

Technische Universität München
Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie

Modellierung zeitlicher Schwerevariationen und ihre Erfassung mit Methoden der Satellitengravimetrie

Thomas Peters

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor – Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Wunderlich
Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. Reinhard Rummel
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Nico Sneeuw, Universität Stuttgart

Die Dissertation wurde am 12.06.2007 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 05.09.2007 angenommen.

Zusammenfassung

Das Schwerfeld der Erde ist nach dem Gravitationsgesetz von Newton durch die Massenverteilung der Erde bestimmt. Folglich kommt es bei Massenverlagerungen auch zu Änderungen im Schwerfeld. Diese Variationen sind relativ zum statischen Schwerfeld mit etwa 10^{-7} bis 10^{-9} zwar sehr klein, liegen aber seit wenigen Jahren im messbaren Bereich. Somit entstand eine neue Zielgröße in der Geodäsie und der Modellierung der Massenverlagerungen kommt praktische Bedeutung zu.

In dieser Arbeit sind die räumlichen und zeitlichen Massenvariationen nahe der Erdoberfläche untersucht, d.h. jene in der Atmosphäre, in den Ozeanen und in der kontinentalen Hydrologie. Sie stellen neben den lunisolaren Gezeiten die prominentesten Ursachen von Schwerevariationen auf Zeitskalen von wenigen Stunden bis zu mehrjährigen Perioden dar. Es wird ausführlich auf die Ableitung der Schwerevariationen aus entsprechenden atmosphärischen, ozeanischen oder hydrologischen Zirkulationsmodellen sowie die Wechselwirkungen zwischen ihnen eingegangen. Anhand von Datensätzen verschiedener Modelle können in der Folge beispielsweise für die Klimaforschung relevante Phänomene im Orts- und Spektralbereich identifiziert werden.

Globale Beobachtungen des Schwerfeldes mit homogener Genauigkeit sind nur von Satelliten aus möglich. Sie werden durch aktuelle Schwerfeldmissionen realisiert. Mit Blick auf die zeitlichen Schwerevariationen stellt sich dabei die Frage nach der Messbarkeit und der evtl. Berücksichtigung bei der Prozessierung der Beobachtungen. Dies verlangt nach Vergleichen zwischen den Signalstärken der Variationen und den Sensorgenauigkeiten der Satelliten. Dabei bestehen jedoch grundsätzliche Schwierigkeiten durch den lokalen Charakter sowohl der einzelnen Beobachtung wie auch der Schwerevariationen. Hinzu kommen teils sehr rasch ablaufende Veränderungen, die von den Satelliten nur ungenügend abgetastet und folglich nicht aus den Beobachtungen rekonstruiert werden können.

Für die Vergleiche kommen daher mehrere Methoden zum Einsatz. Zum einen werden die mittleren Signalstärken mit den mittleren Fehlern verglichen, zum anderen die Signale entlang der Bahn direkt den Sensorgenauigkeiten gegenübergestellt. Ein besseres Verständnis der Auswirkung schlecht abgetasteter Variationen auf ein statisches Schwerfeld wird dagegen über ein Simulationsmodell erreicht. Aus simulierten Beobachtungen abgeleitete Schwerfelder können dann mit den Eingangssignalen für die Simulation verglichen werden. Damit ist auch die Wirksamkeit von möglichen Reduktionen für die Variationen verifizierbar. Außerdem können Filtertechniken zur Reduktion der Fehler getestet werden.

Wenn Schwerevariationen unterschiedlichen Ursprungs gleichzeitig auftreten, so überlagern sich diese. Erst die Anbringung von Reduktionen mittels Modellen eliminiert bekannte Schwerevariationen aus den Beobachtungen und gibt den Blick frei auf weitere Phänomene, die weniger bekannt sind und einer physikalischen Interpretation bedürfen. Beispielsweise sind Grundwasservariationen erst nach einer Reduktion der Luft- und Ozeanmassenvariationen erkennbar. Die Genauigkeit der Modelle ist somit maßgeblich für den Gewinn neuer Informationen über Massentransporte im System Erde. Die vorliegende Arbeit liefert hierzu durch die ausführliche Darstellung der mathematischen und physikalischen Modellierung und die Vergleiche zwischen verschiedenen Modellen einen Beitrag. Ebenso dient insbesondere das Simulationsmodell einem besseren Verständnis der Abtastung von räumlich begrenzten zeitlichen Variationen mit Satelliten und ihren Auswirkungen auf die Zielgrößen der Schwerfeldmissionen.

Abstract

According to Newton's law of Gravitation, the mass distribution of the Earth governs the gravitational field of the Earth. If mass is shifted, the gravitational field will change. These variations are in the range of 10^{-7} to 10^{-9} compared to the static gravity field. Although they are that small, they can be detected since recent years. Their observation is a new geodetic objective of high importance for Earth sciences and their modelling is of practical value.

This work investigates spatial and temporal mass variations close to the surface of the Earth, i.e. those of the atmosphere, oceans and continental hydrology. They represent the most prominent sources of gravity variations on timescales from a few hours to several years besides the tides. The derivation of these variations from atmospheric, oceanic and hydrological circulation models and the interactions between them are explained in detail. The use of data sets from various models leads to the identification of phenomena in the spatial and spectral domain, which are of high relevance e.g. for climate studies.

Only satellites enable observations of the gravity field with global coverage and homogeneous accuracy. Actual satellite missions put this into practice. In view of the temporal variations of gravity, the question of their detectability and their incorporation during the analysis of observations rises. This requires comparison between the signals of the variations and the accuracy of the sensors onboard the satellites. Unfortunately, these comparisons suffer from some fundamental problems because single observations as well as the gravity variations are typically related to relatively small regions, which do not coincide in general. Moreover, the variations sometimes proceed very fast and cannot be sensed or detected correctly by the satellites. In this case, their reconstruction from the observations is impossible.

The comparisons are carried out using different methods. On the one hand, mean signals are compared with mean errors. On the other hand, the signals along the orbit are directly contrasted to the sensor accuracies. A simulation model deals with the problem of insufficient sampling of the variations and the resulting effects on the recovery of a static gravity field from the observations. Simulated observations derived from a known gravity signal are used for the recovery, which allows the recovered field to be compared to the input. Also the efficiency of possible corrections for the variations can be judged and filter techniques for error reduction be tested.

The appearance of gravity variations from different sources at the same time leads to a superposition. Only model-based reductions eliminate known parts of the variations from the observations and allow for a look at less known phenomena, which can then be interpreted physically. For instance, variations in continental groundwater become only visible after atmospheric and oceanic variations have been reduced. Therefore, the accuracy of the models is decisive for the gain of new information about mass transport processes in the Earth system. In this regard, the work in hand presents a comprehensive description of the mathematical and physical modelling and comparisons between different models. Similarly, the simulations provide a better understanding of the sampling characteristics of spatially restricted temporal variations seen by satellites and their effect on those parameters, which should be the result of the gravity missions.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	3
Abstract	4
1 Motivation und Einleitung	7
1.1 Einführung	7
1.2 Inhalt dieser Arbeit	8
2 Mathematische Modellbildung	9
2.1 Modellierung zeitvariabler Schwere	9
2.1.1 Approximation der radialen Integration	10
2.1.2 Indirekter Effekt und Love'sche Zahlen	11
2.1.3 Äquivalente Wasserhöhen	12
2.1.4 Spezielle Koeffizienten	13
2.1.5 Statisches Referenzfeld	15
2.2 Kenngrößen zeitlicher Variabilität	15
2.2.1 Signalstärke je Grad	15
2.2.2 Frequenzanalysen	16
2.3 Sphärisch-harmonische Filterung	17
2.3.1 Isotrope Glättungsfilter	18
2.3.2 Nicht-isotrope Filterung	21
2.4 Zusammenfassung	21
3 Schwerevariationen im System Erde	23
3.1 Übersicht	23
3.1.1 Datenquellen und Modelle	25
3.1.2 Klassifizierung	27
3.2 Atmosphäre	30
3.2.1 Grundlagen: Parameter und Zusammenhänge	30
3.2.2 Schwerewirkung der Atmosphäre	34
3.2.3 Evaluation der Modellierungsansätze	39
3.3 Ozeane	46
3.3.1 Grundlagen der Ozeanzirkulationsmodelle	47
3.3.2 Ozeanische Schwerevariationen	52
3.3.3 Analyse des Systems Atmosphäre-Ozean	56
3.4 Hydrologie	62

3.4.1	Hydrologischer Kreislauf	63
3.4.2	Kontinentale hydrologische Schwerevariationen	64
3.4.3	Analyse hydrologischer Variationen	65
3.5	Zusammenfassung	69
4	Schwerefeldvariationen und Satellitenmissionen	71
4.1	Zur Problemstellung	71
4.1.1	Abtastung	71
4.1.2	Rückrechnung	73
4.2	Signalstärken und Messgenauigkeiten	74
4.2.1	Vergleich der Grad-RMS	75
4.2.2	Auswirkungen auf die Beobachtungsgrößen	78
4.3	Abtastung und Aliasing	83
4.3.1	Aliasingprobleme bei Satellitenmissionen	83
4.3.2	Simulationsmodell	87
4.3.3	Ergebnisse für SST high-low	94
4.3.4	Ergebnisse für SST low-low	99
4.3.5	Fehlerreduktion durch Glättungsfilter	105
4.4	Zusammenfassung	107
5	Ergebnisse und Ausblick	109
5.1	Ergebnisse	109
5.2	Ausblick	109
	Verzeichnis der Abkürzungen	113
	A Zur Berechnung der Legendre-Funktionen	115
	B Geopotentielle und geometrische Höhen	116
	Dank	118
	Literaturverzeichnis	119

1 Motivation und Einleitung

1.1 Einführung

Geodätische Forschung dient oft dem Zweck, die bisher erreichten Ergebnisse weiter zu verbessern und dadurch neue Erkenntnisse oder ein besseres Verständnis bisher unklarer Zusammenhänge zu erreichen. Dies bedeutet im Falle der Schwerefeldbestimmung, einerseits die Genauigkeit der Messungen zu erhöhen und andererseits die räumliche Auflösung zu verfeinern. Dabei kann für die letzten drei Jahrzehnte die Faustregel beobachtet werden, dass alle 10 Jahre eine Steigerung um etwa eine Größenordnung erreicht wurde. Dies wird auch als eine Art *Moore'sches Gesetz* bezeichnet (Chao, 2003).

Die Genauigkeitssteigerungen ermöglichen es seit einigen Jahren, in den Bereich der zeitlichen Variationen des Schwerefeldes der Erde vorzudringen. Dies war früher nur für die durch die äußeren Einflüsse von Sonne und Mond verursachten Gezeiten und die Änderung der Abplattung der Erde möglich. Daneben gibt es jedoch eine Vielzahl weiterer zeitlicher Schwerevariationen, die gemäß den Newtonschen Gesetzmäßigkeiten auf Änderungen in der Massenverteilung der Erde beruhen. Die beteiligten Massenverlagerungen finden in den verschiedensten Teilbereichen des Systems Erde statt. Dies sind im Einzelnen die sog. geophysikalischen Fluide wie Atmosphäre, Hydrosphäre, Kryosphäre, Biosphäre sowie die Bestandteile Kruste, Mantel und Kern der festen Erde. Es ist somit seit wenigen Jahren möglich, diese Effekte nicht nur mit Modellen zu beschreiben, sondern auch direkt zu messen. Allerdings weisen Schweremessungen nach dem Überlagerungsprinzip stets einen integralen Charakter auf und lassen keine direkten Folgerungen auf den Beitrag einzelner Fluide zu. Die Summe aller Effekte stellt die Messgröße dar.

Blickt man auf die heutigen Messverfahren zur Schwerefeldbestimmung, so kann eine Gliederung nach dem Abstand des Messorts von den anziehenden Massen vorgenommen werden. Hierbei werden die drei Bereiche der terrestrischen Gravimetrie, der Fluggravimetrie und der Satellitengravimetrie unterschieden. In jedem dieser drei Bereiche sind Beobachtungen von Schwerevariationen möglich. Es bestehen jedoch einige grundsätzliche Unterschiede u.a. bezüglich der bei Messungen erreichbaren räumlichen Auflösung: terrestrische Beobachtungen haben immer einen lokalen Bezug, flugzeuggestützte Messungen eine regional begrenzte Ausdehnung und Satellitenverfahren tendenziell eine globale Abdeckung. Für globale Betrachtungen bieten sich folglich Beobachtungen mit Satelliten an, wie sie in den letzten Jahren mit den Schwerefeldmissionen CHAMP¹, GRACE² und GOCE³ auch realisiert wurden bzw. werden. Nur mit ihnen kann eine nahezu globale Abdeckung mit homogener Genauigkeit gewährleistet werden. Die vorliegende Arbeit widmet sich ausschließlich den Satellitenverfahren.

Erklärtes Ziel dieser Missionen ist neben der hochgenauen Bestimmung des Schwerefeldes, die Abläufe und Zusammenhänge innerhalb und zwischen den einzelnen geophysikalischen Fluiden zu erkennen und zu verstehen. Dies dient über die Geodäsie hinaus letztlich allen daran beteiligten Wissenschaftsfeldern von der Geophysik über die Hydrologie und Ozeanographie bis hin zur Meteorologie. Bisher wird die Information über die beteiligten Massen in Modellen aus diesen Bereichen oftmals nur wenig oder gar nicht berücksichtigt, da sie erst in den letzten Jahren überhaupt messbar geworden ist.

Aufgrund der Überlagerung der Effekte der einzelnen Geofluiden in den Beobachtungen benötigt man Vorinformationen über die ungefähr zu erwartenden Signale, damit eine Unterscheidung zwischen den

¹ CHAMP: Challenging Minisatellite Payload, www.gfz-potsdam.de/pb1/op/champ.

² GRACE: Gravity and Climate Experiment, www.csr.utexas.edu/grace.

³ GOCE: Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer, www.esa.int/esaLP/LPgoce.html.

Geofluiden und nach Möglichkeit auch eine Separation gelingen kann. Es werden also aus Modellen und anderen Beobachtungen die zu erwartenden Schwerevariationen möglichst genau abgeleitet. Kenngrößen sind hier die auftretenden Perioden, die räumlichen Ausdehnungen und die Größen der Variationen. Wenn wie im Falle der Gezeiten oder der Atmosphäre gute Modelle vorliegen, so können deren Signale aus den Beobachtungen reduziert werden, um auf weniger gut bekannte Bereiche wie die Hydrologie oder die Kryosphäre schließen zu können. Aussagen über letztere hängen aber immer von der Genauigkeit der verwendeten Modelle ab.

Bei den Satellitenmissionen treten darüber hinaus Komplikationen aufgrund der Abtastung auf. Diese ist durch die sich laufend ändernde Bahngeometrie bestimmt. So kann es vorkommen, dass räumlich begrenzte oder hochfrequente Variationen nicht richtig erfasst werden, da eine gewisse Zeit benötigt wird, bis der Satellit die Erde hinreichend dicht abgetastet hat. Es kann in Abhängigkeit der Bahnkonfiguration zu räumlichem und zeitlichem Aliasing kommen. Neben der Begrenzung durch die Genauigkeit der Modelle für bekannte Variationen erschweren dann Verfälschungen durch Aliasingeffekte die Bestimmung der zeitlichen Schwerevariationen.

1.2 Inhalt dieser Arbeit

Vor diesem Hintergrund wird in der vorliegenden Arbeit versucht, einen Überblick zur Modellierung der zeitlichen Schwerevariationen und ihrer Erfassung mit den genannten Satellitenmissionen zu geben, der von den Grundlagen bis zum konkreten Umgang mit auftretenden Schwierigkeiten reicht. Den Beginn stellen Betrachtungen zur mathematischen Beschreibung von Schwerevariationen, zu üblichen Kenngrößen zeitlicher Variabilität einer globalen Variable und zu sphärisch-harmonischen Filterverfahren dar. Dies dient zusammen mit dem Anhang vorrangig zur Darstellung grundlegender Zusammenhänge und zur Definition der im Folgenden verwendeten Größen.

Die weitere Arbeit teilt sich in zwei große Kapitel auf. Zunächst beschäftigt sich Kapitel 3 ausführlich mit den Schwerevariationen im System Erde, bevor deren Auswirkungen auf Satellitenmissionen zur Schwerefeldbestimmung in Kapitel 4 diskutiert werden. Im einzelnen bedeutet dies eine Einteilung der zeitlichen Schwerevariationen nach den ihnen zugrunde liegenden Prozessen, Charakterisierungen dieser sowie detaillierte Beschreibungen zur Modellierung und Berechnung atmosphärischer, ozeanischer und hydrologischer Massenvariationen. Diese drei Bereiche werden anschließend anhand der Daten verschiedener Modelle näher auf ihre zeitliche Variabilität untersucht. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse finden Anwendung bei der Diskussion ihrer Wirkung auf die Schwerefeldmissionen in Kapitel 4. Nach einer kurzen Einführung zu den dort auftretenden Schwierigkeiten wird der Frage der Messbarkeit der Variationen nachgegangen. Dazu wird zunächst das Verhältnis zwischen der Genauigkeit der Sensoren bzw. der Missionen und der Signalstärke der zeitlichen Variationen behandelt. Ein vollständiges Simulationsmodell liefert im weiteren Einblicke in die Möglichkeiten und Grenzen der Bestimmung der zeitlichen Variationen mit den Methoden der Satellitengravimetrie. Abschließend gibt Kapitel 5 einen Ausblick auf weitere Fragestellungen in diesem Themenbereich.

Das Ziel der Arbeit liegt darin, einerseits die Modellierung der zeitlichen Schwerevariationen – insbesondere jenen in der Atmosphäre und Hydrosphäre an der Erdoberfläche – vollständig zu beschreiben, dabei getroffene Annahmen und Vereinfachungen zu hinterfragen und charakteristische Phänomene im Orts- und Frequenzbereich aufzudecken. Andererseits soll untersucht werden, wie sich diese Variationen auf die aktuellen Schwerefeldmissionen auswirken, wie mit ihnen umzugehen ist und welche Effekte messbar sind. Damit soll ein weiterer Baustein zum besseren Verständnis und zur Interpretation vorhandener Beobachtungen und damit letztlich zum besseren Verständnis der im System Erde ablaufenden Prozesse geschaffen werden.

Zwei Hinweise noch an interessierte Leser: 1. Für räumliche Darstellungen von Schwerefeldfunktionalen kommt stets die flächentreue Abbildung nach Mollweide zum Einsatz. 2. Alle verwendeten Abkürzungen sind in einem Verzeichnis am Ende der Arbeit zusammengestellt.

2 Mathematische Modellbildung

Bei der Betrachtung zeitlicher Variationen im Schwerfeld der Erde ist es vorteilhaft, sich zunächst einen Überblick über die mathematische Modellierung dieser physikalischen Prozesse zu verschaffen. Diese Modellbildung ist in Kapitel 2.1 beschrieben. Anschließend werden in Kapitel 2.2 kurz die Grundlagen für die Analyse von Schwerfeld-Zeitreihen gegeben. Den Abschluss bildet eine Übersicht der Filterverfahren für sphärisch-harmonische Entwicklungen, die im Zusammenhang mit zeitlichen Schwerevariationen häufig zur Anwendung kommen.

2.1 Modellierung zeitvariabler Schwere

Ausgangspunkt für Betrachtungen zum Schwerfeld ist das Gravitationsgesetz von Newton:

$$V = G \iiint_{\Sigma} \frac{\rho(r, \theta, \lambda)}{\ell} d\Sigma . \quad (2.1)$$

Das Gravitationspotential V ist bestimmt durch das Volumenintegral über den Körper Σ mit der Dichte ρ . Der räumliche Abstand zwischen dem betrachteten Punkt und allen Massenpunkten des Körpers ist mit ℓ bezeichnet, G ist die Gravitationskonstante. Als Bezugssystem sind hier geozentrische sphärische Koordinaten gewählt mit dem Radialabstand r , der Breite θ und der Länge λ .

Wählt man die klassische Darstellung als Reihenentwicklung auf der Basis der orthogonalen Kugel­flächenfunktionen, so entsteht daraus (siehe z.B. Heiskanen und Moritz (1967))

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\cos \theta) [\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda] \quad (2.2)$$

mit den vollständig normalisierten Legendre-Funktionen \bar{P}_{nm} von Grad n und Ordnung m (vgl. Anhang A), dem Radius R einer kugelförmigen Erde und der Masse M der Erde. Dies gilt für alle Punkte $P(r, \theta, \lambda)$ außerhalb der Massen, d.h. für $r > R$. Mit dieser sog. *Synthese* können durch Wahl der Dimensionierung und Einfügen von Transferkoeffizienten verschiedene Funktionale des Schwerfeldes abgeleitet werden, vgl. z.B. Rummel und van Gelderen (1995). Die normierten Potentialkoeffizienten \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} sind bestimmt durch die Massen in allen Punkten $Q(r, \theta, \lambda)$ des anziehenden Körpers:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{array} \right\} = \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{1}{M} \iiint_{\Sigma} \left(\frac{r}{R}\right)^n \rho(r, \theta, \lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \left\{ \begin{array}{l} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{array} \right\} d\Sigma . \quad (2.3)$$

Die Koeffizienten \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} stellen das Spektrum von V dar.

Ansätze von Euler und Lagrange. Bei der Betrachtung von zeitvariablen Phänomenen auf der Erde gibt es zwei grundsätzlich verschiedene, dabei aber gleichwertige Ansätze: den nach Euler und den nach Lagrange (Lamb, 1932). Während im Ansatz nach Euler die Veränderungen an bestimmten Orten des betrachteten Gebiets verfolgt werden, hält der Ansatz nach Lagrange die Wege der Teilchen fest und beschreibt deren Trajektorien. Die Berechnung läuft entsprechend bei Euler über die veränderliche Dichteverteilung und bei Lagrange über die Bewegungsvektoren der Massenbewegung bei ansonsten konstantem Dichtefeld. Die aus den ortsfesten Beobachtungen nach Euler ableitbaren Bewegungsvektoren stellen die Tangenten an die Trajektorien nach Lagrange dar (Chao, 1994).

Am Beispiel der Meeresoberflächenströmungen sei dies anschaulich erläutert (nach Pond und Pickard (1983)). Im Ansatz nach Euler wird an bestimmten Punkten die Strömung nach Richtung und Stärke bestimmt, etwa durch Strömungsmesser an fest verankerten Bojen. Der Ansatz von Lagrange hingegen erfasst die Wege von an der Wasseroberfläche treibenden Driftern, die beispielsweise mit GPS-Empfängern ausgerüstet sind. Bei einer konstanten Strömung sind die Bewegungsvektoren aus den Bojenbeobachtungen genau die Tangenten an die GPS-Trajektorien. Ändert sich das Strömungsfeld mit der Zeit, so ist dieses Bild als Momentaufnahme zu verstehen und die Wege der treibenden Gegenstände ergeben sich aus der schrittweisen Summation der sich ändernden örtlichen Strömungsvektoren.

Da die Ansätze gleichwertig sind, wird meist der für das betrachtete Phänomen günstigere gewählt. Im Falle der in dieser Arbeit hauptsächlich betrachteten globalen Variationen an der Erdoberfläche liegen die entsprechenden Daten jeweils an Punkten vor, die in einem bestimmten Gitternetz angeordnet sind. Daher wird ausschließlich der Ansatz nach Euler verfolgt. Für andere Betrachtungen wie z.B. zu Erdbeben oder postglazialen Hebungen ist hingegen der Ansatz nach Lagrange besser geeignet (Chao, 1994). So geht man nach Erdbeben vom Deformationsfeld aus und vollzieht damit die Massenumverteilung nach (siehe Chao und Gross (1987)).

Zeitabhängige Potentialkoeffizienten. Folgt man dem Ansatz von Euler und betrachtet folglich die Massenänderungen an bestimmten Orten, so führt dies über die Variationen der Dichte ρ zu zeitabhängigen Potentialkoeffizienten (vgl. z.B. Chao et al. (1987)):

$$\left. \begin{array}{l} \bar{C}_{nm}(t) \\ \bar{S}_{nm}(t) \end{array} \right\} = \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{1}{M} \iiint_{\Sigma} \left(\frac{r}{R}\right)^n \rho(r, \theta, \lambda, t) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} d\Sigma . \quad (2.4)$$

Die Zeitabhängigkeit wird durch den Zeitparameter t ausgedrückt. Für eine einfachere Berechnung kann die Integration in einen lage- und einen höhenabhängigen Teil aufgespalten werden:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{C}_{nm}(t) \\ \bar{S}_{nm}(t) \end{array} \right\} = \frac{1}{(2n+1)} \cdot \frac{3}{4\pi R\bar{\rho}} \iint_{\sigma} I_n(\theta, \lambda, t) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} d\sigma \quad (2.5)$$

mit der Variation des radialen Anteils in kg/m^2

$$I_n(\theta, \lambda, t) = \int_0^{+\infty} \left(\frac{r}{R}\right)^{n+2} \rho(r, \theta, \lambda, t) dr . \quad (2.6)$$

Das Volumenelement $d\Sigma = r^2 \sin \theta dr d\theta d\lambda$ wird dabei aufgespalten in den radialen Teil $r^2 dr$ und das Flächenelement $d\sigma = \sin \theta d\theta d\lambda$. Gleichzeitig ist die Gesamtmasse der Erde durch die Masse einer Kugel mit der mittleren Dichte $\bar{\rho}$ ersetzt. Ein üblicher Wert für $\bar{\rho}$ ist $5517 \text{ kg}/\text{m}^3$. Üblicherweise dient die (genäherte) Erdoberfläche als Fläche zur Berechnung von (2.5). Man beachte, dass der radiale Integrationsterm I_n im Allgemeinen gradabhängig ist. Aufgrund der physikalischen Einheit wird bei ihm auch von einer Oberflächendichte gesprochen. I_n könnte durch Division mit $(R \cdot \bar{\rho})$ auch dimensionslos wie die Potentialkoeffizienten ausgedrückt werden. Dies führt jedoch zu sehr kleinen Zahlen, erschwert die physikalische Interpretation und ist daher nicht üblich.

2.1.1 Approximation der radialen Integration

Für Massenvariationen auf und nahe der Erdoberfläche werden anstelle der vollständigen radialen Integration häufig Vereinfachungen der radialen Integration vorgenommen. Im Allgemeinen erleichtert dies einerseits die Berechnung und führt andererseits zu Ungenauigkeiten je nach Güte der Approximation. Zwei in der Literatur oft verwendete Ansätze sollen kurz betrachtet werden.

Dünne Schicht auf einer sphärischen Erde. In diesem sehr einfachen Modell finden alle Massenvariationen in einer dünnen Schicht auf einer Kugeloberfläche statt. Damit entfällt die radiale Integration, es gilt $r = R$, aus der Dichte ρ wird eine Oberflächendichte κ und (2.6) wird zu

$$I_n(\theta, \lambda, t) = \kappa(\theta, \lambda, t) . \quad (2.7)$$

In Verbindung mit der Annahme eines hydrostatischen Gleichgewichts findet dies Anwendung bei der vereinfachten Berechnung von atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Massenvariationen. Der Term I_n ist hier nicht mehr gradabhängig. Als Radius R dient in der Regel die große Halbachse a eines Ellipsoids.

Dünne Schicht auf einer realistischen Erde. Erneut sind alle betrachteten Massen auf eine dünne Schicht kondensiert, diesmal jedoch auf einer realistischeren Erde. Folglich entfällt die radiale Integration. Die radiale Koordinate r setzt sich jedoch aus einem geozentrischen Ellipsoidhalbmesser R' und einer ellipsoidischen Höhe h bzw. einer Geoidhöhe N und einer orthometrischen Höhe H zusammen mit $r = R' + h = R' + N + H$. Es folgt

$$I_n(\theta, \lambda, t) = \left(\frac{R'(\theta) + N(\theta, \lambda) + H(\theta, \lambda)}{R} \right)^{n+2} \kappa(\theta, \lambda, t) \quad (2.8)$$

mit $R' = a\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \beta}$ für eine reduzierte ellipsoidische Breite $\beta = \arctan(b/a \tan B)$ bei einer geographisch-ellipsoidischen Breite B , den beiden Halbachsen a und b und der Exzentrizität e des Bezugsellipsoids¹. Der Vorteil gegenüber der radialen Integration liegt erneut im Arbeiten mit zwei-dimensionalen Daten pro Zeitpunkt. Der Unterschied zum Fall der sphärischen Erde besteht in der leichten Gradabhängigkeit und kleinen, aber systematischen breitenabhängigen Differenzen.

2.1.2 Indirekter Effekt und Love'sche Zahlen

Die Variationen von Massen an der Erdoberfläche wirken auf zwei Arten auf das Schwerefeld der Erde: zum einen direkt durch die Massenanziehung und zum anderen zu einem geringeren Teil indirekt durch die Auflast auf der festen Erde und deren dadurch bedingte Deformation. Das aufgrund einer Deformation zusätzlich wirkende Potential δV wird nach Love (1927) mit

$$\delta V(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n k_n \bar{P}_{nm}(\cos \theta) [\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda] \quad (2.9)$$

beschrieben. Die Koeffizienten k_n heißen *Love'sche Zahlen*. Je nach Ursache der Deformation unterscheidet man innerhalb der Love-Zahlen zwischen diesen k_n , die für Deformationen durch Kräfte wie die lunisolaren Gezeiten gelten, den Love-Zahlen für Auflast k'_n , die bei Deformationen durch auflastende Massen angewendet werden (vgl. Munk und MacDonald (1960)) und den Love-Zahlen für Scherungen k''_n . Letztere beschreiben die Potentialänderung bei Deformationen durch Reibungskräfte wie Wind oder Ozeanströmungen (Lambeck, 1988). Alle Arten von Love-Zahlen werden mit Hilfe von Modellen über den Erdaufbau und dessen Eigenschaften wie dem Gutenberg-Bullen-Modell oder PREM (Preliminary Reference Earth Model, Dziewonski und Anderson (1981)) berechnet. Näheres hierzu ist z.B. in Farrell (1972) oder Lambeck (1988) zu finden.

Diese Arbeit widmet sich Massenverlagerungen an der Erdoberfläche wie der Atmosphäre, den Ozeanen, kontinentaler Hydrologie oder Eismassen, daher kommen stets die Love-Zahlen für Auflast k'_n zur Anwendung und werden im weiteren in den Gleichungen berücksichtigt. Die verwendeten Zahlenwerte sind aus Wahr et al. (1998) entnommen mit dem Wert -0.3 bei $n = 2$ und einer zunehmenden Annäherung an Null mit steigendem Grad bei negativen Werten.

Wie sich in (2.9) zeigt, resultieren aus den Deformationen Änderungen des Potentials. Diese sind dann einfach auf die direkt erhaltenen Werte aus Gleichung (2.4) zu addieren, was zu kleinen Reduktionen der direkten Effekte führt, da $k'_n < 0$. Die Auflast stellt zwar eine zusätzliche Masse dar (positiver direkter Effekt), sie drückt jedoch auf die feste Erde, diese gibt etwas nach und verringert daher den direkten Effekt leicht. Wie bei der radialen Integration gibt es auch bei der Berücksichtigung der Auflasten verschiedene Approximationen, die im Folgenden kurz erläutert sind.

¹Geometrisch ist β die sphärische Breite einer Kugel mit Radius a , d.h. bei Berechnung von (2.5) auf einer Kugel mit Radius a gilt $\theta = 90^\circ - \beta$.

Annahme einer dünnen Schicht. Unter der Annahme, dass sich alle Massenvariationen in einer dünnen Schicht auf einer Kugeloberfläche abspielen, kann direkt (2.5) mit (2.7) angewendet werden. Für die zeitabhängigen Potentialkoeffizienten $\delta\bar{C}_{nm}(t), \delta\bar{S}_{nm}(t)$ des Deformationsanteils aus (2.9) gilt dann

$$\left. \begin{array}{l} \delta\bar{C}_{nm}(t) \\ \delta\bar{S}_{nm}(t) \end{array} \right\} = \frac{k'_n}{(2n+1)} \cdot \frac{3}{4\pi R\bar{\rho}} \iint_{\sigma} \kappa(\theta, \lambda, t) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} d\sigma . \quad (2.10)$$

Dreidimensionaler Ansatz. Die Love-Zahlen für Auflast setzen sich aus der Änderung des Potentials mit k_n und der Auswirkung des Drucks, beschrieben durch \bar{k}_n , zusammen gemäß $k'_n = k_n + (2n+1)/3 \cdot \bar{k}_n$ (Hinderer und Legros, 1989). Die indirekte Schwereänderung besteht folglich aus zwei Teilen, deren erster von der dreidimensionalen Dichteverteilung abhängt, der zweite hingegen nur von den Änderungen im Druck, der auf die Erdoberfläche wirkt. Analog zu (2.10) entsteht nach Boy und Chao (2005) mit (2.5) und (2.6):

$$\left. \begin{array}{l} \delta\bar{C}_{nm}(t) \\ \delta\bar{S}_{nm}(t) \end{array} \right\} = \frac{1}{4\pi R\bar{\rho}} \iint_{\sigma} \left[\frac{3k'_n}{(2n+1)} I_n(\theta, \lambda, t) + \bar{k}_n \kappa(\theta, \lambda, t) \right] \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} d\sigma . \quad (2.11)$$

Hybrides Modell. Verwendet man für die direkte Wirkung einen dreidimensionalen Ansatz, betrachtet die indirekten Auflasteffekte hingegen als einen zweidimensionalen Vorgang in einer dünnen Schicht auf der Erdoberfläche, so entsteht ein hybrides Modell. Dies findet u.a. Anwendung in Swenson und Wahr (2002b); Flechtner (2005); Flechtner et al. (2006):

$$\left. \begin{array}{l} \delta\bar{C}_{nm}(t) \\ \delta\bar{S}_{nm}(t) \end{array} \right\} = \frac{k'_n}{(2n+1)} \cdot \frac{3}{4\pi R\bar{\rho}} \iint_{\sigma} I_n(\theta, \lambda, t) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} d\sigma . \quad (2.12)$$

Da die Auflasteffekte im Allgemeinen mindestens eine Größenordnung kleiner als die direkten Schwerewirkungen sind, ist der dreidimensionale Ansatz angesichts der Genauigkeit der aktuellen Satellitenmissionen nicht erforderlich. Boy und Chao (2005) zeigen am Beispiel der sich radial am weitesten erstreckenden und mit am stärksten variierenden Atmosphäre, dass gegenwärtig ein hybrides Modell hinreichend genau ist. Daher kommt dies auch bei allen Berechnungen in dieser Arbeit zum Einsatz. Die Änderung in den Potentialkoeffizienten ist dann mit dem direkten Effekt aus (2.5) und dem indirekten Effekt aus (2.12):

$$\left. \begin{array}{l} \bar{C}_{nm}(t) \\ \bar{S}_{nm}(t) \end{array} \right\} = \frac{1+k'_n}{(2n+1)} \cdot \frac{3}{4\pi R\bar{\rho}} \iint_{\sigma} I_n(\theta, \lambda, t) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} d\sigma \quad (2.13)$$

Der Term I_n kann entweder aus einer radialen Integration oder durch vereinfachende Annahmen wie die einer dünnen Schicht (vgl. Kapitel 2.1.1) folgen.

2.1.3 Äquivalente Wasserhöhen

Beim Umgang mit hydrologischen und ozeanischen Daten sind Schwerevariationen häufig nicht in den in der Geodäsie üblichen Schwerefeldfunktionalen Geoidhöhe oder Schwereanomalie angegeben, sondern in der Einheit *äquivalente Wasserhöhe*, kurz auch *Wassersäule* genannt. Aufgrund des Namens scheint dies eine metrische Größe zu sein, es verbirgt sich dahinter jedoch eine Druckeinheit. Es handelt sich um den Druck p , den eine bestimmte Wasserhöhe h der Dichte ρ über einer gewissen Fläche aufgrund der Schwerkraft g ausübt ($p = h \cdot \rho \cdot g$). So entspricht ein Meter Wassersäule dem Druck von 98 hPa, wenn man eine Schwere von 9.8 m/s^2 und eine Wasserdichte von 1000 kg/m^3 zugrunde legt.

In hydrologischen Modellen wird häufig nicht die Höhe selbst angegeben, sondern das Produkt von Höhe und Dichte, also eine Oberflächendichte. Bezeichnet man dies mit Meter Wassersäule [m WS], so

ergeben sich die typischen Zusammenhänge:

$$\begin{aligned} 1 \text{ mm WS} &= 1 \text{ kg} / 1 \text{ m}^2 \\ 1 \text{ cm WS} &= 1 \text{ g} / 1 \text{ cm}^2 \\ 1 \text{ m WS} &= 1000 \text{ kg} / 1 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Damit entspricht beispielsweise eine Luftdruckanomalie von 1 hPa ungefähr 1 cm WS. Liegen Wasserhöhen κ in [mm WS] in einem räumlichen Gitter vor, so können daraus Potentialkoeffizienten abgeleitet werden gemäß (vgl. 2.5):

$$\left. \begin{array}{l} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{array} \right\} = \frac{1}{(2n+1)} \cdot \frac{3}{4\pi R\bar{\rho}} \iint_{\sigma} \kappa(\theta, \lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} d\sigma . \quad (2.15)$$

Für die Synthese der Oberflächendichten κ in [mm WS] aus den Potentialkoeffizienten aus (2.3) gilt entsprechend nach Wahr et al. (1998):

$$\kappa(\theta, \lambda) = \frac{R\bar{\rho}}{3} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\cos\theta) [\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda] . \quad (2.16)$$

Die Verwendung von äquivalenten Wasserhöhen im Zusammenhang mit Schwerevariationen bringt den Vorteil mit sich, dass es sich dabei um die originäre Darstellung in den Modellen handelt. Es ist keine Entwicklung in globale Kugelflächenfunktionen notwendig, was insbesondere bei regionalen Daten zu Schwierigkeiten führen kann (vgl. auch Kapitel 2.3). Zudem ist der Bezug zu den zugrunde liegenden Massenvariationen leicht herzustellen. Trotzdem wird in dieser Arbeit auf diese Größe verzichtet und klassischen geodätischen Darstellungen von Schwerefeldfunktionalen wie Geoidhöhen der Vorzug gegeben. Die Beziehung zwischen den beiden Maßen für die Größenordnung typischer Schwerevariationen liefert eine grobe empirische Faustformel mit: 1 mm $\Delta N \cong 2$ cm WS.

2.1.4 Spezielle Koeffizienten

Bei den niedrigen Potentialkoeffizienten vom Grad 0, 1 und 2 besteht ein Zusammenhang mit anderen geometrischen und geophysikalischen Parametern. So beschreibt \bar{C}_{00} die Gesamtmasse der Erde; \bar{C}_{10} , \bar{C}_{11} und \bar{S}_{11} geben die Lage des Massenmittelpunktes relativ zum Ursprung des aktuellen Koordinatensystems an und die Koeffizienten vom Grad 2 hängen mit den Trägheitsmomenten der Erde und damit auch mit den Erdrotationsparametern zusammen. Dies wird am Beispiel von Massen gezeigt, die einen Auflasteffekt verursachen.

Grad 0 und 1: Massenerhalt und Massenzentrum. Mit dem Massenelement $dm = \rho(r, \theta, \lambda, t) d\Sigma$ gilt per Definition (z.B. Heiskanen und Moritz (1967)):

$$\bar{C}_{00} = \frac{1}{M} \iiint_{\Sigma} dm = 1 \quad (2.17)$$

$$\bar{C}_{10} = \frac{1}{MR} \iiint_{\Sigma} z dm = \frac{1}{\sqrt{3}R} z_M \quad (2.18)$$

$$\bar{C}_{11} = \frac{1}{MR} \iiint_{\Sigma} x dm = \frac{1}{\sqrt{3}R} x_M \quad (2.19)$$

$$\bar{S}_{11} = \frac{1}{MR} \iiint_{\Sigma} y dm = \frac{1}{\sqrt{3}R} y_M \quad (2.20)$$

Dabei beschreiben $\{x_M, y_M, z_M\}$ die Lage des Massenmittelpunktes, d.h. bei entsprechender Lagerung des Koordinatensystems gilt $x_M = y_M = z_M = 0$. Zeitliche Änderungen in \bar{C}_{00} können somit direkt als

Änderungen in der Gesamtmasse der Erde bzw. der Masse des jeweils betrachteten Geofluids interpretiert werden. Ebenso sind Änderungen in den Koeffizienten vom Grad 1 als skalierte Variationen des Massenzentrums relativ zum Ursprung des Koordinatensystems zu deuten.

Trotz aller zeitlichen Variationen sollte die Gesamtmasse der Erde konstant bleiben. Betrachtet man jedoch Variationen in einzelnen Geofluiden, so kann deren Masse durchaus variieren. Die indirekten Effekte der Auflast verursachen hingegen keine Änderungen der Gesamtmasse, d.h. es gilt $k'_0 = 0$. Die Lage des Massenzentrums variiert mit jeder Massenverlagerung. Möchte man erreichen, dass das Koordinatensystem laufend diesen Änderungen folgt, so kann mit $k'_1 = -1$ erreicht werden, dass für alle Zeitpunkte $\bar{C}_{10} = \bar{C}_{11} = \bar{S}_{10} = 0$ gilt. Üblicherweise bleibt ein Koordinatensystem wie das ITRS abgesehen von tektonischen Plattenbewegungen jedoch zeitlich invariant und es kommt folglich sowohl zu direkten wie auch zu indirekten Variationen in den Koeffizienten vom Grad 1. Näheres über die Wahl von k'_1 in diesem Fall ist z.B. in Wahr et al. (1998) zu finden.

Grad 2: Erdrotationsparameter. Nach dem Prinzip der Erhaltung des Drehmoments ändert sich die Erdrotation, wenn es zu Änderungen im Trägheitstensor \mathbf{I} der Erde kommt. Dieser lautet in kartesischen Koordinaten $\{x, y, z\}$

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ & I_{yy} & I_{yz} \\ \text{sym.} & & I_{zz} \end{pmatrix} = \iiint_{\Sigma} \begin{pmatrix} y^2 + z^2 & -xy & -xz \\ & x^2 + z^2 & -yz \\ \text{sym.} & & x^2 + y^2 \end{pmatrix} dm . \quad (2.21)$$

Der Zusammenhang mit den Potentialkoeffizienten vom Grad $n = 2$ ist gegeben durch (Heiskanen und Moritz, 1967; Chao und Gross, 1987):

$$\bar{C}_{20} = \frac{1}{2MR^2} \iiint_{\Sigma} (2z^2 - x^2 - y^2) dm = \frac{1}{\sqrt{5}MR^2} \left(\frac{I_{xx} + I_{yy}}{2} - I_{zz} \right) \quad (2.22)$$

$$\bar{C}_{21} = \frac{1}{MR^2} \iiint_{\Sigma} xz dm = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}MR^2} I_{xz} \quad (2.23)$$

$$\bar{S}_{21} = \frac{1}{MR^2} \iiint_{\Sigma} yz dm = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}MR^2} I_{yz} \quad (2.24)$$

$$\bar{C}_{22} = \frac{1}{4MR^2} \iiint_{\Sigma} xz dm = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}MR^2} (I_{yy} - I_{xx}) \quad (2.25)$$

$$\bar{S}_{22} = \frac{1}{2MR^2} \iiint_{\Sigma} xy dm = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}MR^2} I_{xy} \quad (2.26)$$

Man beachte, dass der Trägheitstensor 6 Elemente enthält, während nur 5 Potentialkoeffizienten zur Verfügung stehen. Eine Umkehrung ist folglich nur durch eine Zusatzinformation wie der Präzessionskonstante aus der Erdrotation möglich (Munk und MacDonald, 1960).

Die Verbindung vom Trägheitstensor zu den Erdrotationsparametern Polbewegung und Tageslänge wird üblicherweise über sogenannte Anregungsfunktionen (auch Drehimpulsfunktionen) hergestellt. Dies ist jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit, daher wird auf die Literatur verwiesen (z.B. Barnes et al. (1983); Dill (2002); Chen et al. (2005c)). Es sei lediglich angemerkt, dass die von den Änderungen in den Potentialkoeffizienten beschriebenen Massenverlagerungen nur einen Teil der Ursachen für Erdrotationsvariationen darstellen. Neben diesem Massenterm, der aus der Verlagerung der Massen folgt, gibt es einen Bewegungsterm, der mit den Bewegungen der Massen wie Wind oder Strömungen zusammenhängt. Dies muss bei Vergleichen zwischen beobachteten Variationen in den Erdrotationsparametern und Massenverlagerungen bzw. Schwerfeldvariationen berücksichtigt werden.

2.1.5 Statisches Referenzfeld

Bei Betrachtungen von Schwereanomalien, Geoidhöhen oder anderen Schwerefeldfunktionalen wird stets ein ellipsoidisches Normalschwerefeld abgezogen. Damit zeitliche Variationen in diesen Größen sichtbar werden, muss in einem ähnlichen Vorgehen nicht nur ein Normalfeld, sondern ein vollständiges Schwerefeld, auch statisches Referenzfeld genannt, abgezogen werden. Dies gilt analog auch bei der Betrachtung von Massenverlagerungen in den Geofluiden beispielsweise in Form von äquivalenten Wasserhöhen.

Als statisches Feld wird häufig der zeitliche Mittelwert jedes Koeffizienten bzw. an jedem Ort des Punktgitters der Zeitreihe benutzt. Unter der Annahme einer unendlichen Reihenentwicklung sind diese beiden Mittelungsverfahren identisch. Alternativ ist die Differenzbildung zwischen zwei Zeitpunkten einer Zeitreihe im Orts- oder Spektralbereich möglich. Liegen Schwerefelder vor, ist auch eine Differenzbildung mit einem Feld aus langzeitigen Beobachtungen und/oder verschiedensten Daten (sog. Kombinationslösung, z.B. EGM96) denkbar. In der Notation ist jede dieser Differenzen im Folgenden durch ein vorangestelltes Δ gekennzeichnet, z.B. $\Delta V, \Delta \bar{C}_{nm}, \Delta \bar{S}_{nm}, \Delta I_n$. Man könnte dies als residuales Signal oder Feld der Anomalien bezeichnen.

Es bestehen in der Regel zwischen verschiedenen statischen Schwerefeldern erhebliche Unterschiede, die die Größenordnung der zeitlichen Variationen übersteigen. Dies kann an der heterogenen Herkunft der Daten, ihrer unterschiedlichen Genauigkeit, verschiedenen Kombinationsmethoden sowie Modellierungsaspekten liegen. So weist jede Zeitreihe gewisse Eigenheiten auf. Folglich eignen sich für Studien zu zeitlichen Variationen insbesondere die Mittelwerte der aktuell betrachteten Zeitreihe, um Artefakte wie Offsets und Trends zu vermeiden. Dies bringt den Nachteil mit sich, dass sich die Variationen dann auf unterschiedliche statische Felder beziehen. Allgemein ist darüberhinaus auf die definierenden zugehörigen Konstanten GM und a der Modelle zu achten. Gegebenenfalls müssen die Koeffizienten entsprechend skaliert werden. Beispiele für die Auswirkung der Verwendung verschiedener statischer Felder auf zeitvariable Signale sind in Zenner (2006) gegeben. Trotz der genannten Schwäche stellt demnach die Benutzung der Mittelwerte jeder Zeitreihe das sinnvollste Vorgehen dar.

2.2 Kenngrößen zeitlicher Variabilität

Die Darstellung der zeitlichen Schwerevariationen in Form von zeitabhängigen Potentialkoeffizienten bzw. den Variationen in diesen nach Abzug eines zeitlichen Mittelwertes ist weder für eine übersichtliche grafische Darstellung geeignet, noch erlaubt sie eine räumliche Zuordnung der Variationen. Für eine bessere Übersicht wird oft die Signalstärke pro sphärisch-harmonischem Grad betrachtet. Kapitel 2.2.1 stellt entsprechende Kenngrößen kurz vor. Räumliche Strukturen hingegen sind in einem Gitterplot eines Schwerefeldfunktionals erkennbar. Frequenzen, Amplituden und Phasen von zeitlichen Variationen erhält man aus Fouriertransformationen der Potentialkoeffizienten, der Kenngrößen oder der räumlichen Gitter eines Schwerefeldfunktionals (Kapitel 2.2.2). Damit können die Zeitreihen dieser Größen dann auf signifikante Phänomene untersucht werden.

2.2.1 Signalstärke je Grad

Die klassische Kenngröße für die Signalstärke der Potentialkoeffizienten ist die sog. *Signalgradvarianz* c_n^2 . Sie entsteht aus der Quadratsumme der Koeffizienten pro Grad. Auch die Genauigkeit eines Schwerefeldes ist häufig in der Form von Gradvarianzen der Standardabweichungen angegeben, den *Fehlergradvarianzen*. Mathematisch ergibt sich die Signalgradvarianz aus:

$$c_n^2\{\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}\} = \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^2 + \bar{S}_{nm}^2) . \quad (2.27)$$

Sie gibt den gesamten Signalgehalt pro Grad wieder und kann durch entsprechende Vorfaktoren auch für Schwerefeldfunktionale wie Geoidhöhen N oder Schwereanomalien Δg angegeben werden (Heiskanen und Moritz, 1967):

$$c_n^2\{N\} = R^2 \cdot c_n^2\{\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}\} \quad (2.28)$$

$$c_n^2\{\Delta g\} = \frac{\gamma^2}{R^2}(n-1)^2 \cdot c_n^2\{N\} \quad (2.29)$$

Dabei bezeichnet γ die Normalschwere und R den Erdradius. Neben dieser quadratischen Größe ist auch der *Grad-RMS* als mittlere Signalstärke der einzelnen Koeffizienten verbreitet. Er entsteht aus der Gradvarianz durch Division mit der Anzahl der Koeffizienten je Grad und Ziehen der Quadratwurzel:

$$\text{RMS}_n = \sqrt{\frac{1}{2n+1} \cdot c_n^2}. \quad (2.30)$$

Umrechnungen auf die jeweiligen Funktionale sind analog wie bei den Gradvarianzen möglich.

Eine weitere Größe wäre der Gradmedian als mittlerer Wert der nach ihrem Zahlenwert sortierten Koeffizienten pro Grad. Er eignet sich bei der Betrachtung von Datensätzen, die durch fehlende Polkappen eine nicht ganz globale Abdeckung aufweisen (Sneeuw, 2000). Allerdings ist der Gradmedian nur auf die Beträge der Variationen in den Koeffizienten sinnvoll anwendbar und in dieser Arbeit nicht weiter verwendet.

2.2.2 Frequenzanalysen

Die klassische Methode der Untersuchung einer Zeitreihe auf darin enthaltene Frequenzen und deren Amplituden und Phasen ist die Fouriertransformation. Die Grundlagen hierfür, die praktische Realisierung und das verwandte Verfahren der Schätzung von Amplituden und Phasen einer bestimmten Frequenz sind daher kurz zusammengefasst.

Fouriertransformation. Fouriertransformationen beinhalten die Reihenentwicklung einer periodischen Funktion, beispielsweise einer Zeitreihe $x(t)$, im Folgenden auch Signal genannt, in eine Fourierreihe, was im wesentlichen eine Zerlegung in Kosinus- und Sinusfunktionen bedeutet. Jedes Reihenglied entspricht einer bestimmten Frequenz, deren Signalstärke in den Fourierkoeffizienten a_k und b_k enthalten ist. Man spricht daher auch vom Übergang vom Zeit- in den Frequenzbereich (Analyse). Äquivalent zu der Darstellung als Sinus-/Kosinusreihe ist jene mit Amplituden (Beträgen) A_k und Phasen φ_k , ebenso ist eine komplexe Schreibweise möglich. Für eine vollständige Diskussion der Zusammenhänge und die entsprechenden Formeln wird auf die Literatur verwiesen, z.B. Strang (1986) oder Meyer (1998).

Abtasttheorem und Aliasing. Eine wichtige Voraussetzung der klassischen Fouriertransformation ist, dass die Zeitreihe kontinuierlich ist. Bei der Arbeit mit Messreihen oder Zustandsbeschreibungen aus Modellen hat man jedoch in der Regel mit diskreten Daten zu tun. Mathematisch entspricht die Abtastung der Multiplikation mit einer Diracstoßfolge und führt zu einem periodischen Spektrum.

Damit die Abbildung in den Spektralbereich umkehrbar ist, muss die Abtastfrequenz f_A mehr als doppelt so groß sein wie die höchste im Signal vorkommende Frequenz. Ist dieses sog. *Abtasttheorem* nicht erfüllt, so kommt es durch die ungenügend dichte Abtastung zu einer Überlappung der periodischen Teilspektren, dem sog. *Aliasing*. In der Folge entstehen Fehler v.a. in den hohen Frequenzen, die bei einer Synthese die gesamte Zeitreihe verfälschen. Zur Vermeidung von Aliasing ist also stets auf eine entsprechend hohe Abtastfrequenz zu achten. Alternativ dienen Tiefpassfilter zur Begrenzung der Bandbreite B des Signals vor einer Fouriertransformation. Dabei muss erfüllt sein: $f_A > 2B$.

Im Rahmen der satellitengestützten Schwerefeldbestimmung sind die genannten Forderungen leider nicht immer erfüllt. Zum einen benötigt man eine gewisse Anzahl von Beobachtungen, um eine Schwerefeldlösung berechnen zu können. Zeitvariable Signale mit Perioden von der halben Beobachtungsdauer

und darüber verursachen demnach das erwähnte zeitliche Aliasing. Zum anderen laufen die Schwerevariationen räumlich begrenzt ab, was aufgrund einer ungünstigen Bahnkonstellation auch sog. räumliches Aliasing bewirken kann. Für eine weitere Diskussion der Thematik wird auf Kapitel 4 verwiesen.

DFT und FFT. Die abgetasteten Signale umfassen immer nur einen endlichen Zeitraum der Länge T . Damit liegen auch nur N im Intervall Δt abgetastete Werte vor ($T = N\Delta t$). Eine *diskrete Fouriertransformation* (DFT) liefert dann für die Folge der Abtastwerte $x[n]$ von $x(t)$ die Folge der Spektralwerte $X[k]$, wobei $n = 0, 1, \dots, N-1$ und $k = 0, 1, \dots, N-1$. Dabei wird das abgetastete Signal als periodisch fortgesetzt angenommen. Die spektrale Darstellung ist folglich diskret. Gleichzeitig ist sie periodisch, da das Signal durch die Abtastung diskretisiert wurde. Die periodische Fortsetzung des Signals ist bei Zeitreihen von Schwerevariationen beispielsweise wegen der begrenzten Verfügbarkeit von Daten oder enthaltenen Trends nicht immer erfüllt. In der Folge kommt es zu Verfälschungen in $X[k]$ aufgrund der Sprungstellen an den Rändern der Zeitreihe.

Aus der Folge $X[k]$ der Länge N lassen sich einfach komplexe Fourierkoeffizienten und damit auch $N/2$ Amplituden und $N/2$ Phasen ausrechnen. Deren Frequenzen umfassen den Bereich von der Nullfrequenz (Mittelwert von $x[n]$) bis zur doppelten Abtastfrequenz mit $f = 1/(2\Delta t)$ in Schritten von $\Delta f = 1/T$. Als Einheit dienen häufig Schwingungen pro Jahr (cpa, *cycles per year*) oder Schwingungen pro Tag (cpd). Die Nullfrequenz enthält keine Information, wenn – wie in Kapitel 2.1.5 geschildert – vor der DFT der entsprechende Mittelwert abgezogen wurde. Berücksichtigt man dies, so entsteht beispielsweise aus einer Zeitreihe monatlicher Daten über 3 Jahre ein Frequenzspektrum von $1/3$ cpa bis 6 cpa in einer Schrittweite von $1/3$ cpa, insgesamt also 18 Spektrallinien aus 36 Zeitpunkten. Das Spektrum einer Zeitreihe 6-stündlicher Daten über ein Jahr (1460 Zeitpunkte) reicht von 1 cpa bis $730 \text{ cpa} = 2 \text{ cpd}$ mit 730 Spektrallinien in Schritten von $1 \text{ cpa} = 1/365 \text{ cpd}$.

Zur Berechnung der DFT eignet sich das Verfahren der *Fast Fourier Transform*, kurz FFT. Dies ist ein effizienter und schneller Algorithmus, der in der vorliegenden Arbeit bei allen Frequenzanalysen zum Einsatz kommt. Nähere Angaben können der genannten Literatur entnommen werden.

Schätzung von periodischen Schwingungen. Möchte man nicht alle Spektrallinien berechnen und beschränkt man sich auf spezielle Frequenzen, so können diese auch durch die Anpassung einer Schwingung der gewünschten Frequenz an die Folge $x[n]$ berechnet werden. Die Schwingung ist durch das entsprechende Glied der Fourierreihe in der Darstellung Sinus/Kosinus oder Amplitude/Phase gegeben. Dies entspricht dem funktionalen Modell einer Ausgleichung nach kleinsten Quadraten mit den Beobachtungen $x[n]$ und den Unbekannten A_k und φ_k der gewählten Frequenz. Der Vorteil dieses Vorgehens liegt darin, dass die Länge der Zeitreihe nicht der gesuchten Frequenz oder einer Vielfachen davon entsprechen muss. Dafür bekommt man keinen Überblick über den Signalgehalt aller Frequenzen. Ansonsten ist das Verfahren äquivalent zur FFT.

2.3 Sphärisch-harmonische Filterung

In der sphärisch-harmonischen Darstellung des Schwerefeldes nimmt die Signalstärke nach der Faustregel von Kaula (1966) mit zunehmendem Grad und damit höherer räumlicher Auflösung kontinuierlich ab. Gleichzeitig steigen die Unsicherheiten und Fehler in den Koeffizienten an. Zur Vermeidung eines zu starken Einflusses von kleinräumigen Unsicherheiten auf die gut bestimmten großräumigen Strukturen oder zur Betrachtung bestimmter Regionen kommen daher häufig entsprechende Filter zum Einsatz. Sie bewirken eine Glättung und Reduzierung des Signals und können nach ihrer Art in isotrope oder abstandsabhängige und nicht-isotrope oder richtungsabhängige Filter eingeteilt werden. Die Filterung ist entweder im Spektralbereich der Koeffizienten durch eine Multiplikation oder im Ortsbereich der Schwerefeldfunktionale durch eine Faltung möglich. Beide Ansätze sind gleichwertig.

2.3.1 Isotrope Glättungsfiter

Die Gewichtung hängt hier nur vom sphärischen Abstand α zwischen dem betrachteten Punkt $P(\theta, \lambda)$ und einem beliebigen Punkt $Q(\theta', \lambda')$ ab, der sich aus dem sphärischen Kosinussatz ergibt: $\cos \alpha = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\lambda - \lambda')$. Die entsprechende Bogenlänge auf der Erdoberfläche ist $\alpha \cdot R$ mit einem Erdradius R . Bezeichnet man die Glättungsfunktion mit $W(\alpha)$, so gilt (Jekeli, 1981)

$$W(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} W_n P_n(\cos \alpha), \quad (2.31)$$

wobei W_n die (spektralen) Koeffizienten der Gewichtsfunktion und P_n die Legendre-Polynome darstellen. Die Koeffizienten folgen aus

$$W_n = \int_0^{\pi} W(\alpha) P_n(\cos \alpha) \sin \alpha \, d\alpha. \quad (2.32)$$

Die Filterung geschieht dann im Ortsbereich mit einer Faltung bzw. im Spektralbereich mit einer Multiplikation der Potentialkoeffizienten, wobei letzteres in der Regel wesentlich einfacher zu berechnen ist. Beispielsweise entsteht für ein geglättetes Potential \tilde{V}_P am Punkt P (vgl. Gleichung 2.2):

$$\tilde{V}_P = \frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma} W(\alpha_{PQ}) V_Q \, d\sigma = W * V \quad (2.33)$$

$$\tilde{V}_P = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n W_n \bar{P}_{nm}(\cos \theta_P) [\bar{C}_{nm} \cos m\lambda_P + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda_P]. \quad (2.34)$$

Die Indizes sollen verdeutlichen, worauf sich die Größen jeweils beziehen. Im Folgenden sind einige übliche isotrope Filter kurz vorgestellt und miteinander verglichen. Sie kommen teilweise in Kapitel 4.3.5 zur Anwendung.

Tiefpassfilter. Ein einfacher Filter im Spektralbereich ist der Rechteck- oder Tiefpassfilter:

$$W_n = \begin{cases} 1, & \text{für } 0 \leq n \leq n_{\max} \\ 0, & \text{für } n_{\max} < n \leq \infty \end{cases} \quad (2.35)$$

Ab einem gewissen Grad n_{\max} sind alle Koeffizienten zu Null gesetzt. Im Ortsbereich entspricht dies einer sinc-Funktion, die wegen des Sprunges im Spektrum große Nebenmaxima aufweist. Signalgehalt aus benachbarten Bereichen beeinflusst dadurch den betrachteten Ort. Dies wird als (räumliches) *Leakage* bezeichnet. Die Funktion $W(\alpha)$ kann auch aus (2.35) mit (2.31) berechnet werden.

Pellinen-Filter. Setzt man im Ortsbereich einen Rechteckfilter ein, so entsteht im Spektralbereich eine sinc-Funktion mit ihren unerwünschten Eigenschaften. Erneut kommt es zu (diesmal spektralem) *Leakage*. Die isotrope Rechtecksfunktion entspricht einer sphärischen Kappe mit einem Radius α_0 (Pellinen, 1966):

$$W(\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{für } 0 \leq \alpha \leq \alpha_0 \\ 0, & \text{für } \alpha_0 < \alpha \leq \pi \end{cases}. \quad (2.36)$$

Die spektrale Gewichtsfunktion entsteht aus numerischer Integration mit (2.32) oder aus einer Rekursion nach Sjöberg (1980):

$$\begin{aligned} W_0 &= 1 \\ W_1 &= \frac{1}{2} (1 + \cos \alpha_0) \\ W_n &= \frac{2n-1}{n+1} \cos \alpha_0 W_{n-1} - \frac{n-2}{n+1} W_{n-2}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Gauß-Filter. Zur Vermeidung der Sprünge und der Nebenmaxima in den erwähnten einfachen Filtern schlägt Jekeli (1981) eine Glockenkurve im Orts- und Spektralbereich vor. Es entsteht (Wahr et al., 1998):

$$W(\alpha) = \frac{b}{2\pi} \cdot \frac{e^{-b(1-\cos\alpha)}}{1 - e^{-2b}} \quad (2.38)$$

mit

$$b = \frac{\ln 2}{1 - \cos\psi} \quad \text{und} \quad \psi = \frac{r}{R}, \quad (2.39)$$

wobei ψ bzw. r den Radius der Glättungsfunktion im Winkel- bzw. Streckenmaß darstellen, für den $W(\alpha = \psi) = 0.5 \cdot W(\alpha = 0)$ gilt. Man spricht auch vom Halbwertsradius. Für eine Normierung auf Werte zwischen 0 und 1 ist noch durch $W(\alpha = 0)$ zu dividieren. Eine Rekursion liefert die entsprechenden Koeffizienten²:

$$\begin{aligned} W_0 &= 1 \\ W_1 &= \frac{1 + e^{-2b}}{1 - e^{-2b}} - \frac{1}{b} \\ W_n &= -\frac{2n-1}{b} W_{n-1} + W_{n-2}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Aufgrund der Form des Filters im Orts- und Spektralbereich wird er als Gauß-Filter bezeichnet. Er findet sehr häufig bei Zeitreihen von GRACE-Schwerefeldern Anwendung.

Hann-Filter. Wählt man ähnlich wie beim Pellinen-Filter im Ortsbereich eine sphärische Kappe mit Radius α_r , gestaltet den Übergang auf Null jedoch gleitend, so entsteht der Hann-Filter³ (Jekeli, 1981):

$$W(\alpha) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\alpha\pi}{\alpha_r} \right), & \text{für } 0 \leq \alpha \leq \alpha_r \\ 0, & \text{für } \alpha_r < \alpha \leq \pi \end{cases}. \quad (2.41)$$

Die Koeffizienten W_n folgen hier aus

$$\begin{aligned} W_0 &= 1 \\ W_n &= \frac{\pi^2 - \alpha_r^2}{\pi^2(1 - \cos\alpha_r) - 2\alpha_r^2} \left[\frac{1}{2n+1} (P_{n-1}(\cos\alpha_r) - P_{n+1}(\cos\alpha_r)) + \gamma_n \right] \end{aligned} \quad (2.42)$$

mit

$$\gamma_n = \int_0^{\alpha_0} \cos\left(\frac{\pi\alpha}{\alpha_r}\right) P_n(\cos\alpha) \sin\alpha \, d\alpha. \quad (2.43)$$

Die Funktion γ_n ist entweder direkt durch numerische Integration oder über eine Rekursion nach Jekeli (1981) berechenbar. Das Ergebnis ist sowohl im Orts- als auch im Spektralbereich dem Gaußfilter relativ ähnlich.

Vergleich der isotropen Filter. Die Abbildungen 2.1-2.4 zeigen das Aussehen der Glättungsfilter im Orts- und Spektralbereich. Der Zusammenhang zwischen den Sprüngen und den Nebenmaxima bei Tiefpass- und Pellinenfilter ist deutlich erkennbar. Hann- und Gaußfilter gewährleisten hingegen einen sehr glatten Übergang mit nur leichten bzw. keinen Schwingungen in höheren Graden und weit entfernten Gebieten. Zwischen der Größe des räumlichen Glättungsgebietes und der Reduktion des sphärisch-harmonischen Grades besteht ebenso eine deutliche Korrelation. Je größer das räumliche Gebiet ist, desto stärker werden höhere Grade und folglich auch kleinräumige Strukturen reduziert.

² Abweichend von Jekeli (1981) und Wahr et al. (1998) ist das Vorzeichen im Zähler des ersten Glieds von W_n geändert, andernfalls sind die dort gegebenen Beispiele nicht nachvollziehbar. Dies ist in Übereinstimmung mit Han et al. (2005c).

³ Die Anwendung dieses Filters wurde im Englischen früher als *hanning* bezeichnet, daher taucht in der Literatur häufig die falsche Bezeichnung *Hanning-Filter* auf. Namensgeber ist der Wiener Meteorologe Julius von Hann (1839-1921).

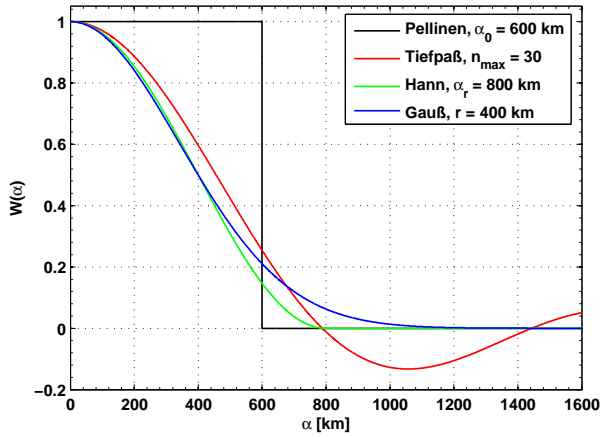


Abbildung 2.1: Gewichtungsfunktionen $W(\alpha)$ zur Glättung kleinräumiger Strukturen.

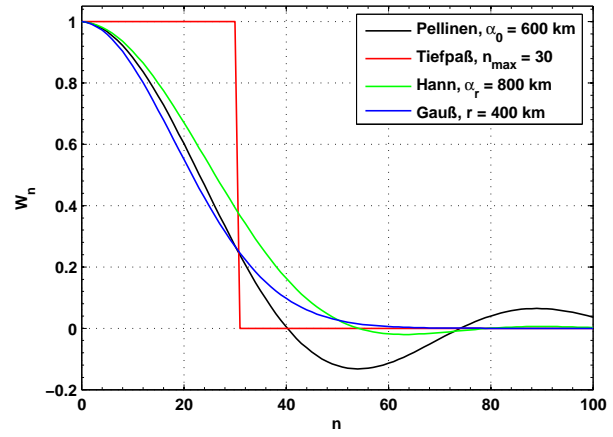


Abbildung 2.2: W_n zu Abbildung 2.1

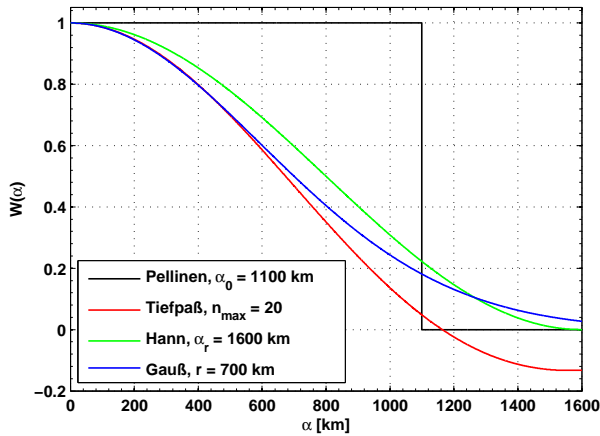


Abbildung 2.3: Gewichtungsfunktionen $W(\alpha)$ zur Glättung größerer Strukturen.

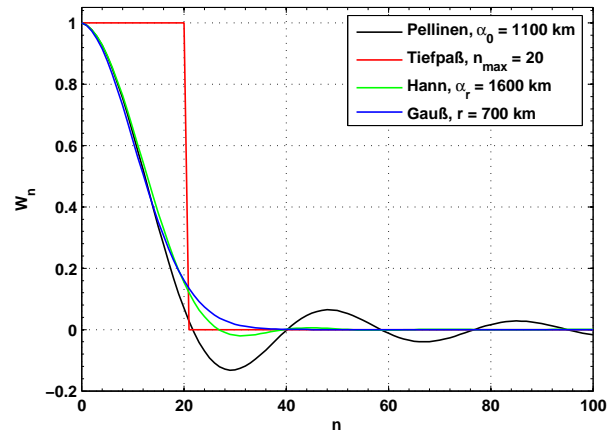


Abbildung 2.4: W_n zu Abbildung 2.3.

Neben diesen allgemeinen Zusammenhängen fällt die Ähnlichkeit zwischen den Filtern in einigen Bereichen auf. Es bietet sich an, diese unter Anwendung auf ein Schweresignal genauer zu untersuchen. Als Signal dient hier die erwähnte Faustregel von Kaula in Form des Grad-RMS der Koeffizienten selbst:

$$\text{RMS}_n = \sqrt{\frac{1}{2n+1} \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-10}}{n^3}}, \quad n \geq 1. \quad (2.44)$$

Nach Multiplikation dieses Signals mit den W_n ergeben sich für die in Tabelle 2.1 gezeigten Werte minimale mittlere Differenzen zum Gaußfilter. Der Gaußfilter dient hier als Referenz, da er mit Abstand am häufigsten in der Literatur zum Einsatz kommt. Für den Tiefpassfilter ist diese Methode nicht sinnvoll anwendbar. Vereinfachend wird in diesem Fall lediglich auf eine maximale Ähnlichkeit der Funktion $W(\alpha)$ mit der entsprechenden Funktion des Gaußfilters geachtet.

Es ist klar, dass eine solche Betrachtung nur für eine ungefähre Abschätzung der Zusammenhänge zwischen den Filtern bei Anwendung auf ein Schwerfeld geeignet ist. Trotzdem können Beziehungen zwischen dem Halbwertsradius des Gaußfilters und den Kenngrößen der anderen Filter abgeleitet werden, für die eine möglichst ähnliche Wirkung auf ein Schweresignal besteht. Im einzelnen entsteht:

$$\alpha_0 = 1.66 \cdot r + 5 \cdot 10^{-6} \cdot r^2 \quad (2.45)$$

$$\alpha_r = 2.465 \cdot r \quad (2.46)$$

$$n_{\max} = \frac{1.43 \cdot 10^4}{r} - 1 \quad (2.47)$$

Tabelle 2.1: Ähnlichkeiten der isotropen Glättungsfilter.

Gauß: r [km]	Pellinen: α_0 [km]	Hann: α_r [km]	Tiefpass: n_{\max}
100	166	246	142
200	333	493	71
300	499	739	47
500	832	1232	28
700	1166	1726	19
1000	1665	2470	13

Die Formeln sind nur für den Bereich von 100 km bis 1000 km Halbwertsradius gültig. Ähnliche Ergebnisse sind in Zenner (2006) zu finden. Vergleichbare Glättungen erreichen Sasgen et al. (2006) unter Anwendung eines Wiener-Filters.

2.3.2 Nicht-isotrope Filterung

Interessiert man sich nur für bestimmte Bereiche auf der Erdoberfläche oder hat man mit Signalen oder Fehlerstrukturen zu tun, die neben dem Grad auch von der Ordnung abhängen, dann stellen nicht-isotrope Filter ein geeignetes Werkzeug dar. Sie hängen von den Koordinaten der Punkte auf der Kugeloberfläche ab. Beispiele wären eine Land-Ozean-Maske oder die Einzugsbereiche großer Flüsse. Neben diesen räumlich definierten Filtern zählen auch Maßnahmen gegen Streifenstrukturen in Schwerefeldern hierzu. Diese Art der Filterung beruht stets auf einer zweidimensionalen Faltung im Ortsbereich und einer individuellen Gewichtung der sphärisch-harmonischen Koeffizienten im Spektralbereich. Die Methoden kommen in dieser Arbeit nicht zum Einsatz, daher wird auf Formeln verzichtet und nur ein kurzer Überblick anhand der Literatur gegeben.

