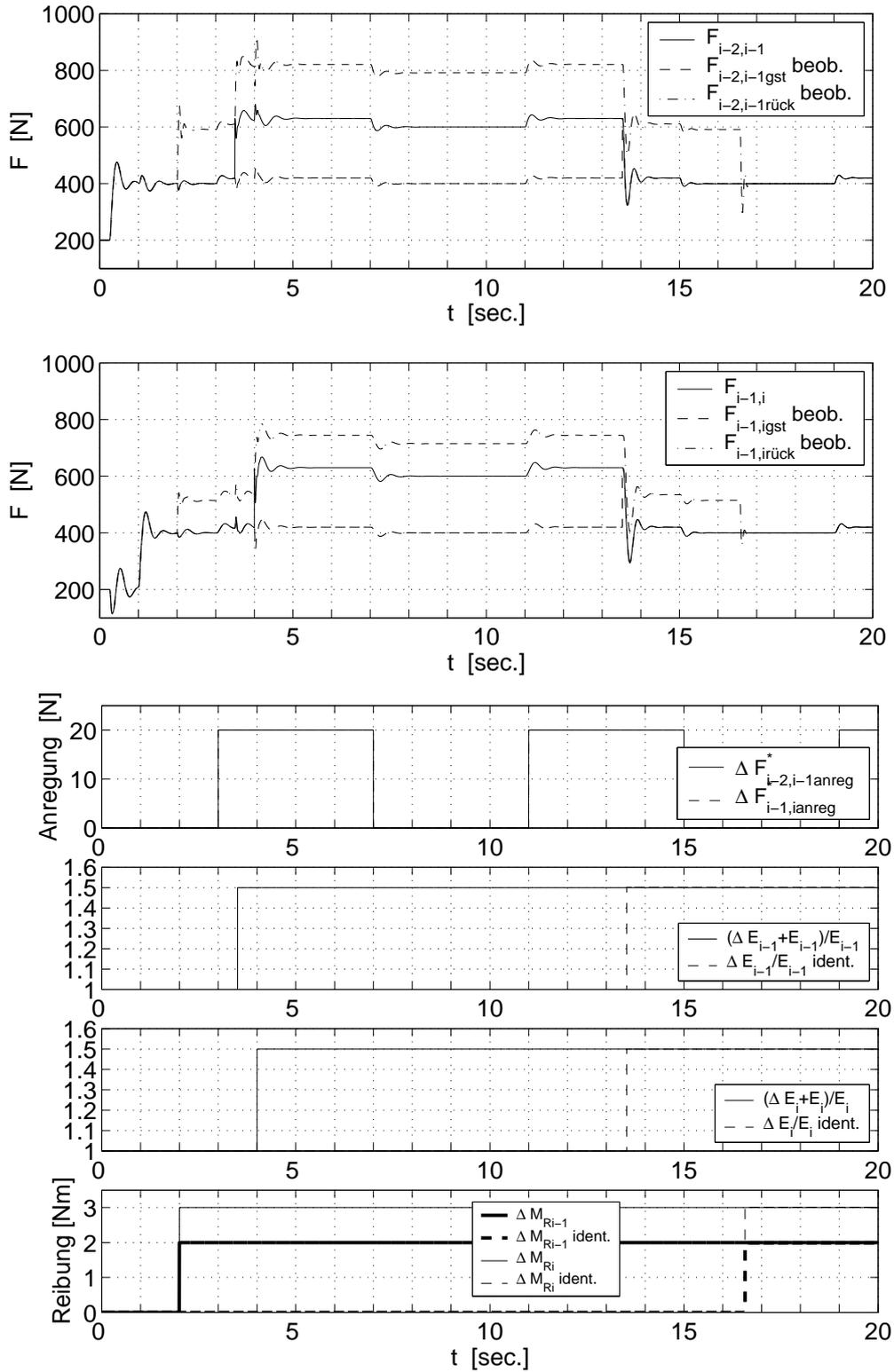


Abbildung 5.23: Bahnkraftverläufe, Anregungen, Elastizitätsmodule und Reibmomente mit Störgrößenbeobachter nach Patri, periodische Anregung

Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$  ( $t = 0.25 \text{ sec.}$ ),  $\Delta F_{i-1,i}^*$  ( $t = 1 \text{ sec.}$ ),

Störanregung  $M_R$ :  $\Delta M_{Ri-1}$ ,  $\Delta M_{Ri}$  ( $t = 2 \text{ sec.}$ ),

Störanregung  $E$ :  $\Delta E_{i-1}$  ( $t = 3.5 \text{ sec.}$ ),  $\Delta E_i$  ( $t = 4 \text{ sec.}$ )

rechnung der Reibwiderstandsmomente und die Adaption der Luenberger–Beobachter setzt bei  $t = 16.6$  sec., nach Einschwingen der Teilsysteme nach der negativen Flanke des Anregungssignals ein.

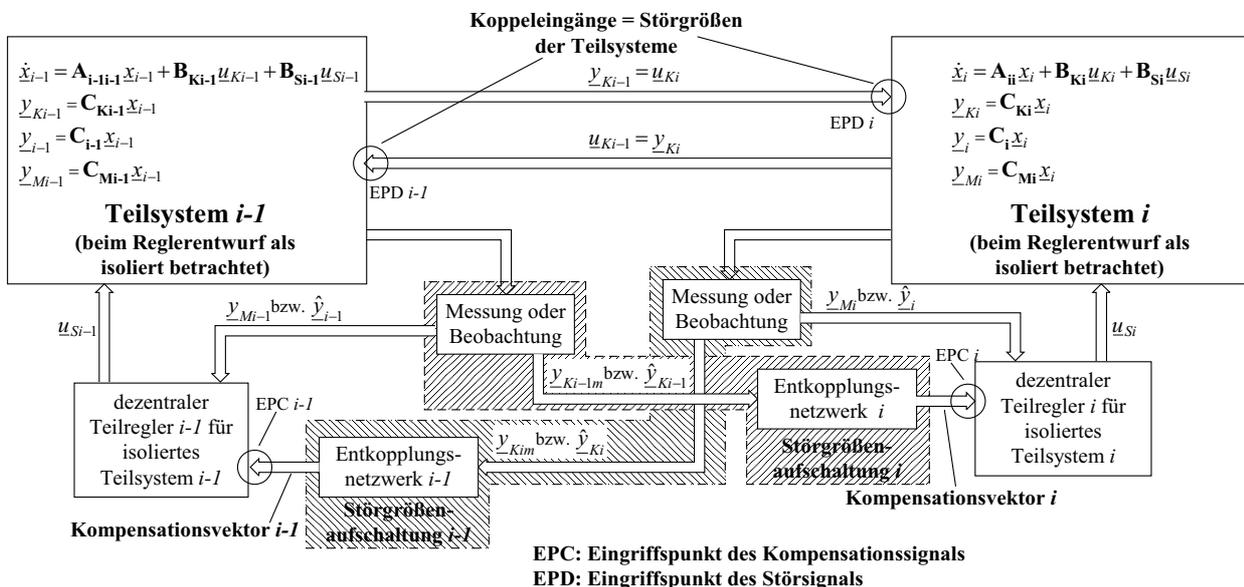
Ein Vergleich des Beobachters nach Patri mit dem Beobachter nach Wolfermann/Hartel macht deutlich, dass das grundlegende Verhalten der beiden selbsteinstellenden Beobachter sehr ähnlich ist. Allein beim Einschwingen, vor allem nach Adaption des Elastizitätsmoduls weist der Beobachter nach Patri ein schnelleres und schwingungsärmeres Verhalten auf. Da der Elastizitätsmodul und das Reibwiderstandsmoment in zwei parallel betriebenen, unabhängigen Beobachtern identifiziert werden, besteht beim Beobachter nach Patri nicht das Problem, dass sich zugleich auftretende Parameteränderungen gegenseitig aufheben können. Wie der Beobachter nach Wolfermann/Hartel muss jedoch auch der Beobachter nach Patri zur Identifikation der einzelnen Parameteränderungen eine Anregung der Teilsysteme mit einer Sollbahnkraftänderung durchführen.

## 6 Störgrößenaufschaltung

### 6.1 Einleitung

In Kap. 4 waren verschiedene Ansätze, sowie deren Vor- und Nachteile, dargestellt worden, wie beim dezentralen Entwurf dezentraler Teilregler für die  $N$  Teilsysteme eines Mehrgrößensystems vorgegangen werden kann: Entwurf am isolierten, am abgeschlossenen oder am unverkoppelten Teilsystem. Für die vorliegende Arbeit war der Fokus auf den erstgenannten Reglerentwurf am isolierten Teilsystem gelegt worden, da dieser aufgrund seiner extremen Einfachheit sowie der Möglichkeit, nach den Standardoptimierungsverfahren BO und SO [31] auslegbare klassische Standardregler zu verwenden, die größte Verbreitung in industriellen Anwendungen aufweist.

Im Zusammenhang mit dem Entwurf am isolierten Teilsystem war als Nachteil genannt worden, dass nach Zusammenfügen der geregelten Teilsysteme zum – angenommen stabilen – Verbundsystem die durch die Verkopplungen hervorgerufenen Störungen der Teilsystemzustandsgrößen von den eingesetzten isoliert entworfenen Standardreglern im dynamischen Übergang nur ungenügend unterdrückt werden können. Das Reglergebnis wird dabei umso schlechter, je weiter entfernt die Koppelleingriffsstellen von den Messgrößen  $y_{Mi}$  liegen. Selbst wenn der Teilregler schnell reagiert, kann die Störung nur langsam ausgeregelt werden. Zwar sind die Standardregler häufig mit integralen Anteilen ausgestattet, diese können jedoch lediglich eine stationäre Entkopplung der Teilsysteme bewirken. Es besteht also das Problem,



**Abbildung 6.1:** Prinzip der Störgrößenaufschaltung zur Entkopplung dezentral geregelter Teilsysteme

die Teilsysteme trotz isoliert entworfener Teilregler möglichst gut voneinander zu entkoppeln und damit sowohl ungestörte Zustandsgrößenverläufe in den Teilsystemen zu bewirken, als auch eine Störungsfortpflanzung über viele Teilsysteme hinweg zu verhindern.

Hier bietet die Störgrößenaufschaltung eine hervorragende Möglichkeit, das dynamische Verhalten der Hauptregelgrößen in den Teilsystemen erheblich zu verbessern. Bei diesem Ver-

fahren werden, wie Abb 6.1 zeigt, die während des Reglerentwurfs ignorierten Koppelgrößen  $\underline{u}_{K_{i-1}}$  und  $\underline{u}_{K_i}$  (vergleiche Gl. (2.12)–(2.15) und Gl. (4.4)–(4.6)) als Störgrößen des Teilsystems aufgefasst und dem Teilregler, der z. B. einschleifige oder kaskadierte Form aufweisen kann, über so genannte Entkopplungsnetzwerke zugeführt. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Koppelgrößen stets in additiver Form auf die Teilsysteme eingreifen, so dass deren Wirkung durch additive Zuschaltung von Kompensationssignalen im Teilregler ausgeglichen werden kann. Der Teilregler wird auf diese Weise um die mit den Koppelgrößen eingebrachte Zusatzinformation zu einem vermaschten Regler erweitert, der auf die eingetragenen Störungen sehr viel schneller reagieren kann. Die Behandlung von Führungs- und Störverhalten des Teilreglers erfolgt damit quasi getrennt voneinander in zwei aufeinander folgenden unabhängigen Entwurfsschritten. Können die in der Störgrößenaufschaltung eingesetzten Entkopplungsnetzwerke ideal realisiert werden, so reagieren die in der Realität verkoppelten Teilsysteme wieder wie isoliert.

Vorteil einer Störgrößenaufschaltung ist vor allem die Unabhängigkeit vom Konzept (z. B. Kaskadenregelung oder Zustandsregelung) des bereits für das isolierte Teilsystem entworfenen Teilreglers. Aus diesem Grund kann eine Störgrößenaufschaltung auch ohne Aufwand an einer bereits im Betrieb befindlichen Anlage nachgerüstet werden. Da der Entwurf der in der Störgrößenaufschaltung eingesetzten Entkopplungsnetzwerke Teilsystem für Teilsystem erfolgt, besteht die Möglichkeit, die Störgrößenaufschaltung auch abschnittsweise in Betrieb zu nehmen. Weiterer Vorteil ist, dass der bestehende Teilregler durch die Hinzunahme der Entkopplungsnetzwerke nicht verändert wird, so dass die Störgrößenaufschaltung auch im laufenden Betrieb ohne Stillsetzung der Anlage zugeschaltet werden kann.

Voraussetzung für den Einsatz einer Störgrößenaufschaltung ist allerdings immer, dass die Koppelgrößen messbar sind oder beobachtet werden können. Häufig handelt es sich bei den Koppelgrößen um Zustands- oder sogar Ausgangsgrößen benachbarter Teilsysteme, die somit dort als Mess- oder Beobachteraushänge vorliegen und — unter der Voraussetzung, dass die Teilsysteme nicht räumlich stark verteilt sind — dem betrachteten Teilregler nur noch zugeführt werden müssen. Eine weitere Voraussetzung ist eine ausreichend genaue Kenntnis (z. B. Ersatz-Zeitkonstanten, Ersatz-Trägheitsmomente) der Vorsteuerpfade, die zwischen dem Eingriffspunkt des Kompensationsvektors (EPC) und den Eingriffspunkten der Koppelgrößen im Teilsystem (EPD) liegen. Weisen diese Pfade nichtlineares Verhalten auf, so muss für den Entwurf dynamischer Entkopplungsnetzwerke mithilfe einer Linearisierung eine Ersatzübertragungsfunktion berechnet und deren Parameter bestimmt werden. Nur mit Kenntnis der Übertragungsfunktionen der Vorsteuerpfade können die Entkopplungsnetzwerke entworfen werden. In vielen Fällen werden die Parameter der Vorsteuerpfade jedoch bereits für die Auslegung der Teilregler benötigt, so dass häufig Kenntnis dieser Parameter besteht. Ein Nachteil der Störgrößenaufschaltung ist, dass es sich dabei vom Prinzip her immer um eine reine Vorsteuerung handelt. Eventuell verbleibende Reststörungen in der Hauptregelgröße müssen vom dezentralen Teilregler ausgegelt werden.

In Kap. 6.2 werden zunächst die Grundlagen der Störgrößenaufschaltung dargestellt und die Bedingungen für die Realisierung einer Störgrößenaufschaltung hergeleitet. Anschließend geht Kap. 6.3 vor allem darauf ein, wie ein für die Störgrößenaufschaltung benötigtes dynamisches Entkopplungsnetzwerk mithilfe von Polynom-Tiefpassfiltern realisiert werden kann. Dazu werden bestehende Entwurfsverfahren für Polynom-Tiefpassfilter kurz erläutert. Kapitel 6.4 zeigt dann den Entwurf einer Störgrößenaufschaltung am Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung. Anhand von Simulationsergebnissen kann die erreichbare Entkopplungsqualität gezeigt werden. Experimentelle Ergebnisse, die an der dem Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme zur Verfügung stehenden Modellarbeitsmaschine für kontinuier-

liche Fertigung ermittelt wurden, demonstrieren die praktische Einsetzbarkeit an einer realen Anlage.

## 6.2 Grundlagen der Störgrößenaufschaltung

Abbildung 6.2 zeigt die Struktur einer Störgrößenaufschaltung an einem einschleifigen Regelkreis mit linearen Übertragungsgliedern und einer skalaren Störgröße  $r$ . Die aus der verkopplungsorientierten Darstellung (2.12) – (2.15) abgeleiteten Bezeichnungen  $w_i$ ,  $u_{Si}$ ,  $y_i$  und  $r_i = u_{Ki}$  sollen andeuten, dass in dieser Arbeit die Anwendung der Störgrößenaufschaltung zur Entkopplung dezentral geregelter Teilsysteme im Mittelpunkt steht. Wie aus der Abbildung abgelesen werden kann, gelten für  $u_{Si}$  und  $y_i$  die Beziehungen

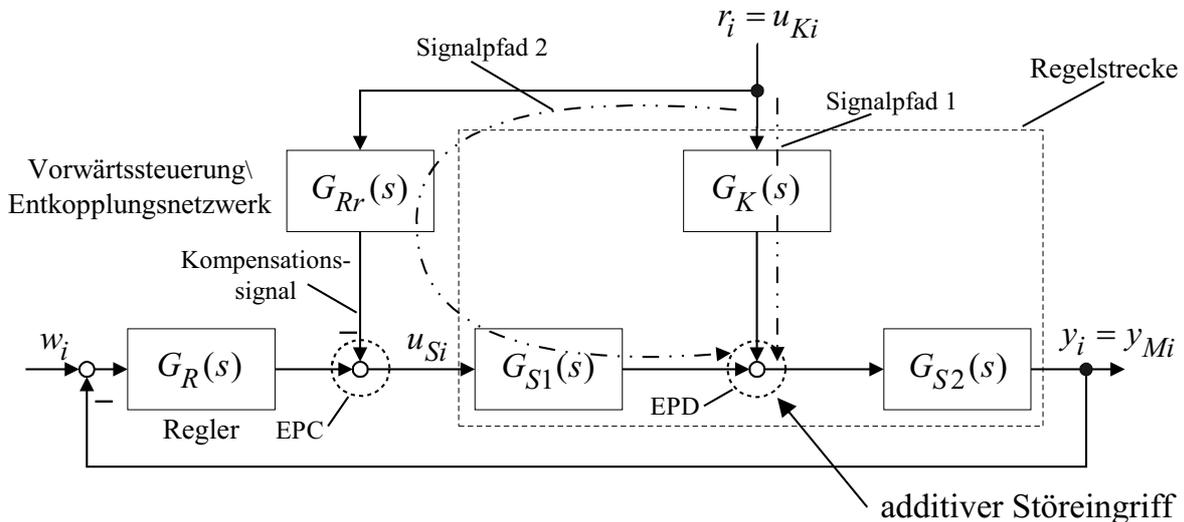
$$y_i(s) = G_{S2}(s)G_K(s) r_i(s) + G_{S2}(s)G_{S1}(s) u_{Si}(s) \quad (6.1)$$

$$u_{Si}(s) = G_R(s) \left( w_i(s) - y_i(s) \right) - G_{Rr}(s) r_i(s) . \quad (6.2)$$

Wird nach  $y_i(s)$  aufgelöst, so ergibt sich

$$y_i(s) = \underbrace{\frac{G_{S1}(s)G_{S2}(s)G_R(s)}{1 + G_{S1}(s)G_{S2}(s)G_R(s)}}_{G_w(s)} w_i(s) + \underbrace{\frac{G_{S2}(s)(G_K(s) - G_{S1}(s)G_{Rr}(s))}{1 + G_{S1}(s)G_{S2}(s)G_R(s)}}_{G_r(s)} r_i(s) . \quad (6.3)$$

$G_w(s)$  besitzt die bekannte Form der Führungsübertragungsfunktion eines Standardregel-



EPC: Eingriffspunkt des Kompensationssignals

EPD: Eingriffspunkt des Störsignals

**Abbildung 6.2:** Blockschaltbild einer Störgrößenaufschaltung

kreises [31, 27]. Sie bleibt trotz Störgrößenaufschaltung unverändert. Ein Regelkreis mit Störgrößenaufschaltung hat also auch dieselbe charakteristische Gleichung und folglich dieselben führungsdynamischen und Stabilitätseigenschaften wie ein Standardregelkreis.

Bei Betrachtung von  $G_r(s)$  erkennt man, dass mit Wahl von  $G_{Rr}(s)$  zu

$$G_{Rr,ideal}(s) = \frac{G_K(s)}{G_{S1}(s)} \quad (6.4)$$

die Störung  $r_i$  bei EPD vollständig durch die Störgrößenaufschaltung kompensiert würde. Die parallelen Signalpfade von  $r_i$  durch den mit  $G_K(s)$  bezeichneten Teil der Regelstrecke (Signalpfad 1) bzw. über das Entkopplungsnetzwerk  $G_{Rr}(s)$  und den mit  $G_{S1}(s)$  bezeichneten Teil der Regelstrecke (Signalpfad 2) heben sich an der Summationsstelle EPD auf. Dies bedeutet, dass für  $G_{Rr}(s)$  nach Gl. (6.4) die Ausgangsgröße  $y_i$  gegenüber der Störung  $r_i$  invariant ist.

Die Vorwärtssteuerung  $G_{Rr}(s)$  kann die ideale Bedingung (6.4) jedoch nicht ohne weiteres erfüllen. Eine der beiden Voraussetzungen ist die Kenntnis der Streckenübertragungsfunktionen  $G_{S1}(s)$  und  $G_K(s)$ . Diese Voraussetzung ist jedoch häufig erfüllt, da  $G_{S1}(s)$  und  $G_K(s)$  im allgemeinen bei der Reglerauslegung und einem möglicherweise notwendigen Beobachterentwurf bereits benötigt werden. Als zweite Voraussetzung muss sichergestellt sein, dass der aus  $G_K(s)/G_{S1}(s)$  resultierende Ausdruck überhaupt realisierbar ist.

Um diese Frage zu beantworten, müssen die Systemeigenschaften Stabilität und Kausalität betrachtet werden:

1. **Stabilität von  $G_{Rr,ideal}(s) = \frac{G_K(s)}{G_{S1}(s)}$**

Unter der Annahme, dass die Übertragungsfunktion  $G_K(s)$  aufgrund ihres Auftretens in der Regelstrecke bereits stabiles Verhalten aufweist, muss bezüglich der Stabilität von  $G_{Rr,ideal}(s)$  nur  $G_{S1}(s)$  untersucht werden:

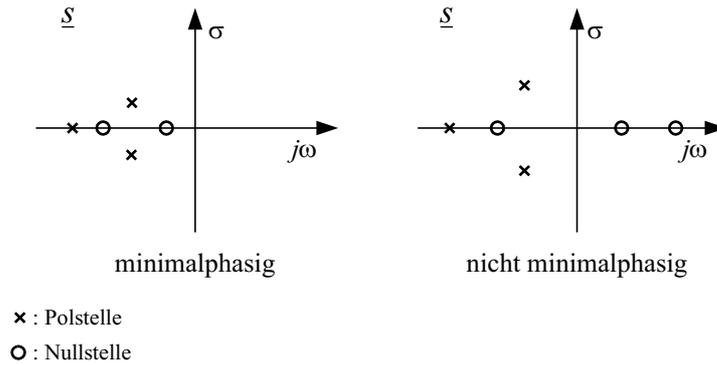
Für die Stabilität von  $G_{S1}(s) = Z_{S1}(s)/N_{S1}(s)$  gilt allgemein die bekannte Bedingung: Die Realteile  $\sigma_i$  der Polstellen  $s_i = \sigma_i + j\omega_i$  der Übertragungsfunktion, d. h. die Lösungen der Gleichung

$$N_{S1}(s) = 0 \quad (6.5)$$

müssen die Bedingung

$$\operatorname{Re}(s_i) = \sigma_i < 0 \quad (6.6)$$

erfüllen. Die Eigenbewegungen von  $G_{S1}(s)$  klingen dann asymptotisch ab. Dies gilt unabhängig von der Lage der Nullstellen von  $G_{S1}(s)$ . Liegen die Nullstellen ebenfalls in der linken komplexen Halbebene, so wird  $G_{S1}(s)$  als *Phasenminimumsystem* bzw. als *minimalphasig* bezeichnet, siehe Abb. 6.3. Die Invertierung von  $G_{S1}(s)$  in  $G_{Rr,ideal}(s)$  führt zu keinem Stabilitätsproblem, da die Nullstellen bei Minimalphasigkeit zu stabilen Polstellen werden. Sobald jedoch bereits eine Nullstelle einen positiven Realteil aufweist, wird  $G_{Rr,ideal}(s)$  instabiles Verhalten annehmen. Zwar löschen sich  $1/G_{S1}(s)$  im Entkopplungsnetzwerk und  $G_{S1}(s)$  in der Regelstrecke theoretisch aus, in der Praxis muss jedoch stets mit Parameterabweichungen zwischen Streckenmodell im Entkopplungsnetzwerk und Strecke gerechnet werden, auch wenn die Streckenparameter als bekannt angenommen wurden. Sobald sich also instabile Polstellen des Entkopplungsnetzwerks durch Nullstellen der Strecke nicht mehr vollständig aufheben, wird instabiles Verhalten im Vorsteuerpfad erzeugt. Damit muss für die Realisierbarkeit von  $G_{Rr,ideal}(s)$  als erste Voraussetzung gelten, dass es sich bei  $G_{S1}(s)$  um ein minimalphasiges System handelt.



**Abbildung 6.3:** Pol-Nullstellenverteilung eines minimalphasigen und eines nicht minimalphasigen Systems

Eine Nichtminimalphasigkeit von  $G_{S1}(s)$  führt auch dazu, dass eine dynamische Störgrößenaufschaltung mittels Tiefpassfilter, wie es in Kap. 6.3.2 vorgestellt wird, nicht realisiert werden kann. In diesem Fall müssen andere Ansätze, wie z. B. in [46] vorgestellt, zur Realisierung einer Störgrößenaufschaltung herangezogen werden. Da die vorliegende Arbeit sich jedoch speziell mit der dynamischen Störgrößenaufschaltung mittels Tiefpassfilter sowie mit Ansätzen zur weiteren Verbesserung dieser Art der Vorsteuerung befasst, soll im folgenden immer vorausgesetzt werden, dass es sich bei  $G_{S1}(s)$  um ein minimalphasiges System handelt.

## 2. Kausalität von $G_{Rr,ideal}(s) = \frac{G_K(s)}{G_{S1}(s)}$

Aus der Signal- und Regelungstheorie ist bekannt, dass ein System technisch nur realisierbar ist, wenn es Kausalität aufweist [16]. Sie besagt, dass die Werte einer Eingangsgröße das Verhalten des Systems nur für zukünftige Zeitpunkte beeinflussen können. Betrachtet man ein allgemeines System mit der Eingangsgröße  $u$  und Ausgangsgröße  $y$

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n} \quad (6.7)$$

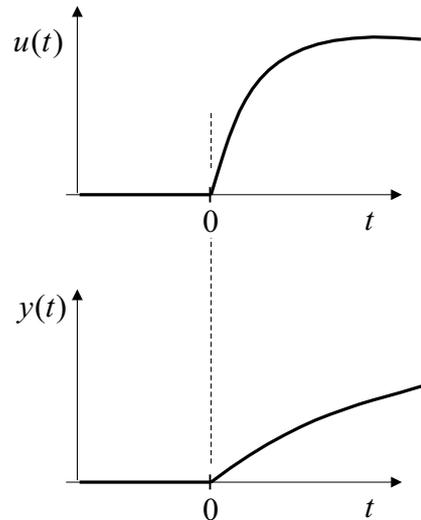
bzw.

$$b_0y(t) + b_1\dot{y}(t) + b_2\ddot{y}(t) + \dots + b_ny^{(n)}(t) = a_0u(t) + a_1\dot{u}(t) + a_2\ddot{u}(t) + \dots + a_nu^{(m)}(t), \quad (6.8)$$

dann wird dieses System als kausal bezeichnet wenn gilt: Für  $u(t) = 0$  für  $t < 0$ ,  $-\infty \leq t < 0$  wird am Ausgang  $y(t) = 0$  für  $t < 0$  erzeugt, Abb. 6.4. In Gl. (6.7) und (6.8) äußert sich die Kausalität in der Tatsache, dass die Eingangsgröße  $u$  nicht mit höherer Ableitung als die Ausgangsgröße  $y$  erscheint, d. h., dass

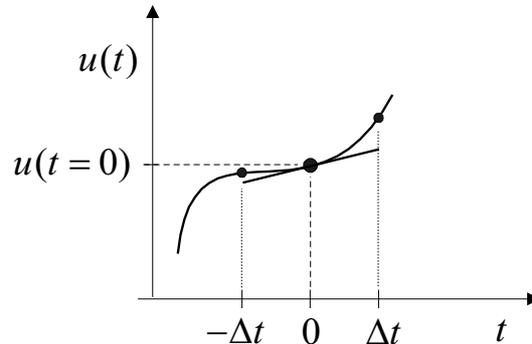
$$m \leq n \quad (6.9)$$

gilt. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so hängt die Lösung der Differentialgleichung (6.8) von  $\dot{u}(t), \dots, u^{(m-n)}(t)$  ab, zu deren korrekter mathematischer Berechnung, z. B. zum Zeitpunkt  $t = 0$  der Kurvenverlauf von  $u(t)$  über  $t = 0$  hinaus bekannt sein muss. Abbildung 6.5 soll diesen Sachverhalt verdeutlichen: Bereits für die korrekte Berechnung der ersten Ableitung (Steigung) des Eingangssignals zum Zeitpunkt  $t = 0$ ,  $\dot{u}(t = 0)$ , muss der Kurvenverlauf von  $u(t)$  nicht nur für Werte  $u(t < 0)$ , sondern auch



**Abbildung 6.4:** Zur Kausalitätsbedingung: Die Ausgangsgroesse  $y(t)$  darf nur von vergangenen Werten der Eingangsgroesse  $u(t)$  abhängen

für Werte  $u(t > 0)$  bekannt sein. Dies wird durch das zu Null symmetrische Intervall  $-\Delta t \leq t \leq \Delta t$  angedeutet. Wird angenommen, dass  $y(t)$  von  $\dot{u}(t)$  abhängt, so bedeutet das, dass für die Berechnung von  $y(t)$  zu jedem Zeitpunkt zukünftige Werte  $u(t + \Delta t)$  vorliegen müssen. Diese Forderung widerspricht der Kausalitätsbedingung



**Abbildung 6.5:** Zur Kausalitätsbedingung: Die korrekte Berechnung der Steigung  $\dot{u}(t = 0)$  kann nur mithilfe der Werte  $u(t > 0)$  erfolgen

und verhindert die technische Realisierbarkeit des Systems (6.8) sowohl mit analogen Bauelementen als auch in numerischer Form auf einem Prozessrechner. In letzterem Fall könnte zwar die reine Differentiation  $du(t)/dt = \dot{u}(t)$  durch den Differenzenquotienten  $(u(t = 0) - u(t = -\Delta t))/\Delta t$  ersetzt werden, dieser enthält jedoch nur zeitverzögerte Information, die lediglich eine grobe Näherung des wahren Werts  $\dot{u}(t = 0)$  darstellt. Sollen aus dieser Näherung noch weitere Ableitungen der Eingangsgroesse, also  $\ddot{u}(t = 0)$  usw. berechnet werden, wird die Verfälschung immer größer und die Ergebnisse unbrauchbar.

Diese Zusammenhänge sollen nun auf die betrachtete Übertragungsfunktion  $G_{Rr,ideal}(s)$  angewendet werden. Dazu werden  $G_{S1}(s)$  und  $G_K(s)$  in ihre Zähler- und

Nennerpolynome zerlegt

$$G_{S1}(s) = \frac{Z_{S1}(s)}{N_{S1}(s)}, \quad G_K(s) = \frac{Z_K(s)}{N_K(s)}. \quad (6.10)$$

Daraus folgt

$$G_{Rr,ideal}(s) = \frac{Z_K(s)N_{S1}(s)}{N_K(s)Z_{S1}(s)} = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n}. \quad (6.11)$$

$G_{Rr,ideal}(s)$  weist nur dann akausales Verhalten auf und ist damit technisch realisierbar, wenn in  $G_{Rr,ideal}(s)$  Polüberschuss besteht, bzw. der Relativgrad  $n - m \geq 0 \Rightarrow n \geq m$  ist. Damit wird Bedingung (6.9) erfüllt. In den Zähler- und Nennerpolynomen ausgedrückt lautet diese Realisierbarkeitsbedingung

$$\text{Grad}(N_K(s)) - \text{Grad}(Z_K(s)) \geq \text{Grad}(N_{S1}(s)) - \text{Grad}(Z_{S1}(s)), \quad (6.12)$$

was besagt, dass der Polüberschuss (Relativgrad) in  $G_K(s)$  nicht kleiner sein darf als in  $G_{S1}(s)$ .

In den meisten technischen Anwendungen wird jedoch der Streckenteil  $G_{S1}(s)$  aufgrund von physikalisch bedingten integralen Anteilen (hervorgerufen durch mechanische oder elektrische Energiespeicher, z. B. träge Massen, Kapazitäten, Induktivitäten) einen großen Polüberschuss aufweisen, während  $G_K(s)$  aufgrund der häufig niedrigen Ordnung auch einen niedrigeren Relativgrad besitzt.

### 6.3 Realisierung einer Störgrößenaufschaltung

In der Praxis wird also der Entwurf von  $G_{Rr}(s)$  als ideales Entkopplungsnetzwerk  $G_{Rr,ideal}(s)$  zur Störgrößenaufschaltung ein akausales Systemverhalten hervorrufen. Daraus ergeben sich prinzipiell zwei Möglichkeiten, wie beim Entwurf des Entkopplungsnetzwerks vorgegangen werden kann:

- Realisierung einer statischen Störgrößenaufschaltung
- Realisierung einer dynamischen Störgrößenaufschaltung mittels Tiefpassfilter

Beide Verfahren sollen im folgenden beleuchtet werden.

#### 6.3.1 Statische Störgrößenaufschaltung

In manchen Anwendungsfällen, in denen nur langsam veränderliche Störgrößen auf das System eingreifen, kann eine Realisierung von  $G_{Rr}(s)$  als statischer Verstärkungsfaktor

$$G_{Rr}(0) = K_{Rr} = \frac{G_K(0)}{G_{S1}(0)} \quad (6.13)$$

ausreichend sein. Damit wird zumindest die Forderung nach einer statischen Invarianz von  $y_i$  gegenüber  $r_i$  erfüllt. Wird  $G_{Rr}(s)$  als  $K_{Rr}$  realisiert, muss der Regler nur während des dynamischen Übergangsvorgangs eingreifen. Konstante Störungen werden ohne bleibende Regelabweichung abgebaut, ohne dass der Regler einen I-Anteil besitzen muss.

### 6.3.2 Dynamische Störgrößenaufschaltung mit Tiefpassfilter

Für den Fall, dass der Streckenteil  $G_{S1}(s)$  sehr schnelles Übertragungsverhalten aufweist, besteht die Möglichkeit, das dynamische Verhalten von  $G_{S1}(s)$  bei der Realisierung von  $G_{Rr}(s)$  auf das statische Verhalten zu reduzieren. Das Entkopplungsnetzwerk lautet in diesem Fall

$$G_{Rr}(s) = \frac{1}{G_{S1}(0)} \cdot G_K(s), \quad (6.14)$$

was aufgrund der Annahme, dass in  $G_K(s)$  Polüberschuss besteht, die technische Realisierbarkeitsbedingung (6.9) erfüllt. Jedoch ist dieses Vorgehen nur sinnvoll, wenn  $G_{S1}(s)$  tatsächlich für einen breiten Störfrequenzbereich proportionales Übertragungsverhalten aufweist. Da ein solches Verhalten von  $G_{S1}(s)$  meist nicht vorliegt, muss, wenn eine möglichst vollständige Kompensation der Störgröße gewünscht wird, das differenzierende Verhalten von  $G_{Rr,ideal}(s)$  mithilfe eines Polynom-Tiefpassfilters technisch realisierbar gemacht werden.

Dazu wird  $G_{Rr}(s)$  aus der ursprünglich mehrfach differenzierenden Form (6.11)

$$\begin{aligned} G_{Rr,ideal}(s) &= \frac{G_K(s)}{G_{S1}(s)} \\ &= \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n}, \quad m > n \end{aligned}$$

mittels einer zusätzlichen Übertragungsfunktion

$$G_C(s) = \frac{1}{1 + c_1s + c_2s^2 + \dots + c_\kappa s^\kappa}, \quad \kappa = m - n \quad (6.15)$$

in eine nur noch sprungfähige Form

$$G_{Rr}(s) = \frac{G_K(s)}{G_{S1}(s)} \cdot G_C(s) \quad (6.16)$$

$$= \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ms^m}{(b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n)(1 + c_1s + c_2s^2 + \dots + c_\kappa s^\kappa)} \quad (6.17)$$

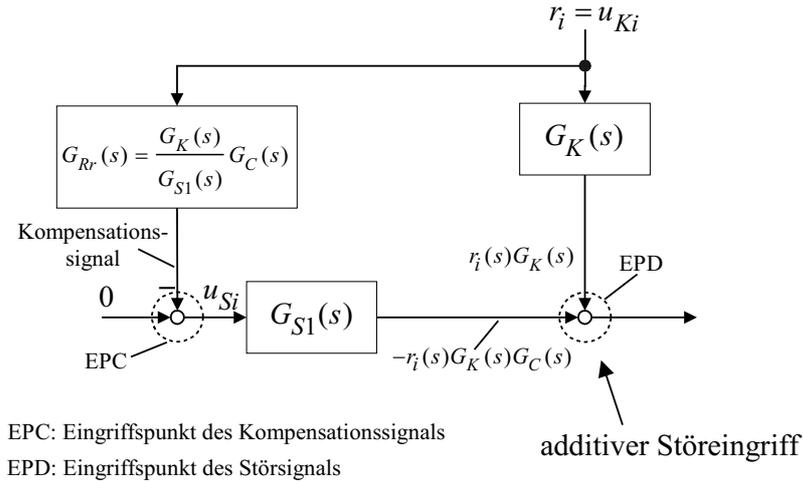
gebracht, die mit

$$\text{Grad}(N_{Rr}(s)) = n + \underbrace{m - n}_\kappa = m = \text{Grad}(Z_{Rr}(s)) \quad (6.18)$$

die Realisierbarkeitsbedingung (6.9) erfüllt.

Kann angenommen werden, dass durch Analyse und Parameteridentifikation bzw. durch Linearisierung der eventuell nichtlinearen Vorsteuerepfade die Übertragungsfunktionen  $G_K(s)$  und  $G_{S1}(s)$  ermittelt wurden, steht als weiterer Schritt zur Berechnung des Entkopplungsnetzwerks  $G_{Rr}(s)$  Bestimmung der Koeffizienten der Funktion  $G_C(s)$  an.

Abbildung 6.6 zeigt, dass  $G_C(s)$  das dynamische Verhalten im Pfad  $G_{Rr}(s) \cdot G_{S1}(s)$  bestimmt, da sich  $1/G_{S1}(s)$  in  $G_{Rr}(s)$  mit  $G_{S1}(s)$  in der Strecke aufhebt. An der Summationsstelle, d. h. am Ausgang von  $G_{S1}(s)$ , verbleibt damit das gewichtete Störsignal  $-r_i(s)G_K(s) \cdot G_C(s)$ . Je stärker nun  $G_K(s)$  durch  $G_C(s)$  im Nutzfrequenzbereich verzerrt wird, desto schlechter wird das Störsignal  $r_i(s)G_K(s)$  kompensiert werden. Der richtige Entwurf der Übertragungsfunktion  $G_C(s)$  spielt daher beim Entwurf einer dynamischen



**Abbildung 6.6:** Vorsteuerepfad bei Störgrößenaufschaltung aus Abb. 6.2 mit dynamischem Entkopplungsnetzwerk  $G_{Rr}(s)$

Störgrößenaufschaltung eine wichtige Rolle. Aus diesem Grund soll nun dargestellt werden, welche Kriterien bei der Auslegung von  $G_C(s)$  zu beachten sind.

Grundsätzlich betrachtet entspricht die Übertragungsfunktion

$$G_C(s) = \frac{1}{1 + c_1 s + c_2 s^2 + \dots + c_\kappa s^\kappa} \quad (6.19)$$

in ihrer Form der Approximation eines idealen Tiefpassfilters mit Verstärkung eins durch eine Polynomfunktion  $\kappa$ -ter Ordnung. Um das dynamische Verhalten von  $G_C(s)$  einzustellen, können daher die für Tiefpassfilter der Form (6.19) bestehenden Entwurfsverfahren [1, 19] verwendet werden. Auf die Grundzüge von Tiefpassfiltern sowie die wichtigsten Entwurfsverfahren soll im folgenden eingegangen werden.

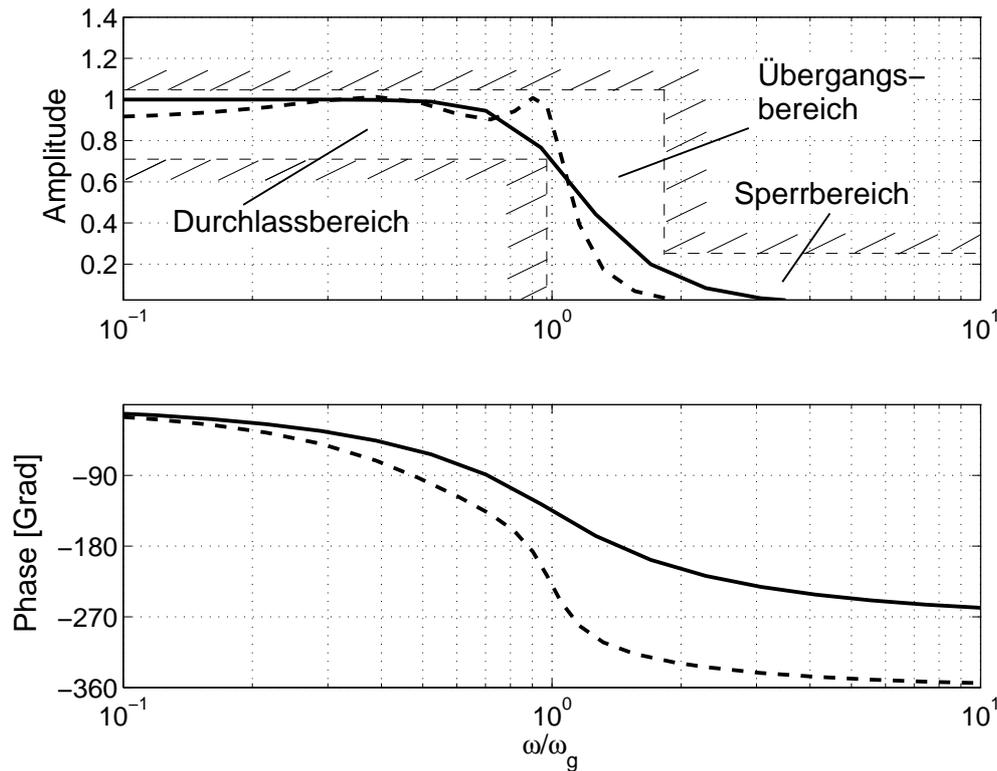
Zum Einstieg in den Filterentwurf stellt Abb. 6.7 die Amplituden- und Phasengänge zweier beliebig herausgegriffener Tiefpassfilter dar. Da beim Filterentwurf im allgemeinen das Amplitudenverhalten interessiert, sind hier zusätzlich Durchlass-, Übergangs- und Sperrbereich gekennzeichnet. Es ist leicht ersichtlich, dass je näher die Amplitude im Durchlassbereich bei eins zu liegen kommt und je steiler der Abfall im Übergangsbereich (Flankensteilheit) ist, desto besser können gewünschte Frequenzen passieren und unerwünschte werden unterdrückt. Der Durchlassbereich wird mithilfe der Grenzkreisfrequenz  $\omega_g$ <sup>1)</sup> vorgegeben, die Steilheit im Übergangsbereich wird überwiegend von der Filterordnung bestimmt, und die Welligkeit im Durchlassbereich wird durch die Realisierung, d. h. die Wahl der Koeffizienten  $c_1, \dots, c_\kappa$  eingestellt.

Für den Entwurf von  $G_C(s)$  für das Entkopplungsnetzwerk  $G_{Rr}(s)$  können prinzipiell folgende Aussagen gemacht werden:

- **Wahl der Grenzkreisfrequenz  $\omega_g$**

Die Grenzkreisfrequenz  $\omega_g$  sollte möglichst weit oberhalb des Nutzfrequenzbereichs der idealen Realisierung  $G_{Rr,ideal}(s) = G_K(s)/G_{S1}(s)$  liegen. In diesem Fall bleibt das differenzierende Verhalten von  $G_K(s)/G_{S1}(s)$  in einem möglichst breiten Frequenzbereich erhalten.

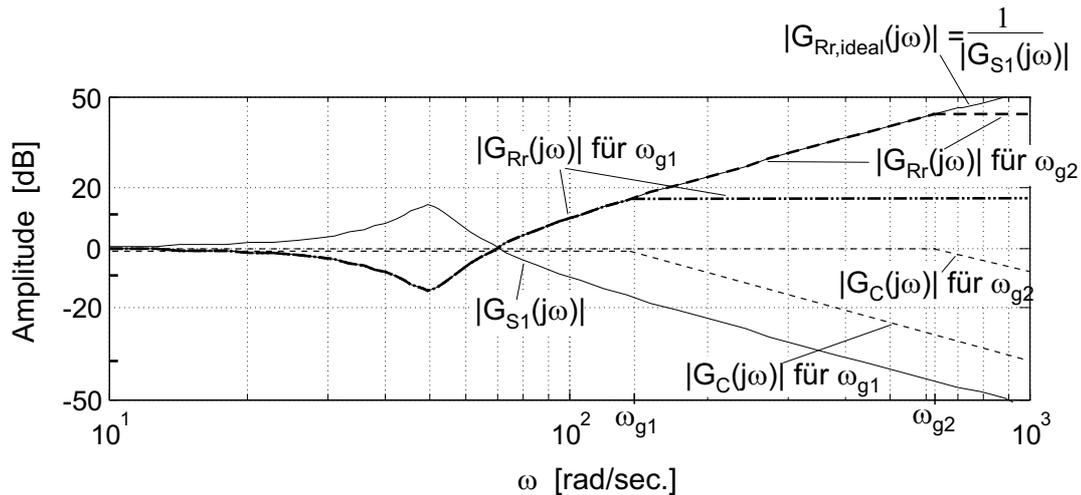
<sup>1)</sup> Die Grenzkreisfrequenz  $\omega_g$  ist definiert als die Frequenz, an der der Betrag  $|G(j\omega)|$ , d. h. die Amplitude einer Übertragungsfunktion  $G(j\omega)$  auf den Wert  $-3,01 \text{ dB} \approx 1/\sqrt{2}$  abgefallen ist.



