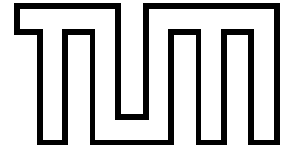


Technische Universität München
Physik Department
Institut für Theoretische Physik T30d
Univ.-Prof. Dr. M. Lindner



**Messung der
fundamentalen Neutrinoparameter
mittels Long-Baseline-Oszillationsexperimenten
an zukünftigen Neutrino Fabriken**

Dipl.-Phys. Univ. Martin Freund

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Physik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr. F. von Feilitzsch

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr. M. Lindner
2. Univ.-Prof. Dr. A. J. Buras
3. Univ.-Prof. Dr. P. Ring (schriftliche Beurteilung)

Die Dissertation wurde am 17.04.2002 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Physik am 28.05.2002 angenommen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Rahmen	1
1.2	Aufbau der Arbeit	4
2	Motivation	7
2.1	Die Symmetrien P , CP und CPT	7
2.1.1	P -Verletzung	7
2.1.2	CP -Verletzung	7
2.1.3	CPT -Verletzung	8
2.2	Baryogenese: Asymmetrie von Materie und Antimaterie	8
2.3	CP -Verletzung im System der K - und B -Mesonen	9
2.3.1	Direkte und indirekte CP -Verletzung im System der K -Mesonen	10
2.3.2	Seltene Kaon-Zerfälle $K \rightarrow \pi\nu\bar{\nu}$	12
2.3.3	CP -Verletzung im System der neutralen B -Mesonen	12
2.4	Das solare Neutrino Defizit	13
2.4.1	Solare Neutrinoexperimente	13
2.4.2	Neutrinooszillation als Lösung des solaren Neutrino problems .	15
2.5	Die atmosphärische Neutrinoanomalie	19
3	Grundlagen	23
3.1	Neutrinomassen	23
3.1.1	Theorie der Neutrinomassen	23
3.1.2	Experimentelle obere Schranken für Neutrinomassen	28
3.2	Sterile Neutrinos	30
3.3	Neutrinooszillation	33
3.3.1	Neutrino-Übergangswahrscheinlichkeiten	33
3.3.2	CP -Verletzung im 3-Neutrino-Szenario	35
3.3.3	Hierarchie der Neutrinomassen	35
3.3.4	Grenzfälle im 3-Neutrino-Szenario	36

3.4	Neutrinooszillation in Materie	38
3.5	Die Symmetrien CP , T und CPT in Neutrinooszillationen	39
4	Analytische Näherungsformeln für Neutrinooszillation in Materie	42
4.1	Mischungsparameter in Materie	42
4.1.1	Berechnung der Parameterabbildung	43
4.1.2	Der Grenzfall $\alpha \rightarrow \mathbf{0}$	45
4.1.3	Entwicklung bis Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$	45
4.2	CP -Verletzung in Materie	47
4.3	Die $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ -Appearance-Wahrscheinlichkeit in Materie	48
4.3.1	$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ in Vakuum	48
4.3.2	$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ in Materie	49
5	Neutrino Fabriken	52
5.1	Das Konzept der Neutrino fabrik	53
5.1.1	Protonen-Driver, Target und Myonen-Einfang	53
5.1.2	Myonen-Kühlung	55
5.1.3	Beschleunigung und Speicherung der Myonen	55
5.2	Oszillationsphysik mit Neutrino fabriken	56
5.3	Szenarien für Long-Baseline-Experimente	57
5.4	Detektoren für Long-Baseline-Oszillationsexperimente	59
5.4.1	Ladungstrennungseffizienz	59
5.4.2	Myonische Untergrundereignisse	60
5.4.3	Liquid-Argon-Neutrino detektoren	62
5.4.4	Magnetisierte Eisen/Szintillator-Detektoren	62
5.4.5	Wasser-Cherenkov-Detektoren	63
5.5	Alternativen zu Neutrino fabriken	64
5.5.1	Superbeams	64
5.5.2	Beta-Beams	66
6	Computersimulation von Long-Baseline-Experimenten	67
6.1	Strukturierung des Lösungsansatzes	68
6.2	Der Neutrino strahl	70
6.3	Neutrino-Oszillationswahrscheinlichkeiten im Erdinneren	72
6.3.1	Das Materie-Dichteprofil der Erde	72
6.3.2	Neutrinooszillation in Materie	73
6.4	Der Neutrino detektor	75
6.4.1	Neutrino-Wechselwirkungsprozesse	76
6.4.2	Detektoreffizienz	76
6.4.3	Ereignisraten im Detektor	76
6.4.4	Energieauflösungsvermögen des Detektors	77
6.4.5	Diskretisierung der Ratenspektren (Energie-Binning)	77
6.5	Statistische Auswertung der simulierten Daten	78

6.5.1	6-Parameter-Fits	78
6.5.2	Defizite gängiger χ^2 -Methoden	80
6.5.3	Definition der Fehlerintervalle	81
7	Auswertung der Simulationsergebnisse	85
7.1	Klassifizierung des Parameterraums	85
7.1.1	Führende Parameter	86
7.1.2	Nächstführende Parameter	86
7.1.3	Solare Parameter	87
7.2	Ziele des Long-Baseline-Programms einer Neutrino- fabrik	87
7.2.1	Präzisionsmessung der führenden Parameter Δm_{31}^2 und θ_{23} .	88
7.2.2	Messung von θ_{13}	88
7.2.3	Nachweis des MSW-Effekts	88
7.2.4	Bestimmung der Art des Massenspektrums	89
7.2.5	Suche nach CP -Verletzung	90
7.3	Präzisionsmessungen von Δm_{31}^2 und θ_{23}	91
7.3.1	Optimierung der Baseline-Länge L und der Myonen-Energie E_μ	92
7.3.2	Abhängigkeit von Fluß und Detektormasse $N_\mu m_{kt}$	93
7.3.3	Korrelation zwischen Δm_{31}^2 und Δm_{21}^2	94
7.4	Messung von θ_{13}	96
7.4.1	Optimierung der Baseline-Länge L und der Myonen-Energie E_μ	96
7.4.2	Korrelation zwischen θ_{13} und den solaren Parametern Δm_{21}^2 und δ_{CP}	98
7.4.3	Sensitivitätsgrenze der Messungen von θ_{13}	99
7.5	Sensitivitätsgrenze für die Bestimmung von $\text{sgn} \Delta m_{31}^2$	101
7.6	Nachweis des Materieeffekts	101
7.7	Messungen der solaren Parameter Δm_{21}^2 , θ_{12} und δ_{CP}	103
7.7.1	Die Korrelation von θ_{12} und Δm_{21}^2	104
7.7.2	Korrelation von δ_{CP} mit θ_{13}	104
7.7.3	Optimierung der Baseline-Länge L und der Myonen-Energie E_μ	107
7.7.4	Sensitivitätsgrenze von Messungen der CP -Phase δ_{CP}	108
8	Zusammenfassung und Ausblick	110
A	Ableitung der Ausdrücke für die Mischungsparameter in Materie	116
A.1	Mischungswinkel in Standardparametrisierung	116
A.2	Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix M	117
A.2.1	Konstruktion der Mischungsmatrix \hat{U}	120
A.2.2	Die Mischungsparameter in Materie	121
A.3	Berechnung von $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ in Materie	122

B Neutrinoexperimente	125
Homestake	125
GALLEX/GNO	126
SAGE	126
IMB	127
Soudan	127
MACRO	128
Kamiokande	128
Super-Kamiokande	129
SNO (Sudbury Neutrino Observatory)	129
K2K (KEK to Kamioka)	130
NuMI-MINOS	130
CNGS	131
KamLAND	131
BOREXINO	132
ICARUS/ICANOE	132
OPERA	133
CHOOZ	133
LSND	134
KARMEN	134
(Mini)BooNE	135
JHF-Kamioka	135
MONOLITH	136
Literaturverzeichnis	137
Danksagung	141

Abbildungsverzeichnis

1.1	Massenspektrum der Quarks und Leptonen	3
2.1	Unitaritätsdreieck in der komplexen Ebene	10
2.2	Standardanalyse des Unitaritätsdreiecks	11
2.3	Fluß solarer 8B -Neutrinos	15
2.4	Globaler Fit solarer Neutrinodaten	17
2.5	Zenitwinkelverteilung atmosphärischer Neutrinoereignisse	20
2.6	Fit atmosphärischer Neutrinodaten	21
3.1	4-Neutrino-Massenspektren	32
4.1	Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$, numerisch und analytisch .	50
5.1	Layout einer NeutrinoFabrik	54
5.2	Very-Long-Baseline-Experiment mit einer NeutrinoFabrik	58
5.3	Karte verschiedener Detektorpositionen.	58
5.4	Integrierter Myonen-Background	61
5.5	Liquid-Argon-TPC-Event des ICARUS-Prototypmoduls	63
5.6	Skizze des magnetisierten Eisendetektors MONOLITH	63
6.1	Struktogramm eines simulierten „Experiment-Laufs“.	68
6.2	Ablaufdiagramm der Berechnung von Konfidenz-Levels.	69
6.3	Energiespektrum des Neutrinostrahls einer NeutrinoFabrik.	71
6.4	Struktur des Erdinneren.	72
6.5	Dichteprofil der Erde nach Stacey.	72
6.6	Energiegebinnte Neutrinoraten	78
6.7	Visualisation einer 3D-Fit-Mannigfaltigkeit von $10 \times 10 \times 10$ durchgeführten Simulationsläufen.	79
6.8	Illustration der Berechnung des Fehlerintervalls eines spezifischen Parameters	83
7.1	Materieeffekt in den Appearance-Event-Raten	89
7.2	Standard und invertiertes Neutrino-Massenspektrum	90
7.3	CP -Effekte in den Appearance-Raten	91
7.4	Optimierung der Messungen von Δm_{31}^2 und θ_{23}	92

7.5	Statistischer Fehler von θ_{23} und Δm_{31}^2 als Funktion des Neutrinoflusses	94
7.6	Fehlerbalken aller möglichen 2-Parameter-Fits mit Δm_{31}^2	95
7.7	KamLAND-Input zur Auflösung von Korrelationen	95
7.8	Statistischer Fehler von Messungen von $\sin^2 2\theta_{13}$	96
7.9	Fehlerbalken aller 2-Parameter-Fits mit $\sin^2 2\theta_{13}$	98
7.10	Sensitivitätsgrenze für Messungen von $\sin^2 2\theta_{13}$	100
7.11	Sensitivitätsgrenze der Messungen von $\sin^2 2\theta_{13}$ als Funktion des Neutrinoflusses	101
7.12	Signifikanz des Materieffekts als Funktion von L und E_μ	103
7.13	2-Parameter-Fits der Parameter θ_{12} und Δm_{21}^2	105
7.14	2-Parameter-Fits von θ_{12} und Δm_{21}^2	106
7.15	Entartung in Fits von $\sin^2 2\theta_{13}$ und δ_{CP}	106
7.16	Optimierung von Messungen der CP-Phase δ_{CP}	107
7.17	Sensitivitätsgrenze für Messungen der CP-Phase δ_{CP}	109

Kapitel 1

Einführung

1.1 Rahmen

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik ist eine ausgesprochen erfolgreiche Theorie zur Beschreibung der fundamentalen Teilchen und ihrer Wechselwirkungen. Seine Vorhersagen, vor allem im elektroschwachen Sektor der $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ – Eichtheorie, seinem zentralen Baustein, konnten in den vergangenen zwei Jahrzehnten mit erstaunlicher Präzision verifiziert werden. Bis auf das Higgs-Teilchen konnten alle Teilchen des Modells experimentell nachgewiesen werden. Die Theorie hat sich so erfolgreich etabliert, daß die Entdeckung des Top-Quarks im April 1994 durch das CDF-Experiment¹ und der erste direkte Nachweis des Tau-Neutrinos durch das DONUT-Experiment² im Jahr 1997 ohne großes Aufsehen zur Kenntnis genommen wurden.³ Die enormen Bemühungen der internationalen experimentellen Teilchenphysik am europäischen Forschungszentrum CERN (LHC) und am Fermilab in den USA (Tevatron) werden – so hoffen die Experten – in nur wenigen Jahren zur Verifikation des Higgs-Teilchens, des letzten fehlenden Bausteins des Standardmodells, führen. Das Higgs-Teilchen zieht diese große Aufmerksamkeit auf sich, da der Higgs-Mechanismus, in dessen Rahmen es auftritt, die beobachteten Massen der Elementarteilchen erzeugt.

Trotz seines Erfolgs sind die Teilchenphysiker mit dem Standardmodell als Teilchentheorie nicht endgültig zufrieden. Es wird angenommen, daß seine komplizierte Eichstruktur durch einen Prozeß sukzessiver Symmetriebrechung aus einer fundamen-

¹CDF top quark discovery: http://www-cdf.fnal.gov/top_status/top.html

²DONUT tau neutrino discovery: http://hepweb.rl.ac.uk/ppUK/PressReleases/2000/pr_nutau.html

³Vielfach wird in dieser Arbeit Bezug genommen auf Inhalte des World-Wide-Web. In solchen Fällen wird die Referenz als Link in einer Fußnote angemerkt und entsprechende URLs werden im Typewriter-Schriftstil angegeben. Da es unvermeidlich ist, daß mit zunehmendem Alter dieser Arbeit mehr und mehr dieser Links ungültig werden, wurde darauf geachtet, daß damit kein Verlust an relevanten Informationen einhergeht. In diesem Sinne stellen die WWW-Links nur eine Ergänzung zur üblichen Referenzliste dar.

taler vereinheitlichenden GUT-Theorie (GUT = Grand Unifing Theory) hervorgeht. Das Standardmodell ist Niederenergielimes dieser einbettenden GUT-Theorie. Die intensiven Bestrebungen, Teilchenbeschleuniger mit immer höheren Energien zu bauen, haben das Ziel, aus dem Gültigkeitsbereich des Niederenergiemodells auszubrechen, um einen Blick auf die darüberliegende große einheitliche Theorie werfen zu können. Diese Theorie besticht durch eine hohe Symmetrie und damit durch eine einheitliche Beschreibung der von uns beobachteten fundamentalen Wechselwirkungen. Von einem GUT-Modell wird erwartet, daß es eine Flavour-Theorie beinhaltet, die eine Erklärung für die Familienstruktur des Standardmodells sowie für die damit verbundenen Massenspektren und Mischungsparameter liefert. Im Standardmodell sind diese Größen fundamentale Parameter, die sich nicht aus übergeordneten Konzepten ergeben. Der experimentellen Ausmessung des Massenspektrums der Elementarteilchen sowie der zugehörigen Mischungsparameter kommt damit eine zentrale Rolle in der Entwicklung vereinheitlichender Theorien zu.

Nachdem sich gezeigt hatte, daß Neutrinos, die schwach wechselwirkenden Partner der geladenen Leptonen, massiv sind und damit neue Einsichten in Massenspektren (Abbildung 1.1) und Mischungen der Elementarteilchen ermöglichen, ist in den letzten Jahren das Interesse an der Neutrinophysik stark gestiegen. In den Jahrzehnten seit ihrer Entdeckung⁴ haben sich die Neutrinos von ihrem Ruf der „Geisterteilchen“ gelöst, um eine den Quarks gleichwertige Stellung zu erlangen. Den Schwierigkeiten, schwach wechselwirkende Neutrinos nachzuweisen, steht heute der Vorteil gegenüber, Messungen von Mischungsparametern zu ermöglichen, die frei von hadronischen Unsicherheiten sind. Letztere erschweren die Extraktion der Mischungsparameter im Quarksektor (vgl. Abschnitt 2.3) erheblich und stellen Theoretiker seit Jahren vor deutliche Probleme. Ein Durchbruch in der Neutrinophysik konnte durch den japanischen Neutrinodetektor Super-Kamiokande erreicht werden.⁵ Dessen 1998 veröffentlichte, präzise Messungen des atmosphärischen Neutrinoflusses zeigen, daß Neutrinooszillationen (siehe Abschnitt 3.3) eine sehr gute Erklärung für die beobachtete atmosphärische Neutrinoanomalie (Abschnitt 2.5) geben können. Damit wurde gleichzeitig die Erklärung des solaren Neutrino-defizites (Abschnitt 2.4) durch Oszillation weiter untermauert. Seit im Juni 2001 der SNO-Detektor mit seinen ersten Daten das Auftauchen der fehlenden Komponente des solaren Neutrinoflusses als Myon-Neutrinos indirekt bestätigen konnte, zweifelt kaum jemand mehr an der Richtigkeit der Oszillationshypothese.

Das Modell der Neutrinooszillation beruht auf einem quantenmechanischen Effekt und impliziert nicht-verschwindende Neutrinomassen (Abschnitt 3.1). Neutrinomas-

⁴Eine sehr schöne Einführung in die Physik der Neutrinos mit vielen gut illustrierten Artikeln zu ihrer Entdeckung findet sich in der Festschrift „Celebrating the Neutrino“ [1] anlässlich der Vergabe des Nobelpreises an Fred Reines und Clyde Cowan. Die Publikation erschien 1997 als Ausgabe Nummer 25 des Magazins LOS ALAMOS SCIENCE (<http://lib-www.lanl.gov/pubs/Science.htm>).

⁵Werden Akronyme von Kollaborationen oder Experimenten in serifenloser Schriftart dargestellt, so findet sich in Anhang B eine kurze Beschreibung des betreffenden Experiments mit Informationen zu seinem aktuellen Status.

sen sind nicht mit der ursprünglichen Formulierung des Standardmodells vereinbar, da in dessen Teilchengehalt keine rechtshändigen Neutrinos vorkommen. Prinzipiell wäre es unproblematisch diesen durch Einführung rechtshändiger Neutrinos minimal so zu erweitern, daß Dirac-Massenterme eine Beschreibung der kleinen Neutrinomassen ermöglichen. Solch eine leichte Modifikation berührt nicht die Grundprinzipien

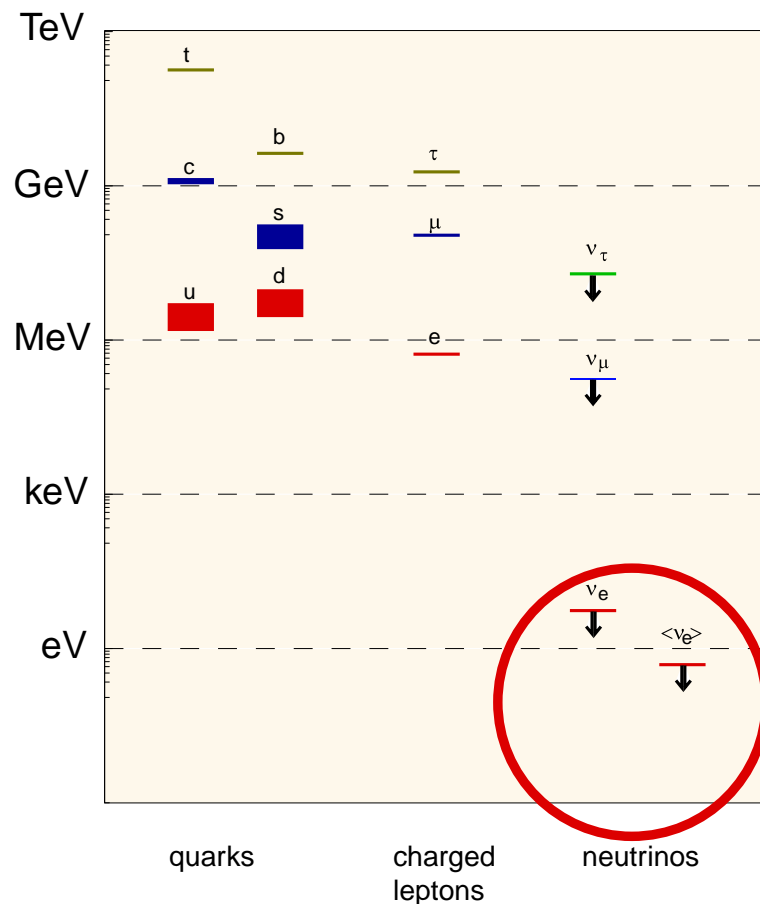


Abbildung 1.1: Massenspektrum der Quarks und Leptonen. Die absoluten Massen der Neutrinos sind nicht bekannt. Neutrinooszillationen liefern aber einen deutlichen Hinweis darauf, daß Neutrinos kleine, nicht-verschwindende Massen besitzen. Für die Neutrinos sind hier die oberen Schranken aus kinematischen Endpunktmessungen sowie aus dem Doppelbetazerfall eingezeichnet.

des Modells. Allerdings wäre damit nicht geklärt, warum die Neutrinomassen so klein sind verglichen mit den Massen der geladenen Leptonen. Dieser Unterschied wird interpretiert als ein Zusammenspiel zweier unterschiedlicher Skalen, der elektroschwachen Skala Λ_D und der GUT-Skala Λ_{GUT} . Im Rahmen des Seesaw-Modells wird auf sehr eingängige Weise ein Bezug der Neutrinomassen zu diesen beiden Skalen hergestellt: Die Skala der Neutrinomassen Λ_ν ist gegeben durch $\Lambda_D^2/\Lambda_{GUT}$ (Abschnitt 3.1). Neutrinos kommt damit möglicherweise die herausragende Rolle zu, Aspekte der GUT-Physik zu widerspiegeln. Die experimentelle Ausmessung der Neutrinoparamete-

ter ist damit ein wichtiger Schritt auf dem Weg zu einer großen vereinheitlichenden Theorie.

Um selektive Wirkung auf GUT-Modelle zu ermöglichen, ist eine ausreichend präzise Kenntnis der Neutrinomassen und Mischungsparameter notwendig. Neutrino-Oszillationsexperimente mit künstlichen Neutrinostrahlen und sehr langen Laufstrecken (Long Baselines) sind für entsprechende Messungen sehr gut geeignet. Mit den konventionellen Neutrinostrahl K2K (Japan), MINOS (USA) und CNGS (Europa) wurde das Long-Baseline-Forschungsprogramm gerade gestartet. Präzisionsmessungen werden von Experimenten der nächsten Generation, den sogenannten Superbeams, erwartet. Stellvertretend für die Bemühungen in diese Richtung sei hier das japanische Projekt JHF-Kamioka (Abschnitt 5.5) genannt. Besondere Erwartungen werden mit der Technik der Neutrino Fabriken verknüpft. Dieses relativ neue Konzept zur Erzeugung hochintensiver, stark kollimierter Neutrinostrahlen beruht auf der Beschleunigung und Speicherung von Myonen, die durch ihren Zerfall den Neutrinostrahl erzeugen. Die Idee der Neutrino Fabrik wurde im Rahmen des zukunftsweisenden Forschungsprogramms über Myonen-Kollider geboren. Neutrino Fabriken basieren, im Gegensatz zu Superbeams, auf Technologien, die noch Entwicklungszeit benötigen. Machbarkeitsstudien zeigen, daß mit einer Realisierung dieser Technologien frühestens in etwa 10 Jahren gerechnet werden kann. Damit bietet sich das Long-Baseline-Programm einer Neutrino Fabrik als ideale Fortsetzung der aktuellen Forschung an. Seit etwa 1998 existieren klare Vorstellungen über die Strahlstärken einer Neutrino Fabrik. Seit dieser Zeit werden ihre physikalischen Möglichkeiten intensiv studiert. Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Forschungsarbeit trägt dazu bei, das Potential einer Neutrino Fabrik bezüglich der Erforschung der fundamentalen Neutrinoparameter zu klären. Durch Computersimulationen und analytische Studien wird demonstriert, welche Präzision bei den relevanten Messungen der Mischungsparameter erzielt werden kann. Insbesondere spielt die Optimierung der Maschinenparameter, wie zum Beispiel Baseline-Länge und Myonen-Energie des Experiments, eine zentrale Rolle in dieser Studie. Die Ergebnisse können Experimentalphysikern als Richtlinie bei der Realisierung eines entsprechenden experimentellen Aufbaus dienen. Die aus der Analyse der Simulationsergebnisse gewonnenen Aussagen erlauben zudem einen forschungspolitisch wichtigen Vergleich dieser neuen Technologie mit alternativen Konzepten.

1.2 Aufbau der Arbeit

Im Anschluß an das einführende Kapitel werden Themen näher ausgeführt, die zur Motivation dieser Arbeit beitragen und teilweise schon in obiger Diskussion erwähnt wurden. Da die Suche nach CP -Verletzung einen zentralen Punkt aller Neutrino Fabrikstudien darstellt und direkt mit der wichtigen Frage nach dem Ungleichgewicht zwischen Materie und Antimaterie (Abschnitt 2.2) verknüpft ist, werden die Symmetrien C , CP und CPT kurz eingeführt (Abschnitt 2.1). Zusätzlich wird ein kurzer Ab-

riß über die intensive Erforschung der CP -Verletzung im Quarksektor (Abschnitt 2.3) gegeben. Über die experimentellen Beobachtungen des solaren Neutrinodefizits (Abschnitt 2.4) und der atmosphärischen Neutrinoanomalie (Abschnitt 2.5), die beide zur Motivation der Neutrinooszillationshypothese beitragen, wird in den entsprechenden Abschnitten ein Überblick gegeben.

Die theoretischen Grundlagen der Neutrinotheorie werden in Kapitel 3 eingeführt. Ein Überblick über Erweiterungen des Standardmodells zur Erklärung kleiner Neutrinomassen wird in Abschnitt 3.1 gegeben. Auf das durch das LSND-Resultat motivierte, populäre Konzept der leichten sterilen Neutrinos wird in Abschnitt 3.2 kurz eingegangen. Obwohl die Existenz dieser hypothetischen Teilchen noch nicht ausgeschlossen werden kann, wird in dieser Studie auf deren Inkorporation verzichtet. In den Abschnitten 3.3 und 3.4 werden die für diese Arbeit fundamentalen Aspekte der Neutrinooszillationstheorie vorgestellt. Mit dem Ziel, auf die Suche nach CP -Verletzung hinzuführen, den faszinierendsten Punkt der Neutrinofabrikstudien, wird in Abschnitt 3.5 eine kurze Zusammenfassung der Diskussion über CP -, T - und CPT -Verletzung in Neutrinooszillationen gegeben.

In Kapitel 4 folgt die Präsentation der Ergebnisse einer analytischen Studie, die das Ziel hat, einfache Näherungsformeln für Neutrino-Oszillationswahrscheinlichkeiten in Materie abzuleiten. Dabei wird die Strategie verfolgt, vorweg Ausdrücke für die 3-Neutrino-Mischungsparameter in Materie abzuleiten. Ähnlich der berühmten 2-Neutrino-MSW-Oszillationsformel kann auch im 3-Neutrino-Fall eine Parameterabbildung (Abschnitt 4.1.1) der fundamentalen Oszillationsparameter angegeben werden. Die erhaltenen einfachen Ausdrücke erweisen sich als sehr nützlich, um ein Verständnis für Oszillationseffekte zu bekommen. Mit Hilfe der Parameterabbildung erhält man beispielsweise schnell intuitive Aussagen über CP -Effekte in Materie (Abschnitt 4.2). Auf einfache Weise lassen sich damit auch kompakte Näherungsformeln für die relevanten Oszillationswahrscheinlichkeiten ableiten (Abschnitt 4.3).

Das Konzept der Neutrinofabrik wird in Abschnitt 5.1 ausführlich vorgestellt. Einem Überblick über ihre Möglichkeiten im Bereich der Oszillationsphysik (Abschnitt 5.2) folgt eine Darstellung typischer experimenteller Szenarien (Abschnitte 5.3 und 5.4), die für ein Long-Baseline-Experiment in Frage kommen. Alternative Ideen, die mit der Entwicklung einer Neutrinofabrik konkurrieren, werden in Abschnitt 5.5 diskutiert.

Das der für diese Studie entwickelten Computersimulation zugrundeliegende Modell wird in Kapitel 6 dargestellt. Insbesondere wird auch auf die technische Realisierung der numerischen Studie sowie auf die Schwierigkeiten, die eine Analyse des involvierten hochdimensionalen Parameterraums mit sich bringt, kurz eingegangen. Besonderes Augenmerk ist auf Abschnitt 6.5 zu richten, der die statistischen Grundlagen der Studie beschreibt, denn unzureichende statistische Methoden sind ein hartnäckiger Problempunkt vieler aktueller Arbeiten in diesem Forschungsbereich.

Die Ergebnisse der numerischen Studie werden schließlich in Kapitel 7 ausführlich diskutiert. Als Leitfaden dient hierzu ein Klassifikationsschema (Abschnitt 7.1), das

eingeführt wird, um eine systematische Behandlung des mit dieser Studie verbundenen, unübersichtlich großen Parameterraums zu ermöglichen. In Abschnitt 7.2 werden die wichtigen Punkte des Long-Baseline-Forschungsprogramms erläutert und in dieses Schema einsortiert. In den Abschnitten 7.3 bis 7.7 werden die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung, nach Einzelaspekten gegliedert, präsentiert und diskutiert.

Eine Zusammenfassung der Arbeit sowie ein Ausblick auf zukünftige Entwicklungen in diesem Forschungsbereich wird abschließend in Kapitel 8 gegeben.

In Anhang A.2 ausgegliedert sind Details der für Abschnitt 4.1.1 relevanten analytischen Näherungslösungen. Anhang B ist eine Sammlung von Kurzdarstellungen der Experimente, auf die in dieser Arbeit Bezug genommen wird. Dieser etwas umfangreiche Anhang ist zwar für das Gesamtverständnis der vorliegenden Studie nicht zwingend notwendig, kann aber den einen oder anderen Leser möglicherweise mit aktuellen Hintergrundinformationen versorgen.

Kapitel 2

Motivation

2.1 Die Symmetrien P , CP und CPT

Drei in der Teilchentheorie wichtige fundamentale Symmetrien sind die Paritätstransformation P , die Zeitumkehr T und die Ladungskonjugation C . Sie beschreiben das Verhalten von Teilchen unter Umkehr der räumlichen Konfiguration, unter Umkehr der Richtung des Zeitablaufs und unter dem Übergang von Teilchen zu Antiteilchen.

2.1.1 P -Verletzung

Im Jahre 1957 wurde durch C.S. Wu (et al.) erstmals und überraschend die maximale Paritätsverletzung im β -Zerfall von ^{60}Co entdeckt. Bis zu diesem Zeitpunkt wurde allgemein davon ausgegangen, daß bei physikalischen Prozessen nicht zwischen Bild und Spiegelbild unterschieden werden kann. Die maximale P -Verletzung im elektroschwachen Sektor hat sich nach ihrer Entdeckung schnell zu einem fundamentalen Baustein des Standardmodells entwickelt.

2.1.2 CP -Verletzung

Bis 1964 ging man davon aus, daß zumindest CP und CPT exakte Symmetrien sind. Im Gegensatz zur CPT -Symmetrie, die als grundlegende Eigenschaft aller relativistischen Quantenfeldtheorien theoretisch motiviert werden kann, gibt es keinen theoretischen Grund für eine exakte Realisierung der Symmetrie CP . 1964 wurde dann auch erstmals die Verletzung von CP im Zerfall der langlebigen K^0 -Mesonen nachgewiesen. Seitdem ist die Untersuchung von CP -Verletzung im System der K - und B -Mesonen einer der Schwerpunkte teilchenphysikalischer Forschung (siehe Abschnitt 2.3). Damit verbunden ist die Bestimmung der Mischungsmatrixelemente im Quarksektor, die als fundamentale Parameter des Standardmodells von großem Interesse sind. Seit 1998 kann man davon ausgehen, daß auch im Neutrinosektor des Standardmodells Teilchenmischung eine wichtige Rolle spielt. Neue Vorschläge

für Experimente mit hochintensiven Neutrinostrahlen legen nahe, daß eine Messung von CP -Verletzung im Neutrino Sektor in naher Zukunft prinzipiell möglich sein wird. Diesbezügliche quantitative Studien sind ein Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit.

2.1.3 CPT -Verletzung

Die Symmetrie CPT ist in einer lokalen relativistischen Quantenfeldtheorie grundsätzlich exakt erhalten, und eine Verletzung wird bisher auch nicht beobachtet. Eine mögliche Verletzung von CPT ist in der theoretischen Motivation meist verknüpft mit einer Verletzung der Lorentz-Invarianz und hat ihren Ursprung in String-Theorien (siehe z.B. [2] und Referenzen darin). Grundsätzlich wird davon ausgegangen, daß eine potentielle fundamentale Verletzung von CPT in alle Sektoren des Standardmodells vermittelt wird. Die striktesten Schranken für CPT -Verletzung sind momentan durch die Massendifferenz von K^0 und \bar{K}^0 , $m_{K^0} - m_{\bar{K}^0} < 0.44 \cdot 10^{-18}$ GeV [3] gegeben sowie durch Messungen von Frequenzvariationen in Atomuhren [4], die für die Massen des Protons bzw. Neutrons Limits von 10^{-27} GeV und 10^{-31} GeV ergeben. Auch Präzisionsmessungen von Neutrinomassen bieten eine interessante Möglichkeit, die Symmetrie CPT zu testen [2, 5, 6]. Prinzipiell könnte eine Verletzung von CPT für Massenaufspaltungen zwischen Neutrinos und Antineutrinos verantwortlich sein und damit Konsequenzen für die Neutrino-Phänomenologie haben [7]. Beispielsweise wurde vorgeschlagen, daß eine kleine Massendifferenz zwischen Neutrinos und Antineutrinos das Ergebnis des LSND-Experiments auch ohne die Einführung weiterer steriler Neutrinos (siehe 3.2) erklären könnte [2].

2.2 Baryogenese: Asymmetrie von Materie und Antimaterie

Antimaterie ist im Kosmos selten. Entweder wird sie künstlich in Teilchenbeschleunigern erzeugt, oder sie wird als Sekundärteilchen der kosmischen Strahlung beobachtet. Davon abgesehen geht man davon aus, daß das Universum zum heutigen Zeitpunkt keine signifikante Antimaterie-Komponente besitzt¹. Die Baryonen-Asymmetrie $A_B = (n_B - n_{\bar{B}})/(n_B + n_{\bar{B}})$ ist demnach zum heutigen Zeitpunkt 100%. Ihre Größe im heutigen Universum wird gewöhnlich quantifiziert, indem man die Baryonen-Dichten n_B und $n_{\bar{B}}$ zur Photonen-Dichte n_γ der kosmischen Hintergrundstrahlung (CMBR) ins Verhältnis setzt:

$$\beta = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_\gamma} \approx 5 \cdot 10^{-10} \quad [8]. \quad (2.1)$$

¹Das „Alpha Magnetic Spectrometer“ (AMS), ein Experiment auf der Internationalen Raumstation ISS, wird ab Oktober 2003 im Weltraum nach dunkler Materie und Antimaterie suchen. Das hochsensitive Spektrometer ist in der Lage, Antikerne zu identifizieren und damit die Limits für den heutigen Antimateriegehalt des Universums zu verbessern (Website: ams.cern.ch).

Die heute maximale Baryonen-Asymmetrie A_B hat sich durch Teilchen-Antiteilchen-Annihilation dynamisch aus einer sehr kleinen Asymmetrie $A_B \approx 10^{-9}$ in der Frühzeit des Universums entwickelt. Der Prozeß der Entstehung der heute beobachteten Baryonen-Asymmetrie wird als Baryogenese bezeichnet. Geht man davon aus, daß der Anfangszustand des Universums symmetrisch bezüglich Teilchen und Antiteilchen war, sind drei grundlegende Bedingungen für die Realisierung der Baryogenese notwendig: Die Existenz baryonenzahlverletzender Prozesse, Eine Abweichung vom thermodynamischen Gleichgewicht im frühen Universum und die Existenz C - und CP -verletzender Prozesse. Diese drei Bedingungen wurden erstmals 1967 von Sakharov [9] formuliert.

Im Standardmodell sind die Voraussetzungen für Baryogenese prinzipiell erfüllt. Baryonenzahlverletzende Prozesse sind durch quantenmechanisches Tunneln zwischen Vakuumzuständen der elektroschwachen Theorie (genannt „sphaleronische Prozesse“) möglich. Auch eine Abweichung vom thermodynamischen Gleichgewicht ist durch die Expansion des Universums gegeben. Ob die in Teilchenreaktionen gemessene Standardmodell- CP -Verletzung (siehe Abschnitt 2.3) tatsächlich für eine quantitative Erklärung der Baryogenese ausreicht, ist allerdings noch nicht geklärt. Typischerweise wird die CP -Verletzung durch einen leicht asymmetrischen Zerfall schwerer Teilchen in Quarks oder Leptonen realisiert. Eine dadurch erzeugte Leptonen-Asymmetrie kann sich dann durch sphaleronische Prozesse auf die Baryonen übertragen. Dieser Prozeß ist essentieller Bestandteil der Leptogenesemodelle ([10–12] u.a.). Leptogenesemodelle haben einen direkten Bezug zu den fundamentalen Neutrino Parametern. Eine experimentelle Prüfung des Dirac- bzw. Majorana-Charakters der Neutrino, der experimentelle Nachweis von CP -Verletzung, die Bestimmung der Art der Neutrino-Massenhierarchie und verbesserte Messungen der Neutrino Parameter erlauben deshalb wichtige Rückschlüsse auf den Baryogenesemechanismus.

Für eine Übersicht über das Thema Baryogenese sei auf die Vorlesung von A. Riotto [8] verwiesen.

2.3 CP -Verletzung im System der K - und B -Mesonen

Im Rahmen des Standardmodells ist eine Verletzung der CP -Symmetrie möglich, falls die unitäre Mischungsmatrix V des Quarksektors (CKM-Matrix) imaginärwertige Einträge enthält. Diese wird analog zum Neutrinosektor in der Standardparametrisierung durch drei Mischungswinkel θ_{12} , θ_{13} und θ_{23} sowie eine CP -Phase δ_{CP} beschrieben. In der nützlichen Wolfenstein-Parametrisierung werden diese vier Parameter durch die Parameter λ , A , ρ und η ersetzt, wobei eine Entwicklung nach dem kleinen Parameter $\lambda = \sin \theta_{12} = |V_{us}| = 0.22$ verwendet wird. Aus der Unitarität der CKM-Matrix folgen sechs Orthonormalitätsrelationen, die graphisch durch die

sogenannten Unitaritätsdreiecke in der komplexen Ebene visualisiert werden können. Nur in zwei dieser sechs Dreiecke sind alle drei Seiten von gleicher Ordnung in λ , und diese zwei Dreiecke sind wiederum in führender Ordnung von λ identisch. Die Seiten des dadurch definierten Unitaritätsdreiecks sind proportional zu $A\lambda^3$ und seine Geometrie ist durch die Parameter ρ und η festgelegt. Die im Unitaritätsdreieck

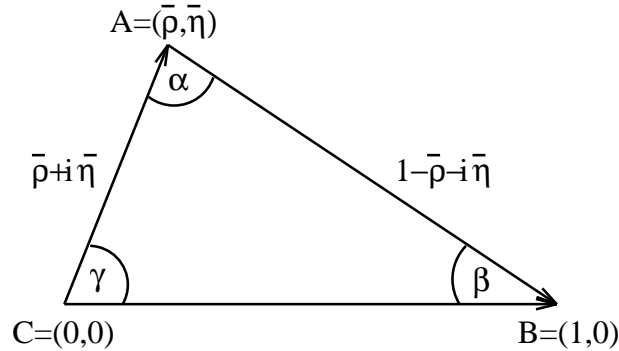


Abbildung 2.1: Unitaritätsdreieck in der komplexen Ebene. Quelle: A. Buras: Lectures given at the Erice School: 27 August-5 September 2000 [13].

auf tretenden Winkel α , β und γ sind damit Funktionen von ρ und η . Die Fläche des Dreiecks $A_{\Delta} = \frac{1}{2}A^2\lambda^6\eta$ ist proportional zur Jarlskog-Konstanten J_{CP}

$$|J_{CP}| = 2A_{\Delta} = A^2\lambda^6\eta \quad (2.2)$$

und ist ein wichtiges Maß für CP -Verletzung im Quarksektor. Die Winkel α , β und γ des Unitaritätsdreiecks spielen eine wichtige Rolle, da sie physikalischen Observablen entsprechen und damit direkt experimentell bestimmt werden können. Der Winkel γ entspricht der Phase δ in der Standardparametrisierung der CKM-Matrix.

Das Ergebnis einer Standard-Analyse des Unitaritätsdreiecks ist in Abbildung 2.2 gezeigt. Grundlage dafür sind Daten von inklusiven und exklusiven B -Zerfällen, Messungen der indirekten CP -Verletzung (ϵ) sowie Informationen über die B^0 - \bar{B}^0 -Mischung. Die in diesem Abschnitt gezeigten Abbildungen und Definitionen sind größtenteils den Erice-Lectures von A. Buras entnommen [13]. Diese Arbeit sei zur weiteren Einarbeitung in das Themengebiet sehr empfohlen.

2.3.1 Direkte und indirekte CP -Verletzung im System der K -Mesonen

Im Jahre 1964 fanden Christenson et al. den ersten Hinweis auf CP -Verletzung in Teilchenprozessen: Beim Zerfall neutraler K -Mesonen zeigte sich, daß der CP -ungerade Kaon-Zustand $K_{-} = (K^0 - \bar{K}^0)/\sqrt{2}$ in einen 2-Pionen-Zustand 2π mit gerader CP -Parität zerfallen kann. Es schien, als würden K^0 und \bar{K}^0 unterschiedliche Zerfallsamplituden besitzen. Nach vielen weiteren Experimenten stellte sich allerdings

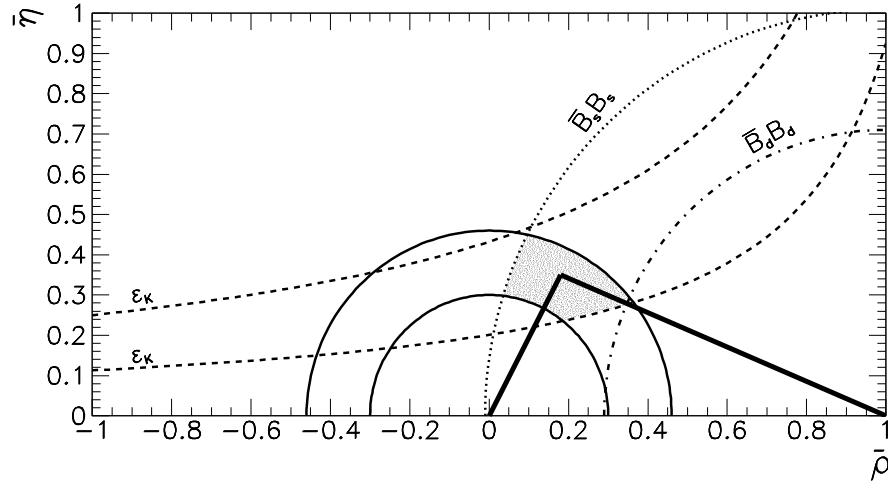


Abbildung 2.2: Unitaritätsdreieck, Stand Januar 2001. Der erlaubte Bereich für (ρ, η) , gewonnen mittels einer Scanning-Methode, ist grau schattiert. Quelle: A. Buras: Lectures given at the Erice School: 27 August-5 September 2000 [13].

heraus, daß die in der Natur realisierten Kaon-Zustände (Massen-Eigenzustände) K_S und K_L keine CP -Eigenzustände sind, sondern leicht asymmetrische Mischungen von K^0 und \bar{K}^0 . Ein experimentelles Maß für diese *indirekt* genannte mischungsinduzierte CP -Verletzung ist gegeben durch das Verhältnis

$$\epsilon := \frac{A(K_L \rightarrow (2\pi)_{I=0})}{A(K_S \rightarrow (2\pi)_{I=0})}, \quad (2.3)$$

wobei gilt: $K_S \sim K_+ + \text{Re}(\epsilon)K_-$, sowie $K_L \sim K_- + \text{Re}(\epsilon)K_+$. Nach der Entdeckung dieses Effekts im Zerfall $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-$ wurde er auch in den Kanälen $K_L \rightarrow \pi^0\pi^0$, $\pi l\nu$, $\pi^+\pi^-\gamma$ und $\pi^+\pi^-e^+e^-$ bestätigt. Experimentell ergibt sich ein Zahlenwert von

$$\epsilon = (2.280 \pm 0.013) \cdot 10^{-3} \cdot e^{i\pi/4} \quad [13] \quad (2.4)$$

für die Stärke der indirekten CP -Verletzung.

Da die indirekte CP -Verletzung auf dem Phänomen der $(K^0-\bar{K}^0)$ - Mischung statt auf asymmetrischen Zerfallsamplituden basiert, ist damit der grundlegende Mechanismus der Bayogenese noch nicht zufriedenstellend demonstriert. Der Vergleich der Zerfallskanäle $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-$ und $K_L \rightarrow \pi^0\pi^0$ liefert den Schlüssel zum Nachweis *direkter* CP -Verletzung. Die Stärke der direkten CP -Verletzung wird durch die Größe ϵ' beschrieben:

$$\epsilon' := \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{A(K_L \rightarrow (2\pi)_{I=2})}{A(K_S \rightarrow (2\pi)_{I=0})} - \frac{A(K_S \rightarrow (2\pi)_{I=2})}{A(K_S \rightarrow (2\pi)_{I=0})} \frac{A(K_L \rightarrow (2\pi)_{I=0})}{A(K_S \rightarrow (2\pi)_{I=0})} \right). \quad (2.5)$$

Da die direkte CP -Verletzung im Vergleich zur indirekten etwa drei Größenordnungen kleiner ist, wird experimentell das Verhältnis $\text{Re}(\epsilon'/\epsilon)$ bestimmt. Dazu werden die

Verhältnisse

$$\eta_{00} := \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{A(K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0)} \approx \epsilon - 2\epsilon' \quad \text{und} \quad \eta_{+-} := \frac{A(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \approx \epsilon + \epsilon' \quad (2.6)$$

gemessen. Der Unterschied zwischen η_{00} und η_{+-}

$$\text{Re}(\epsilon'/\epsilon) \approx \frac{1}{6} \left(1 - \left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right|^2 \right) \quad (2.7)$$

dient als Maß für die direkte CP -Verletzung im System der Kaonen. Das aktuelle globale experimentelle Ergebnis für $\text{Re}(\epsilon'/\epsilon)$ ist

$$\text{Re}(\epsilon'/\epsilon) = (19.2 \pm 2.4) \cdot 10^{-4} \quad (\text{KTeV, NA48, NA31, E731}) \quad [14] . \quad (2.8)$$

Damit ist direkte CP -Verletzung überzeugend nachgewiesen. Der im Standardmodell theoretisch berechnete Wert für $\text{Re}(\epsilon'/\epsilon)$ ist innerhalb der gegebenen Fehler mit dem experimentellen Resultat kompatibel. Dennoch ist die Situation unbefriedigend, da große hadronische und parametrische Unsicherheiten die Bestimmung der CKM-Parameter über $\text{Re}(\epsilon'/\epsilon)$ verhindern. Insbesondere sind keine präzisen Aussagen über die CP -Phase δ der CKM-Matrix möglich. Verbesserungen des experimentellen Resultats sowie der theoretischen Berechnungen werden in den nächsten Jahren erwartet.

2.3.2 Seltene Kaon-Zerfälle $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$

Ein direkter Zugang zu den Elementen der CKM-Matrix ist durch die Untersuchung der seltenen Zerfälle $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$ möglich. Da die involvierten hadronischen Matrixelemente aus den entsprechenden Quarkströmen semileptonischer Kaon-Zerfälle gewonnen werden können, erlaubt diese theoretisch „saubere“ Untersuchung prinzipiell eine Bestimmung des Unitaritätsdreiecks. Momentan reicht die experimentelle Sensitivität dazu noch nicht aus. Für den Kanal $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ wird aber von AGS E949 (Brookhaven, Start: 2001) [15] und später CKM (Fermilab) [16] eine Messung des entsprechenden Verzweigungsverhältnisses erwartet. Zusammen mit Daten der Experimente KAMI (Fermilab) [17] und KOPIO (Brookhaven) [15] aus dem Kanal $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ wird damit eine Rekonstruktion des Unitaritätsdreiecks und ein Nachweis direkter CP -Verletzung auch aus dem K -System möglich werden.

2.3.3 CP -Verletzung im System der neutralen B -Mesonen

Einen unabhängigen Test der CP -Verletzung erlauben Experimente mit B -Mesonen aus sogenannten B -Fabriken. Interessant sind zeitabhängige Asymmetrien, die aus Zerfallsraten neutraler B -Mesonen in CP -Eigenzustände f gebildet werden und folgendermaßen definiert sind:

$$a_{\text{CP}}(t, f) = \frac{\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f)} . \quad (2.9)$$

Messungen der Asymmetrie im „goldenen“ Kanal $B^0 \rightarrow J/\Psi K_s$ erlauben eine direkte Bestimmung von $\sin 2\beta$:

$$a_{\text{CP}}(t, J/\Psi K_s) = -\sin 2\beta \sin(\Delta M_{B^0} t) . \quad (2.10)$$

ΔM_{B^0} ist hier die Massendifferenz der B^0 -Massen-Eigenzustände. Experimentelle Resultate für $\sin 2\beta$ sind derzeit

$$(\sin 2\beta)_{J/\Psi K_s} = \begin{cases} 0.79 \pm 0.42 & \text{CDF [18]} \\ 0.99 \pm 0.14 \pm 0.06 & \text{Belle [19]} \\ 0.59 \pm 0.14 \pm 0.05 & \text{BaBar [20]} \end{cases} . \quad (2.11)$$

Diese Ergebnisse sind gut vereinbar mit Resultaten von Standard-Analysen des Unitaritätsdreiecks: $\sin 2\beta = 0.73_{-0.14}^{+0.07}$ [13]. CP -Verletzung ist damit also auch im B -Mesonensektor etabliert und konsistent im Standardmodell beschreibbar.

2.4 Das solare Neutrino Defizit

2.4.1 Solare Neutrinoexperimente

Bei den Kernfusionsprozessen, die für die Energiegewinnung der Sonne verantwortlich sind, entstehen in großen Mengen Elektron-Neutrinos. Der Gesamtfluß dieser sogenannten solaren Neutrinos ist im Rahmen des solaren Standardmodells [21] recht genau berechenbar. Im Jahre 1968 wurden erstmals Ergebnisse von Messungen des solaren Neutrino flusses publiziert. Die Messungen des auf Chlor basierenden radiochemischen Experiments ergaben im Vergleich zum theoretischen Modell einen signifikant zu niedrigen Fluß. Das Chlor-Experiment [22], durchgeführt unter Leitung von Ray Davis in der Homestake-Goldmine in South Dakota, ist aufgrund der hohen Energieschwelle hauptsächlich sensitiv für Neutrinos aus dem relativ seltenen Zerfall von ${}^8\text{B}$. Über zwei Jahrzehnte vergingen, ohne daß weitere Experimente zur Klärung dieses solaren Neutrino problems durchgeführt wurden. Erst in den 90er Jahren wurden die Resultate der Experimente in Homestake durch zwei weitere Experimente – SAGE [23] in Rußland und GALLEX [24] in Europa – bestätigt. Diese auf Gallium basierenden radiochemischen Experimente sind aufgrund ihrer niedrigeren Energieschwelle auch sensitiv für Neutrinos der p-p Fusionskette, die den größten Anteil der solaren Neutrinos ausmachen. Die sehr ähnlichen Resultate dieser beiden Experimente zeigen, daß auch bei niedrigeren Energien ein Defizit an solaren Neutrinos gemessen wird. Damit wurde das „solare Neutrino problem“, das zu diesem Zeitpunkt längst als eine der größten Fragen der Teilchen-Astrophysik betrachtet wurde, weiter untermauert. Der nächste wichtige Fortschritt bei der Untersuchung solarer Neutrinos wurde durch den Umbau des Kamiokande-Detektors (Japan) im Jahre 1986 erzielt. Dieser ursprünglich für die Suche nach dem Protonenzerfall konstruierte Wasser-Cherenkov-Detektor konnte durch herabsetzen der Energieschwelle sensitiv gemacht werden für den Nachweis solarer und Supernova-Neutrinos. Die

erfolgreiche Wasser-Cherenkov-Technik wurde als Basis für den Bau eines riesigen Detektors mit 50000 Tonnen reinem Wasser verwendet. Seit dem Start der Datenaufzeichnung im Jahre 1996 liefert dieser **Super-Kamiokande** [25] genannte Detektor die derzeit präzisesten Informationen über den Fluß von 8B -Neutrinos aus der Sonne. Die elastischen Neutrino-Elektron-Streuprozesse (ES), die in **Super-Kamiokande** detektiert werden, werden durch neutrale schwache Ströme (NC) vermittelt. Neutrale Ströme sind hauptsächlich auf die ν_e -Komponente, teilweise aber auch auf eventuelle ν_μ - und ν_τ -Komponenten der solaren Neutrinos sensitiv. Aus der gemessenen Zahl der NC-Neutrino-Reaktionen ist aus diesem Grunde eine Bestimmung des totalen Neutrinoflusses der Sonne nicht möglich. Dazu ist eine zusätzliche Messung der Neutrino-Reaktionen über geladene Ströme (CC) nötig. Die Messungen von NC-Reaktionen, die am **Super-Kamiokande**-Detektor in den Jahren 1996 bis 2000 durchgeführt wurden ergaben den Fluß

$$\phi_{\text{SK}}^{\text{ES}}(\nu_x) = 2.32 \pm 0.03 \text{ (stat.)}_{-0.07}^{+0.08} \text{ (sys.)} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [26] . \quad (2.12)$$

Durch diese Präzisionsmessung wurde das Fehlen solarer Neutrinos bestätigt. Die Lösung dieses Problems wurde erst kürzlich (im Juni 2001) durch Messungen der geladenen Strom-Komponente am **Sudbury Neutrino Observatory** (SNO) möglich.² [27] Dieser auf schwerem Wasser als Targetmaterial basierende Detektor ermöglicht die Unterscheidung von neutralen und geladenen Strom-Reaktionen. Die Daten, die seit der Inbetriebnahme im Jahr 1999 gesammelt wurden, ergeben für die Messung neutraler Ströme über die elastische Neutrino-Elektron-Streuung einen Wert von

$$\phi_{\text{SNO}}^{\text{ES}}(\nu_x) = 2.39 \pm 0.34 \text{ (stat.)}_{-0.14}^{+0.16} \text{ (sys.)} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [27] , \quad (2.13)$$

der konsistent ist mit der entsprechenden Präzisionsmessung am **Super-Kamiokande**-Detektor. Für die geladene Strom-Komponente (CC) ergeben die SNO-Messungen den Fluß

$$\phi_{\text{SNO}}^{\text{CC}}(\nu_e) = 1.75 \pm 0.07 \text{ (stat.)}_{-0.11}^{+0.12} \text{ (sys.)} \pm 0.05 \text{ (theor.)} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [27] . \quad (2.14)$$

Die Kombination von $\phi_{\text{SK}}^{\text{ES}}(\nu_x)$ und $\phi_{\text{SNO}}^{\text{CC}}(\nu_e)$ ermöglicht es, zwischen der ν_e -Komponente und der (ν_μ, ν_τ) -Komponente der solaren Neutrinos zu differenzieren (siehe Abbildung 2.3). Daraus berechnet sich der Gesamtfluß solarer Neutrinos zu:

$$\phi_{\text{SK+SNO}}^{\text{tot}}(\nu_x) = 5.44 \pm 0.99 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [27] . \quad (2.15)$$

Dieses Ergebnis ist in sehr guter Übereinstimmung mit den theoretischen Vorhersagen des Standard-Sonnenmodells

$$\phi_{\text{BP00}}^{\text{tot}}(\nu_e) = 5.05_{-0.81}^{+1.01} \times 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad [21] . \quad (2.16)$$

²Die Original-Arbeit sowie weiter einführende Informationen über dieses wichtige Resultat sind auch unter der URL www.sno.phy.queensu.ca/sno/first_results/ zu finden.

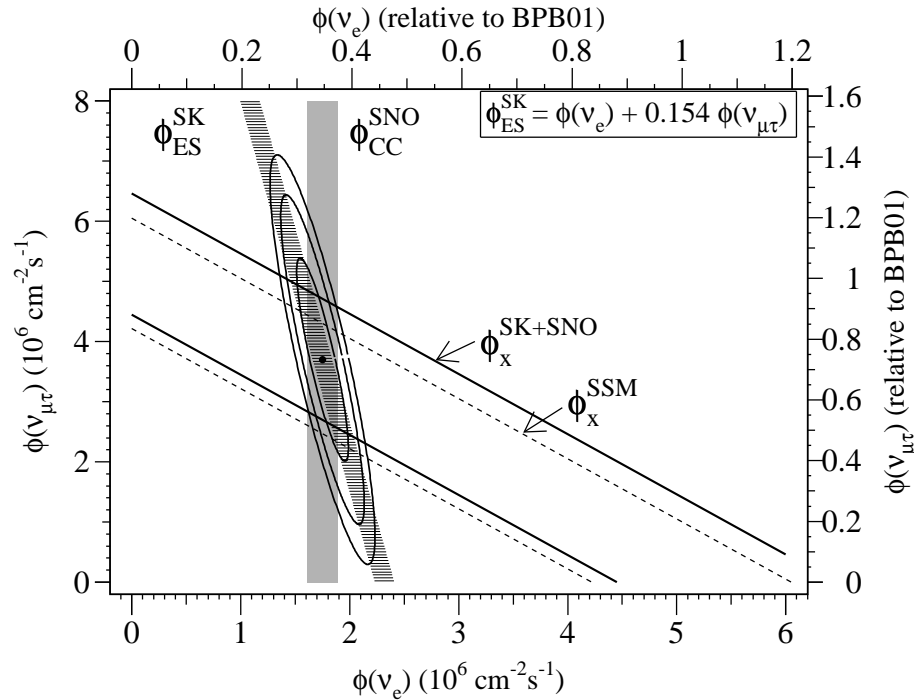


Abbildung 2.3: Aus den SNO- und Super-Kamiokande-Daten abgeleiteter Fluß der solaren 8B -Neutrinos, die mit μ - oder τ -Flavour nachgewiesen werden ($\phi(\nu_{\mu\tau})$), über dem Fluß der mit Elektron-Flavour nachgewiesenen Neutrinos ($\phi(\nu_e)$). Der Schnittpunkt der aus den Daten des jeweiligen Experimentes bestimmten Bänder ($\phi_{\text{SK}}^{\text{ES}}(\nu_x)$ bzw. $\phi_{\text{SNO}}^{\text{CC}}(\nu_e)$) erlaubt die Bestimmung von $\phi(\nu_{\mu\tau})$ und $\phi(\nu_e)$, sowie des totalen solaren Neutrino fluxes. Das Ergebnis der kombinierten Analyse (Fehlerellipsen) ist konsistent mit den Vorhersagen des Standard-Sonnenmodells ϕ_x^{SSM} unter der Annahme einer Neutrinooszillation von Elektron-Neutrinos nach Myon- oder Tau-Neutrinos. Quelle: „SNO-Collaboration: Measurement of the charged current interactions produced by 8B solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory“ [27].

Nach mehr als dreißig Jahren kann damit das solare Neutrino Problem als gelöst betrachtet werden. Die fehlenden Elektron-Neutrinos werden auf der Erde (indirekt) als Myon- und Tau-Neutrinos nachgewiesen und wechseln auf dem Weg zur Erde den Flavour. Das lange favorisierte teilchenphysikalische Modell der Neutrinooszillation (B. Pontecorvo, 1957 [28]) zur Lösung des Problems der fehlenden Neutrinos sowie das Standard-Sonnenmodell gelten damit als bestätigt.

2.4.2 Neutrinooszillation als Lösung des solaren Neutrino-Problems

Die heute akzeptierte Lösung des solaren Neutrino-Rätsels erklärt das Verschwinden der Elektron-Neutrinos durch eine Umwandlung ihres Flavours auf dem Weg zur Erde. Dieses als Neutrinooszillation bekannte quantenmechanische Phänomen setzt voraus, daß Neutrinos kleine, aber nicht-verschwindende Massen besitzen. Damit

geht die Theorie der Neutrinooszillation über das derzeitige Standardmodell der Elementarteilchenphysik hinaus. Eine Präsentation der Grundlagen dieser Theorie findet sich in Abschnitt 3.3 dieser Arbeit. Es sind zwei unterschiedliche Lösungsansätze zu unterscheiden.