Eine gute Übersicht zu den grundlegenden Formeln der zweidimensionalen Faltung geben Han et al. (2005c). Dort kommt dies in einem zweidimensionalen Gauß-Filter zum Einsatz und dient der Dämpfung von Koeffizienten mit höherer Ordnung. Filteransätze, die auf räumliche Gebiete zielen, sind in Wahr et al. (1998) und Swenson und Wahr (2002a) beschrieben. Analog zum Pellinen-Filter kommt es bei einem Sprung am Rand des Gebietes zu unerwünschtem Leakage im Spektralbereich, auch als *Gibbs-Phänomen* bekannt. Dies kann mit einer hohen spektralen Auflösung zwar stark begrenzt, jedoch nicht vollständig unterdrückt werden. Besser ist ein glatter Übergang, beispielsweise mit einer Gaußfunktion. Unter Annahme einer Fehlercharakteristik des Signals zeigen Swenson und Wahr (2002a) Möglichkeiten zur Optimierung dieses Übergangs auf, indem Leakage und/oder Signalfehler minimiert werden. Weitere Ansätze hierfür sind in Seo et al. (2005) und Seo und Wilson (2005a) diskutiert. Ein alternatives Verfahren, das auf eine optimale Anpassung an erwartete Signale aus Modellen abzielt, wird in Chen et al. (2006b) vorgestellt.

Die bisher verfügbaren monatlichen Schwerefeldlösungen aus GRACE zeigen eine deutliche Streifenstruktur in Nord-Süd Richtung. Diese Streifen werden als Fehler angesehen. Sie hängen nach Swenson und Wahr (2006) mit Korrelationen zwischen den Koeffizienten geraden und ungeraden Grades je Ordnung beginnend bei $m = 8$ und deutlich ausgeprägt bei Ordnung 16 und 18 zusammen. Eine Multiplikation mit entsprechenden Polynomen reduziert dies, ohne gleichzeitig das Signal selbst allzu stark zu beeinflussen (Swenson und Wahr, 2006). Trotz dieses möglichen Nachteils scheint dieser Filter in Kombination mit dem isotropen Gaußfilter häufig zur Anwendung zu kommen bei der geophysikalischen Interpretation der GRACE-Schwerefelder.

2.4 Zusammenfassung

Die klassische Parametrisierung des Schwerefeldes der Erde in der Geodäsie ist jene mit Kugelflächenfunktionen. Davon wird in der vorliegenden Arbeit nicht abgewichen. Im Hinblick auf die Modellierung

zeitlicher Schwerevariationen bedeutet dies, dass die Potentialkoeffizienten \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} zeitabhängig werden. Weitere wesentliche Punkte der Modellbildung sind:

- Die Verfolgung der veränderlichen Dichteverteilung geschieht in der vorliegenden Arbeit stets in einem Gitternetz ortsfester Punkte (Ansatz von Euler).
- Massenvariationen in der Nähe der Erdoberfläche können häufig genähert als dünne Schicht angesehen werden. Je nach Genauigkeitsanspruch liegt diese auf einer sphärischen oder einer realistischen Erde.
- Indirekte Effekte durch die auflastbedingte Deformation der festen Erde sind in den Love-Zahlen für Auflast k'_n abgebildet. Für indirekte Effekte genügt das Modell einer dünnen Schicht den heutigen Genauigkeitsansprüchen.
- Anstelle der klassischen Schwerefeldfunktionale sind Schwerevariationen häufig in äquivalenten Wasserhöhen angegeben, da dies die übliche Darstellung von Massen in geophysikalischen Modellen ist. Im Prinzip entspricht dies skalierten Geoidhöhen.
- Über die Variationen der Koeffizienten vom Grad 0, 1 und 2 besteht eine Verbindung zur Variation der Gesamtmasse und des Massenzentrums bezüglich des vereinbarten Koordinatensystems sowie zur Variation der Erdrotationsparameter.
- Variationen des Schwerefeldes sind sehr klein und werden erst durch Subtraktion eines statischen Anteils sichtbar. Für die Wahl dieses statischen Anteils bestehen verschiedenste Möglichkeiten. Es hat sich als günstig erwiesen, dafür den zeitlichen Mittelwert der betrachteten Zeitreihe zu verwenden, da die Variationen dann um Null zentriert sind.

Zur Analyse von Zeitreihen stehen die klassischen Werkzeuge der Fouriertransformation wie die FFT zur Verfügung. Mit ihr können Aussagen über Frequenzen, Amplituden und Phasen gemacht werden. Dabei gilt:

- Die Zeitreihe der Signale muss diskret und endlich sein.
- Bei der Abtastung kann es zu Verfälschungen durch Aliasing kommen.
- Auch aufgrund der periodischen Fortsetzung der Zeitreihe sind Verfälschungen möglich.
- Da die Fouriertransformierte einer Zeitreihe von Potentialkoeffizientensätzen grafisch schlecht darstellbar ist, können für Übersichten über den Signalgehalt aller Frequenzen Gradvarianzen, Grad-RMS oder ähnliche Maße verwendet werden. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf den Grad-RMS als mittlere Signalstärke jedes Koeffizienten.

Zur Reduktion der typischen Fehlerstrukturen von Schwerefeldern kommt häufig eine sphärisch-harmonische Filterung zum Einsatz. Die vier isotropen Filter

- Tiefpass (spektrales Rechteck),
- Pellinen (räumliches Rechteck),
- Gauß und
- Hann

sind daher vorgestellt und miteinander verglichen. Daneben werden Ansätze für nicht-isotrope Filter aufgezeigt. Bei Anwendung der Filter ist zu beachten, dass sie immer auch das gewünschte Restsignal reduzieren und eine Abweichung von den eigentlichen Beobachtungen bewirken.

3 Schwerevariationen im System Erde

Nach den Grundlagen der mathematischen Modellierung werden nun die für Schwerevariationen verantwortlichen Prozesse im System Erde betrachtet. Am Beginn steht eine Übersicht und eine Einteilung (Kapitel 3.1). Aus dem Bereich der für Satellitenmissionen besonders interessanten kurzperiodischen bis jahreszeitlichen Variationen werden anschließend drei prominente Vertreter genauer untersucht. Es sind dies die Atmosphäre in Kapitel 3.2, die Ozeanzirkulationen in Kapitel 3.3 und die kontinentale Hydrologie in Kapitel 3.4. Eine Zusammenfassung bietet das abschließende Kapitel 3.5.

3.1 Übersicht

Aus geodätischer Sicht waren über viele Jahre die Gezeiten die einzig wesentliche zeitliche Variation des Schwerefeldes. Alle anderen Variationen liegen mindestens eine Größenordnung niedriger und damit lange Zeit an der Grenze bzw. unterhalb der Messgenauigkeit (Torge, 1975). Sie beruhen auf Massentransporten in und auf der Erde. Diese Effekte kamen mit der steigenden Genauigkeit von Gravimetern und dem Aufkommen von Supraleitgravimetern sowie der Schwerefeldbestimmung mit Laserdistanzmessungen zu Satelliten (*satellite laser ranging*, SLR) ins Blickfeld. Mit SLR zu Satelliten wie LAGEOS über einen längeren Zeitraum von 10-20 Jahren können zeitliche Variationen in den niedrigen zonalen Koeffizienten und insbesondere in der Abplattung beobachtet werden (Cheng und Tapley, 1999, 2005). Zur Interpretation der Messungen versucht man, ihnen entsprechende Massenverlagerungen aus Modellen gegenüber zu stellen. Für die SLR-Beobachtungen wird dies z.B. in Nerem et al. (2000) oder Cox und Chao (2002) diskutiert. Analog sind in den letzten Jahren eine Vielzahl von Interpretationen der GRACE-Beobachtungen erschienen, u.a. Wahr et al. (2004); Tapley et al. (2004b); Ramillien et al. (2004); Han et al. (2005a); Rowlands et al. (2005); Schmidt et al. (2006b).

Der zunehmenden Beobachtbarkeit geht also stets eine entsprechende Modellierung der beobachteten Größen voraus bzw. mit ihr einher. Ausgehend von Erdbeben (Chao und Gross, 1987), Schneemassen (Chao et al., 1987), Oberflächenwasser (Chao und O'Connor, 1988) und atmosphärischen Massen (Chao und Au, 1991) sind nach und nach verschiedenste Massentransporte auf ihre zeitliche Variabilität und die daraus folgenden Schwerevariationen untersucht worden. Umfassende Darstellungen geben Lambeck (1988), Chao (1994), Dong et al. (1996) und der NRC-Report von 1997 (NRC, 1997). Im Hinblick auf die GRACE-Mission sind die saisonalen Variationen ausführlich in Wahr et al. (1998) und Cazenave et al. (1999) diskutiert. Um eine Gliederung der Ergebnisse all dieser sowie weiterer Studien geben zu können, sollen zunächst alle im heutigen Sinne relevanten Massentransporte benannt und die Beziehungen zwischen ihnen skizziert werden.

Prinzipiell führt jeder Transport einer Masse bzw. jede Dichteänderung auf der Erde zu einer Veränderung des Schwerefeldes. Doch nicht jeder solche Vorgang ist im Hinblick auf die heutige Messgenauigkeit auch relevant. Dazu bedarf es nach Chao (1994) einer hinreichend großen Masse, die über eine ausreichend lange Strecke transportiert wird. So beinhaltet beispielsweise der menschliche Gütertransport zu geringe Massen und Vulkanausbrüche erstrecken sich oft auf eine zu geringe Distanz. Abbildung 3.1 gibt dagegen eine Übersicht der signifikanten Prozesse. Die jeweiligen Geofluidе sind hier bunt eingefärbt, während von außen einwirkende Kräfte grau hinterlegt sind. Massenverlagerungen sowohl innerhalb wie auch zwischen den einzelnen Bereichen kennzeichnet eine rote Schrift. Der Vollständigkeit halber sind auch die Gezeiten in die Darstellung aufgenommen.

Deutlich ist der von der Sonneneinstrahlung angetriebene Wasserkreislauf zwischen Atmosphäre, Ozeanen und Kontinenten mit den Vorgängen Verdunstung, Niederschlag, Speicherung und Abfluss zu er-

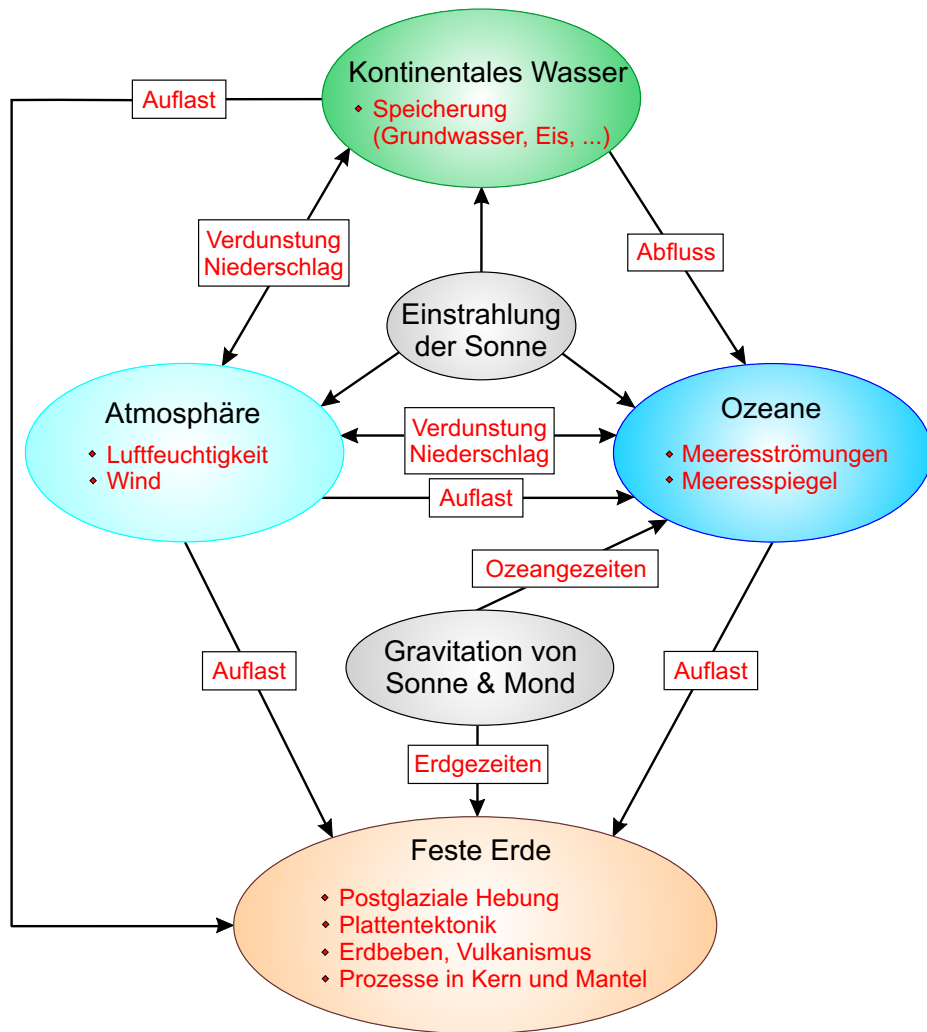


Abbildung 3.1: Geofluide im System Erde (in Farbe) und die wesentlichen Prozesse, die zu zeitlichen Schwerevariationen führen (in rot).

kennen. Auf ihn wird in Kapitel 3.4.1 näher eingegangen. Daneben kommt es auch innerhalb der Atmosphäre und Hydrosphäre zu Massentransporten durch Winde, Ozeanströmungen oder Eisbildung bzw. -abschmelzung und Grundwasservariationen. All diese Vorgänge an bzw. nahe der Erdoberfläche bewirken durch ihre Auflast eine Deformation der festen Erde. Ein Beispiel hierfür sind auch die postglazialen Hebungen, die eine lange Zeit nach dem Verschwinden einer Eislast andauern. Weitere Massenverlagerungen in der festen Erde treten durch die Mantel-Konvektion mit der Plattentektonik und den damit zusammenhängenden Erdbeben auf. Relativ unbekannt sind Prozesse im Erdkern.

Die größten Schwerevariationen beruhen mit den direkten Gezeiten und denen der festen Erde sowie der Ozeane auf der Gravitation von Sonne und Mond. Prinzipiell unterliegen auch atmosphärische Massen dieser Anziehung. Aufgrund der geringen Dichte der Atmosphäre ist dies jedoch vernachlässigbar klein. Der Begriff Atmosphärengezeiten bezieht sich in erster Linie auf die Variationen insbesondere im Luftdruck aufgrund der Sonneneinstrahlung (Kertz, 1957; Lambeck, 1988). Im Gegensatz zu den gravitativen Gezeiten spricht man deshalb auch von Drucktiden. Ein weiteres kleines Gezeitenphänomen, das hier nicht dargestellt ist, sind die mit der Polbewegung auftretenden Polgezeiten.

Vor einer Gliederung all dieser Prozesse nach ihren Eigenschaften wie Größenordnung, räumliche Ausdehnung und zeitliche Periode werden mögliche Datenquellen und Modelle zur Berechnung derselben aufgezeigt.

3.1.1 Datenquellen und Modelle

Schwerevariationen und Massenverlagerungen wirken sich auch auf die Erdrotationsparameter aus. Zu deren Bestimmung und Interpretation werden deshalb seit einigen Jahren im Global Geophysical Fluids Center (GGFC) des IERS Daten und Programmcodes über Massentransporte gesammelt und über Webseiten verfügbar gemacht (Chao et al., 2000). Insgesamt 7 sog. *Special Bureaus* stehen für die einzelnen Geofluide bzw. bestimmte Bereiche zur Verfügung¹. Zielgröße sind jedoch primär Erdrotationsparameter und Drehmomente, so dass heute noch keine vollständigen Schwerefeldvariationen für jeden Bereich aus den Daten des GGFC abgeleitet werden können. Zudem beschränken sich viele Daten auf einen bestimmten Zeitraum und reichen nicht bis in die Gegenwart. Dennoch stellt das GGFC eine gute Basis für Datenmaterial dar, die weiter ergänzt werden wird.

Gezeiten. Gezeitenmodelle existieren seit vielen Jahren, unterliegen aber abgesehen von den direkten Gezeiten (vgl. Torge (2003)) bis heute einer stetigen Verfeinerung und Verbesserung. Während es für die Gezeiten der festen Erde und die aus der Polbewegung resultierenden kleinen Polgezeiten mit den IERS Conventions (McCarthy und Petit, 2004) vergleichsweise einfache Modelle gibt, ist dies für die komplexen Ozeangezeiten nicht der Fall. Aktuelle Modelle dafür sind beispielsweise das GOT00.2 (eine Weiterentwicklung aus Schrama und Ray (1994)) und TPXO.6 (weiterentwickelt aus Egbert et al. (1994)). Im Rahmen von GRACE wird auch FES2004 (siehe www.legos.obs-mip.fr) eingesetzt, das auf FES99 (Lefèvre et al., 2002) basiert.

Alle Gezeitenmodelle beruhen auf den Ephemeriden von Sonne und Mond und können zeitlich hochauflösend berechnet werden. Die Modelle für Erd- und Polgezeiten sind in Bezug auf die Genauigkeit und räumliche Auflösung unproblematisch, vgl. Torge (2003). Ozeangezeitenmodelle liefern mit 0.25° bis 0.125° ebenso eine hohe räumliche Auflösung. Die Genauigkeit liegt hier bei etwa 2 cm im offenen Ozean und geringer in Küstenregionen (Ray et al., 2001, 2003). Im Falle von GRACE ist dies nicht ganz ausreichend und beeinflusst die Auswertung der Beobachtungen, wie z.B. in Knudsen und Andersen (2002); Knudsen (2003) oder Ray und Luthcke (2006) diskutiert wird. In den Polregionen beträgt die Genauigkeit der Modelle nur ca. 10 cm (King und Padman, 2005), da hier keine Altimeterdaten vorliegen. Folglich sind mit GRACE schon Abweichungen von den Gezeitenmodellen in Schelfeisgebieten der Antarktis beobachtet worden (Han et al., 2005b).

Atmosphäre. Die Meteorologie verfügt heute über sehr detaillierte Modelle aller Prozesse in der Atmosphäre. Sie werden neben der routinemäßigen Wettervorhersage auch für verschiedenste Aufgabenstellungen in der Forschung genutzt. Es liegt also nahe, diese Modelle für die geodätischen Zwecke zu „missbrauchen“. Für globale Berechnungen bieten sich hier insbesondere die Daten des ECMWF² und des NCEP³ an. Beide Zentren liefern neben aktuellen Daten auch Reanalysen der unterschiedlichsten Parameter. Es besteht eine gute Übereinstimmung zwischen den Modellen mit leichten Vorteilen zugunsten des ECMWF im Vergleich mit beobachteten Parametern (Trenberth und Olson, 1988). Das operationelle Modell des ECMWF weist momentan auch die höhere Auflösung auf. Diese liegt räumlich bei 0.25° und 91 vertikalen Schichten sowie zeitlich bei 12 Minuten (Modell T799L91, Untch et al. (2006)). Daten aus der Analyse, d.h. nach Assimilation der Beobachtungen, sind für synoptische Zeitpunkte alle 6 Stunden erhältlich, Vorhersagen werden 3-stündlich herausgegeben. Die Breiten- und Längenangaben beziehen sich auf ein sphärisches Koordinatensystem (ECMWF User Support, persönliche Mitteilung, 2006). Eine Resolution der WMO⁴ vom November 2006 empfiehlt für die Zukunft jedoch die einheitliche Verwendung des WGS84 für Lagekoordinaten und des EGM96 als Bezug für Höhenangaben.

Die atmosphärischen Zirkulationsmodelle beinhalten alle Prozesse in dieser und damit auch die Atmosphärengzeiten. Letztere weisen vor allem eine globale halbtägliche und eine hauptsächlich kontinentale tägliche Periode auf, oft auch $S_2(p)$ und $S_1(p)$ genannt. Bei der halbtäglichen Frequenz kommt

¹ Nähere Angaben siehe www.ecgs.lu/ggfc.

² ECMWF: European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, www.ecmwf.int.

³ NCEP: National Centers for Environmental Prediction, www.ncep.noaa.gov.

⁴ WMO: World Meteorological Organization der Vereinten Nationen, www.wmo.int.

es aufgrund der üblichen 6-stündlichen Auflösung der Atmosphärendaten zu Aliasing. Sie erscheint als stehende Welle, deren Auswirkung auf ein Ozeanmodell in Arbic (2005) diskutiert wird. Ein einfaches Vorgehen zur Korrektur dieser Effekte ist in Ponte und Ray (2002) sowie Ray und Ponte (2003) angegeben. Alternativ ist die Verwendung 3-stündlicher Vorhersagedaten möglich (Dobslaw und Thomas, 2005a). Die größten gravitativen Atmosphärengezeiten hängen mit dem Mond zusammen und treten halbtäglich auf (M_2). Sie liegen im Luftdruck an der Erdoberfläche um etwa den Faktor 20 unter der Drucktide $S_2(p)$ (Kertz, 1957; Chapman und Lindzen, 1970).

Ozeane. Für Massenvariationen relevante Parameter werden in der physikalischen Ozeanographie bestimmt. Datenquellen sind neben Pegeln Systeme wie ARGO⁵, Drucksensoren, die z.B. über die GLOUP-Datenbank⁶ verfügbar sind oder Satellitenmissionen wie die verschiedenen Altimetrie-Missionen und in Zukunft SMOS⁷. Auf diesen und anderen Messungen basieren ähnlich wie bei der Atmosphäre die Ozeanzirkulationsmodelle, aus denen Massentransporte ableitbar sind. Da die Modelle jedoch unterschiedliche Näherungen und Eingangsdaten verwenden und es solche mit und ohne Datenassimilation gibt, weichen sie merklich voneinander ab. Aufgrund der Verfügbarkeit kommen in dieser Arbeit die Modelle OMCT⁸ und ECCO⁹ zur Anwendung. Weitere Modelle, die für Schwerevariationen eingesetzt werden, sind u.a. das POP (Johnson et al., 2001) sowie bei der GRACE-Prozessierung das PPHA am JPL (Flechtner, 2005) und Mog2D am CNES (Biancale et al., 2006).

Die Ozeanmodelle können teilweise gezielt für Studien zu Schwerefeldvariationen eingesetzt werden. Die zeitliche Auflösung ist häufig mit der des als Antrieb verwendeten Atmosphärenmodells identisch und die räumliche Auflösung liegt bei etwa 2° . Je nach Modell gibt es nur eine oder mehrere vertikale Schichten (barotrope bzw. barokline Modelle, vgl. Kapitel 3.3.1). Die Erdfigur wird stets als sphärisch angenommen.

Kontinentale Hydrologie. Über den Wasserkreislauf hängt die Verteilung der kontinentalen Wassermassen eng mit den Prozessen in der Atmosphäre und den Ozeanen zusammen. Eine konsistente Modellierung ist folglich erstrebenswert. In klimatologischen Zeitskalen ist dies mit gekoppelten Modellen z.B. am Max-Planck-Institut in Hamburg realisiert (Latif et al., 1993). Kurzperiodische Variationen werden dagegen meist mit hydrologischen Modellen erfasst, die auf verschiedenen Eingangsdaten, Modellierungen und teilweise auch Beobachtungen beruhen, jedoch beispielsweise in der Massenbilanz nicht konsistent mit den Atmosphären- und Ozeanmodellen sind (Dill, 2002). Beispiele für solche Modelle sind das LaD des USGS¹⁰ (Milly and Shmakin, 2002), das Modell des CPC¹¹ (Fan et al., 2003; Fan und Dool, 2004) oder das GLDAS der NASA¹² (Rodell et al., 2004). Die Auflösung liegt räumlich bei 1° und zeitlich bei einem Monat (LaD, CPC) bzw. einem Tag (GLDAS). Ein weiteres, in dieser Arbeit nicht verwendetes Modell mit täglicher Auflösung ist das WGHM¹³ (Döll et al., 2003). Keine der verfügbaren Zeitreihen reicht bis in die Gegenwart, da die Modelle nicht operationell bereitgestellt werden.

Neben diesen Modellen bieten auch die genannten Wetterzentren Datensätze zu Bodenfeuchte, Verdunstung oder Niederschlag an. Diese Parameter waren bis vor wenigen Jahren zu ungenau für hydrologische Betrachtungen (Rodell und Famiglietti, 1999; Hagemann und Dümenil, 2001) oder geben den Wasserkreislauf nur eingeschränkt wieder (Hagemann et al., 2005). In den letzten Jahren hat sich dies offensichtlich geändert. Seneviratne et al. (2004); Andersen et al. (2005) und Syed et al. (2005) haben

⁵ ARGO: Netzwerk aus ca. 3000 global verteilten Driftern, die Temperatur- und Salzgehaltprofile bis in 2000 m Tiefe messen; www.argo.ucsd.edu.

⁶ GLOUP: Global Undersea Pressure, www.pol.ac.uk/psmslh/gloup/gloup.html.

⁷ SMOS: Soil Moisture and Ocean Salinity, www.esa.int/esaLP/LPsmos.html.

⁸ OMCT: Ocean Model for Climate and Tides, Universität Hamburg, vgl. Thomas (2002).

⁹ ECCO: Estimating the Circulation and Climate of the Ocean, www.ecco-group.org.

¹⁰ LaD: Land Dynamics Model des US Geological Survey, www.gfdl.noaa.gov/~pcm/project/ladworld.htm.

¹¹ CPC: Climate Prediction Center der NOAA, www.cpc.ncep.noaa.gov.

¹² GLDAS: Global Land Data Assimilation System, <http://ldas.gsfc.nasa.gov>.

¹³ WGHM: WaterGap Global Hydrology Model, Universität Kassel

in gut bestimmten Einzugsbereichen einzelner Flüsse oder geographisch begrenzten Regionen kontinentale Wassermassenvariationen aus den Daten der Wetterzentren erfolgreich abgeleitet. Die Erweiterung von Hirschi et al. (2006) in Richtung globaler Abdeckung unter Verwendung operationeller Daten des ECMWF erscheint vielversprechend.

Die bisher beschriebenen Modelle eignen sich für saisonale Variationen. Bereiche wie Grönland und die Antarktis, in denen vor allem langzeitige Schwankungen der Eismassen auftreten, sind dort oft nicht modelliert. Hierfür gibt es spezielle Modelle, die vor allem postglaziale Hebungen zum Ziel haben. Aktuelle Beispiele sind ICE-5G (Peltier, 2004) oder das Modell von Ivins und James (2005) für die Antarktis. Auch Reanalysen des ECMWF wurden in Velicogna et al. (2005) für Eismassenbilanzen in Grönland bereits eingesetzt.

Feste Erde. Die Massentransporte im Bereich der festen Erde unterscheiden sich nach dem Ort ihres Auftretens in Prozesse nahe der Erdoberfläche und solche tief im Erdinneren. Erstere sind zum einen die postglazialen Hebungen, für die die bereits genannten Modelle wie ICE-5G zur Verfügung stehen. Daneben kommt es zu Massentransporten durch seismische Aktivitäten, die mit der Plattentektonik zusammenhängen. Ein entsprechendes Modell aus der Geophysik ist z.B. NUVEL-1 (De Mets et al., 1990). Eine gute Übersicht der Plattenverschiebung in geologischen Zeitskalen gibt die Webseite www.scotese.com oder Scotese et al. (1988). Eine Vorausberechnung der instantan eintretenden Massenverlagerungen bei Erdbeben ist jedoch nicht möglich.

Das Verständnis von Prozessen im Erdmantel und Erdkern ist noch nicht soweit ausgeprägt, dass hieraus Massentransporte ausgerechnet werden könnten. Es wird in jedem Fall von einer radialen Schichtung ausgegangen, die von Modellen wie PREM (Dziewonski und Anderson, 1981) beschrieben ist. Für Daten über seismische Aktivitäten sowie Prozesse in Kern und Mantel sei an dieser Stelle lediglich auf die entsprechenden Webseiten der Special Bureaus des GGFC verwiesen. Eine umfassende Darstellung mit Blick auf geodätische Größen gibt Lambeck (1988).

3.1.2 Klassifizierung

Schwerevariationen beruhen auf der Anziehung von Sonne und Mond sowie auf Massenverlagerungen im System Erde. Letztere laufen in sehr unterschiedlicher Geschwindigkeit und räumlicher Ausdehnung ab. Es bietet sich daher an, die einzelnen Phänomene nach diesen beiden Eigenschaften zu gruppieren. Zudem bestehen Unterschiede in der Größenordnung. Eine entsprechende Übersicht gibt Tabelle 3.1. Die jeweiligen Zahlenwerte zu den Eigenschaften sind den bereits genannten Übersichten (Chao, 1994; NRC, 1997) und deren neueren Überarbeitungen (Rummel, 2003; Sneeuw et al., 2005b) sowie weiteren, im Folgenden genannten Quellen entnommen. Die angegebenen Werte sind nicht als exakte Größen zu verstehen, sondern als Anhaltspunkt für eine grobe Klassifizierung. Man beachte auch, dass 6 mm in der Geoidhöhe ungefähr 10^{-9} bezüglich des Erdradius bedeuten. Es handelt sich also durchweg um sehr kleine Größen relativ zum gesamten Schwerfeld.

Als Darstellungsform ist neben einer Tabelle ein sog. *Bubble-Plot* üblich, vgl. Abbildung 3.2. Er stellt die räumliche Ausdehnung auf einer logarithmischen Skala der zeitlichen Periode gegenüber, die auf einer nicht-gleichabständigen Skala angegeben ist. Die Kreise bedeuten dabei den ungefähren Bereich, den der jeweilige Effekt einnimmt. Weder die maximalen Variationen noch die Hauptfrequenzen müssen dabei im Mittelpunkt liegen. Die Farben zeigen die Zugehörigkeit zum jeweiligen Geofluid an und entsprechen denen der Abbildung 3.1.

Aus Tabelle 3.1 und Abbildung 3.2 geht deutlich hervor, dass einige Überlappungen zwischen den einzelnen Phänomenen bestehen. Zum Teil hängen die Effekte auch voneinander ab oder heben sich gegenseitig auf, wie es zwischen Eismassen und postglazialen Hebungen oder Atmosphäre und Ozeanen der Fall ist. Trotzdem kann eine Unterteilung in Variationen, die plötzlich und unregelmäßig auftreten, solche mit täglicher bis jährlicher Periode und solche mit Perioden von mehreren Tausend Jahren und darüber erfolgen. Eine derartige Unterteilung ist insbesondere im Hinblick auf die aktuellen Satellitenmissionen

Tabelle 3.1: Eigenschaften der zeitlichen Schwerevariationen.

Ursache, Prozess	Räumliche Ausdehnung [km]	Dominante Perioden	Größenordnung in Geoidhöhen [mm]
Erd- und Ozeangezeiten	50-5000	halbtäglich, täglich, halbmonatlich	100-150
Atmosphäre	20-2000	jährlich, saisonal, täglich	15
Meeresströmungen	100-1000	jährlich, saisonal	10
Meeresspiegel	100-10000	dekadisch	1-3 p.a.
Kontinentales Wasser	10-8000	jährlich, saisonal	10-12
Eismassen	100-1000	dekadisch	1-3 p.a.
Erdbeben	10-1000	Einzelfälle	0.5
Vulkanismus	10-100	Einzelfälle	0.5
Postglaziale Hebungen	1000-10000	säkular	1-2 p.a.
Plattentektonik	>500	säkular	?
Kern und Mantel	>5000	säkular	?

sinnvoll, da mit jeder der drei Klassen unterschiedlich umgegangen wird. Neben der Zuordnung in eine der drei Klassen sollen im Folgenden auch die Abhängigkeiten kurz skizziert werden.

Instantane, unregelmäßige Variationen. Hierunter fallen die unvermittelt auftretenden Erdbeben und Vulkanausbrüche ebenso wie länger andauernde postseismische Deformationen oder stille Erdbeben. Eine Vorausberechnung ist in diesen Fällen leider noch nicht möglich, daher bleibt nur die Feststellung der Schwerevariation nach dem Eintreten eines solchen Ereignisses. Lokal entstehen dabei große Schwerevariationen, die bei globalen Beobachtungen mit Satelliten jedoch kaum messbar sind. Entsprechende Abschätzungen für vergangene große Erdbeben geben Chao und Gross (1987). Aktuelle Ergebnisse für das Sumatra-Andaman-Erdbeben von 2004 beobachtet mit der GRACE-Mission sind in Han et al. (2006a); Gross und Chao (2006) sowie Ogawa und Heki (2007) diskutiert.

Täglich bis jährlich periodische Variationen. Dies ist der große Bereich der Gezeiten, Atmosphäre, Ozeanströmungen und kontinentalen Hydrologie. Die mit Abstand größten Signale liefern die Gezeiten der festen Erde und der Ozeane. Der Mond wirkt aufgrund seiner Nähe etwa doppelt so stark wie die Sonne. Die gravitative Anziehung anderer Himmelskörper ist wegen der großen Entfernung vernachlässigbar. Die auftretenden Frequenzen sind aus der Bahn von Sonne und Mond ableitbar und sehr genau bekannt (McCarthy und Petit, 2004).

Ungefähr eine Größenordnung kleiner als die Gezeiten sind die Schwerevariationen durch Massentransporte in der Atmosphäre, den Ozeanen und kontinentalen Wassermassen (NRC, 1997; Wahr et al., 1998; Cazenave et al., 1999). Zu letzterem zählt neben dem Oberflächenwasser in Seen und Flüssen sowie dem Grundwasser auch die Bodenfeuchte, Schneebedeckung und das Wasser in Pflanzen und Lebewesen. Die Zusammenhänge zwischen diesen Bereichen, die Ableitung von Schwerevariationen und Frequenzanalysen derselben sind ausführlich in den Kapiteln 3.2, 3.3 und 3.4 dargestellt. Der Umgang mit und die Auswirkungen von Variationen dieser Klasse auf Satellitenmissionen sind in Kapitel 4 behandelt.

Langperiodische bis quasi-statische Variationen. Die dritte Gruppe der Schwerevariationen umfasst die Änderung der Eismassen und die damit einhergehenden Meeresspiegeländerungen und postglazialen Hebungen sowie die Mantelkonvektion, Plattentektonik und mögliche Prozesse im Erdkern. Im Vergleich mit einer mehrjährigen Zeitreihe von Messungen können sie allenfalls als lineare Drift berücksichtigt werden. Gerade die zuletzt genannten Vorgänge laufen in geologischen Zeitskalen von Millionen von Jahren ab und sind maßgeblich für das (statische) Schwerefeld der Erde.

Besser bekannt und auch beobachtbar sind die erstgenannten Prozesse. So gab es in den letzten 900 000

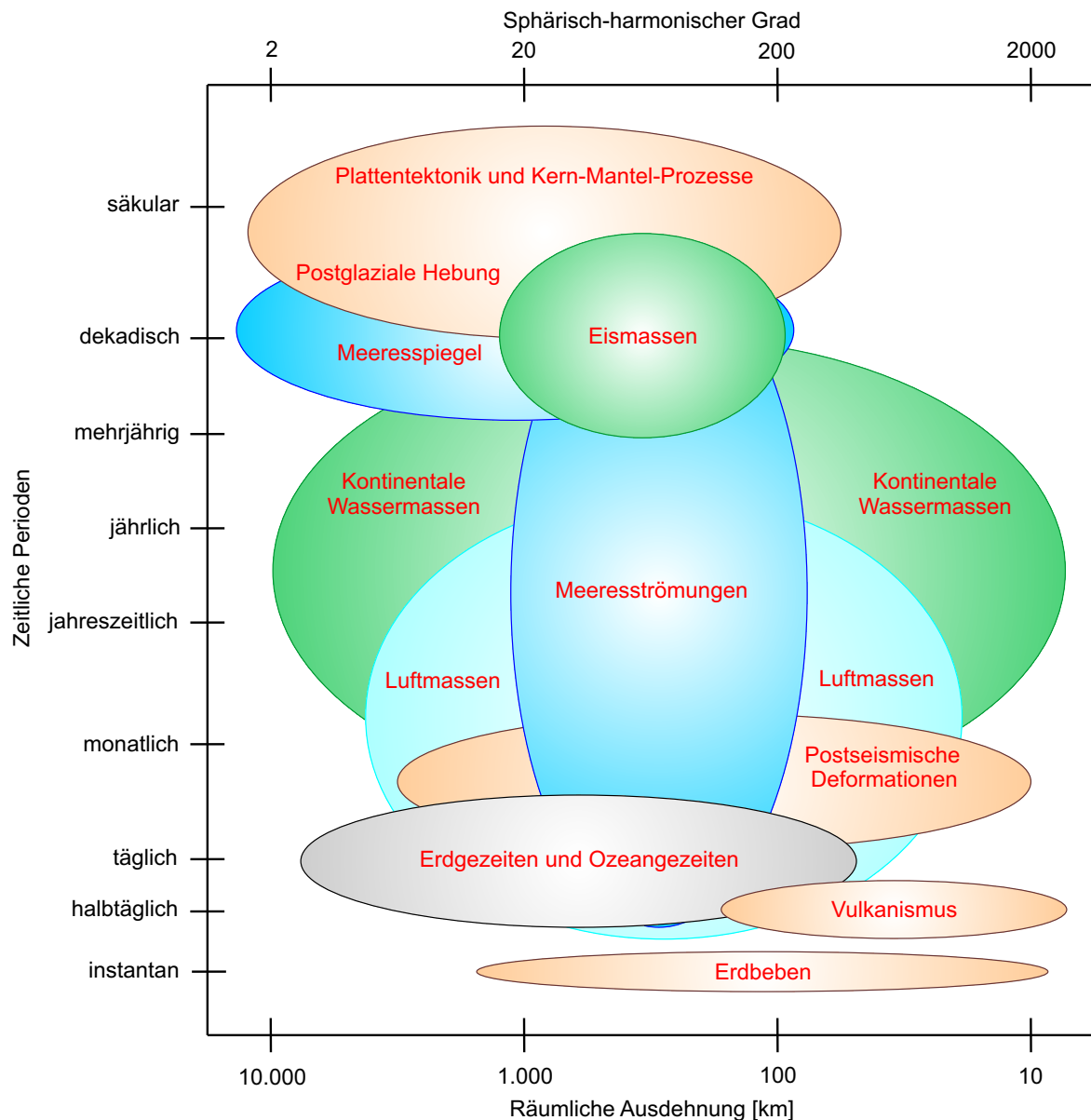


Abbildung 3.2: Zeitliche Periode und räumliche Ausdehnung von Schwerevariationen auf der Erdoberfläche (nach Sneeuw et al. (2005b))

Jahren insgesamt 9 Zyklen von globalen Eiszeiten und Wärmeperioden, bei denen jeweils 90% der Zeit auf die Kältephase entfallen sind. Die letzte Eiszeit endete vor etwa 5000 Jahren und hatte ihr Maximum vor 21 000 Jahren. Der Meeresspiegel variierte dabei um etwa 120 m. Das Abschmelzen der Eismassen und damit der Wegfall der Auflast führt zu Hebungen der festen Erde, die heute noch fortwirken. Die Hebungen und zum Teil auch der Meeresspiegelanstieg wirken der Schwereänderung durch die Eisabschmelzung entgegen. Gleichzeitig steigt der Meeresspiegel nicht nur durch Massenzuwachs, sondern auch durch thermische Ausdehnung an. Die Schwierigkeit liegt in der Trennung der jeweiligen Effekte.

Eine Übersicht der Studien zu postglazialen Hebungen wird von W. Peltier unter http://bowie.gsfc.nasa.gov/ggfc/sbm_g1a.html gegeben. Entsprechende Ableitungen von Schwerevariationen sind in Johnston und Lambeck (1999), Kaufmann (2000) sowie Le Meur und Huybrechts (2001) dargestellt. So beträgt die jährliche Geoidänderung in der Summe der Effekte je nach Region -0.1 bis $+0.3$ mm. Aktuell ist mit GRACE eine Beschleunigung der Eisabschmelzung in Grönland beobachtet worden (Chen et al., 2006c; Velicogna und Wahr, 2006b). Auch für die Antarktis gibt es erste Schätzungen aus GRACE, die einen eindeutigen Trend der Eisabnahme zeigen (Velicogna und Wahr, 2006a; Chen et al., 2006a;

Sasgen et al., 2007).

Probleme bei der Bestimmung des Meeresspiegelanstiegs sind hingegen beispielsweise in Cabanes et al. (2001) und Douglas und Peltier (2002) diskutiert. Eine evtl. mögliche Bestimmung des Massenanteils in der Meereshöhe mit GRACE überlegen Chen et al. (2005d) und Chambers (2006). All diese Themenkomplexe werden in der vorliegenden Arbeit jedoch ebenso wie die instantanen Schwerevariationen nicht weiter aufgegriffen.

3.2 Atmosphäre

Die Erdatmosphäre hat eine mittlere Masse von etwa $5.1480 \cdot 10^{18}$ kg (Trenberth und Smith, 2005), was ungefähr 10^{-6} der Gesamtmasse der Erde entspricht. Die Massen in den Luftsäulen über jedem Punkt auf der Erde variieren um einen erheblich größeren Anteil an der Gesamtmasse als dies bei den flüssigen oder viskosen Geofluiden der Fall ist. Daher wird den atmosphärischen Massenvariationen stets ein besonderes Augenmerk geschenkt. Zudem ist die Atmosphäre besonders gut durch zahlreiche Beobachtungen verschiedenster Parameter und aufwendige Modelle der Meteorologen erfasst und modelliert.

Die Masse der Atmosphäre oder auch ihre Dichte gehören nicht zu den primären Zielgrößen der Wetterzentren und sind daher meist nicht direkt verfügbar. Die meteorologischen Modelle stellen auch keinen Massenerhalt sicher. Daneben kommt es insbesondere durch den Wasserdampfanteil zu jährlichen Variationen im Bereich von $1.5 \cdot 10^{15}$ kg (Trenberth und Smith, 2005). Viele atmosphärische Massenverlagerungen sind mit dem Auftreten von horizontalen und vertikalen Winden verknüpft, können theoretisch also auch aus Daten hierüber abgeleitet werden. Dies zielt auf einen Lagrange'schen Ansatz. Üblicher und in dieser Arbeit verwendet ist jedoch ein Ansatz nach Euler unter Verwendung von Zustandsparametern an diskreten Punkten.

Die grundlegenden Zusammenhänge zwischen den messbaren bzw. modellierten Größen und den Massen werden deshalb in Kapitel 3.2.1 kurz erläutert. Kapitel 3.2.2 widmet sich der Ableitung der Schwereinformation aus den Daten und dabei insbesondere der vertikalen Integration der Luftmassen. Numerische Beispiele zu den Modellierungsvarianten und eine Diskussion hierüber schließen die Betrachtungen zur Atmosphäre in Kapitel 3.2.3 ab. Eine Analyse der auftretenden Schwerevariationen ist für das Zusammenspiel mit den ozeanischen Variationen in Kapitel 3.3.3 beschrieben.

3.2.1 Grundlagen: Parameter und Zusammenhänge

Luftdruck und Luftdichte. Die Gewichtskraft einer Luftsäule der Höhe h über einer Fläche A wird als Luftdruck p bezeichnet und in der Einheit $\text{hPa} = 10^2 \text{ Pa} = 100 \text{ N/m}^2 = 100 \text{ kg}/(\text{m s}^2)$ ausgedrückt. Die Kraft ist dabei das Produkt aus Dichte ρ , Schwere g und Volumen V . Der Druck ist folglich auch das Produkt aus Dichte, Schwere und Höhe der Säule:

$$p = \frac{\rho g V}{A} = \rho g h . \quad (3.1)$$

Üblicherweise wirkt die Kraft senkrecht zur Fläche, daher wird p auch als Normaldruck bezeichnet. Es besteht ein direkter Zusammenhang mit der Luftdichte. Die Dichte, genauer die Massendichte als Quotient von Masse M und Volumen wird manchmal auch durch ihren Kehrwert, das sog. spezifische Volumen α ausgedrückt. Es gilt

$$\rho = \frac{M}{V} \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{V}{M} . \quad (3.2)$$

Daneben kann auch noch die Mengendichte mit der Stoffmenge anstatt ihrer Masse angegeben werden.

Die Zustandsgrößen Druck und Dichte sind beide abhängig von der Höhe der Luftsäule und über die Schwerkraft auch von der Lage des betrachteten Ortes. Auf diese Abhängigkeiten wird noch näher eingegangen. Zunächst jedoch einige Anmerkungen zu den Bestandteilen und der Zustandsgleichung der Atmosphäre.

Trockene Luft. Trockene Luft besteht hauptsächlich aus folgenden Bestandteilen: 75.5% Stickstoff, 23.1% Sauerstoff, 1.3% Argon (in Massenprozent nach Reuter et al. (1997)). Diese Proportionen sind in trockener Luft nahezu konstant. Abgesehen vom zusätzlich auftretenden variablen Wasserdampfanteil kann die Luft daher in guter Näherung als ideales Gas betrachtet werden (Gill, 1982). Hierfür gilt die Zustandsgleichung (allgemeine Gasgleichung)

$$pV = RMT, \quad (3.3)$$

mit der Temperatur T und der Gaskonstanten R für jeden Stoff.

Nach dem Daltonschen Gesetz können die Partialdrücke und -dichten der Komponenten addiert werden und es entsteht für das Gasgemisch der trockenen Luft unter Einführung der Dichte:

$$p_d = \rho_d R_d T. \quad (3.4)$$

Hierbei steht der Index d für *dry*, p_d für den Druck, ρ_d für die Dichte und R_d für die gewichteten Gaskonstanten. Ein typischer Wert ist $R_d = 287.04$ [J/(kg K) = m²/(s² K)].

Wasserdampf. Auch für Wasserdampf gilt die analoge Zustandsgleichung: $e = \rho_w R_w T$. Es ist $R_w = 461.50$ [J/(kg K)], e wird Wasserdampfdruck genannt und die Dichte ρ_w wird auch absolute Feuchte genannt. Der Index w steht für Wasserdampf (*wet*). Der Dampfdruck e kann bei sinkender Temperatur bis zum Sättigungsdampfdruck E anwachsen, darüber erfolgt Kondensation bzw. Sublimation.

Der Wasserdampfgehalt der Luft kann auch mit der relativen Feuchte f oder der spezifischen Feuchte q beschrieben werden. Erstere gibt das Verhältnis des tatsächlich vorhandenen zur maximal möglichen Masse des Wasserdampfes in der Luft an (e/E , meist in %), während letztere die Masse des Wasserdampfes in einer Einheitsluftmasse beschreibt:

$$q = \frac{\rho_w}{\rho_w + \rho_d}. \quad (3.5)$$

Feuchte Luft. Luft hat in Wirklichkeit immer einen gewissen Wasserdampfanteil, also können erneut die Komponenten addiert werden und es folgt für Druck und Dichte:

$$p = p_d + e = \rho_d R_d T + \rho_w R_w T \quad (3.6)$$

$$\rho = \rho_d + \rho_w = \rho_w / q. \quad (3.7)$$

Im Mittel beträgt die Masse des Wasserdampfes in der Luft $1.27 \cdot 10^{16}$ kg und damit nur etwa 1/400 der Masse an trockener Luft (Trenberth und Smith, 2005).

Virtuelle Temperatur. Aus der Zustandsgleichung (3.6) ergibt sich nach Umstellen und mit $\rho_d = (1 - q)\rho$ aus (3.5)

$$p = \rho R_d T (1 - q + q \cdot R_w / R_d) = \rho R_d T_v. \quad (3.8)$$

Die Größe T_v wird als virtuelle Temperatur bezeichnet. Sie gibt die Temperatur an, die trockene Luft bei gleichem Druck aufweisen müsste, um die gleiche Dichte wie feuchte Luft zu erreichen¹⁴. Einsetzen der Zahlenwerte liefert:

$$T_v = T(1 - q + 1.6078 q) = T(1 + 0.6078 q). \quad (3.9)$$

Da die spezifische Feuchte typischerweise ihre maximalen Werte in den Tropen mit $q \approx 0.25$ erreicht, unterscheidet sich die virtuelle Temperatur nicht stark von der messbaren Temperatur, sondern nur

¹⁴ Abweichungen von diesem Verhalten idealer Gase sind sehr gering und können hier vernachlässigt werden, siehe z.B. Gill (1982); Simon (2003).

zu etwa $0^\circ - 5^\circ$ K. Folglich ist der Einfluss des Wasserdampfgehalts auf den Druck bzw. die Dichte und damit auch die Masse der Atmosphäre eher klein.

Hydrostatische Gleichung. Betrachtet man ein Volumenelement dV mit der Grundfläche A und der Höhe dz , das Luft der Dichte ρ enthält (siehe Abbildung 3.3), so wirkt von oben eine Kraft, die sich aus der Gewichtskraft $\rho g dV = \rho g A dz$ der in dV enthaltenen Luftmasse und der vom Luftdruck auf die Oberseite ausgeübten Kraft $(p+dp) \cdot A$ zusammensetzt. Als Gegenkraft von unten auf die Grundfläche wirkt nur die vom Luftdruck ausgeübte Kraft $p \cdot A$. Unter der Annahme, dass alle Luftströmungen zur Ruhe gekommen sind, stellt sich ein hydrostatisches Gleichgewicht ein und die Summe aller auf das Volumenelement wirkenden Kräfte muss null sein:

$$p \cdot A - \rho g A dz - (p + dp) \cdot A = 0. \quad (3.10)$$

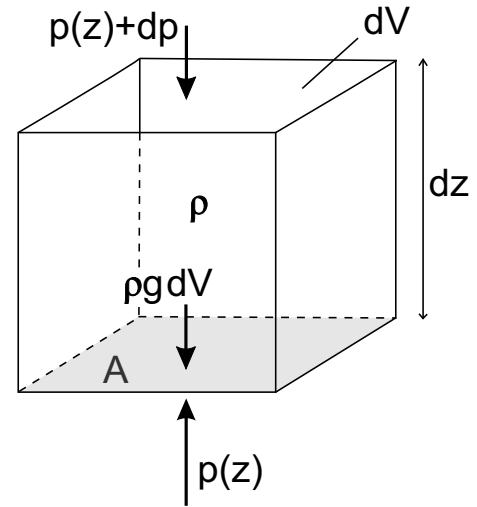


Abbildung 3.3: Hydrostatisches Gleichgewicht an einem Volumenelement dV mit der Dichte ρ .

Kürzen und Umstellen liefert die hydrostatische Grundgleichung:

$$dp = -\rho g dz \quad (3.11)$$

Mit (3.8) kann daraus abgeleitet werden

$$\frac{dp}{dz} = -g \frac{p}{R_d T_v} \Rightarrow \frac{1}{p} dp = -\frac{g}{R_d T_v} dz \quad (3.12)$$

und durch Integration zwischen den Druckniveaus 1 (unten) und 2 (oben) unter Vernachlässigung der Höhenabhängigkeit von Temperatur und Schwere:

$$\Delta z = z_2 - z_1 = -\frac{R_d T_v}{g} \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (3.13)$$

Die Koordinate z ist als geometrische Höhe zu verstehen. Sowohl T_v als auch g sind höhenabhängig bzw. zusätzlich ortsabhängig. Fügt man die Höhenabhängigkeit der Schwere der radialen Koordinate hinzu, so führt dies auf das Konzept der geopotentiellen Höhen.

Barometrische Höhenformeln. Auf der Grundlage der hydrostatischen Gleichung (3.13) gibt es verschiedene Formeln, die die Abnahme des Luftdrucks bzw. der Luftdichte mit zunehmender Höhe annähern. Sie beinhalten stets die Vernachlässigung der Höhenabhängigkeit von g und treffen Annahmen über den Temperaturverlauf (nach Reuter et al. (1997)).

Die einfachste Näherung für den vertikalen Druck-Gradienten dp/dz ist eine Faustformel für Meereshöhe, die besagt, dass der Luftdruck je acht Meter Höhenzunahme um ein Hektopascal abnimmt. Nimmt man stattdessen eine isotherme Atmosphäre an, d.h. gleiche Temperatur in allen Höhen, so entsteht nach Umstellen von (3.13):

$$p_2 = p_1 \exp\left(-\frac{g}{R_d T_v} \Delta z\right). \quad (3.14)$$

Hier ist gut die exponentielle Abnahme des Luftdrucks mit der Höhe ersichtlich.

Die Annahme eines linearen Temperaturgradienten führt zu den polytropen Modellen, die teilweise je nach Höhenschicht unterschiedliche Temperaturgradienten annehmen. Dies beinhalten auch die sog. Standardatmosphären, die versuchen, den mittleren Zustand der Atmosphäre gut zu repräsentieren. Ein einfaches Beispiel ist die *Internationale Höhenformel* bis zu einer Höhe von 11 km:

$$p = 1013.25 \left(1 - \frac{0.0065 z}{288.15}\right)^{5.255} \text{ [hPa]}. \quad (3.15)$$

Es sind bereits die Konstanten eingesetzt, lediglich die Abhängigkeit von der geometrischen Höhe z über Meeresniveau ist noch vorhanden. Für eine genauere Beschreibung auch bis in größere Höhen wird häufig die *US Standard Atmosphere 1976* (NOAA/NASA/USAF, 1976) verwendet.

Geopotential und geopotentielle Höhen. In der Meteorologie und Ozeanographie kommt üblicherweise die sog. geopotentielle Höhe als radiale Koordinate zum Einsatz. Sie bezieht sich auf das Geopotential Φ , das als potentielle Energie pro (Einheits-)Masse aufgrund der Schwere definiert ist:

$$\Phi = \int_0^z g dz . \quad (3.16)$$

Die radiale Koordinate ist wie zuvor mit z bezeichnet. Als Bezugsfläche dient meist das Geoid, dort gilt $z = 0$ und $\Phi = 0$. Φ entspricht damit den geopotentiellen Koten aus der Geodäsie und wird als massenspezifische Energie in $[\text{J}/\text{kg} = \text{m}^2/\text{s}^2]$ angegeben¹⁵. Die geopotentielle Höhe H^g ist analog wie die dynamische Höhe der Geodäsie ein skaliertes Potentialwert:

$$H^g = \Phi/g_{45} , \quad (3.17)$$

wobei nach der WMO (1988) und NOAA/NASA/USAF (1976) gesetzt wird: $g_{45} = 9.80665 \text{ m/s}^2$. Früher war auch der Wert 9.8 üblich (Haurwitz, 1941; Gill, 1982). Entsprechend ergibt sich für die übliche Einheit des Geopotentials, das sog. *geopotentielle Meter* [gpm], die Beziehung $1 \text{ gpm} = 9.80665 \text{ m}^2/\text{s}^2$ bzw. $1 \text{ gpm} = 9.8 \text{ m}^2/\text{s}^2$. Wird das Geopotential in dieser Einheit angegeben, so entspricht der Zahlenwert exakt der geopotentiellen Höhe und damit ungefähr der geometrischen Höhe. Verwendet man das Geopotential als radiale Koordinate, so entsteht aus der hydrostatischen Gleichung (3.11): $dp = -\rho d\Phi$. Mit zunehmender Höhe über der Bezugsfläche nimmt das Geopotential zu und der Druck ab.

Eine direkte Umrechnung von H^g in geometrische Höhen z ist nicht möglich, da hier die Breiten- und Höhenabhängigkeit der Schwere berücksichtigt werden muss. Die Zusammenhänge sind im Anhang B diskutiert. Ersetzt man die geometrische Höhe z in (3.13) durch die geopotentielle Höhe H^g , so entsteht:

$$\Delta H^g = -\frac{R_d T_v}{g_{45}} \ln \frac{p_2}{p_1} . \quad (3.18)$$

Modellniveaus. Die radiale Koordinate ist in den heute üblichen Atmosphärenmodellen durch sog. *sigma level* (NCEP) oder *model level* (ECMWF) realisiert. Diese entstehen aus einer Additionskonstanten und einer Skalierung des Oberflächendrucks und folgen damit der Topographie ohne die Erdoberfläche jemals zu schneiden. Die radiale Auflösung ist damit überall gleich gut und insbesondere im erdnahen Bereich, wo sich die meisten Massen befinden, besonders hoch. Im Falle des ECMWF ergibt sich für die Schnittstellen zwischen den Schichten (sog. *half-levels*, Index $k + 1/2$) der Luftdruck für jeden Ort zu:

$$p_{k+1/2} = A_{k+1/2} + B_{k+1/2} \cdot p_s , \quad (3.19)$$

mit dem Oberflächendruck p_s (Index s für *surface*), der Additionskonstanten $A_{k+1/2}$ und dem Skalierungsfaktor $B_{k+1/2} \in (0, 1)$, wobei k die Nummer des Modellniveaus angibt. Die Werte für die Konstanten sind in Abbildung 3.4, der resultierende Druck je Modellniveau in Abbildung 3.5 dargestellt. Für die Annahmen $p_s = 1013.25 \text{ hPa}$, $T_s = 15^\circ\text{C}$ und $q(k) = 0$ gibt Abbildung 3.6 die Höhenlage der Modellniveaus wieder. Level 91 entspricht der Erdoberfläche, Level 1 der obersten Schicht in knapp 80 km Höhe.

¹⁵ Die Bezeichnung Geopotential ist etwas irreführend, da es sich um geopotentielle Koten handelt. Der Zusammenhang mit dem Schwerepotential W in der Geodäsie lautet: $dW = -d\Phi$.

Während in den bodennahen Schichten vor allem der Oberflächendruck eine Rolle spielt, reduziert sich dessen Einfluss mit zunehmender Höhe deutlich bis auf Null bei Level 36. Etwa die Hälfte aller Schichten weist damit einen zeitlich nahezu bis völlig invarianten Luftdruck auf. Dort ist der Druck und damit die Dichte jedoch gering. Beispielsweise entspricht der Druck bei Level 55 einer Höhe von etwa 10 km, wobei knapp 90% der gesamten Luftmassen sich in dem Bereich unterhalb dieser Höhe befinden (Neumeyer et al., 2004). Zeitliche Variationen der Temperatur und Feuchtigkeit sind trotzdem in allen Schichten möglich.

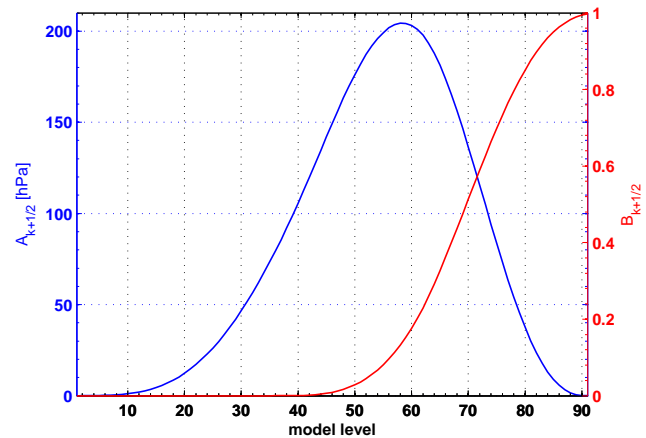


Abbildung 3.4: Konstanten $A_{k+1/2}$ in [hPa] (blau) und $B_{k+1/2}$ [dimensionslos] (rot) des ECMWF.

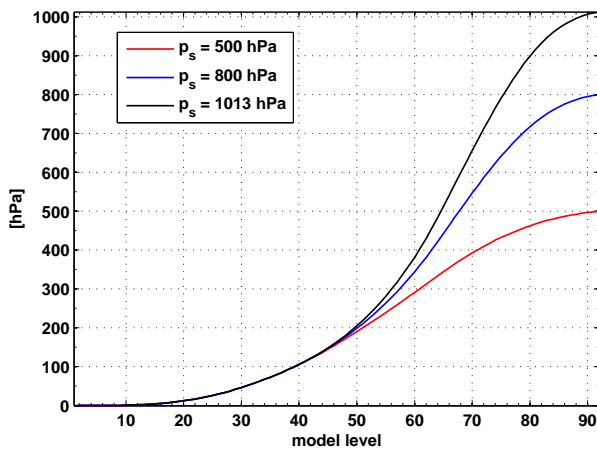


Abbildung 3.5: Luftdruckverlauf für ausgewählten Oberflächendruck.

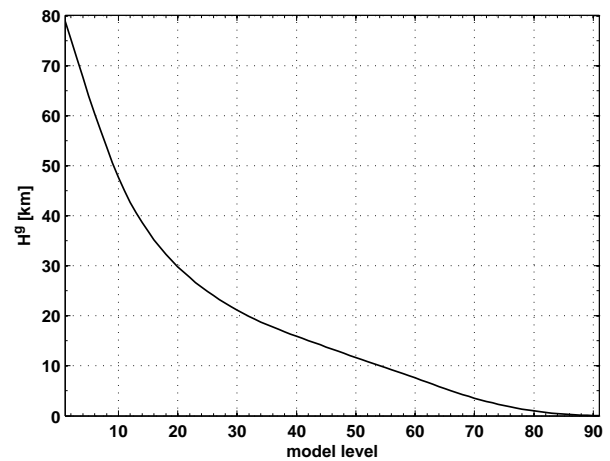


Abbildung 3.6: Höhe der Modellniveaus für mittlere Atmosphärenbedingungen (siehe Text).

Für die Modellniveaus folgt mit (3.18) die diskrete hydrostatische Gleichung (ECMWF, 2003):

$$H_{k+1/2}^g - H_{k-1/2}^g = -\frac{R_d T_v(k)}{g_{45}} \ln \left(\frac{p_{k+1/2}}{p_{k-1/2}} \right). \quad (3.20)$$

Die ähnliche Definition der Schichten des NCEP-Modells ist in Kalnay et al. (1996) beschrieben.

Druckniveaus vs. Modellniveaus. Bei den meteorologischen Diensten sind die Daten neben den Modellniveaus auch auf Druckniveaus erhältlich, also Flächen gleichen Luftdrucks (Isobarenflächen). Diese entstehen jedoch aus einer Interpolation der Modellniveaus und stellen nicht die originäre vertikale Parametrisierung dar. Zudem schneiden Flächen gleichen Luftdrucks die Erdoberfläche, wenn diese Erhebungen hat, was zu einer schlechteren Auflösung in gebirgigen Regionen führt. Im Falle des ECMWF stehen darüberhinaus nur 21 Druckniveaus der Anzahl von 91 Modellniveaus gegenüber. Aus diesen Gründen werden in dieser Arbeit ausschließlich die Modellniveaus verwendet.

3.2.2 Schwerewirkung der Atmosphäre

Nachdem nun die physikalischen Zusammenhänge und die in der Meteorologie übliche Parametrisierung dargelegt sind, gilt es, die Wirkung der Atmosphäre auf das Schwerfeld zu berechnen. Hierzu gibt es je nach der Verfügbarkeit von Daten unterschiedliche Ansätze, um $\rho(r, \theta, \lambda, t)$ zu ermitteln und damit

den radialen Integrationsterm I_n in (2.13) zu berechnen. Es war (2.6)

$$I_n(\theta, \lambda, t) = \int_0^{+\infty} \left(\frac{r}{R}\right)^{n+2} \rho(r, \theta, \lambda, t) dr .$$

In den folgenden Betrachtungen wird auf die Kennzeichnung Δ der Differenzbildung zwischen zwei Zeitpunkten verzichtet. Sie wird erst bei der abschließenden Übersicht über den Rechenweg wieder hinzugenommen.

Verwendung von Standardatmosphären. Die Berücksichtigung der atmosphärischen Massen hat eine lange Tradition bei terrestrischen Schweremessungen. Meist erfolgt dies durch das Anbringen einer entsprechenden Korrektur. Eigentlich wäre dies nicht notwendig, da – wie aus der Potentialtheorie bekannt ist – innerhalb von homogenen Kugelschalen ein konstanter Potentialwert und keine Anziehung auftritt. Außerhalb nehmen diese Größen nach den Newtonschen Gesetzen mit dem inversen Abstand bzw. dessen Quadrat ab. Verwendet man folglich ein sphärisches radialsymmetrisches Modell zur Beschreibung der Atmosphärendichte, so hat diese keinen Einfluss auf die Schwere auf der Oberfläche der Erdkugel. Beobachtungen in Flugzeug- oder Satellitenhöhe sind dagegen davon beeinflusst.

Man war allerdings auch in früheren Jahren bestrebt, das Schwerefeld der Erde unter Einschluss der Atmosphäre zu betrachten, u.a. damit im Außenraum keine weiteren Massen mehr auftreten und die Laplace-Gleichung erfüllt ist (Moritz, 1980). Daher enthält das Normalschwerefeld seit dem GRS67 im Term GM die Gesamtmasse der Erde einschließlich der Atmosphäre (IAG, 1970). Man kann sich dies als Kondensation der Atmosphäre in eine homogene Schicht auf dem Ellipsoid vorstellen. Entsprechend ist bei Schweremessungen, die in gewissen Höhen oberhalb des Ellipsoids stattfinden, eine höhenabhängige Korrektur als Zuschlag anzubringen, da GM quasi zu groß gewählt ist (Moritz, 1980). Die Korrekturterme sind aus einer ellipsoidischen Dichtefunktion nach Ecker und Mittermayer (1969) für eine Standardatmosphäre abgeleitet und beispielsweise in IAG (1970) für das GRS67 oder Moritz (2000) für das GRS80 tabelliert. Mit zunehmender Höhe nehmen die Zahlenwerte dort auf den Wert 0 bei ca. 45 km ab.

Bei Beobachtungen in Satellitenhöhe ist diese klassische Strategie der Kondensation der atmosphärischen Massen nicht sinnvoll, da diese nahezu vollständig unterhalb des Messortes liegen und besser an ihrem tatsächlichen Ort berücksichtigt werden. Die Korrekturen betragen hier ohnehin den Wert Null; der Einschluss der Masse der Atmosphäre in GM ist hingegen dann auch physikalisch gerechtfertigt.

Das geschilderte Vorgehen beinhaltet die Annahme, dass die Luftdichte $\rho(r, \theta, \lambda, t)$ nur eine Funktion der Höhe ist und eine Lage- und Zeitabhängigkeit des Luftdrucks oder der Temperatur vernachlässigt werden kann. Zudem enthält die Standardatmosphäre keinen Wasserdampf. Maßgebend ist nur der in Abbildung 3.7 für die US Standard Atmosphere 1976 gezeigte Luftdruck- und Temperaturverlauf bis in 85 km Höhe. Die reale Atmosphäre weicht davon natürlich ab. Eine ungefähre Abschätzung der Differenzen zu einer ECMWF-Atmosphäre ist in der Abbildung 3.8 enthalten. Es sind mit einem äquatorialen und einem polaren Punkt jeweils auf Meereshöhe zwei Extremfälle ausgesucht, um den Bereich der möglichen Abweichungen ungefähr zu umfassen (niedriger Luftdruck bei hoher Temperatur und Luftfeuchte (rote Kurven) vs. hoher Luftdruck bei niedriger Temperatur und Luftfeuchte (blaue Kurven)). Die Differenzen liegen v.a. in den unteren Schichten der Atmosphäre bei 2% im Druck und bis zu 20% der Werte selbst in der Dichte.

Neben diesen Ungenauigkeiten aus der zeitlichen und räumlichen Variation der Atmosphäre besteht auch eine Differenz in der Gesamtmasse der Atmosphäre M_A . So gehen die Normalschwerefelder von einem Verhältnis zur Gesamtmasse der Erde M (einschließlich Atmosphäre) von etwa $M_A/M = 0.888 \cdot 10^{-6}$ aus (IAG, 1970), während dies im langjährigen Mittel des ECMWF nach Trenberth und Smith (2005) bezogen auf GRS80 bei $M_A/M = 0.8617 \cdot 10^{-6}$ für die Gesamtmasse und bei $M_A/M = 0.8596 \cdot 10^{-6}$ nur für die Masse an trockener Luft ohne Wasserdampf liegt. Zudem ist die Gesamtmasse der Atmosphäre in den meteorologischen Modellen, wie einleitend bereits erwähnt, keine Konstante.

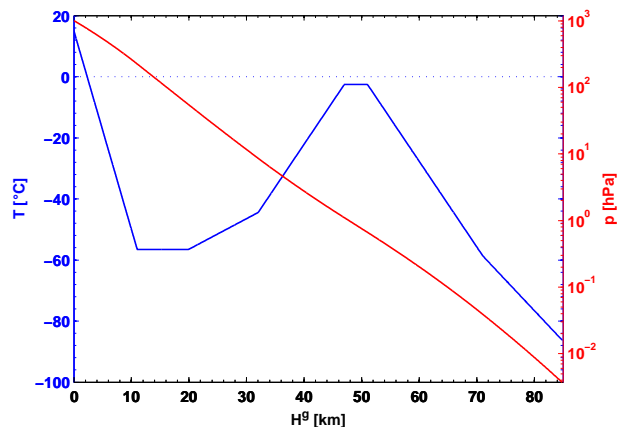


Abbildung 3.7: Temperatur- und Luftdruckverteilung für die polytrophe US Standard Atmosphäre 1976. Man beachte, dass die Temperatur linear skaliert ist, der Luftdruck jedoch logarithmisch.

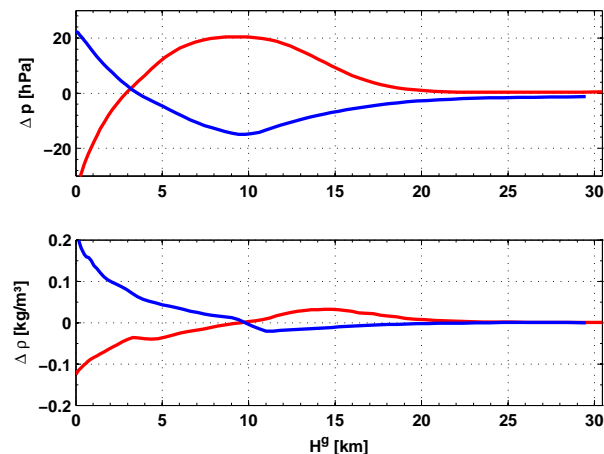


Abbildung 3.8: Abweichungen in Druck (oben) und Dichte (unten) zwischen Standardatmosphäre und ECMWF an einem äquatorialen Punkt (rot) und einem polaren Punkt (blau) für die unteren 30 km der Atmosphäre (ungefähr bis Modellniveau 73).

Eine Verbesserung von der rein statischen Atmosphäre in Richtung zu einer realistischeren Atmosphäre stellen die Arbeiten von Christodoulidis (1976, 1979) dar. Hier wird für die US Standard Atmosphäre 1966 eine breiten- und höhenabhängige Dichtefunktion $\rho(r, \theta)$ jeweils für Sommer und Winter aufgestellt. Dies ist zwar eine Verfeinerung, problematisch ist dabei neben der sehr groben zeitlichen Auflösung aber die Anwendung der Standardatmosphäre an sich. Sie ersetzt echte Daten über die Massenverteilung der Atmosphäre und macht das Modell somit starr und ungenau. Für Untersuchungen zeitlicher Variationen kommen Standardatmosphären daher nicht weiter zum Einsatz.

Verwendet man entsprechend der gestiegenen Messgenauigkeit bei den Satellitenmissionen eine zeitlich und räumlich variable Atmosphäre aus meteorologischen Daten, so kann dies z.B. zu Inkonsistenzen mit dem Normalschwerefeld in GM führen. Darüberhinaus muss spätestens bei der Kombination terrestrischer und satellitengestützter Beobachtungen, also bei Kombination der klassischen Methode mit aktuellen atmosphärischen Modellen, die Differenz der Modellierungsansätze berücksichtigt werden. Es ist dann auch zu beachten, dass die Verwendung der meteorologischen Daten eines Wetterzentrums die Festlegung einer globalen Topographie impliziert. Zudem sei angemerkt, dass die Anwendung der zeitlich invarianten Korrekturen aus Standardatmosphären scheinbar auch nicht mehr den gestiegenen Genauigkeiten in der terrestrischen Gravimetrie genügt, vgl. Boy et al. (2002); Simon (2003); Neumeyer et al. (2004); Gitlein und Timmen (2007). Diese Problematik soll jedoch nicht Thema der vorliegenden Arbeit sein.

Annahme einer dünnen Schicht. Unter Verwendung echter Luftdruckdaten kann in einer stark vereinfachten Annahme die Atmosphäre als dünne Schicht angesehen werden. Es genügt dann die Kenntnis des Oberflächendrucks p_s . Nimmt man zudem die Erde als homogene Kugel an, so entsteht aus (2.6) mit der hydrostatischen Grundgleichung (3.11):

$$I_n(\theta, \lambda, t) = \frac{p_s(\theta, \lambda, t)}{g_0} \quad (3.21)$$

mit einer mittleren Erdanziehung g_0 für eine kugelförmige Erde. Es besteht in diesem Fall keine Abhängigkeit vom Grad n sondern nur vom Oberflächendruck (vgl. auch (2.7)).

Eine etwas bessere Näherung erhält man, wenn man den Oberflächendruck auf einer realistischen Erde betrachtet. Dann gilt mit der radialen Koordinate zusammengesetzt aus einem geozentrischen Ellipsoidradius R' , der Geoidhöhe N und der Höhe der Topographie H ($r = R' + N + H$, vgl. (2.8)):

$$I_n(\theta, \lambda, t) = \left(\frac{R'(\theta) + N(\theta, \lambda) + H(\theta, \lambda)}{R} \right)^{n+2} \cdot \frac{p_s(\theta, \lambda, t)}{g_s(\theta, \lambda)}. \quad (3.22)$$

Für g_s wird hier die Oberflächenschwere verwendet, evtl. genähert durch eine breiten- und höhenabhängige Normalschwere $\gamma(\theta, h)$ z.B. des GRS80 (Moritz, 2000). Es entsteht nun eine leichte Gradabhängigkeit des als Gewichtungsfaktor wirkenden Höherenters sowie eine Breitenabhängigkeit durch g_s bzw. γ . Eine Reihenentwicklung mit Abbruch nach dem linearen Glied ersetzt den gradabhängigen Teil durch die Höhe des Oberflächenpunktes selbst (Peters, 2001).

