

Technische Universität München  
Fachgebiet Strömungsmechanik

**Grobstruktursimulation  
druckinduzierter Ablösungen**

Sven Eisenbach

München 2007



Technische Universität München  
Fachgebiet Strömungsmechanik

# **Grobstruktursimulation druckinduzierter Ablösungen**

Sven Eisenbach

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen  
der Technischen Universität München  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs  
genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. W. H. Polifke, Ph. D. (CCNY)

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. habil. R. Friedrich, i.R.
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. N. A. Adams

Die Dissertation wurde am 16.11.2006 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 16.07.2007 angenommen.



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Forschungsgruppe von Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. R. Friedrich am Lehrstuhl für Aerodynamik der Technischen Universität München. Die Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen der Programme „Deutsch-Französisches Gemeinschaftsprogramm ‘Strömungssimulation’“ und „Costwing“ finanziell gefördert.

Eine erfolgreiche Promotion ist ohne Unterstützung nicht möglich. Für ihre Beiträge zum Erfolg gilt mein besonderer Dank:

Meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. habil. R. Friedrich, der die Grundlagen für das Gelingen dieser Arbeit schuf,

Prof. Dr.-Ing. habil. Nikolaus Adams für die großzügige Unterstützung an seinem Lehrstuhl sowie

allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Lehrstuhls für Aerodynamik für die fachliche und technische Hilfestellung sowie die herzliche Aufnahme.

Danken möchte ich auch meinen Eltern Renate und Gerhard Eisenbach, die mein Studium ermöglichten und förderten und meiner Ehefrau, Dr. Joanna Eisenbach, für Ihre Unterstützung bei der Anfertigung dieser Dissertation sowie die Geduld, die sie während der vergangenen Jahre mit mir hatte.



---

# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b> . . . . .	<b>vii</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b> . . . . .	<b>x</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b> . . . . .	<b>xiv</b>
<b>Notation</b> . . . . .	<b>xv</b>
<b>1. Einleitung</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Literaturübersicht . . . . .	2
1.2.1 Ablösende Grenzschichten . . . . .	2
1.2.2 Tragflügelumströmung . . . . .	3
1.3 Zielsetzung und Aufbau der vorliegenden Arbeit . . . . .	4
<b>2. Grundlagen</b> . . . . .	<b>6</b>
2.1 Ausgangsgleichungen . . . . .	6
2.2 Grobstruktursimulation . . . . .	7
2.3 Numerisches Lösungsverfahren . . . . .	9
2.3.1 Räumliche Diskretisierung . . . . .	10
2.3.2 Zeitliche Diskretisierung . . . . .	13
2.3.3 Iterativer Gleichungslöser . . . . .	15
2.3.4 Parallelisierung . . . . .	18

2.3.5	Behandlung beliebig geformter Körper innerhalb des Berechnungsgebiets . . . . .	18
2.4	Feinstrukturmodell . . . . .	25
2.4.1	Konzept der Wirbelviskosität . . . . .	26
2.4.2	Dynamische Berechnung der Modellkonstanten . . . . .	28
2.4.3	Mittelung der Konstanten entlang momentaner Bahnlinien . . . . .	30
2.4.4	Validierung der Implementierung . . . . .	34
<b>3.</b>	<b>LES der turbulenten Ablöseblase . . . . .</b>	<b>38</b>
3.1	Strömungskonfiguration . . . . .	38
3.2	Numerische Parameter . . . . .	39
3.3	Ergebnisse . . . . .	41
3.3.1	Globale Größen . . . . .	41
3.3.2	Profile der statistischen Größen . . . . .	46
3.4	Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	50
<b>4.</b>	<b>LES der Strömung über ein hochangestelltes Tragflügelprofil 51</b>	
4.1	Strömungskonfiguration . . . . .	51
4.2	Numerische Parameter . . . . .	54
4.2.1	Auslegung des Berechnungsgitters . . . . .	54
4.2.2	Randbedingungen . . . . .	62
4.2.3	Zeitschritt und benötigte Computerressourcen . . . . .	62
4.2.4	Bildung der statistischen Mittelwerte . . . . .	63
4.3	Ergebnisse . . . . .	64
4.3.1	Momentanwerte . . . . .	64
4.3.2	Mittlere Felder . . . . .	72
4.3.3	Wandreibung und Druckbeiwert . . . . .	75
4.3.4	Profile der mittleren Felder . . . . .	79



---

4.3.5	Impulsbilanz . . . . .	100
4.3.6	Bilanz des Transports der Reynoldsschen Normalspannungen . . . . .	108
4.3.7	Bilanz des Transports der Reynoldsschen Scherspannung	112
4.3.8	Bilanz des Transports der kinetischen Turbulenzenergie	117
<b>5.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick . . . . .</b>	<b>122</b>
<b>A.</b>	<b>Anhang . . . . .</b>	<b>125</b>
A.1	Statistische Auswertung turbulenter Strömungen . . . . .	125
A.2	Reynoldssche Gleichung . . . . .	126
A.3	Transportgleichung für den Reynoldsschen Spannungstensor	127
A.4	Transportgleichung für die kinetische Turbulenzenergie . . .	129
	<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>130</b>

## Abbildungsverzeichnis

2.1	Anordnung der Grobstrukturgrößen in kartesischen Gittern und Definition der versetzten Masche (graue Fläche). . . . .	11
2.2	Anordnung der zweifach versetzten Größen. . . . .	12
2.3	Maximale lokale Divergenz des Geschwindigkeitsvektors für unterschiedliche iterative Gleichungslöser. . . . .	16
2.4	Topologie der <i>immersed boundary technique</i> : Geblockte Maschen und Anordnung der Geschwindigkeitsgrößen. . . . .	20
2.5	Definition der Dreiecke zur Diskretisierung der Körperoberfläche. . . . .	21
2.6	Topologie der Durchstoßpunkte. . . . .	22
2.7	Topologie des Durchstoßpunktes innerhalb eines Dreiecks. . . . .	22
2.8	Interpolation einer unbekanntenen Größe aus den Werten an der Wand und im Feld. . . . .	23
2.9	Definition des Interpolationspolynoms. . . . .	24
2.10	Mittlere Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung der Kanalströmung in inneren Koordinaten. . . . .	35
2.11	RMS-Werte der Geschwindigkeitsschwankungen und Reynoldssche Schubspannung $\langle uv \rangle$ der Kanalströmung. . . . .	37
3.1	Topologie der Simulation der abgelösten Grenzschicht. . . . .	39
3.2	Mittlere Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung der Außenströmung. . . . .	42
3.3	Mittlere Geschwindigkeit in wandnormaler Richtung der Außenströmung. . . . .	43
3.4	Mittlerer Druckbeiwert am oberen Rand des Berechnungsgebiets. . . . .	43

---

3.5	Mittlerer Wandreibungskoeffizient am oberen Rand des Berechnungsgebiets. . . . .	45
3.6	Räumliche Entwicklung der Verdrängungsdicke $\delta^*$ . . . . .	45
3.7	Räumliche Entwicklung der Impulsverlustdicke $\theta$ . . . . .	46
3.8	Profile der gemittelten Geschwindigkeit. . . . .	47
3.9	Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen in Hauptströmungsrichtung. . . . .	48
3.10	Spannweite Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen. . . . .	49
3.11	Wandnormale Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen. . . . .	49
3.12	Aufgelöste Reynoldssche Schubspannung. . . . .	50
4.1	Konfiguration des Costwing Experiments. . . . .	52
4.2	Auftriebsbeiwert des NACA4415-Profiles. . . . .	53
4.3	Topologie des superkritischen Strömungszustandes. . . . .	53
4.4	Topologie des Tragflügelprofils. . . . .	55
4.5	Topologie des Berechnungsgebiets. . . . .	56
4.6	Maschenweite in Hauptströmungsrichtung. . . . .	56
4.7	Maschenweite in Querströmungsrichtung. . . . .	57
4.8	Verteilung der Gitterpunkte im Berechnungsgebiet der Simulation $L05/L10$ . . . . .	58
4.9	Potentielle Gebiete des Rechengitters für eine Reduktion der Auflösung. . . . .	59
4.10	Rechengitter im Bereich der Profilnase . . . . .	60
4.11	Rechengitter im Bereich der Profilhinterkante der Simulation $L05$ . . . . .	61
4.12	Rechengitter im Bereich der Profilhinterkante der Simulation $L10$ . . . . .	61
4.13	Darstellung des Wirbelablösevorgangs anhand von Isolinien des $Q$ -Kriteriums für einen in Spannweitenrichtung mittigen Querschnitt des momentanen Strömungsfelds. . . . .	66

4.14	y-Komponente der momentanen Wirbelstärke . . . . .	67
4.15	Momentaner Differenzialdruck, normiert mit $1/2\rho U_\infty^2$ . . . . .	68
4.16	Isoflächen der Druckfluktuationen auf der Saugseite des Flügelprofils. . . . .	69
4.17	Darstellung des Wirbeltransports anhand von Isoflächen der Druckfluktuationen. . . . .	71
4.18	Isoflächen der Druckfluktuationen und der turbulenten Viskosität $\nu_t$ . . . . .	72
4.19	Betrag und Stromlinien des gemittelten Geschwindigkeitsfelds	73
4.20	Linien gleicher turbulenter Energie $k$ in einem in Spannweitenrichtung mittigen Querschnitt. . . . .	74
4.21	Linien gleicher Modellviskosität $\nu_t$ . . . . .	75
4.22	Verlauf des mittleren Wandreibungskoeffizienten $C_f$ . . . . .	76
4.23	Verlauf des mittleren Druckbeiwerts $C_p$ . . . . .	78
4.24	Gemittelte Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung. . .	82
4.25	Gemittelte Geschwindigkeit in Spannweitenrichtung. . . . .	84
4.26	Gemittelte Geschwindigkeit in Querströmungsrichtung. . . .	86
4.27	Betrag der gemittelten Geschwindigkeit. . . . .	88
4.28	Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen in Hauptströmungsrichtung. . . . .	91
4.29	Spannweitige Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen. . . . .	93
4.30	Querströmungs-Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen. . . . .	95
4.31	Aufgelöste Reynoldssche Schubspannung. . . . .	97
4.32	Aufgelöste turbulente kinetische Energie. . . . .	99
4.33	Impulsbilanz an der Stelle $x/c = -0,05$ . . . . .	102
4.34	Gemittelte Impulsbilanz an der Stelle $x/c = 0,4$ . . . . .	103
4.35	Gemittelte Impulsbilanz an der Stelle $x/c = 0,8$ . . . . .	104
4.36	Gemittelte Impulsbilanz an der Stelle $x/c = 1,1$ . . . . .	105

---

4.37	Gemittelte Impulsbilanz an der Stelle $x/c = 1,4$ . . . . .	106
4.38	Gemittelte Impulsbilanz an der Stelle $x/c = 1,8$ . . . . .	107
4.39	Bilanz der Transportgleichung für $\langle \bar{u}''\bar{u}'' \rangle$ . . . . .	111
4.40	Bilanz der gemittelten Transportgleichung für $\langle \bar{v}''\bar{v}'' \rangle$ . . . . .	114
4.41	Bilanz der gemittelten Transportgleichung für $\langle \bar{w}''\bar{w}'' \rangle$ . . . . .	116
4.42	Bilanz der gemittelten Transportgleichung für $\langle \bar{u}''\bar{w}'' \rangle$ . . . . .	119
4.43	Bilanz der gemittelten Transportgleichung für $k$ . . . . .	121

## Tabellenverzeichnis

2.1	Gitterparameter der Validierungsrechnungen. . . . .	34
3.1	Numerische Parameter der Grenzschichtsimulation. . . . .	40
3.2	Numerische Parameter der DNS der abgelösten Grenzschicht von MANHART und FRIEDRICH (2002). . . . .	41
3.3	Minima im Verlauf der mittleren Wandreibungskoeffizienten.	44
4.1	Numerische Parameter der Tragflügelsimulationen. . . . .	55
4.2	Maschenweite an ausgezeichneten Positionen des Rechengitters.	57
4.3	Integrale Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte. . . . .	79

# Notation

Die folgende Aufstellung umfaßt die in der Arbeit vorkommenden Formelzeichen und Abkürzungen. Abweichungen werden an der entsprechenden Stelle im Text erläutert. Die den jeweiligen Erläuterungen folgenden eingeklammerten Zahlen verweisen auf eine Gleichung, Zahlen ohne Klammer auf ein Kapitel.

## Formelzeichen

### Lateinische Buchstaben

$C_a$	Auftriebsbeiwert, 4.3.3
$C_f$	Wandreibungsbeiwert, 4.3.3
$C_p$	Druckbeiwert, 4.3.3
$C_s$	Smagorinsky-Konstante, 2.4.1
$C_w$	Widerstandsbeiwert, 4.3.3
$c$	Sehnenlänge, 4.2.1
$k$	Turbulente kinetische Energie, A.4
$\vec{n}$	Normalenvektor
$p$	Druck
$Re$	Reynoldszahl, 2.2
$Sr$	Strouhalzahl, 4.3.1
$T_s$	Periodendauer des Ablösevorgangs
$U_\infty$	ungestörte Anströmgeschwindigkeit
$U_c$	Konvektionsgeschwindigkeit in der konvektiven Randbedingung
$u_\tau$	Wandschubspannungsgeschwindigkeit, (2.35)

### Griechische Buchstaben

$\alpha$	Anstellwinkel des Tragflügelprofils, 4.2.1
$\Delta$	Filterweite

$\Delta i$	Maschenweite in Richtung $i$
$\Delta t$	Zeitschrittweite
$\delta$	Abstand zur Profiloberfläche
$\delta p$	Druckkorrektur
$\delta_0$	Grenzschichtdicke am Einströmrand der Grenzschichtsimulation, 3.1
$\delta^*$	Verdrängungsdicke
$\epsilon$	Dissipationsrate, 2.2
$\eta$	Kolmogorovsches Mikrolängenmaß
$\theta$	Impulsverlustdicke
$\mu$	dynamische Viskosität
$\nu$	kinematische Viskosität
$\nu_t$	Wirbelviskosität
$\rho$	Dichte
$\tau_w$	Wandschubspannung
$\phi$	Platzhaltergröße

## Mathematische Bezeichnungen

$\phi$	Skalar
$\vec{\phi}$	Vektor
$\Phi$	Tensor zweiter Stufe
$\phi_i$	Kartesische Komponente des Vektors $\vec{\phi}$
$\phi_{ij}$	Kartesische Komponente des Tensors zweiter Stufe $\Phi$
$\langle \phi \rangle$	statistischer Mittelwert der Größe $\phi$
$\bar{\phi}$	gefilterte Größe $\phi$ (Grobstrukturwert)
$\phi''$	Fluktuation der Größe $\phi$ (Abweichung vom statistischen Mittelwert $\langle \phi \rangle$ )
$\phi'$	Abweichung von einem Grobstrukturwert

## Sonstige mathematische Symbole

$\cdot$	Operationssymbol für das Skalarprodukt (inneres Produkt)
$\times$	Operationssymbol für das Vektorprodukt (äußeres Produkt)
$\nabla$	Nabla Operator
$\prod$	Produktzeichen ( $\prod_{a=1}^n \phi_a = \phi_1 \phi_2 \dots \phi_n$ )
$\sum$	Summationszeichen ( $\sum_{a=1}^n \phi_a = \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_n$ )



## Indizes mit besonderer Bedeutung

min	minimaler Wert
ref	Referenzgröße zur Normierung
rms	root mean square $\phi_{rms} = \sqrt{\langle \phi'' \rangle^2}$

## Abkürzungen

DNS	direkte numerische Simulation
GS	Gauss-Seidel
LES	Grobstruktursimulation (engl. large-eddy simulation)
MG	Mehrgitter
SGS	Feinstruktur (engl. subgrid-scale)
SIP	<i>Strongly implicit procedure</i> (Iteratives Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme.)
VPG-Term	Geschwindigkeits-Druckgradienten-Term (engl. velocity-pressure-gradient)



# 1. Einleitung

## 1.1 Motivation

Das Verständnis der Ablösung turbulenter Grenzschichten ist von großem praktischen Interesse, da es oft die obere Grenze für die Steigerung der Effektivität oder Effizienz technischer Anwendungen darstellt. Beispiele hierfür sind Hochauftriebshilfen von Verkehrsflugzeugen, Diffusoren, Beschauelflungen von Turbomaschinen oder der Heckbereich von Fahrzeugen. Die hohe Relevanz dieser Strömungen kontrastiert stark mit den zur Verfügung stehenden Mitteln zu ihrer Analyse. Zur Erläuterung dieses Sachverhaltes kann man feststellen, dass sich technisch relevante Strömungen oft durch eine hohe Reynoldszahl auszeichnen. Nach TENNEKES und LUMLEY (1972) läßt sich aber das Größenverhältniss der größten Wirbelstrukturen, mit dem Längenmaß  $l_0$ , zu den kleinsten Wirbelstrukturen, mit dem Längenmaß  $\eta$ , zu

$$\eta/l_0 \sim Re^{-\frac{3}{4}} \quad (1.1)$$

abschätzen. Beispielhaft seien hier einige Reynoldszahlen angegeben: Die Reynoldszahl der Strömung in der ersten Stufe der Turbine eines Strahltriebwerks liegt in der Größenordnung von  $\mathcal{O}(10^5)$ , die der Strömung über einen PKW in der Größenordnung von  $\mathcal{O}(10^6)$  und die Strömung über den Flügel eines Verkehrsflugzeuges im Landeanflug bei  $\mathcal{O}(10^7)$ . Nach Gleichung (1.1) muß also ein Mess- oder Berechnungsverfahren, das bei der Untersuchung solcher Strömungen eingesetzt wird, in der Lage sein, Strukturen aufzulösen, deren Längenmaße vier bis sieben Größenordnungen überspannen. Dies stellt sowohl bei experimentellen Untersuchungen als auch bei numerischen Simulationen eine große Herausforderung dar.

Grobstruktursimulationen (LES) stehen im Begriff, in den Bereich technisch interessanter Reynoldszahlen vorzudringen. Gegenüber den derzeit bei Ingenieurwissenschaftlichen Problemstellungen eingesetzten Berechnungsverfahren wie dem *Reynolds Averaged Navier-Stokes* (RANS) Verfahren, bieten sie die Perspektive einer sowohl zeitlich als auch räumlich größeren Auflösung

der Ergebnisse. Diese ist gerade im Bereich der abgelösten Strömungen zur Absicherung des Verständnisses der Prozesse in der Grenzschicht von größter Bedeutung.

## 1.2 Literaturübersicht

### 1.2.1 Ablösende Grenzschichten

Aufgrund der hohen Anforderungen an die eingesetzte Meßtechnik beziehungsweise Rechenzeit, gibt es erst seit etwa Mitte der siebziger Jahre des vergangenen Jahrhunderts verlässliche Studien ablösender Grenzschichten. Eine der ersten experimentellen Arbeiten war die von SIMPSON ET AL. (1977) basierend auf Ein-Komponenten-Geschwindigkeitsmessungen mittels Laser-Doppler-Anemometrie. In der Arbeit wurde die Gültigkeit des logarithmischen Wandgesetzes bis zum Punkt der beginnenden Ablösung nachgewiesen, der durch Rückströmung mit einem Zeitanteil von einem Prozent definiert wird. In späteren Arbeiten konnten (SIMPSON ET AL., 1981; SIMPSON, 1991) zeigen, dass innerhalb der Ablöseblase die Grenzschicht zwischen der Rückströmung und der Wand mit der mittleren Rückströmungsgeschwindigkeit skaliert. Die Turbulenzintensität liegt in diesem Bereich in der Größenordnung der mittleren Rückströmung und Mischungsweglängen- oder Wirbelzähigkeitsmodelle besitzen im Inneren der Ablöseblase keine und in der äußeren Strömung nur bedingte Aussagekraft.

PATRICK (1987) stellte eine starke Instabilität des Wiederanlagegebiets einer Ablöseblase auf einer ebenen Platte fest. Er führte diese auf eine niederfrequente Oszillation der Blasenlänge zurück, die durch die Ablösung großer Wirbelstrukturen von der Blase hervorgerufen wurden. NA und MOIN (1996) bezeichnen diese Art der Oszillation als *flapping*. In ihrer Arbeit über die Direkte Numerische Simulation einer turbulenten Ablöseblase beschreiben sie das Anwachsen und die Vereinigung von Wirbelstrukturen in der Grenzschicht über der Ablöseblase. Diese treffen auf der Rückseite der Ablöseblase auf die Wand von wo aus sie als großskalige Strukturen abschwimmen.

KALTER (2001) führte experimentelle Untersuchungen des Einflusses der Turbulenzstruktur der Außenströmung auf eine Ablöseblase durch. Sie stellte fest, dass die Ablöseblase sehr sensibel auf die Turbulenz in der Außenströmung reagiert und im Mittel zum Verschwinden gebracht werden konnte. Die Reproduktion des Experiments mittels einer Direkten Numerischen Simulation gelang MANHART und FRIEDRICH (2002). Die detaillierte Analyse des

komplexen Strömungsfeldes bestätigte den Einfluss der großen Wirbelstrukturen der Scherschicht, deren Wirkung bis zur Wand herabreicht.

### 1.2.2 Tragflügelumströmung

Aufgrund der nur unzureichenden Beschreibung der Ablöseprozesse an glatten Oberflächen durch die statistisch gemittelten Navier-Stokes Gleichungen (RANS), gibt es in der Literatur zahlreiche Ansätze, die Strömung über ein hochangestelltes Tragflügelprofil mittels Grobstruktursimulationen vorherzusagen. Eine der ersten Arbeiten ist die von JANSEN (1994), der die Strömung über das NACA 4412 Profil bei  $12^\circ$  Anstellwinkel und einer Reynoldszahl basierend auf der Profiltiefe und der ungestörten Anströmgeschwindigkeit von  $1,64 \cdot 10^6$  untersuchte. Für diese Strömungskonfiguration liegen experimentelle Untersuchungen von COLES und WADCOCK (1979); HASTINGS und WILLIAMS (1987) und WADCOCK (1987) vor. Jansen verwendete das Smagorinsky-Modell mit Wanddämpfung auf einem unstrukturierten Gitter. Ein Vergleich mit einer Simulation ohne Feinstrukturmodell ergab, dass aufgrund der Wirbelviskosität ein Ablösen der laminaren Strömung im Nasenbereich unterdrückt wurde. Andererseits trat der laminar/turbulente Umschlag am Ort der Grenzschichtablösung auf, was zeigt, dass die gewählte Auflösung von  $\Delta x^+ = 200$ ,  $\Delta y^+ = 50$  und  $\Delta z^+ = 1$  (in Wandnähe) zu gering ist.

Weitere Grobstruktursimulationen der Konfiguration des Experiments von COLES und WADCOCK (1979), durchgeführt von KALTENBACH und CHOI (1996) und JANSEN (1995, 1996, 1997) ergaben, dass es von entscheidender Bedeutung für das Gelingen der Simulation ist, die Ränder des Berechnungsgebiets in Querströmungsrichtung realitätsnah zu modellieren, das Rechengebiet in Spannweitenrichtung hinreichend groß zu wählen und mit deutlich größerer Auflösung als in diesen Studien zu arbeiten.

Ziel des LESFOIL Projekts (DAVIDSON ET AL., 2003) war es, das Potential der Grobstruktursimulation bei der Studie ablösender Strömungen an schwach gekrümmten Flächen zu untersuchen. Dazu wurden von neun Arbeitsgruppen etwa 70 Simulationen derselben Konfiguration durchgeführt. Als Testfall wurde das Aerospatiale-A Profil bei  $13,5^\circ$  und einer Reynoldszahl von  $Re = 2,1 \cdot 10^6$  gewählt, für das experimentelle Daten von HUDDEVILLE ET AL. (1987) vorlagen. Die Simulationen deckten ein großes Spektrum von Gittertypen, Feinstruktur- und Wandmodellen, Auflösungen und Gebietsgrößen ab. Als herausragendstes Ergebnis stellen die Herausgeber fest, dass sich keines der Modelle als den anderen überlegen erweisen konnte. Vielmehr

kommen der Auflösung des Rechengebiets sowie der Gebietsgröße in Spannweitenrichtung fundamentale Bedeutung zu.

Um Probleme mit der Gebietsgröße und der Gitterauflösung bei der Untersuchung der Methode der Grobstruktursimulation auszuschließen, wurde am DLR-Institut in Göttingen, das ursprünglich von Dr. Dallmann initiierte Prinzipexperiment COSTWING weitergeführt (KINDLER ET AL., 2003). Gegenstand der Untersuchung war das NACA 4415 Profil bei einer Reynoldszahl von  $Re = 10^5$  und einem Anstellwinkel von  $18^\circ$ . Um das Untersuchungsgebiet räumlich zu begrenzen, beziehungsweise eindeutige Randbedingungen in Querströmungsrichtung zu definieren, wurde das Profil zwischen zwei ebenen Platten angeordnet. LES dieser Konfiguration bei verminderter Reynoldszahl wurden von BREUER und JOVIČIĆ (2001) auf einem körperangepassten Gitter und von EVANS (2004) auf einem kartesischen Gitter durchgeführt. Beide betonen, dass die Ausdehnung des Rechengebiets in Spannweitenrichtung in der Größenordnung der Sehnenlänge liegen sollte. Evans schlägt weiterhin eine dimensionslose Auflösung in Spannweitenrichtung von  $\mathcal{O}(1)$  vor und stellt fest, dass das Feinstrukturmodell nur sekundären Einfluß auf das Ergebnis der Simulation hat, sich aber bei Verwendung des dynamischen Modells nach GERMANO ET AL. (1991) der numerische Aufwand in etwa verdoppelt. Grobstruktursimulationen dieser Konfiguration, bei der Reynoldszahl des Experiments, wurden von JOVIČIĆ und BREUER (2004) präsentiert. Die eingesetzten Feinstrukturmodelle, das klassische Smagorinsky Modell mit Wanddämpfung sowie das dynamische Smagorinsky Modell, lieferten deutliche Unterschiede im Bereich einer laminaren Ablöseblase im Bereich der Vorderkante des Profils. Jovičić führte diese auf eine zu große Modellviskosität des Smagorinsky Modells im Bereich der laminaren Strömung zurück.

### 1.3 Zielsetzung und Aufbau der vorliegenden Arbeit

Als Synthese der genannten Literaturstellen kann man feststellen, dass die Simulation ablösender Strömungen an ungekrümmten oder schwach gekrümmten Oberflächen mittels LES sowohl möglich als auch von wissenschaftlichem Interesse ist. Bei solchen Konfigurationen tritt die Ablösung nicht schlagartig an ausgezeichneten Stellen der Geometrie wie zum Beispiel Kanten auf, sondern wird durch einen positiven Druckgradienten induziert. Entscheidend für das Gelingen solcher Simulationen ist eine große räumliche Auflösung des Rechengebiets, insbesondere des wandnahen Bereiches. Dies führt auf die

Notwendigkeit effiziente Algorithmen auf Höchstleistungsrechnern einzusetzen.

In dieser Arbeit wird deshalb ein Finite-Volumen-Verfahren auf kartesischen Gittern verwendet, das sich aufgrund der Anordnung der Daten im Arbeitsspeicher gut für Hochleistungsrechner eignet. Die räumliche Diskretisierung läßt eine Verfeinerung des Gitters in Wandnähe zu, um die dort auftretenden Geschwindigkeitsgradienten aufzulösen. Um auch gekrümmte Oberflächen einer Simulation mit kartesischen Gittern zugänglich zu machen, wird ein Interpolationsverfahren eingesetzt.

Ziel dieser Arbeit ist die experimentell abgesicherte Untersuchung druckinduzierter Ablösungen mittels Grobstruktursimulation. Das dazu eingesetzte numerische Verfahren wird in Kapitel 2 beschrieben. In Kapitel 3 wird die ablösende Grenzschicht an einer ebenen Wand und in Kapitel 4 die Strömung über ein hochangestelltes Tragflügelprofil untersucht. Abgeschlossen wird diese Arbeit mit einer Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse in Kapitel 5.

## 2. Grundlagen

### 2.1 Ausgangsgleichungen

Die numerische Berechnung ingenieurwissenschaftlicher Problemstellungen setzt ein mathematisches Modell des zu untersuchenden Gegenstandes voraus. Die Erstellung eines solchen Modells kann dabei in die Teilaspekte kinematische Beschreibung, Materialgesetze und mathematisches Lösungsverfahren des entstehenden Gleichungssystems gegliedert werden.

Die kinematische Beschreibung strömungstechnischer Probleme geht dabei häufig von der Annahme eines Kontinuums aus. Diese Annahme setzt voraus, dass sich alle das Problem beschreibenden Größen stetig mit der Zeit und dem Ort ändern, was für die in dieser Arbeit untersuchten Strömungen als erfüllt betrachtet werden kann. Die Grundgleichungen zur Beschreibung eines solchen Kontinuums umfassen die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie. Im vorliegenden Fall einer isothermen Strömung sind die Gleichungen für Impuls- und Energieerhaltung entkoppelt, so dass die Energieerhaltungsgleichung nicht weiter betrachtet werden muss.

Ein dynamisches Modell eines bestimmten Kontinuums erhält man durch die Bestimmung spezieller Materialgesetze, die die physikalischen Eigenschaften dieses Kontinuums beschreiben. Für ein Newtonsches Fluid wird ein linearer Zusammenhang zwischen den Komponenten des Spannungstensors und denen des Verzerrungstensors postuliert. Setzt man dieses Materialgesetz in die Impulsbilanz ein und verwendet die Stokessche Hypothese verschwindender Druckzähigkeit, dann erhält man die Navier-Stokessche Gleichung, die in der Mitte des neunzehnten Jahrhunderts von C.-L. Navier und G. G. Stokes formuliert wurde (siehe z.B. SPURK (1993)).

Beschränkt man sich weiter auf Strömungen bei konstanter Dichte, nehmen die Erhaltungsgleichung der Masse und die Navier-Stokessche Gleichung die in den Gleichungen (2.1) und (2.2) angegebene Form an.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.1}$$



$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (2.2)$$

Dabei bedeuten  $u_i$  die Geschwindigkeitskomponenten in den drei Raumrichtungen,  $p$  der Druck und  $\nu$  die kinematische Viskosität des Fluids.

Die Gleichungen (2.1) und (2.2) stellen ein geschlossenes System von vier nichtlinearen Gleichungen zur Bestimmung der vier Unbekannten  $u_i$ ,  $p$  dar. Leider lassen sich nur für sehr einfache Fälle analytische Lösungen dieses Systemes finden. In den meisten technisch interessanten Anwendungen ist man deshalb auf eine numerische Lösung der Gleichungen in einer geeignet diskretisierten Form angewiesen, was Thema der folgenden Kapitel sein wird.

## 2.2 Grobstruktursimulation

Turbulente Strömungen besitzen die Eigenschaft, dass die Breite des Spektrums der Längenmaße der in der Strömung vorkommenden Strukturen mit der Reynoldszahl ansteigt. Die Reynoldszahl ist definiert als

$$Re = \frac{\rho L U}{\mu}$$

mit  $\rho$  als der Dichte und  $\mu$  der dynamischen Viskosität des Fluids sowie  $L$  und  $U$  der charakteristischen Länge beziehungsweise Geschwindigkeit der Strömung. Folgt man TENNEKES und LUMLEY (1972), dann läßt sich das Verhältnis der größten zu den kleinsten Skalen wie folgt abschätzen: Die Größenordnung der Längenmaße der kleinsten Skalen ergibt sich aus dem Kolmogorovschen Mikrolängenmaß  $\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ . Die Dissipationsrate  $\epsilon$  erhält man aus dem Längen- und Geschwindigkeitsmaß der größten Strukturen  $U$  und  $L$  mit Hilfe der Taylorschen Abschätzung  $\epsilon \sim U^3/L$ . Damit ergibt sich das gesuchte Verhältnis

$$\frac{L}{\eta} = \left( \frac{LU}{\nu} \right)^{3/4} = Re^{3/4}.$$

Werden die Gleichungen (2.1) und (2.2) unmittelbar diskretisiert und auf so feinen Gittern gelöst, dass alle turbulenten Skalen erfaßt werden, spricht man von der *Direkten Numerischen Simulation* (DNS). Die Anwendung dieses Verfahrens setzt also voraus, dass auch die kleinsten Skalen  $\eta$  vollständig

durch das Rechengitter aufgelöst werden. Daraus ergibt sich, dass die Anzahl der Punkte zur Diskretisierung eines gegebenen Volumens  $L^3$  proportional zu  $Re^{9/4}$  wachsen muss, was bei ingenieurwissenschaftlichen Problemstellungen oft zu einem Bedarf an Rechnerkapazität führt, dem auch die jeweils schnellsten Großrechner ihrer Zeit für die nächsten Jahrzehnte nicht gewachsen sein werden.

Eine Methode, auch Strömungen mit höherer Reynoldszahl einer numerischen Simulation zugänglich zu machen, ist die Grobstruktursimulation oder *large-eddy simulation* (LES). Diese beruht auf einer Trennung der Skalen in Grobstruktur und Feinstruktur (*subgrid-scale*, SGS). Physikalisch leitet sich diese Trennung aus dem Energiespektrum turbulenter Strömungen ab, bei dem man drei Bereiche unterscheiden kann. Im Bereich der größten bis hin zu den kleinen Skalen findet eine Umwandlung von kinetischer Energie des mittleren Strömungsfeldes in Turbulenzenergie statt. Im Bereich der kleinsten Skalen, also im Bereich des Kolmogorovschen Mikrolängenmasses, findet der Hauptteil der Dissipation dieser Energie in Wärme statt. Dazwischen gibt es bei hohen Reynoldszahlen einen Bereich, den sogenannten Trägheitsunterbereich, in dem die Turbulenzenergie von großen zu kleinen Skalen transferiert wird. Unter der Voraussetzung, dass nur die größten Skalen von äußeren Effekten wie Strömungsfeldberandungen, Volumenkräften und Anfangsbedingungen dominiert werden, im Bereich der kleinsten Skalen aber lokale Isotropie herrscht, liegt es nahe, die Trennung zwischen Grob- und Feinstruktur in den Trägheitsunterbereich zu legen. Bei einer Grobstruktursimulation wird dies häufig durch die Gitterauflösung erreicht, die so gewählt wird, dass die Grobstruktur numerisch aufgelöst wird. Die Feinstruktur, deren Länge von der Größenordnung der Maschenweite oder kleiner ist, wird durch einen empirischen Ansatz modelliert.