Im einfachsten Fall wandeln die Elektron-Neutrinos ihren Flavour im Vakuum auf dem Weg von der Sonnenoberfläche zum Detektor auf der Erde um. Basierend auf dieser Hypothese findet man die sogenannten *Vakuum-Lösungen* (VAC) im Parameterraum der Neutrinooszillation (Massendifferenz Δm^2 und Mischungswinkel θ). Die Lösung mit einer Oszillationslänge, die der Distanz Sonne-Erde entspricht, wird oft als „Just-So“-Lösung bezeichnet, die Lösung mit entsprechend halbiertes Oszillationslänge als „Just-So²“. Die Vakuum-Lösungen zeichnen sich durch einen großen Mischungswinkel und durch sehr kleine Werte der Massendifferenzen aus. Eine zweite, alternative Lösung basiert auf dem nach den Physikern Mikheyev, Smirnov und Wolfenstein benannte MSW-Effekt [29, 30] (siehe Abschnitt 3.4). Eine durch kohärente Vorwärtsstreuung von Neutrinos an Elektronen erzeugte effektive Wechselwirkung bewirkt eine resonante Konversion des Flavours der Elektron-Neutrinos auf ihrem Weg durch die Materie im Sonneninneren. Basierend auf dieser Hypothese existieren drei verschiedene Möglichkeiten – die sogenannten *MSW-Lösungen*, die das solare Neutrinodefizit erklären können: Die Großwinkel-Lösung LMA („Large Mixing Angle“), die Kleinwinkel-Lösung SMA („Small Mixing Angle“), sowie die Klein- Δm^2 -Lösung LOW („LOW mass squared difference“). Die Güte der einzelnen Lösungen hat sich besonders nach der Analyse der Daten von Super-Kamiokande und SNO verändert. Die Ergebnisse eines globalen Fits aller derzeitig verfügbaren Daten über solare Neutrinos im Rahmen eines 2-Neutrino-Modells sind in Abbildung 2.4 aufgezeigt. Den besten Fit ergibt derzeit die LMA-Lösung. Tabelle 2.1 listet die entsprechenden Best-fit-Werte der Oszillationsparameter sowie die χ^2 -Differenzen der einzelnen Lösungen bezüglich der LMA-Lösung und die daraus abgeleiteten Konfidenz-Level auf. Die SMA-Lösung ergibt nur einen sehr schlechten Fit der aktuellen Daten und taucht erst auf einem Konfidenz-Level von 3σ auf. Damit deuten neben den atmosphärischen Neutrinodaten auch die aktuellen Ergebnisse solarer Experimente auf einen großen Mischungswinkel hin. Im Rahmen des 3-Neutrino-Modells wird das Szenario mit zwei nahezu maximalen Mischungswinkeln als „bimaximal“ bezeichnet.

Im Rahmen der Oszillationstheorie ist ein weiteres Szenario zu erwähnen: Unter der Annahme hypothetischer, nicht-wechselwirkender *steriler Neutrinos* könnte das Defizit an solaren Neutrinos auch als Oszillation in den sterilen Kanal interpretiert werden (siehe Abschnitt 3.2). Analog zur Oszillation in aktive Flavours (ν_μ und ν_τ) existieren auch hier die oben aufgelisteten Lösungen Just-So, VAC, LMA, SMA und LOW. Dieses Szenario wurde seit der Publikation der Ergebnisse des LSND-Experiments [34] viel beachtet. Die rechte Hälfte von Abbildung 2.4 zeigt die sterilen Lösungen im $\Delta m^2 - \theta$ -Parameterraum. Der Tabelle 2.1 kann entnommen werden, daß diese Lösungen nur auf einem Konfidenz-Level von mindestens 2.8σ oder mehr auftauchen. Diese starke Ablehnung ist erst seit der Bekanntgabe der Ergebnisse von SNO im Juni 2001 möglich. Da im Rahmen der Erklärung der atmosphärischen

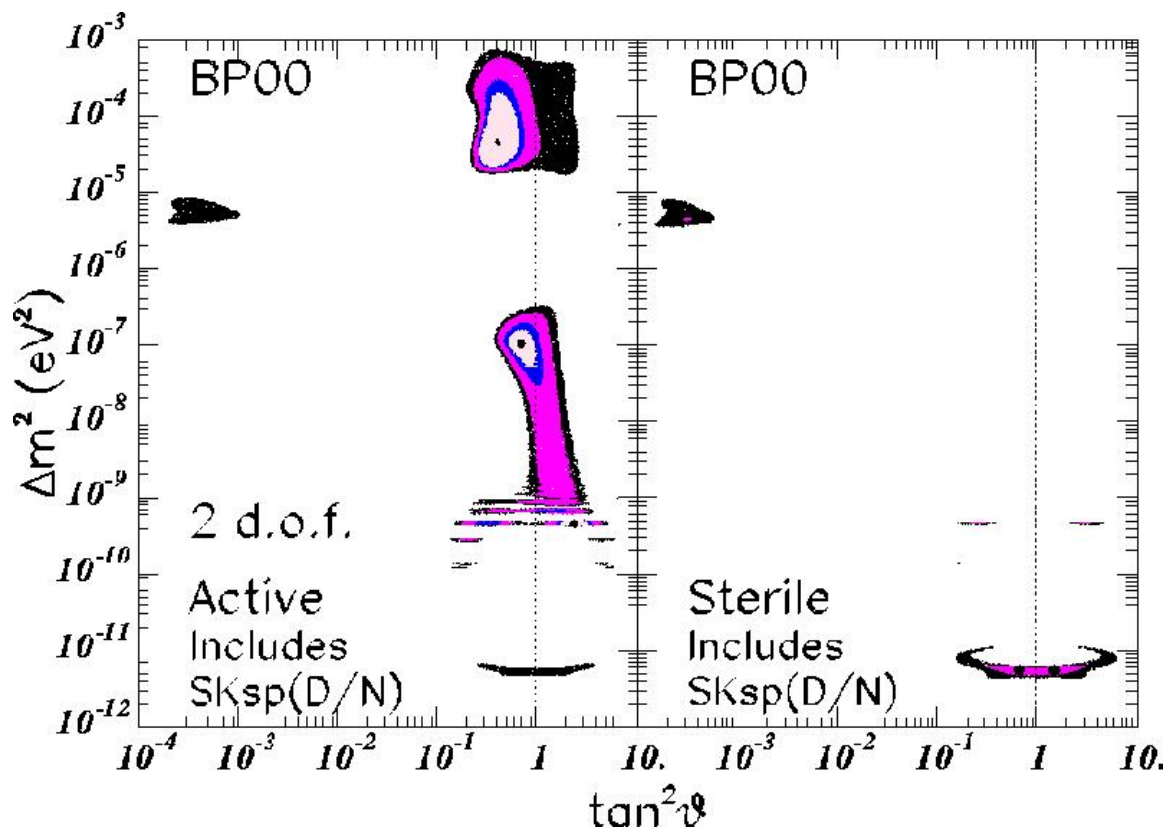


Abbildung 2.4: Globale Lösungen innerhalb eines 2-Neutrino-Modells basierend auf allen momentan existierenden solaren Neutrino-Daten. Zugrundegelegt sind die totalen Raten der Chlor- [22] und Gallium-Experimente [23, 24, 31], spektrale Daten von Super-Kamiokande [25] sowie die totalen Raten der SNO-CC-Messungen [27]. Die C.L.-Konturen sind 90%, 95%, 99% und 99.73% (3σ). Nach oben (Δm^2) werden die Lösungen durch das Ergebnis des CHOOZ-Reaktorexperiments [32] begrenzt. Der linke Plot zeigt die Lösungen für reine aktive Neutrinooszillation unter der Annahme, daß leichte sterile Neutrinos nicht existieren. Der rechte Plot zeigt die Ergebnisse für eine reine Oszillation in sterile Neutrinos ohne Beimischung einer Oszillation in aktive Neutrinos. Quelle: J.N. Bahcall et al.: „Global Analysis of Solar Neutrino Oscillations Including SNO CC Measurement“ [33]

Neutrinoanomalie (siehe Abschnitt 2.5) ebenfalls die Oszillation in sterile Neutrinos abgelehnt wird, steht die Hypothese leichter steriler Neutrinos stark unter Druck. Die Motivation solcher Neutrinos leitet sich weiterhin nur aus dem Bedürfnis ab, das Ergebnis des LSND-Experiments konsistent in den Rahmen der Neutrinooszillationstheorie zu integrieren. Näheres zum Komplex der sterilen Neutrinos findet sich in Abschnitt 3.2 dieser Arbeit.

Zusammenfassend ergibt sich für solare Neutrinos das folgende Bild: Nach mehr als dreißig Jahren lieferte kürzlich das Sudbury Neutrino Observatory den letzten Puzzlestein zur Lösung des solaren Neutrino-Problems³. Das Fehlen der Elektronen-

³Auch ohne ν_μ - ν_τ -Appearance direkt nachzuweisen ergibt eine unabhängige Analyse der Energie-

Solution	Δm^2	$\tan^2(\theta)$	χ^2_{\min}	C.L.
LMA	4.5×10^{-5}	4.1×10^{-1}	35.3	
LOW	1.0×10^{-7}	7.1×10^{-1}	38.4	0.79 (1.2 σ)
VAC	4.6×10^{-10}	2.4×10^0	39.0	0.84 (1.4 σ)
SMA	4.7×10^{-6}	3.9×10^{-4}	45.4	0.994 (2.7 σ)
Just So ²	5.5×10^{-12}	$0.67(1.5) \times 10^0$	45.7	0.995 (2.8 σ)
Sterile Just So ²	5.5×10^{-12}	$0.67(1.5) \times 10^0$	45.8	0.995 (2.8 σ)
Sterile SMA	4.5×10^{-6}	3.1×10^{-4}	46.6	0.996 (2.9 σ)
Sterile VAC	4.7×10^{-10}	2.7×10^{-1}	47.2	0.997 (3.0 σ)

Tabelle 2.1: Best-fit-Werte der globalen Analyse aller solarer Neutrinodaten entsprechend Abbildung 2.4. Die Massendifferenzen sind in eV^2 gegeben. Die χ^2 -Werte beziehen sich auf 39 Freiheitsgrade. Die letzte Spalte listet die aus $\chi^2 - \chi^2_{\text{LMA}}$ berechneten Konfidenz Levels der Best-fit-Werte der entsprechenden Lösung. Quelle: J.N. Bahcall et al.: „Global Analysis of Solar Neutrino Oscillations Including SNO CC Measurement“ [33]. (Der originalen Tabelle wurde die letzte Spalte hinzugefügt.)

Neutrinos erklärt sich durch Oszillation zwischen den aktiven Flavours ν_e , ν_μ und ν_τ . Exotische, im Standardmodell nicht existente Neutrinos sind nicht nötig. Favorisiert ist die Großwinkel-MSW-Lösung (LMA) mit einem nahezu maximalen Mischungswinkel und einer Massenquadratdifferenz von ca. $5 \cdot 10^{-5} \text{eV}^2$. Im Falle der Realisierung dieser Lösung erschließen sich Oszillationseffekte über die solare Massenquadratdifferenz einer Untersuchung durch zukünftige Long-Baseline-Experimente (Neutrino-fabriken oder Superbeams). Eine vollständige experimentelle Bestimmung der Mischungsmatrix einschließlich der CP -Phase liegt damit im Bereich der Möglichkeiten der Neutrinoexperimente der nächsten Jahre. Eine reine Vakuum-Oszillation (VAC) mit ebenfalls großem Mischungswinkel, aber sehr kleiner Massenquadratdifferenz wird durch globale Fits nicht ausgeschlossen. Sollte diese Hypothese zutreffen, sind Oszillationseffekte über die solare Massenquadratdifferenz (inklusive CP -Effekte) in erdebundenen Experimenten mit Neutrinos von Teilchenbeschleunigern nicht zu erwarten. Eine unabhängige Überprüfung der MSW-Resonanzhypothese liegt aber in jedem Fall im Bereich des Möglichen, da diese über die größere Massenquadratdifferenz (der at-

und Zenitwinkelabhängigkeit der Super-Kamiokande-Daten eine Favorisierung der LMA-Lösung und eine Ablehnung der sterilen Oszillationshypothese: „*In summary, Super-Kamiokande precisely measured the energy dependence and zenith angle dependence of the solar ^8B neutrino flux. The data do not show a significant distortion of the spectrum or zenith angle variation. This places strong constraints on neutrino oscillation solutions to the solar neutrino problem independently of the flux expectation. If oscillations into active neutrinos are assumed, just-so and the SMA solutions are disfavored at 93% (zenith angle spectrum) to 97% C.L. (day/night spectrum) and the LMA solutions are preferred. In conjunction with the SK ^8B flux measurement, two allowed areas at large mixing remain. All possible oscillation solutions into only sterile neutrinos are disfavored at 95% confidence level.*“ [26]

osphärischen Neutrinos) getestet werden kann.

2.5 Die atmosphärische Neutrinoanomalie

In den 80'er Jahren starteten die Detektoren IMB, Soudan und Kamiokande ihre Suche nach dem Protonenzerfall. Eines der Hauptprobleme dabei war die Bekämpfung des Untergrundes, der durch atmosphärische Neutrinoereignisse erzeugt wird. Dessen präzise Untersuchung überraschte durch ein unerwartetes Ergebnis: In allen drei Detektoren war die gemessene Rate an Myon-Neutrinoereignissen niedriger als die Vorhersagen aus Monte-Carlo-Simulationen erwarten ließen. Dieses Phänomen wurde als „atmosphärische Neutrinoanomalie“ bekannt und neben dem solaren Neutrinodefizit als zweites wichtiges Indiz für die Richtigkeit der Neutrinooszillationshypothese gewertet. Quantifiziert wird die Anomalie gewöhnlich durch das Doppelverhältnis (auch R-Verhältnis genannt)

$$R = \frac{(\mu/e)_{\text{data}}}{(\mu/e)_{\text{MC}}}, \quad (2.17)$$

wobei das gemessene sowie das erwartete Verhältnis von Myon- und Elektron-Neutrino-Events zueinander in Bezug gesetzt werden. Im Gegensatz zu dem erwarteten Wert $R = 1.0$ wurde durch die drei Experimente ein Wert zwischen 0.5 und 0.7 gemessen. Das Kamiokande-Experiment lieferte dabei die signifikantesten Daten und konnte durch Bestimmung der Einfallrichtung der Neutrinos eine Zenitwinkelabhängigkeit des R-Verhältnisses nachweisen. Dieses auch Up-Down-Asymmetrie genannte Phänomen legte die Interpretation der Anomalie als Konsequenz von Neutrinooszillationen oder Neutrinozerfall nahe. Die seit 1996 laufenden Präzisionsmessungen am Super-Kamiokande-Detektor konnten der Oszillationshypothese zum Durchbruch verhelfen. Seit der ersten Veröffentlichung von Super-Kamiokande-Resultaten im Juni 1998 wird sie weithin als die korrekte Beschreibung der atmosphärischen Neutrinoanomalie betrachtet. Abbildung 2.5 zeigt die Resultate entsprechender Messungen nach 1289 Tagen Laufzeit des Experiments, Abbildung 2.5 zeigt einen Fit der Parameter Δm^2 und θ des 2-Neutrino-Modells gegen die Super-Kamiokande-Daten. Den besten Fit der experimentellen Daten liefert das Parameterpaar

$$\Delta m^2 = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 \quad \sin^2 2\theta = 1.0 \quad [35], \quad (2.18)$$

bei einem zugrundeliegenden Oszillationskanal $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$. Die Erklärung der atmosphärischen Neutrinoanomalie durch Oszillation in sterile Neutrinos kann mittlerweile auf einem Konfidenz-Level von 99% ausgeschlossen werden⁴. Schwache Beimi-

⁴Super-Kamiokande-Kollaboration nach 1289 Tagen Laufzeit des Experiments: „*In summary, we have presented three independent data samples that discriminate between the oscillations to either tau neutrinos or sterile neutrinos in the region of mixing angle and Δm^2 preferred by the majority of the Super-Kamiokande data. Two-flavor oscillation between muon neutrinos and sterile neutrinos fit the low energy charged current data, but do not fit the neutral current or high energy data. We cannot exclude more complicated scenarios in which both $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ and $\nu_\mu \rightarrow \nu_s$ oscillations co-exist*

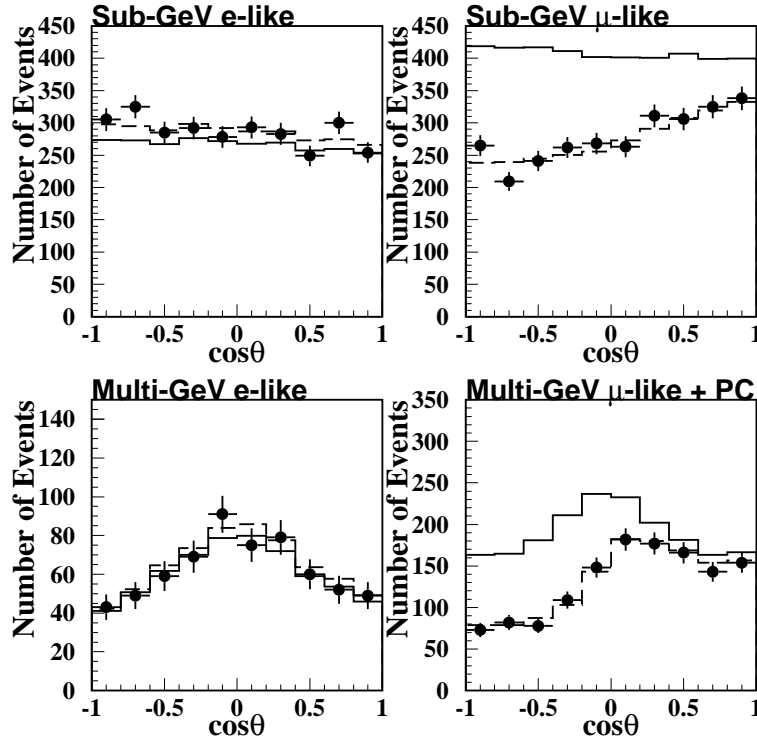


Abbildung 2.5: Zenitwinkelverteilung der atmosphärischen Neutrino-Events, gemessen von Super-Kamiokande nach 1289 Tagen Laufzeit. Die durchgezogenen Linien entsprechen den theoretischen Erwartungen. Die gestrichelten Linien entsprechen dem (best-fit) Oszillationsmodell. Das Defizit an Myon-Neutrinos wird durch Oszillation von Myon-Neutrinos in Tau-Neutrinos erklärt. Quelle: Toshiyuki Toshito für die Super-Kamiokande-Kollaboration: „Super-Kamiokande atmospheric neutrino results“ [35].

schungen einer sterilen Oszillationskomponente sind allerdings prinzipiell nicht auszuschließen. Für eine Diskussion leichter steriler Neutrinos im Zusammenhang mit der atmosphärischen Neutrinoanomalie fehlt jedoch die phänomenologische Grundlage.

Der MSW-Effekt [29, 30], der (in einem 3-Neutrino-Modell) durch eine resonante Vergrößerung des Mischungswinkels θ_{13} und der damit verbundenen subdominanten Oszillation $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ zu einer Erhöhung der Raten im sogenannten „core-bin“ führen könnte, wird derzeit noch nicht beobachtet. Studien zeigen, daß im Falle eines Mischungswinkels θ_{13} nahe dem aktuellen experimentellen oberen Limit (siehe CHOOZ-Experiment) durch Ansammlung weiterer Daten in den nächsten Jahren ein Effekt prinzipiell beobachtbar sein könnte [37, 38]. Das würde bedeuten, daß der MSW-Effekt auch in atmosphärischen Neutrinoexperimenten verifizierbar wäre.

with small mixing to sterile neutrinos, or with much smaller mass difference for sterile neutrinos; yet there is nothing in this data to encourage one about the existence of sterile neutrinos. Pure $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ neutrino oscillations fit all of the data samples presented, without any inconsistency.“ [36]

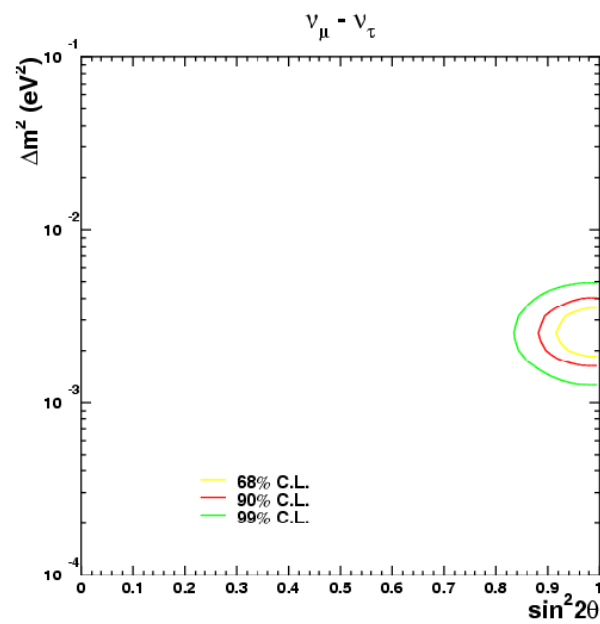


Abbildung 2.6: 68%, 90% und 99% Konfidenz-Levels einer 2-Neutrino-Analyse der von Super-Kamiokande nach 1289 Tagen Laufzeit erhaltenen atmosphärischen Neutrinodaten. Quelle: Toshiyuki Toshito für die Super-Kamiokande-Kollaboration: „Super-Kamiokande atmospheric neutrino results“ [35].

Kapitel 3

Grundlagen

3.1 Neutrinomassen

3.1.1 Theorie der Neutrinomassen

Um eine Erklärung des solaren Neutrino­defizits und der atmosphärischen Neutrino­anomalie durch Neutrino­oszillationen zu ermöglichen, müssen Neutrinos, im Gegensatz zu den Annahmen des Standardmodells, massiv sein. Konzeptionell ist es sehr einfach, das Standardmodell ohne grundlegende Modifikationen so zu erweitern, daß Dirac-Massenterme für Neutrinos erlaubt werden. Die dadurch notwendige Erklärung der Kleinheit der Neutrinomassen durch entsprechende Hierarchien in den Yukawa-Kopplungskonstanten ist allerdings unbefriedigend. Kopplungskonstanten die sich um mehr als fünf Größenordnungen unterscheiden, erscheinen als höchst ungewöhnlich, da Neutrinos und geladene Leptonen im Standardmodell in den selben Multipletts angeordnet sind. Die favorisierte, elegante und natürliche Erklärung der Kleinheit der Neutrinomassen wird im sogenannten Seesaw-Mechanismus geliefert, in dem die Dirac-Massenskala der Fermionen in Beziehung zur Massenskala einer einbettenden GUT-Theorie gesetzt wird. Ein anderer Ansatz erzeugt die kleinen Neutrinomassen über Strahlungskorrekturen höherer Loop-Ordnung. Solche Strahlungskorrekturen implizieren allerdings einen erweiterten Teilchengehalt des Modells. In diesem Abschnitt werden die Grundlagen der Theorie der Neutrinomassen kurz dargestellt, sowie ein Überblick über die oben genannten Ansätze gegeben. Einführungen in das Themengebiet sind in den Lehrbüchern [39] und [40] nachzulesen. Eine aktuelle und ausführliche Darstellung der Sachverhalte mit entsprechenden weiterführenden Referenzen findet sich z.B. in [41] (Diplomarbeit Gerhart Seidl, 2001).

Theoretische Grundlagen

Neutrinos werden in der Diracschen Spinor-Feldtheorie durch vierkomponentige Spinoren

$$\Psi(x) = \begin{pmatrix} \xi(x) \\ \bar{\eta}(x) \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

beschrieben, die üblicherweise den Massenterm $\mathcal{L}_{\text{mass}} = -m\bar{\Psi}(x)\Psi(x)$ in der Lagrangedichte der Theorie erzeugen. Ein Dirac-Spinor besteht aus zwei sogenannten Weyl-Spinoren, die – dargestellt in der Weyl-Basis – zwei Felder mit unterschiedlicher Chiralität (links-chiral und rechts-chiral) beschreiben:

$$\Psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\Psi = \begin{pmatrix} \xi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2a)$$

$$\Psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\eta} \end{pmatrix} \quad (3.2b)$$

Eine Verallgemeinerung des Massenterms $m\bar{\Psi}\Psi$ der Dirac-Theorie wird durch die Konstruktion aller möglichen bilinearen Invarianten unter Poincaré-Transformation erhalten: $\xi\eta = \eta\xi$, $\bar{\eta}\bar{\xi} = \bar{\xi}\bar{\eta}$, $\xi\xi$, $\bar{\xi}\bar{\xi}$, $\eta\eta$ und $\bar{\eta}\bar{\eta}$. Da $\bar{\eta}\bar{\xi} = (\xi\eta)^\dagger$ und entsprechend $\bar{\xi}\bar{\xi} = (\xi\xi)^\dagger$ bzw. $\bar{\eta}\bar{\eta} = (\eta\eta)^\dagger$ gilt, können sämtlichen bilineare Invarianten durch $\eta\xi$, $\xi\xi$, $\eta\eta$ und die entsprechenden hermitesch konjugierten Größen $(\eta\xi)^\dagger$, $(\xi\xi)^\dagger$, $(\eta\eta)^\dagger$ ausgedrückt werden. Daraus lassen sich mit den reellen Massenparametern m_D , m_L und m_R sowie $m_{D'}$, $m_{L'}$ und $m_{R'}$ folgende, bezüglich hermitescher Konjugation symmetrisierten Massenterme konstruieren. Diese Massenterme lassen sich durch die beiden fermionischen Majorana-Bispinoren

$$\chi = \Psi_L + \Psi_L^c = \begin{pmatrix} \xi \\ \bar{\xi} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad (3.3a)$$

$$\omega = \Psi_R + \Psi_R^c = \begin{pmatrix} \eta \\ \bar{\eta} \end{pmatrix} \quad (3.3b)$$

ausdrücken, für die gilt: $\chi^c = \chi$ und $\omega^c = \omega$:

$$\begin{aligned} \text{Dirac-Massenterm:} \quad -\mathcal{L}_{\text{mass}}^D &= m_D (\eta\xi + (\eta\xi)^\dagger) \\ &= m_D \bar{\Psi}\Psi \\ &= \frac{1}{2}m_D(\bar{\chi}\omega + \bar{\omega}\chi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Majorana-Massenterm} & & -\mathcal{L}_{\text{mass}}^L &= m_L (\xi\xi + (\xi\xi)^\dagger) \\ \text{(linkshändig):} & & &= m_L (\bar{\Psi}_L^c \Psi_L + \bar{\Psi}_L \Psi_L^c) \\ & & &= m_L \bar{\chi}\chi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Majorana-Massenterm} & & -\mathcal{L}_{\text{mass}}^R &= m_R (\eta\eta + (\eta\eta)^\dagger) \\
\text{(rechtshändig):} & & &= m_R (\bar{\Psi}_R^c \Psi_R + \bar{\Psi}_R \Psi_R^c) \\
& & &= m_R \bar{\omega} \omega
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Pseudo-Dirac-Massenterm:} & & -\mathcal{L}_{\text{mass}}^{D'5} &= m_{D'} (i\eta\xi + (i\eta\xi)^\dagger) \\
& & &= -im_{D'} \bar{\Psi} \gamma_5 \Psi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Pseudo-Majorana-} & & & \\
\text{Massenterm (linkshändig):} & & -\mathcal{L}_{\text{mass}}^{L'5} &= m_{L'} (i\xi\xi + (i\xi\xi)^\dagger) \\
& & &= -m_{L'} \bar{\chi} \gamma_5 \chi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Pseudo-Majorana-} & & & \\
\text{Massenterm (rechtshändig):} & & -\mathcal{L}_{\text{mass}}^{R'5} &= m_{R'} (i\eta\eta + (i\eta\eta)^\dagger) \\
& & &= +m_{R'} \bar{\omega} \gamma_5 \omega
\end{aligned}$$

Der Dirac-Massenterm $\mathcal{L}_{\text{mass}}^D$ sowie die Majorana-Massenterme $\mathcal{L}_{\text{mass}}^L$ und $\mathcal{L}_{\text{mass}}^R$ sind invariant unter Paritätstransformation ($\mathcal{L}_{\text{mass}} \xrightarrow{P} \mathcal{L}_{\text{mass}}$). $\mathcal{L}_{\text{mass}}^{D'5}$, $\mathcal{L}_{\text{mass}}^{L'5}$ und $\mathcal{L}_{\text{mass}}^{R'5}$ transformieren wie ein Pseudoskalar ($\mathcal{L}_{\text{mass}} \xrightarrow{P} -\mathcal{L}_{\text{mass}}$). Der allgemeinste paritätsinvariante Massenterm, der aus den Majorana-Bispinoren χ und ω gebildet werden kann, ist

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{\text{mass}}^{D,M} &= -\mathcal{L}_{\text{mass}}^D - \mathcal{L}_{\text{mass}}^L - \mathcal{L}_{\text{mass}}^R \\
&= \frac{1}{2} m_D (\bar{\chi} \omega + \bar{\omega} \chi) + m_L \bar{\chi} \chi + m_R \bar{\omega} \omega \\
&= (\bar{\chi} \quad \bar{\omega}) \underbrace{\begin{pmatrix} m_L & \frac{1}{2} m_D \\ \frac{1}{2} m_D & m_R \end{pmatrix}}_{M_F} \begin{pmatrix} \chi \\ \omega \end{pmatrix}. \tag{3.4}
\end{aligned}$$

M_F wird fermionische Massenmatrix genannt. Durch einen Basiswechsel zu den Masseneigenzuständen $\zeta_1 = \cos \theta \chi + \sin \theta \omega$ und $\zeta_2 = -\sin \theta \chi + \cos \theta \omega$ mit $\tan 2\theta = m_D / (m_R - m_L)$ läßt sich M_F diagonalisieren:

$$-\mathcal{L}_{\text{mass}}^{D,M} = (\bar{\zeta}_1 \quad \bar{\zeta}_2) \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{pmatrix}. \tag{3.5}$$

Da auch ζ_1 und ζ_2 Majorana-Bispinoren sind ($\zeta_1^c = \zeta_1$, $\zeta_2^c = \zeta_2$), beschreibt der allgemeine paritätsinvariante Massenterm $\mathcal{L}_{\text{mass}}^{D,M}$ zwei Majorana-Teilchen mit den verschiedenen Massen

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} (m_L + m_R \mp \sqrt{(m_L - m_R)^2 + m_D^2}). \tag{3.6}$$

Eine Verallgemeinerung dieses Formalismus auf drei Neutrinofamilien ist ohne Probleme möglich. Jede der drei Generationen besteht als Dirac-Feld in der allgemeinsten

Form aus zwei Weyl-Spinoren:

$$\nu_{e,\mu,\tau} = \begin{pmatrix} \xi \\ \bar{\eta} \end{pmatrix}_{e,\mu,\tau} = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R \end{pmatrix}_{e,\mu,\tau} . \quad (3.7)$$

Die drei Generationen von Neutrinos ν_e , ν_μ und ν_τ werden zu einem dreikomponentigen Spaltenvektor ν zusammengefaßt, der aus Weyl-Spinoren aufgebaut ist:

$$\nu_{L,R} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_{L,R} \quad (3.8)$$

Der allgemeinste paritätsinvariante Neutrinomassenterm ist damit

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{\text{mass}}^{D,M} &= \bar{\nu}_L M_D \nu_R + \frac{1}{2} \bar{\nu}_L M_L \nu_L + \frac{1}{2} \bar{\nu}_R M_R \nu_R + \text{h.k.} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_L & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{h.k.} , \end{aligned} \quad (3.9)$$

wobei M_D , M_L und M_R reelle 3×3 -Matrizen sind.

Neutrinos im Standardmodell

Im Standardmodell als chirale Feldtheorie verbieten Eichinvarianz und Renormierbarkeit die Existenz expliziter Massenterme für Fermionen. Die Leptonen erhalten ihre Masse über den Higgs-Mechanismus, welcher die elektroschwache Eichgruppe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ auf die elektromagnetische Eichgruppe $U(1)_Q$ bricht. Prinzipiell könnten durch passende Wahl der Darstellung der Higgs-Felder auf diese Weise auch Dirac- und Majorana-Massenterme für Neutrinos generiert werden. Da jedoch rechtshändige Neutrinos Singulettts bezüglich der Standardmodell-Eichgruppe sind, und Majorana-Massenterme die Leptonenzahl brechen, wir aber $B - L$ -Erhaltung beobachten, sind im Standardmodell Neutrinos masselos.

Die Einführung rechtshändiger Neutrinos stellt aber eine natürliche, minimale Modifikation dar, die die Beschreibung von Neutrinomassen grundsätzlich ermöglicht und damit den neuen experimentellen Kenntnissen Rechnung trägt. Eine Erklärung der vergleichsweise Kleinheit der Neutrinomassen gegenüber den Massen der geladenen Leptonen führt im Rahmen dieser minimalen Modifikation allerdings auf ein unmotiviertes Finetuning der Yukawa-Kopplungen der geladenen Leptonen und der Neutrinos. Eine befriedigende Erklärung der Kleinheit der Neutrinomassen erfordert eine deutliche Erweiterung des Standardmodells.

Der Seesaw-Mechanismus

Durch die Einführung der $SU(2)$ -Singulettts ν_R lassen sich konsistent im Rahmen der spontanen Symmetriebrechung des Standardmodells Dirac-Massenterme für drei

Neutrinofamilien generieren. Natürlicherweise ist zu erwarten, daß die zugehörige Massenmatrix M_D (vgl. Gl. (3.9)) Einträge besitzt, deren Größe ungefähr der Massenskala der geladenen Fermionen (Quarks und Leptonen) entspricht. Diese wird als Dirac-Massenskala ($M_D \sim 10^2$ GeV) bezeichnet und ist durch den Vakuumerwartungswert des Standardmodell-Higgses bestimmt. Aus Standardmodell-Singulets ν_R läßt sich der direkte Massenterm $-\mathcal{L}_{\text{mass}} = 1/2 M_R \bar{\nu}_R \nu_R + \text{h.k.}$ konstruieren und zur Lagrangedichte addieren. Einen Massenterm aus den linkshändigen leptonischen $SU(2)$ -Dubletts aufzubauen ist nur mit Hilfe eines erweiterten Higgssektors möglich. Hier wäre speziell die Einführung eines Higgs-Tripletts oder eines einfach geladenen Higgs-Singulets nötig. Darauf wird in einer minimalen Erweiterung des Standardmodells verzichtet und deshalb $M_L = 0$ gesetzt. Daraus ergibt sich der Gl. (3.9) entsprechende Seesaw-Massenterm

$$-\mathcal{L}_{\text{mass}}^{D,M} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{h.k.} . \quad (3.10)$$

Die Größe der Einträge der Massenmatrix M_R ist prinzipiell beliebig. Betrachtet man das Standardmodell eingebettet im Rahmen einer GUT-Theorie, so ist davon auszugehen, daß die Skala von M_R der Einbettungsskala Λ der vereinheitlichenden Theorie entspricht. Diese GUT-Skala Λ liegt bei etwa 10^{16} GeV. Damit ist für die Einträge der Matrizen M_D und M_R die Hierarchie

$$m_D \ll m_R \quad (3.11)$$

gegeben. Betrachtet man gemäß Gl. (3.6) den vereinfachten Fall nur einer Generation, so erhält man zwei Majorana Neutrinos mit den Massen $m_1 \approx m_D^2/m_R$ und $m_2 \approx m_R$, d.h. ein sehr schweres Majorana-Neutrino und ein sehr leichtes Majorana-Neutrino. Für $m_R \approx 10^{16}$ GeV und m_D entsprechend der Top-Quark-Masse erhält man beispielsweise eine Neutrinomasse von ca. 10^{-3} eV. Sehr leichte Neutrinomassen durch solch ein Zusammenspiel zweier hierarchischer Massenskalen elegant zu erklären wird als Seesaw-Mechanismus [42, 43] bezeichnet. Die Beliebtheit des Seesaw-Modells ist begründet in der bestehenden Einfachheit des Mechanismus und der Tatsache, daß die experimentell ermittelte Neutrinomassenskala (hierarchische Massenspektren vorausgesetzt) in Bezug gesetzt zur Top-Quark-Masse (Dirac-Massenskala) auf eine vereinheitlichende Massenskala schließen läßt, die etwa im Bereich der GUT-Skala bis Planck-Skala liegt.

Erweiterungen des Standardmodells

Neben dem fundamentalen Seesaw-Mechanismus existieren eine Reihe weiterer Ansätze zur Erklärung kleiner, aber nicht-verschwindender Neutrinomassen:

Ausgehend von der $SU(2) \times U(1)$ -Struktur des Standardmodells können beispielsweise eichinvariante Massenterme gebildet werden, indem man weitere Higgs-Multipletts einführt, die an fermionische Bilineare koppeln können. In Frage kommen ein $SU(2)$ -Triplet mit Hyperladung -2 , ein einfach geladenes $SU(2)$ -Singulett

mit Hyperladung -2 und ein doppelt geladenes $SU(2)$ -Singulett mit Hyperladung 4. Ein Higgs-Triplett erlaubt die Generierung von Majorana-Massentermen auf Tree-Level. Die Kleinheit der Neutrinomassen wird aber in diesem Fall auf unbefriedigende Weise durch einen entsprechend kleinen Vakuumerwartungswert erklärt, was genausowenig eine echte Lösung des Problems darstellt, wie die Annahme hierarchischer Kopplungskonstanten. Modelle, die auf Higgs-Singulett basieren, erzeugen Neutrinomassen auf Loop-Niveau. Das Zee-Modell [44] gilt als Prototyp für solche Mechanismen. Auf diese Weise könnten kleine Neutrinomassen auf natürliche Art durch Loop-Unterdrückung erklärt werden. Ein interessantes Beispiel, das Massen auf 2-Loop-Niveau erzeugt, ist durch Babus Modell gegeben [45].

Im Rahmen supersymmetrischer Modelle ist die Erzeugung von Neutrinomassen durch Brechung der R-Parität zu nennen [46]. Dieser Ansatz kombiniert Seesaw-Mechanismus und Strahlungskorrekturen. Das ν_τ erhält seine Masse durch Mischung von Neutrinos mit Neutralinos und das ν_e und das ν_μ erhalten ihre Massen entweder durch skalare Loop-Beiträge oder, in Modellen mit spontan gebrochener R-Parität, durch Mischung mit Singulett.

Als einführende Literatur mit weiterführenden Referenzen zu diesem Themenbereich seien beispielsweise das Lehrbuch „Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics“ [40] von P.B. Mohapatra sowie die „Corfu Summer-Lectures“ von J.W.F. Valle [47] genannt.

Flavour-Symmetrien

Einfache GUT-Modelle liefern keine Erklärung für Fermion-Massenterme und Mischungen, da in ihnen die Eichsymmetrien nur jeweils innerhalb einer Generation wirken, und damit die verschiedenen Generationen nur als Kopien voneinander auftreten. Deshalb erweitert man die Eichgruppe durch Flavour-Symmetrien, die zwischen den verschiedenen Generationen vermitteln. Ein derartiger Ansatz kann die beobachteten Fermion-Massenhierarchien durch eine symmetriebrechende nichtrenormierbare Wechselwirkung erklären, wobei die Fermionmassen über höherdimensionale Operatoren generiert werden. Die Brechung der Flavour-Symmetrie ist charakterisiert durch einen kleinen Parameter λ . Die verschiedenen symmetriebrechenden Terme füllen dann als Potenzen von λ die Massenmatrix auf und erzeugen damit die Hierarchien in den Massen und die Mischungswinkel. [48–50]

3.1.2 Experimentelle obere Schranken für Neutrinomassen

Alle derzeitigen Messungen der absoluten Neutrinomassen sind konsistent mit der Annahme des Standardmodells, daß Neutrinos masselose Teilchen sind. Aus kinematischen Tests lassen sich momentan nur obere Schranken für die einzelnen Neutrinomassen ableiten. Aufgrund der großen Massen des Myons und des Taus sind diese Schranken für das Myon-Neutrino und das Tau-Neutrino relativ hoch. Unter Berücksichtigung der aus Oszillationsexperimenten ermittelten Massendifferenzen

zwischen den Neutrinos sowie mittels kosmologischer Argumente kann man jedoch folgern, daß alle drei Neutrinos sehr kleine Massen haben, die unterhalb der momentan stärksten Schranke für die ν_e -Masse von ca. 3 eV liegen.

Die Neutrinomassenexperimente Mainz und Troitsk

Die sensitivsten Experimente für die absolute Masse des Neutrinos sind das Mainz- und das Troitsk-Neutrinomassenexperiment. Aus Messungen des Tritium- β -Spektrums nahe des Endpunkts ergibt sich für die Masse des Elektron-Neutrinos derzeit ein Wert von

$$m_\nu^2 = \begin{cases} -1.6 \pm 2.5_{\text{stat}} \pm 2.1_{\text{sys}} \text{ eV}^2 & \text{Mainz [51, 52]} \\ -1.0 \pm 3.0_{\text{stat}} \pm 2.1_{\text{sys}} \text{ eV}^2 & \text{Troitsk [53]} \end{cases} . \quad (3.12)$$

Aus diesen auf 95% C.L. mit Null kompatiblen Werten können folgende obere Schranken für die Elektron-Neutrinomasse abgeleitet werden:

$$m_\nu < \begin{cases} 2.2 \text{ eV} & \text{Mainz [51, 52]} \\ 2.5 \text{ eV} & \text{Troitsk [53]} \end{cases} . \quad (3.13)$$

Dabei ist zu berücksichtigen, daß unter Neutrinomischung die Neutrinomasse m_ν , auf die die β -Endpunktmessungen sensitiv sind, eine durch Mischungswinkel gewichtete Superposition der Neutrinomassen-Eigenzustände ist:

$$m_\nu^2 = \sum_{i=1}^3 |U_{ei}^2| m_i^2 . \quad (3.14)$$

In einem hierarchischen Neutrinomassenschema wäre damit beispielsweise der schwerste Massenzustand ν_3 quadratisch durch den kleinen Mischungswinkel θ_{13} unterdrückt.

Momentan diskutieren die Neutrino-Gruppen aus Karlsruhe, Mainz und Troitsk die Konstruktion eines Tritium- β -Spektrometers mit 7 Meter Durchmesser. Mit diesem modernen Spektrometer sollte eine Sensitivität auf die Elektron-Neutrinomasse von unter 0.4 eV erreicht werden.

Absolute Massenschranken für ν_μ und ν_τ

Die von der Particle Data Group [3] zitierten, aus kinematischen Experimenten gewonnenen oberen Schranken für die Massen des Myon-Neutrinos und des Tau-Neutrinos lauten:

$$m_{\nu_\mu} < 0.19 \text{ MeV} \quad (3.15)$$

$$m_{\nu_\tau} < 18.2 \text{ MeV} . \quad (3.16)$$

Neutrinoloser-Doppelbetazerfall

Neutrinoloser-Doppelbetazerfall ($0\nu\beta\beta$) entspricht zwei einfachen β -Zerfällen in einem Kern (A, Z) , der dabei in einen Kern $(A, Z+2)$ umgewandelt wird. Im Rahmen des Standardmodells ist dies nur unter Emission zweier Elektron-Antineutrinos möglich. Besitzen Neutrinos Majorana-Charakter, so sind sie mit ihren Antiteilchen identisch und der $0\nu\beta\beta$ -Prozeß ist möglich, d.h. der Doppelbetazerfall kann unter Verletzung der Leptonzahl auch ohne Emission von Neutrinos stattfinden. Im Kern propagiert ein Neutrino-Flavour-Eigenzustand mit der effektiven Majorana-Masse

$$|\langle m_\nu \rangle| = \left| \sum_j U_{ej}^2 m_j \right| \quad \text{mit} \quad U_{ej} = |U_{ej}| e^{i\alpha_j/2}. \quad (3.17)$$

Hier spielen neben den aus der Neutrinooszillation bekannten Mischungsparametern weitere Majorana-Phasen α_j eine Rolle. Diese Majorana-Phasen gehen aus dem Diagonalisierungsprozeß der Massenmatrizen hervor, sind aber in der Oszillation aufgrund einer Invarianz der Größen J_{ij}^{lm} nicht relevant. Die effektive Majorana-Masse hängt nur von den beiden Phasendifferenzen $\alpha_{21} = \alpha_2 - \alpha_1$ und $\alpha_{31} = \alpha_3 - \alpha_1$ ab. Ist die CP -Symmetrie nicht verletzt, so ist $\alpha_{j1} = k\pi$ mit $k = 0, 1, 2, \dots$. Der Neutrinolose-Doppelbetazerfall ist generell nicht sensitiv für Dirac-Massen.

Limits für die effektive Majorana-Masse werden von den ^{76}Ge -Experimenten Heidelberg-Moscow und IGEX

$$|\langle m_\nu \rangle| < \begin{cases} (0.35 - 1.05) \text{ eV} & \text{Heidelberg-Moscow [54]} \\ (0.33 - 1.35) \text{ eV} & \text{IGEX [55]} \end{cases} \quad (3.18)$$

gemessen (beide 90% C.L.). Die aus den experimentellen Daten erhaltene Schranke variiert mit der Wahl des in der Analyse verwendeten theoretischen Wertes für das Kern-Matrixelement. Die Experimente NEMO-3¹ (Start 2001) und CUORE² werden eine Sensitivität von $|\langle m_\nu \rangle| \approx 0.1 \text{ eV}$ erreichen. Eine Suche im Bereich um $|\langle m_\nu \rangle| \approx 0.01 \text{ eV}$ soll von den geplanten Experimenten GENIUS³ [56] und EXO⁴ ermöglicht werden. Die Abschätzungen, die man in einem hierarchischen, invertierten oder quasi-degenerierten Standard-3-Neutrino-Modell aus den heutigen Informationen über die Mischungsparameter für die effektive Majorana-Neutrinomasse ableiten kann [57], sind in Tabelle 3.1 zusammengefaßt.

3.2 Sterile Neutrinos

Sterile Neutrinos sind hypothetische Singulett-Fermionen der Standard-Eichgruppe, die an die konventionellen „aktiven“ Neutrinos ν_e , ν_μ und ν_τ nur über effektive Mas-

¹Nemo-3 WWW-Information: www.lal.in2p3.fr/recherche/nemo/

²CUORE WWW-Information: crio.mi.infn.it/wig/DBD/cuore.html

³GENIUS WWW-Information: www.mpi-hd.mpg.de/non_acc/issues.html

⁴EXO WWW-Information: hep.stanford.edu/neutrino/EXO/EXO.html

hierarchisch	LMA	$ \langle m_\nu \rangle \lesssim 4.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$	
	SMA	$ \langle m_\nu \rangle \lesssim (8.5 - 10) \cdot 10^{-3} \text{ eV}$	
	LOW	$ \langle m_\nu \rangle \lesssim (8.5 - 10) \cdot 10^{-3} \text{ eV}$	
invertiert	LMA	$ \langle m_\nu \rangle \lesssim (6.8 - 8.9) \cdot 10^{-2} \text{ eV}$	$ \langle m_\nu \rangle \gtrsim (3 - 4) \cdot 10^{-2} \text{ eV}$
	SMA	$ \langle m_\nu \rangle \lesssim (6.8 - 8.9) \cdot 10^{-2} \text{ eV}$	
	LOW	$ \langle m_\nu \rangle \lesssim (6.8 - 8.9) \cdot 10^{-2} \text{ eV}$	
degeneriert (Masse m)	LMA	$ \langle m_\nu \rangle \lesssim (0.33 - 1.05) \text{ eV}$	$ \langle m_\nu \rangle \gtrsim (0.1 - 0.2)m$
	SMA	$ \langle m_\nu \rangle \lesssim (0.33 - 1.05) \text{ eV}$	
	LOW	$ \langle m_\nu \rangle \lesssim (0.33 - 1.05) \text{ eV}$	$ \langle m_\nu \rangle \gtrsim (0.2 - 0.3)m$

Tabelle 3.1: Abschätzungen der effektiven Majorana-Masse $|\langle m_\nu \rangle|$ in einem hierarchischen, invertierten oder quasi-degenerierten Standard-3-Neutrino-Modell [57]. In vielen Szenarien läßt sich keine untere Grenze für die effektive Majorana-Masse angeben, da die Terme, die zu $|\langle m_\nu \rangle|$ beitragen, sich gegenseitig aufheben können.

senterme, also Yukawa-artig koppeln. Eine Kopplung über die schwache Wechselwirkung, wie bei aktiven Neutrinos, findet nicht statt. Sterile Neutrinos sind demnach in Teilchenreaktion prinzipiell nicht direkt nachweisbar. Allerdings eröffnen leichte sterile Neutrinos einen weiteren Oszillationskanal. Ein konventionell nicht erklärbares Defizit an aktiven Neutrinos könnte damit die Konsequenz einer Neutrinooszillation in den sterilen Sektor sein.

Es ist wichtig zwischen hypothetischen leichten sterilen Neutrinos und den schweren rechtshändigen GUT-Singulettts zu unterscheiden, die im Rahmen der Seesaw-Modelle eingeführt werden, um die Kleinheit der Neutrinomassen zu erklären (siehe Abschnitt 3.1). Theoretische Modelle zu konstruieren, die leichte sterile Neutrinos beinhalten, ist konzeptionell schwierig, da zur Generation der notwendigen aktiv-steril-Mischung entsprechende Dirac- und Majorana-Neutrinomassen notwendig sind und Symmetrien eingeführt werden müssen, die erklären, warum die sterilen Massen klein und mit denen der aktiven Neutrinos vergleichbar sind (siehe die Arbeiten [58, 59] und Referenzen darin).

Wichtigster Grund für die Einführung der leichten sterilen Neutrinos ist der Wunsch nach der simultanen Erklärung von drei verschiedenen positiven Hinweisen auf Neutrinooszillation. Neben dem solaren Neutrinoproblem (siehe Abschnitt 2.4) und der atmosphärischen Neutrinoanomalie (siehe Abschnitt 2.5) liefert das Beschleuniger-Oszillationsexperiment LSND einen dritten Hinweis auf Neutrinooszillationen. In dem Energiefenster zwischen 20 MeV und 60 MeV wurden während der Datennahme in den Jahren 1993 bis 1997 von LSND 61 Events registriert, bei einem erwarteten Untergrund von nur 16 Events [34]. Dieses Ergebnis wird durch Appearance-Oszillation mit einer Massenquadratdifferenz um ca. 1 eV^2 erklärt. Diese dritte Massenskala ist in einem hierarchischen 3-Neutrino-Modell nicht mit den beiden Massenskalen der solaren und atmosphärischen Neutrinos vereinbar (siehe auch Abschnitt 3.3.3). Dazu ist die Einführung mindestens eines weiteren Neutrinos notwendig. Da die Gesamtzahl der Teilchenfamilien und damit die Zahl der aktiven

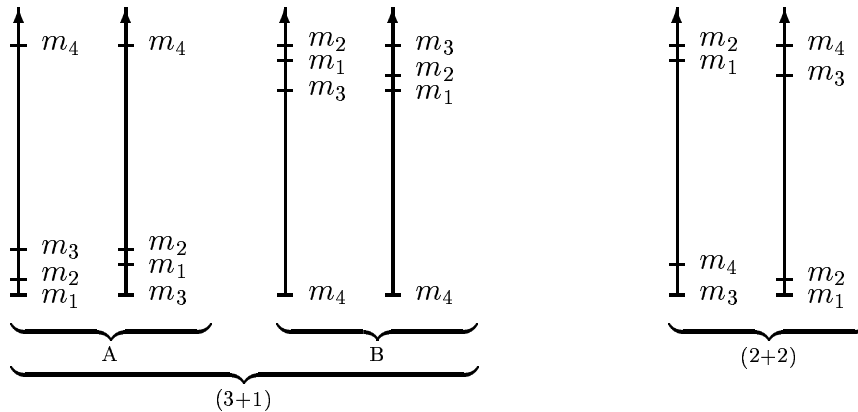


Abbildung 3.1: Die sechs verschiedenen Typen von 4-Neutrino-Massenspektren. Die große Massenquadratdifferenz erklärt das LSND-Resultat, die mittlere Differenz die atmosphärische Neutrinoanomalie und die kleine Massenquadratdifferenz ist den solaren Neutrinos zugeordnet. Quelle: Maltoni, Schwetz und Valle: „Cornering (3+1) sterile neutrino schemes“ [66].

Neutrinos durch Messungen der Zerfallsbreite des Z -Bosons am LEP sehr genau bestimmt wurde und mit den drei Familien des Standardmodells präzise übereinstimmt, müssen weitere leichte Neutrinos sterilen Charakter haben.

Die einfachsten Erweiterungen des Standardmodells um ein zusätzliches leichtes steriles Neutrino, sogenannte 4-Neutrino-Szenarien, wurden in den letzten Jahren intensiv studiert ([61–65] und andere). 4-Neutrino-Massenspektren zerfallen in zwei Untergruppen (siehe Abb. 3.1): Bei den sogenannten (3+1)-Spektren sind drei Neutrinos durch die große LSND-Massenquadratdifferenz von einem einzelnen schweren (Typ A) oder einem einzelnen leichteren Massenzustand (Typ B) getrennt. Bei den (2+2)-Spektren sind jeweils zwei Neutrinos durch das LSND- Δm^2 voneinander getrennt. Nach einigen Bemühungen die (3+1)-Szenarien, in denen $\nu_e \rightarrow \nu_s$ den dominanten sterilen Kanal darstellt, wieder zu etablieren [67–69], wurde kürzlich von Maltoni, Schwetz und Valle [66] gezeigt, daß diese nur sehr schlecht mit den globalen Neutrinodaten verträglich sind. In den (2+2)-Szenarien kann der sterile Kanal entweder bei den atmosphärischen ($\nu_\mu \rightarrow \nu_s$) oder bei den solaren Neutrinos ($\nu_e \rightarrow \nu_s$) eine Rolle spielen. Der erste Fall wird durch die Daten atmosphärischer Neutrinoexperimente stark beungünstigt, die die Oszillation in ν_τ auf einem Signifikanzniveau von mehr als 3σ vorziehen [36]. Der zweite Fall, in dem ein Paar von Massen-Eigenzuständen für die maximale Mischung von ν_μ und ν_τ und das andere Paar für die maximale Mischung von ν_e und ν_s verantwortlich ist, steht im Gegensatz zu den im Juni 2001 veröffentlichten solaren Neutrinodaten des Sudbury Neutrino Observatory [27], die zeigen, daß das solare Neutrinodefizit sehr gut durch eine Oszillation in aktive Neutrinos erklärt werden kann und ein signifikanter Beitrag des sterilen Kanals $\nu_e \rightarrow \nu_s$ nicht notwendig ist. Die Situation bezüglich der (2+2)-Szenarien ist aber noch nicht vollständig geklärt. Im Rahmen des (2+2)-Modells sind gute Fits der kombinierten solaren und atmosphärischen Daten immer noch möglich [70].

Zusammenfassend kann behauptet werden, daß die 4-Neutrino-Modelle seit den

neuen SNO-Daten einen schwierigeren Stand haben. Die Hauptmotivation für die Einführung leichter steriler Neutrinos liegt weiterhin nur in der Erklärung des LSND-Resultats [34] begründet. Dabei ist zu beachten, daß weite Teile des LSND-Parameterraums vom Karlsruher Experiment **Karmen** ausgeschlossen werden. Diese unbefriedigende Situation wird voraussichtlich im Laufe des Jahres 2002 durch das Beschleunigerexperiment **MiniBooNE** geklärt werden können. **MiniBooNE** besitzt genug Sensitivität um den LSND-Parameterraum komplett zu testen. Bis dahin sind die leichten Singulettts weiterhin als exotische hypothetische Konstrukte zu betrachten. In die vorliegende Arbeit sind 4-Neutrino-Szenarien nicht integriert. Sämtliche Analysen beschränken sich auf das konventionelle 3-Neutrino-Szenario und das LSND-Resultat wird in diesem Rahmen außer acht gelassen.

3.3 Neutrinooszillation

3.3.1 Neutrino-Übergangswahrscheinlichkeiten

Neutrinooszillation, die zeitliche Veränderung des Neutrino-Flavours, ist eine Konsequenz der Neutrinomischung. Neutrinomischung bedeutet Nichtübereinstimmung der Flavour-Eigenzustände und der Massen-Eigenzustände. D.h. die Zustände, in denen Neutrinos in Reaktionen der schwachen Wechselwirkung erzeugt werden (Flavour-Eigenzustände) stimmen nicht mit den Zuständen überein, durch die Neutrino-Propagation beschrieben wird (Massen-Eigenzustände). Die Neutrino-Mischungsmatrix U , die den Übergang von der Massenbasis in die Flavourbasis beschreibt, entsteht durch Kombination der unitären Rotationsmatrizen, die durch die Diagonalisierung der Neutrino-Massenmatrix bzw. der Diagonalisierung der Massenmatrix der geladenen Leptonen definiert sind.

Das Modell der Neutrinooszillation wurde erstmal im Jahre 1957 von Bruno Pontecorvo vorgeschlagen [28, 71]. Als favorisiertes Modell zur Erklärung des solaren Neutrinodefizits (siehe Abschnitt 2.4) und der atmosphärischen Neutrinoanomalie (siehe Abschnitt 2.5) hat es sich gegenüber exotischeren Modellen, wie z.B. Neutrinozerfall [72] und Neutrino-Dekohärenz [73], durchgesetzt.

Die allgemeine Formel für die Vakuum-Übergangswahrscheinlichkeit $P(\nu_l \rightarrow \nu_m)$ eines Neutrinos mit Flavour l in ein Neutrino mit Flavour m lautet

$$\begin{aligned} P(\nu_l \rightarrow \nu_m) &= |\langle \nu_m(t_1) | \nu_l(t_0 = 0) \rangle|^2 = |\langle \nu_m | U e^{-iHt_1} U^\dagger | \nu_l \rangle|^2 \\ &= \delta_{lm} - 4 \sum_{i>j} \text{Re} J_{ij}^{lm} \sin^2 \Delta_{ij} - 2 \sum_{i>j} \text{Im} J_{ij}^{lm} \sin 2\Delta_{ij}, \quad (3.19) \end{aligned}$$

wobei $J_{ij}^{lm} = U_{li} U_{lj}^* U_{mi}^* U_{mj}$ und $i, j = 1, \dots, n$. Die Größen U_{li} sind hierbei die Einträge der Mischungsmatrix, die die Rotation der Massenbasis in die Flavour-Basis beschreibt ($\nu_l = \sum_i U_{li} \nu_i$) und n ist die Zahl der (leichten) Neutrinos. Weiter gilt $J_{ij}^{lm} = (J_{ij}^{ml})^* = (J_{ji}^{lm})^*$ und die J_{ij}^{lm} erfüllen aufgrund der Unitarität der Mischungsmatrix

matrix die Relationen

$$\sum_i J_{ij}^{lm} = \delta_{lm} |U_{lj}|^2, \quad \sum_l J_{ij}^{lm} = \delta_{ij} |U_{mj}|^2, \quad \sum_{i,j} J_{ij}^{lm} = \delta_{lm}. \quad (3.20)$$

Die Argumente der oszillierenden Terme Δ_{ij} sind gegeben durch die Neutrinoenergie E , die von den Neutrinos zurückgelegte Wegstrecke L und durch die Massenquadratdifferenzen $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$:

$$\Delta_{ij} := \Delta m_{ij}^2 L / (4E). \quad (3.21)$$

Die Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\nu_l \rightarrow \nu_m)$ zerfällt in einen CP -erhaltenden Anteil P_{CP} und einen CP -verletzenden Anteil $P_{\mathcal{CP}}$:

$$P_{CP}(\nu_{e_l} \rightarrow \nu_{e_m}) = \delta_{lm} - 4 \sum_{i>j} \text{Re} J_{ij}^{lm} \sin^2 \Delta_{ij} \quad (3.22a)$$

$$P_{\mathcal{CP}}(\nu_{e_l} \rightarrow \nu_{e_m}) = -2 \sum_{i>j} \text{Im} J_{ij}^{lm} \sin \Delta_{ij}. \quad (3.22b)$$

Es gelten folgende Relationen zwischen den Neutrino- und den Antineutrino-Kanälen bzw. zwischen den zeitumgekehrten Prozessen:

$$P_{CP}(\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_m) = P_{CP}(\nu_l \rightarrow \nu_m) \quad (3.23a)$$

$$P_{\mathcal{CP}}(\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_m) = -P_{\mathcal{CP}}(\nu_l \rightarrow \nu_m) \quad (3.23b)$$

$$P_{CP}(\nu_l \rightarrow \nu_m) = P_{CP}(\nu_m \rightarrow \nu_l) \quad (3.23c)$$

$$P_{\mathcal{CP}}(\nu_l \rightarrow \nu_m) = -P_{\mathcal{CP}}(\nu_m \rightarrow \nu_l) \quad (3.23d)$$

$$|P_{\mathcal{CP}}| \leq P_{CP}. \quad (3.23e)$$

Ist n die Zahl der Neutrino-Zustände, so wird die Mischungsmatrix durch $\frac{1}{2}n(n-1)$ Winkel und $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ komplexe Phasen parametrisiert. In einem 2-Neutrino-Modell ($n=2$) wird die in diesem speziellen Fall reelle Mischungsmatrix durch nur einen Mischungswinkel θ parametrisiert. CP -Phasen und damit CP -verletzende Anteile zur Übergangswahrscheinlichkeit sind in einem 2-Neutrino-Modell demnach nicht präsent. Die Mischungsmatrix lautet

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

und ergibt den wichtigen Ausdruck für die 2-Neutrino-Übergangswahrscheinlichkeit

$$P(\nu_l \rightarrow \nu_m) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 L}{4E} \right). \quad (3.25)$$

Für $n=3$ Neutrino-Flavours ergibt sich die Zahl von drei Winkeln (θ_{13} , θ_{12} , θ_{23}) und einer Phase (δ_{CP}). Gewöhnlich wird in diesem Fall die Mischungsmatrix in

der von der Particle Data Group [3] für den Quarksektor propagierten Standardform parametrisiert:

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Die Abkürzungen c_{ij} und s_{ij} steht hier stellvertretend für $\cos\theta_{ij}$ bzw. $\sin\theta_{ij}$. Diese Darstellung, die nur eine unter mehreren Möglichkeiten ist [74], wird Standard-Parametrisierung genannt.