Radiale Integration der Luftsäule. Wenn aus Modellen und Beobachtungen Daten über die radiale Struktur der Atmosphäre zur Verfügung stehen, können diese für eine radiale Integration genutzt werden. Üblicherweise sind aus den Modellen des NCEP oder ECMWF die Parameter Oberflächendruck p_s , die Temperatur T und die spezifische Feuchte q in den jeweiligen Modellniveaus sowie eine zum Modell gehörende Topographie in Form des Geopotentials Φ_s (auch *Orographie* genannt) erhältlich.

Zusammen mit den Koeffizienten $A_{k+1/2}$ und $B_{k+1/2}$ kann über (3.19) der Luftdruck $p_{k+1/2}$ für die Grenzen zwischen den Schichten abgeleitet werden. Ebenso folgen die virtuellen Temperaturen $T_v(k)$ für die Modellniveaus aus Temperatur und Feuchte mit (3.9). Aus der Zustandsgleichung (3.8) folgt nun die Dichte für die Mitten der Schichten:

$$\rho(k, \theta, \lambda, t) = \frac{p(k, \theta, \lambda, t)}{R_d T_v(k, \theta, \lambda, t)} \quad (3.23)$$

mit dem mittleren Druck zwischen den Schichtgrenzen

$$p(k, \theta, \lambda, t) = (p_{k+1/2}(\theta, \lambda, t) + p_{k-1/2}(\theta, \lambda, t))/2 . \quad (3.24)$$

Hiermit kann im Prinzip die radiale Integration in (2.6) durchgeführt werden. Benötigt wird dazu allerdings noch der Zusammenhang zwischen der radialen Koordinate r und den Modellniveaus. Dieser wird über die hydrostatische Gleichung in der Form von (3.20) hergestellt. Ausgehend vom Geopotential bzw. der geopotentiellen Höhe der Erdoberfläche $H_s^g = \Phi_s/g_{45}$ (3.17) erhält man die geopotentiellen Höhen der Schichtgrenzen mit

$$H_{k+1/2}^g(\theta, \lambda, t) = H_s^g(\theta, \lambda) + \sum_{j=k+1}^{k_{\max}} \frac{R_d T_v(j, \theta, \lambda, t)}{g_{45}} \ln \left(\frac{p_{j+1/2}(\theta, \lambda, t)}{p_{j-1/2}(\theta, \lambda, t)} \right) . \quad (3.25)$$

Anschließend kann diese Höhe mit den Formeln (B.9) oder (B.10) in eine geometrische Höhe z umgerechnet werden. Es folgt dann für das Integral mit der radialen Koordinate $r = R' + N + z$:

$$I_n(\theta, \lambda, t) = \int_{z=h}^{z(k_{\max})} \left(\frac{R'(\theta) + N(\theta, \lambda) + z_{k+1/2}(\theta, \lambda, t)}{R} \right)^{n+2} \rho(z, \theta, \lambda, t) dz . \quad (3.26)$$

Alternativ ist es möglich, unter der Annahme eines hydrostatischen Gleichgewichts mit (3.11) die Dichte zu ersetzen und die Integration über den Luftdruck durchzuführen

$$I_n(\theta, \lambda, t) = - \int_{p=p_s}^{p(k_{\max})} \left(\frac{R'(\theta) + N(\theta, \lambda) + z_{k+1/2}(\theta, \lambda, t)}{R} \right)^{n+2} \frac{dp}{g(\theta, \lambda, z)} , \quad (3.27)$$

wobei die Schwere g erneut durch $\gamma(\theta, h)$ approximiert werden kann. Die radiale Koordinate z ergibt sich wie oben aus H^g . Diese beiden Formeln (3.26) und (3.27) liefern nahezu identische Ergebnisse (vgl. Kapitel 3.2.3 und Boy und Chao (2005)). Unterschiede beruhen lediglich auf dem Umgang mit g bei der Umwandlung von H^g in z und in (3.27). Die Integration über die Höhe z bzw. den Druck p wird üblicherweise diskretisiert als Summation über die Schichtgrenzen der Modellniveaus durchgeführt.

Da der Unterschied zwischen der geopotentiellen und der geometrischen Höhe insbesondere für den Großteil der Atmosphärenmassen nahe der Erdoberfläche relativ gering ist (vgl. Abbildung B.1 im Anhang B), wäre als Vereinfachung auch die Annahme $H^g = z$ denkbar. Zudem wirkt die Division durch

den Erdradius stark dämpfend auf den Fehler durch diese Näherung. Ein solcher Ansatz ist geometrisch jedoch nicht richtig und unterbleibt daher in dieser Arbeit. Anstelle dieser leichten Näherung sei die bei der GRACE-Prozessierung übliche und wesentlich stärkere Vereinfachung betrachtet (Swenson und Wahr, 2002b; Flechtner, 2005; Flechtner et al., 2006). Hier ist die Lageabhängigkeit von g vernachlässigt und anstelle eines ellipsoidischen Halbmassers R' wird ein Kugelradius R mit einer sich hierauf beziehenden „Geoidhöhe“ N' verwendet. Es wird dabei die hydrostatische Gleichung (3.11) in der Form $\rho dr = -1/g dp$ verwendet. Einsetzen in (2.6) ergibt

$$I_n(\theta, \lambda, t) = - \int_{p=p_s}^{p(k_{\max})} \frac{1}{g} \left(\frac{r(\theta, \lambda, t)}{R} \right)^{n+2} dp . \quad (3.28)$$

Einführen einer höhenabhängigen Schwere nach Gleichung (B.2) liefert

$$I_n(\theta, \lambda, t) = - \frac{1}{g_0} \int_{p=p_s}^{p(k_{\max})} \left(\frac{r(\theta, \lambda, t)}{R} \right)^{n+4} dp \quad (3.29)$$

und mit $r = R + N' + z$ sowie Gleichung (B.7) entsteht:

$$\begin{aligned} I_n(\theta, \lambda, t) &= - \frac{1}{g_0} \int_{p=p_s}^{p(k_{\max})} \left(\frac{\frac{R}{1-H_{k+1/2}^g(\theta, \lambda, t)/R} + N'(\theta, \lambda)}{R} \right)^{n+4} dp \\ &= - \frac{1}{g_0} \int_{p=p_s}^{p(k_{\max})} \left(\frac{R}{R - H_{k+1/2}^g(\theta, \lambda, t)} + \frac{N'(\theta, \lambda)}{R} \right)^{n+4} dp \end{aligned} \quad (3.30)$$

Da der Term N'/R relativ klein ist, kann er in einer weiteren Vereinfachung auch weggelassen werden:

$$I_n(\theta, \lambda, t) = - \frac{1}{g_0} \int_{p=p_s}^{p(k_{\max})} \left(\frac{R}{R - H_{k+1/2}^g(\theta, \lambda, t)} \right)^{n+4} dp \quad (3.31)$$

Je nach der verwendeten Formel (3.26), (3.27), (3.30) oder (3.31) treten Differenzen auf, die gemeinsam mit den Unterschieden zwischen dünner Schicht und radialer Integration und weiteren Aspekten in Kapitel 3.2.3 diskutiert werden.

Übersicht über den Rechenablauf. Wie zuvor abgeleitet, ergeben sich je nach Modellierungsvariante unterschiedliche Rechenwege. Die Tabelle 3.2 fasst die einzelnen Schritte noch einmal zusammen. Es sind die jeweiligen Zwischengrößen mit den zugehörigen Gleichungen benannt, aus Gründen der Übersichtlichkeit werden letztere jedoch nicht erneut wiedergegeben. Insgesamt stehen 6 Möglichkeiten für die Berechnung zur Verfügung, die mit den entsprechenden Buchstaben a) bis f) gekennzeichnet sind und von nun an als *Variante a)*, *Variante b)* usw. bezeichnet werden.

Unter der Annahme einer dünnen Schicht benötigt man als Eingangsdaten neben diversen Konstanten lediglich den Oberflächendruck p_s pro Zeitpunkt. Von diesem kann bereits ein statisches Referenzfeld abgezogen werden, so dass direkt die Änderungen der Potentialkoeffizienten entstehen. Bis auf den letzten Schritt ist die Berechnung mittels radialer Integration vollständig anders und daher separat unter 2. angegeben.

Im Falle der radialen Integration wird nicht nur der Oberflächendruck, sondern auch die Temperatur T und die spezifische Feuchte q jeweils pro model level benötigt. Üblicherweise stellen die Wetterzentren auch passende Daten für das (zeitlich konstante) Geopotential Φ_s zur Verfügung sowie Konstanten wie $A_{k+1/2}$, $B_{k+1/2}$, die die model level definieren. Die Variante c) beinhaltet die Verwendung der Gasgleichung und die Integration über die Höhe, Variante d) die Rechnung über die hydrostatische Gleichung

Tabelle 3.2: Rechenablauf für atmosphärische Schwerevariationen.

Vorgang	Berechnung von . . .	Gleichung
1. Dünne Schicht		
• $p_s \rightarrow \Delta p_s$	Bildung der Differenzen/Anomalien	
a) sphärische Erdfigur		
– $\Delta p_s \rightarrow \Delta I_n$	Radialer Integrationsterm	(3.21)
b) ellipsoidische Erdfigur		
– $\Delta p_s \rightarrow \Delta I_n$	Radialer Integrationsterm	(3.22)
• $\Delta I_n \rightarrow \Delta \bar{C}_{nm}, \Delta \bar{S}_{nm}$	Potentialkoeffizienten	(2.13)
2. Radiale Integration		
• $p_s \rightarrow p_{k+1/2}$	Luftdruck je Schichtgrenze	(3.19)
• $T, q \rightarrow T_v$	virtuelle Temperatur je Schichtgrenze	(3.9)
• $\Phi_s \rightarrow H_s^g$	geopot. Höhe Erdoberfläche	(3.17)
• $H_s^g, T_v, p_{k+1/2} \rightarrow H_{k+1/2}^g$	geopot. Höhe der Schichtgrenzen	(3.25)
c) über Gasgleichung		
– $H_{k+1/2}^g \rightarrow z_{k+1/2}$	geom. Höhe der Schichtgrenzen	(B.10)
– $p_{k+1/2} \rightarrow p$	Luftdruck der model level	(3.24)
– $p, T_v \rightarrow \rho$	Luftdichte der model level	(3.23)
– $z_{k+1/2}, \int \rho dz \rightarrow I_n$	Radialer Integrationsterm	(3.26)
d) über hydrostat. Gleichung		
– $H_{k+1/2}^g \rightarrow z_{k+1/2}$	geom. Höhe der Schichtgrenzen	(B.10)
– $z_{k+1/2}, \int dp \rightarrow I_n$	Radialer Integrationsterm	(3.27)
e) über Näherungsverfahren mit N'		
– $H_{k+1/2}^g, \int dp \rightarrow I_n$	Radialer Integrationsterm	(3.30)
f) über Näherungsverfahren ohne N'		
– $H_{k+1/2}^g, \int dp \rightarrow I_n$	Radialer Integrationsterm	(3.31)
• $I_n \rightarrow \Delta I_n$	Bildung der Differenzen/Anomalien	
• $\Delta I_n \rightarrow \Delta \bar{C}_{nm}, \Delta \bar{S}_{nm}$	Potentialkoeffizienten	(2.13)

mit Integration über den Druck. Neben diesen beiden Vorgehensweisen ohne Vereinfachungen können auch die Näherungen unter e) und f) verwendet werden. Die Subtraktion eines zeitlichen Mittelwertes kann im Falle der radialen Integration erst bei den Oberflächendichten oder den Potentialkoeffizienten erfolgen. Es würde keinen Sinn machen, dies etwa bereits bei den Temperaturen durchzuführen.

3.2.3 Evaluation der Modellierungsansätze

Die beschriebenen Modellierungsvarianten für die Atmosphäre können anhand von Beispieldaten miteinander verglichen werden. Dies ist für ausgewählte Datensätze des ECMWF in den folgenden Abschnitten beschrieben. Als anschauliche Vergleichsgröße dienen einerseits Geoidhöhen, die die räumliche Verteilung der Unterschiede aufzeigen und andererseits Grad-RMS Kurven für eine spektrale Übersicht. Teilweise wird das volle Atmosphärensignal verwendet, in einigen Fällen ist hingegen ein entsprechender Mittelwert abgezogen und die tatsächliche Schwerevariation betrachtet.

Nach diesen Fallbeispielen folgen Betrachtungen zu weiteren teils praktischen Aspekten. Den Abschluss bildet eine Abschätzung zu den Genauigkeiten der aus atmosphärischen Daten abgeleiteten Schwerfelder. Da es hier ausschließlich um die Atmosphäre geht, ist keine Kombination mit Ozeandaten

vorgenommen, d.h. es wird der sog. Fall NIB (non-inverted barometer, vgl. Kapitel 3.3.2) betrachtet. Die tatsächlichen Auswirkungen werden damit eher überschätzt, da sie in Wirklichkeit zum Teil von den Ozeanen kompensiert werden.

Fallbeispiele dünne Schicht. Ein erster Test vergleicht die beiden Ansätze bei Annahme einer dünnen Schicht, d.h. Variante a) mit Variante b). Im Falle eines typischen residualen Atmosphärensignals ergeben sich Geoidvariationen im Bereich von ± 13 mm. Wie Abbildung 3.9 zeigt, treten diese vor allem in den mittleren bis hohen Breiten auf, wo sich großräumige Luftdruckvariationen abspielen. Die zugehörigen Geoiddifferenzen zwischen den beiden Ansätzen liegen bei ± 0.3 mm und somit um ein bis zwei Zehnerpotenzen unter dem betrachteten Signal (Abbildung 3.10). Dies zeigt sich auch im Grad-RMS (Abbildung 3.11). Vor allem in den niedrigen Graden besteht kein großer Unterschied zwischen den beiden Ansätzen. Räumlich betrachtet nehmen die Modellierungsdifferenzen zu den Polen zu. Dies ist zu erwarten aufgrund der Verwendung eines ellipsoidischen Radius sowie der breitenabhängigen Normalschwere.

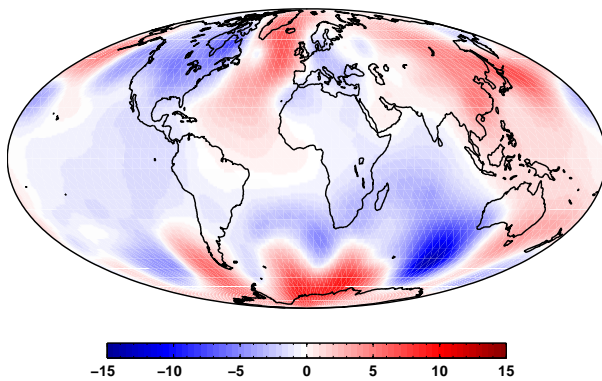


Abbildung 3.9: Atmosphärische Geoidvariationen [mm], 1.3.2006, 0h minus Mittelwert März 2006. Min = -13.6 mm, Max = 9.2 mm, Mittel = -0.05 mm, RMS = 2.1 mm.

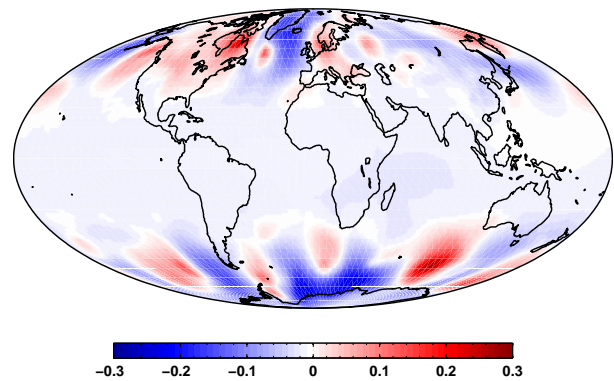


Abbildung 3.10: Differenzen a) vs. b) in Geoidhöhen [mm], 1.3.2006, 0h minus Mittelwert März 2006. Min = -0.24 mm, Max = 0.31 mm, Mittel = -0.01 mm, RMS = 0.04 mm.

Bei Betrachtung des Gesamtsignals der Atmosphäre wird der Unterschied in der Abplattung besonders deutlich. Während am Äquator kaum Unterschiede zwischen dem sphärischen Fall a) mit dem Radius der großen Halbachse und dem realistischeren Fall b) auftreten, beträgt dieser in den Polregionen immerhin bis zu 16 mm (Abbildung 3.12). Durch die ellipsoidische Modellierung ergeben sich stets kleinere Zahlenwerte als im sphärischen Fall. Auch topographische Strukturen, die über die topographische Höhe in (3.22) eingehen, sind noch schwach auszumachen. Dabei gilt: je höher die Punkte liegen, desto näher kommen die Werte denen des sphärischen Falls, da sich dieser auf eine Kugel mit Radius a bezieht. Für eine Interpretation des Modellierungseinflusses sind die gezeigten Abweichungen in Relation zur Signalstärke des Gesamtsignals zu setzen. Diese liegt ausgedrückt in Geoidhöhen bei gut 5 m mit einer Bandbreite von etwa 23 cm. Insgesamt beträgt die Modellierungsdifferenz also auch in diesem Fall eine Zehnerpotenz weniger als die Signalstärke selbst. Möchte man folglich auf die aufwendigere Rechnung mit gradabhängigem Integrationskern verzichten, dann bietet sich die wesentlich einfachere sphärische Näherung an.

Fallbeispiele radiale Integration. Eine zweite Falluntersuchung widmet sich den 4 Varianten der radialen Integration aus Tabelle 3.2. Die folgenden Vergleiche basieren stets auf einem vollen Atmosphärensignal. Analog wie oben sind die Größenordnungen immer relativ zur Bandbreite des Gesamtsignals zu sehen. Die Mittelwerte der Abweichungen entsprechen der Änderung im Term vom Grad 0 und werden hier nicht weiter diskutiert, da dies stark von Zeitpunkt und Länge der jeweils betrachteten Zeitreihe abhängt.

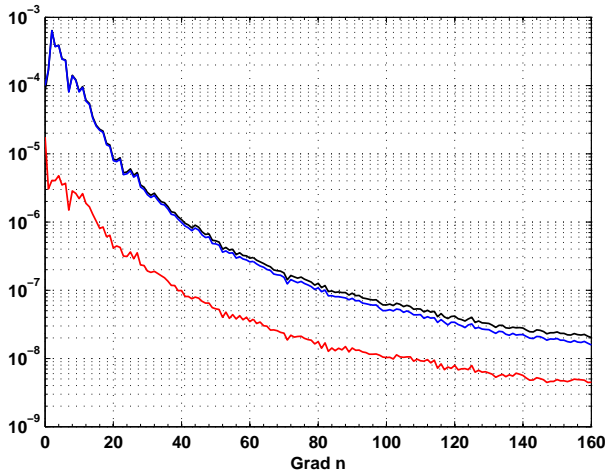


Abbildung 3.11: Grad-RMS der Geoidhöhen [m] nach Variante a) in schwarz, nach Variante b) in blau und deren Differenz in rot.

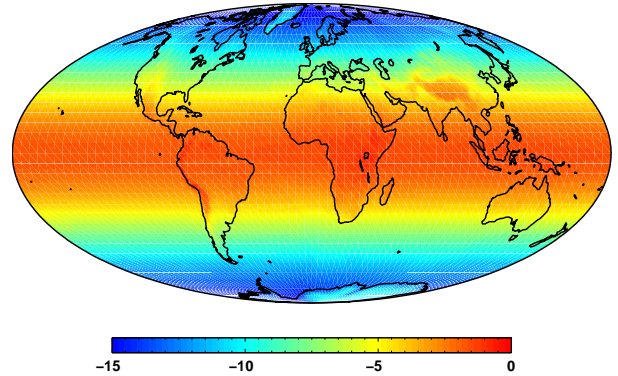


Abbildung 3.12: Differenzen a) vs. b) in Geoidhöhen [mm], volles Signal, 1.3.2006 0h.
Min = -16.4 mm, Max = -0.5 mm, Mittel = -3.9 mm, RMS = 5.9 mm.

Ein Vergleich der beiden Ansätze ohne Näherungen – Variante c) vs. d) – zeigt hauptsächlich eine ellipsoidische Struktur, vgl. Abbildung 3.13. Die bei weitem größte Differenz tritt damit neben dem Mittelwert in der Abplattung auf. Dies beruht auf der unterschiedlichen Näherung für g durch γ in den Rechnungen. Wählt man diese identisch, so reduzieren sich die Differenzen erheblich. Auch ohne diese Angleichung liegt die Bandbreite der Unterschiede bei nur 5 mm, was verglichen mit der Signalbandbreite von 23 cm klein ist. Auch im Bild der Grad-RMS zeigen sich Modellierungsunterschiede, die bis auf den Grad 2 etwa nur ein Hundertstel der Signalstärke betragen (Abbildung 3.14, schwarze und rote Kurve). Betrachtet man wie oben für dünne Schichten gezeigt ein residuales Signal, so fällt der Einfluss des Abplattungsterms weit geringer aus. Dies zeigen Boy und Chao (2005) in einer ähnlichen Untersuchung.

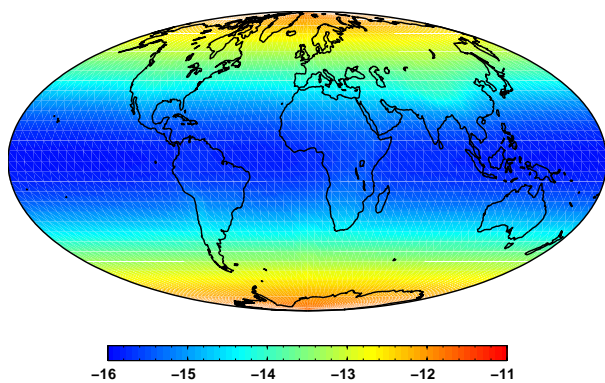


Abbildung 3.13: Differenzen c) vs. d) in Geoidhöhen [mm], volles Signal, 8.4.2004 0h.
Min = -15.9 mm, Max = -11.7 mm, Mittel = -13.7 mm, RMS = 11.5 mm.

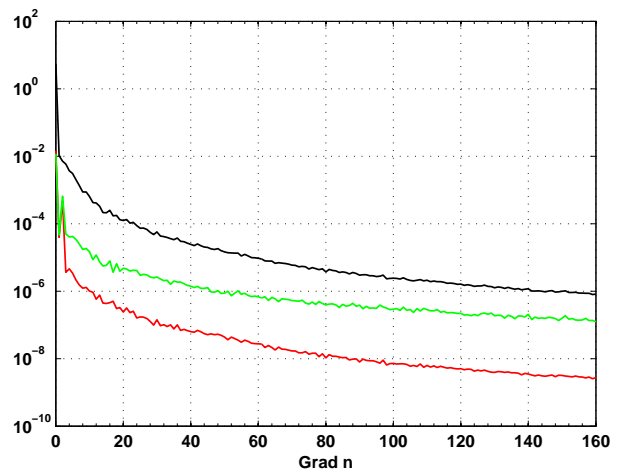


Abbildung 3.14: Grad-RMS der Geoidhöhen [m], volles Signal (schwarz), Differenz Variante c) vs. d) (rot), Differenzen c) vs. e) und d) vs. e) (grün).

Vergleicht man die strengen Ansätze mit der Näherung wie sie bei der GRACE-Prozessierung zum Einsatz kommt (Variante e)), so fällt erneut eine Ellipsoidstruktur sowie eine leichte Korrelation mit der Topographie auf (Abbildung 3.15). Die Differenzen sind etwa doppelt so groß wie die im vorigen Fall,

mit 8 mm Bandbreite aber ebenfalls noch mindestens um den Faktor 10 unter der Signalstärke. Dies zeigt sich auch im Grad-RMS (Abbildung 3.14, grüne Kurve). Die Abweichungen zwischen Variante c) und e) sind bis auf den Mittelwert, der in diesem Fall besser zueinander passt, sehr ähnlich zu denen zwischen Variante d) und e). Da die Breitenabhängigkeit der Schwere vernachlässigt ist, sind insbesondere die zonalen Koeffizienten betroffen, vgl. auch Boy und Chao (2005).

Eine Abschätzung für die Differenzen innerhalb der Näherungsverfahren e) und f) ergibt schließlich sehr geringe Unterschiede, die aus dem sehr kleinen Term mit der Geoidhöhe folgen. Die Bandbreite liegt hier bei nur 0.1 mm, vgl. Abbildung 3.16.

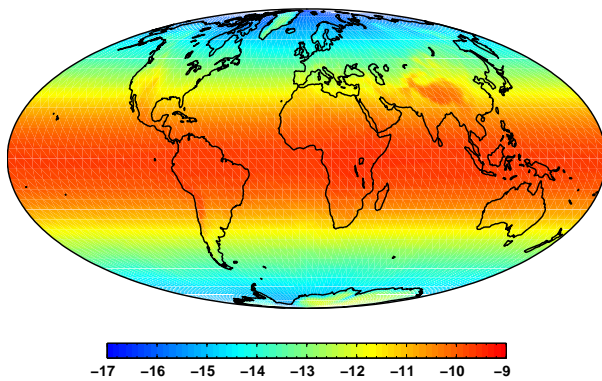


Abbildung 3.15: Differenzen in Geoidhöhen [mm], Variante c) bzw. d) vs. Variante e), volles Signal, 8.4.2004 0h. Min = -16.6 mm, Max = -9.5 mm, Mittel = -12.6 mm, RMS = 9.4 mm.

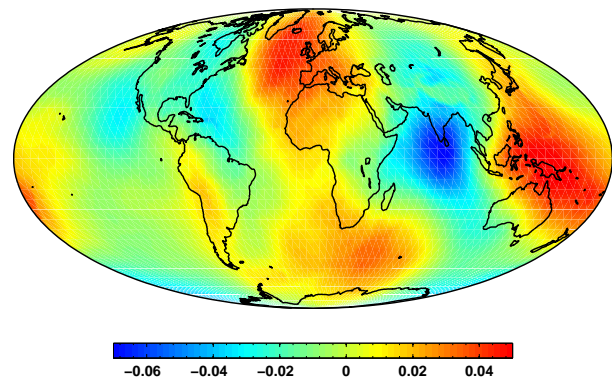


Abbildung 3.16: Differenzen e) vs. f) in Geoidhöhen [mm], volles Signal, 8.4.2004 0h. Min = -0.07 mm, Max = 0.05 mm, Mittel = 0.00 mm, RMS = 0.02 mm.

Als Ergebnis dieser Fallstudie kann festgehalten werden, dass zwischen Variante c) und Variante d) nur kleine Differenzen bestehen, während die Näherungen in Variante e) schon deutlicher zu sehen sind. Wenn man dies zugunsten einer einfacheren Rechnung in Kauf nimmt, so genügt die Berechnung ohne Berücksichtigung der Geoidhöhe (Variante f)), auch wenn dies rein geometrisch nicht richtig ist.

Dünne Schicht vs. radiale Integration. Eine dritte Untersuchung widmet sich den Unterschieden zwischen der Annahme einer dünnen Schicht und der radialen Integration. Benutzt man wie oben das volle Atmosphärensignal und vergleicht die resultierenden Geoide, so entstehen erneut Modellierungsdifferenzen mit Ellipsoidstruktur und einem Wertebereich von 12 mm, siehe Abbildung 3.17. Abgesehen von den untersten 3 Grad liegen die Differenzen zwischen den Varianten a) und d) bei ca. 10% der Signalstärke (Abbildung 3.18). Durch die radiale Integration entsteht offensichtlich eine erheblich andere Gesamtmasse als bei Annahme einer dünnen Schicht. Das Massenzentrum liegt hingegen sehr ähnlich, dafür ist die Abplattung erwartungsgemäß im sphärischen Modell nicht enthalten. Die anderen Varianten der radialen Integration zeigen ähnliche Unterschiede bezüglich der dünnen Schicht.

Für eine genauere Beurteilung bietet sich die Analyse von Zeitreihen in beiden Modellierungen an unter Subtraktion der jeweiligen Mittelwerte. Dies dämpft zwar das Signal, entspricht jedoch der bei Zeitvariationen tatsächlich betrachteten Größe. Anhand von 6-stündlichen Daten vom März 2006 ergeben sich die in den Abbildungen 3.19 und 3.20 dargestellten Modellierungsdifferenzen (Zeitliches Mittel über 124 Zeitpunkte).

In Regionen mit großen Luftdruckvariationen nehmen sie regional Werte von bis zu 4 mm an, an einzelnen Zeitpunkten sogar bis zu 6 mm. Während erneut die größten Unterschiede bei Grad 2 auftreten, erreichen die Modellierungsdifferenzen die halbe Signalstärke zwischen Grad 10 und 30. Über Grad 50 nehmen die Differenzen wieder deutlich ab, daher ist dieser Bereich nicht mehr dargestellt. Die entsprechenden Rechnungen für Januar und Februar zeigen sehr ähnliche Werte und bestätigen die Ergebnisse.

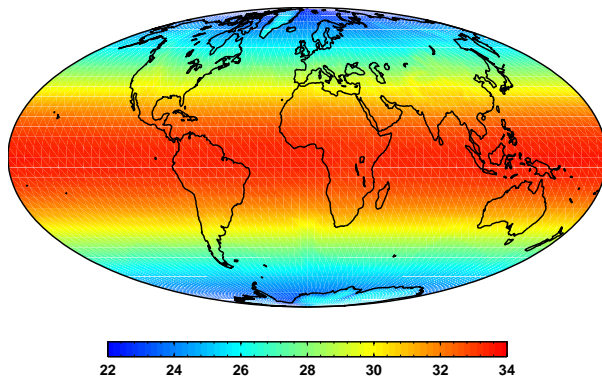


Abbildung 3.17: Modellierungsdifferenzen in Geoidhöhen [mm], radiale Integration minus dünne Schicht, volles Signal, 8.4.2004 0h.
Min = 22.1 mm, Max = 33.6 mm, Mittel = 28.1 mm, RMS = 23.8 mm.

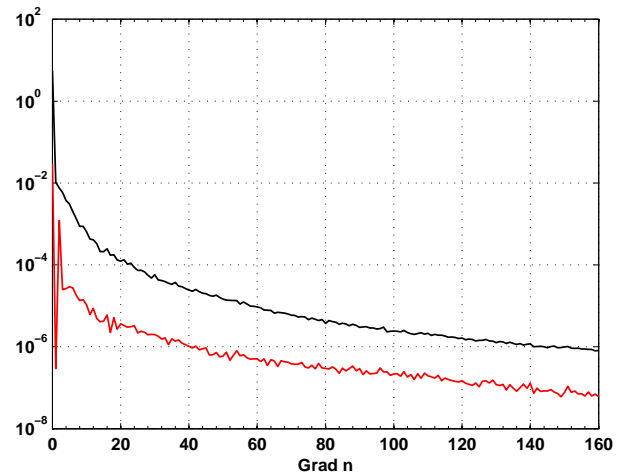


Abbildung 3.18: Grad-RMS der Geoidhöhen [m], volles Signal (schwarz), Differenz radiale Integration und dünne Schicht (rot), 8.4.2004 0h.

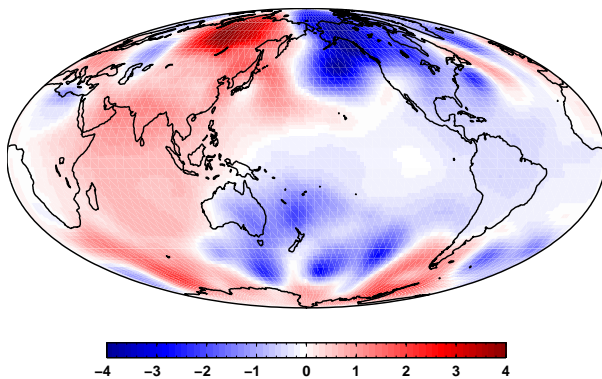


Abbildung 3.19: Zeitlich gemittelte Differenzen im März 2006 in Geoidhöhen [mm], Variante e) minus a), residuales Signal.
Min = -4.3 mm, Max = 4.1 mm, Mittel = -0.06 mm, RMS = 0.80 mm (Werte für zeitliches Mittel).

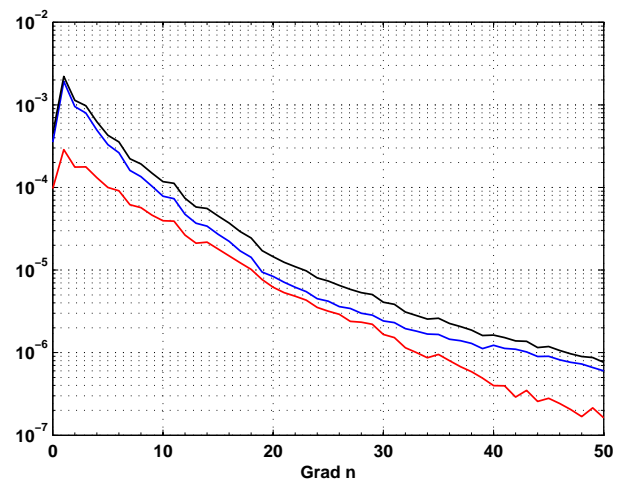


Abbildung 3.20: Mittlerer Grad-RMS der Geoidhöhen [m], radiale Integration (schwarz), dünne Schicht (blau) und deren Differenz (rot) für März 2006.

Zusammenfassend bleibt im Schweresignal eine deutliche Differenz zwischen der Annahme einer dünnen Schicht und der radialen Integration. Diese übersteigt bei weitem die Differenzen der anderen betrachteten Fallbeispiele. Sie ist in weitgehender Übereinstimmung mit ähnlichen Studien, die den Modellierungsaspekt mit Blick auf die Messgenauigkeit von GRACE betrachten (Swenson und Wahr, 2002b; Boy und Chao, 2005).

Weitere Aspekte. Neben der Entscheidung für eine der besprochenen Modellierungen treten bei der praktischen Realisierung weitere Aspekte auf. Beispielsweise kann es notwendig sein, die Zahlenwerte der grundlegenden Konstanten wie des Radius R , des Schwerewerts g_0 oder der Love-Zahlen für Auflast k'_n an neue Standards anzupassen. Dies wirkt sich wie eine Skalierung auf die Ergebnisse aus. Solange die neuen Werte nur gering von den alten abweichen, sind die Effekte vernachlässigbar klein. Die Änderung von g_0 auf 9.80 m/s^2 führt z.B. zu Änderungen in ΔI_n im Bereich von $1\text{-}2 \text{ kg/m}^2$, was in Relation zu Werten von typischerweise 400 kg/m^2 zu sehen ist.

Ein anderer Gesichtspunkt betrifft den Rechenaufwand. Hier liegt der große Vorteil der einfachen Annahme einer dünnen Schicht. Es werden keine dreidimensionalen Daten benötigt, es ist keine radiale Summation erforderlich, die Oberflächendichten sind nicht gradabhängig und auch die Mittelwertbildung kann direkt beim Oberflächendruck geschehen. Bei der radialen Integration hingegen kann erst nach Berechnung der dreidimensionalen Schichtdichten eine Mittelung bzw. das Abziehen eines statischen Feldes stattfinden. Ein Vergleich der Input-Datenmengen im binären GRIB-Format des ECMWF für einen Monat verdeutlicht den Rechenaufwand: den 15.6 MB des Oberflächendrucks stehen 2.8 GB der radialen Integration gegenüber, wobei letztere in mehreren Schleifen zu berechnen ist.

Bei einer operationellen Berechnung der atmosphärischen Massenvariationen, wie sie im Rahmen der Missionen GRACE und GOCE durchgeführt wird, muss zudem mit Aktualisierungen und Änderungen im Atmosphärenmodell auf Seiten der Wetterdienste gerechnet werden. Unter Umständen kommt es dabei zu Auswirkungen auf die Werte für die atmosphärischen Massen. Am Beispiel der Umstellung von 60 auf 91 vertikale Schichten vom 1. Februar 2006 im Rahmen der Verbesserung der räumlichen Auflösung (T511L60 auf T799L91, siehe Untch et al. (2006)) sei dies exemplarisch gezeigt. Für eine Rechnung über alle Zeitpunkte im Januar 2006 in beiden Auflösungen ergeben sich die in Abbildung 3.21 gezeigten mittleren Signalstärken für Schwerevariationen und deren Differenz. Während bis Grad 15 nur sehr geringe Differenzen auftreten, enthält das neue Modell ab dort signifikant geringere Variationen. Allerdings gehen die mittleren Variationen kaum über das Niveau von 10^{-5} m hinaus. Gezeigt sind zudem die minimal und maximal auftretenden Werte, um einen Eindruck von der Variabilität innerhalb eines Monats zu geben. Grad 0 ist nicht dargestellt, da sich hier v.a. der Unterschied in den jeweils abgezogenen Referenzfeldern niederschlägt.

Von Seiten der Wetterzentren werden relativ häufig Modelländerungen eingeführt. In einer Langzeitstudie über 9 Jahre zeigen sich bei Verwendung des Oberflächendrucks aus dem operationellen Modell und der Annahme einer dünnen Schicht einige Auffälligkeiten in den Potentialkoeffizienten. Signifikante Sprünge können in allen Koeffizienten auftreten. Als Beispiel dient Abbildung 3.22 für spezielle niedrige Koeffizienten. Ursache sind wie im Falle des April 1995 Modellupdates seitens des ECMWF (Miller et al., 1996). Problematisch werden solche Sprünge dann, wenn sie innerhalb der Berechnung eines zeitlichen Mittelwertes liegen oder Spektralanalysen der Variationen beabsichtigt sind.

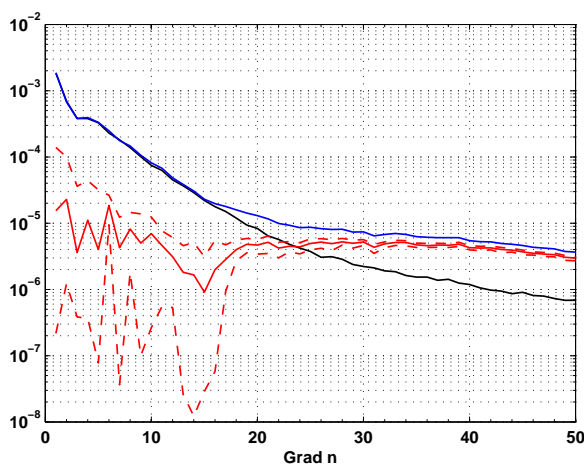


Abbildung 3.21: Mittlerer RMS der atmosphärischen Variationen in Geoidhöhen [m] bei 91 model level (schwarz), 60 model level (blau) und deren Differenz (rot) mit Schwankungsbereich (rot gestrichelt) für Januar 2006.

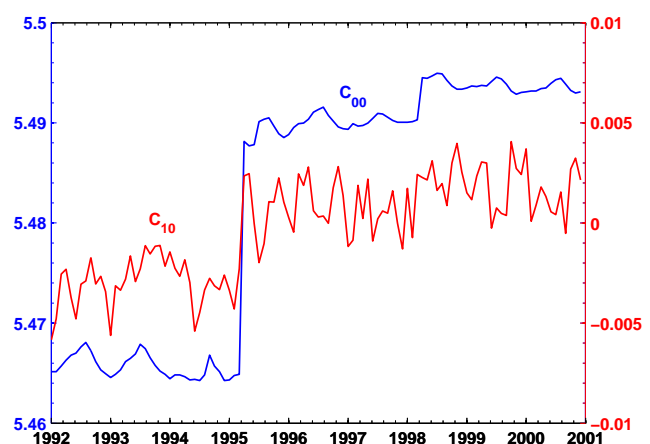


Abbildung 3.22: Niedrige Koeffizienten aus langjähriger monatlicher Zeitreihe für volles Atmosphärensignal in Geoidhöhen [m].

Die von Modelländerungen verursachten Effekte lassen sich am einfachsten durch die Benutzung von Daten aus einer Reanalyse vermeiden. Diese stehen jedoch nur sehr unterschiedlich zeitlich verzögert zur Verfügung und sind für operationelle Anwendungen daher unbrauchbar.

Genauigkeiten. Es ist weder üblich noch die Aufgabe der Wetterzentren, eine Genauigkeitsangabe zu den meteorologischen Parametern zu machen. Lediglich zu einzelnen Parametern wie Temperatur, Luftfeuchte oder Geopotential ist teilweise eine Information über Fehler verfügbar, nicht jedoch für den Luftdruck. Daher ist es nicht möglich, ein Fehlermaß direkt aus einer Fehlerfortpflanzung für die abgeleiteten Schwerefeldvariationen anzugeben. Eine Abschätzung der möglichen Ungenauigkeit kann durch die Betrachtung der Differenzen aus zwei unterschiedlichen Wettermodellen wie dem des ECMWF und dem des NCEP erfolgen. Beispiele hierfür finden sich in Trenberth und Olson (1988) allgemein und in Wahr et al. (1998), Velicogna et al. (2001) und Schrama (2003) mit einem Fokus auf Schwerevariationen. Ein solches Vorgehen setzt voraus, dass beide Modelle etwa gleich genau und unkorreliert sind. Beides ist jedoch nicht der Fall. Die Modelle liegen in unterschiedlichen Auflösungen vor und verwenden teilweise identische Beobachtungsstationen und ähnliche Modellierungsansätze. Trotzdem eignet sich ein solcher Vergleich für einen groben Eindruck von der Genauigkeit atmosphärischer Schwerevariationen aus meteorologischen Modellen. Ein ähnliches Vorgehen verwenden auch Zhao und Li (2006) mit Daten aus verschiedenen Reanalysen zur Abschätzung der atmosphärischen Massentransporte zwischen Nord- und Südhalbkugel.

Aufgrund der Ergebnisse von Trenberth und Olson (1988) können nur für die Nordhalbkugel außerhalb der Tropen gute Übereinstimmungen erwartet werden. Die Modelle haben in den letzten 20 Jahren sicherlich erhebliche Verbesserungen erfahren, trotzdem kann vermutet werden, dass die Tropen und die Südhalbkugel aufgrund der geringen Dichte an Beobachtungen allgemein schlechter bestimmt sind. Insbesondere die Bereiche südlich von 50° Süd gelten als problematisch.

Der hier durchgeführte Vergleich zwischen ECMWF und NCEP beruht auf 6-stündlichem Oberflächen- druck in einem 2.5° -Gitter von Januar bis März 2006 und der Annahme einer dünnen Schicht auf einer sphärischen Erde. Es ist das jeweilige Monatsmittel abgezogen. Bei der Betrachtung der mittleren Differenzen in den Geoidhöhen fallen abgesehen von einem Offset von ca. 4 mm deutliche Unterschiede in Bereichen mit wenigen Beobachtungsstationen wie Tibet oder der Antarktis auf (Abbildung 3.23). Diese Differenz in den monatlichen Mittelwerten ist zeitlich nahezu konstant. Wie Abbildung 3.24 zeigt, liegt sie etwa eine Größenordnung unterhalb des Signals selbst, lokal liegen die Werte jedoch deutlich darüber. Die Ursache hiervon hat vermutlich v.a. mit der Verwendung unterschiedlicher Orographien und Auflösungen in den Modellen zu tun. So beträgt alleine die Differenz in den Orographien zwischen ECMWF und NCEP im Mittel 8 m (Trenberth und Smith, 2005).

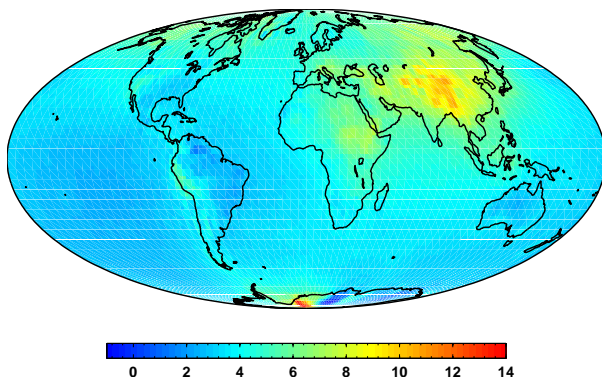


Abbildung 3.23: Mittlere Differenz der Schwerevariationen aus ECMWF und NCEP in Geoidhöhen [mm] am Beispiel Januar 2006.

Min = -1.8 mm, Max = 15.8 mm, Mittel = 2.6 mm, RMS = 3.5 mm.

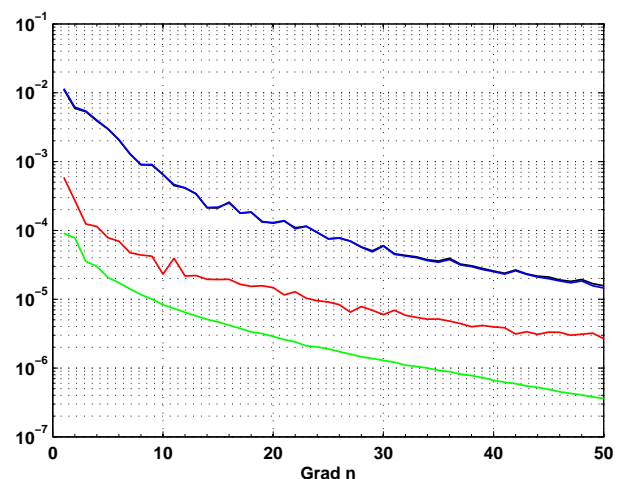


Abbildung 3.24: Mittlerer Grad-RMS der Schwerevariationen in Geoidhöhen [m] aus ECMWF (schwarz) und NCEP (blau) und deren Differenz (rot), Januar 2006. Zusätzlich: Differenz ohne Abweichung der Mittelwerte (grün).

Abgesehen von der Differenz in den Mittelwerten verbleiben nur kleine Unterschiede zwischen den

Schwerefeldern aus ECMWF- und NCEP-Daten. Sie liegen typischerweise unter 1 mm Geoidhöhe mit regional größeren Werten. Der entsprechende mittlere Grad-RMS (Abbildung 3.24, grüne Kurve) liegt bei Grad 10 schon unterhalb 10^{-5} m und damit unterhalb der meisten der oben dargestellten Modellierungsunterschiede. Abbildung 3.25 zeigt die maximal auftretenden Differenzen für jeden Ort im Januar 2006. Erneut sind dies v.a. Regionen mit spärlichen Beobachtungen wie das Südpolarmeer. Wie sich im Bild der Standardabweichungen zeigt, treten jedoch auch in anderen Regionen Unterschiede von gut 0.5 mm in den Geoidhöhen auf (Abbildung 3.26).

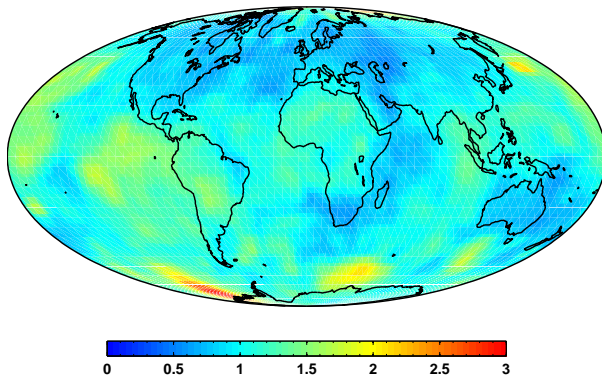


Abbildung 3.25: Maximale Unterschiede zwischen ECMWF und NCEP in Geoidhöhen [mm] am Beispiel Januar 2006 ohne mittlere Differenz.

Min = 0.5 mm, Max = 3.0 mm, Mittel = 0.68 mm, RMS = 0.88 mm.

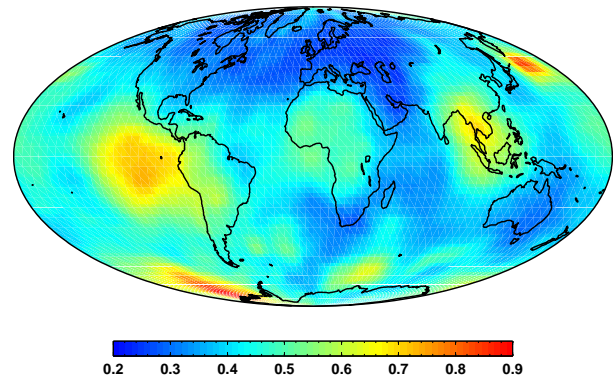


Abbildung 3.26: Standardabweichung der Unterschiede zwischen ECMWF und NCEP in Geoidhöhen [mm] am Beispiel Januar 2006 ohne mittlere Differenz.

Min = 0.2 mm, Max = 0.9 mm, Mittel = 0.28 mm, RMS = 0.36 mm.

Ergebnis dieser groben Fehlerabschätzung ist somit, dass die Unterschiede zwischen den Modellen des ECMWF und des NCEP relativ gering sind, eine detailliertere Betrachtung und vor allem eine unabhängige Validierung jedoch erstrebenswert bleiben. Wenn hieraus verlässliche Genauigkeitsaussagen möglich sind, kommt der Frage des Berechnungsansatzes echte praktische Bedeutung zu. Nicht zuletzt wird bei der Bestimmung der Meerestopographie mittels Altimetrie vermutet, dass die Erfassung der atmosphärischen Variationen eine der wesentlichen verbliebenen Fehlerquellen darstellt, die es zu beseitigen gilt (Chelton et al., 2001).

3.3 Ozeane

Ozeanische Wassermassen weisen eine etwa um den Faktor 800 höhere Dichte als die der Atmosphäre auf. Das Volumen ist dagegen um den Faktor 270 geringer (Gill, 1982). Die zeitlich variablen Anteile sind erheblich geringer als die der Atmosphäre, daher führen sie zu Schwerefeldvariationen, die in einer vergleichbaren Größenordnung wie die der Atmosphäre liegen.

Wie bei der Atmosphäre liegen für die Ozeane keine direkten Beobachtungen der globalen Massenverteilung vor. Sie wird üblicherweise aus Ozeanzirkulationsmodellen abgeleitet, in die je nach Modell unterschiedliche Parameter eingehen. Diese Modelle basieren auf mehreren Prinzipien, Zusammenhängen und Mechanismen der physikalischen Ozeanographie, die in Kapitel 3.3.1 kurz beschrieben sind. Ziel ist dabei, die physikalischen Hintergründe der Ozeanzirkulationsmodelle zu skizzieren, um ein Verständnis der Prozesse und der üblicherweise verwendeten Begriffe zu fördern. Für detaillierte Ausführungen sei auf die einschlägige Literatur verwiesen wie Gill (1982); Pond und Pickard (1983); Sündermann (1986, 1989); Pickard und Emery (1990); Siedler und Zenk (1997); Open Univ (1998) oder Stewart (2006). Die Ableitung ozeanischer Schwerevariationen aus Ozeanmodellen ist insbesondere mit Blick auf die Wechselwirkungen mit der Atmosphäre in Kapitel 3.3.2 behandelt. Abschließend sind in Kapitel 3.3.3 aus

atmosphärischen Daten und Ozeanzirkulationsmodellen abgeleitete Zeitreihen von Schwerevariationen hinsichtlich ihrer räumlichen und spektralen Eigenschaften näher untersucht.

3.3.1 Grundlagen der Ozeanzirkulationsmodelle

Änderungen in der Verteilung der Wassermassen in den Ozeanen geschehen durch Strömungen. Diese unterliegen hydrodynamischen Gesetzmäßigkeiten und damit vor allem den folgenden Prinzipien (nach Pond und Pickard (1983); Siedler und Zenk (1997)):

- Erhaltungssätze: Massenerhaltung, Wärme- bzw. Energieerhaltung, Impulserhaltung, Drehmomenterhaltung
- Gravitationsgesetz nach Newton
- Newtonsche Bewegungsgesetze: Trägheitsprinzip, Aktionsprinzip, Reaktionsprinzip.

Die Strömungsprozesse beeinflussenden Kräfte können in primäre und sekundäre Kräfte unterteilt werden. Zu den primären Kräften gehören insbesondere:

- Schwerkraft als Druckgradientkraft und als gezeitenerzeugende Kraft durch die Gravitation von Mond und Sonne
- Windschub entweder horizontal durch Reibung an der Oberfläche oder vertikal durch die Druckwirkung

Sekundäre Kräfte treten auf, wenn Massen bereits in Bewegung sind. Es sind dies vor allem:

- Corioliskraft aufgrund der Erdrotation
- Reibungskräfte sowohl innerhalb als auch am Rand (Oberfläche, Küste) der Wassermassen.

Wie leicht zu sehen ist, können Ozeanströmungen sehr unterschiedliche Ursachen haben. Die wesentlichen Antriebe sind, abgesehen von den hier nicht weiter betrachteten Gezeitenkräften:

- Sonneneinstrahlung als Hauptenergiequelle aller atmosphärischen und ozeanischen Prozesse; entscheidend für Wärmehaushalt und Prozesse wie Verdunstung oder Eisschmelze
- Windschub durch Impulsübertragung
- Luftdruck durch den Auflasteffekt
- Stoffeintrag in Form von Niederschlägen und Frischwasser aus Flüssen.

Ozeanzirkulationsmodelle versuchen, aus Daten über diese Antriebe die ablaufenden Prozesse gemäß den obigen Gesetzmäßigkeiten zu beschreiben. Einige der Grundlagen sind in den folgenden Abschnitten skizziert.

Bestandteile des Meerwassers. Das Wasser in den Ozeanen unterscheidet sich von kontinentalem Süßwasser v.a. durch seinen Salzgehalt. Er beeinflusst die Dichte, die elektrische Leitfähigkeit und den Gefrierpunkt des Wassers. Der Salzgehalt ist, vereinfacht gesagt, gegeben durch die Masse an gelösten Salzen pro Masse Meerwasser. Der Massenanteil wurde früher in %, g/kg oder ppm angegeben, heute erfolgt die Bestimmung aus der gleichzeitigen Messung von Leitfähigkeit, Temperatur und Druck und die Angabe gemäß einem Beschluss des *Joint Table on Oceanographic Standards and Tables* der UNESCO in der Einheit psu (practical salinity units) nach der Practical Salinity Scale von 1978 (Pickard und Emery, 1990). Die Werte liegen im Bereich von 20-40 psu (= g/kg = ppt = 10^3 ppm) bei durchschnittlich 35 psu im offenen Ozean; größere Abweichungen treten vor allem in Randmeeren wie Ostsee und Mittelmeer oder in Flussmündungen auf. Den Hauptanteil der Salze bildet Natriumchlorid (Kochsalz), geringe Anteile ergeben sich aus Verbindungen von Chlor und Schwefel mit Magnesium, Kalzium und Kalium (Gill, 1982; Stewart, 2006).

Dichte des Meerwassers. Die Dichteverteilung im Ozean ist direkt an die Schwerewirkung gekoppelt und daher besonders wichtig. Sie hängt von der Temperatur T , dem Salzgehalt S und dem Druck p ¹⁶

¹⁶ Der Druck wird in der Ozeanographie üblicherweise in dbar angegeben. Es gilt: 1 dbar = 10^{-1} bar = 10^4 Pa = 10^2 hPa, was einer Tiefenänderung von ca. 1 m entspricht (Siedler und Zenk, 1997).

ab und ist deshalb nur schwierig und im Labor messbar. Formal wird dies beschrieben durch:

$$\rho = f(T, S, p). \quad (3.32)$$

Die Abhängigkeiten in dieser Zustandsgleichung sind nichtlinear und komplex, können jedoch durch entsprechende Reihenentwicklungen approximiert werden, vgl. Gill (1982) Appendix 3, Sündermann (1986) oder Khafid (1998). Bei gleichzeitiger Messung von T , S und p ist damit die Dichte ableitbar. Typische Darstellungen sind sog. zweidimensionale T/S-Diagramme (auch T/p-Diagramme), die die Isopyknen¹⁷ in Abhängigkeit der jeweiligen Parameter angeben.

Während Temperatur und Salzgehalt große Auswirkungen auf die Dichte haben, ist der Effekt des Drucks eher gering. Als Daumenregel gilt, dass die Dichte um 1 kg/m^3 ansteigt bei einem Temperaturabfall von 5°C , einer Erhöhung des Salzgehalts um 1 psu oder einem Druckanstieg von 200 dbar (entsprechend einem Tiefenanstieg um 200 m). Während der Wertebereich von ρ in Extremfällen von 995 bis über 1060 reicht, beträgt die Dichte für ungefähr 90% der ozeanischen Wassermassen zwischen 1026 und 1028 kg/m^3 . Der Durchschnittswert liegt somit bei 1027 kg/m^3 (Pond und Pickard, 1983).

Schichtung der Ozeane. Die oben genannten Antriebe für Ozeanströmungen wirken meist an bzw. nahe der Oberfläche. Insbesondere die winderzeugten Turbulenzen führen dort zu einer Durchmischung und einer dünnen Schicht von 10-200 m, die vertikal nahezu konstante Temperatur und Salzgehalt aufweist. Darunter treten hohe Gradienten für Temperatur und Salzgehalt und folglich auch die Dichte auf, bis sie bei etwa 300-1000 m wieder konstante Werte erreichen. Die Zone starker Änderungen wird *Thermokline* genannt. Im Fall der Dichte reicht sie etwas tiefer und heißt *Pyknokline*. Das darunterliegende Tiefenwasser zeichnet sich durch einheitlich niedrige Temperaturen und relativ hohen Salzgehalt aus, was zu hohen Dichten führt. Diese Schichtung ist stabil. Die meisten Strömungen und damit Massentransporte im kurzzeitigen Bereich laufen in horizontaler Richtung und in den oberen Regionen ab. Die tieferen Schichten weisen eher langzeitige und geringere Variationen auf (Pond und Pickard, 1983; Pickard und Emery, 1990).

Neben dieser vertikalen Schichtung zeigt die Oberflächenschicht horizontal eine zonale Struktur in der Temperatur und in geringerem Maße auch beim Salzgehalt. Starke Gradienten treten in den mittleren Breiten auf und wandern in gewissem Umfang mit dem Sonnenstand mit (Stewart, 2006).

Druckgradientkraft. Ähnlich wie bei der hydrostatischen Gleichung sei ein infinitesimales Volumenelement dV einer ruhenden Flüssigkeit mit den Seiten dx , dy und dz betrachtet (Abbildung 3.27). Die beispielsweise in z -Richtung von außen wirkenden Druckkräfte sind p und $-(p + dp)$, so dass aufgrund der Gleichgewichtsbedingung die Kraft in positive z -Richtung innerhalb von dV sich zu $-dp \, dx \, dy$ ergibt. Da $dp = \frac{\partial p}{\partial z} dz$, folgt für die Kraft dF pro Volumenelement aus der Überlagerung aller drei Raumrichtungen: $dF = -\nabla p \, dV$. Division mit der Masse dm liefert daraus die Kraft pro Einheitsmasse:

$$\frac{dF}{dm} = -\frac{1}{\rho} \nabla p. \quad (3.33)$$

Dies ist eine Beschleunigung und wird Druckgradientkraft genannt.

Bewegungsgleichungen. Nach Newtons Aktionsprinzip entspricht das Produkt aus Geschwindigkeitsänderung und Masse einer Kraft, die eine Impulsänderung bewirkt. In topozentrischen kartesischen Koordinaten $\{x, y, z\}$, orientiert an den Richtungen Ost, Nord und Oben, kann damit die zeitliche

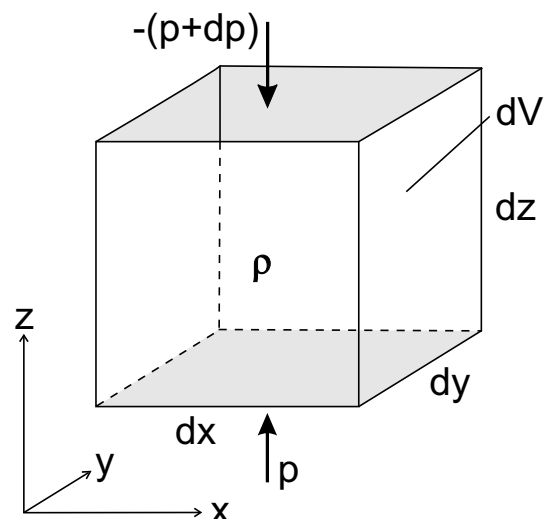


Abbildung 3.27: Druckgradient an einem Volumenelement dV mit der Dichte ρ .

¹⁷ Isopyknen: Linien bzw. Flächen gleicher Dichte.

Änderung des Geschwindigkeitsvektors \mathbf{v} durch die wirkenden Kräfte pro Masse geschrieben werden als:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \mathbf{g} + \mathbf{F} . \quad (3.34)$$

Es wirken die Druckgradientkraft, die Corioliskraft (Erdrotationsvektor $\boldsymbol{\Omega}$), die Schwerkraft \mathbf{g} (Gravitation plus Zentrifugalbeschleunigung) und eine Reibung \mathbf{F} , jeweils pro Einheitsmasse, d.h. als Beschleunigung. Die ebenfalls auftretenden Gezeitenkräfte sind hier nicht berücksichtigt. Aufgetrennt in die Komponenten $\{u, v, w\}$ des Geschwindigkeitsvektors entstehen für diesen Impulserhaltungssatz drei Differentialgleichungen, die auch als Navier-Stokes Gleichungen bezeichnet werden:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v \sin \varphi + F_x \quad (3.35)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + 2\Omega u \sin \varphi + F_y \quad (3.36)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + 2\Omega u \cos \varphi - g + F_z \quad (3.37)$$

Unter der Annahme $w \ll v$ ist der Term $2\Omega w \cos \varphi$ in (3.35) weggelassen. In (3.37) kann auch der als Eötvöskorrektur in der Schiffsgravimetrie bekannte Term $2\Omega u \cos \varphi$ vernachlässigt werden, da er wesentlich kleiner als g ist. Auf der linken Seite stehen die Änderungen der Geschwindigkeitskomponenten als totales Differential. Beispielsweise lautet die erste Komponente ausführlich geschrieben: $\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$. Die Bewegungsgleichungen sind in dieser Form nicht lösbar und auch für numerische Berechnungen sehr komplex, daher werden für verschiedene Strömungsarten unterschiedliche Vereinfachungen eingeführt (Stewart, 2006).

Erhaltungssätze. Zusätzlich zu den Bewegungsgleichungen und der Zustandsgleichung gelten in den Ozeanen auch Erhaltungssätze für Masse, Wärme und Salzgehalt (Siedler und Zenk, 1997), von denen hier nur auf ersteren eingegangen wird. Für den Massenerhalt gilt (Pond und Pickard, 1983):

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 . \quad (3.38)$$

Demnach sind Änderungen in der Dichte gleich den Änderungen im Volumen. Diese sog. *Kontinuitätsgleichung* beinhaltet somit auch Volumenerhaltung, die Dichte muss nicht homogen sein. Gleichzeitig ist eine Kompressibilität des Meerwassers möglich, die in der Realität mit ca. $4 \cdot 10^{-6} \text{ dbar}^{-1}$ zwar klein ist, grundsätzlich aber auftritt und adiabatische Temperaturveränderungen¹⁸ bei Druckvariationen ermöglicht (Siedler und Zenk, 1997).

Boussinesq-Approximation. Abgesehen von den Randbereichen der Ozeane treten global nur geringe Variationen in der Dichte des Meerwassers auf. Sie wird daher meist als konstant angenommen mit Ausnahme der Fälle, in denen sie mit der Schwere g multipliziert wird, was v.a. in vertikaler Richtung der Fall ist. Dies wird als Boussinesq-Näherung bezeichnet und vereinfacht insbesondere die Betrachtungen für horizontale Massentransporte. Beispielsweise fällt der erste Term in der Kontinuitätsgleichung (3.38) weg und aus dem Massenerhalt wird ein Volumenerhalt. In der Folge gilt Meerwasser dann als inkompressibel und hat eine homogene Dichte.

Strömungen auf der rotierenden Erde. Wenn z.B. durch Windantrieb eine horizontale Strömung entstanden ist und der Antrieb wegfällt, so bewegt sich das Wasser aufgrund der geringen internen Reibung unter Einfluss der Corioliskraft in Kreisbewegungen weiter. Dies ist aus den Bewegungsgleichungen ableitbar, wenn man alle Kräfte außer der Corioliskraft vernachlässigt:

$$\frac{du}{dt} = fv \quad \text{und} \quad \frac{dv}{dt} = -fu \quad (3.39)$$

mit dem Coriolisparameter $f = 2\Omega \sin \varphi$. Die Lösung dieser Differentialgleichungen führt auf einen harmonischen Oszillator. Die entsprechenden Strömungen können in allen Tiefenschichten auftreten

¹⁸ Temperaturveränderung ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung entsprechend einer völligen Isolierung.

und werden als *inertia currents* bezeichnet. Sie klingen aufgrund von Reibungen nach ein paar Tagen ab.

Geostrophie. Unter den Annahmen, dass keine Beschleunigungen durch äußere Kräfte wirken und vernachlässigbar kleine Reibungskräfte auftreten, vereinfachen sich die Bewegungsgleichungen zu:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = fv \quad (3.40)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = fu \quad (3.41)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g \quad (3.42)$$

Hier bestehen Gleichgewichte zwischen Druckgradientkraft und Corioliskraft in der Horizontalen sowie Druckgradientkraft und Gravitationskraft in der Vertikalen, das sog. *geostrophische Gleichgewicht*. Gleichung (3.42) ist die bereits bekannte hydrostatische Gleichung (3.11). Sie entsteht aus (3.37) durch die Annahme $\frac{dw}{dt} = 0$ sowie Weglassen der Eötvöskorrektur und heißt deshalb auch hydrostatische Näherung.

Einwirkungen von außen führen oft zu horizontalen Druckgradienten. Sobald die Isobarenflächen nicht mehr parallel zu den Äquipotentialflächen sind, erzeugen Druckgradientkraft und Schwerkraft eine Bewegung, die wiederum der Corioliskraft unterliegt. Ergebnis ist eine horizontale Strömung parallel zu den Isobaren. Diese ist aus einem beispielsweise mit ARGO bestimmten Dichtefeld unter Kenntnis des Drucks ableitbar. Allerdings benötigt man dafür zeitgleiche Informationen über bekannte Strömungen auf Referenzflächen etwa aus der Altimetrie in Verbindung mit einem Geoid für die Oberfläche oder aus Strömungsmessern sowie weitere Annahmen (vgl. Siedler und Zenk (1997); Stewart (2006)).

Für großräumige (über 50 km) und längerfristige (mehrere Tage) Bewegungen in den Ozeanen sind die geostrophischen Gleichungen sehr zutreffend. Sie beinhalten jedoch keine zeitlichen Variationen. Diese entstehen durch Kräfte, die kurzfristiger und kleinräumiger wirken. Zu Abweichungen kommt es auch durch Reibung und natürlich in äquatorialen Gebieten bis etwa 2° Breite.

Barotrop und baroklin. Geostrophische Strömungen werden häufig nach der Dichteverteilung im Ozean in barotrope und barokline Strömungen unterteilt. Wenn die Dichteverteilung homogen ist und nur von dem mit der Tiefe zunehmenden Druck abhängt, dann sind bei Annahme einer konstanten Schwere Isopyknen und Isobaren überall parallel zueinander. In jeder Tiefe sind die Isobaren gleich stark geneigt gegenüber den Äquipotentialflächen und es herrscht daher überall die gleiche Strömung wie an der Oberfläche. Diese Situation wird als barotrop bezeichnet und gibt Strömungsverhältnisse unterhalb von 1000 m gut wieder.

Liegt eine inhomogene Dichteverteilung durch unterschiedlich warmes oder salziges Wasser vor, so tritt eine Verkipfung zwischen Isopyknen und Isobaren auf. Die Neigung kann in jeder Tiefe unterschiedlich groß sein und verringert sich üblicherweise mit zunehmender Tiefe. Dementsprechend sind auch die geostrophischen Strömungen tiefenabhängig und nach unten abnehmend. Man spricht von baroklinen Bedingungen, die v.a. in den oberen Schichten der Ozeane auftreten (nach Open Univ (1998)).

Winderzeugte Strömungen. Die stärksten Strömungen in den oberen Schichten des Ozeans sind durch die Reibung des Windes erzeugt. Es wirkt die sog. *Windschubspannung (wind stress)* τ , die neben der Luftdichte ρ_a von einem *Reibungskoeffizienten* C_D und der Windgeschwindigkeit in 10 m Höhe ν abhängt:

$$\tau = \rho_a C_D \nu^2 . \quad (3.43)$$

Der Koeffizient C_D hat dabei einen typischen Wert von $1.4 \cdot 10^{-3}$ und beschreibt die Rauigkeit der Wasseroberfläche. Als Faustregel gilt, dass die Strömung etwa 3% der Windgeschwindigkeit annimmt (Gill, 1982; Open Univ, 1998).

Unter einigen Annahmen wie der, dass der Ozean horizontal und homogen ist, besteht nun ein Gleichgewicht zwischen dieser Reibungskraft und der Corioliskraft. Aus (3.35) und (3.36) folgt:

$$fv = -F_x \quad \text{und} \quad fu = F_y . \quad (3.44)$$

Nach einigen Stunden konstanter Windeinwirkung bildet sich eine horizontale Oberflächenströmung, die mit der Windrichtung einen Winkel von etwa 45° bildet. Die Ablenkung beruht auf der Corioliskraft und erfolgt auf der Nordhalbkugel nach rechts (Südhälfte: links). Die Strömung überträgt sich turbulent in tiefere Schichten und wird immer weiter abgelenkt, so dass in etwa 100-200 m Tiefe eine Gegenströmung zur Oberflächenströmung entsteht, die um $e^{-\pi}$ abgeschwächt ist. Dies wird *Ekman-Tiefe* genannt. Trägt man die Strömungsvektoren mit der Tiefe auf, so zeigt sich die sog. *Ekman-Spirale*, vgl. z.B. Pond und Pickard (1983) oder Stewart (2006). Der integrierte Volumentransport¹⁹ zwischen Oberfläche und Ekman-Tiefe weicht um 90° nach rechts bzw. links von der Windrichtung ab.

Dieses einfache Modell ist grundsätzlich richtig, in der Realität treten jedoch einige Abweichungen insbesondere in den Randbereichen der Ozeane und am Äquator auf. Zusätzlich ist C_D windabhängig und damit räumlich und zeitlich variabel und die Windfelder sind meist inhomogen. All dies kann zu erheblichen Abweichungen in F führen, die eine wesentlich kompliziertere Modellierung erfordern.

Aus dem mittleren planetaren Windfeld mit Westwind- und Passatwindzonen folgen mittlere Strömungen, die zu einem Wasseranstau insbesondere in einigen Küstenregionen der mittleren Subtropen führen. Bei solch einem Wasserzusammenfluss spricht man auch von Konvergenzzonen, ein Auseinanderfließen wird Divergenz genannt. Es treten in der Folge jeweils geostrophische Strömungen auf, was letztlich unter Einbeziehung der Küstenlinien zu den bekannten großen Wirbeln in den Ozeanen führt. Stark ausgeprägte Teile davon sind beispielsweise Golfstrom, Brasilstrom und Kuroshio.

Thermohaline Zirkulation. Durch Sonneneinstrahlung und damit einhergehende Verdunstung und Erwärmung sowie durch Frischwassereintrag aus Flüssen und Niederschlägen ändern sich Temperatur- und Salzgehalt insbesondere an der Oberfläche. Dementsprechend ändert sich auch die Dichte und damit das Gewicht des Wassers. Gleichzeitiges Auftreten von Abkühlung, Verdunstung oder Eisbildung durch starke kalte Winde hat ein Absinken von Wassermassen trotz der stabilen Schichtung der Ozeane zur Folge. Solche Tiefenwasserquellen gibt es in der Grönlandsee und dem Weddellmeer. Nachfließendes „leichteres“ Wasser aus äquatorialen Regionen bildet gemeinsam mit dem Rückfluss in den tiefen Schichten und dem Auftrieb in Divergenzzonen die thermohaline Zirkulation, oft auch als Förderband (*conveyor belt*) beschrieben. Streng genommen bezeichnet dies eine Massenzirkulation (Wunsch, 2002). Ein Beispiel hierfür ist auch die Zirkulation des Mittelmeeres, in dem ein hoher Salzgehalt aufgrund des ariden Klimas auftritt. Salziges Tiefenwasser strömt am Boden aus der Straße von Gibraltar in den Atlantik, weniger salziges Wasser strömt aufgrund des Volumenerhalts an der Oberfläche in das Mittelmeer ein.

Thermohaline Strömungen sind vergleichsweise schlecht bestimmt und nur schwierig messbar. Sie sind zeitlich stabil und weisen in den tiefen Schichten nur geringe Strömungen auf, die jedoch große Volumina bewegen. Im Ergebnis finden daher Massentransporte statt, die vergleichbar mit denen in den oberen Schichten sind.