Formal entspricht die Skalentrennung einer räumlichen Tiefpaßfilterung der Strömungsgrößen. Für eine gegebene Filterfunktion  $G(\vec{x}, \vec{x}')$  ergibt sich die gefilterte Funktion  $\bar{\phi}(\vec{x}, t)$  durch das Faltungsintegral

$$\bar{\phi}(\vec{x}, t) = \int_V \phi(\vec{x}', t) G(\vec{x}, \vec{x}') dx'$$

über das Strömungsgebiet  $V$ . Die Größe  $\phi$  wird dadurch in Grobstruktur- und Feinstrukturanteil aufgespalten

$$\phi(\vec{x}, t) = \bar{\phi}(\vec{x}, t) + \phi'(\vec{x}, t). \quad (2.3)$$

Wendet man die Filterung auf die Bewegungsgleichungen (2.1) und (2.2) an, erhält man die Grundgleichungen der Grobstruktursimulation

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2}. \quad (2.5)$$

In dieser Arbeit wird die Filtermethode von SCHUMANN (1973) verwendet. Da bei dieser Methode Filterung und Diskretisierung der Bewegungsgleichung sehr eng verknüpft sind, werden sowohl die Filterung als auch die Diskretisierung im folgenden Kapitel 2.3 behandelt.

Durch die Filterung treten die neuen Unbekannten  $\overline{u_i u_j}$  auf, wodurch das System aus den Gleichungen (2.4) und (2.5) nicht mehr geschlossen ist. Zur Schließung des Gleichungssystems wird in der LES ein Feinstruktur- oder subgrid-scale (SGS)-Modell verwendet. Dieses wird im Kapitel 2.4 beschrieben.

## 2.3 Numerisches Lösungsverfahren

Die Grobstruktursimulationen der vorliegenden Arbeit wurden mit dem Simulationsprogramm MGLET durchgeführt. MGLET entstand in der Arbeitsgruppe von Prof. H. Wengle an der Universität der Bundeswehr in München (WERNER und WENGLE, 1989; MANHART und WENGLE, 1994) und wurde in den Arbeitsgruppen von Prof. H. Wengle und Prof. R. Friedrich weiterentwickelt. Derzeit wird das Programm in der Arbeitsgruppe von Prof. M. Manhart, TU-München eingesetzt, gepflegt und um zusätzliche Funktionen erweitert (MANHART ET AL., 2001). Die räumliche Diskretisierung beruht auf einem Finite-Volumen-Verfahren für nicht äquidistante, kartesische Gitter. Körper, die um- oder durchströmt werden, wurden in einer früheren Version von MGLET durch einen treppenförmigen Verlauf der Körperoberfläche entlang der Maschen des Berechnungsgitters approximiert. Zur Behandlung beliebig gekrümmter Körper, wurde von TREMBLEY (2001) ein Interpolationsverfahren implementiert, das die exakte Position der Körperoberfläche reproduziert. Das Verfahren wird in Kapitel 2.3.5 beschrieben.

Die Integration der Bewegungsgleichungen erfolgt mit einem Druckkorrektur-Verfahren das auf der Projektionsmethode von CHORIN (1968) beruht. Das

gegenüber der ursprünglichen Version von MGLET geänderte Verfahren wird in Kapitel 2.3.3 behandelt.

### 2.3.1 Räumliche Diskretisierung

Die räumliche Diskretisierung der Bewegungsgleichungen beruht auf der *volume-balance procedure* von SCHUMANN (1973, 1975) für ein kartesisches Gitter. Diese geht von einer Rechteckfilterung der Navier-Stokesschen Gleichungen aus, bei der die Filterweite gleich der Maschenweite des Rechengitters  $\Delta V = \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3$  gesetzt wird. Die folgende Darstellung der Methode lehnt sich an FRIEDRICH (1998) an. Als Grobstrukturgrößen verwendet Schumann die Flächenmittel der Strömungsvariablen über die Zellwände. Diese Wahl liegt nahe, wenn man die integrale Massenerhaltungsgleichung

$$\int \frac{\partial u_i}{\partial x_i} dV = 0,$$

betrachtet. Diese läßt sich durch partielle Integration in ein Oberflächenintegral umwandeln

$$\int \frac{\partial u_i}{\partial x_i} dV = \oint_{\Delta A} u_i n_i dA,$$

wobei  $n_i$  die Normaleneinheitsvektoren auf die Oberfläche bedeuten. Das Oberflächenintegral kann nun numerisch ausgewertet werden:

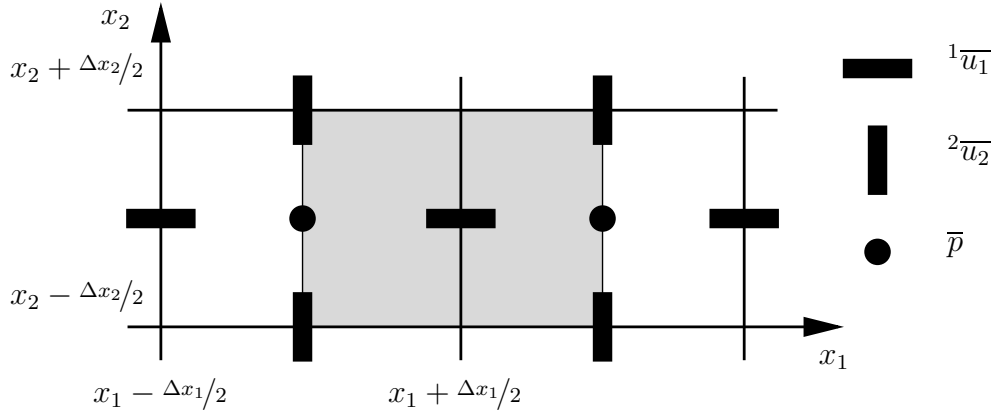
$$\sum_{i=1}^3 \left( {}^i \bar{u}_i(x_i + \Delta x_i/2) - {}^i \bar{u}_i(x_i - \Delta x_i/2) \right) \Delta A_i = 0$$

mit  $\Delta A_i = \Delta x_j \Delta x_k$  den sechs Begrenzungsflächen der Zelle. Die Flächenmittelwerte  ${}^i \bar{u}_i$  über diese Flächen und die Abweichungen der Geschwindigkeitsgrößen von diesen Mittelwerten  $u'_i$  sind definiert als

$${}^i \bar{u}_i = \frac{1}{\Delta x_j \Delta x_k} \int_{\Delta x_j} \int_{\Delta x_k} u_i n_i dx_k dx_j \quad (\text{keine Summation}).$$

und

$$u'_i = u_i - {}^i \bar{u}_i.$$



**Abbildung 2.1:** Anordnung der Grobstrukturgrößen in kartesischen Gittern und Definition der versetzten Masche (graue Fläche).

Mit dem zentralen Differenzenoperator

$$\delta_i^i \bar{u}_i = \frac{\bar{u}_i(x_i + \Delta x_i/2) - \bar{u}_i(x_i - \Delta x_i/2)}{\Delta x_i}.$$

erhält man schließlich

$$\Delta V \delta_i^i \bar{u}_i = 0. \quad (2.6)$$

Ordnet man nun die Strömungsvariablen versetzt an, wie in Abbildung 2.1 dargestellt, lässt sich Gleichung (2.6) numerisch exakt auswerten.

Zur Berechnung der Komponente  $\bar{u}_i$ , wird dazu jeweils über die in  $x_i$ -Richtung versetzte Masche integriert. Zur Veranschaulichung ist eine solche Zelle in Abbildung 2.1 als grau hinterlegte Fläche dargestellt.

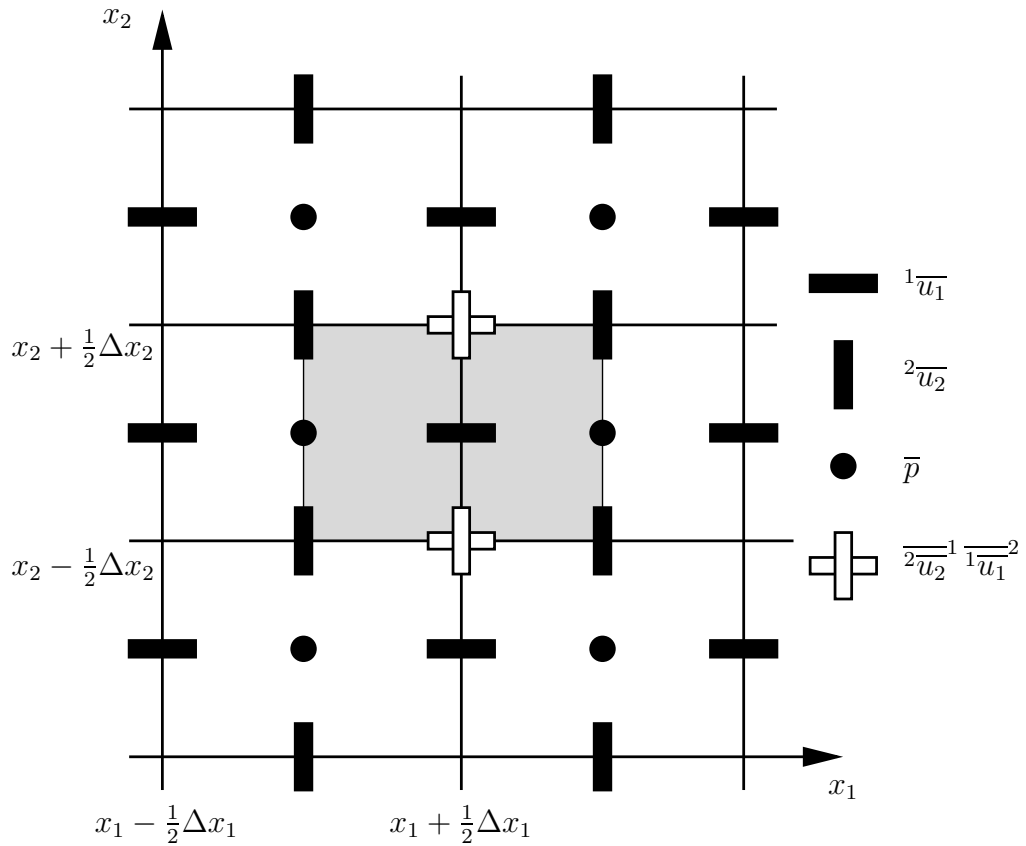
Die Impulsbilanz kann prinzipiell genauso behandelt werden wie die Massenbilanz. Allerdings treten für den instationären Term Volumenmittelwerte auf, die durch die Flächenmittelwerte approximiert werden. Damit erhält man für die nach Schumann gefilterten Bewegungsgleichungen

$$\delta_j^j \bar{u}_j = 0$$

$$\frac{\partial^i \bar{u}_i}{\partial t} + \delta_j^j ({}^j \bar{u}_i {}^j \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \delta_i^i \bar{p} - \delta_j^j \bar{u}_i' \bar{u}_j' + \nu \left( \delta_j^j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \delta_j^j \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.7)$$

Wie bereits oben erwähnt bezeichnet die Größe  $u'_i$  dabei den Feinstrukturanteil der Geschwindigkeitskomponente  $u_i$ , der nach der Definition von Schumann als Abweichung von den Flächenmittelwerten definiert ist.

Bei einem Finite-Volumen-Verfahren wird Gleichung (2.7) über die Maschen des Rechengitters integriert, wobei die Integrale durch die Mittelpunktsregel approximiert werden. Dazu werden die Flüsse der Strömungsgrößen über sämtliche Flächen einer Maschenzelle benötigt. Da die Flüsse nicht an allen notwendigen Positionen bekannt sind, müssen die unbekannt Flüsse aus den Größen an den bekannten Positionen interpoliert werden. Zur Verdeutlichung ist dies in Abbildung 2.2 anhand der Komponente  ${}^2\overline{u_1}{}^2\overline{u_2}$  dargestellt, die bei der Integration des konvektiven Terms der Bilanz in der  $x_1$ -Richtung



**Abbildung 2.2:** Anordnung der zweifach versetzten Größen.

$$\delta_j({}^j\overline{u_1}{}^j\overline{u_2}) = \delta_1({}^1\overline{u_1}{}^1\overline{u_1}) + \delta_2({}^2\overline{u_1}{}^2\overline{u_2}) + \delta_3({}^3\overline{u_1}{}^3\overline{u_3})$$

auftritt. Zur Unterscheidung von den nichtinterpolierten Größen wird die

Größe  $\overline{\overline{u_1^2 u_2}}$  an der Position  $(x_1 + \Delta x_1/2, x_2 \pm \Delta x_2/2, z)$  mit  $\overline{\overline{u_2^1}} \overline{\overline{u_1^2}}$  bezeichnet. Dabei werden die doppelt überstrichenen Größen durch lineare Interpolation aus den Nachbarwerten gewonnen:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{u_1^2}}(x_1 + \frac{1}{2}\Delta x_1, x_2 + \frac{1}{2}\Delta x_2, z) \approx \\ \frac{1}{2} (\overline{u_1}(x_1 + \frac{1}{2}\Delta x_1, x_2, z) + \overline{u_1}(x_1 + \frac{1}{2}\Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, z)) , \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{u_2^1}}(x_1 + \frac{1}{2}\Delta x_1, x_2 + \frac{1}{2}\Delta x_2, z) \approx \\ \frac{1}{2} (\overline{u_2}(x_1, x_2 + \frac{1}{2}\Delta x_2, z) + \overline{u_2}(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \frac{1}{2}\Delta x_2, z)) . \end{aligned} \quad (2.9)$$

Mit den interpolierten Werten lässt sich die Finite-Volumen Formulierung der Grundgleichungen aufstellen, welche bis auf den zu modellierenden Feinstrukturanteil vollständig ist. Das gewählte Verfahren zeichnet sich durch eine konservative Formulierung der Massen- und Impulsbilanz aus. Der Abbruchterm der räumlichen Diskretisierung ist von zweiter Ordnung in der Maschenweite.

Um die Lesbarkeit der vorliegenden Arbeit zu erhöhen, wird im Folgenden auf die aufwendige Schreibweise nach Schumann für die gefilterten Größen verzichtet. Statt dessen werden gefilterte Größen durch einen einfachen Überstrich gekennzeichnet.

### 2.3.2 Zeitliche Diskretisierung

Bei der zeitlichen Integration der Grundgleichungen wird ein Projektionsverfahren benutzt, wie es CHORIN (1968) beschrieben hat. Diese geht vom Fundamentalsatz der Vektoranalysis aus, nach dem jedes Vektorfeld  $\vec{\phi}$  in einen quellenfreien Anteil  $\vec{\phi}_q$  und einen rotationsfreien Anteil  $\vec{\phi}_r$  mit

$$\vec{\phi} = \vec{\phi}_q + \vec{\phi}_r$$

aufgespalten werden kann. Dabei gilt  $\nabla \cdot \vec{\phi}_q = 0$  und  $\nabla \times \vec{\phi}_r = 0$ .

Diese Zerlegung wird dazu genutzt, um die Massen- und Impulsbilanzen unabhängig von einander zu lösen. Dabei wird zuerst ein vorläufiges Geschwindigkeitsfeld  $\overline{u}_i^*$  bestimmt, das die Impulsbilanz aber nicht unbedingt die Massenbilanz erfüllt; das heißt, dass im Allgemeinen  $\partial\overline{u}_i^*/\partial x_i \neq 0$  gilt. Anschließend wird eine Poissongleichung zur Bestimmung des Druckkorrekturfeldes  $\delta p$  gelöst.

$$\frac{\partial^2 \delta p}{\partial x_i^2} = \frac{\rho}{f \Delta t} \frac{\partial \overline{u}_i^*}{\partial x_i}. \quad (2.10)$$

Der Faktor  $f$  in Gleichung (2.10) ist abhängig vom gewählten Verfahren der zeitlichen Diskretisierung und beträgt 1,0 für einen Eulerzeitschritt, 2,0 für einen Leapfrogzeitschritt. Zuletzt wird mit Hilfe der Gleichungen (2.11) und (2.12) das divergenzfreie Geschwindigkeitsfeld  $\overline{u}_i^{(n+1)}$  und das Druckfeld  $\overline{p}^{(n+1)}$  des Zeitschritts  $n + 1$  bestimmt.

$$\overline{u}_i^{(n+1)} = \overline{u}_i^* - \frac{f \Delta t}{\rho} \frac{\partial \delta p}{\partial x_i} \quad (2.11)$$

$$\overline{p}^{(n+1)} = \overline{p}^{(n)} + \delta p \quad (2.12)$$

Die Berechnung des vorläufigen Geschwindigkeitsfeldes  $\overline{u}_i^*$  erfolgt mit einem expliziten Leapfrog-Zeitintegrationsverfahren, das von zweiter Ordnung genau ist. Die Impulserhaltungsgleichung (2.5) läßt sich abkürzend schreiben als

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} = K_i + D_i + P_i$$

wobei  $K_i$  für den konvektiven Term,  $D_i$  für den diffusiven Term und  $P_i$  für den Druckterm steht, der als

$$P_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i}$$

definiert ist. Mit dieser Schreibweise erhält man für den Leapfrog-Zeitschritt

$$\overline{u}_i^* = \overline{u}_i^{(n-1)} + 2\Delta t \left( C_i^{(n)} + D_i^{(n-1)} + P_i^{(n)} \right).$$

Da zu Beginn der Simulation keine Informationen des Zeitschritts  $n - 1$  vorliegen, wird mit einem Eulerzeitschritt



$$\bar{u}_i^* = \bar{u}_i^{(n)} + \Delta t \left( C_i^{(n)} + D_i^{(n)} + P_i^{(n)} \right)$$

gestartet. Zur Dämpfung von  $2\Delta t$ -Oszillationen wird alle 47 Zeitschritte ein Mittelungsschritt

$$\bar{u}_i^* = 0,5 \bar{u}_i^{(n-1)} + 0,5 \bar{u}_i^{(n)} + 1,5 \Delta t \left( C_i^{(n)} + D_i^{(n-1)} + P_i^{(n)} \right)$$

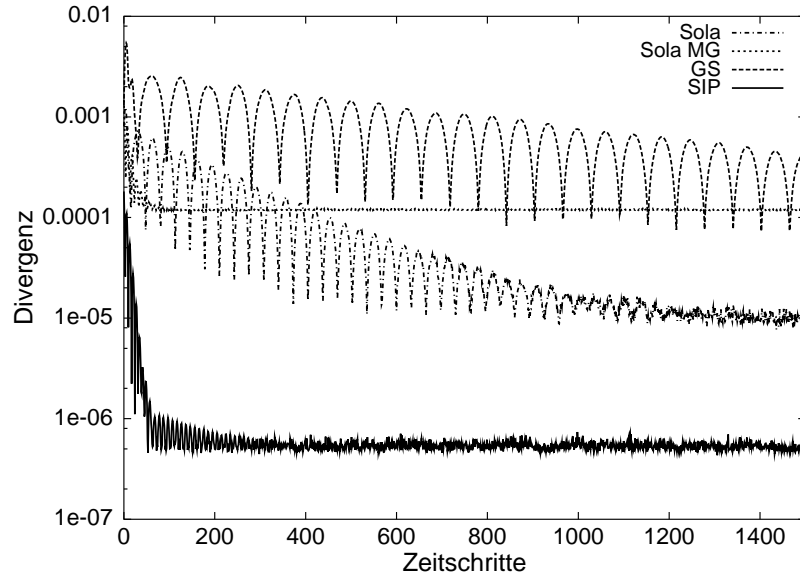
durchgeführt. Für diesen beträgt der Faktor  $f$  in Gleichung (2.10)  $f = 1,5$ .

Zur Lösung von Gleichung (2.10) wird ein iterativer Gleichungslöser verwendet, der im folgenden Kapitel vorgestellt wird.

### 2.3.3 Iterativer Gleichungslöser

In der ursprünglichen Version von MGLET wurde die Lösung der Gleichungen (2.10) bis (2.12) simultan mit Hilfe des iterativen Verfahrens SOLA nach HIRT ET AL. (1975) durchgeführt. Da die Korrektur des Druck- und Geschwindigkeitsfeldes zirka zwei Drittel der gesamten Rechenzeit eines Zeitschritts beansprucht, wurde für die vorliegende Arbeit untersucht, ob sich durch ein anderes Verfahren eine Beschleunigung der Berechnung erreichen läßt. Dazu wurde MGLET von der simultanen Lösung auf eine konsekutive Lösung der Gleichungen (2.10) sowie (2.11) und (2.12) umgestellt.

Entscheidend für die Effizienz des Verfahrens ist dabei die Lösung des Gleichungssystems für  $\delta p$ . Die Diskretisierung von Gleichung (2.10) führt auf ein Hepta-Diagonalsystem von  $N$  gekoppelten linearen Gleichungen  $\mathbf{A}\delta p = \vec{b}$ . Dieses wird, um eine Parallelisierung zu erleichtern, mit einem iterativen Gleichungslöser gelöst. In einer Vorstudie wurde die numerische Effizienz eines Gauss-Seidel (GS) Algorithmus und der strongly implicit procedure (SIP) von (STONE, 1968) mit der des bisherigen Verfahrens, SOLA mit Mehrgitterverfahren (MG), verglichen. Als Testfall wurde die voll entwickelte turbulente Kanalströmung bei einer Reynoldszahl, basierend auf der Wandschubspannung, von  $u_\tau = 590$  herangezogen. Ausgehend von einem nicht divergenzfrem Feld wurde, bei einer fixierten Anzahl von 15 Iterationen pro Zeitschritt, die im Feld auftretende maximale lokale Divergenz über der Anzahl der Zeitschritte betrachtet. Die in Abbildung 2.3 dargestellten Verläufe zeigen, dass bei diesem Test, der SIP-Algorithmus bei jeder Iteration die Divergenz deutlich stärker reduziert, als die übrigen getesteten Verfahren. Die Anzahl der Gleitkommaoperationen einer Iteration beträgt 23 für SOLA, 15 für GS und



**Abbildung 2.3:** Maximale lokale Divergenz des Geschwindigkeitsvektors für unterschiedliche iterative Gleichungslöser.

28 für SIP. Damit zeigt sich, dass der SIP-Algorithmus, obwohl pro Iteration numerisch am teuersten, insgesamt am effizientesten ist. Alle Produktionsläufe wurden deshalb mit diesem Verfahren gerechnet<sup>1</sup>.

Die Implementierung des SIP-Algorithmus geht von einer diskreten Formulierung von Gleichung (2.10) aus,

$$\mathbf{A}\delta p = \vec{b} \quad (2.13)$$

um  $\delta p$  explizit zu berechnen. Um ein iteratives Verfahren der Form

$$\mathbf{A}\delta p_k + \mathbf{B}(\delta p_{k+1} - \delta p_k) = \vec{b}$$

mit  $k$  als Zähler der Iterationen zu erhalten, wie es in der klassischen Literatur über “Numerische Fluidmechanik” wie zum Beispiel FERZIGER und PERIĆ (2002) zu finden ist, wird Gleichung (2.13) wie folgt umgeschrieben

<sup>1</sup> Zur Simulation von Strömungen mit zwei periodischen Richtungen, bei denen auf eine Parallelisierung verzichtet wird, ist in MGLET ein direkter Gleichungslöser basierend auf einer schnellen Fourier-Zerlegung implementiert. Dieser wurde für die Validierungsrechnungen (Kanalströmung) verwendet.

$$\delta p_{k+1} = \delta p_k - \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{A}\delta p_k - \mathbf{B}).$$

In dieser Formulierung unterscheiden sich GS und SIP nur in der Iterationsmatrix  $\mathbf{B}$ .  $\mathbf{B}$  ist definiert als  $\mathbf{B} = (\mathbf{A}_D + \omega\mathbf{A}_L) * \omega^{-1}$  für GS wobei  $\mathbf{A}_D$  und  $\mathbf{A}_L$  aus der unteren Dreiecksmatrix und der Hauptdiagonale von  $\mathbf{A}$  bestehen.  $\omega$  ist ein Überrelaxationsfaktor, der zur Beschleunigung der Konvergenz dient. Für den SIP-Algorithmus wird  $\mathbf{B}$  aus einer “incomplete lower upper (ILU) decomposition” von  $\mathbf{A}$  bestimmt. Dabei werden alle Koeffizienten von  $\mathbf{B}$  zu Null gesetzt, wenn  $\mathbf{A}$  an der jeweiligen Stelle Null ist, so dass keine neuen Nicht-Null-Diagonalen entstehen. Die eigentliche Iteration wird dabei in einen Vorwärts- und einen Rückwärtsschritt zerlegt. Der Vorwärtsschritt besteht aus einer GS-Iteration und einer Iteration mit den zusätzlichen Koeffizienten des SIP. Diese greift dabei auf die bereits aktualisierten Elemente der unteren Dreiecksmatrix zu. Die SIP-Iteration wird mit einem Rückwärtsschritt abgeschlossen, der die verbleibenden Elemente oberhalb der Hauptdiagonalen einbezieht. Für verschwindendes Residuum  $\delta p_{k+1} = \delta p_k$  wird die Lösung unabhängig von  $\mathbf{B}$ . Das konvergierte Korrekturfeld  $\delta p$  hängt damit allein von den Koeffizienten von  $\mathbf{A}$ , der rechten Seite  $\vec{b}$  und den Randbedingungen für  $\delta p$  ab. Der Typ der Randbedingung für  $\delta p$  entspricht dabei dem des Druckfeldes.

Es wurden drei Typen von Randbedingungen implementiert:

Periodischer Typ: An periodischen Fortsetzungen des Rechengebiets oder an Gebietsgrenzen der Gebietszerlegung werden jeweils nach Abschluß des Vorwärts- und des Rückwärtsschritts die neu berechneten Residuen beziehungsweise das Druckkorrekturfeld von einem Gebietsrand mit dem des anderen verknüpft. Das eingesetzte Verfahren entspricht dabei der in Kapitel 2.3.4 beschriebenen Kommunikationsmethode.

Dirichlet Typ: Für Ränder an denen Randbedingungen des Von Neumann Typs für die Geschwindigkeiten gelten, müssen Dirichletbedingungen für Druck- und Druckkorrekturfeld gesetzt werden. Da der Druck auf dem Rand nicht korrigiert werden soll, wird die Druckkorrektur an diesen Rändern zu Null gesetzt.

Von-Neumann Typ: Für Ränder mit Dirichlet Randbedingungen der Geschwindigkeiten gelten Von-Neumann Randbedingungen für Druck und Druckkorrekturfeld. Es wurden drei Methoden für deren Implementierung betrachtet: Modifikation von  $\mathbf{A}$ , Modifikation der rechten Seite  $\vec{b}$  oder Aktualisierung des Randwertes von  $\delta p$  durch Extrapolation der

Werte im Innern des Felds. Um die Konvergenzrate des Verfahrens zu erhalten, wurde die Methode der Modifikation von  $\mathbf{A}$  gewählt. Deren Implementierung soll am Beispiel eines Randes mit der Randbedingung  $\partial\delta p/\partial z = 0$  veranschaulicht werden. Nach dem Aufstellen der Matrix  $\mathbf{A}$  werden die Koeffizienten der ersten Zelle im Feld (Index drei) wie folgt modifiziert:

$$\begin{aligned}A_P(3) &= A_P(3) + A_B(3) \\A_B(3) &= 0,0\end{aligned}\tag{2.14}$$

In Gleichung (2.14) bedeuten  $A_P$  der Koeffizient für den Punktwert und  $A_B$  der Koeffizient des Nachbarpunktes "bottom" auf dem Rand. Der Einfluss dieses Punktes wird zu Null gesetzt und dem Koeffizienten für den Punktwert zugeschlagen.

### 2.3.4 Parallelisierung

MGLET ist durch ein Gebietszerlegungsverfahren parallelisiert. Das Verfahren basiert auf zusätzlichen Randzellen außerhalb des Berechnungsgebiets, sogenannten Ghostcells. Die Kommunikation zwischen nebeneinander liegenden Gebieten findet dabei durch Kopieren der Werte der letzten Zelle im Strömungsgebiet des einen Gebiets auf die Randzellen des benachbarten Gebiets statt. Zur Kommunikation zwischen verschiedenen Prozessoren, beziehungsweise bei Rechen-Clustern zwischen verschiedenen Nodes, ist die Nutzung der *message passing interface (MPI)*-Bibliotheken implementiert.

### 2.3.5 Behandlung beliebig geformter Körper innerhalb des Berechnungsgebiets

Bei der Simulation der Strömungen entlang beliebig geformter Oberflächen stehen sich zwei prinzipiell unterschiedliche Typen von Rechengittern gegenüber. Bei den randangepassten Gittern wird der Verlauf der Oberfläche durch den der Gitterlinien approximiert. Bei kartesischen Gittern wird das Problemgebiet durch ein reguläres Gitter überdeckt, so dass am Rand irreguläre Zellen auftreten können, die gesondert behandelt werden müssen. Die Vorteile der Verwendung eines kartesischen Gitters liegen in der gegenüber randangepassten Verfahren einfacheren Datenstruktur, was eine effizientere Auslastung

der CPU und des Arbeitsspeichers ermöglicht. Zudem bieten kartesische Gitter das Potential für eine Erhöhung der Ordnung der Diskretisierung über das hier verwendete Verfahren zweiter Ordnung hinaus.

Um die Strömungen über gekrümmte Oberflächen einer Simulation mit kartesischen Gittern zugänglich zu machen, wurde von MANHART und WENGLER (1994) ein Verfahren beruhend auf einem Körpererkennungsfeld implementiert. Dabei werden alle Zellen, die von der Oberfläche des Körpers geschnitten werden oder im Innern des Körpers liegen, geblockt, das heißt, sämtliche Druck- und Geschwindigkeitsgrößen dieser Zellen werden zu Null gesetzt. Dies entspricht einer Approximation erster Ordnung der Körperkontur durch einen treppenförmigen Verlauf.

Zur Erhöhung der Ordnung wurde von TREMBLEY (2001) ein Interpolationsverfahren (*immersed boundary technique*) implementiert, welches hier in der modifizierten Form von PELLER (2003) verwendet wird. Für diese Methode werden die in Abbildung 2.4 dargestellten Geschwindigkeitsgrößen verwendet, um die zur Berechnung der nicht geblockten Maschen notwendigen

Geschwindigkeitsgrößen der geblockten Oberflächenmaschen zu bestimmen. Dabei werden die Haft- und Undurchlässigkeitsbedingung an der Oberfläche sowie deren genaue Lage beachtet.

### 2.3.5.1 Bestimmung des Körpererkennungsfeldes

Vor dem Start der eigentlichen Simulation werden in einem separaten Lauf das Körpererkennungsfeld sowie die Gewichte für die Interpolationsroutine bestimmt und abgespeichert. Dazu werden zuerst die Maschen des Rechengitters ermittelt, die von der Körperoberfläche geschnitten werden (hellgraue Maschen in Abbildung 2.4). Zur Identifikation dieser Maschen wird eine Beschreibung der Körperoberfläche durch ebene Dreiecke verwendet. Die Lage der Eckpunkte  $P_i = P_i(P_i x_1, P_i x_2, P_i x_3)$  ist in Abbildung 2.5 dargestellt.