3.3.2 CP -Verletzung im 3-Neutrino-Szenario

Im 3-Neutrino-Szenario besitzt der antisymmetrische Tensor $\text{Im}J_{ij}^{lm}$ nur einen unabhängigen Eintrag J_{CP} . Es gilt:

$$\text{Im}J_{ij}^{lm} = -\sigma_{lm}\sigma_{ij}J_{\text{CP}} , \quad (3.27)$$

wobei

$$\sigma_{ij} = \sum_k \varepsilon_{ijk} , \quad i, j, k \in \{1, 2, 3\} , \quad (3.28a)$$

$$\sigma_{lm} = \sum_n \varepsilon_{lmn} , \quad l, m, n \in \{e, \mu, \tau\} \quad (3.28b)$$

und ε_{ijk} (bzw. ε_{lmn}) der total antisymmetrische Tensor ist. Die aus der Quarkmischung als Jarlskog-Invariante bekannte Größe J_{CP} ist proportional zu $\sin\delta_{\text{CP}}$ und einer Kombination der Mischungswinkel θ_{12} , θ_{23} und θ_{13} :

$$8J_{\text{CP}} = \cos\theta_{13} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin \delta_{\text{CP}} . \quad (3.29)$$

Der CP -verletzende Anteil von $P(\nu_l \rightarrow \nu_m)$ läßt sich damit schreiben als:

$$P_{\mathcal{CP}}(\nu_l \rightarrow \nu_m) = -\sigma_{lm}J_{\text{CP}} \sin \Delta_{12} \sin \Delta_{23} \sin \Delta_{31} . \quad (3.30)$$

3.3.3 Hierarchie der Neutrinomassen

Nach Gl. (3.19) gibt es zu jeder im Neutrino-Massenspektrum auftretenden Massenquadratdifferenz einen entsprechenden oszillierenden Term. Die zugehörige Oszillationslänge ist jeweils umgekehrt proportional zur entsprechenden Massenquadratdifferenz. In einem 3-Neutrino-System sind prinzipiell drei verschiedene Massenquadratdifferenzen Δm_{21}^2 , Δm_{31}^2 und Δm_{32}^2 möglich, die jedoch nicht voneinander unabhängig sind. Die gleichzeitige Lösung des solaren Neutrinoproblems sowie die Beschreibung der atmosphärischen Neutrinoanomalie fordert zwei unterschiedliche Massenquadratdifferenzen, die sich um Größenordnungen unterscheiden. Es liegt also eine Massenhierarchie $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{31}^2$ vor und es gilt näherungsweise $\Delta m_{31}^2 \approx \Delta m_{32}^2$. Es

ist üblich, Δm_{31}^2 bzw. Δm_{32}^2 der atmosphärischen Oszillation und Δm_{21}^2 der solaren Oszillation zuzuordnen. Bei der Anordnung der Massen-Eigenzustände sind zwei Alternativen zu unterscheiden:

$$\begin{aligned} m_1^2 < m_2^2 < m_3^2 & \quad (\text{hierarchisches Massenspektrum}) \\ m_3^2 < m_1^2 < m_2^2 & \quad (\text{invertiertes Massenspektrum}) \end{aligned}$$

Phänomenologisch unterscheiden sich diese beiden Anordnungen nur bei Oszillationen in Materie. Statt vom hierarchischen oder invertierten Massenspektrum zu sprechen, wird manchmal auch die Bezeichnung „Vorzeichen des (atmosphärischen) Δm^2 “ benutzt, um zwischen den beiden Anordnungen zu unterscheiden.

3.3.4 Grenzfälle im 3-Neutrino-Szenario

Die Betrachtung folgender zwei Grenzfälle innerhalb des 3-Neutrino-Szenarios erweist sich als hilfreich.

Der Grenzfall $\Delta m_{21}^2 \rightarrow 0$

Generell ist die Oszillation über die kleine solare Massendifferenz in Experimenten mit nicht zu langen Baselines vernachlässigbar gegenüber der Oszillation über die größere atmosphärische Massendifferenz. Grund dafür ist, daß für typische Neutrinoenergien die durch die solare Massenquadratdifferenz gegebene Oszillationslänge größer ist als der Durchmesser der Erde. Deswegen ist es schwierig, Effekte des solaren Δm^2 in Experimenten mit künstlichen Neutrinostrahlen zu messen⁵. Eine störungstheoretische Behandlung des kleinen Parameters $\Delta m_{21}^2/\Delta m_{31}^2$ ist jedenfalls oft gerechtfertigt und vereinfacht analytische Berechnungen erheblich. Besonders bei der analytischen Berechnung von Oszillation in Materie, die im exakten Fall die Lösung eines kubischen Eigenwertproblems erfordert, erweist sich eine Entwicklung in diesem Parameter als sehr hilfreich (siehe Kapitel 4).

Im Grenzfall $\Delta m_{21}^2 = 0$ ergeben sich folgende Ausdrücke für die relevanten Oszil-

⁵Ist die LMA-MSW-Lösung korrekt, so ist eine vom solaren Neutrino Defizit unabhängige, experimentelle Bestimmung der solaren Massenquadratdifferenz Δm_{21}^2 in Kürze von dem Long-Baseline-Reaktorexperiment KamLAND zu erwarten. Aufgrund der niedrigen Energien von Reaktor-neutrinos reichen in diesem Fall Baselines im Bereich einiger 100 km aus, um meßbare Effekte von Δm_{21}^2 zu erzielen. Neutrino-fabriken werden ebenfalls in der Lage sein, Effekte des solaren Sektors der Neutrinooszillation zu messen. Dazu gehört insbesondere eine mögliche Messung von CP -Verletzung.

lationswahrscheinlichkeiten in Vakuum:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \Delta_{31} \quad (3.31a)$$

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = 1 - 4c_{13}^2 s_{23}^2 (1 - c_{13}^2 s_{23}^2) \sin^2 \Delta_{31} \quad (3.31b)$$

$$P(\nu_\tau \rightarrow \nu_\tau) = 1 - 4c_{13}^2 c_{23}^2 (1 - c_{13}^2 c_{23}^2) \sin^2 \Delta_{31} \quad (3.31c)$$

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = s_{23}^2 \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \Delta_{31} \quad (3.31d)$$

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) = c_{13}^4 \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Delta_{31} \quad (3.31e)$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\tau) = c_{23}^2 \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \Delta_{31} \quad (3.31f)$$

Die Ausdrücke gelten sowohl für den Neutrino- als auch für den entsprechenden Antineutrino-Kanal. Mit dem „Abschalten“ der solaren Massenquadratdifferenz verschwinden auch der solare Mischungswinkel θ_{12} und die CP -Phase δ_{CP} aus den Ausdrücken für die Wahrscheinlichkeiten. Aus diesem Grund bezeichnet man die drei Parameter Δm_{21}^2 , θ_{12} und δ_{CP} als den solaren Subsektor der 3-Neutrino-Oszillation. Effekte dieser drei Parameter skalieren mit der Größe von Δm_{21}^2 . Die Ausdrücke haben sich auf effektive 2-Neutrino-Oszillationswahrscheinlichkeiten (Gl. (3.25)) reduziert, mit jeweils einem effektiven Mischungswinkel.

Die Amplitude des in Reaktor-Neutrinoexperimenten getesteten Oszillationskanals $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$ ist durch den Mischungswinkel θ_{13} gegeben. Aus der Abwesenheit eines Oszillationssignals liefert derzeit das Reaktorexperiment CHOOZ die stärkste obere Schranke für den Mischungswinkel θ_{13} , die $\sin^2 2\theta_{13} < 0.1$ ist [32]. Der Parameter θ_{13} ist damit klein.

Setzt man näherungsweise $\theta_{13} = 0$, so erhält man $P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1$, $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Delta_{31}$ und $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) = \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Delta_{31}$. Das erklärt die atmosphärische Neutrinoanomalie durch eine Oszillation von Myon-Neutrinos in Tau-Neutrinos über den Mischungswinkel θ_{23} . Atmosphärische Elektron-Neutrinos bleiben in dieser Näherung von Oszillationseffekten unberührt. Eine Identifikation des Mischungswinkels θ_{23} mit dem Mischungswinkel, der in 2-Neutrino-Analysen atmosphärischer Neutrinodaten Anwendung findet, ist in guter Näherung gerechtfertigt.

Der Grenzfall $\theta_{13} \rightarrow 0$

Sowohl durch Analysen der solaren Neutrinos als auch aus dem negativen Ergebnis der Reaktor-Oszillationsexperimente wird ersichtlich, daß der Mischungswinkel θ_{13} klein sein muß. Setzt man näherungsweise $\theta_{13} = 0$, so erhält man folgende Ausdrücke für die Oszillationswahrscheinlichkeiten:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Delta_{21} \quad (3.32a)$$

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = 1 - c_{23}^4 \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Delta_{21} - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Delta_{31} \quad (3.32b)$$

$$P(\nu_\tau \rightarrow \nu_\tau) = 1 - s_{23}^4 \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Delta_{21} - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Delta_{31} \quad (3.32c)$$

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = c_{23}^2 \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Delta_{21} \quad (3.32d)$$

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) = -c_{23}^2 s_{23}^2 \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Delta_{21} + \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Delta_{31} \quad (3.32e)$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\tau) = s_{23}^2 \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Delta_{21} \quad (3.32f)$$

Die Tatsache, daß sowohl die atmosphärische Neutrinoanomalie ($\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$) als auch das solare Neutrinoproblem ($\nu_e \rightarrow \nu_e$) effektiv durch 2-Neutrino-Oszillationsformeln mit unterschiedlichen Mischungswinkeln und Massenquadratdifferenzen beschrieben werden können, wird als „Entkopplung“ bezeichnet. Ebenso wie im Grenzfall $\Delta m_{21}^2 \rightarrow 0$ verschwinden auch im Grenzfall $\theta_{13} \rightarrow 0$ CP -verletzende Effekte. Im 2-Neutrino-Szenario ist die Mischungsmatrix reell und es treten keine CP -verletzenden Phasen auf. Damit verschwinden CP -verletzende Effekte auch in allen Grenzfällen, in denen das 3-Neutrino-Szenario in effektive 2-Neutrino-Bereiche zerfällt. Eine Messung von CP -verletzenden Effekten ist also immer bedingt durch den Beitrag beider Massenskalen des Neutrinospektrums, und die Größe potentieller CP -Verletzung im 3-Neutrino-Szenario wird durch die beiden kleinen Parameter Δm_{21}^2 und θ_{13} bestimmt.

3.4 Neutrinooszillation in Materie

Neutrinos, die sich durch ein Medium bewegen, interagieren mit den Teilchen des Mediums. Ist die Streuung der Neutrinos kohärent, so kann der Effekt, den Materie auf Neutrinos ausübt, durch ein effektives Wechselwirkungspotential beschrieben werden. Neutrale und geladene Ströme, die alle Neutrino-Flavours gleichartig spüren, üben keine Effekte auf die Neutrinooszillation aus. Eine Ausnahme sind kohärente Geladene-Strom-Wechselwirkungen mit den Elektronen der Materie, die nur von Elektron-Neutrinos gespürt werden. Der Hamilton-Operator der Neutrinooszillation erhält dadurch einen zusätzlichen Term $V = \sqrt{2}G_F n_e$ (siehe Gl. 4.1 im folgenden Kapitel). Hier ist G_F die Fermi-Kopplungskonstante der schwachen Wechselwirkung und n_e ist die Elektronendichte des Mediums. Die durch den zusätzlichen Term bewirkte resonante Verstärkung der Neutrinooszillation in Materie wird als MSW-Effekt (Mikheyev, Smirnov und Wolfenstein [29, 30, 75]) bezeichnet und spielt eine wichtige Rolle bei der Erklärung des solaren Neutrino-defizits (siehe Abschnitt 2.4).

Der Effekt, den Materie auf die Neutrinooszillation ausübt, wird durch Rediagonalisierung des Hamilton-Operators berechnet und gewöhnlich im 2-Neutrino-Fall illustriert [39, 40, 76]. Der neue Term bewirkt ein sogenanntes „Level-Crossing“ der Eigenwerte: Die Neutrinomassen (Eigenwerte) erhalten eine Abhängigkeit von der Neutrinoenergie. Bei einer bestimmten Energie, der Resonanzenergie $E_\nu = \Delta m^2 \cos 2\theta / (2V)$, sind die Eigenwerte entartet und es tritt eine resonante maximale Mischung der beiden Massen-Eigenzustände auf. Zur Diagonalisierung des Hamilton-Operators ist dann der maximale Mischungswinkel $\theta = \pi/4$ notwendig. Dies wirkt sich durch eine resonant erhöhte Neutrino-Konversion um die entsprechende Resonanzenergie aus. Das Resultat der Rediagonalisierung ist im 2-Neutrino-Fall ein Übergang zu den neuen Mischungparametern

$$\Delta m^{2'} = \hat{C} \Delta m^2 \quad \text{und} \quad \sin^2 2\theta' = \frac{\sin^2 2\theta}{\hat{C}^2} \quad (3.33)$$

mit

$$\hat{C} = \sqrt{(\hat{A} - \cos 2\theta_{13})^2 + \sin^2 2\theta_{13}} \quad (3.34)$$

und $\hat{A} = 2VE_\nu$. Mit mehr Aufwand läßt sich auch im 3-Neutrino-Fall eine solche Parameterabbildung für die Mischungswinkel, Massendifferenzen und CP -Phase finden. Diese Aufgabenstellung steht im Zentrum von Kapitel 4, in dem entsprechende analytische Näherungsformeln abgeleitet werden.

Materieeffekte in Neutrinooszillationen durch kohärente Neutrinostreuung konnten bisher noch nicht experimentell belegt werden. Wegen der oben erwähnten Relevanz im Zusammenhang mit dem solaren Neutrinodefizit ist ein entsprechender experimenteller Nachweis wünschenswert. Möglich ist dies beispielsweise durch Long-Baseline-Oszillationsexperimente mit Baseline-Längen größer als ca. 1000 km. Der Nachweis würde in diesem Fall über den $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ -Oszillationskanal laufen, der signifikant durch den MSW-Effekt beeinflusst wird. Da die aktuell existierenden Long-Baseline-Experimente K2K, MINOS und CNGS aufgrund zu kurzer Baseline-Längen dafür nicht geeignet sind, ist mit einer Überprüfung der MSW-Oszillationshypothese erst im Rahmen eines Neutrinofabrikexperiments oder einem Experiment nächster Generation (z.B. JHF) zu rechnen. Der experimentelle Nachweis der Materieeffekte gehört zu einem der Hauptziele des Long-Baseline-Programms einer Neutrinofabrik und wird in Abschnitt 7.6 dieser Studie ausführlich diskutiert.

3.5 Die Symmetrien CP , T und CPT in Neutrinooszillationen

Lokale Quantenfeldtheorien sind aus fundamentalen Gründen CPT -invariant⁶. Eine potentielle Verletzung der Symmetrie CP bedeutet deshalb automatisch eine einhergehende Verletzung der Symmetrie T . Prinzipiell erwartet man einen direkten Bezug zwischen Phänomenen, die auf Verletzung dieser beiden Symmetrien zurückgehen. Trotzdem gibt es Gründe für eine getrennte Untersuchung der beiden Symmetrien: Von Neutrinos durchquerte Materie, die ausschließlich aus Teilchen und nicht aus Antiteilchen besteht, wirkt selbst CPT - und CP -verletzend. Neutrino-Oszillationsexperimente über lange Strecken sind von solchen CP -verletzenden Materieeffekten beeinflusst. Solche materieinduzierte CP -Effekte sind im Allgemeinen nur schwer von intrinsischen CP -Effekten zu unterscheiden, die auf eine komplexwertige Mischungsmatrix zurückzuführen sind. Zwar existieren auch T -verletzende Materieeffekte, allerdings nur für nicht-symmetrische Materieprofile. Ist das Materieprofil, das Neutrinos in einem Oszillationsexperiment durchlaufen, symmetrisch, so werden keine T -verletzenden Effekte durch Materieeffekte induziert (siehe [77] und Referenzen darin). Dies motiviert eine unabhängige Untersuchung T -verletzender Effekte. Allerdings basiert die Untersuchung von T -Verletzung auf einer Detektion von sowohl

⁶Siehe Abschnitt 2.1 für einen kurzen Überblick über die Symmetrien C, P und T .

Myon- als auch Elektron-Neutrinos. Elektron-Neutrino-Detektion stellt aber höhere technologische Anforderungen. Eine von T -Studien verlangte simultane Auswertung von Kanälen mit verschiedenen Neutrino-Flavours im Endzustand wird erschwert durch die damit einhergehenden verschiedenen systematischen Unsicherheiten. Eine Studie CP -verletzender Effekte auf Basis sekundärer Myonen im Endzustand ist sicherlich leichter realisierbar und mit geringeren Unsicherheiten belastet.

Auf T -Verletzung in Neutrinooszillationen wird aus den genannten Gründen in dieser Studie nicht weiter eingegangen. Eine ausführliche Diskussion ist mit Referenz [77] gegeben. Im Folgenden wird ausschließlich CP -Verletzung in den Kanälen $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ und $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ diskutiert. Die übliche Größe zur Beschreibung intrinsischer CP -Verletzung ist die CP -Asymmetrie

$$A^{\text{CP}} = \frac{P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) - P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)}{P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) + P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)}, \quad (3.35)$$

die direkt proportional zum Sinus der CP -Phase δ_{CP} ist. Die Größe A^{CP} projiziert aus den entsprechenden Oszillationswahrscheinlichkeiten gerade den CP -verletzenden Anteil P_{CP} (Gl. (3.30)) heraus.

Prinzipiell ist A^{CP} eine ideale Größe zum Nachweis von CP -Verletzung. Zum einen bewirkt die Bildung eines Verhältnisses von Oszillationswahrscheinlichkeiten ein sich gegenseitiges Aufheben von systematischen experimentellen Unsicherheiten. Zum anderen ist die Messung einer nicht-verschwindenden Asymmetrie – zumindest für Vakuum-Oszillation – ein direkter und eindeutiger Nachweis. Leider haben die oben erwähnten Materieeffekte eine ähnliche Signatur wie intrinsische CP -Effekte und induzieren ebenfalls eine nicht verschwindende Asymmetrie A^{CP} . Eine CP -Studie auf einer Messung von A^{CP} zu basieren setzt also die Möglichkeit voraus, Materieeffekte subtrahieren zu können. Ist dies nicht möglich, so müssen Materieeffekte als Unsicherheit betrachtet werden, die bei größeren Baseline-Längen zu einer signifikanten Beeinträchtigung der Messung führen. Ein weiterer Grund spricht dagegen, CP -Analysen auf einer Messung von A^{CP} zu basieren: Der durch A^{CP} herausprojizierte Anteil P_{CP} der Oszillationswahrscheinlichkeit ist, wie erwähnt, proportional zu $\sin \delta_{\text{CP}}$. In der gesamten Oszillationswahrscheinlichkeit existiert allerdings auch ein Term der proportional zu $\cos \delta_{\text{CP}}$ ist. Dieser Term wirkt nicht CP -verletzend und zählt zum Anteil P_{CP} . Messungen von A^{CP} sind insensitiv auf diesen $\cos \delta_{\text{CP}}$ -Term, obgleich dieser einen dominierenden Anteil der Information über die CP -Phase δ_{CP} tragen kann [78].

In dieser Studie wird das Thema „Suche nach CP -Verletzung“ deshalb folgenderweise formuliert: Ziel ist eine Messung der CP -Phase δ_{CP} . Dabei wird jeder Wert des Parameterraums von δ_{CP} gleichwertig behandelt. Den speziell CP -erhaltenden Phasen $\delta_{\text{CP}} = 0$ und $\delta_{\text{CP}} = \pi$ wird keine herausragende Bedeutung zugeordnet. Die Messung der CP -Phase steht im Vordergrund, nicht der explizite Nachweis von CP -Verletzung. Dies kann auf eingängige Weise durch einen Fit der experimentellen Daten (Ratenspektren) an das standard 3-Neutrino-Oszillationsmodell erreicht werden. Materieeffekte werden als real angenommen und in das Standard-Oszillationsmodell

integriert. Diese Vorgehensweise garantiert eine optimale Ausnutzung aller Informationen über die CP -Phase in den experimentell gemessenen Ratenvektoren. Arbeiten, die diese Vorgehensweise nicht adaptieren, liefern deutlich abweichende Resultate⁷. Studien, die auf einer Analyse der CP -Asymmetrie basieren, sind in der Literatur leider noch häufig zu finden.

⁷Vortrag von O. Yasuda, 18th International Workshop on Weak Interactions and Neutrinos, Christchurch, New Zealand, www.anta.canterbury.ac.nz/neutrino/transparencies.htm.

Kapitel 4

Analytische Näherungsformeln für Neutrinooszillation in Materie

4.1 Mischungsparameter in Materie

Im 2-Neutrino-Szenario wird Wechselwirkung mit Materie (der sog. MSW-Effekt 3.4) durch eine Abbildung der Vakuumparameter θ und Δm^2 auf die entsprechenden Parameter in Materie θ' und $\Delta m^{2'}$ beschrieben. Dies ist möglich, da die effektive Wechselwirkung mit Materie durch eine Rediagonalisierung des Hamilton-Operators ausgedrückt werden kann. Die dadurch erhaltene Mischungsmatrix in Materie ersetzt die Vakuum-Mischungsmatrix und Größen wie z.B. Oszillationswahrscheinlichkeiten können durch Substitution der Materieparameter erhalten werden. Im 2-Neutrino-Fall ist die Parameterabbildung einfach und wird vollständig durch die MSW-Resonanzbedingung charakterisiert. Im 3-Neutrino-Fall bedeutet die Berechnung der Mischungsparameter in Materie allerdings einen erheblichen, für die Bestimmung von Oszillationswahrscheinlichkeiten nicht notwendigen Aufwand. Deshalb werden Näherungslösungen für die Oszillationswahrscheinlichkeiten [79–89] üblicherweise direkt berechnet, ohne diesen Umweg zu gehen. Ähnlich wie im 2-Neutrino-Fall, in dem die Kenntnis der Ausdrücke für die Mischungsparameter in Materie dem Verständnis des Materieeffekts sehr dienlich ist, kann erwartet werden, daß auch im 3-Neutrino-Fall die Reparametrisierung zum Verständnis beitragen wird. Außerdem wären Ausdrücke für die Mischungsparameter θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} , Δm_{21}^2 , Δm_{31}^2 , and δ_{CP} in Materie nützlich um daraus auf einfache Weise durch Substitution physikalisch relevante Größen der Oszillationsphysik zu berechnen.

Ziel dieses Abschnitts ist es, einfache Ausdrücke für die Mischungsparameter in Materie abzuleiten, die für das Verständnis des Materieeffekts im 3-Neutrino-Szenario sowie für weitere analytische Studien hilfreich sein werden. Diese Aufgabe involviert ein kubisches Eigenwertproblem, dessen exakte Lösung [90–93] aufwendig ist. Die erhaltenen exakten Resultate sind umfangreich und aus diesem Grund schlecht für weitere Studien geeignet. Näherungslösungen dagegen haben das Problem, daß

die zwei Resonanzen, die durch das kubische Eigenwertproblem beschrieben werden (solare Resonanz und atmosphärische Resonanz), nicht gleichzeitig korrekt beschrieben werden können, was generell nur die exakten Lösungen leisten können. Da im Rahmen der vorliegende Arbeit über Long-Baseline-Experimente nur die atmosphärische Resonanz relevant ist, wird sich die folgende Ableitung diesbezüglich entsprechend beschränken. Die hier erarbeitete Näherungslösung, die in [78] publiziert wurde, basiert auf einer Reihenentwicklung der Materieparameter nach dem kleinen Massenhierarchie-Parameter $\alpha := \Delta m_{21}^2 / \Delta m_{31}^2$. Nimmt man beispielsweise eine atmosphärische Massenquadratdifferenz Δm^2 von $3.2 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ (siehe Abschnitt 2.5) und eine solare Massenquadratdifferenz, die dem Bereich der LMA-Lösung (siehe Abschnitt 2.4) zwischen 10^{-5} eV^2 und 10^{-4} eV^2 entspricht, so variiert α zwischen 0.0031 und 0.031. In bestimmten Fällen wird zur weiteren Vereinfachung der Resultate von der Tatsache Gebrauch gemacht, daß gemäß der Analysen von Reaktorexperimenten, des solaren Neutrino Defizits und der atmosphärischen Neutrinoanomalie, der Mischungswinkel θ_{13} klein ist. Die stärkste Schranke liefert das CHOOZ-Experiment [32] mit $\sin^2 2\theta_{13} < 0.1$. Die Mischungswinkel θ_{12} und θ_{23} müssen aus dem Intervall $[0, \pi/2]$ und die CP -Phase aus dem Intervall $\delta_{CP} = [0, 2\pi]$ gewählt werden.

4.1.1 Berechnung der Parameterabbildung

Neutrinooszillation in Präsenz von Materie wird gemäß Abschnitt 3.4 in der Flavour-Basis durch folgenden effektiven Hamilton-Operator beschrieben:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2E} \left[U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]. \quad (4.1)$$

$U = U_{23}(\theta_{23})U_{13}(\theta_{13}, \delta_{CP})U_{12}(\theta_{12})$ ist die Mischungsmatrix, die im Vakuum zwischen der Massen- und der Flavour-Basis rotiert. Der zweite Term wird durch Materieeffekte generiert. Es gilt $A = 2VE_\nu$ und $V = \sqrt{2}G_F n_e$, wobei G_F die Fermi-Kopplungskonstante ist und n_e die Elektronendichte der Materie ist, die vom Neutrinostrahl durchquert wird.

Der Materie-term ist invariant unter Rotationen im 2-3-Unterraum. Separation des Terms $\text{diag}(m_1^2, m_1^2, m_1^2)$, der als globale Phase nicht zur Oszillationswahrscheinlichkeit beiträgt und Verwendung der oben eingeführten Parameter liefert folgende Form des Hamilton-Operators:

$$\mathcal{H} = \frac{\Delta}{2E} U_{23} \left[U_{13} U_{12} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} U_{12}^\dagger U_{13}^\dagger + \begin{pmatrix} \frac{A}{\Delta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] U_{23}^\dagger. \quad (4.2)$$

Mit der Definition

$$U_\delta := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\delta_{CP}} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

gelten die Relationen

$$U_\delta^\dagger U_{13}(\theta_{13}, \delta_{\text{CP}}) U_\delta = U_{13}(\theta_{13}, 0) , \quad (4.4a)$$

$$U_\delta^\dagger U_{12}(\theta_{12}) U_\delta = U_{12}(\theta_{12}) , \quad (4.4b)$$

$$U_\delta^\dagger \text{diag}(a, b, c) U_\delta = \text{diag}(a, b, c) . \quad (4.4c)$$

Einsetzen der Einheitsmatrix $U_\delta U_\delta^\dagger$ an den angebrachten Stellen in Gl. (4.2) liefert $\mathcal{H} =$

$$\frac{\Delta}{2E} U_{23} U_\delta \underbrace{\left[U_{13}(\theta_{13}, 0) U_{12} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} U_{12}^\dagger U_{13}(\theta_{13}, 0)^\dagger + \begin{pmatrix} \hat{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]}_M U_\delta^\dagger U_{23}^\dagger . \quad (4.5)$$

Hierbei wurde \hat{A} als Abkürzung für $\frac{A}{\Delta}$ benutzt.

Diagonalisierung der reellen Matrix M durch $\hat{U} := U_{23}(\hat{\theta}_{23}) U_{13}(\hat{\theta}_{13}) U_{12}(\hat{\theta}_{12})$ in Kombination mit dem ausgeklammerten Beitrag ergibt die komplette Mischungsmatrix U' in Materie:

$$U'(\theta'_{12}, \theta'_{13}, \theta'_{23}, \delta'_{\text{CP}}) = U_{23}(\theta_{23}) U_\delta U_{23}(\hat{\theta}_{23}) U_{13}(\hat{\theta}_{13}) U_{12}(\hat{\theta}_{12}) . \quad (4.6)$$

Die Matrix U' muß noch auf Standard-Form gebracht werden. Die Mischungsparameter in Materie werden dadurch Funktionen der Mischungsparameter in Vakuum θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} und δ_{CP} , sowie der Mischungswinkel $\hat{\theta}_{12}$, $\hat{\theta}_{13}$ und $\hat{\theta}_{23}$, die aus dem Diagonalisierungspro der Matrix M gewonnen werden:

$$\theta'_{13} = \hat{\theta}_{13} , \quad (4.7a)$$

$$\theta'_{12} = \hat{\theta}_{12} , \quad (4.7b)$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta'_{23} &= \cos^2 \theta_{23} \sin^2 \hat{\theta}_{23} + \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \hat{\theta}_{23} \\ &+ 2 \cos \delta_{\text{CP}} \sin \theta_{23} \cos \theta_{23} \sin \hat{\theta}_{23} \cos \hat{\theta}_{23} , \end{aligned} \quad (4.7c)$$

$$\sin \delta'_{\text{CP}} = \sin \delta_{\text{CP}} \frac{\sin 2\theta_{23}}{\sin 2\theta'_{23}} . \quad (4.7d)$$

Die Ableitung dieser Beziehungen findet sich in Anhang A.1 dieser Arbeit. Die Berechnung der Mischungswinkel $\hat{\theta}_{12}$, $\hat{\theta}_{13}$ und $\hat{\theta}_{23}$ durch Diagonalisierung der Matrix M erfolgt nun in einer Reihenentwicklung nach dem kleinen Parameter $\alpha := \Delta m_{21}^2 / \Delta m_{31}^2$, der die Massenhierarchie ausdrückt.

4.1.2 Der Grenzfall $\alpha \rightarrow 0$

Vernachlässigt man die solare Massenquadratdifferenz Δm_{21}^2 komplett, so vereinfacht sich Gleichung (4.2) zu

$$\mathcal{H} = \frac{\Delta}{2E} U_{23} U_{\delta} \underbrace{\left[U_{13} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} U_{13}^{\dagger} + \begin{pmatrix} \hat{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]}_M U_{\delta}^{\dagger} U_{23}^{\dagger}. \quad (4.8)$$

Da die Massenmatrix invariant unter Rotationen im 1-2-Unterraum ist, spielt der solare Mischungswinkel θ_{12} in diesem Fall keine Rolle mehr und das Problem der Rediagonalisierung der Matrix M reduziert sich auf den bekannten 2-Neutrino-Fall. Nur der Mischungswinkel θ_{13} wird durch den Materieeffekt betroffen und spiegelt das für den MSW-Effekt typische resonante Verhalten wider:

$$\sin^2 2\theta'_{13} = \frac{\sin^2 2\theta_{13}}{\hat{C}^2}, \quad (4.9)$$

$$\hat{C} = \sqrt{(\hat{A} - \cos 2\theta_{13})^2 + \sin^2 2\theta_{13}}. \quad (4.10)$$

Die restlichen Mischungswinkel bleiben unverändert.

4.1.3 Entwicklung bis Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$

In erster Ordnung des Entwicklungsparameters α ergeben sich folgende Ausdrücke für die Mischungswinkel in Materie:

$$\sin^2 2\theta'_{13} = \frac{\sin^2 2\theta_{13}}{\hat{C}^2} + \alpha \frac{2\hat{A}(-\hat{A} + \cos 2\theta_{13}) \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13}}{\hat{C}^4} \quad (4.11a)$$

$$\sin 2\theta'_{12} = \alpha \frac{2\hat{C} \sin 2\theta_{12}}{|\hat{A}| \cos \theta_{13} \sqrt{2\hat{C}(\mp \hat{A} + \hat{C} \pm \cos 2\theta_{13})}} \quad (4.11b)$$

$$\sin 2\theta'_{23} = \sin 2\theta_{23} + \alpha \cos \delta_{\text{CP}} \frac{2\hat{A} \sin 2\theta_{12} \sin \theta_{13} \cos 2\theta_{23}}{\pm 1 + \hat{C} \mp \hat{A} \cos 2\theta_{13}} \quad (4.11c)$$

$$\sin \delta'_{\text{CP}} = \sin \delta_{\text{CP}} \left(1 - \alpha \frac{\cos \delta_{\text{CP}}}{\tan 2\theta_{23}} \frac{2\hat{A} \sin 2\theta_{12} \sin \theta_{13}}{\pm 1 + \hat{C} \mp \hat{A} \cos 2\theta_{13}} \right) \quad (4.11d)$$

Die Herleitung dieser Ergebnisse findet sich in Anhang A.2. Bei Auswahlmöglichkeit für das Vorzeichen gilt das obere Vorzeichen für $\hat{A} < \cos 2\theta_{13}$ und das untere Vorzeichen für $\hat{A} > \cos 2\theta_{13}$. Höhere Terme als Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$ wurden nicht berechnet. Gleichungen (4.7a-d) wurden angewendet, um auch die Vakuumparameter θ_{23} und δ_{CP} zu berücksichtigen, die am Anfang der Rechnung ausgeklammert wurden. Der

Ausdruck für $\sin \delta'_{\text{CP}}$, der hier durch Reihenentwicklung erhalten wurde, gilt nicht für $\theta_{23} \rightarrow 0$. Da $\theta_{23} \approx \pi/4$ gilt, stellt das aber keine Beeinträchtigung dar.

Für die Massenquadratdifferenzen in Materie erhält man:

$$(\Delta m_{21}^{2'}, \Delta m_{31}^{2'}, \Delta m_{32}^{2'}) = \begin{cases} (\Delta m_3^2, \Delta m_2^2, \Delta m_1^2) & \text{für } \hat{A} < \cos 2\theta_{13} \\ (-\Delta m_1^2, -\Delta m_2^2, -\Delta m_3^2) & \text{für } \hat{A} > \cos 2\theta_{13} \end{cases}, \quad (4.12)$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta m_1^{2'} &:= \Delta(\lambda_3 - \lambda_2) \\ &= \frac{(1 + \hat{A} + \hat{C})\Delta}{2} - \alpha\Delta \left(\cos^2 \theta_{12} - \frac{(-1 + \hat{C} + \hat{A} \cos 2\theta_{13}) \sin^2 \theta_{12}}{2\hat{C}} \right) \end{aligned} \quad (4.13a)$$

$$\begin{aligned} \Delta m_3^{2'} &:= \Delta(\lambda_2 - \lambda_1) \\ &= \frac{(-1 - \hat{A} + \hat{C})\Delta}{2} + \alpha\Delta \left(\cos^2 \theta_{12} - \frac{(1 + \hat{C} - \hat{A} \cos 2\theta_{13}) \sin^2 \theta_{12}}{2\hat{C}} \right) \end{aligned} \quad (4.13b)$$

$$\begin{aligned} \Delta m_2^{2'} &:= \Delta(\lambda_3 - \lambda_1) \\ &= \hat{C}\Delta + \alpha \frac{\Delta(-1 + \hat{A} \cos 2\theta_{13}) \sin^2 \theta_{12}}{\hat{C}}. \end{aligned} \quad (4.13c)$$

Betrachtet man die Ausdrücke für die Mischungsparameter in Materie, so kann man folgende interessanten Eigenschaften feststellen:

$\sin^2 2\theta'_{13}$

In führender Ordnung findet man das aus der 2-Neutrino-Oszillation als MSW-Effekt bekannte Resonanzverhalten des Mischungswinkels θ'_{13} . Die Korrektur von Ordnung α zu diesem führenden Term ist durch zwei Potenzen des kleinen Mischungswinkels θ_{13} unterdrückt und deswegen vernachlässigbar klein. Ein resonanter Anstieg der Korrektur findet nicht statt, da die Resonanzbedingung im Nenner zu einer zusätzlichen Unterdrückung des Korrekturterms nahe der Resonanz führt. Eine eingehendere Studie zeigt, daß die Korrektur in der Tat klein ist und nur zu beachten ist, wenn man an Präzisionsergebnissen interessiert ist. Der Ausdruck für θ_{13} zeigt kein divergentes Verhalten für $|\hat{A}| \rightarrow 0$ und der Vakuum-Limes wird korrekt beschrieben. Ein Vergleich mit numerischen Ergebnissen zeigt exzellente Übereinstimmung auch für $|\hat{A}| < \alpha$.

$\sin 2\theta'_{23}$

In führender Ordnung ist der Mischungswinkel θ'_{23} in Materie identisch mit dem Vakuum-Mischungswinkel θ_{23} . Die Korrektur von Ordnung α ist zusätzlich unterdrückt durch θ_{13} und $\cos 2\theta_{23}$ (für θ_{23} -Werte nahe $\pi/4$). Daß $\sin 2\theta'_{23}$ proportional zu $\cos \delta_{\text{CP}}$ ist, wird durch die Mischung der CP -Phase δ_{CP} mit der $\mathcal{O}(\alpha)$ -Korrektur von

θ'_{23} (Gl. (A.7c)) bewirkt. Auch der Ausdruck für θ'_{23} zeigt das korrekte Konvergenzverhalten für $|\hat{A}| \rightarrow 0$ und ein Vergleich mit numerischen Ergebnissen ist konsistent für $|\hat{A}| < \alpha$.

sin $2\theta'_{12}$

Die Größe $\sin 2\theta'_{12}$ ist von führender Ordnung α . Daß für $\alpha \rightarrow 0$ nicht der Vakuum-Parameter θ_{12} reproduziert wird ist leicht zu verstehen. Für $\alpha = 0$ ist der kinetische Term des Hamilton-Operators (Gl. (4.5)) invariant unter Rotation im 1-2-Unterraum. Für $\alpha = 0$ hat der Wert des solaren Mischungswinkels keinen Einfluß auf die Oszillationswahrscheinlichkeiten und prinzipiell könnte er beliebig und damit hier identisch Null gewählt werden. Interessant ist, daß $\sin 2\theta'_{12}$ sogar für große Werte von $|\hat{A}|$ proportional zu α ist. In führender Ordnung von θ_{13} findet man $\sin 2\theta'_{12} = \alpha \sin 2\theta_{12}/|\hat{A}|$. Das Ergebnis ist divergent für $|\hat{A}| \rightarrow 0$ und nur für Werte $|\hat{A}| \gtrsim \alpha$ brauchbar. Das spiegelt die oben beschriebenen Probleme wieder, gleichzeitig auch das Level-Crossing der solaren Resonanz durch die Näherungsformeln korrekt zu beschreiben. Da $|\hat{A}|$ proportional zur Neutrinoenergie E_ν ist, wird $\sin 2\theta'_{12}$ nicht nur durch die Massenhierarchie sondern auch durch hohe Neutrinoenergien unterdrückt.

***CP*-Phase δ_{CP}**

Die Materiekorrektur der *CP*-Phase δ_{CP} ist ebenfalls stark unterdrückt durch die Massenhierarchie α , durch θ_{13} und durch $\tan^{-1} 2\theta_{23}$. Für $\sin^2 2\theta_{23} = 1$ wird δ_{CP} nicht durch Materieeffekte beeinflusst (zumindest nicht bis Ordnung α). Die Invarianz der Größe $\sin \delta_{CP} \sin 2\theta_{23}$ unter Variation der Materiedichte ρ (Gl. (A.7d)) ist ein exaktes Resultat, das unabhängig von den hier durchgeführten Näherungen ist.

4.2 *CP*-Verletzung in Materie

Im 3-Neutrino-Szenario ist die zur Jarlskog-Konstanten des Quarksektors analoge Größe $J_{CP} = \text{Im} J_{ij}^{lm}$ ein Maß für die Stärke *CP*-verletzender Effekte. Im Vakuum-Fall ist J_{CP} gegeben durch folgende Kombination aus Mischungswinkeln und *CP*-Phase:

$$8J_{CP} = \sin \delta_{CP} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} . \quad (4.14)$$

Substituiert man die Vakuum-Parameter durch die Parameter in Materie (Gl. (4.11)), so erhält man J'_{CP} in Materie:

$$\begin{aligned} & \sin \delta'_{CP} \cos \theta'_{13} \sin 2\theta'_{12} \sin 2\theta'_{13} \sin 2\theta'_{23} = \\ & \frac{\alpha}{|\hat{A}|\hat{C} \cos^2 \theta_{13}} \sin \delta_{CP} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} + \mathcal{O}(\alpha^2) . \end{aligned} \quad (4.15)$$

Es besteht ein einfacher Zusammenhang zwischen J_{CP} in Vakuum und in Materie:

$$J'_{CP} = \frac{\alpha}{|\hat{A}|\hat{C} \cos^2 \theta_{13}} J_{CP} . \quad (4.16)$$

Wendet man dieses Ergebnis auf den Ausdruck

$$J'_{\text{CP}} \Delta m'_{12} \Delta m'_{31} \Delta m'_{32} = J_{\text{CP}} \Delta^3 \alpha + \mathcal{O}(\alpha^2) \quad (4.17)$$

an, so kann dadurch die (exakte) Invarianz

$$J'_{\text{CP}} \Delta m'_{12} \Delta m'_{31} \Delta m'_{32} = J_{\text{CP}} \Delta m_{12} \Delta m_{31} \Delta m_{32} \quad (4.18)$$

verifiziert werden.

Es sei darauf hingewiesen, daß auch in Materie alle CP -Effekte proportional zur Massenhierarchie α sind. In Vakuum wird die Unterdrückung von CP -Effekten durch die Massenhierarchie direkt durch die Kleinheit der solaren Massenquadratdifferenz ($\alpha\Delta$) erzeugt. In Materie ist die Massenhierarchie speziell in der Resonanzregion durch das Level-Crossing aufgehoben. Die Unterdrückung durch die Massenhierarchie findet sich aber in der Größe $\sin 2\theta'_{12}$ wieder, die proportional zu α ist und deswegen zu einer Massenhierarchie-Unterdrückung von J'_{CP} führt. Damit hat sowohl in Vakuum als auch in Materie die Massenhierarchie einen wichtigen Einfluß auf die Größe aller CP -verletzenden Effekte. Der Faktor $1/\hat{C}$ im Ausdruck für J'_{CP} erzeugt ein resonantes Verhalten der CP -Effekte analog zur MSW-Resonanz des Mischungswinkels θ_{13} .

4.3 Die $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ -Appearance-Wahrscheinlichkeit in Materie

Im Folgenden werden die in Abschnitt 4.1 berechneten Ausdrücke für die Mischungsparameter verwendet um eine Näherungsformel für die Appearance-Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ in Materie abzuleiten. Der Kanal $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ spielt eine wichtige Rolle in Long-Baseline-Oszillationsexperimenten. Da die Größe der Terme im Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ linear bzw. quadratisch mit dem kleinen Mischungswinkel θ_{13} ansteigt, ist der Kanal optimal für Messungen von θ_{13} geeignet. Aufgrund des resonanten Verhaltens von θ_{13} in Materie ist er prädestiniert für eine Untersuchung bzw. Überprüfung des MSW-Effekts. Besonders attraktiv ist er durch seine direkte Abhängigkeit von der CP -Phase δ_{CP} , wodurch ein Test der CP -Symmetrie ermöglicht wird.

4.3.1 $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ in Vakuum

Mit $\Delta m_{31}^2 =: \Delta$, $\Delta m_{21}^2 = \alpha\Delta$, $\Delta m_{32}^2 = (1 - \alpha)\Delta$, und $\hat{\Delta} = \Delta L/(4E)$ ergibt eine Reihenentwicklung bis Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^2)$ folgende relevante Terme der Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \approx P_0 + P_{\sin\delta} + P_{\cos\delta} + P_{\alpha^2}$:

$$P_0 = \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \hat{\Delta} \quad (4.19a)$$

$$P_{\sin\delta} = \alpha \sin \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin^3 \hat{\Delta} \quad (4.19b)$$

$$P_{\cos\delta} = \alpha \cos \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \cos \hat{\Delta} \sin^2 \hat{\Delta} \quad (4.19c)$$

$$P_{\alpha^2} = \alpha^2 \cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \hat{\Delta} \quad (4.19d)$$

Die Entwicklung der oszillierenden Terme nach α bedeutet eine Linearisierung der Oszillation über die solare Massenquadratdifferenz. Diese Linearisierung ergibt nur dann gute Resultate, wenn $\alpha \hat{\Delta} \lesssim 1$. Unter Einbeziehung des heutigen Wissens über die Neutrino-Massendifferenzen ist diese Näherung für Neutrinoenergien von mehr als 1 GeV und Baselines unter ca. 10000 km gerechtfertigt. Die beiden Terme $P_{\sin \delta}$ und $P_{\cos \delta}$, die die CP -Phase δ_{CP} enthalten, sind beide von Ordnung α und werden deshalb durch die Massenhierarchie α unterdrückt. CP -Effekte verschwinden, wenn die Massenhierarchie groß wird. Bis auf den Faktor $\sin^2 \theta_{23}$ entspricht der Term P_0 einer 2-Neutrino-Oszillationswahrscheinlichkeit. Der Term P_{α^2} ist der einzige Term in Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^2)$, der nicht durch den kleinen Mischungswinkel θ_{13} unterdrückt wird. Deshalb ist es wichtig ihn zu berücksichtigen, wenn θ_{13} sehr klein ist. Liegt θ_{13} nahe am CHOOZ-Limit, so kann man den Term P_{α^2} vernachlässigen. Alle weiteren Terme von Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^2)$ sind zusätzlich durch eine oder mehrere Potenzen von θ_{13} unterdrückt und sind, da sie nicht relevant sind, hier nicht aufgelistet.

4.3.2 $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ in Materie

Durch Substitution der Ausdrücke für die Mischungsparameter in Materie (Gleichungen (4.11)) läßt sich auf relativ einfache Weise die Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ in Materie erhalten. Details zur Rechnung finden sich in Anhang A.3.

$$P_0 = \sin^2 \theta_{23} \frac{\sin^2 2\theta_{13}}{\hat{C}^2} \sin^2(\hat{\Delta} \hat{C}) \quad (4.20a)$$

$$P_{\sin \delta} = \frac{1}{2} \alpha \frac{\sin \delta_{CP} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23}}{\hat{A} \hat{C} \cos^2 \theta_{13}} \times \sin(\hat{C} \hat{\Delta}) \left[\cos(\hat{C} \hat{\Delta}) - \cos((1 + \hat{A}) \hat{\Delta}) \right] \quad (4.20b)$$

$$P_{\cos \delta} = \frac{1}{2} \alpha \frac{\cos \delta_{CP} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23}}{\hat{A} \hat{C} \cos^2 \theta_{13}} \times \sin(\hat{C} \hat{\Delta}) \left[\sin((1 + \hat{A}) \hat{\Delta}) \mp \sin(\hat{C} \hat{\Delta}) \right] \quad (4.20c)$$

$$P_{\alpha^2} = \alpha^2 \frac{2\hat{C} \cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{12}}{\hat{A}^2 \cos^2 \theta_{13} (\mp \hat{A} + \hat{C} \pm \cos 2\theta_{13})} \sin^2 \left(\frac{1}{2} (1 + \hat{A} \mp \hat{C}) \hat{\Delta} \right) \quad (4.20d)$$

Die Wahrscheinlichkeit $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)$ kann aus der Wahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ erhalten werden, indem das Vorzeichen des $P_{\sin \delta}$ -Terms umgedreht wird. In allen Ausdrücken mit Auswahl für das Vorzeichen gilt das obere Vorzeichen für $\hat{A} < \cos 2\theta_{13}$ und das untere Vorzeichen für $\hat{A} > \cos 2\theta_{13}$.

Vernachlässigt man alle Terme höherer Ordnung in θ_{13} , so nehmen die Terme P_0 ,

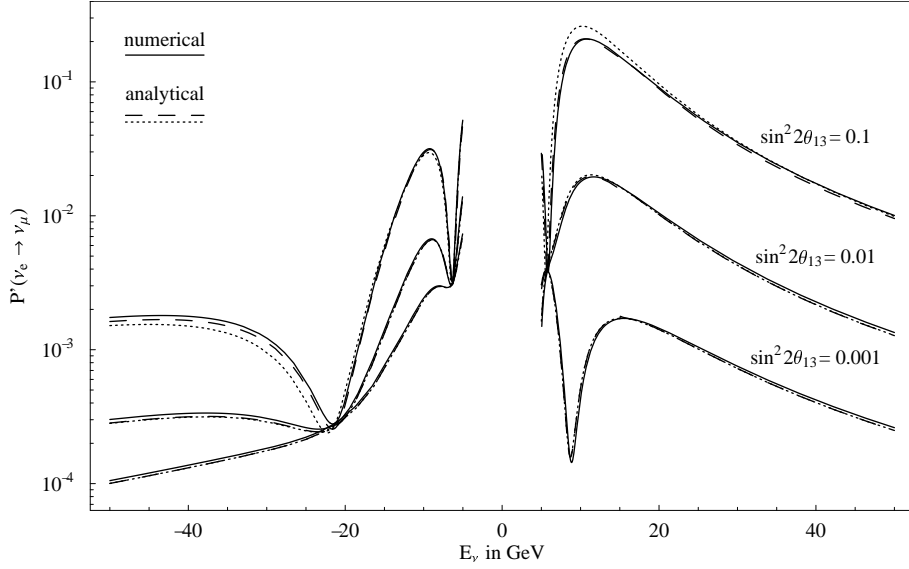


Abbildung 4.1: Vergleich analytischer Resultate (gestrichelte und gepunktete Linien) mit numerischen Resultaten (durchgezogene Linie) für die Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ in Materie (2.8 g/cm^3) als Funktion der Neutrinoenergie. Negative Energien entsprechen Antineutrinos. Die gestrichelte Linie basiert auf den Gleichungen (4.20a,b,c,d). Die gepunktete Linie wurde mit Gleichungen (4.21a,b,c,d) erhalten. Die Berechnung wurde durchgeführt mit einer Baseline von $L=7000 \text{ km}$ mit $\delta_{\text{CP}} = 0$, bimaximaler Mischung und drei verschiedenen Werten von $\sin^2 2\theta_{13}$ (0.1, 0.01, 0.001). Die Massenquadratdifferenzen sind $\Delta m_{31}^2 = 3.2 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ und $\Delta m_{21}^2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ eV}^2$.

$P_{\sin \delta}$, $P_{\cos \delta}$ und P_{α^2} folgende einfache Form an:

$$P_0 = \sin^2 \theta_{23} \frac{\sin^2 2\theta_{13}}{(\hat{A} - 1)^2} \sin^2((\hat{A} - 1)\hat{\Delta}) \quad (4.21a)$$

$$P_{\sin \delta} = \alpha \frac{\sin \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23}}{\hat{A}(1 - \hat{A})} \sin(\hat{\Delta}) \sin(\hat{A}\hat{\Delta}) \sin((1 - \hat{A})\hat{\Delta}) \quad (4.21b)$$

$$P_{\cos \delta} = \alpha \frac{\cos \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23}}{\hat{A}(1 - \hat{A})} \cos(\hat{\Delta}) \sin(\hat{A}\hat{\Delta}) \sin((1 - \hat{A})\hat{\Delta}) \quad (4.21c)$$

$$P_3 = \alpha^2 \frac{\cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{12}}{\hat{A}^2} \sin^2(\hat{A}\hat{\Delta}) \quad (4.21d)$$

Damit erhält man die einfachste Form für die Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$, in der die Materieeffekte qualitativ richtig beschrieben werden. Eine numerische Studie zeigt, daß der Präzisionsverlust der Gleichungen (4.21a-d) im Vergleich zu den Gleichungen (4.20a-d) nur relevant ist, für die größten erlaubten Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ nahe dem CHOOZ-Limit. Der Präzisionsverlust wird hauptsächlich durch die Näherungen im Term P_0 verursacht. Der Term P_{α^2} trägt zur gesamten Wahrscheinlichkeit nur für kleine Werte von θ_{13} bei und erleidet deshalb keinen merklichen Genauigkeitsverlust in der vereinfachten Form von Gl. (4.21d). Abbildung 4.1 zeigt den Vergleich der hier berechneten analytischen Ergebnisse mit Ergebnissen aus

einer numerischen Studie. Die gute Genauigkeit der Ausdrücke (4.21a-d) für nicht zu große Werte von θ_{13} läßt sich in dem Plot sehr gut erkennen. Eine weitere schöne Eigenschaft dieser Ausdrücke ist, daß man auf den ersten Blick sehen kann, wie im Grenzfall kleiner Baselines ($\hat{\Delta} \rightarrow 0$) die Oszillationswahrscheinlichkeit in Materie gegen das Vakuum-Resultat (Gl. (4.19a-d)) konvergiert.

Kapitel 5

Neutrino Fabriken

Das Konzept mittels einer sehr intensiven Myonen-Quelle hochintensive, hochenergetische Neutrinostrahlen zu erzeugen, wurde Mitte der siebziger Jahre unabhängig von Kushkarev, Wojcicki und Collins vorgeschlagen. Aufbauend auf dem Know-How, das in Jahren der Myonen-Collider-Forschung¹ gesammelt wurde, konnte der Amerikaner Stephen Geer Anfang 1998 eine quantitative Studie [94] präsentieren, die dieser Idee zum Durchbruch verhalf. Er demonstrierte, daß eine „Neutrino Fabrik“ auf Basis der in Myonen-Collider-Studien diskutierten Technologie interessante Neutrino Physik ermöglichen würde. Da die für Neutrino Fabriken typischen Energien (zwischen zehn und hundert GeV) deutlich niedriger sind als der von Myonen-Collidern anvisierte Energiebereich mehrerer TeV, wurde der Forschungs- und Entwicklungsaufwand für den Bau einer Neutrino Fabrik als innerhalb einiger Jahre realisierbar eingeschätzt. Aufgrund des interessanten teilchenphysikalischen Forschungsprogramms, das mit einer Neutrino Fabrik möglich ist, wurde die Idee begeistert aufgenommen und das Projekt avancierte schnell zu einem der Interessensschwerpunkte der aktuellen Teilchenphysik. Eine Reihe jährlicher internationaler Workshops wurde eingerichtet (Lyon² - Juli 1999, Monterey³ - Mai 2000, Tsukuba⁴ - Mai 2001 und London⁵ - Juli 2002), in deren Rahmen der technologische Fortschritt auf dem Weg zur Neutrino Fabrik und ihr physikalisches Potential diskutiert wird. Forschung und Entwicklung in Zusammenhang mit Neutrino Fabriken ist mittlerweile ein anerkanntes und gut organisiertes Projekt, das in internationalen Arbeitsgruppen⁶ vorangetrieben wird.

¹Neutrino Factory and Muon Collider Collaboration:

http://www.cap.bnl.gov/mumu/mu_home_page.html

²Lyon 1999: <http://lyoinfo.in2p3.fr/nufact99>

³Monterey 2000: <http://raman.physics.berkeley.edu/~nufact00>

⁴Tsukuba 2001: <http://psux1.kek.jp/~nufact01>

⁵London 2002: <http://www.hep.ph.ic.ac.uk/NuFact02>

⁶CERN Neutrino Factory Working Group:

<http://nfwg.home.cern.ch/nfwg/nufactwg/nufactwg.html>

Fermilab Neutrino Factory and Muon Collider Feasibility Studies:

<http://www.fnal.gov/projects/muon Collider>

Neutrino Factory and Muon Collider Collaboration:

Die Vorteile der Neutrinfabrik sind ihr präzise vorhersagbarer, intensiver und untergrundfreier Neutrinofluß. Der Neutrinostrahl ist stark kollimiert und ermöglicht damit Experimente über sehr lange Distanzen (Baselines) von mehreren tausend Kilometern. Ein weiterer Vorteil liegt in der Möglichkeit, auf einfache Weise durch Änderung der Ladung der gespeicherten Myonen zwischen Neutrino- und Antineutrino-Oszillationskanälen zu wechseln. Dies erweist sich als wichtig für die Untersuchung CP -, T - und CPT -verletzender Effekte.

5.1 Das Konzept der Neutrinfabrik

Das Design einer Neutrinfabrik wird bestimmt durch drei grundlegende Problematiken: Eine große technische Herausforderung ist durch die kurze Lebensdauer des Myons gestellt. In Ruhe zerfällt ein Myon durchschnittlich nach etwa zwei Mikrosekunden. Auch unter Berücksichtigung der Zeitdilatation bei ca. 50 GeV steigt die Lebensdauer nicht über eine Millisekunde. Damit sind viele gewohnte Konzepte der konventionellen Beschleunigerphysik nicht anwendbar. Das zweite technische Problem besteht in der Erzeugung eines ausreichend intensiven Myonenstrahls. Dazu ist ein Protonen-Driver mit entsprechend großer Leistung nötig. Schwierig ist besonders die Konstruktion eines Targets, das in der Lage ist, die anfallende Wärme abzuführen. Die dritte wichtige Aufgabe, die gelöst werden muß, besteht in der Kühlung der Myonen. Um einen brauchbaren Neutrinostrahl zu erzeugen muß der Phasenraum der Myonen eingengt und damit die Myonendichte vergrößert werden. Die Anforderungen bei der Myonen-Kühlung sowie die kurzen Zeitspannen, die für Beschleunigung, Kühlung und Speicherung zur Verfügung stehen, implizieren technische Herausforderungen, die noch nicht bewältigt sind. Durchführbarkeitsstudien⁷ kommen zu dem Ergebnis, daß die Anforderungen realisierbar sind und eine sogenannte „initial stage“ Neutrinfabrik mit etwa zehn Jahren Entwicklungsdauer veranschlagt werden muß.

5.1.1 Protonen-Driver, Target und Myonen-Einfang

Die erste Komponente einer Neutrinfabrik bilden Protonen-Driver und Target. Man diskutiert Protonen-Driver mit hohen Leistungen zwischen einem und vier Megawatt. Zum Vergleich: Der AGS-Booster⁸ in Brookhaven erreicht derzeit eine Leistung von 0.2 MW. Am Fermilab wurde 1998 mit einer Designstudie für einen neuen 16 GeV Protonen-Driver⁹ [95] begonnen, der den alten Fermilab-Booster ersetzen soll (Siehe [96] für eine Zusammenfassung der Designstudie). In einer ersten Stufe

http://www.cap.bnl.gov/mumu/mu_home_page.html

⁷FNAL Feasibility Study on a Neutrino Source Based on a Muon Storage Ring:

http://www.fnal.gov/projects/muon_collider/nu-factory/

The Neutrino Factory and Muon Collider Collaboration Feasibility Study II:

<http://www.cap.bnl.gov/mumu/studyii/>

⁸AGS Booster Accelerator: <http://www.bnl.gov/bnlweb/facilities/Booster.html>

⁹Proton Driver Physics Study: <http://www-bd.fnal.gov/pdriver/>

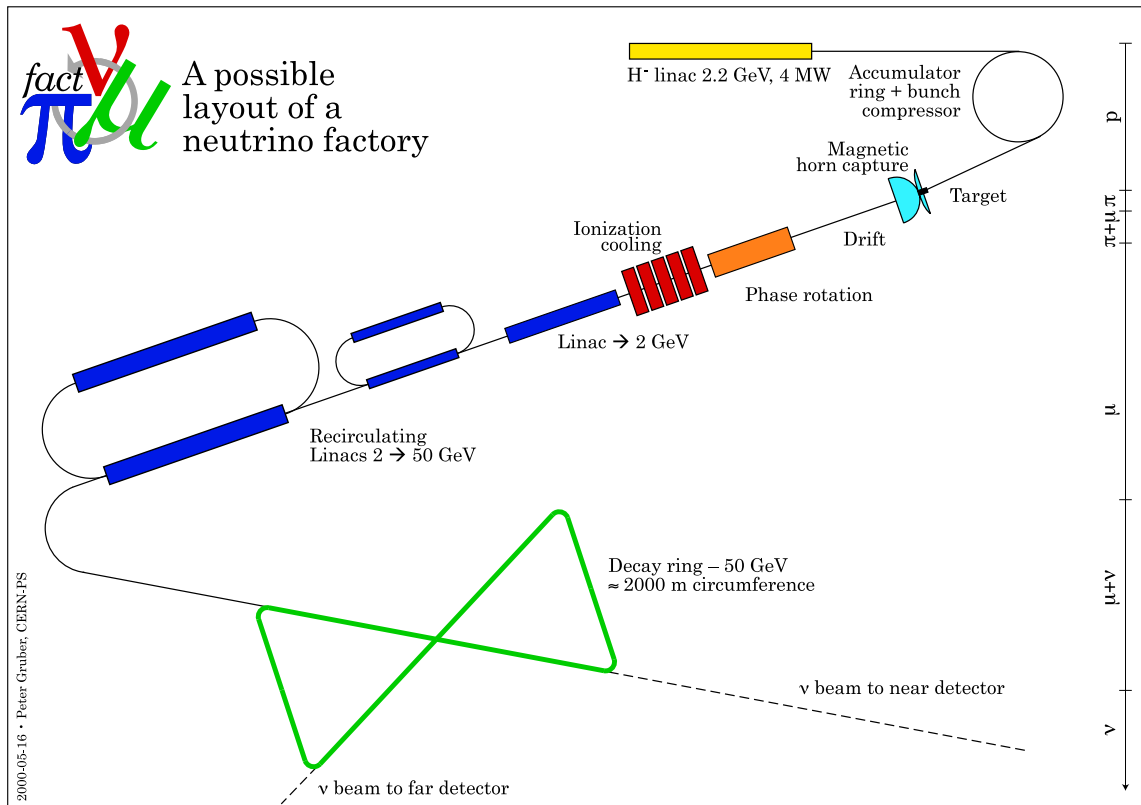


Abbildung 5.1: Layout einer Neutrinfabrik. In den geraden Sektionen des Zerfallrings entstehen die hochfokussierten Neutrinostrahlen. Quelle: CERN Neutrino Factory Working Group (<http://nfwg.home.cern.ch/nfwg/nufactwg/nufactwg.html>).

wird der neue Protonen-Driver eine Leistung von 1 MW erzielen. Ein Upgrade auf 4 MW Strahlleistung ist in dem Programm mit vorgesehen und eine Optimierung des Protonen-Drivers für die Anforderungen einer Neutrinfabrik ist eingeplant. In Japan wurde der 0.77 MW Protonenstrahl JHF¹⁰ genehmigt, für den ebenfalls eine Upgrade-Möglichkeit auf 4 MW Strahlleistung in Betracht gezogen wird.