Greatbatch-Korrektur. Über die Kontinuitätsgleichung in Verbindung mit der Boussinesq-Näherung ist in den meisten Ozeanmodellen ein Volumenerhalt gewährleistet. Volumenänderungen durch Änderungen in Temperatur oder Salzgehalt bewirken keine Änderung der Masse der Ozeane. Entsprechende Meeresspiegelvariationen werden auch *sterisch* genannt und haben vernachlässigbar kleine Auswirkung auf das Erdschwerefeld. Sie haben jedoch wegen des Volumenerhalts in den Modellen eine Auswirkung auf den Ozeanbodendruck, der zur Ableitung von Schwerevariationen genutzt wird (vgl. Gleichung (3.47) in Kapitel 3.3.2). Da keine Dichte- bzw. Massenvariation vorliegt, ist dies ein künstliches Signal und wird nach Greatbatch (1994) durch Addition bzw. Subtraktion einer räumlich homogenen, aber zeitabhängigen sterischen Höhenänderung Δh_s wieder korrigiert, der sog. Greatbatch-Korrektur (Ponte, 1999):

$$\Delta h_s(t) = -\frac{1}{A} \int_V \frac{\Delta \rho(r, \theta, \lambda, t)}{\rho_0} dV . \quad (3.45)$$

A ist dabei die Oberfläche, V das Volumen der Ozeane. $\Delta \rho = \rho - \rho_0$ bezeichnet die zeit- und ortsabhängige Dichteanomalie, ρ_0 eine mittlere Referenzdichte. Die Größenordnung dieser Korrektur liegt

¹⁹ Volumentransporte werden in der Ozeanographie in der Einheit *Sverdrup* (Sv) angegeben. Es gilt: $1 \text{ Sv} = 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$.

bei saisonalen Variationen im Bereich von 3-4 mm (Ponte, 1999), hat aber keinen Einfluss auf die Strömungen in den Ozeanen (Greatbatch, 1994).

Weitere Massentransporte. Neben den bisher beschriebenen Vorgängen laufen in den Ozeanen einige weitere Prozesse ab, die für eine Modellierung der Strömungen relevant sind. Dazu zählt die von Wind und Gezeiten bewirkte Durchmischung der Wassermassen, die Bildung von Turbulenzen und Wirbeln (sog. *eddies*) verschiedenster Größe und ähnliches. Hierauf wird im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen. Erwähnt werden sollen lediglich noch Wellen, die in verschiedene Arten eingeteilt werden können (Siedler und Zenk, 1997; Stewart, 2006):

- Kapillarwellen: kurzperiodische Oberflächenwellen ab etwa 5 Hz durch schwachen Windeinfluss, rüchtreibende Kraft ist die Oberflächenspannung.
- Oberflächenwellen: je nach Windstärke, Wirkdauer und Wirkstrecke (*Fetch*) des Windes sowie der Wassertiefe entstehender Seegang mit kurzperiodischer Windsee und längerperiodischer Dünung, auch Fernwellen (*storm surges*) aus Sturmgebieten. Primäre rüchtreibende Kraft ist die Schwerkraft aufgrund des Dichteunterschieds zwischen Luft und Wasser.
- Interne Wellen: ähnlich wie Oberflächenwellen nur innerhalb der Wassermassen, abgebremst durch zunehmende Dichte mit der Tiefe.
- Tsunami: durch Erdbeben verursachte Oberflächenwellen mit Perioden von etwa 15 Minuten.
- Planetarische Wellen: langperiodische Wellen, die von der Corioliskraft beeinflusst sind (Kelvin-Wellen, Perioden größer 12 Stunden) bzw. primär von der Änderung der Corioliskraft mit der Breite abhängen (Rossby-Wellen, Perioden von Monaten bis Jahren). Sie spielen beispielsweise bei Phänomenen wie El Niño eine Rolle.

Auch die aus der Anziehung von Sonne und Mond resultierenden Ozeangezeiten sind im Prinzip Wellen mit täglicher und halbtäglicher Periode, in dieser Arbeit jedoch nicht betrachtet. Oberflächenwellen, interne Wellen, Tsunami und teilweise auch die Gezeitenwellen werden oft als Schwerewellen (*gravity waves*) bezeichnet. Alle Wellen lassen sich mit den Bewegungsgleichungen (3.35)-(3.37) und der Kontinuitätsgleichung (3.38) beschreiben.

3.3.2 Ozeanische Schwerevariationen

Massentransporte in den Ozeanen erfolgen durch die in Kapitel 3.3.1 skizzierten Vorgänge. Die Schwierigkeit in der Modellierung liegt darin, dass diese Vorgänge gleichzeitig auftreten, sich überlagern, gegenseitig anregen, aufheben oder verstärken können. Das gilt zusätzlich für die Ozeangezeiten. All dies ist Inhalt der Ozeanzirkulationsmodelle, die unterschiedliche Eingangsdaten von Atmosphärenparametern bis zur Bathymetrie sowie verschiedene Modellansätze (barotrop oder baroklin, mit oder ohne assimilierte Beobachtungen, ...) und Geltungsbereiche haben. Einen Überblick hierüber gibt beispielsweise Stewart (2006). Ausgabegrößen der Modelle sind z.B. die Zustandsparameter Temperatur, Salzgehalt und Druck in einem bestimmten Längen- und Breitengitter sowie mehreren Tiefenschichten. Hieraus kann die Dichte und dann analog zur Atmosphäre die Schwerewirkung aus Gleichung (2.13) ermittelt werden. Üblich ist jedoch, die Schwerewirkung aus dem Ozeanbodendruck abzuleiten. Dies wird im folgenden Abschnitt näher erläutert.

Annahme einer dünnen Schicht. Vergleicht man die horizontale Ausdehnung der Ozeane mit ihrer Tiefe, so erkennt man ein Verhältnis, das ungefähr dem eines Blattes A4-Papier zu seiner Dicke entspricht. Es liegt daher nahe, den Ozean genähert als dünne Schicht zu betrachten. Die radiale Struktur der Massenverlagerungen wird in diesem Fall vernachlässigt. Dies ist auch dadurch gerechtfertigt, dass die größten zeitlichen Variationen durch Winde und somit in der Oberflächenschicht und in horizontaler Richtung auftreten.

Wie bei der Atmosphäre ergibt sich für die weitere Annahme einer sphärischen Erdfigur mit der hydrostatischen Gleichung die einfache Beziehung

$$I_n(\theta, \lambda, t) = \frac{p_b(\theta, \lambda, t)}{g_0} . \quad (3.46)$$

Dabei bezeichnet p_b den Ozeanbodendruck. Er beinhaltet alle über ihm befindlichen Massen, also auch die der Atmosphäre. Mit dem Luftdruck auf der Meeresoberfläche p_s , einer mittleren ruhenden Meeresoberfläche bei $z = 0$, der aktuellen Meeresoberfläche H_s und der Wassertiefe H_b jeweils bezogen auf $z = 0$ folgt aus der hydrostatischen Gleichung (Ponte, 1999; Wunsch et al., 2001):

$$\begin{aligned} p_b(\theta, \lambda, t) &= \int_{z=-H_b}^{H_s} g(\theta, \lambda) \rho(\theta, \lambda, t) dz + p_s(\theta, \lambda, t) \\ &\approx g_0 \rho_0 H_s + g_0 \int_{z=-H_b}^0 \rho(\theta, \lambda, t) dz + p_s(\theta, \lambda, t) \end{aligned} \quad (3.47)$$

Die Wasserdichte ρ ist für die dünne Oberflächenschicht genähert konstant mit ρ_0 angenommen, ebenso ist die Schwere g durch die Konstante g_0 ersetzt. Der Bodendruck folgt damit aus der radialen Integration der Dichte am jeweiligen Ort.

In einem zweiten Ansatz kann der Bodendruck auf einer realistischen Erde betrachtet werden, d.h. die radiale Koordinate besteht unter Vernachlässigung der Meerestopographie aus R' , N und der bathymetrischen Tiefe H_b . Es gilt dann (vgl. 3.22):

$$I_n(\theta, \lambda, t) = \left(\frac{R'(\theta) + N(\theta, \lambda) - H_b(\theta, \lambda)}{R} \right)^{n+2} \cdot \frac{p_b(\theta, \lambda, t)}{g_b(\theta, \lambda)}. \quad (3.48)$$

g_b bezeichnet hier die Schwere am jeweiligen Punkt des Ozeanbodens. Der radiale Integrationsterm I_n ist in diesem Fall leicht gradabhängig, was die Berechnung erheblich aufwendiger als im sphärischen Fall macht.

Radiale Integration. Mit den Ausgabegrößen eines Ozeanmodells und der Zustandsgleichung kann man für jeden Punkt die Dichte des Wassers ableiten. Damit ist es möglich, eine echte radiale Integration durchzuführen. Die entsprechende Formel wäre Gleichung (3.26) aus dem Kapitel 3.2.2. Die Integration müsste vom Ozeanboden bis zur Meeresoberfläche reichen. Aufgrund der geringen erwarteten Unterschiede, des erheblichen Rechenaufwands und des Mangels an entsprechenden Daten wird dieser Ansatz hier nicht weiter verfolgt. Vermutlich liegen die Unsicherheiten der Ozeanmodelle weit über dem möglichen Genauigkeitsgewinn einer solchen Modellierung.

IB und NIB. Wie bereits erwähnt, enthält der Ozeanbodendruck auch die Auflast der Atmosphäre über dem jeweiligen Punkt. Gleichzeitig bewirkt diese Auflast als Folge der geringen Kompressibilität des Wassers eine horizontale Strömung an der Wasseroberfläche hin zu Regionen mit geringerer Auflast. Bildlich gesprochen bilden sich beispielsweise unter Tiefdruckgebieten entsprechende Wasserhügel. Dieses Verhalten der Ozeane ist entgegengesetzt zu dem eines Barometers und wird daher *inverser Barometer* (IB) genannt. Das Ignorieren dieser Wechselwirkung zwischen Atmosphäre und Ozean bezeichnet man hingegen *nicht-inverser Barometer* (NIB).

Schon im Jahre 1848 ist bei Messungen von Sir James Ross im Rahmen einer Polarexpedition der Zusammenhang gefunden worden, dass ein Anstieg bzw. Abfall des Luftdrucks um 1 hPa ein Absinken bzw. eine Erhöhung des Wasserstandes um etwa 1 cm zur Folge hat (Wunsch und Stammer, 1997). Diese 1cm/1hPa Beziehung kann aus der hydrostatischen Gleichung (3.42) abgeleitet werden (nach Chelton et al. (2001)): Zieht man vom Luftdruck p_a den mittleren Druck über den Ozeanen \bar{p}_a ab, so entsteht die Anomalie $\Delta p = p_a - \bar{p}_a$, die als Auflast wirkt. Der Druck δp in einer Wassertiefe z_0 unterhalb der ruhenden Meeresoberfläche $z = 0$ setzt sich dann zusammen aus der Luftdruckanomalie und dem Gewicht des Wassers, aufgespalten in einen Teil bis $z = 0$ und einen Teil von $z = 0$ bis zur tatsächlichen Meeresoberfläche H_s :

$$\delta p(z_0) = \Delta p + \int_{z=z_0}^0 \rho g dz + \int_{z=0}^{H_s} \rho g dz. \quad (3.49)$$

Der mittlere Term auf der rechten Seite ist bis auf geringe Variationen in der Wasserdichte ρ zeitlich konstant und liefert keinen Beitrag zur Druckänderung. Nimmt man an, dass aufgrund einer horizontalen Wasserbewegung in der Tiefe z_0 keine Druckänderung durch die Auflast der Atmosphäre mehr feststellbar ist, so gilt $\delta p(z_0) = 0$. Umstellen ergibt:

$$\Delta p = - \int_{z=0}^{H_s} \rho g dz \approx -\rho g H_s . \quad (3.50)$$

Die Näherung beinhaltet lediglich die Annahme konstanter Dichte und Schwere in der dünnen Schicht, die von dem Niveau $z = 0$ abweicht. Mit typischen Zahlenwerten von $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$ und $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ folgt aufgelöst nach H_s :

$$H_s [\text{cm}] = -\frac{\Delta p}{\rho g} = -0.9955 \cdot \Delta p [\text{hPa}] . \quad (3.51)$$

Entsprechende Werte für H_s ergeben sich aus den Luftdruckvariationen über den Ozeanen zu 2 cm in den Tropen, 8-14 cm auf der Südhalbkugel und 6-16 cm auf der Nordhalbkugel. Dies kann z.B. mit Altimetrie beobachtet werden.

Die Annahme eines invers barometrischen Verhaltens stellt eine recht gute Näherung an die Wirklichkeit dar. Die Anregung durch den Luftdruck erfolgt mit unterschiedlichsten Frequenzen und Stärken. Nicht in jedem Falle reagiert der Ozean isostatisch. Nach Wunsch und Stammer (1997) kommt es u.a. bei internen Schwerewellen, Rossby-Wellen und in Flachwasserbereichen zu Abweichungen. Zudem besteht eine starke Abhängigkeit von der Geometrie des Ozeanbeckens und dessen Tiefenstruktur. Mit Altimetern sind Abweichungen in den Tropen und bei schnellen Variationen mit Perioden unter 3-4 Tagen beobachtet worden (Fu und Pihos, 1994). Insgesamt liegen die Fehler bei Annahme eines IB in der Größenordnung von 10% des Auflastsignals (Ponte und Gaspar, 1999). Für hochfrequente Luftdruckvariationen ist hingegen die NIB-Annahme realistischer.

Für Schwerevariationen bedeutet dies, dass durch Auflast bedingte Wasserverlagerungen in den Ozeanen die darüber ablaufenden Luftdruckvariationen weitgehend kompensieren. Eine realistische und fehlerfreie Modellierung erfordert folglich immer eine kombinierte Betrachtung von Atmosphäre und Ozean, idealerweise mit konsistenten Daten. Es sollte das jeweilige Atmosphärenmodell als Antrieb für das Ozeanmodell verwendet werden und die Auflast des Luftdrucks in das Ozeanmodell eingehen. Dies ist aber nur bei manchen Ozeanmodellen der Fall (Ponte, 1999; Thomas, 2002; De Viron et al., 2004). Ein Beispiel hierfür ist mit der Kombination ECMWF und OMCT im nächsten Abschnitt gezeigt. Die drei Möglichkeiten der Kombination zwischen Atmosphäre und Ozean sind demnach:

1. NIB: Atmosphärendruck geht nicht in das Ozeanmodell ein; auf den Ozeanboden wirkt der Gesamtdruck aus Ozean und Atmosphäre unabhängig voneinander.
2. IB: Ozean kompensiert den Atmosphärendruck instantan und vollständig; auf den Ozeanboden wirkt nur die verringerte Ozeansäule.
3. Modellierte Auflast: der Luftdruck geht in das Ozeanmodell ein, das Ozeanmodell enthält eine dynamische Reaktion des Ozeans auf die atmosphärische Auflast; der Bodendruck enthält die Summe aus Atmosphäre und Ozean inklusive dessen Reaktion auf die Auflast der Atmosphäre.

Während die dritte Variante nur bei Verfügbarkeit entsprechender Ozeanmodelle durchführbar ist, können die ersten beiden Varianten in jedem Fall und auch für die Atmosphäre alleine berechnet werden. Entsprechend ist dann für alle ozeanischen Punkte die Variation im radialen Integrationsterm ΔI_n nach Tabelle 3.2 direkt zu verwenden (NIB) bzw. gleich Null zu setzen (IB). Mit der NIB-Annahme erfolgt, abgesehen von den genannten Ausnahmen, eine Überschätzung der tatsächlichen Schwerevariationen, während die IB-Annahme sie tendenziell unterschätzt. Die entsprechenden Unterschiede in den atmosphärischen Schwerevariationen sind beispielsweise in Földvary und Fukuda (2001) oder Peters (2001) diskutiert.

Schwerevariationen aus ECMWF und OMCT. Das OMCT berechnet die allgemeine barokline Zirkulation des Weltozeans anhand der nichtlinearen Bewegungsgleichungen, der Kontinuitätsgleichung und den Erhaltungsgleichungen für Wärme und Salz. Vereinfachungen erfolgen u.a. durch die Boussinesq-Näherung mit der Greatbatch-Korrektur und die hydrostatische Näherung. Temperatur, Salzgehalt, horizontale Geschwindigkeiten und die Oberflächenauslenkung werden prognostisch ermittelt. Auch ein Modell zur Bildung und Veränderung von Meereis ist implementiert (Thomas, 2002). Die ebenfalls implementierten Ozeangezeiten sollen hier nicht betrachtet werden, da sie in den Berechnungen für diese Arbeit nicht enthalten sind. Hinzu kommen sekundäre Effekte wie Auflast und Selbstanziehung der Wassermassen, die die Wirkung der lokalen Meerestopographie berücksichtigen. Die horizontale Auflösung beträgt 1.875° und umfasst den gesamten Ozeanbereich (90° N bis 77° S). Vertikal sind 13 Schichten realisiert, von denen 6 in den oberen 240 m des Ozeans liegen. Es sind somit im Gegensatz zu barotropen Einschichtmodellen auch barokline Prozesse eingeschlossen. Die zeitliche Auflösung liegt bei 30 Minuten, für die Kombination mit der 6-stündlich vorliegenden Atmosphäre ist die Ausgabe jedoch auf 6 Stunden reduziert (Dobslaw und Thomas, 2005a).

Berechnet man die Variationen in der Atmosphäre anhand einer der in Kapitel 3.2.2 beschriebenen Methoden aus Daten des ECMWF, dann sind für eine konsistente Berechnung ozeanischer Massentransporte mit dem OMCT folgende Eingangsgrößen vom ECMWF nötig:

- 10 m Windfeld (u - und v -Komponente)
- Reibungskoeffizienten C_D des ECMWF
- Druck, Temperatur und spezifische Feuchte der Luft an der Oberfläche
- Temperatur der Meeresoberfläche, Lufttemperatur in 2 m Höhe.

Für eine Erfassung des Beitrags des Wasserkreislaufs können Verdunstungs- und Niederschlagsdaten des ECMWF sowie der Abfluss aus Flüssen z.B. über das mit ECMWF-Daten angetriebene HDM (Hydrological Discharge Model, siehe Hagemann und Dümenil (1998, 2001)) oder vom GRDC²⁰ hinzugenommen werden. Dabei evtl. auftretende Variationen in der Gesamtmasse der Ozeane lassen sich ähnlich wie die sterischen Anomalien in einer dünnen Schicht gleichmäßig auf alle Punkte verteilen (Ponte, 1999). Die Effekte der kontinentalen Abflüsse auf die ozeanische Masse sind jedoch gering und führen lediglich in der Arktis zu signifikanten Signalen (Dobslaw und Thomas, 2007a).

Das Modell ermittelt aus den Zustandsparemtern die Dichte und liefert als Ergebnis den Ozeanbodendruck an jedem Punkt²¹. Da atmosphärische Auflasten in das Ozeanmodell eingegangen sind, ergibt sich für diese eine weitgehende Kompensation und die Kombination mit der Atmosphäre geschieht ohne weitere Annahmen wie IB (Flechtner, 2005). Es ist lediglich nach der Art der Atmosphärenberechnung zu unterscheiden:

- Atmosphärenberechnung mit Oberflächendruck: Ozeanische Punkte erhalten I_n aus (3.46) oder (3.48) mit dem Ozeanbodendruck aus (3.47).
- Atmosphärenberechnung mittels radialer Integration: Im Ozeanbodendruck wird der Luftdruck p_s weggelassen (letzter Term in Gleichung 3.47), daraus I_n für den Ozean mit (3.46) abgeleitet, anschließend sind für alle ozeanischen Punkte die jeweiligen I_n einer globalen Atmosphäre und der Ozeane zu addieren.

Für kontinentale Punkte kommt I_n in beiden Fällen nur aus der Atmosphärenberechnung. Zur Bildung von entsprechenden Anomalien ist das jeweilige zeitliche Mittel über möglichst identische Zeiträume abzuziehen. Tabelle 3.3 stellt die benötigten Formeln und den Rechenweg noch einmal übersichtlich zusammen. Die theoretisch mögliche Variante mit einer ellipsoidischen Erdfigur ist hier nicht enthalten, da sich das OMCT auf eine sphärische Erdfigur bezieht. Die resultierenden Schwerevariationen sind in Kapitel 3.3.3 dargestellt.

²⁰ GRDC: Global Runoff Data Centre, Koblenz, <http://grdc.bafg.de>.

²¹ Genau genommen wird das Potential p_b/ρ_0 in m^2/s^2 ausgegeben. Dividiert mit g_0 entspricht dies gemäß der hydrostatischen Gleichung barotropen Wassertiefen.

Tabelle 3.3: Rechenablauf für die Kombination ECMWF-OMCT.

Vorgang	Berechnung von ...	Gleichung
1. Dünne Schicht		
• $H_s, p_s, \int \rho dz \rightarrow p_b$	Ozeanbodendruck	(3.47)
• $p_b \rightarrow \Delta p_b$	Bildung der Differenzen/Anomalien	
• $\Delta p_b \rightarrow \Delta I_n$ (Ozean)	Radialer Integrationsterm Ozean	(3.46)
• $\Delta p_s \rightarrow \Delta I_n$ (Land)	Radialer Integrationsterm Land	(3.21)
• ΔI_n (Atm.) + ΔI_n (Ozean)	Addition Atmosphäre + Ozean	
• $\Delta I_n \rightarrow \Delta \bar{C}_{nm}, \Delta \bar{S}_{nm}$	Potentialkoeffizienten	(2.13)
2. Radiale Integration	(nur Atmosphäre radial integriert)	
• $H_s, \int \rho dz \rightarrow p_b$	Ozeanbodendruck ohne Auflast	(3.47) ohne p_s
• $p_b \rightarrow \Delta p_b$	Bildung der Differenzen/Anomalien	
• $\Delta p_b \rightarrow \Delta I_n$ (Ozean)	Radialer Integrationsterm Ozean	(3.46)
• $p_s, T, q, \Phi_s \rightarrow \Delta I_n$ (Atm.)	Atmosphäre nach Variante c) - f) in Tab. 3.2	
• ΔI_n (Atm.) + ΔI_n (Ozean)	Addition Atmosphäre + Ozean	
• $\Delta I_n \rightarrow \Delta \bar{C}_{nm}, \Delta \bar{S}_{nm}$	Potentialkoeffizienten	(2.13)

3.3.3 Analyse des Systems Atmosphäre-Ozean

Eine Reihe von Studien hat für das System Atmosphäre-Ozean eine deutliche Jahresfrequenz und eine geringer ausgeprägte Halbjahresfrequenz ermittelt, z.B. NRC (1997); Wahr et al. (1998); Cazenave et al. (1999). Dies wurde in Peters et al. (2002) mit monatlichem NCEP-Oberflächendruck über 11 Jahre und der IB-Annahme in einer Frequenzanalyse bestätigt. Ähnlich dem Vorgehen dort sollen nun mit verschiedenen Datensätzen die zeitlichen Variationen im Orts- und Frequenzbereich untersucht werden. Als Daten stehen zum einen die Kombination des ECCO-Modells vom MIT mit ECMWF-Daten über 9 Jahre (1992-2000) mit monatlicher Auflösung und zum anderen die oben beschriebene Kombination des OMCT mit dem ECMWF über 1 Jahr (2005) mit 6-stündlicher Auflösung zur Verfügung. Die räumliche Auflösung liegt in beiden Fällen bei 1° . Die Entwicklung in Kugelflächenfunktionen reicht dementsprechend bis zu Grad und Ordnung 180. Auf die radiale Integration der Atmosphäre ist aus Gründen der Datenmenge und Rechenzeit verzichtet worden. Da keine konsistenten hydrologischen Modelle zur Verfügung standen, ist die Variation der Gesamtmasse pro Zeitpunkt gleich Null gesetzt, i.e. $\Delta C_{00}(t) = 0$. Sie ist abgesehen von den bereits in Abbildung 3.22 für die Atmosphäre alleine (NIB) gezeigten Sprünge ohnehin relativ gering, vgl. Abbildung 3.28.

Maximale und mittlere Variationen. Einen Eindruck von der Variabilität des Schwerefeldes aufgrund der Massenverlagerungen in Atmosphäre und Ozeanen bekommt man durch Betrachten der mittleren auftretenden Variationen. Sie ergeben sich als Standardabweichung der Zeitreihe an jedem Ort, da die jeweiligen Mittelwerte abgezogen sind. Die Variationen sind in guter Näherung normalverteilt, folglich ist die Bandbreite der extremalen Variationen etwa dreimal so groß wie die gezeigten Werte und umfasst auch den entsprechenden Bereich mit negativen Werten. Abbildung 3.29 zeigt die mittleren Geoidvariationen. Betrachtet ist hier nur die Kombination OMCT-ECMWF, da die monatliche Mittelung im Fall ECCO-ECMWF die extremalen Werte glättet und die mittlere Variation tendenziell verstärkt.

Die Variationen liegen zwischen 1.6 mm und 6.5 mm, die extremalen Werte also im Bereich von ± 5 bis ± 23 mm. Sowohl im Mittel als auch im RMS liegen die mittleren Variationen aus den monatlichen ECCO-ECMWF Daten mit 2.35 mm bzw. 3.45 mm wie erwartet höher. Die größten Werte treten in beiden Modellen im Bereich der Beringstraße und in Sibirien auf. Gemäßigte Breiten erreichen extremal 12 mm bzw. 4 mm im Mittel, die Tropen dagegen nur etwa 7 mm bzw. 2-3 mm. Allgemein überstei-

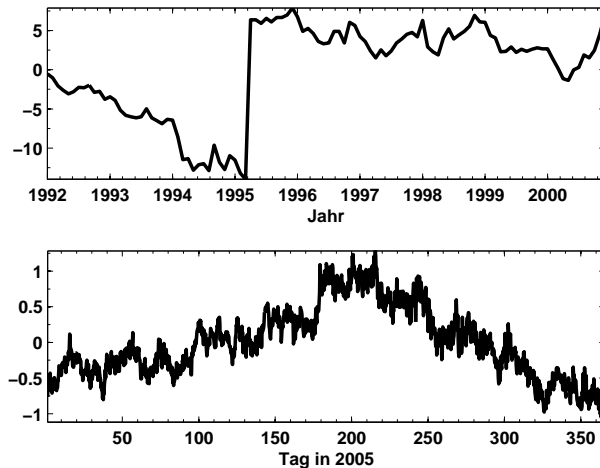


Abbildung 3.28: $\Delta C_{00}(t)$ für ECMWF-ECCO (oben) und ECMWF-OMCT (unten) in Geoidhöhen [mm] vor der Fixierung auf Null.

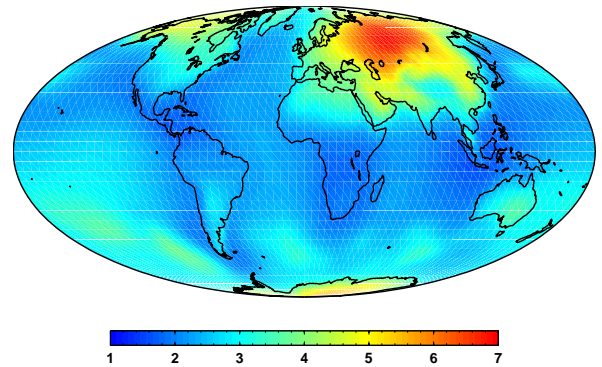


Abbildung 3.29: Mittlere Geoidvariationen in [mm], OMCT-ECMWF. Min = 1.6 mm, Max = 6.5 mm, Mittel = 1.8 mm, RMS = 2.4 mm.

gen die kontinentalen Gebiete die ozeanischen Bereiche deutlich, was vor allem an der weitgehenden Kompensation durch die Reaktion des Ozeans auf die Auflast liegt.

Ein Vergleich mit den Differenzen zwischen den Atmosphärenmodellen NCEP und ECMWF zeigt, dass es zwar eine gewisse Übereinstimmung mit den Bereichen gibt, in denen die beiden Modelle absolut gesehen voneinander abweichen (Abbildung 3.23). Mit den Unterschieden in den Variationen besteht jedoch kaum ein Zusammenhang (Abbildungen 3.25 und 3.26). Man beachte, dass die gezeigten mittleren Variationen keine Auskunft darüber geben, wann und in welchem Rhythmus es zu den Variationen kommt.

Jährliche und saisonale Variationen. Eine Übersicht des Signalgehaltes pro Frequenz ist über das Amplitudenspektrum einer Zeitreihe der Änderungen in den Potentialkoeffizienten erhältlich. Für eine zweidimensionale graphische Darstellung berechnet man günstigerweise hiervon die Gradvarianzen oder den Grad-RMS als mittleren Signalgehalt pro Grad, vgl. Kapitel 2.2.2 für die Formeln hierzu. Abbildung 3.30 stellt die entsprechenden Ergebnisse für die Zeitreihe des ECCO-ECMWF dar.

Der Grad-RMS bis Grad 100 zeigt die erwarteten jährlichen und halbjährlichen Perioden, allerdings auch überraschend starke Signale in den längeren Perioden von 6, 8 und 9 Jahren. Dies ist jedoch auf Sprünge in den Koeffizienten durch Modellwechsel seitens des ECMWF zurückzuführen, wie sie in Abbildung 3.22 zu sehen sind. Viele der Koeffizienten beinhalten solche Sprünge im April 1995 und April 1998, was insbesondere die niedrigen Frequenzen im Fourierspektrum beeinflusst. Aufgrund des Sonnenzyklus wäre am ehesten eine 11-jährige Frequenz in der Atmosphäre zu erwarten, vgl. Suh und Lim (2006). Entsprechende Untersuchungen fordern jedoch eine hinreichend lange Zeitreihe und die Verwendung von Reanalyse-Daten, was in den betrachteten Zeitreihen beides nicht gegeben ist.

Trotz der Einschränkung durch die Modellwechsel und die folgenden Sprünge in den Koeffizienten ist die Größenordnung der Jahres- und Halbjahresfrequenz vernünftig im Vergleich mit den anderen genannten Studien. Die räumliche Darstellung der Amplituden der entsprechenden Geoidhöhen (Abbildung 3.31) enthält zwar geringere Signalstärken als die entsprechende Darstellung für die Kombination OMCT-ECMWF (Abbildung 3.32), zeigt aber die gleiche Struktur. Die Unterschiede beruhen auch auf der unterschiedlichen zeitlichen Auflösung und der Differenz zwischen den Ozeanmodellen. So fehlt bei ECCO das Polarmeer und es ist kein Eismodell enthalten. Zudem ist die Kombination OMCT-ECMWF nur für das Jahr 2005 berechnet, während ECCO-ECMWF das mittlere Jahressignal von 1992 bis 2000 darstellt. Dies und die Differenz der Ozeanmodelle ist vermutlich auch für die größte signifikante Abweichung im pazifischen Ozean und über Südamerika verantwortlich. Abbildung 3.31 passt im übrigen

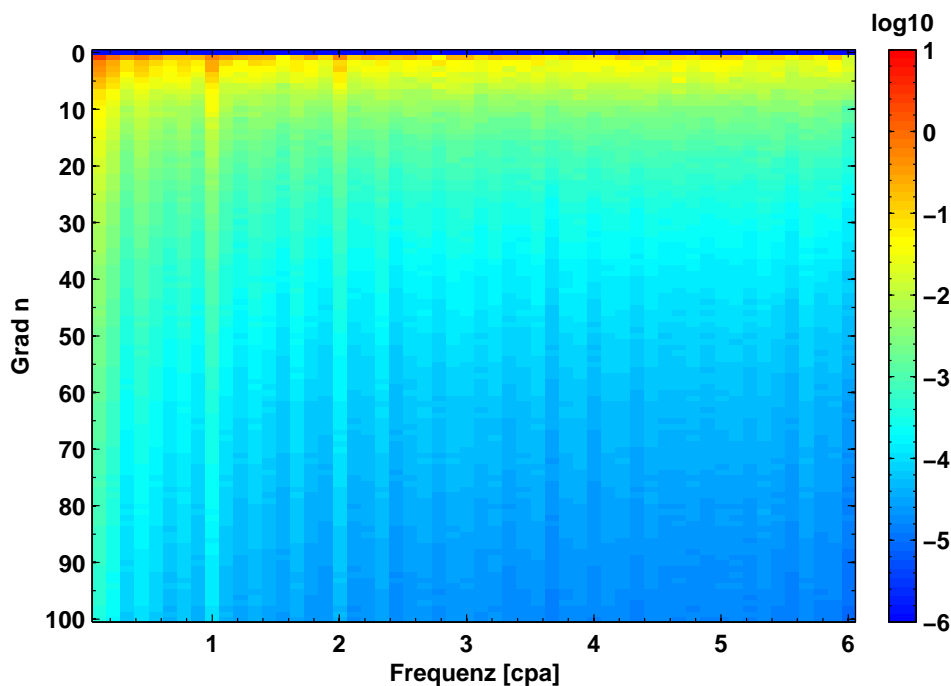


Abbildung 3.30: Grad-RMS der Geoidhöhen [mm] je Frequenz in Schwingungen pro Jahr [cpa] für die Kombination ECCO-ECMWF.

gut zu der Berechnung der Atmosphäre alleine mit Annahme eines IB in Peters et al. (2002) für die Jahre 1990-2001.

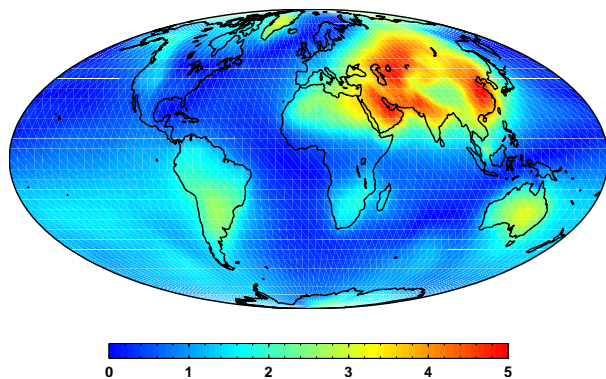


Abbildung 3.31: Amplitude der jährlichen Geoidvariationen in [mm], ECCO-ECMWF. Min = 0.00 mm, Max = 4.98 mm, Mittel = 0.79 mm, RMS = 1.25 mm.

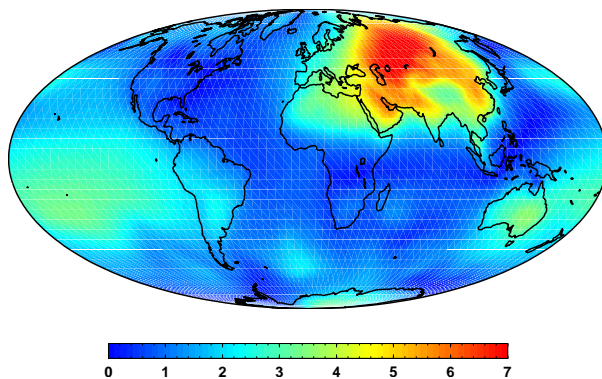


Abbildung 3.32: Amplitude der jährlichen Geoidvariationen in [mm], OMCT-ECMWF. Min = 0.02 mm, Max = 6.92 mm, Mittel = 1.26 mm, RMS = 1.87 mm.

Zu einer vollständigen Interpretation der jährlichen Signale gehört neben der Amplitude auch die Phase. Sie gibt an, zu welchem Zeitpunkt die Variation periodisch ist bzw. wann das Maximum auftritt. Die Abbildungen 3.33 und 3.34 zeigen die entsprechenden Ergebnisse für die beiden Modellkombinationen. Die Farben sind hier so skaliert, dass sie den Monaten des Jahres entsprechen. Eine 1 steht damit für Januar, eine 12 für Dezember. Die teilweise auftretenden Linienstrukturen sind Artefakte dieser Skalierung. Aussagekräftig sind die Phasen nur für Regionen, in denen eine relevante Amplitude existiert.

Die größten jährlichen Schwerevariationen treten demnach mit 5-6 mm Geoidhöhe in Sibirien sowie westlich und östlich der tibetischen Hochebene und der Hochgebirgsregionen Asiens auf. Sie sind je

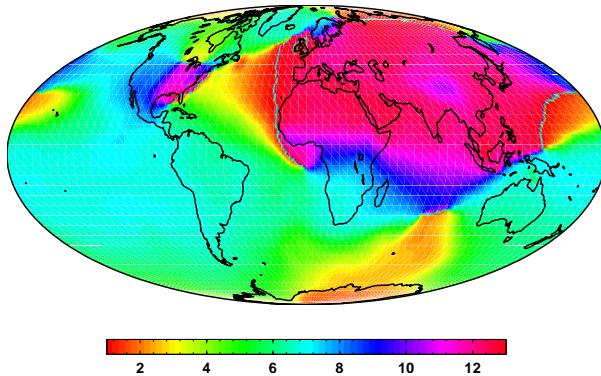


Abbildung 3.33: Phasen der jährlichen Geoidvariationen in Monaten, ECCO-ECMWF.

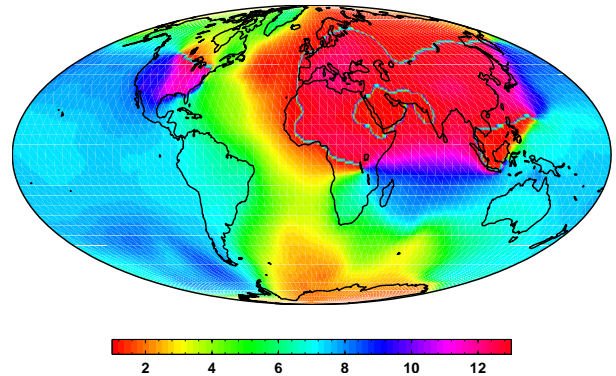


Abbildung 3.34: Phasen der jährlichen Geoidvariationen in Monaten, OMCT-ECMWF.

nach Region periodisch zu den Monaten November bis Januar und beruhen auf den extremen Luftdruckvariationen des kontinentalen Klimas dort. Aber auch rund um den Persischen Golf bis nach Indien und im östlichen China tritt eine signifikante jährliche Variation auf. Deutliche Signale können auch in Australien mit 3-4 mm beobachtet werden, periodisch zum Monat Juli. Ähnliches gilt für den Südteil Südamerikas und in abgeschwächter Form für das südliche Afrika. Weitere schwächere Variationen von 2-3 mm finden sich in Grönland und der Antarktis. Diese Regionen sind aufgrund der schlechten Abdeckung mit Beobachtungsstationen jedoch mit größeren Unsicherheiten behaftet. Insgesamt wird deutlich, dass auf dieser Zeitskala die Ozeane den Atmosphärendruck gut ausgleichen und es folglich nur kleine Signale über den Ozeanen gibt.

Neben der Jahresfrequenz besitzt die Halbjahresfrequenz die deutlichsten Signale. Wie die Abbildungen 3.35 und 3.36 für die Kombination OMCT-ECMWF zeigen, tritt diese am deutlichsten mit über 4 mm in der Antarktis auf und ist periodisch zu Januar bzw. Juli. Sie beruht nur auf atmosphärischen Variationen, wie eine Analyse der beiden Komponenten separat voneinander zeigt (nicht dargestellt). Ihre reale Existenz muss jedoch angezweifelt werden. Mögliche Ursache könnte auch die Unsicherheit der meteorologischen Modelle in diesem Bereich sein. In jedem Fall bedarf eine Aussage hierzu weiterer Nachforschungen anhand meteorologischer Daten bzw. auf Seiten der Wetterdienste.

Realistischer sind die Variationen in den Monsungebieten Asiens. Sie zeigen periodisch zu Mai und November Schwerevariationen in der Größenordnung von 1.5 mm. Alle weiteren Frequenzen in Abbildung 3.30 haben Signale von unter 0.5 mm. Dies sollte jedoch nicht darüber hinwegtäuschen, dass zu gewissen Zeiten durchaus größere Werte an einzelnen Orten auftreten können und es auch höherfrequente Variationen als 2-monatliche gibt, die teilweise signifikante Variationen aufweisen (Wünsch et al., 2002).

Hochfrequente Variationen. Mit den 6-stündlichen Daten der Kombination OMCT-ECMWF ist eine Frequenzanalyse höherfrequenter Variationen bis hin zu einer halbtäglichen Frequenz möglich. Analog zu Abbildung 3.30 enthält die Abbildung 3.37 den Grad-RMS der Geoidhöhen für 730 Frequenzen von der jährlichen (1 cpa) bis zur halbtägigen (730 cpa).

Während die jährliche und halbjährliche Frequenz dort ganz am linken Rand liegen und bereits besprochen sind, ist hingegen ein signifikant stärkeres Signal genau bei der täglichen Frequenz erkennbar (365 cpa). Ebenso ist die exakt halbtägliche Frequenz bei 730 cpa relativ ausgeprägt. Daneben ist eine weitere nahezu halbtägliche Frequenz eindeutig sichtbar, die genau 705 cpa beträgt, was 1.9315 cpd (cycles per day) oder 12.425 h entspricht. Diese hohen Frequenzen fallen in den Bereich der Atmosphärenzeiten. Auffällig ist ganz allgemein, dass stets die Koeffizienten vom Grad 1 den größten Signalgehalt besitzen, also das Massenzentrum in den Modellen nicht ortsfest ist.

Die räumliche und zeitliche Verteilung der täglichen Schwerevariation ist in den Abbildungen 3.38 und

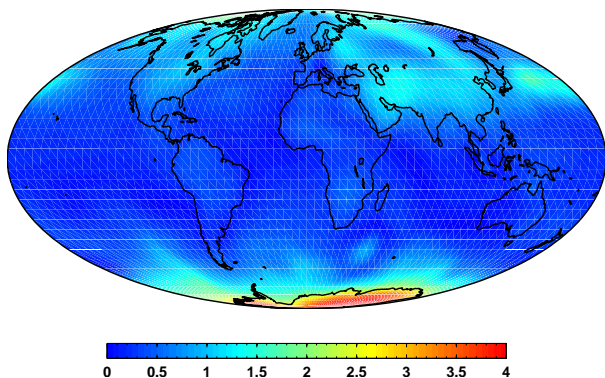


Abbildung 3.35: Amplituden der halbjährlichen Geoidvariationen in [mm], OMCT-ECMWF. Min = 0.00 mm, Max = 4.36 mm, Mittel = 0.41 mm, RMS = 0.72 mm.

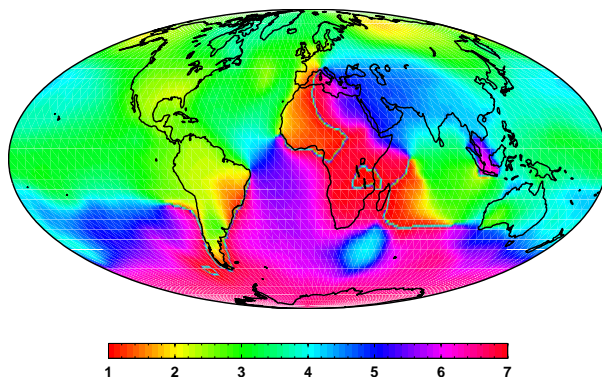


Abbildung 3.36: Phasen der halbjährlichen Geoidvariationen in Monaten, OMCT-ECMWF.

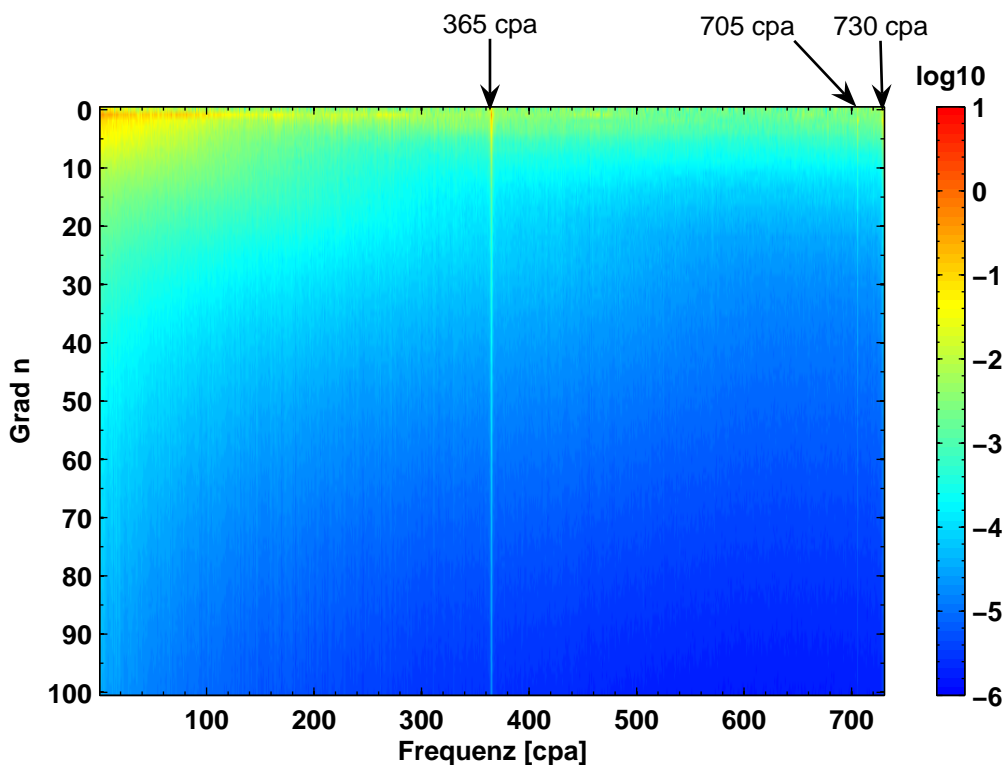


Abbildung 3.37: Grad-RMS der Geoidhöhen [mm] je Frequenz in Schwingungen pro Jahr [cpa] für die Kombination OMCT-ECMWF. Die Pfeile zeigen Frequenzen mit einem signifikanten Signal an.

3.39 dargestellt. Sie hängt mit der Erwärmung des Ozons und dem Wasserdampfanstieg durch die Sonneneinstrahlung zusammen und wird als atmosphärische Drucktide $S_1(p)$ bezeichnet. Das Maximum von ca. 1.2 mm wandert mit der Sonne mit. Obwohl die tägliche Luftdruckschwankung vor allem über den Kontinenten auftritt, zeigen sich im Schwerfeld auch über den Ozeanen Signale. Diese stammen teilweise von der Reaktion des Ozeans ab, vgl. auch Abbildung 1 in Dobslaw und Thomas (2005a); teilweise beruhen sie auf dem Glättungs- und Ausstrahlungseffekt der sphärisch-harmonischen Reihenentwicklung bei der Berechnung des Wirkung im Schwerfeld. Letzteres wird deutlich durch einen

Blick auf die entsprechenden Amplituden, die nur durch die Atmosphäre alleine entstehen (Fall NIB, Abbildung 3.40) sowie die Amplituden der zugrunde liegenden Druckdaten in Abbildung 3.41. Trotz des hinreichend hohen Entwicklungsgrades von 180 sind in einigen Bereichen wie dem äquatorialen östlichen Pazifik andere Strukturen sichtbar. Die Kombination mit dem Ozean verändert das Signal nochmals. Bei der Interpretation ist zu beachten, dass hier nicht die Geoidhöhen direkt den Druckdaten gegenübergestellt sind, sondern deren tägliche Amplituden aus einer Fouriertransformation der jeweiligen Zeitreihen miteinander verglichen werden. Abbildung 3.41 stimmt im übrigen gut mit der entsprechenden Darstellung in Dobsław und Thomas (2005a) überein.

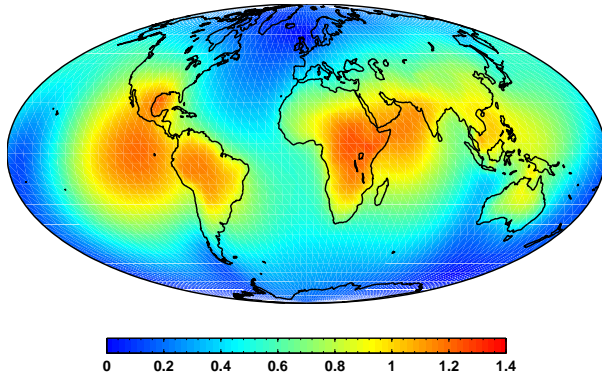


Abbildung 3.38: Amplituden der täglichen Geoidvariationen in [mm], OMCT-ECMWF. Min = 0.00 mm, Max = 1.28 mm, Mittel = 0.36 mm, RMS = 0.51 mm.

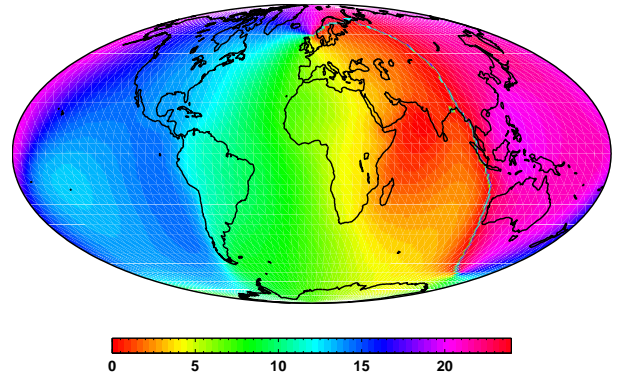


Abbildung 3.39: Phasen der täglichen Geoidvariationen in Stunden [UTC], OMCT-ECMWF.

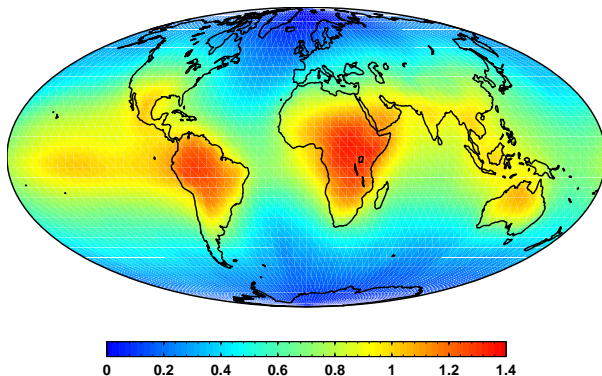


Abbildung 3.40: Amplituden der täglichen Geoidvariationen in [mm], Atmosphäre alleine (NIB). Min = 0.00 mm, Max = 1.35 mm, Mittel = 0.39 mm, RMS = 0.55 mm.

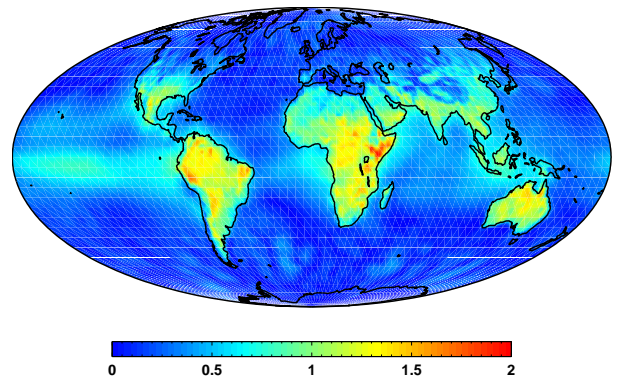


Abbildung 3.41: Amplituden der täglichen Druckvariationen in [hPa], Atmosphäre alleine (NIB). Min = 0.00 hPa, Max = 2.04 hPa, Mittel = 0.24 hPa, RMS = 0.40 hPa.

Die halbtägliche solare Drucktide $S_2(p)$ macht speziell in den Tropen einen großen Teil der gesamten Luftdruckvariationen aus (Kertz, 1957). Sie ist jedoch bei 6-stündlichen Daten nicht mehr richtig auflösbar und erscheint deshalb als künstliches Signal wie eine stehende Welle, vgl. Abbildung 2 in Dobsław und Thomas (2005a). Dies kann nach Ponte und Ray (2002) mit einem Modell korrigiert werden, was in der vorliegenden Zeitreihe für den Atmosphärenteil jedoch nicht geschehen ist. Eine echte Erfassung gelingt nur durch die Erhöhung der Abtastrate, wie sie in Dobsław und Thomas (2005b) diskutiert wird. Aufgrund dieser Probleme und mangels zeitlich höher aufgelöster Daten wird diese Frequenz hier nicht weiter diskutiert und auf die genannten Quellen verwiesen.

Als letzte signifikante Frequenz verbleibt schließlich jene mit 12.425 Stunden, was ziemlich genau der Frequenz der lunaren Gravitationstide M_2 mit 12.240 h (705.3 cpa) entspricht. Da in der verwendeten

Version des OMCT keine Gezeiten enthalten sind, stammt das Signal aus den Atmosphärendaten. Das entsprechende rein atmosphärische Signal in den Druckdaten – i.e. Fall NIB – nimmt Werte bis zu 0.1 hPa an (Abbildung 3.42). Das entspricht ungefähr 1/20 der Signalstärke der solaren Drucktide $S_2(p)$, die großflächig in einem äquatorialen Band bis 30° Breite 1.5 hPa erreichen (Abbildung 2 in Dobsław und Thomas (2005a)). Diese Relation von M_2 zu $S_2(p)$ entspricht auch den Erwartungen von Kertz (1957) und Chapman und Lindzen (1970) aus theoretischen Überlegungen. Aufgrund dieser Befunde für Frequenz und Amplitude kann man folglich davon ausgehen, dass es sich hier tatsächlich um gravitative Atmosphärengzeiten handelt.

Die entsprechenden Geoidvariationen liegen zwar nur bei etwa 0.1 mm (Abbildung 3.43), dies ist jedoch ebenso wie in den Druckdaten immer noch ca. um den Faktor 3 über der Signalstärke der benachbarten Frequenzen. Die scheinbare Beschränkung auf rein ozeanische Bereiche beruht auf einer resonanten Verstärkung aufgrund der Eigenmoden in den ozeanischen Becken (M. Thomas, persönliche Kommunikation, 2007). Eine ähnliche Verstärkung um den Faktor 3–4 lässt sich auch bei der ozeanischen Reaktion auf die halbtäglichen $S_2(p)$ Drucktiden beobachten, vgl. Dobsław und Thomas (2005a). Die Geoidvariationen der Atmosphäre alleine erreichen maximal 0.06 mm bei einem RMS von 0.02 mm und einem geglätteten, sonst jedoch ähnlichem Erscheinungsbild wie Abbildung 3.42. Sie liegen insgesamt in etwa bei der Hälfte des Signals in Abbildung 3.43.

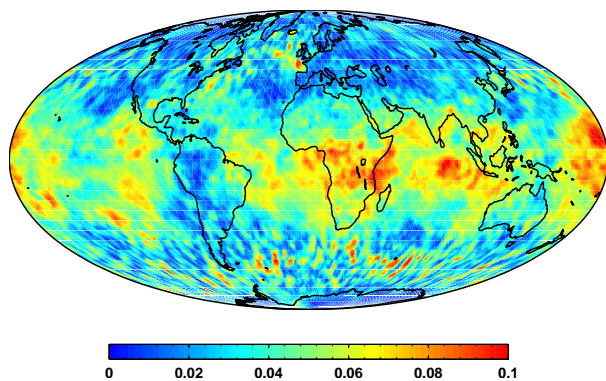


Abbildung 3.42: Amplituden der 12.42-stündlichen Druckvariationen in [hPa], ECMWF, Fall NIB. Min = 0.00 hPa, Max = 0.12 hPa, Mittel = 0.03 hPa, RMS = 0.04 hPa.

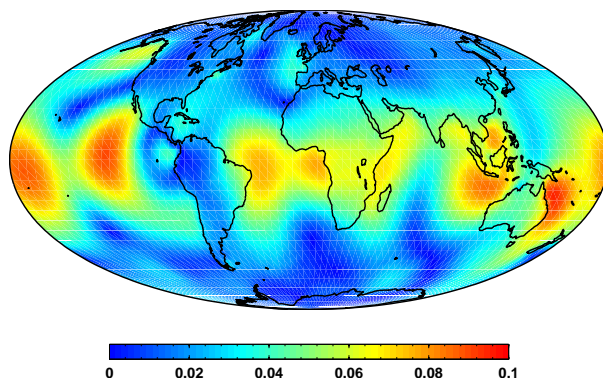


Abbildung 3.43: Amplituden der 12.42-stündlichen Geoidvariationen in [mm], OMCT-ECMWF. Min = 0.00 mm, Max = 0.10 mm, Mittel = 0.02 mm, RMS = 0.03 mm.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die hochfrequenten atmosphärisch-ozeanischen Schwerevariationen zwar signifikante Signale zu bestimmten Frequenzen aufweisen, diese jedoch insgesamt vergleichsweise klein sind. Die markanten täglichen und halbtäglichen Atmosphärengzeiten stellen trotzdem neben der auch nichtperiodisch auftretenden hohen Variabilität in Atmosphäre und Ozean eine der Ursachen dafür dar, dass man bei Satellitenmissionen zur Schwerefeldbestimmung die atmosphärisch-ozeanischen Massentransporte nicht vernachlässigen kann und mit Modellen und Reduktionen berücksichtigen muss.

3.4 Hydrologie

Der Begriff Hydrologie soll hier alle kontinentalen Wassermassen umfassen. Diese betragen etwa 3% des gesamten Wassers der Erde, die anderen 97% füllen die Ozeane und lediglich unter 0.01% befinden sich in gasförmigem Zustand in der Atmosphäre. Wiederum etwa 2/3 des kontinentalen Wassers liegt in gefrorenem Zustand hauptsächlich in Grönland und der Antarktis vor, während das restliche Drittel zu 70% im Grundwasser verborgen ist. Die Summe aus Oberflächenwasser in Seen und Flüssen, Schnee,

Bodenfeuchte, Luftfeuchtigkeit sowie Wasser in Pflanzen und Lebewesen stellt damit nur 0.3% des gesamten Wassers auf der Erde dar (Butz, 2004; FWR, 2005).

Diese grobe Übersicht zeigt, dass es bei Massenvariationen in der Hydrologie vor allem um Änderungen in den Wasserspeichern Eis und Grundwasser geht, da sich dort die größten Massen befinden. Diese Änderungen finden im Rahmen des Wasserkreislaufs statt. Er beinhaltet alle Wasservorkommen und ist daher in Kapitel 3.4.1 näher beschrieben. Anschließend ist kurz die Berechnung der hydrologischen Schwerevariationen angegeben, bevor eine Analyse kontinentaler Schwerevariationen folgt, die aus dem Wasserkreislauf mit Hilfe von hydrologischen Modellen abgeleitet werden können.

3.4.1 Hydrologischer Kreislauf

Der hydrologische Kreislauf umfasst die Abfolge der Zustandsarten, die Wasser auf dem Weg von der Erde zur Atmosphäre und zurück durchläuft: von Land, Ozean oder Binnengewässer ausgehende Verdunstung, Wolkenbildung durch Kondensation, Niederschlag, Akkumulation am oder im Boden und erneute Verdunstung. Die wesentliche antreibende Kraft dafür ist die Sonneneinstrahlung. Gleichzeitig ist die Schwerkraft für die Zirkulation und das Fließen des Wassers verantwortlich. Die Abbildung 3.44 verdeutlicht die einzelnen Bereiche des Kreislaufs, die im Folgenden kurz erläutert sind (nach Butz (2004); FWR (2005)).

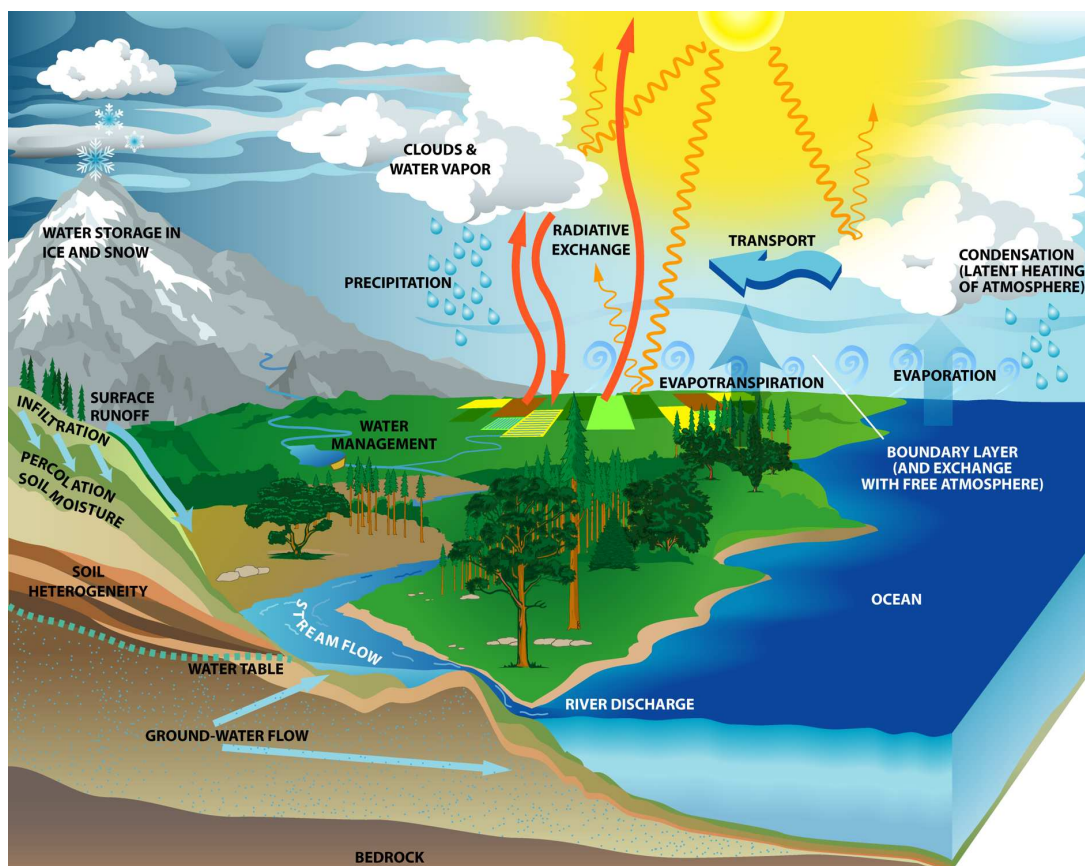


Abbildung 3.44: Schematische Darstellung des Wasserkreislaufs zwischen Land, Ozean und Atmosphäre mit den jeweils ablaufenden Prozessen (Quelle: <http://watercycle.gsfc.nasa.gov>).

Verdunstung. Die Sonneneinstrahlung bewirkt den Übergang des Wassers vom flüssigen in den gasförmigen Zustand, wodurch es von der Erdoberfläche in die Atmosphäre gelangt. Auch die Transpiration und Atmung der Pflanzen und Lebewesen fällt hierunter und trägt zu ca. 10% bei. Etwa 84% der Verdunstung (*evapotranspiration*) findet über den Ozeanen statt, nur 16% über den Kontinenten. Der entsprechende direkte Übergang vom gefrorenen in den gasförmigen Zustand wird als *Sublimation* bezeichnet.

Kondensation und Transport in der Atmosphäre. Wärmekonvektion und Winde transportieren den Wasserdampf in der Luft gemeinsam mit den Luftmassen weiter. Das Wasser verbleibt dort durchschnittlich 10 Tage. Bei Abkühlung entstehen durch Kondensation an winzigen Partikeln kleine Wassertropfen oder Eiskristalle, optisch erkennbar als Wolken. Der Transport von Wasserdampf und Wolken schafft einen Ausgleich zu den Abflüssen von den Kontinenten und bringt das Wasser von den Ozeanen wieder zurück über Land sowie mit den vorherrschenden Windsystemen von den äquatorialen Bereichen polwärts.

Niederschlag. Weitere Abkühlung in der Atmosphäre führt dazu, dass die Wassertropfen anwachsen und als Regen oder bei entsprechender Temperatur auch als Schnee wieder zur Erde zurückkehren. Etwa 26% des Niederschlags (*precipitation*) gehen über Land nieder, 74% über den Ozeanen. Der Nettotransport in der Atmosphäre von den Ozeanen zum Land umfasst damit ebenso wie der Abfluss etwa 10% der Massen im Kreislauf.

Speicherung an Land. Trifft Niederschlag auf Land, so kann neben einer erneuten Verdunstung, Absorption durch Pflanzen, Verbleiben an der Oberfläche z.B. in Seen oder Abfluss in Flüssen auch eine Speicherung stattfinden. Dies geschieht durch Bildung von Eis aus Schnee mittels Kompaktion oder durch Infiltration in den Boden. Letzteres ist von vielen Faktoren wie der Neigung des Geländes, der Bodenart, der Vegetation oder dem Porenvolumen des Bodens abhängig. Die Versickerung kann auch bis zu wasserundurchlässigen Schichten reichen und neues Grundwasser bilden.

Abfluss. Ein großer Teil des Niederschlags kehrt durch Abfluss (*runoff*) aus Flüssen oder aus dem Grundwasser wieder zurück in die Ozeane. Dies beinhaltet auch den Abfluss von Gletschern in Form von Schmelzwasser oder Eisbergen.

3.4.2 Kontinentale hydrologische Schwerevariationen

Der Wasserkreislauf transportiert Massen zwischen Atmosphäre, Ozeanen und dem Land. Die Wirkung des Anteils in der Atmosphäre auf das Schwerfeld ist dort jedoch bereits über die spezifische Luftfeuchte bzw. den Oberflächendruck mit berücksichtigt. Ebenso sollte die Differenz zwischen Verdunstung und Niederschlag sowie der Frischwasserzufluss durch entsprechende Modelle oder Daten in den ozeanischen Schwerevariationen enthalten sein. Die im weiteren behandelten Schwereänderungen beziehen sich folglich nur auf die Variationen in den kontinentalen Wassermassen und geben keine Auskunft über Massentransporte im Rahmen des gesamten Wasserkreislaufs. Dabei ist natürlich auf möglichst konsistente Modelle für alle drei Bereiche zu achten, was bisher leider nur teilweise realisiert worden ist.

Die relevanten Massenvariationen stehen in einer einfachen Bilanzgleichung miteinander in Verbindung (Lambeck, 1988):

$$dS = P - E - r . \quad (3.52)$$

Die Änderung dS in den kontinentalen Wasserspeichern, zu denen auch künstliche Stauseen zählen (vgl. Boy und Chao (2002)) entsteht aus dem Niederschlag P minus der Verdunstung E minus Abfluss r , die jeweils über ein bestimmtes Zeitintervall aufintegriert sind. Als Einheit dient hierbei üblicherweise die äquivalente Wasserhöhe in mm WS oder cm WS. Dies sind nach Kapitel 2.1.3 Oberflächendichten. Die entsprechenden Schwerevariationen folgen demnach direkt aus (2.15) mit $\kappa = dS$ in mm WS:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{C}_{nm}(t) \\ \bar{S}_{nm}(t) \end{array} \right\} = \frac{1 + k'_n}{2n + 1} \cdot \frac{3}{4\pi R\bar{\rho}} \iint_{\sigma} dS(\theta, \lambda, t) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} d\sigma . \quad (3.53)$$

Angesichts der Genauigkeit aktueller hydrologischer Modelle genügt die Näherung der Annahme einer dünnen Schicht und einer sphärischen Erdfigur. Theoretisch ist natürlich auch wieder eine Berechnung auf einer realistischen Erde (vgl. Gleichung 2.8) oder sogar eine radiale Integration möglich.

Jedes Hydrologiemodell liefert die ihm eigenen Parameter. Manchmal sind auch Verdunstung, Niederschlag und Abfluss erhältlich (LaD), benötigt ist letztlich immer dS . Diese Größe kann aus mehreren

Parametern zusammengesetzt (*water, groundwater* und *snow* bei LaD) oder als einzige Größe verfügbar sein (CPC, GLDAS). Allerdings beinhalten die Modelle nicht immer alle Komponenten des Wasserkreislaufs, so ist bei CPC beispielsweise kein Schnee erkennbar. Zudem sind die Antarktis und das grönländische Inlandeis meist nicht enthalten. Trotz dieser Einschränkungen können gute Ergebnisse für die hydrologischen Schwerevariationen erzielt werden, wie sich im Vergleich mit GRACE-Beobachtungen in einer Vielzahl von Studien gezeigt hat (Wahr et al., 2004; Tapley et al., 2004b; Ramillien et al., 2004; Schmidt et al., 2006b).

3.4.3 Analyse hydrologischer Variationen

Analog zu den Frequenzanalysen für das System Atmosphäre-Ozean in Kapitel 3.3.3 folgt nun eine Untersuchung der hydrologischen Variationen auf ihre Größenordnung, dominante Frequenzen und deren räumliche Lokalisation. Als Daten kommen die oben und in Kapitel 3.1.1 bereits angesprochenen Modelle zur Anwendung. Im einzelnen: CPC monatlich über 3 Jahre von 2003-2005, LaD-E (E: Version Euphrates) monatlich über 10 Jahre von 1995-2004 und GLDAS täglich über 2 Jahre von 2003-2004. Die räumliche Auflösung beträgt in allen Fällen 1° , folglich wurde für die sphärisch-harmonische Reihenentwicklung ein maximaler Grad von 180 gewählt. Es sind die jeweiligen zeitlichen Mittelwerte an jedem Ort abgezogen. Diese sind leider nicht direkt miteinander vergleichbar, da sie für Grönland, die Antarktis und teilweise auch die großen Seen unrealistisch große Werte enthalten bzw. die Antarktis im GLDAS überhaupt nicht enthalten ist. Nur die entsprechenden Anomalien weisen überall realistische Werte auf und eignen sich für Schwerefeldstudien (P.C.D. Milly, persönliche Kommunikation, 2005).

Zusätzlich ist die Gesamtmasse zu jedem Zeitpunkt konstant gehalten durch $\Delta C_{00}(t) = 0$. Dies entspricht zwar nicht der Realität, ist bei alleiniger Betrachtung der Hydrologie jedoch sinnvoll. Alle Modelle weisen eine deutliche jährliche Variation in der Gesamtmasse der Anomalien auf bei recht unterschiedlichen Werten (Abbildung 3.45). Ein Vergleich zwischen den Modellen ist daher nur ohne die Variation in C_{00} sinnvoll. Die resultierenden Schwerefelder werden wie oben bei der Kombination Atmosphäre-Ozean in Form von Geoidhöhen und Grad-RMS betrachtet.

Maximale und mittlere Variationen. Die mittleren Variationen sind in der Abbildung 3.46 nur für GLDAS und damit nur für das Modell mit der höchsten zeitlichen Auflösung dargestellt. Die Werte bewegen sich zwischen 0.1 mm und 5.7 mm. Die entsprechenden extremalen Werte liegen bei den Hydrologiemodellen nur um einen Faktor von ungefähr 2 über den mittleren Variationen. Alle Kenngrößen für die drei Modelle sind in der Tabelle 3.4 zusammengestellt. Ergänzend sei angemerkt, dass die Differenzen zwischen den mittleren Variationen der Modelle im RMS etwa 0.5 mm betragen.

Tabelle 3.4: Kenngrößen der hydrologischen Variationen in Geoidhöhen [mm].

Modell	Mittlere Variationen				Extremale Variationen			
	Min	Max	Mittel	RMS	Min	Max	Mittel	RMS
CPC	0.16	5.87	0.61	1.06	0.29	9.31	1.11	1.86
LaD	0.19	6.11	0.89	1.38	0.44	12.91	1.76	2.74
GLDAS	0.14	5.69	0.68	1.05	0.35	9.21	1.25	1.92

In der regionalen Verteilung der mittleren Variationen für die anderen beiden Modelle zeigt sich in einigen Regionen gute Übereinstimmung, während sie in anderen Regionen abweicht. So besteht weitgehende Einigkeit im Amazonasbecken und südlichen Afrika, Abweichungen sind in Indien, Burma und Afrika zwischen Äquator und Sahara zu erkennen. Allgemein ist das Signal bei LaD stärker, insbesondere im sibirischen Raum. CPC enthält offensichtlich keine Schneemassen. Die Bandbreite der mittleren Variation ist bei allen drei Modellen nahezu identisch. Eine ausführliche Darstellung dieser Unterschiede erfolgt bei der Betrachtung einzelner Frequenzen.

Das Signal ist allgemein etwas geringer als bei der Kombination Atmosphäre-Ozean. Abgesehen von einer gewissen Überlappung in Sibirien handelt es sich um völlig andere Regionen. Deutlich sind die Einzugs-

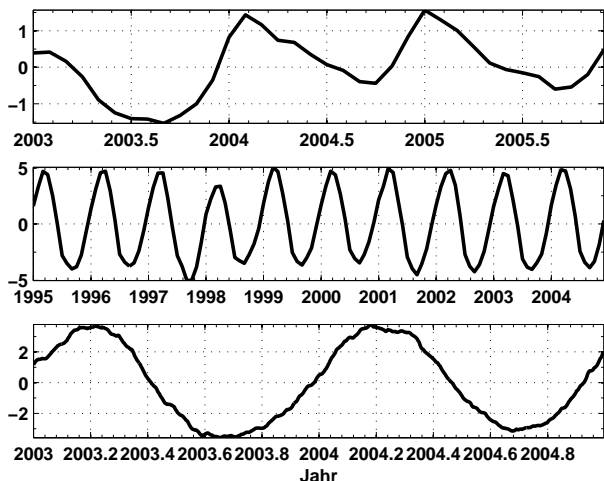


Abbildung 3.45: $\Delta C_{00}(t)$ für CPC (oben), LaD (mittig) und GLDAS (unten) in Geoidhöhen [mm] vor der Fixierung auf Null.

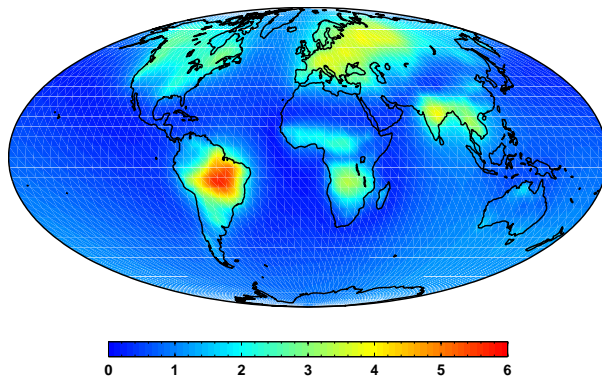


Abbildung 3.46: Mittlere Geoidvariationen in [mm], GLDAS.

bereiche einiger Flüsse in Brasilien, dem südlichen Afrika oder Indien und Thailand sowie Regionen mit erheblichen Schneemengen zu erkennen. Insbesondere im Nordatlantik ist ein gewisses „Abfärben“ der rein kontinentalen Massenvariationen auf ozeanische Bereiche im Schwerefeld zu sehen.