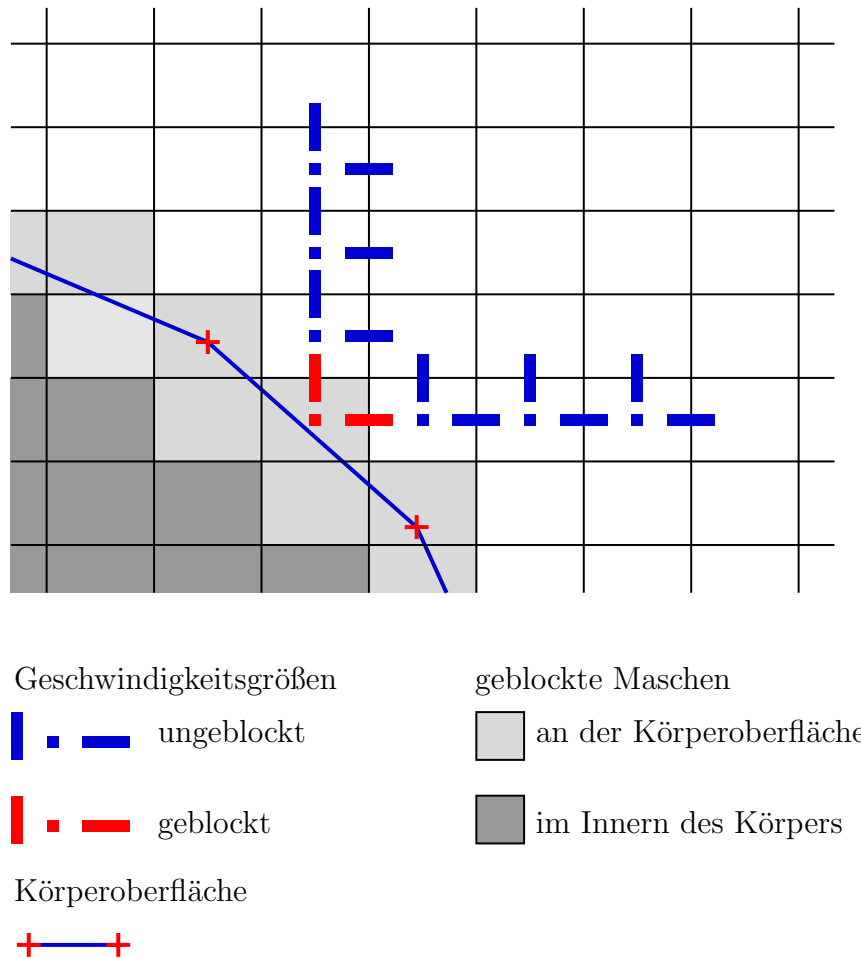
Für einen beliebigen Punkt  $P$  der in der Ebene des Dreiecks gilt

$$(\vec{P} - P_1 \vec{x}) \cdot ((P_2 \vec{x} - P_1 \vec{x}) \times (P_3 \vec{x} - P_1 \vec{x})) = 0.$$

Durch Einsetzen der Koordinaten erhält man die skalare Ebenengleichung

$$a(P x_1 - P_1 x_1) + b(P x_2 - P_1 x_2) + c(P x_3 - P_1 x_3) = 0,$$

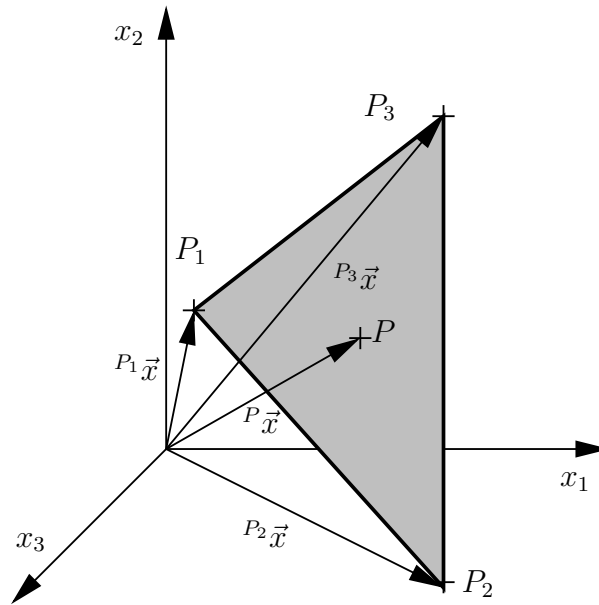
mit



**Abbildung 2.4:** Topologie der *immersed boundary technique*: Geblockte Maschen und Anordnung der Geschwindigkeitsgrößen.

$$\begin{aligned}
 a &= (P_2 x_2 - P_1 x_2) (P_3 x_3 - P_1 x_3) - (P_2 x_3 - P_1 x_3) (P_3 x_2 - P_1 x_2) , \\
 b &= (P_2 x_3 - P_1 x_3) (P_3 x_1 - P_1 x_1) - (P_2 x_1 - P_1 x_1) (P_3 x_3 - P_1 x_3) , \\
 c &= (P_2 x_1 - P_1 x_1) (P_3 x_2 - P_1 x_2) - (P_2 x_2 - P_1 x_2) (P_3 x_1 - P_1 x_1) .
 \end{aligned}$$

Die Geraden durch den Zellmittelpunkt  $C$  (Definitions­punkt des Drucks) entlang der Koordinatenachsen schneiden diese Ebene in den Punkten  $D_i$  mit den Koordinaten



**Abbildung 2.5:** Definition der Dreiecke zur Diskretisierung der Körperoberfläche.

$$\begin{aligned}
 D_1 &= D_1 \left( \frac{-b(Cx_2 - P_1x_2) - c(Cx_3 - P_1x_3)}{a} + P_1x_1, Cx_2, Cx_3 \right), \\
 D_2 &= D_2 \left( Cx_1, \frac{-a(Cx_1 - P_1x_1) - c(Cx_3 - P_1x_3)}{b} + P_1x_2, Cx_3 \right), \\
 D_3 &= D_3 \left( Cx_1, Cx_2, \frac{-a(Cx_1 - P_1x_1) - b(Cx_2 - P_1x_2)}{c} + P_1x_3 \right).
 \end{aligned}$$

Eine Zelle wird geblockt, wenn einer der Durchstoßpunkte  $D_i$  (siehe Abbildung 2.6) sowohl innerhalb der Zelle als auch innerhalb der Dreiecksfläche liegt. In diesem Fall gilt

$${}^i\vec{n} \cdot {}^i\vec{d} \geq 0,$$

wobei, wie in Abbildung 2.7 dargestellt,  ${}^i\vec{n}$  den Normalenvektor, der dem Eckpunkt  $P_i$  gegenüberliegenden Seite und  ${}^i\vec{d}$  den Vektor vom Mittelpunkt dieser Seite zum betrachteten Durchstoßpunkt  $D_i$  bezeichnet.

Nach Überprüfung sämtlicher Gitterzellen des Rechengebietes liegt eine geschlossene Oberfläche aus geblockten Zellen vor. Zum Blocken der Zellen im

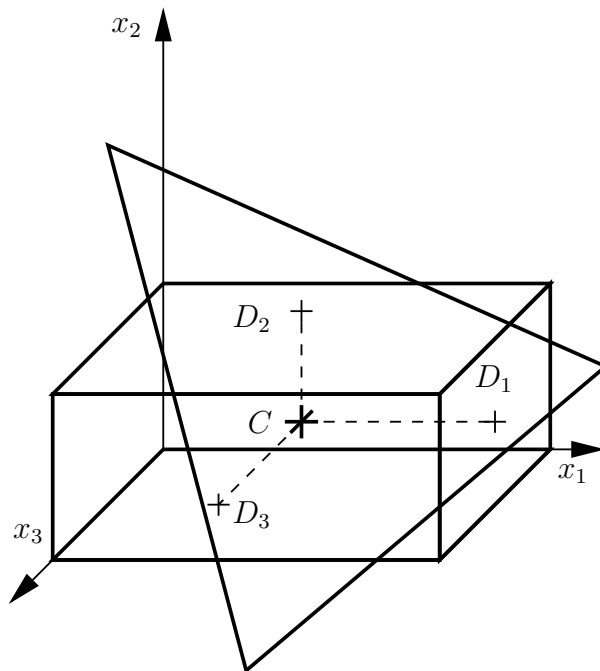


Abbildung 2.6: Topologie der Durchstoßpunkte.

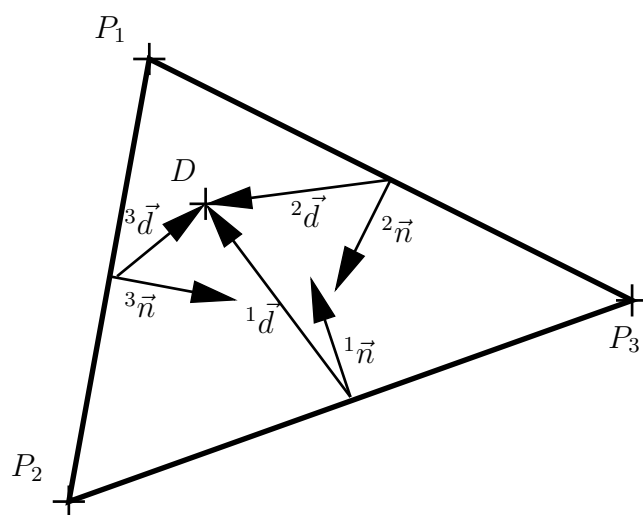
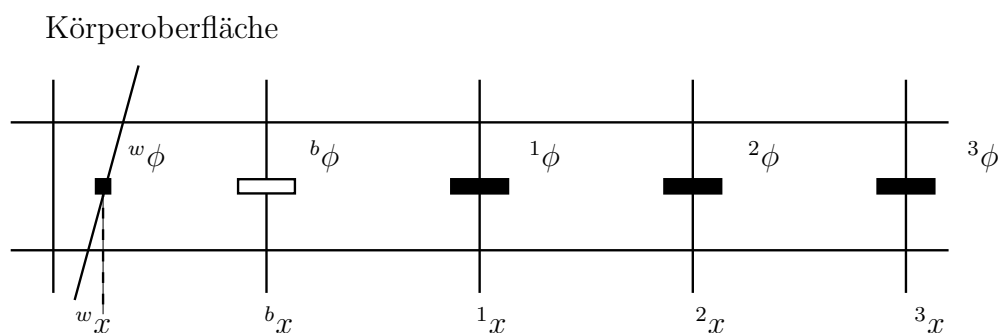


Abbildung 2.7: Topologie des Durchstoßpunktes innerhalb eines Dreiecks.





**Abbildung 2.8:** Interpolation einer unbekanntem Größe aus den Werten an der Wand und im Feld.

Inneren des Körpers wird mindestens eine Zelle, die außerhalb des Körpers liegt, angegeben. Ausgehend von dieser Zelle markiert ein Algorithmus solange alle Nachbarzellen, bis er auf eine geblockte Oberflächenzelle stößt. Schließlich liegen alle nichtmarkierten Zellen im Innern des Körpers und werden geblockt.

### 2.3.5.2 Bestimmung der Gewichte der Interpolation

Zur Interpolation der Geschwindigkeiten auf der Oberfläche der geblockten Zellen  ${}^b\phi$  werden Polynome zweiter Ordnung  ${}_i\phi(x_i) = {}_i\alpha + {}_i\beta x_i + {}_i\gamma x_i^2$  verwendet. Ein Suchalgorithmus ermittelt dabei für jede Geschwindigkeitskomponente, in welcher der sechs möglichen Richtungen (jeweils positive und negative Koordinatenrichtung) sich Zellen für die Interpolation befinden. Der Übersichtlichkeit halber wird im kommenden Abschnitt auf die Indizierung der zwei mal drei Raumrichtungen und drei Geschwindigkeitskomponenten verzichtet und das Verfahren stattdessen exemplarisch an einer einzelnen 1D-Interpolation beschrieben.

Zur Bestimmung der Koeffizienten des Polynoms werden die in Abbildung 2.8 dargestellten Geschwindigkeitsgrößen an der Körperoberfläche und den ersten drei Zellen in der Strömung verwendet, wobei  ${}^w x$  für die Position der Körperoberfläche und  ${}^b x$  für die der Geschwindigkeitsgröße der geblockten Oberflächenzelle steht. Die Geschwindigkeit an der Körperoberfläche erfüllt die Haft- und Undurchlässigkeitsbedingung und ist bei einem stillstehenden Körper Null. Für einen solchen Körper erhält man für das Polynom

$$\phi(x) = \beta(x - {}^w x) + \gamma(x^2 - {}^w x^2) . \quad (2.15)$$

Um die Stabilität des Verfahrens zu erhöhen, wird die Methode der kleinsten Fehlerquadrate verwendet, mit der aus den drei Geschwindigkeitsgrößen die zwei Koeffizienten  $\beta$  und  $\gamma$  berechnet werden. Mit den Bezeichnungen aus Abbildung 2.9, erhält man für die Summe der Fehlerquadrate

$$F(\beta, \gamma) = \left( \sum_{k=1}^3 (\phi({}^k x) - {}^k \tilde{\phi})^2 \right) .$$

und, nach Einsetzen von Gleichung (2.15), für das Minimum

$$\min[F(\beta, \gamma)] = \min \left( \sum_{k=1}^3 (\beta({}^k x_i - {}^b x_i) + \gamma({}^k x_i^2 - {}^b x_i^2) - {}^k \tilde{\phi})^2 \right) .$$

Daraus ergibt sich für den gesuchten Wert  $\phi$  an der Wand

$$\phi({}^w x) = \sum_{m=1}^3 {}^m K {}^m \phi ,$$

mit den Koeffizienten

$${}^m K = \frac{A_2({}^m x^2 - {}^w x^2) - A_4({}^m x - {}^w x)}{A_2 A_3 - A_1 A_4} ({}^b x - {}^w x) + \frac{A_3({}^m x - {}^w x) - A_1({}^m x^2 - {}^w x^2)}{A_2 A_3 - A_1 A_4} ({}^b x^2 - {}^w x^2) \quad (2.16)$$

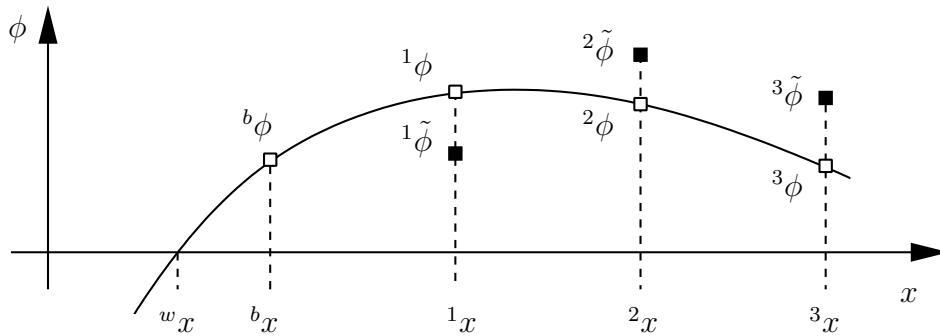


Abbildung 2.9: Definition des Interpolationspolynoms.

wobei die Abkürzungen

$$\begin{aligned} A_1 &= \sum_{k=1}^3 (kx - bx)^2 & A_2 &= \sum_{k=1}^3 (kx^2 - bx^2)(kx - bx) \\ A_3 &= A_2 & A_4 &= \sum_{k=1}^3 (kx^2 - bx^2)^2 \end{aligned}$$

verwendet wurden. Die 1D-Interpolationen für die gesuchte Geschwindigkeitsgröße werden abschließend mit dem Reziprokwert der Abstände der Geometrierandbedingung vom Zellmittelpunkt gewichtet. Dadurch ist sichergestellt, dass, falls Randbedingung und Zellmittelpunkt zusammenfallen, die exakte Randbedingung gesetzt wird.

## 2.4 Feinstrukturmodell

Durch die Filterung der nichtlinearen Terme der Navier-Stokesschen-Gleichung treten in den Strömungsgleichungen der Grobstruktursimulation die unbekanntenen Korrelationen  $\overline{u_i u_j}$  auf. Diese müssen, damit ein geschlossenes Gleichungssystem entsteht, modelliert werden. Dazu führt man üblicherweise die Definitionen des Grobstrukturdeformationsgeschwindigkeitstensors  $\overline{S}_{ij}$  und des Feinstrukturspannungstensors  $\tau_{ij}$  ein mit

$$\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

und

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j.$$

Dadurch erhält man die gefilterte Navier-Stokes-Gleichung (2.5) in der Form

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u}_i \overline{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + 2\nu \frac{\partial \overline{S}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}.$$

Neben der Diskretisierung der Bewegungsgleichung hat das Feinstrukturmodell entscheidenden Einfluß auf das Ergebnis einer Grobstruktursimulation. Das in dieser Arbeit verwendete Modell ist eine Weiterentwicklung des Feinstrukturmodells von SMAGORINSKY (1963) und gehört damit zu den Wirbelviskositätsmodellen (engl. eddy-viscosity models).

### 2.4.1 Konzept der Wirbelviskosität

Wirbelviskositätsmodelle gehen vereinfacht gesagt von der Idee aus, dass die Wirkung der nicht aufgelösten Skalen auf die Grobstruktur, der Wirkung der molekularen Viskosität entspricht (GLICKMAN, 2000). In Analogie zu statistischen Modellen wird daher für den modellierten Feinstrukturspannungstensor  ${}^{\text{SM}}\tau_{ij}$

$${}^{\text{SM}}\tau_{ij} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} \quad (2.17)$$

gesetzt, wobei  $\nu_t$  für die Wirbelviskosität steht.

Zur Modellierung von  $\nu_t$  geht Smagorinsky von der Hypothese aus, dass zwischen der Produktion von Feinstrukturenergie  $-\tau_{ij}\overline{S_{ij}}$  und deren Dissipation  ${}^{\text{SGS}}\epsilon$  Gleichgewicht herrscht. Dies führt auf

$$-\tau_{ij}\overline{S_{ij}} = \nu \left( \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}} - \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) = {}^{\text{SGS}}\epsilon.$$

Die Gültigkeit der zugrundeliegenden Hypothese setzt die Existenz eines Trägheitsbereichs im Energiespektrum der Strömung, das heißt eine hinreichend große Reynoldszahl, voraus. Aufgrund von dimensionsanalytischen Überlegungen findet man als Abschätzung für die Dissipation der Feinstrukturenergie

$$\nu \left( \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}} - \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) = \frac{{}^{\text{SGS}}k^{3/2}}{l} \quad (2.18)$$

und für die Wirbelviskosität

$$\nu_t = \frac{l}{{}^{\text{SGS}}k^{1/2}}, \quad (2.19)$$

wobei das Längenmaß  $l$  noch näher bestimmt werden muß. Die stärkste Interaktion von Grobstruktur und Feinstruktur findet zwischen Skalen statt, deren Größe in der Nähe der Skalentrennung liegt. Deshalb liegt es nahe, die Filterweite  $\Delta$  zur Bestimmung des Längenmaßes  $l$  heranzuziehen. Mit der empirisch ermittelten Smagorinsky-Konstanten  $C_s$  setzt man folglich

$$l = C_s \Delta,$$

wobei  $C_s$  Werte zwischen 0,07 und 0,24 annimmt. Da die Filterweite  $\Delta_i$  in einer Koordinatenrichtung bei der Schumannschen Filtertechnik gerade der Maschenweite  $\Delta x_i$  entspricht, muß für anisotrope Gitter ein Mittelwert gebildet werden. In der vorliegenden Arbeit wird dazu

$$\Delta = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3}$$

verwendet. Aus den Gleichungen (2.17) bis (2.18) folgt

$$2\nu_t \overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}} = \frac{SGS k^{3/2}}{l},$$

womit sich die Feinstrukturenergie aus Gleichung (2.19) eliminieren läßt. Somit erhält man für die gesuchte Wirbelviskosität

$$\nu_t = l^2 \sqrt{2 \overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}}} = l^2 |\overline{S_{ij}}|.$$

Aufgrund der Analogie der Wirbelviskosität mit der molekularen Viskosität ist es möglich, beide Terme zusammenzufassen, so dass die gefilterte Strömungsgleichung schließlich folgende Form annimmt:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i} \overline{u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + 2(\nu + \nu_t) \frac{\partial \overline{S_{ij}}}{\partial x_j}.$$

In der Nähe von festen Wänden wird die Entstehung größerer turbulenter Strukturen durch den Einfluss der Wand verhindert. Dies impliziert, dass die charakteristische Länge  $l$  und damit die Wirbelviskosität reduziert werden muss. In dieser Arbeit werden dazu zwei verschiedene Ansätze verfolgt - die Verwendung einer Wanddämpfungsfunktion sowie die dynamische Bestimmung der Modellkonstanten. Bei der von PIOMELLI ET AL. (1988) vorgeschlagenen Dämpfungsfunktion nach VAN DRIEST (1956) nimmt das Längenmaß  $l$  folgende Form an

$$l = C_s \Delta \sqrt{1 - \exp\left(\left(\frac{-d^+}{25}\right)^3\right)},$$

wobei  $d^+ = d u_\tau / \nu$  den mit der Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  und der kinematischen Viskosität  $\nu$  normierten Wandabstand  $d$  bezeichnet.

Die Anwendung einer Wanddämpfungsfunktion setzt apriori-Wissen über den sich einstellenden Strömungszustand voraus, welches bei komplexen Geometrien nicht immer gegeben ist. Im Gegensatz dazu berechnen dynamische Modelle die Modellkonstante während der Simulation aus dem Informationsgehalt des momentanen Strömungsfeldes. Das in dieser Arbeit verwendete dynamische Modell wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

### 2.4.2 Dynamische Berechnung der Modellkonstanten

Dynamische Modelle berechnen die Smagorinsky-Konstante  $C_s$  aus dem Energieinhalt der kleinsten, gerade noch aufgelösten Strukturen. Hierzu gehen GERMANO ET AL. (1991) von der Einführung zweier dreidimensionaler Filter  $G_f$  und  $G_F$  unterschiedlicher Filterweite  $\Delta_f$  und  $\Delta_F$  aus, für die  $\Delta_f < \Delta_F$  gilt. Identifiziert man das Filter  $G_f$  mit der Schumannschen Filtermethode und wendet beide Filter auf die Strömungsgrößen an, führt dies auf die gefilterten Größen

$$\bar{u}_i(\vec{x}, t) = \int_{V_f} G_f(\vec{x}, \vec{x}^l, \Delta_f) u_i(\vec{x}^l, t) d\vec{x}^l$$

und

$$\hat{u}_i(\vec{x}, t) = \int_{V_F} G_F(\vec{x}, \vec{x}^l, \Delta_F) u_i(\vec{x}^l, t) d\vec{x}^l.$$

Das Filter  $G_f$  definiert die Grenze zwischen Grob- und Feinstruktur und wird deshalb als Simulationsfilter bezeichnet, wohingegen  $G_F$  zusätzliche Größen zur Bestimmung der Modellkonstanten liefert und Testfilter genannt wird. Durch Filterung der Navier-Stokesschen Gleichungen mit dem Simulationsfilter erhält man die Feinstrukturspannungen  $\tau_{ij}$ . Nochmaliges Filtern mit dem Testfilter  $G_F$  liefert den Tensor der Feinstrukturspannungen auf der Filterebene  $F$

$$T_{ij} = \widehat{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \widehat{\bar{u}_i} \widehat{\bar{u}_j},$$

den man, nach MENEVEAU ET AL. (1996), auch als Tensor der Feinstrukturspannungen einer hypothetischen Simulation mit einem größeren Gitter verstehen kann. Die beiden Tensoren  $\tau_{ij}$  und  $T_{ij}$  sind durch die algebraische Identität

$$L_{ij} = T_{ij} - \widehat{\tau}_{ij},$$

miteinander verbunden, die Germano-Identität genannt wird. Sie wird dazu genutzt, durch Modellieren der beiden Spannungstensoren, üblicherweise mit dem Smagorinsky-Modell, ein nach  $C_s$  auflösbares Gleichungssystem zu erhalten. Dazu geht man von den Gleichungen für die modellierten Spannungen auf den beiden Filterebenen

$$\begin{aligned} {}^{\text{SM}}\tau_{ij} &= -2(C_s\Delta)^2|\overline{S}|\overline{S}_{ij}, \\ {}^{\text{SM}}T_{ij} &= -2(C_s2\Delta)^2|\widehat{S}|\widehat{S}_{ij}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

aus. Setzt man die beiden Tensoren in die Germano-Identität ein, und verwendet, wie in der vorliegenden Simulation,  $\Delta_F = 2\Delta$ , erhält man

$${}^{\text{SM}}L_{ij} = 2\Delta^2 \left( C_s^2|\overline{S}|\overline{S}_{ij} - 4C_s^2|\widehat{S}|\widehat{S}_{ij} \right).$$

Da  $L_{ij}$  nach

$$L_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u_i} \widehat{u_j}$$

auch direkt aus dem aufgelösten Strömungsfeld berechnet werden kann, steht mit Gleichung (2.21) ein überbestimmtes Gleichungssystem von fünf Gleichungen zur Bestimmung von  $C_s$  zur Verfügung. Aufgrund der Differenz zwischen modellierter Feinstruktur  ${}^{\text{SM}}\tau_{ij}$  und der Feinstruktur des gefilterten Strömungsfeldes  $\tau_{ij}$  kann dieses Gleichungssystem nicht exakt gelöst werden. GERMANO ET AL. (1991), LILLY (1992) oder GHOSAL ET AL. (1995) schlagen deshalb verschiedene Verfahren vor, den Fehler

$$e_{ij} = L_{ij} - 2\Delta^2 \left( C_s^2|\overline{S}|\overline{S}_{ij} - 4C_s^2|\widehat{S}|\widehat{S}_{ij} \right) \quad (2.21)$$

zu minimieren. Die heute übliche Formulierung beruht auf dem Vorschlag von GHOSAL ET AL. (1995),  $C_s$  als zumindest über die Filterweite konstant anzusehen. Dadurch läßt sich ein Kleinste-Fehlerquadrate-Verfahren zur Minimierung von  $e_{ij}$  einsetzen. Dies führt, mit der Abkürzung

$$M_{ij} = 2\Delta^2 \left( |\overline{S}|\overline{S}_{ij} - 4|\widehat{S}|\widehat{S}_{ij} \right)$$

auf folgende Vorschrift zur Berechnung von  $C_s$ :

$$C_s^2 = \frac{\langle L_{mn}M_{mn} \rangle}{\langle M_{pq}M_{pq} \rangle}. \quad (2.22)$$

In der lokalen Form von Gleichung (2.22) wird auf die Mittelung  $\langle \rangle$  verzichtet. Dies führt aber, unter anderem weil der Nenner für sehr lange Simulationszeiten negativ werden kann, zu einer Destabilisierung der Simulation. Die Mittelung wird in der Regel als räumliche Mittelung über homogene Richtungen ausgeführt. Der Nachteil dieses Vorgehens liegt darin, dass komplexe Geometrien ohne homogene Richtungen nicht behandelt werden können.

In der vorliegenden Studie werden ausschließlich Strömungskonfigurationen mit mindestens einer homogenen Richtung behandelt. Es hat sich aber zu Beginn der Simulationen der Tragflügelumströmung gezeigt, dass bei der aktuellen Reynoldszahl numerische Instabilitäten bei der Berechnung von  $C_s^2$  nach Gleichung (2.22) auftreten. Dies wird darauf zurückgeführt, dass aufgrund der *immersed boundary technique* das Testfilter auf eine 1D-Filterung in Spannweitenrichtung beschränkt wurde. Zusätzlich ist das Rechengebiet in dieser Richtung im Vergleich zu den beiden anderen Raumrichtungen relativ klein, so dass nur wenige Punkte zur Verfügung stehen, um über die homogene Richtung zu mitteln. Dies führt zur Entwicklung von Störungen normal zur homogenen Richtung, die durch die Mittelung nicht hinreichend unterdrückt werden. Dieses Problem wurde durch die Einführung der im Folgenden beschriebenen Mittelung entlang von Bahnlinien des Strömungsfeldes behoben.

### 2.4.3 Mittelung der Konstanten entlang momentaner Bahnlinien

Zur Motivation ihres Vorschlags, die Mittelung von Gleichung (2.22) entlang von Bahnlinien des momentanen Strömungsfeldes auszuführen, geben MENEVEAU ET AL. (1996) mehrere Gründe an: Das beschriebene Verfahren ermöglicht die Behandlung komplexer Geometrien ohne homogene Richtungen. Bahnlinien sind die natürlichen Richtungen turbulenter Strömungen und, möglicherweise, der Energiekaskade. Wirbel entwickeln sich entlang von Bahnlinien und, wie in MENEVEAU und LUND (1994) beschrieben, gibt es Anhaltspunkte, dass das Konzept der Energiekaskade in einem Lagrange-schen Rahmen am deutlichsten zur Geltung kommt. Schließlich verbessert



sich die Korrelation der auf den beiden Filterebenen berechneten Werte für  $C_s^2$  wenn man die Mittelung entlang von Bahnlinien ausführt.

Um den beim Einsetzen des Smagorinsky-Modells in die Germano-Identität auftretenden Fehler

$$e_{ij}(\vec{z}, t') = L_{ij}(\vec{z}, t') - C_s^2(\vec{x}, t) M_{ij}(\vec{z}, t')$$

zu minimieren, geht Meneveau von der Position  $\vec{x}^l$  zur Zeit  $t^l$  des Partikels aus, das sich zur Zeit  $t$  am Ort  $\vec{x}$  befindet

$$\vec{x}^l(t^l) = \vec{x} - \int_{t^l}^t \vec{u}[\vec{x}^l(t'), t'] dt' . \quad (2.23)$$

Den integralen Fehler  $E$  erhält man durch Einsetzen von Gleichung (2.21) in Gleichung (2.23)

$$E = \int_{-\infty}^t e_{ij}(\vec{z}(t'), t') e_{ij} W(t - t') dt' , \quad (2.24)$$

Die Gewichtungsfunktion

$$W(t - t') = \frac{1}{T \exp\left(\frac{t-t'}{T}\right)}$$

sorgt dafür, dass weiter zurückliegende Zeiten untergewichtet werden. Das Aufsuchen des Minimums von Gleichung (2.24) in Bezug auf  $C_s^2$ ,

$$\frac{\partial E}{\partial C_s^2} = \int_{-\infty}^t 2e_{ij} \frac{\partial e_{ij}}{\partial C_s^2} W(t - t') dt' = 0 ,$$

und das Auflösen nach  $C_s^2$  führt auf

$$C_s^2 = \frac{\mathcal{L}_{LM}}{\mathcal{L}_{MM}} \quad (2.25)$$

mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{LM}(\vec{x}, t) &= \int_{-\infty}^t L_{ij} M_{ij}(\vec{z}(t^l), t^l) W(t - t^l) dt^l, \\ \mathcal{L}_{MM}(\vec{x}, t) &= \int_{-\infty}^t M_{ij} M_{ij}(\vec{z}(t^l), t^l) W(t - t^l) dt^l.\end{aligned}\quad (2.26)$$

Durch die Wahl der Gewichtsfunktion erhält man die Integrale  $\mathcal{L}_{LM}$  und  $\mathcal{L}_{MM}$  als Lösung der Relaxations-Transportgleichungen

$$\frac{d\mathcal{L}_{LM}}{dt} \equiv \frac{\partial \mathcal{L}_{LM}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \mathcal{L}_{LM} = \frac{1}{T} (L_{ij} M_{ij} - \mathcal{L}_{LM}), \quad (2.27)$$

$$\frac{d\mathcal{L}_{MM}}{dt} \equiv \frac{\partial \mathcal{L}_{MM}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \mathcal{L}_{MM} = \frac{1}{T} (M_{ij} M_{ij} - \mathcal{L}_{MM}). \quad (2.28)$$

Zur Bestimmung der Relaxationszeit  $T$  wird der Ansatz

$$T = \frac{\Theta \Delta}{(\mathcal{L}_{LM} \mathcal{L}_{MM})^{1/8}} \quad \text{mit} \quad \Theta = 1,5 \quad (2.29)$$

verwendet.  $\Theta$  ist dabei der einzige frei wählbare Parameter der Mittelung und wurde von Meneveau empirisch anhand direkter numerischer Simulationen isotroper Turbulenz sowie von Grobstruktursimulationen der Kanalströmung bestimmt. Der numerische Aufwand zur Lösung der partiellen Differentialgleichungen (2.27) und (2.28) läßt sich minimieren, wenn man als zeitliche Diskretisierung

$$\begin{aligned}\frac{\mathcal{L}_{LM}^{(n+1)}(\vec{x}) - \mathcal{L}_{LM}^{(n)}(\vec{x} - \vec{u}^{(n)} \Delta t)}{\Delta t} &= \\ &= \frac{1}{T^{(n)}} \left( [L_{ij} M_{ij}]^{(n+1)}(\vec{x}) - \mathcal{L}_{LM}^{(n+1)}(\vec{x}) \right),\end{aligned}\quad (2.30)$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathcal{L}_{MM}^{(n+1)}(\vec{x}) - \mathcal{L}_{MM}^{(n)}(\vec{x} - \vec{u}^{(n)} \Delta t)}{\Delta t} &= \\ &= \frac{1}{T^{(n)}} \left( [M_{ij} M_{ij}]^{(n+1)}(\vec{x}) - \mathcal{L}_{MM}^{(n+1)}(\vec{x}) \right),\end{aligned}\quad (2.31)$$

wählt. Die Gleichungen (2.30) und (2.31) werden dazu an den Zellmittelpunkten ausgewertet, wozu die Terme  $L_{ij}$  und  $M_{ij}$  an Positionen auf der durch den

Zellmittelpunkt gehenden Bahnlinie aus dem vorherigen Zeitschritt  $\vec{x} - \vec{u}\Delta t$  benötigt werden. Diese lassen sich effizient durch multilineare Interpolation berechnen.

Mit dem Relaxationsfaktor

$$\epsilon = \frac{\Delta t}{T + \Delta t},$$

wobei  $T$  nach Gleichung (2.29) zum Zeitpunkt  $n$  genommen wird, erhält man schließlich

$$\mathcal{L}_{LM}^{(n+1)}(\vec{x}) = H \left\{ \epsilon [L_{ij}M_{ij}]^{(n+1)}(\vec{x}) + (1 - \epsilon) \mathcal{L}_{LM}^{(n)}(\vec{x} - \vec{u}^{(n)}\Delta t) \right\}, \quad (2.32)$$

$$\mathcal{L}_{MM}^{(n+1)}(\vec{x}) = \epsilon [M_{ij}M_{ij}]^{(n+1)}(\vec{x}) + (1 - \epsilon) \mathcal{L}_{MM}^{(n)}(\vec{x} - \vec{u}^{(n)}\Delta t), \quad (2.33)$$

für Zähler und Nenner von Gleichung (2.25) des neuen Zeitschritts. Die Rampenfunktion

$$H(\phi) = \begin{cases} \phi & \text{für } \phi \geq 0, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

wurde eingeführt, um komplexe Lösungen für  $C_s^2$  zu unterdrücken. Als Anfangswerte für die Gleichungen (2.32) und (2.33) wird

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{LM}(\vec{x}, 0) &= C_s^2(0) M_{ij}M_{ij}(\vec{x}, 0) \quad \text{mit} \quad C_s^2(0) = 0,01 \\ \mathcal{L}_{MM}(\vec{x}, 0) &= M_{ij}M_{ij}(\vec{x}, 0) \end{aligned} \quad (2.34)$$

gesetzt, so dass sich für den ersten Zeitschritt das klassische Smagorinsky-Modell ergibt. Meneveau folgend wird als Randbedingung an festen Wänden  $\mathcal{L}_{lm} = 0$  und  $\frac{\partial}{\partial n} \mathcal{L}_{mm} = 0$  genutzt. An Gittergrenzen oder periodischen Rändern werden die entsprechenden Werte des jeweils anderen Gitterrandes verwendet. Für die verbleibenden Ein- und Ausströmränder ist eine Nullgradientenbedingung implementiert.

### 2.4.4 Validierung der Implementierung

Zur Validierung der Implementierung des Modells werden Simulationen der vollentwickelten turbulenten Kanalströmung, bei einer Reynoldszahl von  $Re_\tau = 590$ , durchgeführt. Für diese Simulation liegen Vergleichsdaten einer direkten numerischen Simulation von MOSER ET AL. (1999) vor.

Als Randbedingungen werden die periodische Fortsetzung des Berechnungsgebiets in Hauptströmungs- ( $x$ -) und spannweitisger ( $y$ -) Richtung sowie Haften in wandnormaler ( $z$ -) Richtung eingesetzt. Die Größe des Berechnungsgebiets beträgt für alle Simulationen  $L_x \times L_y \times L_z = 2\pi h \times \pi h \times 2h$ , wobei  $h$  die halbe Kanalhöhe bezeichnet. Die Anzahl der Gitterpunkte pro Raumrichtung, sowie die sich daraus ergebenden Zellgrößen in Wandeinheiten  $\Delta^+ = \Delta u_\tau/\nu$  sind in Tabelle 2.1 wiedergegeben.