Am Target werden hauptsächlich über die $\Delta(3, 3)$ -Resonanz Pionen produziert. Für die Target-Technologie werden verschiedene Möglichkeiten diskutiert. Hauptproblem ist die kurze Lebensdauer des Targets unter Einwirkung des Hochleistungs-Protonenstrahls. Lösungsansätze gibt es verschiedene: Feste Graphit-Targets mit Wasserkühlsystem¹¹ versuchen, soweit als möglich, mit konventioneller Technik auszukommen und Expertise aus existierenden Projekten effizient zu nutzen. Neue, modernere Entwicklungen gehen in Richtung Pellet-förmiger Targets, puderförmiger

¹⁰High Intensity Proton Accelerator Facility: <http://jkj.tokai.jaeri.go.jp/>

¹¹Neutrino Factory Target Subsystem: http://www.fnal.gov/projects/muon_collider/nu-factory/subsys/ss-target/nuss-target.html

Targets und Flüssigstrahl-Targets¹². Um die Myonen-Einfang-Effizienz zu erhöhen wird ein starker Magnet mit Feldstärken von etwa 20 Tesla benötigt. Man erreicht damit eine Effizienz von ca. 0.6 eingefangenen Myonen pro Proton.

5.1.2 Myonen-Kühlung

Die durch den Pionenzerfall produzierten Myonen haben ein breites Energiespektrum. Dadurch entwickelt sich schnell eine starke Korrelation zwischen Ort und Energie der Myonen. Diese Korrelation muß vor der weiteren Beschleunigung und Speicherung zerstört werden. Die longitudinale Kühlung des Strahls wird mit einem Induktionsbeschleuniger realisiert. Um die transversale Ausdehnung des Strahls zu verringern wird die sogenannte Ionisationskühlung angewendet. Dabei wird der longitudinale und transversale Impuls der Myonen durch Ionisationsverlust in einem Absorber verkleinert. Anschließend wird der longitudinale Impuls durch Beschleunigung wieder hergestellt. Dieses Verfahren führt zur Reduktion des transversalen Impulses (transversale Kühlung). Durch das Hintereinanderschalten mehrerer Kühlstufen kann der Phasenraum der Myonen um einen Faktor 10^5 bis 10^6 reduziert werden. Nach der Kühlung beträgt die Zahl der Myonen pro Proton noch etwa 0.1 bis 0.2, was je nach Energie des Protonen-Drivers einer Gesamtzahl von etwa 10^{20} bis 10^{21} Myonenzerfällen pro Jahr entspricht. Ionisationskühlung ist eine Technik, die bisher noch nicht demonstriert wurde und die Entwicklung neuer Hardware erfordert. Ein Forschungsprogramm zur Entwicklung und Demonstration der kritischen Komponenten eines Ionisationskühlungskanal wurde 1998 vorgestellt [97]. Aktuelle Informationen zu diesem mit dem Ausdruck MUCOOL betitelten Programm sind auf dessen Webseite¹³ zu bekommen.

5.1.3 Beschleunigung und Speicherung der Myonen

Im Vergleich zur Protonen-Driver-, Target- und Kühltechnologie ist die Beschleunigung und Speicherung des Myonenstrahls verhältnismäßig einfach. Vorgesehen sind nach einem ersten LINAC zur Vorbeschleunigung zwei Re-Circulating-LINACS, in denen die Myonen jeweils bis zu etwa fünf Durchläufe absolvieren.

Für den Speicherring werden verschiedene Geometrien diskutiert. Besonders attraktiv ist eine einfache Dreiecksform, die Experimente mit zwei unterschiedlichen Baselines ermöglicht. Kompliziertere Formen wie die sogenannte Bow-Tie-Form (Fliegenform) sind auch denkbar. Wichtig für die Erzeugung fokussierter Neutrinostrahlen sind lange gerade Sektionen im Speicherring. Myonen, die in den Kurven des Rings zerfallen, tragen nicht zum Neutrinostrahl bei. Die Länge des Oszillationsexperiments wird durch den Winkel bestimmt, den solch eine gerade Sektion mit der Erdoberfläche

¹²Simulation of Flow through the Spallation Neutron Source Liquid Mercury Target:
<http://www.ccs.ornl.gov/eagle/WendelSP.html>

¹³Muon Ionization Cooling R&D (MUCOOL):
http://www.fnal.gov/projects/muon_collider/cool/cool.html

bildet. Je länger die unterirdische Oszillationsstrecke sein soll, desto stärker muß der Speicherring geneigt werden.

5.2 Oszillationsphysik mit Neutrinfabriken

Im Speicherring der Neutrinfabrik zerfallen die Myonen über die schwache Wechselwirkung. Im Mittel reicht die Lebensdauer der Myonen für etwa 50 Umrundungen des Rings. Beim Zerfall entstehen je nach Ladung der gespeicherten Myonen Elektron-Neutrinos und Myon-Antineutrinos bzw. deren Antiteilchen:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (5.1a)$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu . \quad (5.1b)$$

Die Zahl der in den geraden Sektionen des Speicherrings zerfallenden Myonen pro Jahr soll etwa 10^{20} bis 10^{21} erreichen. Minimal wird etwa eine Leistung von 10^{19} zerfallende Myonen pro Jahr benötigt, um interessante Oszillationsphysik betreiben zu können. Aus der Zerfallskinetik der Myonen lassen sich Energie- und Winkelverteilung der Neutrinos einfach berechnen. Ein wichtiger Vorteil der Neutrinfabrik besteht gerade in den präzise berechenbaren Neutrinospektren und der Abwesenheit von Untergrundteilchen im Strahl. Damit eignet sich der Neutrinostrahl hervorragend für Neutrino-Oszillationsexperimente. Im folgenden Schema sind die möglichen Oszillationskanäle dargestellt, die mit dem Strahl einer Neutrinfabrik untersuchbar sind.

$$\mu^- \implies \left\{ \begin{array}{l} \bar{\nu}_e \xrightarrow{\text{Oszillation}} \left\{ \begin{array}{l} \bar{\nu}_e \Rightarrow e^+ \\ \bar{\nu}_\mu \Rightarrow \mu^+ \\ \bar{\nu}_\tau \Rightarrow \tau^+ \end{array} \right. \begin{array}{l} n_{\mu^-}(e^+) \\ \mathbf{n}_{\mu^-}(\boldsymbol{\mu}^+) \end{array} \\ \nu_\mu \xrightarrow{\text{Oszillation}} \left\{ \begin{array}{l} \nu_e \Rightarrow e^- \\ \nu_\mu \Rightarrow \mu^- \\ \nu_\tau \Rightarrow \tau^- \end{array} \right. \begin{array}{l} n_{\mu^-}(e^-) \\ \mathbf{n}_{\mu^-}(\boldsymbol{\mu}^-) \end{array} \end{array} \right. \quad (5.2a)$$

$$\mu^+ \implies \left\{ \begin{array}{l} \nu_e \xrightarrow{\text{Oszillation}} \left\{ \begin{array}{l} \nu_e \Rightarrow e^- \\ \nu_\mu \Rightarrow \mu^- \\ \nu_\tau \Rightarrow \tau^- \end{array} \right. \begin{array}{l} n_{\mu^+}(e^-) \\ \mathbf{n}_{\mu^+}(\boldsymbol{\mu}^-) \end{array} \\ \bar{\nu}_\mu \xrightarrow{\text{Oszillation}} \left\{ \begin{array}{l} \bar{\nu}_e \Rightarrow e^+ \\ \bar{\nu}_\mu \Rightarrow \mu^+ \\ \bar{\nu}_\tau \Rightarrow \tau^+ \end{array} \right. \begin{array}{l} n_{\mu^+}(e^+) \\ \mathbf{n}_{\mu^+}(\boldsymbol{\mu}^+) \end{array} \end{array} \right. \quad (5.2b)$$

Das Schema zeigt, daß durch einen Wechsel des Ladungsvorzeichens der im Ring gespeicherten Myonen entsprechende Antineutrino-Kanäle gemessen werden können. Dies ist besonders wichtig für die Messung CP -, T - oder CPT -konjugierter Kanäle.

Die Neutrinos erzeugen im Detektor sekundäre Leptonen mit entsprechendem Flavour. Die Größen $n_{\mu\sigma}(l)$ repräsentieren die Zahl der im Detektor nachgewiesene Leptonen mit Flavour l . σ ist das Ladungsvorzeichen der Myonen im Speicherring. Da die Detektion von Myonen im Vergleich zu Elektronen und Taus einfach und unproblematisch ist, sind die Raten von Oszillationskanälen mit Myonen im Endzustand durch Fettdruck hervorgehoben. Die ν_μ -Appearance- ($\nu_e \rightarrow \nu_\mu$) und ν_μ -Disappearance-Kanäle ($\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$), bzw. die entsprechenden Antineutrino-Kanäle, sind durch diesen Aspekt ausgezeichnet. Bei der Extraktion der fundamentalen Mischungsparameter spielen diese Kanäle die dominante Rolle. In der Analyse, die in der vorliegenden Arbeit vorgestellt wird, werden aus diesem Grund Kanäle mit ν_e - oder ν_τ -Appearance nicht berücksichtigt. Eine Berücksichtigung dieser Kanäle bringt keinen Vorteil bei der Bestimmung der Mischungsparameter. Zur unabhängigen Überprüfung der Oszillationshypothese könnten sie aber eine wichtige Rolle spielen.

5.3 Szenarien für Long-Baseline-Experimente

Der hochintensive und stark kollimierte Neutrinostrahl einer Neutrinofabrik kann für Oszillationsexperimente über sehr lange Distanzen (den sogenannten „Baselines“) verwendet werden. Selbst nach einigen tausend Kilometern ist die Neutrinodichte des Strahls noch hoch genug um tausende Neutrino-Events im Detektor zu erzeugen. Denkbar sind Oszillationsexperimente zwischen zwei beliebigen Punkten auf der Erdoberfläche. Damit wären prinzipiell auch Baselines möglich, bei denen der Neutrinostrahl durch den dichten Kern der Erde hindurchtritt. Da Neutrinos über den MSW-Effekt die Gegenwart von Materie spüren, sind auch interessante geophysikalische Experimente vorstellbar. Eine typische Neutrinoanlage wird das Mantel-Kern-Mantel-Dichteprofil entlang der Flugstrecke zwar nachweisen können, ob mittels eines Neutrinoexperimentes tatsächlich neue geophysikalische Erkenntnisse möglich sind ist allerdings fragwürdig. Zu diesem interessanten Thema gibt es einige neuere Veröffentlichungen, auf die an dieser Stelle verwiesen sei [98–100].

Aufgrund der Existenz der atmosphärischen Neutrinoanomalie ist leicht einzusehen, daß Oszillationsexperimente mit Baselines von einigen tausend Kilometern hilfreich sind, um Oszillationsphänomene über die atmosphärische Massenquadratdifferenz optimal beobachten zu können. Welche Baselines differenziert die Messung spezifischer Parameter optimieren, ist ein Schwerpunkt der Analyse in dieser Arbeit. Bezüglich der Messung der CP -Phase δ_{CP} erweist sich eine Distanz von etwa 3000 bis 4000 Kilometern als deutlich vorteilhaft. Abbildung 5.3 zeigt Szenarien für einen Neutrinoanlage-Komplex am Forschungszentrum CERN mit möglichen Untergrunddetektoren in entsprechender Entfernung. Santa Cruz auf den kanarischen Inseln gilt nicht nur wegen der günstigen Baseline-Länge als besonders attraktiv. Eine Nutzung des bestehenden Untergrund-Labors unter dem Gran Sasso Massiv hat den Nachteil einer suboptimalen, zu kurzen Baseline (ca. 730 km). Auch in den USA, Japan und Großbritannien wird der Bau einer Neutrinoanlage geplant. Einen Überblick über

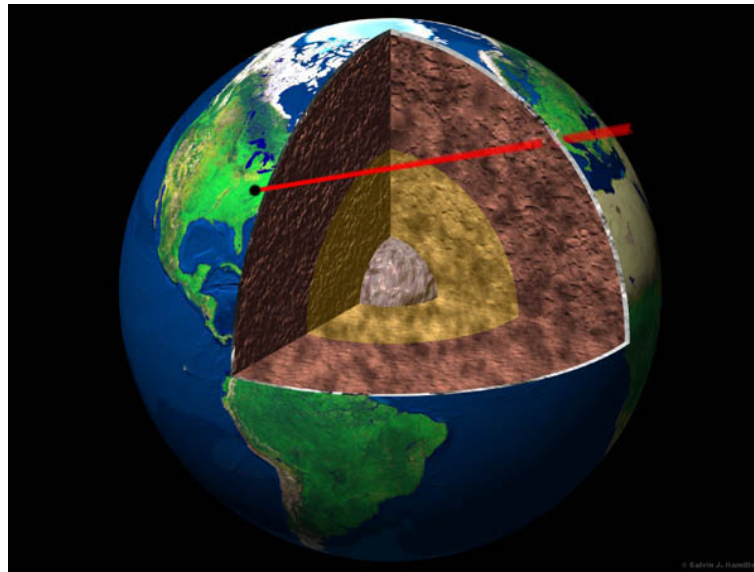


Abbildung 5.2: Hochintensiver Neutrinostrahl, produziert mit einer Neutrino fabrik am Fermilab (USA) und gerichtet auf einen Detektor im Gran-Sasso-Untergrundlabor (Italien). In „Very long baseline“-Experimenten dieser Art legen die Neutrinos Strecken von einigen tausend Kilometern zurück und dringen tief ins Innere der Erde ein. Quelle: Copyright Calvin J. Hamilton, <http://www.solarviews.com>, leicht modifiziert.

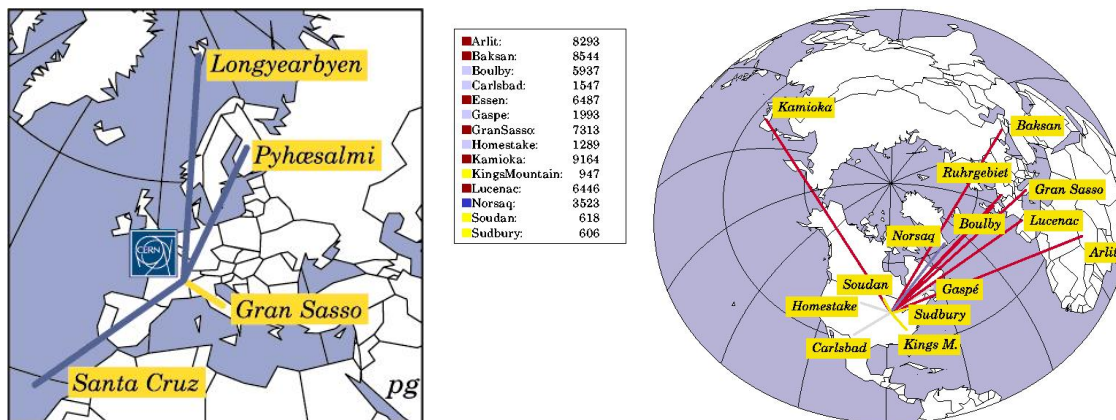


Abbildung 5.3: Karte verschiedener realistischer Detektorpositionen für einen Neutrino fabrik-Komplex am Forschungszentrum CERN (linke Abb.) bzw. am Fermilab in den USA (rechte Abb.). Der Tabelle sind die Baseline-Längen der verschiedenen Detektorlokationen um das Zentrum in Fermilab zu entnehmen. Quelle: Peter Grubers Maps&Baselines-Page, <http://pgruber.home.cern.ch/pgruber/maps/>

alle denkbaren Komplex- und Detektorpositionen vermittelt die spezielle Web-Seite „The Maps&Baselines Page“¹⁴ von Peter Gruber.

¹⁴The Maps&Baselines Page: <http://pgruber.home.cern.ch/pgruber/maps/>

5.4 Detektoren für Long-Baseline-Oszillationsexperimente

Neutrinos wechselwirken im Detektor mittels geladenen (CC = „charged current“) und neutralen Strömen (NC = „neutral current“) und produzieren dabei sekundäre Leptonen, jeweils begleitet von einem hadronischen Schauer, der durch die Überreste des an der Reaktion beteiligten Kerns ausgelöst wird. In CC-Wechselwirkungen entspricht der Flavour des sekundären Leptons dem Flavour des initialen Neutrinos. Für den differenzierten Nachweis verschiedener Neutrinooszillationskanäle ist der Nachweis des Neutrino-Flavours essenziell. In den folgenden Abschnitten wird sowohl das wichtige Thema Ladungsidentifikation ausführlicher diskutiert als auch ein kurzer Überblick über verschiedene Detektorsysteme gegeben, die derzeit für den Einsatz in Neutrinoexperimenten in Betracht gezogen werden. Die hier gebrachten Prinzipien der Detektorphysik dienen als Grundlage für das in Abschnitt 6.4 dargestellte allgemeine Detektormodell, das im Rahmen der vorliegenden Studie für die Simulation der Neutrinoexperimente benutzt wird.

5.4.1 Ladungstrennungseffizienz

Ein Blick auf die Oszillationskanäle mit sekundären Myonen (Gl. 5.2) zeigt, daß durch die Ladung des sekundären Leptons der Flavour des Neutrinos festgelegt ist. Die Fähigkeit, positiv und negativ geladene sekundäre Leptonen zu unterscheiden ist also Voraussetzung für eine Diskriminierung der Appearance- und Disappearance-Oszillationskanäle und damit auch Voraussetzung für die Durchführung interessanter Oszillationsexperimente. Diese als Ladungstrennungseffizienz (Charge-ID) bezeichnete Fähigkeit wird üblicherweise quantifiziert durch die Zahl der mißidentifizierten Leptonen des Disappearance-Kanals im Verhältnis zur Gesamtzahl der Events im Disappearance-Kanal. Aufgrund der hohen Event-Raten im Disappearance-Kanal ist für vernünftige Appearance-Messungen eine Ladungstrennungseffizienz von etwa 10^{-4} notwendig. Ein Detektor, der nicht über die Fähigkeit der Ladungsseparation verfügt ist zwar prinzipiell noch geeignet für Messungen der disappearance-spezifischen Oszillationsparameter, die interessanteren Aspekte der Appearance-Kanal-Messungen sind ihm aber unzugänglich¹⁵.

Sekundäre Myonen werden üblicherweise als „right-sign“ bzw. „wrong-sign“ bezeichnet. Diese Nomenklatur bezieht sich auf die Ladung der im Speicherring umlaufenden Myonen. Hat ein sekundäres Lepton dieselbe Ladung wie die Myonen im Ring, so bezeichnet man es als Right-sign-Myon, sonst als Wrong-sign-Myon. Right-sign-Myonen entstehen aus der Disappearance-Oszillation $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ bzw. $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$.

¹⁵Eine Analyse diesbezüglicher Fähigkeiten eines großen Detektors mit fehlender Möglichkeit der Ladungstrennung wurde in [101] untersucht. Experimente mit ultrahohen Raten auf Basis der Wasser-Cherenkov-Technik können bei Messungen der führenden Oszillationsparameter, bei Messungen von θ_{13} und bei Untersuchungen des Materieeffekts durchaus interessante Ergebnisse liefern.

Identifikation von Wrong-sign-Myonen ist das angestrebte Signal für Appearance-Oszillation $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ bzw. $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$.

Die Separation von sekundären Elektronen und Positronen in einem großen, massiven Detektor ist technisch sehr schwierig zu realisieren. Für ICARUS-artige Liquid-Argon-Detektoren ist eine Magnetisierung des Detektorvolumens aber denkbar und wird gegenwärtig auch diskutiert. Ob für diesen Detektortyp eine Ladungsidentifikation realisierbar ist, muß noch geklärt werden. Insbesondere stellt sich die Frage, ob die technisch aufwendige Messung von Elektronen und Positronen aus dem Gesichtspunkt der damit realisierbaren Physik überhaupt rentabel ist. Bei der Extraktion der fundamentalen Neutrino-Parameter bringt die Analyse von Kanälen mit positiven und negativen Elektronen im Endzustand keinen deutlichen Vorteil gegenüber Messungen mit Myonen im Endzustand. Wichtig wären derartige Analysen nur für die Messung von T - oder CPT -verletzenden Effekten.

Im Vergleich zu den Elektronen ist bei τ -Leptonen die Ladungsidentifikation technisch leichter realisierbar. Wünschenswert ist dies besonders deshalb, weil die Oszillation $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ bisher in keinem anderen Experiment beobachtet wurde. Außerdem ist der Kanal $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ aufgrund der großen Oszillationsamplitude ausgezeichnet geeignet um frei von Materieeffekten den Oszillations-Dip¹⁶ als reines Appearance-Signal nachzuweisen.

5.4.2 Myonische Untergrundereignisse

CC- und NC-Untergrundereignisse, die sich dem Myonen-Oszillationssignal überlagern, können in folgende drei Kategorien eingeteilt werden:

- Myonen, produziert durch den Zerfall von Pionen oder Kaonen des hadronischen Schauers.
- Punch-Through-Myonen: nicht-wechselwirkende Pionen die ein Myonen-Signal vortäuschen.
- Charm-Produktion mit anschließendem myonischen Zerfall.

Durch diese Prozesse kann ein falsches Myonen-Signal entstehen, wenn das richtige Ladungsvorzeichen in Koinzidenz mit einem NC-Event registriert wird oder wenn das sekundäre Lepton eines simultanen CC-Ereignisses verloren geht. Untergrundunterdrückung ist besonders wichtig für Messungen von Wrong-sign-Myonen. Um ein Verhältnis Background-Events zu Wrong-sign-Signal von weniger als 1:10 zu erzielen ist eine Unterdrückung von right-sign-induzierten Background-Events auf ein Niveau

¹⁶Als Oszillations-„Dip“ wird die typische Signatur für Neutrinooszillation im Energiespektrum bezeichnet. Diese Signatur zeichnet sich aus durch ein kurzes Ansteigen der Neutrinoraten, das durch das erste Oszillationsminimum erzeugt wird. Der Oszillations-Dip konnte bisher noch nicht nachgewiesen werden. Dazu sind eine gute Energieauflösung und entsprechend hohe Ereignisraten notwendig.

von weniger als $1:10^4$ notwendig. Diese hohen Anforderungen können durch Cuts auf die Myonen-Energie erzielt werden. Abbildung 5.4 zeigt das integrierte Untergrundverhältnis aus Pion-Punch-Through, Pion/Kaon-Zerfall und Charm-Produktion als Funktion der minimal akzeptierten Myonen-Energie. Ein Schwellenwert von 5 GeV eines Fe/Sci-Detektors für eine 20 GeV-Neutrino-Fabrik reduziert das Untergrundverhältnis auf den erforderlichen Wert von 10^{-4} . Um diese Qualität zu erreichen wäre bei einer 50 GeV-Neutrino-Fabrik allerdings ein recht hoher Cut von etwa 10 GeV notwendig. Eine Erhöhung der Schwelle ist prinzipiell immer mit der Schwierigkeit verbunden, daß damit auch das prominente Oszillationssignal bei niedrigen Energien beschnitten wird. Neben einem Cut der minimalen Myonen-Energie ist ein weiterer Cut auf den transversalen Impuls (p_t) des Myons bezüglich der Richtung des Schauers hilfreich um die geforderte Untergrundunterdrückung zu erzielen. Vorteile bei der Extraktion der fundamentalen Mischungsparameter bringen die Kanäle mit Tau-Leptonen im Endzustand aber nicht.

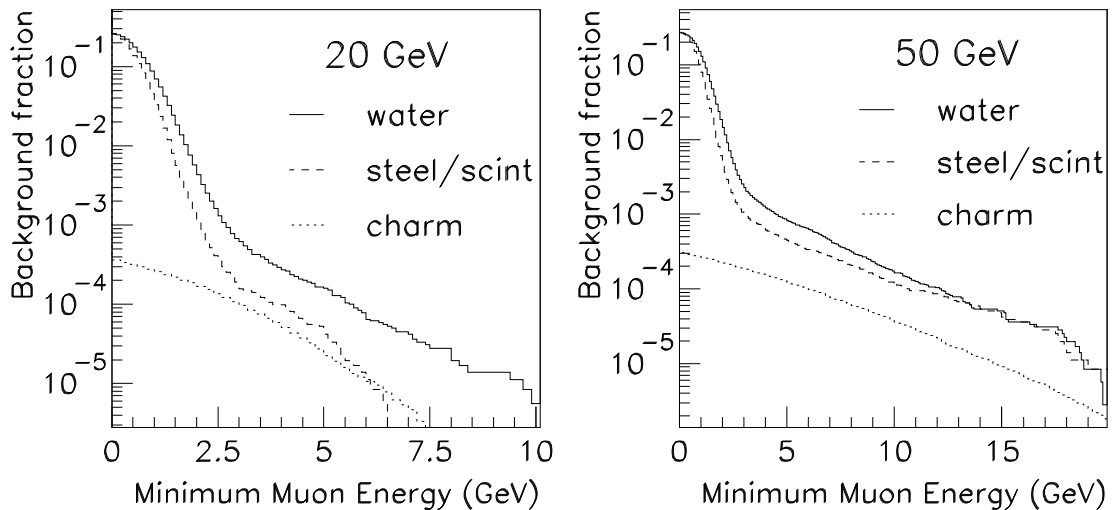


Abbildung 5.4: Verhältnis myonischer Untergründereignisse zur Gesamtzahl der CC- und NC-Neutrino-Events für eine 20 GeV- (links) und eine 50 GeV- (rechts) Neutrino-Fabrik. Der Anteil der Neutrino-Wechselwirkungen, die Wrong-sign-Background-Events erzeugen ist aufgetragen als Funktion der minimalen Myonen-Energie. Einbezogen wurden Untergründereignisse aufgrund von Pion-Punch-Through, Pion/Kaon-Zerfall und Charm-Produktion. Quelle: C. Albright et al.: Physics at a Neutrino Factory [102]

Ein guter Kompromiß zwischen Anforderungen der Untergrundunterdrückung und Erhalt des Oszillationssignals ist mit einem nicht unrealistischen Schwellenwert von 4 GeV gegeben. Dieser Wert wird im Rahmen des Detektormodells dieser Arbeit als Standardwert verwendet. Ob dieser Wert auch für eine 50 GeV-Neutrino-Fabrik realisierbar ist, müssen zukünftige Studien noch zeigen. Massive magnetisierte Detektoren wurden kürzlich auf dem „Workshop on a Massive Underground Neutrino

Detector with Leptonic Charge-Sign Discrimination“ in Spanien diskutiert¹⁷.

5.4.3 Liquid-Argon-Neutrindetektoren

Eine Liquid-Argon-Time-Projection-Chamber hat ein sehr gutes Auflösungsvermögen und erzeugt Teilchenspuren vergleichbar mit den Spuren einer Blaskammer. Ionisierende Teilchen erzeugen Ion-Elektron-Paare, die einem gleichförmigen elektrischen Feld ausgesetzt sind. Die beschleunigten Elektronen induzieren Ströme in Drähten, die in parallelen Ebenen am Ende des sensitiven Volumens des TPC-Moduls angeordnet sind. Ein 600 t-Prototyp einer Liquid-Argon-TPC wird derzeit im Rahmen des ICARUS-Projekts¹⁸ [103] entwickelt. Abbildung 5.5 zeigt ein exemplarisches Event der 600 t-Prototyp-TPC. ICARUS ist in der Lage, Neutrino- und Antineutrino-Events jeden Flavours zu rekonstruieren. Eine Trennung von CC- und NC-Events ist ebenfalls möglich. Ob die technisch sehr problematische Ladungsseparation für Elektronen möglich ist, wird derzeit diskutiert. Die für sinnvolle Analysen geforderten Effizienz ist im ν_e -Appearance-Sektor jedoch mit Sicherheit nur extrem schwer erreichbar. Ladungsseparation im Myonen-Sektor ist mit magnetisierten Eisendetektoren leichter und effizienter. Von diesem Standpunkt aus ist bezüglich Neutrinfabrikexperimenten dieser Detektortechnologie der Vorzug zu geben (siehe z.B. auch entsprechendes Kommentar von Stanley Wojcicki auf der NuFACT'01-Konferenz¹⁹).

5.4.4 Magnetisierte Eisen/Szintillator-Detektoren

Massive Eisen-Szintillator-Detektoren (Fe/Sci) werden schon seit längerem als Neutrindetektoren eingesetzt und ihre Eigenschaften sind gut untersucht. Typischerweise besteht dieser Detektortyp aus Eisenplatten mit dazwischenliegenden Szintillatorschichten. Die Neutrinoereignisse finden in den massiven Eisenplatten des Detektors bzw. im den Detektor umgebenden Gestein statt. Die Spurrekonstruktion wird durch Auslesen der Szintillatorschichten vollzogen. Sekundäre Myonen können damit rekonstruiert werden. Eine Magnetisierung des Detektormaterials erlaubt Separation von Myonen und Antimyonen aufgrund der Krümmung der entsprechenden Teilchenspuren. Die dafür nötige Feldstärke beträgt ca. 1 Tesla. Die Impulsauflösung des Detektors ist bestimmt durch die Stärke des Magnetfelds sowie durch die Dicke der Eisenplatten. Neutrino-CC- und NC-Reaktionen sind gut unterscheidbar. ν_e -, $\bar{\nu}_e$ -, ν_τ - und $\bar{\nu}_\tau$ -Reaktionen täuschen NC-Ereignisse vor, deren Signatur ein Hadronenschauer ohne begleitendem Myon ist. ν_τ - und $\bar{\nu}_\tau$ -Reaktionen mit anschließendem myonischen Zerfall des Tau-Leptons tragen zum Untergrund von ν_μ -CC-Ereignissen

¹⁷Workshop on a Massive Underground Neutrino Detector with Leptonic Charge-Sign Discrimination, Sitges, Barcelona, Spain, 9.-11. November 2001: <http://www.ifae.es/nu2.html>

¹⁸Imaging Cosmic And Rare Underground Signals (ICARUS): <http://www.aquila.infn.it/icarus/>

¹⁹Stanley Wojcicki, Vortrag auf der NuFACT'01-Konferenz, Tsukuba, Japan, <http://psux1.kek.jp/~nufact01/>

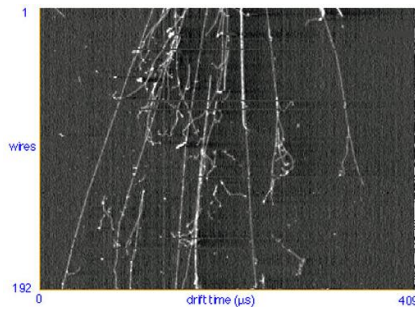


Abbildung 5.5: Liquid-Argon-TPC-Event des 600t ICARUS-Prototypmoduls. Die feine Auflösung der Teilchenspuren erlaubt eine ideale Rekonstruktion von ν_e - und $\bar{\nu}_e$ -Events. Eine Ladungsseparation zur Trennung dieser Events mittels eines Magnetfelds ist technisch allerdings sehr problematisch.

Quelle: ICARUS-Website,
<http://www.aquila.infn.it/icarus/>

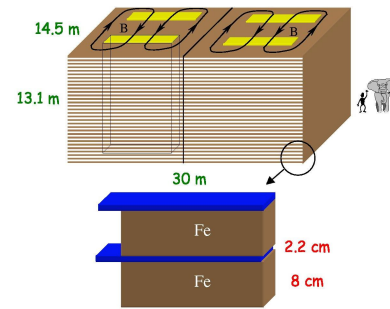


Abbildung 5.6: Skizze des magnetisierten Eisendetektors MONOLITH [104]. Laut Kollaboration erfüllt der ν_μ - und $\bar{\nu}_\mu$ -Detektor mit 35 kt Masse und einem Magnetfeld von 1.3 Tesla die an Ladungsseparation und Winkelauflösung gestellten Anforderungen für interessante Neutrino-fabrik-Physik.

Quelle: Vortrag von T.Tabarelli de Fatis, MONOLITH, Thinkshop, Roma, June 20th, 2001,
<http://home.cern.ch/ttf/talks/roma.pdf>

bei. Eine Detektormasse von 50 kt für einen Neutrino-fabrik-Detektor ist realisierbar. Das entspricht der zehnfachen Masse des MINOS-Detektors²⁰. Für Experimente mit Neutrinostrahlen von Neutrino-fabriken geeignet ist beispielsweise der vorgeschlagene MONOLITH-Detektor²¹ [104]. Abbildung 5.6 zeigt den magnetisierten Eisendetektor mit einer vorgesehenen Masse von 35 kt und einer Magnetfeldstärke von 1.3 Tesla.

5.4.5 Wasser-Cherenkov-Detektoren

Große Wasser-Cherenkov-Detektoren werden ebenfalls schon seit einigen Jahren erfolgreich als Neutrino-detektoren eingesetzt (siehe IMB, Kamiokande, Super-Kamiokande). Die Wasser-Cherenkov-Technik bietet einige Vorteile gegenüber alternativen Detektorsystemen: (i) Wasser ist ein sehr billiges Rohmaterial. (ii) Instrumentiert wird nur die Oberfläche des Detektorvolumens. (iii) Kalorimetrie und Teilchenidentifikation ist effizient möglich. Diesen Vorteilen stehen zwei prinzipielle Nachteile gegenüber: (i) Aufgrund der niedrigen Dichte von Wasser ist das Detektorvolumen vergleichsweise groß. (ii) Das große Volumen erschwert eine für die Detektion von Wrong-sign-Neutrinos nötige Magnetisierung des Detektors erheblich.

²⁰MINOS, bestehend aus einem Near- und einem Far-Detektor, dient als Detektorsystem für die Long-Baseline-Oszillationssuche mit dem am Fermilab produzierten NuMI-Beam. Das Experiment soll laut Zeitplan ab 2003 zur Datennahme bereit sein. Main Injector Neutrino Oscillation Search: <http://www-nu.mi.fnal.gov:8875/>

²¹Massive Observatory for Neutrino Oscillations (MONOLITH):
<http://castore.mi.infn.it/~monolith/>

Detektoren der Masse von 50kt stehen heute schon zur Verfügung (Super-Kamiokande). Megatonnen-Detektoren werden als technisch machbar eingestuft und derzeit z.B. unter den Namen UNO²² und Hyper-Kamiokande²³ diskutiert. Solche Detektoren besitzen neben einem möglichen Einsatz in Neutrinfabrikexperimenten auch eine wichtige Relevanz für die Suche nach dem Protonenzerfall. Die Probleme, die bei einer Magnetisierung des großen Detektorvolumens eines Wasser-Cherenkov-Detektors auftreten, wurden von der „F2K Study Group“ (F2K = Fermilab to Kamioka) angesprochen²⁴. Die Realisierbarkeit einer effizienten Ladungsidentifikation mit diesem Detektortyp steht noch in Frage und stellt auf jeden Fall eine schwierige technologische Aufgabe dar.

5.5 Alternativen zu Neutrinfabriken

Die vielversprechende Studie von Long-Baseline-Neutrinooszillationen fordert kolimierte Neutrinostrahlen hoher Intensität. Das Konzept der auf Myonen-Beschleunigung basierenden Neutrinfabrik ist vielversprechend, aber auch mit relativ hohem Entwicklungsaufwand im Bereich der zu realisierenden neuen Technologien verbunden. Um die Lücke zwischen bestehenden Long-Baseline-Experimenten und zukünftigen Neutrinfabrikexperimenten zu füllen, werden sogenannte „Superbeams“ diskutiert, die existierende konventionelle Beschleunigertechnologie in die nahe Zukunft extrapolieren. Daneben wird auch nach völlig neuen Ideen und Konzepten zur Erzeugung starker Neutrinostrahlen gesucht. Ein Beispiel hierfür ist das kürzlich vorgeschlagene Konzept der Beta-Beams.

5.5.1 Superbeams

Upgrades von konventionellen Neutrinostrahlen bis zu einer Leistung vergleichbar der einer Neutrinfabrik werden als „Superbeams“ bezeichnet. Superbeams basieren auf konventioneller Technik zur Erzeugung eines hochintensiven Neutrinostrahls. Die hohe Leistung der diskutierten Strahls beruht auf einer technisch realistischen Extrapolation der Leistung bestehender Protonen-Driver in die nahe Zukunft. Die grundlegende Technik des Protonen-Driver eines Superbeams ist vergleichbar mit den Anforderungen an den Protonen-Driver einer zukünftigen Neutri-

²²Vortrag von D. Casper auf dem Workshop „New Initiatives in Lepton Flavor Violation and Neutrino Oscillations with Very Intense Muon and Neutrino Sources“, 2.-6. Oktober 2000, East-West Center, University of Hawaii,

http://meco.ps.uci.edu/lepton_workshop/talks/casper/uno.pdf

²³Vortrag von Masato Shiozawa auf dem „International Workshop on a Next Generation Long-Baseline Neutrino Oscillation Experiment“, 30. - 31. Mai 2001, Tsukuba, JAPAN,

<http://neutrino.kek.jp/jhfnu/workshop2/ohp/shiozawa.pdf>

²⁴Vortrag von D. Casper auf dem „2 Day Neutrino Factory Physics Study Meeting“, 17.-18. Feb. 2000, FNAL, USA.

http://www.fnal.gov/projects/muon_collider/nu/study/two_day_talks.html

nofabrik (vgl. Abschnitt 5.1.1). Damit steht die Förderung der Entwicklung von Superbeams nicht in direkter Konkurrenz mit der Entwicklung des Long-Baseline-Programms einer Neutrino fabrik. Bezüglich der physikalischen Zielsetzungen ist das Programm der Superbeams ähnlich ambitioniert wie das der Neutrino fabriken [105]. Messungen von θ_{13} und dem Vorzeichen von Δm_{31}^2 , Nachweis von Materieeffekten und möglicherweise sogar die Studie von CP -Verletzung liegen im Bereich der Möglichkeiten eines Superbeam-Experiments. Ein direkter Vergleich der beiden Technologien bezüglich ihrer Fähigkeiten in der Oszillationsphysik ist aktuelle Forschungsthematik [126]. Ein Superbeam-Experiment scheint aber durchaus mit einer „initial stage“-Neutrino fabrik konkurrieren zu können.

Im Dezember 2000 wurde das japanische „JHF-Kamioka Long Baseline Neutrino Oscillation Experiment“ von den zuständigen Forschungsräten genehmigt. Die Bewilligung der finanziellen Mittel steht zwar noch aus, Beginn der Datennahme ist aber für das Jahr 2007 geplant. Das kurz als JHF bezeichnete Experiment nutzt einen am 50 GeV Protonen-Synchrotron JHF erzeugten Neutrino-Superbeam. Als Detektor dient Super-Kamiokande oder der potentielle Upgrade Hyper-Kamiokande. Einen Überblick über die Zielsetzungen des Experiments gibt die Web-Seite der JHF-Kamioka-Kollaboration²⁵, aus der folgender Text entnommen ist:

„The JHF-Kamioka neutrino project is a second generation long baseline neutrino oscillation experiment that probes physics beyond the standard model by high precision measurements of the neutrino masses and mixing. A high intensity narrow band neutrino beam is produced by secondary pions created by a high intensity proton synchrotron at JHF (JAERI). The neutrino energy is tuned to the oscillation maximum at ~ 1 GeV for a baseline length of 295 km towards the world largest water Cerenkov detector, Super-Kamiokande. Its excellent energy resolution and particle identification enable the reconstruction of the initial neutrino energy, which is compared with the narrow band neutrino energy, through the quasi-elastic interaction. The physics goal of the first phase is an order of magnitude better precision in the ν_μ to ν_τ oscillation measurement ($\delta(\Delta m_{23}^2) = 10^{-4} \text{ eV}^2$ and $\delta(\sin^2 2\theta_{23}) = 0.01$), a factor of 20 more sensitive search in the ν_μ to ν_e appearance ($\sin^2 2\theta_{\mu e} \sim 0.5 \sin^2 2\theta_{13} > 0.003$), and a confirmation of the ν_μ to ν_τ oscillation or discovery of sterile neutrinos by detecting the neutral current events. In the second phase, an upgrade of the accelerator from 0.75 MW to 4 MW in beam power and the construction of 1 Mt Hyper-Kamiokande detector at Kamioka site are envisaged. Another order of magnitude improvement in the ν_μ to ν_e oscillation sensitivity, a sensitive search of the CP violation in the lepton sector (CP phase "delta" down to 10-20 degrees), and an order of magnitude improvement in the proton decay sensitivity is also expected.“

²⁵JHF-Kamioka-Neutrino-Beam: <http://neutrino.kek.jp/jhfnu/>

5.5.2 Beta-Beams

Im Rahmen der Suche nach hochintensiven, stark kollimierten Neutrinostrahlen wurde kürzlich unter dem Namen „Beta-Beams“ eine neue Idee präsentiert [106]. Das Konzept besteht darin, einen kollimierten $\bar{\nu}_e$ -Strahl zu produzieren, indem man radioaktive schwere Ionen auf hohe Energien beschleunigt, die dann durch β -Prozesse zerfallen. Das Konzept besteht auf existierender Technologie und könnte laut Proposal Neutrinostrahlen mit Intensitäten vergleichbar einer konventionellen Neutrino-fabrik erreichen. Entsprechende Luminositäten zu erreichen ist allerdings nicht einfach. Zudem ist der Neutrinostrahl eines Beta-Beams mit einigen hundert MeV relativ niederenergetisch, und damit nicht optimal für Oszillationsexperimente geeignet.

Kapitel 6

Computersimulation von Long-Baseline-Experimenten

Seit 1998 wird Planung und Forschung bezüglich des Baus einer Neutrino­fabrik gezielt vorangetrieben. Von Anfang an stellten sich dabei zwei zentrale Fragen. Besonders wichtig für Planung und Konstruktion einer realen Neutrino­fabrik ist die Frage nach der optimalen Entfernung des Neutrino­detektors von der Neutrino­quelle (siehe auch Abschnitt 5.3). Eine Antwort auf diese Frage zu finden ist nicht trivial, da die Sensitivität einer Neutrino­fabrik nicht einfach mit der Länge der Baseline zunimmt. Je nach betrachtetem Oszillationsparameter ergibt sich eine unterschiedliche und teilweise komplexe Abhängigkeit von der Wahl der Baseline-Länge. Die zweite wichtige Fragestellung betrifft die Fähigkeiten eines Long-Baseline-Experiments fundamentale Mischungsparameter zu messen und den Materieeffekt nachzuweisen. Realistische, quantitative Vorhersagen über die mit einer Neutrino­fabrik erzielbare Präzision entsprechender Messungen sind eine wichtige Entscheidungsgrundlage in wissenschaftlichen und forschungspolitischen Diskussionen. Eine Neutrino­fabrik muß sich als wissenschaftliches Großprojekt im internationalen Wettbewerb schließlich sowohl mit etablierten Projekten wie dem Next Linear Collider (NLC) als auch mit alternativen Ideen, wie den Superbeams, messen.

Beide Fragestellungen können durch realitätsnahe Computersimulationen beantwortet werden. Verkompliziert wird eine dahingehende Analyse allerdings durch fehlendes Wissen über viele der involvierten Parameter. Präzisionen von Meßgrößen sind in bestimmten Fällen stark abhängig von noch unbekanntem fundamentalen Oszillationsparametern. Zusammen mit Freiheiten bei der Wahl des Neutrino­flusses, der Detektorgröße, der Baseline-Länge und der Strahlenergie ergibt sich damit ein schwer überschaubarer Parameterraum. Eine vernünftige Strukturierung der Analyse sowie eine klare Klassifikation bei der Präsentation der Ergebnisse ist besonders wichtig. Ziel dieses Kapitels ist die Darstellung des für dieses Projekt verwendeten Simulationsmodells sowie der speziell dafür entwickelten Software. Besondere Aufmerksamkeit ist der statistischen Auswertung der simulierten Daten gewidmet.

6.1 Strukturierung des Lösungsansatzes

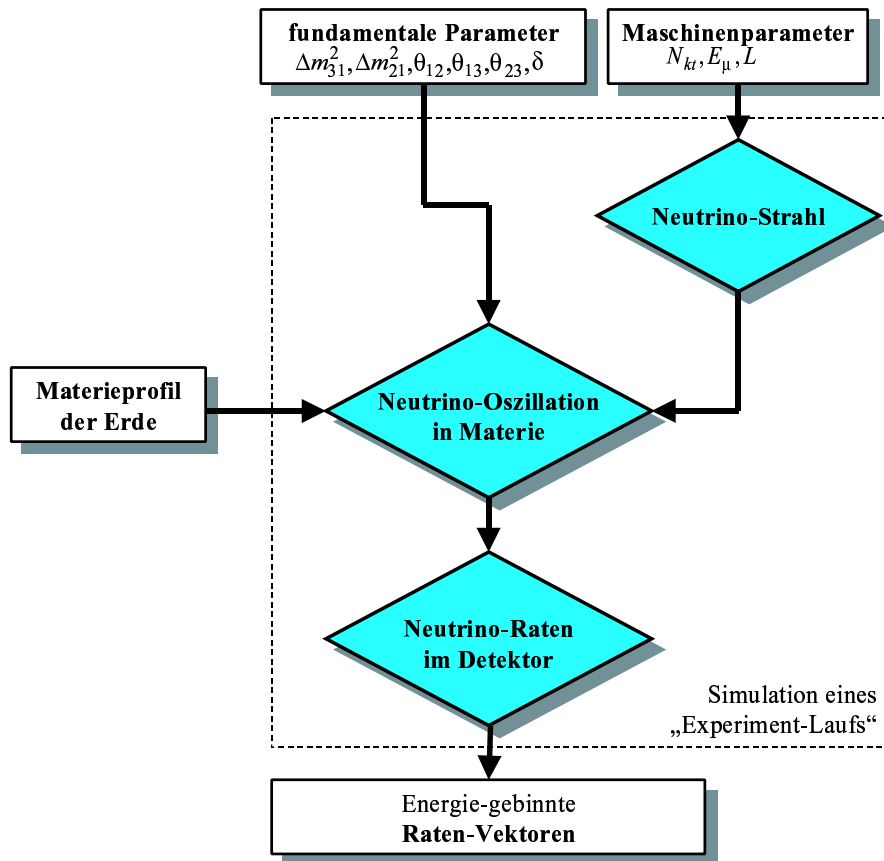


Abbildung 6.1: Struktogramm eines simulierten „Experiment-Laufs“. Eingangsgrößen sind zum einen die fundamentalen Mischungsparameter (Massen, Mischungswinkel, CP -Phase), zum anderen die Maschinenparameter Strahlenergie E_μ , Luminosität N_{kt} und Baseline L . Die Berechnung der Oszillationswahrscheinlichkeiten beinhaltet Materieeffekte basierend auf dem bekannten Materieprofil der Erde. Resultat der Simulation sind Energiegebundene Neutrino-Ratenvektoren, die ein typischer Detektor als Meßgrößen liefern würde.

Die Simulation läßt sich in folgende Komponenten zerlegen: i) Eigenschaften des Neutrinostrahls, ii) Berechnung der Oszillationswahrscheinlichkeiten in Materie, iii) Simulation des Neutrinodetektors und iv) Berechnung der Energiegebundenen Neutrino-Ratenvektoren. Bis auf die Diskussion systematischer Unsicherheiten, auf die in dieser Arbeit vollständig verzichtet wird, steht damit eine vollständige numerische Simulation der Meßergebnisse einer typischen realen Neutrinofabrik zur Verfügung. Auf diese Simulation setzt ein relativ komplexer Auswertungsapparat auf, dessen primäres Ziel eine strukturierte Darstellung der durch die Simulation gewonnen Ergebnisse ist.

Im Folgenden bezeichnen die Ausdrucksweisen „*Simulation eines bestimmten Experiments*“ oder „*Durchführung eines Experiment-Laufs*“ die numerische Berechnung simulierter Ratenvektoren unter Annahme eines definierten Satzes *fundamentaler Neutrino-Mischungsparameter* (Massenquadratdifferenzen, Mischungswinkel, *CP*-Phase) und unter Vorgabe äußerer *Maschinenparameter* wie Baseline-Länge, Neutrinostrahlleistung und Laufzeit des Experiments, Detektormasse und Strahlenergie. Abbildung 6.1 zeigt ein Ablaufdiagramm solch eines Experiment-Laufs. Die Simulation wird beeinflusst durch das als bekannt vorausgesetzte Dichteprofil der Erde, das direkten Einfluß auf die Neutrino-Oszillationswahrscheinlichkeiten hat. Am Ende der Simulation stehen numerisch berechnete Werte für die Neutrino-Meßraten im Detektor. Da ein typischer Neutrinodetektor die Fähigkeit zur Energieauflösung besitzt, werden die Detektionsraten im allgemeinen als diskrete „Energiegebinnte“ Vektoren angegeben, die im folgenden als *Ratenvektoren* bezeichnet werden.

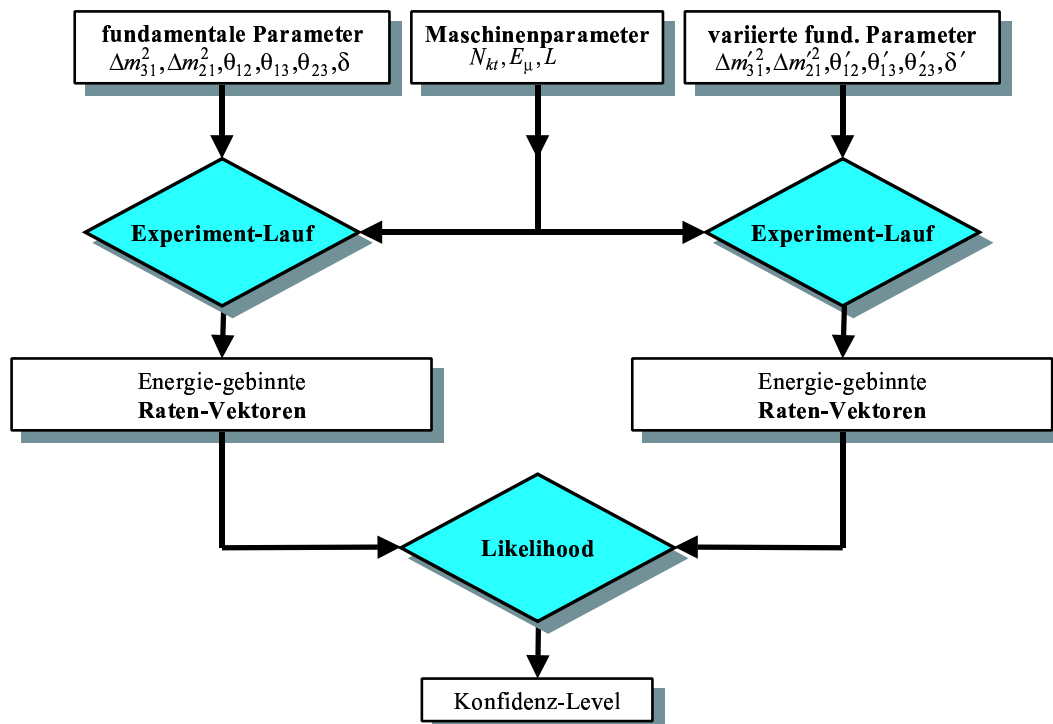


Abbildung 6.2: Ablaufdiagramm der Berechnung von Konfidenz-Levels. Simulierte Ratenvektoren werden sowohl für einen zentralen Satz von fundamentalen Mischungsparametern, als auch für einen leicht variierten Satz dieser Parameter berechnet. Mittels eines Likelihood-Tests wird aus den beiden Ratenvektoren ein Konfidenz-Level berechnet, das statistische Aussagen über die Diskriminierbarkeit der beiden Datensätze ermöglicht.

Zur Bestimmung der ein solches „Experiment“ limitierenden statistischen Fehler ist die Simulation weiterer „Experimente“ mit leicht variierten fundamentalen Neutrino-Parametern notwendig (näheres siehe Abschnitt 6.5). Über das

mittels eines Likelihood-Tests ermittelte Konfidenz-Level eines variierten Parametersatzes $(\Delta m_{21}^{\prime 2}, \Delta m_{31}^{\prime 2}, \theta'_{12}, \theta'_{13}, \theta'_{23}, \delta'_{\text{CP}})$ bezüglich des zentralen Parametersatzes $(\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2, \theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, \delta_{\text{CP}})$, ist ein Abstand im Parameterraum definiert, der Aussagen über die Unterscheidbarkeit der beiden Parametersätze innerhalb der statistischen Meßfehler erlaubt. Abbildung 6.2 zeigt ein Struktogramm dieses Vorgangs. Die Hyperflächen konstanten Konfidenz-Levels im Parameterraum definieren die aus der Experiment-Analyse bekannten Konfidenzregionen.

Aufgrund des hochdimensionalen Parameterraums, den es in der Studie zu untersuchen gilt und der aufwendigen Berechnung der dabei auftretenden statistischen Konfidenzregionen, ist die Berechnung einer enorm großen Zahl solcher numerischer Experiment-Läufe notwendig. Für die Simulation ist damit eine schnelle und effiziente Software unabdingbar. Aus diesem Grund wurde die Simulationssoftware in der Programmiersprache C/C++ realisiert. Zur Auswertung der Simulationsdaten wird aus verschiedenen Gründen das Computer-Algebra-System Mathematica bevorzugt. Mathematica erlaubt eine Einbindung der C/C++-Simulationssoftware mittels der Schnittstelle Mathlink. Auf die mittels Mathlink eingebundenen Subroutinen läßt sich bequem zugreifen durch an die Mathematica-Syntax angepaßte Befehlssequenzen. Dadurch wird Mathematica zur „Steuerzentrale“ der Simulationssoftware. Darauf aufsetzende statistische Analysen, Strukturuntersuchung des Parameterraums und Datenvisualisierung lassen sich dann auf dem höheren Niveau der Mathematica-internen Programmierumgebung realisieren.

In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen Elemente der Simulation näher dargestellt und beschrieben.

6.2 Der Neutrinostrahl

Die Zerfallskinematik des Myonen-Zerfalls in Ruhe ist auf einfache Weise zu berechnen und deswegen in vielen Lehrbüchern zu finden. Zur Berechnung des Neutrinoflusses im Laborsystem ist ein Lorentz-Boost durchzuführen. Im Laborsystem sei E_ν^{lab} die Energie der Neutrinos und θ^{lab} der Winkel zwischen ihrer Emissionsrichtung und der Myonen-Strahlachse. Mit dem Übergang zur reduzierten Energie $x^{\text{lab}} := 2E_\nu^{\text{lab}}/m_\mu$ (m_μ ist die Ruhemasse des Myons) sind die kinematisch relevanten Parameter im Laborsystem durch $(x^{\text{lab}}, \theta^{\text{lab}})$ gegeben. Transformation ins Schwerpunktsystem der zerfallenden Myonen, bezeichnet durch die nichtindizierten Größen, ergibt:

$$x = \gamma(1 - \beta \cos \theta^{\text{lab}})x^{\text{lab}}, \quad (6.1a)$$

$$\cos \theta = \frac{-\beta + \cos \theta^{\text{lab}}}{1 - \beta \cos \theta^{\text{lab}}}, \quad (6.1b)$$

$$d\Omega = \frac{d\Omega^{\text{lab}}}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta^{\text{lab}})^2}. \quad (6.1c)$$

$\gamma := E_\mu/m_\mu$ und $\beta := \sqrt{1 - \gamma^{-2}}$ sind die relativistisch-kinematischen Faktoren eines zerfallenden Myons. Es ergibt sich im Energieintervall $x \leq 1$ bzw. $x^{\text{lab}} \leq x_{\text{max}}^{\text{lab}} =$

$\gamma^{-1}(1 - \beta \cos \theta^{\text{lab}})^{-1}$ ein differentieller Neutrinofluß pro Flächenelement von

$$\left(\frac{\partial f_{\nu_\mu}}{\partial E_\nu}\right)^{\text{lab}} = \frac{1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta^{\text{lab}})^2} \frac{N_\mu}{\pi L^2 m_\mu} x^2 [(3 - 2x) \mp p_\mu \cos \theta(1 - 2x)] , \quad (6.2a)$$

$$\left(\frac{\partial f_{\nu_e}}{\partial E_\nu}\right)^{\text{lab}} = \frac{1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta^{\text{lab}})^2} \frac{N_\mu}{\pi L^2 m_\mu} 6x^2 [(1 - x) \mp p_\mu \cos \theta(1 - x)] . \quad (6.2b)$$

L ist hier die Entfernung von der Quelle, N_μ die Zahl der zerfallenden Myonen pro Zeiteinheit (typischerweise pro Jahr) und $p_\mu \in [-1, 1]$ die Polarisation des zerfallenden Myonen-Strahls. Das obere Vorzeichen in den Gleichungen gilt für den Neutrino-, das untere Vorzeichen für den Antineutrino-Kanal. Das (Anti-)Elektron-Neutrinospektrum fällt zum Maximum hin auf Null ab, wogegen das (Anti-)Myon-Neutrinospektrum eine scharfe Kante bei der maximalen Energie besitzt. Für un-

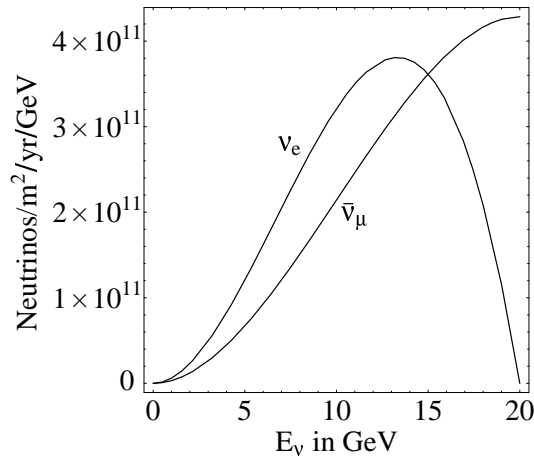


Abbildung 6.3: Energiespektrum der beim μ^+ -Zerfall erzeugten ν_e - und $\bar{\nu}_\mu$ -Neutrinos in 730 km Entfernung von der Quelle (10^{20} Myonen-Zerfälle pro Jahr, Myonen-Energie 20 GeV, keine Strahl-Polarisation).

polarisierte Myonen liegt der Schwerpunkt des Neutrinospektrums für die Elektron-Neutrinos bei $3/5$ und für die Myon-Neutrinos bei $7/10$ der Myonen-Energie. Durch die relativistische Kinematik werden alle Neutrinos, die im Ruhesystem in die Hemisphäre $\theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ in Strahlrichtung zerfallen, in einen schmalen Konus des Laborsystems mit einem charakteristischen Öffnungswinkel von

$$\bar{\theta}_{\text{lab}} \approx \sin \bar{\theta}_{\text{lab}} = 1/\gamma = \frac{m_\mu}{E_\mu} = \frac{0.106}{E_\mu[\text{GeV}]} \quad (6.3)$$

gebündelt. Der Strahl einer 50 GeV-Neutrino-fabrik hat beispielsweise einen Öffnungswinkel von etwa 2 mrad. Neben dem stark kollimierten Strahl ist das präzise Wissen über die Eigenschaften des Neutrinostrahls ein wichtiger Vorteil gegenüber alternativen, auf dem Pionen-Zerfall basierenden Superbeam-Experimenten.