Signalgehalt pro Frequenz. Um einen Eindruck von Perioden mit signifikanten Schwerevariationen zu bekommen, wird erneut auf die Darstellung des Grad-RMS pro Frequenz zurückgegriffen. Die Abbildungen 3.47 und 3.48 enthalten dies begrenzt auf die Grade von 1 bis 100 für die Modelle CPC und LaD, während Abbildung 3.49 das GLDAS-Modell zeigt.

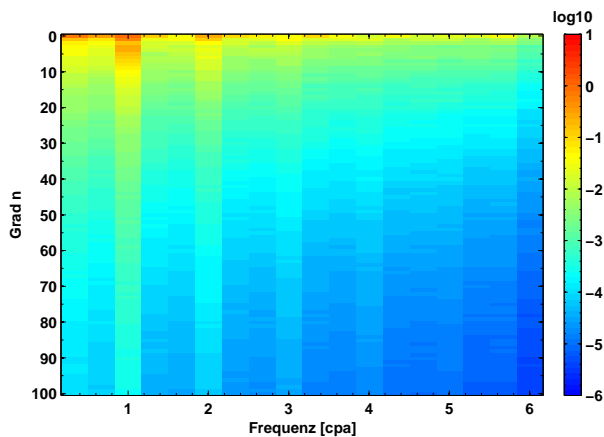


Abbildung 3.47: Grad-RMS der Geoidhöhen [mm] je Frequenz in [cpa] für das CPC-Modell.

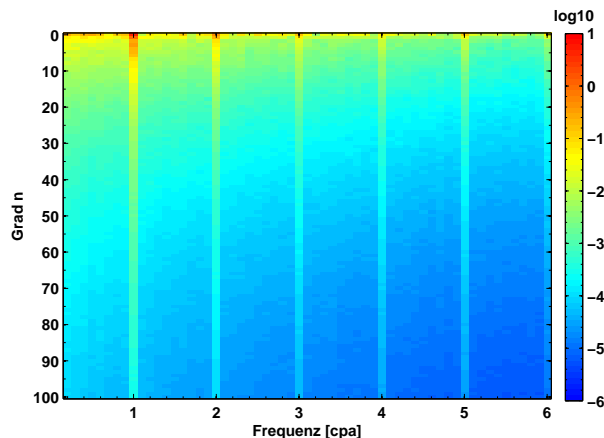


Abbildung 3.48: Grad-RMS der Geoidhöhen [mm] je Frequenz in [cpa] für das LaD-Modell.

Entsprechend der Länge der Zeitreihen und ihrer zeitlichen Auflösung sind bei CPC und LaD Frequenzen von 1/3 cpa bzw. 1/10 cpa bis 6 cpa sichtbar, während GLDAS von 1/2 cpa bis 1/2 cpd reicht. Jährliche und halbjährlich Frequenzen treten eindeutig hervor, gefolgt von solchen mit 3, 4 und 5 cpa. Inwiefern letztere echte geophysikalische Information enthalten, ist noch unklar, da in den Modellen nur relativ wenige Beobachtungen assimiliert werden. Aus der Darstellung des GLDAS geht kein markantes höherfrequentes Signal hervor. Der Fokus liegt daher im Folgenden auf der jährlichen und halbjährlichen Variation.

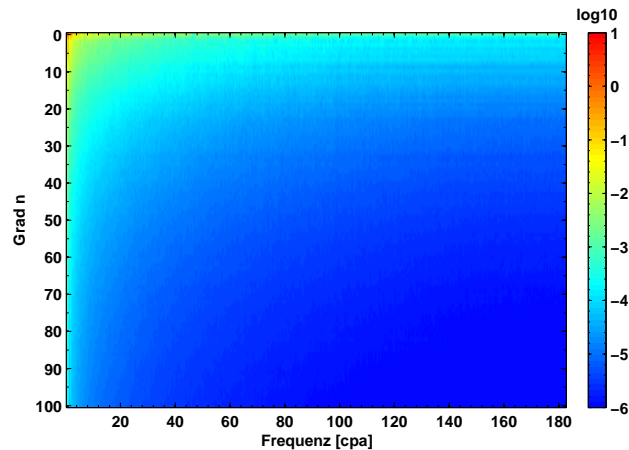


Abbildung 3.49: Grad-RMS der Geoidhöhen [mm] je Frequenz in [cpa] für das GLDAS-Modell.

Jährliche Variationen. Die Abbildungen 3.50-3.55 geben die Amplituden und Phasen der jährlichen Schwerevariation aus den drei Hydrologiemodellen wieder. Die Farbskala in den Amplituden ist für alle Modelle identisch gewählt, im Bild der Phasen sind die Ozeane aus Gründen der Übersichtlichkeit mit den jeweiligen Land-Ozean-Masken ausgeblendet. Eine Periodizität des Maximums zum Januar entspricht wieder der 1 in der Skala der Phasenbilder.

Zunächst fallen die Einzugsbereiche großer Flüsse mit deutlichem Jahresgang auf: Amazonas in Südamerika, Zambesi, Kongo und Niger in Afrika, Indus, Ganges und Mekong in Asien. In den Phasen besteht weitgehende Einigkeit zwischen CPC und GLDAS, während LaD die Maxima in Afrika und Südamerika meist gut einen Monat früher aufweist. In den höheren Breiten der Nordhalbkugel fehlt bei CPC eindeutig der Schnee, während LaD und GLDAS hier zumindest in der Phasenlage zueinander passen. Die Amplituden für Schneeakkumulationen sind bei LaD allgemein größer. Für Grönland und die Antarktis liefert keines der Modelle merkbare Informationen. Für diese Regionen wären spezielle regionale Modelle wünschenswert.

Die Gegenüberstellung erlaubt auch eine grobe Abschätzung der Genauigkeit der hydrologischen Modelle, wenn man die Differenzen zwischen den Modellen als Anhaltspunkt benutzt. Abgesehen vom fehlenden Schnee im CPC-Modell liegt die Unsicherheit bei etwa 10-20% für die Einzugsbereiche der Flüsse und noch darüber für die Schneemengen in höheren Breiten. Statistische Kenngrößen zu den Abbildungen sind in Tabelle 3.5 enthalten. Sie unterstützen die getroffenen Aussagen.

Tabelle 3.5: Kenngrößen der jährlichen und halbjährlichen hydrologischen Amplituden in Geoidhöhen [mm].

Modell	Jährliche Amplituden				Halbjährliche Amplituden			
	Min	Max	Mittel	RMS	Min	Max	Mittel	RMS
CPC	0.00	8.15	0.75	1.39	0.00	1.93	0.16	0.26
LaD	0.00	8.24	1.14	1.82	0.00	2.01	0.27	0.42
GLDAS	0.01	7.99	0.89	1.40	0.00	1.76	0.17	0.27

Halbjährliche Variationen. Neben der jährlichen Frequenz enthält die halbjährliche Frequenz die stärksten Signale (siehe Abbildung 3.56 und 3.57). Diese treten räumlich gesehen mit 2 mm vor allem in Indien auf und sind periodisch zu März und September. Sie hängen vermutlich mit dem zweimal jährlich auftretenden Monsun in dieser Region zusammen. Weitere Gebiete mit halbjährlichen Variationen liegen im Einzugsgebiet des Orinoco in Südamerika, im Norden Australiens und im südlichen Afrika. In diesen Regionen sind sich alle drei Modelle recht ähnlich. Weitere Variationen sind dagegen nur in einzelnen Modellen sichtbar. Da die Signale gering sind, weichen die globalen Kenngrößen nicht deutlicher voneinander ab als im Falle der jährlichen Variationen (Tabelle 3.5).

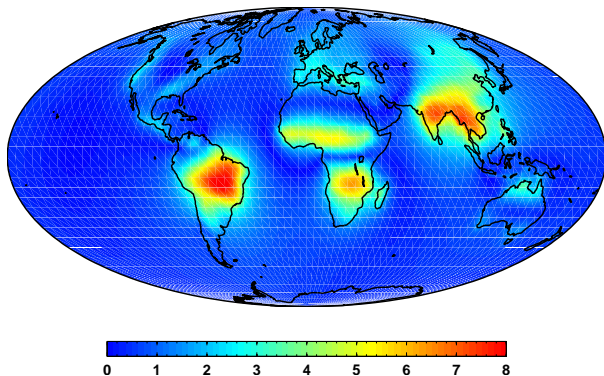


Abbildung 3.50: Amplituden der jährlichen Geoidvariationen in [mm], CPC-Modell.

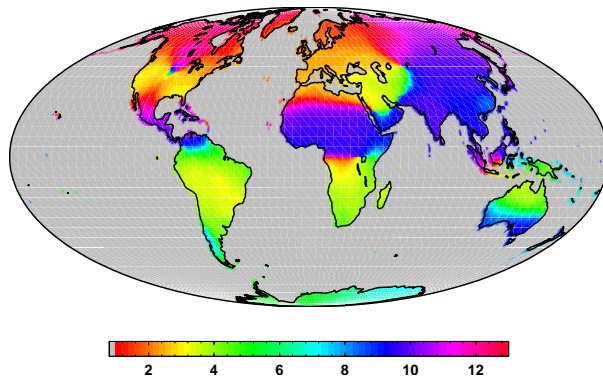


Abbildung 3.51: Phasen der jährlichen Geoidvariationen in Monaten, CPC-Modell.

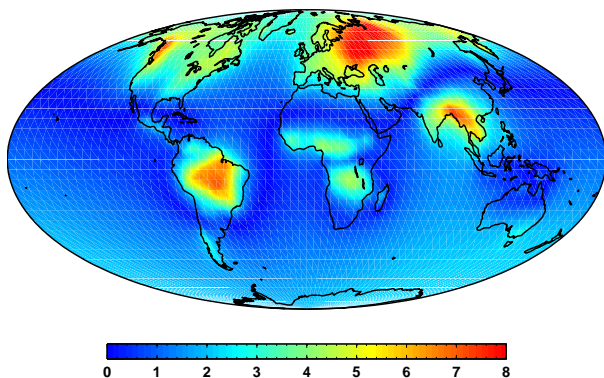


Abbildung 3.52: wie 3.50, LaD-Modell.

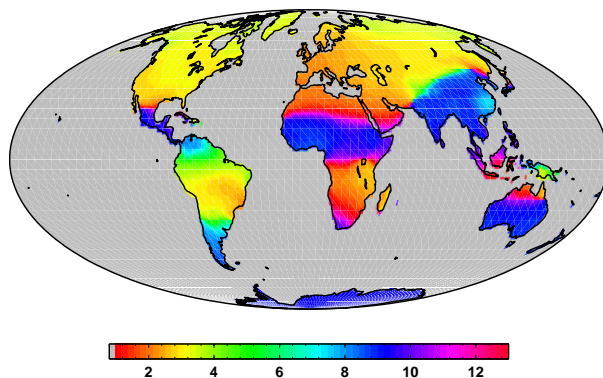


Abbildung 3.53: wie 3.51, LaD-Modell.

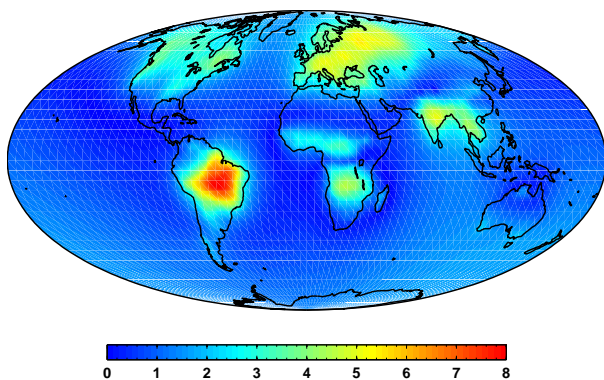


Abbildung 3.54: wie 3.50, GLDAS-Modell.

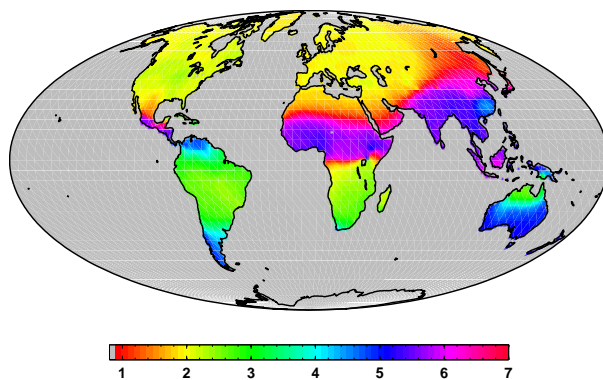


Abbildung 3.55: wie 3.51, GLDAS-Modell.

Vergleicht man die gefundenen hydrologischen Schwerevariationen mit denen von Atmosphäre und Ozeanen, so bleibt als Fazit: es treten in beiden Bereichen vor allem jährliche und halbjährliche Frequenzen auf. Die Amplituden in der Hydrologie sind dabei etwas größer, im Gegenzug ist die Variabilität insgesamt geringer. Abgesehen von den Schneemassen Sibiriens können die Schwerevariationen der beiden Bereiche auch räumlich gut voneinander getrennt werden. Die geringere Variabilität ist der Hauptgrund für die Bestimmbarkeit hydrologischer Variationen durch monatliche GRACE-Schwerefeldlösungen.

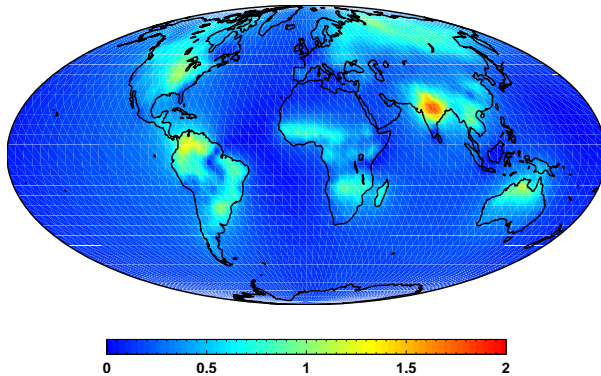


Abbildung 3.56: Amplituden der halbjährlichen Geoidvariationen in [mm], GLDAS.

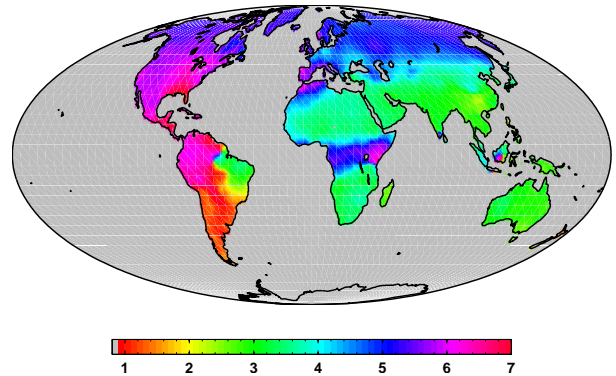


Abbildung 3.57: Phasen der halbjährlichen Geoidvariationen in Monaten, GLDAS.

3.5 Zusammenfassung

Zeitliche Variationen des Schwerfeldes der Erde beruhen neben der gravitativen Anziehung von Sonne und Mond auf Massentransporten in den Geofluiden. Man unterscheidet üblicherweise nach den Ursachen bzw. den Geofluiden zwischen:

- Gezeiten, im wesentlichen feste Erdgezeiten, Ozeangezeiten und Atmosphärengzeiten.
- Atmosphäre: Umverteilung von Luftmassen und Luftfeuchtigkeit durch Winde und Verdunstung sowie Niederschlag.
- Ozeane: Änderungen in den Wassermassen durch Ab- bzw. Zunahme sowie Transporte durch Ozeanströmungen.
- Kontinentale Hydrologie: Änderungen in den kontinentalen Wasserspeichern wie Grundwasser, Bodenfeuchte, Seen, Flüssen, Gletschern und Schneebedeckung.
- Feste Erde: Massentransporte an der Erdoberfläche, in der Kruste, dem Mantel und dem Kern.

Für nahezu jeden Bereich stehen Modelle unterschiedlichster Genauigkeit zur Verfügung. Eine wünschenswerte Konsistenz der Modelle untereinander besteht bisher leider noch nicht.

Jeder der genannten Bereiche zeichnet sich aus durch charakteristische räumliche Ausdehnungen, typische Perioden und Größenordnungen sowie oft auch bestimmte Regionen, in denen er auftritt. Nach jedem dieser Merkmale wäre eine Klassifizierung möglich. Im Hinblick auf Schweremessungen ist für alle signifikant messbaren Effekte die Unterteilung nach den Perioden am gebräuchlichsten. Es können dabei drei Gruppen gebildet werden:

- Instantane und unregelmäßige Variationen, wie z.B. Erdbeben oder Vulkanausbrüche.
- Täglich bis jährlich periodische Variationen: Gezeiten, Atmosphäre, Ozeanströmungen und kontinentale Hydrologie.
- Langperiodische Variationen: Gletscherabschmelzung, postglaziale Hebungen, Meeresspiegelvariation, Plattentektonik, Prozesse im Mantel und Kern der Erde.

Während die erste Gruppe von Variationen nicht vorhersagbar ist und daher erst nach Eintritt von Ereignissen bei Messungen berücksichtigt werden kann, umfasst die letzte Gruppe sehr große Zeiträume, die die Dauer einer Satellitenmission oder Messkampagne bei weitem übersteigen. Es sind folglich nur Driften oder deren Änderung messbar. Die Gruppe der täglich bis jährlich periodischen Variationen verfügt hingegen über relativ ausgeprägte Signale und bedarf einer gesonderten Betrachtung bei Messungen, um ein gutes statisches Schwerfeld zu erhalten und Aussagen über die anderen Bereiche machen zu können. Entsprechende Modellierungen für das System aus Atmosphäre und Ozeanen sowie die kontinentalen

Wassermassenänderungen sind daher ausführlich behandelt. Dabei zeigt sich u.a.:

- Über den Wasserkreislauf stehen alle drei Geofluide miteinander in Verbindung. Folglich ist eine Konsistenz der Modelle anzustreben.
- Atmosphärendaten sind vermutlich am besten bestimmt, sie dienen auch als Antrieb der anderen Modelle. Dennoch gibt es nur ungefähre Anhaltspunkte über die Genauigkeit der Daten aus dem Vergleich ähnlicher meteorologischer Modelle.
- Die Atmosphäre erstreckt sich radial am weitesten und sollte für hohe Genauigkeiten in einer radialen Integration berechnet werden.
- Die Ozeane kompensieren einen großen Teil der atmosphärischen Auflast. Es bietet sich daher an, die beiden Bereiche gemeinsam zu betrachten.
- Die hydrologischen Modelle beinhalten nicht immer alle Arten der Wasserspeicherung und weisen eine geringere räumliche und zeitliche Auflösung und teilweise deutliche Abweichungen voneinander auf.

Trotz der angesprochenen Defizite ergibt eine Frequenzanalyse einige signifikante Phänomene. Diese sind nicht als exakte Größen, sondern im Rahmen einer gewissen Unsicherheit zu betrachten:

- Atmosphäre-Ozean: kurzzeitig treten regional sehr große Variationen auf, dominant ist jedoch eine jährliche Frequenz von bis zu 7 mm Geoidhöhenänderung. Allgemein sind die Effekte auf den Kontinenten größer als über den Ozeanen und in mittleren und hohen Breiten stärker ausgeprägt. Weitere markante Frequenzen sind eine halbjährliche mit fragwürdigen Signalen in der Antarktis und ansonsten etwa 1.5 mm Amplitude sowie die täglichen und halbtäglichen Atmosphärengezeiten, die von den solaren Drucktiden dominiert werden.
- Kontinentale Hydrologie: die kontinentalen Wasserspeicher variieren ebenso wie Atmosphäre-Ozean vor allem mit einer jährlichen und einer halbjährlichen Periode bei leicht größeren Werten. Die Variabilität ist hingegen geringer. Regional lassen sich die Variationen gut den Einzugsbereichen großer Flüsse bzw. Regionen mit erheblichen Schneemengen zuordnen.

4 Schwerefeldvariationen und Satellitenmissionen

Die bisherigen Ausführungen behandeln kurz gesagt die Modellierung und die sog. Vorwärtsrechnung von Schwerevariationen aus Modelldaten. Zwischen dieser und der zu ihr inversen Rückrechnung aus Beobachtungen liegt der Bereich der Abtastung der Signale mit entsprechenden Sensoren, in unserem Fall den Satellitenmissionen zur Schwerefeldbestimmung. Die in den Bereichen der Abtastung und Rückrechnung auftretenden Schwierigkeiten sind in Kapitel 4.1 diskutiert. Eine Diskussion der Zusammenhänge zwischen den in Kapitel 3 untersuchten Schwerevariationen und den Messgenauigkeiten der Missionen dient der Abschätzung von Auswirkung und Relevanz ausgewählter Phänomene in Kapitel 4.2. Darauf folgt in einem geschlossenen Simulationsmodell mit Vor- und Rückrechnung eine Untersuchung der Abtastung zeitlicher Schwerevariationen und der damit verbundenen Aliasingeffekte (Kapitel 4.3). Den Abschluss bilden Beispiele der Filterung zur Reduktion dieser Verfälschungen.

4.1 Zur Problemstellung

Die Abtastung des Schwerefeldes der Erde mit Satelliten und die Schätzung von Koeffizienten aus Satellitenbeobachtungen wird seit vielen Jahren in der Geodäsie intensiv diskutiert. Die praktische Umsetzung erfolgt durch die Missionen CHAMP, GRACE und GOCE, mit denen erhebliche Genauigkeitssteigerungen im Vergleich zur früheren Kenntnis des Schwerefeldes erzielt wurden bzw. noch erwartet werden. So konnte auch in den Bereich der zeitlichen Variationen vorgedrungen werden. Gleichzeitig entstehen sowohl im Bereich der Abtastung als auch der Rückrechnung einige neue Herausforderungen, die im Folgenden etwas genauer skizziert sind. Grundlagen zu den Missionskonzepten und zur statischen Modellierung sind hingegen nicht weiter vertieft. Kurze Übersichten hierzu geben z.B. Seeber (2003) oder Hofmann-Wellenhof und Moritz (2006). Reigber et al. (2006) liefern detailliertere Informationen zu CHAMP, Tapley et al. (2004a) zu GRACE und ESA (1999) sowie Rummel et al. (2002) zu GOCE.

4.1.1 Abtastung

Die Abtastung (auch *Sampling* genannt) der gesamten Erdoberfläche durch entsprechende Sensoren auf umlaufenden Satelliten ist maßgeblich von deren Orbitcharakteristik bestimmt. So entscheidet vor allem Flughöhe, Inklination und Exzentrizität der Bahn über den Grad der Überdeckung der Erdoberfläche. Zusätzlich ist die Flughöhe maßgeblich für die Sensitivität. Entsprechende Überlegungen haben gemeinsam mit praktischen Aspekten wie der Stromversorgung der Satelliten und der Missionsdauer zu den entsprechenden Bahnen von CHAMP, GRACE und GOCE geführt. Diesen Bahnen ist eine niedrige Flughöhe zwischen 250 km und 500 km in einem nahezu kreisförmigen und ungefähr polaren Orbit gemein, was abgesehen von kurzzeitig durchlaufenen Wiederholungszyklen zu einer räumlich guten Abdeckung ohne größere Lücken bei hoher Sensitivität führt. Allerdings benötigt man z.B. bei GRACE typischerweise etwa 30 Tage, bis eine global homogene Abtastung vorliegt.

Anders als bei punktuellen Beobachtungen wie etwa in der Altimetrie beinhalten Beobachtungen des Schwerefeldes stets die Wirkung aller Massen der Erde. Für eine einzelne Messung am Ort des Satelliten gilt dies jedoch nur sehr eingeschränkt, da nach Newton das Potential mit dem inversen Abstand abnimmt und die Anziehung sogar mit dessen Quadrat. Mit zunehmendem Abstand vom Satellit kann das Signal damit nicht mehr gemessen werden und es dominiert der Bereich der näheren Umgebung um den Bodenpunkt direkt unter dem Satelliten. Dies führt zusammen mit der benötigten Anzahl

an Umläufen für eine global gute Abdeckung dazu, dass zeitliche Schwerevariationen mit höheren als monatlichen Frequenzen nicht korrekt abgetastet werden. Sie sind im Folgenden als „hochfrequente Variationen“ bezeichnet. Erschwerend kommt hinzu, dass die Variationen meist nur lokal oder regional auftreten.

Die angesprochene Problematik lässt sich am besten in dreidimensionalen Animationen mit einer zeitlichen Schwerevariation auf der Erdoberfläche und einem oberhalb umlaufenden Satelliten visualisieren. Für die Druckform ist eine solche Darstellung jedoch nicht geeignet. Die Abbildungen 4.1 und 4.2 sollen daher als Ersatz dienen. Sie zeigen jeweils in rot den zeitlichen Verlauf der Geoidvariationen aus atmosphärischen und ozeanischen Massenvariationen an einem ausgewählten Ort (rechte y-Achse), während in blau der quadratische inverse Abstand des Satelliten von diesem Ort aufgezeigt ist (linke y-Achse). Die Schnittpunkte zwischen den beiden Kurven sind folglich rein darstellungsbedingt und haben keine weitere Bedeutung. Als Orte sind einmal ein Punkt mit großen und relativ langsam ablaufenden Variationen in höheren Breiten (westliches Sibirien: $\varphi = 60^\circ \text{ N}$, $\lambda = 50^\circ \text{ E}$, Abbildung 4.1) und einmal ein Punkt mit kleineren hochfrequenten Variationen in niedrigen Breiten (Südvietnam: $\varphi = 10^\circ \text{ N}$, $\lambda = 106^\circ \text{ E}$, Abbildung 4.2) ausgewählt. Sie repräsentieren zwei typische Beispiele für atmosphärisch-ozeanische Schwerevariationen über einen Monat.

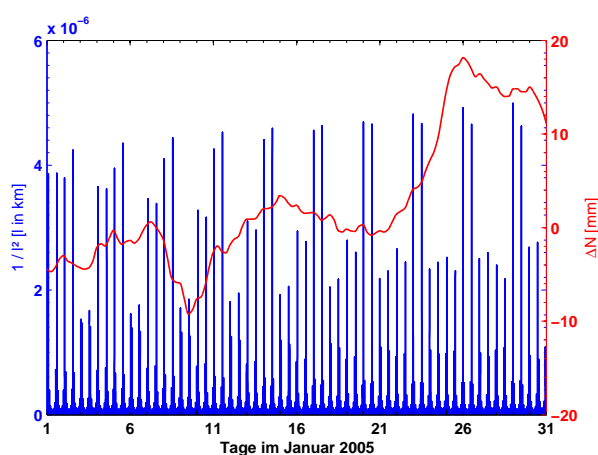


Abbildung 4.1: Atmosphärisch-ozeanische Geoidvariationen für $\varphi = 60^\circ \text{ N}$, $\lambda = 50^\circ \text{ E}$ und der quadrierte inverse Abstand eines simulierten GRACE-Satelliten.

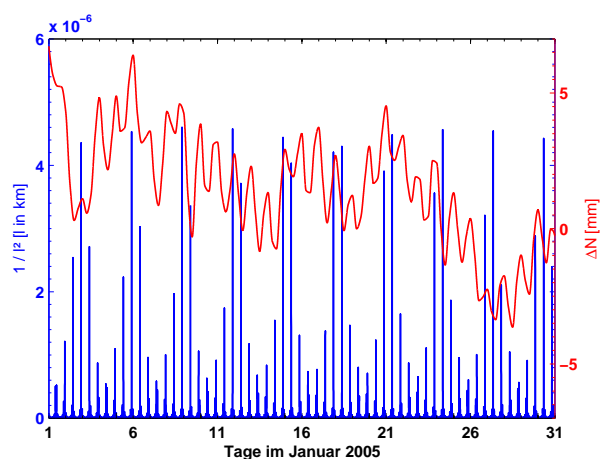


Abbildung 4.2: Atmosphärisch-ozeanische Geoidvariationen für $\varphi = 10^\circ \text{ N}$, $\lambda = 106^\circ \text{ E}$ und der quadrierte inverse Abstand eines simulierten GRACE-Satelliten.

Zunächst fällt auf, dass der Satellit ungefähr zweimal täglich in die nähere Umgebung der Punkte kommt. Dabei ist zu beachten, dass ein quadrierte inverser Abstand von $1 \cdot 10^{-6}$ etwa 1000 km Raumstrecke bedeutet, $2 \cdot 10^{-6}$ ca. 707 km entspricht, $4 \cdot 10^{-6}$ 500 km und $6 \cdot 10^{-6}$ 408 km. Abtastungen erfolgen in Abhängigkeit von der Signalstärke und der räumlichen Ausdehnung der Variation. Nimmt man beispielsweise eine Abtastung bei Abständen von weniger als 600 km an, so kann das langsam veränderliche Signal in Abbildung 4.1 als einigermaßen gut erfasst angesehen werden, während v.a. die kleinen täglichen Variationen in den Tropen in Abbildung 4.2 ungenügend abgetastet sind. Allgemein ist bei polaren Bahnen die Abtastung am Äquator am schlechtesten, da hier die größten zeitlichen Lücken zwischen benachbarten Positionen des Satelliten liegen. Abgesehen von den nicht überflogenen Polkappen selbst ist sie für Breiten im Bereich der Bahnneigung hingegen am besten.

Abhängig von der Bahnkonfiguration und den Eigenschaften der an jedem Ort unterschiedlichen zeitlichen Variationen kann es folglich sowohl zu räumlichem Aliasing bei lokal begrenzten Variationen als auch zu zeitlichem Aliasing bei sehr schnellen Änderungen kommen, vgl. Wiehl und Dietrich (2005). Für dieses vierdimensionale Problem der Abbildung des räumlich und zeitlich veränderlichen Schwerefeldes auf die eindimensionale Zeitreihe der Beobachtungen entlang der Bahn gibt es bisher keine analytische oder semi-analytische Beschreibung. In der Praxis behilft man sich mit einer Modellierung bekannter hochfrequenter Variationen, die dann in Reduktionsterme zu jedem Zeitpunkt einfließen, d.h. es wird versucht, gut bekannte Teile von Massenvariationen vorab aus den abgeleiteten Zeitreihen zu

eliminieren. Dieses Vorgehen wird auch als *De-Aliasing* bezeichnet (Flechtner, 2005), da es ein Aliasing ungenügend abgetasteter Variationen vermeiden soll.

Problematisch ist dabei einerseits, dass die Modelle eine gewisse Ungenauigkeit aufweisen, die mehr oder weniger unbekannt ist und nicht in die weitere Rechnung eingeht. Damit werden sie implizit als fehlerfrei angenommen. Andererseits gibt es Phänomene wie hydrologische Variationen, die global noch nicht mit hinreichender Auflösung und Genauigkeit in Modellen abgebildet sind und daher überhaupt nicht berücksichtigt werden. Insofern stellt die Berücksichtigung der Reduktionen entgegen der Bezeichnung „De-Aliasing“ keine vollständige Beseitigung des Aliasings dar. Dies wäre nur durch eine Erhöhung der Abtastrate zu erreichen. Wie mit den einzelnen Variationen bei den Satellitenmissionen jeweils umgegangen wird, ist im folgenden Kapitel näher beschrieben.

4.1.2 Rückrechnung

Die Bestimmung von Potentialkoeffizienten aus Beobachtungen geschieht in einer Ausgleichung. Dieser Schritt wird auch *Analyse* genannt. Es gibt dafür eine ganze Reihe von Ansätzen mit verschiedenen Stärken und Schwächen, die in dieser Arbeit nicht weiter diskutiert werden (vgl. beispielsweise Mayer-Gürr (2006) für eine Übersicht). Die Rückrechnung ist hier unabhängig von der Rechenmethode auf den Blickwinkel der zeitlichen Schwerevariationen beschränkt. Mögliche Vor- und Nachteile der einzelnen Methoden sind dabei durchaus möglich und wären in weiteren Studien zu untersuchen.

Schätzung zeitvariabler Potentialkoeffizienten. Grundsätzlich bedeutet die Erweiterung der Rückrechnung um zeitliche Variationen die Hinzunahme zeitlich variabler Unbekannter, die hier nur kurz angedeutet werden soll. In der klassischen Parametrisierung als sphärisch-harmonische Reihenentwicklung entstehen zeitabhängige Potentialkoeffizienten. Symbolisch geschrieben bedeutet dies: $C_{nm}/S_{nm} \rightarrow C_{nm}(t)/S_{nm}(t)$. Als Darstellung für die Zeitabhängigkeit bietet sich beispielsweise eine Fourierzerlegung in einen konstanten Term zu einem Zeitpunkt t_0 , eine lineare Drift und mehrere periodische Frequenzen ω_k an:

$$C_{nm}(t) = C_{nm}(t_0) + \dot{C}_{nm}(t - t_0) + \sum_k (C_{nm,k}^c \cos \omega_k(t - t_0) + C_{nm,k}^s \sin \omega_k(t - t_0)) \quad (4.1)$$

$$S_{nm}(t) = S_{nm}(t_0) + \dot{S}_{nm}(t - t_0) + \sum_k (S_{nm,k}^c \cos \omega_k(t - t_0) + S_{nm,k}^s \sin \omega_k(t - t_0)) . \quad (4.2)$$

Pro Frequenz sind dies 2 Sätze von Koeffizienten. Die maximale Frequenz ist durch die doppelte Länge der Zeitreihe an Beobachtungen gegeben. Um die Anzahl der Parameter nicht zu stark ansteigen zu lassen, können beispielsweise der Driftterm weggelassen und die periodischen Terme auf eine jährliche und eine halbjährliche Frequenz beschränkt werden. Mit der jährlichen Frequenz $\omega_a = 2\pi/\text{Jahr}$ entsteht dann für $t_0 = 0$:

$$C_{nm}(t) = C_{lm,0} + \sum_{k=1}^2 (C_{nm,k}^c \cos k\omega_a t + C_{nm,k}^s \sin k\omega_a t) \quad (4.3)$$

$$S_{nm}(t) = S_{nm,0} + \sum_{k=1}^2 (S_{nm,k}^c \cos k\omega_a t + S_{nm,k}^s \sin k\omega_a t) . \quad (4.4)$$

Zudem ist es sinnvoll, den maximalen Grad auf einen jeweils zu bestimmenden, tendenziell niedrigen Wert zu setzen. Die Wahl der Frequenzen hängt von den zu erwartenden Variationen ab.

Ein solches Vorgehen impliziert, dass Variationen, die zu den oben angesprochenen Verfälschungen durch Aliasing führen können, aufgrund entsprechender Reduktionen keine Rolle mehr spielen. Gelingt dies, ohne alle Variationen vollständig zu entfernen, so besteht in einem nächsten Schritt die Schwierigkeit darin, die gemessenen Variationen zu interpretieren. Aufgrund des Überlagerungsprinzips stellen sie die integrale Summe aller Variationen dar. Eine Separation nach den physikalischen Ursachen gemäß

Kapitel 3 kann für Variationen mit ähnlichen räumlichen und spektralen Eigenschaften nur über Informationen aus komplementären Beobachtungen oder Modellen gelingen, wie sie in Kapitel 3.3.3 und 3.4.3 abgeleitet wurden. Einen Ansatz hierfür zeigen Ramillien et al. (2004, 2005). Zusätzlich sollten auch die Genauigkeiten der Reduktionen bestimmt werden und in die Prozessierung eingehen.

Strategien bei CHAMP, GRACE und GOCE. Blickt man auf die aktuellen Schwerefeldmissionen, so ist für jede Mission eine andere Strategie in der Prozessierung festzustellen. Während die Wirkung der Gezeiten in jedem Falle korrigiert wird, sind atmosphärisch-ozeanische Variationen bisher nur bei GRACE und GOCE als Reduktion implementiert. Hochfrequente hydrologische Signale sind bisher in der Vorprozessierung ausgeklammert. Da keine wesentlichen anderen Variationen in diesem Frequenzbereich erwartet werden (vgl. Kapitel 3.1.2), gelten die Differenzen zwischen statischen monatlichen GRACE-Schwerefeldern folglich als hydrologische Variationen. Aber auch die Fehler der Gezeitenmodelle und der atmosphärisch-ozeanischen Korrekturen sowie eventuelle instantane Veränderungen durch Erdbeben oder Driften aus langperiodischen Massenvariationen sind darin enthalten (Bettadpur, 2007). Eine wirkliche Abhilfe stellt nur die Erhöhung der Abtastrate dar, also die Reduktion des Beobachtungszeitraums auf weniger als einen Monat, vgl. Rowlands et al. (2005); Biancale et al. (2006) oder Hu et al. (2006). Dies kann mit Rücksicht auf die Abtastungsdichte jedoch nur begrenzt geschehen.

Bei CHAMP gibt es auf monatlicher Zeitskala noch keine physikalisch sinnvollen Ergebnisse für zeitliche Variationen (Sneeuw et al., 2005a). Offensichtlich liegen diese an der Grenze der Messbarkeit. Da in der Prozessierung nur für die Gezeiten Reduktionen angebracht werden, muss von einer Vermischung aller anderen zeitlichen Variationen in den Ergebnissen ausgegangen werden. Lediglich in den langzeitigen statischen Lösungen wie EIGEN-CHAMP03S sind solche zeitlichen Abhängigkeiten für einige wenige niedere Potentialkoeffizienten und nur für jährliche Perioden angegeben (Reigber et al., 2003, 2005). Aber auch diese lassen sich nur teilweise in Übereinstimmung mit geophysikalischen Modellen oder SLR-Beobachtungen bringen (Moore et al., 2005).

Im Rahmen der GOCE-Mission gehören zeitliche Schwerevariationen nicht zu den Zielgrößen. Sie sind aufgrund der Sensoreigenschaften und des zweimal halbjährlichen Messzyklus mit einer mehrmonatigen Pause nicht gut beobachtbar und werden daher durch Reduktionen so gut wie möglich aus den Beobachtungen entfernt (ESA, 1999). Auch die Anbringung einer hydrologischen Reduktion aus Modellen oder den monatlichen GRACE-Beobachtungen könnte dazu gehören. Es gehen folglich alle Fehler der Modelle für die Reduktionen sowie alle nicht korrigierten Variationen entsprechend der Abtastung in die statische Lösung ein und verschlechtern diese. Die Auswirkungen der zeitlichen Variationen auf die GOCE-Messgrößen gelten jedoch nicht als limitierender Faktor für die Genauigkeit von GOCE (Jarecki et al., 2005; Abrikosov et al., 2006; Han et al., 2006b).

Zusammenfassend bleibt festzustellen, dass zeitliche Variationen bisher vor allem mit der GRACE-Mission bestimmt werden. Üblich ist hier die Berechnung von monatlichen oder kurzzeitigeren statischen Lösungen und die Betrachtung der Differenzen zwischen ihnen. Alle höherfrequenten Variationen sollten deshalb durch Reduktionen entfernt werden. Eine direkte Schätzung zeitlich variabler Koeffizienten für bestimmte Frequenzen kommt nur in sehr geringem Umfang zum Einsatz. Die erreichbare Genauigkeit hängt in jedem Fall neben den Sensoreigenschaften auch stark von der Richtigkeit der Modelle für die Reduktionen ab. Ähnliche Schwerevariationen verschiedenen Ursprungs lassen sich aufgrund des Überlagerungsprinzips nur unter Verwendung komplementärer externer Informationen voneinander separieren.

4.2 Signalstärken und Messgenauigkeiten

Im Allgemeinen sind Signale dann messbar, wenn die Signalstärke signifikant über der Genauigkeit des Messgerätes liegt. Dies bedeutet im Kontext dieser Arbeit, dass diejenigen zeitlichen Schwerevariationen einen Einfluss auf die Beobachtungsgrößen der jeweiligen Satellitenmission haben, deren Signalstärke größer als das Rauschniveau der Sensoren ist. Entsprechende Vergleiche sind in Kapitel 4.2.2 für CHAMP

und GRACE dargestellt. Zuvor dient ein Vergleich zwischen dem aus den Standardabweichungen der Koeffizienten abgeleiteten Fehler-Grad-RMS der Missionen und dem Grad-RMS der Signale saisonaler Schwerevariationen einer ungefähren Abschätzung der Messbarkeit.

4.2.1 Vergleich der Grad-RMS

Die Genauigkeit eines Schwerefeldes wird üblicherweise durch die Standardabweichungen der einzelnen Koeffizienten ausgedrückt. Zur Angabe des Fehlers pro Grad der sphärisch-harmonischen Entwicklung benutzt man sehr oft die Fehlergradvarianz oder einen entsprechenden Grad-RMS der Fehler (vgl. Kapitel 2.2.1). Ebenso sind die erwarteten Messgenauigkeiten aus der Simulation einer Satellitenmission häufig in dieser Form angegeben. Es bietet sich daher an, diese Größen für einen Vergleich mit den Signalstärken zeitvariabler Phänomene zu benutzen. Ein solches Vorgehen ist auch in der Literatur verbreitet anzutreffen (NRC, 1997; Wahr et al., 1998; Flechtner, 2005; Boy und Chao, 2005).

Fehler-Grad-RMS der Satellitenmissionen. Bei den Angaben zur Genauigkeit der Satellitenmissionen sind zwei Arten von Fehler-Grad-RMS nach ihrem Ursprung zu unterscheiden. Zum einen ist es möglich, die Fehlermaße aus Simulationsmodellen und Annahmen abzuleiten und zum anderen können diese aus der Auswertung echter Beobachtungen stammen. Im ersten Fall geht man von erwarteten Genauigkeiten der einzelnen Sensoren aus, verknüpft diese in einem Modell und kommt so zu einer erwarteten oder erhofften Genauigkeit. Vor dem Start einer Mission besteht keine andere Möglichkeit, die Genauigkeit der Resultate anzugeben.

Der zweite Fall tritt erst nach dem erfolgreichen Start einer Mission auf. Es handelt sich dabei um eine tatsächlich erreichte Genauigkeit, die aus der Analyse der Beobachtungen resultiert. Idealerweise liegt eine solche Fehlerkurve in der Nähe oder unterhalb der erwarteten Genauigkeit, was in der Praxis aber leider nicht immer der Fall ist. Insbesondere bei GRACE konnten die Erwartungen bisher noch nicht ganz erfüllt werden (Wahr et al., 2004; Tapley et al., 2005; Schmidt et al., 2006a; Wahr et al., 2006).

Um einen hohen Realitätsbezug zu gewährleisten, kommen in den folgenden Vergleichen daher nach Möglichkeit die tatsächlich erreichten Genauigkeiten zum Einsatz. Stellvertretend für CHAMP steht dementsprechend das aktuelle Modell EIGEN-CHAMP03S (Reigber et al., 2005) und für GRACE das Modell GGM02S (Tapley et al., 2005). GOCE ist hingegen durch erwartete Genauigkeiten aus einem Simulator charakterisiert (C. Gerlach, persönliche Mitteilung, 2006).

Zeitvariable Signale als Grad-RMS. Bei der Angabe der Signalstärke zeitlicher Variationen in Form von Grad-RMS treten zwei Schwierigkeiten auf. Zum einen ändert sich die Signalstärke von einem Zeitpunkt zum nächsten. Da nur der variable Anteil von Interesse ist, wäre neben dem Abzug eines mittleren Signals auch die Differenzbildung zwischen zwei Zeitpunkten und ähnliches möglich, vgl. Kapitel 2.1.5. Um Einheitlichkeit zu gewährleisten, wird analog wie bisher vorgegangen und der Grad-RMS der residualen Koeffizienten nach Abzug eines zeitlichen Mittelwertes betrachtet. Da auch diese Größe bei einer Zeitreihe eine gewisse Streuung aufweist, sind die Signale in den folgenden Abbildungen stets als Band zwischen minimalem und maximalem Signal angegeben. Innerhalb dieses Bereiches zeigt eine dick gezeichnete Linie den mittleren Signalgehalt an.

Die zweite Schwierigkeit liegt darin, dass sich Schwerevariationen und Grad-RMS ihrem Charakter nach unterscheiden. Der Grad-RMS enthält stets eine globale Mittelung, da über die Ordnungen summiert wird. Schwerevariationen sind regional jedoch äußerst unterschiedlich bzw. treten überhaupt nur in bestimmten Bereichen wie den Kontinenten auf. Die lokalen Maxima erscheinen im Grad-RMS folglich erheblich geglättet. Die Schnittpunkte zwischen den Signalen und den Fehlerkurven sind daher nur als Anhaltspunkt für den ungefähren Bereich des Einflusses zu verstehen.

Vergleich mit atmosphärisch-ozeanischen Signalen. Zur Beschreibung der Variabilität atmosphärisch-ozeanischer Massenvariationen genügt es, eine Zeitreihe von einem Monat zu betrachten. Die statistischen Kenngrößen der Variabilität ähneln dann bereits stark denen der mehrjährigen Zeitreihe in Abbildung 3.29. Für die Kombination der Modelle OMCT und ECMWF entsteht der in Abbildung

4.3 dargestellte Signalverlauf. Die Variationen liegen in den niederen Graden oberhalb der Fehlerkurven und damit im messbaren bzw. gemessenen Bereich der drei Missionen. Während für CHAMP bereits unterhalb von Grad 10 und bei GOCE leicht oberhalb von Grad 10 der Messbereich unterschritten wird, ist dies bei GRACE erst gegen Grad 15 bis 20 der Fall.

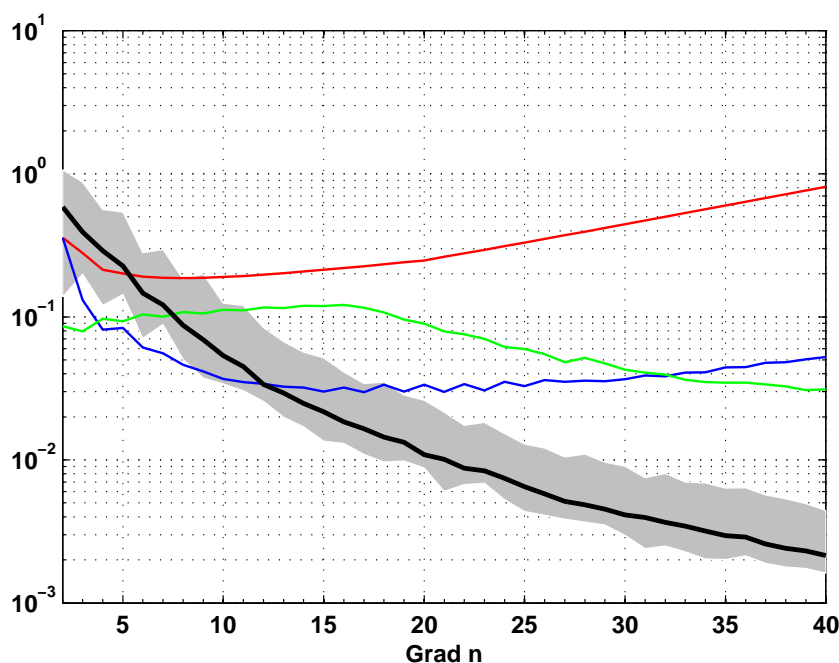


Abbildung 4.3: Vergleich der Grad-RMS in Geoidhöhen [mm] zwischen dem mittleren Signal der Kombination OMCT-ECMWF (schwarz) mit dessen Streuungsbereich (grau) für Januar 2005 und den Genauigkeiten von CHAMP (rot), GRACE (blau) und GOCE (grün).

In ähnlichen Darstellungen lässt sich auch abschätzen, inwieweit Modellierungsunterschiede, wie sie beispielsweise in Kapitel 3.2.3 diskutiert sind, im Bereich der Messbarkeit liegen. Dies soll hier nicht für jeden gezeigten Fall untersucht werden, sondern lediglich exemplarisch für den Unterschied zwischen radialer Integration und Annahme einer dünnen Schicht in der Atmosphäre dargestellt werden (Abbildung 4.4). Dabei handelt es sich um die Modellierungsdifferenz mit den größten Auswirkungen auf die Signalstärke, vgl. Kapitel 3.2.3. Ähnliche Betrachtungen zu weiteren Modellierungsaspekten sind in Boy und Chao (2005) oder Peters (2007) zu finden. Zusätzlich ist hier noch die Unsicherheit der atmosphärischen Modelle aus der Differenz von ECMWF und NCEP den Missionsgenauigkeiten gegenübergestellt (Abbildung 4.5).

Wie bereits Abbildung 3.20 zeigte, liegt die Differenz zwischen der radialen Integration und der Annahme einer dünnen Schicht je nach Grad etwa um den Faktor 2 bis 10 unter der Signalstärke selbst. Folglich ergeben sich Schnittpunkte mit den Sensitivitätskurven der Missionen unterhalb derer des Signales selbst. Während CHAMP die Modellierungsdifferenz kaum wahrnehmen dürfte, ist dies für GOCE und vor allem GRACE durchaus relevant. Dies stimmt mit den Aussagen von Swenson und Wahr (2002b) und Boy und Chao (2005) überein. Die in Abbildung 3.19 enthaltene Information über die räumliche Verteilung der Modellierungsdifferenzen unterliegt einer globalen Glättung und geht beim Vergleich der Grad-RMS verloren.

Möchte man wissen, in welchem Ausmaß sich die Unsicherheit der meteorologischen Modelle auf die Schwerefeldlösungen der Missionen auswirken kann, dann gibt die Differenz zwischen ECMWF und NCEP einen Anhaltspunkt dafür (Abbildung 4.5). Während CHAMP erneut davon unberührt ist, kann dies für GOCE eine Verschlechterung der niedersten Grade gegenüber der Erwartung bedeuten. Bei GRACE fällt auf, dass die mittlere Differenz zwischen den meteorologischen Modellen (schwarze Linie) bis Grad 10 mit dem Fehler-Grad-RMS von GGM02S ziemlich genau übereinstimmt und bis Grad

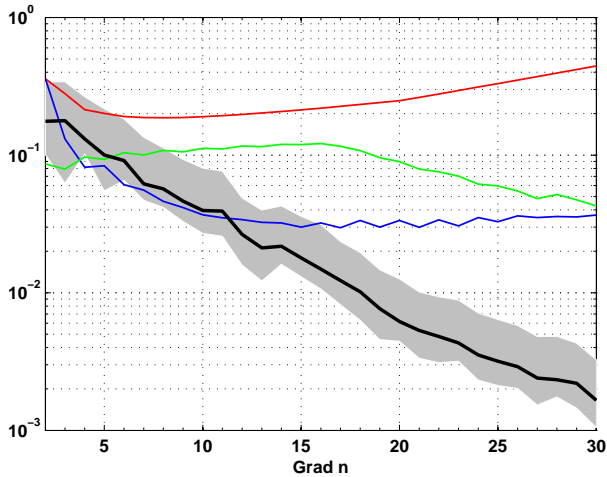


Abbildung 4.4: Vergleich der Grad-RMS in Geoidhöhen [mm], radiale Integration minus dünne Schicht (schwarz und grau) für März 2006, Genauigkeiten von CHAMP (rot), GRACE (blau) und GOCE (grün).

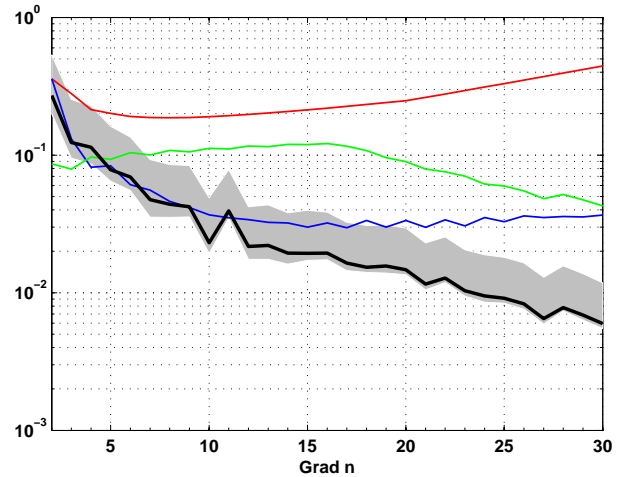


Abbildung 4.5: Vergleich der Grad-RMS in Geoidhöhen [mm], ECMWF minus NCEP (schwarz und grau) Fall NIB für Januar 2006, Genauigkeiten von CHAMP (rot), GRACE (blau) und GOCE (grün).

20 recht ähnlich verläuft. Dies könnte ein Hinweis auf die Unsicherheit der atmosphärischen Modelle als limitierenden Faktor für GRACE sein. Fundierte Aussagen hierüber bedürfen gleichwohl einer eingehenderen Untersuchung.

Vergleich mit hydrologischen Signalen. Analog zu den vorigen Betrachtungen können auch kontinentale hydrologische Variationen in Bezug zu den Missionsgenauigkeiten gesetzt werden. Da sie in kurzen Zeiträumen nicht ihre volle Variabilität aufweisen, dient hier ein Jahr an täglichen Daten des GLDAS-Modells zur Abschätzung der mittleren Signalstärke und der Bandbreite des Signals. Abbildung 4.6 zeigt die entsprechenden Kurven.

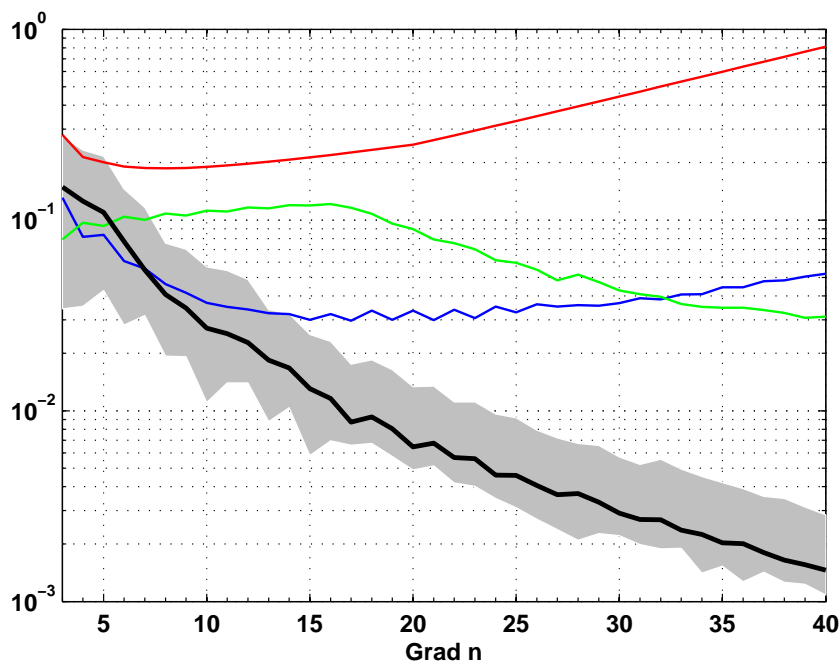


Abbildung 4.6: Vergleich der Grad-RMS in Geoidhöhen [mm] zwischen dem mittleren hydrologischen Signal des GLDAS-Modells (schwarz) mit dessen Streuungsbereich (grau) für das Jahr 2004 und den Genauigkeiten von CHAMP (rot), GRACE (blau) und GOCE (grün).

Allgemein liegt die Signalstärke hier im Bereich der Modellierungsvarianten bzw. Unsicherheiten bei atmosphärisch-ozeanischen Variationen und damit weit unterhalb des Signals aus diesem Bereich, obwohl regional durchaus vergleichbare Variationen auftreten, vgl. Kapitel 3.4.3. Dies ist zum Großteil darauf zurückzuführen, dass nur etwa 30% aller Punkte der Erdoberfläche auf den Kontinenten liegen und damit überhaupt ein Signal besitzen. Die Mittelung durch die Bildung des Grad-RMS reduziert das Signal deutlich. Ein Vergleich der Grad-RMS hat in diesem Fall folglich nur eine geringe Aussagekraft und es wird von weiteren Untersuchungen mit dieser Methode abgesehen. Es sei lediglich angemerkt, dass die Differenz zwischen den monatlichen Schwerevariationen aus den Modellen GLDAS, LaD und CPC etwa um den Faktor 5 unterhalb des in Abbildung 4.6 gezeigten Signals liegt. Die Variationen sind folglich signifikant bestimmt, die tatsächliche Signalstärke kann mit den Werten des Grad-RMS jedoch nicht richtig abgeschätzt werden.

4.2.2 Auswirkungen auf die Beobachtungsgrößen

Möchte man die oben beschriebenen Nachteile des Vergleichs zwischen Grad-RMS Werten vermeiden, so bietet sich eine Betrachtung der Auswirkungen zeitvariabler Signale auf die jeweiligen Beobachtungsgrößen an. Entlang einer simulierten oder echten Satellitenbahn kann für jeden Zeitpunkt die Wirkung am Ort des Satelliten aus einer Synthese mit zeitlich interpolierten Potentialkoeffizienten abgeleitet werden. Diese Signale stehen den Genauigkeiten der Sensoren gegenüber. Es ist üblich, die Instrumentenfehler mit Spektraldichten (PSD, *power spectral density*) zu charakterisieren. Entsprechend kann auch die Zeitreihe der Signale in der Form von Spektraldichten dargestellt werden. Je nach Missionstyp sind dann Bahnen zu wählen und typische Fehlercharakteristika für die entscheidenden Instrumente vorzugeben, damit Aussagen aus dem Vergleich der PSD des Signals und der Instrumentenfehler möglich sind. Ausgehend von einer Kurzfassung der Grundlagen ist dies in den folgenden Abschnitten für die Fälle CHAMP und GRACE durchgeführt.

PSD. Spektraldichten (auch Leistungsdichtespektrum) sind die Fouriertransformierten der Autokorrelationsfunktion eines stationären Prozesses, beispielsweise einer Zeitreihe (Papoulis, 1965). Sie geben die spektrale Verteilung der Leistung des Prozesses an. Jeder infinitesimalen Bandbreite df ist eine Leistungsstärke zugeordnet. Da in unserem Fall sowohl die Signale der zeitlichen Schwerevariationen wie auch die Instrumentenfehler eine Frequenzabhängigkeit aufweisen, bietet sich die Betrachtung mit Spektraldichten an. Im Falle der Genauigkeit eines Messinstrumentes bzw. der Fehler einer Messung spricht man auch von Fehlerspektraldichten. Entsprechend der Definition werden PSD in quadratischen Einheiten pro Hertz angegeben. Für die mathematische Darstellung, Eigenschaften und die konkrete Berechnung einer PSD wird auf Papoulis (1965), Kapitel 10-2 f., Sneeuw (2000), Kapitel 5.4 und Müller (2001), Kapitel 4.3 verwiesen. Hier soll es lediglich um die Anwendung auf den Vergleich zwischen zeitvariablen Signalen und der Sensorgenauigkeit gehen.

Aus der Integration der PSD über den gesamten Frequenzbereich folgt der Fehler einer einzelnen Messung (Müller (2001), Gleichung (4.39)):

$$\sigma^2 = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} S(f) df. \quad (4.5)$$

Gleichung (4.5) stellt die Verbindung der PSD zu den üblichen Fehlermaßen Standardabweichung oder Varianz her. Im Falle der häufigen Beschränkung auf die positive Frequenzachse gilt $f_{\min} = 0$ und man spricht von einer *einseitigen* PSD. Der volle Energiegehalt liegt dann in den positiven Frequenzen, d.h. diese sind bei Kombination mit den PSD des obigen Typs mit 1/2 zu multiplizieren (Sneeuw, 2000).

Möchte man die Spektraldichte für die Zeitreihe eines diskreten Signals berechnen, so bietet beispielsweise MATLAB hierfür geeignete Routinen an, vgl. Müller (2001). Bei Verwendung der Funktion `pwelch` entstehen nach der Berechnungsmethode von P. Welch¹ direkt die gewünschten einseitigen Spektral-

¹ Detailliertere Informationen sind der MATLAB-Dokumentation und den darin genannten Quellen zu entnehmen.

dichten in quadratischen Einheiten pro Hertz. Zur Vermeidung der quadratischen Einheiten wird in den folgenden Abbildungen die Quadratwurzel der PSD in Einheiten/ $\sqrt{\text{Hz}}$ angegeben.

Wahl des Orbits. Die Berechnung des Signals der zeitlichen Schwerevariation am jeweiligen Ort des Satelliten erfordert einen entsprechenden Orbit. Dies kann eine aus den GPS-Beobachtungen abgeleitete echte Bahn sein. Allerdings weisen sowohl kinematische wie auch dynamische Bahnen und deren Zwischenformen stets gewisse Lücken und auch Sprünge durch Orbitmanöver o.ä. auf. Dies ist zur Berechnung der PSD zumindest ungünstig. Um dies zu vermeiden, kommen im Folgenden simulierte Bahnen aus einem Bahnintegrator zum Einsatz. Sie liegen räumlich nahe bei den echten Bahnen. Da die zeitlichen Variationen ohnehin klein sind und ein geringer Unterschied in der Satellitenposition ein sehr ähnliches Signal erwarten lässt, ist diese Approximation vertretbar.

Fall CHAMP. Im Falle des Satelliten CHAMP beruht das Missionskonzept auf dem Prinzip des Satellite-to-Satellite Tracking in der Variante hoch-niedrig (*high-low SST*). Die entscheidende Messgröße ist demnach die Position des Satelliten, die aus GPS-Beobachtungen abgeleitet wird. Nimmt man dafür weißes Rauschen zumindest innerhalb des relevanten Frequenzbandes an, so folgt $S(f) = \eta$. Für eine Zeitreihe der Länge $T = N\Delta t$ liegt die spektrale Auflösung bei $\Delta f = 1/T$. In der zugehörigen einseitigen PSD treten insgesamt $N/2$ Frequenzen zwischen $f_{\min} = 1/T \approx 0$ und der Nyquistfrequenz $f_{\max} = 1/(2\Delta t)$ mit der Abtastrate Δt auf. Aus einer diskretisierten Summation folgt für (4.5):

$$\begin{aligned}\sigma^2 &\approx \sum_f S(f)\Delta f = \frac{N}{2} \eta \frac{1}{T} = \frac{N}{2} \cdot \frac{1}{N\Delta t} \eta \\ &= \frac{1}{2\Delta t} \eta, \end{aligned} \quad (4.6)$$

vgl. auch Sneeuw (2000). Geht man in der Umkehrung von einer Positionsgenauigkeit σ aus, dann liegt die PSD des weißen Rauschens bei:

$$\eta = 2\Delta t \sigma^2 \quad \text{bzw.} \quad \sqrt{\text{PSD}} = \sqrt{2\Delta t} \sigma. \quad (4.7)$$

Da es sich bei σ um die Positionsgenauigkeit handelt, kann eine auf diese Weise abgeleitete PSD nur mit dem Signal der zeitlichen Variationen auf Positionsniveau verglichen werden. Im Rahmen der Simulationen in Kapitel 4.3 werden jedoch die Beschleunigungen aufgrund zeitvariabler Effekte entlang der Bahn berechnet. Um diese für einen Vergleich verwenden zu können, muss folglich entweder die PSD des Signals von Beschleunigungsniveau auf Positionsniveau gebracht oder die Fehlerspektraldichte der GPS-Positionsgenauigkeit auf Beschleunigungsniveau umgerechnet werden. Die entsprechenden zweifachen Integrationen bzw. Differentiationen sind im Spektralbereich sehr einfach. Ersteres geschieht durch Division der Signal-PSD mit dem Faktor $(2\pi f)^2$, letzteres durch Multiplikation der Fehler-PSD mit dem gleichen Faktor $(2\pi f)^2$.

CHAMP vs. Atmosphäre-Ozean. Unter der Annahme einer GPS-Genauigkeit von $\sigma = 1$ cm folgt bei einer entsprechend den echten dynamischen Orbits gewählten Abtastrate der Zeitreihe von 30 s für die Quadratwurzel der Fehlerspektraldichte $\sqrt{\text{PSD}} = \sqrt{2 \cdot 30} \cdot 0.01 \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ auf Positionsniveau und $\sqrt{\text{PSD}} = \sqrt{2 \cdot 30} \cdot 0.01 \cdot 4\pi^2 f^2 \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$ auf Beschleunigungsniveau. Da die Spektraldichte des Signals analog transformiert wird, enthalten die Vergleiche auf Positions- und auf Beschleunigungsniveau identische Aussagen. Die Abbildungen 4.7 und 4.8 zeigen die beiden Fälle der Fehler-PSD im Vergleich zum Signal von Atmosphäre und Ozean entlang einer simulierten CHAMP-Bahn über einen Monat. Das Signal beruht auf der Kombination der Modelle OMCT und ECMWF. Genau genommen handelt es sich um die PSD der Beträge der Beschleunigungen aufgrund der kleinen zeitlichen Schwerevariationen bis Grad und Ordnung 30 am jeweiligen Ort des Satelliten im Januar 2005.

Aus den Abbildungen geht hervor, dass das Signal im Bereich der niederen Frequenzen bis ca. 20 cpd oberhalb und über 20 cpd unter dem Rauschniveau der GPS-Empfänger liegt. Deutlich ist die Umlauffrequenz des Satelliten von etwa 16 cpd sowie Vielfache davon im Signal abgebildet. Diese Spitzen übersteigen ebenfalls noch teilweise das Rauschniveau, der Rest liegt hingegen darunter. Es sind folglich

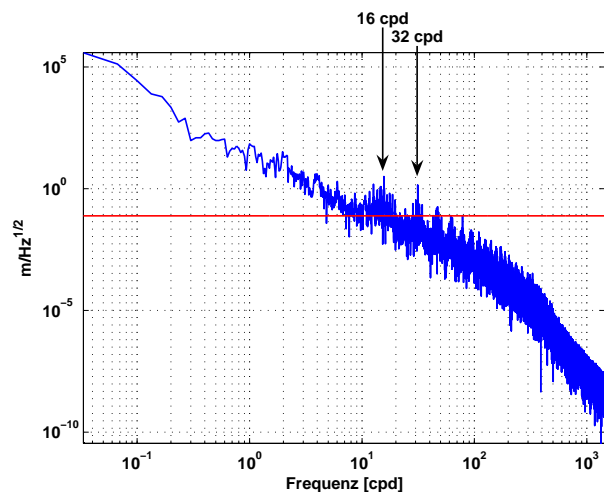


Abbildung 4.7: Spektraldichten als \sqrt{PSD} von Atmosphäre-Ozean (blau) und der GPS-Genauigkeit (rot) für eine CHAMP-Bahn auf Positionsniveau.

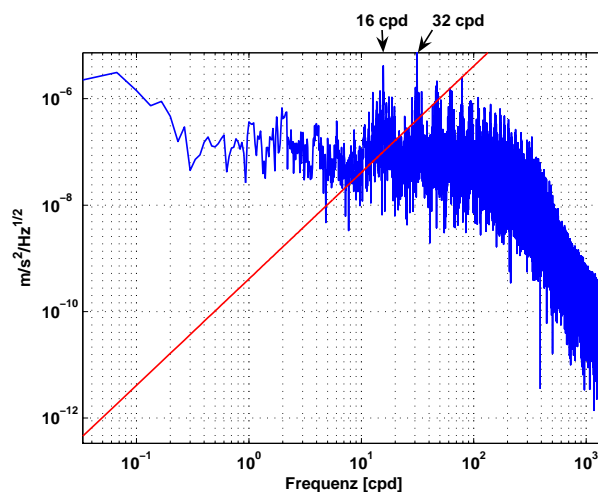


Abbildung 4.8: Spektraldichten als \sqrt{PSD} von Atmosphäre-Ozean (blau) und der GPS-Genauigkeit (rot) für eine CHAMP-Bahn auf Beschleunigungsniveau.

nur Teile des Signals messbar. Zur weiteren Interpretation ist zu beachten, dass niederfrequente Signale unter der Umlauffrequenz nicht bei jedem Umlauf detektiert werden. Beispielsweise kann ein halbtägiges Signal eine solche räumliche Ausdehnung haben, dass es nur bei jedem achten Umlauf überflogen wird. Es könnte aber auch eine kurzzeitige globale Erscheinung sein. Der Rückschluss auf die räumliche und zeitliche Struktur des Signals gelingt nur über die Verknüpfung mit dem Satellitenort und damit im Ortsbereich. Dies soll hier nicht weiter vertieft werden.

Sieht man von diesen Schwierigkeiten ab, bleibt festzustellen, dass insbesondere niederfrequente Signale messbar sind. Eine vollständige Bestimmung der atmosphärisch-ozeanischen Variationen wird jedoch kaum gelingen. Dies entspricht im übrigen den Erwartungen an die CHAMP-Mission. Eher scheint ein De-Aliasing angeraten, was bisher nicht durchgeführt wird.

CHAMP vs. Hydrologie. Ein zweiter Vergleich beschäftigt sich mit den hydrologischen Signalen. Auch hier ist aufgrund der Ergebnisse im Grad-RMS ein maximaler Grad von 30 zur Erzeugung des Signals entlang der Bahn ausreichend. Allerdings zeigt sich innerhalb eines Monats noch nicht die volle Variabilität in der Hydrologie. Daher geht neben einem monatlichen Signal für Januar 2004 (Abbildung 4.9) auch eine zweijährige Zeitreihe der Jahre 2003 und 2004 (Abbildung 4.10) in die Betrachtung ein. Datenquelle ist wie oben in Kapitel 4.2.1 das GLDAS-Modell mit einer täglichen Auflösung, interpoliert auf eine Samplingrate von 30 s. Der Orbit für die monatliche Zeitreihe ist eine simulierte CHAMP-Bahn, während für die zweijährige Zeitreihe aufgrund der in diesem Fall aufwendigen Prozessierung die Bahn eines einzelnen GRACE-Satelliten zum Einsatz kommt. Die Ergebnisse auf einer solchen Bahn unterscheiden sich nur wenig von denen auf einer CHAMP-Bahn, vgl. Kapitel 4.3. Beide Darstellungen gelten für Positionsniveau.

Die Signale sind kleiner als die von Atmosphäre-Ozean, weisen jedoch einzelne Spitzen auf, die deutlich hervortreten und die atmosphärisch-ozeanischen Signale übersteigen. Diese liegen bei einer dreitägigen, eine 12-stündlichen und eine 6-stündlichen Frequenz. Die Ursache hierfür dürfte mit dem Überflug von Regionen mit starken hydrologischen Signalen in Verbindung stehen. Die Umlauffrequenz von 16 cpd ist relativ schwach ausgeprägt. Allgemein ist das Signal jedoch kaum messbar. Lediglich die Schätzung regionaler jährlicher und halbjährlicher Variationen in den Messungen einer mehrjährigen Zeitreihe erscheint möglich. Diese wird aber überlagert sein mit atmosphärisch-ozeanischen Signalen der gleichen Periode, falls diese nicht durch Reduktionen entfernt werden.

Fall GRACE. Das entscheidende Element der GRACE-Mission ist die Abstandsmessung zwischen den beiden Satelliten mittels eines K-Band-Links, das sog. *low-low SST*. Daneben dienen Beschleunigungsmesser in allen drei Achsen der Erfassung von Störkräften, die auf die Satelliten wirken. Die Fehlercha-

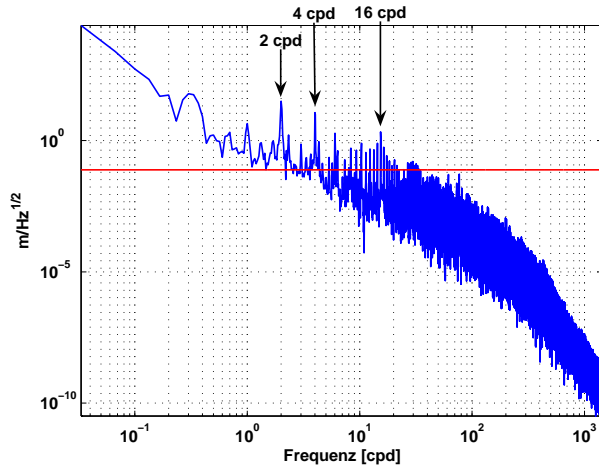


Abbildung 4.9: Spektraldichten als \sqrt{PSD} kontinentaler Hydrologie über einen Monat (blau) und der GPS-Genauigkeit (rot) für eine CHAMP-Bahn.

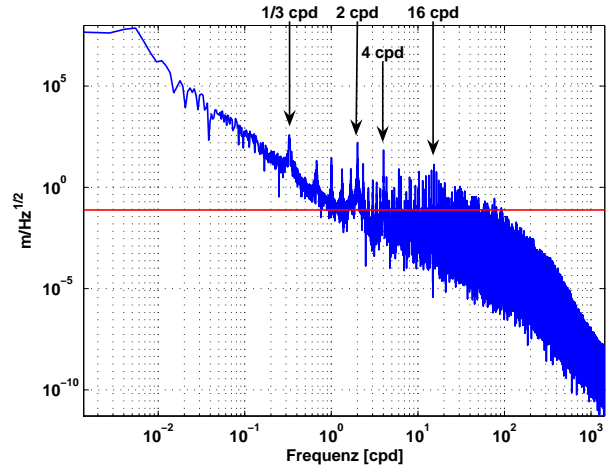


Abbildung 4.10: Spektraldichten als \sqrt{PSD} kontinentaler Hydrologie über zwei Jahre (blau) und der GPS-Genauigkeit (rot) für eine GRACE-Bahn.

rakteristika beider Systeme sind maßgeblich für die erreichbaren Ergebnisse (Kim et al., 2001). Wenn beispielsweise nichtgravitative Störkräfte wie Luftwiderstand oder Strahlungsdruck der Sonne durch die Beschleunigungsmesser mit einer geringeren Genauigkeit als der des K-Bands erfasst werden, dann ist auch die hochgenaue K-Band-Messung nicht voll nutzbar, da die größeren Fehler des Beschleunigungssensors überwiegen.