Name	$N_x$	$N_y$	$N_z$	$\Delta x^+$	$\Delta y^+$	$\Delta z^+$
C84	36	48	84	104,43	39,35	2,36 - 39,27
C112	48	64	112	78,5	29,5	1,77 - 30,12
C150	64	86	150	59,0	22,125	1,33 - 22,85
C224	96	128	224	39,53	14,97	0,86 - 15,60

**Tabelle 2.1:** Gitterparameter der Validierungsrechnungen.

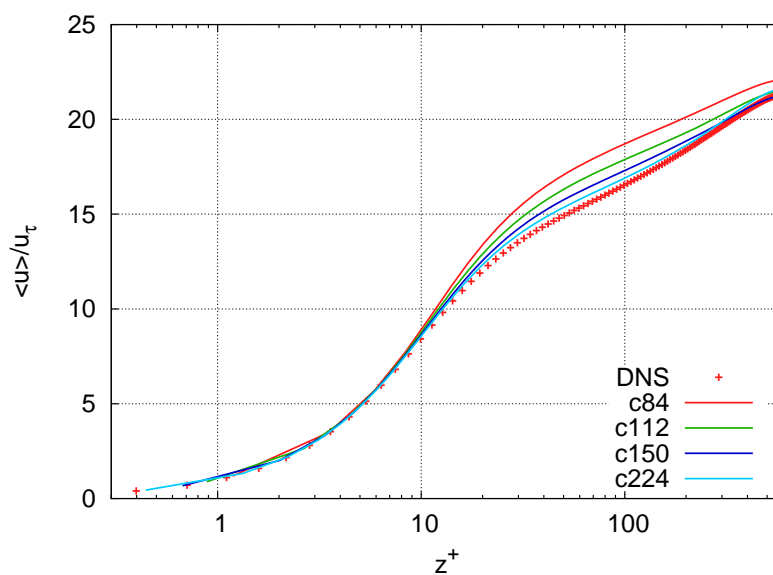
Die mittlere Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung ist in Abbildung 2.10 für die verschiedenen Gitter dargestellt. Die Geschwindigkeit ist mit der Schubspannungsgeschwindigkeit

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.35)$$

normiert und der Wandabstand in inneren Koordinaten

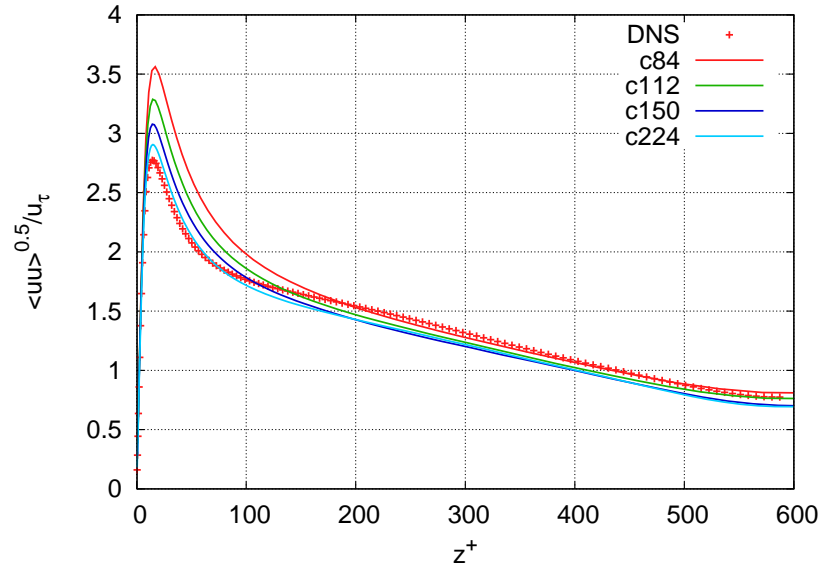
$$z^+ = z \frac{u_\tau}{\nu}$$

wiedergegeben, wobei  $\tau_w$  die Schubspannung an der Wand bezeichnet. Besonders auf den sehr groben Gittern werden die Geschwindigkeiten in der Kanalmitte höher vorhergesagt als in der DNS von Moser. Bei einer Verfeinerung des Gitters konvergiert die Lösung gegen die DNS.

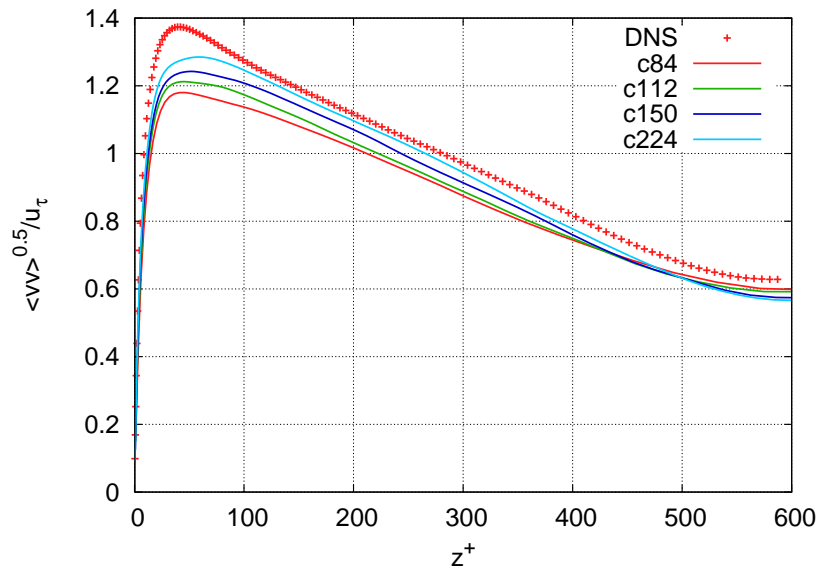


**Abbildung 2.10:** Mittlere Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung der Kanalströmung in inneren Koordinaten.

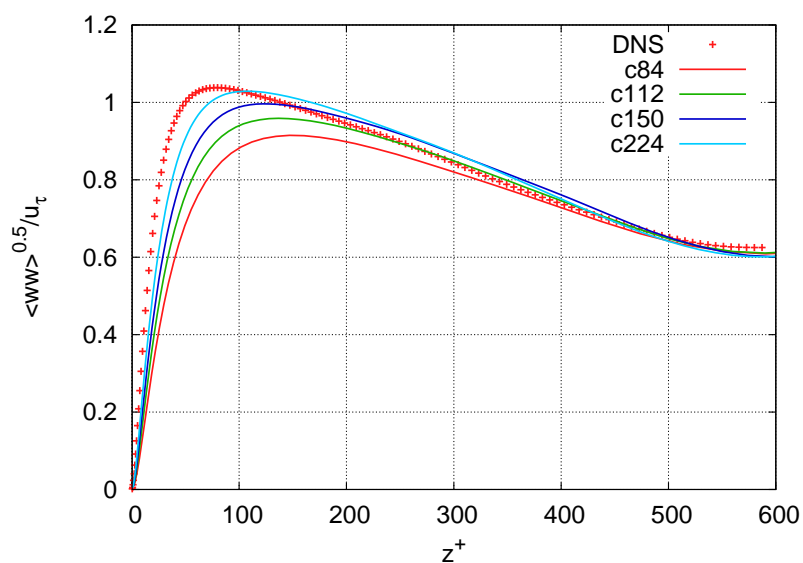
In Abbildung 2.11 sind die Profile der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen und der aufgelösten Reynoldsschen Schubspannung in inneren Koordinaten aufgetragen. Die Profile zeigen, dass die RMS-Komponente in Hauptströmungsrichtung mit höheren Werten als in der DNS vorhergesagt wird, während sich für die spannweite und wandnormale Richtung sowie die Reynoldssche Schubspannung niedrigere Werte ergeben. Wie schon bei den Profilen der mittleren Geschwindigkeit konvergieren die Werte mit zunehmender Gitterverfeinerung gegen die Lösung der DNS.



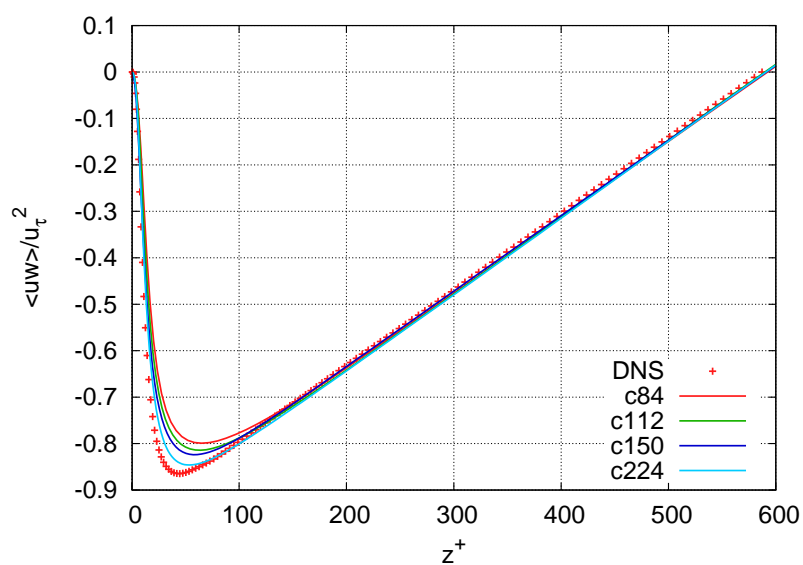
(a) Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen in Hauptströmungsrichtung.



(b) Spannweite Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen.



(c) Wandnormale Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen.



(d) Aufgelöste Reynoldssche Schubspannung.

**Abbildung 2.11:** RMS-Werte der Geschwindigkeitsschwankungen und Reynoldssche Schubspannung  $\langle uw \rangle$  der Kanalströmung normiert mit der Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  und der Viskosität  $\nu$ .

## 3. LES der turbulenten Ablöseblase

Bei vielen numerischen Simulationen abgelöster Grenzschichten wird die Ablösung entweder durch eine starke Variation der Geometrie oder des Druckgradienten zum Ablösen und Wiederanlegen gebracht, wodurch die Lage der Ablösung fixiert wird. Beispiele für solche Konfigurationen sind die Simulation einer Stufenüberströmung (NEUMANN, 2003), eines periodischen Hügels (TEMMERMAN ET AL., 1998) oder der Ablöseblase von WILSON und PAULEY (1998). Im Gegensatz dazu können bei ablösenden Strömungen über schwach gekrümmte Flächen wie zum Beispiel Tragflügeln oder dem Heckbereich von Fahrzeugkarosserien deutlich kleinere Druckgradienten auftreten. Das Experiment von KALTER (2001); KALTER und FERNHOLZ (1994) stellt eine solche Konfiguration mit, im Vergleich zu den oben genannten Simulationen, relativ schwachem Druckgradienten dar. Bei diesem Experiment wird der Strömung eines axial angeströmten Zylinders durch Ausblasen der Außenströmung ein Druckgradient aufgeprägt, der die Grenzschicht zum Ablösen bringt. Die Position der Ablösung und besonders des Wiederanlegens liegt dabei nicht fest, sondern ist einer niederfrequenten Schwankung unterworfen, die in der Literatur als „flapping“ bezeichnet wird.

### 3.1 Strömungskonfiguration

Die hier vorgestellte Simulation wurde nach dem Experiment von KALTER und FERNHOLZ (1994) entworfen und entspricht der DNS von MANHART und FRIEDRICH (2002). Im Experiment wird eine turbulente Grenzschicht entlang eines Zylinders solange einem positiven Druckgradienten unterworfen, bis sie ablöst. Anschließend wird der Druck bis zum Wideranlegen und Relaxieren der Grenzschicht konstant gehalten. Diese Konfiguration stellt eine enorme Herausforderung für die Numerische Simulation dar, da einerseits die Ablöseblase nur sehr schwach ausgeprägt und im Vergleich zur ankommenden Grenzschicht sehr dünn ist, zum anderen aber die Grenzschichtdicke durch die Ablöseblase auf circa das neunfache des ursprünglichen Wertes zunimmt.



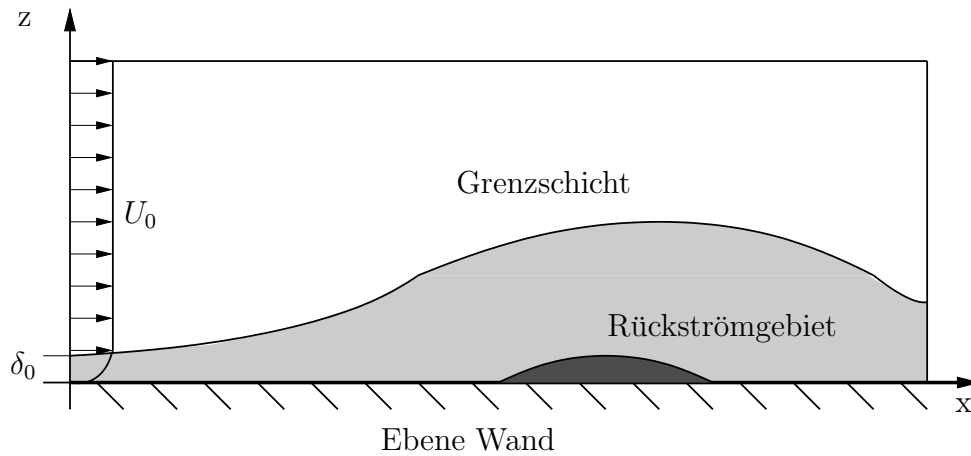


Abbildung 3.1: Topologie der Simulation der abgelösten Grenzschicht.

## 3.2 Numerische Parameter

In Anlehnung an die Simulation von MANHART und FRIEDRICH (2002) werden einige Modifikationen gegenüber dem ursprünglichen Experiment von KALTER und FERNHOLZ (1994) vorgenommen, um den numerischen Aufwand zu begrenzen. Die Simulation wird auf einem ebenen kartesischen Gitter durchgeführt, das heißt der Einfluß der Querkrümmung wird vernachlässigt. Die Zulässigkeit dieses Vorgehens wurde durch verschiedene Experimente und die Arbeit von HÜTTL ET AL. (2000) gezeigt. Die Reynoldszahl der ankommenden Grenzschicht wird vom Wert des Experiments von  $R_\theta \approx 1500$  auf  $R_\theta \approx 800$  gesenkt, um die Anforderung an die Gitterauflösung zu senken. Der Turbulenzgrad der Außenströmung des Experiments wird vernachlässigt. Die Ablöseblase kann dadurch eine größere Länge erreichen, da die Turbulenz der Außenströmung die Intensität der Ablösung tendenziell verringert. Eine Übersicht der Topologie der Ablöseblase ist in Abbildung 3.1 wiedergegeben.

Die Hauptströmungsrichtung wird mit  $x$ , die Spannweitenrichtung mit  $y$  und die wandnormale Richtung mit  $z$  bezeichnet. Als charakteristische Länge wird die Grenzschichtdicke am Einstromrand  $\delta_0$ , als charakteristische Geschwindigkeit die Geschwindigkeit der Außenströmung am gleichen Ort  $U_0$  verwendet.

In dieser Arbeit werden zwei der durchgeführten Grobstruktursimulationen diskutiert: die Grundversion mit der Bezeichnung *smag* und eine weiterentwickelte Version *lag*. Bei beiden Simulationen wird das Zentralknotenverfahren zweiter Ordnung zur räumlichen Diskretisierung sowie der Leapfrog-

Zeitschritt zweiter Ordnung zur Zeitintegration verwendet. An der Wand wird eine Haftbedingung, am Einstromrand eine instationäre Dirichlet Bedingung ähnlich dem Verfahren von LUND ET AL. (1998) gesetzt. Für dieses Verfahren werden die Schwankungen der Geschwindigkeit an der Position  $x = 5\delta_0$  stromab des Einstromrandes entnommen und dem mittleren Profil der Grenzschicht ohne Geschwindigkeitsgradient von SPALART (1988) überlagert. In der Spannweitenrichtung werden periodische Randbedingungen eingesetzt.

Bei der Simulation *smag* wird der positive Druckgradient am oberen Rand des Berechnungsgebiets mittels einer Dirichlet-Bedingung aufgeprägt. Der Druckverlauf wird dabei so gewählt, dass eine Übereinstimmung der Geschwindigkeit der Außenströmung  $U_\infty$  mit dem Experiment erreicht wird. Abweichend von der ebenfalls mit  $U_\infty$  bezeichneten ungestörten Anströmgeschwindigkeit der weiter unten behandelten Tragflügelumströmung variiert  $U_\infty$  bei der Grenzschicht entlang der Hauptströmungsrichtung. Am Ausströmrand wird eine Von-Neumann-Bedingung mit  $\partial\bar{u}_i/\partial x = 0$  verwendet.

Als Feinstrukturmodell dient das Smagorinsky-Modell mit Van-Driest-Dämpfung. Die Abmessungen des Berechnungsgebiets betragen  $L_x \times L_y \times L_z = 106\delta_0 \times 14,4\delta_0 \times 10,6\delta_0$ . Eine Gegenüberstellung der numerischen Parameter des Berechnungsgitters mit den Werten der Simulation *lag* ist in Tabelle 3.1 wiedergegeben, wobei die Maschenweiten mit der Schubspannungsgeschwindigkeit der ankommenden Grenzschicht von  $u_\tau = 0,049$  und der Viskosität normiert sind. Um die sehr kleinen Strukturen der Grenzschicht in Wandnähe auflösen zu können, liegt die höchste Auflösung in der Eintrittsebene und an der Wand vor. Der Zeitschritt der Simulation beträgt  $\Delta t = 0,007\delta_0/U_0$ . Für die statistische Auswertung werden Stichproben im Abstand von  $0,175\delta_0/U_0$  über einen Zeitraum von  $1212\delta_0/U_0$  entnommen.

Bei der Simulation *lag* wird am oberen Rand des Berechnungsgebiets statt des Drucks die wandnormale Geschwindigkeit gesetzt. Der Verlauf dieser Geschwindigkeitskomponente wurde der hochaufgelösten DNS von MANHART und FRIEDRICH (2002) entnommen, die sehr gut mit dem Experiment übereinstimmende Ergebnisse lieferte. Am Ausströmrand wird die in Abschnitt 4.2.2 beschriebene konvektive Randbedingung verwendet. Als Feinstrukturmodell wird das dynamische Smagorinsky-Modell mit Mittelung entlang von

Simulation	$N_x$	$N_y$	$N_z$	$\Delta x^+$	$\Delta y^+$	$\Delta z^+$
<i>smag</i>	512	160	128	50,0 – 61,8	29,3	3,6 – 26,3
<i>lag</i>	1400	240	240	19,5 – 33,4	16,3	1,0 – 44,4

**Tabelle 3.1:** Numerische Parameter der Grenzschichtsimulation.

Simulation		$N_x$	$N_y$	$N_z$	$\Delta x^+$	$\Delta y^+$	$\Delta z^+$
<i>sep05</i>	global	640	320	96	52,8	24,8	6,6
	lokal	1280	640	32	26,4	12,4	3,3
<i>sep08</i>	global	1280	448	160	25,5	17,2	3,2
	lokal	1280	896	32	11,7	7,2	1,6

**Tabelle 3.2:** Numerische Parameter der DNS der abgelösten Grenzschicht von MANHART und FRIEDRICH (2002).

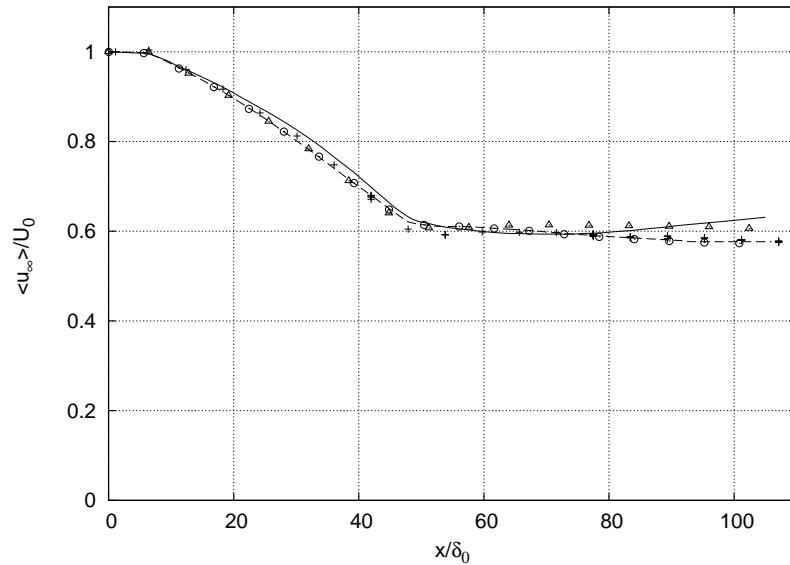
Bahnlinien eingesetzt. Die Abmessungen des Berechnungsgebiets in wandnormaler Richtung wurde gegenüber der Simulation *smag* auf  $L_z = 12,0$  erhöht, um dem starken Aufdicken der Grenzschicht besser Rechnung zu tragen. Aus den in Tabelle 3.1 aufgeführten Parametern des Rechengitters wurde die Auflösung der Simulation stark erhöht. Die Zellen sind weiterhin stark an der Wand konzentriert, zusätzlich wurde aber das Gebiet mit der hohen Auflösung in Hauptströmungsrichtung bis  $x/\delta_0 = 50$  erweitert, um den gesamten Bereich der verzögerten Strömung abzudecken. Der Zeitschritt beträgt  $\Delta t = 0,0025\delta_0/U_0$ . Stichproben der statistischen Auswertung werden im Abstand von  $0,125\delta_0/U_0$  über einen Zeitraum von  $1001,25 \delta_0/U_0$  entnommen.

### 3.3 Ergebnisse

Im folgenden werden die Ergebnisse der durchgeführten Grobstruktursimulation mit den experimentellen Daten von KALTER und FERNHOLZ (1994) und den Ergebnissen der DNS von MANHART und FRIEDRICH (2002) verglichen. Für die DNS wurde ein in Spannweitenrichtung zwar doppelt so breites, ansonsten aber vergleichbares Berechnungsgebiet verwendet. Es liegen Daten von zwei unterschiedlichen Rechengittern vor, die beide eine lokale Gitterverfeinerung in Wandnähe aufweisen. Aus den in Tabelle 3.2 wiedergegebenen Parametern der Rechengitter geht hervor, dass für die grobere der beiden DNS eine mit der LES *lag* vergleichbare Auflösung verwendet wurde.

#### 3.3.1 Globale Größen

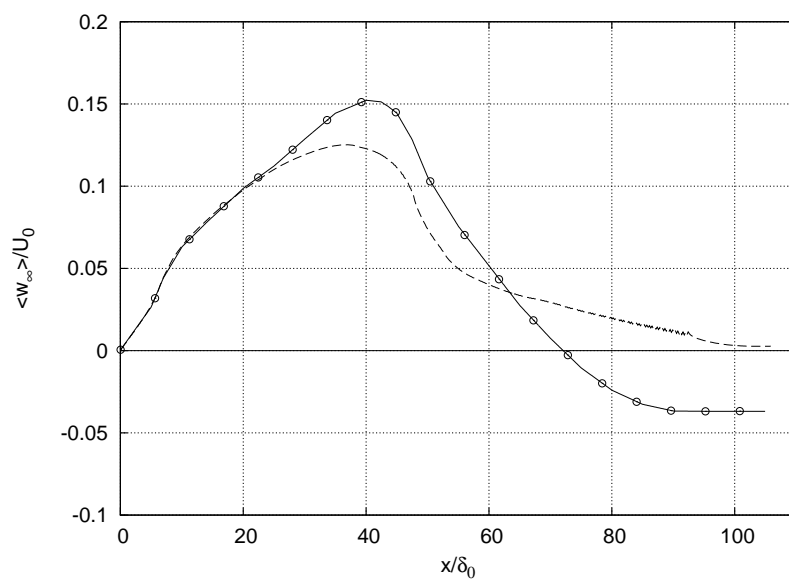
In den Abbildungen 3.2 und 3.3 ist der Verlauf der mittleren Geschwindigkeit der Außenströmung entlang der Hauptströmungsrichtung wiedergegeben. Es ist erkennbar, dass je nach der gesetzten Randbedingung am oberen



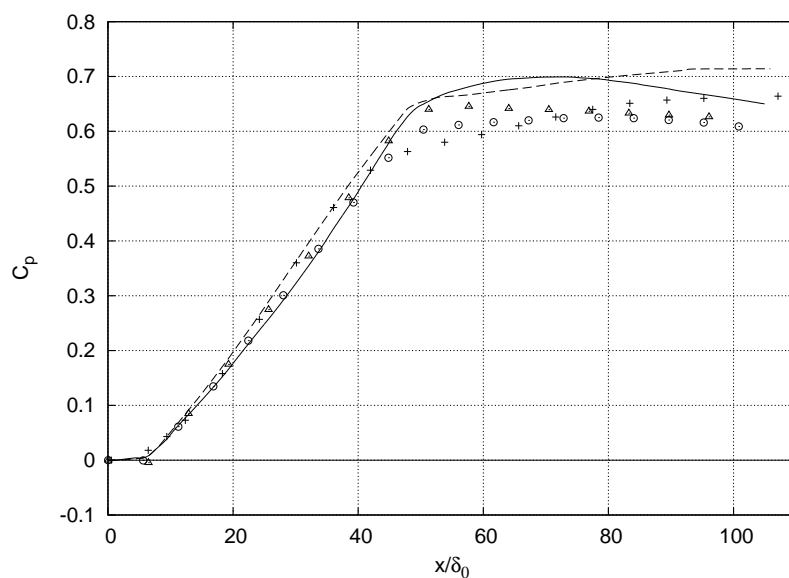
**Abbildung 3.2:** Räumliche Entwicklung der mittleren Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung der Außenströmung. — LES *lag*, - - - LES *smag*,  $\triangle$  DNS *sep05*,  $\odot$  DNS *sep08*, + Experiment.

Rand des Berechnungsgebiets, die Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung oder die wandnormale Komponente besser mit den Referenzdaten übereinstimmt. Bei der Simulation *smag* wird der Vorzeichenwechsel in Verlauf der wandnormalen Komponente im Bereich ab  $x/\delta_0 = 50$  nicht reproduziert.

Der mittlere Druckbeiwert  $C_p = (\langle \bar{p} \rangle - p_\infty) / (\frac{\rho}{2} U_0^2)$  am oberen Rand des Berechnungsgebiets ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Wie oben bereits beschrieben wird der Druck in der Simulation *smag* mittels einer Dirichlet-Randbedingung gesetzt. Zum Erzielen des Geschwindigkeitsverlaufs des Experiments ist dabei ein größerer Druckanstieg nötig als in den Referenzfällen. Bei der Simulation *lag* wird der Druck durch eine Von-Neumann-Randbedingung gesetzt. Auch in diesem Fall stellt sich ein größerer Druckanstieg im Bereich bis  $x/\delta_0 = 70$  ein, stromab fällt der Druck aber auf den Wert des Experiments zurück.



**Abbildung 3.3:** Räumliche Entwicklung der mittleren Geschwindigkeit in wandnormaler Richtung der Außenströmung. — LES *lag*, - - - LES *smag*,  $\triangle$  DNS *sep05*,  $\odot$  DNS *sep08*, + Experiment.



**Abbildung 3.4:** Räumliche Entwicklung des mittleren Druckbeiwertes am oberen Rand des Berechnungsgebiets. — LES *lag*, - - - LES *smag*,  $\triangle$  DNS *sep05*,  $\odot$  DNS *sep08*, + Experiment.

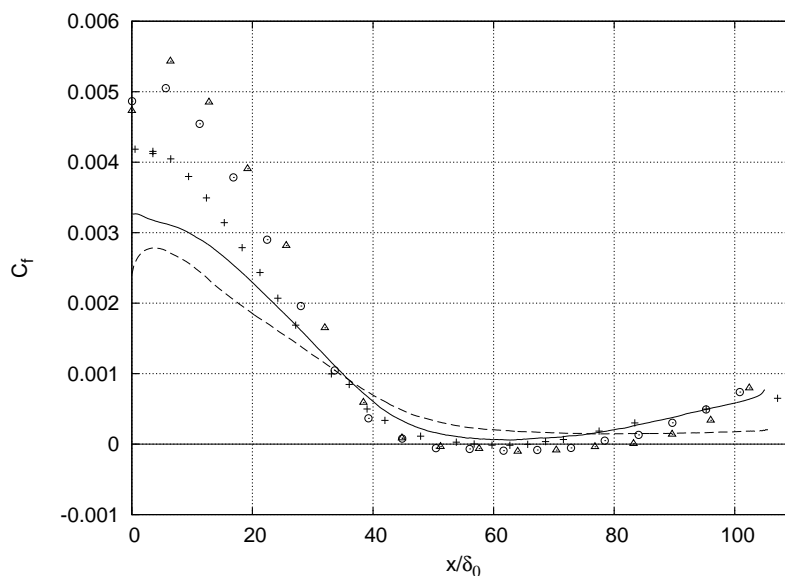
Name	$x/\delta_0^*$	$C_{f-min} \cdot 10^5$	$\Delta_{exp} \cdot 10^5$
<i>sep05</i>	63,36	-12,67	-10,97
<i>sep08</i>	59,48	-11,22	-9,52
Experiment	62,70	-1,70	-
<i>smag</i>	73,43	14,40	16,10
<i>lag</i>	71,29	4,38	6,08

**Tabelle 3.3:** Minima im Verlauf der mittleren Wandreibungskoeffizienten.

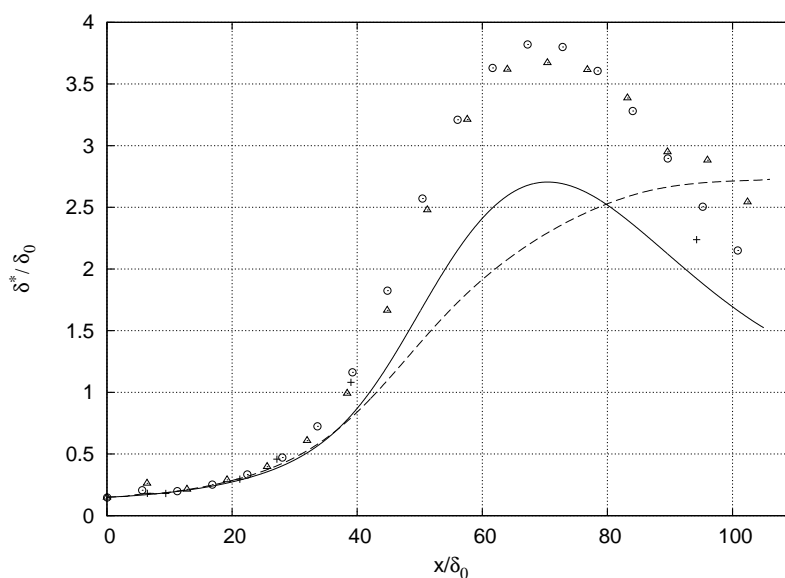
In Abbildung 3.5 ist der sich aus den Simulationen ergebende Verlauf des Wandreibungskoeffizienten entlang der Hauptströmungsrichtung wiedergegeben. Beide Grobstruktursimulationen sagen am Eintrittsrand deutlich niedrigere Reibungswerte als das Experiment oder die DNS voraus, wobei die Simulation *lag* deutlich näher am Experiment liegt als die Simulation *smag*. Dies erklärt sich zum Teil aus der gewählten Geschwindigkeitsrandbedingung, da eine gewisse Einlauflänge nötig ist, bis sich die Geschwindigkeitsprofile der in der Randbedingung verwendeten Grenzschicht ohne Druckgradient an die der Grobstruktursimulation bei positivem Druckgradienten angeglichen haben. Ab etwa  $x/\delta_0 = 25$  folgt die Simulation *lag* eng den experimentellen Daten, jedoch mit der fundamentalen Abweichung, dass über den gesamten Verlauf positive Werte erreicht werden. Dies bedeutet, dass die Strömung im Mittel anliegt. Im  $C_f$ -Verlauf der Simulation *smag* bildet sich ein Plateau auf deutlich höheren Werten aus, das auch den Wiederanstieg im stromab liegenden Bereich der Referenzdaten nicht wiedergibt.

Dies spiegelt sich auch in den in Tabelle 3.3 aufgelisteten Minima der  $C_f$ -Werte wieder. Die Simulation *lag* hat mit  $\Delta_{exp} = 16,1 \cdot 10^{-5}$  die größte Abweichung vom Experiment, die Simulation *smag* mit  $\Delta_{exp} = 6,08 \cdot 10^{-5}$  die niedrigste. Die DNS erreichen mit  $\Delta_{exp} = -9, \cdot 10^{-5}$  und  $\Delta_{exp} = -10,97 \cdot 10^{-5}$  deutlich größere negative Werte als das Experiment.

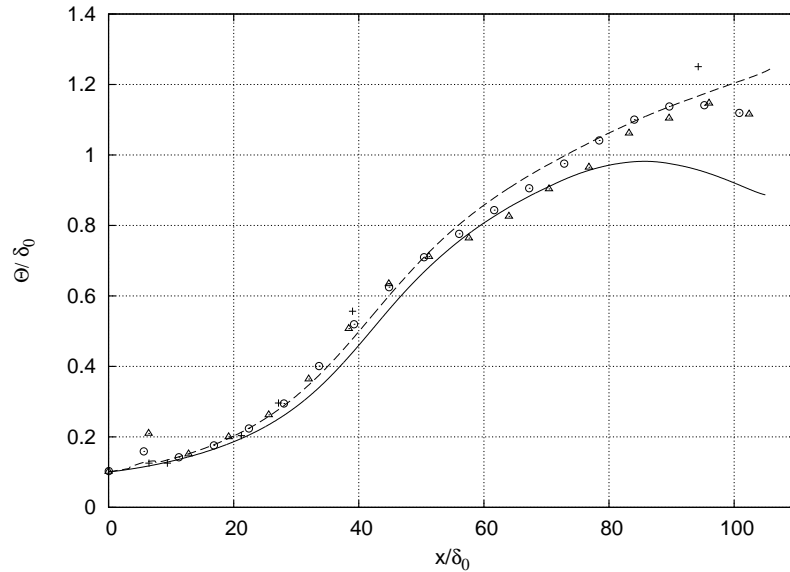
Die Verdrängungsdicke  $\delta^*$  und die Impulsverlustdicke  $\theta$  werden in den Abbildungen 3.6 und 3.7 dargestellt. Beide Simulationen sagen eine maximale Verdrängungsdicke von etwa 73 Prozent des Maximums der Referenzdaten voraus, wobei nur die Simulation *lag* den Rückgang von  $\delta^*$  im Bereich ab  $x/\delta_0 = 70$  reproduziert. Im Verlauf der Impulsverlustdicke zeigt die Simulation *lag* größere Abweichungen von den übrigen Daten als die Simulation *smag*. Im Gegensatz zur Simulation *lag* reproduziert die Simulation *smag* jedoch das Absinken der Impulsverlustdicke im Bereich des Wiederanlegens ( $x/\delta_0 > 90$ ).