**Abbildung 6.7:** Amplituden- und Phasengänge zweier Tiefpassfilter

Abbildung 6.8 zeigt an einem einfachen Beispiel die Auswirkung der Grenzkreisfrequenz auf das Amplitudenverhalten des Entkopplungsnetzwerks  $G_{Rr}(s)$ . Zur Vereinfachung wurde  $G_K(s) = 1$  gewählt und für  $G_{S1}(s)$  ein  $PT_2$ -Verhalten mit einer Kennkreisfrequenz  $\omega_0 = 50$  rad/sec. und einer Dämpfung von  $D = 0.1$ . Für  $G_C(s)$  wurde ebenfalls eine Funktion zweiter Ordnung gewählt, mit einer Dämpfung gleich eins und den Grenzkreisfrequenzen  $\omega_{g1}$  und  $\omega_{g2}$ . Der Verlauf von  $|G_C(j\omega)|$  wurde mit Geradenstücken angenähert.  $G_{Rr}(s)$  erhält somit in Zähler und Nenner die Ordnung zwei und erfüllt die Realisierbarkeitsbedingung (6.18). Es ist zu erkennen, dass der Frequenzbereich, in dem  $G_{Rr}(s)$  bzw.  $|G_{Rr}(j\omega)|$  amplitudenanhebendes d. h. differenzierendes Verhalten aufweist, durch das niedrigere  $\omega_{g1}$  eingeschränkt wird. Wird die Grenzkreisfrequenz  $\omega_{g2}$  gewählt, erweitert sich das differenzierende Verhalten hin zu höheren Frequenzen.  $G_{Rr,ideal}(s)$  wird dadurch von  $G_{Rr}(s)$  in einem breiteren Frequenzbereich nachgebildet.

Mit einer höheren Grenzkreisfrequenz  $\omega_g$  werden jedoch auch zunehmend Anteile aus höheren Frequenzbereichen verstärkt. Das Eingangssignal des Entkopplungsnetzwerks, d. h. das Störsignal  $r_i$  bzw. die Koppelgröße  $u_{Ki}$ , liegt in der Praxis jedoch als gemessenes Signal oder als aus gemessenen Größen geschätztes Signal vor. Es enthält daher im allgemeinen unerwünschte stochastische und deterministische Störanteile im höherfrequenten Bereich. Als stochastisch werden Rauschsignale in Kabelleitungen oder Bauelementen wie Transistoren (z. B. in Verstärkerschaltungen) bezeichnet. Das Frequenzspektrum dieser Rauschsignale erstreckt sich bis in einen sehr hohen Frequenzbereich hinein. Als deterministisch können Störungen bezeichnet werden, die durch elektromagnetische Störfelder auf nicht oder unzureichend geschirmte Kabelleitungen einkoppeln. In der Antriebstechnik werden elektromagnetische Störfelder vor allem durch hohe Taktfrequenzen in leistungselektronischen Schaltungen wie Um-



**Abbildung 6.8:** Amplitudengänge von  $G_{S1}(s)$ ,  $G_{Rr,ideal}(s)$  und  $G_{Rr}(s)$ ,  $G_C(s)$  für zwei verschiedenen Grenzkreisfrequenzen  $\omega_{g1}$ ,  $\omega_{g2}$  unter der Annahme von  $G_K(s) = 1$

richtern, welche zur Ansteuerung von Drehfeldmaschinen verwendet werden, erzeugt. Durch eine Fourieranalyse der Messsignale können in vielen Fällen deterministische Störsignale im Frequenzspektrum detektiert werden. Mit speziellen analogen oder digitalen Bandsperrefiltern können die detektierten Frequenzen ausgefiltert werden.

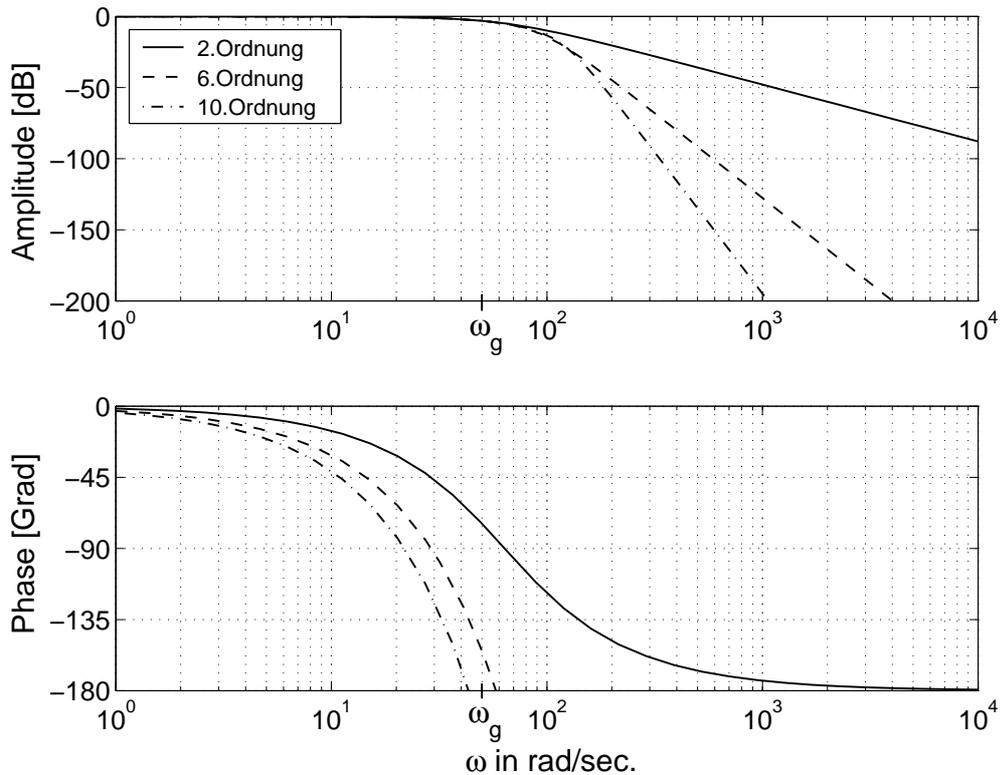
Werden die soeben besprochenen hochfrequenten Störanteile durch eine hohe Grenzkreisfrequenz  $\omega_g$  im Filter  $G_C(s)$  nicht bedämpft, können in der Regelstrecke hochfrequente Schwingungen angeregt werden. Dies führt zu unerwünschten Effekten wie z. B. Vibrationen in mechanischen Teilen durch Anregung von Resonanzfrequenzen oder Getrieberattern. Bei der Wahl von  $\omega_g$  muss daher immer ein Kompromiss gefunden werden zwischen der gewünschten Güte der Störgrößenunterdrückung bzw. der Entkopplungsqualität der Teilsysteme und einer Verschlechterung des Regelverhaltens aufgrund der Einkopplung von hochfrequenten Störsignalen.

#### • Verhalten im Übergangsbereich

Damit der Amplitudenanstieg von  $G_{Rr}(s)$  erst ab der Frequenz  $\omega_g$  begrenzt wird, ist ein möglichst steiler Abfall von  $|G_C(j\omega)|$  im Übergangsbereich (siehe Abb. 6.7) wünschenswert. Wird der Abfall von  $|G_C(j\omega)|$  größer als der Anstieg von  $|G_{Rr,ideal}(j\omega)|$ , so wird der Amplitudengang  $|G_{Rr}(j\omega)|$  für  $\omega > \omega_g$  nicht nur konstant gehalten, wie in Abb. 6.8, sondern sogar reduziert. Unerwünschte hochfrequente Störanteile, die in der Praxis in den Messsignalen auftreten, werden so besser unterdrückt.

Die Flankensteilheit von  $|G_C(j\omega)|$  im Übergangsbereich kann hauptsächlich durch eine höhere Filterordnung  $\kappa > m - n$  erzielt werden. Jedoch geht mit einer höheren Filterordnung auch immer ein verstärkter Phasenabfall im Durchlassbereich einher. Das vom Entkopplungsnetzwerk ausgegebene Kompensationssignal (Abb. 6.6) erhält dadurch eine steigende zeitliche Verzögerung, die eine zeitgenaue Kompensation des Störsignals  $r_i(s)G_K(s)$  an der Summationsstelle EPD verhindert. Durch diese Zeitverzögerung des Kompensationssignals kann sich das gewichtete Störsignal  $r_i(s)G_K(s)$  bereits in der Hauptregelgröße  $y_i(s)$  auswirken, bevor seine Kompensation durch  $r_i(s)G_K(s)G_C(s)$  einsetzt. Abb. 6.9 verdeutlicht anhand der Amplituden- und Phasengänge von drei (Bessel-)Tiefpassfiltern mit den Ordnungen  $\kappa = 2, 6$  und  $10$  und

$\omega_g = 50$  rad/sec., wie sich der Phasenabfall im Durchlassbereich mit steigender Ordnung erhöht.



**Abbildung 6.9:** Amplituden- und Phasengänge von (Bessel-)Tiefpassfiltern der Ordnung  $\kappa = 2, 6,$  und  $10$ : der Phasenabfall im Durchlassbereich verstärkt sich mit zunehmender Filterordnung

Die Wahl der Filterordnung  $\kappa \geq m - n$  wird daher wie die Wahl der Grenzkreisfrequenz  $\omega_g$  zu einem Kompromiss zwischen einer verbesserten Störgrößenunterdrückung bzw. Entkopplungsqualität durch eine verbesserte Nachbildung von  $|G_{Rr,ideal}(j\omega)|$  in  $|G_{Rr}(j\omega)|$  und einer Verschlechterung der Störgrößenunterdrückung durch eine zu starke Zeitverzögerung des Kompensationssignals. Um diese Problematik zu entschärfen, wird in Kap. 7 ein Ansatz zur prädiktiven Störgrößenaufschaltung vorgestellt. Ausgehend vom jeweils aktuellen Zeitpunkt wird anhand eines Modells des geregelten Teilsystemverbundes das zukünftige Verhalten der Zustands- und Messgrößen so weit vorhergesagt, dass der durch den Filter  $G_C(s)$  verursachte Phasenabfall, d. h. der zeitliche Verzug, näherungsweise kompensiert wird. Die am Anwendungsbeispiel erhaltenen Ergebnisse zeigen, dass bei überwiegender Anregung des Systems im Nutzfrequenzbereich erhebliche Verbesserungen der Störgrößenunterdrückung bzw. des Entkopplungsverhaltens erzielt werden können.

- **Verhalten im Durchlassbereich**

Im Durchlassbereich sollte die Amplitude  $|G_C(j\omega)|$  möglichst nahe bei 1 bzw. 0 dB liegen. Damit wird die Amplitude des mit  $G_{S1}(s)$  gewichteten Kompensationssignals,  $r_i(s)G_K(s)G_C(s)$ , im Durchlassbereich mit der Amplitude des mit  $G_K(s)$  gewichteten Störsignals,  $r_i(s)G_K(s)$ , (siehe Abb. 6.6) übereinstimmen. Standard-Filterrealisierungen für Tiefpässe der Form (6.19), die im Durchlassbereich ein welliges Amplitudenverhalten erzeugen, wie z. B. Filter mit Tschebyscheff-Charakteristik

1. Art brauchen daher für den Entwurf von  $G_C(s)$  nicht herangezogen werden. Alle im Anschluss vorgestellten Standard-Filterrealisierungen weisen einen glatten Amplitudenverlauf im Durchlass- und Sperrbereich auf.

Eine genauere Betrachtung des Phasenverlaufs im Durchlassbereich ist nur dann notwendig, wenn zur Verbesserung der Störgrößenunterdrückung bzw. Entkopplungsqualität die in Kap. 7 vorgestellte Methode der prädiktiven Störgrößenaufschaltung herangezogen werden soll. Da bei diesem Verfahren der Phasenverlauf von  $G_C(s)$  im Durchlassbereich durch den Phasenverlauf  $-\omega T_t$  eines Totzeitgliedes ( $e^{-sT_t}$ ) angenähert wird, sollte beim Entwurf von  $G_C(s)$  darauf geachtet werden, dass der Phasenwinkel  $\angle G_C(j\omega)$  in diesem Bereich einen möglichst linearen Verlauf annimmt. Ein Filter mit dieser Eigenschaft ist z. B. der im Anschluss noch näher betrachtete Bessel-Tiefpass.

Für den Entwurf eines Tiefpassfilters der Form (6.19) stehen mehrere Standard-Filterrealisierungen zur Auswahl. Dabei sind hier nur diejenigen aufgelistet, welche keine Welligkeit der Amplitude im Durchlassbereich aufweisen: Filter mit kritischer Dämpfung, Bessel-Filter und Butterworth-Filter. Die Eigenschaften, Berechnung der Filterkoeffizienten und die Vor- und Nachteile dieser Filter sollen im folgenden dargestellt werden.

#### • Filter mit kritischer Dämpfung

Ein Filter mit kritischer Dämpfung wird erhalten, wenn man  $\kappa$  gleiche Tiefpässe 1. Ordnung hintereinanderschaltet. Das entstehende Filter entspricht damit einem  $PT_\kappa$ -System mit einer Dämpfung  $D = 1$ . Als Übertragungsfunktion  $G_C(s)$  des Filters erhält man allgemein

$$G_C(s) = \prod_{\nu=1}^{\kappa} \frac{1}{1 + T_{gl}s} . \quad (6.20)$$

Für  $\kappa = 2$  und  $\kappa = 3$  ergibt sich beispielsweise durch Ausmultiplizieren

$$G_C(s) \Big|_{\kappa=2} = \frac{1}{1 + 2T_{gl}s + T_{gl}^2 s^2} \quad (6.21)$$

$$G_C(s) \Big|_{\kappa=3} = \frac{1}{1 + 3T_{gl}s + 3T_{gl}^2 s^2 + T_{gl}^3 s^3} . \quad (6.22)$$

Die Zeitkonstante  $T_{gl}$  des Tiefpassfilters lässt sich aus der Forderung für die Grenzkreisfrequenz  $\omega_g$  berechnen. Mit

$$\left| G_C(j\omega) \right|_{\omega=\omega_g} = -3,01 \text{ dB} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6.23)$$

folgt

$$\left| G_C(j\omega) \right|_{\omega=\omega_g} = 20 \log_{10} \left( \left| \prod_{\nu=1}^{\kappa} \frac{1}{1 + jT_{gl}\omega_g} \right| \right) \quad (6.24)$$

$$= -10\kappa \log_{10} (1 + T_{gl}^2 \omega_g^2) \stackrel{!}{=} 20 \log_{10} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \approx -3,01 \text{ dB} . \quad (6.25)$$

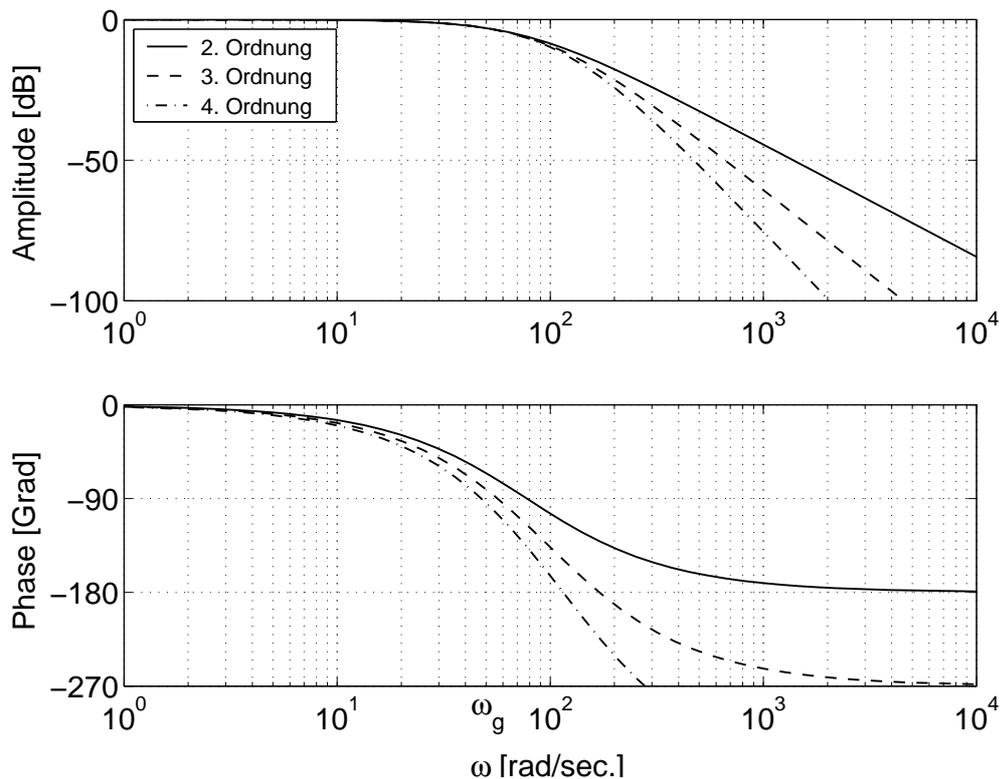
Aus Gl. (6.25) kann  $T_{gl}$  berechnet werden zu

$$T_{gl} = \frac{1}{\omega_g} \sqrt{\sqrt{\kappa} - 1} . \quad (6.26)$$

Tiefpassfilter mit kritischer Dämpfung haben den Vorteil, dass sie unabhängig von ihrer Ordnung  $\kappa$  kein Überschwingen in der Sprungantwort aufweisen. Darüberhinaus ist ihr Entwurf besonders einfach. Filter mit kritischer Dämpfung wurden in [58, 59] für die Realisierung der Entkopplungsnetzwerke des Anwendungsbeispiels verwendet.

Der Nachteil von Tiefpassfiltern mit kritischer Dämpfung ist ihre geringe Flankensteilheit im Übergangs- und Sperrbereich. Abbildung 6.10 zeigt den Amplituden- und Phasengang von Filtern mit kritischer Dämpfung verschiedener Ordnung für eine Grenzkreisfrequenz von  $\omega_g = 50$  rad/sec.

In Abb. 6.11 sind die Sprungantworten der drei Filter aus Abb. 6.10 dargestellt. Es tritt, wie zu erwarten war, kein Überschwingen auf.



**Abbildung 6.10:** Amplituden- und Phasengänge von Tiefpassfiltern mit kritischer Dämpfung der Ordnung  $\kappa = 2, 3,$  und  $4$ ,  $\omega_g = 50$  rad/sec.

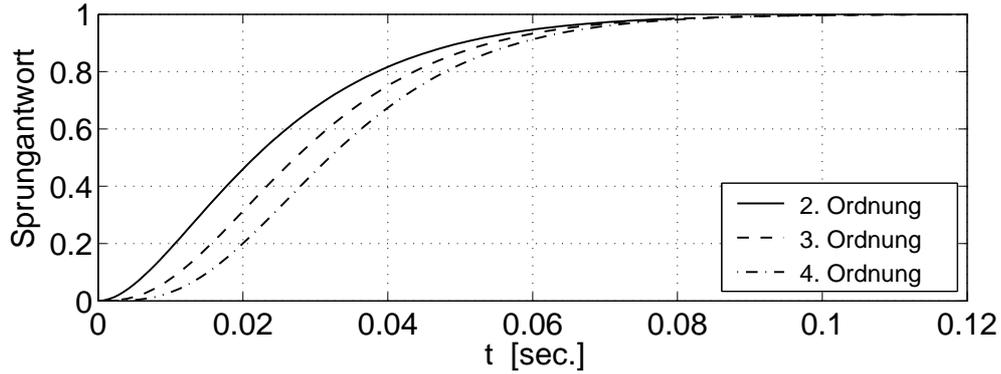
- **Filter mit Bessel–Charakteristik**

Bei Bessel–Tiefpässen versucht man innerhalb des Durchlassbereichs einen Phasenverlauf

$$\angle(G_C(j\omega)) = \varphi(\omega) \approx -\omega T_t \quad (6.27)$$

zu erzielen, der annähernd linear von der Kreisfrequenz abhängt. Das heißt, dass jede Signalkomponente bei einer Frequenz im Durchlassbereich um die gleiche Zeit verzögert wird. Damit approximiert das Filterverhalten das Verhalten eines Totzeitgliedes. Die approximative Totzeit  $T_t(\omega)$  des Bessel–Filters wird auch als Gruppenlaufzeit bezeichnet.

Das Konstanthalten der Gruppenlaufzeit im Durchlassbereich und das Einhalten der Amplitudenbedingung (6.23) führen zu zwei Bedingungen, anhand derer die Filter-



**Abbildung 6.11:** Sprungantwort von Tiefpassfiltern mit kritischer Dämpfung der Ordnung  $\kappa = 2, 3,$  und  $4,$   $\omega_g = 50$  rad/sec.

koeffizienten berechnet werden können. Der Entwurf soll am Beispiel eines Bessel-Tiefpasses zweiter Ordnung dargestellt werden.

Geht man von der Übertragungsfunktion

$$G_C(s) = \frac{1}{1 + c_1 s + c_2 s^2} \quad (6.28)$$

erhält man nach Übergang in den Frequenzbereich für  $s = j\omega$

$$G_C(j\omega) = \frac{1}{1 - c_2 \omega^2 + j c_1 \omega} \quad (6.29)$$

$$= \underbrace{\frac{1 - c_2 \omega^2}{(1 - c_2 \omega^2)^2 + (c_1 \omega)^2}}_{\text{Re}(G_C(j\omega))} + j \underbrace{\frac{-c_1 \omega}{(1 - c_2 \omega^2)^2 + (c_1 \omega)^2}}_{\text{Im}(G_C(j\omega))}. \quad (6.30)$$

Daraus kann die Phase

$$\angle(G_C(j\omega)) = \varphi(\omega) \quad (6.31)$$

mit

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\text{Im}(G_C(j\omega))}{\text{Re}(G_C(j\omega))}\right) \quad (6.32)$$

berechnet werden. Unter Verwendung von Gl. (6.30) wird die Phase zu

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{c_1 \omega}{1 - c_2 \omega^2}\right). \quad (6.33)$$

Die Forderung nach konstanter Gruppenlaufzeit führt zu dem Ansatz

$$T_t(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = \text{konst.} \quad (6.34)$$

Angewendet auf Gl. (6.33) und unter Beachtung von

$$\frac{d}{d\omega} \arctan(x(\omega)) = \frac{1}{1 + (x(\omega))^2} \cdot \frac{dx(\omega)}{d\omega} \quad (6.35)$$

erhält man

$$T_t(\omega) = c_1 \frac{1 + c_2 \omega^2}{1 + (c_1^2 - 2c_2)\omega^2 + c_2 \omega^4}. \quad (6.36)$$

Für den Durchlassbereich  $0 \leq \omega \leq \omega_g$  wird der Nenner von (6.36) im wesentlichen durch die zweite Potenz von  $\omega$  bestimmt, so dass man  $\omega^4 \approx 0$  ansetzen kann. Besonders leicht klar wird dieses Vorgehen, wenn man eine gedankliche Normierung der Kreisfrequenz auf die Grenzkreisfrequenz vornimmt,  $\omega/\omega_g$ : Bei  $\omega \leq \omega_g$  nimmt  $\omega/\omega_g$  Werte kleiner eins an, die bei Potenzierung vernachlässigbar klein werden.

Mit  $\omega^4 \approx 0$  ergibt sich

$$T_t(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \approx c_1 \frac{1 + c_2\omega^2}{1 + (c_1^2 - 2c_2)\omega^2} \quad (6.37)$$

Die Gruppenlaufzeit wird konstant, wenn Zähler und Nenner unabhängig von  $\omega$  werden. Daraus entsteht die Forderung

$$c_2 = c_1^2 - 2c_2 \quad , \quad (6.38)$$

woraus sich

$$c_2 = \frac{1}{3}c_1^2 \quad (6.39)$$

für die Beziehung der Filterkoeffizienten untereinander ergibt. Die Gruppenlaufzeit wird damit im Durchlassbereich  $0 \leq \omega \leq \omega_g$  zu

$$T_t = c_1 = \text{konst.} \quad (6.40)$$

Die Phase  $\varphi(\omega)$  kann mithilfe der Potenzreihenentwicklungen

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}, \quad |x| < 1 \quad (6.41)$$

und

$$(1+x)^{-m} = 1 - mx + \frac{m(m+1)}{2!}x^2 + \dots + \frac{m(m+1)\dots(m+n-1)}{n!}x^n + \dots, \quad m > 0 \quad (6.42)$$

und unter Verwendung von Gl. (6.39) aus Gl. (6.33) auf die Form

$$\varphi(\omega) = -c_1\omega + \frac{2}{9}c_1^5\omega^5 + \dots \quad (6.43)$$

gebracht werden, die für  $0 \leq \omega \leq \omega_g$  annähernd linear von der Frequenz<sup>2)</sup> abhängt.

Mit Gl. (6.39) und der Forderung

$$\left|G_C(j\omega)\right|_{\omega=\omega_g} \stackrel{!}{=} -3,01 \text{ dB} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6.44)$$

können  $c_1$  und  $c_2$  bestimmt werden.

$$\left|G_C(j\omega)\right|_{\omega=\omega_g} = \frac{1}{\sqrt{(1 - c_2\omega_g^2)^2 + (c_1\omega_g)^2}} \stackrel{!}{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6.45)$$

$$\Rightarrow c_2 = \frac{1}{\omega_g^2} \cdot \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \frac{1}{\omega_g^2} \cdot 0,61803 \quad (6.46)$$

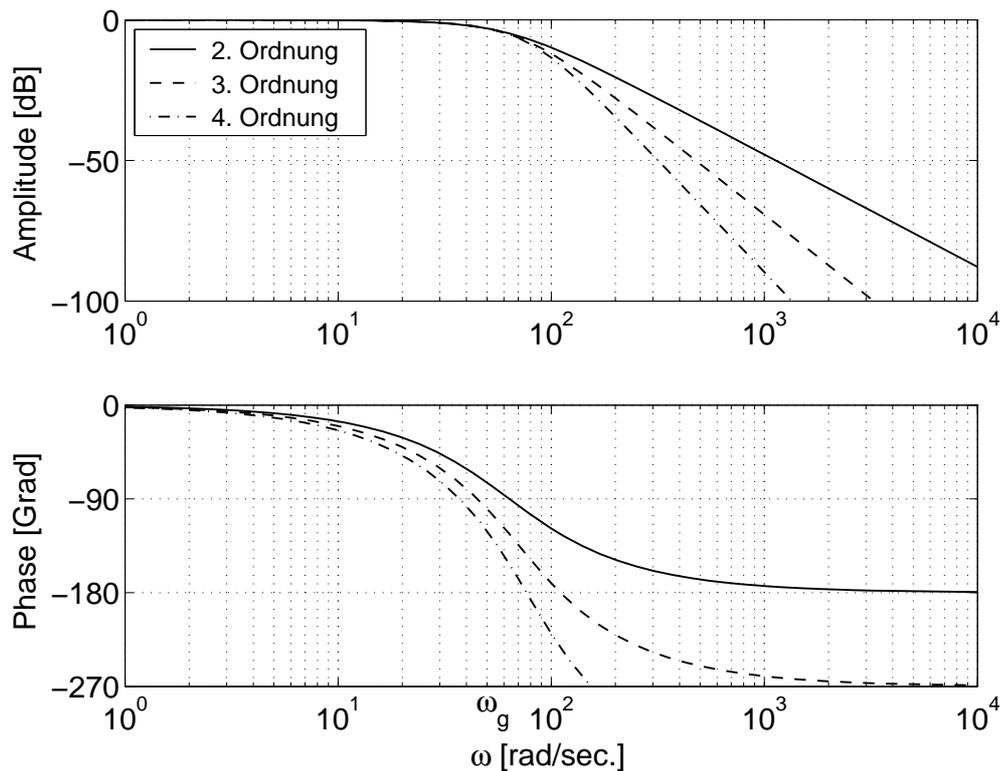
$$c_1 = \sqrt{3c_2} = \frac{1}{\omega_g} \cdot 1,36165 \quad (6.47)$$

<sup>2)</sup> Polynome, die diese Eigenschaft der linearen Phase erfüllen, heißen Bessel-Polynome. Sie haben dem Bessel-Filter seinen Namen gegeben. In der Literatur [1, 7] werden Bessel-Filter auch als Thomson-Filter bezeichnet.

Im Gegensatz zu Filtern mit kritischer Dämpfung entsteht durch die Forderung nach einer konstanten Gruppenlaufzeit  $T_t$  für das Bessel-Filter zweiter Ordnung eine Dämpfung  $D = 0,866$ .

Die konstante Gruppenlaufzeit von Bessel-Filtern hat den Vorteil, dass Signalanteile im Durchlassbereich ihre Phasenlage zueinander behalten. Das gefilterte Signal wird also gegenüber dem Originalsignal nicht verzerrt, was die Rekonstruktion des Originalsignals erleichtert.

Abbildung 6.12 zeigt den Amplituden- und Phasengang von Bessel-Filtern verschiedener Ordnung für einen Grenzkreisfrequenz von  $\omega_g = 50$  rad/sec. Bei einem Vergleich



**Abbildung 6.12:** Amplituden- und Phasengänge von Bessel-Tiefpässen der Ordnung  $\kappa = 2, 3,$  und  $4,$   $\omega_g = 50$  rad/sec.

von Abb. 6.12 mit Abb. 6.10 sind zunächst keine Unterschiede zwischen den Bessel-Filtern und den Filtern mit kritischer Dämpfung zu erkennen. Diese Unterschiede werden jedoch deutlich, wenn in Kap. 7 die Approximierbarkeit der Filter durch ein Totzeitverhalten, dessen Phasenverzug mithilfe von Prädiktionsmodellen kompensiert werden kann, untersucht wird.

In Abb. 6.13 sind die Sprungantworten der drei Filter aus Abb. 6.12 dargestellt. Aufgrund von  $D = 0,866$  tritt geringes Überschwingen auf.

Bei steigender Filterordnung wird auch die Berechnung der Koeffizienten  $c_1, \dots, c_\kappa$  aufwändiger. Es besteht jedoch die Möglichkeit, mithilfe von mathematischen Softwareprogrammen wie MATLAB die Entwurfsroutine zu automatisieren. Darüberhinaus sind in der Literatur, z. B. [1], häufig Tabellen angegeben, aus denen die (meist normierten) Filterkoeffizienten bis zu sehr hoher Filterordnung direkt entnommen werden können.

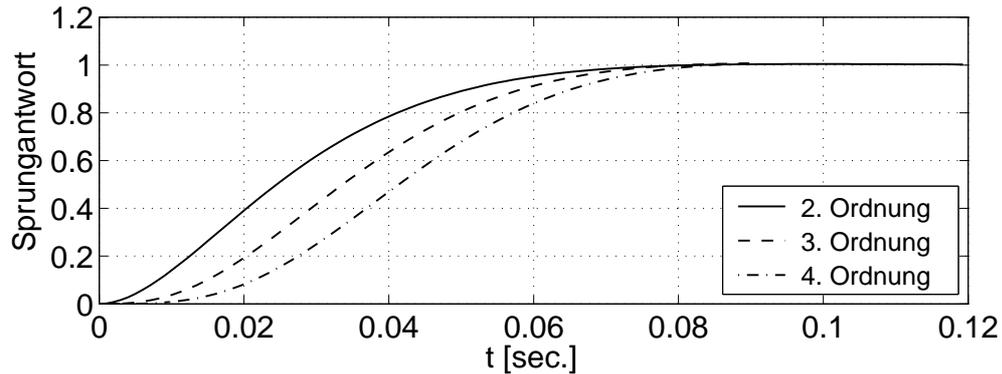


Abbildung 6.13: Sprungantwort von Bessel-Tiefpässen der Ordnung  $\kappa = 2, 3$ , und  $4$ ,  $\omega_g = 50$  rad/sec.

#### • Filter mit Butterworth-Charakteristik

Beim Entwurf eines Butterworth-Filters steht die Forderung nach einem möglichst flachen Amplitudenverlauf im Durchlassbereich im Vordergrund. Diese Forderung ist auch aus anderen regelungstechnischen Problemstellungen, wie z. B. dem Entwurf von Standardoptimierungsverfahren [31] für klassische P-, PI- und PID-Regler, bekannt.

Um einen möglichst flachen Amplitudenverlauf zu erzielen, wird ausgehend von

$$G_C(j\omega) = \frac{1}{\underbrace{(1 - c_2\omega^2 + c_4\omega^4 - \dots)}_{\text{Re}(\omega)} + j \underbrace{(c_1\omega - c_3\omega^3 + \dots)}_{\text{Im}(\omega)}} \quad (6.48)$$

das Betrags- bzw. Amplitudenquadrat  $|G_C(j\omega)|^2$  gebildet.

$$\left|G_C(j\omega)\right|^2 = \frac{1}{\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)} \quad (6.49)$$

$$= \frac{1}{1 + k_2\omega^2 + k_4\omega^4 + k_6\omega^6 + \dots + k_{2\kappa}\omega^{2\kappa}} \quad (6.50)$$

Es weist nur gerade Potenzen auf. Die Koeffizienten  $k_2, \dots, k_{2\kappa}$  sind Funktionen von  $c_1, \dots, c_\kappa$ . Soll das Betragsquadrat im Durchlassbereich einen möglichst flachen Verlauf annehmen, so sollte  $|G_C(j\omega)|^2$  ausschließlich von der höchsten Potenz  $\omega^{2\kappa}$  abhängen. Daraus resultiert die Forderung

$$k_2 = k_4 = \dots = k_{2(\kappa-1)} \stackrel{!}{=} 0 \quad (6.51)$$

Zusätzlich muss die Amplitudenbedingung (6.23) erfüllt sein, so dass auch gilt

$$\left|G_C(j\omega)\right|_{\omega=\omega_g}^2 = \frac{1}{1 + k_{2\kappa}\omega^{2\kappa}} \stackrel{!}{=} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \quad (6.52)$$

Hieraus kann  $k_{2\kappa}$  zu

$$k_{2\kappa} = \frac{1}{\omega^{2\kappa}} \quad (6.53)$$

abgelesen werden. Aufgrund der Beziehung  $k_{2\kappa} = c_\kappa^2$  erhält man  $c_\kappa = 1/\omega^\kappa$ . Die verbleibenden Koeffizienten  $c_1, \dots, c_{\kappa-1}$  können mithilfe der von Gl. (6.51) zur Verfügung gestellten  $\kappa - 1$  Gleichungen bestimmt werden.

Für einen Butterworth-Tiefpass 2. Ordnung

$$G_C(s) = \frac{1}{1 + c_1 s + s_2 s^2} \quad (6.54)$$

ergeben sich mit Gl. (6.51) und (6.52) die Koeffizienten zu

$$c_2 = \frac{1}{\omega_g^2} \quad (6.55)$$

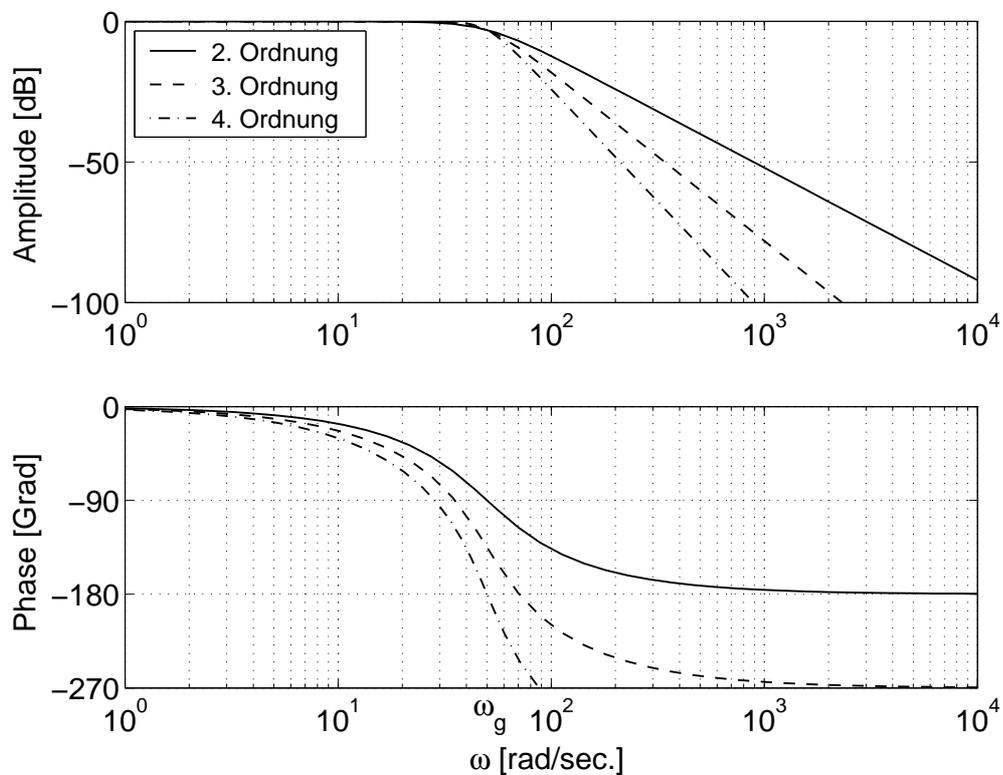
$$c_1 = \sqrt{2c_2} = \frac{1}{\omega_g} \sqrt{2} , \quad (6.56)$$

wodurch sich eine Dämpfung  $D = 1/\sqrt{2} \approx 0,707$  ergibt. Im Vergleich zu einem Filter mit kritischer Dämpfung zweiter Ordnung ( $D = 1$ ) und einem Bessel-Filter zweiter Ordnung ( $D = 0,866$ ) weist der Butterworth-Tiefpass damit die geringste Dämpfung auf.

Der Vorteil von Butterworth-Tiefpässen ist das optimal flache Amplitudenverhalten im Durchlassbereich sowie die bezogen auf die Ordnung sehr große Flankensteilheit im Übergangsbereich bei gleichzeitig nicht so großem Überschwingen in der Sprungantwort.

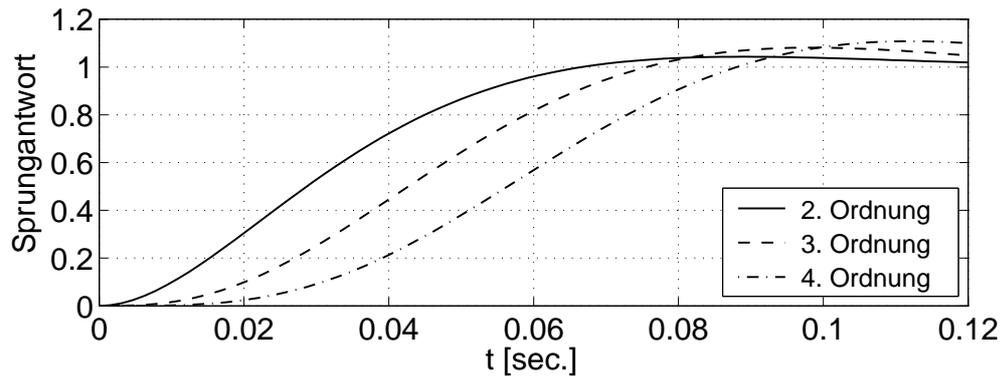
Gegenüber Bessel-Filtern weisen Butterworth-Filter jedoch kein lineares Phasenverhalten im Durchlassbereich auf.

Abbildung 6.14 zeigt den Amplituden- und Phasengang von Butterworth-Filtern verschiedener Ordnung für einen Grenzkreisfrequenz von  $\omega_g = 50$  rad/sec. In Abb. 6.15



**Abbildung 6.14:** Amplituden- und Phasengänge von Butterworth-Tiefpässen der Ordnung  $\kappa = 2, 3$ , und  $4$ ,  $\omega_g = 50$  rad/sec.

sind die Sprungantworten der drei Filter aus Abb. 6.14 dargestellt. Aufgrund von  $D = 0,707$  tritt sichtbares Überschwingen auf.



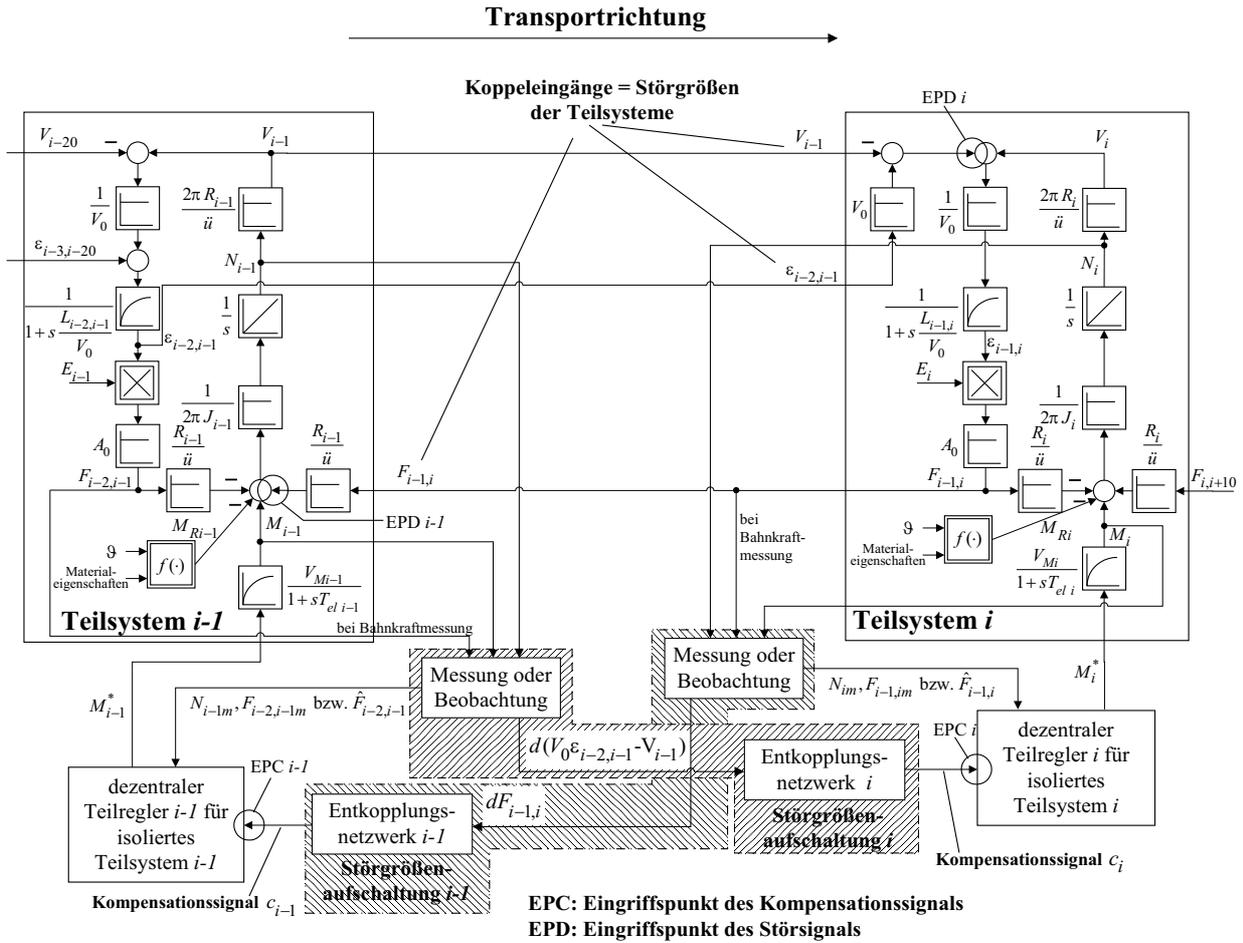
**Abbildung 6.15:** Sprungantwort von Butterworth-Tiefpässen der Ordnung  $\kappa = 2, 3, \text{ und } 4, \omega_g = 50 \text{ rad/sec.}$

## 6.4 Störgrößenaufschaltung am Anwendungsbeispiel

In diesem Kapitel wird die bisher erarbeitete Theorie der Vorsteuerung mittels Störgrößenaufschaltung auf die kontinuierliche Fertigung von durchlaufenden Materialbahnen angewendet. Ziel ist die verbesserte Entkopplung der Teilsysteme einer kontinuierlichen Fertigungsanlage, die durch dezentrale Drehzahl-Bahnkraft-Regler in PI-Kaskadenstruktur geregelt werden. Die PI-Regler wurden in Kap. 4.2.1 bzw. 4.4 am isolierten Teilsystem unter Vernachlässigung der Koppelgrößen Bahngeschwindigkeit, Dehnung und Bahnkraft entworfen und zeigen daher, wie z. B. aus Abb. 4.14 und 4.15 hervorgeht, ein unbefriedigendes Störverhalten. Da die Koppelgrößen additiv auf die Teilsysteme eingreifen (Abb. 6.16), kann die Störgrößenaufschaltung zur Kompensation der Koppelstörungen herangezogen werden. Durch die Speisung der Regler mit Information über die einwirkenden Koppelgrößen können diese Störungen somit besser unterdrückt werden.