Die Abstandsmessung mittels K-Band weist nach Thomas (1999), Appendix B eine PSD auf, die aus einem frequenzabhängigen Teil durch Oszillator-Rauschen und einem weißen Rauschen besteht:

$$S(f)_K = \frac{1}{2} \left(1 - e^{-2\pi\tau f}\right)^2 \left(0.029 + \frac{77}{f^2} + \frac{5.3}{f^3} + \frac{0.0059}{f^4}\right) \cdot 10^{-12} + 10^{-12} \text{ m}^2/\text{Hz} . \quad (4.8)$$

Dabei steht τ für die Signallaufzeit zwischen den beiden Satelliten, z.B. $\tau = \varrho/c = 7 \cdot 10^{-4}$ s für einen Abstand von $\varrho = 210$ km mit der Lichtgeschwindigkeit c . Im Frequenzbereich bis ca. 2 mHz ist das Oszillatorrauschen dominant, darüber das Systemrauschen.

Bei den Akzelerometern geben Thomas (1999), Appendix B und JPL (2002) einen Instrumentenfehler von

$$S(f)_{x,z} = \left(1 + \frac{0.005}{f}\right) \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{s}^4/\text{Hz} \quad (4.9)$$

für die Sensoren in Flugrichtung und in radiale Richtung an, während quer zur Flugrichtung nur

$$S(f)_y = \left(1 + \frac{0.1}{f}\right) \cdot 10^{-18} \text{ m}^2/\text{s}^4/\text{Hz} \quad (4.10)$$

spezifiziert sind. Unterhalb einer gewissen Knickfrequenz ist in beiden Fällen ein $1/f$ -Verhalten zu erwarten, darüber dominiert erneut weißes Rauschen. Möchte man die beiden Systeme gemeinsam und im Vergleich zu zeitvariablen Signalen betrachten, so muss beispielsweise noch die Fehlerspektraldichte des K-Bands auf Beschleunigungsniveau gebracht werden: $S(f)_K \cdot 4\pi^2 f^2$.

GRACE vs. Atmosphäre-Ozean. Wie oben im Fall CHAMP sind zunächst atmosphärisch-ozeanische Signale betrachtet. Damit das Signal zur Messgröße passt, dient als Signal diesmal die Differenz der Beschleunigungen zweier Satelliten, die ungefähr im obigen Abstand d hintereinander auf der gleichen Bahn fliegen. Dieses Differenzsignal nimmt damit erheblich kleinere Werte an als im Fall CHAMP. Erneut ist das Signal aus der Synthese interpolierter Potentialkoeffizienten bis Grad und Ordnung 30 der Kombination OMCT-ECMWF im Januar 2005 abgeleitet. Die Spektraldichten hiervon sind in Abbildung 4.11 den Fehler-PSD der Sensoren gegenübergestellt. Aus Gründen der Einfachheit wurde auf

eine Transformation ins bahnbegleitende Dreibein verzichtet und nur der Betrag der Beschleunigungen verwendet. Für einen Eindruck von der Relation zwischen Signalstärke und Messgenauigkeit reicht dies aus.

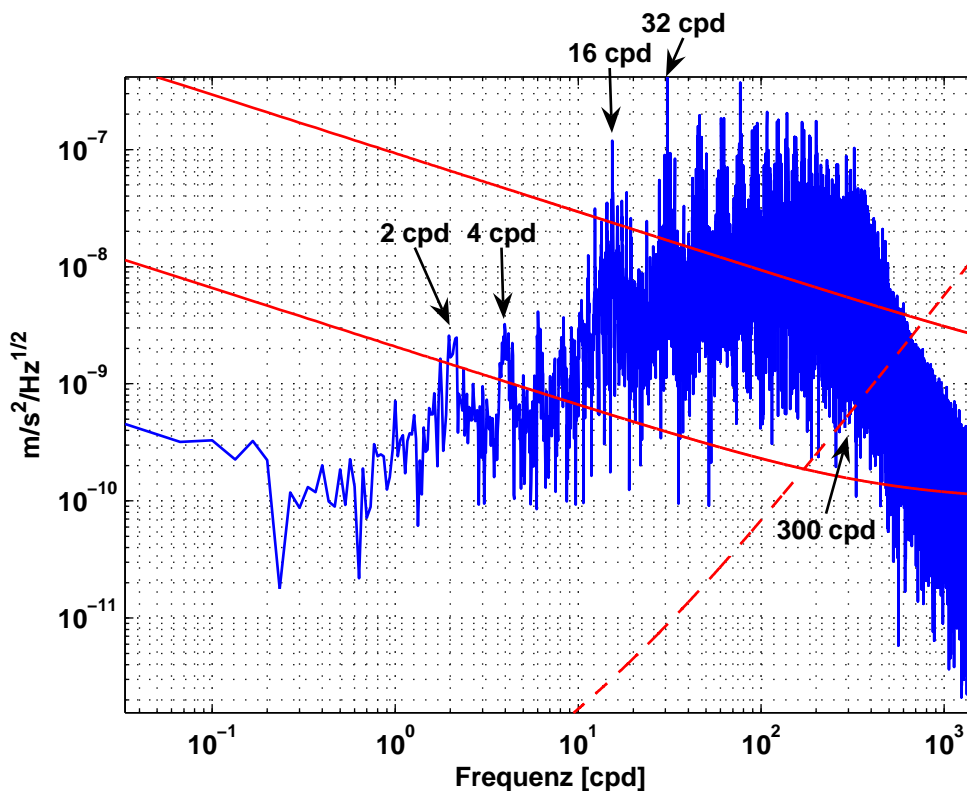


Abbildung 4.11: Spektraldichten als $\sqrt{\text{PSD}}$ atmosphärisch-ozeanischer Variationen (blau), des K-Bands (rot gestrichelt) und des Beschleunigungsmessers (rot durchgezogen) für eine GRACE-Bahn über einen Monat. Für die genaueren Achsen des Beschleunigungsmessers (radial, along-track) gilt die obere rote Kurve, quer zur Flugrichtung die untere Kurve.

Im Signal ragen erneut die Umlauffrequenz und Vielfache davon markant heraus. Zudem gibt es Spitzen bei täglichen, halbtäglichen und 6-stündlichen Perioden. Das K-Band kann die Signale bis zu hohen Frequenzen von $300 \text{ cpd} = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$ vollständig erfassen. Auch die Genauigkeit der beiden guten Akzelerometerachsen liegt von halbtäglichen Perioden an unterhalb der Signalstärke. Lediglich quer zur Flugrichtung wirkt das Akzelerometer limitierend auf die Genauigkeit und umfasst nur Teile des Signals. Davon abgesehen kann man aber von merklichen Einflüssen atmosphärisch-ozeanischer Massenvariationen auf die Beobachtungen ausgehen. Grundsätzlich ist man damit zum einen in der Lage, die Variationen zu messen bzw. zum anderen in der Notwendigkeit, diese zu korrigieren, wenn sie nur lokal oder zu schnell ablaufen.

GRACE vs. Hydrologie. Abschließend sei noch die PSD der hydrologischen Signale über zwei Jahre mit den Sensorgenauigkeiten verglichen (Abbildung 4.12). Das Signal weist eine deutliche Ähnlichkeit mit dem von Atmosphäre-Ozean auf, wobei wie im Falle von CHAMP die Umlauffrequenzen nicht so deutlich hervortreten. Es zeigen sich dagegen signifikante 3-tägige, 12-stündliche und 6-stündliche Signale. Dies liegt erneut an den großen ozeanischen Bereichen, über denen hydrologische Signale nur sehr schwach sind. Die Messbarkeit ist deutlich schlechter als im Falle von Atmosphäre und Ozean, in Teilen aber durchaus gegeben. Einschränkungen entstehen vor allem durch die Ungenauigkeiten des Akzelerometers.

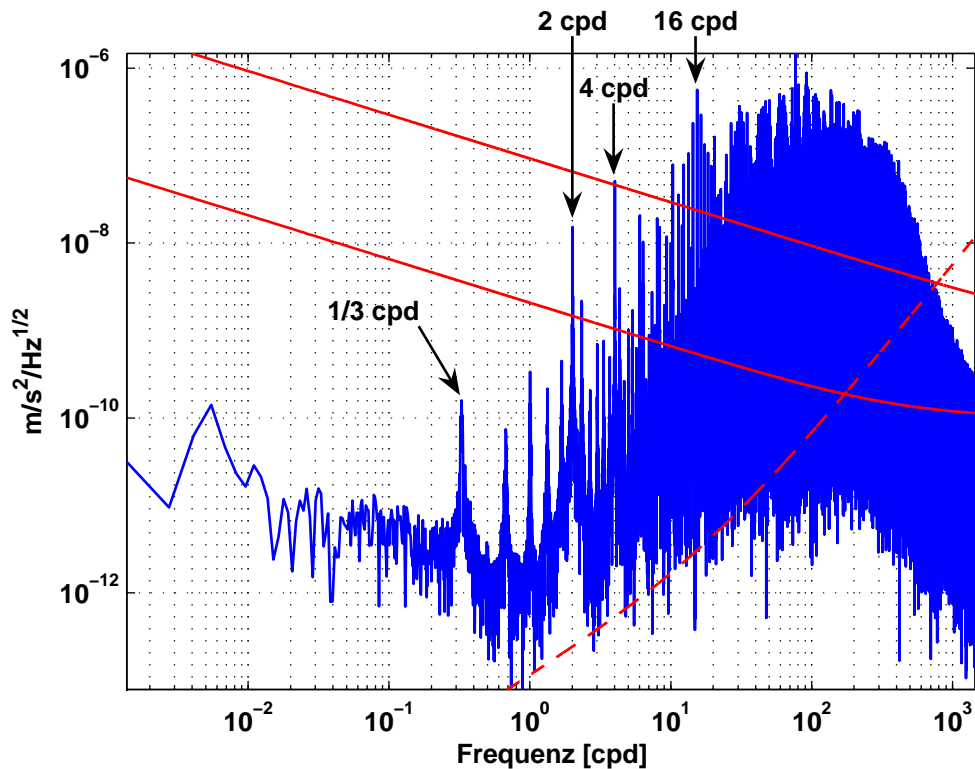


Abbildung 4.12: Spektraldichten als \sqrt{PSD} hydrologischer Variationen (blau), des K-Bands (rot gestrichelt) und des Beschleunigungsmessers (rot durchgezogen) für eine GRACE-Bahn über zwei Jahre. Zuordnung zu den Achsen des Beschleunigungsmessers wie in Abbildung 4.11.

4.3 Abtastung und Aliasing

Die Betrachtungen in Kapitel 4.2 erlauben einen Einblick in die Fragestellung, bis zu welchen räumlichen Strukturen die zeitlichen Variationen mit den Satellitenmissionen ungefähr erfasst werden können und welche Teile des Signals mit den Sensoren grundsätzlich messbar sind. Sie geben jedoch keine Auskunft über die Problematik des Aliasing durch räumlich zu grobe oder zeitlich zu niedrige Abtastraten bei lokalen oder hochfrequenten Signalen. Gerade wenn diese im messbaren Bereich liegen und beispielsweise ortsfest eine tägliche Periode aufweisen, treten Probleme durch die ungenügende Abtastrate auf, vgl. Abbildung 4.2. Abhilfe schafft hier nur die Berücksichtigung durch entsprechende Reduktionen zu jedem Beobachtungszeitpunkt, da die Abtastung nicht beliebig erhöht werden kann.

Eine Untersuchung dieser Problematik ist nur durch Schwerefeldschätzungen mit und ohne Anbringung der Reduktionen (auch De-Aliasing genannt) möglich. Entsprechende Betrachtungen sind Inhalt dieses Kapitels. Nach einer Einführung in allgemeine Aliasingprobleme bei verschiedenen Satellitenmissionen (Kapitel 4.3.1) wird das verwendete Simulationsmodell vorgestellt (Kapitel 4.3.2). Es folgen Ergebnisse einiger Fallstudien für die Missionskonzepte des SST high-low (CHAMP, Kapitel 4.3.3) und des SST low-low (GRACE, Kapitel 4.3.4). Abschließend ist in Kapitel 4.3.5 anhand von Beispielen gezeigt, wie die aus Aliasingeffekten resultierenden Fehler mit entsprechenden Filtern reduziert werden können.

4.3.1 Aliasingprobleme bei Satellitenmissionen

Wird ein Signal mit einer zu niedrigen Samplingrate abgetastet, so erscheint es längerperiodisch als es tatsächlich ist. Diese scheinbare Frequenz wird auch Aliasingfrequenz genannt. Das Phänomen Aliasing tritt im Zusammenhang mit der Abtastung eines Signals auf der Erde durch einen Satellit nicht nur bei

Schwerefeldmissionen auf, sondern beispielsweise auch in der Altimetrie. Es bietet sich daher an, einen Blick auf den Umgang mit diesem Problem in der Altimetrie zu werfen.

Allgemein kann nach einem Vorschlag von N. Sneeuw (2005) gemäß der Periodizität von Signal und Abtastung durch den Satellit eine Einteilung in 4 Fälle vorgenommen werden, wie sie in Tabelle 4.1 dargestellt ist. Eine periodische Abtastung ist dabei gleichbedeutend mit einer sich periodisch wiederholenden Bahn des Satelliten (sog. *repeat orbit*). Dies ist in erster Linie von der großen Halbachse a , der Inklination i und der Exzentrizität e der Bahn des Satelliten abhängig. Solche Bahnen kommen häufig in der Altimetrie zum Einsatz. Schwerefeldmissionen zielen stärker auf eine homogene räumliche Abtastung; ihre Bahnen weisen im Allgemeinen keine Wiederholungszyklen auf. Trotz dieses grundsätzlichen Unterschieds hilft eine Betrachtung aller 4 Fälle der Tabelle 4.1 zum besseren Verständnis der Problematik des Aliasing.

Tabelle 4.1: Auftreten von Aliasing je Signal und Abtastung.

	periodische Bahn	nicht-periodische Bahn
periodisches Signal	Fall 1	Fall 2
nicht-periodisches Signal	Fall 3	Fall 4

Fall 1: periodisches Signal, repeat orbit. Diese Kombination stellt den einfachsten Fall dar und tritt hauptsächlich bei Gezeiten in der Altimetrie auf. Parke et al. (1987) und Schlax und Chelton (1994) diskutieren diesen Fall ausführlich und geben Formeln zur Berechnung der Aliasingfrequenz bzw. der zu ihr inversen Aliasperiode in Abhängigkeit von den Orbitparametern an. Ausgangspunkt ist die Präzessionsrate der Knotenlage der Bahnebene $\dot{\Omega}$. Sie wird vor allem von der Abplattung der Erde verursacht und berechnet sich im Inertialsystem nach Kaula (1966) Gleichung (3.74) oder bei einer nahezu kreisförmigen Bahn auch vereinfacht zu $\dot{\Omega} = -4.17 \cdot 10^7 \cdot a^{-7/2} \cos i$ in [rad/s] aus großer Halbachse a und Bahnneigung i .

Die Bedingung für einen repeat orbit ist, dass der Satellit eine ganze Anzahl β von Umläufen in einer ganzen Anzahl α von Knotentagen durchläuft und dabei β und α relative Primzahlen zueinander sind, also keinen gemeinsamen Teiler aufweisen (Sneeuw, 2000). Unter einem Knotentag versteht man den Zeitraum bis zur Wiederkehr des aufsteigenden Satelliten über denselben Meridian. Da $\dot{\Omega}$ klein ist, entspricht dies nahezu einem Kalendertag (Parke et al., 1987). Der Längenabstand am Äquator zwischen den Bahnen beträgt nach einem Wiederholungszyklus dann $\Delta\lambda = 2\pi/\beta$. Die Wiederholungsperiode T_r und damit auch die Abtastrate liegt bei $T_r = 2\pi \cdot \alpha/(\omega_e - \dot{\Omega})$ mit der Erdrotationsrate ω_e . Die Nyquistperiode T_n ist folglich $2T_r$. Typische Werte für T_r in der Altimetrie liegen bei knapp 10 Tagen (TOPEX) oder 35 Tagen (ERS).

Die Aliasingperiode T_a für ein Signal der Frequenz f folgt nun nach Schlax und Chelton (1994) sehr einfach: Zwei Beobachtungen am gleichen Ort haben den zeitlichen Abstand T_r voneinander, während sich das Signal um $f \cdot T_r$ ganze Schwingungen und eine Phasendifferenz

$$\delta\phi = 2\pi(fT_r - \lfloor fT_r + 0.5 \rfloor) \quad (4.11)$$

ändert. Dabei bedeutet $\lfloor \cdot \rfloor$ eine Gaußklammer². Beobachtungen im zeitlichen Abstand ganzzahliger Vielfacher von

$$T_a = \left\lfloor \frac{2\pi T_r}{\delta\phi} \right\rfloor \quad (4.12)$$

tasten folglich die gleiche Phase des Signals ab. Das Signal erscheint dann als Schwingung mit der Periode T_a in den Beobachtungen.

Parke et al. (1987) stellen für die Gezeiten einen direkten Bezug zu den Orbitparametern her. Alternativ zu (4.11) ergibt sich $\delta\phi$ mit der täglichen Änderungsrate der Knotenlage bezüglich der Sonne $\dot{\Omega}_e =$

² Gaußklammer: Abrundungsfunktion von einer reellen Zahl auf die nächste kleinere ganze Zahl; MATLAB-Befehl `floor`.

$\dot{\Omega} - (\omega_e - 2\pi)$ zu

$$\delta\phi = \alpha \cdot 2\pi n \left(\frac{\dot{\Omega}_e}{2\pi - \dot{\Omega}_e} - \frac{nT - 1}{nT} - \frac{\dot{\Omega}_e(nT - 1)}{nT(2\pi - \dot{\Omega}_e)} \right), \quad (4.13)$$

wobei $n = 1$ für tägliche und $n = 2$ für halbtägliche Partialtiden der Periode $T = 1/f$ steht. Entsprechende Ergebnisse für verschiedenste Bahnkonfigurationen in der Altimetrie sind in Parke et al. (1987) diskutiert. Weitergehende Betrachtungen etwa zu den Phasenverschiebungen zwischen benachbarten Meridianüberflügen und dem Umgang mit den verfälschten Signalen stellen Schlawx und Chelton (1994) an. Teilweise können diese grundlegenden Zusammenhänge auch im Falle der Schwerefeldmissionen genutzt werden, wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird. Ponte und Lyard (2001) diskutieren eine Reduktion der verfälschten Signale durch entsprechende Filter. Auch dies wird in Kapitel 4.3.5 wieder aufgegriffen.

Fall 2: periodisches Signal, non-repeat orbit. Die Flughöhe der Schwerefeldmissionen sinkt im Laufe der Zeit langsam ab. So lagen die Flughöhen von CHAMP und GRACE in den Jahren von 2002 bis 2004 im Bereich von 435-370 km bzw. 515-455 km. Teilweise führen Orbitmanöver auch zu Anhebungen, vgl. Abbildungen 4.13 und 4.14 für die Flughöhen aus dynamischen Bahnen. Lücken weisen dabei auf fehlende GPS-Beobachtungen oder aus anderen Gründen nicht nutzbare Zeiträume hin. Die Breite der Kurve beruht auf der Exzentrizität der Bahnen und den daraus resultierenden Höhenänderungen pro Umlauf.

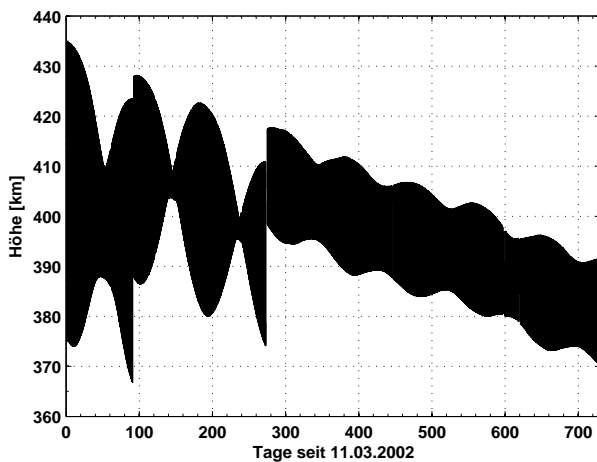


Abbildung 4.13: Flughöhe des CHAMP-Satelliten über 2 Jahre.

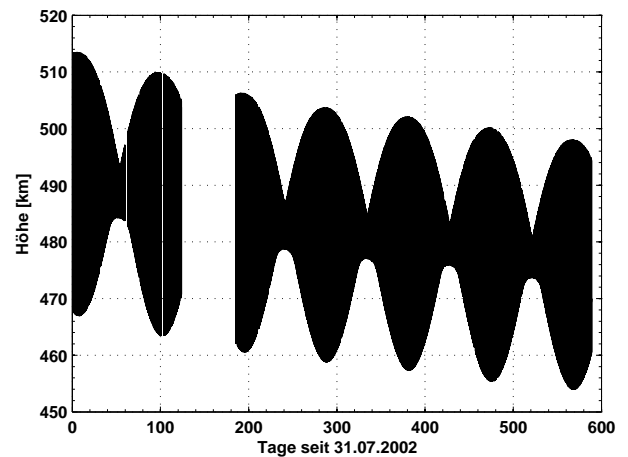


Abbildung 4.14: Flughöhe eines GRACE-Satelliten über 20 Monate.

Allein schon aufgrund der sich permanent verändernden Flughöhe weisen die Bahnen der Schwerefeldmissionen im Allgemeinen keinen Wiederholungszyklus auf. Die Satelliten erfassen daher statische oder zeitvariable Signale laufend mit unterschiedlicher Sensitivität. Trotzdem sind die Überlegungen aus der Altimetrie nützlich, um Abschätzungen zur Auswirkung von periodischen Signalen wie z.B. Fehlern in den Modellen für die Ozeangezeiten machen zu können. Kurzzeitig durchlaufen die Satelliten während des Absinkens der Flughöhe Wiederholungskonfigurationen, wie dies in Abbildung 4.15 für eine simulierte GRACE-Bahn ($i = 89^\circ$, $e = 0.003$, nur durch die Abplattung der Erde gestört) dargestellt ist (vgl. auch Sneeuw et al. (2005a); Gooding et al. (2005)). Insbesondere die Konfigurationen mit einer Wiederholung nach sehr wenigen Tagen, d.h. niedrigem α , kommen der tatsächlichen Bahn nahe, da sich die Orbitparameter in solch kurzen Zeiträumen nur gering ändern. Leichte Abweichungen der Bahn von den Situationen eines perfekten repeat orbit bewirken keine großen Unterschiede in der Systematik der Abtastung. Eine Rückführung auf den Fall des repeat orbit erscheint somit vertretbar. Die zu 4.15 analogen Abbildungen für CHAMP und auch GOCE zeigen ein sehr ähnliches Bild. Beispiele für die jeweiligen Bahnparameter a , i und e zu ausgewählten Konfigurationen α/β sind in Tabelle 4.2 wiedergegeben.

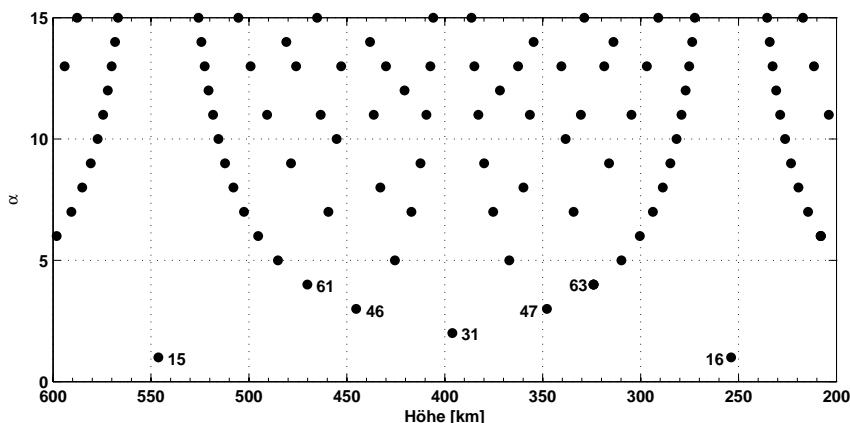


Abbildung 4.15: Wiederholungskonfigurationen eines GRACE-Orbits je nach Flughöhe. Die Zahlen bei den Konfigurationen mit α zwischen 1 und 4 geben die Anzahl der Umläufe β an.

Tabelle 4.2: Orbitparameter für Wiederholungszyklen simulierter CHAMP-, GRACE- und GOCE-Bahnen.

	CHAMP	GRACE	GOCE
a_h [km]*	392.6	470.1	268.1
i [°]	87.0	89.0	96.5
e	0.003	0.003	0.0
α/β	2/31	4/61	1/16

* $a_h = a - 6378.137$ km

Mit den Werten der Tabelle 4.2 lassen sich aus (4.13) und (4.12) beispielsweise für die 8 größten Partialtiden der Ozeangezeiten entsprechende Aliasperioden angeben. Dies beinhaltet neben der Annahme, dass die Signale allein durch ihre Frequenz charakterisiert werden können auch die Annahme einer Abtastung wie in der Altimetrie. Zusammen mit den in der Praxis nicht exakt erfüllten Bedingungen eines Wiederholungszyklus führt dies zur Vorstellung der Schwerefeldmissionen als Altimeter mit sehr großem Streuungskegel der Radarstrahlen (sog. *footprint*). Die Ergebnisse einer solchen Rechnung liefern folglich keine exakten Werte für tatsächlich auftretende Aliasperioden, sind aber dennoch als Anhaltspunkt brauchbar. Zahlenwerte für T_a sind in Tabelle 4.3 zusammengestellt.

Tabelle 4.3: Aliasperioden ausgewählter Partialtiden für CHAMP-, GRACE- und GOCE-Bahnen gemäß Tabelle 4.2.

Tide	T [h]	CHAMP T_a [d]	GRACE T_a [d]	GOCE T_a [d]
M_2	12.420601	13.24	13.52	14.75
S_2	12.000000	127.78	160.55	∞
N_2	12.658348	8.94	9.07	9.61
K_2	11.967235	425.48	1328.03	184.32
K_1	23.934470	850.97	2656.05	368.64
O_1	25.819342	13.44	13.59	14.19
P_1	24.065890	150.36	170.87	361.91
Q_1	26.868357	9.04	9.10	9.36

Die Aliasperioden beginnen bei etwa 9 Tagen und reichen bis zu einer Abbildung ins statische Schwerefeld bei S_2 und der sonnensynchronen GOCE-Bahn. Sie sind in guter Übereinstimmung mit den Werten anderer Untersuchungen zum gleichen Thema, bei denen verschiedene andere Berechnungsmethoden angewandt wurden (Knudsen und Andersen, 2002; Ray et al., 2003; Knudsen, 2003; Ray und

Luthcke, 2006). Probleme in der Schwerefeldbestimmung treten dann auf, wenn die Aliasperioden länger als die verwendete Zeitreihe der Beobachtungsdaten werden. Beispielsweise bilden sich Fehler der für Korrekturen verwendeten Ozeangezeitenmodelle in S_2 , K_2 , K_1 und P_1 in monatlichen Schwerefeldern ab. Langzeitige statische Lösungen von CHAMP und GRACE können Fehler von K_1 und K_2 enthalten, während bei GOCE vor allem S_2 fehlerfrei sein sollte. Man beachte jedoch, dass die auf- und absteigenden Bahnbögen tägliche Gezeiten mit einer um ca. 180° unterschiedlichen Phase abtasten. Sie fallen dadurch in einer zeitlichen Mittelung zwar nicht heraus, reduzieren sich aber merklich (Ray und Luthcke, 2006). Halbtägliche Gezeiten sind davon unberührt.

Für genauere Aussagen zu den Auswirkungen auf die Schwerefeldbestimmung ist eine vollständige Simulation mit tatsächlichen Unsicherheiten der Ozeangezeitenmodelle und Verwendung echter oder simulierter Beobachtungsdaten erforderlich. Insbesondere kommt dann auch das Verhältnis zwischen der Signalstärke der Unsicherheiten und den Messgenauigkeiten zum Tragen. Ray und Luthcke (2006) sowie Schrama und Visser (2007) beschreiben Studien dieser Art für GRACE, während Han et al. (2006b) entsprechende Simulationen für GOCE durchführen. Die Ergebnisse dort bestätigen die grundsätzlichen Aussagen aus den einfachen Rechnungen für periodische Signale, wie sie oben gezeigt sind.

Fall 3: nicht-periodisches Signal, repeat orbit. Räumlich inhomogene oder zeitlich aperiodische Signale erschweren die Ermittlung eines potentiellen Aliasing erheblich. Im Allgemeinen können Aussagen über die Wirkung eines solchen Signals auf die Beobachtungen nur durch Simulationen mit realistischen Bahnen abgeleitet werden. Der Vergleich zwischen Ergebnissen mit und ohne zeitvariable Effekte gibt dann Auskunft über die räumliche Ausprägung. Meist bestehen die Gegenmaßnahmen in geeigneten Filterungen der Ergebnisse.

In der Literatur finden sich mehrere Untersuchungen zu diesem Problem bei Satelliten mit Wiederholungsbahnen. So beschäftigen sich Zeng und Levy (1995) mit der Struktur von nicht-periodischen Windfeldern in ERS1-Beobachtungen. Chen und Ezraty (1997) sowie Parke et al. (1998) behandeln die Schwierigkeiten bei räumlich inhomogenen Signalen wie Rossby-Wellen oder Kelvin-Wellen in der Altimetrie. Da die Schwerefeldmissionen jedoch keine Wiederholungsbahnen aufweisen, soll auf die Details hier verzichtet und direkt zum Fall 4 übergegangen werden.

Fall 4: nicht-periodisches Signal, non-repeat orbit. Atmosphärisch-ozeanische oder hydrologische Schwerevariationen weisen zwar signifikante Frequenzen auf (vgl. Kapitel 3.3.3 und 3.4.3), diese sind jedoch räumlich sehr inhomogen und von vielen kleinräumigen nicht-periodischen Variationen überlagert. Dadurch entsteht entlang einer Satellitenbahn ein Signal, das zwar erneut einige markante Frequenzen wie die Bahnfrequenz aufweist (siehe Kapitel 4.2.2), aber nicht als rein periodisch gelten kann. Dies kompliziert die Ermittlung der Aliasingeffekte so, dass dafür bisher noch keine analytische Beschreibung gefunden wurde.

Zur Abschätzung der Wirkung solcher Signale auf die Schwerefeldlösungen wurden daher mehrere numerische Studien durchgeführt, in denen unterschiedlich detaillierte Modellierungen und Ansätze zum Einsatz kommen (Thompson et al., 2004; Han et al., 2004; Seo und Wilson, 2005b; Schrama und Visser, 2007). Das prinzipielle Vorgehen ist im obigen Fall 3 beschrieben. Anhand der bisher in dieser Arbeit verwendeten Datensätze folgt nun in den nächsten Kapiteln eine ähnliche Untersuchung für die Messprinzipien des SST high-low und des SST low-low.

4.3.2 Simulationsmodell

Das Modell zur Simulation der Auswirkungen zeitvariabler Schwerevariationen umfasst die Bereiche der Vorwärtsrechnung, der Abtastung und der Rückwärtsrechnung. Um ein solches Modell zu erstellen, empfiehlt sich zunächst ein Aufbau ohne Berücksichtigung zeitlicher Variationen. Erst nach Erreichen der Konsistenz zwischen Input und Output sollten diese hinzugenommen werden. Dementsprechend ist in den folgenden Abschnitten zunächst ein zeitlich invariantes Modell mit seinen Komponenten beschrieben. Anschließend geht es um die zusätzlichen Elemente bei Berücksichtigung zeitlicher Änderungen im Schwerefeld.

Modell ohne zeitliche Variationen. Abbildung 4.16 gibt den Aufbau des Modells schematisch wieder. Die Eingangsgröße rechts oben in der Abbildung ist ein Satz normierter Potentialkoeffizienten \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} gemäß der Definition in Gleichung (2.3). Das auf diese Weise parametrisierte Schwerefeld wirkt in einer Bahnintegration als Kräftefunktion auf einen Satelliten, der an einem frei wählbaren Anfangsort startet. Aus der Zeitreihe der Orts- und Geschwindigkeitsvektoren \mathbf{x} und $\dot{\mathbf{x}}$ wird mittels einer Energiebilanz das Störpotential T als Zeitreihe entlang des Orbits abgeleitet. Diese Größe kann durch eine Synthese entlang der Bahn kontrolliert werden. Die Rückrechnung auf die Koeffizienten leistet schließlich eine Analyse mittels einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Der Vergleich mit den Eingangsgrößen liefert die Grundlage für die Interpretation der Simulationen.

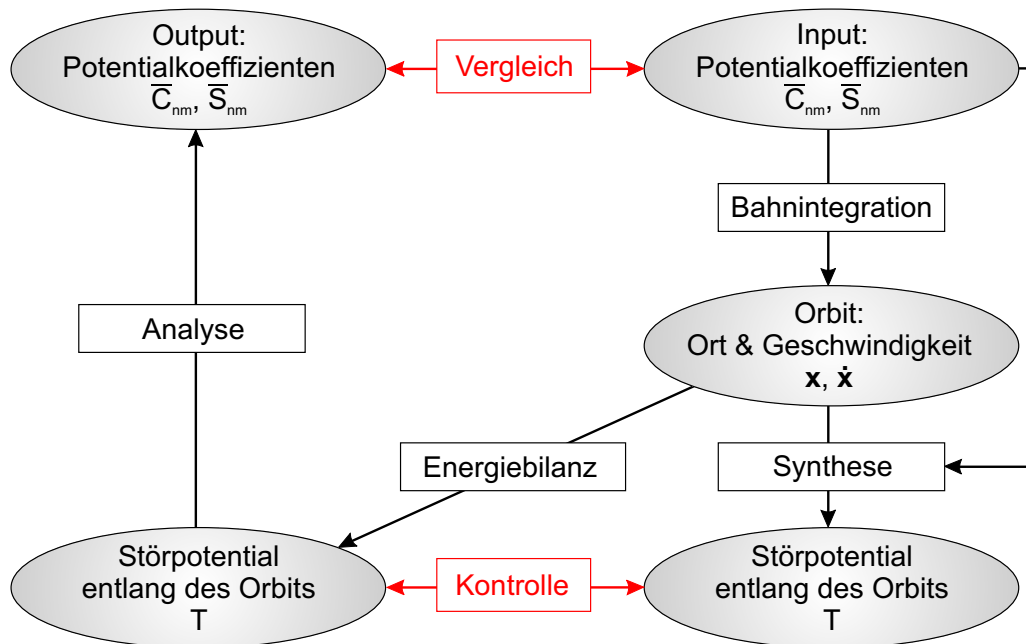


Abbildung 4.16: Ablaufschema zum Simulationsmodell ohne zeitliche Schwerevariationen.

Allgemein ist anzumerken, dass alle dargestellten Größen sich auf ein erdfestes Koordinatensystem beziehen. Nur innerhalb der Bahnintegration kommt es zu Abweichungen hiervon. Diese stellt einen der vier Rechenschritte dar, die eckig umrandet sind. Berechnete Parameter sind hingegen eingekreist und farbig hinterlegt. Die roten Kästen dienen als Kontrollmöglichkeit bzw. dem Vergleich zwischen Input und Output und geben im statischen Fall Auskunft über die Genauigkeit des Modells.

Bei keiner der Simulationen in dieser Arbeit gehen die Genauigkeitseigenschaften der Sensoren mit ein. Sie werden als perfekt angenommen. Da dies in der Realität nicht der Fall ist, können die Ergebnisse nicht direkt auf die Missionen CHAMP und GRACE bezogen werden. Für einen Einblick in die Systematik der Abtastung und der Abbildung kleiner zeitvariabler Signale auf ein statisches Feld ist es hingegen günstig, wenn die Sensorgenauigkeiten nicht als limitierender Faktor wirken. Vergleiche der Simulationsergebnisse mit anderen Studien, die zumeist diese Beschränkungen berücksichtigen, sind daher nur begrenzt möglich, vgl. Kapitel 4.3.4.

Somit bedürfen nun die vier Rechenschritte Bahnintegration, Energiebilanz, Synthese und Analyse noch einer weiteren Erläuterung.

Bahnintegration. Die Integration einer Satellitenbahn in einem Kräftefeld liefert Zeitreihen von Koordinaten $\mathbf{x}(t)$ und Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{x}}(t)$. Die Zeitabhängigkeit soll wie zuvor durch den Zeitparameter t gekennzeichnet sein. Die Bahnintegration kommt hier zum Einsatz, damit die Eingangsgröße klar definiert ist, mit der die Ergebnisse der Analyse zu vergleichen sind. Würde man alternativ echte beobachtete Bahnen benutzen, so wäre dies nicht gegeben. Um das Modell einfach zu halten, werden auch Störkräfte wie der Strahlungsdruck der Sonne, der Luftwiderstand in der Restatmosphäre usw. nicht berücksichtigt. Die wirkende Kraft soll rein aus einem statischen Schwerefeld bestehen.

Die Realisierung der Integration basiert auf dem MATLAB-Programmpaket SATLAB (Schmidt, 1999). Das Kräftemodell resultiert demnach aus den gravitativen Beschleunigungen und damit dem Gradienten des Gravitationspotentials V :

$$\nabla V = \begin{pmatrix} \partial V / \partial x \\ \partial V / \partial y \\ \partial V / \partial z \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

Dafür werden zunächst die partiellen Ableitungen des Potentials in sphärischen Koordinaten $\{r, \theta, \lambda\}$ gebildet, vgl. (2.2)

$$\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm} [\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda] \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n \frac{\partial \bar{P}_{nm}}{\partial \theta} [\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda] \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n m \cdot \bar{P}_{nm} [\bar{S}_{nm} \cos m\lambda - \bar{C}_{nm} \sin m\lambda] \quad (4.17)$$

mit einem mittleren Erdradius R . Die verwendeten Formeln zur Berechnung der vollständig normalisierten Legendre-Funktionen \bar{P}_{nm} und deren erster Ableitung sind in Anhang A angegeben. Der Übergang auf kartesische Koordinaten und damit die Elemente des Gradienten ∇V gelingt unter Anwendung der Kettenregel:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial y} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial z}. \quad (4.20)$$

Die noch fehlenden Differentiale entstehen aus der Transformation zwischen sphärischen und kartesischen Koordinaten:

$$\begin{aligned} \partial r / \partial x &= \sin \theta \cos \lambda & \partial r / \partial y &= \sin \theta \sin \lambda & \partial r / \partial z &= \cos \theta \\ \partial \theta / \partial x &= \cos \theta \cos \lambda / r & \partial \theta / \partial y &= \cos \theta \sin \lambda / r & \partial \theta / \partial z &= -\sin \theta / r \\ \partial \lambda / \partial x &= -\sin \lambda / (r \sin \theta) & \partial \lambda / \partial y &= \cos \lambda / (r \sin \theta) & \partial \lambda / \partial z &= 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Zu jedem Integrationszeitpunkt wird der auf den Satelliten wirkende und in kartesischen Koordinaten ausgedrückte Beschleunigungsvektor $\ddot{\mathbf{x}} = \nabla V$ berechnet und in das Inertialsystem transformiert, damit keine Trägheitskräfte zu berücksichtigen sind. Zweimalige Integration liefert $\dot{\mathbf{x}}(t)$ und $\mathbf{x}(t)$, die für die weitere Rechnung wieder in das erdfeste System rotiert werden. Für Details zu den Transformationen und der Integration selbst sei auf Schmidt (1999) verwiesen.

Energiebilanz, statisch. Die Nutzung der Erhaltung der Bahnenergie eines Satelliten zur Schwerefeldbestimmung wird seit vielen Jahren in der Geodäsie diskutiert. Die Realisierung des SST-Missionskonzeptes führte zu einer Vielzahl von praktischen Anwendungen dieser Methode in den letzten Jahren. Eine entsprechende Übersicht und eine ausführliche Darstellung hierzu bietet beispielsweise Mayer-Gürr (2006) oder Han (2003). Dies soll hier nicht wiederholt werden. Die folgende kurze Beschreibung der verwendeten Gleichungen dient lediglich der Vollständigkeit in der Erläuterung des Simulationsmodells. Die Umsetzung erfolgte ausgehend von den Programmen von Gerlach et al. (2003c) und Mayr (2005).

In einem Modell ohne zeitliche Schwerevariationen und nicht-gravitative Störkräfte ist die Satellitenbahn nur von konservativen Kräften beeinflusst. In einem erdfesten Bezugssystem gilt entlang einer Satellitenbahn dann die Beziehung (Visser et al., 2003; Gerlach et al., 2003a,b)

$$T(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}(t)^2 - Z(\mathbf{x}, t) - U(\mathbf{x}, t) - C \quad (4.22)$$

mit den Geschwindigkeitsvektoren $\dot{\mathbf{x}}(t)$, dem Zentrifugalpotential $Z(\mathbf{x}, t) = 1/2 (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}(t))^2$, $U(\mathbf{x}, t)$ dem Normalpotential (z.B. des GRS80) und C einer unbekanntenen Energiekonstanten, auch Jacobikonstante genannt. Dabei steht $\boldsymbol{\omega}$ für den Vektor der Erdrotation, der vereinfacht als konstant angenommen wird. Man beachte, dass alle Größen außer der Konstanten C Zeitreihen entlang der Bahn des Satelliten sind. Die Gleichung (4.22) ermöglicht die Berechnung des Störpotentials entlang der Bahn aus $\mathbf{x}(t)$ und $\dot{\mathbf{x}}(t)$ bei Festsetzung von C auf einen bestimmten Wert. Die Konstante C ist die Differenz zwischen dem Potentialwert aus der Energiebilanz und dem aus einer Synthese entlang der Bahn berechneten Wert. In der Simulation gilt dies für den ersten Zeitpunkt exakt, danach können Fehler des Bahnintegrators zu kleinen Abweichungen führen. Im Falle einer Schwerefeldschätzung mit beobachteten Daten wird günstigerweise der zeitliche Mittelwert von $T(\mathbf{x}, t)$ verwendet (Gerlach et al., 2003b). Er liegt in den Simulationen nur um wenige m^2/s^2 neben dem Potentialwert aus der Synthese zum ersten Zeitpunkt.

Die Gleichung (4.22) realisiert eine Energiebilanz im Falle des SST high-low. Für die Situation des SST low-low betrachtet man nach einem Vorschlag von Jekeli (1999) die Potentialdifferenz $T_{12}(t) = T_2(t) - T_1(t)$ zwischen den beiden Satelliten, wobei der Index 1 für den vorausfliegenden und der Index 2 für den nachfolgenden Satelliten steht. Unter den obigen Annahmen eines statischen Schwerefeldes folgt aus (4.22) nach Mayr (2005):

$$\begin{aligned} T_{12}(t) &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_2(t)^2 - Z_2(\mathbf{x}_2, t) - U_2(\mathbf{x}_2, t) - C_2 - \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_1(t)^2 - Z_1(\mathbf{x}_1, t) - U_1(\mathbf{x}_1, t) - C_1 \right) \\ &= \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{x}}_2^2 - \dot{\mathbf{x}}_1^2) - Z_{12} - U_{12} - C_{12} = \dots = \\ &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_{12}^2 + \dot{\mathbf{x}}_1 \dot{\mathbf{x}}_{12} - Z_{12} - U_{12} - C_{12} . \end{aligned} \quad (4.23)$$

Es bedeuten $Z_{12} = Z_2 - Z_1$, $U_{12} = U_2 - U_1$, $C_{12} = C_2 - C_1$ und $\mathbf{x}_{12} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$ die Relativbewegung sowie $\dot{\mathbf{x}}_{12} = \dot{\mathbf{x}}_2 - \dot{\mathbf{x}}_1$ die Relativgeschwindigkeit. Auf die explizite Angabe der Orts- und Zeitabhängigkeit der einzelnen Größen wird wie schon ab der zweiten Zeile von (4.23) aus Gründen der Übersichtlichkeit im weiteren verzichtet.

Im Prinzip ist mit (4.23) die Berechnung von T_{12} möglich. Um den Bezug zu den hauptsächlichen Messgrößen, nämlich dem Abstand ϱ und dessen Änderung $\dot{\varrho}$ herzustellen, wird (4.23) jedoch noch ein wenig umgeformt. Mit einem Einheitsvektor \mathbf{e}_{12} , der vom Satellit 2 in Richtung der Verbindungslinie zu Satellit 1 zeigt, gilt für ϱ und $\dot{\varrho}$

$$\varrho = \mathbf{e}_{12} \cdot \mathbf{x}_{12} \quad \text{und} \quad \dot{\varrho} = \mathbf{e}_{12} \cdot \dot{\mathbf{x}}_{12} . \quad (4.24)$$

Geometrisch stellen diese Beziehungen die Projektion von \mathbf{x}_{12} und $\dot{\mathbf{x}}_{12}$ auf die Verbindungslinie dar, vgl. Abbildung 4.17. Für den Bezug zu (4.23) wird die Umkehrung von (4.24) benötigt. Sie entsteht aus der projektiven Aufspaltung der relativen Größen \mathbf{x}_{12} und $\dot{\mathbf{x}}_{12}$ in Betrag und Richtung gemäß

$$\mathbf{x}_{12} = \varrho \mathbf{e}_{12} \quad \text{und} \quad \dot{\mathbf{x}}_{12} = \dot{\varrho} \mathbf{e}_{12} + \varrho \dot{\mathbf{e}}_{12} . \quad (4.25)$$

Die Änderung des Einheitsvektors ist dabei nach Schneider (1999) Gleichung (52.15b)

$$\dot{\mathbf{e}}_{12} = \frac{1}{\varrho^2} (\mathbf{x}_{12} \times \dot{\mathbf{x}}_{12}) \times \mathbf{e}_{12} = \frac{1}{\varrho^2} (\mathbf{x}_{12} \times \dot{\mathbf{x}}_{12})^2 \quad (4.26)$$

mit dem Drehimpuls $\mathbf{x}_{12} \times \dot{\mathbf{x}}_{12}$. Damit kann nun der erste Term auf der rechten Seite in (4.23) durch Größen in Abhängigkeit von den Beobachtungsgrößen ersetzt werden. Durch eine Zerlegung des zweiten Terms $\dot{\mathbf{x}}_1 \dot{\mathbf{x}}_{12}$ in

$$\dot{\mathbf{x}}_1 \dot{\mathbf{x}}_{12} = \dot{x}_1 \dot{\varrho} + \dot{x}_1 \mathbf{u} \cdot \dot{\mathbf{x}}_{12} \quad (4.27)$$

mit $\dot{x}_1 = |\dot{\mathbf{x}}_1|$ folgt schließlich die in dieser Arbeit verwendete Form der Energiebilanz zu (Mayr, 2005):

$$T_{12} = \frac{1}{2} \dot{\varrho}^2 + \frac{1}{2\varrho^2} (\mathbf{x}_{12} \times \dot{\mathbf{x}}_{12})^2 + \dot{x}_1 \dot{\varrho} + \dot{x}_1 \mathbf{u} \cdot \dot{\mathbf{x}}_{12} - Z_{12} - U_{12} - C_{12} . \quad (4.28)$$

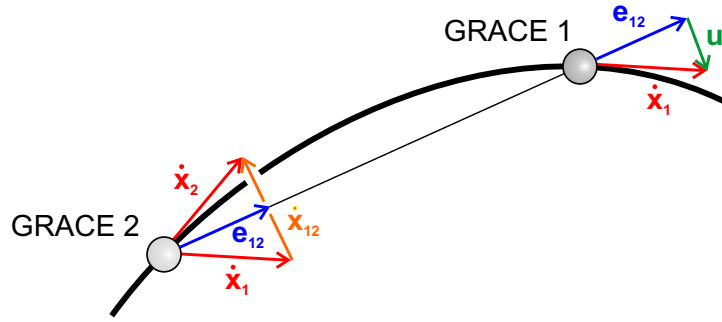


Abbildung 4.17: Skizze zur Geometrie des SST low-low und den verwendeten Bezeichnungen. Die Geschwindigkeitsvektoren $\dot{\mathbf{x}}_1$ und $\dot{\mathbf{x}}_2$ sind als Einheitsvektoren $\mathbf{e}_{\dot{\mathbf{x}}_1}$ und $\mathbf{e}_{\dot{\mathbf{x}}_2}$ eingezeichnet.

Die Größe \mathbf{u} ist der Differenzvektor zwischen der Richtung des Geschwindigkeitsvektors im Satellit 1, beschrieben durch den Einheitsvektor $\mathbf{e}_{\dot{\mathbf{x}}_1}$ in diese Richtung, und der Richtung der Verbindungslinie zwischen den beiden Satelliten: $\mathbf{u} = \mathbf{e}_{\dot{\mathbf{x}}_1} - \mathbf{e}_{12}$ (siehe Abbildung 4.17). Der Winkel zwischen den beiden Richtungen ist mit ca. 1° klein.

Synthese zur Kontrolle. Aus einem Satz an Potentialkoeffizienten kann für jeden Ort $\{r, \theta, \lambda\}$ des Satelliten das Störpotential direkt mit einer Synthese berechnet werden. Ausgehend von Gleichung (2.2) folgt direkt:

$$T(\mathbf{x}, t) = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r(t)} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\cos \theta(t)) [\bar{c}_{nm} \cos m\lambda(t) + \bar{s}_{nm} \sin m\lambda(t)] . \quad (4.29)$$

Die Kleinschreibung der Koeffizienten bedeutet, dass die geraden zonalen Koeffizienten von Grad 0 bis 8 eines Normalschwerefeldes abgezogen sind.

Das auf diese Weise ermittelte Störpotential T bzw. $T_{12} = T_2 - T_1$ dient bei Simulationen mit bekannten Koeffizienten zur Kontrolle der Energiebilanz. Gleichzeitig kann so die Jacobikonstante C bestimmt werden, vgl. oben. Ansonsten ist dieser Rechenschritt für die Simulationen nicht erforderlich, d.h. das rechte untere Eck in Abbildung 4.16 braucht nicht weiter berücksichtigt zu werden.

Rückrechnung. Die Bestimmung von Potentialkoeffizienten ist die Umkehrung der Synthese und wird als Analyse bezeichnet. Mögliche Vorgehensweisen sind ausführlich beispielsweise in Sneeuw (1994) beschrieben. Im Falle des Simulationsmodells wird das Verfahren der Ausgleichung nach kleinsten Quadraten angewendet. Die Beobachtungsgleichungen sind jene der Synthese und gleichen daher im Falle des SST high-low der Gleichung (4.29) und im Falle des SST low-low ergibt sich

$$T_{12}(t) = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r_2(t)} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\cos \theta_2(t)) [\bar{c}_{nm} \cos m\lambda_2(t) + \bar{s}_{nm} \sin m\lambda_2(t)] \\ - \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r_1(t)} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\cos \theta_1(t)) [\bar{c}_{nm} \cos m\lambda_1(t) + \bar{s}_{nm} \sin m\lambda_1(t)] . \quad (4.30)$$

Die Koeffizienten \bar{c}_{nm} und \bar{s}_{nm} sind die Unbekannten \hat{x} der Ausgleichung. Die partiellen Ableitungen von (4.29) und (4.30) nach den Unbekannten bilden die Elemente der Jacobimatrix oder Designmatrix A . Im einzelnen entsteht für den Fall SST high-low

$$\frac{\partial T}{\partial \bar{c}_{nm}} = \frac{GM}{R} \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \cos m\lambda \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \bar{s}_{nm}} = \frac{GM}{R} \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \sin m\lambda , \quad (4.32)$$

während bei einer Simulation für SST low-low gilt:

$$\frac{\partial T_{12}}{\partial \bar{c}_{nm}} = \frac{GM}{R} \left(\frac{R}{r_2} \right)^{n+1} \bar{P}_{nm}(\cos \theta_2) \cos m\lambda_2 - \frac{GM}{R} \left(\frac{R}{r_1} \right)^{n+1} \bar{P}_{nm}(\cos \theta_1) \cos m\lambda_1 \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial T_{12}}{\partial \bar{s}_{nm}} = \frac{GM}{R} \left(\frac{R}{r_2} \right)^{n+1} \bar{P}_{nm}(\cos \theta_2) \sin m\lambda_2 - \frac{GM}{R} \left(\frac{R}{r_1} \right)^{n+1} \bar{P}_{nm}(\cos \theta_1) \sin m\lambda_1. \quad (4.34)$$

Die A -Matrix setzt sich dann aus den Differentialen nach jedem Koeffizienten zu jedem Zeitpunkt zusammen. Dafür ist ein maximaler Grad N festzusetzen, bis zu dem Koeffizienten geschätzt werden. Aus Gründen der Konsistenz gleicht N in dieser Arbeit dem maximalen Grad, der in das Kräftemodell für die Bahnintegration eingeht. In Abhängigkeit der Anzahl der Epochen K ist die Dimension der A -Matrix folglich $(N+1)^2 \times K$. Bezeichnet man mit T nun wahlweise $T(\mathbf{x}, t)$ aus (4.22) bzw. $T_{12}(t)$ aus (4.28), so folgt:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial T(1)}{\partial \bar{c}_{00}} & \frac{\partial T(1)}{\partial \bar{c}_{10}} & \cdots & \frac{\partial T(1)}{\partial \bar{c}_{n0}} & \frac{\partial T(1)}{\partial \bar{c}_{11}} & \cdots & \frac{\partial T(1)}{\partial \bar{c}_{nn}} & \frac{\partial T(1)}{\partial \bar{s}_{n1}} & \cdots & \frac{\partial T(1)}{\partial \bar{s}_{nn}} \\ \frac{\partial T(2)}{\partial \bar{c}_{00}} & \frac{\partial T(2)}{\partial \bar{c}_{10}} & \cdots & \frac{\partial T(2)}{\partial \bar{c}_{n0}} & \frac{\partial T(2)}{\partial \bar{c}_{11}} & \cdots & \frac{\partial T(2)}{\partial \bar{c}_{nn}} & \frac{\partial T(2)}{\partial \bar{s}_{n1}} & \cdots & \frac{\partial T(2)}{\partial \bar{s}_{nn}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial T(K)}{\partial \bar{c}_{00}} & \frac{\partial T(K)}{\partial \bar{c}_{10}} & \cdots & \frac{\partial T(K)}{\partial \bar{c}_{n0}} & \frac{\partial T(K)}{\partial \bar{c}_{11}} & \cdots & \frac{\partial T(K)}{\partial \bar{c}_{nn}} & \frac{\partial T(K)}{\partial \bar{s}_{n1}} & \cdots & \frac{\partial T(K)}{\partial \bar{s}_{nn}} \end{pmatrix}. \quad (4.35)$$

Zusammen mit dem Widerspruchsvektor w , der hier nur die Zeitreihe des Störpotentials enthält, ist damit eine Ausgleichung möglich. Im einfachsten Fall stellt diese lediglich die Lösung des Gleichungssystems

$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T w \quad (4.36)$$

dar, wenn man alle Werte von T als gleichgenau und unkorreliert annimmt. Dies ist bei allen hier vorgestellten Simulationen der Fall.

Modell mit zeitlichen Variationen. Zeitliche Variationen der Schwere fließen unabhängig von ihrer Herkunft an mehreren Stellen in das Simulationsmodell ein. Dies ist in einer Erweiterung von Abbildung 4.16 schematisch dargestellt (Abbildung 4.18). Die Erweiterungen sind durch gelbe und blaue Farbgebung gekennzeichnet. Die Schwerevariationen sind dabei als eine Zeitreihe von Änderungen in den Potentialkoeffizienten $\Delta \bar{C}_{nm}(t)$ und $\Delta \bar{S}_{nm}(t)$ parametrisiert, die zu jedem Zeitpunkt auf die statischen Koeffizienten addiert werden müssen. Diese Koeffizienten beinhalten beispielsweise die Schwerevariationen aufgrund der Gezeiten oder durch verschiedenste Massentransporte, jeweils als residuale Koeffizienten nach Abzug eines Mittelwertes. Im Prinzip können auch beliebige künstliche Variationen vorgegeben werden. In dieser Arbeit liegt der Fokus auf den in den Kapiteln 3.2-3.4 untersuchten atmosphärisch-ozeanischen und hydrologischen Variationen und beschränkt sich aus Gründen der Rechenkapazität auch darauf. Darüber hinaus ist jede Variation für sich alleine betrachtet und keine Überlagerung verschiedener Signale vorgenommen worden.

Die kleinen Zuschläge zu den statischen Koeffizienten gehen zunächst in die Bahnintegration ein und bewirken einen leicht anderen Orbit. Eine weitere Rechnung mit dem oben beschriebenen statischen Modell bedeutet nun, dass man erneut ein statisches Schwerefeld schätzt. Ein Vergleich mit dem statischen Eingangsfeld zeigt dann die Auswirkung der zeitvariablen Signale. Die dabei auftretenden Differenzen können wiederum mit dem zeitlichen Mittelwert der Variationen verglichen werden. Abweichungen von diesem Mittelwert beruhen auf der Variabilität der Variationen und sind ein Maß für die eventuellen Verfälschungen durch Aliasing, das aus einer ungenügenden Abtastung der Variationen resultiert. Um diese Effekte zu vermeiden, können Reduktionen für alle zeitlichen Variationen, die in die Bahnintegration eingegangen sind, in der Energiebilanz angebracht werden. Ein Vergleich mit dem statischen Eingangsfeld sollte dann ähnliche numerische Genauigkeiten aufweisen wie im rein statischen Fall, da die Variationen vollständig korrigiert werden. Die Reduktionen sind in der Abbildung durch $\int \ddot{\mathbf{x}}$ symbolisiert und unten näher erläutert.

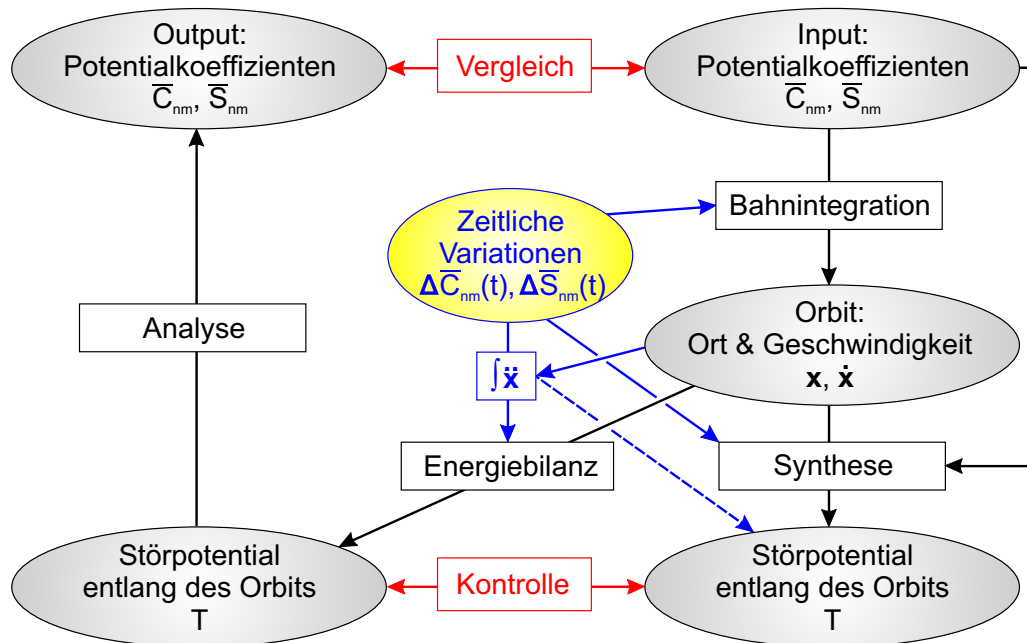


Abbildung 4.18: Ablaufschema zum Simulationsmodell unter Berücksichtigung zeitlicher Schwerevariationen.

Unabhängig davon, ob mit oder ohne Reduktionen gearbeitet wird, ist mit dem Modell erneut eine Kontrolle der Energiebilanz über eine Synthese möglich. Für die Rechnung ohne Reduktionen bedeutet dies die Hinzunahme der zeitvariablen Koeffizienten in der Synthese. Arbeitet man mit Reduktionen, so sind diese analog wie in der Energiebilanz dann im Störpotential zu berücksichtigen. Diese Möglichkeit ist in Abbildung 4.18 blau gestrichelt dargestellt. Abgesehen von der Bestimmung der Energiekonstanten aus einer Rechnung für den ersten Zeitpunkt stellt die Synthese erneut nur eine Kontrollmöglichkeit dar und ist für die Simulation selbst nicht erforderlich.

Grundsätzlich wäre mit dem Modell auch eine Schätzung zeitvariabler Koeffizienten für bestimmte Frequenzen möglich, wenn man keine Reduktionen anbringt. Dies erfolgt hier aus mehreren Gründen jedoch nicht. Als markante Frequenz wäre vor allem die Schätzung einer Jahres- oder Halbjahresfrequenz sinnvoll. Dies erfordert allerdings eine mindestens zweijährige Simulationsdauer, was enormen Rechenaufwand bedeutet. Zudem ist fraglich, wie stark die lokalen kurzzeitigen Variationen ein jährliches Signal ähnlicher Größenordnung in der Zeitreihe der Beobachtungen entlang der Bahn überdecken. Die vorliegende Arbeit widmet sich daher nur der Problematik des Aliasing und beschränkt sich auf Betrachtungen zur Auswirkung der Variationen auf statische Schwerefelder. Ergebnis einer Simulation können demnach drei unterschiedliche Vergleiche sein, die die folgenden Aussagen beinhalten:

- Vergleich zwischen Input und Output mit Reduktionen: Aussage über die Korrektheit des Simulationsmodells und die Wirksamkeit der Reduktionen. Wenn bei Integration und Reduktion verschiedene Modelle verwendet werden: Aussage über Auswirkung der Ungenauigkeit der Modelle.
- Vergleich zwischen Input und Output ohne Reduktionen: Aussage über die Auswirkung der Variationen auf ein statisches Schwerefeld.
- Vergleich zwischen Output minus Input und dem monatlichen Mittel der Variation (ohne Reduktionen): Aussage über ein mögliches Aliasing und damit die Variabilität und die Möglichkeit der Rekonstruktion der Variationen aus den Beobachtungen.

Da keine zeitvariablen Koeffizienten geschätzt werden, bleibt die Analyse von der Hinzunahme der Variationen unberührt. Die anderen drei Rechenschritte sind hingegen beeinflusst. Während der Einfluss auf die Energiebilanz im folgenden Abschnitt näher betrachtet wird, bedeutet dies – wie bereits erwähnt – für Bahnintegration und Synthese die Addition eines kleinen Zuschlags auf die statischen Koeffizien-

ten zu jedem Zeitpunkt. Die Zeitreihen der $\Delta\bar{C}_{nm}(t)$, $\Delta\bar{S}_{nm}(t)$ liegen naturgemäß nicht in so kleinen Schrittweiten vor, wie sie benötigt wären. Sie müssen beispielsweise von 6-stündlichen oder täglichen Werten auf die Schrittweite des Orbits von typischerweise 30 s interpoliert werden. Der Integrator in SATLAB entscheidet zudem intern selbst, zu welchen Zeitpunkten er die Kräftefunktion auswertet. Daher muss auch die Interpolation innerhalb des Integranden ablaufen. Angesichts der ohnehin sehr kleinen Variationen ist die Wahl der Interpolationsmethode nur von untergeordneter Bedeutung. In der Regel genügt eine lineare Interpolation.

Energiebilanz, zeitvariabel. Obwohl es sich bei zeitlichen Schwerevariationen um gravitative Effekte handelt, können sie in der Energiebilanz entlang der Bahn nicht als konservativ gelten. Sie sind im zugrundeliegenden Linienintegral wegabhängig (Gerlach, 2003). Daher müssen sie ebenso wie andere nicht-konservative Kräfte separat berücksichtigt werden. Dies geschieht durch Integration der Beschleunigungen entlang der Bahn (Jekeli, 1999).

Die Berechnung der Beschleunigungen aus den $\bar{C}_{nm}(t)$, $\bar{S}_{nm}(t)$ entlang der Bahn läuft nach dem gleichen Schema wie in der Bahnintegration und der Synthese ab. Nach Interpolation der Koeffizienten auf die jeweilige Epoche folgt mit den Koordinaten \mathbf{x} der Beschleunigungsvektor $\ddot{\mathbf{x}} = \nabla V$ aufgrund der zeitlichen Schwerevariationen gemäß den Gleichungen (4.14)–(4.21). Diese Zeitreihe muss nun entlang der Bahn des Satelliten aufintegriert werden. Im Falle des SST high-low entsteht dann aus (4.22)

$$T(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}(t)^2 - \int_{\mathbf{x}(t)} \ddot{\mathbf{x}}(t) d\mathbf{x}(t) - Z(\mathbf{x}, t) - U(\mathbf{x}, t) - C. \quad (4.37)$$

Für Beobachtungen mittels SST low-low geht die Differenz der aufintegrierten Beschleunigungen zwischen den Orten der beiden Satelliten in die Energiebilanz ein (Jekeli, 1999). In einer Schreibweise ohne die Zeitabhängigkeit wird (4.28) damit zu:

$$T_{12} = \frac{1}{2} \dot{\varrho}^2 + \frac{1}{2\varrho^2} (\mathbf{x}_{12} \times \dot{\mathbf{x}}_{12})^2 + \dot{x}_1 \dot{\varrho} + \dot{x}_1 \mathbf{u} \cdot \dot{\mathbf{x}}_{12} - \int_{\mathbf{x}_2} \ddot{\mathbf{x}}_2 d\mathbf{x}_2 + \int_{\mathbf{x}_1} \ddot{\mathbf{x}}_1 d\mathbf{x}_1 - Z_{12} - U_{12} - C_{12}. \quad (4.38)$$

Die praktische Realisierung verwendet anstelle der Integration eine diskretisierte Summation. In Abhängigkeit von der Schrittweite der Bahn kann es dadurch zu kleinen Fehlern kommen, da der Bahnintegrator die Schrittweite intern dynamisch anpasst und in der Regel feiner als die zur Ausgabe von Ort und Geschwindigkeit vorgegebene Schrittweite wählt. Die Reduktionen beinhalten folglich die zeitlichen Variationen in gröberer Auflösung als der Bahnintegrator. Wie die Ergebnisse jedoch zeigen, ist damit trotzdem eine effektive Reduktion, also ein De-Aliasing, innerhalb des Simulationsmodells möglich. Die folgenden Kapitel enthalten nun Ergebnisse für verschiedene Fallstudien zu den Messprinzipien SST high-low und SST low-low.

4.3.3 Ergebnisse für SST high-low

Alle Simulationen für CHAMP-ähnliche Satelliten beruhen auf folgenden Festlegungen:

- Statisches Schwerefeld: EIGEN-CHAMP03S
- Maximaler Entwicklungsgrad $N = 30$
- Anfangsort in Keplerelementen: $a = 6378.137 + 370$ km, $i = 87^\circ$, $e = 0.003$, $\Omega = \omega = M_0 = 0$
- Integrationsdauer: 30 Tage, vom 1. bis einschließlich 30. Januar 2005
- Schrittweite: $\Delta t = 30$ s
- Präzession und Nutation im Integrator berücksichtigt, Polbewegung und ΔLOD nicht.

Der maximale Entwicklungsgrad sollte nach Kapitel 4.2.1 für alle hier betrachteten Schwerevariationen hinreichend sein. Eine Erhöhung steigert den Rechenaufwand enorm. Die Implementierung erfolgte in MATLAB und ist mit obigen Einstellungen auf einem heutigen Pentium 4-PC mit einer Prozessorleistung von 3.06 GHz und 1 GB Arbeitsspeicher lauffähig bei Rechenzeiten bis zu einer Woche im Falle der Simulationen mit zeitlichen Schwerevariationen.

Ergebnisse ohne zeitliche Variationen. Diese Berechnungen dienen zum Test des Simulationsmodells und für Vergleiche mit den folgenden Fallstudien. Er sei als statischer Fall bezeichnet. Zunächst entsteht dabei die Bahn des Satelliten. Sie weist bis auf die Polkappen nördlich bzw. südlich von 87° Breite bereits nach wenigen Tagen eine recht homogene Abdeckung der Erdoberfläche auf, vgl. Abbildung 4.19. Deutlich ist auch die Flugrichtung nahezu parallel zu den Meridianen erkennbar. Die gewählte Abtastrate von 30 s entspricht der üblichen Auflösung dynamischer oder kinematischer Bahnen und ist im Allgemeinen hinreichend dicht.

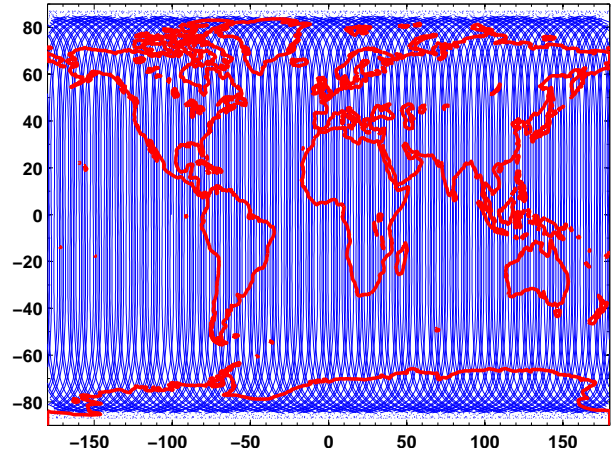


Abbildung 4.19: Bodenspur des Orbits über 10 Tage.

Der nächste Schritt liefert über die Energiebilanz das Störpotential entlang der Bahn. Dieses nimmt nach Abzug des Mittelwertes Werte von -800 bis $+600$ m^2/s^2 an (Abbildung 4.20). Die etwa halbtäglich auftretenden Extrema hängen mit der überflogenen Region zusammen und erscheinen v.a. darstellungsbedingt sehr markant. Bei der Prozessierung echter CHAMP-Bahnen entsteht ein sehr ähnliches Bild, vgl. Abbildung 8 in Wermuth et al. (2005). Die Kontrolle über die Synthese des Störpotentials am jeweiligen Satellitenort zeigt nur sehr geringe Abweichungen von Abbildung 4.20, die mit 10^{-6} m^2/s^2 im Bereich der numerischen Genauigkeit des Integrators angesiedelt sind (Abbildung 4.21).

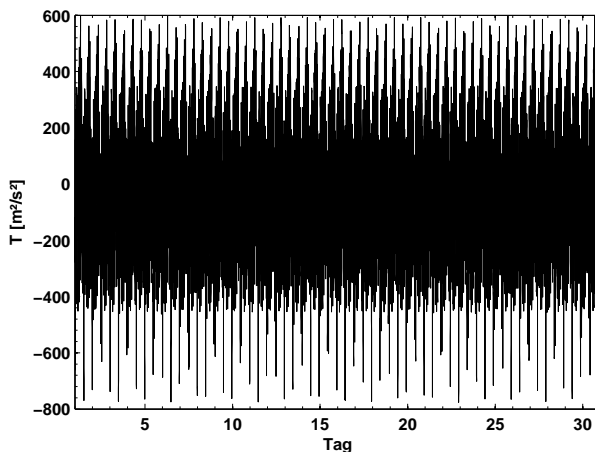


Abbildung 4.20: Störpotential T [m^2/s^2] entlang der simulierten CHAMP-Bahn über 30 Tage.

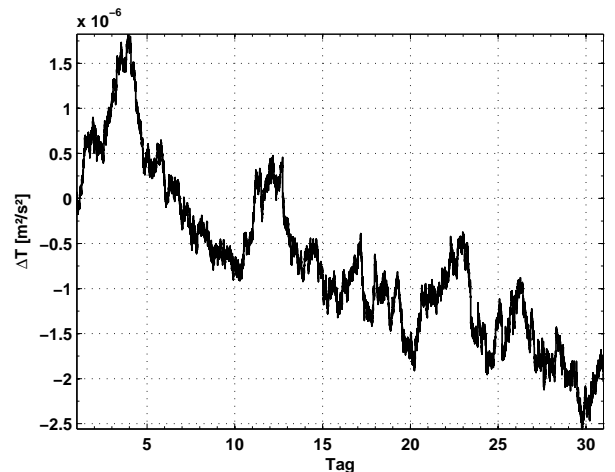


Abbildung 4.21: Differenzen in T [m^2/s^2] aus der Kontrolle über eine Synthese entlang der Bahn.

Die Analyse liefert einen Satz von Potentialkoeffizienten, der idealerweise dem statischen Feld gleicht. Dies ist natürlich nicht exakt der Fall. Die Beträge der Differenzen pro Koeffizient sind ein geeignetes Maß zur Abschätzung der Genauigkeit des Simulationsmodells (Abbildung 4.22). Sie liegen zwischen 10^{-14} und 10^{-21} . Dabei sind die Grade auf der senkrechten Achse und die Ordnungen auf der waagrechten Achse aufgetragen. In der linken Hälfte stehen die Differenzen der \bar{S}_{nm} , während die Differenzen der \bar{C}_{nm} sich in der rechten Hälfte wiederfinden. Die Genauigkeit des Modells ist gut, da auch die relativen Abweichungen in den Koeffizienten nur Werte unter 10^{-6} annehmen (nicht gezeigt).