6.3 Neutrino-Oszillationswahrscheinlichkeiten im Erdinneren

6.3.1 Das Materie-Dichteprofil der Erde

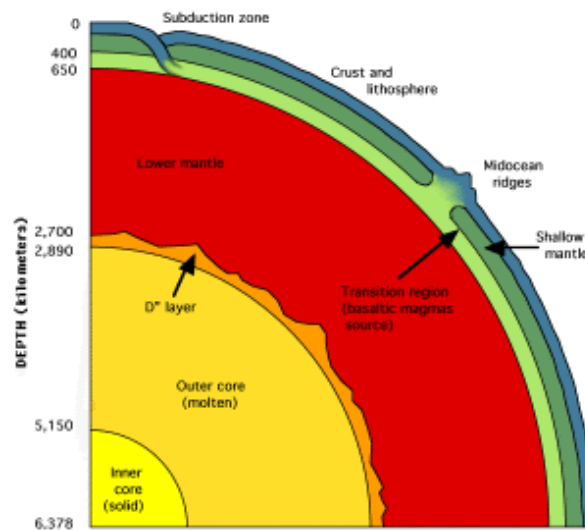


Abbildung 6.4: Mantel, äußerer Kern und innerer Kern bilden die fundamentale Struktur des Erdinneren. Quelle: J. Kelly Beatty, 1990

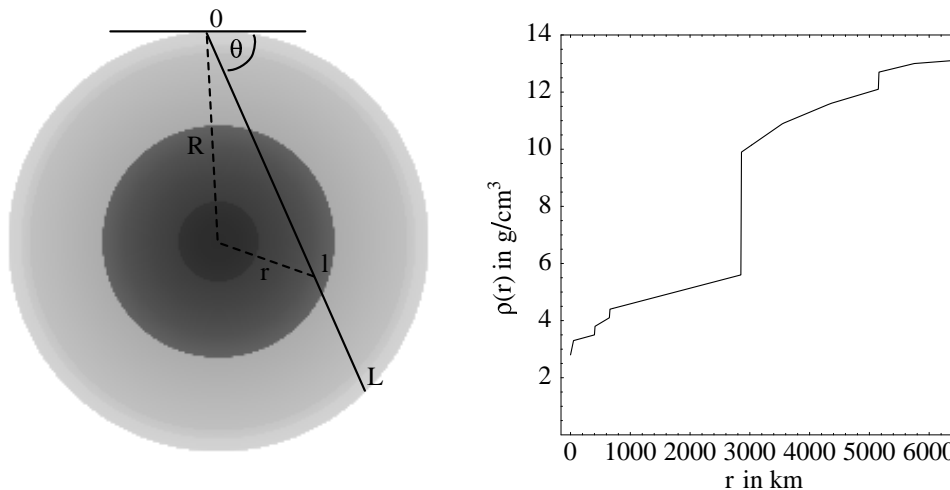


Abbildung 6.5: Dichteprofil der Erde nach Stacey [107]. Der rechte Plot zeigt die Materiedichte in g/cm^3 als Funktion der Tiefe. Die linke Abbildung zeigt einen Dichteplot des Materieprofils mit einer typischen Neutrino-Baseline.

Die Erdkugel hat einen Radius von ca. 6378 km. Das Dichteprofil der Erde wurde mit Hilfe geophysikalischer Methoden untersucht. Aus seismologischen Messungen¹ des Geschwindigkeitsprofils von Erdbeben-Schockwellen, die sich im Erdinneren ausbreiten, läßt sich indirekt auf das Dichteprofil der Erde rückschließen. Das Erdinnere besteht aus dem Mantel mit einer Dichte von etwa 5 g/cm³. In einer Tiefe von ca. 2890 km kommt es zu einem scharfen Anstieg der Dichte auf etwa 10 g/cm³, dem sogenannten äußeren Erdkern. Der Kern selbst besitzt als Substruktur den inneren Kern mit einem Radius von ca. 1230 km, in dem die Dichte auf über 13 g/cm³ ansteigt. Der rechte Plot in Abbildung 6.5 zeigt das Dichteprofil der Erde als Funktion der Tiefe nach F.D. Stacey [107]. Die innerhalb dieses Projektes ausgeführten Berechnungen basieren alle auf diesem Datenmaterial. Neben dem Stacey-Modell wird in ähnlichen Analysen auch gerne das etwas modernere PREM (*Preliminary Reference Earth Model*, Dziewonski und Anderson) verwendet. Die feinen Unterschiede der verschiedenen Dichteprofile spielen generell aber keine signifikante Rolle bei der Berechnung von Neutrinooszillationsraten in Materie.

Die Materiedichte $\rho(r(l))$ entlang der Baseline der Neutrinos ergibt sich mit dem Stacey-Dichteprofil $\rho(r)$ aus folgender Parametrisierung der Flugbahn:

$$r(l) = \sqrt{l^2 + R_{\text{Erde}}^2 - l \cdot L} . \quad (6.4)$$

r ist hier der Abstand vom Zentrum der Erde nach der Flugstrecke l , L ist die Baseline-Länge. Bei einer Baseline-Länge L erreichen die Neutrinos einen minimalen Abstand $r_{\text{min}} = \sqrt{R_{\text{Erde}}^2 - L^2/4}$ vom Zentrum der Erde. Will man eine Baseline der Länge L erreichen, so muß man die Neutrinos in einem Winkel $\sin \theta = L/(2R_{\text{Erde}})$ zur Erdoberfläche einschließen. Der Winkel θ definiert also die nötige Neigung des Speicherrings einer Neutrino-fabrik. Um den Erdkern zu berühren ist eine Neigung von 56.8° erforderlich, was einer Baseline von ca. 10680 km entspricht.

6.3.2 Neutrinooszillation in Materie

Die zeitliche Entwicklung des Neutrino-Zustandsvektors $\Psi_\nu(t)$ ist durch die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung

$$\Psi_\nu(t) = e^{-i\mathcal{H}(t)t} \Psi_\nu(0) \quad (6.5)$$

gegeben. Der Hamilton-Operator \mathcal{H} für Neutrinooszillation in Materie ist in der Flavour-Basis gegeben durch

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2E} \left[U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] . \quad (6.6)$$

¹Detaillinformationen und Lehrmaterial zur Seismologie finden sich z.B. auf den Webseiten des Instituts für Allgemeine und Angewandte Geophysik der Universität München: <http://www.geophysik.uni-muenchen.de>

U ist hier die Mischungsmatrix (siehe Gl. 3.26). Es gilt $A = 2VE_\nu$ und $V = \sqrt{2}G_F n_e$, wobei G_F die Fermi-Kopplungskonstante ist und n_e die Elektronendichte der Materie ist, die vom Neutrinostrahl durchquert wird. Die Elektronendichte $n_e = Y\rho/m_N$ ergibt sich direkt aus der Materiedichte ρ unter Berücksichtigung der Nukleonenmasse m_N und der mittleren Zahl an Elektronen pro Nukleon Y , die in guter Näherung durch den Wert $Y = 0.5$ gegeben ist. \mathcal{H} kann nach Diagonalisierung geschrieben werden als

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2E} U_m \begin{pmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{pmatrix} U_m^\dagger, \quad (6.7)$$

wobei die Eigenwerte λ_i ($i \in \{1, 3\}$) die effektiven Neutrino-Massenquadrate und die Matrix U_m die effektiven Mischungsparameter in Materie festlegen. Nach der Rediagonalisierung läßt sich der Hamilton-Operator exponieren und es gilt für eine Propagation der Strecke δL in konstanter Materiedichte:

$$\Psi_\nu(\delta L) = U_m \begin{pmatrix} e^{-i\lambda_1^2 \cdot \delta L / (2E)} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\lambda_2^2 \cdot \delta L / (2E)} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\lambda_3^2 \cdot \delta L / (2E)} \end{pmatrix} U_m^\dagger \Psi_\nu(0) \quad (6.8)$$

Die Propagation in der Flavour-Basis setzt sich demnach zusammen aus einer Rotation in die entsprechende Massenbasis, Propagation in dieser Massenbasis und anschließender Rotation zurück in die Flavour-Basis. Die Propagation durch ein variierendes Materieprofil wird mittels einer Diskretisierung in N Abschnitte konstanter Materiedichte realisiert:

$$\Psi_\nu(L) = \left[\prod_{i=1}^N U_m^{(i)} \begin{pmatrix} e^{-i\lambda_1^{2(i)} \cdot \delta L / (2E)} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\lambda_2^{2(i)} \cdot \delta L / (2E)} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\lambda_3^{2(i)} \cdot \delta L / (2E)} \end{pmatrix} U_m^{(i)\dagger} \right] \Psi_\nu(0). \quad (6.9)$$

Die Matrizen $U_m^{(i)}$ und die Werte $\lambda_j^{2(i)}$ bezeichnen hier jeweils die Mischungsmatrix bzw. die Massen in einer konstanten mittleren Materiedichte $\rho(i \cdot \delta L)$, nach einer Oszillationsstrecke $i \cdot \delta L$. Die Zahl N legt die Schrittweite der Diskretisierung fest, bestimmt also die Auflösung der Rechnung zu $\delta L = L/N$. Im Grenzfall $N \rightarrow \infty$ konvergiert diese Methode gegen das exakte Resultat. Die Konvergenz für den Fall des Stacey-Materieprofils wurde überprüft. Für präzise Ergebnisse sind mindestens $N = 20$ Schritte notwendig. Da die Resultate für die Oszillationswahrscheinlichkeiten nicht stark von Details des Materieprofils abhängen, kann für schnelle Untersuchungen unter Akzeptanz kleiner Unsicherheiten auch auf $N < 10$ Schritte zurückgegangen werden. Für spezielle Analysen der Abhängigkeit der Ergebnisse von Materieprofil-Unsicherheiten wird allerdings eine wesentlich größere Auflösung von $N \gg 20$ empfohlen. Die Abhängigkeit des Fehlers ist in diesem Fall speziell zu untersuchen.

Aufgrund des leichteren Umgangs mit komplexen Zahlen sind die Subroutinen, die die Propagation in Materie durchführen, in C++ realisiert. Zur Diagonalisierung des

Hamilton-Operators in Materie wird auf die NETLIB²-Routine `cgeev` zurückgegriffen. Die Subroutinen zur Berechnung der Stacey-Oszillationswahrscheinlichkeiten sind zum einen als C/C++-Bibliothek kompiliert, zum anderen aber auch über das Mathlink-Interface direkt unter Mathematica zugänglich. Dieses Mathematica-Interface erlaubt es, in bestimmten Fällen auch eine bequeme Analyse auf Wahrscheinlichkeitsniveau durchzuführen, um Ergebnisse simulierter Event-Raten zu überprüfen und zu verstehen.

6.4 Der Neutrinodetektor

Das der Detektorsimulation zugrundeliegende Modell setzt sich aus den Aspekten Detektormasse, Neutrino-Wirkungsquerschnitte, Myonen-Detektionseffizienz, Myonen-Ladungstrennungseffizienz und Energieauflösungsvermögen zusammen. Untergrundereignisse und systematische Fehler werden im Rahmen dieser Arbeit außer acht gelassen. Damit ist das Modell sehr einfach gehalten. Es erfüllt aber die Anforderung, Neutrino-Reaktionsraten zu simulieren, die für eine Abschätzung der statistischen Fehler und Limits bei der Messung von Neutrino-Oszillationsparametern in Long-Baseline-Experimente mit Neutrinofabriken notwendig sind. Systematische Fehler und Untergrundereignisse werden nicht miteinbezogen. In spezifischen Punkten der Analyse, in denen die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Luminosität des Experiments diskutiert wird, ist zu beachten, daß mit zunehmender Präzision der Experimente solche systematische Fehler eine immer größere und nicht zu vernachlässigende Rolle spielen. In solchen Fällen wird an entsprechender Stelle auf diese Tatsache speziell hingewiesen.

Eine detaillierte Integration systematischer Fehler und Untergrundereignisse ist ein wichtiger Punkt für zukünftige Projekte. Allerdings sind entsprechende Studien abhängig von technologischen Details der Neutrinofabrik und des betrachteten Detektors. Bemühungen, die hier angesprochenen Aspekte zu modellieren und nach und nach in die Analysen mit einzubeziehen werden gegenwärtig unternommen und werden in Zukunft eine größere Rolle in phänomenologischen Studien von Neutrinofabrikexperimenten spielen. In den letzten Jahren konzentrierte sich der Fortschritt in diesem Bereich auf Probleme bei der aufwendigen statistischen Analyse der Simulationsergebnisse, die auf die hohe Dimensionalität des involvierten Parameterraums zurückgehen (Details siehe Abschnitt 6.5).

Im Folgenden werden die einzelnen Komponenten des verwendeten Detektormodells dargestellt:

²Das NETLIB-Repository (<http://www.netlib.org>) ist eine Sammlung mathematischer Software, Veröffentlichungen und Datenbanken.

6.4.1 Neutrino-Wechselwirkungsprozesse

Für die numerische Berechnung der Neutrino-Reaktionsraten im Detektor wird folgende Näherung für die CC-Wirkungsquerschnitte pro Nukleon, $\sigma_{\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)}$ benutzt:

$$\sigma_{\nu_\mu}(E_\nu) = 0.67 \cdot 10^{-38} E_\nu \cdot \text{cm}^2/\text{GeV} , \quad (6.10a)$$

$$\sigma_{\bar{\nu}_\mu}(E_\nu) = 0.34 \cdot 10^{-38} E_\nu \cdot \text{cm}^2/\text{GeV} . \quad (6.10b)$$

6.4.2 Detektoreffizienz

Die Größen ϵ_{μ^-} und ϵ_{μ^+} seien die Detektoreffizienzen für den Nachweis der sekundären μ^- bzw. μ^+ . Als einfache Modellannahme wird $\epsilon_{\mu^-}(E_\nu) = \epsilon_{\mu^+}(E_\nu) = \epsilon$ für $E_\nu > E_{\min}$ angenommen, so daß unabhängig von der Energie E_ν gilt: $\{\sigma_{\nu_\mu}(E_\nu) \epsilon_{\mu^-}(E_\nu)\} / \{\sigma_{\bar{\nu}_\mu}(E_\nu) \epsilon_{\mu^+}(E_\nu)\} = 2$. Für ausreichend hohe Energien und damit auch ausreichend lange Teilchenspuren der sekundären Myonen ist die Effizienz des Detektors gut genug, um nahezu alle Ereignisse richtig rekonstruieren zu können. Die Effizienz sinkt allerdings bei niedrigeren Reaktionsenergien bedingt durch eine Zunahme des Untergrundeignisse (siehe Abb. 5.4). Im Rahmen dieser Arbeit wird vereinfacht von einer energieunabhängigen Effizienz von $\epsilon = 100\%$ oberhalb der Energieschwelle E_{\min} ausgegangen.

6.4.3 Ereignisraten im Detektor

Die Summe der Events in den Appearance-Kanälen mit detektierten Myonen ist gegeben durch

$$n_{\mu^+}(\mu^-) = \frac{m_{\text{kt}}}{m_{\text{N}}} \int_{E_{\min}}^{E_\mu} \frac{\partial f_{\nu_e}(E_\nu)}{\partial E_\nu} P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(E_\nu) \sigma_{\nu_\mu}(E_\nu) \epsilon_{\mu^-}(E_\nu) dE_\nu , \quad (6.11a)$$

$$n_{\mu^-}(\mu^+) = \frac{m_{\text{kt}}}{m_{\text{N}}} \int_{E_{\min}}^{E_\mu} \frac{\partial f_{\bar{\nu}_e}(E_\nu)}{\partial E_\nu} P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu}(E_\nu) \sigma_{\bar{\nu}_\mu}(E_\nu) \epsilon_{\mu^+}(E_\nu) dE_\nu . \quad (6.11b)$$

Analog ergibt sich für die Disappearance-Kanäle

$$n_{\mu^+}(\mu^+) = \frac{m_{\text{kt}}}{m_{\text{N}}} \int_{E_{\min}}^{E_\mu} \frac{\partial f_{\bar{\nu}_\mu}(E_\nu)}{\partial E_\nu} P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu}(E_\nu) \sigma_{\bar{\nu}_\mu}(E_\nu) \epsilon_{\mu^+}(E_\nu) dE_\nu , \quad (6.12a)$$

$$n_{\mu^-}(\mu^-) = \frac{m_{\text{kt}}}{m_{\text{N}}} \int_{E_{\min}}^{E_\mu} \frac{\partial f_{\nu_\mu}(E_\nu)}{\partial E_\nu} P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu}(E_\nu) \sigma_{\nu_\mu}(E_\nu) \epsilon_{\mu^-}(E_\nu) dE_\nu . \quad (6.12b)$$

m_{kt} ist hier die effektive Masse des Detektors, die üblicherweise im Bereich zwischen 10 und 50 Kilotonnen liegt. m_{N} ist die mittlere Masse der Nukleonen, $\frac{\partial f}{\partial E_\nu}(E_\nu)$ sind die differentiellen Neutrino-Flüsse (Gl. 6.2a,b) aus Abschnitt 6.2. Die Oszillationswahrscheinlichkeiten $P_{\nu_{e,\mu} \rightarrow \nu_\mu}(E_\nu)$ bzw. $P_{\bar{\nu}_{e,\mu} \rightarrow \bar{\nu}_\mu}(E_\nu)$ werden entsprechend der Darstellung in Abschnitt 6.3.2 numerisch berechnet.

6.4.4 Energieauflösungsvermögen des Detektors

Das Energieauflösungsvermögen des Detektors wird durch eine Mittelung der differentiellen Ereignisraten $\partial n_{\mu^\pm}(\mu^\pm)/\partial E_\nu$ mit einer Gaußschen Energieauflösungsfunktion

$$g_{E_\nu, \sigma_E}(\tilde{E}_\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_E} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{E}_\nu - E_\nu}{\sigma_E}\right)^2} \quad (6.13)$$

modelliert. Die Energieauflösung wird näherungsweise proportional zur Neutrinoenergie angenommen: $\sigma_E = R \cdot E_\nu$. Der Faktor R wird als Energieauflösungsvermögen bezeichnet. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Energieauflösungsvermögen von $R = 10\%$ verwendet. Dieser Wert ist ein Schätzwert, der den in Abschnitt 5.4 angegebenen Studien von MONOLITH-artigen magnetisierten Eisen/Szintillator-Detektoren entnommen ist. Die in dieser Arbeit präsentierten Simulationsergebnisse reagieren nicht empfindlich auf Variation der Energieauflösung, solange ein Wert von $R = 10\%$ nicht deutlich überschritten wird und damit die spektrale Information signifikant reduziert wird. Das den Meßraten des Detektors entsprechende Neutrinospektrum $\partial \tilde{n}_\mu/\partial E_\nu$ entsteht durch Mittelung der differentiellen Neutrinoraten $\partial n_\mu/\partial E_\nu$ (Gl. 6.11, 6.12) mittels der Energieauflösungsfunktion (Gl. 6.13):

$$\frac{\partial \tilde{n}_\mu}{\partial E_\nu} = \left\langle \frac{\partial n_\mu}{\partial E_\nu} \right\rangle_{g_{E_\nu, \sigma_E}} \quad (6.14)$$

6.4.5 Diskretisierung der Ratenspektren (Energie-Binning)

Die „Verschmierung“ der Ereignisraten mittels der Energieauflösungsfunktion wird diskretisiert auf den „Energiegebinnen“ Ratenvektoren durchgeführt. Die differentiellen Ereignisraten werden abschließend in einer festgelegten Anzahl sogenannter Energie-Bins zusammengefaßt:

$$\tilde{n}_\mu^{(i)} = \int_{E_{\min} + i \cdot \Delta E}^{E_{\min} + (i+1) \cdot \Delta E} \frac{\partial \tilde{n}_\mu}{\partial E_\nu} dE \quad (6.15)$$

E_{\min} ist hier wieder die Energieschwelle des Detektors. Die Breite ΔE der Energie-Bins sollte so gewählt werden, daß durch die Integration keine spektrale Information verloren geht. Das heißt, die Energie-Bins dürfen nicht breiter sein als das Energieauflösungsvermögen festlegt. In dieser Analyse wird durchgehend eine Gesamtzahl von 20 äquidistanter Bins gewählt. Ein der Energieauflösung besser angepaßtes Binning wäre ebenso denkbar, wurde hier aber nicht realisiert. Als minimale Neutrinoenergie wird die Schwellenenergie $E_{\min} = 4$ GeV verwendet. Dieser Wert ergibt sich aus der Optimierung von Untergrundunterdrückung und Stärke des Oszillationssignals (Details siehe Abschnitt 5.4.2). Abbildung 6.6 zeigt typische Energiegebinnie Ratenspektren, die während eines Simulationsdurchlaufs erzeugt werden. Diese Ratenvektoren sind Ausgangspunkt für darauf aufsetzende statistische Analysen.

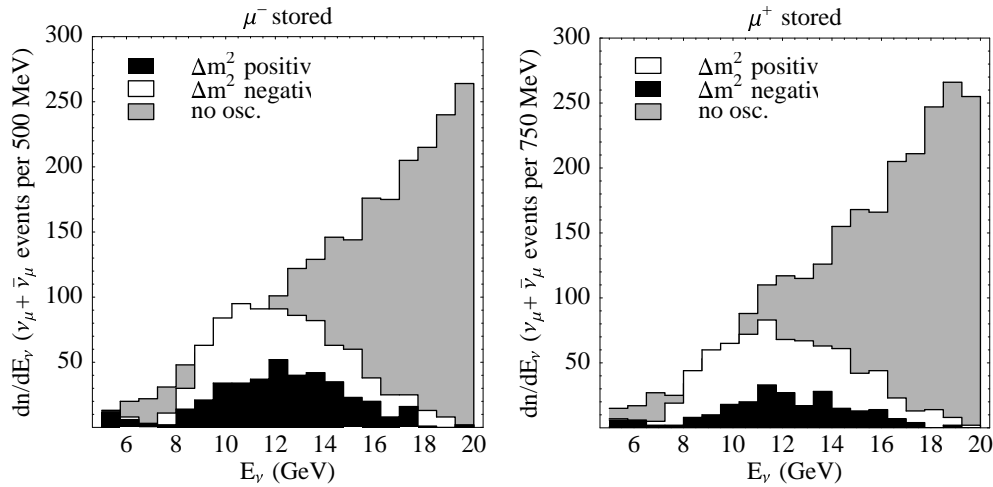


Abbildung 6.6: Typische energieaufgelöste Ratenspektren, die das Endergebnis der Simulation von Neutrinostrahl, Neutrinooszillation und Neutrinodetektor darstellen. Die grau schattierten Balken entsprechen den unoszillierten Ereignisraten eines Long-Baseline-Experiments mit einer Neutrino-fabrik. Die weiß und schwarz unterlegten Kurven entsprechen den Ereignisraten mit Neutrinooszillation, basierend auf einem Standard- sowie einem invertiertem Massenspektrum

6.5 Statistische Auswertung der simulierten Daten

In den vorangehenden Abschnitten wurde das der Simulation von Ereignisraten eines Neutrino-fabrikexperiment zugrundeliegende Modell eingehend behandelt. Auf die Simulation der Ereignisraten wird nun eine statistische Analyse aufgesetzt, die mittels Konfidenztests Aussagen über statistische Limits (Sensitivitätsgrenzen) und Präzisionen bei der Messung fundamentaler Parameter erlaubt.

Wegen des großen Parameterraums, der im Rahmen eines Standard-3-Neutrino-Oszillationsszenarios zu untersuchen ist, treten bei der statistischen Auswertung Komplikationen auf, die mit geeigneten Methoden behandelt werden müssen. Gegenwärtig werden im Rahmen von Analysen verschiedener Arbeitsgruppen unterschiedliche Ansätze zur Lösung der auftretenden Probleme verfolgt. Neben einer Darlegung der in dieser Arbeit verfolgten Strategie zur Berechnung statistischer Fehler wird in diesem Abschnitt deshalb auch ein Vergleich mit abweichenden Methoden gezogen, die derzeit in der Literatur zu finden sind.

6.5.1 6-Parameter-Fits

Ziel der Analyse ist es, statistisch zuverlässige Aussagen über zukünftige Messungen der Parameter $\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2, \theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ und δ_{CP} zu erhalten. Dafür ist ein numerischer Scan des vollen sechsdimensionalen Parameterraums nötig. Das dabei verwendete grundlegende Prinzip ist folgendes: Es wird angenommen, daß in der Natur ein

bestimmter Parametersatz $\{\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2, \theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, \delta_{CP}\}$ der fundamentalen Parameter realisiert ist. Dies entspricht gerade einem Punkt im Parameterraum. Die für diesen Fall im Experiment erwarteten Ratenspektren werden durch Simulation berechnet. Alle benachbarten Parametersätze, deren Ratenspektren statistisch nicht von diesem zentralen Parametersatz unterscheidbar sind, definieren ein Volumen im Parameterraum (im folgenden Fit-Mannigfaltigkeit genannt), dessen Projektionen auf die einzelnen Koordinatenachsen als die statistischen Fehler der Messung der fundamentalen Parameter interpretiert werden können. Das in Abbildung 6.2 gezeigte Schema und der zugehörige Textabschnitt erklären diese Vorgehensweise genauer.

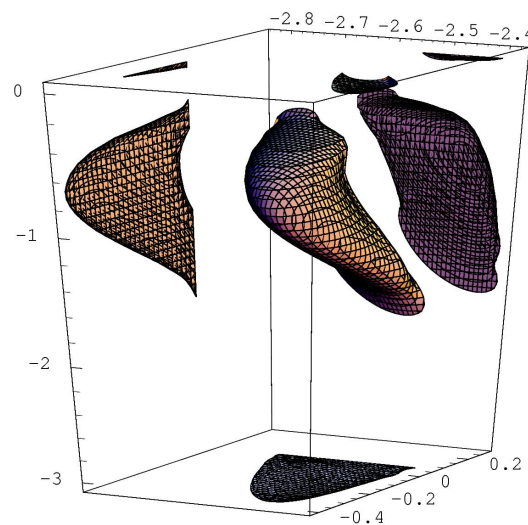


Abbildung 6.7: Kontur-Plot der χ^2 -Differenz zwischen Energiespektren eines zentralen Parametersatzes und Energiespektren benachbarter Punkte im Parameterraum. Die innerhalb der Fit-Mannigfaltigkeit liegenden Punkte lassen sich nicht auf statistisch signifikante Weise von dem zentralen Parametersatz unterscheiden. Die Projektionen der Fit-Mannigfaltigkeit auf die Koordinatenachsen können als die mit dem Experiment verbundenen statistischen Meßungenauigkeiten der entsprechenden fundamentalen Parameter interpretiert werden. Die Graphik zeigt auch die Projektionen der Mannigfaltigkeit auf die durch jeweils zwei Achsen aufgespannte Ebene. Die Darstellung basiert auf einem $10 \times 10 \times 10$ -Gitternetz von 1000 durchgeführten Simulationsläufen.

Die einmalige Simulation der Ratenvektoren aller relevanten Oszillationskanäle zu einem vorgegebenen Parametersatz benötigt keine signifikante Rechenzeit. Allerdings ist für die Berechnung der gerade beschriebenen sechsdimensionalen Fit-Mannigfaltigkeit eine extrem große Anzahl von Einzelsimulationen notwendig, die die gesamte Rechenzeit explodieren läßt. Für die Berechnung eines $10 \times 10 \times 10$ Gitters mit insgesamt 1000 Simulationsdurchläufen benötigt ein gewöhnlicher 1 GHz-Prozessor ca. 30 Minuten Rechenzeit. Zur Veranschaulichung ist das Ergebnis einer solchen Rechnung in Abbildung 6.7 visualisiert. Die Berechnung eines prinzipiell notwendigen 10^6 -Gitters wäre nur unter enormem Rechenaufwand realisierbar. Dazu kommt, daß die Berechnung der statistischen Fehler für einen vorgegebenen Parametersatz

nur die Grundoperation der gesamten Analyse ist. Die Ergebnisse hängen selbst sehr stark von den unbekanntem Neutrino Parametern wie dem Winkel θ_{13} oder der solaren Massenquadratdifferenz Δm_{21}^2 ab. Die Untersuchung der Abhängigkeiten der Fehler und Sensitivitätslimits von den unbekanntem Parametern ist Ziel der Analyse. Dies erfordert eine Vielzahl von Wiederholungen der oben beschriebenen grundlegenden Berechnung eines 10^6 -Gitternetzes von Einzelsimulationen. Die Durchführung von sechsdimensionalen Fits stellt zwar die wünschenswerte Methode dar, ist aber wegen der zu langen Rechenzeit in dieser Studie nicht realisierbar.

6.5.2 Defizite gängiger χ^2 -Methoden

Erste Studien von simulierten Neutrino fabrik-Daten beschränkten sich auf die Berechnung, Darstellung und Analyse von maximal 2D-Fits [88, 102, 108–114]. Im Rahmen dieser Studien werden bei der Berechnung von Konfidenzintervallen mittels einer χ^2 -Methode³ maximal zwei Parameter variiert. Üblicherweise sind es die zwei Parameter, von denen man annimmt, daß sie die größte Rolle spielen. Die restlichen Parameter werden fix auf den zentralen Best-fit-Werten gehalten. Variiert man beispielsweise nur zwei Parameter, so entspricht das der Berechnung von 2D-Schnittebenen durch die volle 6D-Fit-Mannigfaltigkeit. Diese Vorgehensweise reduziert die benötigte Computerleistung erheblich, ist aber offensichtlich ungenügend, da dabei Korrelationen mit den fix gehaltenen Parametern völlig außer acht gelassen werden. In jüngeren Arbeiten (z.B. [115]) wird eine approximative Einbeziehung der Unsicherheiten der fixierten, nicht-führenden Parameter mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung unternommen⁴. Gaußsche Fehlerfortpflanzung stützt sich allerdings

³Typischerweise werden entweder Gaußsche oder Poissonsche χ^2 -Funktionen benutzt:

$$\text{Gauß } \chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \langle x_i \rangle)^2}{\sigma_i^2}, \quad (6.16)$$

$$\text{Poisson } \chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(2[\langle x_i \rangle - x_i] + 2 x_i \log \frac{x_i}{\langle x_i \rangle} \right). \quad (6.17)$$

Hier bezeichnet n die Zahl der Bins, x_i die Zahl der Events im i -ten Bin und $\langle x_i \rangle$ den entsprechenden Erwartungswert. Im Fall der Gaußschen Verteilung ist σ_i durch $\sqrt{x_i}$ gegeben.

⁴Es wird davon ausgegangen, daß einige Parameter (z.B. θ_{12} und Δm_{21}^2) durch andere Experimente präziser meßbar sind als mittels Neutrino fabrikexperimenten. Solche Parameter werden als bekannt behandelt, also fixiert und nicht in den Fit miteinbezogen. In die übliche Gaußsche χ^2 -Funktion werden Unsicherheiten fixierter Parameter mittels der Kovarianz-Matrix V_{ij} integriert:

$$\chi^2 = \sum_{ij} (x_i - \langle x_i \rangle) V_{ij}^{-1} (x_j - \langle x_j \rangle), \quad (6.18)$$

$$V_{ij} = \sigma_i^2 \delta_{ii} + \sum_{\alpha=1}^n \frac{\partial \langle x_i \rangle}{\partial \lambda_\alpha} \frac{\partial \langle x_j \rangle}{\partial \lambda_\alpha} \sigma_\alpha^2.$$

Hier ist λ_α einer der n (in unserem Fall $n = 6$) Parameter und σ_α bezeichnet die Unsicherheit (bzw. den Fehler) von λ_α .

auf die Annahme einer linearen funktionellen Abhängigkeit der Meßgrößen von den Parametern. Solch eine lineare Abhängigkeit ist aber eine schlechte Näherung für die komplizierten nicht-linearen Zusammenhänge bei dem vorliegendem Fit-Problem. Speziell bei starken Korrelationen bestimmter fundamentaler Neutrino-Parameter ist diese Vorgehensweise nicht ausreichend.

6.5.3 Definition der Fehlerintervalle

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es Fehler und Sensitivitätslimits für die fundamentalen Neutrino-Parameter auf eine Weise abzuschätzen, die nicht von einer willkürlichen Fixierung bestimmter Parameter abhängt. Eventuelle Korrelationen zwischen fundamentalen Parametern sollten automatisch und möglichst vollständig erfaßt werden. Wie oben dargestellt ist die dazu nötige Berechnung der vollständigen Form der 6D-Fit-Mannigfaltigkeit unter Variation aller sechs fundamentaler Parameter aufgrund des enormen Rechenaufwands nicht durchführbar. Im Folgenden wird hier deshalb eine systematische Methodik vorgestellt, die (a) Schrittweise eine Reduktion des Rechenaufwands erlaubt und (b) nicht auf einer Auswahl bestimmter Parameter basiert, sondern alle sechs fundamentalen Parameter in symmetrischer Weise behandelt. Um die Methode zu formulieren, sei zunächst die Fit-Mannigfaltigkeit mathematisch präzise definiert:

Die Simulation liefert für jeden Oszillationskanal Vorhersagen für die Erwartungswerte der Meßraten in den einzelnen Energie-Bins. Die Ergebnisse $\{\hat{x}_i\}$ des zentralen Parametersatzes $\hat{\lambda}$ werden mit den Ergebnissen $\{x_i\}$ eines variierten Parametersatzes λ verglichen. Dies geschieht hier über die Poissonsche χ^2 -Funktion

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(2[x_i - \hat{x}_i] + 2\hat{x}_i \log \frac{\hat{x}_i}{x_i} \right). \quad (6.19)$$

Es gilt $\chi^2(\hat{\lambda}) \leq \chi^2(\lambda) \quad \forall \lambda$. Die Akzeptanz-Region M auf Konfidenz-Level α ist gegebene durch:

$$M = \{ \lambda : \chi^2(\lambda) - \chi^2(\hat{\lambda}) \leq \Delta\chi_\alpha^2 \}, \quad (6.20)$$

wobei $\Delta\chi_\alpha^2$ eine durch das Konfidenz-Level α und die Zahl der freien Parameter n vorgegebene Zahl ist. Die Fit-Mannigfaltigkeit M ist die Vereinigungsmenge aller Parametersätze λ , die auf einem vorgegebenem Konfidenz-Level $\Delta\chi_\alpha^2$ nicht von dem zentralen Parametersatz $\hat{\lambda}$ unterscheidbar sind⁵. M ist üblicherweise eine geschlossene, um den zentralen Parametersatz zentrierte 6D-Punktmenge, hat aber häufig auch eine komplexere topologische Struktur. Abbildung 6.7 zeigt exemplarisch eine auf drei Dimensionen reduzierte Darstellung solch einer Fit-Mannigfaltigkeit M . Die Fit-Mannigfaltigkeit M bestimmt den „Fehler“ einer Messung der fundamentalen

⁵ $\Delta\chi_\alpha^2$ ist festgelegt durch die Bedingung, daß die Fläche unter einer χ^2 -Distribution über dem Intervall $\{0, \Delta\chi_\alpha^2\}$ gerade den Wert α ergibt. The Zahl der Freiheitsgrade für diese Distribution ist durch die Zahl der freien Parameter n des Fits gegeben.

Neutrino-parameter. Eine Möglichkeit, aus der Fit-Mannigfaltigkeit M Fehlerintervalle I_{λ_i} für die einzelnen Parameter zu erlangen besteht in der Projektion von M auf die jeweils entsprechende Koordinatenachse:

$$\begin{aligned} \inf_{\lambda_i}(M) &:= \inf(\{\lambda_i : \lambda \in M\}), \\ \sup_{\lambda_i}(M) &:= \sup(\{\lambda_i : \lambda \in M\}), \\ I_{\lambda_i} &:= \left[\inf_{\lambda_i}(M), \sup_{\lambda_i}(M) \right]. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Das Fehlerintervall ergibt sich also aus dem Infimum und dem Supremum von M bezüglich einer speziellen Koordinatenachse. Alle Werte außerhalb dieser Fehlerintervalle kann man dann auf dem vorgegebenen Signifikanzniveau ablehnen.

Eine systematische Reduktion des Rechenaufwands ist zu erzielen, indem man statt der gesamten 6D-Fit-Mannigfaltigkeit nur r -dimensionale Schnitte parallel zu den Koordinatenachsen durch den zentralen Best-fit-Punkt berechnet. Damit erhält man untere Schranken für die oben definierten Fehlerintervalle, die als Näherungswert für die Fehlerintervalle benutzt werden können. Im Fall $r = 1$ entspricht das der Durchführung von sechs Fits mit nur jeweils einem variablen Parameter. Im Fall $r = 2$ werden 15 unterschiedliche 2D-Schnittebenen durch die Fit-Mannigfaltigkeit gelegt. In folgender Tabelle sind für verschiedene Schnittdimensionen r jeweils die Anzahl N_\cap der möglichen Schnittebenen, sowie dem dadurch erzielten Reduktionsfaktor der Rechenzeit R_t (bezüglich der für den vollen 6D-Fit benötigten Computerzeit) aufgelistet:

r	1	2	3	4	5	6
N_\cap	6	15	20	15	6	1
R_t	$6 \cdot 10^{-5}$	0.15%	2%	20%	60%	1
N_I	1	5	10	10	5	1

Aus den berechneten Schnitten lassen sich dann wieder durch Projektion auf die entsprechende Achse Fehlerintervalle gewinnen. Pro Parameter erhält man dadurch mehrere Fehlerintervalle. Die Gesamtzahl dieser Fehlerintervalle N_I in Abhängigkeit von r ist in obiger Tabelle ebenfalls aufgelistet. Aus allen einem bestimmten Parameter zugehöriger Fehlerintervallen ist dann die Vereinigungsmenge zu bilden um ein eindeutig interpretierbares Fehlerintervall zu erlangen.

Im Rahmen dieser Arbeit wird weitgehend auf zweidimensionale Fits ($r = 2$) zurückgegriffen⁶. Dazu werden alle zweidimensionale Schnitte S_{ij} durch $\hat{\lambda}$ (den Best-fit-Punkt von M) berechnet:

$$\begin{aligned} P_{ij} &= \{\lambda : \lambda_k \equiv \hat{\lambda}_k; k \neq i, j\}, \\ S_{ij} &= \{\lambda \in P_{ij} : \Delta\chi^2(\lambda) \leq \Delta\chi_\alpha^2\}. \end{aligned} \quad (6.22)$$

⁶Selbst unter dieser Vereinfachung werden $\geq 10^8$ Event-Ratenspektren für jeden Oszillationskanal benötigt. Das summiert sich zu ca. 1000 h CPU-Zeit auf einem 1 GHz Pentium III Prozessor.

Für $\Delta\chi_\alpha^2$ wird hier der Wert 9.2 verwendet. Das entspricht bei zwei Freiheitsgraden einem Konfidenz-Level von 99% bzw. bei sechs Freiheitsgraden einem Konfidenz-Level von 83.8%. Es ergeben sich $N_I = 5$ verschiedene projizierte Fehlerintervalle pro Parameter. Das Fehlerintervall I_{λ_i} eines spezifischen Parameters λ_i ist dann gegeben durch die Vereinigungsmenge

$$I_{\lambda_i} = \bigcup_{k \neq i} \left[\inf_{\lambda_i}(S_{ik}), \sup_{\lambda_i}(S_{ik}) \right]. \quad (6.23)$$

In der oberen Zeile von Abbildung 6.8 sind für einen ausgewählten Parameter λ_i (hier $\sin^2 2\theta_{13}$) die fünf möglichen 2D-Schnitte S_{ij} ($j \neq i$) durch eine exemplarische 6D-Fit-Mannigfaltigkeit abgebildet. Die untere Zeile dieser Abbildung zeigt die durch Projektion der Schnitte erhaltenen Fehlerintervalle sowie (grau schattiert) ihre Vereinigungsmenge I_{λ_i} .

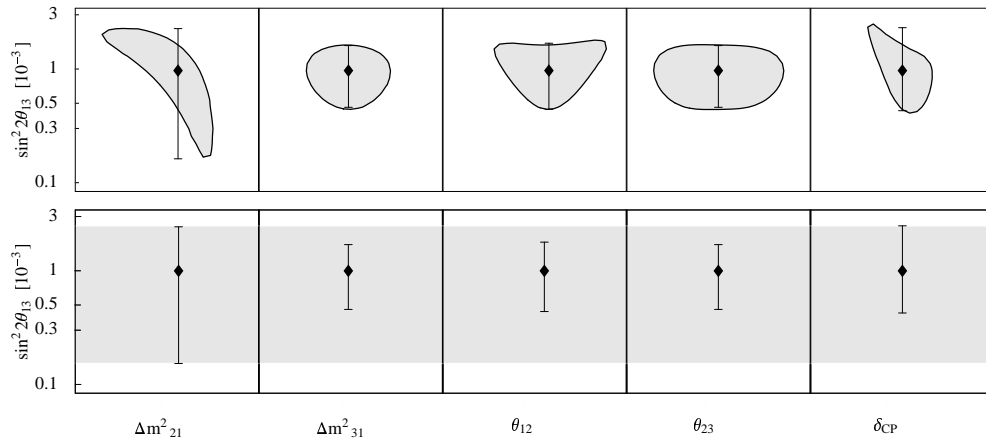


Abbildung 6.8: Illustration der Berechnung des Fehlerintervalls eines spezifischen Parameters (hier $\sin^2 2\theta_{13}$). In der oberen Zeile sind die 2-Parameter-Fits (grau schattierter Bereich) von $\sin^2 2\theta_{13}$ gegen die restlichen fünf Parameter abgebildet. Die in beiden Zeilen eingetragenen Fehlerbalken resultieren aus der Projektion der grauen Regionen auf die $\sin^2 2\theta_{13}$ -Achse. Die Vereinigungsmenge (graues Band unten) der fünf erhaltenen Fehlerintervalle wird als Gesamtfehlerintervall für $\sin^2 2\theta_{13}$ betrachtet. In diesem speziellen Fall wird der Fehler durch die Korrelation von $\sin^2 2\theta_{13}$ mit Δm_{21}^2 dominiert.

Da systematisch alle zwanzig 2D-Schnitte berechnet werden, sind damit in jedem Fall alle 2-Parameter-Korrelationen abgedeckt. Der Rechenaufwand reduziert sich auf ca. ein Promille der Rechenzeit, die für einen vollen 6-Parameter-Fit benötigt würde. Die mit dieser Methode erhaltenen Fehlerintervalle sind allerdings nur untere Abschätzungen für die tatsächlichen Fehler⁷. Die Fehlerintervalle konvergieren

⁷Ein durchgeführter stichprobenartiger Vergleich der Fälle $r = 2$ und $r = 3$ ergibt eine Unterschätzung der tatsächlichen Fehler um bis zu 30%. Vereinfachte Methoden, die Parameterkorrelationen nicht beachten, unterschätzen Fehler und Sensitivitätslimits dagegen um teilweise mehr als eine Größenordnungen.

mit $r \rightarrow 6$ gegen die korrekten Fehlerintervalle. Der Vorteil der Methode besteht darin, daß nicht willkürlich zwei Fit-Parameter ausgewählt werden müssen. Damit eignet sie sich sehr gut für eine Automatisierung der Studie. Zudem erlaubt eine genauere individuelle Analyse der Fehlerintervalle vor der Vereinigung, jeweils die Parameterkombination herauszufinden, die durch Korrelation dominant zu einem Gesamtfehlerintervall beiträgt. Bisherige Neutrino-fabrikstudien benutzen nur einen der Schnitte S_{ij} zur Abschätzung der Genauigkeit mit der ein bestimmter Parameter aus den experimentellen Daten bestimmt werden kann und vernachlässigen damit Korrelationen mit den restlichen Parametern. Im folgenden Kapitel wird aufgezeigt, daß bestimmte Parameterkombinationen, wie z.B. θ_{13} und Δm_{21}^2 stark korreliert sind, was in den Analysen nicht beachtet wurde und weshalb Sensitivitätslimits um mehr als eine Größenordnung überschätzt wurden.

Kapitel 7

Auswertung der Simulationsergebnisse

7.1 Klassifizierung des Parameterraums

Die vollen Formeln für die 3-Neutrino-Oszillation haben eine recht komplexe Parameterstruktur. Alle Massenaufspaltungen und Mischungsparameter (Δm_{31}^2 , Δm_{21}^2 , θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} und δ_{CP}) tauchen in den relevanten Übergangswahrscheinlichkeiten auf. Auch nach einer Entwicklung nach auftretenden kleinen Parametern (siehe Abschnitt 4) bleibt diese komplexe Struktur bestehen. Sie ist den interessantesten CP -verletzenden Effekten inhärent. Zur Klassifizierung verschiedener Effekte bietet es sich an, von zwei experimentell gesicherten Fakten auszugehen: Erstens, von der Hierarchie der Neutrino-Massenaufspaltung $\alpha = |\Delta m_{12}^2/\Delta m_{31}^2| \ll 1$, die es erlaubt Hierarchie-unterdrückte „klein- Δm^2 -Effekte“ zu identifizieren. Zweitens davon, daß der Mischungswinkel θ_{13} klein ist ($\sin^2 2\theta_{13} < 0.1$ [32]) was zu weiteren Unterdrückungsfaktoren führt, wie es in Kapitel 4 genauer ausgeführt ist. Die Kleinheit dieser beiden Parameter erlaubt es unter Zuhilfenahme der analytischen Oszillationsformeln sämtliche Parameter zu klassifizieren. Die sechs Parameter werden dazu in die drei Gruppen *führende Parameter* (Δm_{31}^2 , θ_{23}), *nächstführende Parameter* (θ_{13} , $\text{sgn}\Delta m_{31}^2$) und *solare Parameter* (Δm_{21}^2 , θ_{12} , δ_{CP}) aufgeteilt. Diese Klassifizierung ist aus Gründen der Struktur und Übersicht sehr nützlich. Die Klassifikation in führende, nächstführende und solare Parameter ist aber auch aus praktischer Sicht sinnvoll: Die experimentellen Möglichkeiten einer Neutrino Fabrik werden sich realistisch von einer initialen Stufe mit niedrigem Fluß zu Maschinen mit hoher Luminosität entwickeln. Mit der initialen Stufe werden möglicherweise nur die führenden Parameter meßbar sein. Eine Maschine mit hoher Luminosität wird dagegen auch in der Lage sein, die nächstführenden Effekte und solaren Effekte zu messen und gegebenenfalls die entsprechenden Parameter zu bestimmen.

7.1.1 Führende Parameter

Für $\Delta m_{21}^2 = 0$ und $\theta_{13} = 0$ gibt es keine Übergänge im $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ Appearance-Kanal. Die Disappearance-Wahrscheinlichkeit reduziert sich auf die 2-Neutrino-Formel $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Delta$. Sie wird von den Parametern θ_{23} und Δm_{31}^2 kontrolliert, die hier im folgenden als *führende Parameter* bezeichnet werden. Diese Parameter wurden bereits durch atmosphärische Neutrinoexperimente (siehe Abschnitt 2.5) gemessen. Genauere Messungen werden in naher Zukunft von konventionellen Long-Baseline-Experimenten [116–119] erwartet. Eine Neutrino-fabrik wird Präzisionsmessungen der Parameter θ_{23} und Δm_{31}^2 erlauben, deren Güte hauptsächlich durch systematische Fehler limitiert sein wird. Messungen dieser Parameter werden dominiert durch die Raten in den $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ und $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ Disappearance-Kanälen. Dafür wird keine exzellente, experimentell schwer realisierbare Ladungsseparation (siehe auch Abschnitt 5.4) für sekundäre Myonen benötigt. Die differentiellen Event-Ratenspektren erlauben präzise Fits des Energiespektrums. Wichtig ist es zu untersuchen, wie die Präzision von θ_{23} - und Δm_{31}^2 -Messungen von Detektor- und Neutrino-fabrik-Parametern abhängt. Besonderes Interesse gilt hier der Frage nach der optimalen Myonen-Energie und der optimalen Baseline-Länge. Interessant ist auch zu wissen, wie es um die Genauigkeit von Messungen der führenden Parameter bei Baselines steht, die die Sensitivität auf CP -verletzende Effekte bzw. Messungen von $\sin^2 2\theta_{13}$ optimieren. Diese Fragen werden in Abschnitt 7.3 ausführlich diskutiert.

7.1.2 Nächstführende Parameter

Für $\theta_{13} \neq 0$ und $\Delta m_{21}^2 = 0$ wird in der Appearance-Wahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ (Gl. (4.19) bzw. Gl. (4.20)) der erste Term $\sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2((\hat{A} - 1)\Delta)/(\hat{A} - 1)^2$ verschieden von Null. Die Übergangswahrscheinlichkeit im Appearance-Kanal hängt über \hat{A} vom Vorzeichen von Δm_{31}^2 ($\text{sgn}\Delta m_{31}^2$) ab [89, 108, 110]. Zusätzlich zu den führenden Parametern werden in diesem Fall auch die Parameter θ_{13} und $\text{sgn}\Delta m_{31}^2$ wichtig. Im Folgenden seien sie als *nächstführende Parameter* bezeichnet. Ob es möglich ist, die nächstführenden Parameter zu messen hängt entscheidend vom Wert von θ_{13} ab. Die Schwelle, unterhalb der keine Effekte der mit θ_{13} -skalierenden Terme mehr gemessen werden können, wird als Sensitivitätslimit von θ_{13} bezeichnet. Ein experimenteller Test des MSW-Effekts [29, 30, 75, 120] wird mit einer Neutrino-fabrik nur möglich sein, falls θ_{13} nicht zu klein ist. Die Messung von θ_{13} und die Überprüfung des Materieeffekts [88, 89, 102, 108] sind wichtige Themen im Programm von Neutrino-fabriken, die insbesondere nicht davon abhängen, daß Δm_{21}^2 und θ_{12} im Bereich der LMA-MSW-Lösung liegen. Messungen von Raten im Appearance-Kanal setzen allerdings die Fähigkeit zur Ladungsidentifikation sekundärer Myonen voraus, was weitgehend die Entwicklung neuer bzw. verbesserter Detektortechnologien erfordert. Sensitivitätslimits von θ_{13} , statistische Fehler, Baseline- und Energieoptimierung sind in Abschnitten 7.4 diskutiert.

7.1.3 Solare Parameter

Gilt schließlich sowohl $\Delta m_{21}^2 \neq 0$ und $\theta_{13} \neq 0$, so treten Effekte in Erscheinung, die von der solaren Massenaufspaltung stammen. Damit kommen die drei restlichen Parameter Δm_{21}^2 , θ_{12} und δ_{CP} mit ins Spiel. Da die Größe von Effekten, die Rückschlüsse auf diese Parameter erlauben, mit der Größe der solaren Massenaufspaltung skalieren, werden Δm_{21}^2 , θ_{12} und δ_{CP} im folgenden zur Gruppe der *solaren Parameter* zusammengefaßt. Leptonische *CP*-Verletzung zu messen ist ein aufregendes Ziel von Neutrino-fabriken. Um dafür ausreichend große Event-Raten zu erhalten setzt dies allerdings voraus, daß die LMA-MSW-Region die korrekte Lösung des solaren Neutrino-problems (siehe Abschnitt 2.4) darstellt. Man kann von Gl. (4.19) direkt ablesen, daß Δm_{21}^2 (bzw. α) und θ_{13} die relevanten Parameter sind, die die Stärke *CP*-verletzender Effekte steuern. Limits für diese beiden Parameter anzugeben, oberhalb denen eine Messung von *CP*-Effekten möglich ist, stellt einen zentralen Punkt von Abschnitt 7.7 dieser Studie dar. Dort werden auch Antworten auf die Fragen nach der erreichbaren Präzision bei Messungen von δ_{CP} , sowie nach der optimalen Baseline und nach der optimalen Strahlenergie solcher Messungen gegeben. Effekte der *CP*-Phase δ_{CP} sind genauso wie Materieeffekte am besten in den Appearance-Kanälen $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ und $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ zugänglich. Diese setzen die Fähigkeit des Detektors zur exzellenten Ladungsseparation voraus.

In Abschnitt 7.7 wird demonstriert, daß mit einer Neutrino-fabrik die Parameter θ_{12} und Δm_{21}^2 nur ungenau bestimmt werden können. Diese beiden Parameter gehen in guter Näherung nur als Produkt $\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{21}$ in die Appearance-Wahrscheinlichkeiten (Gl. (4.19)) ein. Die damit verbundene starke Korrelation der beiden Parameter verhindert deren getrennte Messung. Aus diesem Grund sind diesbezügliche Ergebnisse von Neutrino-fabriken nicht konkurrenzfähig mit den in Kürze erwarteten Ergebnissen des Long-Baseline-Reaktorexperiments KamLAND [121]. Es ist wichtig zu untersuchen ob und wie externer Input über Δm_{21}^2 und θ_{12} von beispielsweise dem KamLAND-Experiment in Verbindung mit den Daten von Neutrino-fabriken helfen könnte, die Ergebnisse der Extraktion von *CP*-Effekten zu verbessern.

7.2 Ziele des Long-Baseline-Programms einer Neutrino-fabrik

Long-Baseline-Experimente mit Neutrino-fabriken ermöglichen eine Erforschung der fundamentalen Neutrino-parameter. In günstigsten Fall reichen die durch das Experiment gesammelten Daten aus, um eine Messung des Parameters (im Sinne der Bestimmung eines zentralen Werts und eines Fehlerinteralls) durchzuführen. Unter Umständen können sich bestimmte Parameter einer Messung entziehen. In diesem Fall können aber zumindest Schranken für den Wert des Parameters extrahiert werden. Andere interessante Fragestellungen laufen nicht auf die Bestimmung eines bestimmten Parameters hinaus, sondern involvieren Hypothesentests, wie beispielsweise

ein Test des MSW-Effekts oder der Nachweis von CP -Verletzung. Im Folgenden wird – im Sinne des gerade eingeführten Klassifikationsschemas – ein kurzer Überblick über die Ziele des Long-Baseline-Programms einer Neutrino-fabrik gegeben. Auf die einzelnen Teilaspekte wird im Anschluß daran detailliert eingegangen. Folgende Hauptziele sind zu nennen:

7.2.1 Präzisionsmessung der führenden Parameter Δm_{31}^2 und θ_{23}

Unabhängig von den restlichen Parametern erlaubt ein Long-Baseline-Experiment eine präzise Messung der führenden Parameter θ_{23} und Δm_{31}^2 . Diese Messung beruht auf Information, die aus dem Disappearance-Kanal extrahiert wird. Gewöhnlich wird davon ausgegangen, daß entsprechende Messungen rein statistiklimitiert sind. Im Rahmen dieser Studie hat sich herausgestellt, daß die Genauigkeit solcher Messungen auch durch Korrelationen mit nächstführenden bzw. solaren Parametern beeinträchtigt werden kann. So besteht beispielsweise eine deutliche Korrelation zwischen dem atmosphärischen und dem solaren Δm^2 .

7.2.2 Messung von θ_{13}

Das derzeitige Wissen über den Mischungswinkel θ_{13} stammt aus den Analysen von Disappearance-Experimenten mit Reaktor-neutrinos (siehe CHOOZ-Experiment). Aus dem Fehlen eines Oszillationssignals kann eine obere Schranke für θ_{13} abgeleitet werden [32]. Dieses Ergebnis wird bestätigt durch Analysen der solaren und atmosphärischen Neutrinos. Eine Messung von θ_{13} ist Ziel zukünftiger Long-Baseline-Oszillationsexperimente. Es bietet sich dafür speziell der $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ Oszillationskanal an, dessen Amplitude proportional zu $\sin^2 2\theta_{13}$ ist. Eine Messung von θ_{13} ist nur möglich, falls der Winkel selbst nicht zu klein ist. Die Grenze, oberhalb der Messungen möglich sind, wird als Sensitivitätsgrenze bezeichnet. Sie ist auch eine wichtige Größe für Tests des Materieeffekts und der CP -Verletzung, die unterhalb der Sensitivitätsgrenze von θ_{13} nicht möglich sind. Theoretische Vorhersagen für die Größe von θ_{13} existieren, sind aber aufgrund der Vielzahl und Freiheiten komplexer GUT-Modelle mit Vorsicht zu interpretieren. Messungen von θ_{13} bzw. die Ableitung neuer Schranken für den Wert von θ_{13} besitzen jedenfalls das wichtige Potential, Flavour-Theorien zu falsifizieren bzw. einzuschränken.

7.2.3 Nachweis des MSW-Effekts

Der MSW-Effekt (Abschnitt 3.4) spielt eine wichtige Rolle bei der Erklärung des solaren Neutrino-defizits (Abschnitt 2.4). Ein unabhängiger, experimenteller Nachweis von Materieeffekten steht bisher allerdings noch aus. Um einen signifikanten Einfluß von Materieeffekten auf die Übergangswahrscheinlichkeiten der Neutrinoos-zillation

zu finden, muß die Baseline des Oszillationsexperiments ausreichend lang sein. Aktuelle Long-Baseline-Experimente (MINOS, CNGS) stehen knapp an der Grenze eines möglichen Nachweises. Für Präzisionsmessungen an Neutrinfabriken, mit Baselines länger als 1000 km ist der Nachweis des Materieeffekts – solange der Mischungswinkel θ_{13} groß genug ist – kein großes Problem. Ein resonant erhöhter Oszillationskanal im Vergleich zu dem gleichzeitig unterdrückten korrespondierenden Antiteilchen-Kanal stellt eine klare Signatur dar (siehe Abbildung 7.1). Der Nachweis des Materieeffekts

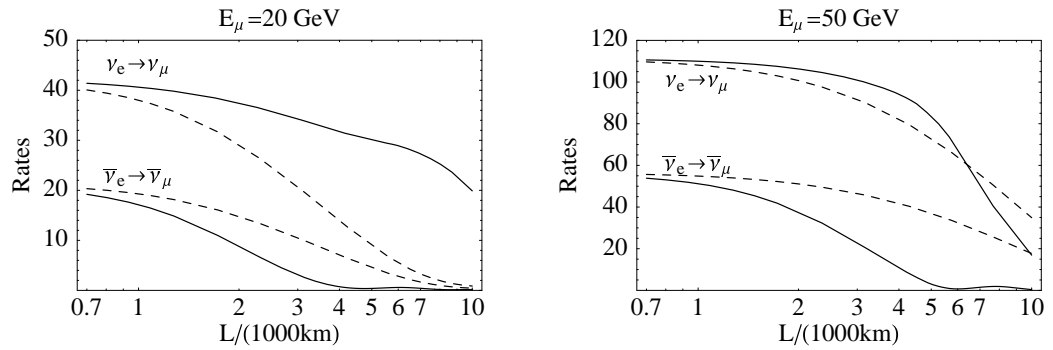


Abbildung 7.1: Appearance-Event-Raten der $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ und $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ Übergänge im Erdmantel (durchgezogene Linie) und im Vakuum (gestrichelte Linie) als Funktion der Baseline-Länge L für $E_\mu = 20$ GeV (links) bzw. $E_\mu = 50$ GeV (rechts) Myonen-Energie. Die Differenz zwischen den beiden Linien ist ein Maß für die Größe des Materieeffekts. Beide Plots setzen voraus: $N_\mu = 2 \cdot 10^{20}$, $\epsilon = 50\%$, $\sin^2 2\theta_{23} = 1$ und $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$.

ist eng mit dem Mischungswinkel θ_{13} verbunden, der in Materie der Dichte des Erdmantels eine Resonanz bei etwa 15 GeV zeigt. Materieeffekte zeichnen sich deshalb deutlich im Kanal $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ ab, dessen Amplitude dominant durch den Mischungswinkel θ_{13} gesteuert wird. Ist θ_{13} zu klein (unterhalb des Sensitivitätslimits von θ_{13}), so ist ein Nachweis der Materieeffekte nicht möglich. Da Materieeffekte aber nicht von der solaren Massenquadratdifferenz abhängen, ist ihr Nachweis im Vergleich zur Suche nach CP -Verletzung nicht von der Realisierung der LMA-Lösung abhängig.

7.2.4 Bestimmung der Art des Massenspektrums

Unter Annahme hierarchischer Massenquadratdifferenzen lassen sich im Rahmen der Oszillationsphysik zwei Massenspektren phänomenologisch unterscheiden. Im Standardspektrum sitzt die kleine, solare Massenquadratdifferenz an der Basis des Spektrums und im sogenannten „invertierten“ Fall sitzt sie an der Spitze des Spektrums (siehe Abbildung 7.2). Im Falle der Vakuum-Neutrinooszillation lassen sich die beiden Spektren phänomenologisch nicht unterscheiden. In Präsenz von Materie, unter Annahme des MSW-Effekts, taucht die Massenquadratdifferenz Δm_{31}^2 im Resonanzfaktor (Gl. (3.34)) auf. Je nach Vorzeichen von Δm_{31}^2 zeigen entweder die Neutrinos resonant erhöhte und die Antineutrinos unterdrückte Raten auf, oder umgekehrt.