Die Voraussetzung der Störgrößenaufschaltung, dass die Koppelgrößen als Mess- oder beobachtete Signale vorliegen müssen, ist für kontinuierliche Fertigungsanlagen erfüllt. Bei Annahme einer starren Kopplung zwischen Motor und Antriebswalze kann die Bahngeschwindigkeit  $V$  aus der messbaren Drehzahl  $N_m$  berechnet werden. Die Dehnung  $\varepsilon$  kann bei Bahnkraftmessung aus dieser berechnet werden, oder beide Größen werden den in Kap. 5.4 entworfenen Störgrößenbeobachtern entnommen. Liegen die Koppelgrößen als Messsignale oder Schätzungen vor, kann das Störverhalten der PI-Kaskadenregelung durch Vorsteuerung mit diesen Größen erheblich verbessert werden. Abbildung 6.16 zeigt die Struktur der Störgrößenaufschaltung für zwei verkoppelte Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$ .

Wie in der theoretischen Herleitung bereits angesprochen, kann die Störgrößenaufschaltung unabhängig vom Regelungskonzept (Zustands- oder PI-Kaskadenregelung) bei einer bereits im Betrieb befindlichen Fertigungsanlage nachträglich und Teilsystem für Teilsystem hinzugefügt werden. Dadurch gestaltet sich die Inbetriebnahme einer Störgrößenaufschaltung besonders einfach. Da sich je nach Regelungskonzept der Vorsteuerpfad EPC-EPD (Abb. 6.16) ändert, wirkt sich das bereits bestehende Regelungskonzept lediglich auf die Ordnung und die Koeffizienten der zu entwerfenden Entkopplungsnetzwerke aus. Bei der Wahl der Aufschaltpunkte EPC ist zu beachten, dass das Kompensationssignal bei kaskadierter Regelung nicht grundsätzlich auf den letzten Eingriffspunkt vor der Strecke (Reglerausgang der innersten Kaskadenschleife) aufgeschaltet werden darf, da sonst die überlagerte Kaskadenschleife das Kompensationssignal eventuell als Störgröße auszuregulieren versucht. Korrekter Aufschalt-



**Abbildung 6.16:** Struktur der Störgrößenaufschaltung bei zwei verkoppelten Teilsystemen  $i - 1$  und  $i$ ,  $dF_{i-1,i}$  nach Gl. (6.64) bzw. (6.65),  $d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})$  nach Gl. (6.76) bzw. (6.77)

punkt ist dagegen der Sollwert der Zustandsgröße, auf die die Koppelgröße einwirkt.

Im folgenden Kap. 6.4.1 werden die Netzwerke zur Entkopplung der Teilsysteme in und gegen die Transportrichtung entworfen und in Kap. 6.4.2 simulativ untersucht. Die Entkopplungsnetzwerke wurden an der Experimentieranlage MODAM (Modellarbeitsmaschine) des Lehrstuhls für elektrische Antriebssysteme implementiert und getestet. Die experimentell erzielten Ergebnisse werden in Kap. 6.4.3 gezeigt.

### 6.4.1 Entwurf der Störgrößenaufschaltung

Wie beim Vergleich von Abb. 6.16 mit z. B. Abb. 3.11 zu erkennen ist, kann durch Verschieben des Eingriffspunkts von  $\varepsilon_{i-2,i-1}$  zur Bahngeschwindigkeit der in Transportrichtung wirkende Koppelvektor  $\underline{u}_{K_i} = [V_{i-1}, \varepsilon_{i-2,i-1}]^T$  zu einer skalaren Störgröße  $V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1}$  mit dem Eingriffspunkt EPD  $i$  zusammengefasst werden. Entgegen der Transportrichtung wirkt in Abb. 6.16 die Bahnkraft  $F_{i-1,i}$  als einzige Störgröße.

An sich jedoch ist jedes Teilsystem beidseitig verkoppelt (auf Teilsystem  $i-1$  greift in der Praxis neben  $F_{i-1,i}$  auch  $[V_{i-2}, \varepsilon_{i-3,i-2}]^T$  ein). Daher müssen bei Betrachtung von mehr als zwei Teilsystemen pro Teilsystem je zwei Entkopplungsnetzwerke zur Störgrößenaufschaltung, d. h. eines in und eines gegen die Transportrichtung, entworfen werden. Sind die Teilsysteme

in ihrem strukturellen Aufbau gleich, brauchen die Entkopplungsnetzwerke nur für ein Teilsystem entworfen werden und können nach einer eventuellen Parameteranpassung für die benachbarten Teilsysteme direkt übernommen werden. Auf diese Weise bleibt der Entwurfsaufwand gering. Für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen ist die Betrachtung der zwei freigeschnittenen Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$  und ihren Verkopplungen untereinander ausreichend. Damit muss pro Teilsystem nur ein Entkopplungsnetzwerk entworfen werden.

### 6.4.1.1 Entkopplung entgegen der Transportrichtung

Wie Abb. 6.16 zeigt, wirkt entgegen der Transportrichtung die Bahnkraft in Form des Widerstandsmoments  $F_{i-1,i} \cdot R_{i-1}/\ddot{u}$  auf das Motordrehmoment  $M_{i-1}$  ein. Als Einspeisepunkt des Kompensationssignals  $c_{i-1}$  in die Regelung muss daher der Drehzahlreglerausgang, der dem Sollmoment  $M_{i-1}^*$  entspricht, gewählt werden. In diesem Fall fällt also der Einspeisepunkt mit der streckennahesten Aufschaltmöglichkeit zusammen. Abbildung 6.17 zeigt das Teilsystem  $i - 1$  und die Eingriffspunkte von Koppel- und Kompensationssignal. Neben dem Koppelsignal  $F_{i-1,i} \cdot R_{i-1}/\ddot{u}$  wirkt an der Momentensummiationsstelle auch das Reibwiderstandsmoment  $M_{Ri-1}$  ein, das am Arbeitspunkt eine nichtlineare Funktion der Getriebe- und Lagertemperatur sowie der Materialeigenschaften darstellt. Das Reibwiderstandsmoment ist messtechnisch nicht erfassbar und kann daher nicht vorgesteuert werden. Durch den integralen Anteil im Drehzahlregler kann diese Störung jedoch ausgeregelt werden.

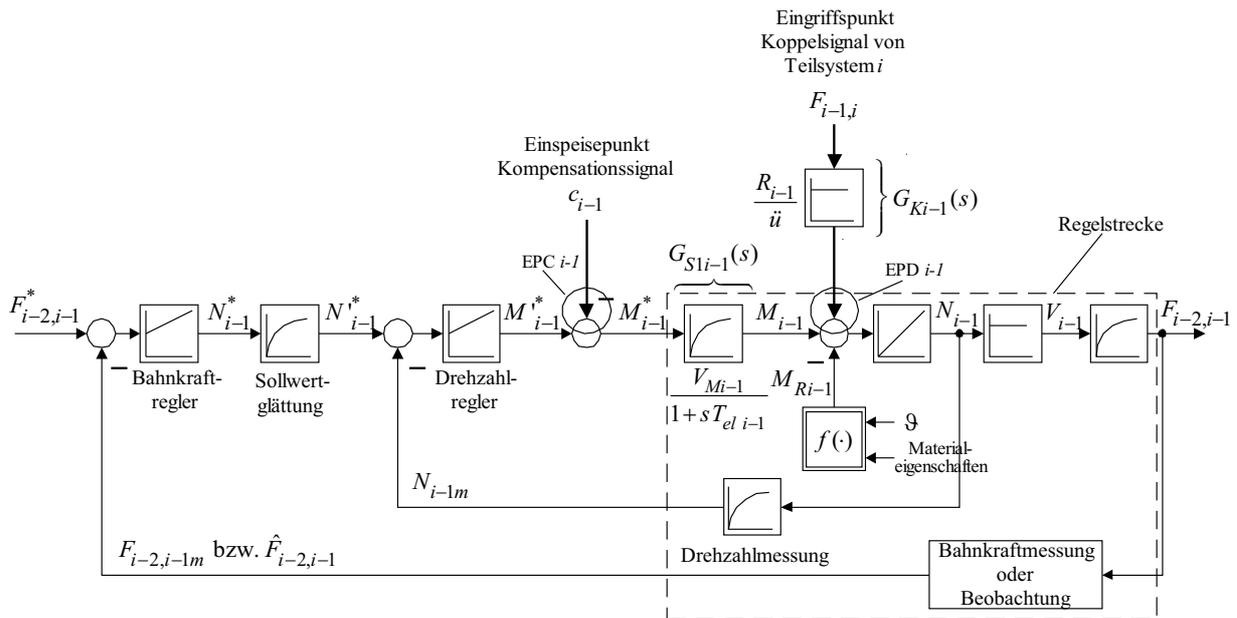


Abbildung 6.17: Zuschaltung des Kompensationssignals bei Teilsystem  $i - 1$

Die Streckenabschnitte  $G_{S1i-1}(s)$  und  $G_{Ki-1}(s)$  können aus Abb. 6.17 abgelesen werden zu

$$G_{S1i-1}(s) = \frac{V_{Mi-1}}{1 + sT_{el i-1}}, \quad (6.57)$$

$$G_{Ki-1}(s) = \frac{R_{i-1}}{\ddot{u}}. \quad (6.58)$$

Das ideale Netzwerk für eine Entkopplung des Teilsystems  $i - 1$  von der Bahnkraft  $F_{i-1,i}$  berechnet sich daraus nach Gl. (6.4) zu

$$G_{Rri-1,ideal} = \frac{G_{Ki-1}(s)}{G_{S1i-1}(s)} = \frac{R_{i-1}}{\ddot{u}} \cdot \frac{1 + sT_{el i-1}}{V_{Mi-1}}. \quad (6.59)$$

Da  $G_{S1i-1}(s)$  keine Nullstellen aufweist, erzeugt ihre Invertierung in  $G_{Rri-1,ideal}(s)$  keine (und damit auch keine instabilen) Polstellen. Die Stabilität des Entkopplungsnetzwerks ist somit gewährleistet. Werden  $\text{Grad}(N_{Ki-1}(s)) = 0$ ,  $\text{Grad}(Z_{Ki-1}(s)) = 0$ ,  $\text{Grad}(N_{S1i-1}(s)) = 1$ ,  $\text{Grad}(Z_{S1i-1}(s)) = 0$  in Gl. (6.12) eingesetzt, so wird erkennbar, dass die Realisierbarkeitsbedingung von  $G_{Rri-1,ideal}(s)$  aufgrund des Relativgrads Null in  $G_{Ki-1}(s)$  nicht erfüllt ist. Das Entkopplungsnetzwerk kann also in seiner idealen Form (6.59) technisch nicht nachgebildet werden. Wird das Entkopplungsnetzwerk als statische Störgrößenaufschaltung realisiert, so erhält man mit Gl. (6.13)

$$G_{Rri-1}(0) = \frac{R_{i-1}}{\ddot{u}} \cdot \frac{1}{V_{Mi-1}} \quad (6.60)$$

Soll das dynamische Verhalten von  $G_{S1i-1}(s)$  kompensiert werden, so wird nach Gl. (6.16) ein Tiefpassfilter der Ordnung

$$\kappa = \text{Grad}(Z_{Rri-1}(s)) - \text{Grad}(N_{Rri-1}(s)) = 1 \quad (6.61)$$

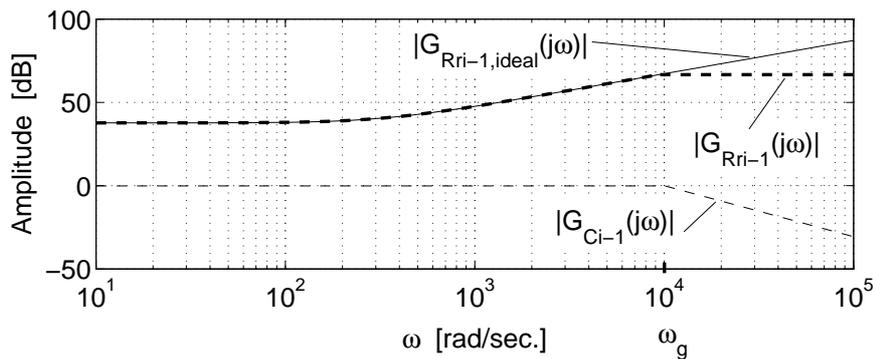
mit

$$G_{Ci-1}(s) = \frac{1}{1 + c_1 s} \quad (6.62)$$

notwendig, dessen einziger Koeffizient  $c_1$  einer Glättungszeitkonstante  $T_{gl}$  entspricht. Bei Verwendung dieses Filters wird das Entkopplungsnetzwerk zu

$$G_{Rri-1}(s) = \frac{G_{Ki-1}(s)}{G_{S1i-1}(s)} \cdot G_{Ci-1}(s) = \frac{R_{i-1}}{\ddot{u}} \cdot \frac{1}{V_{Mi-1}} \frac{1 + sT_{el\ i-1}}{1 + c_1 s} \quad (6.63)$$

Um das differenzierende Verhalten von  $G_{Ki-1}(s)/G_{S1i-1}(s)$  in einem möglichst breiten Frequenzbereich zu erhalten, sollte die Grenzkreisfrequenz  $\omega_g = 1/c_1$  des Tiefpassfilters idealerweise weit oberhalb der Eckfrequenz  $1/T_{el\ i-1}$  gelegt werden. In der Praxis wird  $\omega_g$  jedoch immer als Kompromiss zwischen einem guten Entkopplungsverhalten und einer ausreichenden Unterdrückung von hochfrequenten Störsignalen gewählt. Abbildung 6.18 zeigt den resultierenden Amplitudengang von  $G_{Rri-1}(s)$  bei einer willkürlich gewählten Grenzkreisfrequenz  $\omega_g = 10^4$  rad/sec.



**Abbildung 6.18:** Amplitudengang  $|G_{Rri-1,ideal}(j\omega)|$ ,  $|G_{Ci-1}(j\omega)|$  und resultierendes Entkopplungsnetzwerk  $|G_{Rri-1}(j\omega)|$  für  $\omega_g = 10^4$  rad/sec. ( $|G_{Ci-1}(j\omega)|$  in Geradenapproximation)

Für die Simulation und die praktische Realisierung des Entkopplungsnetzwerks wurde nur der dynamische Anteil  $dF_{i-1,i}$  der koppelnden Bahnkraft betrachtet, indem der stationäre Wert subtrahiert wurde

$$dF_{i-1,i} = F_{i-1,im} - F_{i-1,i0} \quad \text{bei Bahnkraftmessung} \quad (6.64)$$

$$dF_{i-1,i} = \hat{F}_{i-1,i} - F_{i-1,i0} \quad \text{bei Bahnkraftbeobachtung} \quad (6.65)$$



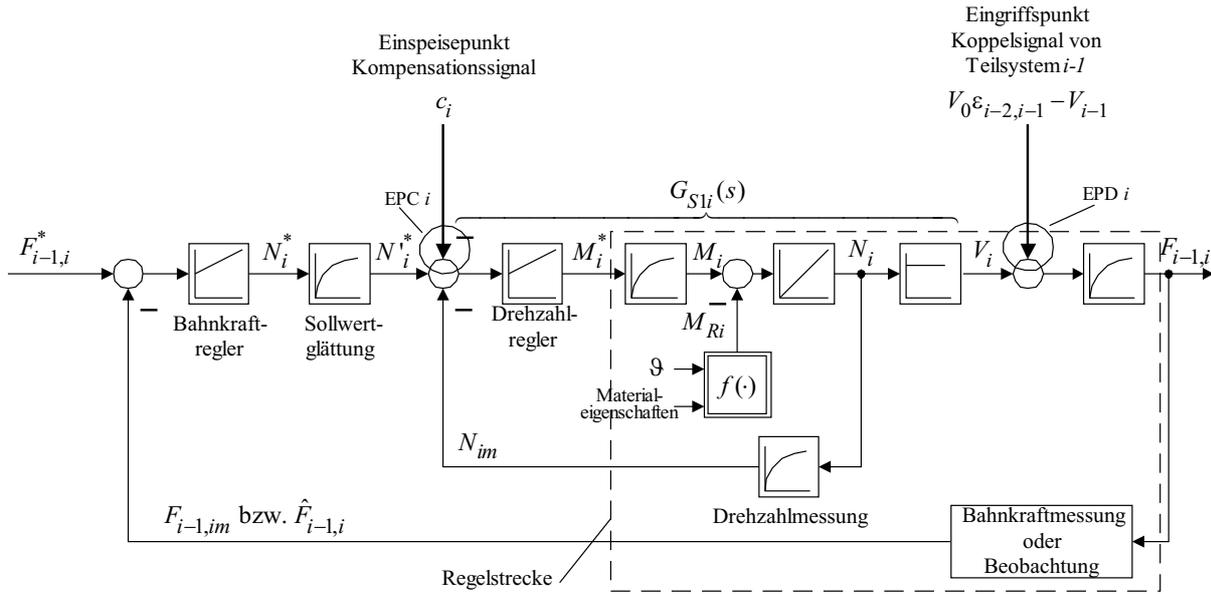


Abbildung 6.20: Zuschaltung des Kompensationssignals bei Teilsystem  $i$

die ausreicht, wenn die Koppelgrößen sich aufgrund einer niedrigen Systemdynamik nur langsam ändern. In diesem Fall kann die Kaskadenregelung allein mithilfe von  $G_{Rri}(0)$  die Koppelgrößen unterdrücken.

Bei einer schnellen Änderung der Koppelgrößen wird eine Kompensation des Streckenteils  $G_{S1i}(s)$  mittels einer dynamischen Störgrößenaufschaltung sinnvoll sein. Um das differenzierende Verhalten von  $G_{Rri,ideal}(s)$  in ein sprunghaftes Verhalten zu überführen, wird ein Tiefpassfilter eingesetzt, dessen Ordnung sich nach Gl. (6.18) zu

$$\kappa = \text{Grad}(Z_{Rri}(s)) - \text{Grad}(N_{Rri}(s)) = 2 \quad (6.70)$$

berechnet. Hieraus ergibt sich das Filter zu

$$G_C(s) = \frac{1}{1 + c_1 s + c_2 s^2}, \quad (6.71)$$

womit die dynamische Störgrößenaufschaltung lautet

$$G_{Rri}(s) = \frac{G_{Ci}(s)}{G_{S1i}(s)} \quad (6.72)$$

$$= \frac{\ddot{u}}{2\pi R_i} \cdot \frac{1 + s4T_{\sigma Ni} + s^2 8T_{\sigma Ni}^2 + s^3 8T_{\sigma Ni}^3 + s^4 8T_{\sigma Ni}^2 T_{el i} T_{m Ni}}{(1 + s4T_{\sigma Ni})(1 + sT_{m Ni}) \cdot (1 + c_1 s + c_2 s^2)}. \quad (6.73)$$

Wie in Kap. 6.3.2 gibt es für ein Tiefpassfilter zweiter Ordnung der Form (6.71) mehrere Möglichkeiten der Auslegung. Die sich für kritische Dämpfung und Bessel-Charakteristik ergebenden Koeffizienten sind im folgenden zusammengestellt.

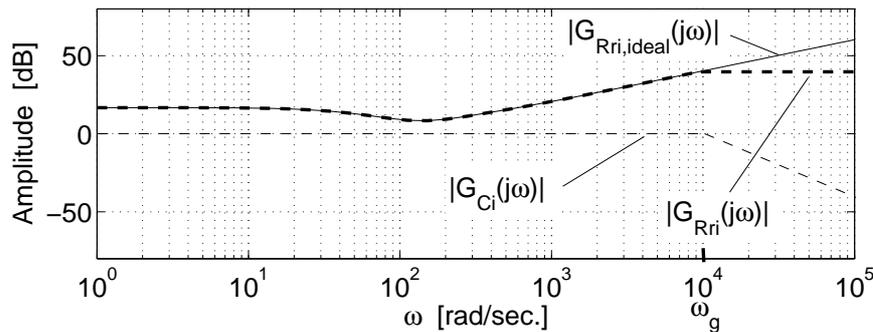
- Kritische Dämpfung, Gl. (6.21) und (6.26): 
$$c_1 = 2T_{gl} = \frac{2}{\omega_g} \cdot \sqrt{\sqrt{2} - 1}$$

$$c_2 = T_{gl}^2 = \frac{1}{\omega_g^2} \cdot (\sqrt{2} - 1) \quad \Rightarrow D = 1 \quad (6.74)$$

- Bessel–Charakteristik, Gl. (6.47) und (6.46):  $c_1 = \frac{1}{\omega_g} \cdot 1.36165$   
 $c_2 = \frac{1}{\omega_g^2} \cdot 0.61803$   $\Rightarrow D = 0.866$  (6.75)

Aufgrund ihrer unterschiedlichen Dämpfung rufen die Filter auch eine leicht unterschiedliche Wirkung im Entkopplungsverhalten von  $G_{Rri}(s)$  hervor, wie die Simulationen in Kap. 6.4.2 verdeutlichen. In Kap. 7 zeigt sich, dass ein Filter mit Bessel–Charakteristik durch die im Durchlassbereich annähernd konstante Gruppenlaufzeit  $T_t = c_1$  am besten für die prädiktive Vorsteuerung geeignet ist, die mit einer Approximation des Filterverhaltens als Totzeitglied arbeitet.

Abbildung 6.21 zeigt den Amplitudengang  $|G_{Rri,ideal}(j\omega)|$  des idealen Entkopplungsnetzwerks. Um den Frequenzbereich des Amplitudenanstiegs breit zu belassen, sollte  $\omega_g$  möglichst weit oberhalb der Knickstelle/Resonanzfrequenz von  $|G_{Rri,ideal}(j\omega)|$  zu liegen kommen, die sich aus Abb. 6.21 zu  $\omega = 10^4$  rad/sec. ablesen lässt. Jedoch muss auch hier ein Kompromiss zwischen Entkopplungsverhalten und Unterdrückung von hochfrequenten Störanteilen gewählt werden.



**Abbildung 6.21:** Amplitudengang  $|G_{Rri,ideal}(j\omega)|$ ,  $|G_{Ci}(j\omega)|$  und resultierendes Entkopplungsnetzwerk  $|G_{Rri}(j\omega)|$  für  $\omega_g = 10^4$  rad/sec. ( $|G_{Ci}(j\omega)|$  in Geradenapproximation)

Wie in Kap. 6.4.1.1 wurde auch bei  $G_{Rri}(s)$  für die Simulation und die praktische Realisierung das Kompensationssignal auf Basis des dynamischen Anteils des Koppelsignals gebildet, indem der stationäre Wert subtrahiert wurde

$$d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1}) = \left( V_0 \frac{F_{i-2,i-1m}}{\hat{E}_{i-1}A_0} - N_{i-1m} \frac{2\pi R_{i-1}}{\ddot{u}} \right) - (V_0\varepsilon_{i-2,i-10} - V_{i-10})$$

bei Bahnkraftmessung (6.76)

$$d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1}) = \left( V_0 \hat{\varepsilon}_{i-2,i-1} - N_{i-1m} \frac{2\pi R_{i-1}}{\ddot{u}} \right) - (V_0\varepsilon_{i-2,i-10} - V_{i-10})$$

bei Bahnkraftbeobachtung (6.77)

Für die praktische Realisierung entsteht dadurch der Vorteil, dass im stationären Betrieb der dynamische Anteil des Koppelsignals und damit auch das Kompensationssignal Null wird und ein Zu- und Abschalten der Entkopplungsnetzwerke problemlos möglich ist.

Abbildung 6.22 zeigt einen Ausschnitt von Abb. 6.20 mit der resultierenden Struktur der Störgrößenaufschaltung für Teilsystem  $i$ .

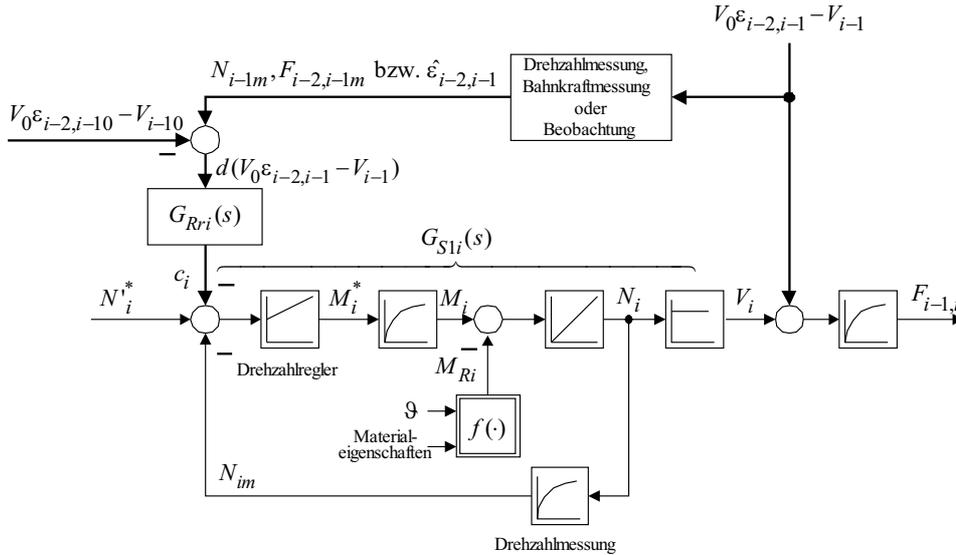


Abbildung 6.22: Struktur der Störgrößenaufschaltung für Teilsystem  $i$

#### 6.4.2 Simulationsergebnisse

Um die Entkopplungsqualität der entworfenen Netzwerke zu untersuchen, wurden  $G_{Rri-1}(s)$  und  $G_{Rri}(s)$  an den zwei verkoppelten Teilsystemen nach Abb. 6.16 implementiert. Es wurden folgende Fälle simuliert:

1. Zwei isolierte Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$  (Verkopplungen aufgebrochen): Abb. 6.23
2. Zwei verkoppelte Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$  ohne Störgrößenaufschaltung: Abb. 6.24
3. Zwei verkoppelte Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$  mit statischer und dynamischer Störgrößenaufschaltung: Abb. 6.26, 6.27 und 6.28
4. Zwei verkoppelte Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$  ohne Störgrößenaufschaltung, Betrachtung der Koppel- und Kompensationssignale an  $G_{Rri}(s)$  ohne und mit Messgeberrauschen: Abb. 6.30, 6.29

Für eine Einordnung des Entkopplungsvermögens wird die quadratische Fehlersumme über die Bahnkraft des gestörten Teilsystems gebildet

$$J_{QFS} = \int_0^{t_{stop}} (F(\tau) - F^*(\tau)) d\tau, \quad (6.78)$$

mit  $[0; t_{stop}]$  als dem gesamten Simulationsintervall. Darüberhinaus wird jeweils die maximale Abweichung der Bahnkraft des gestörten Teilsystems zur Referenzkraft

$$\max(|\max(F) - F^*|, |-\min(F) + F^*|) \quad (6.79)$$

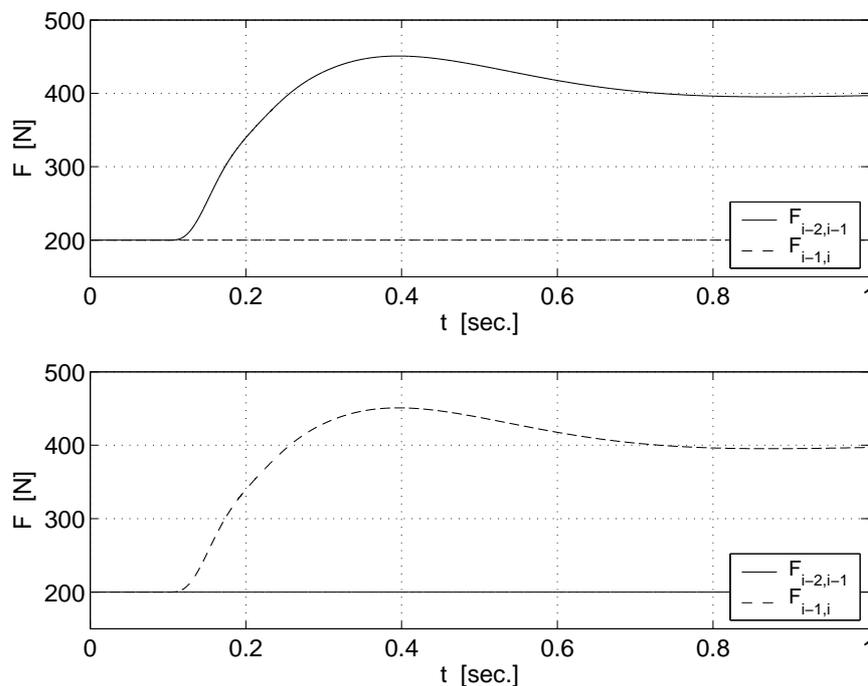
betrachtet. Anhand dieser Werte lässt sich der verbleibende Restfehler in der Bahnkraft des gestörten Teilsystems quantifizieren. Die für die unterschiedlichen Netzwerkrealisierungen und Parameter erhaltenen Werte sind in Tab. 6.2 auf Seite 143 und aufgelistet.

Die Regelung der Teilsysteme erfolgt auf die beobachtete Bahnkraft, wobei der Luenberger Störgrößenbeobachter für den Elastizitätsmodul verwendet wurde. Die Simulationsparameter sind in Tab. 6.1 auf Seite 143 zusammengestellt, welche die Tabellen 3.1 (Seite 44), 4.1 (Seite 66) und 5.1 (Seite 102) ergänzt.

Parameter	Bezeichnung	Wert	Einheit
Zeitkonstante Drehzahlmessung $i - 1$ und $i$	$T_{mN}$	5	msec.
Entkopplungsnetzwerk $i - 1$ , $G_{Rri-1}(s)$			
Glättungszeitkonstante $G_{Ci-1}(s)$	$T_{gl} = c_1$	1 / 5 / 10	msec.
Entkopplungsnetzwerk $i$ , $G_{Rri}(s)$			
Grenzkreisfrequenz $G_{Ci}(s)$	$\omega_g$	644 <sup>a</sup> / 129 / 64	rad/sec.
Anregungen			
Bahnkraftsollwertänderung $i - 1$ und $i$	$\Delta F^*$	200	N

<sup>a</sup>Die Werte der Grenzkreisfrequenz leiten sich aus der Glättungszeitkonstante  $T_{gl} = c_1$  des Entkopplungsnetzwerks  $i - 1$  ab und entsprechen der 3-dB-Eckfrequenz eines Filters der Form  $(1 + s2T_{gl} + s^2T_{gl}^2)^{-1}$  mit  $T_{gl} = 1/5/10$  msec.

**Tabelle 6.1:** Simulationsparameter (Erweiterung zu den Tabellen 3.1 (Seite 44), 4.1 (Seite 66), und 5.1 (Seite 102))



**Abbildung 6.23:** Ziel der Entkopplung: Erzeugung von idealen, nur bei völlig isolierten Teilsystemen auftretenden Bahnkraftverläufen  
oben: Sprunganregung  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$   
unten: Sprunganregung  $\Delta F_{i-1,i}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$

Abbildung 6.23 zeigt die Zielsetzung der Störgrößenaufschaltung: das theoretisch ideale Verhalten der Bahnkräfte für zwei Teilsysteme bei vollständig aufgebrochenen Verkopplungen.

Realisierung von $G_{Rri-1}(s)$	Maxim. Abweichung $F_{i-2,i-1}$ von $F_{i-2,i-1}^*$ nach Gl. (6.79) in [N]	$J_{QFS}(F_{i-2,i-1})$ nach Gl. (6.78) in [ $10^5 \text{ N}^2$ ]	Abbildung	Zeile
0	39.2	49.2	6.24 unten	1
nach Gl. (6.60) (stat. Real.)	6.2	0.34	6.26 unten	2
nach Gl. (6.63) (dyn. Realisierung), $T_{gl} = 1$ msec.	4.7	0.18	6.27 unten	3
nach Gl. (6.63) (dyn. Realisierung), $T_{gl} = 5$ msec.	7.8	0.52	6.27 unten	4
nach Gl. (6.63) (dyn. Realisierung), $T_{gl} = 10$ msec.	11	1.1	6.27 unten	5
Realisierung von $G_{Rri}(s)$ , $G_{Ci}(s)$ nach Gl. (6.74)	Maxim. Abweichung $F_{i-1,i}$ von $F_{i-1,i}^*$ nach Gl. (6.79) in [N]	$J_{QFS}(F_{i-1,i})$ nach Gl. (6.78) in [ $10^5 \text{ N}^2$ ]	Abbildung	Zeile
0	63.6	125.6	6.24 oben	6
nach Gl. (6.69) (stat. Real.)	20.2	2.3	6.26 oben	7
nach Gl. (6.73) (dyn. Real.), $\omega_g = 644$ rad/sec.	10.3	0.68	6.27 oben	8
nach Gl. (6.73) (dyn. Real.), $\omega_g = 129$ rad/sec.	20.8	3.0	6.27 oben	9
nach Gl. (6.73) (dyn. Real.), $\omega_g = 64$ rad/sec.	30.2	7.9	6.27 oben	10

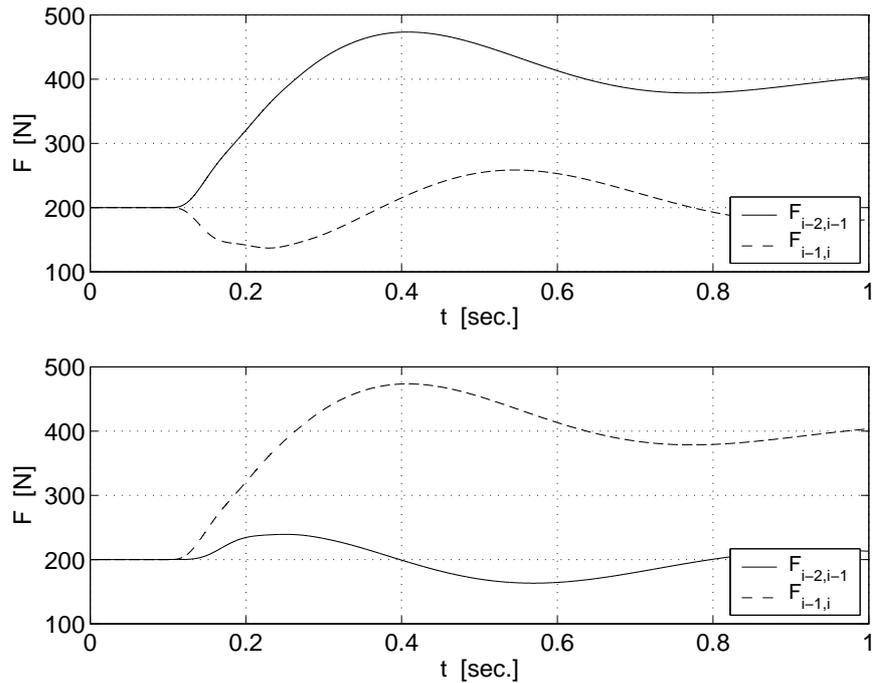
**Tabelle 6.2:** Verbleibende Restfehler ohne und mit Störgrößenaufschaltung

Das Übergangsverhalten der jeweils angeregten Bahnkraft gleicht dem des isolierten Teilsystems, das bereits aus Kap. 4.4.3 bekannt ist. Durch die aufgebrochenen Verkopplungen bleibt die Bahnkraft des jeweils unangeregten Nachbarteilsystems idealerweise völlig ungestört konstant auf ihrem Referenzwert von 200 N.

Im Gegensatz dazu sind in Abb. 6.24 die ebenfalls bereits aus Kap. 4.4.3 bekannten Bahnkraftverläufe gezeigt, die bei Regelung mit PI-Kaskade durch die in der Realität wirkenden Verkopplungen der Teilsysteme durch die Materialbahn entstehen. Das Störverhalten ist aufgrund des Entwurfs der PI-Regler am isolierten Teilsystem ungenügend, was sich in dem starken Schwingen der Bahnkräfte der gestörten Teilsysteme z. B. bei  $F_{i-1,i}$  mit einer Anfangsamplitude von über 30% der Sollbahnkraftänderung zeigt. Das Ziel der Störgrößenaufschaltung ist es daher, das Störverhalten der PI-Regler durch die Vorsteuerung der Koppelgrößen zu verbessern und damit den Teilsystemen trotz der Verkopplungen wieder ein näherungsweise isoliertes Verhalten aufzuprägen.

Zum Vergleich dazu sind in Abb. 6.25 noch einmal die bereits in Kap. 4.4.3 (Abb. 4.16, 4.17) gezeigten Ergebnisse bei Regelung der Teilsysteme mit Dezentraler Entkopplung dargestellt. Aufgrund des Entwurfs der Zustandsregler auf Robustheit kann die Wirkung der Kopplungen bereits stark reduziert werden. Durch entsprechende Wahl der Reglerkoeffizienten kann diese Robustheit auch noch weiter erhöht werden. Jedoch verringert sich dadurch die Führungsdynamik.

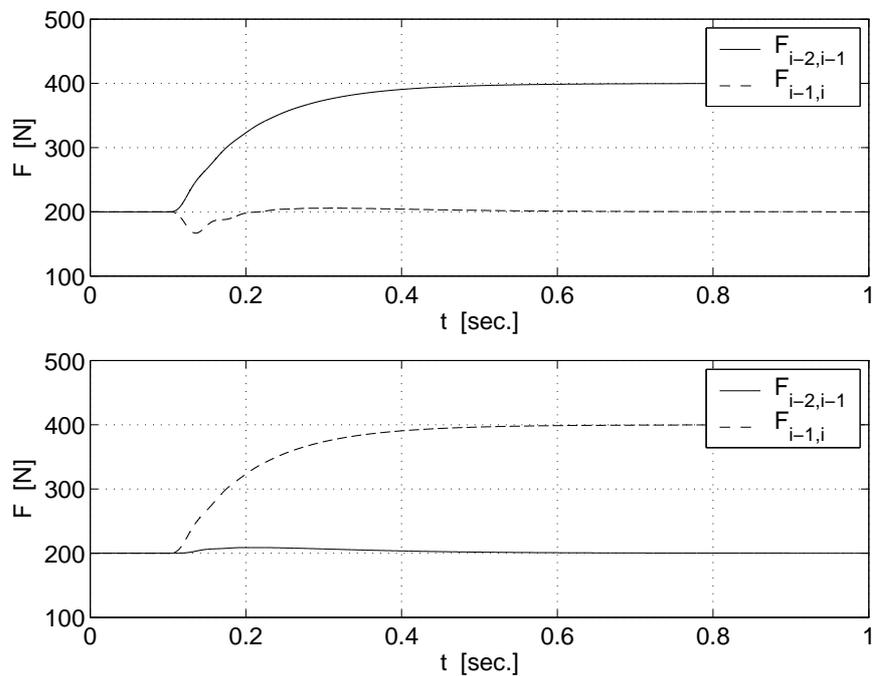
Im folgenden wird das Entkopplungsverhalten der Teilsysteme bei PI-Kaskadenregelung mit Störgrößenaufschaltung betrachtet. Dazu werden die Teilsysteme mit Führungssprüngen angeregt. Das Verhalten der Kaskadenregelung mit Störgrößenaufschaltung bei Anregung



**Abbildung 6.24:** Bahnkraftverläufe für zwei verkoppelte Teilsysteme ohne Störgrößenaufschaltung

oben: Sprunganregung  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$  ( $t = 0.1$  sec.)

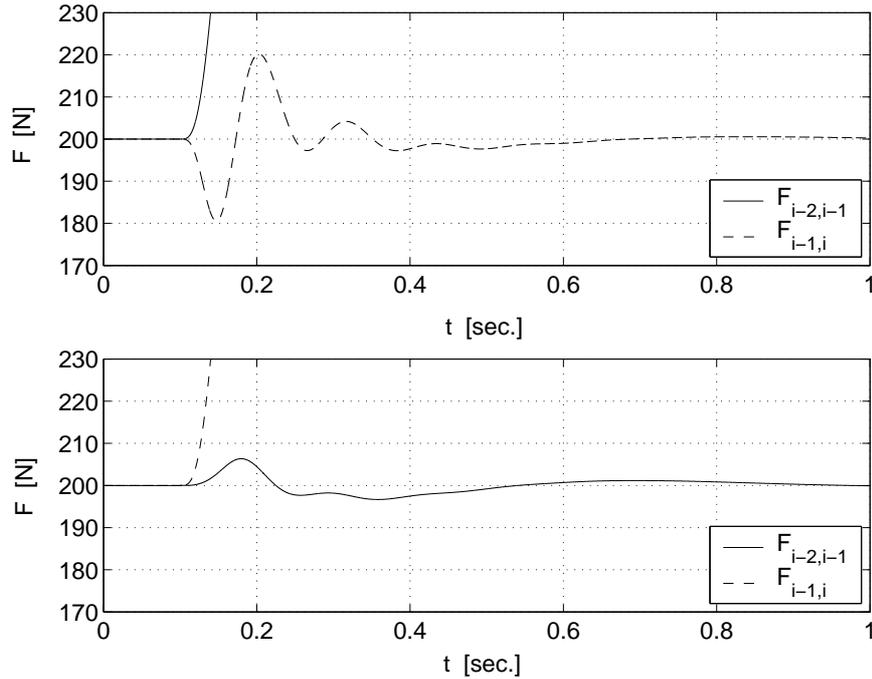
unten: Sprunganregung  $\Delta F_{i-1,i}^*$  ( $t = 0.1$  sec.)



**Abbildung 6.25:** Zum Vergleich: Bahnkraftverläufe für zwei verkoppelte Teilsysteme bei Regelung mit Dezentraler Entkopplung (siehe Abb. 4.16, 4.17)

oben: Sprunganregung  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$  ( $t = 0.1$  sec.)

unten: Sprunganregung  $\Delta F_{i-1,i}^*$  ( $t = 0.1$  sec.)



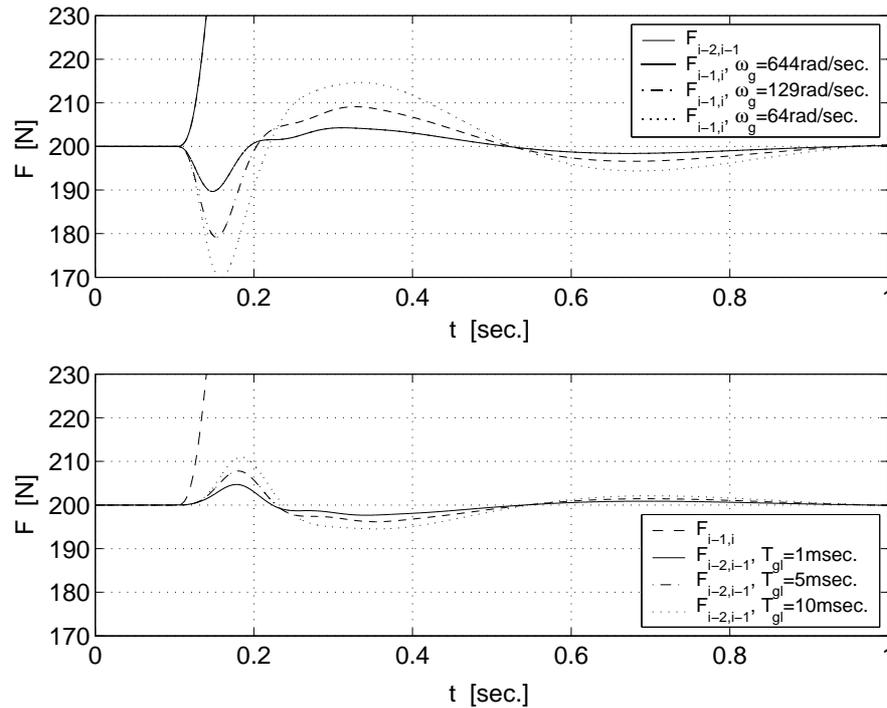
**Abbildung 6.26:** Bahnkraftverläufe für zwei verkoppelte Teilsysteme mit statischer Störgrößenaufschaltung nach Gl. (6.60) und (6.69)  
 oben: Sprunganregung  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$  ( $t = 0.1$  sec.)  
 unten: Sprunganregung  $\Delta F_{i-1,i}^*$  ( $t = 0.1$  sec.)

mit Parameterstörungen durch den nichtlinearen Eingriff des Elastizitätsmoduls und durch Änderungen des Reibwiderstandsmoments werden in Kap. 7.4 im Rahmen der prädiktiven Vorsteuerung detailliert untersucht.