**Abbildung 3.5:** Räumliche Entwicklung des mittleren Wandreibungskoeffizienten am oberen Rand des Berechnungsgebiets. — LES *lag*, - - - LES *smag*,  $\triangle$  DNS *sep05*,  $\odot$  DNS *sep08*, + Experiment.



**Abbildung 3.6:** Räumliche Entwicklung der Verdrängungsdicke  $\delta^*$ . — LES *lag*, - - - LES *smag*,  $\triangle$  DNS *sep05*,  $\odot$  DNS *sep08*, + Experiment.

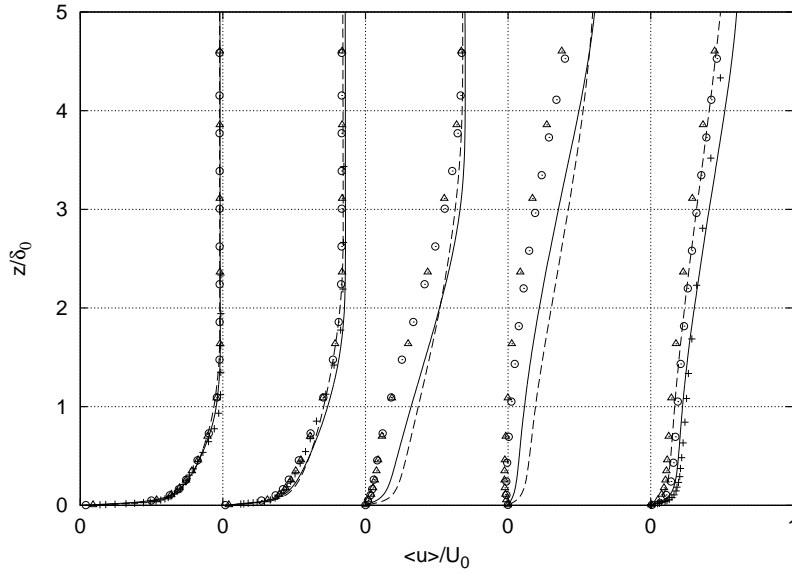


**Abbildung 3.7:** Räumliche Entwicklung der Impulsverlustdicke  $\theta$ . — LES *lag*, - - - LES *smag*,  $\triangle$  DNS *sep05*,  $\odot$  DNS *sep08*, + Experiment.

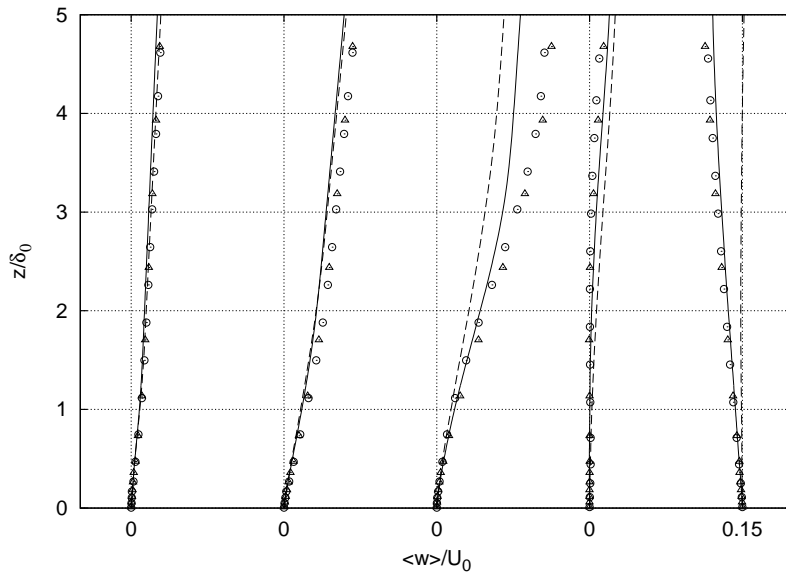
### 3.3.2 Profile der statistischen Größen

Die zeitlich und räumlich in Spannweitenrichtung gemittelten Geschwindigkeitsprofile werden in Abbildung 3.8 gezeigt. Im Bereich mit verzögerter Strömung ( $x/\delta_0 \leq 27,15$ ) liegen alle Daten sehr dicht beieinander. Allein in der wandnormalen Komponente werden durch die Grobstruktursimulationen geringfügig niedrigere Werte als durch die DNS vorhergesagt. Deutlichere Unterschiede ergeben sich für den Bereich der Ablöseblase in der die Grobstruktursimulationen generell größere positive Geschwindigkeiten liefern und die Rückströmung im mittleren Geschwindigkeitsfeld nicht reproduzieren. Im Bereich stromab der Ablöseblase ( $x/\delta_0 \geq 90,15$ ) zeigt sich wieder größere Übereinstimmung der Daten, wobei in der Simulation *smag*, in Übereinstimmung mit Abbildung 3.3, keine Rückströmung von Fluid in das Berechnungsgebiet angezeigt wird.



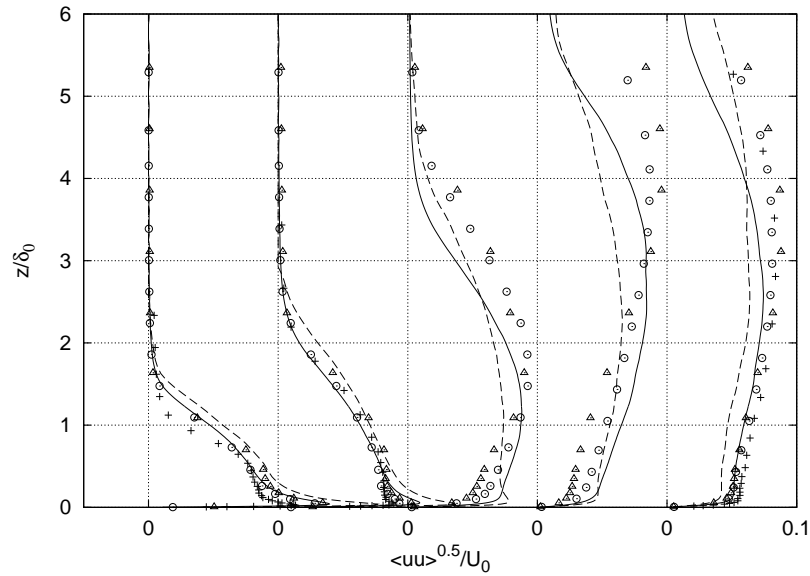


(a) Komponente in Hauptströmungsrichtung.



(b) Komponente in wandnormaler Richtung.

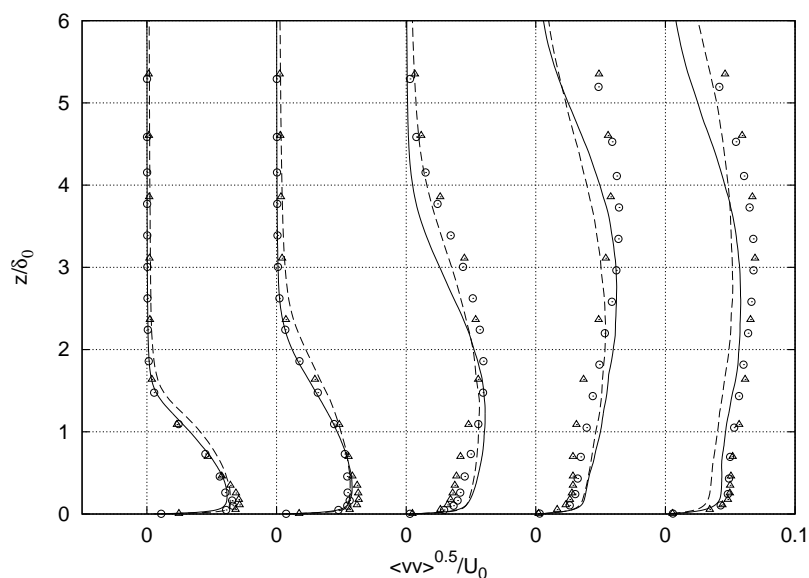
**Abbildung 3.8:** Profile der gemittelten Geschwindigkeit. — LES *lag*, - - - LES *smag*,  $\Delta$  DNS *sep05*,  $\odot$  DNS *sep08*, + Experiment. Positionen: 9, 5; 27, 15; 45, 15; 65, 08 und 90, 15 [ $x/\delta_0$ ].



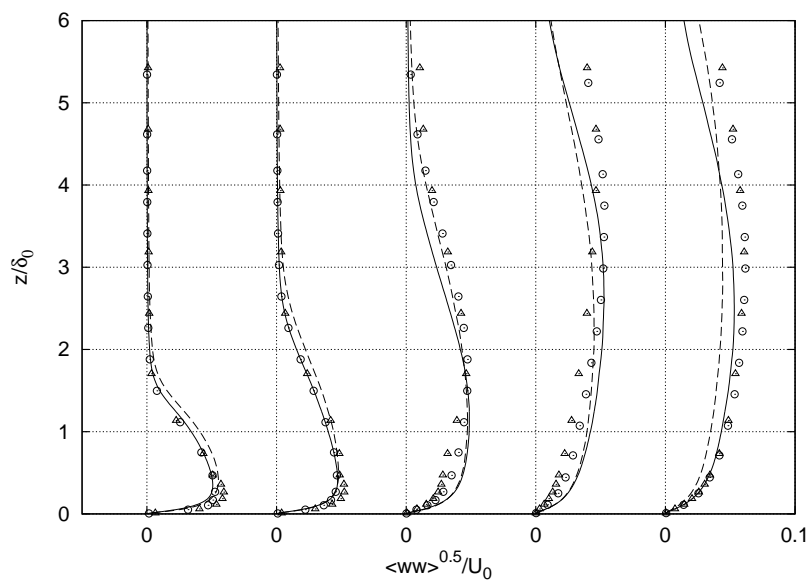
**Abbildung 3.9:** Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen in Hauptströmungsrichtung. — LES *lag*, - - - LES *smag*,  $\triangle$  DNS *sep05*,  $\odot$  DNS *sep08*, + Experiment. Positionen siehe Abbildung 3.8.

Der aufgelöste Teil der RMS-Geschwindigkeitsschwankungen normiert mit der Geschwindigkeit der Außenströmung am Eintrittsrand  $\sqrt{\langle u_i u_i \rangle}/U_0$  sind in den Abbildungen 3.9, 3.10 und 3.11 dargestellt. Die Simulation *smag* zeigt generell die größeren Abweichungen von den Referenzdaten als die Simulation *lag*. Besonders die Abweichungen in der Komponente in Hauptströmungsrichtung deuten auf eine zu geringe Auflösung des Rechengitters hin. Die im Außenbereich der Profile auftretenden Abweichungen von den Vergleichsdaten lassen sich mit dem geringeren Aufdicken der Grenzschicht in der Grobstruktursimulation als in den DNS erklären. Im wandnahen Bereich treten die größten Abweichungen im Inneren der Ablöseblase auf. Hier ist besonders der Anstieg der RMS-Werte der Simulation *lag* gegenüber den Werten der DNS *sep05* auffällig, die auf einem ähnlichen Gitter gerechnet wurde.

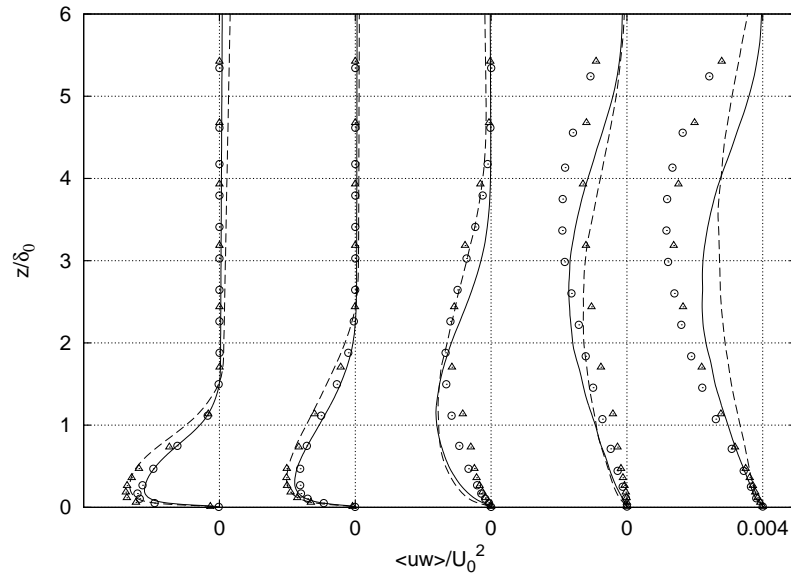
Bei den in Abbildung 3.12 wiedergegebenen Profilen des aufgelösten Teils der Reynoldsschen Schubspannung  $\langle \bar{u} \bar{w} \rangle/U_0^2$  stimmen die Ergebnisse der Simulation *lag* stromauf im Bereich des positiven Druckgradienten ( $x/\delta_0 \leq 27,15$ ) gut mit den Ergebnissen der DNS überein. Die größten Abweichungen ergeben sich für den wandnahen Bereich der Ablöseblase sowie den wandfernen Bereich ab  $x/\delta_0 \geq 65,08$ .



**Abbildung 3.10:** Spannweite Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen. — LES *lag*, - - - LES *smag*,  $\triangle$  DNS *sep05*,  $\odot$  DNS *sep08*. Positionen siehe Abbildung 3.8.



**Abbildung 3.11:** Wandnormale Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen. — LES *lag*, - - - LES *smag*,  $\triangle$  DNS *sep05*,  $\odot$  DNS *sep08*. Positionen siehe Abbildung 3.8.



**Abbildung 3.12:** Aufgelöste Reynoldssche Schubspannung. — LES *lag*, - - - LES *smag*,  $\triangle$  DNS *sep05*,  $\odot$  DNS *sep08*. Positionen siehe Abbildung 3.8.

### 3.4 Zusammenfassung und Diskussion

Es wurden zwei Grobstruktursimulationen einer ablösenden und wiederanliegenden Grenzschicht vorgestellt und mit den Ergebnissen zweier DNS sowie mit experimentell ermittelten Daten verglichen. Bei beiden Grobstruktursimulationen konnte keine Ablösung der Grenzschicht im zeitlich und räumlich gemittelten Strömungsfeld beobachtet werden. Durch den Einsatz einer Von-Neumann Randbedingung, eines dynamischen Smagorinsky-Modells und insbesondere durch die Erhöhung der Auflösung des Rechengebiets konnte in der aufwendigeren der beiden Simulationen die Übereinstimmung mit den Referenzdaten deutlich erhöht werden. Dies führte dazu, dass die Bereiche stromauf und stromab der Ablöseblase relativ gut wiedergegeben wurden, wohingegen im Bereich der Ablöseblase weiterhin deutliche Unterschiede zu den Referenzdaten verblieben. Diese äußerten sich, neben der im Mittel positiven Wandschubspannung, vor allem in einem verringerten Aufdicken der Grenzschicht sowie in den RMS-Werten im wandnahen Bereich der Ablöseblase.

Der Vergleich der Grobstruktursimulation mit der, auf einem groben Rechengitter durchgeführten, DNS zeigte klar den weiteren Forschungsbedarf im Bereich der Feinstrukturmodelle der LES auf.

## 4. LES der abgelösten Strömung über ein hochangestelltes Tragflügelprofil

### 4.1 Strömungskonfiguration

Ein zentrales Problem für die Entwicklung der Grobstruktursimulation hin zu technisch relevanten Aufgabenstellungen ist die Beschaffung geeigneter Referenzdaten. Hierfür kommen in erster Linie die *Direkte Numerische Simulation* (DNS) und experimentelle Untersuchungen in Betracht. Der Vorteil der DNS besteht darin, dass diese detaillierte Daten von großer Genauigkeit bei sehr eng spezifizierten Randbedingungen und Strömungsparametern liefern können. Ihr Nachteil besteht darin, dass die DNS vieler technisch relevanter Anwendungen auf Jahrzehnte hinaus die Rechenleistung der jeweils zur Verfügung stehenden Großrechner überfordern wird. Experimentelle Untersuchungen in Wind- oder Wasserkanälen können dagegen Referenzdaten realitätsnaher Konfigurationen und Reynoldszahlen liefern, sind aber sowohl in Bezug auf die räumliche Auflösung und Genauigkeit der Messverfahren als auch die exakte Einhaltung der Strömungsparameter limitiert.

Mit dem Projekt Costwing (LERCHE und DALLMANN (1999)) des Instituts für Aerodynamik und Strömungstechnik der DLR Göttingen wurde deshalb ein Experiment entworfen, das gut dokumentierte Referenzdaten für einen anspruchsvollen, realitätsnahen Testfall liefert, der mit begrenztem Aufwand durch eine Grobstruktursimulation untersucht werden kann. Als Gegenstand der Untersuchung wurde die Umströmung des NACA 4415 Tragflügelprofils gewählt. Das Profil liefert bei moderaten Reynoldszahlen und hohem Anstellwinkel ein komplexes Strömungsfeld mit spannweitig symmetrischen bzw. periodischen, dreidimensionalen Ablösestrukturen.

Um den numerischen Aufwand zu limitieren, wurde das Profil zwischen zwei glatten Wänden angeordnet, die das Strömungsgebiet in Querströmungsrichtung begrenzen. Eine Übersicht der Topologie des Experiments ist in Abbildung 4.1 wiedergegeben. Um größtmögliche Zweidimensionalität zu erreichen

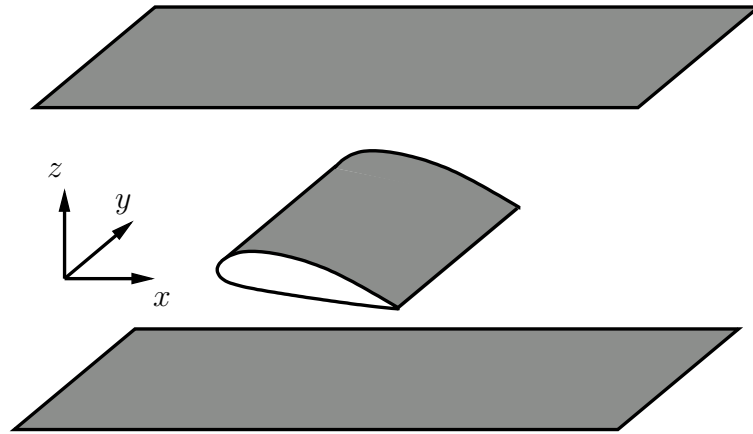


Abbildung 4.1: Konfiguration des Costwing Experiments.

sind die spannweiten Enden des Profils mit Endscheiben ausgerüstet. Eine Diskussion der Randeffekte findet sich in KINDLER ET AL. (2003).

In einer vorangehenden Arbeit wurden von EVANS (2004) Voruntersuchungen derselben Konfiguration bei einer niedrigeren Reynoldszahl  $Re = \frac{\rho c U_\infty}{\mu}$ , gebildet mit der Sehnenlänge  $c$  des Flügels und der Geschwindigkeit der ungestörten Strömung  $U_\infty$  von  $Re = 20000$  durchgeführt. In dieser Arbeit soll hingegen die Strömung bei der Reynoldszahl des Costwing Experiments von  $Re = 1 \cdot 10^5$  untersucht werden. In Abbildung 4.2 ist die mit Hilfe des Programms Xfoil (DRELA, 2001) berechnete Polare des NACA 4415-Profiles bei dieser Reynoldszahl dargestellt. Xfoil verwendet ein 2D-Panelverfahren mit Grenzschichtkorrektur. Der Verlauf zeigt deutlich, dass der gewählte Anstellwinkel von  $\alpha = 18^\circ$  im *post-stall*-Bereich liegt, der Zusammenbruch des Auftriebs aber sehr sanft abläuft, da es sich um ein relativ dickes und auf niedrige Reynoldszahlen optimiertes Profil handelt. Die Beobachtung, dass das Programm bei Anstellwinkeln über 19,5 Grad keine Ergebnisse mehr liefert, illustriert die Schwierigkeiten bei der numerischen Simulation von Strömungen mit großskaligen Ablösungen.

Die Strömung an hochangestellten Tragflügeln ist im wesentlichen durch Lage und Form des laminar-turbulenten Übergangs (Transition) der Grenzschicht und der Strömungsablösung determiniert. Die sich für die gegebene Reynoldszahl und den gegebenen Anstellwinkel einstellende Strömungskonfiguration ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

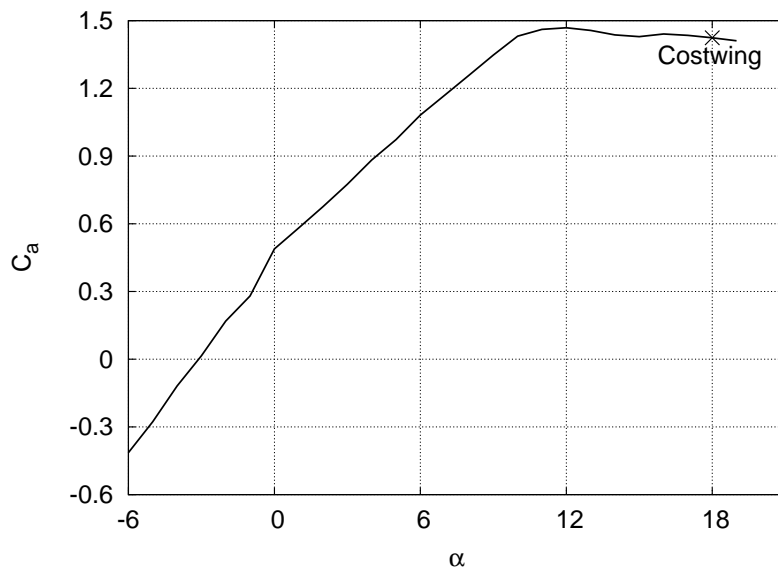


Abbildung 4.2: Auftriebsbeiwert des NACA4415-Profiles.

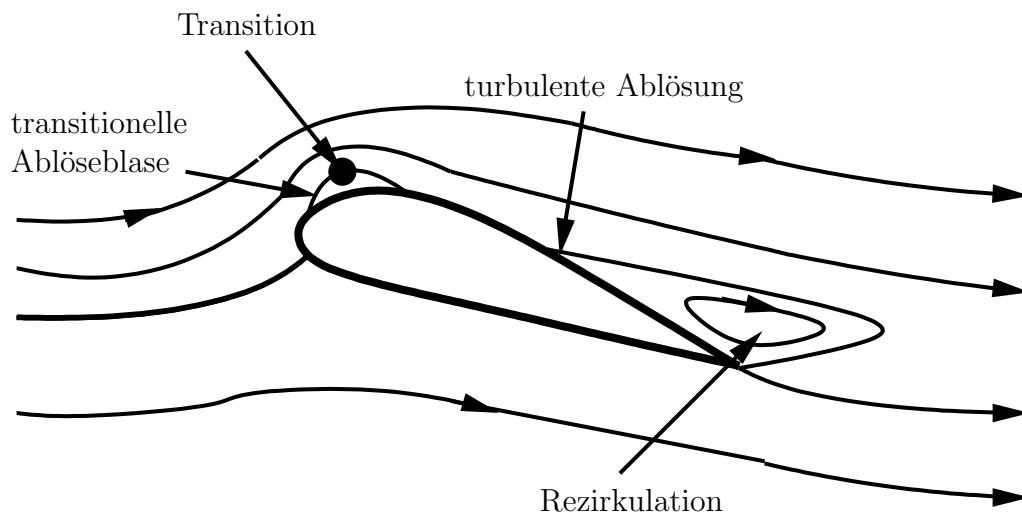


Abbildung 4.3: Topologie des superkritischen Strömungszustandes.

Der Strömungszustand wird nach der Klassifikation von SCHEWE (2001) als superkritisch bezeichnet. Er zeichnet sich dadurch aus, dass die Grenzschicht auf der Oberseite des Profils im Bereich der Profilnase eine laminare Ablöseblase bildet. In der Scherschicht zwischen der Ablöseblase und der Außenströmung entwickeln sich Instabilitäten die zum laminar-turbulenten Umschlag führen. Aufgrund der hinreichend großen Reynoldszahl liegt der Umschlagpunkt so dicht an der Profiloberfläche, dass es zum Wiederaanlegen der Strömung kommt. Durch turbulenten Impulstransport in Richtung auf die Wand wird wandnahes Fluid mitgerissen (sog. *entrainment*). Dadurch kann die Strömung dem, im stromabliegenden Bereich der Oberseite des Profils herrschenden positivem Druckgradienten, gegenüber dem laminaren Fall, deutlich länger widerstehen, bevor es schließlich zur turbulenten Ablösung kommt. Im Nachlauf des Profils schließt sich die Ablösung und bildet eine Rezirkulationszone, die sich im Druckverlauf durch einen gleichförmigen Druck äußert und zu einen Auftriebsverlust führt.

Die Rezirkulationszone wird an Ihrer Oberseite durch die turbulente Scherschicht begrenzt. In ihr werden die, bei der Transition gebildeten, turbulenten Strukturen stromab konvektiert. Die Ablösung der Wirbel vom Tragflügelprofil erfolgt mit einer dominanten, charakteristischen Frequenz. KINDLER ET AL. (2003) geben für den vorliegenden Strömungsfall eine Strouhalzahl der Ablösung von  $Sr = f \cdot l / U_\infty \approx 1.3$  an, wobei  $f$  die Ablösefrequenz und  $l = c \cdot \sin(\alpha)$  die Nachlaufhöhe als charakteristische Länge des Ablösevorgangs bezeichnet.

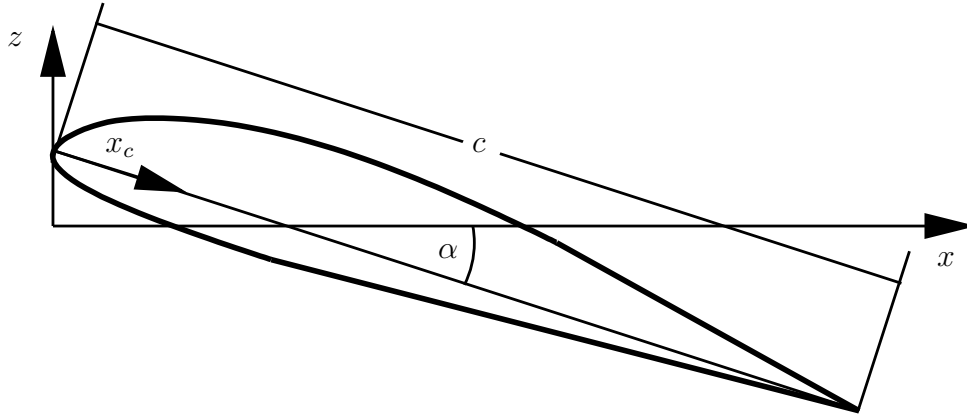
Der sich stromab an die Rezirkulationszone anschließende Teil des Nachlaufs wird schließlich durch die Konvektion und den Zerfall der abgelösten Wirbel geprägt.

## 4.2 Numerische Parameter

### 4.2.1 Auslegung des Berechnungsgitters

In Abbildung 4.4 sind die verwendeten Bezeichnungen für die Geometrie des Tragflügelprofils dargestellt. Die Koordinatenachsen in Hauptströmungsrichtung, Querströmungsrichtung und spannweitischer Richtung werden mit  $x, y, z$  bezeichnet. Für die Sehnenlänge des Profils wird  $c$ , für der Anstellwinkel des Profils gegenüber der  $x$ -Koordinatenachse wird  $\alpha$  verwendet. Die Koordinate  $x_c$  entspringt in der Profilnase und zeigt entlang der Sehne.





**Abbildung 4.4:** Topologie des Tragflügelprofils.

Abbildung 4.5 ist eine maßstäbliche Darstellung des Querschnitts des Berechnungsgebiets senkrecht zur spannweiten Richtung. In der vorliegenden Arbeit werden zwei Simulationen der Tragflügelumströmung durchgeführt. Bei beiden beträgt die Ausdehnung des Berechnungsgebiets  $6c$  in Hauptströmungsrichtung und  $3c$  in Querströmungsrichtung. Die spannweite Er-streckung beträgt  $0,5c$  für die Simulation *L05* und  $1,0c$  für die Simulation *L10*. Die Rechengitter sind in Spannweitenrichtung äquidistant mit 40 Gitterpunkten für die Simulation *L05* und 100 Gitterpunkten für die Simulation *L10*.

Tabelle 4.1 zeigt eine Übersicht über die numerischen Parameter der beiden Simulationen wobei  $N_x, N_y$  und  $N_z$  die Anzahl der Gitterpunkte in der jeweiligen Koordinatenrichtung bezeichnen.

Simulation	$N_x \times N_y \times N_z$	$L_y$	Randbedingung an den Kanalplatten
L05	$1200 \times 40 \times 1080$	$0,5c$	Haften
L10	$992 \times 100 \times 972$	$1,0c$	Gleiten

**Tabelle 4.1:** Numerische Parameter der Tragflügelsimulationen.

Um die Grenzschicht des Tragflügelprofils hinreichend genau aufzulösen, wird das Rechengitter in der Nähe des Tragflügels verfeinert, wobei die Änderung der Maschenweite von Masche zu Masche auf drei Prozent limitiert wird. Der sich ergebende Verlauf der Maschenweite über der jeweiligen Koordinatenachse ist in den Abbildungen 4.6 und 4.7 dargestellt.

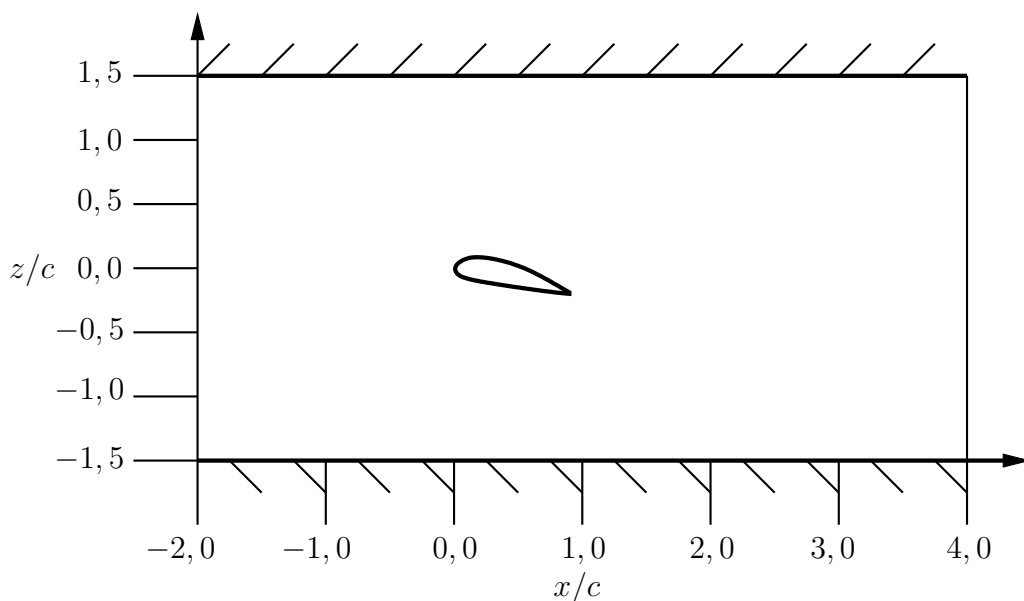


Abbildung 4.5: Topologie des Berechnungsgebiets.

Die exakten Werte der Maschenweite für einige ausgezeichnete Punkte sind in Tabelle 4.2 aufgeführt. Um bei der Simulation *L10* die Anzahl von 100 Gitterpunkten in spannweitung Richtung realisieren zu können, wurde die Anzahl der Gitterpunkte in der  $(x,z)$ -Ebene gegenüber der Simulation *L05*

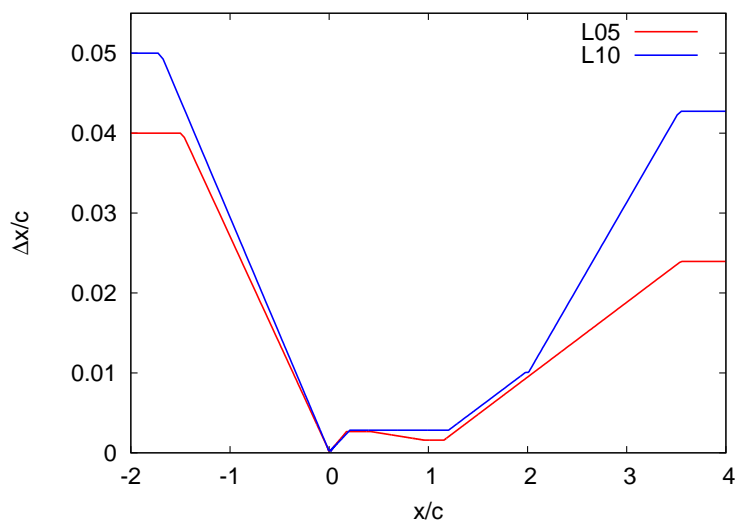


Abbildung 4.6: Maschenweite in Hauptströmungsrichtung.