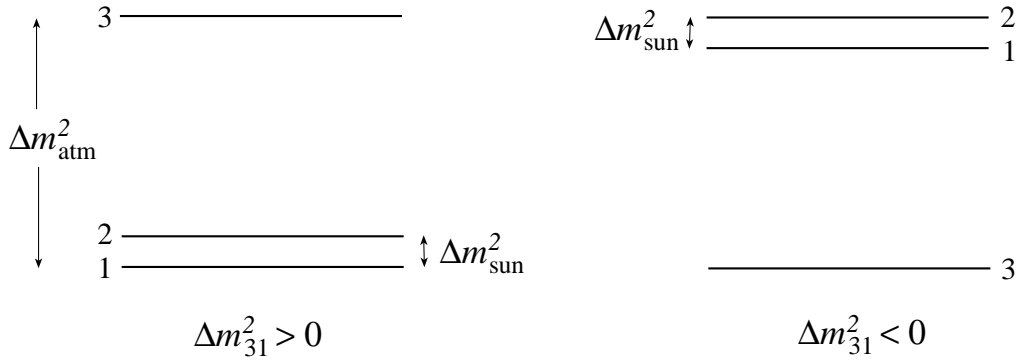


Abbildung 7.2: Die zwei Typen phänomenologisch unterscheidbarer Massenspektren. Links das Standardspektrum mit positivem Δm_{31}^2 , rechts das sogenannte „invertierte“ Spektrum mit negativem Δm_{31}^2 .

Damit ist bei ausreichend langer Baseline eine Unterscheidung der beiden Vorzeichen möglich. Da die resonante Oszillation im Appearance-Kanal $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ gemessen wird, ist eine solche Messung abhängig vom Wert des Mischungswinkels θ_{13} . Ist θ_{13} zu klein, um signifikante Ereignisraten zu erzielen, so ist die Bestimmung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 nicht möglich. In diesem Fall ist typischerweise auch eine Messung des Mischungswinkels θ_{13} nicht mehr möglich. Die θ_{13} -Schwelle, oberhalb der eine Messung vom Vorzeichen von Δm_{31}^2 möglich ist, ist also ungefähr vergleichbar mit der θ_{13} -Sensitivitätsgrenze.

7.2.5 Suche nach CP -Verletzung

Die Suche nach CP -Verletzung bzw. die Messung der CP -Phase im Neutrinosektor ist eine faszinierende Möglichkeit, die in der Teilchenphysik-Community in den letzten Jahren viel Aufmerksamkeit erregt hat. Wie in Kapitel 1 dieser Arbeit zu vermitteln versucht wurde, wird von der Erforschung der CP -Verletzung erwartet, einen wichtigen Schlüssel für sowohl Teilchentheorien als auch für kosmologische Baryogenesemodelle zu liefern. In Neutrino-fabrik-Oszillationsexperimenten gibt es eine klare Signatur für CP -Verletzung in den möglicherweise voneinander abweichenden Raten der unter CP -Erhaltung symmetrischen Neutrino- und Antineutrino-Raten. Abbildung 7.3 illustriert dies anhand von Ratenplots der Neutrino- und Antineutrino-Kanäle. Die Stärke der CP -verletzenden Effekte wird gesteuert durch die Parameter θ_{12} , Δm_{21}^2 und θ_{13} . Nur im Fall der Realisierung der LMA-Lösung sowie einem nicht zu kleinen Wert von θ_{13} ist mit einer Messung von δ_{CP} zu rechnen. Das Potential einer Neutrino-fabrik bezüglich der Bestimmung von δ_{CP} in Abhängigkeit der restlichen fundamentalen Parameter und Maschinenparameter zu untersuchen ist einer der Schwerpunkte dieser Arbeit.

In dieser Studie wird eine simulierte Messung der CP -Phase durch Fits (simulier-

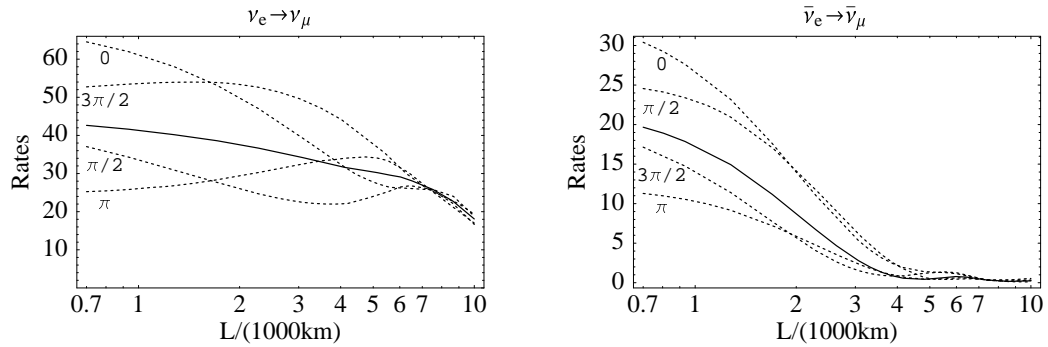


Abbildung 7.3: Ratenplots der Kanäle $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ (links) und $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ (rechts) als Funktion der Baseline-Länge L für verschiedene Werte der CP -Phase δ_{CP} . Die Phasen 0 und π sind CP -erhaltend. Für die Phasen $\pi/2$ und $3\pi/2$ läßt sich deutlich die Asymmetrie der Neutrino- und Antineutrino-Kanäle erkennen. Der durch unterschiedliche Wirkungsquerschnitte von Neutrinos und Antineutrinos verursachte Faktor Zwei in den Raten der beiden Kanäle ist leicht zu korrigieren. Parameter: $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$, $E_\mu = 20$ GeV, $N_\mu m_{kt} = 2 \cdot 10^{20}$ kt year.

ter) experimenteller Daten an das Standard-Oszillationsmodell unter Einbezug der MSW-Materieeffekte durchgeführt. Den nicht- CP -verletzenden Phasen 0 bzw. $\pi/2$ wird dadurch keine herausragende Rolle zugeordnet. Ein in der Literatur weit verbreiteter, alternativer Ansatz besteht darin, spezielle Größen wie die CP -Asymmetrie A^{CP} [112] zu studieren, die prinzipiell ein direktes und naheliegendes Maß für CP -verletzende Effekte sind. Allerdings sprechen die Tatsache, daß Materieeffekte mit einer ähnlichen Signatur wie fundamentale CP -Effekte die praktische Relevanz dieser Größen mindern, sowie unabhängige statistische Argumente, gegen die Anwendung solcher Methoden. Der hier verwendete Ansatz ist zwar weniger intuitiv, dafür aber klarer definiert, gut motiviert und basiert auf einer optimalen Ausnutzung der experimentellen Daten. Eine ausführlichere Diskussion dieser Argumente findet sich in Referenz [122].

7.3 Präzisionsmessungen von Δm_{31}^2 und θ_{23}

Die führenden Parameter Δm_{31}^2 und θ_{23} konnten während der letzten Jahre aus den Daten atmosphärischer Neutrinoexperimente (siehe Abschnitt 2.5) ungefähr bestimmt werden. Mit einem Long-Baseline-Experiment sind Präzisionsmessungen dieser beiden Parameter möglich. Die Information über Δm_{31}^2 und θ_{23} stammt hauptsächlich aus den Disappearance-Kanälen. Deshalb ist der Einfluß durch den Mischungswinkel θ_{13} gering, insbesondere wenn θ_{13} klein ist. Dagegen wird im folgenden demonstriert, daß der Einfluß von Unsicherheiten der Parameter Δm_{21}^2 und θ_{21} auf Messungen der führenden Parameter erheblich sein kann. Das hat zur Konsequenz, daß Input von anderen Experimenten (z.B. KamLAND) hilfreich sein kann, um die Fehler der betroffenen Parameter zu reduzieren.

7.3.1 Optimierung der Baseline-Länge L und der Myonen-Energie E_μ

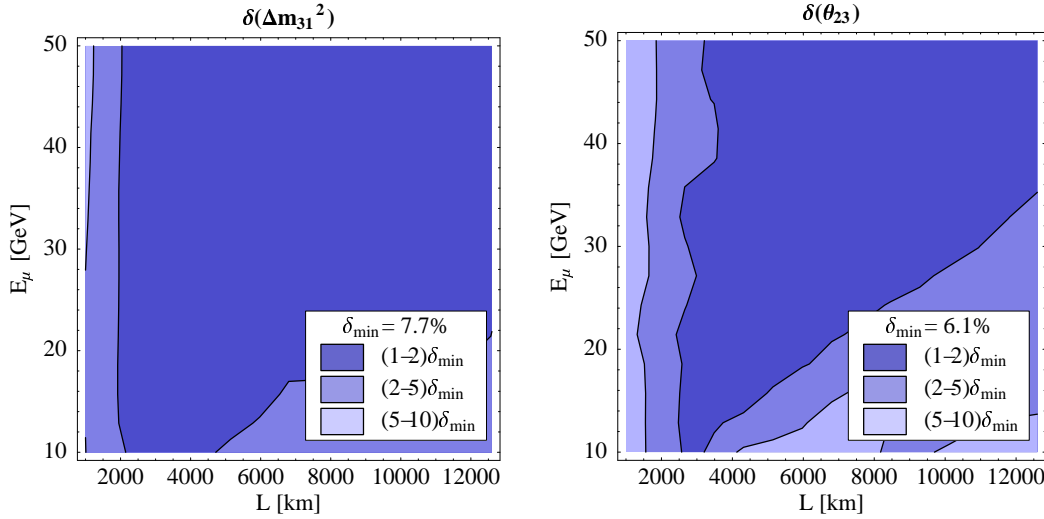


Abbildung 7.4: Relativer statistischer Fehler von Δm_{31}^2 (links) und θ_{23} (rechts) als Funktion der Baseline-Länge L und der Myonen-Energie E_μ für $\Delta m_{31}^2 = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{23} = 1$ und $N_\mu m_{\text{kt}} = 2 \cdot 10^{21} \text{ kt year}$. Die Bereiche mit dunkler Schattierung sind zu bevorzugen. Für $\delta(\Delta m_{31}^2)$ und $\delta(\theta_{23})$ wird eine maximale Sensitivität von $\delta_{\min} = 7.7\%$ bzw. $\delta_{\min} = 6.1\%$ erreicht. Die Konturlinien entsprechen Faktoren von 2, 5 und 10 an Sensitivitätsverlust bezüglich den maximalen Werten. Die Parameter $\sin^2 2\theta_{13}$, Δm_{21}^2 und δ_{CP} spielen keine entscheidende Rolle.

Abbildung 7.4 zeigt den erwarteten statistischen Fehler der Größen Δm_{31}^2 und $\sin^2 2\theta_{23}$ in Abhängigkeit von den Neutrino-fabrik-Parametern Baseline-Länge L und Myonen-Energie E_μ für $N_\mu m_{\text{kt}} = 2 \cdot 10^{21} \text{ kt year}$. Für Strahlenergien oberhalb von 20 GeV und für Baselines länger als 2000 km nimmt der statistische Fehler von Δm_{31}^2 Werte zwischen 8% und 16% an. Für nicht zu kleine Myonen-Energien ist das Überschreiten dieser Baseline-Schwelle die wichtigste Anforderung an das Experiment. Die gerade erwähnten 2000 km definieren die Schwelle, ab der der Präzisionsverlust relativ zum Punkt mit der besten Sensitivität weniger als einen Faktor zwei beträgt. Die Lage dieses Baseline-Limits ist ungefähr invers proportional zum Wert von Δm_{31}^2 , der hier zu $3.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ gewählt wurde. Für $\Delta m_{31}^2 = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ verschiebt sich das Limit zu ca. 5000 km. Oberhalb dieser Schwelle ist der statistische Fehler kleiner als 20%. Für $\Delta m_{31}^2 = 6.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ ist das Baseline-Limit deutlich kleiner als 1000 km und der statistische Fehler überschreitet in diesem Fall 14% nicht.

Der statistische Fehler bei Messungen der Mischungswinkels θ_{23} (rechter Plot von Abbildung 7.4) ist mit minimal 6% auf dem gleichen Niveau wie der von Δm_{31}^2 . Auch hier kann eine Baseline-Schwelle angegeben werden, unterhalb der der statistische Fehler größer als das Doppelte des besten Falls ist. Für $\Delta m_{31}^2 = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ ($1.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$) liegt diese Schwelle ungefähr bei 3000 km (5000 km). Die Konturlinien in

der Abbildung deuten an, daß es einen bevorzugten Wert von L/E_μ gibt. Das ist leicht auf analytische Weise zu verstehen: Informationen über θ_{23} kommen dominant aus den totalen Raten, die im Disappearance-Kanal $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ beobachtet werden. Dieser Oszillationskanal ist nicht signifikant durch Materieeffekte beeinflusst. Nimmt man ein diskretes Neutrino-Energiespektrum an, das etwa der mittleren Neutrinoenergie im Disappearance-Kanal entspricht ($\langle E_\nu \rangle = 16/21 E_\mu$), so ist die Zahl der beobachteten Myon-Neutrino-Events ungefähr durch $N = (1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \hat{\Delta}_{31}) \Phi_{\nu_\mu}$ gegeben. Der Faktor Φ_{ν_μ} beinhaltet Fluß, Wirkungsquerschnitte und Detektormasse. Für $N_\mu m_{\text{kt}} = 2 \cdot 10^{21} \text{ kt year}$ findet man $\Phi_{\nu_\mu} = 6.910^6 (L/\text{km})^{-2} (16/21 E_\mu/\text{GeV}^2)^3$. Im Gaußschen Grenzfall, der hier eine gute Näherung darstellt, ist der relative statistische Fehler der Größe $\sin^2 2\theta_{23}$ gegeben durch

$$\left| \frac{\Delta \sin^2 2\theta_{23}}{\sin^2 2\theta_{23}} \right| = \frac{1}{\sqrt{\Phi_{\nu_\mu}}} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \hat{\Delta}_{31}}}{\sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \hat{\Delta}_{31}} = f\left(\frac{L}{E_\mu}\right) E_\mu^{-1/2}. \quad (7.1)$$

Also ist der relative Fehler von $\sin^2 2\theta_{23}$ näherungsweise eine Funktion von L/E_μ , mit einer leichten Modifikation durch den Faktor $E_\mu^{-1/2}$. Für Myonen-Energien zwischen 10 GeV und 50 GeV ergibt diese Modifikation maximal einen Korrekturfaktor von $(50/10)^{-1/2} \approx 0.45$, der den Fehler bei höheren Neutrinoenergien generell verkleinert. Der korrespondierende Plot in Abbildung 7.4 zeigt deutlich die Konturlinien mit konstantem L/E_μ . Benutzt man Gl. (7.1) mit den Parametern entsprechend Abbildung 7.4 so führt das auf einen relativen Fehler von $\sin^2 2\theta_{23}$ der Größenordnung 1/1000. Für den Parameter θ_{23} übersetzt sich dies zu einem relativen Fehler auf dem Niveau einiger Prozent. Dies ist in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen der numerischen Analyse.

Zusammenfassend: Die führenden Parameter geben keine starken Empfehlungen für die Wahl der Baseline-Länge und Myonen-Energie. Strahlenergien zwischen 30 GeV und 50 GeV sind vorzuziehen. Um eine ausreichend entwickelte Oszillation zu erzielen, muß die Baseline-Länge groß genug sein. Für den zentralen Wert von Δm_{31}^2 (Super-Kamiokande) ergibt sich ein Minimum von ca. 3000 km. Sollte es sich in Zukunft herausstellen, daß Δm_{31}^2 am unteren Ende des momentan erlaubten Bereichs ist, sollte man darauf achten, daß sich die Baseline-Schwelle ungefähr invers proportional zu Δm_{31}^2 zu höheren Werten verschiebt. Der Wert der Parameter θ_{13} und δ_{CP} spielt bezüglich der hier erhaltenen Ergebnisse keine Rolle. Die Ergebnisse hängen nur sehr schwach von ihnen ab. Allerdings ist die solare Massenaufspaltung Δm_{21}^2 mit Δm_{31}^2 korreliert. Dies kann die statistischen Fehler bei Messungen von Δm_{31}^2 verschlechtern. Dieser wichtige Punkt wird im folgenden noch detaillierter untersucht.

7.3.2 Abhängigkeit von Fluß und Detektormasse $N_\mu m_{\text{kt}}$

Der Einfluß von $N_\mu m_{\text{kt}}$, dem Produkt aus der Zahl der gespeicherten Myonen pro Jahr und der Masse des Neutrino-detektors in Kilotonnen, ist in Abbildung 7.5 ge-

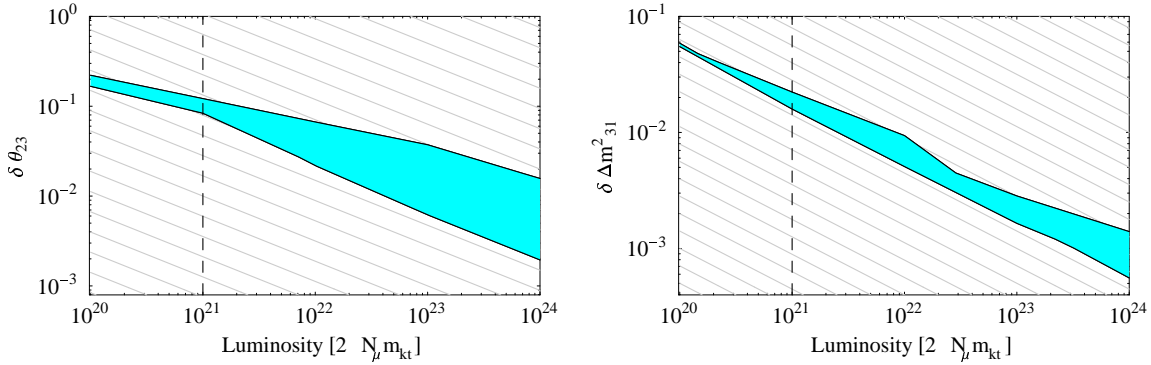


Abbildung 7.5: Statistischer Fehler von θ_{23} (links) und Δm_{31}^2 (rechts) als Funktion von $N_\mu m_{\text{kt}}$, dem Produkt aus der Zahl der gespeicherten Myonen pro Jahr und der Masse des Neutrino­detektors in Kilotonnen. Die schattierten Bänder zeigen den Bereich, der durch Variation der Parameter θ_{13} und Δm_{21}^2 ($0 \leq \sin^2 2\theta_{13} \leq 10^{-1}$, $10^{-5} \leq \Delta m_{21}^2 \leq 10^{-4}$) abgedeckt wird. Die Berechnung von $\delta(\theta_{23})$ wurde bei 50 GeV Myonen-Energie und einer Baseline-Länge von 7000 km ($\delta\theta_{23}$) bzw. 3000 km ($\delta\Delta m_{31}^2$) durchgeführt. Die hellen schrägen Linien im Hintergrund demonstrieren zum Vergleich eine rein Gaußsche Abhängigkeit.

zeigt. Der Abfall des statistischen Fehlers mit zunehmendem $N_\mu m_{\text{kt}}$ folgt ungefähr der Vorhersage einer rein Gaußschen Statistik ($1/\sqrt{N_\mu m_{\text{kt}}}$), die in den Plots durch die hellen, parallelen Linien im Hintergrund angedeutet ist. Die Breite der schattierten Bänder wird durch Variation der nächstführenden und solaren Parameter generiert und drückt das Unwissen über diese Parameter aus. Dieser Einfluß nimmt mit steigender Luminosität zu, da die statistischen Fehler kleiner werden und damit die relative Größe der Unsicherheiten durch die unbekannt­en Parameter größer wird.

7.3.3 Korrelation zwischen Δm_{31}^2 und Δm_{21}^2

Ein wichtiges Ergebnis folgt aus der genaueren Studie der zum Gesamtfehler von Δm_{31}^2 zählenden Einzelbeiträge: Für spezielle Werte von L und E_μ wird der statistische Fehler von Δm_{31}^2 durch die Korrelation mit dem solaren Parameter Δm_{21}^2 dominiert. Diese Tatsache ist in Abbildung 7.6 dargestellt, die das Ergebnis aller 2-Parameter-Fits von Δm_{31}^2 mit den restlichen Oszillationsparametern zeigt. Dem Plot ist zu entnehmen, daß der dominante Beitrag zum statistischen Fehler von Δm_{31}^2 von den Unsicherheiten auf Δm_{21}^2 und θ_{12} stammt. Das legt nahe, daß in diesen Fällen externe Information über Δm_{21}^2 und θ_{12} von anderen Experimenten die Präzision der Messungen von Δm_{31}^2 deutlich verbessern kann. Mit Abbildung 7.7 wird dieser Punkt detaillierter untersucht: Dort wird der resultierende statistische Fehler von Δm_{31}^2 als Funktion von $\delta(\Delta m_{21}^2)$ (der Unsicherheit von Δm_{21}^2 externer Messungen) geplottet. $\delta(\Delta m_{21}^2)$ ist der logarithmische Fehler der definiert ist als $\Delta m^2 \in [\Delta m_0^2/\delta(\Delta m^2), \Delta m_0^2 \cdot \delta(\Delta m^2)]$. Das schattierte Band markiert den ungefähr erwarteten Wert von $\delta(\Delta m_{21}^2)$ in Messungen des in Kürze startenden

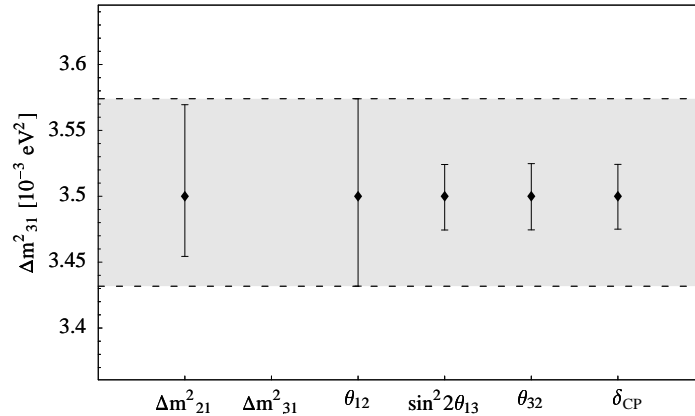


Abbildung 7.6: Fehlerbalken aller 2-Parameter-Fits die den Parameter Δm_{31}^2 involvieren. Der gesamte Fehler (grau schattiert) wird dominiert durch den Beitrag von den Fits gegen Δm_{21}^2 und θ_{12} . Fittet man Δm_{31}^2 nur gegen θ_{23} , so wird dadurch der Fehler von $\delta(\Delta m_{31}^2)$ deutlich unterschätzt. Die Berechnung wurde durchgeführt mit $L = 8000 \text{ km}$, $E_\mu = 50 \text{ GeV}$, $\theta_{12} = \pi/4$, $\sin^2 2\theta_{13} = 10^{-3}$, $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4} \text{ eV}^2$ und $N_\mu m_{\text{kt}} = 2 \cdot 10^{21} \text{ kt year}$.

KamLAND-Experiments [121]. Die beiden Plots demonstrieren, daß die Integration von KamLAND-Input den statistischen Fehler von Δm_{31}^2 um bis zu einen Faktor drei verbessern kann. Diese Aussage gilt allerdings nur für spezielle Baseline-Längen. Für kürzere Baselines ist die Korrelation zwischen Δm_{31}^2 und Δm_{21}^2 nicht sehr ausgeprägt.

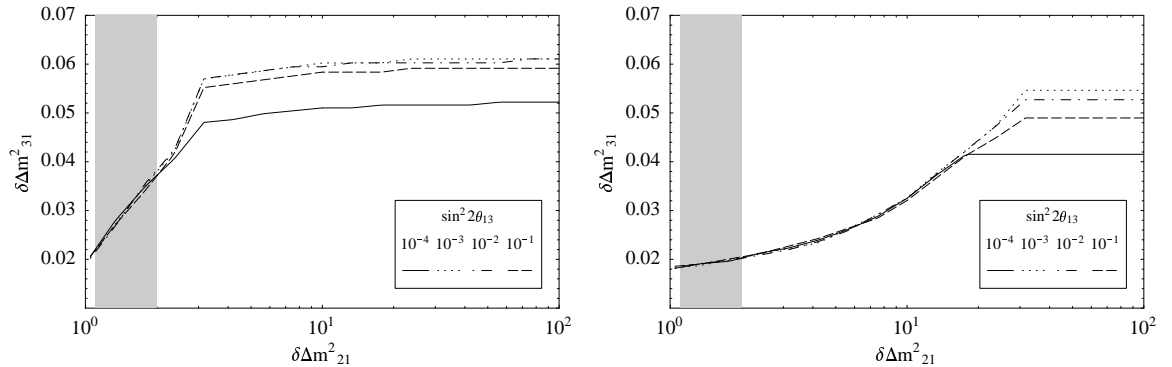


Abbildung 7.7: Statistischer Fehler von Δm_{31}^2 als Funktion von $\delta(\Delta m_{21}^2)$, dem logarithmischen Fehler (Definition siehe Text) von Δm_{21}^2 externer Messungen (z.B. durch das KamLAND-Experiment). Der schattierte Bereich zeigt den von KamLAND erwarteten Wert von $\delta(\Delta m_{21}^2)$ an [121]. Die Berechnung wurde für $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4} \text{ eV}^2$ (linker Plot) bzw. für $\Delta m_{21}^2 = 10^{-5} \text{ eV}^2$ (rechter Plot), sowie $\theta_{12} = \pi/4$ durchgeführt. Die verschiedenen Linientypen repräsentieren verschiedene Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ (10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} , 10^{-1}).

7.4 Messung von θ_{13}

Dem Klassifizierungsschema aus Abschnitt 7.1 folgend soll nun zur Diskussion der nächstführenden Parameter übergegangen werden. Im Zentrum steht dabei der Mischungswinkel θ_{13} . Information über θ_{13} wird hauptsächlich aus den Appearance-Wahrscheinlichkeiten $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ und $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)$ gewonnen, die Terme enthalten, die proportional zu $\sin 2\theta_{13}$ und $\sin^2 2\theta_{13}$ sind. Für nicht zu kleine Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ hängen die in diesem Abschnitt präsentierten Ergebnisse nicht signifikant von den solaren Parametern Δm_{21}^2 , θ_{12} und δ_{CP} ab. In diesem Fall ist mit einem Neutrino-fabrikexperiment eine Messung von θ_{13} leicht möglich. Für kleine Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ nahe der Sensitivitätsgrenze können die Parameter Δm_{21}^2 , θ_{12} und δ_{CP} allerdings einen deutlichen Einfluß auf Messungen von θ_{13} haben. Korrelationen mit den solaren Parametern können in diesem Fall die Präzision einer Messung von θ_{13} deutlich verschlechtern.

7.4.1 Optimierung der Baseline-Länge L und der Myonen-Energie E_μ

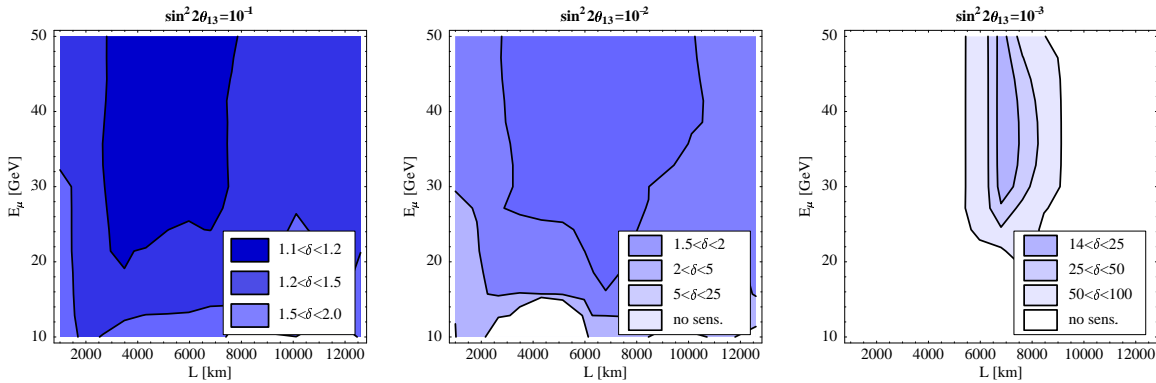


Abbildung 7.8: Statistischer Fehler von Messungen der Größe $\sin^2 2\theta_{13}$ als Funktion der Baseline-Länge L und der Myonen-Energie E_μ für $\Delta m_{31}^2 = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{23} = 1$, $N_\mu m_{\text{kt}} = 2 \cdot 10^{21} \text{ kt year}$ und drei verschiedene Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ (10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3}). Dunkel schattiert sind die zu bevorzugenden Regionen. Die Parameter Δm_{21}^2 und δ_{CP} spielen eine wesentliche Rolle nur für kleine Werte von θ_{13} . Hier werden sie als nicht bekannt angenommen (siehe diesbezüglich auch Abschnitt 6.5).

Der statistische Fehler von $\sin^2 2\theta_{13}$ in Abhängigkeit der Parameter Baseline-Länge L und Strahlenergie E_μ ist in Abbildung 7.8 graphisch dargestellt. Die geplottete Größe δ ist definiert als

$$\delta := \max\{(z_{\text{min}}/z_0)^{-1}, z_{\text{max}}/z_0\}, \quad (7.2)$$

wobei $z = \sin^2 2\theta_{13}$ und die Indizierung sich auf zentralen Wert (0), bzw. den minimalen Wert (min) und den maximalen Wert (max) bezieht, die kompatibel

$\sin^2 2\theta_{13}$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
$\Delta m_{31}^2 = 6.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$	1.1	1.2	2.1	10
$\Delta m_{31}^2 = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$	1.1	1.5	14	–
$\Delta m_{31}^2 = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$	3.3	180	–	–

Tabelle 7.1: Statistischer Fehler δ in Messungen von $\sin^2 2\theta_{13}$ für verschiedene Werte von Δm_{31}^2 . Die Größe δ , deren Werte in der Tabelle aufgelistet sind, ist in Abbildung 7.8 graphisch als Funktion der Baseline-Länge und der Myonen-Energie dargestellt. Eine detaillierte Erklärung der Größe δ ist im Text gegeben.

sind mit den simulierten Daten. Für Werte von δ nahe 1, ist die Größe $\delta - 1$ näherungsweise gleich dem relativen Fehler der Messung. $\delta = 10(100)$ bedeutet eine (zwei) Größenordnung(en) Unsicherheit auf die zu messende Größe. Da der Fehler stark vom Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ abhängt, sind drei Plots für die jeweils unterschiedlichen Werte $\sin^2 2\theta_{13} = (10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3})$ gegeben. Für $\sin^2 2\theta_{13} = 10^{-1}$ (linker Plot) ist die Sensitivität gut und erreicht Werte zwischen 10% und 20% relativer Fehler bei Baselines zwischen 3000 km und 8000 km und bei einer Strahlenergie von über 20 GeV. Für $\sin^2 2\theta_{13} = 10^{-2}$ (mittlerer Plot) sind immerhin Fehler bis zu etwa 50% erreichbar. Nahe der Sensitivitätsgrenze von $\sin^2 2\theta_{13} = 10^{-3}$ (rechter Plot) ist die Situation besonders interessant. Die Information reicht immer noch aus, um $\sin^2 2\theta_{13}$ mit einer Unsicherheit von ca. einer Größenordnung zu bestimmen. Aber jetzt – nahe der Sensitivitätsgrenze – sind lange Baselines zwischen 7000 km und 8000 km deutlich bevorzugt. Der Grund dafür liegt darin, daß bei sehr kleinen Werten von $\sin^2 2\theta_{13}$ Korrelationen von θ_{13} mit den solaren Parametern Δm_{21}^2 und δ_{CP} wichtig werden. Diese Korrelationen haben bei längeren Baselines einen geringeren Einfluß. Frühere Studien bezüglich der Optimierung der Baseline-Länge [88] haben diese Korrelationen nicht miteinbezogen. Als Resultat der vorliegenden Studie ergibt sich, daß der Einfluß des solaren Δm^2 Auswirkung in der Frage nach der Optimierung der Baseline-Länge haben kann. Zu beachten ist, daß nahe dem Sensitivitätslimit die Resultate stark vom genauen Wert der CP -Phase δ_{CP} abhängen. Für die hier präsentierten Ergebnisse wird angenommen, daß δ_{CP} völlig unbekannt ist. Der statistische Fehler wird für verschiedene Werte von δ_{CP} (gleichmäßig verteilt über das Definitionsintervall von δ_{CP}) berechnet und der maximale Fehler wird als Endergebnis gewertet.

In Tabelle 7.1 sind die statistischen Fehler bei Messungen der Größe $\sin^2 2\theta_{13}$ für verschiedene Werte von Δm_{31}^2 aufgelistet. Der Wert von Δm_{31}^2 hat offensichtlich starken Einfluß auf das Ergebnis. Große Werte von Δm_{31}^2 verbessern die Präzision, während kleinere Werte eine Messung von θ_{13} erschweren.

7.4.2 Korrelation zwischen θ_{13} und den solaren Parametern Δm_{21}^2 und δ_{CP}

Bei der Studie von simulierten Messungen der CP -Phase δ_{CP} wurde erkannt, daß die bestehende Korrelation von δ_{CP} mit dem Mischungswinkel θ_{13} möglicherweise die Messung des Effekts der CP -Verletzung behindern kann [115]. Der Einfluß dieser Korrelation auf die zu erwartende Präzision von Messungen des Mischungswinkels θ_{13} wurde bisher allerdings noch nicht diskutiert. Schon bei der obigen Baseline-Diskussion wurde demonstriert, daß im Fall von kleinen Werten von θ_{13} Korrelationen mit den solaren Parametern δ_{CP} und Δm_{21}^2 einen drastischen Einfluß auf den statistischen Fehler von Messungen von $\sin^2 2\theta_{13}$ haben können. Um dies zu illustrieren zeigt

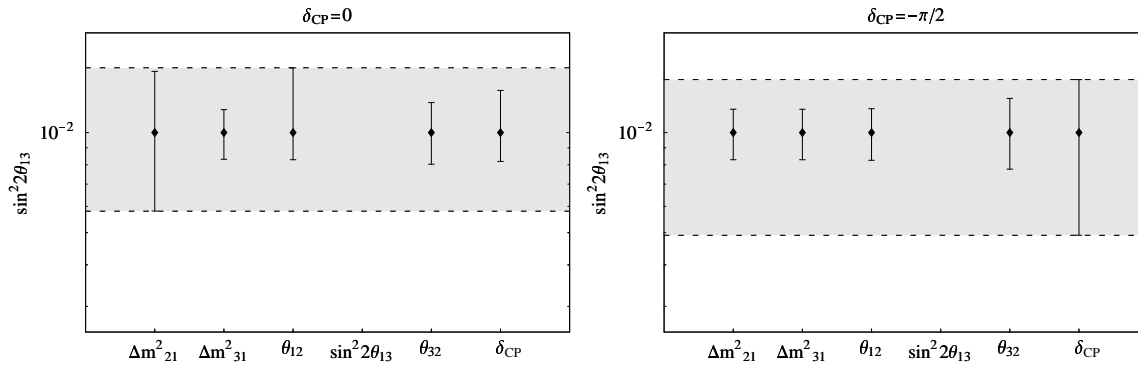


Abbildung 7.9: Fehlerbalken aller 2-Parameter-Fits mit $\sin^2 2\theta_{13}$ für $\delta_{CP} = 0$ (linker Plot) und $\delta_{CP} = \pi/2$ (rechter Plot). Der totale Fehler (grau schattierte Region) wird dominiert durch die Beiträge der Fits gegen Δm_{21}^2 (linker Plot) bzw. δ_{CP} (rechter Plot). Fittet man $\sin^2 2\theta_{13}$ nur gegen Δm_{31}^2 , kann das zu einer deutlichen Unterschätzung des Gesamtfehlers führen. Die Berechnung wurde durchgeführt mit $L = 2100$ km, $E_\mu = 50$ GeV, $\theta_{12} = \pi/4$, $\sin^2 2\theta_{13} = 10^{-2}$, $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4}$ eV² und $N_\mu m_{kt} = 2 \cdot 10^{21}$ kt year.

Abbildung 7.9 die Resultate der 2-Parameter-Fits von $\sin^2 2\theta_{13}$ gegen die restlichen Oszillationsparametern für zwei verschiedene Werte der CP -Phase δ_{CP} . Die Plots demonstrieren, daß der dominante Beitrag zum statistischen Fehler von $\sin^2 2\theta_{13}$ aus Korrelationen mit den solaren Parametern Δm_{21}^2 und δ_{CP} stammen kann. Im Fall $\delta_{CP} = 0$ (linker Plot) stammt der Hauptbeitrag aus der Korrelation mit Δm_{21}^2 . Für $\delta_{CP} = \pi/2$ (rechter Plot) gibt die CP -Phase δ_{CP} den dominanten Beitrag zum totalen Fehler. Daß die Korrelation mit Δm_{21}^2 eine deutliche Rolle bei Messungen des Mischungswinkels $\sin^2 2\theta_{13}$ spielt, wurde bisher übersehen und in älteren Studien außer acht gelassen.

Der Einfluß der solaren Parameter Δm_{21}^2 und δ_{CP} auf Messungen von θ_{13} kann qualitativ durch eine analytische Betrachtung verstanden werden: Für kleine Werte von θ_{13} nahe am Sensitivitätslimit sind alle vier Terme im Ausdruck für die Oszillationswahrscheinlichkeit (4.21) von ähnlicher Größe und damit gleichermaßen wichtig. Der erste, führende Term hat immer ein positives Vorzeichen. Das Vorzeichen

des zweiten Terms $\propto \alpha \sin \delta_{\text{CP}} \sin^2 2\theta_{13}$ hängt vom Wert der CP -Phase δ_{CP} ab sowie davon, ob Neutrinos oder Antineutrinos betrachtet werden. Da in diese Studie Neutrino- sowie Antineutrino-Kanäle eingehen, kann dieser Term beide Vorzeichen besitzen. Das Vorzeichen des dritten Terms $\propto \alpha \cos \delta_{\text{CP}} \sin^2 2\theta_{13}$ ist bestimmt durch den Wert von δ_{CP} . Das Vorzeichen der vierten Terms $\propto \alpha^2$ ist immer positiv. Ist $\cos \delta_{\text{CP}} < 0$, kann ein Zuwachs (bzw. eine Abnahme) in θ_{13} kompensiert werden durch eine Vergrößerung (bzw. Verkleinerung) von Δm_{21}^2 . In diesem Fall hat das Problem seinen Ursprung in der Korrelation von θ_{13} und δ_{CP} , da alle Terme, die δ_{CP} enthalten, proportional zu $\Delta m_{21}^2 \sin^2 2\theta_{13}$ sind und dieses Produkt nicht sehr gut zu bestimmen ist. Auch die Event-Raten sind in diesem Fall deutlich kleiner, was zu einem Verlust an statistischer Signifikanz führt, besonders wenn θ_{13} nahe an der Sensitivitätsgrenze liegt. Ist $\cos \delta_{\text{CP}} > 0$, kann eine Vergrößerung (bzw. Verkleinerung) von θ_{13} kompensiert werden durch eine Verkleinerung (bzw. Vergrößerung) von Δm_{21}^2 . Deshalb kann das Produkt $\Delta m_{21}^2 \sin^2 2\theta_{13}$ recht gut bestimmt werden. In diesem Fall, in dem die Korrelation von $\sin^2 2\theta_{13}$ mit Δm_{21}^2 Probleme bereitet, hilft die Hinzunahme externer Informationen über Δm_{21}^2 (z.B. aus zukünftigen KamLAND-Resultaten) um das Gesamtergebnis bei der Messung von θ_{13} zu verbessern.

Es ist auch möglich, zu verstehen, warum längere Baselines um 7000 km im Fall der LMA-Lösung bei kleinen Werten von θ_{13} bevorzugt sind: Die relative Größe der Terme, die δ_{CP} enthalten nimmt mit zunehmender Baseline-Länge ab. Deshalb sollten längere Baselines prinzipiell besser geeignet sein. Für zu lange Baselines tritt allerdings der $1/L^2$ -Abfall der Event-Raten ins Spiel und verschlechtert das Ergebnis wiederum. Eine numerische Berechnung zeigt, daß Baselines um ca. 7000 km eine gute Wahl sind. Kürzere Baselines profitieren deutlich von externem Input über Δm_{21}^2 falls (und nur falls) $\cos \delta_{\text{CP}} > 0$.

Es ist wichtig zu beachten, daß für kleine Werte von θ_{13} und große Werte von Δm_{21}^2 die Beiträge zum totalen Fehler der Messung von θ_{13} aus dem Sektor der solaren Parameter wichtige Korrekturen liefern und nicht zu vernachlässigen sind. Für kleinere Werte von Δm_{21}^2 werden diese Beiträge kleiner, so daß im Grenzfall $\Delta m_{21}^2 = 0$ kein Einfluß der solaren Parameter Δm_{21}^2 , θ_{12} und δ_{CP} übrig bleibt. Die gleiche Aussage gilt auch für kleine Werte von θ_{12} (SMA-Lösung).

7.4.3 Sensitivitätsgrenze der Messungen von θ_{13}

Als „Sensitivitätsgrenze“ der Messung des Mischungswinkels θ_{13} wird hier der maximale Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ bezeichnet, bei dem die experimentellen Daten auf einem Signifikanzniveau von 99% kompatibel mit der Hypothese $\sin^2 2\theta_{13} = 0$ sind. Messungen von Werten verschieden von Null sind nur oberhalb der Sensitivitätsgrenze möglich. Die Sensitivitätsgrenze als Funktion der solaren Massenquadratdifferenz Δm_{21}^2 ist im rechten Plot der Abbildung 7.10 gezeigt. Die verschiedenen Linientypen stehen für verschiedene Baseline-Längen. Für sehr kleine Werte von Δm_{21}^2 sind Messungen von θ_{13} möglich bis hinunter zu Werten von $\sin^2 2\theta_{13} \simeq 10^{-4}$. Baselines zwischen 2000 km und 7000 km ergeben ungefähr gleiche Ergebnisse. Das Sensi-

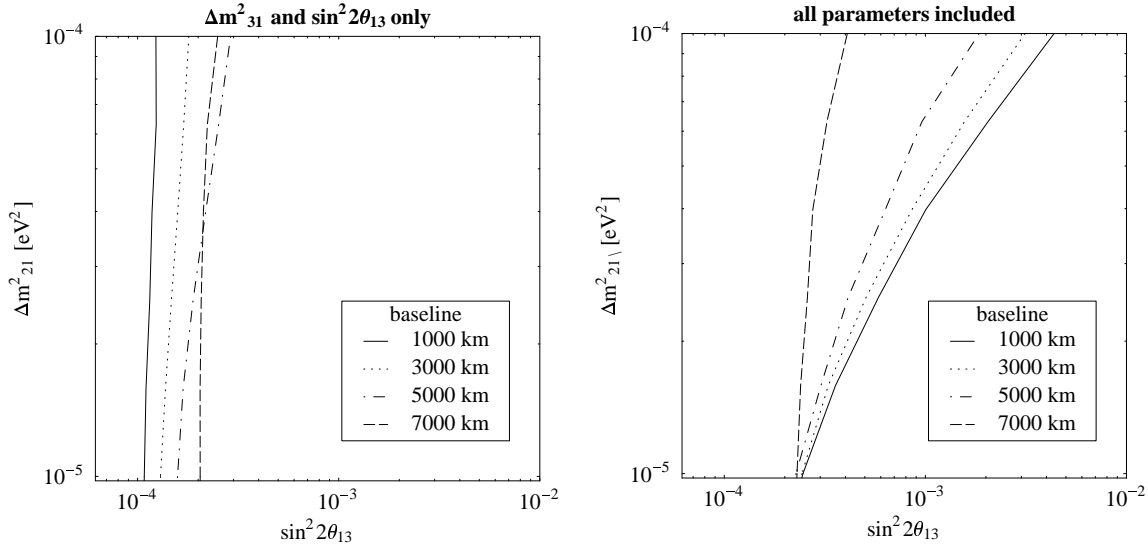


Abbildung 7.10: Sensitivitätsgrenze für Messungen von $\sin^2 2\theta_{13}$. Im Bereich links der vertikalen Linien sind Messungen von θ_{13} auf einem Signifikanzniveau von 99% mit $\sin^2 2\theta_{13} = 0$ kompatibel. Die Berechnung wurde durchgeführt mit einer Strahlenergie von 50 GeV. Die verschiedenen Linientypen stehen für verschiedene Baseline-Längen und sind in der Legende definiert. Für einen Vergleich mit früheren Studien zeigt der linke Plot die Ergebnisse, die mit nur einem 2-Parameter-Fit von $\sin^2 2\theta_{13}$ gegen Δm_{31}^2 erzielt wurden. Der rechte Plot zeigt das gleiche Ergebnis, falls alle Parameter miteinbezogen werden.

vitätslimit variiert in diesem Fall nur um ca. einen Faktor Zwei. Mit zunehmendem Δm_{21}^2 wird der Einfluß der Parameter Δm_{21}^2 und δ_{CP} stärker, was die Sensitivitätsgrenze um mehr als eine Größenordnung (bei kurzen Baselines) verschlechtert. Der linke Plot zeigt die gleichen Ergebnisse, falls nur ein 2-Parameter-Fit von θ_{13} gegen Δm_{31}^2 durchgeführt wird. Die Korrelation mit Δm_{21}^2 und δ_{CP} wird damit außer acht gelassen und δ_{CP} ist fest auf den Wert Null gesetzt. In diesem Fall ist die Sensitivitätsgrenze nahezu unabhängig vom Wert von Δm_{21}^2 . Vergleicht man die beiden Plots, so zeigt sich deutlich, daß mit der vereinfachten Methode bei großen Werten von Δm_{21}^2 die Fähigkeiten des Experiments deutlich überschätzt würden, insbesondere bei Baselines unterhalb 7000 km, die derzeit für den Bau einer realistischen Neutrino-fabrik in Erwägung gezogen werden. Dieses Resultat ist wichtig, da es darauf hindeutet, daß im Fall der LMA-Lösung eine Messung von θ_{13} bei einer längeren Baseline in Betracht zu ziehen ist.

Die Abhängigkeit der θ_{13} -Sensitivitätsgrenze vom Parameter $N_{\mu} m_{\text{kt}}$ ist in Abbildung 7.11 gezeigt. Das Skalierungsverhalten ist näherungsweise Gaußsch., d.h. es ist ungefähr proportional zu $\sqrt{N_{\mu} m_{\text{kt}}}^{-1}$. Bei höheren Luminositäten werden systematische Fehler die statistischen Fehler dominieren und die Kurve läuft in Realität in eine Sättigung.

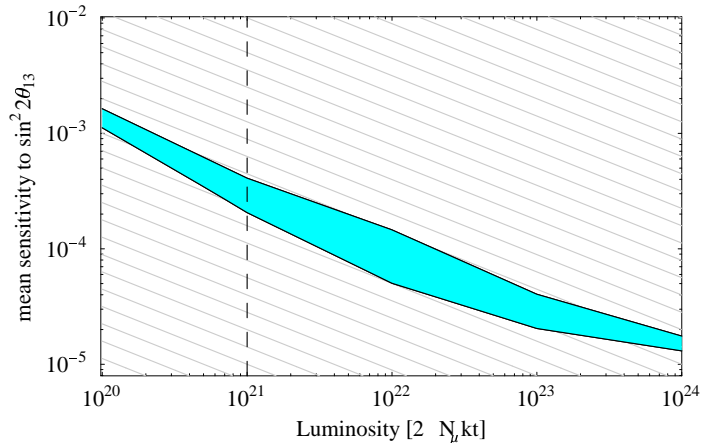


Abbildung 7.11: Sensitivitätsgrenze (siehe Text für eine detaillierte Definition) der Messungen von $\sin^2 2\theta_{13}$ als Funktion von $N_\mu m_{\text{kt}}$, der Zahl der gespeicherten Myonen pro Jahr und der Masse des Detektors in Kilotonnen. Das Breite der Linie entsteht durch Variation der solaren Parameter Δm_{21}^2 und δ_{CP} ($10^{-5} \leq \Delta m_{21}^2 \leq 10^{-4}$, $-\pi < \delta_{\text{CP}} < \pi$). Die Berechnung wurde durchgeführt bei einer Baseline-Länge von 7000 km und 50 GeV Myonen-Energie. Die vertikale gestrichelte Linie zeigt die Luminosität einer typischen Neutrino-Fabrik mit einem 10 kt Eisendetektor.

7.5 Sensitivitätsgrenze für die Bestimmung von $\text{sgn } \Delta m_{31}^2$

Die Bestimmung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 und damit die Differenzierung zwischen normaler und invertierter Massenhierarchie wird in Oszillationsexperimenten dadurch ermöglicht, daß die MSW-Resonanz – abhängig vom Vorzeichen von Δm_{31}^2 – entweder im Neutrino- oder im Antineutrino-Kanal auftritt. Deshalb ist es für eine entsprechende Messung wichtig, eine gute Sensitivität im Energiebereich der MSW-Resonanz zu realisieren. In den Arbeiten [89, 108, 114] wurde gezeigt, daß die Sensitivitätsgrenze, oberhalb der eine Messung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 möglich ist, näherungsweise identisch ist mit der θ_{13} -Sensitivitätsgrenze. Aus diesem Grund wird hier nicht weiter auf dieses Thema eingegangen sondern auf Abbildung 7.11 verwiesen, deren Graphen auch interpretiert werden können als Sensitivitätsgrenze oberhalb der eine Bestimmung von $\text{sgn } \Delta m_{31}^2$ möglich ist. Diese Betrachtungsweise ist im Fall eines positiven Δm_{31}^2 korrekt. Im Fall eines negativen Δm_{31}^2 ergibt sich ein leichter Unterschied aufgrund der unterschiedlichen Wirkungsquerschnitte von Neutrinos und Antineutrinos.

7.6 Nachweis des Materieeffekts

Materieeffekte bewirken eine Abweichung der Gesamtzahl von Wrong-sign-Myonen-Raten in Materie $n_{\mu^+}(\mu^-)$, $n_{\mu^-}(\mu^+)$ von den entsprechenden Vakuum-Raten. Die-

se Abweichung geht für Neutrinos und Antineutrinos in gegensätzliche Richtung. Angenommen, $n_{\mu^+}(\mu^-)$ ($n_{\mu^-}(\mu^+)$) Neutrino- (Antineutrino-) Events wurden im Appearance-Kanal gemessen und $\langle n_{\mu^+}^{\text{vac}}(\mu^-) \rangle$ ($\langle n_{\mu^-}^{\text{vac}}(\mu^+) \rangle$) würden in Abwesenheit von Materie erwartet werden. Folgende Poissonsche Likelihood-Funktion (Particle Data Group [3]) liefert ein sinnvolles statistisches Maß für die Signifikanz der Abweichung:

$$\begin{aligned} \chi^2 = & 2 [\langle n_{\mu^+}^{\text{vac}}(\mu^-) \rangle - n_{\mu^+}(\mu^-)] + 2n_{\mu^+}(\mu^-) \log \frac{n_{\mu^+}(\mu^-)}{\langle n_{\mu^+}^{\text{vac}}(\mu^-) \rangle} \\ & + 2 [\langle n_{\mu^-}^{\text{vac}}(\mu^+) \rangle - n_{\mu^-}(\mu^+)] + 2n_{\mu^-}(\mu^+) \log \frac{n_{\mu^-}(\mu^+)}{\langle n_{\mu^-}^{\text{vac}}(\mu^+) \rangle} . \end{aligned} \quad (7.3)$$

Die qualitative Abhängigkeit der „Zahl der Standardabweichungen“ $n_\sigma \equiv \sqrt{\chi^2}$ von den Mischungswinkeln, dem Neutrinofluß und der Detektorgröße ist trivial, da diese Parameter einfach nur die totalen Raten skalieren:

$$n_\sigma \propto (N_\mu N_{\text{kT}})^{1/2} \quad \text{und} \quad n_\sigma \propto \sin \theta_{23} \sin 2\theta_{13} . \quad (7.4)$$

Die Abhängigkeit von n_σ von der Baseline-Länge L und der Myonen-Energie E_μ ist weniger trivial. Generell nimmt die Stärke der Materieeffekte mit zunehmender Baseline-Länge zu. Eine ausreichend lange Baseline ist damit wichtigste Voraussetzung für die Beobachtung von Materieeffekten. Die Abhängigkeit von der Myonen-Energie E_μ ist komplexer. In der hier verfolgten vereinfachten Betrachtungsweise, bei der nur die totalen Raten untersucht werden, nimmt die Signifikanz der Materieeffekte unter Vergrößerung der Myonen-Energie erst stark zu. Bei Baseline-Längen mit deutlichen Materieeffekten wird ein Maximum der Signifikanz für Strahlenergien nahe der Myonen-Energie erreicht, bei der eine maximale Zahl der Neutrinos in den Energiebereich nahe der MSW-Resonanz fallen. Nach einem leichten Abfall steigt die Signifikanz wieder an. Dies liegt daran, daß bei hohen Energien ($\gtrsim 50$ GeV) sowohl Neutrino- als auch Antineutrino-Raten stark durch Materieeffekte unterdrückt sind. Für höhere Strahlenergien ist es wichtig, den genauen Wert von θ_{13} zu kennen. Falls dies nicht der Fall ist, wird es schwierig, die Unterdrückung der Raten durch Materieeffekte von einer Unterdrückung durch kleine Werte von θ_{13} zu unterscheiden (siehe Abbildung 7.1 bei großen Baseline-Längen L). Die Abhängigkeit von n_σ von L und E_μ ist in Abbildung 7.12 für $\Delta m_{31}^2 = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ und $N_\mu N_{\text{kT}} \epsilon = 10^{21}$ gezeigt. Die Konturlinien von n_σ sind in der L - E_μ -Parameterebene geplottet. Die fetten Konturlinien entsprechen $n_\sigma = 10 \sin 2\theta_{13} \cdot \{1, 2, 4, 8, 16\}$. Der linke Plot basiert auf einem genau bekannten Wert von θ_{13} während der rechte Plot von unbekanntem θ_{13} ausgeht und durch Variation von θ_{13} im erlaubten Bereich berechnet wurde. Mit dieser einfachen Methode, die auf den totalen Raten basiert, ist im Fall eines bekannten Wertes von θ_{13} jede Baseline-Länge L über ca. 4000 km geeignet ($\Delta m_{31}^2 = 3.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ und $E_\mu = 20 \text{ GeV}$). Die Sensitivität für Materieeffekte steigt dabei mit zunehmendem L . Für $E_\mu = 50 \text{ GeV}$ variiert die Sensitivität kaum im Bereich $L \gtrsim 4000 \text{ km}$. Je nach Vorzeichen von Δm_{31}^2 sind für Baselines $L \gtrsim 3000 \text{ km}$ entwe-

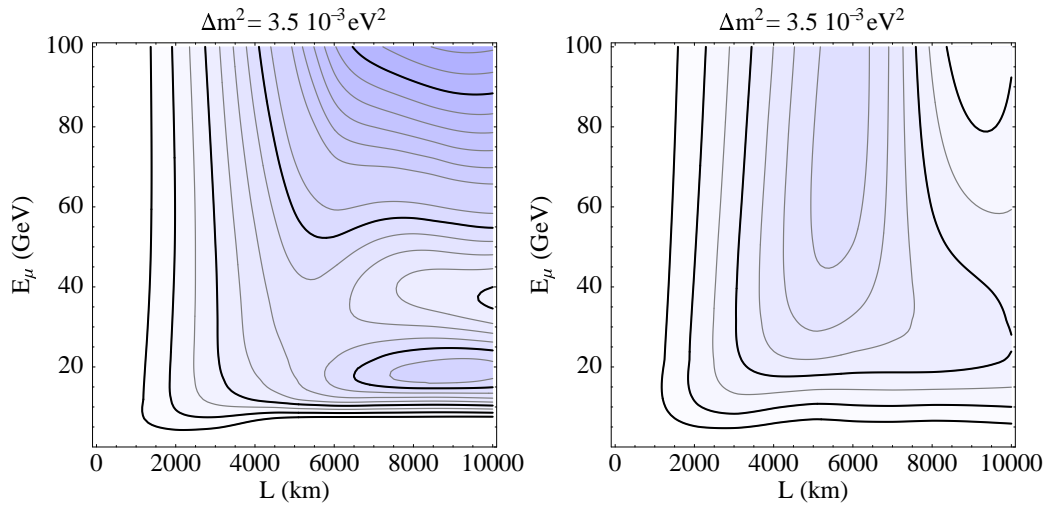


Abbildung 7.12: Konturlinien von n_σ in der L - E_μ -Parameterenebene für $\Delta m_{31}^2 = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ und $N_\mu N_{kT} \epsilon = 10^{21}$. Die dicken Linien entsprechen $n_\sigma = 10 \sin 2\theta_{13} \cdot \{1, 2, 4, 8, 16\}$. Der linke Plot basiert auf exakt bekanntem θ_{13} während der rechte Plot durch Variation von θ_{13} im erlaubten Bereich erhalten wurde.

der die Neutrinos im $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ oder im $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ Kanal resonant. Weitere Details zum Nachweis von Materieeffekten finden sich in Referenz [89].

7.7 Messungen der solaren Parameter Δm_{21}^2 , θ_{12} und δ_{CP}

Ob es mit einer NeutrinoFabrik möglich ist, die solaren Parameter θ_{12} , Δm_{21}^2 und δ_{CP} zu messen, hängt entscheidend von den Parametern θ_{13} , θ_{12} und Δm_{21}^2 ab. Um einen signifikanten Einfluß auf die gemessenen Event-Raten zu sehen, ist es unbedingt notwendig, daß die LMA-Lösung die korrekte Beschreibung der solaren Neutrinooszillation darstellt. Im Vergleich zu den im vorhergehenden Abschnitt präsentierten Ergebnissen, die nicht vom Wert von θ_{12} abhängen, ist dies eine wichtige zusätzliche Einschränkung, die darüber entscheidet, ob eine Messung der CP -verletzenden Phase δ_{CP} möglich ist oder nicht. Nimmt man nun an, daß die LMA-Lösung realisiert ist, so gilt es immer noch zu beachten, daß die Größe der Effekte von solaren Parametern proportional zum Wert von Δm_{21}^2 sind, der innerhalb des LMA-Bereichs immer noch zwischen ca. $2 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ und $2 \cdot 10^{-4} \text{ eV}^2$ (99% Konfidenz-Level) [123] variieren kann.

Im Folgenden werden erst, getrennt von der CP -Phase, die Fähigkeiten der NeutrinoFabrik bezüglich Messungen der Parameter θ_{12} und Δm_{21}^2 diskutiert. Dabei wird speziell Wert auf einen Vergleich mit Messungen des KamLAND-Experiments gelegt. Es wird gezeigt, daß eine NeutrinoFabrik in erster Linie nur das Produkt $\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12}$ bestimmen kann. Eine separate Bestimmung der Parameter Δm_{21}^2 und θ_{12} ist auf-

grund deren starker Korrelation nur ungenügend möglich. KamLAND-Messungen weisen bei diesen Messungen eine bei weitem bessere Präzision auf. Im Anschluß daran wird dann auf die Messung der CP -Phase δ_{CP} eingegangen. Diskutiert wird insbesondere die Abhängigkeit solcher Messungen von Neutrinofluß bzw. Detektormasse, sowie von den Parametern θ_{13} und Δm_{21}^2 . Welche Baseline-Länge bzw. Strahlenergie am besten für entsprechende Messungen geeignet ist, wird ebenfalls untersucht.

7.7.1 Die Korrelation von θ_{12} und Δm_{21}^2

Für $\Delta m_{21}^2 < 10^{-4} \text{ eV}^2$ hängen die Appearance-Oszillationswahrscheinlichkeiten nur vom Produkt $\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12}$ (siehe Gl. 4.21) ab. Aus diesem Grunde kann eine starke Korrelation der Parameter θ_{12} und Δm_{21}^2 erwartet werden. Der obere Plot in Abbildung 7.13 zeigt beispielsweise das Resultat eines 2-Parameter-Fits von θ_{21} und Δm_{21}^2 gegen die Appearance-Kanal-Raten. Ein Vergleich mit der gestrichelten Linie, die den konstanten Wert $\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12} = 10^{-4} \text{ eV}^2$ repräsentiert, zeigt deutlich, daß die Messung tatsächlich nur sensitiv auf das Produkt $\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12}$ ist. Für größere Werte von Δm_{21}^2 kann diese Korrelation durch Einbezug der Disappearance-Raten aufgehoben werden (siehe unterer Plot in Abbildung 7.13). Die nächstführenden Parameter in den Disappearance-Wahrscheinlichkeiten hängen nur vom Produkt $\Delta m_{21}^2 \cos^2 \theta_{12}$ ab, was eine Aufhebung der Entartung von Δm_{21}^2 und θ_{12} bewirkt. Falls allerdings Δm_{21}^2 sehr klein ist, verliert der α^2 -Terms in den Disappearance-Wahrscheinlichkeiten an Bedeutung und es ist wiederum kaum separate Information über θ_{12} und Δm_{21}^2 zu erzielen. Abbildung 7.14 zeigt die Resultate von 2-Parameter-Fits von θ_{12} und Δm_{21}^2 gegen die kombinierten Raten aus Appearance- und Disappearance-Kanal für verschiedene Werte von Δm_{21}^2 und θ_{12} . Das simulierte Experiment wurde mit einer Luminosität von $N_\mu m_{kt} = 2 \cdot 10^{22} \text{ kt year}$ durchgeführt, die einen Faktor zehn höher liegt, als der Standardwert dieser Arbeit. Es ist leicht zu erkennen, daß trotz des relativ hohen Werts für $N_\mu m_{kt}$ die Ergebnisse nicht besonders gut sind. Insbesondere wachsen die Fehlerellipsen drastisch mit abnehmendem θ_{12} und Δm_{21}^2 . Die Fähigkeiten einer Neutrinofabrik bezüglich Messung dieser beiden Parameter reichen bei weitem nicht an die des KamLAND-Experiments heran.