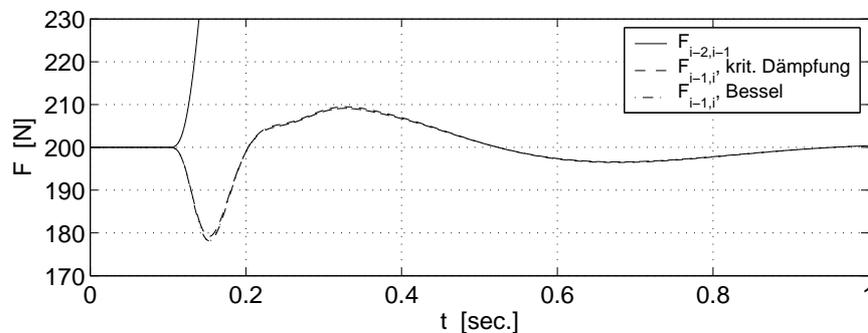
Abbildung 6.26 zeigt die bereits mit einer statischen Störgrößenaufschaltung nach Gl. (6.60) und (6.69) erzielbare Verbesserung. Hier wurde der Bereich [170; 230] N herausvergrößert, um den Verlauf der gestörten Bahnkräfte besser darzustellen. Wie auch aus Tab. 6.2 bei Vergleich der Zeilen 1 und 2 sowie 6 und 7 abzulesen ist, können die maximale Abweichung in  $F_{i-2,i-1}$  um ca. 85% und in  $F_{i-1,i}$  um ca. 60%, sowie die quadratische Fehlersumme  $J_{QFS}$  reduziert werden. Die Anfangsamplitude in  $F_{i-1,i}$  beträgt jedoch noch ca. 10% der Sollbahnkraftänderung, da das dynamische Verhalten des Vorsteuerpfades EPC–EPD nicht berücksichtigt wird. Eine weitere Reduktion des verbleibenden Restfehlers ist mit einer statischen Störgrößenaufschaltung daher nicht möglich.

Die Entkopplungsergebnisse bei einer Realisierung dynamischer Entkopplungsnetzwerke ( $G_{C_i}(s)$  mit kritischer Dämpfung) nach Gl. (6.63) und (6.73) sind in Abb. 6.27 dargestellt. Gezeigt sind die Bahnkraftverläufe für verschiedene  $T_{gl} = c_1$  von  $G_{Rri-1}(s)$  und  $\omega_g$  von  $G_{Rri}(s)$ , um die Abhängigkeit der Entkopplungsqualität von den Grenzkreisfrequenzen der Tiefpassfilter zu verdeutlichen. Die Werte von  $\omega_g$  entsprechen dabei der 3-dB-Eckfrequenz eines Filters mit  $(1 + s2T_{gl} + s^2T_{gl}^2)^{-1}$  mit  $T_{gl} = 1 / 5 / 10$  msec. Damit wird ein Zusammenhang zwischen  $T_{gl}$  in  $G_{Rri-1}(s)$  und  $\omega_g$  in  $G_{Rri}(s)$  hergestellt. Aus Abb. 6.27 und Tab. 6.2, Vergleich von Zeile 2 und 4 sowie 7 und 9, kann abgelesen werden, dass sich erst ab etwa  $T_{gl} < 5$  msec. bzw.  $\omega_g < 129$  rad/sec. eine deutliche Verringerung des verbleibenden Restfehlers unter die mit statischer Störgrößenaufschaltung erzielten Werte ergibt.

Zunächst soll die Übertragungsfunktion (6.63) von  $G_{Rri-1}(s)$  betrachtet werden: Da die Ersatzzeitkonstante des Systems Umrichter und Asynchronmaschine zu  $T_{el\ i-1} = 3$  msec.



**Abbildung 6.27:** Bahnkraftverläufe für zwei verkoppelte Teilsysteme mit dynamischer Störgrößenaufschaltung nach Gl. (6.63) und (6.73), verschiedene Glättungszeitkonstanten bzw. Grenzkreisfrequenzen. Tiefpassfilter  $G_{C_i}(s)$  mit kritischer Dämpfung  
 oben: Sprunganregung  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$   
 unten: Sprunganregung  $\Delta F_{i-1,i}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$

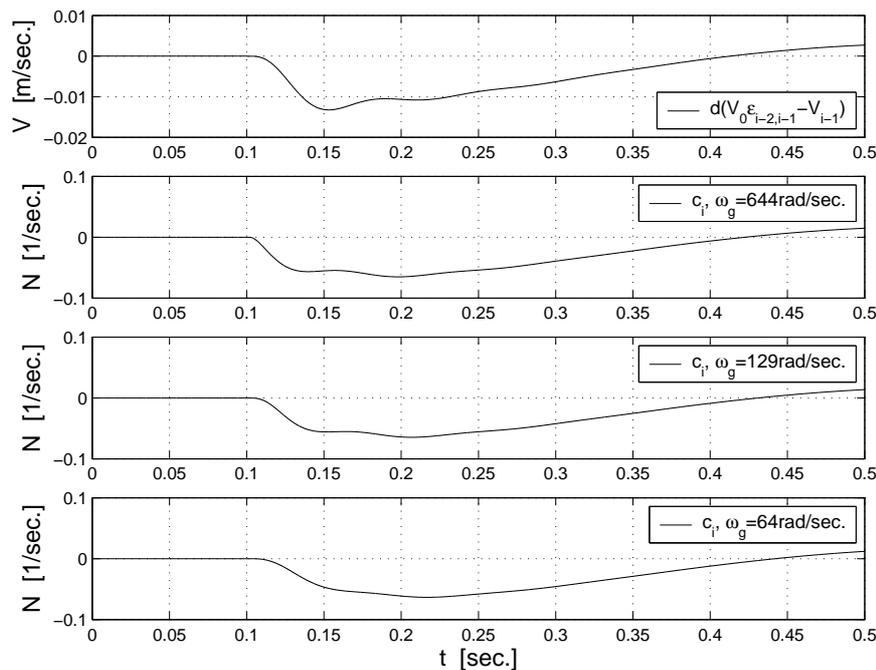


**Abbildung 6.28:** Bahnkraftverläufe für zwei verkoppelte Teilsysteme mit dynamischer Störgrößenaufschaltung nach Gl. (6.63) und (6.73), verschiedene Realisierungen  $G_{C_i}(s)$  mit  $\omega_g = 129 \text{ rad/sec.}$   
 oben: Sprunganregung  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$   
 unten: Sprunganregung  $\Delta F_{i-1,i}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$

gewählt wurde, kann, wie in Kap. 6.4.1.1 bereits angesprochen, ein differenzierendes Verhalten von  $G_{Rr_{i-1}}(s)$  erst für  $T_{gl} < 3 \text{ msec.}$  erzielt werden. Erst dann kommt die Grenzkreisfrequenz  $\omega_g = 1/T_{gl}$  von  $G_{C_{i-1}}(s)$  oberhalb der Knickfrequenz  $1/T_{el_{i-1}} = 333 \text{ rad/sec.}$  (Abb. 6.18) zu liegen. Wird  $T_{gl}$  deutlich kleiner als  $T_{el_{i-1}}$  gewählt, so kann der verbleibende Restfehler theoretisch auf beliebig kleine Werte reduziert werden, da das Entkoppelungsnetzwerk das ideale Verhalten  $G_{Rr_{i-1,ideal}}(s)$  in einem immer breiteren Frequenzbereich nachbildet.

Wird nun  $G_{Rri}(s)$  betrachtet, so liegen die Verhältnisse ähnlich. Aus dem Amplitudenverlauf von  $G_{Rri}(s)$  bzw.  $G_{Rri,ideal}(s)$  in Abb. 6.21 kann die Resonanzstelle zu  $\omega \approx 150$  rad/sec. abgelesen werden. Dies bedeutet, dass das Entkopplungsnetzwerk  $G_{Rri}(s)$  erst ab einer Grenzkreisfrequenz  $\omega_g > 150$  rad/sec. des Filters  $G_{Ci}(s)$  differenzierendes Verhalten aufweist. Bei Vergleich der Zeilen 7 und 9 der Tab. 6.2 zeigt sich, dass bereits bei  $\omega_g = 129$  rad/sec., da dieser Wert nahe bei 150 rad/sec. liegt, die dynamische Störgrößenaufschaltung ähnliche Entkopplungsergebnisse zur statischen Störgrößenaufschaltung bringt. Jedoch erst bei  $\omega_g = 644$  rad/sec., Zeile 8, sind deutliche Verbesserungen der dynamischen gegenüber der statischen Realisierung zu erkennen. Auch für das Entkopplungsnetzwerk  $G_{Rri}(s)$  kann die Aussage getroffen werden, dass bei statischer Realisierung der verbleibende Restfehler nicht weiter verringert werden kann, während bei dynamischer Realisierung eine theoretische Reduktion auf vernachlässigbar kleine Werte möglich ist, solange die Möglichkeit der technischen Realisierung des entsprechenden Filters besteht.

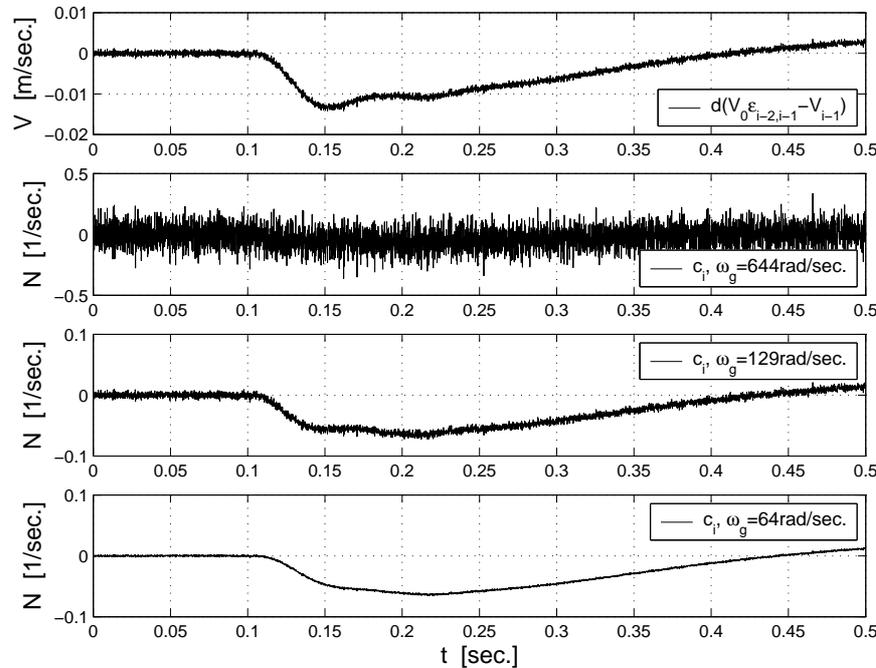
Abbildung 6.28 zeigt für  $\omega_g = 129$  rad/sec. die Entkopplungsergebnisse für ein kritisch gedämpftes und ein Bessel-Filter. Wie zu erkennen ist, werden durch das geringe Überschwingen des Bessel-Filters in der Sprungantwort (aufgrund von  $D=0.866$ ) leicht erhöhte Abweichungen in der Bahnkraft  $F_{i-1,i}$  erhalten, das grundlegende Entkopplungsverhalten ändert sich jedoch nicht.



**Abbildung 6.29:** Ohne Störgrößenaufschaltung: Koppelsignal in Transportrichtung  $d(V_0 \epsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})$  (oben) und resultierendes Kompensationssignal  $c_i$  für unterschiedliche Grenzkreisfrequenzen  $\omega_g$  ( $G_{Ci}(s)$  mit kritischer Dämpfung) Sprunganregung  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$

Die Abbildungen 6.29 und 6.30 zeigen das Koppelsignal in Transportrichtung  $d(V_0 \epsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})$  und das resultierende Kompensationssignal  $c_i$  für die bereits in Abb. 6.27 verglichenen Grenzkreisfrequenzen  $\omega_g = 644, 129$  und  $64$  rad/sec. im Zeitintervall  $t = [0; 0.5]$  sec. Um ein für alle Simulationen gleichbleibendes Koppelsignal zu erhalten, wurden die Entkopplungsnetzwerke nicht zurückgeführt. Bei Betrachtung von  $t = [0.1; 0.15]$  sec. kann das vom untersten Plot nach oben hin zunehmende differenzierende Verhalten erkannt wer-

den: für steigendes  $\omega_g$  setzt die dynamische Änderung des Kompensationssignals  $c_i$  immer früher ein. Ein Abfallen der Bahnkraft  $F_{i-1,i}$  kann somit immer früher unterbunden werden, wie bereits aus Abb. 6.27 bekannt ist. Auch im Verlauf  $t = [0.15; 0.5]$  sec. zeigt sich das vom untersten Plot nach oben hin zunehmende differenzierende Verhalten: während  $c_i$  bei  $\omega_g = 64$  rad/sec. bereits erheblich geglättet und verzögert ist, wird für steigendes  $\omega_g$  der ideale Verlauf von  $c_i$  immer besser nachgebildet.

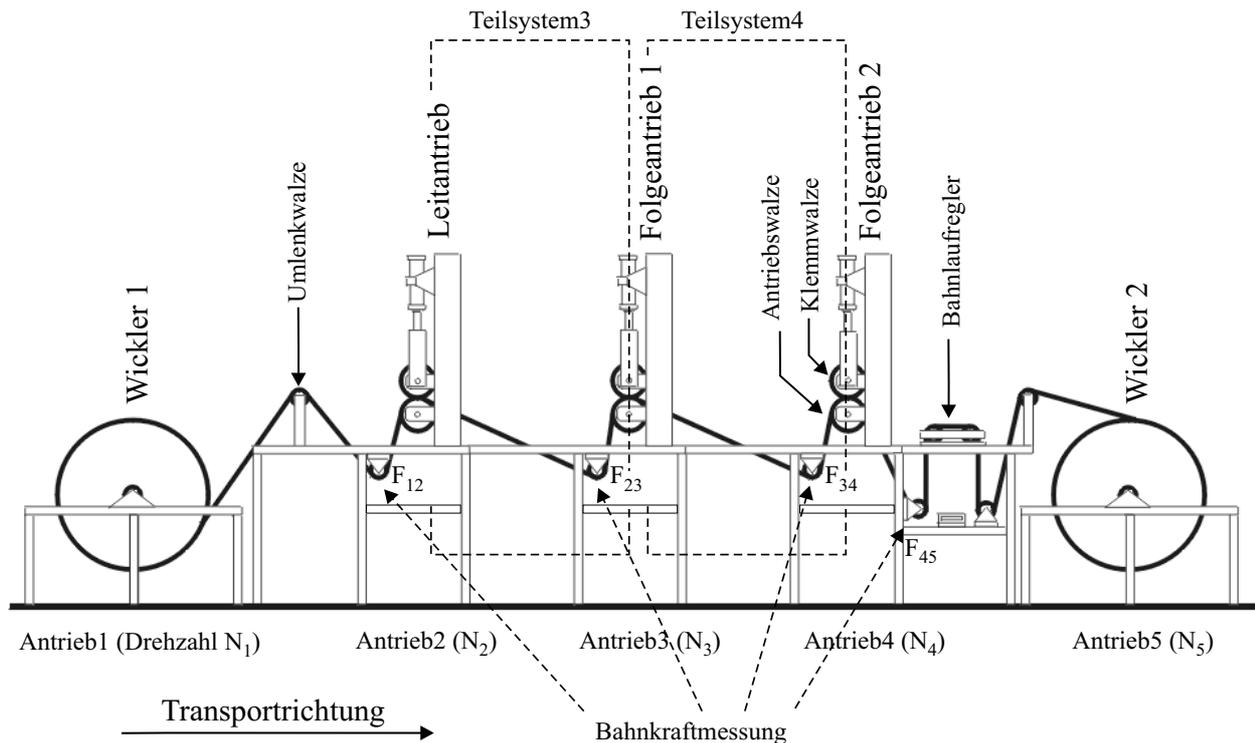


**Abbildung 6.30:** Ohne Störgrößenaufschaltung: Koppelsignal in Transportrichtung  $d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})$  (oben) und resultierendes Kompensationssignal  $c_i$  für unterschiedliche Grenzkreisfrequenzen  $\omega_g$  bei Messgeberrauschen ( $G_{C_i}(s)$  mit kritischer Dämpfung) Sprunganregung  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$

In der Praxis ergeben sich bei einer Realisierung des Entkopplungsnetzwerks mit großen Grenzkreisfrequenzen jedoch zusätzliche Probleme, wenn die Koppelgrößen durch Messrauschen von hochfrequenten Störsignalen überlagert sind. Dies wird in Abb. 6.30 deutlich. Hier wurde auf die gemessenen Ströme und Drehzahlen ein normalverteiltes weißes Rauschen additiv aufgeschaltet. Wie zu erkennen ist, wird für kleine  $\omega_g$  das Messrauschen gut bedämpft, während es für steigende  $\omega_g$  durch das zunehmend differenzierende Verhalten von  $G_{Rri}(s)$  verstärkt wird. Für  $\omega_g = 644$  rad/sec. kann der Nutzsignalanteil bereits nicht mehr abgelesen werden. In der Praxis vorhandenes Getriebeispiel und elastische Kopplungen können bei Aufschalten des in dieser Weise gestörten Kompensationssignals zu Schwingungen in der Anlage führen, die mechanische Komponenten verschleifen. Es muss daher bei der Wahl der Grenzkreisfrequenz abgewogen werden zwischen den konträren Forderungen Entkopplungsqualität und Rauschunterdrückung. So kann z. B. mit  $\omega_g = 64$  rad/sec. das Messrauschen bereits sehr gut bedämpft werden, jedoch steigt der verbleibende Restfehler in  $F_{i-1,i}$  an (Abb. 6.27). Eine Möglichkeit, gutes Entkopplungsverhalten bei guter Rauschunterdrückung zu erzielen, bietet die in Kap. 7 vorgestellte prädiktive Störgrößenaufschaltung. Bei diesem Verfahren wird der Phasenverzug des Tiefpassfilters durch Prädiktionsmodelle kompensiert, so dass bei kleinen Grenzkreisfrequenzen das Entkopplungsverhalten erheblich verbessert wird.

### 6.4.3 Experimentelle Ergebnisse

Für die Validierung wurden die in Kap. 6.4 entworfenen und simulativ untersuchten Entkopplungsnetzwerke an der am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme für experimentelle Zwecke zur Verfügung stehenden Modellarbeitsmaschine MODAM implementiert. Wie Abb. 6.31 zeigt, besteht die Anlage aus den zwei Materialspeichern Wickler 1 und Wickler 2, von welchen aus die Stoffbahn über einen Leittrieb, zwei Folgeantriebe sowie einen Bahnlaufregler geführt wird. Der Leittrieb prägt der Anlage die vom Benutzer vorgebbare Leitgeschwindigkeit  $V_0$  ein, die Folgeantriebe entsprechen den Bearbeitungssektionen (z. B. Bedrucken, Streichen, Trocknen) einer industriell eingesetzten Fertigungsanlage. Als



**Abbildung 6.31:** Modellarbeitsmaschine MODAM bestehend aus 5 Antrieben

Messdaten stehen dem Benutzer die Bahnkräfte  $F_{12}$  bis  $F_{45}$  sowie die Drehzahlen der einzelnen Antriebe  $N_1$  bis  $N_5$  zur Verfügung. Eine Liste der technischen Daten befindet sich in Anhang A.

Für die experimentelle Untersuchung der Störgrößenaufschaltung wurden die Netzwerke  $G_{Rri-1}(s)$  und  $G_{Rri}(s)$  zur Entkopplung entgegengesetzt und in Transportrichtung an den Teilsystemen 3 und 4 der MODAM implementiert. Um diese beiden betrachteten Teilsysteme vom Restsystem weitestgehend freizuschneiden, wurde Antrieb 3 von Antrieb 2 mit einem statischen Entkopplungsnetzwerk nach Gl. (6.69) und Antrieb 4 von Antrieb 5 nach Gl. (6.60) entkoppelt.

Abbildung 6.32 zeigt die an der MODAM bereits implementierte dezentrale Bahnkraft–Drehzahl–Regelung in Kaskadenstruktur mit am isolierten Teilsystem entworfenen PI–Reglern. Die innerste Kaskadenschleife stellt dabei die im Umrichter integrierte Drehmomentregelung dar. Die Reglerparameter der PI–Drehzahl- und Bahnkraftregelungen der Teilsysteme 3 und 4 sind in Tab. 6.3 auf Seite 150 zusammengestellt.

Ebenfalls bereits an der MODAM implementiert ist eine dezentrale Zustandsregelung, die nach dem in Kap. 4.2.3 vorgestellten Verfahren der Dezentralen Entkopplung entworfen

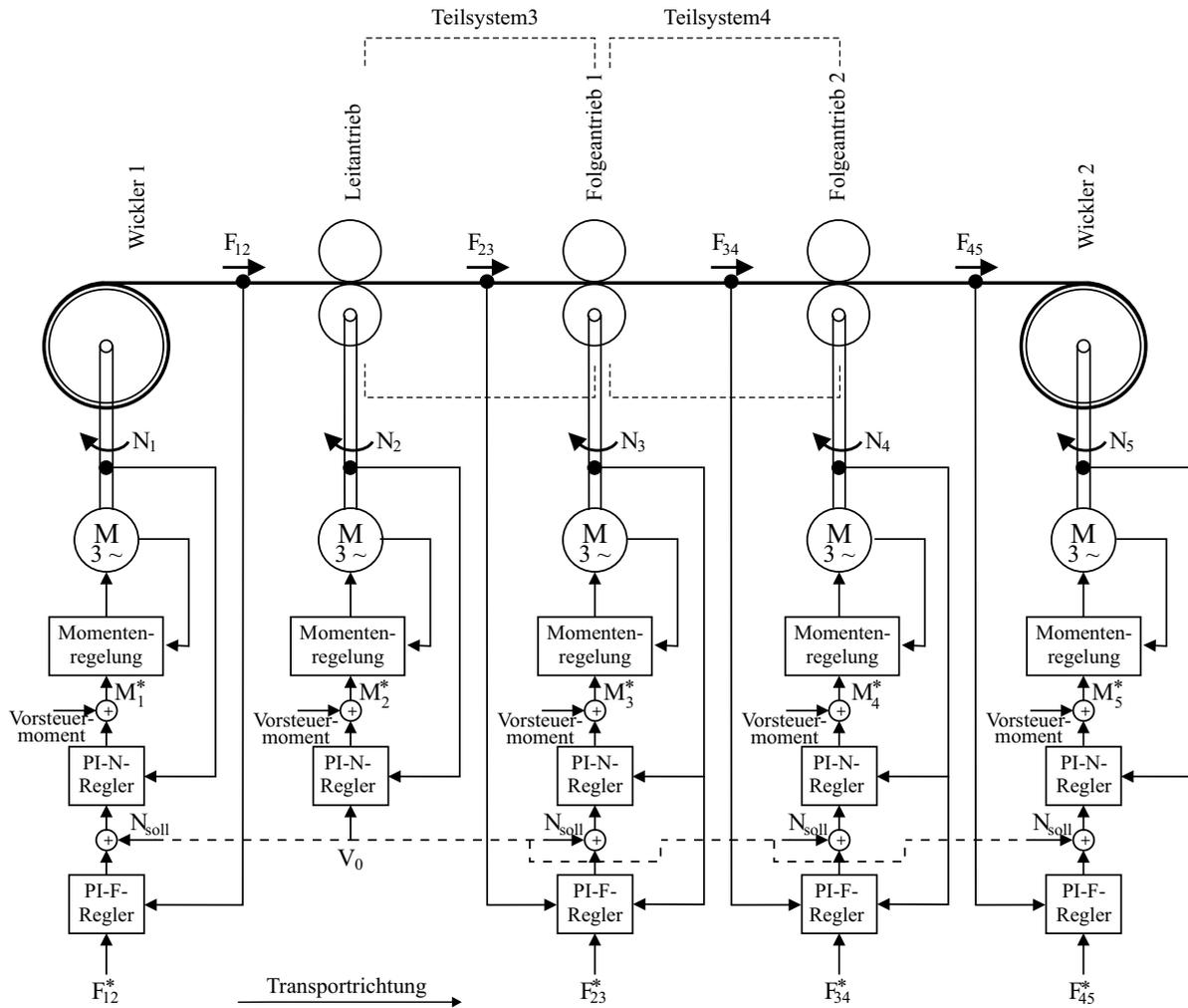


Abbildung 6.32: PI-Kaskadenregelung der Modellarbeitsmaschine

Parameter	Bezeichnung	Wert	Einheit
Arbeitsgeschwindigkeit	$V_0$	4	m/sec.
Parameter PI-Drehzahlregelung Teilsystem 3 und 4			
Verstärkung	$V_{RN3}, V_{RN4}$	11.15	Nm sec.
Nachstellzeit	$T_{nN3}, T_{nN4}$	0.012	sec.
Zeitkonstante Sollwertglättung	$T_{GN3}, T_{GN4}$	0.02	sec.
Parameter PI-Bahnkraftregelung Teilsystem 3 und 4			
Verstärkung	$V_{RF3}, V_{RF4}$	$1.88 \cdot 10^{-4}$	1/Nsec.
Nachstellzeit	$T_{nF3}, T_{nF4}$	0.65	sec.
Zeitkonstante Bahnkraftmessung	$T_{mF3}, T_{mF4}$	10	msec.
Anregungen			
Bahnkraftsollwertänderung	$\Delta F^*$	200	N

Tabelle 6.3: Reglereinstellungen der Teilsysteme 3 und 4 an der MODAM und Parameter der experimentellen Untersuchungen

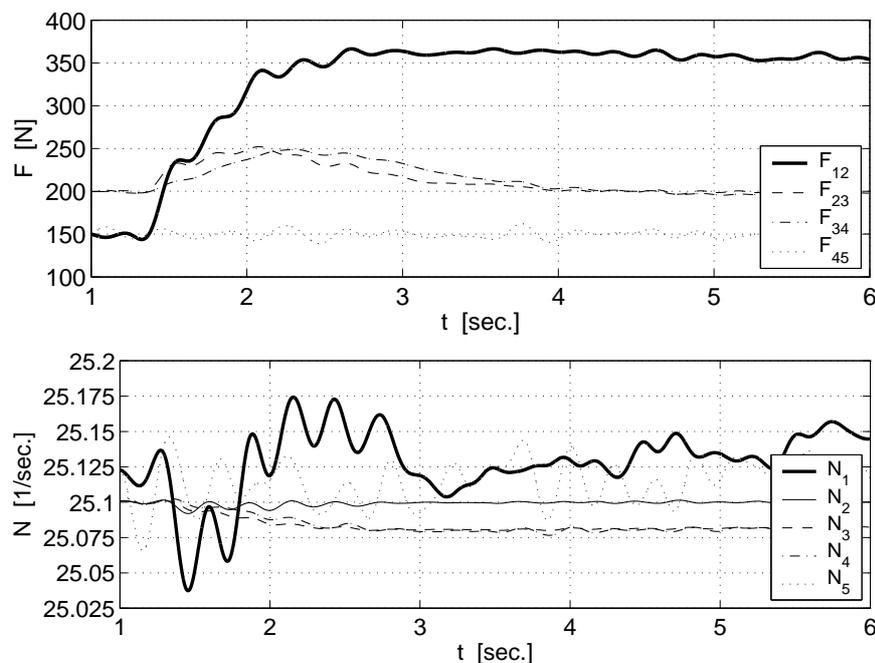
wurde. Die mit diesem Verfahren erhaltenen Ergebnisse werden für eine Einstufung der mit der Störgrößenaufschaltung erzielbaren Entkopplungsgüte herangezogen.

Bei allen Messungen wurden die Teilsysteme ausschließlich mit Führungssprüngen beaufschlagt, da nur bei definierten Anregungssignalen eine klare Beurteilung des Regelverhaltens möglich ist. Eine Erzeugung definierter Parameterstörungen durch den Elastizitätsmodul oder das Reibwiderstandsmoment sind in der Praxis jedoch kaum zu realisieren. Aus diesem Grund wurde auf eine experimentelle Untersuchung der Störgrößenaufschaltung bei Parameterstörungen verzichtet.

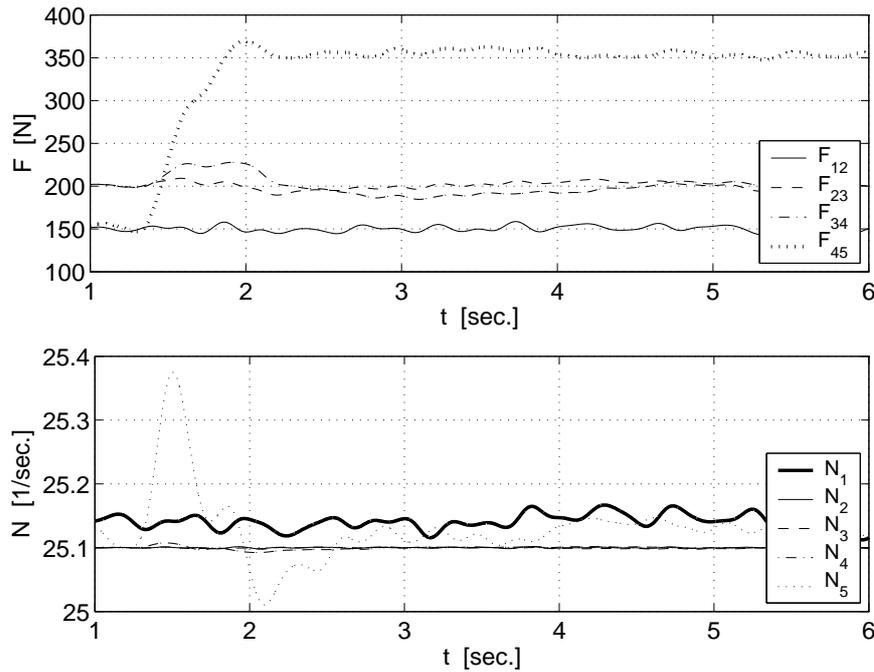
Durch EMV-Einflüsse sind die Messsignale an der MODAM von hochfrequenten Störungen überlagert. Nach der Aufzeichnung wurden alle Messergebnisse mit Ausnahme der in Abb. 6.39 gezeigten daher mittels eines FIR-Tiefpassfilters der Ordnung 512 mit einer Grenzfrequenz  $f_g = 5 \text{ Hz} \hat{=} \omega_g = 31.4 \text{ rad/sec.}$  gefiltert. Um niederfrequente Schwankungen auf den Messsignalen z. B. durch Wicklerunrundheiten zu reduzieren, wurde das arithmetische Mittel aus jeweils fünf Messungen gebildet. Bei allen Messungen wurde die MODAM mit der maximalen Arbeitsgeschwindigkeit  $V_0 = 4 \text{ m/sec.}$  betrieben.

Abbildung 6.33 und 6.34 zeigen alle Bahnkräfte und Motordrehzahlen der MODAM bei einer Sprunganregung der Bahnkraftsollwerte  $F_{12}^*$  und  $F_{45}^*$ . Die Sprunghöhe beträgt dabei wie bisher angenommen  $\Delta F^* = 200 \text{ N}$ . Wie aus den Abbildungen zu erkennen ist, liegt der stationäre Wert der Wicklerbahnkräfte  $F_{12}$  und  $F_{45}$  bei  $150 \text{ N}$ , der der Kräfte an den Folgeantrieben  $F_{23}$  und  $F_{34}$  bei  $200 \text{ N}$ . Während die Drehzahlen am Leit- und an den Folgeantrieben ein nahezu oberschwingungsfreies Verhalten aufweisen, zeigen sich in den Drehzahlen  $N_1$  und  $N_5$  der Wicklermotoren niederfrequente Schwingungen, die auf einen unrunder Lauf der Wickler 1 und 2 hindeuten.

Wie Abb. 6.33 zeigt, breitet sich die durch die dynamische Änderung von  $F_{12}$  hervorgerufene Störung in Transportrichtung aus. Da der Leitantrieb (Antrieb 2) drehzahl geregelt betrie-



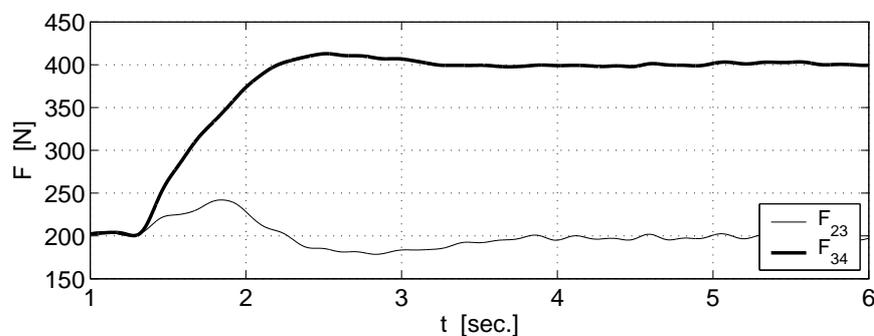
**Abbildung 6.33:** Bahnkräfte (oben) und Motordrehzahlen (unten) an der MODAM bei Sprung von  $F_{12}^*$  und Regelung der Teilsysteme mit PI-Kaskade



**Abbildung 6.34:** Bahnkräfte (oben) und Motordrehzahlen (unten) an der MO-DAM bei Sprung von  $F_{45}^*$  und Regelung der Teilsysteme mit PI-Kaskade

ben wird, bleibt dessen Drehzahl  $N_2$  nahezu konstant. Die Kopplung mit Folgeantrieb 1 erfolgt daher nur über die durch den Anstieg von  $F_{12}$  verursachte erhöhte Dehnung  $\varepsilon_{12}$ . Da diese Dehnung durch  $\Delta F_{12} \neq 0$  ebenfalls konstant erhöht ist, müssen die Drehzahlen  $N_3$  und  $N_4$  der Antriebe 3 und 4 stationär gesenkt werden, um die Bahnkräfte  $F_{23}$  und  $F_{34}$  bei 200 N zu halten. Dennoch steigen  $F_{23}$  und  $F_{34}$  im dynamischen Übergang zunächst an, was das ungenügende Störverhalten der PI-Regelungen zeigt. Die Zeitkonstante  $L_{45}/V_0$  des Bahnabschnitts 45 weist aufgrund des Bahnlaufreglers zwischen Antrieb 4 und 5 im Vergleich zu  $L_{23}/V_0$  und  $L_{34}/V_0$  einen mehr als doppelt so großen Wert (siehe Anhang A.2,  $L_{45}/V_0 \approx 1.07$  sec.). Das Koppelsignal  $V_0\varepsilon_{34} - V_4$  bewirkt in der Bahnkraft  $F_{45}$  daher nur eine sehr verzögerte Änderung, die durch den PI-Drehzahlregler gut ausgeregelt werden kann. In Abb. 6.33 oben zeigt  $F_{45}$  auf das vom Antrieb 4 erzeugte Koppelsignal keine Reaktion.

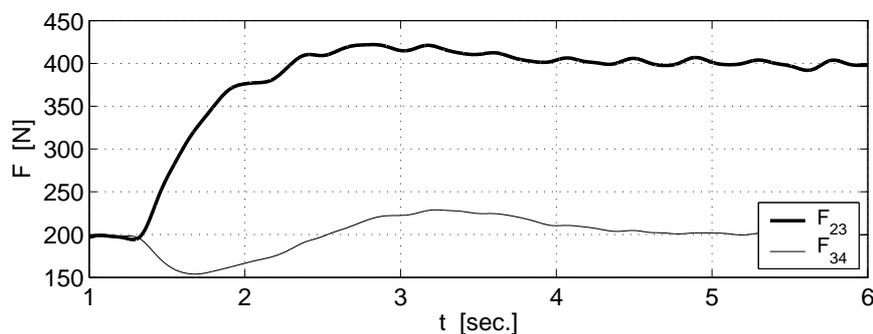
Abbildung 6.34 zeigt, dass sich bei Anregung des letzten Antriebs 5 mit einem Bahn-



**Abbildung 6.35:** Bahnkräfte der Teilsysteme 3 und 4 bei Sprung von  $F_{34}^*$  und Regelung der Teilsysteme mit PI-Kaskade, ohne Störgrößenaufschaltung

kraftsollsprung die dynamische Änderung von  $F_{45}$  über die Verkopplung der Teilsysteme auch entgegen der Transportrichtung ausbreitet. Koppelgrößen sind jeweils die Bahnkräfte. Wie zu erkennen ist, nimmt die Auswirkung der Bahnkraftänderung in den Teilsystemen ab, je weiter diese vom Antrieb 5 entfernt liegen. Die Wicklerkraft  $F_{12}$  bleibt schließlich von der Störung unberührt, da der Leitantrieb durch seine Regelung auf konstante Arbeitsgeschwindigkeit entkoppelnde Wirkung hat.

Für die Untersuchung der Störgrößenaufschaltung werden die Teilsysteme 3 und 4 genauer betrachtet. Abbildung 6.35 zeigt die Reaktion der Bahnkraft  $F_{23}$  auf einen Sprung im Teilsystem 4. Wie bereits aus Abb. 6.24 unten bekannt, wird durch die Kopplung der Teilsysteme entgegen der Transportrichtung über die Bahnkraft  $F_{34}$  in  $F_{23}$  eine Störung erzeugt. Diese Störung kann durch die PI-Kaskadenregelung nicht ausreichend unterdrückt werden, da der Reglerentwurf am isolierten Teilsystem erfolgte.



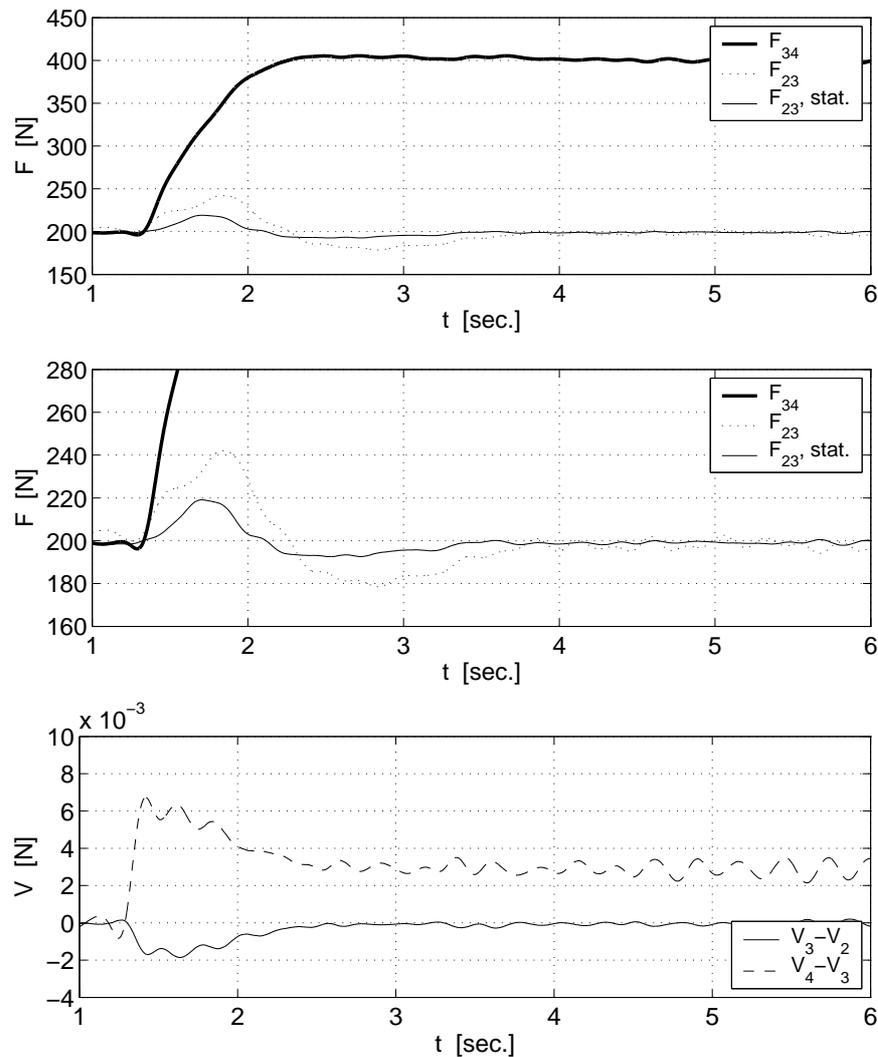
**Abbildung 6.36:** *Bahnkräfte der Teilsysteme 3 und 4 bei Sprung von  $F_{23}^*$  und Regelung der Teilsysteme mit PI-Kaskade, ohne Störgrößenaufschaltung*

Abbildung 6.36 zeigt die Reaktion der Bahnkraft  $F_{34}$  auf einen Sprung im Teilsystem 3. Die Anregung des Teilsystems 3 wird in diesem Fall durch das Koppelsignal  $V_0 \varepsilon_{23} - V_3$  in das Teilsystem 4 weitergekoppelt. Auch hier ist, wie auch schon simulativ in Abb. 6.24 oben gezeigt, das Störverhalten der PI-Kaskadenregelung unzureichend.

Zur Entkopplung entgegen der Transportrichtung wird für Teilsystem 3 eine Störgrößenaufschaltung nach Kap. 6.4.1.1 entworfen. Die Ersatzzeitkonstante der unterlagerten Strom- bzw. Drehmomentregelung im Antriebsstrang beträgt für alle Teilsysteme  $T_{el} = 3$  msec. (Anhang A.4). Aufgrund der Abtastzeit  $T_S = 1.25$  msec. der digitalen Regelung (Anhang A.5) kann diese Ersatzzeitkonstante durch die Zeitkonstante des Filters  $G_{C3}(s)$  nach Gl. (6.62) kaum mehr unterschritten werden. Daher wird für Teilsystem 3 eine statische Störgrößenaufschaltung entworfen und das Koppelsignal  $dF_{34}$  über ein Entkopplungsnetzwerk nach Gl. (6.60) auf den Ausgang des PI-Drehzahl-Reglers 3 geführt.

Abbildung 6.37 zeigt für einen Sprung von  $F_{34}^*$  die mit dieser statischen Störgrößenaufschaltung erzielbare Entkopplungsgüte. Zum Vergleich ist auch die Bahnkraft  $F_{23}$  ohne Störgrößenaufschaltung noch einmal gezeigt. Wie zu erkennen ist, kann durch die Störgrößenaufschaltung die dynamische Abweichung in  $F_{23}$  reduziert werden. Wird jedoch in Betracht gezogen, dass der Vorwärtspfad (6.57) aufgrund der geringen Zeitkonstante  $T_{el}$  eine hohe Dynamik aufweist, so müssten weit bessere Ergebnisse erzielbar sein. Wie Abb. 6.37 unten zeigt, tritt bei einer Anregung des Teilsystems 4 mit einem Bahnkraftsollsprung an der Klemmstelle 3 ein kurzzeitiges Durchrutschen der Papierbahn auf, das auf den nach oben begrenzten Anpressdruck  $p_{max} = 6.5$  bar (Anhang A.4) der Klemmwalzen

zurückzuführen ist. Erkennbar ist das Durchrutschen der Papierbahn am Verhalten der Bahngeschwindigkeitsdifferenz  $V_3 - V_2$  im Bereich  $1.3 \leq t \leq 2$  sec. Bei korrekter Klemmung der Bahn und unter der Voraussetzung, dass keine dynamische Änderungen der Dehnung  $\varepsilon_{12}$  und der Leitgeschwindigkeit  $V_2$  auftreten, kann der im mittleren Bild erkennbare Anstieg von  $F_{23}$  im Bereich  $1.3 \leq t \leq 2$  sec. nur durch eine positive Bahnkraftdifferenz  $V_3 - V_2$  hervorgerufen werden. Im unteren Bild tritt eine solche positive Bahnkraftdifferenz jedoch nicht auf, im Gegenteil sinkt  $V_3 - V_2$  ab, da die PI-Regelung dem Anstieg in  $F_{23}$  entgegenwirkt.