Die größte Differenz tritt in \bar{C}_{00} auf, ist mit einem relativen Fehler von 10^{-14} aber sehr klein. Da sie zu einem Mittelwert bei allen räumlichen Darstellungen führt, ist sie für entsprechende Abbildungen zu Null gesetzt³. Für die Geoidhöhen verbleibt dann ein Fehler im Bereich von ± 5 nm, vgl. Abbildung 4.23. Entsprechend der Abtastung ist eine ausgeprägte Streifenstruktur in Nord-Süd-Richtung erkennbar. Sie

³ $\bar{C}_{00} = 0$ setzt den Mittelwert in allen Abbildungen gleich Null. Er ist dementsprechend nicht angegeben.

korrespondiert mit den relativ großen Abweichungen insbesondere in den geraden Graden der Ordnungen 15 und 17 sowie den ungeraden Graden der $\bar{S}_{n,16}$. Diese Phänomene sind auch von den monatlichen GRACE-Schwerfeldern bekannt (Swenson und Wahr, 2006) und haben vermutlich mit den ungefähr 16 Umläufen zu tun, die der Satellit pro Tag zurücklegt (Han et al., 2004). Aufgrund der äußerst kleinen Zahlenwerte kann dies gleichwohl als numerische Genauigkeit angesehen werden. Das Simulationsmodell ist folglich korrekt.

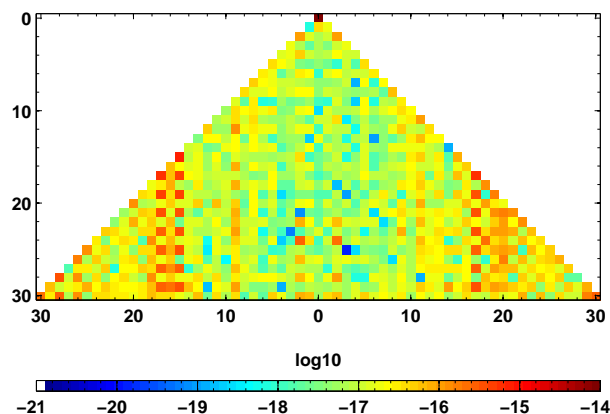


Abbildung 4.22: Beträge der Differenzen in den \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} zwischen Input und Output (Anordnung siehe Text).

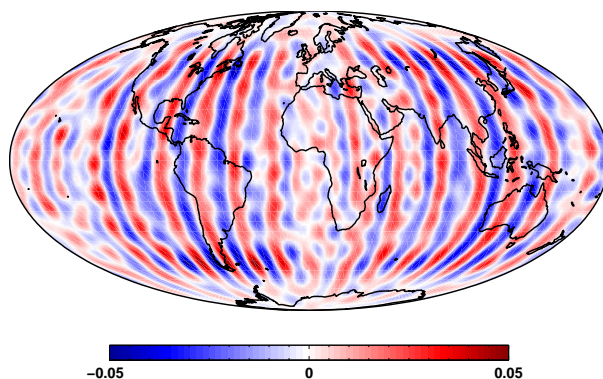


Abbildung 4.23: Differenzen in Geoidhöhen [μm] zwischen Input und Output ohne Differenz in \bar{C}_{00} . Min = $-0.05 \mu\text{m}$, Max = $0.05 \mu\text{m}$, RMS = $0.01 \mu\text{m}$

Ergebnisse mit atmosphärisch-ozeanischen Variationen. Wie bereits in Kapitel 4.2.1 erläutert, genügen bei atmosphärisch-ozeanischen Variationen die Daten eines Monats, um die typische Variabilität zu repräsentieren. Es sind wie zuvor die 6-stündlichen Daten der Kombination ECMWF-OMCT für den Januar 2005 verwendet worden. Sie werden als Zuschläge zum jeweiligen Zeitpunkt auf das statische Feld addiert. Aus dem Integrator folgt dann ein Orbit, der im Mittel um 1 m pro Tag von der Bahn ohne zeitliche Variationen wegdriftet, vgl. Abbildung 4.24. Nach einem Monat summiert sich dies zu räumlichen Abständen von ca. 30 m. Die Charakteristik der Abtastung ist also unverändert und die simulierte Messgröße des SST high-low nahezu identisch wie zuvor.

Zur Korrektur der zeitlichen Variationen in der Energiebilanz werden die entlang der Bahn aufintegrierten Beschleunigungen benötigt. Ihre Beträge erreichen pro Zeitpunkt etwa $0.1 \mu\text{m}/\text{s}^2$ (Abbildung 4.25). Nach Integration entlang der Bahn umfasst der Reduktionsterm $\int \ddot{\mathbf{x}}$ einen Bereich von $\pm 0.15 \text{ m}^2/\text{s}^2$, siehe Abbildung 4.26. Dies ist im Vergleich zu den Werten von mehreren hundert m^2/s^2 zu sehen, die das statische Feld hervorruft. Es handelt sich also um Reduktionen in der relativen Größenordnung von 10^{-4} . Diese haben dennoch eine erhebliche Auswirkung auf die Analyse, wie sich durch den Vergleich zwischen einer Rechnung mit und ohne Reduktionen zeigt.

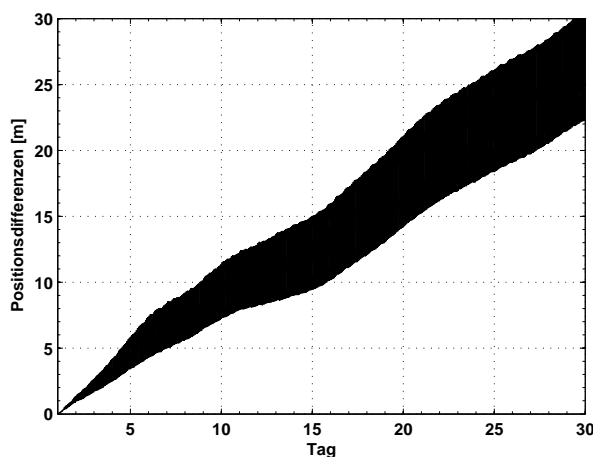


Abbildung 4.24: Räumliche Abstände zwischen statischem und zeitvariabel gestörtem Orbit [m].

Die Differenzen zum statischen Feld sind deutlich andere als im obigen Fall ohne zeitliche Variationen. Unter Berücksichtigung der Reduktion zeigen die Abbildungen 4.27 und 4.28 die Differenzen in den Koeffizienten und in den Geoidhöhen. Es zeigt sich, dass \bar{C}_{00} bei den Koeffizienten erneut am schlechtesten bestimmt ist. Wie zuvor sind die Differenzen in \bar{C}_{00} daher von der Geoidberechnung ausgenommen. Insgesamt liegen die Differenzen weit höher, es treten jedoch keine speziellen Phänomene hervor. Besonders

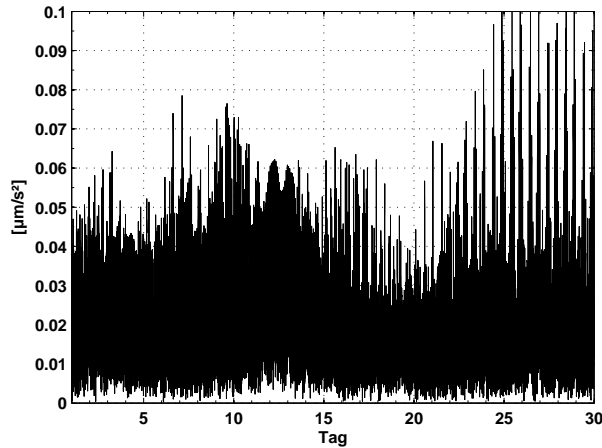


Abbildung 4.25: Beträge der Beschleunigungen [$\mu\text{m}/\text{s}^2$] am Ort des Satelliten aus Atmosphäre-Ozean Modell.

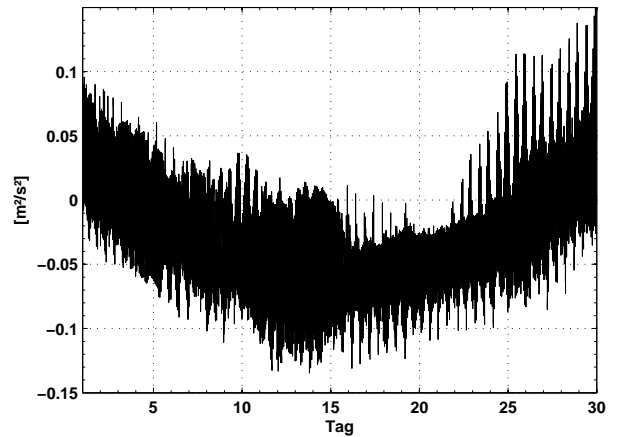


Abbildung 4.26: Entlang der Bahn aufintegrierte Beschleunigungen [m^2/s^2].

die Geoidhöhen lassen eine klare Verschlechterung des Schleifenschlusses insbesondere in kontinentalen Bereichen mit großen relativ schnell ablaufenden Luftdruckänderungen erkennen. Offensichtlich beinhalten die Reduktionen nicht alle Variationen, die in die Bahnintegration eingegangen sind. Die Ursache hierfür liegt in der oben angesprochenen unterschiedlichen zeitlichen Auflösung von Bahnintegration und Reduktion. Während der Integrator intern eine nahezu beliebig feine Auflösung verwendet, werden die Korrekturen nur alle 30 s berechnet. Sie repräsentieren nur zu diesen Zeitpunkten das Eingangssignal der zeitlichen Variation, nicht jedoch an den Punkten entlang Bahn zwischen den 30-sekündlichen Orten. Die als Summation diskretisierte Integration entlang der Bahn enthält damit nicht alle Details des Bahnintegrators. Ein Test mit einer höheren Abtastrate bestätigt dies. Aus Gründen der Konsistenz und der Rechenzeit wird die Abtastrate jedoch nicht erhöht.

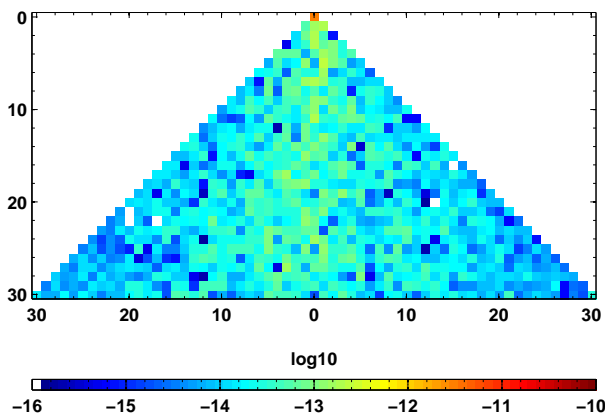


Abbildung 4.27: Differenzen in den Koeffizienten relativ zum statischen Fall, mit Reduktionen.

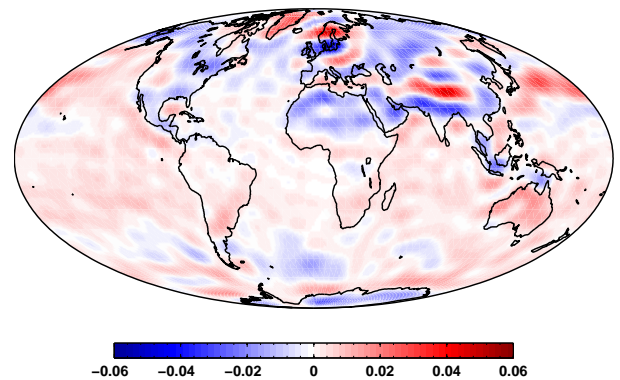


Abbildung 4.28: Differenzen in Geoidhöhen [mm] relativ zum statischen Fall, mit Reduktionen. Min = -0.056 mm, Max = 0.050 mm, RMS = 0.006 mm.

Die Genauigkeit der Reduktion ist trotz dieser Einschränkung immer noch hinreichend gut. Blickt man nämlich auf die Differenzen ohne Anbringung der Reduktion in den Abbildungen 4.29 und 4.30, dann liegen diese nochmal um einen Faktor 100 höher. Man beachte, dass die Koeffizienten gleich skaliert sind wie im Fall mit Reduktionen, die Geoidhöhen hingegen nicht. Ohne Reduktionen sind zudem die Koeffizienten vom Grad 1 ungenau bestimmt. Sie reflektieren die Variationen des Massenzentrums der atmosphärisch-ozeanischen Massen bezüglich des Ursprungs des vereinbarten Koordinatensystems. Wie bereits in Kapitel 3.3.3 gesehen, besitzen diese eine hohe Variabilität in allen Frequenzen, die etwa ± 8

mm in Geoidhöhen beträgt. Um feinere Strukturen erkennen zu können, werden die Geoidhöhen in der Synthese daher erst ab Grad 2 berechnet.

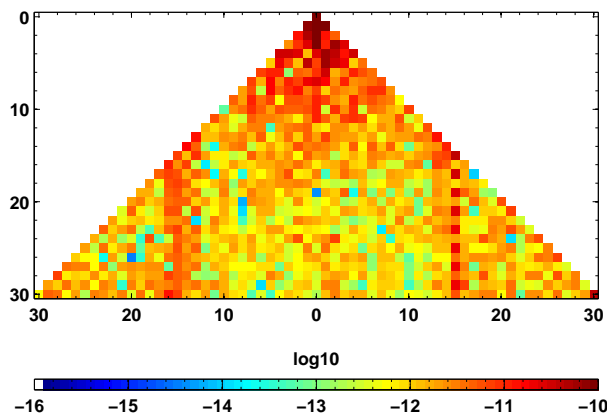


Abbildung 4.29: Differenzen in den Koeffizienten relativ zum statischen Fall, ohne Reduktionen.

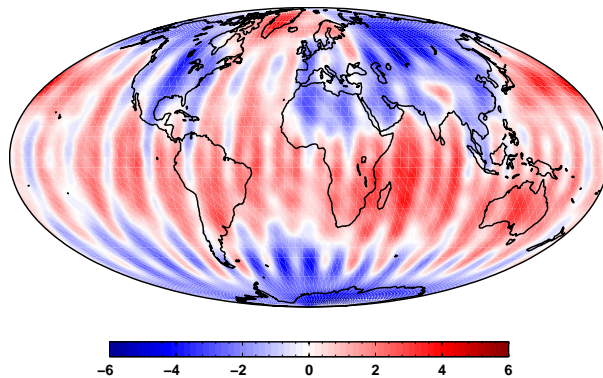


Abbildung 4.30: Differenzen in Geoidhöhen [mm] relativ zum statischen Fall, ohne Reduktionen. Min = -6.65 mm, Max = 4.21 mm, RMS = 1.38 mm

Die verbleibenden Differenzen in den Geoidhöhen erreichen immer noch Werte von über 6 mm und zeichnen sich durch ein Streifenmuster in Nord-Süd-Richtung aus. Dies spiegelt sich auch in den Koeffizienten der Ordnungen 15 und 16 wider. Um die Frage zu klären, in welchem Umfang die Geoiddifferenzen in Abbildung 4.30 ein tatsächliches Signal von Atmosphäre und Ozean darstellen, bietet sich der Vergleich mit dem monatlichen Mittelwert dieses Signals an. Letzteres ist in Abbildung 4.31 dargestellt und zeigt eine Ähnlichkeit mit den Ergebnissen aus der Simulation ohne Reduktionen. Die verbleibenden Unterschiede können auf die ungenügende Abtastung zurückgeführt und damit dem Aliasing zugeschrieben werden. Sie weisen eine deutliche Streifenstruktur auf bei Werten von bis zu ± 2.5 mm, die interessanterweise in hohen Breiten über 60° aufgrund der besseren Abtastung dort erheblich kleiner sind (Abbildung 4.32). Die Streifen umfassen immerhin etwa die Hälfte des Signals selbst und verbleiben als Fehler in einem monatlichen Schwerefeld, wenn keine Reduktionen angebracht werden.

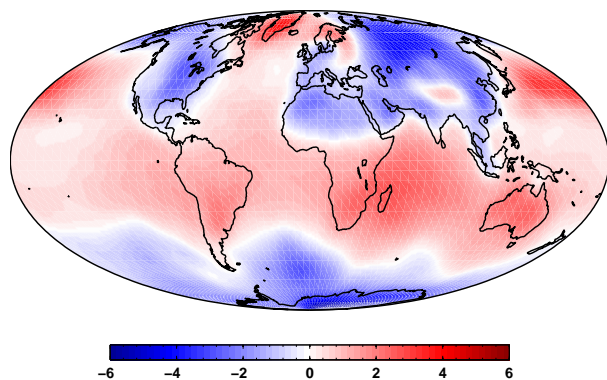


Abbildung 4.31: Geoidhöhenänderung [mm] aufgrund atmosphärisch-ozeanischer Massenverlagerungen, Monatsmittel für Januar 2005. Min = -6.02 mm, Max = 3.90 mm, RMS = 1.19 mm.

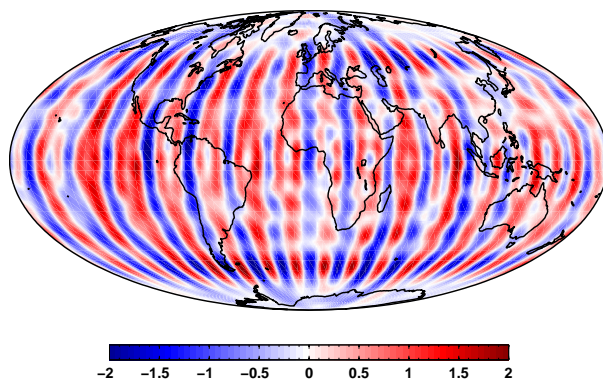


Abbildung 4.32: Differenzen in Geoidhöhen [mm] aufgrund von Aliasing (Differenz aus Abb. 4.31 und 4.30). Min = -2.56 mm, Max = 2.26 mm, RMS = 0.55 mm.

Unter der Annahme einer beliebig hohen Messgenauigkeit der Sensoren wäre folglich eine Reduktion atmosphärisch-ozeanischer Schwerevariationen für CHAMP angeraten. Erst die Hinzunahme von realis-

tischen Fehlermaßen für die Sensoren kann jedoch die Frage der Notwendigkeit einer solchen Vorprozessierung beantworten. In der operationellen Prozessierung wird dies gerade untersucht (M. Rothacher, persönliche Kommunikation, 2007).

Ergebnisse mit hydrologischen Variationen. Die Signalstärke hydrologischer Variationen liegt großteils unterhalb der Messgenauigkeit der CHAMP-Satelliten, vgl. Kapitel 4.2.1 und 4.2.2. Daher haben Simulationen hierzu keinen großen Bezug zur Praxis und sind nicht weiter betrachtet. Es wird auf die ausführliche Untersuchung zum SST low-low verwiesen. Da in den Simulationen fehlerfreie GPS-Beobachtungen angenommen werden, würde zwar auch die Betrachtung eines einzelnen GRACE-Satelliten als SST high-low ausreichen. Für diesen Fall ergeben sich allerdings sehr ähnliche Ergebnisse wie für SST low-low, die folglich keiner gesonderten Diskussion bedürfen.

4.3.4 Ergebnisse für SST low-low

Die Simulationen für GRACE-ähnliche Satelliten beruhen auf den gleichen Festlegungen wie den in Kapitel 4.3.3 eingangs erwähnten. Lediglich in folgenden Punkten wird davon abgewichen:

- Statisches Schwerefeld: GGM02S
- Anfangsort in Keplerelementen: $a = 6378.137 + 457$ km, $i = 89^\circ$.

Damit die beiden Satelliten nicht voneinander wegdriften, fliegen sie im zeitlichen Abstand von 30 s auf derselben Bahn. Dies entspricht einem räumlichen Abstand von 229 km mit Abstandsänderungen von ± 1 km über einen Monat.

Ergebnisse ohne zeitliche Variationen. Die räumliche Abdeckung ist über einen Monat ebenso gut wie im vorigen Fall. Die Systematik ist jedoch eine andere, wie Abbildung 4.33 zeigt. Die räumlichen Abstände zeitlich benachbarter Bodenspuren sind kleiner, dafür gibt es größere Bereiche, die über längere Zeiträume größere Abstände von den Bodenspuren aufweisen. Verwendet man diese Bahn wie oben für eine Simulation des SST high-low, dann erhält man trotzdem nahezu identische Ergebnisse.

Die Energiebilanz liefert nun die Differenz des Störpotentials zwischen den beiden Satelliten, T_{12} . Dies ist mit ± 60 m^2/s^2 naturgemäß kleiner als T selbst, vom Charakter jedoch ähnlich, vgl. Abbildung 4.34. Die Kontrollrechnung über die Differenz der Potentiale aus einer Synthese bestätigt wie oben die Richtigkeit des Simulationsmodells.

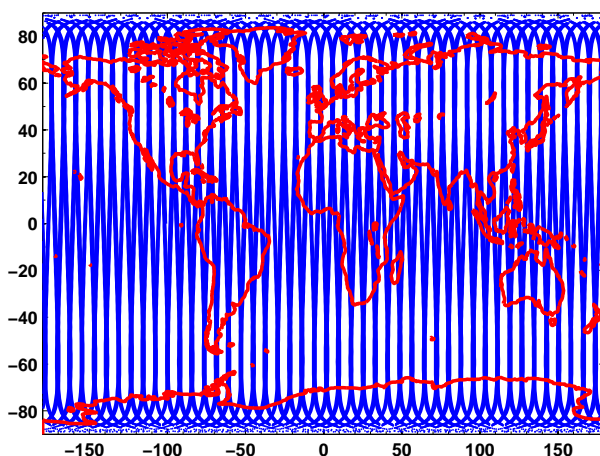


Abbildung 4.33: Bodenspur des Orbits über 15 Tage.

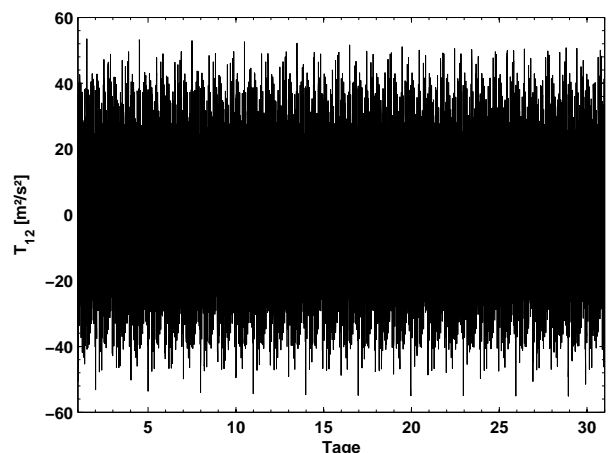


Abbildung 4.34: Störpotential T_{12} [m^2/s^2] entlang der simulierten GRACE-Bahn über 30 Tage.

Die Genauigkeit des Simulationsmodells folgt wieder aus dem Vergleich zwischen Input und Output. Die Abbildungen 4.35 und 4.36 geben dies für die Koeffizienten und in Form von Geoidhöhen wieder. Obwohl diesmal in den Koeffizienten keine Ordnung als besonders schlecht bestimmt erscheint, weisen

die Geoidhöhen erneut eine Streifenstruktur auf. Insgesamt ist die Genauigkeit etwa um einen Faktor 5 höher als im Falle des SST high-low. Die Ursachen hierfür liegen in dem anderen Messprinzip und vor allem der anderen Satellitenbahn. Die verbliebenen Fehler von unter $0.01 \mu\text{m}$ in den Geoidhöhen können als numerische Unsicherheit gelten.

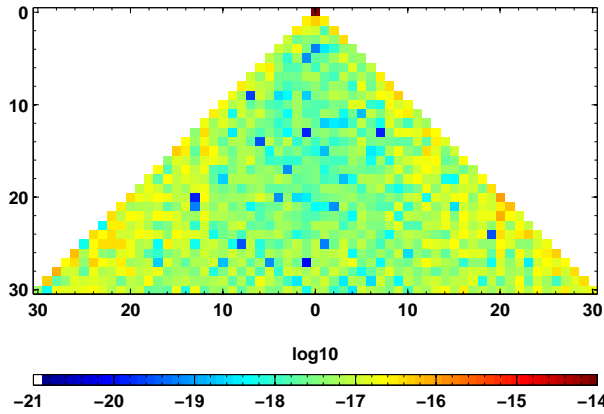


Abbildung 4.35: Beträge der Differenzen in den \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} zwischen Input und Output.

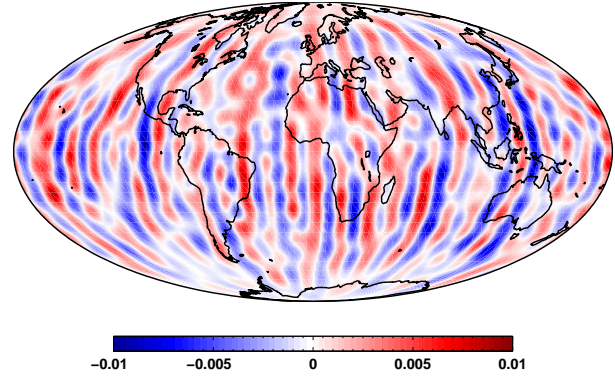


Abbildung 4.36: Differenzen in Geoidhöhen $[\mu\text{m}]$ zwischen Input und Output ohne Differenz in \bar{C}_{00} . Min = $-0.01 \mu\text{m}$, Max = $0.01 \mu\text{m}$, RMS = $0.002 \mu\text{m}$.

Ergebnisse mit atmosphärisch-ozeanischen Variationen. Eine Simulation mit atmosphärisch-ozeanischen Variationen für SST low-low führt zu ähnlichen Ergebnissen wie oben bei SST high-low. Die Bahn weicht aufgrund der größeren Flughöhe nur um bis zu 23 m ab und die Beschleunigungen entlang der Bahn sind etwas kleiner bei jeweils identischem Erscheinungsbild. Unterschiede bestehen in der Messgröße, hier dem Abstand zwischen den Satelliten und im Reduktionsterm, der hier aus der Differenz der integrierten Beschleunigungen aus den zeitvariablen Signalen zwischen den beiden Satelliten besteht.

Die Abweichung des Abstands zwischen den Satelliten vom Abstand ohne zeitliche Variationen summiert sich auf $\pm 8 \text{ cm}$, vgl. Abbildung 4.37. Die Abstandsänderung $\dot{\rho}$ umfasst Werte bis zu $\pm 0.08 \text{ mm/s}$ bei ansonsten identischem Aussehen. Es sind keine Zeitpunkte mit besonders ausgeprägtem Signal erkennbar. Die Charakteristik der Reduktionen ist ähnlich zu denen des SST high-low, allerdings mit wesentlich kleineren Werten aufgrund der Differenzbildung zwischen den beiden Satelliten (Abbildung 4.38). Sie umfassen weniger als $\pm 0.01 \text{ m}^2/\text{s}^2$, die in Relation zu den $\pm 60 \text{ m}^2/\text{s}^2$ des statischen Signals erneut bei etwa 10^{-4} liegen.

Die Ergebnisse der Analyse mit und ohne Reduktionen ähneln denen des SST high-low. Daher ist die Wirksamkeit der Reduktion nicht erneut dargestellt und lediglich die Differenz der Geoidhöhen ohne Berücksichtigung der Reduktion in Abbildung 4.39 gezeigt. Wie zuvor sind die Koeffizienten vom Grad 0 und 1 absolut gesehen am schlechtesten bestimmt, weisen jedoch eine hohe relative Genauigkeit auf. Der Vergleich mit dem statischen Eingangsfeld bezieht sich wie oben erst auf die Differenzen ab Grad 2. Auch die Strukturen sind denen des SST high-low sehr ähnlich mit einer allgemein leicht niedrigeren Größenordnung. Der größte Unterschied im Vergleich zu Abbildung 4.30 besteht in der weniger stark ausgeprägten Streifenstruktur. Hier wirken sich folglich die Unterschiede in der Energiebilanz ebenso wie die geringfügig andere Satellitenbahn trotz der Annahme von fehlerfreien Beobachtungen mit unendlich genauen Sensoren merklich aus.

Die weniger ausgeprägte Streifenstruktur führt auch dazu, dass die Ergebnisse in Abbildung 4.39 deutlich besser zum monatlichen Mittel von Atmosphäre und Ozean aus Abbildung 4.31 passen, siehe Abbildung 4.40. Nach wie vor dominieren zwar die Streifen, die Differenzen sind mit einem RMS von 0.35 mm im Vergleich zum SST high-low mit 0.55 mm aber deutlich geringer. Offensichtlich ist die Konstellation in dieser Simulation besser geeignet, die mittlere Schwerevariation des betrachteten Monats zu erfassen.

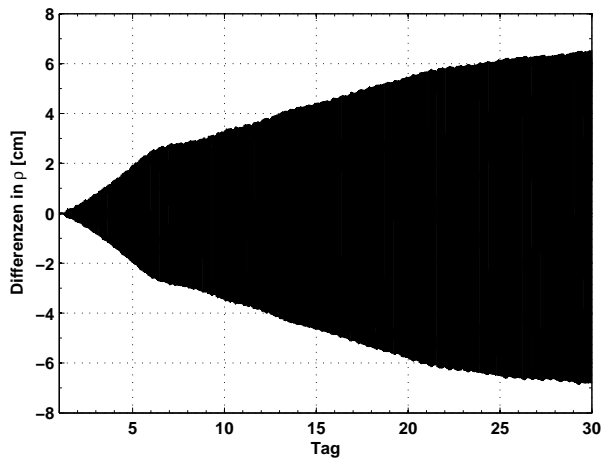


Abbildung 4.37: Änderung des Abstands [cm] zwischen den Satelliten aufgrund atmosphärisch-ozeanischer Massenvariationen.

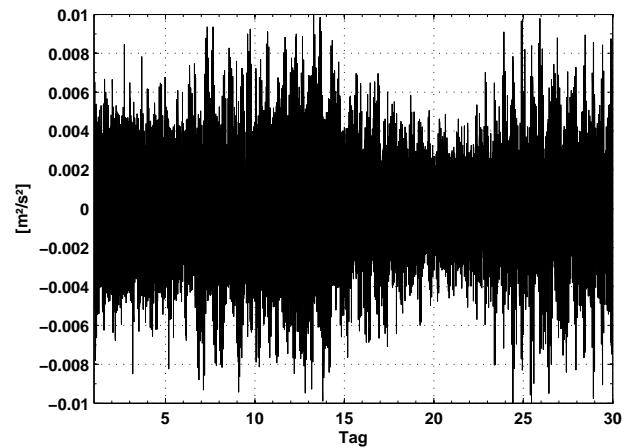


Abbildung 4.38: Entlang der Bahn aufintegrierte Beschleunigungen [m^2/s^2].

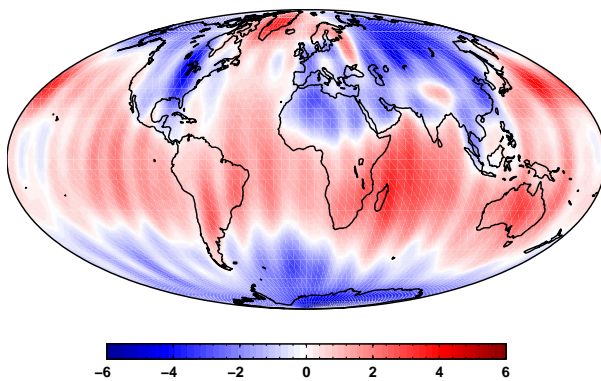


Abbildung 4.39: Differenzen in Geoidhöhen [mm] zum statischen Fall, ohne Reduktionen. Min = -6.29 mm, Max = 3.98 mm, RMS = 1.31 mm.

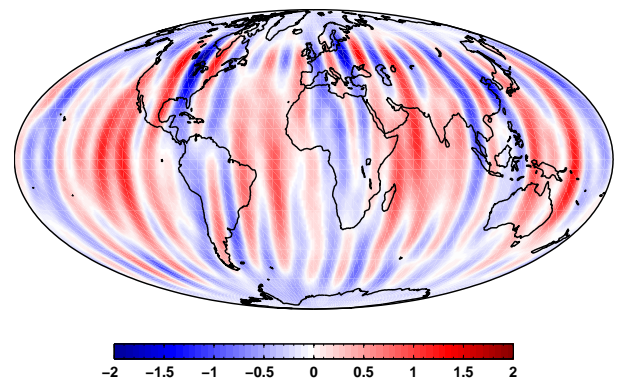


Abbildung 4.40: Differenzen in Geoidhöhen [mm] aufgrund von Aliasing (Differenz aus Abb. 4.31 und 4.39). Min = -2.18 mm, Max = 1.40 mm, RMS = 0.35 mm.

Im Ergebnis kann aufgrund der allgemein höheren Messgenauigkeit von GRACE und der Ergebnisse des Kapitels 4.2 von der Notwendigkeit der Anbringung von Reduktionen für atmosphärisch-ozeanische Massenvariationen ausgegangen werden, wenn man andere Signale aufdecken möchte. Daneben zeigt sich die Charakteristik und ungefähre Größenordnung der Auswirkungen eines Aliasing auf eine monatliche Schwerefeldlösung bei Vernachlässigung der Reduktionen hier deutlich.

Atmosphärische Modellgenauigkeiten. Möchte man mögliche Folgen der Ungenauigkeit der Atmosphärenmodelle analysieren, so bietet sich eine Simulation an, in der das ECMWF-Modell für die Bahnintegration verwendet wird und die Reduktionen aus dem NCEP-Modell abgeleitet werden (Han et al., 2004; Schrama, 2005). Der Vergleich zwischen dem statischen Inputfeld und dem auf diese Weise berechneten Output zeigt dann die Auswirkung der Modelldifferenzen nach einer Abtastung entlang der Bahn eines simulierten GRACE-Satelliten. In beiden Fällen gehen 6-stündliche Daten bis Grad und Ordnung 30 ein. Da es nur um die Atmosphärenmodelle geht, liegt die Annahme eines NIB zugrunde. Kurzzeitig ist dies auch über den Ozeanen erfüllt, vgl. Kapitel 3.3.2.

Ohne im Detail auf die Zwischengrößen einzugehen, sollen gleich die Ergebnisse einer solchen Simulation betrachtet werden. Abbildung 4.41 zeigt die Differenzen in den Koeffizienten, Abbildung 4.42 jene in den Geoidhöhen, jeweils bezogen auf das statische Eingangsfeld. In den Koeffizienten ist neben einer leichten

Auffälligkeit bei Ordnung 15 keine signifikante Erscheinung erkennbar außer einer allgemein schlechteren Übereinstimmung der sektoriellen Koeffizienten. Die Differenzen in den Geoidhöhen zeichnen sich durch eine Streifenstruktur aus. Die Unterschiede zwischen den Modellen, die nach Kapitel 3.2.3 vor allem in bestimmten Regionen wie dem Südpolarmeer große Werte annehmen, sind nun über die gesamte Erde verteilt. Es ist keine geographische Zuordnung mehr möglich.

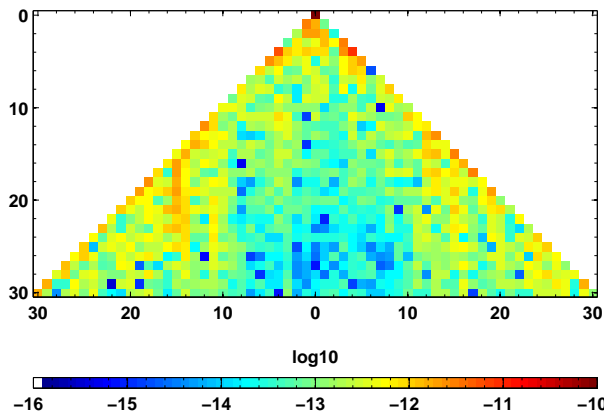


Abbildung 4.41: Beträge der Differenzen in den \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} zwischen Input und Output.

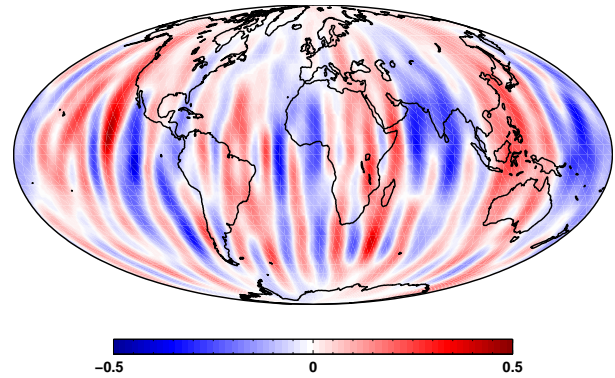


Abbildung 4.42: Differenzen in Geoidhöhen [mm] zwischen Input und Output. Min = -0.40 mm, Max = 0.47 mm, RMS = 0.092 mm.

Interessant ist die Größenordnung der Differenzen in den Geoidhöhen. Sie kann mit gewissen Einschränkungen aufgrund der ozeanischen Komponente und der anderen Bahn mit Abbildung 4.28 verglichen werden. Der RMS-Wert von 0.092 mm steht einem Wert von 0.007 mm gegenüber. Die Unsicherheit der atmosphärischen Modelle ist somit signifikant bestimmt und beträgt im Vergleich mit Abbildung 4.39 knapp 10% der Auswirkung bei Vernachlässigung der Reduktion. Dies stimmt mit den in Kapitel 3.2.3 gefundenen Unsicherheiten von ca. 10% der Signalstärke im Grad-RMS überein. Unter der Voraussetzung, dass die Differenz zwischen den Atmosphärenmodellen ein realistisches Maß für die Fehler der Modelle darstellt, können die Reduktionen für atmosphärische Variationen im Rahmen einer Schwerefeldprozessierung folglich mit dieser Unsicherheit charakterisiert werden.

Ergebnisse mit hydrologischen Variationen. Hydrologische Variationen sind für den Großteil der Unterschiede zwischen monatlichen GRACE-Schwerefeldern verantwortlich und liegen somit eindeutig im messbaren Bereich. Zwei Simulationen sollen nun klären, wie stark sich die hochfrequenten Variationen auf eine Monatslösung auswirken bzw. welche Größe das Aliasing annimmt bei der Bestimmung einer monatlichen Variation und ob eine entsprechende Reduktion auch für langzeitige Lösungen relevant ist. Die einmonatige Rechnung für Januar 2004 stellt gleichzeitig die Grundlage für einen Vergleich mit den bisherigen Simulationen dar. Die langzeitige Rechnung umfasst einen Zeitraum von 2 Jahren von 2003 bis 2004. Sie ist auch aus dem Grund interessant, dass kontinentale Wassermassen nicht schon innerhalb eines Monats ihre volle Variabilität zeigen. In beiden Fällen kommen tägliche Daten des GLDAS-Modells bis Grad und Ordnung 30 zum Einsatz.

Im Vergleich zu den atmosphärisch-ozeanischen Signalen sind nun der Form nach ähnliche Auswirkungen auf die Bahn und den Abstand zwischen den Satelliten zu beobachten, allerdings mit wesentlich geringerer Ausprägung. So entfernt sich die Bahn innerhalb eines Monats nur um 8.5 m vom statischen Fall und der Abstand zwischen den Satelliten ändert sich nur um 0.8 cm. Dies ist etwa um die Hälfte weniger als bei den atmosphärisch-ozeanischen Variationen. Die Ursache dafür liegt weniger in der Signalstärke der hydrologischen Variationen, sondern vor allem an den großen ozeanischen Bereichen, in denen für die Satelliten kaum eine Variation spürbar ist.

Auch der Reduktionsterm der aufintegrierten Beschleunigungen ist kleiner, wie die Abbildungen 4.43 für einen Monat und 4.44 für 2 Jahre im Vergleich zu Abbildung 4.38 zeigen. In der längeren Zeitreihe

ist deutlich eine halbjährliche Frequenz erkennbar. Die Reduktionen und damit auch die Signale nähern sich bei den Maxima in März und September deutlich jenen in Atmosphäre und Ozean im Januar 2005 an, bleiben jedoch kleiner als diese. Die Reduktion führt erneut zu guten Übereinstimmungen mit dem statischen Eingangsfeld, siehe Abbildung 4.48 unten. In der Folge ist daher nur noch die Situation ohne Anbringung der Reduktionen betrachtet.

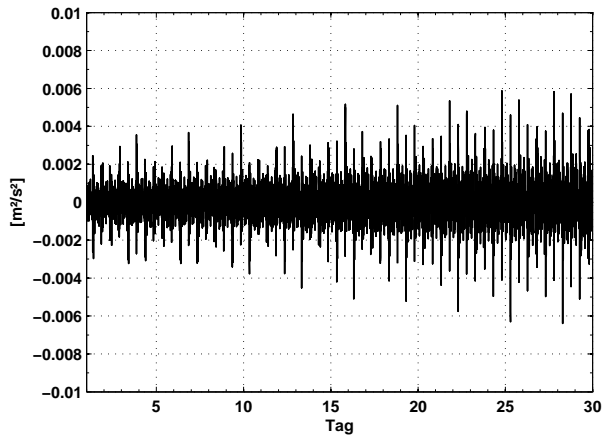


Abbildung 4.43: Entlang der Bahn aufintegrierte Beschleunigungen $[m^2/s^2]$ über einen Monat, GLDAS-Modell.

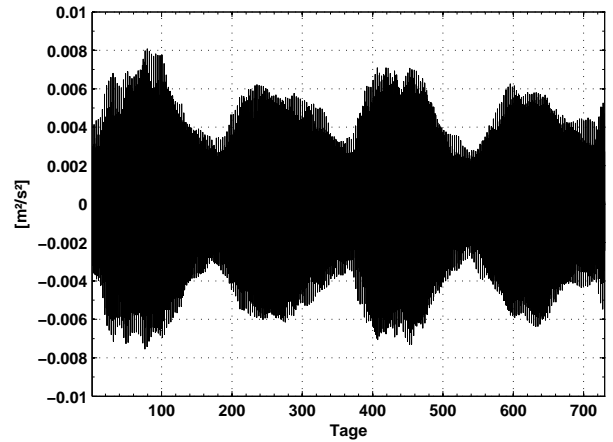


Abbildung 4.44: Entlang der Bahn aufintegrierte Beschleunigungen $[m^2/s^2]$ über zwei Jahre, GLDAS-Modell.

Blickt man auf die Differenzen in den Koeffizienten, so fallen sofort die wesentlich größeren Werte in der monatlichen Simulation in Abbildung 4.45 auf. Dies ist im Vergleich zur zweijährigen Zeitreihe in Abbildung 4.46 auch zu erwarten, da nach 2 Jahren wesentlich mehr Beobachtungen und damit eine größere Überbestimmung vorliegt. Zudem kann es dort zu Mittelungseffekten kommen, wenn eine langsam ablaufende Variation über 2 Perioden vollständig erfasst wird. Die Differenzen nach einem Monat liegen aber im Vergleich zu denen bei atmosphärisch-ozeanischen Schwerevariationen niedriger und lassen keine besonderen Phänomene erkennen. In der zweijährigen Simulation erscheinen dagegen wieder leichte Muster bei Ordnung 15 und 16, was eine Streifenstruktur in räumlichen Darstellungen vermuten lässt.

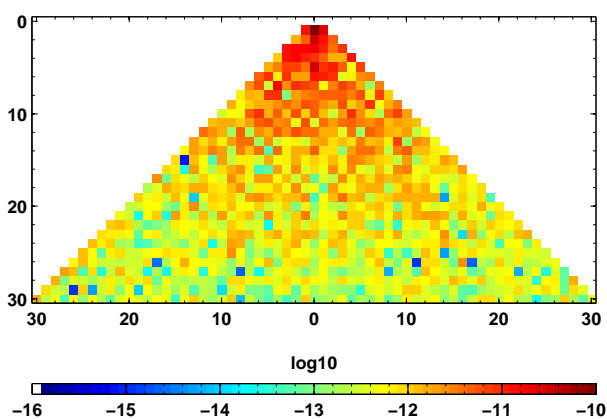


Abbildung 4.45: Beträge der Differenzen in den \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} ohne Reduktionen für 1 Monat hydrologischer Variationen.

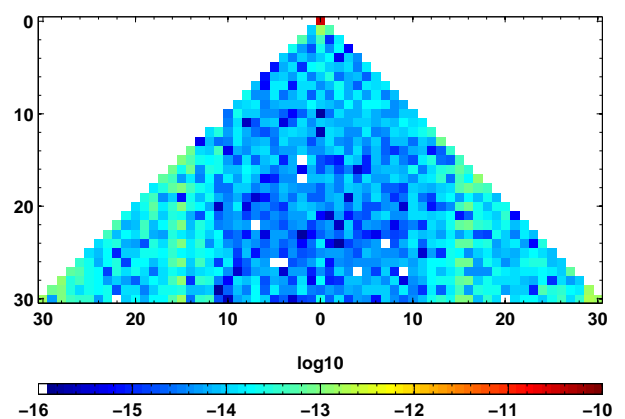


Abbildung 4.46: Beträge der Differenzen in den \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} ohne Reduktionen für 2 Jahre hydrologischer Variationen.

Tatsächlich weisen die Differenzen in den Geoidhöhen zwischen dem statischen Eingangsfeld und dem Ergebnis der Analyse für die beiden Zeitreihen ein recht unterschiedliches Aussehen auf. Die zweijährige Lösung ist in Abbildung 4.47 enthalten, während Abbildung 4.49 die entsprechenden Ergebnisse nach einem Monat zeigt. Wäre die Abtastung der Variationen korrekt, dann müsste diese Differenz dem mo-

natlichen bzw. zweijährigen Mittelwert der betrachteten zeitlichen Variationen entsprechen. Da genau der zweijährige Mittelwert als statisches Feld bei den hydrologischen Daten abgezogen wurde, sollte hier an allen Punkten der Wert Null stehen. Dies ist mit einem RMS von unter 0.004 mm ungefähr der Fall. In den Geoidhöhen ist keinerlei hydrologisches Signal mehr erkennbar, sondern nur noch ein Streifenmuster von wenigen Hundertstel mm Amplitude. Dies liegt sogar noch unterhalb der Genauigkeit der Reduktionen in Abbildung 4.48. Die hydrologischen Variationen verursachen über solch lange Zeiträume damit kaum Aliasingeffekte und brauchen nicht durch Reduktionen berücksichtigt werden.

Erheblich anders stellt sich die Situation nach einem Monat in Abbildung 4.49 dar. In den Differenzen zum statischen Feld sind typische kontinentale Bereiche klar erkennbar, in denen hydrologische Variationen auftreten. Die Werte von knapp 4 mm erscheinen sehr ähnlich zum Monatsmittel des Eingangssignals, so dass eine Differenzbildung relativ zu diesem ausgeführt werden kann. Die Abbildung 4.50 bestätigt, dass ein Großteil der hydrologischen Variationen sich in den simulierten Beobachtungen wiederfindet und vergleichsweise kleine Aliasingeffekte erscheinen. Diese zeigen eine Streifenstruktur und liegen bei etwa 10% der hydrologischen Signalstärke.

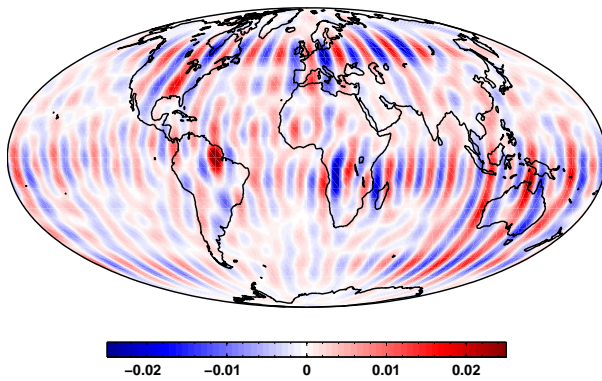


Abbildung 4.47: Differenzen in Geoidhöhen [mm] ohne Reduktionen für 2 Jahre hydrologischer Variationen. Min = -0.025 mm, Max = 0.034 mm, RMS = 0.0039 mm.

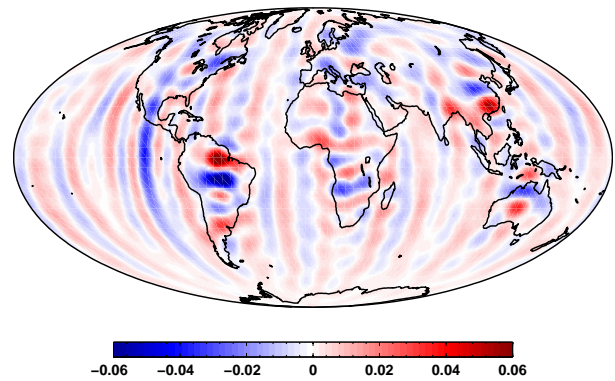


Abbildung 4.48: Differenzen in Geoidhöhen [mm] mit Reduktionen für 1 Monat hydrologischer Variationen. Min = -0.08 mm, Max = 0.08 mm, RMS = 0.007 mm.

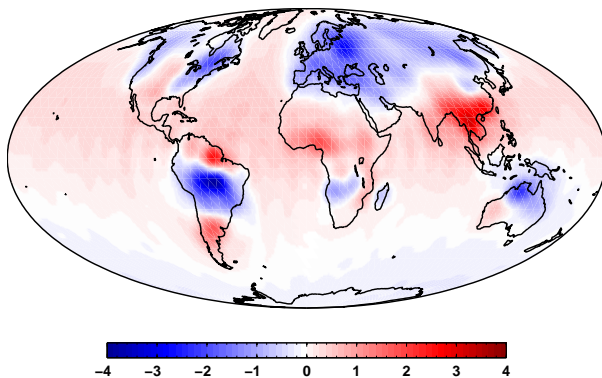


Abbildung 4.49: Differenzen in Geoidhöhen [mm] ohne Reduktionen für 1 Monat hydrologischer Variationen. Min = -3.83 mm, Max = 3.13 mm, RMS = 0.458 mm.

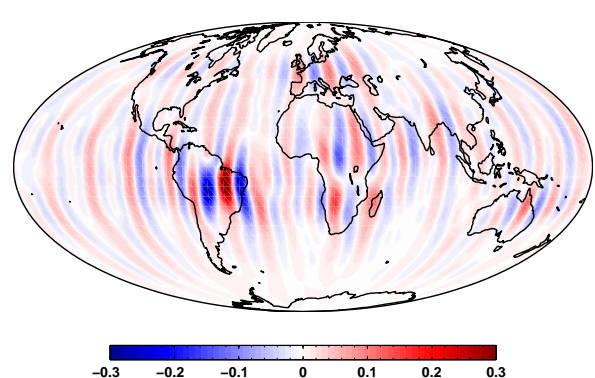


Abbildung 4.50: Geoidhöhen [mm] aufgrund von Aliasing über einen Monat (siehe Text). Min = -0.34 mm, Max = 0.28 mm, RMS = 0.028 mm.

Das Ergebnis dieser Simulationen besteht damit aus folgenden zwei Schlussfolgerungen:

- Bei der Auswertung mehrjähriger Beobachtungen spielen hydrologische Signale keine Rolle durch etwaiges Aliasing.
- Auf monatlichen Zeitskalen können hydrologische Variationen weitgehend aus den Beobachtungen

rekonstruiert werden. Fehler durch Aliasing liegen bei etwa 10% der Signalstärke.

Voraussetzung ist natürlich eine entsprechend hohe Sensorgenauigkeit. Aufgrund der großen Unsicherheiten der Hydrologiemodelle ist es fraglich, ob die Berechnung von Reduktionen hier Sinn machen würde.

Diese Ergebnisse für hydrologische Variationen stimmen sowohl mit den verschiedenen Studien zu den monatlichen GRACE-Schwerefeldern als auch mit den Simulationen von Han et al. (2004) sowie Schrama und Visser (2007) gut überein. Es ist jedoch zu beachten, dass die beiden zuletzt genannten Studien andere Vorgehensweisen verwenden. So fließen dort die Genauigkeitseigenschaften der Sensoren mit ein und es werden teilweise beobachtete Daten für die Bahnen verwendet. Eine andere Methodik der Rückrechnung erschwert auch Vergleiche mit den Arbeiten von Thompson et al. (2004) und Seo und Wilson (2005b) zu den atmosphärisch-ozeanischen Variationen. Übereinstimmung besteht im Allgemeinen mit den Streifenstrukturen, bezüglich der Stärke der Ausprägung sind jedoch teilweise Differenzen von einem Faktor 2 zu beobachten.

4.3.5 Fehlerreduktion durch Glättungsfilter

Kleinräumige hochfrequente Signale verursachen bei Beobachtungen von Satelliten aus oft Schwierigkeiten, da sie nicht korrekt abgetastet werden. Wie oben gezeigt, stellt die Modellierung der Signale und die Anbringung einer entsprechenden Reduktion bei der Auswertung der Beobachtungen eine mögliche Abhilfe dar. Daneben besteht auch die Möglichkeit, mit Filtern die Auswirkungen des Aliasings zu begrenzen. Beide Vorgehensweisen sind beispielsweise auch in der Altimetrie zu finden (Ponte und Lyard, 2001).

Beginnend mit Wahr et al. (1998) kommt bei Schwerefeldern aus der GRACE-Mission sehr häufig ein Gauß-Filter nach Jekeli (1981) zum Einsatz, vgl. Kapitel 2.3. Für monatliche GRACE-Schwerefelder gibt es aus Vergleichen mit Modellen und unabhängigen Daten sogar Empfehlungen für einen optimalen Glättungsradius des Gauß-Filters. So geben Chen et al. (2005b) für Geoidhöhen einen Radius von 600 km an, bei dem die Beobachtungen bestmöglich zu den Modellen GLDAS im kontinentalen und ECCO im ozeanischen Bereich passen. King et al. (2006) finden hingegen aus einem Vergleich mit GPS-Beobachtungen einen Radius von 500 km über den Kontinenten und mehr als 2000 km über den Ozeanen ideal. Diese Unterschiede und alternative Möglichkeiten der nicht-isotropen Filterung sollen hier nicht diskutiert werden. Eine kurze Übersicht über mögliche Filteransätze bietet Kapitel 2.3. Unter Beschränkung auf den Gauß-Filter ist im Folgenden lediglich die Wirkung des Filters an zwei Beispielen aus den vorigen Simulationen aufgezeigt.

Isotrope Filterung von Streifenstrukturen. Bei den SST-Missionen mit nahezu polaren Bahnen sind Streifenstrukturen in Nord-Süd-Richtung in den Ergebnissen charakteristisch. Die Breite der Streifen hängt dabei vom maximalen Entwicklungsgrad ab. Setzt man diesen herunter, wendet man also einen Tiefpassfilter darauf an, so verringert sich in der Regel die Amplitude der Streifen und ihre Ausdehnung in Ost-West-Richtung vergrößert sich. Dies leistet auch der Gauß-Filter, der aufgrund der Vermeidung eines räumlichen Leakage vorzuziehen ist.

Als typisches Beispiel für die Streifenstrukturen dient im Folgenden der Fehler aufgrund von Aliasing bei atmosphärisch-ozeanischen Schwerevariationen im Fall SST high-low in Abbildung 4.32. Der maximale Entwicklungsgrad liegt hier bei 30 entsprechend einer räumlichen Auflösung von 667 km. Die Faltung mit einer Gewichtsfunktion von weniger als 667 km Halbwertsradius r bewirkt trotzdem eine Glättung, auch wenn in der näheren Umgebung jedes Punktes keine neuen Informationen, sondern nur interpolierte Werte aus der Synthese zu finden sind. Dies geht aus den Abbildungen 4.51-4.54 hervor, die gefilterte Versionen von Abbildung 4.32 mit 300, 500, 700 und 1000 km wiedergeben. Für Vergleichszwecke ist die Skalierung der Plots stets gleich gehalten.

Deutlich ist die Abschwächung des Signals zu sehen, die mit einer Filterung immer einhergeht. Natürlich zeigen auch die statistischen Kenngrößen diese Reduktion, siehe Tabelle 4.4. Die Wahl eines Glättungsradius entscheidet somit immer auch über den Grad der Dämpfung des Signals mit.

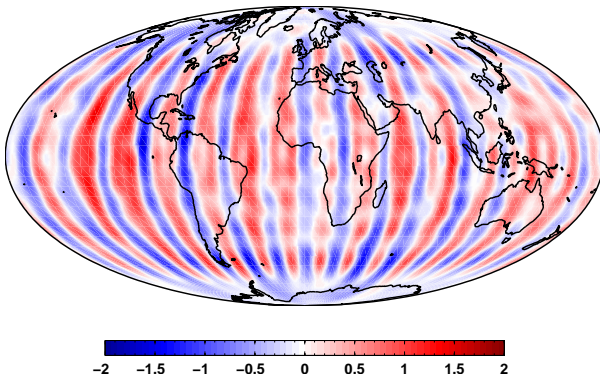


Abbildung 4.51: Geoidhöhen [mm] aus Abbildung 4.32, gefiltert mit Glättungsradius $r = 300$ km.

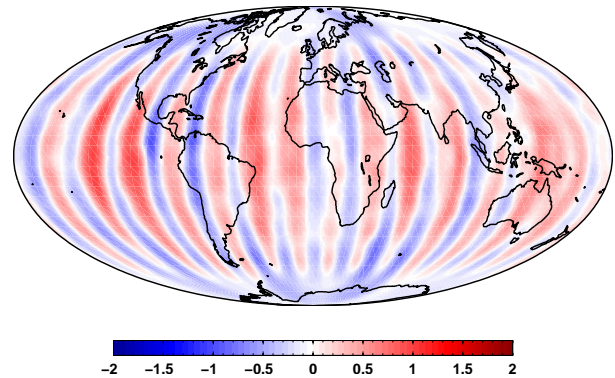


Abbildung 4.52: Geoidhöhen [mm] aus Abbildung 4.32, gefiltert mit Glättungsradius $r = 500$ km.

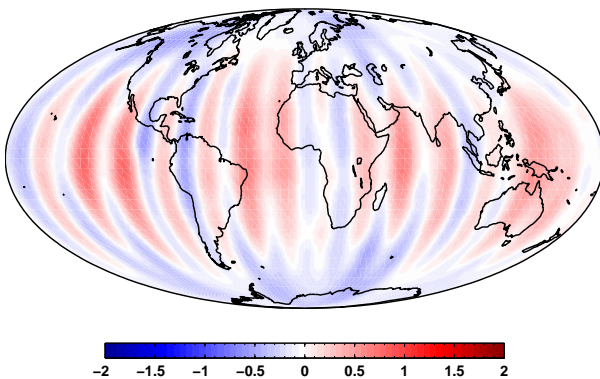


Abbildung 4.53: Geoidhöhen [mm] aus Abbildung 4.32, gefiltert mit Glättungsradius $r = 700$ km.

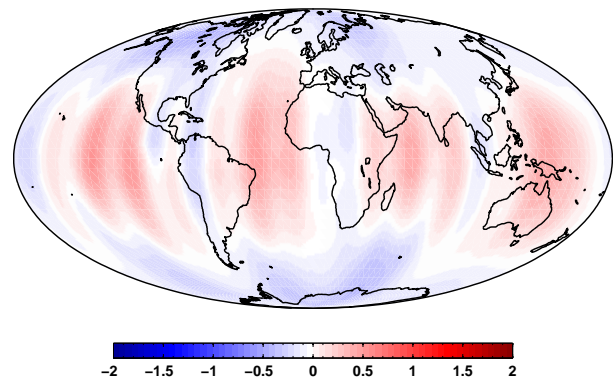


Abbildung 4.54: Geoidhöhen [mm] aus Abbildung 4.32, gefiltert mit Glättungsradius $r = 1000$ km.

Tabelle 4.4: Kenngrößen zu den Abbildungen 4.32 und 4.51-4.54 in Geoidhöhen [mm].

r [km]	Min	Max	RMS
0	-2.56	2.26	0.55
300	-1.62	1.41	0.39
500	-0.97	0.99	0.26
700	-0.55	0.78	0.19
1000	-0.45	0.52	0.14

Filterung der Unsicherheit von Atmosphärenmodellen. Neben der Anwendung des Gauß-Filters auf Streifenstrukturen soll er an einem weiteren Beispiel mit praktischem Bezug angewendet werden. Die Simulation zu den Unsicherheiten der atmosphärischen Modelle lieferte Fehler in einem monatlichen Geoid von bis zu 0.5 mm. Diese Unsicherheit läßt sich nur durch unabhängige Validierungen der Atmosphärenmodelle genauer bestimmen und evtl. reduzieren. Auch eine Filterung verringert jedoch die Ausprägung der Unsicherheit wie sie in Abbildung 4.42 dargestellt ist. Die mit Radien von 400 und 800 km gefilterten Versionen sind in den Abbildungen 4.55 und 4.56 enthalten. Statistische Kenngrößen gibt Tabelle 4.5 an. Sie zeigen erneut die deutliche Abnahme im RMS und den extremalen Werten, die mit dem Gauß-Filter erreicht wird.

Allgemein ist bei Filterungen wie dieser jedoch immer zu beachten, dass sie nicht die Ursachen der

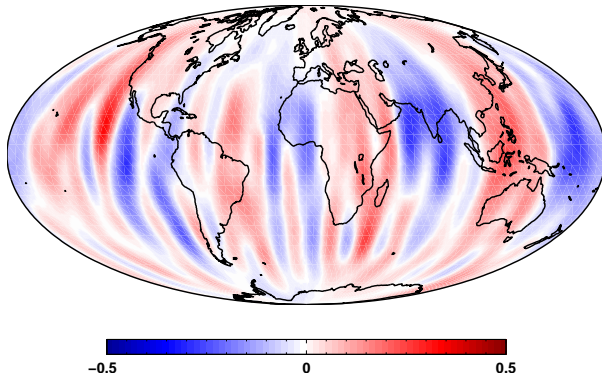


Abbildung 4.55: Geoidhöhen [mm] aus Abbildung 4.42, gefiltert mit Glättungsradius $r = 400$ km.

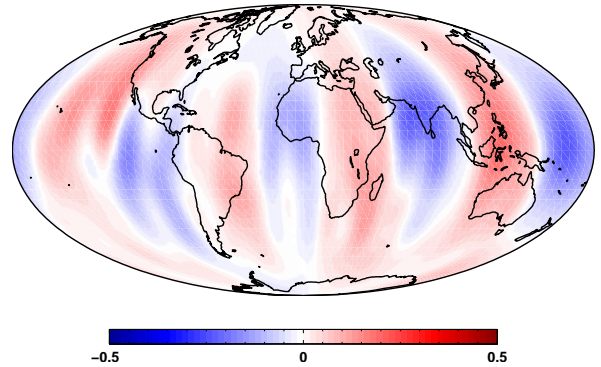


Abbildung 4.56: Geoidhöhen [mm] aus Abbildung 4.42, gefiltert mit Glättungsradius $r = 800$ km.

Tabelle 4.5: Kenngrößen zu den Abbildungen 4.42, 4.55 und 4.56 in Geoidhöhen [mm].

r [km]	Min	Max	RMS
0	-0.40	0.47	0.092
400	-0.28	0.32	0.074
800	-0.23	0.19	0.059

Fehler beseitigen, sondern lediglich ihre Ausprägung reduzieren. Gleichzeitig geht ein großer Teil der Detailinformationen verloren und die Signalstärke reduziert sich merklich. Bei einer Suche nach idealen Filtereigenschaften muss immer auch das beispielsweise aus einem Modell abgeleitete Vergleichssignal identisch gefiltert werden. Darüber hinaus stellt sich die Frage, wie sehr und ob die Filterung auch physikalisch gerechtfertigt ist. Eine Manipulation einzelner ausgewählter Koeffizienten in einem nicht-isotropen Filter ist in dieser Hinsicht kritisch zu hinterfragen.

4.4 Zusammenfassung

Die Beobachtung zeitlicher Schwerevariationen mit Satellitenmissionen stellt in zweierlei Hinsicht eine Herausforderung dar. Zum einen werden die Variationen häufig ungenügend abgetastet, so dass Verfälschungen durch Aliasing auftreten können und zum anderen erfordert eine Schätzung zeitvariabler Potentialkoeffizienten Vorwissen über dominante Frequenzen und bringt eine große Anzahl neuer Unbekannter in die Auswertung ein, die die Redundanz der Gleichungssysteme stark reduzieren können. Hinzu kommt die nicht triviale Frage, welche der Variationen bzw. welche Teile von ihnen mit den einzelnen Sensoren der Satelliten überhaupt messbar sind. Diese Schwierigkeiten sind noch nicht abschließend geklärt. Die vorliegende Arbeit zeigt jedoch anhand einiger Beispiele Möglichkeiten und Vorgehensweisen auf, wie man sich Lösungen zu den obigen Problemen nähern kann. In diesem Rahmen ist auch die aktuelle Strategie bei den Missionen CHAMP, GRACE und GOCE erläutert.

Für den Vergleich zwischen der Messgenauigkeit der Sensoren und der Signalstärke der zeitlichen Variationen kommen zwei Verfahren zum Einsatz:

- Vergleich der Grad-RMS und
- Vergleich der Spektraldichten (PSD).

Die Grad-RMS geben Auskunft über eine globale mittlere Signalstärke und mittlere Fehler eines Schwerefeldes aus einer Satellitenmission. Problematisch ist auf der einen Seite die nicht immer klare Entstehung der Genauigkeitsangaben zu einem Schwerefeld und zum anderen der Streubereich der

Signalstärke zeitlicher Variationen und deren meist regionaler Charakter. Die PSD charakterisieren dagegen die Sensorgenauigkeiten sehr gut und zeigen die Messbarkeit der Signale an. Da sie jedoch nur entlang der Bahn berechnet werden, ist mit ihnen keine Folgerung auf den Ursprung der Variation möglich und ein „Übersehen“ von Signalen in nicht überflogenen Bereichen wahrscheinlich.

Aus dem Vergleich der Grad-RMS und der PSD lässt sich mit gewissen Einschränkungen trotzdem folgern:

- die Genauigkeit von CHAMP kann von atmosphärisch-ozeanischen Massenvariationen beeinträchtigt sein, Modellierungsfragen dieser Variationen oder auch hydrologische Signale liegen unterhalb der Messgenauigkeit.
- GRACE kann sowohl atmosphärisch-ozeanische als auch hydrologische Signale erfassen. Hier wirkt evtl. die Unsicherheit der Atmosphärenmodelle limitierend.
- GOCE kann allein schon aufgrund der Wahl des Beobachtungszeitraums keine zeitvariablen Signale messen, ist in niederen Graden aber für alle betrachteten Variationen sensitiv und benötigt daher entsprechende Korrekturen.

Zum besseren Verständnis der Problematik des Aliasings durch unzureichende Abtastung dient eine Gliederung nach den Kombinationen von periodischen und nicht-periodischen Signalen und Bahnen. Während bei periodischen globalen Variationen exakte oder – im Falle nicht-periodischer Bahnen – ungefähre Aliasperioden berechnet werden können, hilft bei regionalen und nicht-periodischen Variationen nur eine vollständige Simulation der ablaufenden Prozesse. Sie beinhaltet eine Vorwärtsrechnung des beobachteten Signals, den Abtastungsvorgang und die Rückrechnung auf die Eingangsgröße. Der Vergleich zwischen Input und Output eines solchen Simulationsmodells zeigt die Differenzen, die aus der Abtastung zusätzlich wirkender Variationen entstehen. Gleichzeitig kann die Wirksamkeit von Reduktionen für diese Variationen beurteilt werden. Zudem ermöglichen Vergleiche der ohne Reduktionen bestimmten mittleren Variation mit dem mittleren Signal der Variation eine Abschätzung der Aliasingeffekte.

Das Simulationsmodell in dieser Arbeit besteht im wesentlichen aus den drei Elementen

- Bahnintegration, wahlweise mit oder ohne zeitliche Schwerevariationen.
- Energiebilanz zur Ableitung des Störpotentials entlang der Bahn aus Orts- und Geschwindigkeitsvektor, wahlweise mit oder ohne Reduktionen für zeitliche Schwerevariationen aus einer Integration der Beschleunigungen entlang der Bahn des Satelliten.
- Analyse, d.h. Ausgleichung nach kleinsten Quadraten zur Schätzung von (statischen) Potentialkoeffizienten.

Das Modell ist für Beobachtungen der Typen SST high-low und SST low-low ausgelegt. Mehrere Simulationen zeigen signifikant die Auswirkungen von

- Atmosphärisch-ozeanischen Variationen über einen Monat,
- Hydrologischen Variationen über einen Monat und über zwei Jahre,
- Unsicherheiten in den Atmosphärenmodellen über einen Monat.

Die Fehler bei Vernachlässigung dieser Signale liegen zwischen 0.5 und 6 mm mit RMS-Werten von 0.1 bis 1.3 mm. Die Variationen mit atmosphärisch-ozeanischem Ursprung erscheinen entsprechend der Abtastung zumeist als Streifenstruktur in Nord-Süd-Richtung. Dies trifft auch auf die Aliasingsphänomene zu, die bei etwa 30% der Signalstärke im Falle atmosphärisch-ozeanischer Variationen bzw. 10% bei Variationen hydrologischen Ursprungs liegen kann. Hydrologische Variationen sind auf monatlicher Zeitskala messbar.

Zur Verringerung der ausgeprägten Streifenmuster kommen häufig Filter zum Einsatz. Die Wirkung des am häufigsten gebrauchten Gauß-Filters ist an zwei Beispielen aufgezeigt. Sie äußert sich nicht nur in einer Reduktion der Streifen durch Glättung, sondern auch in einer Dämpfung des gesamten Signals um bis zu 75% bei 1000 km Glättungsradius.

5 Ergebnisse und Ausblick

5.1 Ergebnisse

Massentransporte im System Erde führen zu Änderungen im Schwerefeld der Erde. Diese sind zwar relativ zum statischen Schwerefeld mit etwa 10^{-7} bis 10^{-9} sehr klein, liegen für die aktuellen Schwerefeldmissionen aber im Bereich der Messbarkeit. Sie müssen folglich bei den Beobachtungen berücksichtigt werden oder sind sogar Zielgröße. Gleichzeitig hofft man, aus entsprechenden Beobachtungen der zeitlichen Variationen diese besser quantifizieren zu können und damit letztlich die physikalischen Prozesse innerhalb und zwischen den einzelnen Geofluiden zu erkennen und besser zu verstehen.

In diesem Kontext widmet sich ein erster Teil dieser Arbeit der Modellierung zeitlicher Schwerevariationen. Der Schwerpunkt liegt hierbei auf den saisonalen Variationen in der Atmosphäre, den Ozeanen und der kontinentalen Hydrosphäre. Ausgehend von den Grundlagen ist die Berechnung dieser Variationen mit Modellen ausführlich behandelt. Atmosphärische Daten des ECMWF und des NCEP kommen gemeinsam mit den Ozeanmodellen ECCO und OMCT zum Einsatz. Der hydrologische Bereich ist mit den drei Modellen LaD, GLDAS und dem des CPC bearbeitet. Anhand der Daten aus diesen aktuellen Modellen sind die Variationen charakterisiert und signifikante Frequenzen mit ihren Amplituden und Phasen für die gesamte Erde abgeleitet. Ein besonderer Fokus liegt dabei auf der Konsistenz verschiedener Modelle für den gleichen geophysikalischen Prozess, um einen ungefähren Anhaltspunkt für die Genauigkeit der Modelle zu gewinnen.

Der erste Teil ermöglicht damit die Vorwärtsrechnung von verschiedensten Datensätzen auf Schwerevariationen. Mit Blick auf die Beobachtung durch Schwerefeldmissionen sind noch zwei weitere Elemente entscheidend: die Abtastung der Variationen durch die Satelliten und die Rückrechnung auf sie aus den Beobachtungen. Diesen Themen widmet sich der zweite Hauptteil der vorliegenden Arbeit. Insbesondere die Abtastung wird eingehend behandelt.

Zur Frage der Messbarkeit zeitlicher Schwerefeldvariationen werden Vergleiche zwischen den Signalstärken der Variationen und den Messgenauigkeiten der Missionen bzw. Sensoren in Form von Grad-RMS und Spektraldichten angestellt. Diese Vergleiche geben Auskunft über die grundsätzliche Messbarkeit der Variationen. Zusätzlich treten Schwierigkeiten durch hochfrequente und regionale Variationen auf, die aufgrund der durch die Bahngeometrie bestimmte Abtaststrategie nicht korrekt erfasst werden. Die Auswirkungen eines möglichen Aliasings sind in einem geschlossenen Simulationsmodell aufgezeigt. Mit Reduktionen für die aus Modellen bekannten Schwerevariationen und geeigneten Filtern kann dem entgegengewirkt werden. Dies beeinflusst jedoch auch die Möglichkeiten der Bestimmung zeitlicher Variationen aus den Beobachtungen.

5.2 Ausblick

Aufgrund der schnellen Fortschritte im Bereich der Bestimmung zeitlicher Schwerevariationen in den letzten Jahren bietet es sich an, den Ausblick zu dieser Arbeit mit aktuellen Entwicklungen insbesondere im Umfeld der GRACE-Mission zu verknüpfen. Neben möglichen Weiterentwicklungen und Folgearbeiten soll daher auch ein „Blick über den Tellerrand“ der vorliegenden Arbeit hinaus geworfen werden. Zur Gliederung sind dabei die vier Überschriften *Modellgenauigkeiten*, *alternative Parametrisierungen*, *Kombination mit anderen Sensoren* und *zukünftige Missionen* gewählt.