7.7.2 Korrelation von δ_{CP} mit θ_{13}

In Abschnitt 7.4 wurde demonstriert, daß die Parameter θ_{13} und δ_{CP} stark korreliert sein können. Dieser Effekt ist im rechten Plot von Abbildung 7.9 dargestellt. Die Korrelation ist offensichtlich wichtig für Studien der CP -Phase δ_{CP} und wird beispielsweise detailliert in Referenz [115] diskutiert. Dort wird darauf hingewiesen, daß unter Betrachtung des vollen Parameterraums von δ_{CP} multiple, entartete Lösungen in Fits von δ_{CP} und θ_{13} auftauchen können. Es wird in dieser Arbeit insbesondere festgestellt, daß diese Entartung möglicherweise aufgehoben werden kann durch die simultane Studie zweier Baseline-Längen oder Strahlenergien. In der vorliegenden Studie zeigt sich allerdings, daß das Auftauchen entarteter Lösungen kritisch

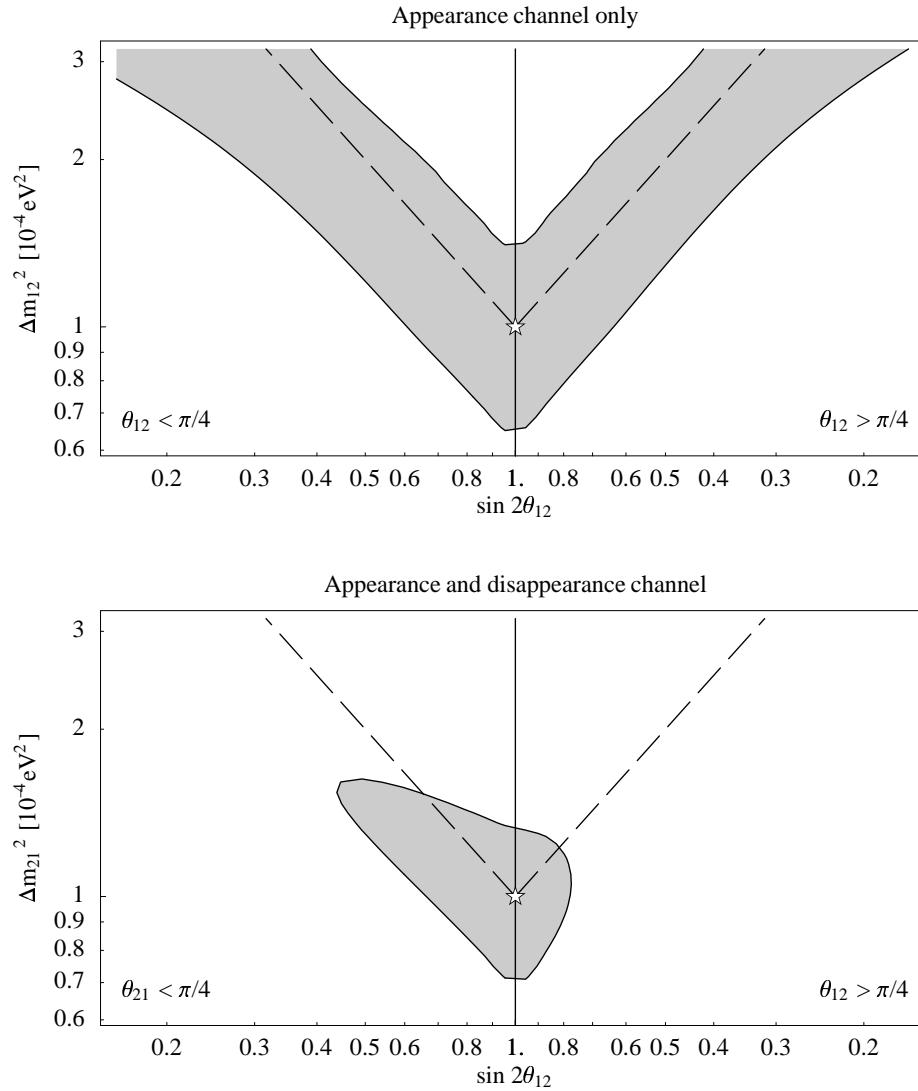


Abbildung 7.13: 3σ -Konturlinie von 2-Parameter-Fits der Parameter θ_{12} und Δm_{21}^2 gegen die simulierten Event-Raten von ausschließlich dem Appearance-Kanal (oberer Plot) und Appearance-Kanal plus Disappearance-Kanal (unterer Plot). Konstante Werte des Produkts $\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12}$ sind durch die gestrichelten Linien repräsentiert. Die Berechnung wurde durchgeführt mit 50 GeV Myonen-Energie, 3000 km Baseline-Länge, $N_\mu m_{\text{kt}} = 2 \cdot 10^{21}$ kt year, $\theta_{12} = \pi/4$, $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{13} = 10^{-3}$ (oberer Plot) und $\sin^2 2\theta_{13} = 10^{-1}$ (unterer Plot).

von der Energieauflösung des Detektors abhängt. In Abbildung 7.15 wird der Einfluß der Energieauflösung auf einen Fit von δ_{CP} und $\sin^2 2\theta_{13}$ gezeigt. Im linken Plot sind die Fit-Resultate für drei verschiedene Energieauflösungen (10%, 30% und 50%) abgebildet. Die zweite, entartete Lösung in der oberen Hälfte des Plots nimmt ab mit zunehmender Energieauflösung und verschwindet schließlich vollständig bei 10% Auflösungsvermögen. Um diesen Effekt deutlicher zu illustrieren zeigt der rech-

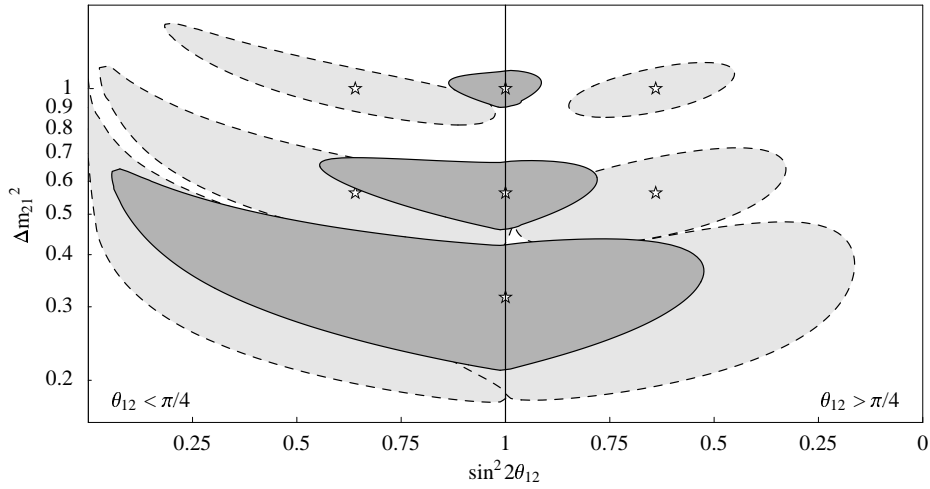


Abbildung 7.14: 2-Parameter-Fits von θ_{12} und Δm_{21}^2 gegen die kombinierten Raten aus Appearance-Kanal und Disappearance-Kanal. Die Berechnung wurde durchgeführt mit 50 GeV Myonen-Energie, 3000 km Baseline-Länge, $N_\mu m_{kt} = 2 \cdot 10^{22}$ kt year und $\sin^2 2\theta_{13} = 10^{-1}$.

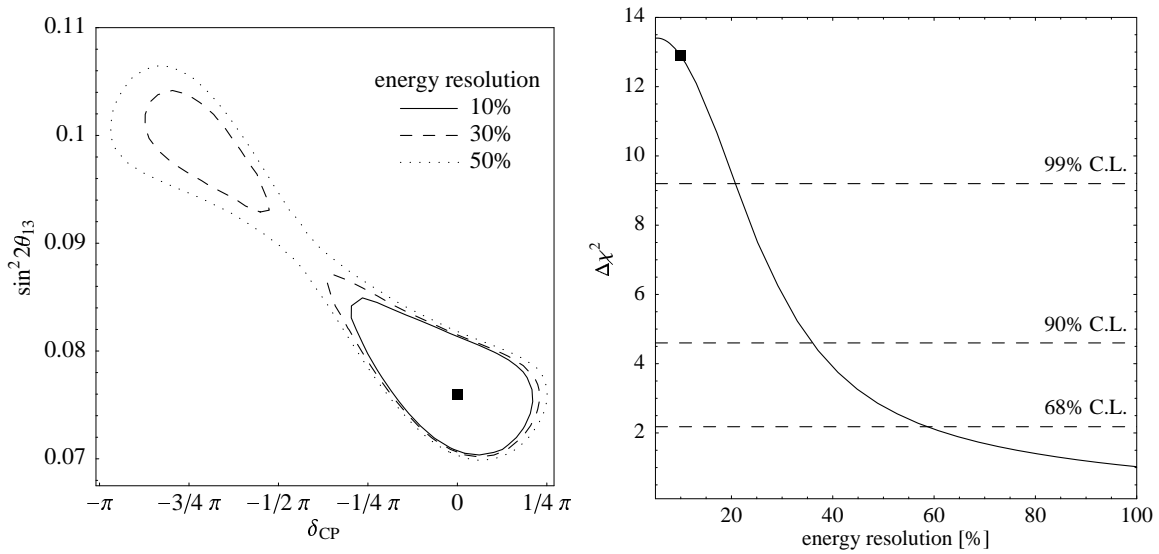


Abbildung 7.15: Fits von $\sin^2 2\theta_{13}$ und δ_{CP} für verschiedene Werte der Energieauflösung des Detektors (linker Plot) und χ^2 -Differenz zwischen den Best-fit-Punkten der zwei entartete Lösungen als Funktion der Energieauflösung (rechter Plot). Das kleine schwarze Quadrat im rechten Plot zeigt die Standard-Energieauflösung, die in dieser Studie Verwendung findet. Parameter: $E_\mu = 50$ GeV, $L = 3000$ km, $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4}$ eV².

te Plot der Abbildung die χ^2 -Differenz der Best-fit-Punkte der beiden entarteten Lösungen als Funktion der Energieauflösung des Detektors. Die gestrichelten horizontalen Linien im Plot zeigen, ab welcher Energieauflösung die zweite, entartete Lösung jeweils auf einem bestimmten Konfidenz-Level abgelehnt werden kann. Mit

einem Auflösungsvermögen von 10%, das im Rahmen dieser Arbeit standardmäßig benutzt wird, verschwindet die entartete Lösung mit mehr als 99% Konfidenz. Es wurde überprüft, daß dies für alle Werte von δ_{CP} und θ_{13} gilt. In Referenz [115] wurde die Analyse nur mit fünf Energie-Bins durchgeführt. Das entspricht einer schlechten Energieauflösung, die eine Ablehnung der entarteten Lösung nicht erlaubt.

7.7.3 Optimierung der Baseline-Länge L und der Myonen-Energie E_μ

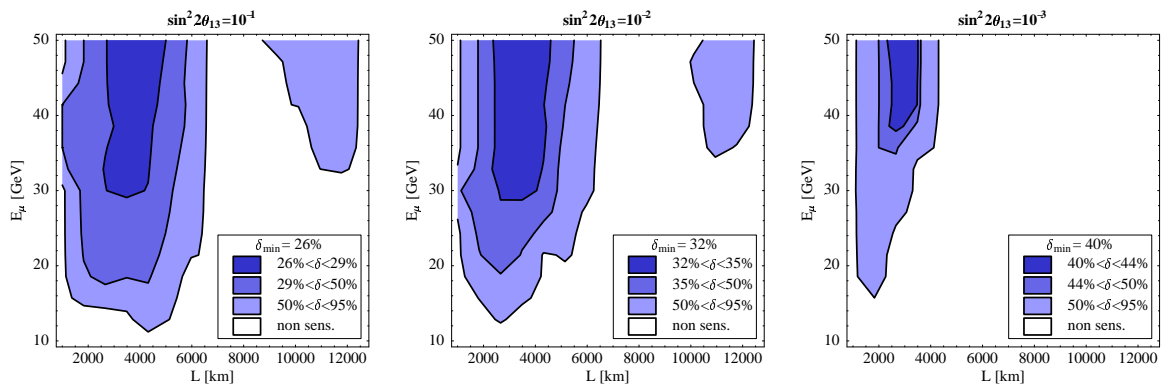


Abbildung 7.16: Resultat von Fits der CP -Phase δ_{CP} als Funktion der Baseline-Länge L und der Myonen-Energie E_μ für $\Delta m_{31}^2 = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4} \text{ eV}^2$, $\theta_{23} = \pi/4$, $\theta_{12} = \pi/4$, $N_\mu m_{kt} = 2 \cdot 10^{21} \text{ kt year}$ und drei verschiedene Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ (10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3}). Dunkel schattiert sind die bevorzugten Regionen. Die Größe δ , die hier geplottet wurde, ist der Bruchteil des Wertebereichs $[-\pi, \pi]$ von δ_{CP} in Prozent, der auf 3σ Signifikanzniveau kompatibel ist mit den simulierten Daten. Die Konturlinien entsprechen $\delta = 50\%$ bzw. $\delta = 95\%$. In den weiß schattierten Regionen ist keine Information über die CP -Phase zu gewinnen.

In Abbildung 7.16 ist der Bereich der L - E_μ -Parameterenebene gezeigt, in dem eine Messung von δ_{CP} möglich ist. Eine „Messung“ von δ_{CP} wird hier im Sinne des signifikanten Ausschlusses eines Teils des möglichen Wertebereichs von δ_{CP} verstanden. Generell liefern höhere Energien und Baselines um ca. 3000 km die besten Ergebnisse. Dieses Resultat steht in guter Übereinstimmung mit den Resultaten von Referenzen [88, 115], steht aber in deutlichem Widerspruch zu den Ergebnissen der Studien [124, 125]. Der Grund für die Diskrepanz zur zuletzt erwähnten Arbeit liegt darin, daß dort eine unterschiedliche, im allgemeinen als ungenügend befundene, statistische Methode Verwendung findet. In Tabelle 7.2 sind die optimalen Regionen der L - E_μ -Parameterenebene für verschiedene Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ noch einmal zusammengefaßt. Der Einfluß des genauen Werts von Δm_{31}^2 auf die Sensitivität und die optimalen Regionen der L - E_μ -Parameterenebene wurden ebenfalls überprüft (siehe Tabelle 7.3). Die Sensitivität wird besser (schlechter) wenn Δm_{31}^2 zunimmt (abnimmt). Die optimale Baseline scheint recht stabil zu sein gegen Änderungen von Δm_{31}^2 . Allerdings wird die optimale Energie kleiner, falls Δm_{31}^2 kleiner gewählt wird.

Δm_{31}^2	$\sin^2 2\theta_{13}$	Baseline	Strahlenergie
$6.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$	10^{-1}	2400 km $\lesssim L \lesssim$ 4200 km	$E_\mu \gtrsim 40 \text{ GeV}$
	10^{-2}	2400 km $\lesssim L \lesssim$ 4000 km	$E_\mu \gtrsim 40 \text{ GeV}$
	10^{-3}	1800 km $\lesssim L \lesssim$ 2700 km	$E_\mu \gtrsim 45 \text{ GeV}$
$3.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$	10^{-1}	2800 km $\lesssim L \lesssim$ 4500 km	$E_\mu \gtrsim 30 \text{ GeV}$
	10^{-2}	2500 km $\lesssim L \lesssim$ 4500 km	$E_\mu \gtrsim 30 \text{ GeV}$
	10^{-3}	2500 km $\lesssim L \lesssim$ 3500 km	$E_\mu \gtrsim 40 \text{ GeV}$
$1.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$	10^{-1}	keine Sens.	keine Sens.
	10^{-2}	keine Sens.	keine Sens.
	10^{-3}	keine Sens.	keine Sens.

Tabelle 7.2: Optimale Wahl der Baseline-Länge L und der Strahlenergie E_μ für Messungen der CP -Phase δ_{CP} . Die Daten der ersten drei Zeilen sind Abbildung 7.16 entnommen. Die angegebenen Intervalle sind mit den Regionen zu identifizieren, in denen der statistische Fehler $\delta(\delta_{CP})$ nicht mehr als einen Faktor 1.1 größer ist als der optimale Wert $\delta(\delta_{CP})_{\min}$. In den Abbildungen 7.16 sind diese Regionen durch die dunkelste Schattierung gekennzeichnet.

Δm_{31}^2	$\sin^2 2\theta_{13}$	Bruchteil
$6.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$	10^{-1}	22%
	10^{-2}	24%
	10^{-3}	28%
$3.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$	10^{-1}	26%
	10^{-2}	32%
	10^{-3}	40%
$1.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$	10^{-1}	100%
	10^{-2}	100%
	10^{-3}	100%

Tabelle 7.3: Bruchteil des Parameterraums der CP -Phase δ_{CP} , der von der 3σ -Akzeptanzregion abgedeckt wird. 100% bedeutet, daß keine Information über die CP -Phase aus den experimentellen Daten gewonnen werden kann. Die Werte basieren auf $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4} \text{ eV}^2$, $\theta_{23} = \pi/4$, $\theta_{12} = \pi/4$ und $N_\mu m_{kt} = 2 \cdot 10^{21} \text{ kt year}$.

7.7.4 Sensitivitätsgrenze von Messungen der CP -Phase δ_{CP}

Die zwei Parameter Δm_{21}^2 und θ_{13} kontrollieren die Stärke sämtlicher CP -verletzender Effekte der 3-Neutrino-Oszillation. Eine sehr wichtige Fragestellung besteht deshalb darin, bis hinunter zu welchen Werten dieser beiden Parameter eine experimentelle Messung der CP -Phase erfolgversprechend ist. Diese Sensitivitätsgrenze ist in Abbildung 7.17 gezeigt. Die drei dargestellten Bänder wurden mit Luminositäten $N_\mu m_{kt}$ von $2 \cdot 10^{21} \text{ kt year}$ (dunkelgrau), $2 \cdot 10^{22} \text{ kt year}$ (mittelgrau) und $2 \cdot 10^{23} \text{ kt year}$ (hellgrau) berechnet. Der obere Rand jedes Bands repräsentiert 50% statistischen Fehler.

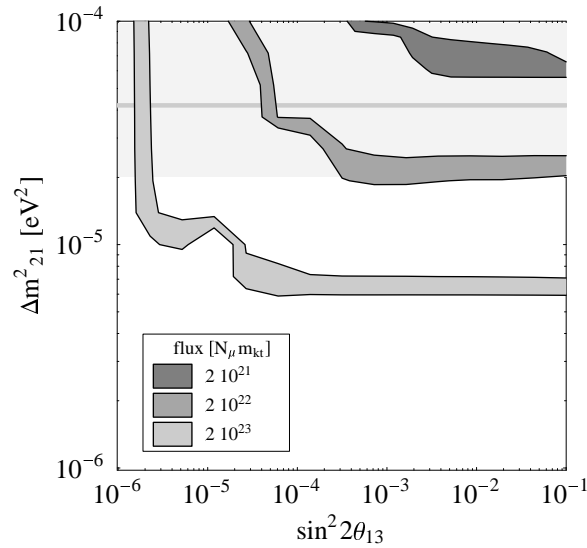


Abbildung 7.17: Sensitivitätsgrenze für Messungen der CP -Phase δ_{CP} in der θ_{13} - Δm_{21}^2 -Parameterenebene für verschiedene Werte von $N_{\mu} m_{kt}$. Der untere Rand jedes Bands repräsentiert die Sensitivitätsgrenze, unterhalb der keine Informationen über die CP -Phase aus den experimentellen Daten extrahiert werden können. Der obere Rand der Bänder entspricht gerade 50% statistischem Fehler (bei 99% C.L.) für Messungen von δ_{CP} . Dieses Resultat wurde mit einer Baseline-Länge von 3000 km erzielt. Der hellgrau schattierte Bereich im Hintergrund zeigt die Werte von Δm_{21}^2 , die mit der LMA-Lösung vereinbar sind. Die graue horizontale Linie steht für deren Best-fit-Wert.

Dies ist die Konturlinie, bei der genau die Hälfte des Wertebereichs von δ_{CP} durch das Experiment ausgeschlossen werden kann. Der untere Rand des Bands repräsentiert die Sensitivitätsgrenze unterhalb der keine Information über δ_{CP} mehr aus den experimentellen Daten gewonnen werden kann. Der hellgrau schattierte Bereich im Hintergrund weist auf den momentan erlaubten Bereich der LMA-Lösung und die grauen horizontalen Linien repräsentieren den entsprechenden Best-fit-Wert [123]. Man beachte, daß die sogenannte „initial stage“-Option mit $2 \cdot 10^{20}$ kt year nicht in diesem Plot erfaßt ist, da sie nicht genug Event-Raten liefert, um CP -Messungen zugänglich zu machen. Mit der Standard-Luminosität dieser Arbeit ($2 \cdot 10^{21}$ kt year) sind CP -Effekte nur meßbar für Werte von Δm_{21}^2 am oberen Ende der LMA-Lösung. Falls Δm_{21}^2 am unteren Ende der LMA-Lösung liegt, muß die Luminosität um mehr als einen Faktor 10 erhöht werden. In diesem Fall beginnen allerdings langsam die systematischen Fehler zu dominieren, die in dieser Studie nicht einbezogen sind.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit werden zukünftige Messungen der fundamentalen Neutrino­parameter (Massenquadratdifferenzen, Mischungswinkel und CP -Phase) an Neutrino­fabriken studiert. Ziel der Studie ist es, mittels numerischer Computersimulation und ergänzenden analytischen Berechnungen, quantitative Aussagen über die Fähigkeiten des Long-Baseline-Oszillationsprogramms einer Neutrino­fabrik zu gewinnen. Zentral sind dabei drei Fragestellungen: Unter welchen Bedingungen und wie genau lassen sich die fundamentalen Parameter bestimmen? Welche Maschinenparameter optimieren die entsprechenden Messungen?

Die experimentelle Messung fundamentaler Parameter der Teilchenphysik ist grundlegend für die Entwicklung bzw. Verbesserung von Theorien der elementaren Teilchen und ihrer Wechselwirkungen. Die Messung der CP -Phase bzw. die Suche nach CP -Verletzung spielt beispielsweise eine wichtige Rolle in Erklärungsmodellen der beobachteten quantitativen Asymmetrie zwischen Teilchenmaterie und Antiteilchenmaterie, die eine der Grundlagen unserer Existenz ist. Daß neben dem intensiv studierten Quarksektor auf analoge Weise auch die Neutrino-Oszillationsphysik zur Klärung dieser Fragestellungen beitragen kann, ist eine relativ neue Erkenntnis, die sich erst nach der Festigung der Oszillationshypothese durch experimentelle Ergebnisse der letzten Jahre durchsetzen konnte. Heute wird das „solare Neutrino­problem“ allgemein als gelöst betrachtet, wenn auch noch geklärt werden muß, welcher Lösungsansatz innerhalb des Modells richtig ist. Mit Zuversicht kann in Kürze mit einer Klärung dieser wichtigen Fragen durch die Experimente KamLAND und BOR­EXINO gerechnet werden. Durch die Ergebnisse der Experimente Super-Kamiokande und SNO hat sich das 3-Neutrino-Oszillationsmodell fest etablieren können. Insbesondere der Erfolg bei der Erklärung der atmosphärischen Neutrinoanomalie konnte dem Oszillationsmodell zum Durchbruch verhelfen.

Neutrinooszillationen implizieren nicht-verschwindende Neutrino­massen. Die vermuteten außerordentlich kleinen Neutrino­massen werden in heute bevorzugten Theorien durch ein Wechselspiel von Physik der GUT-Skala mit Physik der elektroschwachen Skala erklärt. Dieses als Seesaw-Mechanismus bekannte Modell schreibt den Neutrinos die besondere Rolle zu, Physik der GUT-Skala widerzuspiegeln. Eine Er-

klärung des beobachteten maximalen atmosphärischen Mischungswinkels ist in modernen GUT-Flavour-Modellen möglich, die Gegenstand aktueller Forschung sind. Die Thematik der Neutrinomassen sowie die Grundlagen der darauf aufbauenden Neutrinooszillationstheorie wurden in Kapitel 3 dargestellt.

Zur Fortführung der Untersuchung der fundamentalen Neutrinoparameter sind moderne Experimente mit künstlichen, hochintensiven Neutrinostrahlen notwendig. Eine erfolgversprechende Möglichkeit zur Produktion solcher Neutrinostrahlen basiert auf dem Konzept der Produktion, Beschleunigung und Speicherung von Myonen. Da Myonen sehr schnell in Elektronen und Neutrinos zerfallen, ist ihre Beschleunigung und Speicherung technisch sehr schwer zu realisieren. Im Rahmen der Myonen-Collider-Forschung werden diesbezüglich schon seit Jahren Anstrengungen unternommen. Der Zerfall der Myonen kann ausgenutzt werden, um einen intensiven, hochkollimierten Neutrinostrahl mit präzise bekannten Eigenschaften (Abschnitt 6.2) zu erzeugen. Dazu reicht eine niederenergetische Vorstufe eines Myonen-Colliders mit etwa 50 GeV Myonen-Energie aus, dessen Speicherring gerade Sektionen enthält, die auf einige tausend Kilometer entfernte Neutrinodetektoren gerichtet sind. Auf diese Weise produzierte Neutrinostrahlen sind ideal für Oszillationsexperimente geeignet. Machbarkeitsstudien zeigen, daß die für eine Neutrinofabrik benötigten neuen Technologien in den nächsten Jahren realisiert werden könnten, so daß – forschungspolitische Unterstützung vorausgesetzt – mit der Fertigstellung einer Neutrinofabrik in etwa 10 Jahren gerechnet werden kann. Eine Beschreibung des Konzepts der Neutrinofabrik und entsprechender experimenteller Szenarien wurde in Kapitel 5 gegeben.

Die in dieser Arbeit präsentierte Studie trägt dazu bei, die Fähigkeiten einer zukünftigen Neutrinofabrik zu untersuchen. Die Studie basiert auf einer in den Programmiersprachen C/C++ und Mathematica realisierten Computersimulation von Neutrinostrahl, Neutrinooszillation innerhalb der Erde und Neutrinodetektor. Das der Simulation zugrundeliegende Modell für Long-Baseline-Oszillationsexperimente wurde in Kapitel 6 beschrieben. Eine präzise statistische Behandlung der simulierten Neutrino-Ereignisraten ist Voraussetzung für eine sinnvolle quantitative Studie. Ist eine geeignete Methodik für die Extraktion von quantitativen statistischen Aussagen über die fundamentalen Parameter aus den simulierten Daten einmal gefunden, bleibt das zentrale Problem des involvierten hochdimensionalen Parameterraums bestehen. Diese Studie basiert auf einer statistischen Methode, die sämtliche Korrelationen zwischen Parametern berücksichtigt (Abschnitt 6.5), was eine wichtige Verbesserung gegenüber Arbeiten darstellt, die auf stark vereinfachende Methoden vertrauen. Um eine systematische Studie des Parameterraums zu ermöglichen, wird hier ein Klassifikationsschema propagiert, an dem sich die Darstellung und Diskussion der Ergebnisse in Kapitel 7 orientiert. Die Ergebnisse seien hier noch einmal kurz zusammengefaßt. Sind im folgenden keine spezifischen Angaben über die für die Berechnung verwendete Luminosität der Neutrinofabrik gemacht, so gelten die Aussagen für $N_\mu m_{kt} = 10^{20}$ gespeicherte Myonen pro Jahr und Detektormasse in Kilotonnen.

Präzisionsmessungen von Δm_{31}^2 und θ_{23}

Die Extraktion der führenden Oszillationsparameter Δm_{31}^2 und θ_{23} aus den dominierenden Informationen im Disappearance-Kanal ist mit Präzisionen von ca. 5% möglich. Dieser Fehler skaliert annähernd Gaußsch mit der Luminosität des Experiments. Eine Korrelation von Δm_{31}^2 und Δm_{21}^2 limitiert die Präzision dieser Messungen, weshalb es sinnvoll ist, Δm_{21}^2 -Messungen anderer Experimente einzubeziehen (Abbildung 7.7). Messungen der führenden Parameter sind weitgehend unabhängig von der Wahl der Myonen-Energie E_μ . Bezüglich der Baseline-Länge ist darauf zu achten, daß eine gewisse Schwelle (etwa 2000 km) überschritten wird, deren Wert allerdings von Δm_{31}^2 abhängt.

Messung von θ_{13}

Eine Messung des kleinen Mischungswinkels θ_{13} läuft über den Appearance-Kanal $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, dessen Amplitude proportional zu $\sin^2 2\theta_{13}$ ist. Mit den gewählten Maschinenparametern ist eine Messung möglich, falls $\sin^2 2\theta_{13}$ den Wert 10^{-4} nicht unterschreitet. Damit erschließt sich der Neutrino-Fabrik der interessante Bereich zwischen 10^{-1} (CHOOZ-Bound) und $\sin^2 2\theta_{13} = 10^{-4}$. In dieser Studie wird erstmals deutlich darauf hingewiesen, daß die Korrelationen von θ_{13} mit den solaren Parametern Δm_{21}^2 und δ_{CP} signifikant zur Limitierung von θ_{13} -Messungen beitragen. Für große Werte von Δm_{21}^2 , nahe der Obergrenze der LMA-Lösung, wird die Sensitivitätsgrenze dadurch von 10^{-4} um mehr als eine Größenordnung auf etwa 10^{-3} verschlechtert (Abbildung 7.10). Im Fall sehr kleiner Werte von θ_{13} nahe der Sensitivitätsgrenze zeigt die Optimierungsdiskussion, daß aufgrund dieser Korrelationen sehr lange Baselines von 8000 km für Messungen von θ_{13} zu bevorzugen sind. Für größere Werte von θ_{13} ist dieses Verhalten nicht ausgeprägt. In diesem Fall sind Baseline-Längen im Bereich zwischen etwa 3000 km und 8000 km ähnlich effizient, womit sich die für CP -Messungen diskutierte Baseline-Länge von ca. 3000 km auch für Messungen von θ_{13} anbietet.

Das Vorzeichen von Δm_{31}^2

Aus der Beobachtung, ob der Neutrino- oder der Antineutrino-Kanal MSW-resonant sind, kann auf die Massenhierarchie der Neutrinos (bzw. das Vorzeichen von Δm_{31}^2) zurückgeschlossen werden. Dies setzt die Möglichkeit der Messung von θ_{13} -Effekten voraus. Damit entspricht die Sensitivitätsgrenze für θ_{13} -Messungen (Abbildung 7.10) auch etwa der Grenze, oberhalb der eine Bestimmung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 möglich ist.

Materieeffekte

Materieeffekte mit einem künstlichen Neutrinostrahl experimentell nachzuweisen, ist ein interessanter Punkt der Oszillationsstudien. Nötig dafür ist eine ausreichend

lange Baseline-Länge des Experiments und, je nach gewählter Baseline, eine geeignete Myonen-Energie (siehe Abbildung 7.12). Der Nachweis von Materieeffekten über den Appearance-Kanal $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ ist zwar weitgehend unbeeinflusst von den solaren Parametern θ_{12} , Δm_{21}^2 und δ_{CP} , setzt aber einen meßbar großen Mischungswinkel θ_{13} voraus. Die Sensitivitätsgrenze von θ_{13} -Messungen (Abbildung 7.10) spielt damit auch hier die limitierende Rolle. Eine Baseline-Länge von etwa 3000 km oder mehr wäre für Messungen des Materieeffekts gut geeignet. Den Experimenten der nächsten Generation (MINOS, CNGS), mit weniger als 1000 km Baseline-Länge, wird dieser Erfolg aller Voraussicht nach versagt bleiben.

Die solaren Parameter Δm_{21}^2 und θ_{12}

Eine Messung der solaren Parameter Δm_{21}^2 und θ_{12} ist sicherlich nicht der herausragende Aspekt im Long-Baseline-Programm einer Neutrino-fabrik. Da in den relevanten Oszillationswahrscheinlichkeiten dominant das Produkt der beiden Parameter eingeht, sind diese stark korreliert (Abbildung 7.13). Diese Korrelation verhindert eine separate Bestimmung beider Parameter. Eine hohe Präzision erreicht man nur bei Messungen des Produkts selbst. Die Neutrino-fabrik ist bezüglich dieser beiden Parameter nicht mit Long-Baseline-Reaktorexperimenten vom Typ KamLAND vergleichbar.

CP-Verletzung

Die Untersuchung der CP -Symmetrie bzw. die Messung der CP -Phase δ_{CP} stellt sicherlich den faszinierendsten Aspekt des Oszillationsprogramms einer Neutrino-fabrik dar. Simulationsbasierte Studien der CP -Effekte zeichnen hier teilweise ein etwas verwirrendes Bild. Diese Arbeit will deutlich darauf hinweisen, daß asymmetrie-basierte Studien und Studien, die Materieeffekte als Unsicherheit betrachten, wichtige Informationen in den Oszillationsdaten unberücksichtigt lassen. Ausgangspunkt einer Studie der CP -Effekte in den Appearance-Kanälen $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ und $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ sollten in jedem Fall immer die vollen energieaufgelösten Ratenspektren sein. Fits aller relevanten Parameter gegen die Ratenspektren unter Berücksichtigung des Materieeffekts nutzen den vollen Informationsgehalt des Oszillationsexperiments. Die Signatur einer Asymmetrie zwischen den beiden CP -konjugierten Oszillationskanälen ist wegen der schwer von CP -Effekten trennbaren Materieeffekte problematisch. Zudem steckt in der CP -Asymmetrie nur die Information von $\sin \delta_{\text{CP}}$. Die nur in den CP -erhaltenden Termen der Oszillationswahrscheinlichkeit vorhandenen $\cos \delta_{\text{CP}}$ -Beiträge sind in vielen Fällen jedoch die dominierende Quelle für Informationen über δ_{CP} und dürfen bei Fits auf keinen Fall außer acht gelassen werden. Eine reelle Chance, mit den geplanten Maschinen CP -Effekte zu sehen, ist nur bei Realisierung der LMA-Lösung des solaren Neutrino-problems gegeben. Die wichtigsten Parameter, die dann die Meßbarkeit der CP -Phase beeinflussen, sind θ_{13} und Δm_{21}^2 . Welche Werte von θ_{13} eine Messung von δ_{CP} erlauben und welche Luminositäten notwendig sind, um die LMA-Lösung gut

abzudecken, ist in Abbildung 7.17 gezeigt. Es sei darauf hingewiesen, daß die oft als „initial stage“ bezeichnete Variante mit $2 \cdot 10^{20}$ Myonen pro Jahr und Detektormasse in Kilotonnen nicht für eine CP -Studie ausreicht. Ein möglicherweise realistisches Szenario ist der Bau einer „initial stage“-Stufe, die im Bereich der oben genannten Punkte interessante Physik erlaubt, und Verschiebung der Suche nach CP -Effekten bis zu einem späteren Upgrade auf 10^{21} kt year bis 10^{22} kt year. Bezüglich der Optimierung der Baseline-Länge zeigt Abbildung 7.16, daß 3000 km bis 4000 km gut geeignet sind für die Messung von CP -Effekten. Details sind Tabelle 7.2 zu entnehmen. Ein wichtiger Punkt der CP -Phasen-Extraktion ist die deutliche Korrelation zwischen θ_{13} und δ_{CP} bzw. die Existenz entarteter Lösungspaare (siehe Abbildung 7.15). Wie gezeigt wurde, hängt die Stärke der Korrelation und das Auftreten einer entarteten Lösung stark von der Auflösung des Energiespektrums und den Verhältnissen bei niedrigen Energien ab.

Zum Verständnis der numerischen Ergebnisse ist eine analytische Betrachtung der Zusammenhänge auf dem Niveau der Oszillationswahrscheinlichkeiten, oder besser auf dem Niveau der Ereignisraten, angebracht. Exakte analytische Lösungen für die 3-Neutrino-Oszillation in Materie erfordern die Lösung kubischer Eigenwertprobleme und sind deshalb sehr unhandlich. Mit dem Ziel, einfache qualitative Aussagen machen zu können, wurden Näherungsausdrücke für die Mischungsparameter entwickelt (Gleichungen 4.11a-d), die für sich alleine schon recht interessante Einblicke in die 3-Neutrino-Materieeffekte erlauben. Mit Hilfe dieser einfachen Ausdrücke lassen sich schnell Näherungsformeln für jede beliebige Oszillationswahrscheinlichkeit gewinnen. Die auf diese Weise abgeleitete Formel für die Appearance-Wahrscheinlichkeit $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ (Gleichungen 4.21a-d) beschreibt präzise die numerischen Daten und erweist sich als sehr nützlich für das Verständnis der Resultate dieser Studie.

Die in dieser Arbeit verwendete Technik zur Simulation und Auswertung von Experimenten an Neutrino Fabriken hat sich als sehr robust und zuverlässig erwiesen. Die Berechnung der numerischen Simulationsdaten in C/C++ ist geschwindigkeitsoptimiert, und die Auswertungstechnik auf Basis des Computer-Algebra-Systems Mathematica hat sich als ideale Umgebung für die Analyse des hochdimensionalen Parameterraums erwiesen. Die hier verwendete Technik hat es erstmals erlaubt, Ergebnisse zu präsentieren, die alle Korrelationen berücksichtigen. Eine weitere Verbesserung der Fit-Methode ist allerdings wünschenswert. Eine zufriedenstellende Lösung, die es erlaubt, die exakten Projektionen der 6-dimensionalen Fit-Mannigfaltigkeit in akzeptabler Zeit zu bestimmen, wurde kürzlich entwickelt [126] und wird in den folgenden Studien die Methode zur Berechnung aller Schnitte durch die Fit-Mannigfaltigkeit ersetzen. Schwerpunkt dieser Studien wird ein direkter Vergleich der Fähigkeiten von Neutrino Fabriken und Superbeams sein. Neue Superbeam-Proposals versprechen CP - und θ_{13} -Messungen, die mit denen einer Neutrino Fabrik konkurrieren können. Da die Untersuchung von Superbeams noch in einem Anfangsstadium ist, beruhen solche Aussagen aber oft auf vereinfachten Analysen, die der Verbesserung bedürfen.

Um richtige forschungspolitische Entscheidungen zu ermöglichen, wäre ein fairer Vergleich wünschenswert.

Anhang A

Ableitung der Ausdrücke für die Mischungsparameter in Materie

A.1 Mischungswinkel in Standardparametrisierung

In Abschnitt 4.1.1 wurde für die Mischungsmatrix in Materie $U(\theta'_{12}, \theta'_{13}, \theta'_{23}, \delta'_{\text{CP}})$ folgende Beziehung (Gleichung (4.6)) abgeleitet:

$$U'(\theta'_{12}, \theta'_{13}, \theta'_{23}, \delta'_{\text{CP}}) = U_{23}(\theta_{23}) U_{\delta} U_{23}(\hat{\theta}_{23}) U_{13}(\hat{\theta}_{13}) U_{12}(\hat{\theta}_{12}) . \quad (\text{A.1})$$

Die Rotationen um die Winkel $\hat{\theta}_{13}$, $\hat{\theta}_{12}$ und $\hat{\theta}_{23}$ ergeben sich aus der Diagonalisierung der Matrix M (Gleichung (4.8)). θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} und δ_{CP} sind die Mischungsparameter in Vakuum. Die Matrix U' entspricht in dieser Form nicht der Standardparametrisierung. Bevor die Mischungswinkel in Materie abgelesen werden können, muß die rechte Seite von Gleichung (A.1) auf die richtige Form gebracht werden. Dies soll im folgenden durchgeführt werden. Da U_{δ} und $U_{23}(\hat{\theta}_{23})$ nicht kommutieren, werden die Parameter δ'_{CP} und θ'_{23} zu Mischungen von δ_{CP} und θ_{23} . Trotzdem beim Diagonalisierungsprozeß der Matrix M die CP -Phase δ_{CP} keine Rolle spielt, erfährt die CP -Phase δ'_{CP} dadurch eine Abhängigkeit vom Materieparameter \hat{A} . Der Teil von Ausdruck (A.1), der noch nicht der Standardparametrisierung entspricht,

$$U_{23}(\theta_{23}) U_{\delta} U_{23}(\hat{\theta}_{23}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C & S \\ 0 & -e^{i\delta_{\text{CP}}} S^* & e^{i\delta_{\text{CP}}} C^* \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

mit

$$C := \cos \theta_{23} \cos \hat{\theta}_{23} - e^{i\delta_{\text{CP}}} \sin \theta_{23} \sin \hat{\theta}_{23} , \quad (\text{A.3a})$$

$$S := \cos \theta_{23} \sin \hat{\theta}_{23} + e^{i\delta_{\text{CP}}} \sin \theta_{23} \cos \hat{\theta}_{23} , \quad (\text{A.3b})$$

kann durch die Phasenrotationen $\beta := -\arg C$, $\gamma := \arg S$ und $\delta' := \arg C - \arg S$ ¹ reell gemacht werden:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\beta} & 0 \\ 0 & 0 & -e^{(i\delta_{\text{CP}}-\gamma)} \end{pmatrix} U_{23}(\theta_{23}) U_{\delta} U_{23}(\hat{\theta}_{23}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\delta'_{\text{CP}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & |C| & |S| \\ 0 & -|S| & |C| \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Das ergibt

$$U' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\beta} & 0 \\ 0 & 0 & -e^{(i\gamma-\delta_{\text{CP}})} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & |C| & |S| \\ 0 & -|S| & |C| \end{pmatrix} U_{\delta'} U_{13}(\hat{\theta}_{13}) U_{\delta'}^{\dagger} U_{12}(\hat{\theta}_{12}) U_{\delta'}. \quad (\text{A.5})$$

Die Phasenrotationen links und rechts sind unphysikalisch, da sie durch den Wellenfunktionsvektor absorbiert werden können. Zusammenfassend ergibt sich damit U' in der Standard-Form als:

$$U' = U(\theta'_{23}) U_{13}(\hat{\theta}_{13}, \delta'_{\text{CP}}) U_{12}(\hat{\theta}_{12}). \quad (\text{A.6})$$

Das bedeutet, daß die (Standard)-Mischungswinkel θ'_{13} und θ'_{12} in Materie identisch sind mit $\hat{\theta}_{13}$ und $\hat{\theta}_{12}$, die aus dem Diagonalisierungsprozeß von M gewonnen werden. Die Materiekorrektur $\hat{\theta}_{23}$ dagegen mischt mit der CP -Phase δ_{CP} :

$$\theta'_{13} = \hat{\theta}_{13}, \quad (\text{A.7a})$$

$$\theta'_{12} = \hat{\theta}_{12}, \quad (\text{A.7b})$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta'_{23} &= \cos^2 \theta_{23} \sin^2 \hat{\theta}_{23} + \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \hat{\theta}_{23} \\ &\quad + 2 \cos \delta_{\text{CP}} \sin \theta_{23} \cos \theta_{23} \sin \hat{\theta}_{23} \cos \hat{\theta}_{23}, \end{aligned} \quad (\text{A.7c})$$

$$\sin \delta'_{\text{CP}} = \sin \delta_{\text{CP}} \frac{\sin 2\theta_{23}}{\sin 2\theta'_{23}}. \quad (\text{A.7d})$$

Diese Ausdrücke sind exakte Ergebnisse, die kombiniert mit der folgenden störungstheoretischen Berechnung von $\hat{\theta}_{13}$, $\hat{\theta}_{12}$ und $\hat{\theta}_{23}$ Ausdrücke für die Mischungsparameter in Materie liefern werden.

A.2 Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix M

Die Oszillationsparameter in Materie werden durch eine Rediagonalisierung des Hamilton-Operators, also durch Berechnung der Eigenvektoren und Eigenwerte der Matrix M aus Gleichung (4.8) gewonnen. Man beachte, daß die Matrix M die Parameter θ_{23} und δ_{CP} nicht mehr enthält. Diese beiden Parameter auszuklammern

¹Die Verwendung von $|C|$ and $|S|$ in Gl. (A.4) schränkt den Parameterraum von θ_{23} weiter ein. Da angenommen wird, daß θ_{23} nahe am Wert $\pi/4$ liegt und da $\hat{\theta}_{23}$ generell klein ist, ist dieses Problem für die hier durchgeführten Berechnungen aber nicht relevant.

ist wichtig, da die Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren dadurch erheblich vereinfacht wird. Es gilt nun, die Matrix

$$M = \begin{pmatrix} s_{13}^2 + \hat{A} + \alpha c_{13}^2 s_{12}^2 & \alpha s_{12} c_{12} c_{13} & s_{13} c_{13} - \alpha s_{13} c_{13} s_{12}^2 \\ \alpha s_{12} c_{12} c_{13} & \alpha c_{12}^2 & -\alpha s_{12} c_{12} s_{13} \\ s_{13} c_{13} - \alpha s_{13} c_{13} s_{12}^2 & -\alpha s_{12} c_{12} s_{13} & c_{13}^2 + \alpha s_{12}^2 s_{13}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

zu diagonalisieren. Die Invarianten des kubischen Eigenwertproblems lauten

$$\begin{aligned} I_1 &= \text{Tr}(M) = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \\ &= \hat{A} + 1 + \alpha, \end{aligned} \quad (\text{A.9a})$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{1}{2} [\text{Tr}(M) - \text{Tr}(M^2)] = \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3 = \\ &= \hat{A} \cos^2 \theta_{13} + \alpha + \alpha \hat{A} (\sin^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{12} + \cos^2 \theta_{12}), \end{aligned} \quad (\text{A.9b})$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \text{Det}(M) = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \\ &= \alpha \hat{A} \cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{12}. \end{aligned} \quad (\text{A.9c})$$

Störungstheoretische Lösung des durch die Invarianten bestimmten Gleichungssystems in einer Reihenentwicklung nach dem kleinen Parameter α liefert die Eigenwerte

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}(\hat{A} + 1 - \hat{C}) + \alpha \frac{(\hat{C} + 1 - \hat{A} \cos 2\theta_{13}) \sin^2 \theta_{12}}{2\hat{C}} + \mathcal{O}(\alpha^2), \quad (\text{A.10a})$$

$$\lambda_2 = \alpha \cos^2 \theta_{12} + \mathcal{O}(\alpha^2), \quad (\text{A.10b})$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{2}(\hat{A} + 1 + \hat{C}) + \alpha \frac{(\hat{C} - 1 + \hat{A} \cos 2\theta_{13}) \sin^2 \theta_{12}}{2\hat{C}} + \mathcal{O}(\alpha^2), \quad (\text{A.10c})$$

wobei hier die Quadratwurzel

$$\hat{C} = \sqrt{(\hat{A} - \cos 2\theta_{13})^2 + \sin^2 2\theta_{13}} \quad (\text{A.11})$$

wieder auftaucht, die aus den Formeln der MSW-Resonanz im 2-Neutrino-System allgemein bekannt ist.

Berechnung der Eigenvektoren von M bis Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$ ergibt:

$$v_1 = \begin{pmatrix} \frac{\sin 2\theta_{13}}{\sqrt{2\hat{C}(\hat{A}+\hat{C}-\cos 2\theta_{13})}} - \frac{\alpha \hat{A} \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13}}{2\hat{C}\sqrt{2\hat{C}^2(-\hat{A}+\hat{C}+\cos 2\theta_{13})}} \\ \frac{\alpha (1+\hat{A}-\hat{C}) \sin 2\theta_{12} \sin \theta_{13}}{(1+\hat{A}+\hat{C})\sqrt{2\hat{C}(\hat{A}+\hat{C}-\cos 2\theta_{13})}} \\ -\frac{\sin 2\theta_{13}}{\sqrt{2\hat{C}(-\hat{A}+\hat{C}+\cos 2\theta_{13})}} - \frac{\alpha \hat{A} \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13}}{2\hat{C}\sqrt{2\hat{C}^2(\hat{A}+\hat{C}-\cos 2\theta_{13})}} \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\alpha^2), \quad (\text{A.12a})$$

$$v_2 = \begin{pmatrix} -\frac{\alpha \cos \theta_{12} \sin \theta_{12}}{\hat{A} \cos \theta_{13}} \\ 1 \\ \frac{\alpha (1+\hat{A}) \cos \theta_{12} \sin \theta_{12} \sin \theta_{13}}{\hat{A} \cos^2 \theta_{13}} \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\alpha^2), \quad (\text{A.12b})$$

$$v_3 = \begin{pmatrix} \frac{\sin 2\theta_{13}}{\sqrt{2\hat{C}(-\hat{A}+\hat{C}+\cos 2\theta_{13})}} + \frac{\alpha \hat{A} \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13}}{2\hat{C}\sqrt{2\hat{C}^2(\hat{A}+\hat{C}-\cos 2\theta_{13})}} \\ \frac{\alpha (1+\hat{A}-\hat{C}) \sin 2\theta_{12} \sin \theta_{13}}{(1+\hat{A}+\hat{C})\sqrt{2\hat{C}(-\hat{A}+\hat{C}+\cos 2\theta_{13})}} \\ \frac{\sin 2\theta_{13}}{\sqrt{2\hat{C}(\hat{A}+\hat{C}-\cos 2\theta_{13})}} - \frac{\alpha \hat{A} \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13}}{2\hat{C}\sqrt{2\hat{C}^2(-\hat{A}+\hat{C}+\cos 2\theta_{13})}} \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\alpha^2). \quad (\text{A.12c})$$

Ein Problem, das bei der Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren auftritt soll näher diskutiert werden. Für die Berechnung obiger Reihenentwicklung wurde davon ausgegangen, daß der Parameter \hat{A} nicht identisch Null ist. Für $\hat{A} = 0$ würde man eine andere Reihenentwicklung in α erhalten. Es ist auch möglich, Ergebnisse abzuleiten, die für kleine Werte von $|\hat{A}|$ gültig sind. Diese würden aber wiederum für große Werte von $|\hat{A}|$ falsche Ergebnisse liefern. Der Grund dafür ist die Tatsache, daß durch das kubische Eigenwertproblem zwei Resonanzen beschrieben werden: die solare Resonanz $\hat{A} = \alpha$ sowie die atmosphärische Resonanz $\hat{A} = \cos 2\theta_{13}$. Jede dieser Resonanzen erzeugt ein Level-Crossing der Eigenwerte. Um beide Level-Crossings gleichzeitig zu beschreiben sind die exakten Ausdrücke für die Eigenwerte nötig. Interessiert man sich für approximative Lösungen, muß man sich jeweils auf einen der beiden Fälle beschränken. In Folgenden wird nur der Fall $|\hat{A}| > \alpha$ diskutiert, der für die Berechnung von Neutrinostrahlen über 1 GeV Energie in Materiedichten von ca. 2.8 g/cm^3 (Erdmantel) oder mehr relevant ist. Man sollte nicht erwarten, daß die Ausdrücke für die Mischungsparameter in Materie auch die richtige Konvergenz für $\hat{A} \rightarrow 0$ zeigen. Es wird sich allerdings herausstellen, daß nur der Mischungswinkel θ_{12} von dem Konvergenzproblem für $\hat{A} \rightarrow 0$ betroffen ist, alle anderen Mischungsparameter aber das korrekte Konvergenzverhalten zeigen. Für $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4} \text{ eV}^2$ und 2.8 g/cm^3 findet man, daß $\hat{A} > \alpha$ für Neutrinoenergien von $E_\nu > 0.5 \text{ GeV}$ gültig ist. Diese untere Schranke nimmt proportional mit Δm_{21}^2 ab.

Daß die durch Reihenentwicklung nach α gewonnenen Ausdrücke für die Eigenwerte und Eigenvektoren auch nahe der Resonanz $\hat{A} \approx 1$ Divergenzen zeigen hat keine Auswirkungen auf die aus ihnen abgeleiteten Ausdrücke für die Mischungsparameter bzw. Oszillationswahrscheinlichkeiten. Dieser Punkt wird später an angebrachter Stelle eingehender diskutiert werden.

A.2.1 Konstruktion der Mischungsmatrix \hat{U}

Mittels der Eigenvektoren v_1 , v_2 und v_3 ist nun die Konstruktion der Mischungsmatrix \hat{U} möglich. Dafür ist die korrekte Identifikation der Reihenfolge und der Vorzeichen der Eigenvektoren nötig. Um Divergenzen in den Ausdrücken für die Mischungswinkel zu vermeiden, stellt es sich als sinnvoll heraus, die Reihenfolge der Eigenvektoren an der Resonanz $\hat{A} = \cos 2\theta_{13}$ zu vertauschen:

$$\hat{U} = \begin{cases} (v_1 v_2 v_3)^T & \text{for } \hat{A} < \cos 2\theta_{13} \\ (v_3 v_2 v_1)^T & \text{for } \hat{A} > \cos 2\theta_{13} \end{cases}. \quad (\text{A.13})$$

Als nächster Schritt ist U' auf eine mit der Standardparametrisierung konsistente Form zu bringen. Das ist nicht trivial und muß für die verschiedenen Fälle vorsichtig durchgeführt werden. Als Beispiel sei hier der Fall $\hat{A} < \cos 2\theta_{13}$ im Detail betrachtet:

Da der Vakuum-Mischungswinkel θ_{23} schon zu Beginn ausgeklammert wurde (Gl. (4.5)), ist die materieindizierte Änderung $\hat{\theta}_{23}$ dieses Mischungswinkels von Ordnung α . Das kann auch überprüft werden, indem man das $(\mu, 3)$ -Element von \hat{U} genauer betrachtet. Desweiteren kann man durch Betrachtung des $(e, 2)$ -Elements ableiten, daß auch $\hat{\theta}_{12}$ von Ordnung α sein muß. Trägt man diesem Rechnung durch die Ersetzungen $\hat{s}_{12} = \alpha \hat{s}_{12}^{(\alpha)}$, $\hat{s}_{23} = \alpha \hat{s}_{23}^{(\alpha)}$, und $\hat{s}_{13} = \hat{s}_{13}^{(0)} + \alpha \hat{s}_{13}^{(\alpha)}$, so erhält man folgende Struktur der Mischungsmatrix \hat{U} :

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} \hat{c}_{13} & \alpha \hat{c}_{13}^{(0)} \hat{s}_{12}^{(\alpha)} & \hat{s}_{13} \\ -\alpha(\hat{s}_{12}^{(\alpha)} + \hat{s}_{13}^{(0)} \hat{s}_{23}^{(\alpha)}) & 1 & \alpha \hat{c}_{13}^{(0)} \hat{s}_{23}^{(\alpha)} \\ -\hat{s}_{13} & -\alpha(\hat{s}_{12}^{(\alpha)} \hat{s}_{13}^{(0)} + \hat{s}_{23}^{(\alpha)}) & \hat{c}_{13} \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\alpha^2). \quad (\text{A.14})$$

$\sin \hat{\theta}_{13}$ und $\sin \hat{\theta}_{23}$ können damit direkt aus den Elementen \hat{U}_{e3} , $\hat{U}_{\mu 3}$ und $\hat{U}_{\tau 3}$ abgelesen werden:

$$\sin \hat{\theta}_{13} = \frac{\sin 2\theta_{13}}{\sqrt{2\hat{C}(-\hat{A} + \hat{C} + \cos 2\theta_{13})}} + \frac{\alpha \hat{A} \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13}}{2\hat{C}\sqrt{2\hat{C}^2(\hat{A} + \hat{C} - \cos 2\theta_{13})}} + \mathcal{O}(\alpha^2) \quad (\text{A.15})$$

$$\sin \hat{\theta}_{23} = \alpha \frac{(1 + \hat{A} - \hat{C}) \sin 2\theta_{12} \sin \theta_{13}}{2(1 - \hat{A} + \hat{C}) \cos^2 \theta_{13}} + \mathcal{O}(\alpha^2). \quad (\text{A.16})$$

Um den Ausdruck für $\sin \hat{\theta}_{12}$ zu finden ist es nützlich, den Anteil von $\hat{\theta}_{23}$ abzuspalten. Der Rest $\hat{U} = U_{23}^T(\hat{\theta}_{23}) \hat{U}'$ muß dann auf folgende Form gebracht werden:

$$\begin{pmatrix} \hat{c}_{13} & \alpha \hat{c}_{13}^{(0)} \hat{s}_{12}^{(\alpha)} & \hat{s}_{13} \\ -\alpha \hat{s}_{12}^{(\alpha)} & 1 & 0 \\ -\hat{s}'_{13} & -\alpha \hat{s}_{12}^{(\alpha)} \hat{s}_{13}^{(0)} & \hat{c}_{13} \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\alpha^2). \quad (\text{A.17})$$

Damit kann der Mischungswinkel $\hat{\theta}_{12}$ aus dem Element $\hat{U}'_{\mu 1}$ abgelesen werden:

$$\sin \hat{\theta}_{12} = -\frac{\alpha \hat{C} \sin 2\theta_{12}}{\hat{A} \cos \theta_{13} \sqrt{2\hat{C}(-\hat{A} + \hat{C} + \cos 2\theta_{13})}} + \mathcal{O}(\alpha^2). \quad (\text{A.18})$$

A.2.2 Die Mischungsparameter in Materie

Unter Berücksichtigung der korrekten Anordnung der Eigenvektoren (Gl. (A.13)) und dem oben dargelegten Ablauf folgend, ist es möglich, die komplette Parameterabbildung für alle Regionen des Parameterraums von \hat{A} zu bestimmen. Zusammenfassend ergeben sich folgende Ausdrücke für die Mischungsparameter in Materie:

$$\sin \theta'_{13} = \frac{\sin 2\theta_{13}}{\sqrt{2\hat{C}(\mp\hat{A} + \hat{C} \pm \cos 2\theta_{13})}} \pm \frac{\alpha \hat{A} \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13}}{2\hat{C}^2 \sqrt{2\hat{C}(\pm\hat{A} + \hat{C} \mp \cos 2\theta_{13})}} \quad (\text{A.19a})$$

$$\sin \theta'_{12} = \alpha \frac{\hat{C} \sin 2\theta_{12}}{|\hat{A}| \cos \theta_{13} \sqrt{2\hat{C}(\mp\hat{A} + \hat{C} \pm \cos 2\theta_{13})}} \quad (\text{A.19b})$$

$$\sin \theta'_{23} = \sin \theta_{23} + \alpha \cos \delta_{\text{CP}} \frac{\hat{A} \sin 2\theta_{12} \sin \theta_{13} \cos \theta_{23}}{\pm 1 + \hat{C} \mp \hat{A} \cos 2\theta_{13}} \quad (\text{A.19c})$$

$$\sin \delta'_{\text{CP}} = \sin \delta_{\text{CP}} \left(1 - \alpha \frac{\cos \delta_{\text{CP}}}{\tan 2\theta_{23}} \frac{2\hat{A} \sin 2\theta_{12} \sin \theta_{13}}{\pm 1 + \hat{C} \mp \hat{A} \cos 2\theta_{13}} \right) \quad (\text{A.19d})$$

Bei Auswahlmöglichkeit für das Vorzeichen gilt das obere Vorzeichen für $\hat{A} < \cos 2\theta_{13}$ und das untere Vorzeichen für $\hat{A} > \cos 2\theta_{13}$. Höhere Terme als Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$ wurden nicht berechnet. Gleichungen (A.7a-d) wurden angewendet, um auch die Vakuumparparameter θ_{23} und δ_{CP} zu berücksichtigen, die am Anfang der Rechnung ausgeklammert wurden.