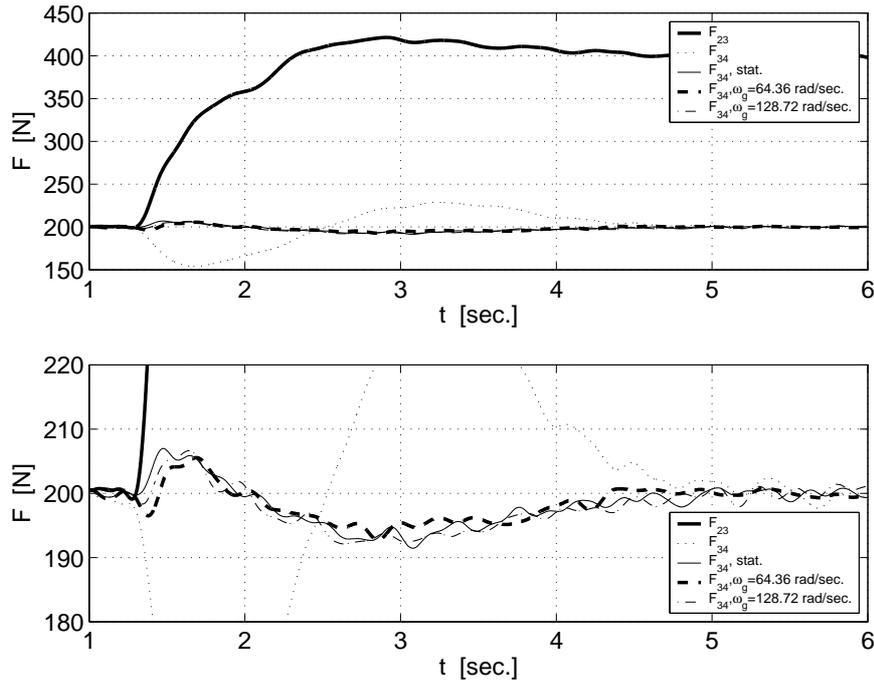


**Abbildung 6.37:** *Oben: Bahnkräfte der Teilsysteme 3 und 4 bei Sprung von  $F_{34}^*$  und Regelung der Teilsysteme mit PI-Kaskade, ohne und mit statischer Störgrößenaufschaltung nach Gl. (6.60)*

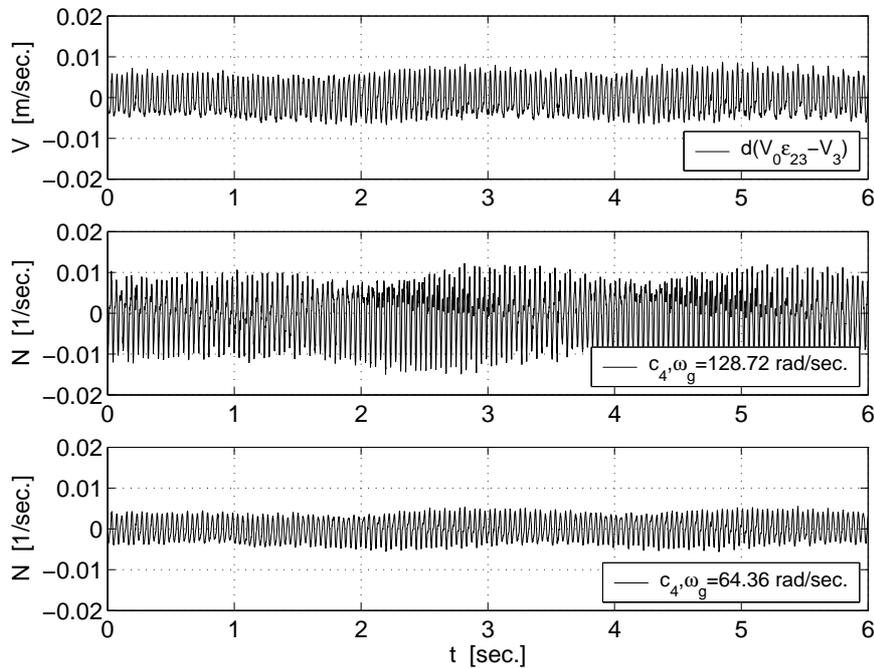
*Mitte: Ausschnitt der Bahnkräfte*

*Unten: Bahngeschwindigkeitsdifferenzen*

Zur Entkopplung in Transportrichtung wird für Teilsystem 4 sowohl eine statische (nach Gl. (6.69)) als auch eine dynamische (nach Gl. (6.73)) Störgrößenaufschaltung nach Kap. 6.4.1.2 implementiert. Das Tiefpassfilter  $G_{C4}(s)$  bei dynamischer Realisierung wurde nach kritischer Dämpfung mit den Grenzkreisfrequenzen  $\omega_g = 64.36$  rad/sec. bzw.  $\omega_g = 128.73$  rad/sec. entworfen.

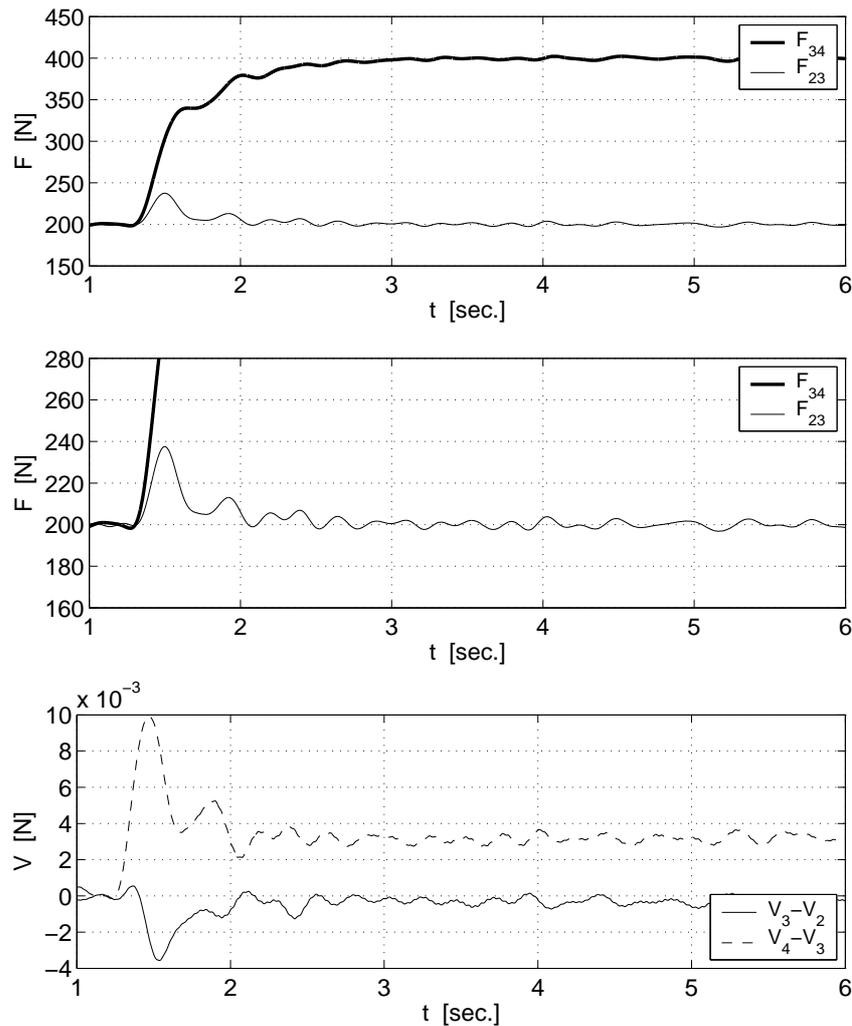


**Abbildung 6.38:** *Oben: Bahnkräfte der Teilsysteme 3 und 4 bei Sprung von  $F_{34}^*$  und Regelung der Teilsysteme mit PI-Kaskade, ohne, mit statischer (nach Gl. (6.69)) und mit dynamischer (nach Gl. (6.73)) Störgrößenaufschaltung*  
*Unten: Ausschnitt der Bahnkräfte*



**Abbildung 6.39:** *Oben: Koppelsignal  $d(V_0 \varepsilon_{23} - V_3)$  in Transportrichtung bei Sprung von  $F_{23}^*$  und Regelung der Teilsysteme mit PI-Kaskade*  
*Mitte: Resultierendes Kompensationssignal des Entkoppelungsnetzwerks 4 bei  $\omega_g = 128.72 \text{ rad/sec.}$*   
*Unten: Resultierendes Kompensationssignal des Entkoppelungsnetzwerks 4 bei  $\omega_g = 64.36 \text{ rad/sec.}$*

Abbildung 6.38 zeigt für einen Sprung von  $F_{23}^*$  die mit dieser Störgrößenaufschaltung erzielbare Entkopplungsgüte. Wie aus dem unteren Bildteil zu erkennen ist, kann die dynamische Abweichung in  $F_{34}$  bereits mit der statischen Störgrößenaufschaltung erheblich reduziert werden. Mit dynamischer Störgrößenaufschaltung kann dieses Ergebnis bei  $\omega_g = 64.36$  rad/sec. noch leicht verbessert werden, für  $\omega_g = 128.72$  rad/sec. verschlechtert sich das Entkopplungsergebnis jedoch wieder. Grund hierfür ist das in Abb. 6.39 gezeigte Verhalten des Kompensationssignals  $c_4$ , in dem bei steigender Grenzkreisfrequenz von  $G_{C4}(s)$  das Messrauschen zunehmend verstärkt wird. Trotz der geringeren Zeitverzögerung wird durch das stärker gestörte Kompensationssignal (Abb. 6.39 mitte) das Entkopplungsverhalten verschlechtert.



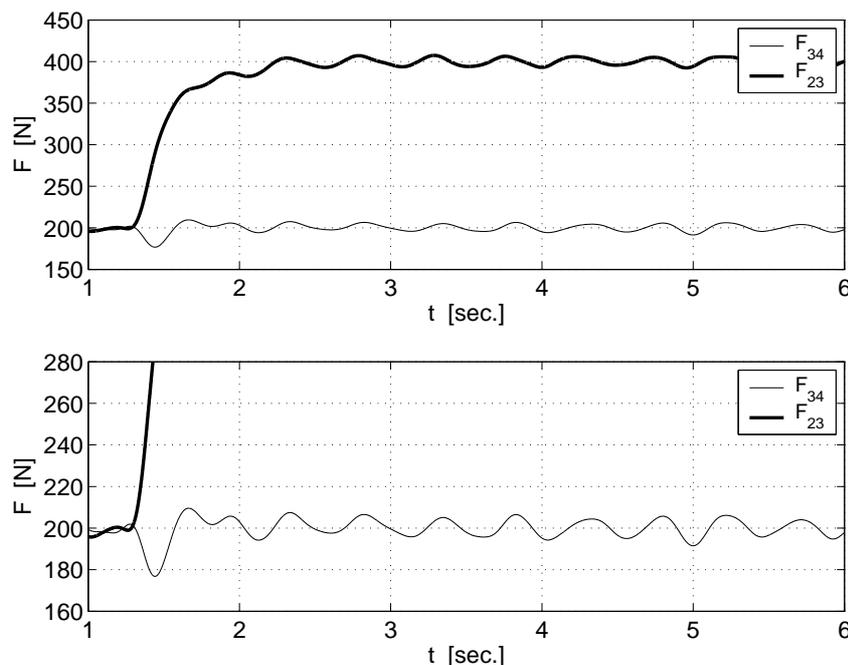
**Abbildung 6.40:** *Oben: Bahnkräfte der Teilsysteme 3 und 4 bei Sprung von  $F_{34}^*$  und Regelung der Teilsysteme mit Dezentraler Entkopplung*  
*Mitte: Ausschnitte der Bahnkräfte*  
*Unten: Bahngeschwindigkeitsdifferenzen*

Abbildung 6.40 und 6.41 zeigen schließlich die Ergebnisse, die bei Regelung der Teilsysteme 3 und 4 mit Dezentraler Entkopplung erzielt werden. Die nach Kap. 4.2.3 auf robustes Störverhalten ausgelegten dezentralen Zustandsregler können die Auswirkungen der Teilsystemverkopplungen bereits ohne zusätzliche Entkopplungsmethoden in beiden Transportrichtungen relativ gut unterdrücken. Wie bereits bei den Simulationsergebnissen der Dezentralen Entkopplung (z. B. Abb. 6.25) tritt durch die auf Robustheit ausgelegten Teilregler

im Führungsverhalten kein Überschwingen auf. Die Dynamik des Führungsverhaltens ist mit der der PI-Regelung vergleichbar. Gegenüber der PI-Kaskade können niederfrequente Störungen auf den Messsignalen, die z. B. durch Wicklerunwuchten verursacht sein können, jedoch weniger gut unterdrückt werden. Dies hat einen leicht unruhigeren Signalverlauf zur Folge.

Wie aus Abb. 6.40 unten zu erkennen ist, tritt bei einem Sprung von  $F_{34}^*$  auch mit Dezentraler Entkopplung ein kurzzeitiges Durchrutschen der Papierbahn direkt nach dem Bahnkraftsprung auf, das sich aus dem Verlauf der Geschwindigkeitsdifferenz  $V_3 - V_2$  im Bereich  $1.3 \leq t \leq 2$  sec. ablesen lässt.  $V_3 - V_2$  steigt zwar direkt nach dem Sprung leicht an, jedoch ist dieser Anstieg für die in  $F_{23}$  ablesbare starke Erhöhung zu gering, so dass ein Durchrutschen vorliegen muss.

Im Vergleich zu den mit reiner PI-Kaskade erzielten Ergebnissen aus Abb. 6.35 und 6.36 können bei Dezentraler Entkopplung die dynamischen Abweichungen in den gestörten Bahnkräften um ein Vielfaches reduziert werden. Eine weitere Verbesserung des Entkopplungsverhaltens kann erzielt werden, wenn die Reglerkoeffizienten der Dezentralen Entkopplung noch stärker auf robustes Verhalten ausgelegt werden. Dadurch ist eine noch bessere Unterdrückung der Koppelgrößen möglich, jedoch bei reduzierter Führungsdynamik.



**Abbildung 6.41:** *Oben: Bahnkräfte der Teilsysteme 3 und 4 bei Sprung von  $F_{23}^*$  und Regelung der Teilsysteme mit Dezentraler Entkopplung*

*Unten: Ausschnitt der Bahnkräfte*

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die in diesem Kapitel vorgestellten experimentellen Ergebnisse der Modellarbeitsmaschine MODAM die in Kap. 6.4.2 simulativ erworbenen Erkenntnisse über das Verhalten der Störgrößenaufschaltung bei PI-Kaskadenregelung bestätigen. Durch die Implementierung sowohl einer statischen als auch einer dynamischen Störgrößenaufschaltung an einer realen Versuchsanlage konnte gezeigt werden, dass sich Entkopplungsnetzwerke in der Praxis gut dazu eignen, das Störverhalten isoliert entworfener dezentraler Regler weiter zu verbessern.

# 7 Entkopplung durch prädiktive Vorsteuerung

## 7.1 Einleitung

Wie in Kap. 6.4.2 für das Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung gezeigt wurde, können mit einer konventionellen Störgrößenaufschaltung bereits sehr gute Entkopplungsergebnisse erzielt werden. Bei statischer Realisierung nach Gl. (6.13) ist die erreichbare Entkopplungsqualität begrenzt, während sie bei dynamischer Realisierung mittels Tiefpassfilter nach Gl. (6.16) von der Glättungszeitkonstante bzw. Grenzkreisfrequenz des Tiefpassfilters abhängt. Je größer die Grenzkreisfrequenz des Filters gewählt wird, desto besser kann die meist mehrfach differenzierende Form des idealen Entkopplungsnetzwerks nachgebildet werden. Der dynamischen Realisierung sind in der Praxis jedoch Grenzen gesetzt: wie Abb. 6.30 zeigt, tritt bei größeren Filtergrenzfrequenzen mit Zunahme des differenzierenden Verhaltens durch die Amplitudenanhebung im höheren Frequenzbereich (Abb. 6.21) auch eine Verstärkung von hochfrequenten Störsignalen auf, die den Messsignalen z. B. durch Messrauschen überlagert werden. Darüberhinaus sind vor allem bei digitalen Regelungen die realisierbaren Grenzkreisfrequenzen durch die vorgegebene Abtastzeit nach oben hin beschränkt. Kleinere Grenzkreisfrequenzen wie z. B.  $\omega_g = 64 \text{ rad/sec.}$  sind dagegen in der technischen Realisierung unproblematisch und können, wie Abb. 6.30 zeigt, Messrauschen gut bedämpfen. Da das Kompensationssignal durch den Filter einen Phasenverzug, d. h. eine zeitliche Verzögerung erfährt und seine Wirkung somit „zu spät“ am Eingriffspunkt EPD des Koppelsignals einsetzt, sind die erzielten Entkopplungsergebnisse jedoch unbefriedigend. Abb. 7.1 zeigt zwei Teilsysteme  $i-1$  und  $i$  eines Mehrgrößensystems mit

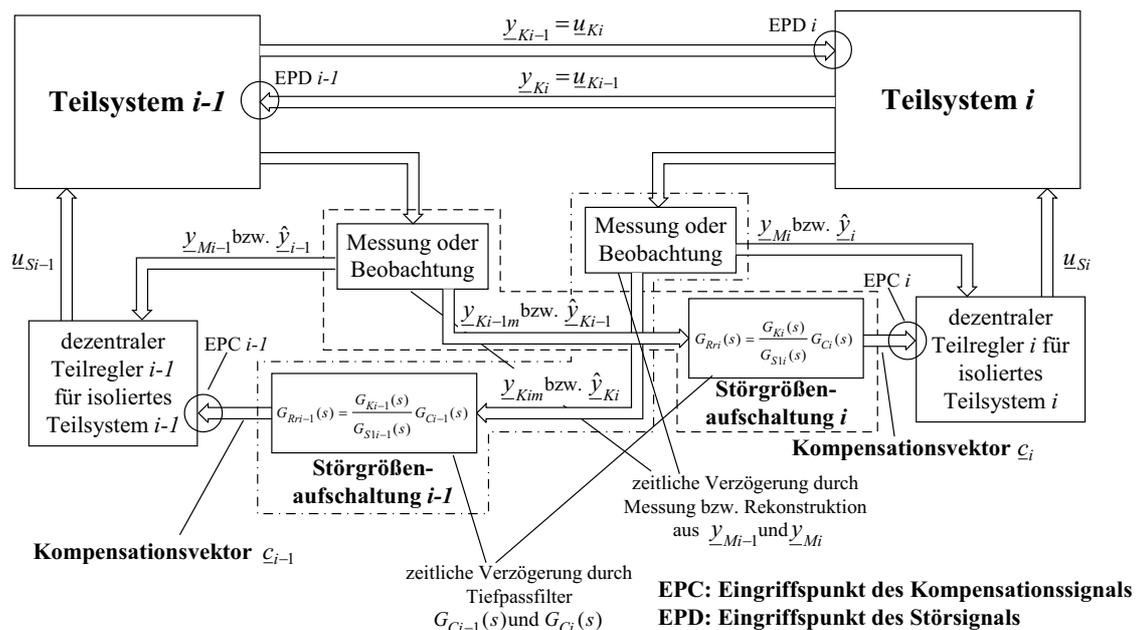


Abbildung 7.1: Quellen der zeitlichen Verzögerung der Kompensationsvektoren  $c_{i-1}$  und  $c_i$  bei konventioneller Störgrößenaufschaltung

Störgrößenaufschaltung. Im Rückführfad, der Messung/Beobachtung und Entkopplungsnetzwerke beinhaltet, liegen mit diesen Blöcken auch die Quellen für zeitliche Verzögerungen:

- Messung/Beobachtung: wie bereits in Kap. 3.2.4 dargestellt, weisen Messgeber abhängig vom Messverfahren meist  $PT_1$ - oder  $PT_2$ -Verhalten auf. Gemessene Signale haben daher gegenüber den Originalsignalen eine zeitliche Verzögerung. Werden Zustandsbeobachter eingesetzt, so geschieht die Signalrekonstruktion mittels der messbaren Ausgänge  $\underline{y}_M$ . Somit werden beobachtete Zustandsgrößen oder Koppelsignale ebenfalls eine Verzögerung aufweisen. Eine Berücksichtigung dieser Verzögerungen wie beim Entwurf der PI-Kaskadenregelung ist bei der Störgrößenaufschaltung nicht durchführbar, da es sich hier um eine reine Vorsteuerung handelt.
- Die Tiefpassfilter  $G_C(s)$  in den Entkopplungsnetzwerken bringen, wie bereits oben angesprochen, aufgrund der nach oben begrenzten Grenzkreisfrequenz ebenfalls eine zeitliche Verzögerung mit sich.

In diesem Kapitel wird das Verfahren der prädiktiven Vorsteuerung vorgestellt, das die bisher verwendete konventionelle Störgrößenaufschaltung durch den Einsatz von Prädiktionsmodellen erweitert. Die genannten zeitlichen Verzögerungen der Kompensationsvektoren  $\underline{c}$  aufgrund von Messung/Beobachtung und Tiefpassfilterung werden durch die Vorhersage des Systemverhaltens näherungsweise kompensiert. Die somit erzielte Phasenkorrektur ermöglicht eine zeitgenaue Kompensation der Koppelvektoren  $\underline{u}_K$  und verbessert die Entkopplungsqualität bei kleinen Grenzkreisfrequenzen von  $G_C(s)$  erheblich. Die Amplitudenabsenkung jedoch, die mit der Zeitverzögerung in Messung/Beobachtung und Tiefpassfilterung einhergeht, bleibt bei der prädiktiven Vorsteuerung unverändert bestehen. Der Grund dafür liegt in der durch die Amplitudenabsenkung hervorgerufene Bedämpfung des Messrauschens, die in der Praxis erwünscht ist und durch die Wahl der Grenzkreisfrequenz eingestellt wurde.

In Kap. 7.2 wird der theoretische Hintergrund und die Gesamtproblematik der prädiktiven Vorsteuerung für allgemein verkoppelte Teilsysteme behandelt. Anhand der wichtigsten Schritte wird der Entwurf der Prädiktionsmodelle dargestellt.

In Kap. 7.3 wird der Entwurf der Prädiktionsmodelle für das Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung durchgeführt und die Adaption der Prädiktionsmodelle an veränderliche Streckenparameter erläutert, die durch die Variabilität von Elastizitätsmodul und Reibwiderstandsmoment notwendig wird.

Simulationsergebnisse demonstrieren in Kap. 7.4 die mit prädiktiver Vorsteuerung erzielbaren Verbesserungen in der Entkopplungsqualität. Anhand des Entkopplungsverhaltens bei Änderungen des Elastizitätsmoduls und des Reibwiderstandsmoments wird gezeigt, inwieweit die unterschiedlichen Beobachterkonzepte Luenberger (Kap. 5.4.1), Wolfermann/Hartel (Kap. 5.4.2.1) und Patri (Kap. 5.4.2.2) für eine Anwendung im Rahmen der prädiktiven Vorsteuerung geeignet sind.

## 7.2 Entwurf der Prädiktionsmodelle

Für die Kompensation der Zeitverzögerungen in den Kompensationsvektoren  $\underline{c}$  werden die beiden Verzögerungsquellen Messung/Beobachtung und Tiefpassfilterung getrennt voneinander behandelt, da die betrachteten Zeiträume unterschiedlich sind. Im ersten Fall von

Messung/Beobachtung müssen Signalwerte des aktuellen Zeitpunktes aus vergangenen Signalwerten rekonstruiert werden, im zweiten Fall werden zukünftige Werte aus Signalen des aktuellen Zeitpunktes vorhergesagt.

In beiden Fällen wird für die Prädiktion eine Zeitdiskretisierung der Zustandsbeschreibung durchgeführt, wobei die Schrittweite  $T_S$  bei Simulation der festen Simulationsschrittweite, bei Hardwareimplementierung der Abtastzeit des digitalen Regelungssystems entspricht. Die diskretisierte Zustandsbeschreibung bildet die Basis der Prädiktionsmodelle und damit der Vorhersage der Zustandsgrößen. Liegt die Zustandsbeschreibung der Teilsysteme in zeitdiskreter Form analytisch vor, so kann darauf bei jedem Abtastschritt zugegriffen werden. Dies ist für eine online Adaption der Prädiktionsmodelle notwendig. Bei einer Änderung von Systemparametern wie Elastizitätsmodul oder Reibwiderstandsmoment können die Prädiktionsmodelle nachgeführt werden, sobald die Parameteränderungen z. B. durch Störgrößenbeobachter identifiziert wurden.

Wie aus der Literatur zur Signalverarbeitung, z. B. [33, 8] bekannt ist, existieren unterschiedliche Verfahren zur Diskretisierung bzw. zur numerischen Integration von Differentialgleichungen. Sie unterscheiden sich vor allem durch die Genauigkeit, mit der das zeitkontinuierliche Verhalten der Zustandsgrößen nachgebildet wird. Diese Genauigkeit hängt direkt mit der Stabilität des jeweiligen Verfahrens bei großen Schrittweiten zusammen. Mit steigender Genauigkeit steigt jedoch auch der Rechenaufwand, was im Hinblick auf eine spätere Hardwareimplementierung auf einem Echtzeit-Regelungssystem beachtet werden sollte. Kann, wie im Anwendungsbeispiel dieser Arbeit, von einer Abtastzeit im Bereich von einer Millisekunde ausgegangen werden, so ist für eine Diskretisierung der Zustandsgleichungen meist das einfache Polygonzugverfahren nach Euler (explizite Rechnung) ausreichend. Bei größeren Abtastzeiten müssen aus Stabilitätsgründen genauere Diskretisierungsalgorithmen wie z. B. die Trapezintegration verwendet werden. Aus den exakten Berechnungsvorschriften der zeitdiskreten Zustands- und Eingangsmatrix

$$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T_S} = \mathbf{E} + \sum_{\nu=0}^{\infty} (\mathbf{A}T_S)^{\nu+1} \frac{1}{(\nu+1)!} \quad (7.1)$$

und

$$\mathbf{B}_d = \int_0^{T_S} e^{\mathbf{A}\tau} d\tau \mathbf{B} \quad (7.2)$$

erhält man für die nach dem Polygonzugverfahren genäherten Matrizen

$$\mathbf{A}_d \approx \mathbf{E} + \mathbf{A}T_S \quad (7.3)$$

und

$$\mathbf{B}_d \approx T_S \mathbf{B} . \quad (7.4)$$

Für die Vorhersage von Signalen zur Kompensation von Zeitverzögerungen werden die in den diskreten Matrizen zusammengefassten Differenzgleichungen der Teilsysteme wiederholt berechnet. Die Programmierung dieser Berechnungsroutinen erfolgte unter Verwendung der Programmiersprache C.

Im folgenden soll der Entwurf der Prädiktionsmodelle genauer dargestellt werden.

### 7.2.1 Prädiktionsmodell PM1 zur Kompensation von Zeitverzögerungen in Messung/Beobachtung

Die zur Störgrößenaufschaltung herangezogenen Koppelsignale liegen entweder als gemessene oder beobachtete Größen vor, die aus Messgrößen rekonstruiert wurden. Weisen Messgeber aufgrund des Messverfahrens z. B.  $PT_1$ - oder  $PT_2$ -Verhalten auf, so ruft dies in den Messsignalen eine frequenzabhängige Phasendrehung hervor, die im Zeitbereich einer Verzögerung entspricht. Zur Quantifizierung dieser Zeitverzögerung wird für den Entwurf des Prädiktionsmodells PM1 der Phasengang der Messgeber durch den Phasengang eines Totzeitgliedes nachgebildet, so dass die Kurvenverläufe von  $\omega = 0$  rad/sec. bis zu möglichst hohen Frequenzen übereinstimmen. Aus der Reihenentwicklung der Phase kann die approximative Totzeit bestimmt werden. Für ein  $PT_1$  mit

$$G_{PT_1}(s) = \frac{1}{1 + sT} \quad (7.5)$$

gilt

$$\varphi(G_{PT_1}(j\omega)) = -\arctan(\omega T) = -\omega T + \frac{1}{3}\omega^3 T^3 - \frac{1}{5}\omega^5 T^5 + \dots - \dots \quad (7.6)$$

Das lineare Glied der Reihe entspricht der Phase eines Totzeitgliedes mit der Totzeit  $T_t = T$ :

$$\varphi(e^{-j\omega T_t}) = \varphi(e^{-j\omega T}) = -\omega T \quad , \quad (7.7)$$

womit die approximative Totzeit des  $PT_1$ -Gliedes bestimmt ist. Für zweifach verzögerndes Messgeberverhalten (mit Annahme  $D = 1$ ) ergibt sich mit

$$G_{PT_2}(s) = \frac{1}{(1 + sT)^2} \quad (7.8)$$

die Phase zu

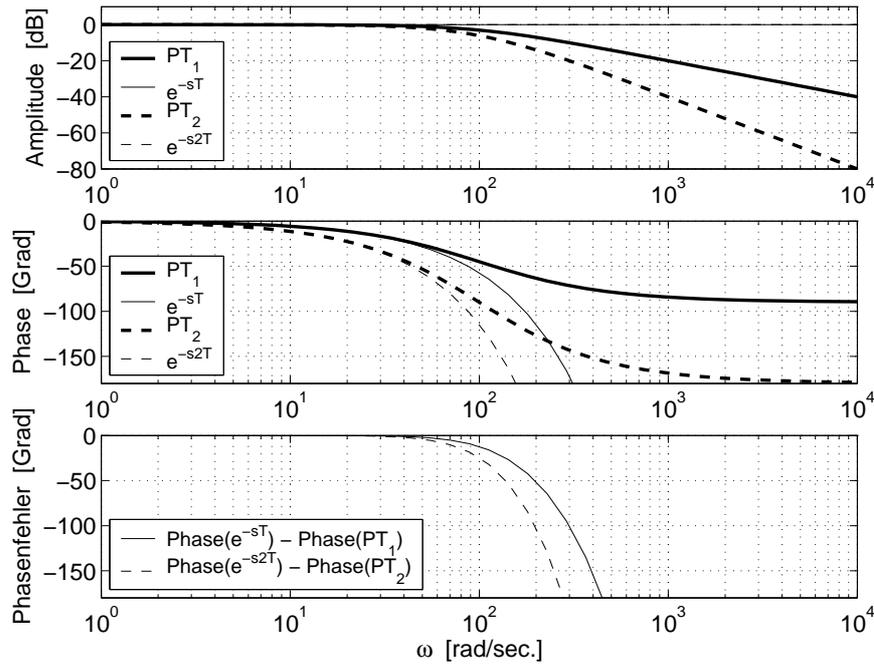
$$\varphi(G_{PT_2}(j\omega)) = -2\arctan(\omega T) = -2\omega T + \frac{2}{3}\omega^3 T^3 - \frac{2}{5}\omega^5 T^5 + \dots - \dots \quad (7.9)$$

woraus sich mit

$$\varphi(e^{-j\omega T_t}) = \varphi(e^{-j2\omega T}) = -2\omega T \quad , \quad (7.10)$$

eine approximative Totzeit von  $T_t = 2T$  berechnen lässt. Abb. 7.2 zeigt die Bodediagramme der Messgeber-Modellierungen und ihre Approximationen. Wie aus dem Phasenverhalten bzw. dem Phasenfehler zu erkennen ist, stimmen die Verläufe der  $PT$ -Glieder und der Totzeitglieder in etwa bis zur Grenzfrequenz überein. Für höhere Frequenzen laufen die Kurven zunehmend auseinander. Diese Betrachtung zeigt, dass die Approximation des Phasenverhaltens von zeitverzögernden Messgebermodellen durch ein Totzeitverhalten nur für den Durchlassbereich der Messgeber korrekt ist. Für höhere Frequenzen entsteht ein zunehmender Phasen-Approximationsfehler. In der Amplitude ist oberhalb des Durchlassbereichs ebenfalls eine Abweichung der Kurven der  $PT$ - und Totzeitelemente zu erkennen, der durch das unterschiedliche Amplitudenverhalten der Glieder verursacht wird. Während die  $PT$ -Elemente durch ihr Tiefpassverhalten die Amplitude bei hohen Frequenzen bedämpfen, weisen Totzeitelemente bekanntermaßen die konstante Amplitude 0 dB auf. Somit entsteht ein frequenzabhängiger Amplituden-Approximationsfehler.

Zunächst soll angenommen werden, dass alle Zustandsgrößen als Messsignale vorliegen. Wie bei Verwendung von Zustandsbeobachtern zu verfahren ist, wird im Anschluss behandelt. Des Weiteren soll angenommen werden, dass es sich bei den Zeitkonstanten der Messgeber



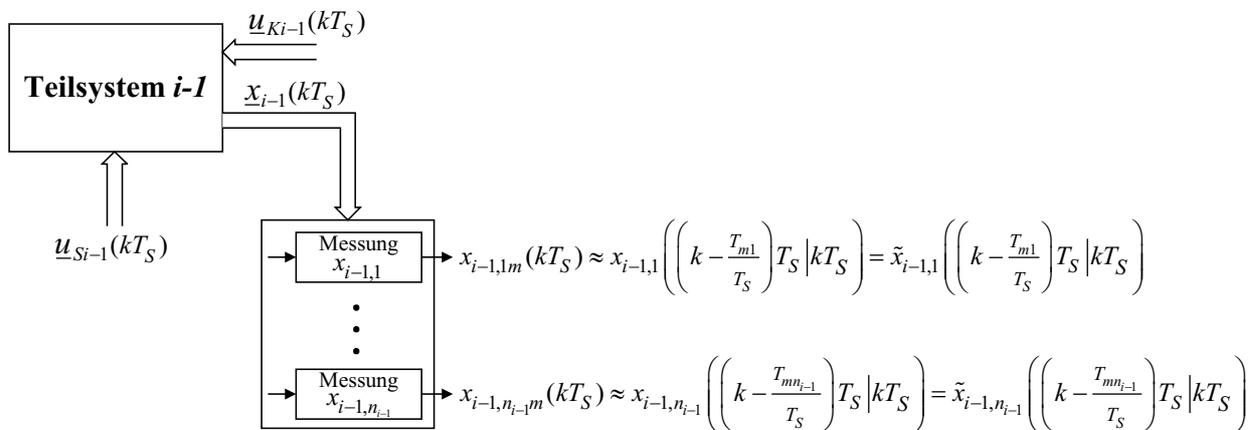
**Abbildung 7.2:** Bodediagramme für unterschiedliches Messgeberverhalten und Approximationen durch Totzeitglieder

entweder um direkte ganzzahlige Vielfache der Abtastzeit handelt oder diese für den Entwurf bereits mit

$$T_m = T_m - (T_m \bmod T_S) \quad (7.11)$$

auf das nächste ganzzahlige Vielfache der Abtastzeit gerundet wurden.

Da die Zustandsgrößen im allgemeinen unterschiedliche physikalische Größe repräsentieren, entstehen durch die entsprechenden Messverfahren auch unterschiedliche Zeitkonstanten. Abbildung 7.3 soll dies am Beispiel der Teilsystems  $i - 1$  verdeutlichen. Der Einfachheit halber wurde in der Abbildung eine direkte Messung der Zustandsgrößen angenommen. Im allgemeinen liegt jedoch nur der Messausgangsvektor  $\underline{y}_{Mi-1}$  vor, aus dem der Zustandsvektor berechnet werden muss. Wird das Phasenverhalten der Messgeber, wie in Abb. 7.2 durch Tot-

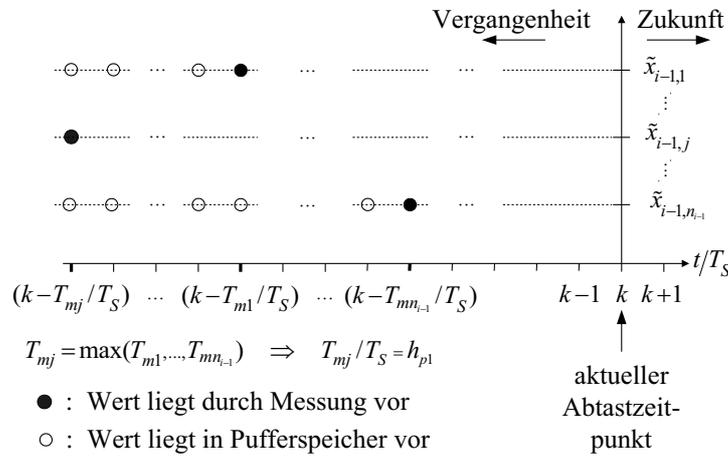


**Abbildung 7.3:** Betrachtung von Teilsystem  $i - 1$  und Messung für den Entwurf des Prädiktionsmodells PM1 zur Kompensation der Messgeberverzögerungen

zeitelemente approximiert, so entsprechen die gemessenen Zustandsgrößen Näherungen der realen Zustandsgrößen zu vergangenen Zeitpunkten. Die genäherten Zustandsgrößen werden durch eine Tilde markiert. Der genäherte Zustandsvektor  $\tilde{\underline{x}}_{i-1}$  beschreibt das Teilsystemverhalten jedoch zu keinem festen Zeitpunkt in der Vergangenheit, da die approximativen Totzeiten der Messgeber unterschiedlich sind. Um mithilfe eines Prädiktionsmodells diese Zeitverzögerungen zu kompensieren, müssen alle Zustandsgrößen zu einem gemeinsamen Zeitpunkt in der Vergangenheit vorliegen. Dieser wird durch die größte Zeitkonstante  $\max(T_{m1}, \dots, T_{mn_{i-1}})$  bestimmt. Werden die Werte aller weniger stark verzögerten Zustandsgrößen über die Zeiträume  $\max(T_{m1}, \dots, T_{mn_{i-1}}) - T_{mi}$  in Pufferspeicher geschrieben, so ist gewährleistet, dass zum Zeitpunkt

$$(k - \max(T_{m1}, \dots, T_{mn_{i-1}})/T_S)T_S = (k - h_{p1})T_S \quad (7.12)$$

Information über alle Zustandsgrößen vorliegt. Diese Vorgehensweise wird durch Abb. 7.4 verdeutlicht. Unter der Annahme, dass die Koppelgrößen  $\underline{u}_{K_{i-1}}$  als gemessene oder geschätzte



**Abbildung 7.4:** Zwischenspeicherung von Messwerten ermöglicht Berechnung des Zustandsvektors zu einem gemeinsamen Zeitpunkt in der Vergangenheit

Größen vorliegen und der Steuervektor  $\underline{u}_{S_{i-1}}$  in der Regelung des Teilsystems zugänglich ist, können die Werte der Koppel- und Steuereingangsgrößen ebenfalls durch Pufferspeicherung zum Zeitpunkt  $(k - h_{p1})T_S$  erzeugt werden.

Somit besteht die Möglichkeit, die Zeitverzögerung  $h_{p1}T_S$  durch wiederholte Berechnung der Zustandsgleichung zu kompensieren. Da dieses Vorgehen einer Prädiktion entspricht, wird  $h_{p1}$  auch als Prädiktionshorizont bezeichnet. Mit  $(k - h_{p1})T_S$  als Startzeitpunkt können die Werte der Zustandsgrößen zum aktuellen Zeitpunkt aus der folgenden Prädiktionsgleichung

$$\begin{aligned} \tilde{\underline{x}}_{i-1}((k - h_{p1})T_S + h_{p1}T_S | kT_S) &= \tilde{\underline{x}}_{i-1}(kT_S) \\ &= \mathbf{A}_{\mathbf{di-1i-1}}^{h_{p1}} \tilde{\underline{x}}_{i-1}((k - h_{p1})T_S | kT_S)^1) \\ &\quad + \sum_{j=0}^{h_{p1}-1} \mathbf{A}_{\mathbf{di-1i-1}}^{h_{p1}-j-1} \left( \mathbf{B}_{\mathbf{dsi-1}} \underline{u}_{S_{i-1}}((k - h_{p1} + j)T_S | kT_S) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{B}_{\mathbf{dki-1}} \underline{u}_{K_{i-1}}((k - h_{p1} + j)T_S | kT_S) \right) \end{aligned} \quad (7.13)$$

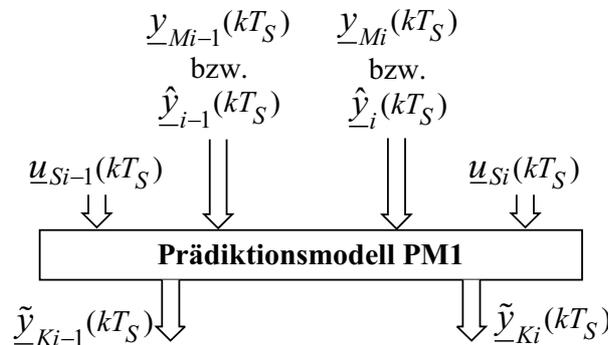
berechnet werden, die zu jedem Abtastzeitpunkt erneut gestartet wird. Mit

$$\tilde{\underline{y}}_{Ki-1}(kT_S) = \mathbf{C}_{dKi-1} \tilde{\underline{x}}_{i-1}(kT_S) \quad (7.14)$$

können somit die phasenkorrigierten Koppelausgänge zum aktuellen Zeitpunkt bestimmt werden. Dabei sind  $\mathbf{A}_{di-1i-1}$ ,  $\mathbf{B}_{dsi-1}$ ,  $\mathbf{B}_{dKi-1}$  und  $\mathbf{C}_{dKi-1}$  die zeitdiskretisierten Zustands-, Steuereingangs-, Koppelleingangs- und Koppelausgangsmatrizen des Teilsystems. Während der Prädiktion wird auf die im Pufferspeicher abgelegten Signalwerte zugegriffen. Die Routine, in der die Prädiktionsgleichung sowie das Pufferspeichermanagement programmiert sind, wird als Prädiktionsmodell PM1 bezeichnet.

Für den Fall, dass Zustandsgrößen teilweise über Beobachter geschätzt werden, muss ermittelt werden, welche Zeitverzögerung die beobachteten Größen aufweisen, um das oben angegebene Verfahren anwenden zu können. Da die Zustandsrekonstruktion auf Basis der gemessenen Zustandsgrößen erfolgt, ist die in den beobachteten Signalen ablesbare Zeitverzögerung bei reduzierten Beobachtern, wie sie in dieser Arbeit verwendet wurden, vor allem von den Messzeitkonstanten der Beobachtereingänge abhängig. Bei Störgrößenbeobachtern spielen darüberhinaus auch die Zeitkonstanten der als Beobachterfehler  $\Delta \underline{y}_M$  zurückgeführten Messausgänge eine Rolle. Es empfiehlt sich, die Zeitverzögerung der geschätzten Zustandsgrößen simulativ zu ermitteln.

Abbildung 7.5 zeigt die sich aus den obigen Überlegungen ergebende Struktur des Prädiktionsmodells PM1 bei Betrachtung von 2 verkoppelten Teilsystemen. Da die Teilsysteme nach außen hin als freigeschnitten angenommen wurden, werden keine externen Koppelvektoren auf PM1 geführt.



**Abbildung 7.5:** Struktur des Prädiktionsmodells PM1 bei Betrachtung der zwei verkoppelten Teilsysteme aus Abb. 6.1

Das Verfahren setzt nicht voraus, dass die Matrizen  $\mathbf{A}_{di-1i-1}$ ,  $\mathbf{B}_{dsi-1}$  und  $\mathbf{B}_{dKi-1}$  über den Prädiktionshorizont konstant sein müssen. Sollten sich im Zeitraum  $[(k - h_{p1})T_S, kT_S]$  Systemparameter geändert haben, so können die Matrizen zum entsprechenden Zeitpunkt adaptiert werden, da sie in analytischer Form vorliegen.

Vorteil des Verfahrens ist, dass Zeitverzögerungen, die durch Messung oder Beobachtung in den Zustandsgrößen und damit auch in den Koppelausgängen entstehen, kompensiert werden können, ohne dass zukünftiges Systemverhalten vorhergesagt werden muss. Voraussetzung ist jedoch die Kenntnis des Messgeberverhaltens und möglichst genaue Information über die Höhe der Zeitkonstanten. Treten im System z. B. aufgrund einer sprunghaften

<sup>1)</sup> Mit  $\tilde{\underline{x}}_{i-1}((k - h_{p1})T_S | kT_S)$  wird der zum aktuellen Zeitpunkt  $kT_S$  vorliegende Wert des Zustandsvektors am vergangenen Zeitpunkt  $(k - h_{p1})T_S$  bezeichnet.

Änderung von Parametern Frequenzen oberhalb des Messgeber–Durchlassbereichs auf, so wird die Approximation des Messgeberverhaltens durch Totzeitelemente fehlerhaft. Für das Anwendungsbeispiel zeigt sich diese Problematik bei Sprung der Elastizitätsmodule.

## 7.2.2 Prädiktionsmodell PM2 zur Kompensation von Zeitverzögerungen in Entkopplungsnetzwerken

Die Kompensation der durch die Tiefpassfilter  $G_C(s)$  in den dynamisch realisierten Entkopplungsnetzwerken  $G_{Rr}(s)$  hervorgerufenen Zeitverzögerungen erfolgt auf ähnliche Weise wie im vorangegangenen Kap. 7.2.2. Um die Laufzeit der Filter zu quantifizieren, wird zunächst wieder eine Approximation des Phasengangs durch ein Totzeitverhalten durchgeführt.

Für Filter erster Ordnung kann das Phasenverhalten und damit die approximative Totzeit aus Gl. (7.6) zu  $T_t = T_{gl}$  bestimmt werden. Bei Filtern höherer Ordnung ergibt sich die approximative Totzeit ebenfalls aus dem in der Reihenentwicklung der arctan–Funktion bei  $\omega$  auftretenden Koeffizienten. Für Filter zweiter Ordnung mit kritischer Dämpfung wird nach Gl. (7.9)  $T_t = 2T_{gl}$ , für Bessel–Filter ergibt sich ordnungsunabhängig die approximative Totzeit aus der Gruppenlaufzeit (Gl. (6.39)) zu  $T_t = c_1$ , welche durch die spezielle Wahl der Filterkoeffizienten über den Durchlassbereich konstant ist. Abb. 7.6 zeigt die Bodediagramme von zwei nach kritischer Dämpfung und Bessel–Charakteristik ausgelegten Tiefpassfiltern zweiter Ordnung. Wie in Abb. 7.2 ist auch in diesem Fall die Divergenz der Amplituden-

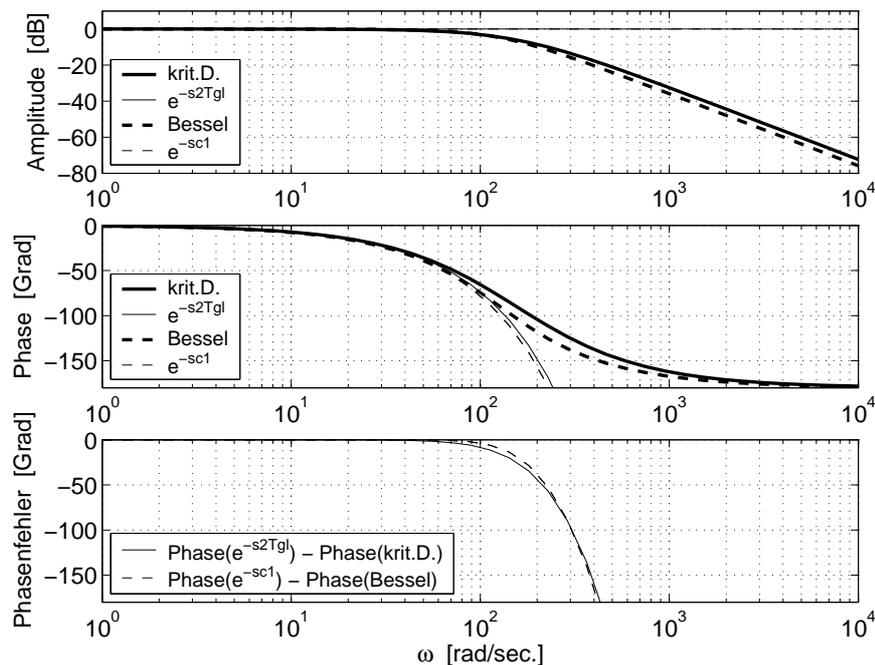


Abbildung 7.6: Bodediagramme für Tiefpassfilter zweiter Ordnung und Approximationen durch Totzeitglieder

und Phasengänge von Tiefpass- und Totzeitelementen für hohe Frequenzen zu erkennen. Aus dem Phasenfehler kann jedoch abgelesen werden, dass bei Besseldesign die approximative Totzeit bis zu höheren Frequenzen mit der des Totzeitelements  $e^{-sc_1}$  übereinstimmt, da diese Forderung beim Filterentwurf im Vordergrund stand (Gl. (6.27)). Diese Entwurfsfreiheit kann bei Einsatz der prädiktiven Vorsteuerung genutzt werden, um den Phasen–Approximationsfehler im Durchlassbereich möglichst gering zu halten. Für das Anwendungs-

beispiel war in Abb. 6.28 gezeigt worden, dass Filter mit kritischer Dämpfung und mit Bessel-Charakteristik im Entkopplungsverhalten kaum voneinander differieren. Wenn die konventionelle Störgrößenaufschaltung durch eine prädiktive Vorsteuerung erweitert wird, sollte daher für Tiefpassfilter der Ordnung  $\kappa \geq 2$  in den Entkopplungsnetzwerken der Bessel-Entwurf gewählt werden.