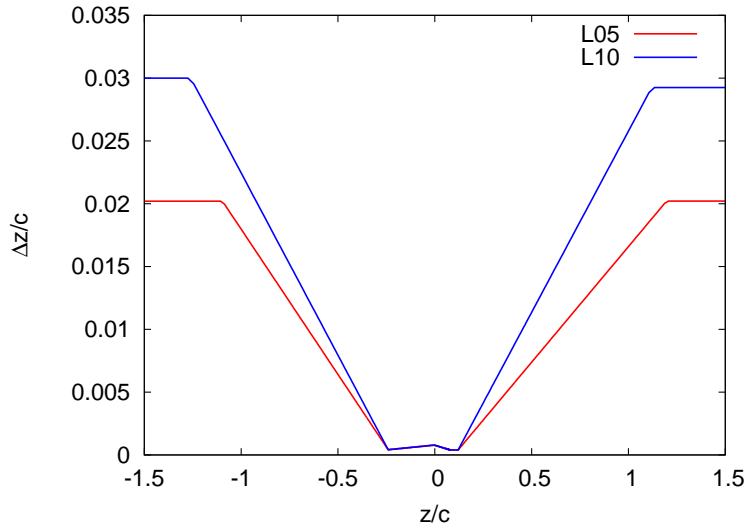


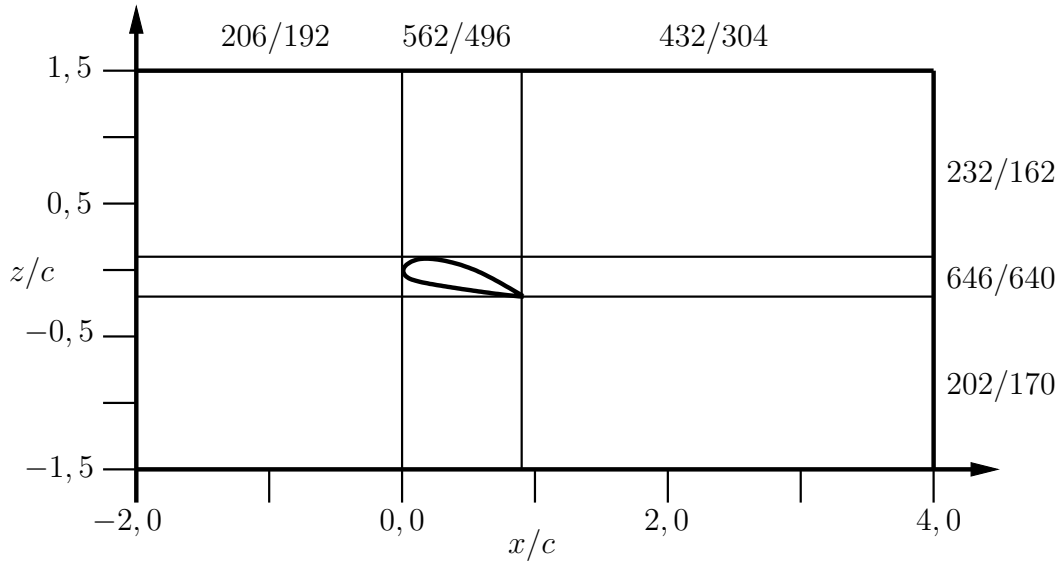
Abbildung 4.7: Maschenweite in Querströmungsrichtung.

um etwa 20 Prozent reduziert. Ausgehend von ersten Ergebnissen der Simulation *L05* wurden jeweils die Ränder des Berechnungsgebiets ( $x/c < -1$ ,  $x/c > 2$ ,  $z/c < -1$  und  $z/c > 1$ ) sowie der Bereich der Flügelhinterkante als geeignete Gebiete für eine Reduktion der Auflösung identifiziert. Um die Dynamik der laminaren Ablöseblase sowie die Gradienten des Strömungsfeldes in wandnormaler Richtung räumlich aufzulösen, werden der Nasenbereich des Profils sowie in  $z$ -Richtung der gesamte Bereich des Profils von der Reduktion ausgenommen.

Die Verteilung der Gitterpunkte für die beiden Simulationen innerhalb einer  $(x,z)$ -Ebene ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Trotz der starken Gitterverfeinerung in der Nähe des Profils, sind nur 4,88 Prozent der Zellen der Simulation *L05* und 7,17 Prozent der Zellen der Simulation *L10* geblockt.

Position im Rechengitter	Position im		<i>L05</i>		<i>L10</i>	
	$x/c$	$z/c$	$\Delta_x/c$	$\Delta_z/c$	$\Delta_x/c$	$\Delta_z/c$
Profilnase	0,0	0,07	0,00027	0,00044	0,00027	0,00045
bla	0,04	0,106	0,00065	0,00039	0,00062	0,0004
ela	0,18	0,118	0,00266	0,00039	0,00242	0,0004
Hinterkante	0,96	-0,234	0,00159	0,00042	0,00283	0,00044

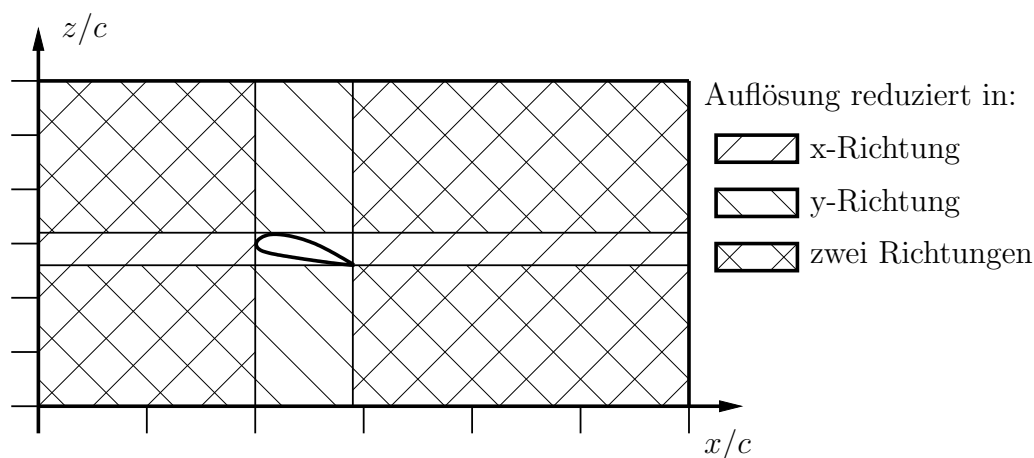
Tabelle 4.2: Maschenweite an ausgezeichneten Positionen des Rechengitters. Der Punkt bla liegt in etwa am Beginn der laminaren Ablöseblase, der Punkt ela an deren Ende.



**Abbildung 4.8:** Verteilung der Gitterpunkte im Berechnungsgebiet der Simulation  $L05/L10$ .

Zusätzlich zur Gitterverfeinerung durch nicht-äquidistante Gitter liegt es nahe in der Nähe des Profils ein Teilgebiet mit lokaler, sprunghafter Gitterverfeinerung zu verwenden. Bei dieser kann sich, im Gegensatz zu nicht-äquidistanten kartesischen Gittern, die Maschenweite in der Richtung  $x_i$  auch in den beiden anderen Raumrichtungen ändern, so dass sich eine stärkere Reduktion der Anzahl der Gitterpunkte erzielen lässt. Um eine obere Schranke der erreichbaren Reduktion abzuschätzen, wird angenommen, dass die Anzahl der Gitterpunkte pro Raumrichtung in Hauptströmungs- und Querströmungsrichtung halbiert wird. Davon ausgenommen bleibt, wie in Abbildung 4.9 dargestellt, der Zentralbereich um das Profil.

Zur Abschätzung einer unteren Schranke wurde die Reduktion auf jeweils die am Rand des Berechnungsgebiets liegende Hälfte der Gitterpunkte beschränkt. Mit diesen Annahmen ergibt sich eine Verringerung der Anzahl der Gitterpunkte für die Simulation  $L05$  von 22,0 bis 41,3 Prozent, wobei der Anteil der geblockten Zellen an der Gesamtzahl der Zellen von 4,88 Prozent auf 6,26 bis 8,32 Prozent ansteigt. Trotz dieser erheblichen Reduktion der Anzahl von Gitterpunkten und dem damit einhergehenden Potential zur Einsparung von Rechenzeit wird auf die Implementierung einer lokalen Gitterverfeinerung aus folgenden Gründen verzichtet:

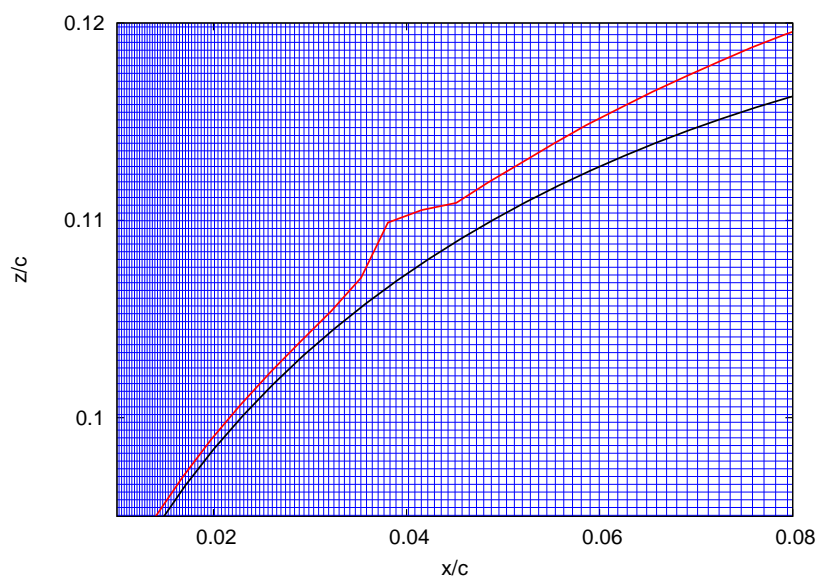


**Abbildung 4.9:** Potentielle Gebiete des Rechengitters für eine Reduktion der Auflösung.

- Ein Teil der Ersparnis ließe sich auch mit einer stärkeren Streckung des Rechengitters erzielen. Hierauf wird aber verzichtet, da aufgrund des großen numerischen Aufwands systematische Gitterstudien zur Absicherung eines gröberen Gitters nicht möglich sind.
- Eine unstetige Änderung der Gitterweite muss zwangsweise einen starken Einfluss auf die Modellierung der Feinstrukturspannungen haben, welcher systematisch untersucht werden müsste.
- Der Aufwand zur Implementierung einer lokalen Gitterverfeinerung in Verbindung mit der verwendeten *immersed boundary technique* ist nicht unerheblich.

Um die wichtigsten turbulenten Strukturen einer wandgebundenen Strömung aufzulösen, sollen wenigsten drei Punkte zwischen der Wand und der Fläche mit  $\delta^+ = 10$  liegen. Es ist deshalb bei Simulationen mit wandangepassten Gittern üblich, die dimensionslose Maschenweite  $\Delta x_i^+$  der wandnächsten Zellen anzugeben. Da dies für die *immersed boundary technique* nicht möglich ist, wird in den Abbildungen 4.10 bis 4.12 das Rechengitter an ausgezeichneten Stellen des Berechnungsgebiets, die Profilloberfläche sowie die Linie  $\delta^+ = 10$  dargestellt.

Der in Abbildung 4.10 gewählte Ausschnitt umfaßt den vorderen Teil der laminaren Ablöseblase der Simulation *L05*. Es ist zu erkennen, dass im Bereich der Profilnase ( $x/c < 0,02$ ) das Kriterium nicht eingehalten wird.

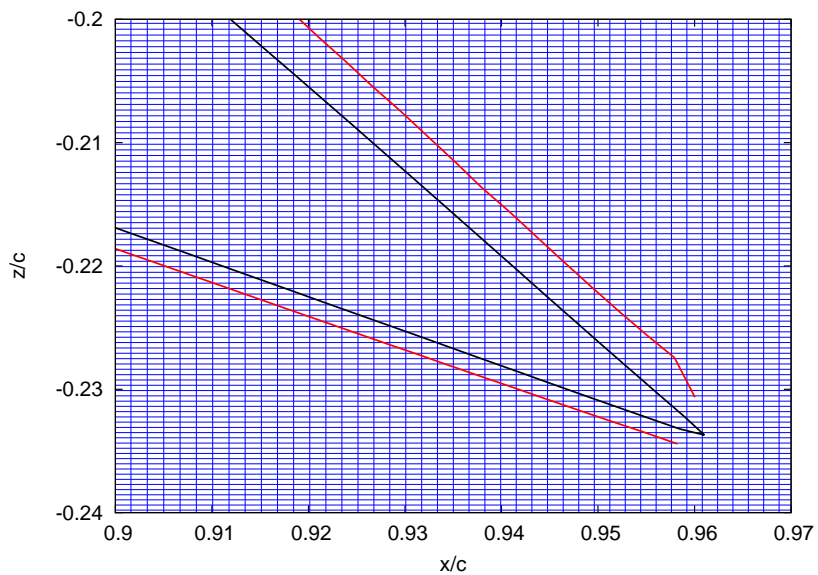


**Abbildung 4.10:** Rechengitter im Bereich der Profilhinterkante sowie Linien  $\delta^+ = 10$  der Simulation *L05* (rot).

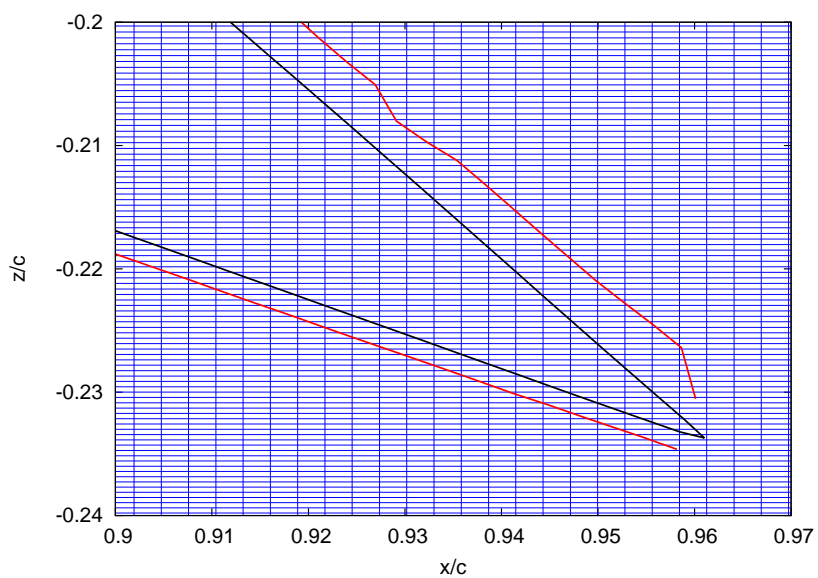
Hingegen ist die Gitterauflösung ab dem Bereich der laminaren Ablöseblase ( $0,04 \leq x/c \leq 0,18$ ) als ausreichend zu betrachten. Der Ausschlag im Verlauf markiert die Grenzschichtablösung. In Abbildung 4.12 ist der Bereich der Profilhinterkante dargestellt.

Durch die gewählte Auflösung in Querströmungsrichtung ist sichergestellt, dass sowohl die turbulente Strömung auf der Saugseite des Profils, wie auch die laminare Strömung auf dessen Druckseite hinreichend aufgelöst wird.

Da sich die Rechengitter der Simulationen *L05* und *L10* im Bereich der Hinterkante am stärksten unterscheiden, ist in Abbildung 4.12 dieser Bereich noch einmal gesondert für die Simulation *L10* wiedergegeben. Trotz der in Hauptströmungsrichtung 77 Prozent größeren Maschen liegen auch bei diesem Gitter stets drei Maschen unterhalb von  $\delta^+ = 10$ .



**Abbildung 4.11:** Rechengitter im Bereich der Profilhinterkante sowie Linie  $\delta^+ = 10$  der Simulation *L05* (rot).



**Abbildung 4.12:** Rechengitter im Bereich der Profilhinterkante sowie Linie  $\delta^+ = 10$  der Simulation *L10* (rot).

### 4.2.2 Randbedingungen

Als Geschwindigkeitsrandbedingung am Einströmrand wird für die Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung ein Rechteckprofil vorgegeben. Am Ausströmrand wird eine konvektive Randbedingung nach NA und MOIN (1996) eingesetzt. Diese beruht auf folgender vereinfachten Transportgleichung für die momentanen Geschwindigkeiten:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + U_c \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x} = 0. \quad (4.1)$$

Es ist naheliegend, die Konvektionsgeschwindigkeit  $U_c$  räumlich zu variieren, wobei zusätzlicher Aufwand zur Erfüllung der globalen Massenbilanz betrieben werden muss. LE und MOIN (1995) haben allerdings gezeigt, dass die Unterschiede zwischen Simulationen mit variabler und mit konstanter Geschwindigkeit  $U_c$  vernachlässigbar sind, weshalb  $U_c$  auf den Wert des Einströmprofils gesetzt wird. Diskretisiert man Gleichung (4.1) mit einem Eulerzeitschritt, erhält man für die erste Masche außerhalb des Berechnungsgebiets

$$\bar{u}_i^{(n+1)}|_{N_x+1,j,k} = \bar{u}_i^{(n)}|_{N_x+1,j,k} - \frac{\Delta t U_c}{2\Delta x} (\bar{u}_i^{(n)}|_{N_x+1,j,k} - \bar{u}_i^{(n)}|_{N_x-1,j,k}). \quad (4.2)$$

In Spannweitenrichtung wird die Strömung als periodisch angenommen. Auf der Tragflügeloberfläche wird stets die Erfüllung der Haft- und Undurchlässigkeitsbedingung gefordert. In der Simulation *L05* wird auf den Kanalwänden Haften verwendet. Um den Vergleich mit der Simulation von JOVIČIĆ und BREUER (2004) zu ermöglichen, wird bei der Simulation *L10* Gleiten verwendet.

### 4.2.3 Zeitschritt und benötigte Computerressourcen

Der explizite Zeitschritt beträgt bei der Simulation *L05*  $2,0 \cdot 10^{-5} c/U_\infty$  und bei der Simulation *L10*  $1,5 \cdot 10^{-5} c/U_\infty$ . Die Rechnungen werden auf dem Bundeshöchstleistungsrechner Hitachi SR8000-F1 am Leibniz-Rechenzentrum in München durchgeführt, welcher mit 152 Knoten zu jeweils acht Prozessoren ausgerüstet ist. Für die Simulation *L05* mit 52 Millionen Gitterpunkten werden 24 Knoten, für die Simulation *L10* mit 96 Millionen Gitterpunkten 32 Knoten verwendet.



Zur Parallelisierung wird innerhalb der Knoten das von Hitachi entwickelte COMPASS System zur *shared memory* Parallelisierung eingesetzt wohingegen die Kommunikation zwischen den Knoten über MPI abgewickelt wird. Dazu wird das Berechnungsgebiet in eine der Anzahl der Knoten entsprechende Anzahl von Teilgebieten zerlegt.

Um das gesamte Strömungsfeld einen Zeitschritt  $\Delta t$  weiterzurechnen, benötigt die Simulation *L05* 4,62 Sekunden und die Simulation *L10* 4,84 Sekunden. Es werden circa 1,55 GFLOPs pro Sekunde und Knoten erreicht.

#### 4.2.4 Bildung der statistischen Mittelwerte

Für die statistische Auswertung der Simulationen werden die momentanen Strömungsgrößen in der als homogen betrachteten Spannweitenrichtung sowie zeitlich über 38,47 Problemzeiten  $c/U_\infty$  bei der Simulation *L05* und über 21,816 Problemzeiten bei der Simulation *L10* gemittelt. Die Stichproben werden alle 100 Zeitschritte entnommen.

## 4.3 Ergebnisse

### 4.3.1 Charakterisierung des Strömungszustands anhand von Momentanwerten

#### 4.3.1.1 Q-Kriterium und Wirbelstärke

Die sich einstellende Strömungskonfiguration wird durch die Dynamik der Scherschichten der Saug- und Druckseite des Tragflügelprofils sowie den zyklischen Prozess der Ablösung des Hinterkantenwirbels bestimmt. Die Strouhalzahl

$$Sr = f \frac{l}{U_\infty} = f \frac{c \sin(\alpha)}{U_\infty},$$

gibt die dimensionslose Frequenz des Ablösevorgangs an, wobei  $f$  die dimensionsbehaftete Frequenz und  $l$  die senkrecht zur Hauptströmungsrichtung projizierte Flügeltiefe als charakteristische Länge des Ablösevorgangs bezeichnet. Für den vorliegenden Strömungszustand gibt KINDLER ET AL. (2003) die Strouhalzahl mit  $Sr \approx 0,23$  an, woraus sich eine Periodendauer von  $T_s \approx 1,3 c/U_\infty$  ergibt. In Abbildung 4.13 ist das momentane Geschwindigkeitsfeld anhand des Q-Kriteriums zu verschiedenen Zeitpunkten einer Periode dargestellt. Das Q-Kriterium

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij} \Omega_{ij} - S_{ij} S_{ij})$$

gibt an, ob in der Strömung die Wirbelstärke, in Form der Rotationstensors

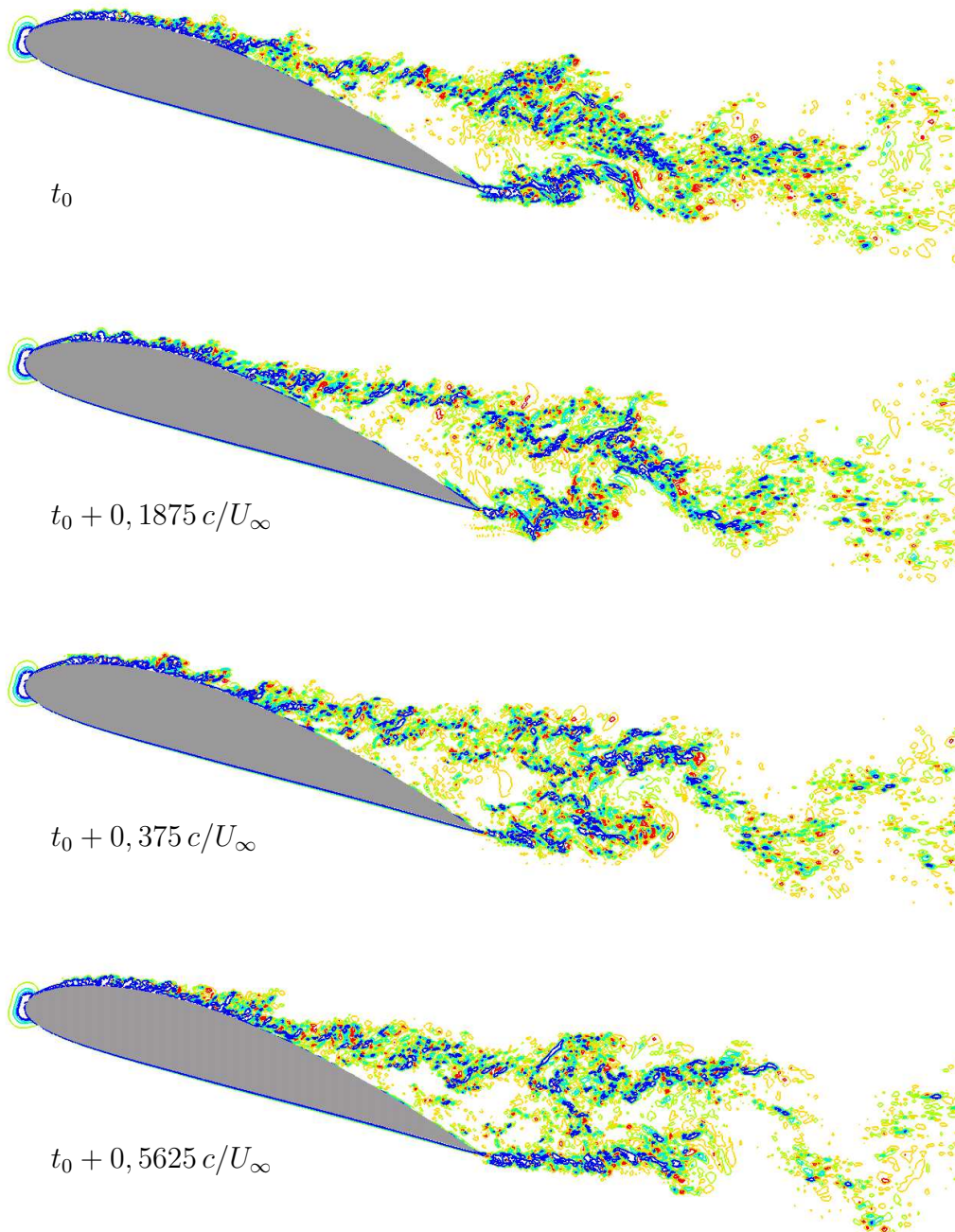
$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right),$$

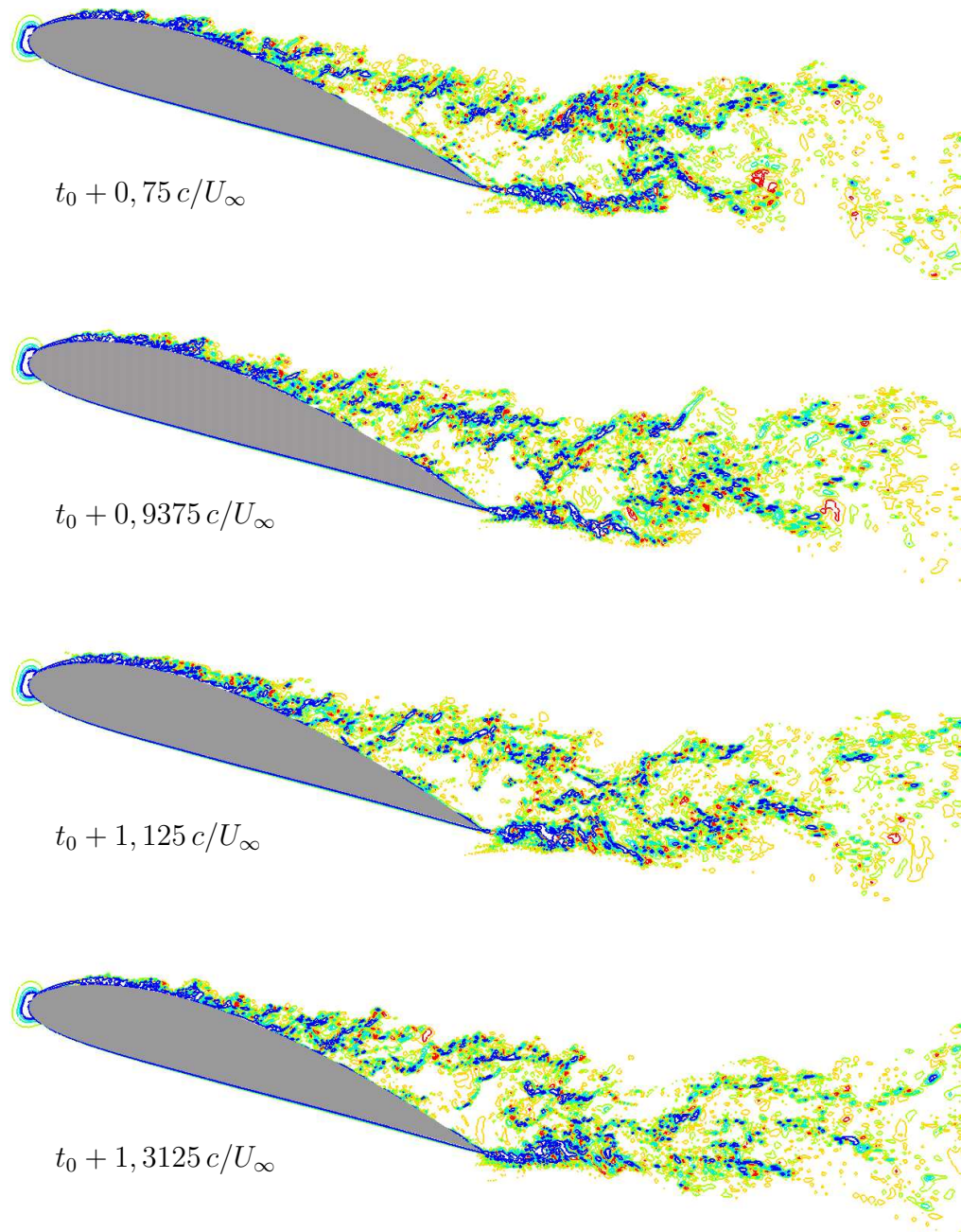
oder die Scherung

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

dominieren. Niedrige Werte, in Abbildung 4.13 in Blau- und Grüntönen wiedergegeben, deuten dabei auf eine Dominanz der Scherung, hohe Werte, durch Gelb- und Rotwerte dargestellt, auf eine Dominanz der Wirbelstärke hin.

In der in Abbildung 4.13 gewählten Darstellung treten zwei Scherschichten deutlich hervor. Eine geht von der ablösenden turbulenten Grenzschicht

(a) Zeiten  $t_0 \leq t \leq t_0 + 0,5625 c/U_\infty$



(b) Zeiten  $t_0 + 0,75 c/U_\infty \leq t \leq t_0 + 1,3125 c/U_\infty$ .

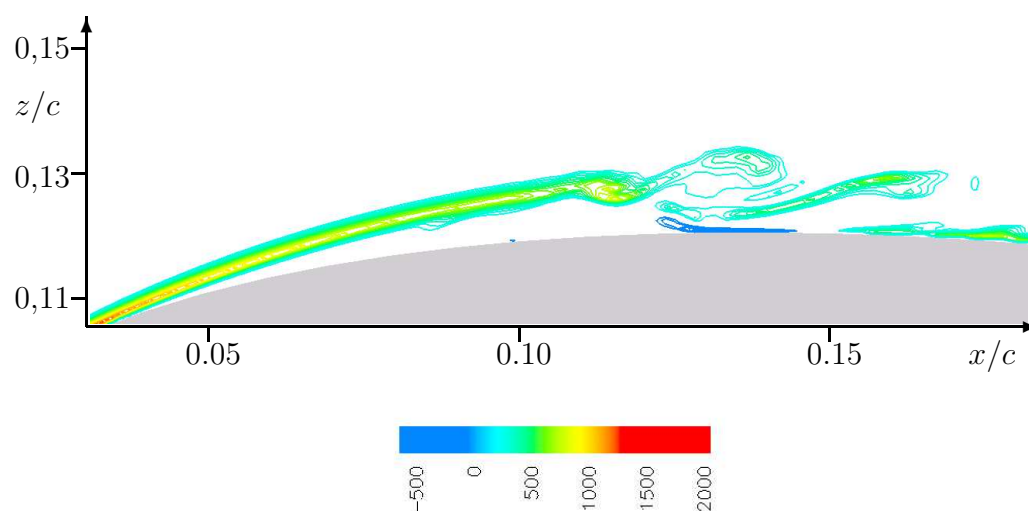
**Abbildung 4.13:** Darstellung des Wirbelablösevorgangs anhand von Iso-  
linien des Q-Kriteriums für einen in Spannweitenrichtung  
mittigen Querschnitt des momentanen Strömungsfelds.

der Saugseite des Tragflügelprofils aus, die andere von der Profilhinterkante. Innerhalb der Scherschichten treten lokal begrenzt hohe Werte des Q-Kriteriums auf, die auf eingelagerte Wirbelstrukturen hindeuten. Das Innere der Rezirkulationszone ist durch geringe Geschwindigkeitsgradienten gekennzeichnet. In ihrem Nachlauf beginnen die beiden Scherschichten miteinander zu interagieren, wobei die eingelagerten Wirbelstrukturen zunehmend das Strömungsbild dominieren. Nach etwa einer dreiviertel Sehnenlänge haben sich die Scherschichten soweit ausgeglichen, dass die großskaligen Wirbelstrukturen der Ablösung deutlich hervortreten. Das von EVANS (2004) bei niedrigeren Reynoldszahl beschriebene Aufrollen des Hinterkantenwirbels ist nur schwach ausgeprägt und zusätzlich stromab verlagert. In der zeitlichen Abfolge von Abbildung 4.13 ist erkennbar, dass sich Wirbelstrukturen hinter der Rezirkulationszone sammeln und periodisch abschwimmen.

Für einen detaillierten Einblick in die Dynamik der transitionellen Ablöseblase ist in Abbildung 4.14 die spanweitige momentane Wirbelvektorkomponente

$$\omega_y = \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)$$

normiert mit  $U_\infty$  und  $c$ , für den Bereich der Ablöseblase dargestellt. Gut zu erkennen sind die dünne Scherschicht oberhalb des laminaren Bereichs sowie die sich ausbildenden Instabilitäten deren Anwachsen stromab zum laminar-turbulenten Umschlag der Grenzschicht führen.



**Abbildung 4.14:** y-Komponente  $\omega_y$  der momentanen Wirbelstärke, normiert mit  $U_\infty$  and  $c$ .

## 4.3.1.2 Momentanes Druckfeld

Durch das Q-Kriterium und die Wirbelstärke werden vor allem kleinskalige Wirbelstrukturen sowie großskalige Scherungen sichtbar. Im Gegensatz dazu lassen sich im momentanen Druckfeld besonders großskalige Wirbelstrukturen gut erkennen. In Abbildung 4.15 ist der, mit  $\rho$  und  $U_\infty$  normierte, momentane Differenzialdruck  $(p - p_\infty)/(\frac{1}{2}\rho U_\infty^2)$  anhand von Isolinien in einer in Spannweitenrichtung mittigen  $(x,z)$ -Ebene dargestellt.