Modellgenauigkeiten. Die Modelle, aus denen zeitliche Schwerevariationen abgeleitet werden, beinhalten meistens keine Informationen über die Genauigkeit der verschiedenen Parameter. In der Folge werden die abgeleiteten Schwerevariationen daher als fehlerfreie Größen in die Auswertung der Satellitenbeobachtungen eingeführt. Dies entspricht natürlich nicht der Realität. Die bisher üblichen Vergleiche verschiedener Modelle für ein und dieselben Variationen zeigen zwar gewisse Unterschiede auf, die jedoch beispielsweise aufgrund von Korrelationen zwischen den Modellen oder gleicher Näherungen nicht als echtes Fehlermaß angesehen werden können.

Wünschenswert wäre in diesem Bereich die Ermittlung realistischer Fehler für die geophysikalischen Parameter, eine Fehlerfortpflanzung auf die Schwerevariationen und die Berücksichtigung dieser Ungenauigkeiten in der weiteren Schwerefeldprozessierung. Mögliche Nutzungen komplementärer Daten aus der Fernerkundung sind in Gruber und Peters (2003) skizziert. Gleichzeitig unterliegen natürlich auch die Modelle einer laufenden Weiterentwicklung. So fließen beispielsweise seit Ende 2006 Atmosphärenprofile aus den GPS-Okkultationen von CHAMP, GRACE und COSMIC in das ECMWF-Modell ein (Richardson, 2007). Sie verbessern die Bestimmung einiger Parameter wie der Temperatur in den hohen Schichten der Atmosphäre (Bormann und Healy, 2005). Auch Größen wie die Gesamtmasse oder die Lage des Massenzentrums bezüglich des Koordinatensystems werden in den geophysikalischen Modellen vermehrt sorgfältiger behandelt (Clarke et al., 2005). Die Auswirkungen solcher Modellverbesserungen sollten in den Fehlermaßen entsprechend Berücksichtigung finden. Daneben ist auch die Vorgehensweise bei der Ableitung der Schwerevariationen aus den Modellen immer wieder zu überprüfen. Dort getroffene Annahmen und Vereinfachungen können sich in der Zukunft als unzureichend erweisen.

Wie in den Untersuchungen von Schrama und Visser (2007) könnten mit obigen echten Fehlermaßen für die Reduktionen und unter Einschluss der Sensorgenauigkeiten die Auswirkungen der Fehler in den Modellen auf die Genauigkeit der geschätzten Potentialkoeffizienten ermittelt werden. Entsprechende Erkenntnisse aus Simulationen helfen dann ebenso wie verbesserte Modelle für die Reduktionen bei der Interpretation einer Zeitreihe von Schwerefeldlösungen. Dies würde auch die momentan bestehenden Schwierigkeiten bei der Wahl des richtigen Filters reduzieren, vgl. Horwath und Dietrich (2006). Es ist zu erwarten, dass erst eine genaue Kenntnis der Massenvariationen aus Modellen eine Separation sich einander überlagernder ähnlicher Variationen in den Beobachtungen der Satelliten ermöglichen wird.

Alternative Parametrisierungen. Massentransporte beschränken sich in der Regel auf bestimmte Regionen. Die klassische Parametrisierung des Schwerefeldes mit Kugelflächenfunktionen impliziert jedoch immer eine globale Betrachtungsweise. Die sphärisch-harmonischen Koeffizienten haben keinen Ortsbezug, sondern repräsentieren immer bestimmte globale Frequenzen. Daher kommen bei regionalen Schwerefeldberechnungen seit vielen Jahren alternative Parametrisierungen zum Einsatz (Schmidt et al., 2007). Dies macht folglich auch bei der Beobachtung der Schwerevariationen mit Satelliten Sinn.

In den letzten Jahren ist insbesondere die Verwendung von Splines und Wavelets als Basisfunktionen ins Blickfeld geraten. Sie bieten einen Ortsbezug auf Kosten der eindeutigen spektralen Zuordnung. Damit stellen sie auch ein geeignetes Werkzeug zur Filterung bestimmter Regionen aus globalen Datensätzen dar. Fengler et al. (2007) zeigen dies anhand der Variationen monatlicher GRACE-Swerefelder auf. Auch die Anwendung zur Prozessierung der originären Beobachtungen mit einem Fokus auf bestimmte Regionen ist möglich. Beispiele geben Eicker et al. (2006) für Splines und Fengler et al. (2004) sowie Schmidt et al. (2006c, 2007) für Wavelets.

Aufgrund der grundsätzlich hervorragenden Eignung für regionale Phänomene versprechen diese Ansätze weiterhin interessant zu bleiben. Dies gilt auch für die alternativen Methoden von Han et al. (2005a,d, 2006c) oder Rowlands et al. (2005). Vor diesem Hintergrund scheint die klassische Parametrisierung zumindest für regionale Betrachtungen zukünftig nicht mehr das Mittel der Wahl zu sein.

Kombination mit anderen Sensoren. In vielen Bereichen der Geodäsie werden derzeit große Anstrengungen zur Kombination der Beobachtungen einer bestimmten Zielgröße mit verschiedenen Sensoren oder Messsystemen unternommen. Das Ziel ist dabei stets, die Stärken der jeweiligen Methoden auszunutzen und systematische Schwächen oder Inkonsistenzen zu entdecken (Drewes, 2006). Im Bereich

der (statischen) Schwerefeldbestimmung kommt es beispielsweise zu Kombinationen der Satellitenbeobachtungen mit terrestrischen Daten oder zu Kombinationen zwischen CHAMP und GRACE oder zwischen SLR-Beobachtungen und CHAMP oder GRACE.

Solche Kombinationen lohnen auch im Bereich der Schwerevariationen. So besteht über die Variationen der Koeffizienten von Grad 1 eine Verbindung zu den Variationen des Massenzentrums bezüglich des Ursprungs des vereinbarten Koordinatensystems. Die beobachteten Variationen bedürfen einer geophysikalischen Deutung, wie sie von Chen et al. (1999) für SLR-Beobachtungen gegeben wurde. Ebenso ist eine Kombination der Variationen in Koeffizienten vom Grad 2 mit den Erdrotationsparametern Polbewegung und Tageslängenschwankung anzustreben, vgl. Chen (2005) und Chen et al. (2004, 2005a). Hierüber besteht auch eine Verbindung zu den geodätischen Raumverfahren, die zur Bestimmung der Erdrotationsparameter dienen.

Weitere Kombinationsmöglichkeiten bestehen über die geometrisch messbaren Deformationen der Erdoberfläche durch Auflasten zu Zeitreihen von GPS-Beobachtungen, siehe z.B. Kusche und Schrama (2005). Im ozeanischen Bereich wäre eine Kombination mit der Altimetrie denkbar. Besonderes Interesse gilt dabei der Auftrennung zwischen echten Massenvariationen in den Ozeanen und rein sterischen Effekten durch Temperaturänderungen. Eine genaue Kenntnis hierüber ist für Studien zum Meeresspiegelanstieg und zum Klimawandel von großer Bedeutung. Erste Ergebnisse aus monatlichen GRACE-Schwerefeldern für diesen Bereich zeigen Chambers et al. (2004) und Chambers (2006). Der Vergleich mit altimetrischen Beobachtungen hilft zudem bei der Ableitung von Ozeanströmungen und den Variationen in diesen aus GRACE-Schwerefeldern (Dobslaw und Thomas, 2007b)

All diese Kombinationen zielen auf ein integriertes globales geodätisches Beobachtungssystem wie es die IAG (*International Association of Geodesy*) mit dem Projekt GGOS (*Global Geodetic Observing System*) anstrebt. Hier sollen die verschiedensten Techniken miteinander verknüpft werden, was letztlich zu einem besseren Verständnis der geodynamischen Prozesse führen und als Basis für benachbarte Geowissenschaften dienen soll (Drewes, 2007). Die oben skizzierten Möglichkeiten der Kombination sind insbesondere für die zeitlichen Schwerevariationen noch längst nicht ausgeschöpft und bedürfen weiterer Anstrengungen, um das Ziel eines geodätischen Beobachtungs- und Monitoringsystems zu erreichen.

Zukünftige Missionen. Technische Fortschritte haben die Realisierung der aktuellen Schwerefeldmissionen CHAMP, GRACE und demnächst auch GOCE ermöglicht. GRACE erreicht ein hohes Genauigkeitsniveau, das erstmals zu einer globalen Erfassung von zeitlichen Schwerevariationen aufgrund von Massenverlagerungen geführt hat. Da die Entwicklungen weitergehen werden, stellt sich für die Zukunft die Frage, mit welchen Sensoren und welchen Satellitenkonfigurationen die momentan erreichbaren Genauigkeiten weiter gesteigert werden können.

Neben dem Bereich der Modellverbesserungen und dem der Sensorik sind auch von der Wahl geeigneter Satellitenbahnen oder Formationsflügen weitere Verbesserungen zu erwarten. Mit Blick auf die zeitlichen Schwerevariationen bedarf es hierzu eines vollständigen Simulationsmodells ähnlich dem in dieser Arbeit, das entsprechende Konfigurationen untersucht, wie sie beispielsweise von Sneeuw und Schaub (2005) vorgeschlagen wurden. Dies kann nicht zuletzt auch zur Begründung der Notwendigkeit von Nachfolgemissionen beitragen.

Verzeichnis der Abkürzungen

ARGO	Name eines Netzwerks aus Ozean-Driftern; Schiff in griechischer Mythologie
CHAMP	Challenging Minisatellite Payload
CNES	Centre National D'Études Spatiales
CPC	Climate Prediction Center
DFT	Discrete Fourier Transform
ECCO	Estimating the Circulation & Climate of the Ocean
ECMWF	European Centre for Medium-Range Weather Forecasts
EGM96	Earth Gravitational Model 1996
EIGEN-CHAMP03S	European Improved Gravity model of the Earth by New techniques, CHAMP-only, Version 3
ENVISAT	Environmental Satellite
ERS	European Remote Sensing Satellite
ESA	European Space Agency
FES99	global tide Finite Element Solution 1999
FES2004	global tide Finite Element Solution 2004
FFT	Fast Fourier Transform
FWR	Foundation for Water Research
GGFC	Global Geophysical Fluids Center
GGM02S	GRACE Gravity Model, Version 2, GRACE-only
GGOS	Global Geodetic Observing System
GLDAS	Global Land Data Assimilation System
GLOUP	Global Undersea Pressure
GOCE	Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer
GOT00.2	Goddard Ocean Tide model 2000, Version 2
GPS	Global Positioning System
GRACE	Gravity and Climate Experiment
GRDC	Global Runoff Data Centre
GRIB	Gridded Binary data format
GRS67	Geodetic Reference System 1967
GRS80	Geodetic Reference System 1980
HDM	Hydrological Discharge Model
IAG	International Association of Geodesy
IB	Inverted Barometer
ICE-5G	Name eines Modells zu postglazialen Hebungen
IERS	International Earth Rotation and Reference Systems Service
ITRS	International Terrestrial Reference System
JPL	Jet Propulsion Laboratory
LaD	Land Dynamics Model
LAGEOS	Laser Geodynamics Satellite
Δ LOD	Tageslängenschwankung
MIT	Massachusetts Institute of Technology
Mog2D	Modèle 2D d'ondes de gravité
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NCEP	National Centers for Environmental Prediction

NIB	Non-Inverted Barometer
NRC	National Research Council
NOAA	National Oceanic & Atmospheric Administration
NUVEL-1	Northwestern University Velocity model, Version 1
OFCM	Office of the Federal Coordinator for Meteorological Services and Supporting Research
OMCT	Ocean Model for Climate and Tides
POP	Parallel Ocean Program
PPHA	Ozeanzirkulationsmodell von Pacanowski, Ponte, Hirose und Ali
PREM	Preliminary Reference Earth Model
PSD	Power Spectral Density
RMS	Root Mean Square
SLR	Satellite Laser Ranging
SMOS	Soil Moisture and Ocean Salinity
SST	Satellite-to-Satellite Tracking
TOPEX	ocean surface Topography Experiment
TPXO.6	Oregon State University TOPEX/Poseidon Ocean tide model, Version 6
UNESCO	United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization
USAF	United States Air Force
USGS	United States Geological Survey
WGHM	WaterGap Global Hydrology Model
WGS84	World Geodetic System 1984
WMO	World Meteorological Organization
WS	Wassersäule

A Zur Berechnung der Legendre-Funktionen

Dieser Anhang stellt keine allgemeine Beschreibung der Legendre-Polynome und Legendre-Funktionen dar, sondern soll lediglich eine Zusammenstellung der in dieser Arbeit verwendeten Formeln zur Berechnung der Legendre-Funktionen bieten. Weitere Erläuterungen sind Grundlagenwerken wie Heiskanen und Moritz (1967) zu entnehmen.

Bezeichnet man die vollständig normierten zugeordneten Legendre-Funktionen von Grad n und Ordnung m mit $\bar{P}_{nm}(\cos \theta)$, wobei θ für die sphärische Kobreite steht, so gelten folgende Rekursionsbeziehungen (Gerstl, 1980):

$$\bar{P}_{nn}(\cos \theta) = W_{nn} \sin \theta \bar{P}_{n-1,n-1}(\cos \theta) \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{P}_{nm}(\cos \theta) = W_{nm} \left[\cos \theta \bar{P}_{n-1,m}(\cos \theta) - \frac{\bar{P}_{n-2,m}(\cos \theta)}{W_{n-1,m}} \right], \quad (\text{A.2})$$

mit den Gewichtsfaktoren W_{nm} aus

$$W_{1,1} = \sqrt{3} \quad (\text{A.3})$$

$$W_{n,n} = \sqrt{\frac{2n+1}{2n}} \quad \text{für } n > 1 \quad (\text{A.4})$$

$$W_{n,m} = \sqrt{\frac{(2n+1)(2n-1)}{(n+m)(n-m)}}. \quad (\text{A.5})$$

Startwert ist $\bar{P}_{00} = 1$.

Die Ableitungen der Legendre-Funktionen $\bar{P}'_{nm} = \partial \bar{P}_{nm} / \partial \theta$ folgen aus der Differentiation nach θ . Die Rekursion wird zu (vgl. Wenzel (1985) Anhang E):

$$\bar{P}'_{nn}(\cos \theta) = W_{nn} (\cos \theta \bar{P}'_{n-1,n-1}(\cos \theta) + \sin \theta \bar{P}'_{n-1,n-1}(\cos \theta)) \quad (\text{A.6})$$

$$\bar{P}'_{nm}(\cos \theta) = W_{nm} \left[-\sin \theta \bar{P}_{n-1,m}(\cos \theta) + \cos \theta \bar{P}'_{n-1,m}(\cos \theta) - \frac{\bar{P}'_{n-2,m}(\cos \theta)}{W_{n-1,m}} \right]. \quad (\text{A.7})$$

Startwert ist in diesem Falle $\bar{P}'_{00} = 0$. Die Gewichtsfaktoren bleiben von der Differentiation unberührt.

B Geopotentielle und geometrische Höhen

Definitionsgemäß ist die geopotentielle Höhe H^g :

$$H^g = \frac{1}{g_0} \int_0^z g \, dz' , \quad (\text{B.1})$$

mit der radialen Koordinate z gezählt ab dem Geoid und $g_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$ oder genauer $g_0 = g_{45} = 9.80665 \text{ m/s}^2$. Für die Umrechnung in geometrische Höhen muss also die Ortsabhängigkeit der Schwere g berücksichtigt werden. Dies kann heute sehr gut durch die entsprechenden Formeln für die Normalschwere oder mit einem hochauflösenden Schwerefeld geschehen. Zur Vereinfachung waren und sind dafür verschiedene Näherungen üblich, die hier kurz angegeben werden sollen.

Unter Vernachlässigung der Lageabhängigkeit kann die Abnahme der Schwere mit der Höhe nach dem Grundprinzip des Quadrats des inversen Abstands angegeben werden:

$$g = g_0 \left(\frac{R}{r} \right)^2 . \quad (\text{B.2})$$

Dabei ist R der Radius einer kugelförmigen Erde. Unter Vernachlässigung des Unterschieds zwischen Kugel und Ellipsoid sowie der Geoidhöhe N und damit $r = R + z$ entsteht aus (B.2) auch

$$g = g_0 \left(\frac{R}{R+z} \right)^2 = g_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R}\right)^2} . \quad (\text{B.3})$$

Mit (B.2) folgt eine Beziehung zwischen geopotentieller und geometrischer Höhe zu (Haurwitz, 1941):

$$\begin{aligned} H^g &= \frac{1}{g_0} \cdot g_0 \int_0^z \left(\frac{R}{R+z'} \right)^2 dz' = R^2 \cdot \frac{-1}{R+z'} \Big|_0^z = R^2 \cdot \left(\frac{-1}{R+z} + \frac{1}{R} \right) \\ &= R - \frac{R^2}{R+z} = \frac{R(R+z) - R^2}{R+z} = \frac{R \cdot z}{R+z} . \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Die Umkehrung lautet folglich:

$$z = \frac{R \cdot H^g}{R - H^g} = \frac{H^g}{1 - \frac{H^g}{R}} . \quad (\text{B.5})$$

Die radiale Koordinate r ab dem Geozentrum setzt sich dann zusammen aus:

$$r = R + z = R + \frac{H^g}{1 - \frac{H^g}{R}} = \frac{R \cdot \left(1 - \frac{H^g}{R}\right) + H^g}{1 - \frac{H^g}{R}} = \frac{R}{1 - \frac{H^g}{R}} . \quad (\text{B.6})$$

Diese Darstellung wird mit $r = R + N' + z$, also ergänzt um eine auf eine Kugel bezogenen Geoidhöhe N' , z.B. von Swenson und Wahr (2002b) und Boy und Chao (2005) sowie bei der GRACE-Prozessierung (Flechtner, 2005; Flechtner et al., 2006) angewendet. Dabei wird die Lageabhängigkeit der Schwere vernachlässigt. Es entsteht für den Zusammenhang mit der geopotentiellen Höhe:

$$r = R + N' + z = \frac{R}{1 - \frac{H^g}{R}} + N' . \quad (\text{B.7})$$

In der Geodäsie wird die Geoidhöhe N üblicherweise ab einem Bezugsellipsoid gezählt. Der zugehörige geozentrische Ellipsoidradius ist $R' = a\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \beta}$ für eine reduzierte ellipsoidische Breite β (siehe Kapitel 2.1.1). Die radiale Koordinate setzt sich dann zusammen aus $r = R' + N + z$. Verwendet man dies und möchte man zusätzlich eine genäherte Breitenabhängigkeit der Schwere für den Zusammenhang mit der geopotentiellen Höhe berücksichtigen, so kann nach OFCM (1997), Appendix D und Simon (2003) für (B.4) und (B.5) geschrieben werden :

$$H^g = \frac{Gr \cdot R' \cdot z}{R' + z} \quad (\text{B.8})$$

$$z = \frac{R' \cdot H^g}{Gr - \frac{H^g}{R'}} \quad (\text{B.9})$$

mit dem Schwereverhältnis $Gr = g(\varphi)/9.80665$, das sich um 1 bewegt und $g(\varphi) = 9.80616(1 - 0.002637 \cos 2\varphi + 0.0000059 \cos^2 2\varphi)$. Bei Abweichungen von unter 0.1% genügt auch die Näherung (List, 1958):

$$z = (1 - 0.002644 \cos 2\theta)H^g + (1 - 0.0089 \cos 2\theta) \frac{H^g{}^2}{6.245 \cdot 10^6} . \quad (\text{B.10})$$

Die Differenzen zwischen geometrischen und geopotentiellen Höhen für den Bereich der Troposphäre sind in Abbildung B.1 dargestellt. Die Breitenabhängigkeit ist symmetrisch zum Äquator mit $h < H^g$ für $\theta < 45^\circ$ bzw. $\theta > 135^\circ$. Mit zunehmender Höhe dominiert jedoch die Höhenabhängigkeit, die dann $h > H^g$ bewirkt. Bis in 100 m Höhe sind die Differenzen bei 0.25 m, in 1000 m wachsen sie bis auf 3 m an und bei 10 km Höhe betragen sie bis zu 45 m. Während (B.10) eine sehr gute Näherung darstellt, besteht mit für die vereinfachte Annahme (B.5) nur für mittlere Breiten eine Ähnlichkeit mit den genaueren Formeln. An Polen und Äquator treten Abweichungen von über 50% auf.

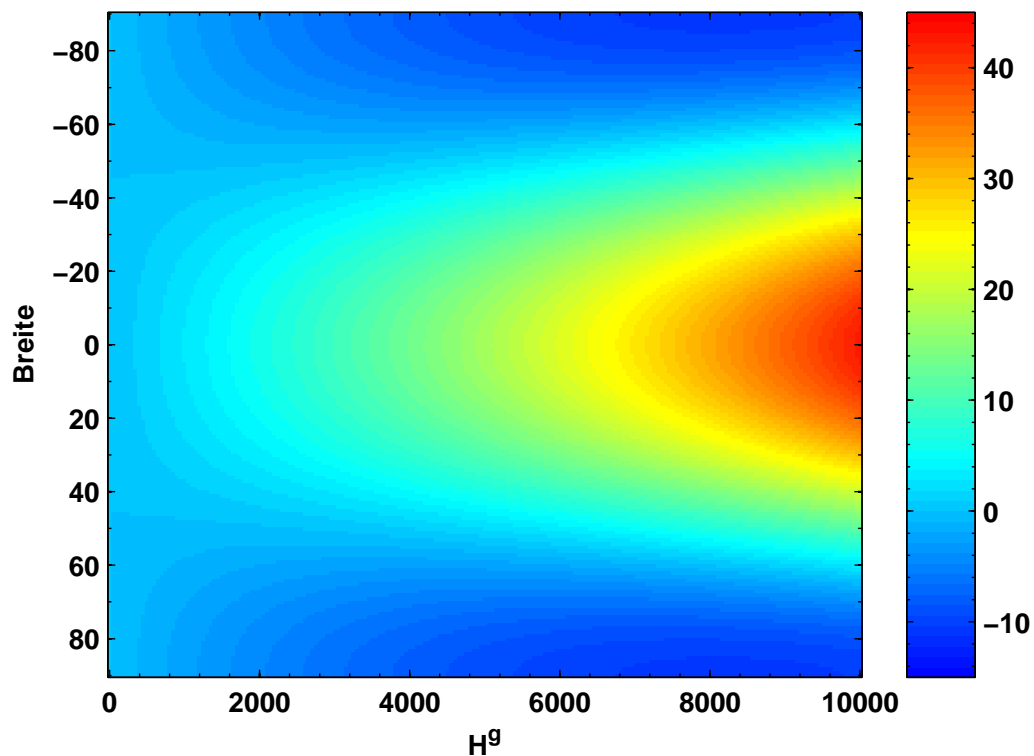


Abbildung B.1: Differenz zwischen geometrischer und geopotentieller Höhe [m] für die Troposphäre nach (B.9), GRS80 Ellipsoid

Dank

Ich danke besonders Herrn Prof. Dr.-Ing. Reinhard Rummel für die Betreuung der Arbeit als Doktorvater sowie die zahlreichen Ideen und Anregungen, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Nico Sneeuw für die Übernahme des Gutachtens und die Überlassung verschiedener nützlicher Programme.

Ein herzlicher Dank gilt meinen Kollegen am Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie für die freundschaftliche Atmosphäre und die Hilfsbereitschaft bei auftretenden Schwierigkeiten. Besonders zu erwähnen sind Dr.-Ing. Thomas Gruber für viele inhaltliche und programmiertechnische Tips, Prof. Dr.-Ing. Christian Gerlach für die kompetente Beratung beim Aufbau des Simulationsmodells, Björn Frommknecht für die Unterstützung bei der Berechnung der Spektraldichten, Martin Wermuth für die Diskussionen zur Energiebilanz und zu den Satellitenbahnen sowie Christian Ackermann für die Hilfe bei der Datenprozessierung.

Die Arbeit wäre ohne die freundliche Bereitstellung der Daten der verschiedenen geophysikalischen Modelle nicht möglich gewesen. Deshalb sei den Herren Henryk Dobsław und Dr. Maik Thomas von der TU Dresden neben ihrer Beratung zu den Grundlagen der Ozeanzirkulation und zur Interpretation der atmosphärisch-ozeanischen Variationen herzlich für den Zugang zum OMCT-Modell gedankt. Den Zugang zum ECMWF ermöglichte der Deutsche Wetterdienst; die atmosphärischen Daten des NCEP-Modells wurden über die Webseiten der Physical Sciences Division des Earth System Research Laboratory der NOAA unter www.cdc.noaa.gov/Datasets bezogen. Die Daten des ECCO-Modells stammen von Prof. Dr. Carl Wunsch vom MIT, jene des LaD-Modells von Dr. Chris Milly vom US Geological Survey. Dr. Jianli Chen von der University of Texas in Austin stellte das GLDAS-Modell über das Special Bureau for Hydrology des GGFC zur Verfügung. Dr. Yun Fan und Dr. Huug van den Dool vom Climate Prediction Center (CPC) der NOAA stellten die Daten ihres hydrologischen Modells bereit.

Aufgrund der enormen Datenmengen wurde für die Prozessierung das Deutsche Klimarechenzentrum in Hamburg sowie der Linux-Cluster des Leibniz-Rechenzentrums in München genutzt. Den jeweiligen Administratoren sei ebenfalls für die Erhaltung der Rechenkapazität und ihre Hilfe bei Fragen gedankt.

Literaturverzeichnis

- Abrikosov O, Jarecki F, Müller J, Petrovic S, Schwintzer P (2006) The impact of temporal gravity field variations on GOCE gravity field recovery, in: Flury J, Rummel R, Reigber C, Rothacher M, Boedecker G, Schreiber U (eds.) *Observation of the Earth System from Space*, 255-269, Springer, Berlin
- Andersen OB, Seneviratne SI, Hinderer J, Viterbo P (2005) GRACE-derived terrestrial water storage depletion associated with the 2003 European heat wave. *Geophys Res Lett* **32**, L18405, doi:10.1029/2005GL023574
- Arbic BK (2005) Atmospheric forcing of the oceanic semidiurnal tide. *Geophys Res Lett* **32**, L02610, doi:10.1029/2004GL021668
- Barnes RTH, Hide R, White AA, Wilson CA (1983) Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion, *Proc Royal Soc London, A* **387**:31-73
- Bettadpur S (2007) *Level-2 gravity field product user handbook*. GRACE 327-734, CSR Publ GR-03-01, rev 2.3, Univ of Texas, Austin
- Biancale R, Lemoine JM, Loyer S, Bruinsma S, Perosanz F, Marty JC, Sarrailh M, Vales N, Balmino G (2006) Monitoring variations of the geoid every 10 days from GRACE and LAGEOS satellite missions. *Geophys Res Abstr*, **8**, 05546
- Bormann N, Healy SB (2005) New observations in the ECMWF assimilation system: Satellite limb measurements. *ECMWF Newsletter*, **105**:13-17
- Boy JP, Chao BF (2002) Time-variable gravity signal during the water impoundment of China's Three-Gorges Reservoir. *Geophys Res Lett*, **29**(24), 2200, doi:10.1029/2002GL016457
- Boy JP, Gegout P, Hinderer J (2002) Reduction of surface gravity data from global atmospheric pressure loading. *Geophys J Int*, **149**:534-545
- Boy JP, Chao BF (2005) Precise evaluation of atmospheric loading effects on Earth's time-variable gravity field. *J Geophys Res*, **110**, B08412, doi:10.1029/2002JB002333
- Butz SD (2004) *Science of Earth Systems*. Thomson Delmar Learning, Clifton Park, NY
- Cabanes C, Cazenave A, Le Provost C (2001) Sea level rise during past 40 years from satellite and in situ observations. *Science*, **294**:840-842
- Cazenave A, Mercier F, Bouille F, Lemoine JM (1999) Global-scale interactions between the solid Earth and its fluid envelopes at the seasonal time scale. *Earth and Planetary Science Lett*, **171**:549-559
- Chambers DP, Wahr J, Nerem RS (2004) Preliminary observations of global ocean mass variations with GRACE. *Geophys Res Lett*, **31**, L13310, doi:10.1029/2004GL020461
- Chambers DP (2006) Observing seasonal steric sea level variations with GRACE and satellite altimetry. *J Geophys Res*, **111**, C03010, doi:10.1029/2005JC002914
- Chao BF, Gross RS (1987) Changes in the Earth's rotation and low-degree gravitational field induced by earthquakes. *Geophys J R astr Soc*, **91**:569-596
- Chao BF, O'Connor WP, Chang ATC, Hall DK, Foster, JL (1987) Snow load effect on the Earth's rotation and gravitational field, 1979-1985. *J Geophys Res*, **92**(B9):9415-9422
- Chao BF, O'Connor WP (1988) Global surface-water-induced seasonal variations in the Earth's rotation and gravitational field. *Geophys J R astr Soc*, **94**:263-270

- Chao BF, Au AY (1991) Temporal variation of the Earth's low-degree zonal gravitational field caused by atmospheric mass redistribution: 1980-1988. *J Geophys Res*, **96**(B4):6569-6575
- Chao BF (1994) The Geoid and Earth Rotation, in: Vaniček P, Christou NT (eds.) *Geoid and its geophysical interpretations*, 285-298, CRC Press, Boca Raton
- Chao BF, Dehant V, Gross RS, Ray RD, Salstein DA, Watkins MM, Wilson CR (2000) Space geodesy monitors mass transports in global geophysical fluids. *EOS, Transactions*, **81**(22):247,249-250
- Chao BF (2003) Geodesy is not just for static measurements any more. *EOS, Transactions*, **84**(16):145-156
- Chapman S, Lindzen RS (1970) *Atmospheric Tides – Thermal and Gravitational*. Springer, New York
- Chelton DB, Ries JC, Haines BJ, Fu LL, Callahan PS (2001) Satellite Altimetry, in: Fu LL & Cazenave A (eds.) *Satellite Altimetry and Earth Sciences*, Int Geophys Series **69**:1-131, Academic Press, London
- Chen G, Ezraty R (1997) Non-tidal aliasing in seasonal sea-level variability and annual Rossby waves as observed by satellite altimetry. *Ann Geophys*, **15**:1478-1488
- Chen JL, Wilson CR, Eanes RJ, Nerem RS (1999) Geophysical interpretation of observed geocenter variations. *J Geophys Res*, **104**(B2):2683-2690
- Chen JL, Wilson CR, Tapley BD, Ries JC (2004) Low-degree gravitational changes from GRACE: Validation and interpretation. *Geophys Res Lett*, **31**, L22607, doi:10.1029/2004GL021670
- Chen JL (2005) Global mass balance and length-of-day variation. *J Geophys Res*, **110**, B08404, doi:10.1029/2004JB003474
- Chen JL, Rodell M, Wilson CR, Famiglietti JS (2005a) Low degree spherical harmonic influences on Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) water storage estimates. *Geophys Res Lett*, **32**, L14405, doi:10.1029/2005GL022964
- Chen JL, Wilson CR, Famiglietti JS, Rodell M (2005b) Spatial sensitivity of the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) time-variable gravity observations. *J Geophys Res*, **110**, B08408, doi:10.1029/2005JB003536
- Chen JL, Wilson CR, Tapley BD (2005c) Interannual variability of low-degree gravitational change, 1980-2002. *J Geod*, **78**:535-543 doi:10.1007/s00190-004-0417-y
- Chen JL, Wilson CR, Tapley BD, Famiglietti JS, Rodell M (2005d) Seasonal global mean sea level change from satellite altimeter, GRACE, and geophysical models. *J Geod*, **79**:532-539, doi:10.1007/s00190-005-0005-9
- Chen JL, Wilson CR, Blankenship DD, Tapley BD (2006a) Antarctic mass rates from GRACE. *Geophys Res Lett*, **33**, L11502, doi:10.1029/2006GL026369
- Chen JL, Wilson CR, Seo KW (2006b) Optimized smoothing of Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) time-variable gravity observations. *J Geophys Res*, **111**, B06408, doi:10.1029/2005JB004064
- Chen JL, Wilson CR, Tapley BD (2006c) Satellite gravity measurements confirm accelerated melting of Greenland ice sheet. *Science*, **313**:1958-1960, doi:10.1126/science.1129007
- Cheng M, Tapley BD (1999) Seasonal variations in low degree zonal harmonics of the Earth's gravity field from satellite laser ranging. *J Geophys Res*, **104**(B2):2667-2681
- Cheng M, Tapley BD (2005) Variations in the Earth's oblateness during the past 28 years. *J Geophys Res*, **109**, B09402, doi:10.1029/2004JB003028
- Christodoulidis DC (1976) *On the realization of a 10 cm relative oceanic geoid*. Rep **247**, Dept Geod Sci & Surv, Ohio State Univ, Columbus
- Christodoulidis DC (1979) Influence of the atmospheric masses on the gravitational field of the Earth. *Bull Geod*, **53**(1):61-77
- Clarke PJ, Lavallée DA, Blewitt G, van Dam TM, Wahr JM (2005) Effect of gravitational consistency and mass conservation on seasonal surface mass loading models. *Geophys Res Lett*, **32**, L08306, doi:10.1029/2005GL022441

- Cox CM, Chao BF (2002) Detection of a large-scale mass redistribution in the Terrestrial Reference System since 1998. *Science*, **297**:831-833
- De Mets C, Gordon RG, Argus DF, Stein S (1990) Current plate motions. *Geophys J Int*, **101**:425-478
- De Viron O, Boy JP, Goosse H (2004) Geodetic effects of the ocean response to atmospheric forcing in an ocean general circulation model. *J Geophys Res*, **109**, B03411, doi:10.1029/2003JB002837
- Dill R (2002) *Der Einfluss von Sekundäreffekten auf die Rotation der Erde*. DGK C **550**, München, Dissertation
- Drewes H (2006) Zum Wandel in der Zielsetzung geodätischer Forschung. *ZfV*, **131**, 5/2006:292-298
- Drewes H (2007) Science rationale of the Global Geodetic Observing System (GGOS), in: Tregoning P, Rizos C (eds.) *Dynamic Planet – Monitoring and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic Tools*, IAG Symposia series, **130**:703-710, Springer, Berlin
- Dobslaw H, Thomas M (2005a) Atmospheric induced oceanic tides from ECMWF forecasts. *Geophys Res Lett*, **32**, L10615, doi:10.1029/2005GL022990
- Dobslaw H, Thomas M (2005b) Considering ECMWF forecast data for GRACE de-aliasing. *Proc Joint CHAMP/GRACE Science Team Meet 2004*, published online, www.gfz-potsdam.de/pb1/JCG/
- Dobslaw H, Thomas M (2007a) Impact of river run-off on global ocean mass redistribution. *Geophys J Int*, **168**:527-532, doi:10.1111/j.1365-246X.2006.03247.x
- Dobslaw H, Thomas M (2007b) Simulation and observation of global ocean mass anomalies. *J Geophys Res*, **112**, C05040, doi:10.1029/2006JC004035
- Dong D, Gross RS, Dickey JO (1996) Seasonal variations of the Earth's gravitational field: An analysis of atmospheric pressure, ocean tidal, and surface water excitation. *Geophys Res Lett*, **23**(7):725-728
- Douglas BC, Peltier WR (2002) The puzzle of global sea-level rise. *Physics Today*, March:35-40
- Döll P, Kaspar F, Lehner B (2003) A global hydrological model for deriving water availability indicators: model tuning and validation. *J Hydrology*, **270**:105-134
- Dziewonski A, Anderson DL (1981) Preliminary reference Earth model. *Phys Earth Planet Inter*, **25**:297-356
- Ecker E, Mittermayer E (1969) Gravity corrections for the influence of the atmosphere. *Boll di Geofisica teor ed appl*, **XI**(41-42):70-80
- ECMWF Research Department (2003) *IFS Documentation – Part III: Dynamics and Numerical Procedures (CY28r1)*. www.ecmwf.int
- Egbert GD, Bennett AF, Foreman MGG (1994) Topex/Poseidon tides estimated using a global inverse model. *J Geophys Res*, **99**(C12):24,821-24-852
- Eicker A, Mayer-Gürr T, Ilk KH (2006) An integrated global/regional gravity field determinations approach based on GOCE observations, in: Flury J, Rummel R, Reigber C, Rothacher M, Boedecker G, Schreiber U (eds.) *Observation of the Earth System from Space*, 225-237, Springer, Berlin
- ESA (1999) *Gravity field and steady-state ocean circulation mission*. Reports for mission selection: The four candidate earth explorer core missions, SP-1233(1). <http://esamultimedia.esa.int/docs/goce.sp1233.1.pdf>
- Fan Y, van den Dool H, Mitchell K, Lohmann D (2003) A 51 year reanalysis of the US land-surface hydrology. *GEWEX News*, **13**(May):6-10
- Fan Y, van den Dool H (2004) Climate Prediction Center global monthly soil moisture data set at 0.5° resolution for 1948 to present. *J Geophys Res*, **109**, D10102, doi:10.1029/2003JD004345
- Farrell WE (1972) Deformation of the Earth by surface loads. *Rev Geophys*, **10**:761-797
- Flechtner F (2005) *AOD1B Product Description Document*. GRACE Project Doc, JPL 327-750, rev 2.1, JPL, Pasadena

- Flechtner F, Schmidt R, Meyer U (2006) De-aliasing of short-term atmospheric and oceanic mass variations for GRACE, in: Flury J, Rummel R, Reigber C, Rothacher M, Boedecker G, Schreiber U (eds.) *Observation of the Earth System from Space*, 83-97, Springer, Berlin
- Fengler MJ, Freedon W, Michel V (2004) The Kaiserslautern multiscale geopotential model SWITCH-03 from orbit perturbations of the satellite CHAMP and its comparison to the models EGM96, UCPH2002.02_0.5, EIGEN-1s, and EIGEN-2. *Geophys J Int* **157**:499-514, doi:10.1111/j.1365-246X.2004.02209.x
- Fengler MJ, Freedon W, Kohlhaas A, Michel V, Peters T (2007) Wavelet modeling of regional and temporal variations of the Earth's gravitational potential observed by GRACE. *J Geod* **81**:5-15, doi:10.1007/s00190-006-0040-1
- Földvary L, Fukuda Y (2001) IB and NIB hypotheses and their possible discrimination by GRACE. *Geophys Res Lett*, **28**(4):663-666
- Fu LL, Pihos G (1994) Determining the response of sea level to atmospheric pressure forcing using TOPEX/POSEIDON data. *J Geophys Res*, **99**(C12):24,633-24,642
- FWR – Foundation for Water Research (2005) *The hydrological cycle – overview*. Information Note FWR-WFD 08, www.fwr.org
- Gerlach C (2003) *A note on the use of energy integrals for gravity field recovery*. Interner Bericht, TU Munchen
- Gerlach C, Sneeuw N, Visser P, Švehla D (2003a) CHAMP gravity field recovery with the energy balance approach: first results, in: Reigber C, Luhr H, Schwintzer P (eds.) *First CHAMP Mission Results for Gravity, Magnetic and Atmospheric Studies*, 134-139, Springer, Berlin
- Gerlach C, Sneeuw N, Visser P, Švehla D (2003b) CHAMP gravity field recovery using the energy balance approach. *Adv Geosci*, **1**:73-80
- Gerlach C, Foldvary L, Švehla D, Gruber T, Wermuth M, Sneeuw N, Frommknecht B, Oberndorfer H, Peters T, Rothacher M, Rummel R, Steigenberger P (2003c) A CHAMP-only gravity field model from kinematic orbits using the energy integral. *Geophys Res Lett*, **30**(20), 2037, doi:10.1029/2003GL018025
- Gerstl M (1980) On the recursive computation of the integrals of the associated Legendre functions, *manuscr geod* **5**:181-199
- Gill AE (1982) *Atmosphere-Ocean Dynamics*. Academic Press, New York
- Gitlein O, Timmen L (2007) Atmospheric mass flow reduction for terrestrial absolute gravimetry in the Fennoscandinavian land uplift network, in: Tregoning P, Rizos C (eds.) *Dynamic Planet – Monitoring and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic Tools*, IAG Symposia series, **130**:461-466, Springer, Berlin
- Gooding RH, Wagner CA, Klokocnık J, Kostelecky J (2005) CHAMP's triple passage through 31st- and 62nd-order orbit resonance. *Proc Joint CHAMP/GRACE Science Team Meet 2004*, published online, www.gfz-potsdam.de/pb1/JCG/
- Greatbatch RJ (1994) A note on the representation of steric sea level in models that conserve volume rather than mass. *J Geophys Res*, **99**(C6):12,767-12,771
- Gross RS, Chao BF (2006) The rotational and gravitational signature of the December 26, 2004 Sumatran earthquake. *Surv Geophys*, **27**:615-632, doi:10.1007/s10712-006-9008-1
- Gruber T, Peters T (2003) Time variable gravity field: using future Earth observation missions for high-frequency de-aliasing, in: Richter B, Schwegmann W, Dick WR (eds.) *Proc IERS workshop Combination Research and Global Geophysical Fluids*. IERS Technical Note, **30**:157-160, Verlag BKG, Frankfurt/Main
- Hagemann S, Dumenil L (1998) A parametrization of the lateral waterflow for the global scale. *Clim Dyn*, **14**:17-31
- Hagemann S, Dumenil L, Gates L (2001) Validation of the hydrological cycle of ECMWF and NCEP reanalyses using the MPI hydrological discharge model. *J Geophys Res*, **99**(D2):1503-1510
- Hagemann S, Arpe K, Bengtsson L (2005) *Validation of the hydrological cycle of ERA-40*. ERA-40 Project Report Series, **24**, ECMWF, Reading

- Han SC (2003) *Efficient global gravity determination from Satellite-to-Satellite Tracking (SST)*. Rep **467**, Dept Geod Sci & Surv, Ohio State Univ, Columbus
- Han SC, Jekeli C, Shum CK (2004) Time-variable aliasing effects of ocean tides, atmosphere, and continental water mass on monthly mean GRACE gravity field. *J Geophys Res*, **109**, B04403, doi:10.1029/2003JB002501
- Han SC, Shum CK, Braun A (2005a) High-resolution continental water storage recovery from low-low Satellite-To-Satellite Tracking. *J Geodyn* **39**:11-28
- Han SC, Shum CK, Matsumoto K (2005b) GRACE observations of M_2 and S_2 ocean tides underneath the Filchner-Ronne and Larsen ice shelves, Antarctica. *Geophys Res Lett* **32**, L20311, doi:10.1029/2005GL024296
- Han SC, Shum CK, Jekeli C, Kuo CY, Wilson C, Seo KW (2005c) Non-isotropic filtering of GRACE temporal gravity for geophysical signal enhancement. *Geophys J Int* **163**:18-25, doi:10.1011/j.1365-246X.2005.02756.x
- Han SC, Shum CK, Jekeli C, Alsdorf D (2005d) Improved Estimation of Terrestrial Water Storage Changes from GRACE. *Geophys Res Lett* **32**, L07302, doi:10.1029/2005GL022382
- Han SC, Shum CK, Bevis M, Ji C, Kuo CY (2006a) Crustal dilatation observed by GRACE after the Sumatra-Andaman earthquake. *Science* **313**:658-662, doi:10.1126/science.1128661
- Han SC, Shum CK, Ditmar P, Visser P, van Beelen C, Schrama EJO (2006b) Aliasing effect of high-frequency mass variations on GOCE recovery of the Earth's gravity field. *J Geodyn* **41**:69-76, doi:10.1016/j.jog.2005.08.005
- Han SC, Shum CK, Jekeli C (2006c) Precise estimation of in-situ geopotential differences from GRACE low-low satellite-to satellite tracking and accelerometer data. *J Geophys Res* **111**, B04411, doi:10.1029/2005JB003719
- Haurwitz B (1941) *Dynamic Meteorology*. McGraw-Hill, New York
- Heiskanen WA, Moritz H (1967) *Physical Geodesy*. WH Freeman Comp, San Francisco
- Hinderer J, Legros H (1989) Elasto-gravitational deformation, relative gravity changes and earth dynamics. *Geophys J Int* **97**:481-495
- Hirschi M, Viterbo P, Seneviratne SI (2006) Basin-scale water-balance estimates of terrestrial water storage variations from ECMWF operational forecast analysis. *Geophys Res Lett* **33**, L21401, doi:10.1029/2006GL027659
- Hofmann-Wellenhof B, Moritz H (2006) *Physical Geodesy*. 2nd ed, Springer, Wien
- Horwath M, Dietrich R (2006) Errors of regional mass variations inferred from GRACE monthly solutions. *Geophys Res Lett* **33**, L07502, doi:10.1029/2005GL025550
- Hu X, Shi C, Flechtner F, König R, Schwintzer P, Schmidt R, Meyer U, Massmann FH, Reigber C, Zhu SY (2006) High frequency temporal Earth gravity variations detected by GRACE satellites, in: Flury J, Rummel R, Reigber C, Rothacher M, Boedecker G, Schreiber U (eds.) *Observation of the Earth System from Space*, 165-174, Springer, Berlin
- IAG (1970) Geodetic Reference System 1967. Spec Publ **3**, *Bull Geod*
- Ivins ER, James TS (2005) Antarctic glacial isostatic adjustment: a new assessment. *Antarctic Sci*, **17**(4):541-553 doi:10.1017/S0954102005002968
- Jarecki F, Müller J, Petrovic S, Schwintzer P (2005) Temporal gravity variations in GOCE gradiometric data, in: Jekeli C, Bastos L, Fernandes J (eds.) *Gravity, Geoid and Space Missions*, IAG Symposia series, **129**:333-338, Springer, Berlin
- Jekeli C (1981) *Alternative methods to smooth the Earth's gravity field*, Rep **327**, Dept Geod Sci & Surv, Ohio State Univ, Columbus
- Jekeli C (1999) The determination of gravitational potential differences from Satellite-To-Satellite Tracking. *Celestial Mech Dyn Astron*, **75**(2):85-101, doi:10.1023/A:1008313405488
- Johnson TJ, Wilson CR, Chao BF (2001) Nontidal oceanic contributions to gravitational field changes: Predictions of the Parallel Ocean Climate Model. *J Geophys Res*, **106**(B6):11,315-11,334

- Johnston P, Lambeck K (1999) Postglacial rebound and sea level contributions to changes in the geoid and the Earth's rotation axis. *Geophys J Int*, **136**:537-558
- JPL (2002) *Science & Mission Requirements Document*. Stanton R, Bettadpur S, Dunn C, Renner KP, Watkins M (eds.) GRACE 327-200, JPL D-15928, Rev D, Pasadena
- Kalnay E und 21 Co-Autoren (1996) The NCEP/NCAR 40-year Reanalysis Project. *Bull Am Meteor Soc*, **77**(3):437-471
- Kaufmann G (2000) Ice-ocean mass balance during the Late Pleistocene glacial cycles in view of CHAMP and GRACE satellite missions. *Geophys J Int*, **143**:142-156
- Kaula WM (1966) *Theory of Satellite Geodesy*. Blaisdell Pub Comp, Waltham, Massachusetts
- Kertz W (1957) Atmosphärische Gezeiten, in: Flüge S (ed.) *Handbuch der Physik Band XLVIII: Geophysik II*, 928-981, Springer, Berlin
- Khafid (1998) *On the unification of Indonesian local heights*, DGK C 488, München, Dissertation
- Kim JR, Roesset PJ, Bettadpur SV, Tapley BD, Watkins MM (2001) Error analysis of the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) mission, in: Sideris MG (ed.) *Gravity, Geoid and Geodynamics 2000*, IAG Symposia series, **123**:103-108, Springer, Berlin
- King M, Padman L (2005) Accuracy assessment of ocean tide models around Antarctica. *Geophys Res Lett*, **32**, L23608, doi:10.1029/2005GL023901
- King M, Moore P, Clarke P, Lavallée D (2006) Choice of optimal averaging radii for temporal GRACE gravity solutions, a comparison with GPS and satellite altimetry. *Geophys J Int*, **166**:1-11, doi:10.1111/j.1365-246X.2006.03017.x
- Knudsen P, Andersen OB (2002) Correcting GRACE gravity fields for ocean tide effects. *Geophys Res Lett*, **29**(8), doi:10.1029/2001GL014005
- Knudsen P (2003) Ocean tides in GRACE monthly averaged gravity fields, in: Beutler G, Drinkwater MR, Rummel R, von Steiger R (eds.) *Earth Gravity Field from Space – from Sensors to Earth Sciences*, Space Science Series of ISSI, **17**:261-270, reprinted from Space Science Reviews (1-2), Kluwer, Dordrecht
- Kusche J, Schrama EJO (2005) Surface mass redistribution inversion from global GPS deformation and Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) gravity data. *J Geophys Res*, **110**, B09409, doi:10.1029/2004JB003556
- Lamb H (1932) *Hydrodynamics*. Dover Publ, New York
- Lambeck K (1988) *Geophysical Geodesy – The Slow Deformations of the Earth*. Clarendon Press, Oxford
- Latif M, Sterl A, Maier-Reimer E, Junge MM (1993) Climate variability in a coupled GCM. Part I: The tropical pacific. *J Climate*, **6**: 5-21
- Lefèvre F, Lyard FH, LeProvost C, Schrama EJO (2002) FES99: A global tide finite element solution assimilating tide gauge and altimetric information. *J Atmos Oceanic Tech*, **19**(9):1345-1356, doi:10.1175/1520-0426(2002)019<1345:FAGTFE>2.0.CO;2
- Le Meur E, Huybrechts P (2001) A model computation of the temporal changes of surface gravity and geoidal signal induced by the evolving Greenland ice sheet. *Geophys J Int*, **145**: 835-849
- List RJ (Ed.) (1958) *Smithsonian Meteorological Tables*. 6th ed., Smithson Inst, Washington DC, Cambridge Univ Press, New York
- Love AEH (1927) *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Cambridge Univ Press, New York
- Mayer-Gürr T (2006) *Gravitationsfeldbestimmung aus der Analyse kurzer Bahnbögen am Beispiel der Satellitenmissionen CHAMP und GRACE*, Inst Theoretische Geodäsie Uni Bonn, Dissertation, D98, http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online
- Mayr T (2005) *Schwerefeldanalyse der Satellitenmission GRACE unter Verwendung des Energieintegrals*. Diplomarbeit, TU München, unveröffentlicht

- McCarthy DD, Petit G (2004) *IERS Conventions (2003)*. IERS Technical Note, **32**, Verlag BKG, Frankfurt/Main
- Meyer M (1998) *Signalverarbeitung*, vieweg, Wiesbaden
- Miller M, Hortal M, Jakob C (1996) A major operational forecast model change. *ECMWF Newsletter*, **70**:42-49
- Milly PCD, Shmakin AB (2002) Global modeling of land water and energy balances. Part I: The Land Dynamics (LaD) model. *J Hydrometeo*, **3**:283-299
- Moore P, Zhang Q, Alothman A (2005) Annual and semiannual variations of the Earth's gravitational field from satellite laser ranging and CHAMP. *J Geophys Res*, **110**, B06401, doi:10.1029/2004JB003448
- Moritz H (1980) *Advanced physical geodesy*, Wichmann, Karlsruhe.
- Moritz H (2000) Geodetic Reference System 1980, in: Andersen OB (ed.) *The Geodesist's Handbook*, *J Geod* **74**(1):128-133
- Müller J (2001) *Die Satellitengradiometriemission GOCE – Theorie, technische Realisierung und wissenschaftliche Nutzung*, DGK **C 541**, München, Habilitation
- Munk WH, MacDonald GJF (1960) *The Rotation of the Earth*. Univ Press, Cambridge
- NOAA/NASA/USAF (1976) *US Standard Atmosphere 1976*. US Gov Printing Office, Washington DC
- Nerem RS, Eanes RJ, Thompson PF, Chen JL (2000) Observations of annual variations of the Earth's gravitational field using Satellite Laser Ranging and geophysical models. *Geophys Res Lett*, **27**(12):1783-1786
- Neumeyer J, Hagedoorn J, Leitloff J, Schmidt T (2004) Gravity reduction with three-dimensional atmospheric pressure data for precise ground gravity measurements. *J Geodyn*, **38**:437-450, doi:10.1016/j.jog.2004.07.006
- NRC – National Research Council (1997) *Satellite gravity and the geosphere*. Report from the committee on Earth gravity from space, Dickey JO et al.(eds), National Academy Press, Washington DC
- OFCM – Office of the Federal Coordinator for Meteorological Services and Supporting Research (1997) *Federal Meteorological Handbook No. 3: Rawinsonde and Pibal Observations*. FCM-H3-1997, Silver Spring. www.ofcm.gov/fmh3/text/
- Ogawa R, Heki K (2007) Slow postseismic recovery of geoid depression formed by the 2004 Sumatra-Andaman earthquake by mantle water diffusion. *Geophys Res Lett*, **34**, L06313, doi:10.1029/2007GL029340
- Open University Course Team (1998) *Ocean Circulation*. Bearmen G (ed.), Butterworth Heinemann, Oxford
- Papoulis A (1965) *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, New York
- Parke ME, Stewart RH, Farless DL (1987) On the choice of orbits for an altimetric satellite to study ocean circulation and tides. *J Geophys Res*, **92**(C11):11,693-11,707
- Parke ME, Born G, Leben R, McLaughlin C, Tierney C (1998) Altimeter sampling characteristics using a single satellite. *J Geophys Res*, **103**(C5):10,513-10,526
- Pellinen LP (1966) A method for expanding the gravity potential of the Earth in spherical harmonics. *Trans Central Scientific Res Inst Geodesy*, **171**, Aerial Survey and Cartography, Moskau
- Peltier WR (2004) Global glacial isostasy and the surface of the ice-age Earth: The ICE-5G (VM2) model and GRACE. *Annu Rev Earth Planet Sci*, **32**:111-149, doi:10.1146/annurev.earth.32.082503.144359
- Peters T (2001) *Zeitliche Variationen des Gravitationsfeldes der Erde*. IAPG/FESG Schriftenreihe, **12**, Diplomarbeit, TU München
- Peters T, Müller J, Sneeuw N (2002) Temporal variations in the Earth's gravity field, in: Schuh H, Soffel M, Hornik H (eds.) *Vorträge beim 4. DFG-Rundgespräch im Rahmen des Forschungsvorhabens Rotation der Erde zum Thema Wechselwirkungen im System Erde, Höllenstein/Wetzell, 08.-09. März 2001*, DGK **A 118**:133-140, München
- Peters T (2007) Atmospheric De-Aliasing revisited, accepted for *Proc Hotine-Marussi Symp Mathematical and Computational Geodesy 2006*, Wuhan

- Pickard GL, Emery WJ (1990) *Descriptive Physical Oceanography – An Introduction*. 5th ed., Pergamon Press, Oxford
- Pond S, Pickard GL (1983) *Introductory dynamical oceanography*. 2nd ed., Pergamon Press, Oxford
- Ponte RM (1999) A preliminary study of the large-scale seasonal cycle in bottom pressure over the global ocean. *J Geophys Res*, **104**(C1):1289-1300
- Ponte RM, Gaspar P (1999) Regional analysis of the inverted barometer effect over the global ocean using TOPEX/POSEIDON data and model results. *J Geophys Res*, **104**(C7):15,587-15,602
- Ponte RM, Lyard F (2001) Effects of unresolved high-frequency signals in altimeter records inferred from tide gauge data. *J Atmos Oceanic Tech*, **19**:534-539
- Ponte RM, Ray RD (2002) Atmospheric pressure corrections in geodesy and oceanography: A strategy for handling air tides. *Geophys Res Lett*, **29**(24), 2153, doi:10.1029/2002GL016340
- Ramillien G, Cazenave A, Brunau O (2004) Global time variations of hydrological signals from GRACE satellite gravimetry. *Geophys J Int* **158**: 813-826, doi:10.1111/j.1365-264X.2004.02328.x
- Ramillien G, Cazenave A, Reigber C, Schmidt R, Schwintzer P (2005) Recovery of global time-variations of surface water mass by GRACE geoid inversion, in: Jekeli C, Bastos L, Fernandes J (eds.) *Gravity, Geoid and Space Missions*, IAG Symposia series, **129**:310-315, Springer, Berlin
- Ray RD, Eanes RJ, Egbert GD, Pavlis NK (2001) Error spectrum for the global M_2 ocean tide. *Geophys Res Lett*, **28**(1):21-24
- Ray RD, Ponte RM (2003) Barometric tides from ECMWF operational analyses. *Ann Geophys*, **21**:1897-1910
- Ray RD, Rowlands DD, Egbert GD (2003) Tidal models in a new era of satellite gravimetry, in: Beutler G, Drinkwater MR, Rummel R, von Steiger R (eds.) *Earth Gravity Field from Space – from Sensors to Earth Sciences*, Space Science Series of ISSI, **17**:271-282, reprinted from Space Science Reviews (1-2), Kluwer, Dordrecht
- Ray RD, Luthcke SB (2006) Tide model errors and GRACE gravimetry: towards a more realistic assessment. *J Geophys Int*, **167**:1055-1059, doi: 10.1111/j.1365-246X.2006.03229.x
- Reigber C, Jochmann H, Wunsch J, Neumayer KH, Schwintzer P (2003) First insight into temporal gravity variability from CHAMP, in: Reigber C, Lühr H, Schwintzer P (eds.) *First CHAMP Mission Results for Gravity, Magnetic and Atmospheric Studies*, 128-133, Springer, Berlin
- Reigber C, Jochmann H, Wunsch J, Petrovic S, Schwintzer P, Barthelmes F, Neumayer KH, König R, Förste C, Balmino G, Biancale R, Lemoine JM, Loyer S, Perosanz F (2005) Earth gravity field and seasonal variability from CHAMP, in: Reigber C, Lühr H, Schwintzer P, Wickert J (eds.) *Earth Observation with CHAMP, Results from Three Years in Orbit*, 25-30, Springer, Berlin
- Reigber C, Lühr H, Grunwaldt L, Förste C, König R, Massmann H, Falck C (2006) CHAMP mission 5 years in orbit, in: Flury J, Rummel R, Reigber C, Rothacher M, Boedecker G, Schreiber U (eds.) *Observation of the Earth System from Space*, 3-15, Springer, Berlin
- Reuter H, Hantel M, Steinacker R (1997) Meteorologie, in: Bergmann-Schäfer *Lehrbuch der Experimentalphysik Band 7: Erde und Planeten*, 131-310, de Gruyter, Berlin
- Richardson D (2007) Changes to the operational forecasting system. *ECMWF Newsletter*, **110**:2
- Rodell M, Famiglietti JS (1999) Detectability of variations in continental water storage from satellite observations of the time dependent gravity field. *Water Resour Res*, **35**(9):2705-2723
- Rodell M, Houser PR, Jambor U, Gottschalck J, Mitchell K, Meng CJ, Arsenault K, Cosgrove B, Radakovich J, Bosilovich M, Entin JK, Walker JP, Lohmann D, Toll D (2004) The Global Land Data Assimilation System. *Bull Am Meteor Soc*, **85**(3):381-394, doi:10.1175/BAMS-85-3-381
- Rowlands DD, Luthcke SB, Klosko SM, Lemoine FGR, Chinn DS, McCarthy JJ, Cox CM, Andersen OB (2005) Resolving mass flux at high spatial and temporal resolution using GRACE intersatellite measurements. *Geophys Res Lett* **32**, L04310 doi:10.1029/2004GL021908

- Rummel R, van Gelderen M (1995) Meissl scheme—spectral characteristics of physical geodesy, *manuscr geod* **20**:379-385
- Rummel R, Balmino G, Johannessen J, Visser P, Woodworth P (2002) Dedicated gravity field missions—principles and aims, *J Geodyn* **33**:3-20
- Rummel R (2003) How to climb the gravity wall, in: Beutler G, Drinkwater MR, Rummel R, von Steiger R (eds.) *Earth Gravity Field from Space – from Sensors to Earth Sciences*, Space Science Series of ISSI, **17**:1-14, reprinted from Space Science Reviews (1-2), Kluwer, Dordrecht
- Sasgen I, Martinec Z, Fleming K (2006) Wiener optimal filtering of GRACE data. *Stud Geophys Geod*, **50**:499-508
- Sasgen I, Martinec Z, Fleming K (2007) Wiener optimal combination and evaluation of the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) gravity fields over Antarctica. *J Geophys Res*, **112**, B04401, doi:10.1029/2006JB004605
- Schlag MG, Chelton DB (1994) Aliased tidal errors in TOPEX/POSEIDON sea surface height data. *J Geophys Res*, **99**(C12):24,761-24,775
- Schmidt R (1999) *Numerische Integration gestörter Satellitenbahnen mit MATLAB*. IAPG/FESG Schriftenreihe, **5**, Diplomarbeit, TU München
- Schmidt R, Flechtner F, Meyer U, Reigber C, Barthelmes F, Förste C, Stubenvoll R, König R, Neumayer KH, Zhu S (2006a) Static and time-variable gravity from GRACE mission data, in: Flury J, Rummel R, Reigber C, Rothacher M, Boedecker G, Schreiber U (eds.) *Observation of the Earth System from Space*, 115-129, Springer, Berlin
- Schmidt R, Schwintzer P, Flechtner F, Reigber C, Güntner A, Döll P, Ramillien G, Cazenave A, Petrovic S, Jochmann H, Wünsch J (2006b) GRACE observations of changes in continental water storage. *Glob Planet Change*, **50**:112-126, doi:10.1016/j.gloplacha.2004.11.018
- Schmidt M, Han SC, Kusche J, Sánchez L, Shum CK (2006c) Regional high-resolution spatiotemporal gravity modeling from GRACE data using spherical wavelets. *Geophys Res Lett*, **33**, L08403, doi:10.1029/2005GL025509
- Schmidt M, Fengler M, Mayer-Gürr T, Eicker A, Kusche J, Sánchez L, Han SC (2007) Regional gravity modeling in terms of spherical base functions. *J Geod*, **81**:17-38, doi:10.1007/s00190-006-0101-5
- Schneider M (1999) *Himmelsmechanik Band IV: Theorie der Satellitenbewegung, Bahnbestimmung*. Spektrum Akad Verlag, Heidelberg
- Schrama EJO, Ray RD (1994) A preliminary tidal analysis of Topex/Poseidon altimetry. *J Geophys Res*, **99**(C12):24,799-24,808
- Schrama EJO (2003) Error characteristics estimated from CHAMP, GRACE and GOCE derived geoids and from satellite altimetry derived mean dynamic topography, in: Beutler G, Drinkwater MR, Rummel R, von Steiger R (eds.) *Earth Gravity Field from Space – from Sensors to Earth Sciences*, Space Science Series of ISSI, **17**:179-193, reprinted from Space Science Reviews (1-2), Kluwer, Dordrecht
- Schrama EJO (2005) Impact of limitations in geophysical background models on follow-on gravity missions. *Earth, Moon, and Planets*, **94**:143-163, doi:10.1007/s11038-004-5785-z
- Schrama EJO, Visser P (2007) Accuracy assessment of the monthly GRACE geoids based upon a simulation. *J Geod*, **81**:67-80, doi:10.1007/s00190-006-0085-1
- Scotese CR, Gahagan LM, Larson RL (1988) Plate tectonic reconstructions of the Cretaceous and Cenozoic ocean basins. *Tectonophysics*, **155**:27-48
- Seeber G (2003) *Satellite geodesy*. 2nd ed, de Gruyter, Berlin
- Seneviratne SI, Viterbo P, Lüthi D, Schär C (2004) Inferring changes in terrestrial water storage using ERA-40 reanalysis data: The Mississippi River basin. *J Climate*, **17**:2039-2057
- Seo KW, Wilson CR (2005a) Simulated estimation of hydrological loads from GRACE. *J Geod*, **78**:442-456, doi:10.1007/s00190-004-0410-5

- Seo KW, Wilson CR (2005b) Estimating GRACE aliasing errors, in: Jekeli C, Bastos L, Fernandes J (eds.) *Gravity, Geoid and Space Missions*, IAG Symposia series, **129**:339-345, Springer, Berlin
- Seo KW, Wilson CR, Chen J, Famiglietti JS, Rodell M (2005) Filters to estimate water storage variations from GRACE, in: Sanso F (ed.) *A Window on the Future of Geodesy*, IAG Symposia series, **128**:607-611, Springer, Berlin
- Siedler G, Zenk W (1997) Ozeanographie, in: Bergmann-Schäfer *Lehrbuch der Experimentalphysik Band 7: Erde und Planeten*, 53-130, de Gruyter, Berlin
- Simon D (2003) *Modelling of the gravimetric effects induced by vertical air mass shifts*, Mitt BKG, **21**, Frankfurt/Main
- Sjöberg L (1980) A recurrence relationship for the beta-function. *Bull Geod*, **54**:69-72
- Sneeuw N (1994) Global spherical harmonic analysis by least squares and numerical quadrature methods in historical perspective. *Geophys J Int*, **118**(3):707-716, doi:10.1111/j.1365-246X.1994.tb03995.x
- Sneeuw N (2000) *A semi-analytical approach to gravity field analysis from satellite observations*, DGK C **521**, München, Dissertation
- Sneeuw N (2005) *Aliasing problems in spaceborne gravimetry*. Vortrag beim Workshop Inverse Problems am 24.11.2005, Trippstadt
- Sneeuw N, Schaub H (2005) Satellite clusters for future gravity field missions, in: Jekeli C, Bastos L, Fernandes J (eds.) *Gravity, Geoid and Space Missions*, IAG Symposia series, **129**:12-17, Springer, Berlin
- Sneeuw N, Gerlach C, Földváry L, Gruber T, Peters T, Rummel R, Švehla D (2005a) One year of time-variable CHAMP-only gravity field models using kinematic orbits, in: Sanso F (ed.) *A Window on the Future of Geodesy*, IAG Symposia series, **128**:288-293, Springer, Berlin
- Sneeuw N, Flury J, Rummel R (2005b) Science requirements on future missions and simulated mission scenarios. *Earth, Moon, and Planets*, **94**:113-142, doi:10.1007/s11038-004-7605-x
- Stewart RH (2006) *Introduction to Physical Oceanography*, online book, Texas A&M Univ, <http://oceanworld.tamu.edu/>
- Strang G (1986) *Introduction to Applied Mathematics*, Wellesley-Cambridge Press, Wellesley, MA
- Suh GH, Lim YC (2006) Effects of the 11-year solar cycle on the Earth atmosphere revealed in ECMWF reanalyses. *Geophys Res Lett*, **33**, L24705, doi:10.1029/2006GL028128
- Sündermann J (ed.)(1986) Oceanography, in: Landolt-Börnstein New Series, Group V *Geophysics and space research*, Vol 3, Subvol a, Springer, Berlin
- Sündermann J (ed.)(1989) Oceanography, in: Landolt-Börnstein New Series, Group V *Geophysics and space research*, Vol 3, Subvol b, Springer, Berlin
- Swenson S, Wahr J (2002a) Methods for inferring regional surface-mass anomalies from Gravity Recovery and Climate Experiment measurements of time-variable gravity. *J Geophys Res* **107**(B9), 2193, doi:10.1029/2001JB000576
- Swenson S, Wahr J (2002b) Estimated effects of the vertical structure of atmospheric mass on the time-variable geoid. *J Geophys Res* **107**(B9), 2194, doi:10.1029/2000JB000024
- Swenson S, Wahr J (2006) Post-processing removal of correlated errors in GRACE data. *Geophys Res Lett* **33**, L08402, doi:10.1029/2005GL025285
- Syed TH, Famiglietti JS, Chen J, Rodell M, Seneviratne SI, Viterbo P, Wilson CR (2005) Total basin discharge for the Amazon and Mississippi River basins from GRACE and a land-atmosphere water balance. *Geophys Res Lett* **32**, L24404, doi:10.1029/2005GL024851
- Tapley BD, Bettadpur S, Watkins MM, Reigber C (2004a) The Gravity Recovery and Climate Experiment: Mission overview and early results. *Geophys Res Lett*, **31**, L09607, doi:10.1029/2004GL019920

- Tapley BD, Bettadpur S, Ries JC, Thompson PF, Watkins MM (2004b) GRACE measurements of mass variability in the Earth system. *Science*, **305**:503-505
- Tapley BD, Ries JC, Bettadpur S, Chambers D, Cheng M, Condi E, Gunter B, Kang Z, Nagel P, Pastor R, Pekker T, Poole S, Wang F (2005) GGM02 – An improved Earth gravity field model from GRACE. *J Geod*, **79**:467-478, doi:10.1007/s00190-005-0480-z
- Thomas JB (1999) *An analysis of gravity-field estimation based on intersatellite dual-1-way biased ranging*. JPL Publ 98-15, Pasadena
- Thomas M (2002) *Ozeanisch induzierte Erdrotationsschwankungen – Ergebnisse eines Simultanmodells für Zirkulation und ephemeridische Gezeiten im Weltozean*. Uni Hamburg, Dissertation.
- Thompson PF, Bettadpur SV, Tapley BD (2004) Impact of short period, non-tidal, temporal mass variability on GRACE gravity estimates. *Geophys Res Lett*, **31**, L06619 doi:10.1029/2003GL019285
- Torge W (1975) *Geodäsie*. Sammlung Göschen 2163, de Gruyter, Berlin
- Torge W (2003) *Geodäsie*. de Gruyter, Berlin
- Trenberth KE, Olson JG (1988) An evaluation and intercomparison of global analyses from the National Meteorological Center and the European Centre for Medium-Range Weather Forecasts. *Bull Am Meteor Soc*, **69**:1047-1057
- Trenberth KE, Smith L (2005) The mass of the atmosphere: A constraint on global analyses. *J Climate*, **18**:864-875, doi:10.1175/JCLI-3299.1
- Untch A, Miller M, Hortal M, Buizza R, Janssen P (2006) Towards a global meso-scale model: The high-resolution system T799L91 and T399L62 EPS. *ECMWF Newsletter*, **108**:6-13
- Velicogna I, Wahr J, van den Dool H (2001) Can surface pressure be used to remove atmospheric contributions from GRACE data with sufficient accuracy to recover hydrological signals? *J Geophys Res*, **106**(B8):16,415-16,434
- Velicogna I, Wahr J, Hanna E, Huybrechts P (2005) Short term mass variability in Greenland, from GRACE. *Geophys Res Lett*, **32**, L05501, doi:10.1029/2004GL021948
- Velicogna I, Wahr J (2006a) Measurements of time-variable gravity show mass loss in Antarctica. *Science*, **311**:1754-1756
- Velicogna I, Wahr J (2006b) Acceleration of Greenland ice mass loss in spring 2004. *Nature*, **443**:329-331, doi:10.1038/nature05168
- Visser PNAME, Sneeuw N, Gerlach C (2003) Energy integral method for gravity field determination from satellite orbit coordinates. *J Geod*, **77**:207-216, doi:10.1007/s00190-003-0315-8
- Wahr J, Molenaar M, Bryan F (1998) Time variability of the Earth's gravity field: hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE. *J Geophys Res* **103**(B12):30,205-30,229
- Wahr J, Swenson S, Zlotnicki V, Velicogna I (2004) Time-variable gravity from GRACE: first results. *Geophys Res Lett* **31**, L11501, doi:10.1029/2004GL019779
- Wahr J, Swenson S, Velicogna I (2006) Accuracy of GRACE mass estimates. *Geophys Res Lett* **33**, L06401, doi:10.1029/2005GL025305
- Wenzel HG (1985) *Hochauflösende Kugelfunktionsmodelle für das Gravitationspotential der Erde*. Wiss Arbeiten Fachrichtung Vermessung Uni Hannover, **137**, Dissertation, Uni Hannover
- Wermuth M, Földváry L, Švehla D, Gerlach C, Gruber T, Frommknecht B, Peters T, Rothacher M, Rummel R, Steigenberger P (2005) Gravity field modelling from CHAMP kinematic orbits using the energy balance approach. *Proc Joint CHAMP/GRACE Science Team Meet 2004*, published online, www.gfz-potsdam.de/pb1/JCG/
- Wiehl M, Dietrich R (2005) Time-variable gravity seen by satellite missions: On its sampling and its parametrization, in: Reigber C, Lühr H, Schwintzer P, Wickert J (eds.) *Earth Observation with CHAMP – Results from Three Years in Orbit*, 121-126, Springer, Berlin

- WMO – World Meteorological Organization (1988) *WMO Technical Regulations*. Vol. 49, Genf
- Wunsch C, Stammer D (1997) Atmospheric loading and the oceanic 'inverted barometer' effect. *Rev Geophys* **35**(1):79-107, 96RG03037
- Wunsch C (2002) What is the thermohaline circulation? *Science* **298**:1179-1180
- Wünsch J, Thomas M, Gruber T (2001) Simulation of oceanic bottom pressure for gravity space missions. *J Geophys Int* **147**:428-434
- Wünsch J, Thomas M, Gruber T (2002) Simulationen des ozeanischen Bodendrucks, in: Schuh H, Soffel M, Hornik H (eds.) *Vorträge beim 4. DFG-Rundgespräch im Rahmen des Forschungsvorhabens Rotation der Erde zum Thema Wechselwirkungen im System Erde, Höllenstein/Wetzell, 08.-09. März 2001*, DGK **A 118**:141-147, München
- Zeng L, Levy G (1995) Space and time aliasing structure in monthly mean polar-orbiting satellite data. *J Geophys Res* **100**(D3):5133-5142
- Zenner L (2006) *Zeitliche Schwerefeldvariationen aus GRACE und Hydrologiemodellen*. Diplomarbeit, TU München, unveröffentlicht
- Zhao Y, Li Y (2006) Discrepancy of mass transport between the Northern and Southern Hemispheres among ERA-40, NCEP/NCAR, NCEP-DOE AMIP-2, and JRA-25 reanalysis. *Geophys Res Lett* **33**, L20804, doi:10.1029/2006GL027287