Als Voraussetzung für die Anwendung einer Prädiktion zur Kompensation der Filtertotzeiten muss die Grenzkreisfrequenz so gewählt werden, dass sich mit Gl. (6.74) und (6.75) die Laufzeiten zu ganzzahligen Vielfachen der Abtastzeit ergeben. Für den Fall, dass  $\omega_g$  unveränderlich ist, besteht auch die Möglichkeit, die Laufzeiten mit

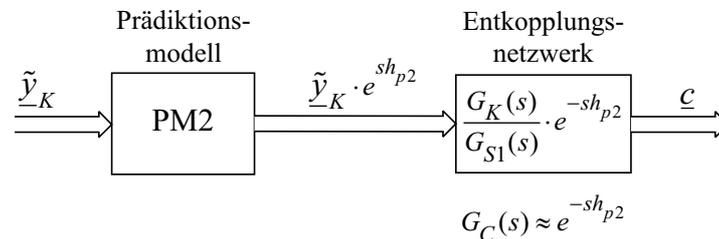
$$T_t = T_t - (T_t \bmod T_S) \quad (7.15)$$

auf das nächste ganzzahlige Vielfache von  $T_S$  zu runden.

Nach Bestimmung der approximativen Totzeiten der Filter können diese nun durch Vorhersage der mithilfe des Prädiktionsmodells PM1 phasenkorrigierten Koppelausgänge  $\tilde{\underline{y}}_K$  kompensiert werden. Bei Betrachtung mehrerer Teilsysteme bestimmt das Tiefpassfilter mit der größten Laufzeit den Prädiktionshorizont  $h_{p2}$ , um den die Koppelvektoren maximal vorhergesagt werden müssen.

$$h_{p2} = \frac{\max(T_{t1}, \dots, T_{t2N})}{T_S}, \quad (7.16)$$

mit  $2N$  gleich der Anzahl der Entkopplungsnetzwerke bei Annahme von zwei Netzwerken pro Teilsystem. Anhand der vereinfachten Abb. 7.7 soll die Idee der Kompensation der approximativen Filtertotzeit durch Vorhersage des Koppelvektors mithilfe des Prädiktionsmodells PM2 verdeutlicht werden.



**Abbildung 7.7:** *Kompensation von Filtertotzeiten durch Vorhersage (vereinfachte Darstellung)*

Analog zu Gl. (7.13) kann damit die Prädiktionsvorschrift aufgestellt werden zu

$$\underline{x}((k + h_{p2})T_S | kT_S)^2 = \mathbf{A}_d^{h_{p2}} \underline{x}(kT_S) + \sum_{j=0}^{h_{p2}-1} \mathbf{A}_d^{h_{p2}-j-1} \mathbf{B}_d \underline{u}((k + j)T_S) . \quad (7.17)$$

Dabei bezeichnen  $\underline{x}$ ,  $\underline{u}$ ,  $\mathbf{A}_d$  und  $\mathbf{B}_d$  den Zustands- und Eingangsvektor sowie die Zustands- und Eingangsmatrix des Gesamtsystems aus Teilsystemen, Teilreglern und -beobachtern, Messgebern und Entkopplungsnetzwerken, das für die Vorhersage betrachtet werden muss. Bei zwei Teilsystemen  $i - 1$  und  $i$  ergibt sich der Gesamtzustandsvektor  $\underline{x}$  damit zu

$$\begin{aligned} \underline{x} &= [\underline{x}_{i-1}, \underline{x}_i]^T \\ &= [\tilde{\underline{x}}_{i-1}, \underline{x}_{i-1\text{Regelung}}, \hat{\underline{x}}_{i-1}, \underline{y}_{Mi-1}, \underline{x}_{GRri-1}, \tilde{\underline{x}}_i, \underline{x}_{i\text{Regelung}}, \hat{\underline{x}}_i, \underline{y}_{Mi}, \underline{x}_{GRri}]^T, \end{aligned} \quad (7.18)$$

<sup>2)</sup> mit  $\underline{x}((k + h_{p2})T_S | kT_S)$  wird der am aktuellen Zeitpunkt  $kT_S$  um den Prädiktionshorizont  $h_{p2}T_S$  vorhergesagte Wert des Zustandsvektors bezeichnet.

wobei anstelle der realen Streckenzustände die phasenkorrigierten Ausgänge  $\tilde{\underline{x}}_{i-1}$  und  $\tilde{\underline{x}}_i$  von PM1 zur Prädiktion zur Verfügung stehen. Da Tiefpassfilter in den Entkopplungsnetzwerken  $G_{Rr_{i-1}}(s)$  und  $G_{Rr_i}(s)$  im allgemeinen unterschiedliche Grenzkreisfrequenzen aufweisen, entstehen für die beiden Teilsysteme unterschiedliche Prädiktionshorizonte  $h_{p2i-1}$  und  $h_{p2i}$ . Aus Gl. (7.17) ergibt sich daher für den vorhergesagten Koppelvektor

$$\begin{aligned} \tilde{\underline{y}}_K((k+h_{p2})T_S|kT_S) &= \begin{bmatrix} \tilde{\underline{y}}_{K_{i-1}}((k+h_{p2i})T_S|kT_S) \\ \tilde{\underline{y}}_{K_i}((k+h_{p2i-1})T_S|kT_S) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{dK_{i-1}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{dK_i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x}_{i-1}((k+h_{p2i})T_S|kT_S) \\ \underline{x}_i((k+h_{p2i-1})T_S|kT_S) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (7.19)$$

wobei  $\mathbf{C}_{dK_{i-1}}$  und  $\mathbf{C}_{dK_i}$  die Koppelausgangsmatrizen des zeitdiskretisierten Gesamtsystems darstellen.

Der Eingangsvektor  $\underline{u}$  des Gesamtsystems setzt sich aus den Referenzvektoren und den Koppelvektoren der Teilsysteme  $i-2$  und  $i+1$  zusammen. Da die Entkopplungsnetzwerke Teil des Gesamtsystems sind, zählen nun auch die Eingangssignale  $\tilde{\underline{y}}_{K_{i-1}}$  und  $\tilde{\underline{y}}_{K_i}$  der Netzwerke, d. h. die Ausgangssignale des Prädiktionsmodells PM2, zum Vektor  $\underline{u}$ .

$$\underline{u} = [\underline{u}_{i-1}, \underline{u}_i]^T = [\underline{y}_{i-1}^*, \underline{y}_{K_{i-2}}, \tilde{\underline{y}}_{K_{i-1}}, \underline{y}_i^*, \underline{y}_{K_{i+1}}, \tilde{\underline{y}}_{K_i}]^T. \quad (7.20)$$

$\tilde{\underline{y}}_{K_{i-1}}$  und  $\tilde{\underline{y}}_{K_i}$  stellen zugleich auch die nach Gl. (7.19) um  $h_{p2i}T_S$  bzw.  $h_{p2i-1}T_S$  vorhergesagten Ausgänge des Prädiktionsmodells PM2 dar, wie aus Abb. 7.7 deutlich wird. Durch die Position von PM2 im Rückführfeld ergibt sich somit das Problem, dass der Zustandsvektor  $\underline{x}((k+h_{p2})T_S|kT_S)$  bzw. der daraus berechnete Koppelvektor  $\tilde{\underline{y}}_K((k+h_{p2})T_S|kT_S)$  von sich selbst abhängt. Da mit  $\underline{u}((k+j)T_S)$  in Gl. (7.17) sowohl aktuelle als auch zukünftige Werte des Eingangsvektors benötigt werden, entsteht die Rekursion

$$\begin{aligned} \underline{u}(kT_S) &= \begin{bmatrix} \underline{y}_{i-1}^*(kT_S) \\ \underline{y}_{K_{i-2}}(kT_S) \\ \tilde{\underline{y}}_{K_{i-1}}((k+h_{p2i})T_S|kT_S) \\ \underline{y}_i^*(kT_S) \\ \underline{y}_{K_{i+1}}(kT_S) \\ \tilde{\underline{y}}_{K_i}((k+h_{p2i-1})T_S|kT_S) \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \underline{u}((k+j)T_S) &= \begin{bmatrix} \underline{y}_{i-1}^*((k+j)T_S) \\ \underline{y}_{K_{i-2}}((k+j)T_S) \\ \tilde{\underline{y}}_{K_{i-1}}((k+h_{p2i}+j)T_S|kT_S) \\ \underline{y}_i^*((k+j)T_S) \\ \underline{y}_{K_{i+1}}((k+j)T_S) \\ \tilde{\underline{y}}_{K_i}((k+h_{p2i-1}+j)T_S|kT_S) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (7.21)$$

da die Werte des Koppelvektors  $\tilde{\underline{y}}_K$  zum Zeitpunkt  $(k + h_{p2})T_S$  und darüberhinaus während der Berechnung von  $\tilde{\underline{y}}_K((k + h_{p2})T_S|kT_S)$  noch nicht bekannt sind. In der prädiktiven Regelung wird dieses Rekursionsproblem mithilfe von z. B. quadratischen Gütekriterien gelöst, die die Kosten der Regeldifferenz und des zukünftigen Stelleingriffs bewerten [50, 29, 21]. Eine solche Lösung kann für die prädiktive Vorsteuerung jedoch nicht herangezogen werden, da sonst der Charakter einer reinen Steuerung verloren ginge und ein regelnder Eingriff in das Gesamtsystem erzeugt würde. Für die prädiktive Vorsteuerung muss daher die in Gl. (7.17) auftretende Rekursionsproblematik durch eine Extrapolation gelöst werden. Der Wert des Koppelvektors kann dabei z. B. über den Prädiktionshorizont mit

$$\tilde{\underline{y}}_K((k + h_{p2} + j)T_S|kT_S) = \tilde{\underline{y}}_K((k + h_{p2} - 1)T_S|kT_S) \quad (7.22)$$

auf dem Wert des letzten Abtastschritts gehalten werden, oder es wird eine lineare Extrapolation mit konstanter Steigung

$$\Delta\tilde{\underline{y}}_K = \tilde{\underline{y}}_K((k + h_{p2} - 1)T_S|kT_S) - \tilde{\underline{y}}_K((k + h_{p2} - 2)T_S|kT_S) \quad (7.23)$$

durchgeführt. Ebenso muss mit den Referenzgrößen  $\underline{y}^*$  und den Koppelleingängen  $\underline{y}_{K_{i-2}}$  und  $\underline{y}_{K_{i+1}}$  verfahren werden, da auch deren zukünftige Werte nicht bekannt sind. Durch die Extrapolation der Systemeingänge entsteht ein Rekursionsfehler, der von der Extrapolationsmethode abhängt und für steigende Prädiktionshorizonte zunimmt. Die prädiktive Vorsteuerung ist daher eher für niedrige Prädiktionshorizonte geeignet, die anwendungsabhängig unter ca. 100 msec. liegen. In diesem Fall bleibt der Rekursionsfehler niedrig und die approximativen Totzeiten der Tiefpassfilter in den Entkopplungsnetzwerken können kompensiert werden.

Die zeitdiskrete Zustandsbeschreibung enthält die Systemparameter in analytischer Form. Eine Variation dieser Parameter, wie z. B. Elastizitätsmodul oder Reibwiderstandsmoment führt dazu, dass das zur Vorhersage verwendete Prädiktionsmodell nicht mehr mit dem realen Systemverhalten übereinstimmt. Die in Kap. 7.4 durchgeführten Simulationen des Anwendungsbeispiels zeigen, dass in diesem Fall die Vorhersage des Zustandsvektors fehlerbehaftet wird und sich die mit der prädiktiven Vorsteuerung erzielbare Verbesserung des Entkopplungsverhaltens reduziert. Nicht bekannte oder zeitveränderliche Parameter müssen aus diesem Grund geschätzt werden, wenn die prädiktive Vorsteuerung angewendet werden soll. Die Schätzung kann mit klassischen Identifikationsverfahren wie z. B. den in dieser Arbeit eingesetzten Störgrößenbeobachtern, oder modernen Verfahren, die ebenfalls eine online-Identifikation erlauben, bewerkstelligt werden. Die Prädiktionsmodelle können dann zu jedem Abtastschritt an das veränderte Systemverhalten adaptiert werden. Handelt es sich bei den Parameteränderungen um periodische oder geplante Ereignisse, so kann das Wissen über ein zukünftiges Auftreten während der Prädiktion mit PM2 zur korrekten Vorhersage herangezogen werden. Für das Anwendungsbeispiel der kontinuierlichen Fertigung wurde dieser Fall für Änderungen des Elastizitätsmoduls simuliert.

Abb. 7.8 zeigt die Gesamtstruktur der prädiktiven Vorsteuerung mit beiden Prädiktionsmodellen PM1 und PM2. Eingangsgrößen von PM2 ist nach Gl. (7.17) der Eingangsvektor des Gesamtsystems mit seinen Komponenten (Gl. (7.20))  $\underline{u}_{i-1}$  und  $\underline{u}_i$ , die die phasenkorrigierten Koppelsignale  $\tilde{\underline{y}}_{K_{i-1}}$  und  $\tilde{\underline{y}}_{K_i}$  beinhalten.

Wie die Simulationsergebnisse in Kap. 7.4 zeigen, wird das Entkopplungsverhalten der konventionellen Störgrößenaufschaltung durch die mithilfe der prädiktiven Vorsteuerung zeitgenaue Kompensation der Koppelgrößen auch für kleine Grenzkreisfrequenzen in  $G_C(s)$  erheblich verbessert.

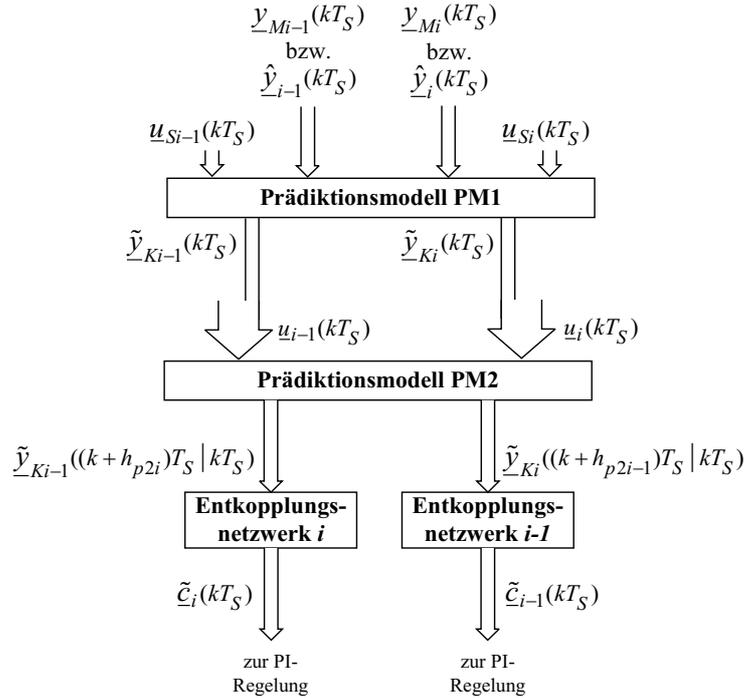


Abbildung 7.8: Struktur der prädiktiven Vorsteuerung für zwei Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$

### 7.3 Prädiktive Vorsteuerung am Anwendungsbeispiel

Bei Anwendung der prädiktiven Vorsteuerung auf die kontinuierliche Fertigung werden wie bei der theoretischen Herleitung in Kap. 7.2 die Entwürfe der Prädiktionsmodelle getrennt voneinander betrachtet. Für den Entwurf des Prädiktionsmodells PM1 muss zunächst unterschieden werden, ob Bahnkraftmessung vorliegt oder die Bahnkraft über Zustandsbeobachter geschätzt werden muss. Bei Bahnkraftmessung kann davon ausgegangen werden, dass die zugehörige Messzeitkonstante im Vergleich zu den Zeitkonstanten von Drehzahl- und Strommessung den höchsten Wert hat und somit den Prädiktionshorizont  $h_{p1}$  bestimmt. Die genäherten Größen ergeben sich für beide betrachtete Teilsysteme  $i - 1$  und  $i$  somit zu

$$F_m(kT_S) \approx F((k - T_{mF})|kT_S) = \tilde{F}((k - T_{mF})|kT_S) = F((k - h_{p1})|kT_S) \quad (7.24)$$

$$N_m(kT_S) \approx N((k - T_{mN})|kT_S) = \tilde{N}((k - T_{mN})|kT_S) \quad (7.25)$$

$$M_m(kT_S) = M(kT_S), \text{ da in Kap. 3.2.4.3 } T_{mM} = 0 \text{ angenommen wurde.} \quad (7.26)$$

Bei Bahnkraftbeobachtung hat sich für den in dieser Arbeit verwendeten Störgrößenbeobachter die Berechnungsvorschrift

$$T_{mF} = \frac{T_{mN} + T_{mM}}{2} \quad (7.27)$$

für die mittlere Verzögerung der beobachteten Bahnkraft als sinnvolle Abschätzung ergeben. Da  $T_{mM}$  aufgrund der guten Dynamik der Kompensations-Stromwandler die kleinste Zeitkonstante darstellt, wird bei Bahnkraftbeobachtung somit der Prädiktionshorizont  $h_{p1}$  durch die von der Drehzahlmessung hervorgerufene Zeitverzögerung  $T_{mN}$  bestimmt. Damit ergeben sich die genäherten Größen zu

$$F_m(kT_S) \approx F((k - T_{mF})|kT_S) = \tilde{F}((k - T_{mF})|kT_S), T_{mF} \text{ nach Gl. (7.27)} \quad (7.28)$$



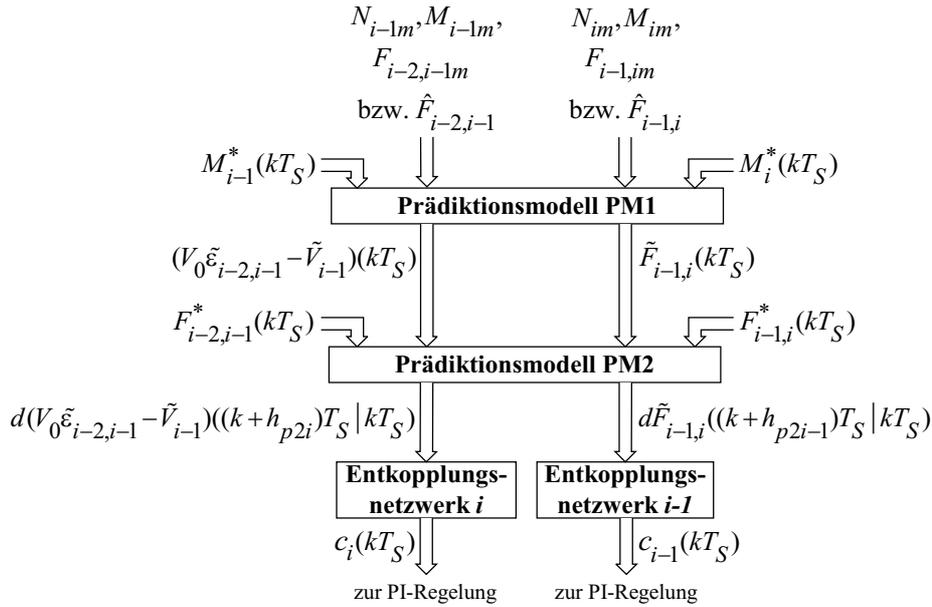


Abbildung 7.10: Struktur der prädiktiven Vorsteuerung für zwei Teilsysteme  $i-1$  und  $i$  des Anwendungsbeispiels

Abb. 7.11 am Beispiel einer sprungförmigen Änderung des Elastizitätsmoduls  $E_{i-1}$  im Teilsystem  $i-1$  verdeutlichen.

Für andere Verläufe der Änderung wie z. B. Rampen kann diese Vorgehensweise direkt übertragen werden. Da die Höhe der Parameteränderung vor einer Identifikation im allgemeinen nicht genau bekannt ist, wurde für das Anwendungsbeispiel ein Unsicherheitsfaktor von  $\pm 30\%$  für den im voraus bekannten Wert des Elastizitätsmoduls berücksichtigt.

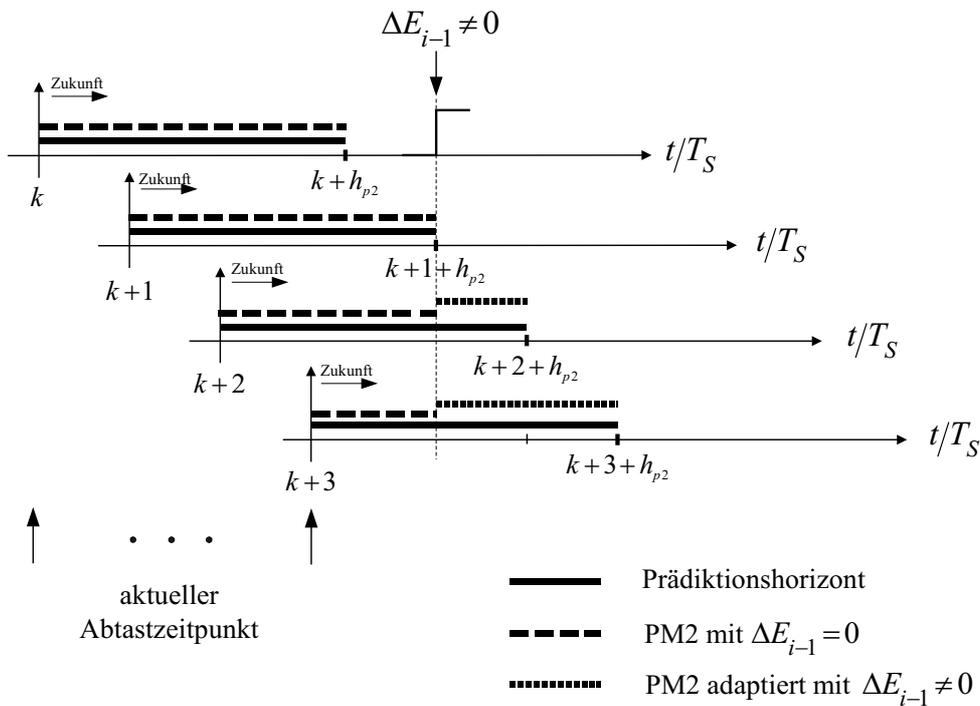


Abbildung 7.11: Adaption von PM2 über den Prädiktionshorizont bei Kenntnis einer zukünftigen Änderung des Elastizitätsmoduls  $E_{i-1}$

Um den Rechenaufwand gering zu halten, erfolgte die Programmierung der Prädiktionsmodelle PM1 und PM2 unter Verwendung der Programmiersprache C, so dass während der Simulation ausführbarer Code zur Verfügung stand. Für eine Implementierung in einer Echtzeitumgebung muss abgewogen werden, ob die Prädiktion in einer Schleifenform innerhalb der zur Verfügung stehenden Abtastzeit berechenbar ist. Bei begrenzter Rechenleistung des Signalprozessors muss auf die einfachere Formulierung aus Gl. (7.17) ausgewichen werden. Eine Adaption von PM2 über den Prädiktionshorizont wie in Abb. 7.11 kann in diesem Fall jedoch nicht mehr durchgeführt werden.

## 7.4 Simulationsergebnisse

Die in diesem Kapitel gezeigten Simulationsergebnisse sollen die Eigenschaften und das Verhalten der in Kap. 7.2 theoretisch und in Kap. 7.3 anwendungsbezogen vorgestellten prädiktiven Vorsteuerung an zwei verkoppelten Teilsystemen  $i - 1$  und  $i$  einer kontinuierlichen Fertigungsanlage verdeutlichen. Es wurden folgende Fälle simuliert:

- Verhalten der Prädiktionsmodelle PM1 und PM2 bei Bahnkraftsprung  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$  ohne Rückführung der Kompensationssignale („offline“): Abb. 7.12–7.15.
- Verhalten der Prädiktionsmodelle PM1 und PM2 bei Störsprüngen  $\Delta M_R$  und  $\Delta E$  ohne Rückführung der Kompensationssignale: Abb. 7.16–7.19.
- Entkopplungsverhalten („online“) mit prädiktiver Vorsteuerung bei Bahnkraftsprüngen  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$  und  $\Delta F_{i-1,i}^*$  für verschiedene Grenzkreisfrequenzen: Abb. 7.20 und 7.21.
- Entkopplungsverhalten mit prädiktiver Vorsteuerung bei Störsprüngen  $\Delta M_R$  und  $\Delta E$  und Bahnkraftsprung  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$ : Abb. 7.22–7.25.
- Entkopplungsverhalten mit prädiktiver Vorsteuerung bei Störsprung  $\Delta E$  und Verwendung von Vorwissen: Abb. 7.26–7.28.

Bis auf Abb. 7.12 und 7.13 erfolgt die Regelung der Teilsysteme auf die beobachtete Bahnkraft, wobei sowohl die Luenberger Störgrößenbeobachter für das Reibwiderstandsmoment und den Elastizitätsmodul als auch die selbsteinstellenden Beobachter nach Wolfermann/Hartel und Patri verwendet wurden. Für die Selbsteinstellung der Beobachter nach Wolfermann/Hartel und Patri wurde die fehlerabhängige Auslösung des Anregungssignals (Schrankenanzug) verwendet. Da die Zustandsgrößen der Prädiktionsmodelle durch Approximations- und Rekursionsfehler verfälscht sein können, wird in PM2 nur der lineare Teil, nicht aber der nichtlineare Teil der Fehlerüberwachung, Anregungsauslösung und Justage der selbsteinstellenden Beobachter widergespiegelt. Dadurch kann zwar diese Information nicht für die Prädiktion genutzt werden, jedoch werden auf der anderen Seite Fehlvorhersagen des nichtlinearen Beobachterverhaltens vermieden.

Die Simulationsparameter sind in Tab. 7.1 zusammengestellt, welche die Tabellen 3.1 (Seite 44), 4.1 (Seite 66), 5.1 (Seite 102) und 6.1 (Seite 143) ergänzt.

Um die mit den Prädiktionsmodellen PM1 und PM2 erreichbare Vorhersagegüte zu demonstrieren, wurde die prädiktive Vorsteuerung nach Abb. 7.10 zunächst im „offline“-Betrieb, d. h. ohne Rückführung der Kompensationssignale  $c_{i-1}$  und  $c_i$  in die PI-Teilregler untersucht.

Parameter	Bezeichnung	Wert	Einheit
Zeitkonstante Drehzahlmessung $i - 1$ und $i$	$T_{mN}$	5	msec.
Zeitkonstante Bahnkraftmessung $i - 1$ und $i$	$T_{mF}$	10	msec.
Entkopplungsnetzwerk $i - 1$ , $G_{Rri-1}(s)$			
Glättungszeitkonstante $G_{Ci-1}(s)$	$T_{gl} = c_1$	5 / 10	msec.
Prädiktionshorizont PM2	$h_{p2i-1}$	5 / 10	-
Entkopplungsnetzwerk $i$ , $G_{Rri}(s)$ , Entwurf nach Bessel			
Grenzkreisfrequenz $G_{Ci}(s)$	$\omega_g$	136.165 / 68.0825	rad/sec.
Prädiktionshorizont PM2	$h_{p2i}$	10 / 20	-
Identifikation Reibwiderstandsmoment im Luenberger–Beobachter			
Länge der Vektors für gleitenden Mittelwert	L	100	-
Identifikation Elastizitätsmodul im Luenberger–Beobachter			
Länge der Vektors für gleitenden Mittelwert	L	100	-

**Tabelle 7.1:** *Simulationsparameter (Erweiterung zu den Tabellen 3.1 (Seite 44), 4.1 (Seite 66), und 5.1 (Seite 102), 6.1 (Seite 143))*

Dabei wurden beispielhaft Koppel- und Kompensationssignal zur Entkopplung in Transportrichtung betrachtet.

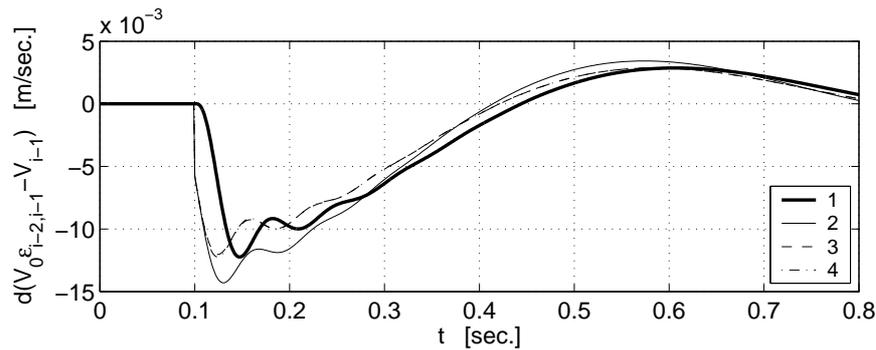
Abbildung 7.12 zeigt für Bahnkraftmessung das reale Koppelsignal  $d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})$  (Kurve 1) bei einem Sprung des Bahnkraftsollwerts  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$ , sowie das mithilfe von PM2 um  $h_{p2i} = 20$  Abtastschritte vorhergesagte Koppelsignal (Kurven 2, 3 und 4). Wie zu erkennen ist, wird bei Verwendung der gemessenen Ausgangsgrößen  $\underline{F}_m = [F_{i-2,i-1m}, F_{i-1,im}]^T$ ,  $\underline{N}_m = [N_{i-1m}, N_{im}]^T$  (Kurve 2) als Startwerte für die Vorhersage ein verzerrtes Signal erhalten, welches das zukünftige Verhalten von  $d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})$  nur fehlerhaft wiedergibt. Die bei Einsatz des Prädiktionsmodells PM1 erhaltene Kurve 3 unterscheidet sich dagegen von der bei Prädiktion mit ideal (verzögerungsfrei) gemessenen Signalen (Kurve 4) nicht. Dies lässt den Schluss zu, dass bei Anregung der Teilsysteme mit einem Bahnkraftsollsprung die Kompensation der Messgeberverzögerungen in PM1 fehlerfrei erfolgt.

Da nicht angenommen wurde, dass das Verhalten des Bahnkraftsollwerts  $F_{i-2,i-1}^*$  im Voraus bekannt ist, kann für  $t < 0.1$  sec. keine korrekte Vorhersage getroffen werden. Bei  $t = 0.1$  sec. erzeugt PM2 daher mit Eintreten von  $\Delta F_{i-2,i-1}^* \neq 0$  im vorhergesagten Koppelsignal einen Sprung von ca.  $-0.6 \cdot 10^{-3}$  m/sec. nach unten, bevor der kontinuierliche Verlauf einsetzt. Abb. 7.13 zeigt das aus den Koppelsignalverläufen von Abb. 7.12 resultierende Kompensationssignal  $c_i$  des Entkopplungsnetzwerks  $i$ . In Kurve 1 kann die durch die approximative Totzeit  $T_t = c_1 = 20$  msec. des Filters  $G_{Ci}(s)$  entstehende Zeitverzögerung abgelesen werden. Bei Verwendung der prädiktiven Vorsteuerung kann diese Zeitverzögerung kompensiert werden: die Kurven 2, 3 und 4 beginnen ihre dynamische Änderung verzögerungsfrei bei  $t = 0.1$  sec. Auch hier kann wieder die Übereinstimmung des Verläufe 3 und 4 erkannt werden.

Abbildung 7.14 und 7.15 zeigen die für Bahnkraftbeobachtung mit einem Luenberger Störgrößenbeobachter erhaltenen Koppel- und Kompensationssignale. Auch hier wird bei Verwendung von gemessenen bzw. beobachteten Ausgangsgrößen (Kurve 2) das schlechteste Vorhersagergebnis erhalten, da die Messgeber/Beobachter–Verzögerungen nicht kompensiert

wurden. Bei Prädiktion mit phasenkorrigierten Ausgängen (Kurve 3) wird dagegen wieder eine Übereinstimmung mit Kurve 4 erzielt.

Die Ergebnisse der Abbildungen 7.12–7.15 zeigen, dass bei Anregung der Teilsysteme mit einem Bahnkraftsollsprung die Amplituden- und Phasenfehler durch die Approximation der Messgeber/Beobachter sowie der Tiefpassfilter  $G_C(s)$  in den Entkopplungsnetzwerken mit einem Totzeitverhalten sehr gering bleiben. Aufgrund der Drehzahlsollwertglättung mit der Eckfrequenz  $1/T_{\sigma N}$  werden die im Sollbahnkraftsignal enthaltenen hohen Frequenzen nicht an die Regelstrecke weitergegeben. Um das Verhalten des Approximationsfehlers bei Auftreten sprungförmiger Parameteränderungen zu untersuchen, wurden die Teilsysteme mit Sprüngen



**Abbildung 7.12:** Offline Prädiktion des Koppelsignals  $d(V_0 \epsilon_{i-2, i-1} - V_{i-1})$  mit

PM2 für Bahnkraftmessung,  $h_{p2i} = 20$

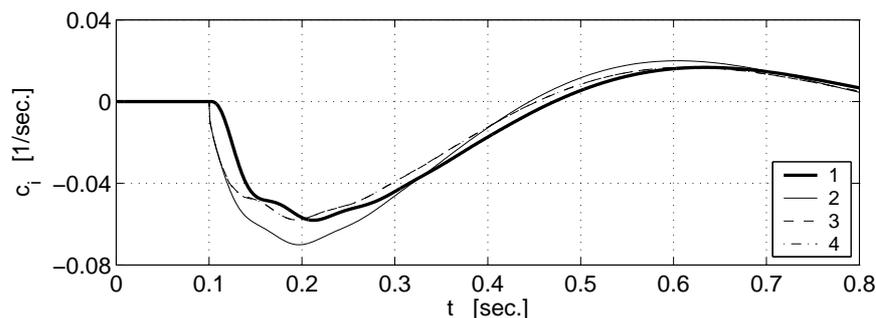
Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2, i-1}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$

1: reales Koppelsignal  $d(V_0 \epsilon_{i-2, i-1} - V_{i-1})(kT_S)$ ,

2:  $d(V_0 \epsilon_{i-2, i-1} - V_{i-1})((k + h_{p2i})T_S | kT_S)$ , Prädiktion auf Basis von  $F_m, N_m, M_m$  (d. h. mit Messverzögerung),

3:  $d(V_0 \tilde{\epsilon}_{i-2, i-1} - \tilde{V}_{i-1})((k + h_{p2i})T_S | kT_S)$ , Prädiktion auf Basis von phasenkorrigierten Ausgängen von PM1,

4:  $d(V_0 \epsilon_{i-2, i-1} - V_{i-1})((k + h_{p2i})T_S | kT_S)$ , Prädiktion auf Basis von ideal (verzögerungsfrei) gemessenen Ausgängen



**Abbildung 7.13:** Aus Abb. 7.12 resultierendes Kompensationssignal  $c_i$  (Ausgang des Entkopplungsnetzwerks  $i$ ),  $\omega_g = 68.0825 \text{ rad/sec.}$

Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2, i-1}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$

1: reales Kompensationssignal  $c_i(kT_S)$ ,

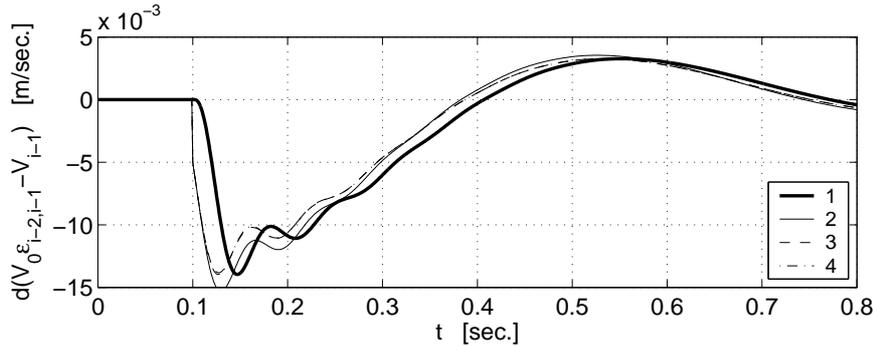
2:  $c_i(kT_S)$ , bei Prädiktion auf Basis von  $F_m, N_m, M_m$ ,

3:  $c_i(kT_S)$ , bei Prädiktion auf Basis von phasenkorrigierten Ausgängen von PM1,

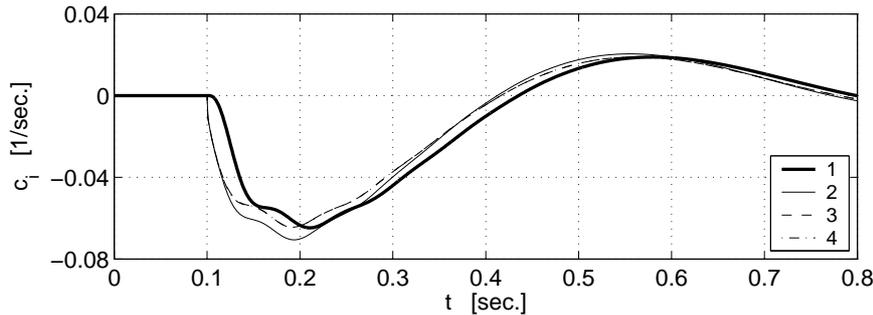
4:  $c_i(kT_S)$ , bei Prädiktion auf Basis von ideal (verzögerungsfrei) gemessenen Ausgängen

der Reibwiderstandsmomente und des Elastizitätsmoduls beaufschlagt.

Abbildung 7.16 und 7.17 zeigen das Koppelsignal  $d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})$  und das resultierende Kompensationssignal  $c_i$  für eine sprungförmige Änderung der Reibwiderstandsmomente  $\Delta M_{Ri-1} = 2$  Nm und  $\Delta M_{Ri} = 3$  Nm bei  $t = 0.1$  sec. (Tab. 5.1). Die Bahnkraftbeobachtung erfolgt dabei mit einem Luenberger Störgrößenbeobachter für das Reibwiderstandsmoment. Wie aus Abb. 7.16 zu erkennen ist, entsteht aufgrund der kleinen Zeitkonstante  $T_{mN} = 5$  msec. des Drehzahlgebers in PM1 kein ersichtlicher Approximationsfehler. Im Kompensationssignal in Abb. 7.17 ist dagegen eine leichte Bedämpfung der Amplitude von



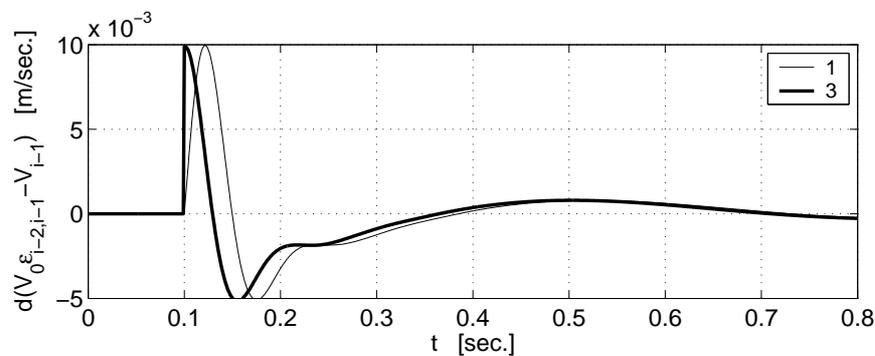
**Abbildung 7.14:** Offline Prädiktion des Koppelsignals  $d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})$  mit PM2 für Bahnkraftbeobachtung,  $h_{p2i} = 20$   
 Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$   
 1: reales Koppelsignal  $d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})(kT_S)$ ,  
 2:  $d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})((k + h_{p2i})T_S|kT_S)$ , Prädiktion auf Basis von  $\hat{F}$ ,  $N_m$ ,  $M_m$  (d. h. mit Mess- bzw. Beobacherverzögerung),  
 3:  $d(V_0\tilde{\varepsilon}_{i-2,i-1} - \tilde{V}_{i-1})((k + h_{p2i})T_S|kT_S)$ , Prädiktion auf Basis von phasenkorrigierten Ausgängen von PM1,  
 4:  $d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})((k + h_{p2i})T_S|kT_S)$ , Prädiktion auf Basis von ideal (verzögerungsfrei) gemessenen Ausgängen



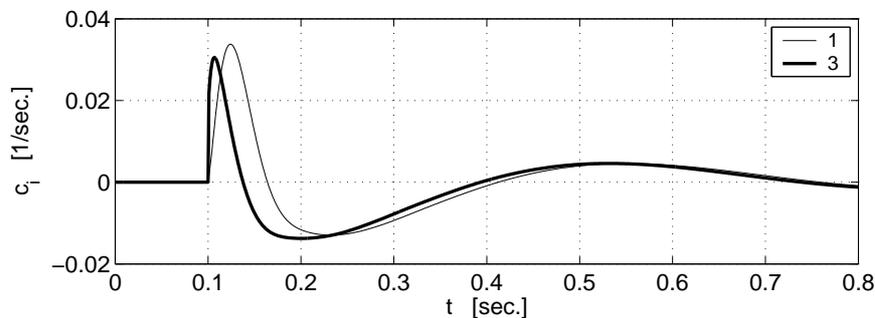
**Abbildung 7.15:** Aus Abb. 7.14 resultierendes Kompensationssignal  $c_i$  (Ausgang des Entkopplungsnetzwerks  $i$ ),  $\omega_g = 68.0825$  rad/sec.  
 Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$   
 1: reales Kompensationssignal  $c_i(kT_S)$ ,  
 2:  $c_i(kT_S)$ , bei Prädiktion auf Basis von  $\hat{F}$ ,  $N_m$ ,  $M_m$ ,  
 3:  $c_i(kT_S)$ , bei Prädiktion auf Basis von phasenkorrigierten Ausgängen von PM1,  
 4:  $c_i(kT_S)$ , bei Prädiktion auf Basis von ideal (verzögerungsfrei) gemessenen Ausgängen

Kurve 3 gegenüber Kurve 1 zu erkennen. Dies belegt, dass aufgrund der niedrigen Grenzfrequenz  $\omega_g = 68.0825$  rad/sec. in  $G_{C_i}(s)$  nun die Totzeitnäherung nur noch zum Teil korrekt ist, da durch den Reibungssprung in den Teilsystemen nun auch Frequenzen oberhalb von  $\omega_g$  auftreten. Da  $\Delta M_{R_{i-1}}$  und  $\Delta M_{R_i}$  jedoch nicht direkt, sondern über den Integrator  $1/s2\pi J$  auf die Drehzahlen einwirken, bleibt der mit diesen Parameteränderungen eingetragene Anteil hoher Frequenzen und damit auch der Approximationsfehler gering.