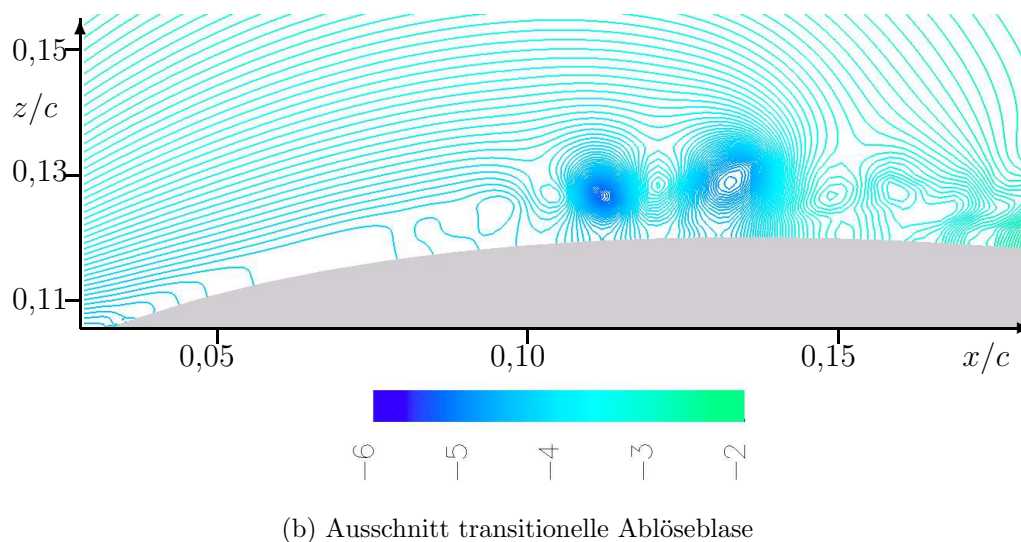
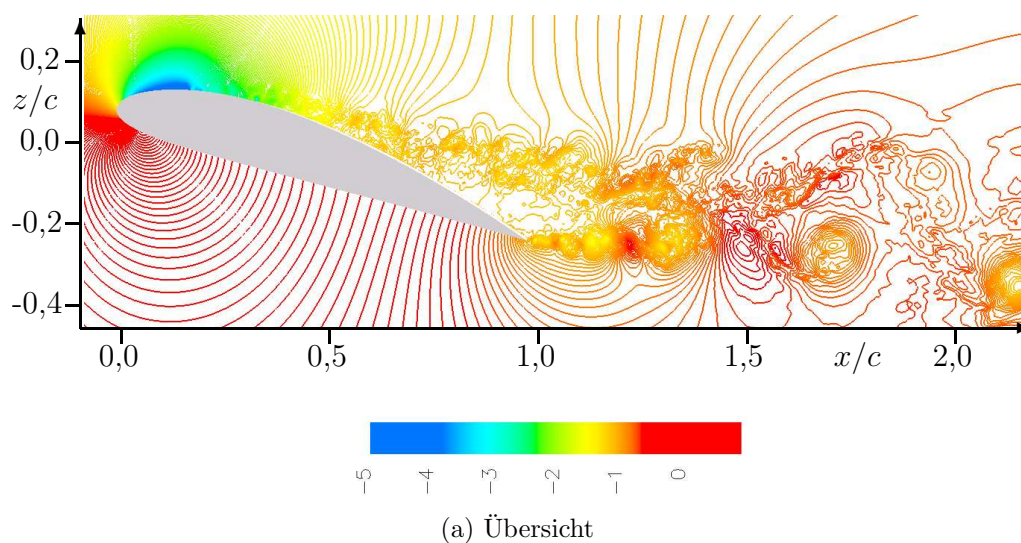
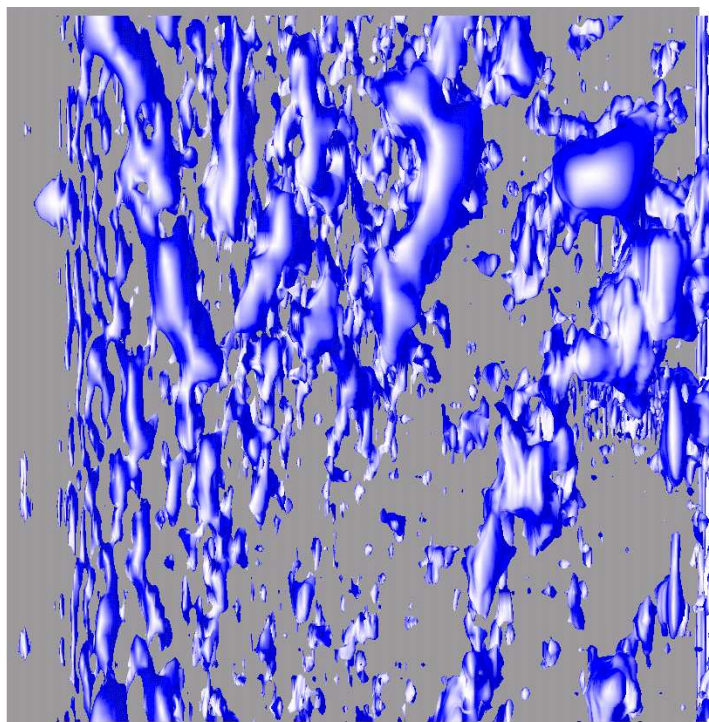


Abbildung 4.15: Momentaner Differenzialdruck, normiert mit  $1/2\rho U_\infty^2$ .

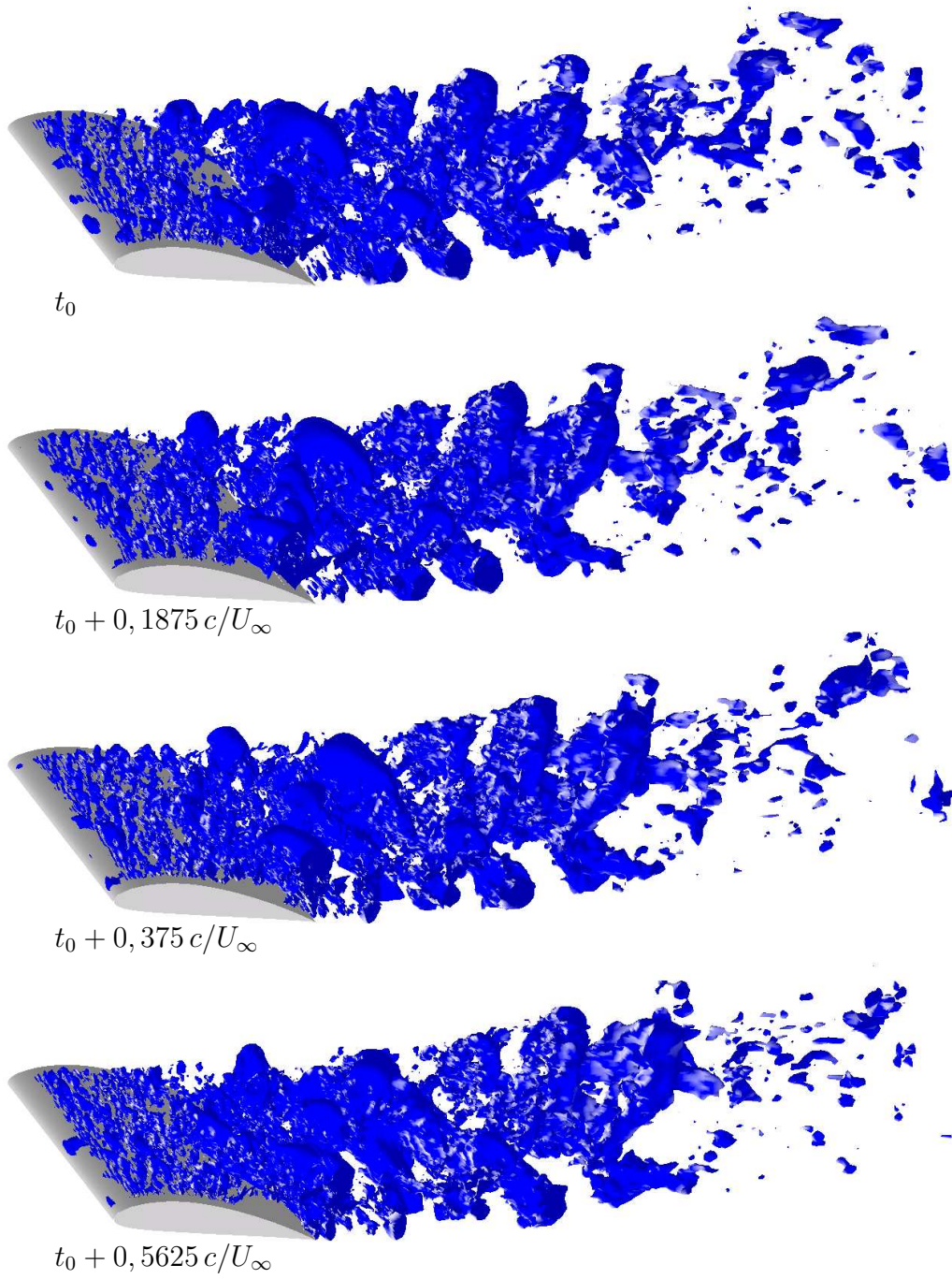


**Abbildung 4.16:** Isoflächen der Druckfluktuationen auf der Saugseite des Flügelprofils.

In der Übersicht treten die freien Scherschichten, die von der Saugseite und der Hinterkante des Profils ausgehen, deutlich hervor. Die eingelagerten Störungen der beiden Scherschichten interagieren stromab der Rezirkulationszone, was zur Ausbildung großer Wirbelstrukturen führt, die schließlich abschwimmen. Die Bildung der anfänglichen Druckstörungen im Bereich der transitionellen Ablöseblase wird im Ausschnitt 4.15(b) deutlich.

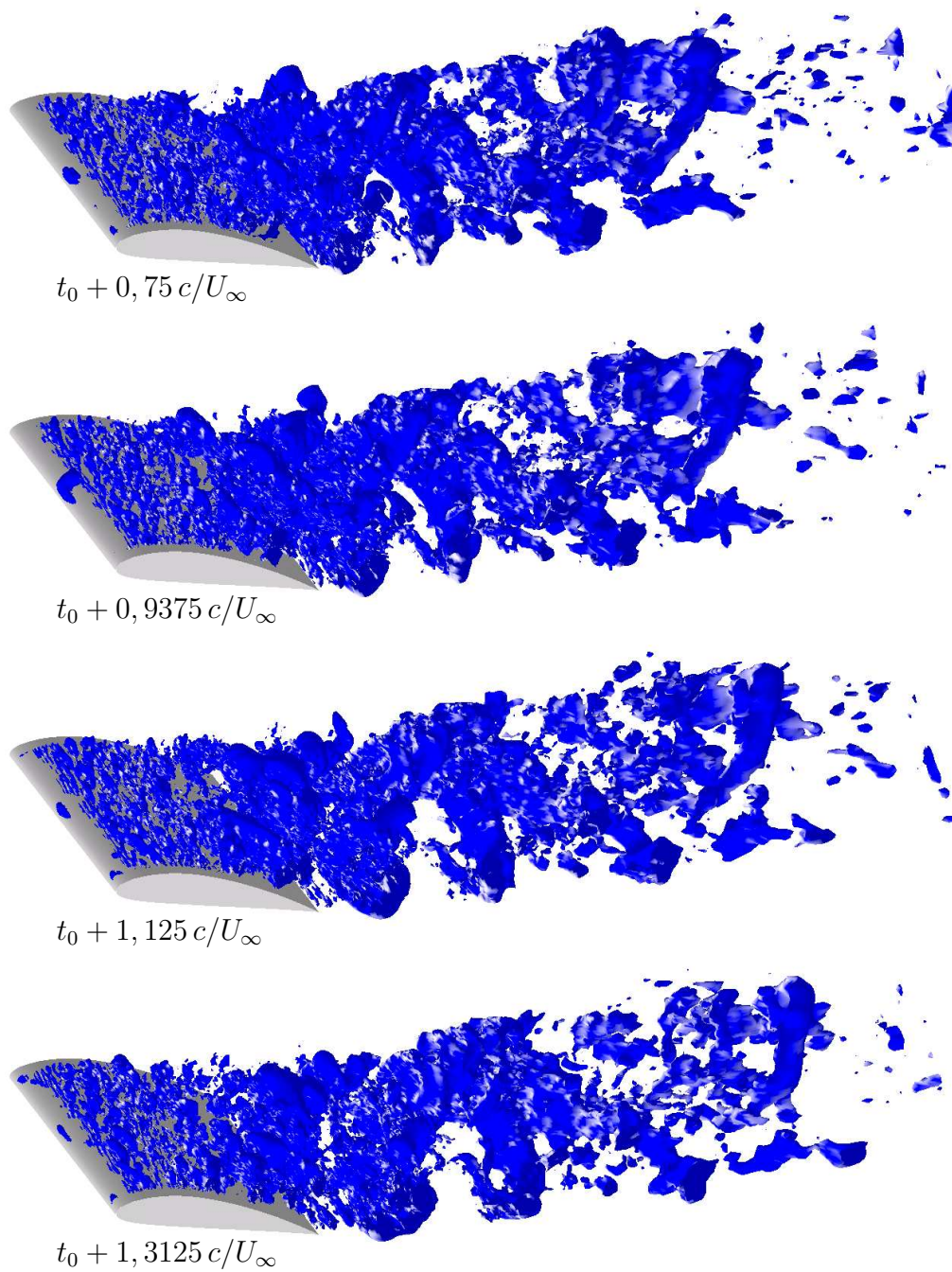
In Abbildung 4.16 sind die Druckfluktuationen als Flächen gleichen Drucks auf der Oberseite des Tragflügelprofils dargestellt. Die Druckfluktuationen wurden berechnet, indem vom momentanen Druckfeld der über die spannweite Richtung gemittelte Druck abgezogen wurde. Im Bereich der Profilnase sind kleine in Spannweitenrichtung langgestreckte Strukturen zu erkennen, deren Größe in Richtung auf die Hinterkante stark zunimmt. Die maximale Ausdehnung der Strukturen in Spannweitenrichtung beträgt etwa  $0,6c$ .

In Abbildung 4.17 sind die Druckfluktuationen im Nachlauf des Flügelprofils zu aufeinanderfolgenden Zeitpunkten einer Periode  $T_s$  dargestellt. Nach der starken Zunahme der Größe der Wirbelstrukturen auf der Saugseite des Profils bilden sich hinter der Flügelhinterkante Wirbelstrukturen mit einem



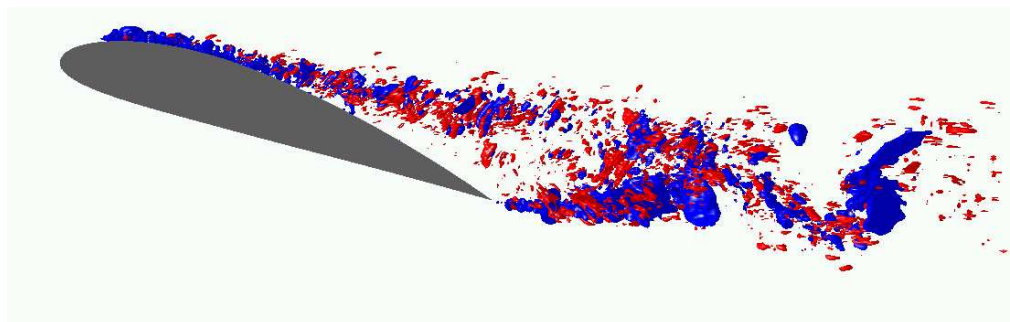
(a) Zeiten  $t_0 \leq t \leq t_0 + 0,5625 c/U_\infty$ .





(b) Zeiten  $t_0 + 0,75 c/U_\infty \leq t \leq t_0 + 1,3125 c/U_\infty$ .

**Abbildung 4.17:** Darstellung des Wirbeltransports anhand von Isoflächen der Druckfluktuationen.



**Abbildung 4.18:** Isoflächen der Druckfluktuationen (blau) und der turbulenten Viskosität  $\nu_t$  (rot).

deutlich zweidimensionalen Charakter aus. Während ihre Ausdehnung in Quer- und Hauptströmungsrichtung weniger als eine halbe Sehnenlänge beträgt, nehmen sie in Spannweitenrichtung die gesamte Breite des Berechnungsgebiets von einer Sehnenlänge ein. Etwa eine Sehnenlänge stromab von der Profilhinterkante setzt der Zerfall der großskaligen Wirbelstrukturen verstärkt ein.

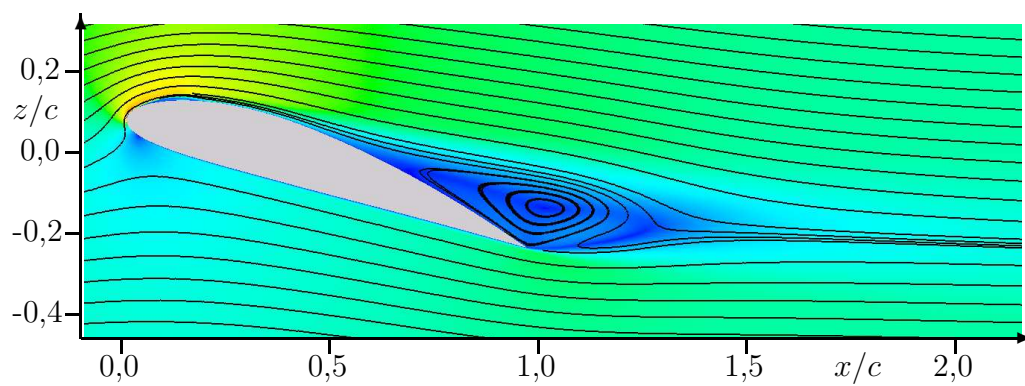
#### 4.3.1.3 Modellviskosität

Eine Schwäche des klassischen Smagorinsky-Modells ist, dass das Modell aufgrund der Scherrate der Strömung in der Nähe von Wänden zu hohe Werte liefert. In Abbildung 4.18 sind die, durch das verwendete dynamische Smagorinsky-Modell nach Meneveau berechnete, Modellviskosität  $\nu_t$  sowie die Druckfluktuationen anhand von Isoflächen für einen in Spannweitenrichtung mittigen Querschnitt dargestellt. Die modellierte Viskosität folgt eng den durch die Druckfluktuationen visualisierten turbulenten Strukturen. Die Bereiche an der Profilnase sowie die Druckseite des Profils hingegen liefern, wie erwartet, praktisch keine Modellviskosität.

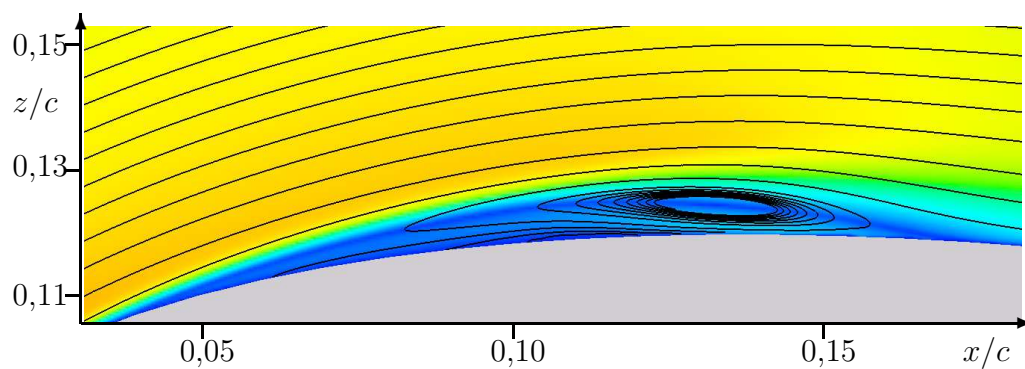
### 4.3.2 Mittlere Felder

#### 4.3.2.1 Querschnitte

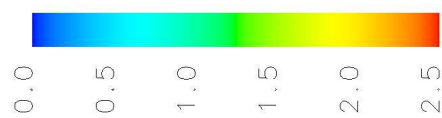
In Abbildung 4.19 sind die Stromlinien sowie der Betrag des gemittelten Strömungsfeldes für einen in Spannweitenrichtung mittigen Querschnitt wiedergegeben.



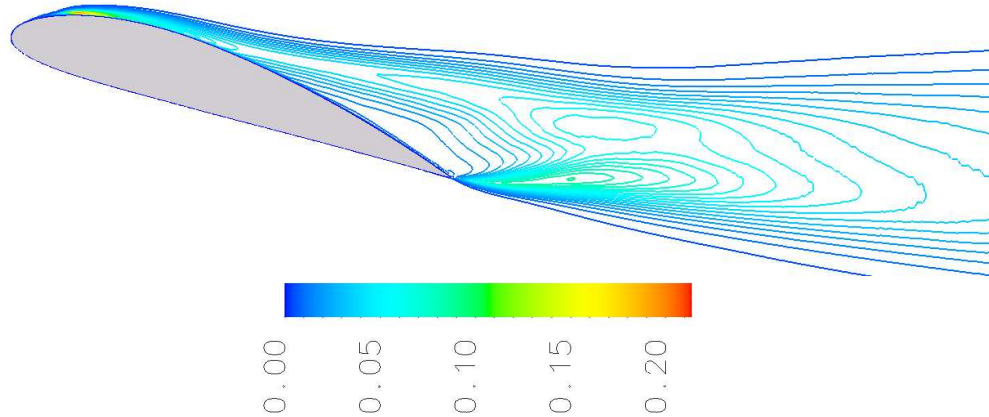
(a) Übersicht



(b) Ausschnitt transitionelle Ablöseblase.



**Abbildung 4.19:** Betrag und Stromlinien des gemittelten Geschwindigkeitsfelds



**Abbildung 4.20:** Linien gleicher turbulenter Energie  $k$  in einem in Spannweitenrichtung mittigen Querschnitt.

In der Übersicht von Abbildung 4.19(a) sind die Beschleunigung der Strömung im Bereich der Profilnase sowie die Ausdehnung der Rezirkulationszone im Bereich der Profilhinterkante gut zu erkennen. In Abbildung 4.19(b) ist ein Teil der laminaren Ablöseblase vergrößert dargestellt. Der Kern der Rezirkulationszone befindet sich im hinteren Teil der Ablöseblase. Zwischen ihm und der Wand wird Fluid mit einer Geschwindigkeit von etwa der halben ungestörten Anströmgeschwindigkeit entgegen der Hauptströmungsrichtung transportiert. Direkt vor dem Kern befindet sich eine flache wandnahe Zone mit sehr langsamem Fluid. Dies führt, wie weiter unten dargestellt, zu einer starken Variation der Wandschubspannung.

In Abbildung 4.20 ist die aufgelöste turbulente kinetische Energie normiert mit der Geschwindigkeit der ungestörten Anströmung

$$k = \frac{1}{2} \langle \overline{u_i'' u_i''} \rangle / U_\infty^2 \quad (4.3)$$

dargestellt. Diese erreicht ein absolutes Maximum von  $k = 0,21365$  in der von der laminaren Ablöseblase ausgehenden Scherschicht und ein Nebenmaximum von etwa  $k = 0,1$  in der von der Profilhinterkante ausgehenden Scherschicht. Ein drittes, eher schwach ausgeprägtes, Maximum befindet sich stromab der turbulenten Ablöseblase in einem Bereich, in dem die sich ablösenden großskaligen Wirbel aufrollen, bevor sie endgültig stromab konvektiert werden.

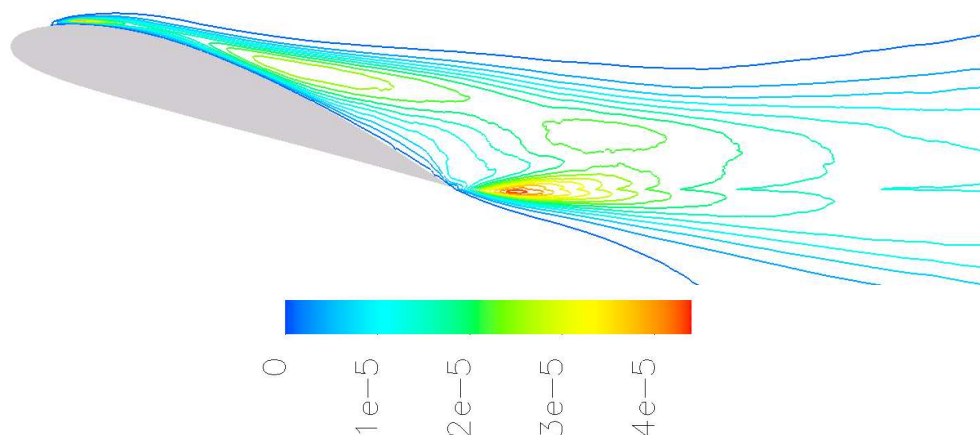


Abbildung 4.21: Linien gleicher Modellviskosität  $\nu_t$ .

Die in Abbildung 4.21 dargestellte Modellviskosität  $\nu_t$  besitzt eine ähnliche Verteilung wie die oben behandelte turbulente kinetische Energie.

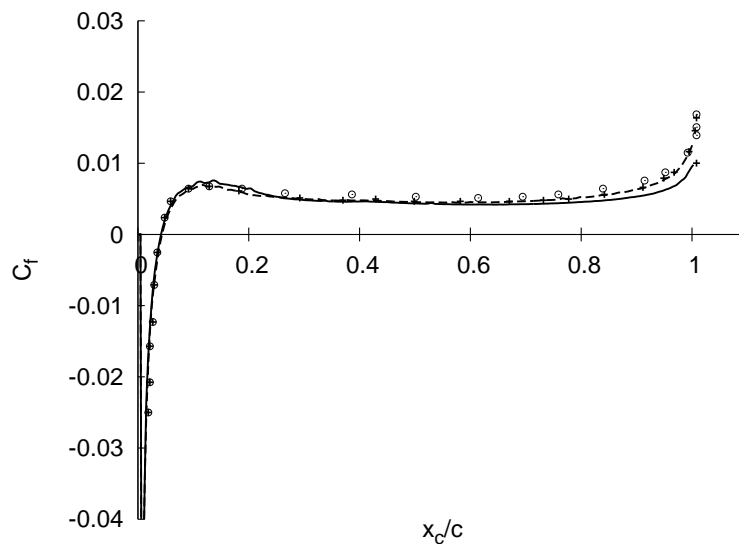
Zusätzlich zu den Maxima stromab der laminaren Ablöseblase, der Profilhinterkante und der turbulenten Rezirkulationszone ist aber ein weiteres Maximum auf der Saugseite des Profils zu erkennen. Dieses ist, ebenso wie die Herzform des Maximums stromab der Profilhinterkante, wahrscheinlich auf den Einfluss der Gitterweite zurückzuführen.

### 4.3.3 Wandreibung und Druckbeiwert

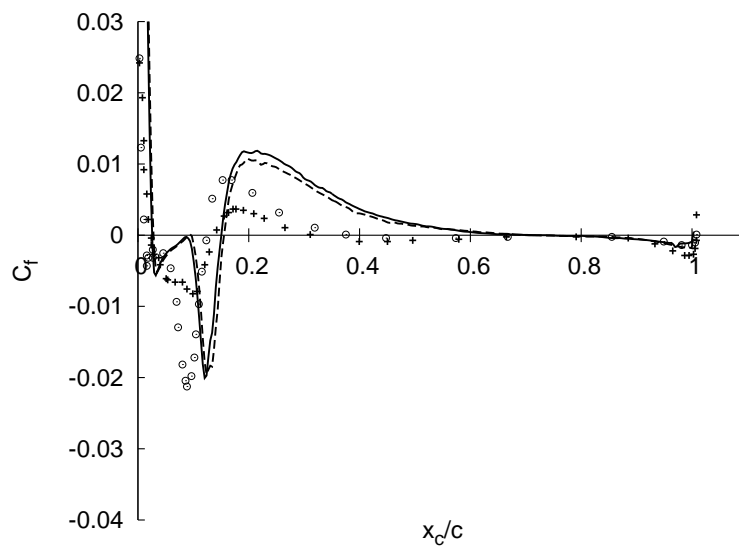
Der Verlauf des mittleren Reibungsbeiwertes

$$C_f = \frac{\langle \tau_w \rangle}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (4.4)$$

ist in Abbildung 4.22 jeweils für die Saug- und Druckseite des Profils, wiedergegeben. Für die Verläufe des Reibungsbeiwertes sowie des mittleren Druckbeiwertes  $C_p$  liegen Vergleichsdaten von JOVIČIĆ und BREUER (2004) vor. Der Nulldurchgang der Kurve auf der Druckseite des Profils kennzeichnet die Lage des Staupunkts. Der Teil der Strömung, der vom Staupunkt aus die Nase umströmt, wird hier entgegen der Koordinatenrichtung umgelenkt, was den negativen Kurvenabschnitt bewirkt. Im weiteren Verlauf bis etwa  $x/c = 0,8$  stimmen alle Verläufe gut überein. Im Bereich der Hinterkante liefert die Simulation *L10* niedrigere Werte als die übrigen Simulationen. Dies



(a) Druckseite



(b) Saugseite

**Abbildung 4.22:** Verlauf des mittleren Wandreibungskoeffizienten  $C_f$ .  
 - - - Simulation  $L05$ , — Simulation  $L10$ , + Dynamisches Smagorinsky-Modell (JOVIČIĆ und BREUER, 2004),  $\odot$  Smagorinsky-Modell (JOVIČIĆ und BREUER, 2004).

kann mit der, in diesem Bereich, gegenüber der Simulation *L05* reduzierten Auflösung der Simulation *L10* erklärt werden.

Auf der Saugseite des Profils ergeben sich aufgrund der Ablösungen naturgemäß größere Unterschiede zwischen den verschiedenen Simulationen. Im Bereich der laminaren Ablöseblase ist ein Wiederansteigen des Reibungsbeiwertes auf nur geringe negative Werte zu beobachten, bevor der Verlauf der Kurve im hinteren Teil der Blase den größten negativen Wert von  $C_f = -0,02$  annimmt. Dieser Verlauf ist konsistent mit der in Abbildung 4.19(b) dargestellten Struktur des Blaseninnern. Im Anschluß an die laminare Ablöseblase legt die Strömung wieder an das Profil an und erreicht das positive Maximum des Reibungsbeiwertes von etwa 0,01. Durch die Verzögerung der Strömung auf der Saugseite sinkt der Beiwert, bis durch Werte nahe Null beziehungsweise negative Werte die turbulente Rezirkulationszone angezeigt wird. Zwischen den beiden Simulationen *L05* und *L10* sind geringe Unterschiede, besonders im Betrag des positiven Maximums, zu erkennen. Die Kurven von JOVIČIĆ und BREUER (2004) weichen dagegen stärker ab: Die Simulation mit dem Smagorinsky-Modell erreicht in etwa den gleichen Betrag des negativen Maximums, dieses liegt aber etwas stromauf des Maximums der hier vorliegenden Arbeit. Das Dynamische Modell sagt deutlich niedrigere Werte des Maximums bei in etwa gleichbleibender Position voraus. Der Wiederanstieg der Reibung nach dem negativen Maximum ist nur schwach ausgeprägt und die laminare Ablöseblase ist insgesamt etwas kürzer. Im Bereich des Wiederanlegens der Strömung erreichen die Simulation von JOVIČIĆ und BREUER (2004) deutlich niedrigere Maxima und die turbulente Ablösung liegt deutlich weiter stromauf.

Der gemittelte Druckbeiwert

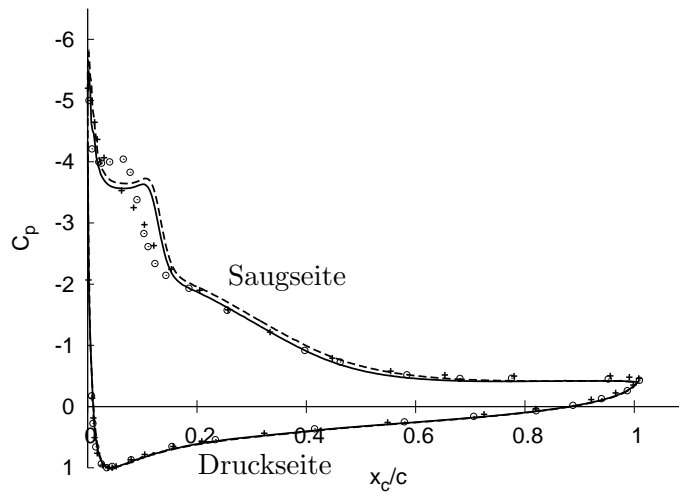
$$C_p = \frac{\langle \bar{p} \rangle - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \quad (4.5)$$

ist in Abbildung 4.23 dargestellt. Der in der Definition auftretende Druck der ungestörten Anströmgeschwindigkeit  $p_\infty$  wird dazu nach

$$p_\infty = p_{SP} - \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \quad (\text{nach Satz von Bernoulli}) \quad (4.6)$$

als Funktion des Drucks im Staupunkt  $p_{SP}$  ausgedrückt. Auf der Saugseite des Profils zeichnen sich zwei Plateaus deutlich ab – eines im Bereich der laminaren Ablöseblase, das andere im Bereich der turbulenten Ablösung.

Auf der Saugseite fällt der Druck nach Erreichen des Maximums am Stau-  
punkt der Strömung stetig ab. Zwischen den beiden Simulationen  $L05$  und  
 $L10$  lassen sich geringe Unterschiede im Bereich der laminaren Ablöseblase  
und des Wiederanlegens beobachten. Auch im Vergleich zu den Simulationen  
von JOVIČIĆ und BREUER (2004) treten die größten Differenzen in diesem  
Bereich auf. Das Plateau der laminaren Ablöseblase ist bei der Simulation mit  
dem Dynamischen Smagorinsky-Modell nicht sichtbar und bei der Simulation  
mit dem Smagorinsky-Modell kürzer und auf einem niedrigeren Druckniveau  
gelegen.



**Abbildung 4.23:** Verlauf des mittleren Druckbeiwerts  $C_p$ . - - - Simulation  
 $L05$ , — Simulation  $L10$ , + Dynamisches Smagorinsky-  
Modell (JOVIČIĆ und BREUER, 2004), ⊙ Smagorinsky-  
Modell (JOVIČIĆ und BREUER, 2004).