Für die Massenquadratdifferenzen erhält man direkt aus den Ausdrücken für die Eigenwerte:

$$(\Delta m_{21}^{2'}, \Delta m_{31}^{2'}, \Delta m_{32}^{2'}) = \begin{cases} (\Delta m_3^2, \Delta m_2^2, \Delta m_1^2) & \text{for } \hat{A} < \cos 2\theta_{13} \\ (-\Delta m_1^2, -\Delta m_2^2, -\Delta m_3^2) & \text{for } \hat{A} > \cos 2\theta_{13} \end{cases}, \quad (\text{A.20})$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta m_1^{2'} &:= \Delta(\lambda_3 - \lambda_2) \\ &= \frac{(1 + \hat{A} + \hat{C})\Delta}{2} - \alpha\Delta \left(\cos^2 \theta_{12} - \frac{(-1 + \hat{C} + \hat{A} \cos 2\theta_{13}) \sin^2 \theta_{12}}{2\hat{C}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.21a})$$

$$\begin{aligned} \Delta m_3^{2'} &:= \Delta(\lambda_2 - \lambda_1) \\ &= \frac{(-1 - \hat{A} + \hat{C})\Delta}{2} + \alpha\Delta \left(\cos^2 \theta_{12} - \frac{(1 + \hat{C} - \hat{A} \cos 2\theta_{13}) \sin^2 \theta_{12}}{2\hat{C}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.21b})$$

$$\begin{aligned} \Delta m_2^{2'} &:= \Delta(\lambda_3 - \lambda_1) \\ &= \hat{C}\Delta + \alpha \frac{\Delta(-1 + \hat{A} \cos 2\theta_{13}) \sin^2 \theta_{12}}{\hat{C}}. \end{aligned} \quad (\text{A.21c})$$

A.3 Berechnung von $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ in Materie

Ausgangspunkt für die Berechnung der Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ in Materie ist die allgemeine Oszillationsformel (Gl. (3.19)). Die $J_{ij}^{lm'}$ nehmen als Reihenentwicklung nach α folgende Form an:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} J_{12}^{e\mu l} &= -\cos \delta'_{\text{CP}} \sin \theta'_{12} \cos^2 \theta'_{13} \sin \theta'_{13} \cos \theta'_{23} \sin \theta'_{23} \\ &\quad - \sin^2 \theta'_{12} \cos^2 \theta'_{23} + \mathcal{O}(\alpha^3) \end{aligned} \quad (\text{A.22a})$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} J_{13}^{e\mu l} &= -\cos \delta'_{\text{CP}} \sin \theta'_{12} \cos^2 \theta'_{13} \sin \theta'_{13} \cos \theta'_{23} \sin \theta'_{23} \\ &\quad - \sin^2 2\theta'_{13} \sin^2 \theta'_{23} + \mathcal{O}(\alpha^3) \end{aligned} \quad (\text{A.22b})$$

$$\operatorname{Re} J_{23}^{e\mu l} = \cos \delta'_{\text{CP}} \sin \theta'_{12} \cos^2 \theta'_{13} \sin \theta'_{13} \cos \theta'_{23} \sin \theta'_{23} + \mathcal{O}(\alpha^3) \quad (\text{A.22c})$$

$$\operatorname{Im} J_{12}^{e\mu l} = \cos \delta'_{\text{CP}} \sin \theta'_{12} \cos^2 \theta'_{13} \sin \theta'_{13} \cos \theta'_{23} \sin \theta'_{23} + \mathcal{O}(\alpha^3) \quad (\text{A.22d})$$

$$\operatorname{Im} J_{13}^{e\mu l} = -\operatorname{Im} J_{12}^{e\mu l} \quad (\text{A.22e})$$

$$\operatorname{Im} J_{23}^{e\mu l} = \operatorname{Im} J_{12}^{e\mu l} . \quad (\text{A.22f})$$

Trotzdem hier im Allgemeinen die Berechnungen nur bis Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$ durchgeführt werden, erweist sich ein Blick auf die $\mathcal{O}(\alpha^2)$ -Terme als wichtig. Der zweite Term von $\operatorname{Re} J_{12}^{e\mu l}$ in Gleichung (A.22a) ist von Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^2)$. Da θ'_{12} nicht durch θ_{13} unterdrückt wird, ergibt dieser Term einen nicht vernachlässigbaren Beitrag zur gesamten Oszillationswahrscheinlichkeit. Dieser $\mathcal{O}(\alpha^2 \sin^0 \theta_{13})$ Beitrag, der als der P_{α^2} -Term in Vakuum (Gl. (4.19)) identifiziert werden kann, ist für kleine Werte von θ_{13} wichtig. Es ist möglich, ohne explizite Berechnung der $\mathcal{O}(\alpha^2)$ -Terme der Parameterabbildung zu zeigen, daß keine weiteren Terme dieser Art existieren. Alle weiteren $\mathcal{O}(\alpha^2)$ -Terme der Oszillationswahrscheinlichkeit werden mindestens durch eine Potenz von θ_{13} unterdrückt.

Setzt man nun die Ausdrücke für die Mischungsparameter in Materie (A.19) ein, so ergibt sich folgende Liste von Termen, die zur Oszillationswahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ beitragen:

$$P_0 = \sin^2 \theta_{23} \frac{\sin^2 2\theta_{13}}{\hat{C}^2} \sin^2(\hat{\Delta} \hat{C}) \quad (\text{A.23a})$$

$$\begin{aligned} P_{\sin \delta} &= \frac{1}{2} \alpha \frac{\sin \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23}}{\hat{A} \hat{C} \cos^2 \theta_{13}} \\ &\quad \times \sin(\hat{C} \hat{\Delta}) \left[\cos(\hat{C} \hat{\Delta}) - \cos((1 + \hat{A}) \hat{\Delta}) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.23b})$$

$$\begin{aligned} P_{\cos \delta} &= \frac{1}{2} \alpha \frac{\cos \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23}}{\hat{A} \hat{C} \cos^2 \theta_{13}} \\ &\quad \times \sin(\hat{C} \hat{\Delta}) \left[\sin((1 + \hat{A}) \hat{\Delta}) \mp \sin(\hat{C} \hat{\Delta}) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.23c})$$

$$\begin{aligned}
P_1 &= -\alpha \frac{1 - \hat{A} \cos 2\theta_{13}}{\hat{C}^3} \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \theta_{23} \hat{\Delta} \sin(2\hat{\Delta}\hat{C}) \\
&+ \alpha \frac{2\hat{A}(-\hat{A} + \cos 2\theta_{13})}{\hat{C}^4} \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \theta_{23} \sin^2(\hat{\Delta}\hat{C}) \quad (\text{A.23d})
\end{aligned}$$

$$P_2 = \alpha \frac{\mp 1 + \hat{C} \pm \hat{A} \cos 2\theta_{13}}{2\hat{C}^2 \hat{A} \cos^2 \theta_{13}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin^2(\hat{\Delta}\hat{C}) \quad (\text{A.23e})$$

$$P_{\alpha^2} = \alpha^2 \frac{2\hat{C} \cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{12}}{\hat{A}^2 \cos^2 \theta_{13} (\mp \hat{A} + \hat{C} \pm \cos 2\theta_{13})} \sin^2 \left(\frac{1}{2} (1 + \hat{A} \mp \hat{C}) \hat{\Delta} \right) \quad (\text{A.23f})$$

Die Wahrscheinlichkeit $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)$ kann aus der Wahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ erhalten werden, indem das Vorzeichen des $P_{\sin\delta}$ -Terms umgedreht wird. In allen Ausdrücken mit Auswahl für das Vorzeichen gilt das obere Vorzeichen für $\hat{A} < \cos 2\theta_{13}$ und das untere Vorzeichen für $\hat{A} > \cos 2\theta_{13}$. Die \hat{A} -abhängigen Vorfaktoren von P_1 , P_2 und P_{α^2} geben entwickelt nach θ_{13} :

$$\begin{aligned}
\frac{1 - \hat{A} \cos 2\theta_{13}}{\hat{C}^3} &= \pm \frac{1}{(\hat{A} - 1)^2} + \mathcal{O}(\theta_{13}^2) \\
\frac{2\hat{A}(-\hat{A} + \cos 2\theta_{13})}{\hat{C}^4} &= -\frac{2\hat{A}}{(\hat{A} - 1)^3} + \mathcal{O}(\theta_{13}^2) \\
\frac{\mp 1 + \hat{C} \pm \hat{A} \cos 2\theta_{13}}{2\hat{C}^2 \hat{A} \cos^2 \theta_{13}} &= \mathcal{O}(\theta_{13}^2) \\
\frac{2\hat{C}}{\cos^2 \theta_{13} (\mp \hat{A} + \hat{C} \pm \cos 2\theta_{13})} &= 1 + \mathcal{O}(\theta_{13}^2)
\end{aligned}$$

Damit ist P_1 quadratisch in $\sin \theta_{13}$ und P_2 sogar von dritter Ordnung in θ_{13} . Die Terme P_1 und P_2 sind also vernachlässigbar klein gegenüber den Termen $P_{\sin\delta}$ und $P_{\cos\delta}$. Der Term P_{α^2} ist, als der einzige Term der nicht durch θ_{13} unterdrückt wird, wichtig. Es wurde oben schon darauf hingewiesen, daß in einigen Fällen die Ausdrücke für die Eigenwerte und Eigenvektoren nahe der Resonanz $\hat{A} = \cos 2\theta_{13}$ nicht gültig sind. Dieses Problem hat seinen Ursprung in den Termen von zweiter Ordnung in θ_{13} . Auf dem Level von Wahrscheinlichkeiten ist dieser Mangel jedoch gering und nur sichtbar im $P_{\cos\delta_{\text{CP}}}$ -Term bei großen Werten von θ_{13} . Es zeigt sich, daß eine Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung, die die Quelle des Problems darstellen, auch für Werte von \hat{A} um die Resonanz zu präzisen Ergebnissen führt. Diese Modifikation kann für beide Terme, $P_{\cos\delta}$ und $P_{\sin\delta}$ durchgeführt werden:

$$P_{\sin\delta} = \alpha \frac{\sin \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23}}{\hat{A}\hat{C} \cos^2 \theta_{13}} \sin \hat{C} \hat{\Delta} \sin \hat{\Delta} \sin \hat{A} \hat{\Delta} , \quad (\text{A.24a})$$

$$P_{\cos\delta} = \alpha \frac{\cos \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23}}{\hat{A}\hat{C} \cos^2 \theta_{13}} \sin \hat{C} \hat{\Delta} \cos \hat{\Delta} \sin \hat{A} \hat{\Delta} . \quad (\text{A.24b})$$

Vernachlässigt man alle Terme höherer Ordnung in θ_{13} , so nehmen die relevanten Terme P_0 , $P_{\sin\delta}$, $P_{\cos\delta}$ und P_{α^2} folgende einfache Form an:

$$P_0 = \sin^2 \theta_{23} \frac{\sin^2 2\theta_{13}}{(\hat{A} - 1)^2} \sin^2((\hat{A} - 1)\hat{\Delta}) \quad (\text{A.25a})$$

$$P_{\sin\delta} = \alpha \frac{\sin \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23}}{\hat{A}(1 - \hat{A})} \sin(\hat{\Delta}) \sin(\hat{A}\hat{\Delta}) \sin((1 - \hat{A})\hat{\Delta}) \quad (\text{A.25b})$$

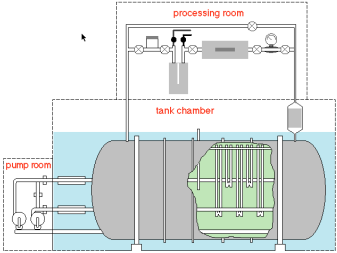
$$P_{\cos\delta} = \alpha \frac{\cos \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23}}{\hat{A}(1 - \hat{A})} \cos(\hat{\Delta}) \sin(\hat{A}\hat{\Delta}) \sin((1 - \hat{A})\hat{\Delta}) \quad (\text{A.25c})$$

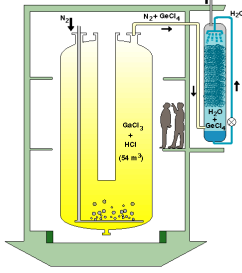
$$P_3 = \alpha^2 \frac{\cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{12}}{\hat{A}^2} \sin^2(\hat{A}\hat{\Delta}) \quad (\text{A.25d})$$

Man beachte, daß die kombinierten Beiträge von Gl. (A.23a), Gl. (A.24a,b) und Gl. (4.21d) identisch sind mit den Resultaten die von Cervera et al. [88] (Gl. (16)) publiziert wurden. Ein ähnlicher Ansatz wurde auch in Referenz [89] durchgeführt. Allerdings deckt Gleichung (16) dieser Arbeit nicht den Fall kleiner Werte von θ_{13} ab, da dort die $(\Delta m_{21}^2/\Delta m_{31}^2)^2$ -Korrekturen fehlen.

Anhang B

Neutrinoexperimente

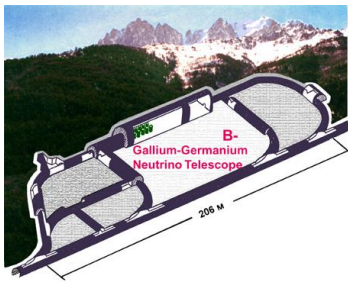
	<p>Homestake</p> <p>Ort: Homestake, South Dakota, USA</p> <p>Typ: radiochemischer Detektor</p> <p>Masse: 615 t</p> <p>Status: Datennahme 1969 - 1993</p> <p>Website: www.blackhillsdata.com/nusl/</p>
<p>Ray Davis, Jr. und seine Mitarbeiter lieferten 1969 die ersten Daten über solare Neutrinos. Sein mit Tetrachlorethylen gefüllter radiochemischer Untergrunddetektor in der Homestake Goldmine in South Dakota ist hauptsächlich auf die 8B- und 7Be-Komponente des solaren Neutrinoflusses sensitiv. Neutrino-Kernreaktionen wandeln Chlor in Argon um ($^{37}Cl + \nu \rightarrow ^{37}Ar + e^-$). Die Argon-Atome mit einer Halbwertszeit von 35 Tagen werden chemisch abgetrennt und anhand der Rückreaktion ($^{37}Ar \rightarrow ^{37}Cl + \nu + e^-$) gezählt. Die Messungen ergaben gegenüber den theoretischen Vorhersagen ein deutliches Defizit an Neutrinos. Dieses Defizit wurde als „solares Neutrino­problem“ zu einer der wichtigsten Fragestellungen der Teilchen-Astrophysik. Das solare Neutrino­programm in Homestake wird momentan durch ein vollautomatisiertes ^{127}I-Experiment fortgesetzt, das durch eine kurze Extraktionszeit von 11 Minuten eine Untersuchung des solaren Neutrino­flusses mit hoher Zeitauf­lö­sung erlaubt.</p>	



GALLEX/GNO

Ort: LNGS, Gran Sasso, Italien
Typ: radiochemischer Detektor
Masse: 30 t
Status: Datennahme seit 1991
Website: www.lngs.infn.it

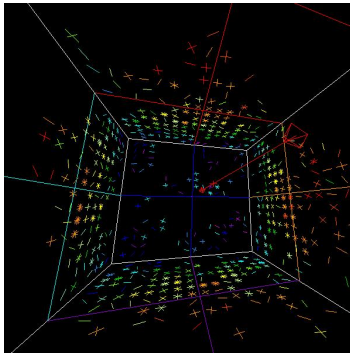
GALLEX ist ein radiochemischer solarer Neutrindetektor basierend auf der Reaktion ${}^{71}\text{Ga} + \nu \rightarrow {}^{71}\text{Ge} + e^{-}$ mit einer Energieschwelle von 233 keV. Die ${}^{71}\text{Ge}$ -Atome werden chemisch extrahiert und in einer Probe konzentriert. Durch Bestimmung ihrer Anzahl über die Beobachtung der Rückreaktion in einem Proportionalzählrohr kann auf den einfallenden Neutrinofluß rückgeschlossen werden. GALLEX konnte erstmals auch die niederenergetischen pp-Neutrinos messen und auch dort ein Defizit bestätigen. Im Mai 1998 startete das weiterführende Experiment GNO (Gallium Neutrino Observatory) die erste Beobachtungsreihe. Die Daten 35 solarer „runs“ wurden bereits analysiert und die Ergebnisse auf der Konferenz TAUP-2001 vorgestellt.



SAGE

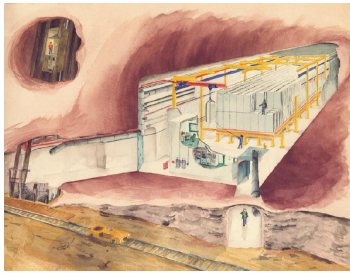
Ort: Kaukasus, Rußland
Typ: radiochemischer Detektor
Masse: 50 t
Status: Datennahme seit 1990
Website: ewiserver.npl.washington.edu/SAGE

Der russische Detektor SAGE unter dem Mt. Andyrchi im Kaukasus basiert ähnlich dem GALLEX-Detektor auf der Reaktion ${}^{71}\text{Ga} + \nu \rightarrow {}^{71}\text{Ge} + e^{-}$. Die ${}^{71}\text{Ge}$ -Atome werden chemisch aus dem 50 Tonnen schweren Gallium-Target extrahiert und in einer Probe konzentriert. Eine Untersuchung niederenergetischer solarer pp-Neutrinos ergab ebenfalls ein deutliches Defizit gegenüber den theoretischen Vorhersagen und untermauerte damit das solare Neutrino problem.

**IMB**

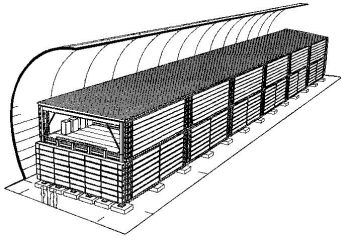
Ort: Morton-Salz-Mine, Cleveland, Ohio
Typ: ring-imaging Wasser-Cherenkov-Detektor
Volumen: 8000 t
Status: Datennahme 1981 bis 1991
Website: www.phys.cmu.edu/~clark/imb.html

Ziel des Wasser-Cherenkov-Experiments IMB war die Suche nach dem Protonenzerfall. Typische Backgrounds dabei sind sekundäre Leptonen, die durch Reaktionen atmosphärischer Neutrinos erzeugt werden. Eine genaue Studie ergab ein anomales Verhältnis von atmosphärischen Myon-Neutrino- und Elektron-Neutrino-Ereignissen. Dieses Verhältnis in Relation zu dem aus Monte-Carlo-Rechnungen erwarteten Verhältnis wird Doppelverhältnis oder R-Verhältnis genannt. Die Messungen von IMB deuteten darauf hin, daß das R-Verhältnis deutlich kleiner als der erwartete Wert Eins ist. Präzisere Messungen am Kamiokande-Detektor, der zusätzlich auch die Richtung der Neutrinos rekonstruieren und damit eine sogenannte up-down-Asymmetrie des R-Verhältnisses messen konnte, bestätigten dies.

**Soudan**

Ort: Soudan, Minnesota, USA.
Typ: Eisen-Kalorimeter
Volumen: 1000 t
Status: Datennahme seit 1989
Website: hepunix.rl.ac.uk/soudan2/

Ebenso wie beim IMB-Detektor war die Hauptmotivation für die Konstruktion des Eisen-Kalorimeters in 690 Meter Tiefe der Soudan-Mine die Suche nach dem Protonzerfall. Die gewonnenen Daten konnten aber auch für eine Studie atmosphärischer Neutrinos verwendet werden. Soudan2 konnte parallel zu IMB und Kamiokande das Phänomen der atmosphärischen Neutrinoanomalie bestätigen. Von den drei Experimenten lieferte Kamiokande die signifikantesten Ergebnisse. In der Soudan-Mine wird derzeit der MINOS-Detektor aufgebaut. MINOS wird als Detektor im Long-Baseline-Programm des FNAL (Fermilab) eingesetzt werden.



MACRO

Ort: LNGS (Gran Sasso), Italien
Typ: Flüssigszintillatordetektor
Status: Datennahme beendet und abgebaut
Website: budo.e.bu.edu/~macro/ (u.a.)

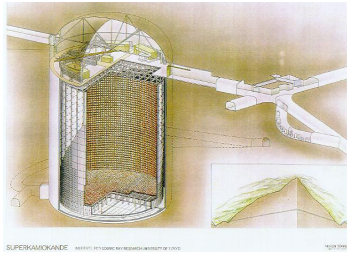
Der MACRO-Detektor ist ein System aus Flüssigszintillator-Modulen, horizontalen Platten von Streamer-Tubes und speziellen vertikalen Platten zur Detektion magnetischer Monopole. Er arbeitet prinzipiell wie ein sehr großer Time-of-Flight-Zähler, der die Spur eines langsamen, aber stark ionisierenden Teilchens aufnimmt. Ziele des Detektors waren die Studie des Ursprungs und der Zusammensetzung hochenergetischer kosmischer Strahlen, die Suche nach magnetischen Monopolen und der Nachweis von Supernova-Neutrinos. Da MACRO auch für sogenannte „upward-going-muons“ sensitiv ist, eignete er sich zur Untersuchung der atmosphärischen Neutrinoanomalie. Diesbezügliche Analysen lieferten Ergebnisse, die sehr gut mit denen von Super-Kamiokande vereinbar sind [127]. Allerdings ist die statistische Signifikanz der Super-Kamiokande-Daten aufgrund der größeren Datenraten höher. Das projekt MACRO ist beendet und der Detektor wurde abgebaut um Raum für neue Experimente zu schaffen.



Kamiokande

Ort: Kamioka, Japan
Typ: ring-imaging Wasser-Cherenkov-Detektor
Volumen: 3000 t
Status: Datennahme 1983 bis 1995
Website: www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/doc/kam/

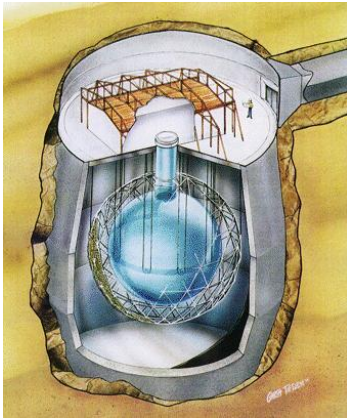
Nachdem im April 1983 der Kamiokande-Detektor (KAMIOKA Nucleon Decay Experiment) mit der Suche nach dem Protonenzerfall begonnen hatte, wurde er ab 1985 für den Nachweis solarer Neutrinos umgerüstet. Im Februar 1987 gelang Kamiokande der erste und bisher einzige Nachweis von Neutrinos aus einer Supernova-Explosion. Die als SN 1987 A bekannte Supernova in der großen Magellanschen Wolke erzeugte 11 nachweisbare Neutrinoreaktionen. Als Neutrinodetektor war Kamiokande von 1987 bis 1996 in Betrieb und konnte ein 45%-iges Defizit an solaren Neutrinos bestätigen. Bei der Studie atmosphärische Neutrinos als wichtigem Untergrund bei der Suche nach dem Protonenzerfall wurde die atmosphärische Neutrinoanomalie entdeckt. Messungen des anomalen R-Verhältnisses und der up-down-Asymmetrie atmosphärischer Neutrinos wurden durch die Hypothese der Neutrinooszillation erklärt. Statistisch klar signifikante Messungen wurden aber erst durch das Nachfolgeexperiment Super-Kamiokande möglich.



Super-Kamiokande

Ort:	Kamioka, Japan
Typ:	ring-imaging Wasser-Cherenkov-Detektor
Volumen:	50000 t
Status:	im Wiederaufbau
Website:	www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/doc/sk

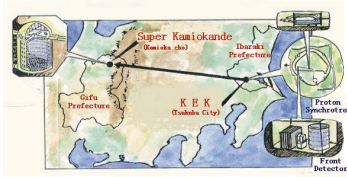
Basierend auf der im Kamiokande-Projekt gewonnenen Erfahrung mit der Wasser-Cherenkov-Technik wurde in ca. 1000 Meter Tiefe der Kamioka-Mine (Japan) der bislang größte Neutrino-detektor aufgebaut. Der 50 kt fassende Tank gefüllt mit reinstem Wasser ist von einem Array aus 11146 Photomultiplier umgeben, die die Cherenkov- Kegel sekundären Leptonen (Elektronen und Myonen) rekonstruieren. Nach zwei Jahren Datennahme präsentierte die Super-Kamiokande-Kollaboration im Juni 1998 ihre ersten Ergebnisse. Die zenitwinkelabhängige Anomalie in den Messungen atmosphärische Neutrinos wurde weithin als erster direkter Nachweis von Neutrino-massen gewertet. Eine Lokalisierung der Sonne aufgrund ihrer Neutrino-strahlung wurde erstmal ermöglicht. Die Präzisionsmessungen solarer B -Neutrinos kombiniert mit den neuen Ergebnissen vom SNO können erstmals indirekt eine Appearance-Oszillation nachweisen und damit die Oszillation in aktive Neutrinos als Lösung des solaren Neutrino-problems bestätigen. Die Suche nach dem Protonenzerfall und nach Supernova-Neutrinos sind weitere Möglichkeiten des Detektors. Bei einem Unfall im November 2001 wurden mehr als die Hälfte der Photomultiplier zerstört. Der Detektor befindet sich im Wiederaufbau um rechtzeitig für das JHF-Experiment wieder zur Verfügung zu stehen.



SNO (Sudbury Neutrino Observatory)

Ort:	Sudbury, Ontario, Canada
Typ:	schwerwasser Cherenkov-Detektor
Volumen:	1000 t
Status:	Datennahme seit Nov. 1999
Website:	www.sno.phy.queensu.ca

Der in 2000 Meter Tiefe in der Creighton Mine nahe Sudbury (Canada) gelegene Cherenkov-Detektor nutzt 1000 Tonnen ultrareines schweres Wasser als Targetmaterial. SNO ist weltweit das erste Neutrinoexperiment, das Wechselwirkungen solarer Neutrinos sowohl über neutrale als auch über geladene Ströme detektieren kann. Damit lieferte SNO den letzten wichtigen Schlüssel zur Lösung des solaren Neutrino-problems. Aufgrund der neuen Daten konnte erstmals die $\nu_{\mu}-\nu_{\tau}$ -Komponente der solaren Neutrino-strahlung nachgewiesen werden. Eine (reine) Oszillation solarer Neutrinos in einen sterile Kanal ist damit ausgeschlossen.



K2K (KEK to Kamioka)

Ort:	Tsukuba (K2K) / Kamioka (SK), Japan
Typ:	Long-Baseline-Oszillationsexperiment
Baseline:	250 km
Status:	Datennahme Juni 1999 bis Nov. 2001
Website:	neutrino.kek.jp

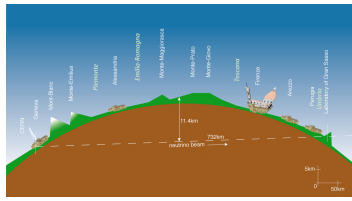
Am 12 GeV Proton-Synchrotron des Beschleunigerzentrums KEK erzeugte Neutrinos werden über eine Distanz von 250 Kilometer zum Super-Kamiokande-Detektor („far detector“) gerichtet. Der Neutrinostrahl wird durch ein Detektor-Array („near detector“) am KEK überwacht. K2K ist das erste auf einem künstlich erzeugten Neutrinostrahl basierende Oszillationsexperiment mit einer positiven Evidenz für Disappearance-Neutrinooszillation. Zwischen April 1999 und April 2001 gesammelte 44 Neutrinoereignisse sind konsistent mit der Oszillationshypothese atmosphärischer Neutrinos vereinbar. 64 Ereignisse wären ohne Oszillation in diesem Zeitraum erwartet worden. Das Experiment soll bis Anfang 2004 laufen und bis dahin mit einer gegenüber heute verdreifachten Zahl der Ereignisse statistisch signifikante Aussagen ermöglichen. Für zukünftige Präzisionsmessungen befindet sich das Nachfolgeexperiment JHF in Planung.



NuMI-MINOS

Ort:	Fermilab, Chicago / Soudan, Minnesota
Typ:	Long-Baseline-Oszillationsexperiment
Detektor:	5.4 kt
Baseline:	735 km
Status:	Im Bau seit Juli 1999
Website:	www-numi.fnal.gov

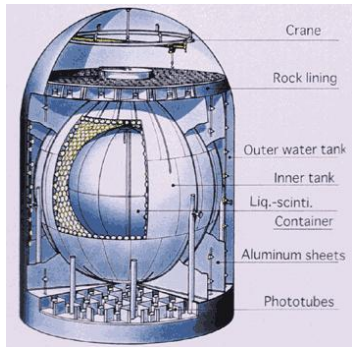
Gepulste 120 GeV-Protonen des Main Injector (NuMI) am Fermi National Accelerator Laboratory (Fermilab) werden auf ein zylindrisches Beryllium-Target geleitet. In einem 675 m langem Kanal wird aus dem Zerfall sekundärer Mesonen ein kollimierter Neutrinostrahl erzeugt. Der Fluß des Neutrinostrahls (WBB) wird von einem nahen Detektor kontrolliert. Zwei verschiebbare magnetische Hörner ermöglichen eine Erhöhung des Neutrinoflusses bei niedrigen Energien (PH2-Option) und damit eine Optimierung des Oszillationssignals kleiner Massenquadratdifferenz. MINOS, der Hauptdetektor, ein 5.4 Kilotonnen schweres magnetisiertes Eisen-Kalorimeter, steht in einer Entfernung von 735 km in der Soudan-Mine in Minnesota. Es setzt sich aus 242 Basismodulen mit einem Durchmesser von ca. 8 m zusammen, die jeweils aus Stahlplatten gefolgt von Szintillator-Schichten bestehen. Das Detektorvolumen ist mit einem Feld von 1.5 Tesla magnetisiert. Etwa 9000 Neutrinoereignisse aus $5 \cdot 10^{18}$ passierenden Neutrinos pro Jahr werden erwartet. Die Kollaboration hofft, im Jahr 2003 mit der Datennahme beginnen zu können.



CNGS

Ort:	CERN, Europa
Typ:	long-baseline Neutrinostrahl
Baseline:	732 km
Status:	im Bau seit Sept. 2000
Website:	proj-cngs.web.cern.ch/proj-cngs/

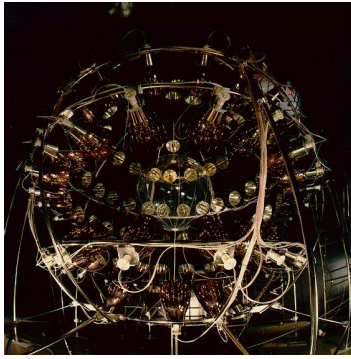
Am SPS des CERN wird ein 400 GeV-Protonen-Strahl, bestehend aus 10.5 ms kurzen Pulsen von jeweils $2.4 \cdot 10^{13}$ Protonen pro Puls, produziert und auf ein Graphit-Target gerichtet. Die dadurch produzierten sekundären Pionen und Kaonen positiver Ladung werden durch ein System zweier gepulster magnetischer Linsen (Horn und Reflektor) fokussiert und zu einem parallelen Strahl gebündelt. In einer 1 km langen evakuierten Röhre zerfallen die Mesonen, wobei den entstehenden Myon-Neutrinos und Myonen das Hauptinteresse gilt. Die Myonen werden durch zwei, hinter dem Beam-dump aufgestellte Detektoren kontrolliert und dann im Fels absorbiert. Die Neutrinos gelangen weitgehend ungehindert zum Gran-Sasso-Untergroundlabor (CNGS = „Cern Neutrino Beam to Gran Sasso“). Als Detektorsystem für das Long-Baseline-Experiment wird derzeit an OPERA und ICARUS gearbeitet, die speziell für den Nachweis von oszillierten Tau-Neutrinos optimiert werden. Der Bau wurde im September 2000 begonnen und der erste Neutrinostrahl wird für Mai 2005 erwartet.



KamLAND

Ort:	Kamioka, Japan
Typ:	ultrareiner Flüssigszintillatordetektor
Volumen:	1000 t
Status:	Datennahme vorauss. ab Sept. 2001
Website:	www.awa.tohoku.ac.jp/html/KamLAND

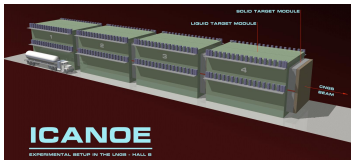
Der KamLAND-Detektor wird am Standort des alten Kamiokande-Detektors, 1000 Meter tief in der Kamioka-Miene aufgebaut. Der zentrale, mit 1000 Tonnen ultrareinem Flüssigszintillator (eine Mischung aus normalem Öl und iso-Paraffin-Öl) gefüllte sphärische Ballon ist von einem Array aus 1879 Photomultiplier umgeben. Ein wichtiger Forschungsschwerpunkt von KamLAND ist die Messung von Reaktor-neutrinos nach einer Flugstrecke von einigen hundert Kilometern. Im Falle der Realisierung der Großwinkel-MSW-Lösung erlaubt diese Messung eine präzise Bestimmung der Parameter der solaren Neutrinooszillation. Weiterer Schwerpunkt von KamLAND ist die Messung solarer ${}^7\text{Be}$ -Neutrinos. Messungen dieser monoenergetischen Neutrinos ist besonders zur Untersuchung der solaren Vakuum-Lösung interessant.



BOREXINO

Ort:	LNGS (Gran Sasso), Italien
Typ:	ultrareiner Flüssigszintillatordetektor
Volumen:	3700 t (300 t Szint. + 1000 t PC + 2400 t Wasser)
Status:	Datennahme voraus. ab 2002
Website:	almime.mi.infn.it

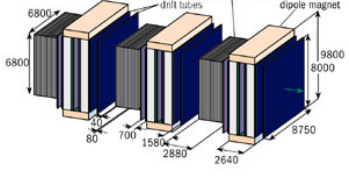
Der zur gleichen Kategorie wie KamLAND zählende, ultrareine Flüssigszintillatordetektor BOREXINO ist optimiert für den Nachweis der niederenergetischen solaren ${}^7\text{Be}$ -Neutrinos. Hauptproblem dieses Detektortyps ist die Realisierung der extremen Anforderung bezüglich Untergrundunterdrückung. Möglich wird dies durch den unterirdischen Aufbau im Tunnel unter dem Gran-Sasso-Massiv inklusiv Myonen-Veto sowie radioaktiv extrem reiner Abschirmung und Szintillatorflüssigkeit. Mittels 2400 Photomultiplier werden elastische Neutrino-Elektron-Streuprozesse nachgewiesen, wobei hauptsächlich solare ${}^7\text{Be}$ -Neutrinos erwartet werden, die nach den p-p-Neutrinos die zweitgrößte Komponente der solaren Neutrinostrahlung ausmachen. Die Messung der Intensität der monoenergetischen ${}^7\text{Be}$ -Linie und deren zeitlicher Variation (Tag/Nacht- und saisonale Variation) ist Ziel des Experiments. Eine Differenzierung zwischen den Lösungen SMA, LMA, LOW und VAC des solaren Neutrinoproblems wird möglich.



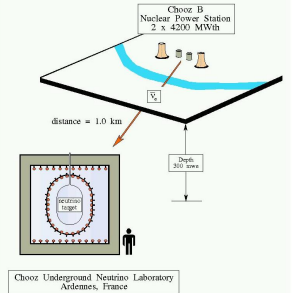
ICARUS/ICANOE

Ort:	LNGS (Gran Sasso), Italien
Masse:	5000 t
Typ:	Liquid-Argon-TPC
Status:	bewilligt
Website:	http://www.aquila.infn.it/icarus/

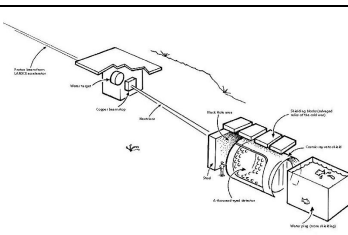
„Imaging Cosmic And Rare Underground Signals“ (ICARUS) ist ein aus Liquid-Argon-TPCs bestehender Mehrzweck-Neutrinodektektor, der – ähnlich einer Blasenkammer – detaillierte Bilder der Teilchenspuren rekonstruiert. Dabei besticht diese Detektortechnologie durch hohe Fähigkeiten bei der Teilchenidentifikation sowie durch die Möglichkeit, alle Neutrino-Flavours effizient zu detektieren. Im „Imaging and Calorimetric Neutrino Oscillation Experiment (ICANOE)“ soll die ICARUS-Technik als Fern-Detektor für den CNGS (Cern Neutrino Beam to Gran Sasso) eingesetzt werden. Dazu wird gegenwärtig die Halle B des Gran-Sasso-Untergrundlabors für den Aufbau der in diesem Projekt vereinten Detektorsysteme freigeräumt. Ein 600 t-Prototyp eines ICARUS-Moduls existiert bereits und demonstriert die Fähigkeiten der Technik. Schwierigkeiten wird voraussichtlich eine Magnetisierung der angestrebten totalen Detektormasse von 5 kt bereiten, die Voraussetzung ist für einen Einsatz in zukünftigen Long-Baseline-Experimenten.

	<p>OPERA</p> <p>Ort: LNGS (Gran Sasso), Italien</p> <p>Masse: 2000 t</p> <p>Typ: Flüssigszintillatordetektor</p> <p>Status: bewilligt</p> <p>Website: http://www.aquila.infn.it/icarus/</p>
---	---

Das „Oscillation Project with Emulsion Tracking Apparatus“ (OPERA) wird ab 2005 als Neutrindetektor für den CNGS (CERN Neutrino Beam to Gran Sasso) operieren. OPERA hat eine exzellente Ortsauflösung über dem gesamten Detektorvolumen. Die Technik basiert auf einer sogenannten „Emulsion Cloud Chamber“ (ECC) mit dünnen Ebenen aus passiven Absorbermaterial (Blei von 1 mm Dicke) zwischen den ebenfalls sehr dünnen Emulsionsschichten. Nach dem ECC-Gatter folgt ein Myonen-Spektrometer. OPERA wird etwa 15 ν_τ -Events in fünf Jahren Laufzeit sehen und damit voraussichtlich erstmalig die Appearance-Oszillation $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ experimentell nachweisen.

	<p>CHOOZ</p> <p>Ort: Chooz, Ardennen, Frankreich</p> <p>Typ: Reaktorneutrino-Experiment</p> <p>Baseline: 1000 m</p> <p>Status: Datennahme 1997-1998</p> <p>Website: duphy4.physics.drexel.edu/chooz_pub/index.html</p>
--	--

Das CHOOZ-Experiment, ein Gadolinium-Flüssigszintillationsdetektor, der unterirdisch in 1000 Meter Entfernung des Nuklearreaktors CHOOZ installiert wurde, zählt Elektron-Antineutrino-Ereignisse und vergleicht die gemessene Rate mit dem aus der Leistung des Reaktors berechneten Antineutrinofluß. Ein Defizit wäre ein Signal für Neutrinooszillation. Das negative Resultat dieses Disappearance-Experiments liefert seit 1998 die stärkste obere Schranke für den Mischungswinkel θ_{13} , der die Amplitude des Oszillationskanals $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ bestimmt [32]. Das Ergebnis von CHOOZ wurde mittlerweile durch das Reaktorexperiment Palo Verde bestätigt [128].



LSND

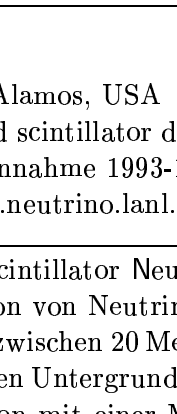
Ort: Los Alamos, USA

Typ: liquid scintillator detector

Status: Datennahme 1993-1997

Website: www.neutrino.lanl.gov/LSND/

Der Flüssigszintillationsdetektor LSND (Liquid Scintillator Neutrino Detector) in Los Alamos wurde gebaut um nach $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ -Oszillation von Neutrinos aus dem Zerfall ruhender Myonen zu suchen. In dem Energiefenster zwischen 20 MeV und 60 MeV wurden von LSND 61 Events registriert, bei einem erwarteten Untergrund von nur 16 Events [34]. Dieses Ergebnis wird durch Appearance-Oszillation mit einer Massenquadratdifferenz um ca. 1 eV^2 erklärt. LSND ist bisher das einzige Experiment mit einem künstlichen Neutrinostrahl, das ein positives Appearance-Signal liefert. Mit dem Ergebnis verbunden ist die Problematik, neben den zwei Massenquadratdifferenzen der solaren und atmosphärischen Neutrinos noch eine dritte unabhängige Skala in einem 3-Neutrino-Modell unterzubringen. Dem LSND-Resultat wird deshalb gewöhnlich nur in den exotischeren 4-Neutrino-Modellen Rechnung getragen, in denen durch Einführung eines zusätzlichen sterilen Neutrinos Raum für die LSND-Massenquadratdifferenz geschaffen wird. Da sterile Neutrinos weder bei atmosphärischen noch bei solaren Neutrinos eine Rolle spielen, sind solche 4-Neutrino-Modelle schlecht mit den momentanen globalen Neutrinodaten verträglich. Desweiteren steht das LSND-Resultat weitgehend im Widerspruch zu dem Ergebnis des KARMEN-Experiments [129]. Eine Klärung dieses Konfliktes wird in Kürze vom Experiment MiniBooNE [130] erwartet.



KARMEN

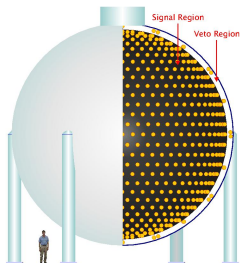
Ort: ISIS, Karlsruhe, Deutschland

Typ: liquid scintillator detector


Status: Datennahme 1994-2001

Website: www-ik1.fzk.de/www/karmen/
[/karmen_e.html](http://karmen_e.html)

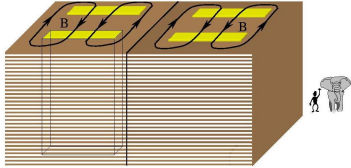
Das Experiment KARMEN (KARlsruhe Rutherford Medium Energy Neutrino Experiment) am ISIS Synchrotron in Karlsruhe nutzt ähnlich dem LSND-Experiment Myon-Neutrinos die aus dem Zerfall von gestoppten Pionen entstehen. Im Gegensatz zu LSND sieht KARMEN kein Signal für eine $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ -Oszillation [129]. Das Resultat steht damit weitgehend im Widerspruch mit dem Ergebnis des LSND-Experiments [34]. Da KARMEN nicht den vollen von LSND indizierten Parameterbereich abdeckt, ist eine Klärung der Sachlage durch ein weiteres Experiment nötig. MiniBooNE besitzt genug Sensitivität um dieses Problem im Laufe des Jahres 2002 zu lösen.

	<p>(Mini)BooNE</p> <p>Ort: Fermilab, USA</p> <p>Typ: Mineralöl-Cherenkov-Detektor</p> <p>Volumen: ca. 800 t</p> <p>Status: Datennahme voraus. ab 2002</p> <p>Website: www-boone.fnal.gov</p>
---	--

Ziel des Experiments BooNE ist die Überprüfung des LSND-Resultats [34]. Die Konstruktion des mit reinem Mineralöl gefüllten Cherenkov-Detektors MiniBooNE (807 t Mineralöl, 1220 + 330 Phototubes) wird voraussichtlich im Dezember 2001 beendet sein. Nach einem Jahr Datennahme wird eine definitive Antwort erwartet. Sollte MiniBooNE die Appearance-Neutrinooszillation bestätigen können, so ist ein Upgrade auf das BooNE genannte Experiment geplant, das eine präzise Messung der Oszillationsparameter durchführen wird.

	<p>JHF-Kamioka</p> <p>Ort: JAERI, Tokaimura, Japan</p> <p>Typ: Superbeam-Experiment</p> <p>Baseline: 295 km</p> <p>Detektor: Super-Kamiokande</p> <p>Status: genehmigt Dez. 2000</p> <p>Website: neutrino.kek.jp/jhfnu/</p>
--	--

Die Lücke bis zum Start zukünftiger Neutrino Fabriken könnten moderne Neutrinostrahlen auf Basis konventioneller Technik schließen. Upgrades von aktuellen Neutrinostrahlen zu höheren Intensitäten werden als „Superbeams“ bezeichnet. Superbeams erreichen Strahlintensitäten vergleichbar einer „initial stage“ Neutrino fabrik. Das Long-Baseline-Forschungsprogramm eines Superbeam-Experiments ist vergleichbar dem einer Neutrino fabrik. Das Akronym JHF wird in der Neutrino physik für das Long-Baseline-Experiment JHF-Kamioka verwendet. Als Neutrinoquelle dient der 50 GeV PS der JHF-Facility in Tokaimura, Japan. Als Neutrino detektor ist der Super-Kamiokande-Detektor in Kamioka geplant. JHF wurde im Dez. 2000 genehmigt, die Bewilligung der vollen Finanzmittel steht aber noch aus.

	MONOLITH
Masse:	35 kt
Typ:	magnetisierter Eisen/Szintillator-Detektor
Status:	noch nicht genehmigt
Website:	castore.mi.infn.it/~monolith/
<p>Der MONOLITH-Detektor gehört zur Kategorie der massiven Eisen/Szintillator-Detektoren zu denen auch der MINOS-Detektor zu zählen ist. Mit 35 kt ist der Detektor aber deutlich massiver. Ursprünglich vorgeschlagen als Detektor für atmosphärische Neutrinos hat sich die Kollaboration in letzter Zeit bemüht, das Detektorkonzept an die Anforderungen eines Neutrinoerzeugungsexperiments anzupassen. Das bedeutet insbesondere die Effizienz bei der Ladungsseparation genau zu studieren. Mit einem Magnetfeld von 1.3 Tesla sollte der Detektor diesen Anforderung genügen können.</p>	

Literaturverzeichnis

- [1] N. G. E. Cooper, Los Alamos Science. **25** (1997).
- [2] G. Barenboim, L. Borisso, J. Lykken, and A. Y. Smirnov (2001), [hep-ph/0108199](#).
- [3] D. E. Groom *et al.* (Particle Data Group), Eur. Phys. J. **C15**, 1 (2000).
- [4] R. L. Walsworth *et al.* (2000), [physics/0007063](#).
- [5] S. R. Coleman and S. L. Glashow, Phys. Rev. **D59**, 116008 (1999), [hep-ph/9812418](#).
- [6] V. Barger, S. Pakvasa, T. J. Weiler, and K. Whisnant, Phys. Rev. Lett. **85**, 5055 (2000), [hep-ph/0005197](#).
- [7] S. M. Bilenky, M. Freund, M. Lindner, T. Ohlsson, and W. Winter (2001), [hep-ph/0112226](#).
- [8] A. Riotto (1998), [hep-ph/9807454](#).
- [9] A. D. Sakharov, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **5**, 32 (1967).
- [10] M. Fukugita and T. Yanagida, Phys. Lett. **B174**, 45 (1986).
- [11] K. Dick, M. Lindner, M. Ratz, and D. Wright, Phys. Rev. Lett. **84**, 4039 (2000), [hep-ph/9907562](#).
- [12] M. Fukugita and T. Yanagida (2002), [hep-ph/0203194](#).
- [13] A. J. Buras (2001), [hep-ph/0101336](#).
- [14] V. e. a. Fanti (1997).
- [15] D. A. Bryman and L. Littenberg, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **99B**, 61 (2001).
- [16] R. Coleman *et al.* (CKM) FERMILAB-P-0905.
- [17] E. Cheu *et al.* (KAMI) (1997), [hep-ex/9709026](#).
- [18] T. Affolder *et al.* (CDF), Phys. Rev. **D61**, 072005 (2000), [hep-ex/9909003](#).
- [19] K. Abe *et al.* (Belle), Phys. Rev. Lett. **87**, 091802 (2001), [hep-ex/0107061](#).
- [20] B. Aubert *et al.* (BABAR), Phys. Rev. Lett. **87**, 091801 (2001), [hep-ex/0107013](#).
- [21] J. N. Bahcall, M. H. Pinsonneault, and S. Basu, Astrophys. J. **555**, 990 (2001), [astro-ph/0010346](#).
- [22] K. Lande *et al.*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **77**, 13 (1999).
- [23] J. N. Abdurashitov *et al.* (SAGE), Phys. Atom. Nucl. **63**, 943 (2000).
- [24] P. Anselmann *et al.* (GALLEX), Nucl. Phys. Proc. Suppl. **38**, 68 (1995).
- [25] Y. Suzuki, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **91**, 29 (2001).
- [26] S. Fukuda *et al.* (Super-Kamiokande), Phys. Rev. Lett. **86**, 5656 (2001), [hep-ex/0103033](#).
- [27] Q. R. Ahmad *et al.* (SNO) (2001), [nucl-ex/0106015](#).
- [28] B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP **6**, 429 (1957).
- [29] S. P. Mikheev and A. Y. Smirnov, Nuovo Cim. **C9**, 17 (1986).
- [30] L. Wolfenstein, Phys. Rev. **D17**, 2369 (1978).
- [31] M. Altmann *et al.* (GNO), Phys. Lett. **B490**, 16 (2000), [hep-ex/0006034](#).
- [32] M. Apollonio *et al.* (CHOOZ), Phys. Lett. **B466**, 415 (1999), [hep-ex/9907037](#).
- [33] J. N. Bahcall, M. C. Gonzalez-Garcia, and C. Pena-Garay, JHEP **08**, 014 (2001),

- hep-ph/0106258.
- [34] C. Athanassopoulos *et al.* (LSND), Phys. Rev. Lett. **81**, 1774 (1998), nucl-ex/9709006.
 - [35] T. Toshito (Super-Kamiokande) (2001), hep-ex/0105023.
 - [36] S. Fukuda *et al.* (Super-Kamiokande), Phys. Rev. Lett. **85**, 3999 (2000), hep-ex/0009001.
 - [37] T. Kajita (Super-Kamiokande), Nucl. Phys. Proc. Suppl. **100**, 107 (2001).
 - [38] G. L. Fogli, E. Lisi, and A. Marrone (2001), hep-ph/0105139.
 - [39] C. Kim and A. Pevsner, Harwood Academic Publishers (1993).
 - [40] P. B. Mohapatra, Rabindra N. and Pal (1998 (second edition)).
 - [41] G. Seidl, Diplomarbeit, TU-München (2001).
 - [42] M. Gell-Mann, P. Ramond, and R. Slansky Print-80-0576 (CERN).
 - [43] R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett. **44**, 912 (1980).
 - [44] A. Zee, Phys. Lett. **B93**, 389 (1980).
 - [45] K. S. Babu, Phys. Lett. **B203**, 132 (1988).
 - [46] M. A. Diaz, J. C. Romao, and J. W. F. Valle, Nucl. Phys. **B524**, 23 (1998), hep-ph/9706315.
 - [47] J. W. F. Valle (1998), hep-ph/9907222.
 - [48] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **43**, 1566 (1979).
 - [49] F. Wilczek and A. Zee, Phys. Rev. Lett. **43**, 1571 (1979).
 - [50] C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. **B147**, 277 (1979).
 - [51] C. Weinheimer, Talk given at the 19th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Neutrino 2000) in Sudbury (2000).
 - [52] C. Weinheimer *et al.*, Phys. Lett. **B460**, 219 (1999).
 - [53] V. M. Lobashev *et al.*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **91**, 280 (2001).
 - [54] H. V. Klapdor-Kleingrothaus *et al.* (2000), hep-ph/0103062.
 - [55] C. E. Aalseth *et al.*, Phys. Atom. Nucl. **63**, 1225 (2000).
 - [56] H. V. Klapdor-Kleingrothaus (2000), hep-ph/0104028.
 - [57] S. M. Bilenky, S. Pascoli, and S. T. Petcov (2001), hep-ph/0105144.
 - [58] R. N. Mohapatra (1998), hep-ph/9808236.
 - [59] R. N. Mohapatra (1998), hep-ph/9903261.
 - [60] E. Ma, G. Rajasekaran, and U. Sarkar, Phys. Lett. **B495**, 363 (2000), hep-ph/0006340.
 - [61] S. M. Bilenky, C. Giunti, W. Grimus, and T. Schwetz, Phys. Rev. **D60**, 073007 (1999), hep-ph/9903454.
 - [62] E. Lisi, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **100**, 185 (2001), hep-ph/0102294.
 - [63] C. Giunti, M. C. Gonzalez-Garcia, and C. Pena-Garay, Phys. Rev. **D62**, 013005 (2000), hep-ph/0001101.
 - [64] C. Giunti, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **100**, 244 (2001), hep-ph/0012236.
 - [65] W. Grimus and T. Schwetz, Eur. Phys. J. **C20**, 1 (2001), hep-ph/0102252.
 - [66] M. Maltoni, T. Schwetz, and J. W. F. Valle (2001), hep-ph/0107150.
 - [67] O. L. G. Peres and A. Y. Smirnov, Nucl. Phys. **B599**, 3 (2001), hep-ph/0011054.
 - [68] V. Barger, B. Kayser, J. Learned, T. Weiler, and K. Whisnant, Phys. Lett. **B489**, 345 (2000), hep-ph/0008019.
 - [69] C. Giunti and M. Laveder, JHEP **02**, 001 (2001), hep-ph/0010009.
 - [70] M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, and C. Pena-Garay (2001), hep-ph/0108073.
 - [71] B. Pontecorvo In *Pontecorvo, B.: Selected scientific works* 152-154.
 - [72] V. Barger *et al.*, Phys. Lett. **B462**, 109 (1999), hep-ph/9907421.
 - [73] C. P. Sun and D. L. Zhou (1998), hep-ph/9808334.
 - [74] H. Fritzsch and Z.-z. Xing, Phys. Rev. **D57**, 594 (1998), hep-ph/9708366.

- [75] S. P. Mikheev and A. Y. Smirnov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **42**, 913 (1985).
- [76] N. Schmitz, Teubner-Studienbuch (1997).
- [77] E. K. Akhmedov, P. Huber, M. Lindner, and T. Ohlsson, *Nucl. Phys.* **B608**, 394 (2001), hep-ph/0105029.
- [78] M. Freund, *Phys. Rev.* **D64**, 053003 (2001), hep-ph/0103300.
- [79] T. K. Kuo and J. Pantaleone, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1805 (1986).
- [80] A. S. Joshipura and M. V. N. Murthy, *Phys. Rev.* **D37**, 1374 (1988).
- [81] S. Toshev, *Phys. Lett.* **B185**, 177 (1987), erratum: **192**, 478 (1987).
- [82] S. T. Petcov and S. Toshev, *Phys. Lett.* **B187**, 120 (1987).
- [83] S. T. Petcov, *Phys. Lett.* **B214**, 139 (1988).
- [84] J. C. D'Olivo and J. A. Oteo, *Phys. Rev.* **D54**, 1187 (1996).
- [85] V. M. Aquino, J. Bellandi, and M. M. Guzzo, *Braz. J. Phys.* **27**, 384 (1997), hep-ph/9511245.
- [86] G. L. Fogli, E. Lisi, and D. Montanino, *Phys. Rev.* **D49**, 3626 (1994).
- [87] G. L. Fogli, E. Lisi, D. Montanino, and G. Scioscia, *Phys. Rev.* **D55**, 4385 (1997), hep-ph/9607251.
- [88] A. Cervera *et al.*, *Nucl. Phys.* **B579**, 17 (2000), hep-ph/0002108.
- [89] M. Freund, M. Lindner, S. T. Petcov, and A. Romanino, *Nucl. Phys.* **B578**, 27 (2000), hep-ph/9912457.
- [90] C. W. Kim and W. K. Sze, *Phys. Rev.* **D35**, 1404 (1987).
- [91] H. W. Zaglauer and K. H. Schwarzer, *Z. Phys.* **C40**, 273 (1988).
- [92] V. Barger, K. Whisnant, S. Pakvasa, and R. J. N. Phillips, *Phys. Rev.* **D22**, 2718 (1980).
- [93] T. Ohlsson and H. Snellman, *J. Math. Phys.* **41**, 2768 (2000), hep-ph/9910546.
- [94] S. Geer, *Phys. Rev.* **D57**, 6989 (1998), hep-ph/9712290.
- [95] W. Chou, C. Ankenbrandt, and E. Malamud FERMILAB-TM-2136.
- [96] C. Ankenbrandt and W. Chou Presented at IEEE Particle Accelerator Conference (PAC2001), Chicago, Illinois, 18-22 Jun 2001.
- [97] C. M. Ankenbrandt *et al.* FERMILAB-P-0904.
- [98] T. Ohlsson and W. Winter, *Phys. Lett.* **B512**, 357 (2001), hep-ph/0105293.
- [99] T. Ohlsson and W. Winter (2001), hep-ph/0111247.
- [100] A. N. Ioannisian and A. Y. Smirnov (2002), hep-ph/0201012.
- [101] K. Dick, M. Freund, P. Huber, and M. Lindner, *Nucl. Phys.* **B588**, 101 (2000), hep-ph/0006090.
- [102] C. Albright *et al.* (2000), hep-ex/0008064.
- [103] F. Arneodo *et al.* (ICARUS) (2001), hep-ex/0103008.
- [104] N. Y. Agafonova *et al.* (MONOLITH) LNGS-P26-2000.
- [105] V. D. Barger *et al.* (2001), hep-ph/0103052.
- [106] P. Zucchelli (2001), hep-ex/0107006.
- [107] F. Stacey Wiley, New York, 1977.
- [108] M. Freund, P. Huber, and M. Lindner, *Nucl. Phys.* **B585**, 105 (2000), hep-ph/0004085.
- [109] A. De Rujula, M. B. Gavela, and P. Hernandez, *Nucl. Phys.* **B547**, 21 (1999), hep-ph/9811390.
- [110] V. Barger, S. Geer, and K. Whisnant, *Phys. Rev.* **D61**, 053004 (2000), hep-ph/9906487.
- [111] A. Donini, M. B. Gavela, P. Hernandez, and S. Rigolin, *Nucl. Phys.* **B574**, 23 (2000), hep-ph/9909254.
- [112] K. Dick, M. Freund, M. Lindner, and A. Romanino, *Nucl. Phys.* **B562**, 29 (1999), hep-ph/9903308.
- [113] V. D. Barger, S. Geer, R. Raja, and K. Whisnant, *Phys. Rev.* **D63**, 033002 (2001),

- hep-ph/0007181.
- [114] V. D. Barger, S. Geer, R. Raja, and K. Whisnant, Phys. Lett. **B485**, 379 (2000), hep-ph/0004208.
 - [115] J. Burguet-Castell, M. B. Gavela, J. J. Gomez-Cadenas, P. Hernandez, and O. Mena, Nucl. Phys. **B608**, 301 (2001), hep-ph/0103258.
 - [116] K. Nakamura (K2K Collab.), Nucl. Phys. **A663**, 795 (2000).
 - [117] J. Hlyen *et al.* FERMILAB-TM-2018.
 - [118] G. Acquistapace *et al.* CERN-98-02.
 - [119] R. Baldy *et al.* CERN-SL-99-034-DI.
 - [120] L. Wolfenstein, Phys. Rev. **D20**, 2634 (1979).
 - [121] V. D. Barger, D. Marfatia, and B. P. Wood, Phys. Lett. **B498**, 53 (2001), hep-ph/0011251.
 - [122] M. Freund, P. Huber, and M. Lindner (2001), hep-ph/0105071.
 - [123] J. N. Bahcall, P. I. Krastev, and A. Y. Smirnov, JHEP **05**, 015 (2001), hep-ph/0103179.
 - [124] M. Koike, T. Ota, and J. Sato (2000), hep-ph/0011387.
 - [125] M. Koike, T. Ota, and J. Sato (2001), hep-ph/0103024.
 - [126] L. M. Huber P. and W. W., work in preparation .
 - [127] B. C. Barish, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **91**, 141 (2001).
 - [128] F. Boehm *et al.* (2001), hep-ex/0107009.
 - [129] B. Armbruster *et al.*, Phys. Rev. **C57**, 3414 (1998), hep-ex/9801007.
 - [130] A. Bazarko (MiniBooNE), Nucl. Phys. Proc. Suppl. **91**, 210 (2000), hep-ex/0009056.

Danksagung

Abschließen möchte ich diese Arbeit mit einem recht herzlichen Dankeschön an alle meine Kollegen und Freunde, die mich während der gemeinsamen Zeit am Physikdepartment Garching begleitet haben.

Besonderer Dank gebührt meinem Betreuer Prof. Manfred Lindner. Die nette Atmosphäre an seinem Lehrstuhl ermöglicht eine fruchtbare und lehrreiche Arbeitsweise. Seine Offenheit und sein Interesse für Diskussionen mit uns Mitarbeitern schätze ich sehr. Bedanken möchte ich mich auch dafür, daß er mir in zahlreichen Gelegenheiten ermöglicht hat, auf Sommerschulen, nationalen und internationalen Konferenzen und Workshops meine Arbeiten vorzustellen. Die internationalen Kollaborationen am Lehrstuhl, um die er sich ständig bemüht, haben sowohl zu meiner Ausbildung als auch zur Qualität meiner Arbeit erheblich beigetragen.

Rückblickend möchte ich mich auch ganz besonders bei Andrea Romanino bedanken, der mir zu einem schnellen und effektiven Einstieg in das hochaktuelle Themengebiet der Neutrino Fabriken verholfen hat.

Bemerken möchte ich die Motivation und die Arbeitsfreude meiner Kollegen, die alle einen Großteil ihrer Energie in die Arbeit stecken und zu einer erfolgreichen Zusammenarbeit beisteuern. Von ihren unterschiedlichen Fähigkeiten konnte ich sehr profitieren und viel lernen. Danken möchte ich speziell auch für die hilfreichen Anregungen zu dieser Arbeit.

Nicht vergessen möchte ich den Einsatz der Betreuer des Computernetzwerks. Ein besonderes Dankeschön an Herbert Müller, der die Computer in einem bemerkenswert stabilen Zustand hält und immer schnell aushilft, wenn mal doch was mit dem Computer nicht richtig läuft.

Garching, April 2002

Martin Freund