Abbildung 7.18 und 7.19 zeigen Koppel- und Kompensationssignal für sprungförmige Änderungen des Elastizitätsmoduls  $\Delta E_{i-1} = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup> bei  $t = 0.1$  sec. und  $\Delta E_i = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup> bei  $t = 0.25$  sec. (Tab. 5.1). Die Bahnkraftbeobachtung erfolgt mit einem Luenberger Störgrößenbeobachter für den Elastizitätsmodul. Bei Betrachtung von Kurve 3 in Abb. 7.18 fällt auf, dass nun die Vorhersage im Bereich der Sprungzeitpunkte  $t = 0.1$  sec. und  $t = 0.25$  sec. stark fehlerhaft ist. Dass dies auf den in PM1 auftretenden Approximationsfehler zurückzuführen ist, zeigt der Vergleich mit Verlauf 4, bei dem die Prädiktion mit ideal (verzögerungsfrei) gemessenen Ausgängen durchgeführt wurde. In diesem Fall kann an beiden Sprungzeitpunkten der zukünftige Verlauf des Koppelsignals

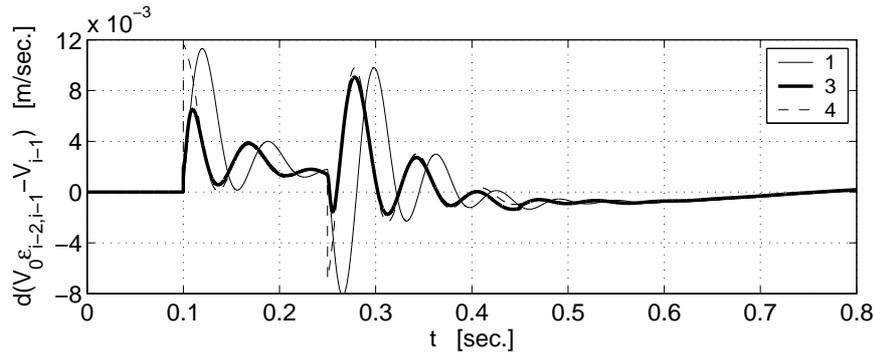


**Abbildung 7.16:** Offline Prädiktion des Koppelsignals  $d(V_0 \epsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})$  mit PM2 für Bahnkraftbeobachtung (Luenberger Störgrößenbeobachter für Reibung),  $h_{p2i} = 20$   
 Störanregung:  $\Delta M_{R_{i-1}}, \Delta M_{R_i}(t = 0.1 \text{ sec.})$   
 1: reales Koppelsignal  $d(V_0 \epsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})(kT_S)$ ,  
 3:  $d(V_0 \tilde{\epsilon}_{i-2,i-1} - \tilde{V}_{i-1})((k + h_{p2i})T_S | kT_S)$ , Prädiktion auf Basis von phasenkorrigierten Ausgängen von PM1

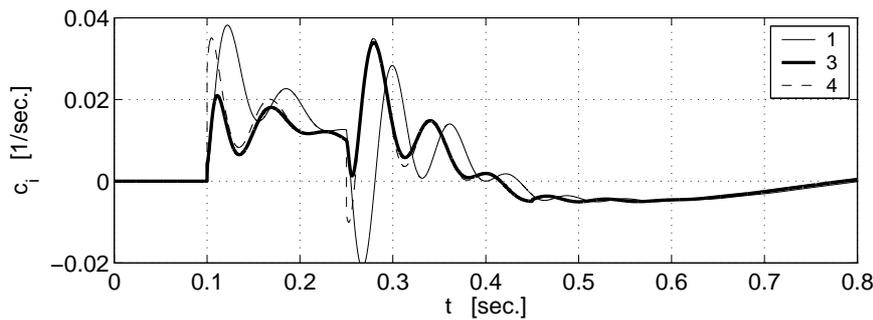


**Abbildung 7.17:** Aus Abb. 7.16 resultierendes Kompensationssignal  $c_i$  (Ausgang des Entkopplungsnetzwerks  $i$ ),  $\omega_g = 68.0825$  rad/sec.  
 Störanregung:  $\Delta M_{R_{i-1}}, \Delta M_{R_i}(t = 0.1 \text{ sec.})$   
 1: reales Kompensationssignal  $c_i(kT_S)$ ,  
 3:  $c_i(kT_S)$ , bei Prädiktion auf Basis von phasenkorrigierten Ausgängen von PM1

fehlerfrei vorhergesagt werden. Durch das direkte Einwirken des Elastizitätsmoduls auf die Bahnkraft werden den Ausgangsgrößen hohe Frequenzen überlagert, die in den gemessenen und beobachteten Größen nicht nachgebildet werden können. Somit entsteht zwischen den realen und den gemessenen bzw. beobachteten Signalen vor allem ein Amplitudenunterschied, der durch PM1 nicht kompensiert werden kann. Aus Abb. 7.19 wird besonders in Kurve 4 der Approximationsfehler deutlich, der im Tiefpass  $G_{Ci}(s)$  entsteht. Das mit den idealen Messgrößen vorhergesagte Koppelsignal wird durch die Amplitudenabsenkung in  $G_{Ci}(s)$  im Bereich der Sprungzeitpunkte  $t = 0.1$  sec. und  $t = 0.25$  sec. deutlich bedämpft. Mit Abklingen der hohen Frequenzen für  $t > 0.3$  sec. stimmen die Verläufe 3 und 4 wieder überein und geben das Verhalten des unverzögerten Kompensationssignals korrekt wieder.

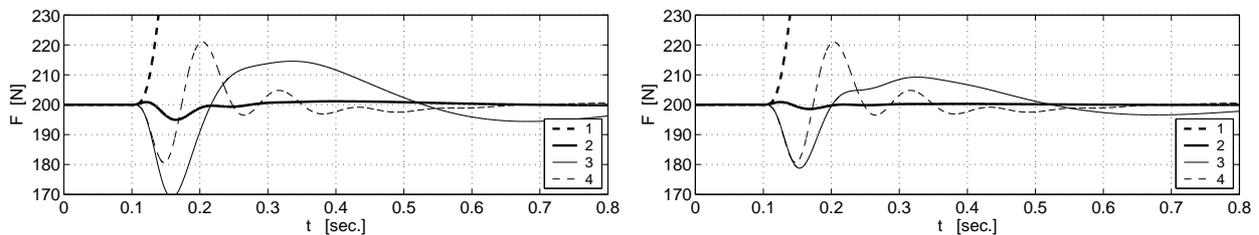


**Abbildung 7.18:** Offline Prädiktion des Koppelsignals  $d(V_0 \epsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})$  mit PM2 für Bahnkraftbeobachtung (Luenberger Störgrößenbeobachter für Elastizitätsmodul),  $h_{p2i} = 20$ , PM2 ideal adaptiert Störanregung:  $\Delta E_{i-1}(t = 0.1 \text{ sec.})$ ,  $\Delta E_i(t = 0.25 \text{ sec.})$   
 1: reales Koppelsignal  $d(V_0 \epsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})(kT_S)$ ,  
 3:  $d(V_0 \tilde{\epsilon}_{i-2,i-1} - \tilde{V}_{i-1})((k + h_{p2i})T_S | kT_S)$ , Prädiktion auf Basis von phasenkorrigierten Ausgängen von PM1,  
 4:  $d(V_0 \epsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})((k + h_{p2i})T_S | kT_S)$ , Prädiktion auf Basis von ideal (verzögerungsfrei) gemessenen Ausgängen



**Abbildung 7.19:** Aus Abb. 7.18 resultierendes Kompensationssignal  $c_i$  (Ausgang des Entkopplungsnetzwerks  $i$ ),  $\omega_g = 68.0825 \text{ rad/sec.}$  Störanregung:  $\Delta E_{i-1}(t = 0.1 \text{ sec.})$ ,  $\Delta E_i(t = 0.25 \text{ sec.})$   
 1: reales Kompensationssignal  $c_i(kT_S)$ ,  
 3:  $c_i(kT_S)$ , bei Prädiktion auf Basis von phasenkorrigierten Ausgängen von PM1,  
 4:  $c_i(kT_S)$ , bei Prädiktion auf Basis von ideal (verzögerungsfrei) gemessenen Ausgängen

Die Untersuchungen der Parameteränderungen zeigen, dass der Approximationsfehler in PM1 und PM2 mit zunehmendem Anteil hoher Frequenzen in den Ausgangsgrößen zunimmt und die korrekte Vorhersagbarkeit der Koppelsignale begrenzt. Je direkter sprungförmige Parameteränderungen auf die Zustands- und Ausgangsgrößen wirken, desto eher wird die Prädiktion verfälscht und die mit der prädiktiven Vorsteuerung erzielbare Entkopplungsgüte reduziert (Abb. 7.23).



**Abbildung 7.20:** Bahnkräfte mit und ohne prädiktive Vorsteuerung für verschiedene Grenzkreisfrequenzen, Bahnkraftbeobachtung

Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$

links:  $T_{gl} = 10 \text{ msec.}$ ,  $\omega_g = 68.0825 \text{ rad/sec.}$ ,  $h_{p2i-1} = 10$ ,  $h_{p2i} = 20$

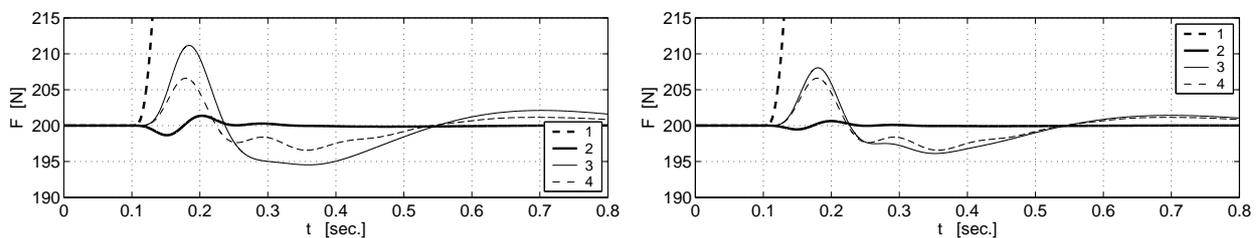
rechts:  $T_{gl} = 5 \text{ msec.}$ ,  $\omega_g = 136.165 \text{ rad/sec.}$ ,  $h_{p2i-1} = 5$ ,  $h_{p2i} = 10$

1:  $F_{i-2,i-1}$ ,

2:  $F_{i-1,i}$  mit prädiktiver Vorsteuerung,

3:  $F_{i-1,i}$  mit dynamischer Störgrößenaufschaltung,

4:  $F_{i-1,i}$  mit statischer Störgrößenaufschaltung



**Abbildung 7.21:** Bahnkräfte mit und ohne prädiktive Vorsteuerung für verschiedene Grenzkreisfrequenzen, Bahnkraftbeobachtung

Sprunganregung:  $\Delta F_{i-1,i}^*(t = 0.1 \text{ sec.})$

links:  $T_{gl} = 10 \text{ msec.}$ ,  $\omega_g = 68.0825 \text{ rad/sec.}$ ,  $h_{p2i-1} = 10$ ,  $h_{p2i} = 20$

rechts:  $T_{gl} = 5 \text{ msec.}$ ,  $\omega_g = 136.165 \text{ rad/sec.}$ ,  $h_{p2i-1} = 5$ ,  $h_{p2i} = 10$

1:  $F_{i-1,i}$ ,

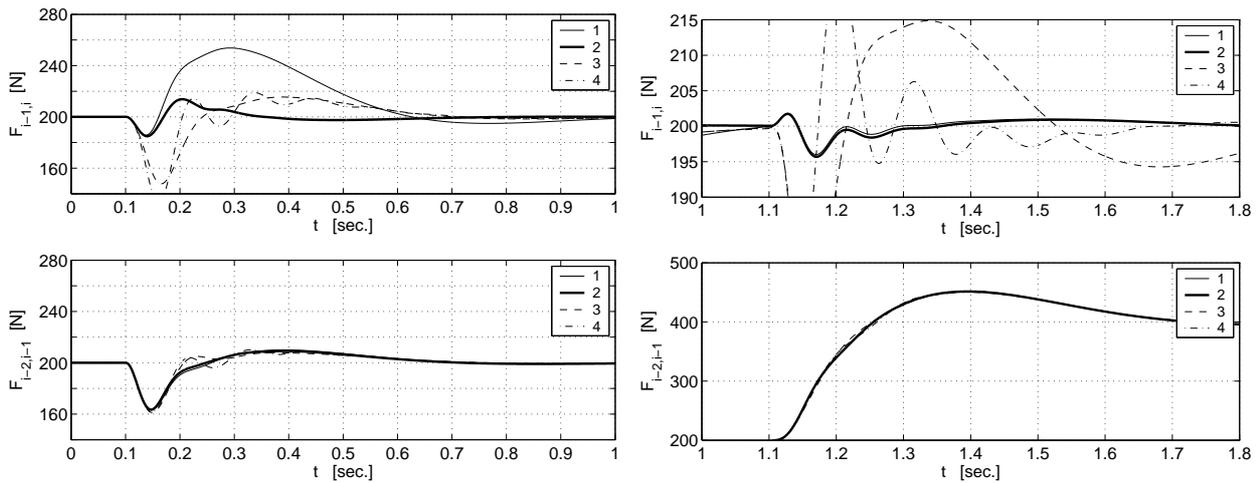
2:  $F_{i-2,i-1}$  mit prädiktiver Vorsteuerung,

3:  $F_{i-2,i-1}$  mit dynamischer Störgrößenaufschaltung,

4:  $F_{i-2,i-1}$  mit statischer Störgrößenaufschaltung

Diese erzielbare Entkopplungsgüte im „online“-Betrieb zeigen Abb. 7.20 und 7.21 für Anregung der Teilsysteme mit Bahnkraftsollwertsprüngen bei  $t = 0.1 \text{ sec.}$  Während nach dem Kraftsprung die Bahnkraft des angeregten Teilsystems ansteigt, zeigt die Bahnkraft des jeweils gestörten Teilsystems die Restwirkung der Koppelgrößen. Da dieses Störverhalten bei den Untersuchungen im Mittelpunkt steht, wurden die Verläufe der gestörten Bahnkräfte in y-Richtung herausvergrößert. Zum Vergleich sind die bereits aus Abb. 6.26 und 6.27 bekannten Entkopplungsergebnisse bei statischer und dynamischer Störgrößenaufschaltung ebenfalls gezeigt. Aus beiden Abbildungen 7.20 und 7.21 wird deutlich, dass bei Verwendung

der prädiktiven Vorsteuerung die bei dynamischer Störgrößenaufschaltung erzielbaren Ergebnisse erheblich verbessert werden können, obwohl die Grenzkreisfrequenzen der Tiefpassfilter im niederen Frequenzbereich gewählt wurden. Damit wird belegt, dass mit der Verwendung einer prädiktiven Vorsteuerung bei Sollwertsprüngen die in den Messgebern/Beobachtern und dynamischen Entkopplungsnetzwerken auftretenden Zeitverzögerungen durch das Verfahren der Koppelgrößenvorhersage kompensiert werden können. Die Grenzkreisfrequenzen in den Tiefpassfiltern der Entkopplungsnetzwerke können dabei auf technisch realisierbare Werte eingestellt werden. Den Koppelgrößen  $d(V_0\varepsilon_{i-2,i-1} - V_{i-1})$  und  $dF$  kann somit verzögerungsfrei entgegengewirkt werden, wodurch sich der in den Bahnkräften, d. h. in den Hauptregelgrößen verbleibende Restfehler deutlich reduziert.



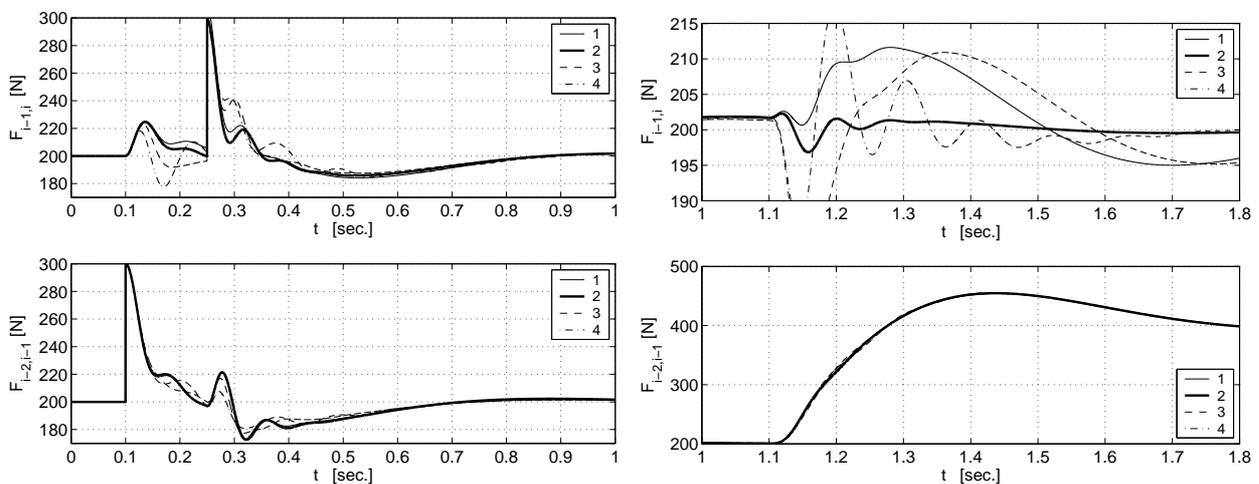
**Abbildung 7.22:** Bahnkräfte mit prädiktiver Vorsteuerung (ohne und mit Adaption) und ohne prädiktive Vorsteuerung, Bahnkraftbeobachtung mit Luenberger Störgrößenbeobachter für Reibung,  $T_{gl} = 10\text{msec.}$ ,  $\omega_g = 68.0825\text{rad/sec.}$ ,  $h_{p2i-1} = 10$ ,  $h_{p2i} = 20$   
 Störanregung:  $\Delta M_{Ri-1}$ ,  $\Delta M_{Ri}(t = 0.1 \text{ sec.})$   
 Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 1.1 \text{ sec.})$   
 1: prädiktive Vorsteuerung ohne Adaption,  
 2: prädiktive Vorsteuerung mit Adaption,  
 3: dynamische Störgrößenaufschaltung,  
 4: statische Störgrößenaufschaltung

Im folgenden soll das Entkopplungsverhalten der prädiktiven Vorsteuerung bei Auftreten von Änderungen des Reibwiderstandsmoments und des Elastizitätsmoduls untersucht werden. Die Simulationsergebnisse geben Aufschluss über die Robustheit des Verfahrens bezüglich Parameterunterschieden zwischen Strecke und Prädiktionsmodellen. Bei den Untersuchungen kommen sowohl die klassischen Luenberger Störgrößenbeobachter als auch die selbsteinstellenden Beobachter nach Wolfermann/Hartel und nach Patri zum Einsatz.

Zunächst sollen die Luenberger Störgrößenbeobachter für Reibmoment und Elastizitätsmodul näher betrachtet werden. Werden die Teilsysteme mit einer sprungförmigen Änderung des Reibwiderstandsmoments wie bisher ( $\Delta M_{Ri-1} = 2 \text{ Nm}$ ,  $\Delta M_{Ri} = 3 \text{ Nm}$  bei  $t = 0.1 \text{ sec.}$ ) angeregt, kann die Robustheit der prädiktiven Vorsteuerung bei Änderung dieses Parameters untersucht werden. Wie aus Abb. 7.22 links oben zu erkennen ist, entsteht in  $F_{i-1,i}$  nach den Störsprüngen eine Abweichung, wenn die Prädiktionsmodelle nicht an die Parameteränderung adaptiert werden (Kurve 1). Dies bedeutet, dass bei Abweichungen

zwischen System- und Modellverhalten die Vorhersage der Koppelsignale fehlerhaft wird. Eine Nachführung der Prädiktionsmodelle an eine Reibungsänderung ist daher für eine hohe Entkopplungsgüte der prädiktiven Vorsteuerung notwendig. Für eine Adaption der Prädiktionsmodelle wurden  $\Delta M_{Ri-1}$  und  $\Delta M_{Ri}$  mit einem Luenberger Störgrößenbeobachter identifiziert, wobei ein über  $L = 100$  Abtastwerte gebildeter gleitender Mittelwert verwendet wurde. Werden die Prädiktionsmodelle mit den auf diese Weise geschätzten  $\Delta \hat{M}_{Ri-1}$  und  $\Delta \hat{M}_{Ri}$  nachgeführt (Kurve 2), so kann die Abweichung in  $F_{i-1,i}$  bis auf einen Restfehler reduziert werden, der auf das nicht ideale Identifikationsergebnis zurückzuführen ist. Nach einer Anregung der Teilsysteme mit einem Bahnkraftsollsprung  $\Delta F_{i-2,i-1}^*$  bei  $t = 1.1$  sec. (rechts oben) zeigt  $F_{i-1,i}$  ohne (Kurve 1) und mit Adaption (Kurve 2) dasselbe Verhalten. Ursache ist das Additive Eingreifen der Reibwiderstandsmomente, welches ohne Adaption in den Kompensationssignalen  $c_{i-1}$  und  $c_i$  zu einer konstanten Abweichung führt. Dieser Offset wird von den Drehzahl- bzw. Bahnkraft-PI-Reglern der Teilsysteme kompensiert. Abb. 7.22 unten zeigt die Verläufe der Bahnkraft  $F_{i-2,i-1}$ . Wie links zu erkennen ist, wird  $F_{i-2,i-1}$  hauptsächlich von der eigenen Störung  $\Delta M_{Ri-1}$  beeinflusst. Eine Adaption der Prädiktionsmodelle zeigt in der Bahnkraft keine erkennbare Wirkung. Ursache ist, dass sich die Kopplung der Teilsysteme entgegen der Transportrichtung über  $F_{i-1,i}$  aufgrund der niedrigeren Dynamik der Bahnkräfte von Natur aus geringer auswirkt, was z. B. auch aus Abb. 7.21 hervorgeht. Hier bleiben die Restfehler in  $F_{i-2,i-1}$  selbst bei einer Änderung von  $F_{i-1,i}$  und 200 N gering.

Abbildung 7.23 zeigt die Bahnkraftverläufe bei Anregung der Teilsysteme mit einer sprungförmigen Änderung des Elastizitätsmoduls wie bisher ( $\Delta E_{i-1} = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup> bei  $t = 0.1$  sec.,  $\Delta E_i = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup> bei  $t = 0.25$  sec.). Die Identifikation erfolgt mit einem Luenberger Störgrößenbeobachter für den Elastizitätsmodul unter Verwendung eines gleitenden



**Abbildung 7.23:** Bahnkräfte mit prädiktiver Vorsteuerung (ohne und mit Adaption) und ohne prädiktive Vorsteuerung, Bahnkraftbeobachtung mit Luenberger Störgrößenbeobachter für Elastizitätsmodul,  $T_{gl} = 10$  msec.,  $\omega_g = 68.0825$  rad/sec.,  $h_{p2i-1} = 10$ ,  $h_{p2i} = 20$   
 Störanregung:  $\Delta E_{i-1}(t = 0.1$  sec.),  $\Delta E_i(t = 0.25$  sec.)  
 Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 1.1$  sec.)  
 1: prädiktive Vorsteuerung ohne Adaption,  
 2: prädiktive Vorsteuerung mit Adaption,  
 3: dynamische Störgrößenaufschaltung,  
 4: statische Störgrößenaufschaltung

Mittelwerts aus  $L=100$  Abtastwerten. In der linken Bildreihe ist das Verhalten von  $F_{i-1,i}$  für  $0.1 \leq t \leq 0.25$  sec. und  $F_{i-2,i-1}$  für  $t \geq 0.25$  sec. von Interesse. Wie zu erkennen ist, kann anders als bei Reibungsänderung in diesem Fall mit einer Adaption der Prädiktionsmodelle an den identifizierten Elastizitätsmodul kaum eine Verringerung der dynamischen Abweichung erzielt werden.

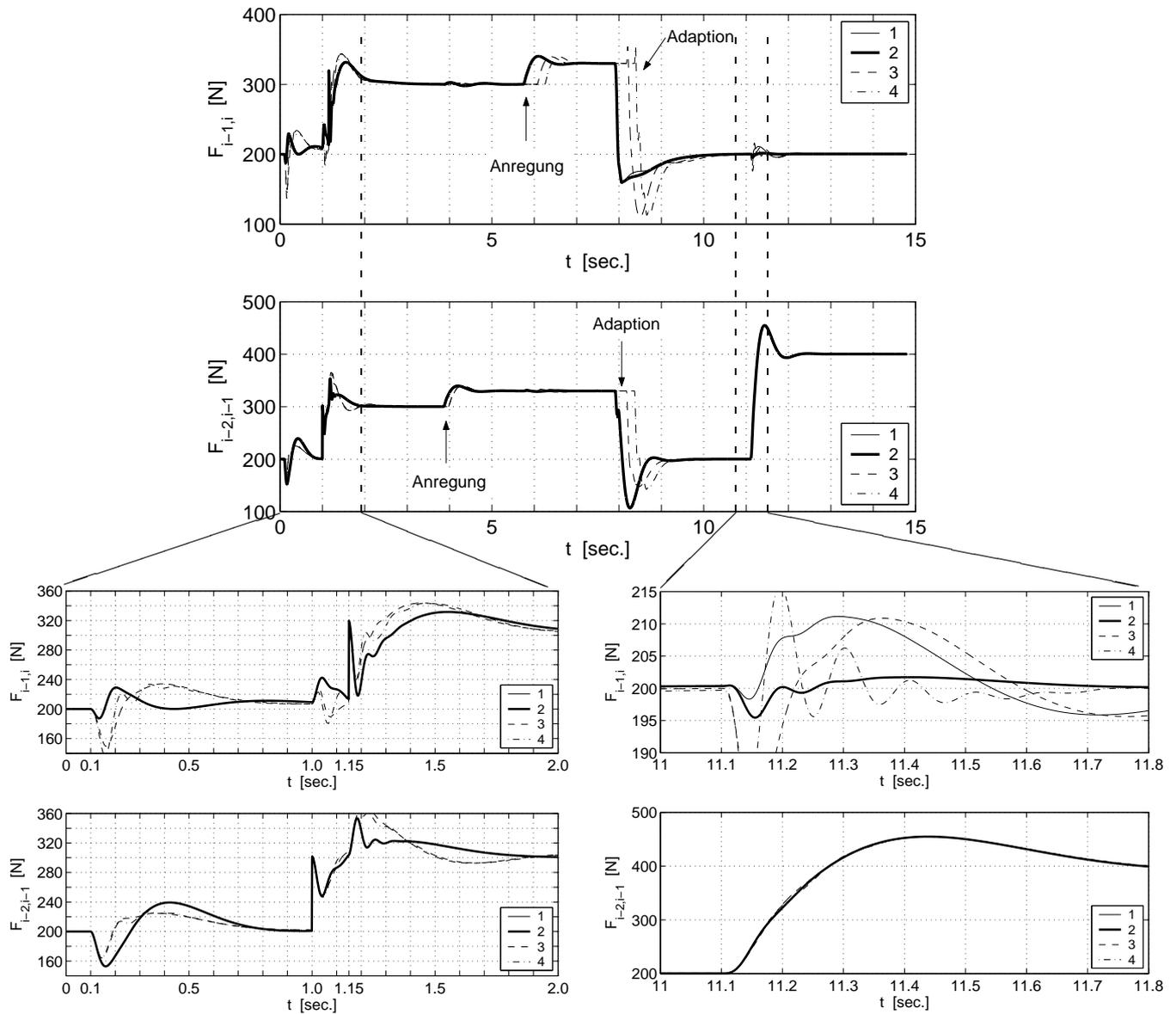
Grund hierfür ist der bereits in Abb. 7.19 gezeigte Approximationsfehler, der die Kompensationssignale verzerrt. Dieser ist gegenüber dem durch die Abweichung zwischen System- und Modellverhalten hervorgerufenen Fehler so groß, dass eine Adaption der Prädiktionsmodelle kaum Wirkung zeigt, bis die hohen Frequenzen abgeklungen sind. Nach Aufschaltung eines Bahnkraftsollsprungs  $\Delta F_{i-2,i-1}$  bei  $t = 1.1$  sec. (rechte Bildreihe) wird mit Adaption (Kurve 2) der bereits aus Abb. 7.20 links bekannte Bahnkraftverlauf erhalten, während ohne Adaption (Kurve 1) eine große Abweichung auftritt.

Die Ergebnisse der prädiktiven Vorsteuerung bei Einsatz der in Kap. 5.4.2.1 und 5.4.2.2 entworfenen selbsteinstellenden Beobachter nach Wolfermann/Hartel und Patri zeigen Abb. 7.24 und 7.25. Für die Untersuchung der Robustheit der prädiktiven Vorsteuerung gegenüber Änderungen der Streckenparameter werden wie bisher bei  $t = 0.1$  sec. Änderungen des Reibwiderstandsmoments  $\Delta M_{Ri-1} = 2$  Nm und  $\Delta M_{Ri} = 3$  Nm aufgeschaltet. Anschließend folgen Änderungen des Elastizitätsmoduls  $\Delta E_{i-1} = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup> (bei  $t = 1.0$  sec.) und  $\Delta E_i = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup> (bei  $t = 1.15$  sec.). Nach dem Anregungs- und Adaptionsvorgang, den die Selbsteinstellung der Beobachter auslöst (Betrieb mit Schrankenregung), wird bei  $t = 11$  sec. ein Führungssprung  $\Delta F_{i-2,i-1}^* = 200$  N aufgeschaltet.

Beim Beobachter nach Wolfermann/Hartel (Abb. 7.24) wird wie bisher auf  $\hat{F}_A = [\hat{F}_{i-2,i-1A}, \hat{F}_{i-1,iA}]^T$  geregelt. Im Prädiktionsmodell PM1 wird für die Kompensation der Zeitverzögerungen von Messgebern/Beobachtern die beobachtete Bahnkraft  $\hat{F}_B = [\hat{F}_{i-2,i-1B}, \hat{F}_{i-1,iB}]^T$ . Dies ergibt vor allem bei Elastizitätsänderungen ein verbessertes dynamisches Verhalten der prädiktiven Vorsteuerung.

Im Beobachter nach Patri (Abb. 7.25) erfolgt die Regelung auf die Bahnkraft  $\hat{F}_{gst} = [\hat{F}_{i-2,i-1gst}, \hat{F}_{i-1,igst}]^T$  des gesteuerten Beobachters. In PM1 wird dagegen die Bahnkraft  $\hat{F}_{rück} = [\hat{F}_{i-2,i-1rück}, \hat{F}_{i-1,irück}]^T$  des Luenberger Elastizitätsmodul-Beobachters für die Prädiktion herangezogen.

In beiden Abbildungen 7.24 und 7.25 ist zu erkennen, dass im Zeitraum der Störeingriffe  $t = 0$  bis 2 sec. durch die prädiktive Vorsteuerung nur geringfügige Verbesserungen im Entkopplungsverhalten zu erzielen sind. Dies liegt zum einen am bereits im Rahmen der Luenberger-Beobachter diskutierten Approximationsfehler, der bei den durch die Parametersprünge erzeugten hohen Frequenzen stark zunimmt. Die in diesem Bereich frequenzabhängigen Verzögerungen von Messgebern und Tiefpassfiltern können durch die Prädiktion mit konstantem Prädiktionshorizont nicht mehr korrekt kompensiert werden. Der zweite Grund für die nur geringfügig verbesserte Entkopplung ist, dass bis zur Identifikation der Parameter durch die Beobachter ( $t = 7.9$  sec. in Abb. 7.24,  $t = 7.3$  sec. bzw.  $t = 9.8$  sec. in Abb. 7.25) die Prädiktionsmodelle nicht adaptiert werden können (Kurven 1 und 2 liegen bis zu diesen Zeitpunkten übereinander) und die Vorhersage fehlerbehaftet ist. Im Gegensatz zu den Luenberger-Beobachtern kann bei den selbsteinstellenden Beobachtern die Identifikation durch die notwendige Anregung mit einer Sollbahnkraftänderung nicht sofort nach Einsetzen der Störung sondern erst nach dem Einschwing- und Anregungsvorgang erfolgen. Für die prädiktive Vorsteuerung stellt dieses Verhalten den Hauptnachteil bei Einsatz der selbsteinstellenden Beobachter dar.

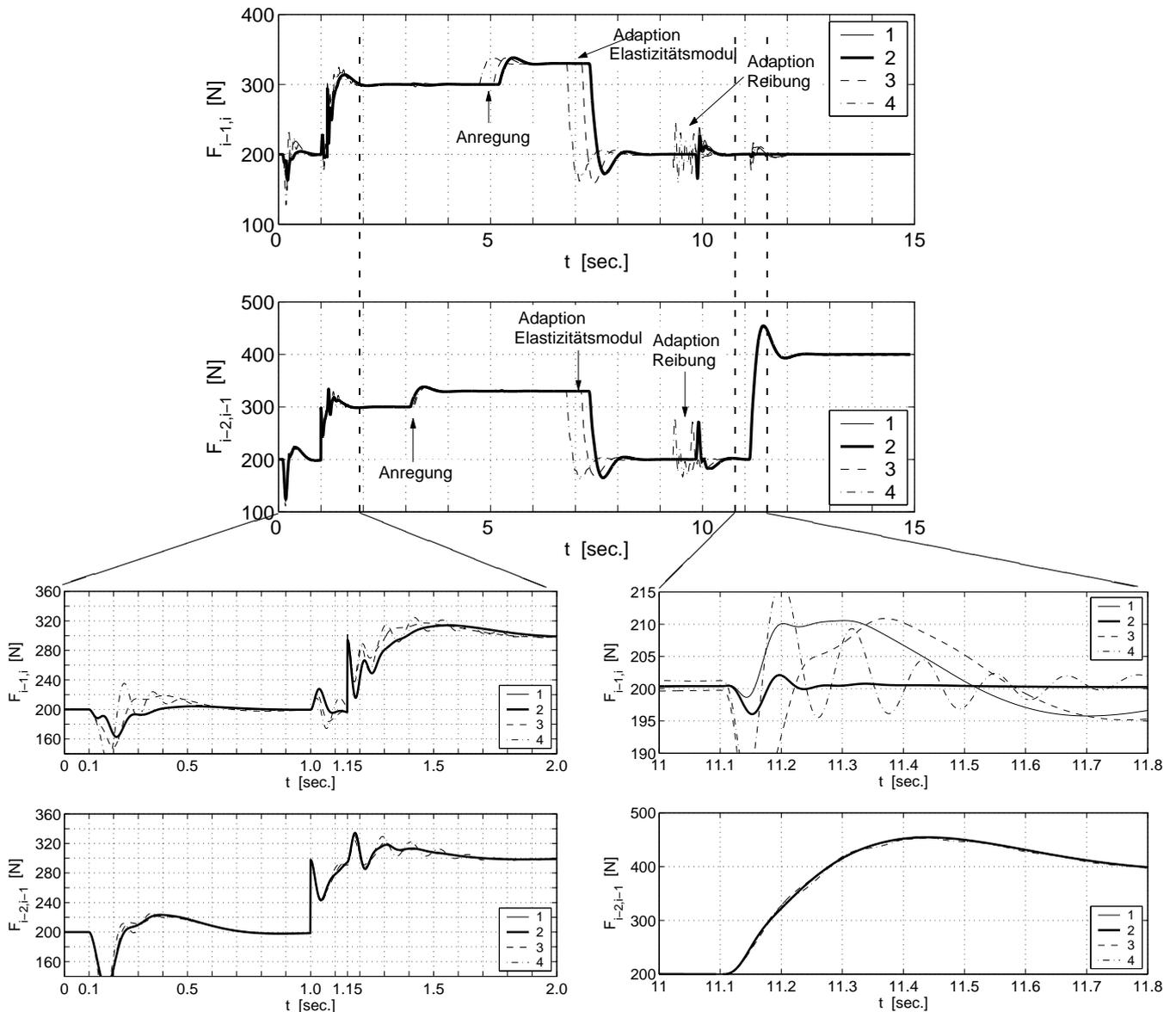


**Abbildung 7.24:** Bahnkräfte mit prädiktiver Vorsteuerung (ohne und mit Adaption) und ohne prädiktive Vorsteuerung, Bahnkraftbeobachtung mit selbsteinstellendem Beobachter nach Wolfermann/Hartel,  $T_{gl} = 10\text{msec.}$ ,  $\omega_g = 68.0825\text{rad/sec.}$ ,  $h_{p2i-1} = 10$ ,  $h_{p2i} = 20$ . Oben: gesamtes Simulationsintervall, unten: Ausschnitte  $t = 0$  bis  $2$  sec. und  $t = 11$  bis  $11.8$  sec.

Störanregungen:  $t = 0.1$  sec.:  $\Delta M_{Ri-1} = 2$  Nm,  $\Delta M_{Ri} = 3$  Nm,  
 $t = 1.0$  sec.:  $\Delta E_{i-1} = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup>,  
 $t = 1.15$  sec.:  $\Delta E_i = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup>

Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 11.1 \text{ sec.})$

- 1: prädiktive Vorsteuerung ohne Adaption,
- 2: prädiktive Vorsteuerung mit Adaption,
- 3: dynamische Störgrößenaufschaltung,
- 4: statische Störgrößenaufschaltung

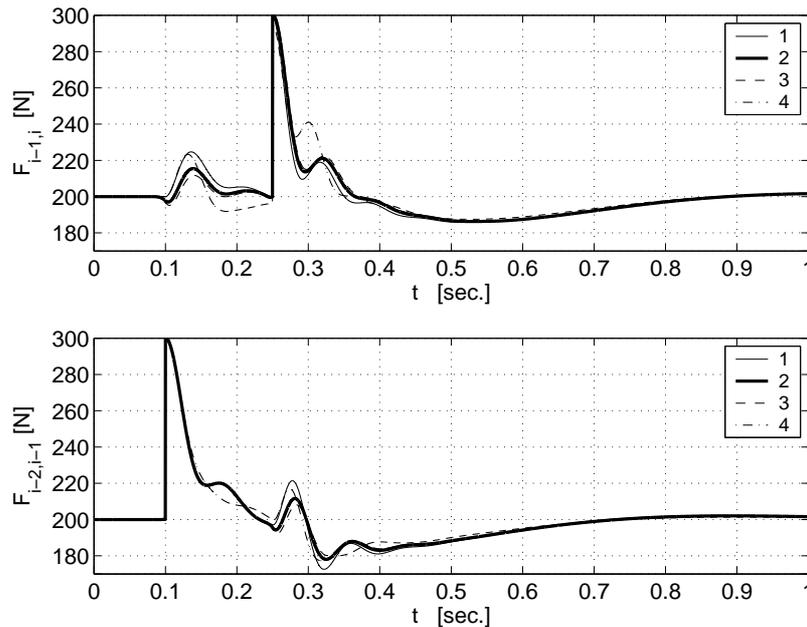


**Abbildung 7.25:** Bahnkräfte mit prädiktiver Vorsteuerung (ohne und mit Adaption) und ohne prädiktive Vorsteuerung, Bahnkraftbeobachtung mit selbsteinstellendem Beobachter nach Patri,  $T_{gl} = 10\text{msec.}$ ,  $\omega_g = 68.0825\text{rad/sec.}$ ,  $h_{p2i-1} = 10$ ,  $h_{p2i} = 20$ . Oben: gesamtes Simulationsintervall, unten: Ausschnitte  $t = 0$  bis  $2$  sec. und  $t = 11$  bis  $11.8$  sec.

Störanregungen:  $t = 0.1$  sec.:  $\Delta M_{Ri-1} = 2$  Nm,  $\Delta M_{Ri} = 3$  Nm,  
 $t = 1.0$  sec.:  $\Delta E_{i-1} = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup>,  
 $t = 1.15$  sec.:  $\Delta E_i = 4.25 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup>

Sprunganregung:  $\Delta F_{i-2,i-1}^*(t = 11.1 \text{ sec.})$

- 1: prädiktive Vorsteuerung ohne Adaption,
- 2: prädiktive Vorsteuerung mit Adaption,
- 3: dynamische Störgrößenaufschaltung,
- 4: statische Störgrößenaufschaltung

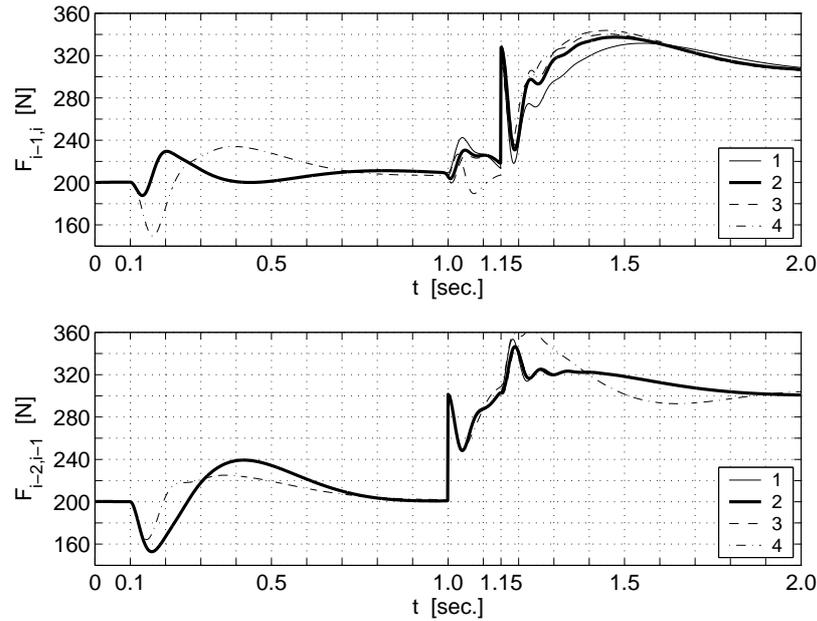


**Abbildung 7.26:** Bahnkräfte mit prädiktiver Vorsteuerung (Adaption ohne und mit Vorwissen) und ohne prädiktive Vorsteuerung, Bahnkraftbeobachtung mit Luenberger Störgrößenbeobachter für Elastizitätsmodul,  $T_{gl} = 10\text{msec.}$ ,  $\omega_g = 68.0825\text{rad/sec.}$ ,  $h_{p2i-1} = 10$ ,  $h_{p2i} = 20$   
 Störanregung:  $\Delta E_{i-1}(t = 0.1 \text{ sec.})$ ,  $\Delta E_i(t = 0.25 \text{ sec.})$   
 1: prädiktive Vorsteuerung, Adaption,  
 2: prädiktive Vorsteuerung, Adaption, Vorwissen mit -30% Fehler,  
 3: prädiktive Vorsteuerung, Adaption, Vorwissen mit 0% Fehler,  
 4: dynamische Störgrößenaufschaltung

Liegen die Ergebnisse der Parameteridentifikation jedoch vor, so können die Prädiktionsmodelle adaptiert werden. Die Ausschnitte für  $t = 11$  bis  $11.8 \text{ sec.}$  zeigen am Führungsverhalten, dass bei Anpassung der Prädiktionsmodelle an die veränderten Streckenparameter die prädiktive Vorsteuerung auch im Zusammenspiel mit den selbsteinstellenden Beobachtern hervorragendes Entkopplungsverhalten erzielen kann.

Tritt nun der Fall auf, dass der Zeitpunkt der Änderungen  $\Delta E_{i-1}$  und  $\Delta E_i$  im Voraus bekannt ist, kann dieses Vorwissen, wie in Abb. 7.11 dargestellt, in PM2 eingebracht werden. Abbildung 7.26–7.28 zeigen für die verschiedenen Beobachterkonzepte, dass selbst bei ungenauer Kenntnis der Höhe der Änderung (Kurve 2) eine weitere Verringerung des Restfehlers in  $F_{i-1,i}$  ( $0.1 \leq t \leq 0.25 \text{ sec.}$ ) und  $F_{i-2,i-1}$  ( $t \geq 0.25 \text{ sec.}$ ) bzw.  $F_{i-1,i}$  ( $1.0 \leq t \leq 1.15 \text{ sec.}$ ) und  $F_{i-2,i-1}$  ( $t \geq 1.15 \text{ sec.}$ ) erzielbar ist. Jedoch verbleiben selbst bei exakter Kenntnis (Kurve 3) von  $\Delta E_{i-1}$  und  $\Delta E_i$  in den Bahnkräften weiterhin Abweichungen, hervorgerufen durch die Approximationsfehler in PM1 und PM2. Sie können mit der prädiktiven Vorsteuerung nicht weiter reduziert werden.

Aus den Robustheitsuntersuchungen Abb. 7.22–7.28 kann gefolgert werden, dass die Empfindlichkeit der Vorhersage auf durch Parameteränderung hervorgerufene Unterschiede zwischen System- und Modellverhalten sowohl vom Eingriffspunkt als auch von der Eingriffsart (z. B. additiv oder multiplikativ) der Parameteränderung abhängt. Der Eingriffspunkt beeinflusst vor allem den Approximationsfehler (Beispiel Elastizitätsmodul) während sich die Eingriffsart auf die Notwendigkeit einer Adaption nach Abklingen der hohen Frequenzen



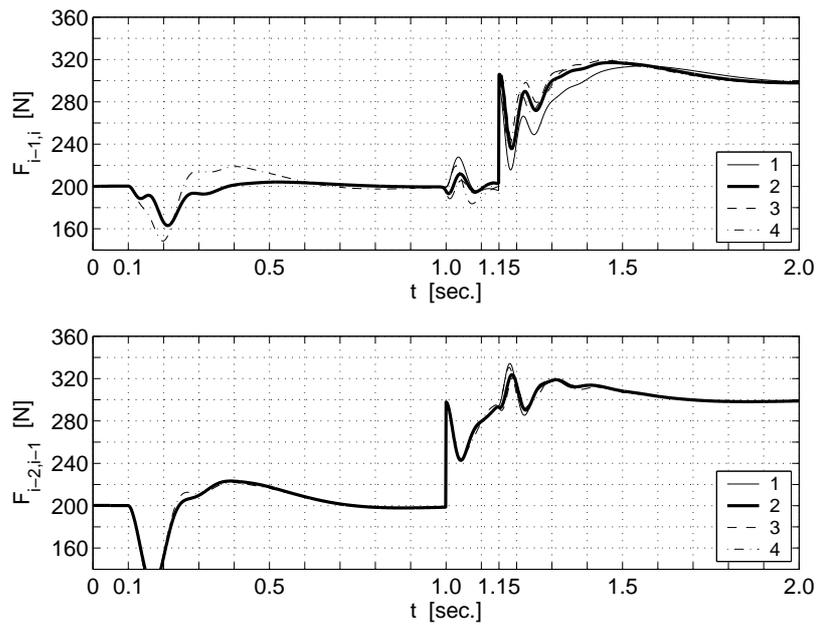
**Abbildung 7.27:** Bahnkräfte mit prädiktiver Vorsteuerung (Adaption ohne und mit Vorwissen) und ohne prädiktive Vorsteuerung, Bahnkraftbeobachtung mit selbsteinstellendem Beobachter nach Wolfertmann/Hartel,  $T_{gl} = 10 \text{ msec.}$ ,  $\omega_g = 68.0825 \text{ rad/sec.}$ ,  $h_{p2i-1} = 10$ ,  $h_{p2i} = 20$

Störanregungen:  $\Delta M_{Ri-1}, \Delta M_{Ri} (t = 0.1 \text{ sec.})$ ,  
 $\Delta E_{i-1} (t = 1.0 \text{ sec.})$ ,  $\Delta E_i (t = 1.15 \text{ sec.})$

- 1: prädiktive Vorsteuerung, Adaption,
- 2: prädiktive Vorsteuerung, Adaption, Vorwissen mit -30% Fehler,
- 3: prädiktive Vorsteuerung, Adaption, Vorwissen mit 0% Fehler,
- 4: dynamische Störgrößenaufschaltung

auswirkt (Beispiel Reibwiderstandsmoment). Sowohl von seinem Eingriffspunkt direkt auf die Bahnkraft als auch von seiner multiplikativen Eingriffsart ist der Elastizitätsmodul für die Verwendung einer prädiktiven Vorsteuerung am kritischsten.

Um die mit der prädiktiven Vorsteuerung erzielbare hohe Entkopplungsgüte auch bei Parameteränderungen zu gewährleisten, ist es sinnvoll, sowohl Reibwiderstandsmoment als auch Elastizitätsmodul zu identifizieren und in den Prädiktionsmodellen nachzuführen. Bei Einsatz selbsteinstellender Beobachter muss dabei während des ausgedehnten Identifikationszeitraums eine leicht verringerte Entkopplungsqualität in Kauf genommen werden. Speziell bei diesen Beobachterkonzepten sollte daher ein eventuell vorhandenes Vorwissen zur weiteren Verbesserung des Entkopplungsverhaltens im dynamischen Übergang herangezogen werden.



**Abbildung 7.28:** Bahnkräfte mit prädiktiver Vorsteuerung (Adaption ohne und mit Vorwissen) und ohne prädiktive Vorsteuerung, Bahnkraftbeobachtung mit selbsteinstellendem Beobachter nach Patri,  $T_{gl} = 10\text{msec.}$ ,  $\omega_g = 68.0825\text{rad/sec.}$ ,  $h_{p2i-1} = 10$ ,  $h_{p2i} = 20$   
 Störanregungen:  $\Delta M_{Ri-1}$ ,  $\Delta M_{Ri}(t = 0.1 \text{ sec.})$ ,  
 $\Delta E_{i-1}(t = 1.0 \text{ sec.})$ ,  $\Delta E_i(t = 1.15 \text{ sec.})$

- 1: prädiktive Vorsteuerung, Adaption,
- 2: prädiktive Vorsteuerung, Adaption, Vorwissen mit -30% Fehler,
- 3: prädiktive Vorsteuerung, Adaption, Vorwissen mit 0% Fehler,
- 4: dynamische Störgrößenaufschaltung

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden verschiedene Verfahren der Störgrößenaufschaltung zur Entkopplung von Mehrgrößensystemen durch Vorsteuerung behandelt. Zentrales Thema war der systematische Entwurf von statischen und dynamischen Entkopplungsnetzwerken sowie von Prädiktionsmodellen zur konventionellen Störgrößenaufschaltung als auch zur prädiktiven Vorsteuerung.

Ausgangsbasis waren antriebstechnische Großsysteme, deren Teilsysteme niedriger Ordnung über dezentrale, isoliert entworfene Teilregler geregelt werden. Bei dieser Art des Reglerentwurfs werden die Kopplungen der Teilsysteme untereinander vernachlässigt. Die Regler weisen dadurch ein unbefriedigendes Störverhalten auf, was eine Fortkopplung von Störungen über viele Teilsysteme hinweg zur Folge hat. In industriellen Großanlagen führt dieses Verhalten bisher zu einer Minderung der Produktqualität.

Ziel der Arbeit war daher die Unterstützung der isoliert entworfenen dezentralen Teilregler durch Entkopplungsnetzwerke und Prädiktionsmodelle zur verbesserten Unterdrückung von Störungen durch die Teilsystemkopplungen. Dazu wurde das Prinzip der Störgrößenaufschaltung eingesetzt, welches aufgrund seiner Unabhängigkeit vom Regelungskonzept auch nachträglich in bereits im Betrieb befindliche Regelungen integriert werden kann. Reglerparameter und Reglergrundstruktur bleiben dabei unverändert. Dadurch können die etablierten Standardverfahren auch weiterhin eingesetzt werden, was die Akzeptanz von Seiten der Industrie erhöht.

Mit der konventionellen Störgrößenaufschaltung wurde ein Verfahren vorgestellt, das die Unterstützung der isoliert entworfenen Teilregler mit Standardmethoden ermöglicht. Die statischen und dynamischen Entkopplungsnetzwerke können als Übertragungsfunktionen auf jedem digitalen Regelsystem implementiert werden. Vorteilhaft ist die sich daraus ergebende niedrige Komplexität, wodurch die zusätzlich benötigte Prozessorleistung minimiert wird.

Durch die Erweiterung der dynamischen Entkopplungsnetzwerke mit Prädiktionsmodellen wurde die konventionelle Störgrößenaufschaltung zur prädiktiven Vorsteuerung weiterentwickelt. Mit der aus der prädiktiven Regelungstechnik übernommenen Idee der Vorhersage von Zustandsgrößen konnte das Störverhalten der konventionellen Störgrößenaufschaltung nochmals verbessert werden. Kernpunkt der prädiktiven Vorsteuerung war der Ausgleich von Zeitverzögerungen, die durch das dynamische Verhalten von Messgebern und Entkopplungsnetzwerken hervorgerufen werden. Dazu wurden analytische, zeitdiskrete Prädiktionsmodelle entworfen, die durch Nachführung der Modellparameter und Nutzung von Vorwissen optimal an die Prozessereignisse adaptiert wurden. Bei Annahme realistischer Werte für die auftretenden Zeitverzögerungen konnte eine verzögerungsfreie Kompensation der Teilsystemkopplungen erreicht werden.

Als Anwendungsbeispiel wurde der Prozess der kontinuierlichen Fertigung betrachtet, der bei der Produktion und Bearbeitung von allen Arten durchlaufender Materialbahnen auftritt. Bezüglich der Regelung der betrachteten kontinuierlichen Fertigungsanlagen wurde von einer isoliert entworfenen Standard-PI-Regelung in Kaskadenstruktur ausgegangen. Sie ist aufgrund ihrer Inbetriebnahmefreundlichkeit das in der kontinuierlichen Fertigung am wei-

testen verbreitete Regelungskonzept.

Beim Entwurf der Störgrößenaufschaltung und der prädiktiven Vorsteuerung wurde besonders auf praktische Beschränkungen wie das dynamische Verhalten von Messgebern oder die sensorlose Bahnkraftregelung vor dem Hintergrund unbekannter und zeitveränderlicher Streckenparameter eingegangen. Dazu wurden realistische Modelle für ein dynamisches Messgeberverhalten sowie unterschiedliche Konzepte zur gleichzeitigen Bahnkraftbeobachtung und Parameteridentifikation vorgestellt und deren Anwendbarkeit im Rahmen der Störgrößenaufschaltung untersucht.

Durch dieses Anwendungsbeispiel konnten theoretisch erarbeitete Erkenntnisse mittels Simulation des praktischen Prozesses verifiziert werden. Anhand von experimentellen Ergebnissen, die an der Modellarbeitsmaschine für kontinuierliche Fertigung des Lehrstuhls für elektrische Antriebssysteme ermittelt wurden, wurde die Anwendbarkeit der statischen und dynamischen Störgrößenaufschaltung in der Praxis gezeigt.

Mit den vorgestellten Verfahren der konventionellen und prädiktiven Störgrößenaufschaltung wurde das dynamische Störverhalten von dezentral geregelten Mehrgrößensystemen deutlich verbessert. Das Anwendungsspektrum von Regelverfahren mit isoliertem Reglerentwurf wird damit auf Systeme erweitert, bei welchen die möglichst vollständige Unterdrückung von Störungen durch Teilsystemkopplungen im Vordergrund steht. Durch die Berücksichtigung von Beobachtern zur Zustandsrekonstruktion und Parameterschätzung werden auch Anwendungen eingeschlossen, in denen Regel- und Koppelgrößen nur eingeschränkt messbar sind, sowie unbekannt oder zeitveränderliche Prozessparameter auftreten.

Grundlegender Vorteil der in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren ist die Verbesserung des Störverhaltens speziell gegenüber Teilsystemkopplungen durch Zusatzmaßnahmen, ohne dabei die bestehende Regelung zu verändern. Etablierte Standardregelungen bleiben damit weiterhin anwendbar. Bei veränderten Produktionsbedingungen, wie z. B. höheren Bearbeitungsgeschwindigkeiten oder neuartigen Bearbeitungsmethoden, gelangen die etablierten Regelverfahren in unveränderter Form jedoch in zunehmendem Maß an die Grenzen ihrer Anwendbarkeit. Um diese Anforderungen langfristig erfüllen zu können, ist es daher essentiell, die Standardregelungen verstärkt mit Verfahren der nichtlinearen Regelungstechnik zu kombinieren und damit zu robusten und adaptiven Reglernkonzepten auszubauen, die im Zusammenspiel mit nichtlinearen Beobachtern das Anwendungsspektrum weiter verbreitern.

# A Daten und Aufbau der MODAM

In diesem Abschnitt sind die technischen Daten der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Modellarbeitsmaschine MODAM zusammengestellt. Im Folgenden werden allgemeine Daten, Daten zum Bahnsystem und Papier, zu den Antriebssystemen und zum Echtzeitsystem dSpace unterschieden. Bild A.1 zeigt die Zuordnung der Parameter und Variablen bezüglich der Papierbahn sowie ein Foto der Modellarbeitsmaschine.

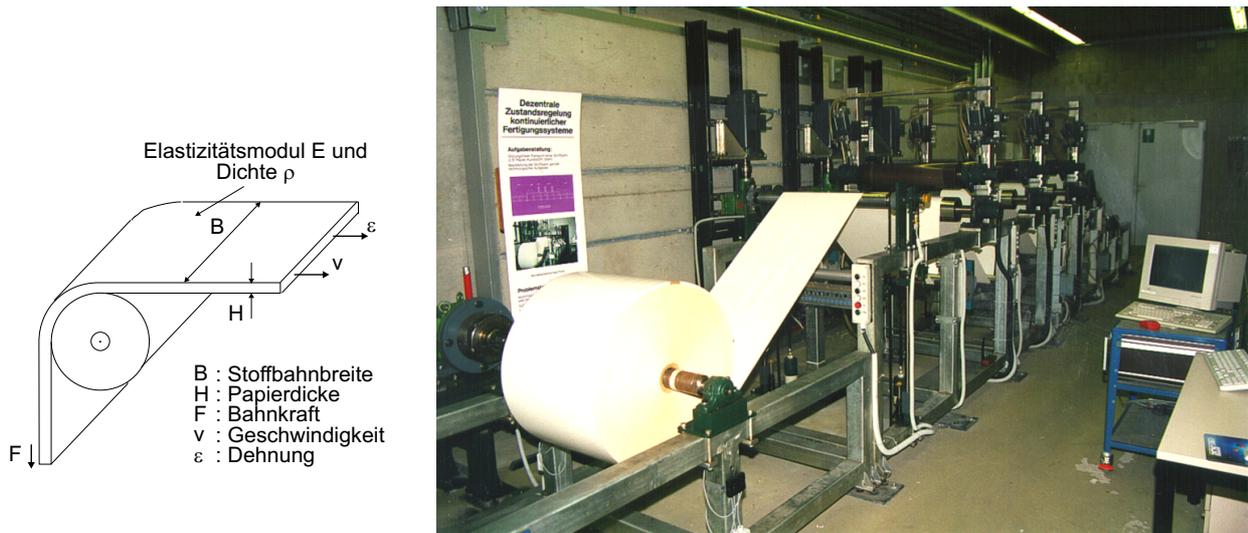


Abbildung A.1: Papierbahn (links) und Foto der Modellarbeitsmaschine (rechts)

## A.1 Allgemeine Daten

Gesamtlänge:	$L_{gesamt} = 9 \text{ m}$
maximale Transportgeschwindigkeit:	$V_{max} = V_N = 240 \text{ m/min} = 4 \text{ m/sec.}$
maximaler Bahnzug:	$F_{max} = F_N = 1000 \text{ N}$
gesamte Motorleistung:	$P_{gesamt} = 59 \text{ kW}$

## A.2 Daten zum Bahnsystem und Papier

Breite:	$B = 0.5 \text{ m}$
Dicke:	$H = 6.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
Elastizitätsmodul Papier allgemein:	$E = 0,4 - 14 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$
Elastizitätsmodul verwendetes Papier:	$E = 8.5 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$
Im Wickler gespeicherte Dehnung ( $F = 150 \text{ N}$ ):	$\varepsilon_{01} = 0.00057$
Papierdichte:	$\rho = 1170 \text{ kg/m}^3$
Flächengewicht des Papiers:	$m_A = 70 \text{ g/m}^2$
Maximale Dehnung:	$\varepsilon_{max} \approx 0.0039$
Länge der freien Stoffbahn zwischen ...	

Wickler 1 und Leitantrieb:	$L_{12}(R)$	=	2.93... 3.04 m
Leitantrieb und Folgeantrieb 1:	$L_{23}$	=	1.95 m
Folgeantrieb 1 und Folgeantrieb 2:	$L_{34}$	=	1.95 m
Folgeantrieb 2 und Wickler 2:	$L_{45}(R)$	=	4.21... 4.36 m

### A.3 Daten des Wickler–Antriebssystems

Motornennleistung:	$P_N$	=	22 kW
Motornennstrom:	$I_N$	=	51.5 A
Motornennspannung:	$U_N$	=	340 V
Motornennmoment:	$M_{iN}$	=	140 Nm
Motorenndrehzahl:	$N_{0N}$	=	1500 1/min= 25.0 1/sec.
max. Motordrehzahl:	$N_{max}$	=	3056 1/min= 50.93 1/sec.
Motornennfrequenz:	$f_N$	=	50 Hz
Ersatzzeitkonstante Momentenregelung:	$T_{el}$	=	3 msec.
Getriebeübersetzung:	$\ddot{u}$	=	4
max. Wicklerradius:	$R_{max}$	=	0.5 m
min. Wicklerradius:	$R_{min}$	=	0.05 m

### A.4 Daten der Antriebssysteme Antriebe 2, 3 und 4

Motornennleistung:	$P_N$	=	8.5 kW
Motornennstrom:	$I_N$	=	24.5 A
Motornennspannung:	$U_N$	=	340 V
Motornennmoment:	$M_{iN}$	=	40 Nm
Motorenndrehzahl:	$N_{0N}$	=	1506 1/min= 25.1 1/sec.
Motornennfrequenz:	$f_N$	=	510 Hz
Ersatzzeitkonstante Momentenregelung:	$T_{el}$	=	3 msec.
Getriebeübersetzung:	$\ddot{u}$	=	3
Antriebswalzenradius:	$R_{2,3,4}$	=	0.0785 m
gesamtes Trägheitsmoment aus Motor, Walzen, Getriebe, Achsen, Anpresswalzen(motorbezogen):	$J$	=	0.073 kgm <sup>2</sup>
max. Anpressdruck der Klemmwalzen:	$p_{max}$	=	6.5 bar

### A.5 Daten des Regelsystems dSpace

Anzahl der Prozessoren:	2
Taktrate (Master):	40 MHz
Taktrate (Slave):	500 MHz
Bitanzahl (Master):	32 Bit
Bitanzahl (Slave):	64 Bit
Abtastzeit:	$T_S = 1.25$ msec.

## A.6 Teilkomponenten des Versuchsstandes

In Abb. A.2 ist der Aufbau der gesamten Anlage und das Zusammenspiel der einzelnen Komponenten dargestellt. Diese sollen im Folgenden kurz beschrieben werden.

### Regel- und Steuersystem SIMADYN-D

SIMADYN D ist ein digitales, frei projektierbares und modular aufgebautes Regelungssystem, das in erster Linie für die Antriebstechnik konzipiert wurde. Mit Hilfe der großen Anzahl von Logikbausteinen können auch größere Steuerungen entworfen werden. Im einzelnen beinhaltet dies zyklische Steuer- und Regelungsaufgaben, alarmgesteuerte Steuerungsaufgaben, arithmetische Berechnungen mit Gleitkommazahlen sowie Protokoll- und Kommunikationsaufgaben.

SIMADYN D wird über die grafische Sprache STRUC G programmiert, die compilierten Programme werden auf EPROM-Karten geladen und den Prozessoren zugeführt. SIMADYN D hat in dieser Anlage lediglich Überwachungs- und Freigabefunktion (Nothalt, Reglerfreigabe, Gruppen- Einzelbetrieb, Walzen heben und senken), alle Regelalgorithmen werden auf dem Echtzeitsystem dSpace ausgeführt. Die Bedienung von SIMADYN D erfolgt über das Bediensystem COROS LS-B.

### Echtzeitsystem dSpace

Alle Regelalgorithmen laufen auf dem Echtzeitsystem dSpace ab. Die Motordrehzahlen und Bahnkräfte werden über Eingabekarten eingelesen, die Sollmomente werden an den Umrichter SIMODRIVE als Analogsignale ausgegeben. dSpace erhält von SIMADYN D die Freigabesignale für die einzelnen Regler.

Das dSpace-System besteht aus einem Master Prozessor (TI-C40, 32 Bit, 40 MHz), der die gesamte Ein- Ausgabe steuert und einem Slave Prozessor (DEC Alpha, 64 Bit, 500 MHz), auf dem alle sonstigen Algorithmen ablaufen. Zusätzlich sind AD-Wandlerkarten zum Einlesen der Bahnkräfte, DA-Wandlerkarten zur Ausgabe der Sollmomente, digitale Eingabekarten zum Einlesen der Freigabesignale aus SIMADYN D und Encoder-Auswertekarten zum Abfragen der Inkrementalgeber (Positionsmessung) der Asynchronmaschinen vorhanden. Die Prozessoren und Peripheriekarten kommunizieren über ein schnelles Bussystem (PHS-Bus).

Das Echtzeitsystem dSpace wird über den Host-PC programmiert, bedient und beobachtet. Die Regelalgorithmen können in Simulink entwickelt werden und mittels des Real-Time-Workshop und eines C-Compilers in lauffähigen Code übersetzt werden. Das lauffähige Programm wird anschließend über einen ISA-Bus Extender auf die beiden Prozessoren von dSpace geladen.

Die Bedienung und Beobachtung des dSpace Echtzeitsystems erfolgt über die auf dem Host-PC ablaufende Software ControlDesk. Damit lassen sich alle Sollwerte und Parameter verändern, sowie Messwerte grafisch darstellen und auf der Festplatte zur Weiterverarbeitung (z.B. in MATLAB) speichern.

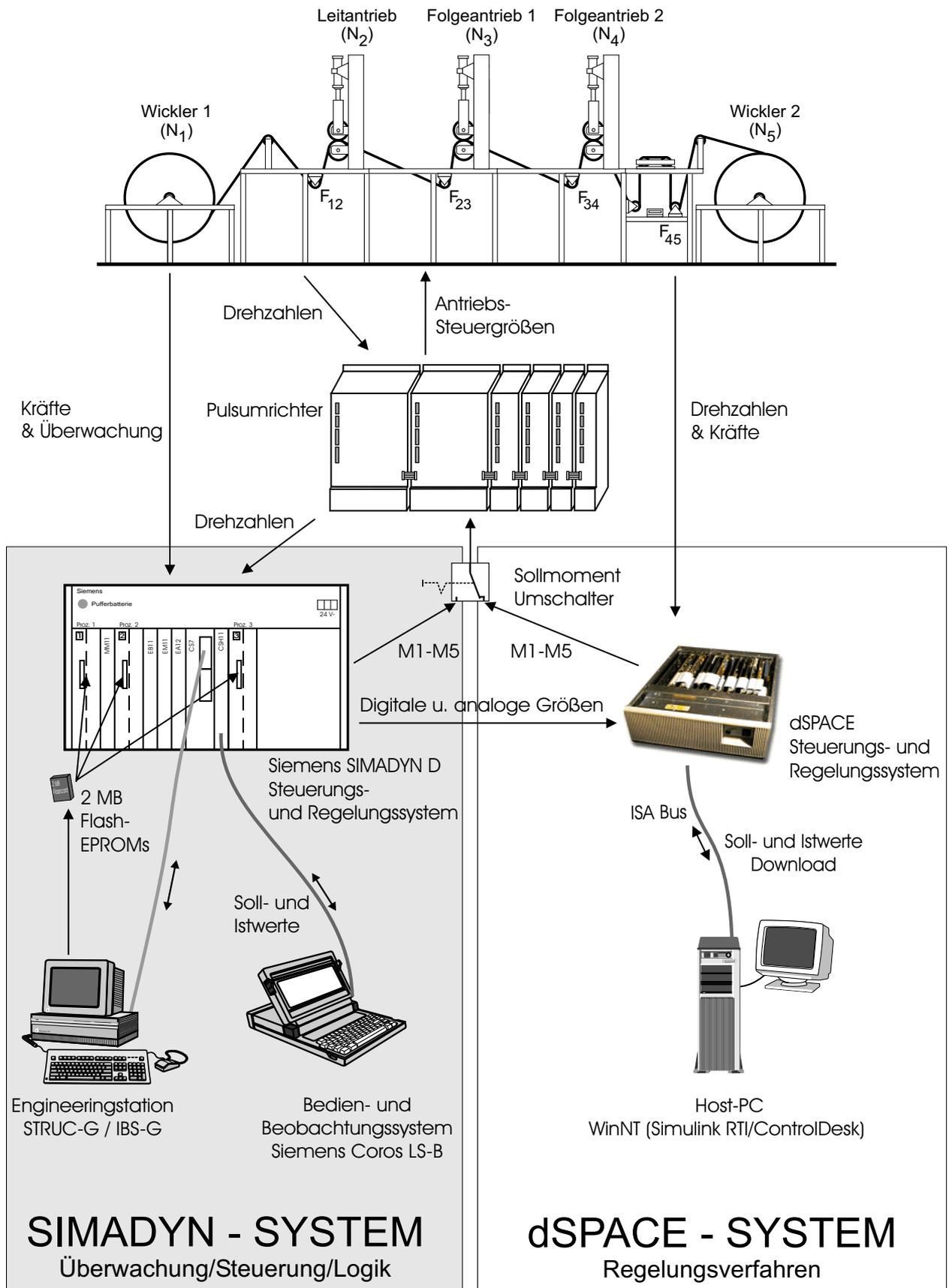


Abbildung A.2: Komponenten zur Regelung und Steuerung der MODAM

# Bezeichnungen

## Typografische Kennzeichnungen

Vektoren	unterstrichene Kleinbuchstaben	z. B. $\underline{x}$
Matrizen	Großbuchstaben in Fettschrift	z. B. $\mathbf{A}$
Geschätzte Größen	versehen mit $\hat{\phantom{x}}$	z. B. $\hat{x}$
Transponierte einer Matrix oder eines Vektors	versehen mit $^T$	z. B. $\mathbf{A}^T$
Stationärer Wert einer Größe	versehen mit $_0$	z. B. $\underline{x}_0$
Größen des Restsystems	versehen mit $_R$	z. B. $\underline{x}_R$
Größen des Reibungsbeobachters	versehen mit $_R$	z. B. $\xi_R$
Größen des Elastizitätsmodulbeobachters	versehen mit $_E$	z. B. $\xi_E$
Größen des Teilsystems, -beobachters, -reglers	versehen mit $_i$	z. B. $\underline{x}_i$
Koppelgrößen	versehen mit $_K$	z. B. $\underline{u}_K$
Zeitliche Ableitung höherer Ordnung einer Größe	versehen mit $^{(m)}$	z. B. $y^{(m)}$
Gemessene Größen	versehen mit $_m$	z. B. $F_{i-1,im}$
Genäherte Größen	versehen mit $\tilde{\phantom{x}}$	z. B. $\tilde{y}$

## Abkürzungen

BO	Betragsoptimum
DO	Dämpfungsoptimum
EPC	Eingriffspunkt des Kompensationssignals im Teilregler
EPD	Eingriffspunkt des Koppelsignals im Teilsystem
FILO	First-In-Last-Out
Im	Imaginärteil
MIMO	Mehrgrößensysteme, <b>M</b> ultiple <b>I</b> nput <b>M</b> ultiple <b>O</b> utput-Systeme
PM1	Prädiktionsmodell zur Kompensation von Messgeber/Beobachter-Verzögerungen
PM2	Prädiktionsmodell zur Kompensation von Verzögerungen im Entkopplungsnetzwerk
Re	Realteil
SISO	Eingrößensysteme, <b>S</b> ingle <b>I</b> nput <b>S</b> ingle <b>O</b> utput-Systeme
SO	Symmetrisches Optimum

## Formelzeichen

$\delta$	relativer Grad
$\underline{\delta}$	Approximationsgröße

$\Delta$	Höhe einer sprungförmigen Änderung
$\varepsilon$	Dehnung
$\vartheta$	Temperatur
$\kappa$	Ordnung des Tiefpassfilters
$\lambda$	Eigenwert
$\Lambda$	Matrix der Eigenwerte
$\underline{\xi}$	Vektor der nachgebildeten Störgrößen
$\rho$	Dichte
$\sigma$	Bahnspannung
$\Phi$	Ausgangsmatrix des Störmodells
$\varphi$	Phase, Winkel
$\Psi$	Zustandsmatrix des Störmodells
$\omega$	Kreisfrequenz
$\omega_g$	Grenzkreisfrequenz
$A_0$	Querschnittsfläche
$\mathbf{A}$	Systemmatrix
$\mathbf{A}_{ii}$	Systemmatrix des Teilsystems $i$
$\mathbf{b}, \mathbf{B}$	Eingangsvektor, Eingangsmatrix
$\mathbf{B}_K$	Koppeleingangsmatrix
$\mathbf{B}_S$	Steuereingangsmatrix
$\underline{c}^T, \mathbf{C}$	Ausgangsvektor, Ausgangsmatrix
$c_i$	Federsteifigkeit am Teilsystem $i$ , Kompensationssignal $i$
$c_1, c_2$	Filterkoeffizienten
$\mathbf{C}_K$	Koppelausgangsmatrix
$\mathbf{C}_M$	Messausgangsmatrix
$\mathbf{C}^*$	Ausgangsmatrix bei Entkoppelbarkeitsbedingung
$d_i$	Mechanische Dämpfung am Teilsystem $i$
$\mathbf{D}^*$	Matrix der Durchschaltvektoren bei Entkoppelbarkeitsbedingung
$\underline{e}$	innerer Beobachterfehler
$E$	Elastizitätsmodul
$\mathbf{E}$	Einheitsmatrix
$F$	Bahnkraft
$F^*$	Bahnkraftsollwert
$G(s)$	Übertragungsfunktion
$G_C(s)$	Übertragungsfunktion des Tiefpassfilters im Entkopplungsnetzwerk
$\mathbf{G}$	Beobachtermatrix beim Störgrößenbeobachter

$h_p$	Prädiktionshorizont
<b>H</b>	Beobachtermatrix
$j$	Eulersche Zahl
$J$	Gütefunktional, Gesamtträgheitsmoment
$J_W$	Trägheitsmoment der Antriebswalze
$J_M$	Motorträgheitsmoment
$k$	Koeffizient von <b>K</b> , aktueller Abtastzeitpunkt
<b>K</b>	Reglerrückführmatrix
$L$	Bahnlänge, Anzahl der Abtastwerte bei gleitender Mittelwertbildung
$m$	Anzahl der Stelleingänge, Anzahl der Hauptregelgrößen, Ordnung des Zählerpolynoms
$M$	Motormoment
$M_C$	vom Federelement übertragenes Wellenmoment
$M_D$	vom Dämpferelement übertragenes Wellenmoment
$M_R$	Reibwiderstandsmoment (auf den Motor bezogen)
$M_W$	Widerstandsmoment (auf den Motor bezogen)
<b>M</b>	Zustandsmatrix des Abschlussmodells
$n$	Anzahl der Zustandsgrößen, Polynomordnung
$n_{rg}$	Anzahl der rückgeführten Streckenzustandsgrößen
$N$	Anzahl der Ein- Ausgangsgruppen, Anzahl der Teilsysteme, Motordrehzahl
<b>N</b>	Eingangsmatrix des Abschlussmodells
$p$	Anzahl der Messgrößen
$p_K$	Anzahl der Koppelausgänge
<b>P<sub>ij</sub></b>	Koppelmatrix
$q$	Anzahl der Prozess-Störgrößen
$q_K$	Anzahl der Koppelingänge
<b>Q<sub>B</sub></b>	Beobachtbarkeitsmatrix
<b>Q<sub>S</sub></b>	Steuerbarkeitsmatrix
$\underline{r}$	Vektor der Störgrößen
$r$	Störgröße
$R$	Radius der Antriebswalze
$T$	Zeitkonstante
$T_t$	(approximative) Totzeit
$T_{gl}$	Zeitkonstante Tiefpassfilter
$T_g$	Glättungszeitkonstante

---

$\ddot{u}$	Getriebeübersetzungsfaktor
$\underline{u}$	Eingangsvektor
$\underline{u}_K$	Koppeleingangsvektor
$\underline{u}_S$	Steuereingangsvektor
$\mathbf{U}$	Ausgangsmatrix des Abschlussmodells
$v$	Anzahl der Reglerzustandsgrößen bei dynamischer Ausgangsrückführung
$\mathbf{V}$	Modalmatrix
$V$	Bahngeschwindigkeit
$\underline{x}$	Zustandsvektor
$\underline{x}_r$	reduzierter Zustandsvektor
$\underline{x}_A$	Zustandsvektor des Abschlussmodells
$\underline{x}_\rho$	transformierter reduzierter Zustandsvektor
$\underline{x}_{GRr}$	Zustandsvektor des Entkopplungsnetzwerks
$\underline{x}_{\text{Regelung}}$	Zustandsvektor der Regelung
$\underline{x}_{\text{Strecke}}$	Zustandsvektor der Strecke
$\mathbf{X}$	Störeingriffsmatrix
$\underline{y}$	Ausgangsvektor
$\underline{y}_M$	Messgrößenvektor
$\underline{y}_K$	Koppelausgangsvektor
$\underline{y}^*$	Vektor der Ausgangsgrößen–Ableitungen
$\underline{z}$	Zustandsvektor des modaltransformierten Systems
$\mathbf{Z}$	Durchgriffsmatrix des Abschlussmodells

# Literaturverzeichnis

## Bücher und Skripten

- [1] J.-J. ACHENBACH:  
*Analoge und digitale Filter und Systeme.*  
Band 1: Grundlagen, BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim Leipzig Wien, 1992.
- [2] J. ACKERMANN:  
*Abtastregelung.*  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1988.
- [3] G.F. BRYANT, L.F. YOUNG:  
*Multivariable Control System Design Techniques.*  
John Wiley & Sons, Chichester New York Singapore, 1996.
- [4] O. FÖLLINGER:  
*Regelungstechnik.*  
Hüthig Buch Verlag, Heidelberg, 1994.
- [5] O. FÖLLINGER:  
*Optimierung dynamischer Systeme.*  
R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1985.
- [6] P. HIPPE, CH. WURMTALER:  
*Zustandsregelung.*  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1985.
- [7] L. P. HUELSMAN:  
*Active and Passive Analog Filter Design.*  
McGraw-Hill, USA, 1993.
- [8] R. ISERMANN:  
*Digitale Regelsysteme, Band 1.*  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1988.
- [9] U. KORN, H.-H. WILFERT:  
*Mehrgößenregelungen.*  
VEB Verlag Technik, Berlin, (Vertrieb durch Springer Verlag, Wien New York), 1982.
- [10] P. LANCASTER, M. TISMENETSKY:  
*The Theory of Matrices.*  
Aus der Reihe: Computer Science and Applied Mathematics,  
2. Auflage, Academic Press, London Sydney Tokio, 1985.
- [11] LEM:  
*Strom- und Spannungswandler für industrielle Anwendungen.*  
Industriewandler-Katalog Ausgabe 2001/2002, herausgegeben von LEM Components,  
Genf, Schweiz 2001.

- [12] LEM:  
*Galvanisch getrennte Strom- und Spannungswandler: Eigenschaften, Anwendungen, Dimensionierung.*  
herausgegeben von LEM Unternehmens-Kommunikation, Genf, Schweiz 1999.
- [13] L. LITZ:  
*Dezentrale Regelung.*  
R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1983.
- [14] G. LUDYK:  
*Theoretische Regelungstechnik 1.*  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1995.
- [15] G. LUDYK:  
*Theoretische Regelungstechnik 2.*  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1995.
- [16] J. LUNZE:  
*Regelungstechnik 1.*  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1996.
- [17] J. LUNZE:  
*Regelungstechnik 2.*  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1997.
- [18] U. MARMANN:  
*Dezentralisierung in der Antriebstechnik.*  
Verlag Moderne Industrie, Landsberg/Lech, 2002.
- [19] M. MEYER:  
*Signalverarbeitung.*  
2. Auflage, Vieweg Verlag, Braunschweig Wiesbaden, 2000.
- [20] K. S. NARENDRA, A. M. ANNASWAMY:  
*Stable Adaptive Systems.*  
Prentice-Hall, Englewood Cliffs New Jersey, USA, 1989.
- [21] E. MOSCA:  
*Optimal, Predictive and Adaptive Control.*  
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1995.
- [22] A. V. OPPENHEIM, A. S. WILLSKY:  
*Signals and Systems.*  
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1983
- [23] P. C. MÜLLER:  
*Stabilität und Matrizen.*  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1977.
- [24] M. PAPAGEORGIU:  
*Optimierung.*  
R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1991.

- [25] W. WOLFERMANN:  
*Regelung antriebstechnischer Großsysteme 1*  
Skriptum zur Vorlesung, Lehrstuhl für elektrische Antriebstechnik, Technische Universität München, 2002.
- [26] W. WOLFERMANN:  
*Regelung antriebstechnischer Großsysteme 2*  
Skriptum zur Vorlesung, Lehrstuhl für elektrische Antriebstechnik, Technische Universität München, 2002.
- [27] G. SCHMIDT:  
*Grundlagen der Regelungstechnik.*  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1994.
- [28] G. SCHMIDT:  
*Regelungs und Steuerungstechnik 2*  
Skriptum zur Vorlesung, Lehrstuhl für Regelungs- und Steuerungstechnik, Technische Universität München, 2000.
- [29] J. M. MARTÍN SÁNCHEZ, J. RODELLAR:  
*Adaptive Predictive Control: From the concepts to plant optimization*  
Prentice-Hall, London New York Toronto, 1996.
- [30] G. SCHULZ:  
*Regelungstechnik: Mehrgrößenregelung – Digitale Regelungstechnik – Fuzzy-Regelung.*  
R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 2002.
- [31] D. SCHRÖDER:  
*Elektrische Antriebe – Regelung von Antriebssystemen.*  
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2001.
- [32] E. SCHRÜFER:  
*Elektrische Messtechnik.*  
5. Auflage, Carl Hanser Verlag, München Wien, 1992.
- [33] E. SCHRÜFER:  
*Signalverarbeitung.*  
2. Auflage, Carl Hanser Verlag, München Wien, 1992.
- [34] D. SILJAK:  
*Decentralized Control of Complex Systems.*  
Academic Press, Inc., New York London Tokio, 1991.
- [35] S. SKOGESTAD, I. POSTLETHWAITE:  
*Multivariable Feedback Control.*  
John Wiley & Sons, Chichester New York Singapore, 1996.
- [36] H. TOLLE:  
*Mehrgrößen-Regelkreissynthese, Band 1 Grundlagen und Frequenzbereichsverfahren.*  
R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1983.

## Dissertationen und Diplomarbeiten

- [37] M. BECHERER:  
*Entwurf und Implementierung von statischen und dynamischen Netzwerken zur Entkopplung von kontinuierlichen Fertigungsanlagen.*  
Studienarbeit am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München, Deutschland, 2003.
- [38] G. BRANDENBURG:  
*Über das dynamische Verhalten durchlaufender elastischer Stoffbahnen bei Kraftübertragung durch Coulomb'sche Reibung in einem System angetriebener, umschlungener Walzen.*  
Dissertation, Technische Universität München, Deutschland, 1971.
- [39] TH. FRENZ:  
*Stabile Neuronale Online Identifikation und Kompensation statischer Nichtlinearitäten am Beispiel von Werkzeugmaschinenanschubantrieben.*  
Dissertation, Technische Universität München, Deutschland, 1998.
- [40] G. HARTEL:  
*Entwurf einer dezentralen Zustandsregelung mit Entkopplung und Realisierung von selbsttätigen korrigierten Bahnkraftbeobachtern mit Mikrorechnern bei Systemen mit durchlaufenden Stoffbahnen.*  
Diplomarbeit am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München, Deutschland, 1988.
- [41] CH. HINTZ:  
*Identifikation nichtlinearer mechatronischer Systeme mit strukturierten rekurrenten Netzen.*  
Dissertation, Technische Universität München, Deutschland, 2003.
- [42] S. HOFMANN:  
*Identifikation von nichtlinearen mechatronischen Systemen auf der Basis von Volterra-Reihen.*  
Dissertation, Technische Universität München, Deutschland, 2003.
- [43] W. HOEGER:  
*Ein Beitrag zur Systemdynamik von Wickelantrieben unter Berücksichtigung elastischer Kopplungen.*  
Dissertation, Technische Universität München, Deutschland, 1986.
- [44] A. KLOR:  
*Entwurf und Implementierung einer neuronalen Regelung für kontinuierliche Fertigungsanlagen.*  
Diplomarbeit am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München, Deutschland, 1997.
- [45] U. KONGORSKI:  
*Ein direktes Verfahren zum Entwurf strukturbeschränkter Zustandsrückführungen durch Polvorgabe.*  
VDI Fortschrittsberichte, Reihe 8: Mess-, Steuerungs-, und Regelungstechnik, Nr. 156, 1987.

- [46] D. KOS:  
*Entkopplung von Mehrgrößensystemen durch prädiktive Vorsteuerung ohne Entkopplungsnetzwerke.*  
Diplomarbeit am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München, Deutschland, 2002.
- [47] U. LENZ:  
*Lernfähige neuronale Beobachter für eine Klasse nichtlinearer dynamischer Systeme und ihre Anwendung zur intelligenten Regelung von Verbrennungsmotoren.*  
Dissertation, Technische Universität München, Deutschland, 1998.
- [48] TH. PATRI:  
*Regelung von kontinuierlichen Fertigungsanlagen.*  
Dissertation, Technische Universität München, Deutschland, 2003.
- [49] H. PECHER:  
*Entwurf dezentraler Regelungen und Beobachter mit Zustands- und Fuzzyreglern bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen mit hoher Teilsystemzahl.*  
Diplomarbeit am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München, Deutschland, 1994.
- [50] M. RAU:  
*Nichtlineare modellbasierte prädiktive Regelung auf Basis lernfähiger Zustandsraummodelle.*  
Dissertation, Technische Universität München, Deutschland, 2003.
- [51] R. SCHAFROTH:  
*Entwurf und experimentelle Untersuchung neuer Regelungen mit dem digitalen Regelsystem SIMADYN D für kontinuierliche Fertigungsanlagen.*  
Diplomarbeit am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München, Deutschland, 1996.
- [52] S. STRAUB:  
*Entwurf und Validierung neuronaler Beobachter zur Regelung nichtlinearer dynamischer Systeme im Umfeld antriebstechnischer Problemstellungen.*  
Dissertation, Technische Universität München, Deutschland, 1998.
- [53] D. STROBL:  
*Identifikation nichtlinearer mechatronischer Systeme mittels neuronaler Beobachter.*  
Dissertation, Technische Universität München, Deutschland, 1999.
- [54] W. UNTERSWEG:  
*Prüfstand zur Messung mechanischer Größen.*  
Diplomarbeit am Institut für Elektrische Messtechnik und Messsignalverarbeitung, Technische Universität Graz, 1999.
- [55] F. WINKLER:  
*Entwurf und Simulation von selbsteinstellenden Störgrößenbeobachtern zur Entkopplung von kontinuierlichen Fertigungsanlagen durch prädiktive Vorsteuerung.*  
Bachelorarbeit am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München, Deutschland, 2003.

## Aufsätze und Berichte

- [56] J. ACKERMANN:  
*Entwurf durch Polvorgabe.*  
Regelungstechnik 25 (1977), pp. 173–179 und pp. 209–215.
- [57] A. ANGERMANN, M. AICHER, D. SCHRÖDER:  
*Time-Optimal Tension Control for Processing Plants with Continuous Moving Webs.*  
Proceedings of IEEE Industry Applications Conference IAS, Rom, Italien, 2000, vol. 5, pp. 3505–3511.
- [58] A. ANGERMANN, D. SCHRÖDER:  
*Delay-Aware Prediction for Decoupling of Multivariable Control Systems.*  
Proceedings of PCIM Conference, Nürnberg, Deutschland, 2002.
- [59] A. ANGERMANN, D. SCHRÖDER:  
*Delay-Aware Prediction for Decoupling of Multivariable Control Systems with Observers.*  
Proceedings of IEEE Control Applications Conference CCA, Istanbul, Türkei, 2003, pp. 1082–1087.
- [60] B. BOULTER:  
*Estimating Modulus of Elasticity, Torque Loss, and Tension Using an Extended Kalman Filter.*  
International Conference on Web Handling IWEB, Stillwater, Oklahoma, USA, 1999.
- [61] P. FALB, W.A. WOLOVICH:  
*Decoupling in the Design and Synthesis of Multivariable Control Systems.*  
IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC12, no. 6, 1967, pp. 651–659.
- [62] M. FEILER, CHR. WESTERMAIER, D. SCHRÖDER:  
*Adaptive Speed Control of a Two-Mass System*  
Proceedings of IEEE Control Applications Conference CCA, Istanbul, Türkei, 2003, pp. 1112–1117.
- [63] H. KOÇ, D. KNITTEL, M. DE MATHELIN, G. ABBA:  
*Modeling and Robust Control of Winding Systems for Elastic Webs.*  
IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 10, no. 2, March 2002, pp. 197–208.
- [64] D. KNITTEL, D. GIGAN, E. LAROCHE:  
*Robust Decentralized Overlapping Control of Large Scale Winding Systems.*  
Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, Alaska, USA, 2002.
- [65] D. KNITTEL, D. GIGAN, E. LAROCHE, H. KOÇ:  
*Tension Control for Winding Systems with Two-Degree-of-Freedom  $H_\infty$  Control.*  
IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 39, no. 1, Jan./Feb. 2003, pp. 113–120.
- [66] J. LUNZE:  
*Übersicht über die Verfahren zum Entwurf dezentraler Regler für lineare zeitinvariante Systeme.*  
Messen, Steuern, Regeln (msr), Nr. 23, Heft 6, 1980, pp. 315–322.

- [67] K. S. NARENDRA, S. MUKHOPADHYAY:  
*Adaptive Control of Nonlinear Multivariable Systems Using Neural Networks.*  
Neural Networks, vol. 7, no. 5, 1994, pp. 737–752.
- [68] TH. PATRI, W. WOLFERMANN, D. SCHRÖDER:  
*The Usage of Decentralized Observers in Continuous Moving Webs.*  
Proceedings of Pulp and Paper Industry Technical Conference, Portland, Oregon, USA,  
2001, pp. 147–154.
- [69] G. ROPPENECKER, P. KOCHER:  
*Vollständige Modale Synthese optimaler Zustandsregelungen.*  
Automatisierungstechnik at, 36. Jahrgang, Heft 8/1988, pp. 295–300.
- [70] G. ROPPENECKER, B. LOHMANN:  
*Vollständige Modale Synthese von Entkopplungsregelungen.*  
Automatisierungstechnik at, 36. Jahrgang, Heft 11/1988, pp. 434–441.
- [71] H. H. ROSENBROCK:  
*Distinctive Problems of Process Control.*  
Chemical Engineering Progress 58 (1962), pp. 43–50.
- [72] W. WOLFERMANN, D. SCHRÖDER:  
*New Decentralized Control in Processing Machines with Continuous Moving Webs.*  
International Conference on Web Handling IWEB, Stillwater, Oklahoma, USA, 1993.
- [73] W. WOLFERMANN:  
*Dezentrale Regelungen bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen.*  
antriebstechnik, Vol. 33 (1994), Nr. 3, pp. 65–69.
- [74] W. WOLFERMANN:  
*Tension Control of Webs - A Review of the Problems and Solutions in the Present and Future.*  
International Conference on Web Handling IWEB, Stillwater, Oklahoma, USA, 1995.
- [75] W. WOLFERMANN:  
*Sensorless Tension Control of Webs.*  
International Conference on Web Handling IWEB, Stillwater, Oklahoma, USA, 1997.
- [76] W. A. WOLOVICH:  
*Output Feedback Decoupling.*  
IEEE Transactions on Automatic Control, 1975, vol. AC-20, pp. 148–149.