In Tabelle 4.3 sind die integralen Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte be-  
zogen auf die Spannweite eins wiedergegeben. Diese sind definiert als

$$C_a = \frac{A}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2 c} \quad C_w = \frac{W}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2 c}$$

wobei  $A$  den Auftrieb und  $W$  den Widerstand bezeichnen. Mit  $\Delta C_a$  und  
 $\Delta C_w$  werden die relativen Änderungen bezogen auf den jeweiligen Wert der  
Simulation  $L10$  benannt:

$$\Delta C_a = \frac{C_a}{C_{a,L10}} - 1 \quad \Delta C_w = \frac{C_w}{C_{w,L10}} - 1.$$



Simulation	$C_a$	$\Delta C_a$ [%]	$C_w$	$\Delta C_w$ [%]
Xfoil	1,424	-6,5	0,097	-11,8
Smagorinsky-Modell (JOVIČIĆ und BREUER, 2004)	1,532	0,59	0,128	16,3
Dynamisches Smagorinsky-Modell (JOVIČIĆ und BREUER, 2004)	1,545	1,44	0,126	14,5
L05	1,594	4,66	0,109	-1,1
L10	1,523	Datum	0,110	Datum

**Tabelle 4.3:** Integrale Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte.

Mit dem Panel-Verfahren Xfoil (DRELA, 2001) ergeben sich generell niedrigere Beiwerte als für die LES-Rechnungen. Im Vergleich der Auftriebsbeiwerte, zwischen den Simulationen von JOVIČIĆ und BREUER (2004) und den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit zeigt sich deutlich, dass sich Differenzen bei integralen Werten gegenseitig kompensieren können. Deshalb ergeben sich kleinere Unterschiede zwischen den Simulationen von Jovičić und den aktuellen Ergebnissen als innerhalb Letzterer. Bei der vorliegenden Konfiguration liefert das Druckfeld einen Beitrag in der Größenordnung von 90 Prozent des Widerstandsbeiwertes, der Rest wird von der Wandschubspannung erbracht.

#### 4.3.4 Profile der mittleren Felder

Im folgenden Abschnitt werden die Profile der gemittelten Geschwindigkeitskomponenten  $\langle \bar{u} \rangle$ ,  $\langle \bar{v} \rangle$  und  $\langle \bar{w} \rangle$  des Betrags der Geschwindigkeit in der (x,z)-Ebene ( $\langle \bar{u} \rangle^2 + \langle \bar{w} \rangle^2$ )<sup>1/2</sup>, dem aufgelösten Teil der RMS-Werte der Geschwindigkeitskomponenten  $\langle \bar{u}'' \bar{u}'' \rangle^{1/2} / U_\infty$ ,  $\langle \bar{v}'' \bar{v}'' \rangle^{1/2} / U_\infty$ ,  $\langle \bar{w}'' \bar{w}'' \rangle^{1/2} / U_\infty$  und der Reynoldsschen Schubspannung  $\langle \bar{u}'' \bar{w}'' \rangle / U_\infty^2$  sowie der aufgelösten turbulenten Energie  $k$  behandelt. Alle Profile sind über der Querströmungsrichtung  $z$  aufgetragen.

Für einen Teil der Werte liegen Vergleichsdaten der experimentellen Studie von KINDLER ET AL. (2003) vor. Diese wurden mit dem *particle image velocimetry (PIV)*-Verfahren gewonnen. Bei diesem Verfahren werden mittels digitaler Bildverarbeitung Geschwindigkeitsdaten aus mit einer CCD-Kamera aufgenommenen Bildern des Strömungsgebiets errechnet. Für die in Spannweitenrichtung mittige Querschnittsebene liegen Daten aus drei teilweise überlappenden Bildausschnitten vor, die von unterschiedlichen Kamerapositionen aus aufgenommen wurden. In den überlappenden Bereichen sind jeweils beide Datensätze dargestellt.

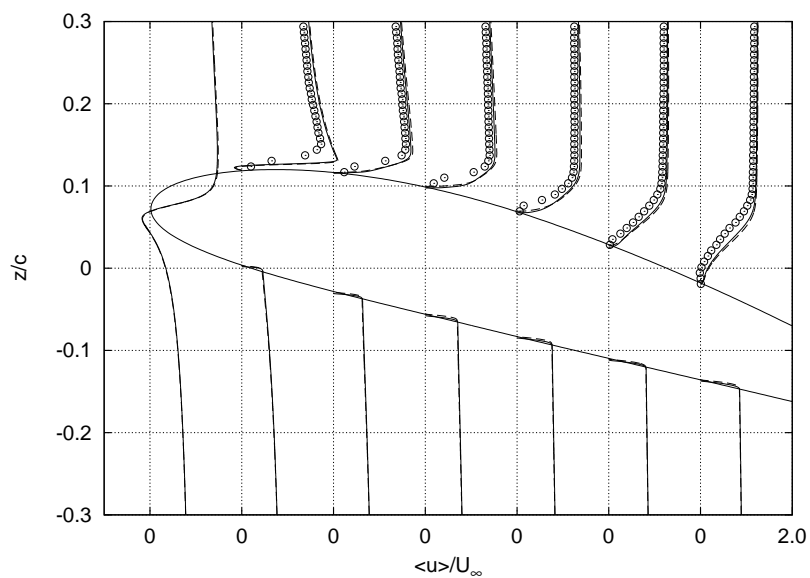
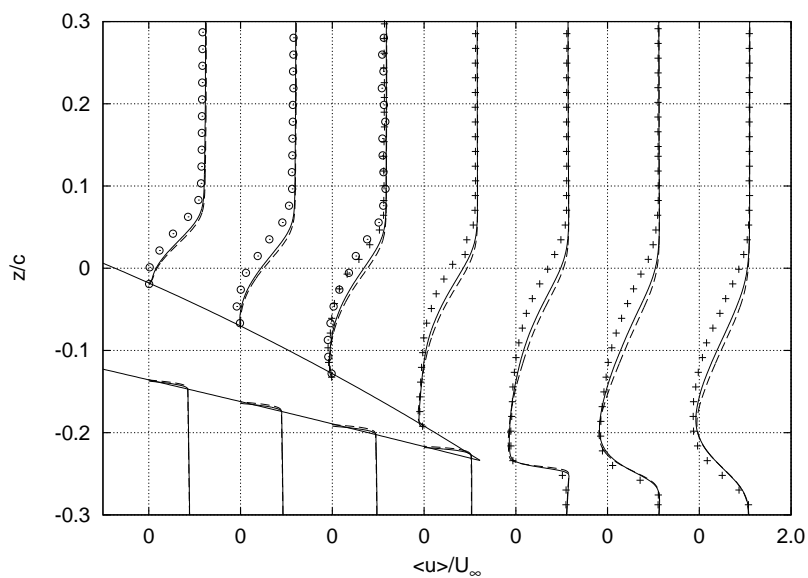
#### 4.3.4.1 Geschwindigkeit

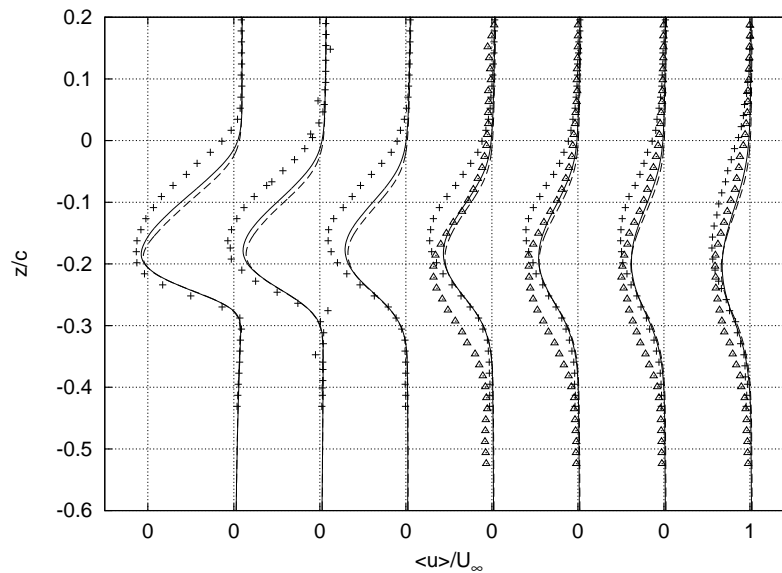
In den Profilen der mittleren Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung, dargestellt in Abbildung 4.24, sind die negativen Bereiche der Kurvenverläufe in den beiden Ablösungsgebieten zu erkennen. Die größten Übergeschwindigkeiten treten bei der Überströmung des Profils im Bereich von etwa  $0,1x/c$  an der Profioberseite auf. Die ausgeprägten Geschwindigkeitsgradienten an der Profilunterseite sind auch an der Position  $1,0x/c$  im Nachlauf des Profils sichtbar. Weiter stromab baut sich das Geschwindigkeitsdefizit der Nachlauf-delle stetig ab und erreicht nach einer Sehnenlänge  $c$  einen Wert von  $0,24U_\infty$ . Die Werte des Experiments liegen generell etwas niedriger als die der Simulationen, wobei die Simulation mit der größeren Spannweite  $L10$  zwischen den experimentellen Daten und denen der Simulation  $L05$  liegt. Die größten Differenzen ergeben sich für die von der Saugseite ablösende Scherschicht. Der Ort der turbulenten Ablösung liegt im Experiment zwischen  $0,5x/c$  und  $0,6x/c$ , der der Simulationen bei etwa  $0,65x/c$ . Für die Positionen  $1,6x/c$  bis  $1,8x/c$  stimmen die Verläufe der Simulationen im oberen Bereich der Nachlauf-delle besser mit den *PIV*-Daten der einen Kammeraposition und im unteren Teil mit denen der benachbarten Kammeraposition überein.

In Abbildung 4.25 ist die Komponente in Spannweitenrichtung  $\langle \bar{v} \rangle / U_\infty$  in einem, gegenüber Abbildung 4.24, um den Faktor 100 größeren Maßstab wiedergegeben. Durch die hohe Intermittenz des turbulenten Nachlaufs gehen die Profile nicht auf Null zurück, sondern es verbleibt ein Betrag von maximal  $0,0097U_\infty$  für die Simulation  $L05$  und  $0,017U_\infty$  für die Simulation  $L10$ , der durch die Mittelwertbildung nicht beseitigt wurde.

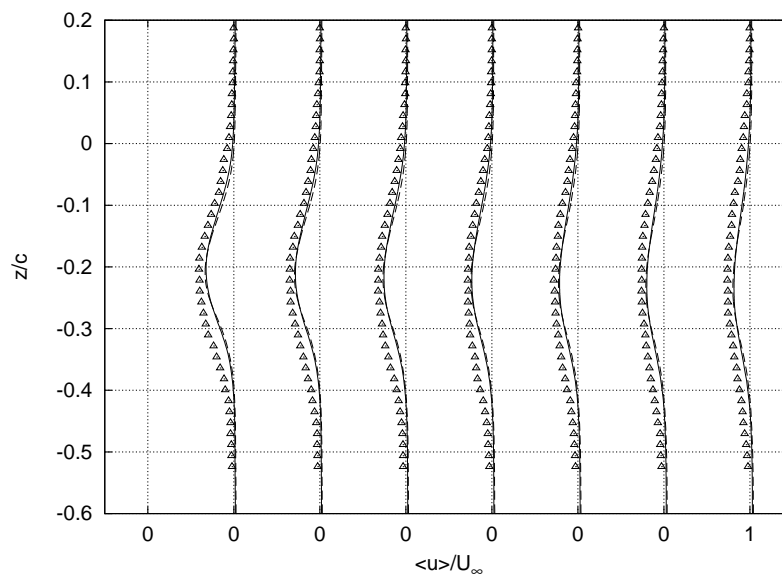
Für die in Abbildung 4.26 dargestellten Profile der mittleren Geschwindigkeit in Querströmungsrichtung ergeben sich relativ geringe Unterschiede zu den experimentell ermittelten Werten. Wie auch bei den Verläufen der Hauptströmungsrichtung liegen die größten Diskrepanzen im Bereich der Scherschicht die die turbulente Ablöseblase umgibt. Das Maximum der vertikalen Geschwindigkeit liegt in der Umströmung der Profilnase und beträgt  $1,9U_\infty$ .

Bei den in Abbildung 4.27 dargestellten Profilen des Betrags der mittleren Geschwindigkeit ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation im Bereich der Profilhinterkante. Differenzen sind hingegen vor allem im Bereich der oberen Scherschicht sichtbar. Der Ausgleich des Geschwindigkeitsdefizits der Nachlauf-delle (Positionen  $1,2x/c$  und folgende) läuft hier in der Simulation schneller ab als im Experiment.

(a) Positionen 0,0; 0,1 ... 0,6 [ $x/c$ ].(b) Positionen 0,6; 0,7 ... 1,2 [ $x/c$ ].

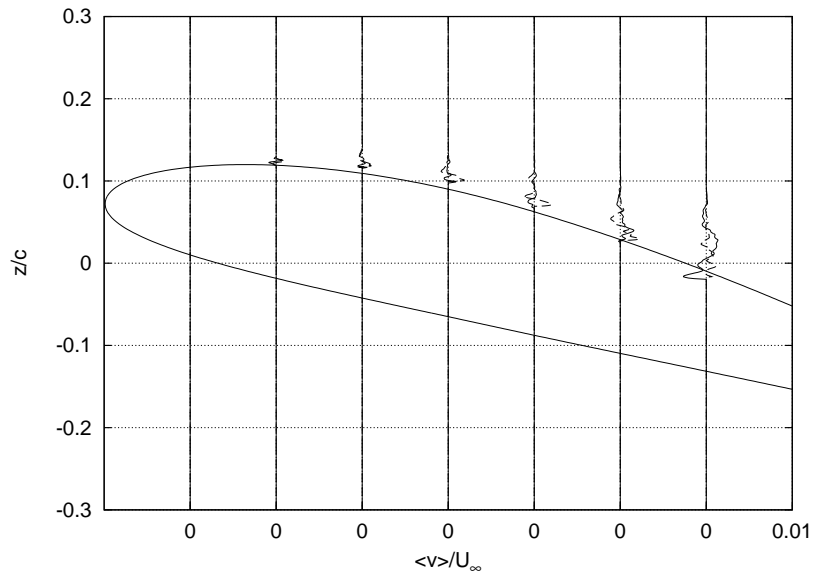
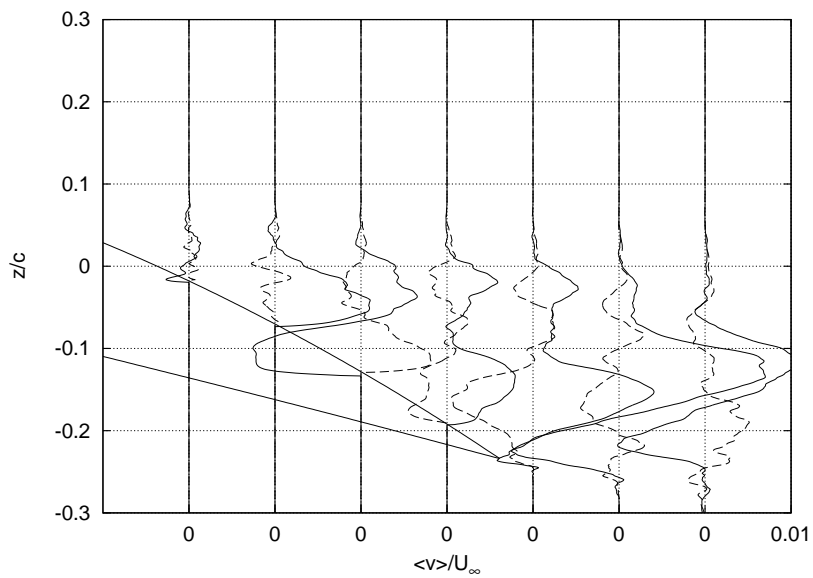


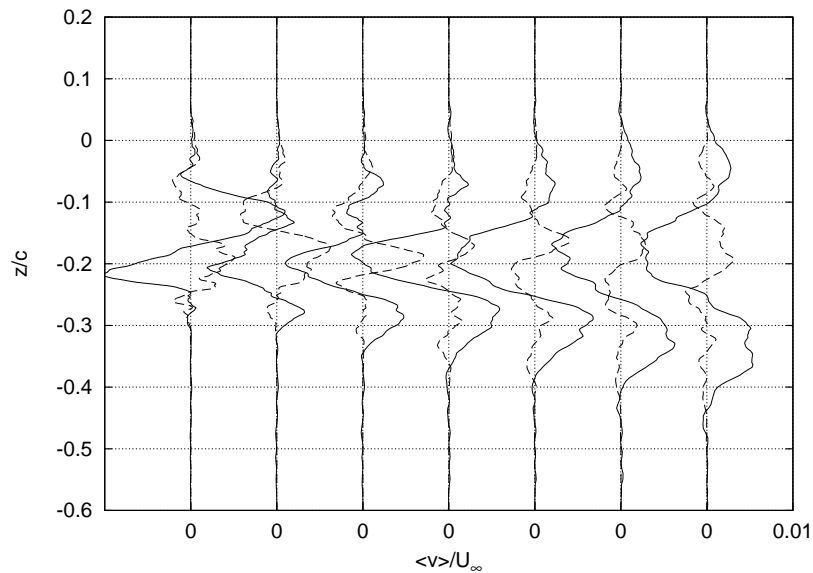
(c) Positionen 1,2; 1,3 ... 1,8  $[x/c]$ .



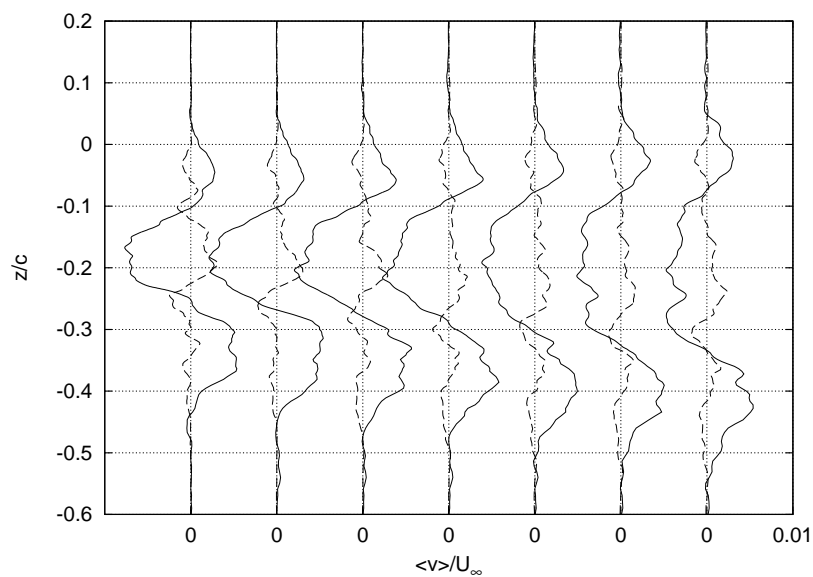
(d) Positionen 1,8; 1,9 ... 2,4  $[x/c]$ .

**Abbildung 4.24:** Gemittelte Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung.  
 —  $L05$ , - - -  $L10$ ,  $\odot$  PIV 1,  $+$  PIV 2,  $\triangle$  PIV 3.

(a) Positionen 0,0; 0,1 ... 0,6 [ $x/c$ ].(b) Positionen 0,6; 0,7 ... 1,2 [ $x/c$ ].

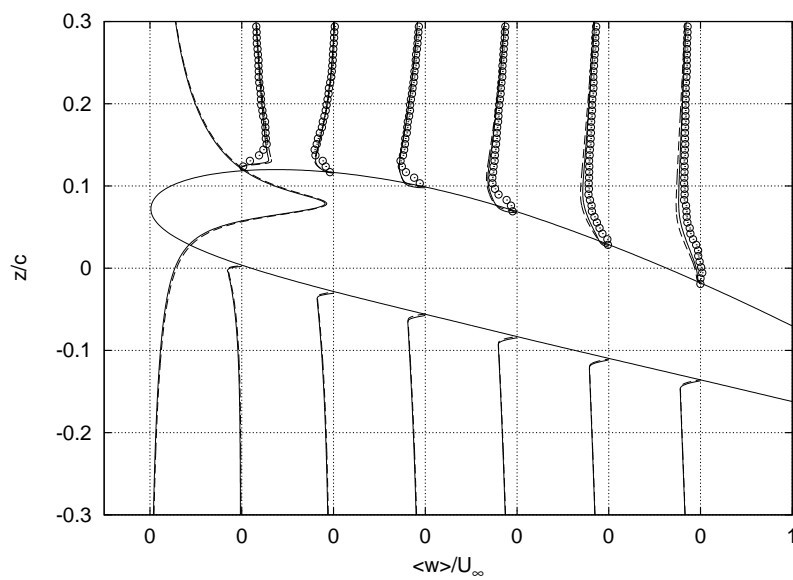
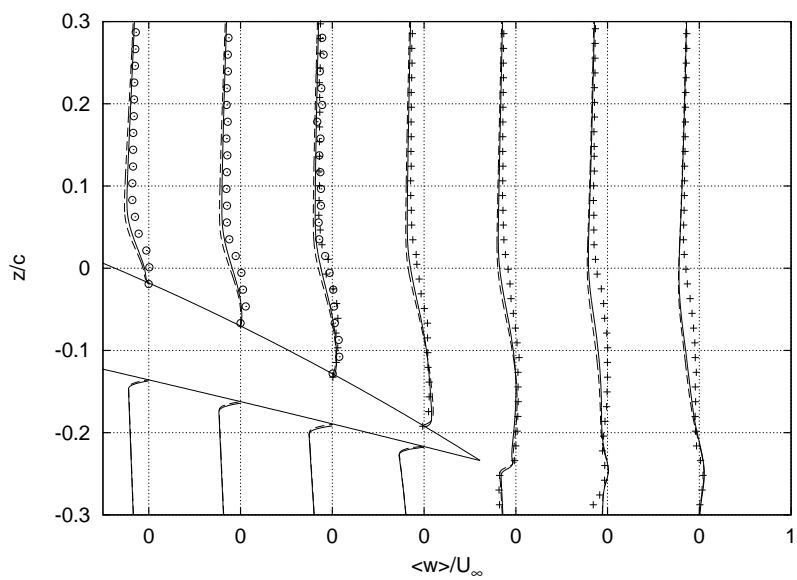


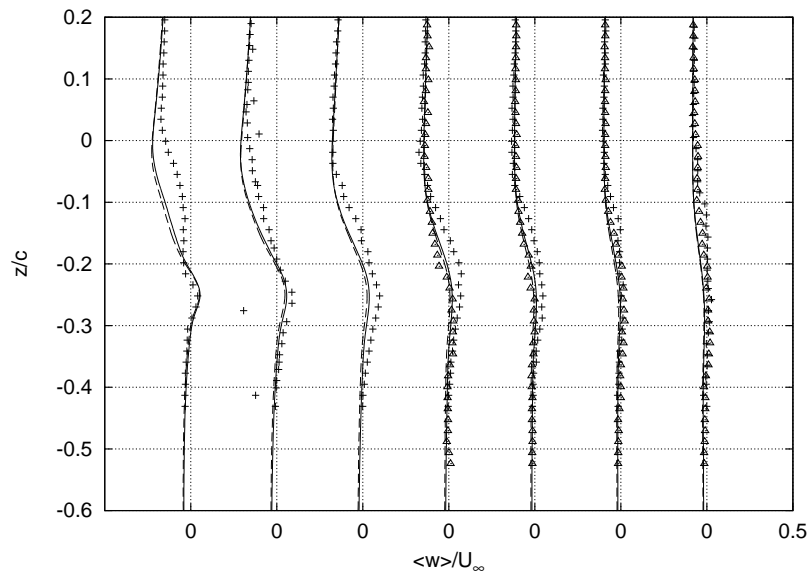
(c) Positionen 1, 2; 1, 3 ... 1, 8  $[x/c]$ .



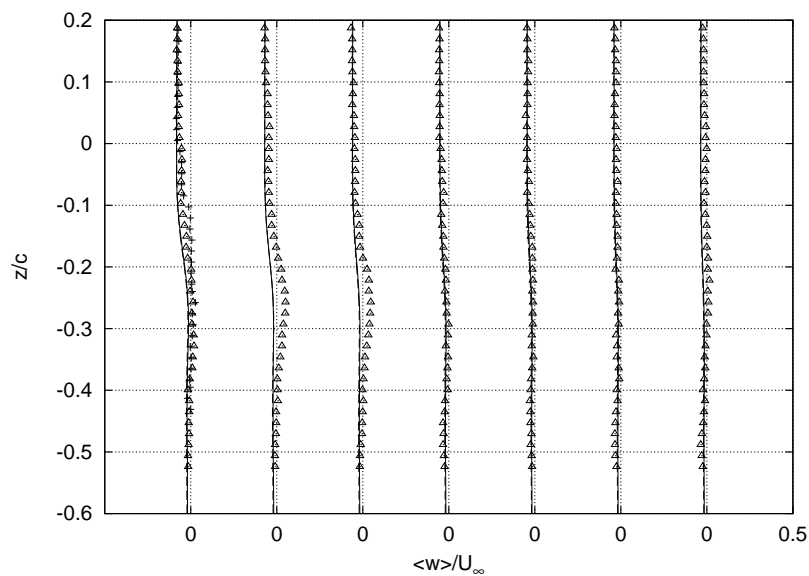
(d) Positionen 1, 8; 1, 9 ... 2, 4  $[x/c]$ .

**Abbildung 4.25:** Mittlere Geschwindigkeit in Spannweitenrichtung.  
 —  $L05$ , - - -  $L10$  (Maßstab um Faktor 100 vergrößert).

(a) Positionen 0,0; 0,1 ... 0,6 [ $x/c$ ].(b) Positionen 0,6; 0,7 ... 1,2 [ $x/c$ ].



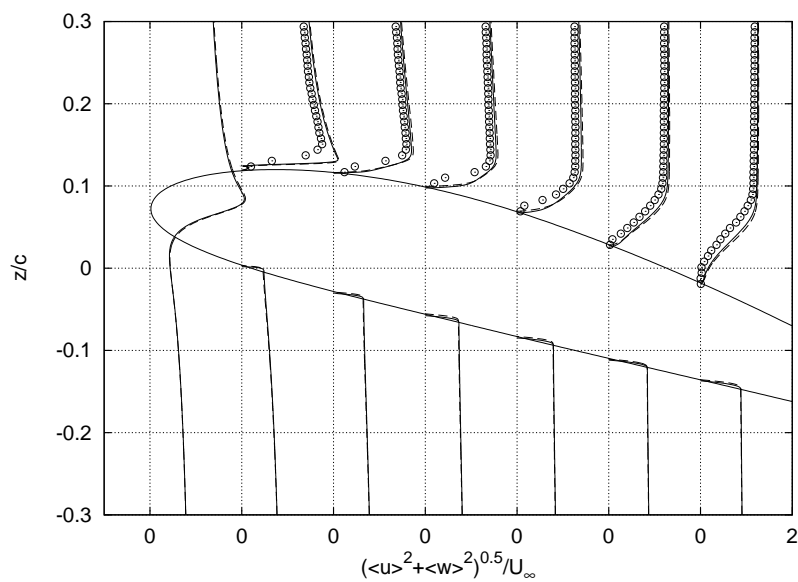
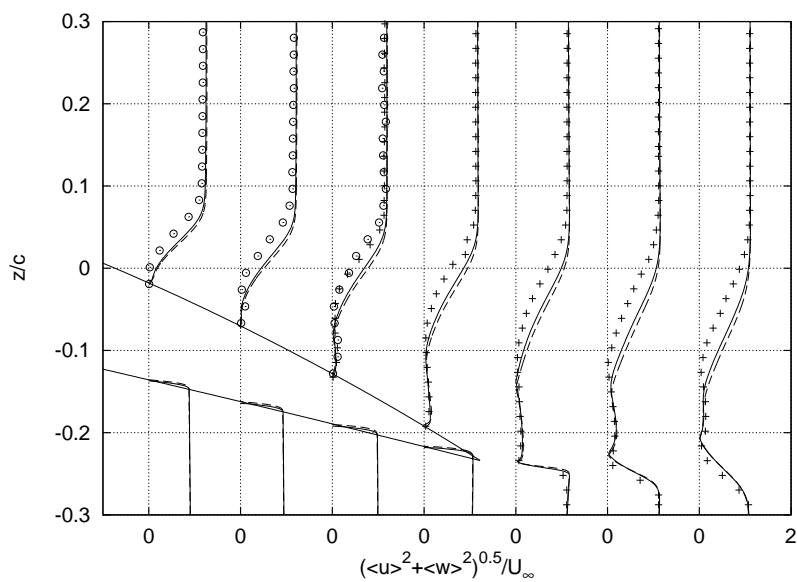
(c) Positionen 1,2; 1,3 ... 1,8 [ $x/c$ ].

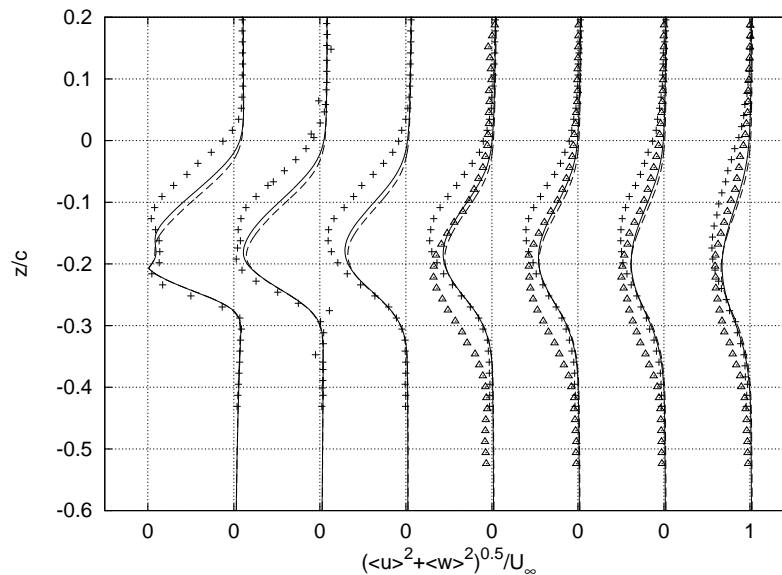


(d) Positionen 1,8; 1,9 ... 2,4 [ $x/c$ ].

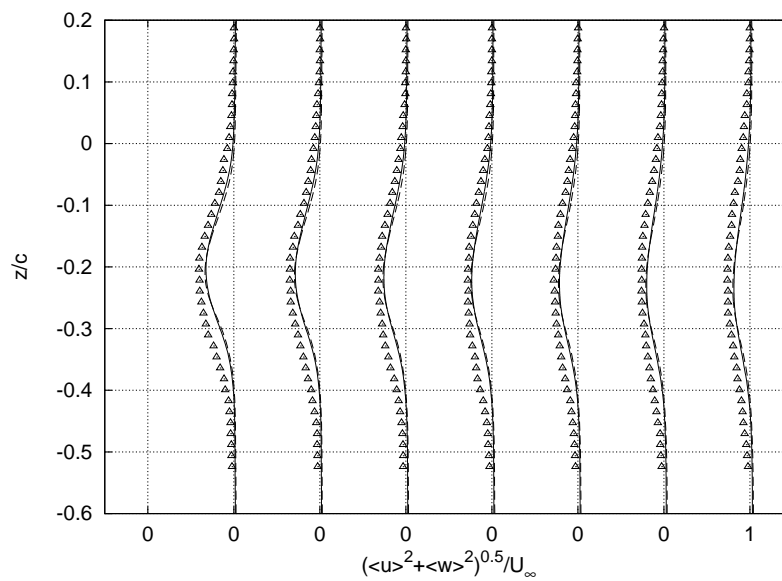
Abbildung 4.26: Gemittelte Geschwindigkeit in Querströmungsrichtung.  
 — L05, - - - L10,  $\odot$  PIV 1, + PIV 2,  $\triangle$  PIV 3.



(a) Positionen 0,0; 0,1 ... 0,6 [ $x/c$ ].(b) Positionen 0,6; 0,7 ... 1,2 [ $x/c$ ].



(c) Positionen 1,2; 1,3 ... 1,8 [ $x/c$ ].



(d) Positionen 1,8; 1,9 ... 2,4 [ $x/c$ ].

Abbildung 4.27: Betrag der gemittelten Geschwindigkeit. —  $L05$ ,  
 - - -  $L10$ ,  $\odot$  PIV 1, + PIV 2,  $\triangle$  PIV 3.

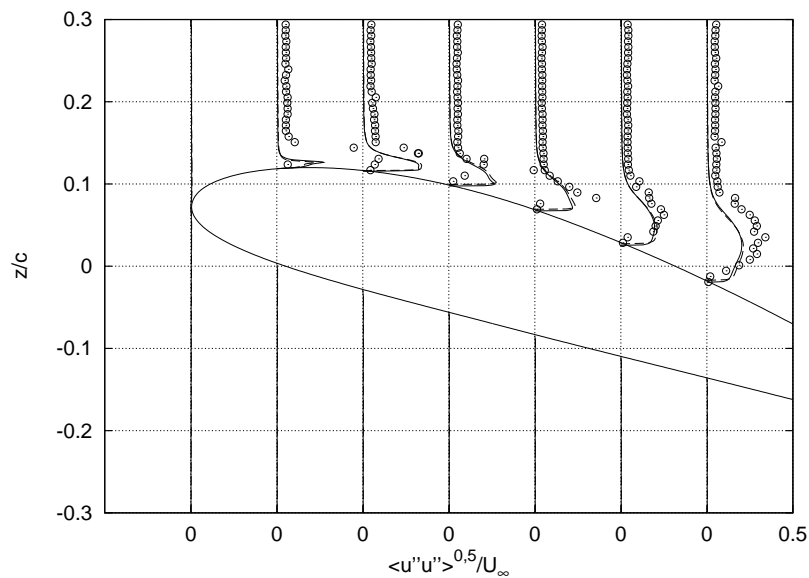
#### 4.3.4.2 RMS-Geschwindigkeitsschwankungen und Reynoldssche Schubspannung

Im Bereich zwischen transitioneller Ablöseblase und Profilhinterkante weisen die Profile der RMS-Geschwindigkeitsschwankungen eine starke räumliche Entwicklung auf. Abbildung 4.28 zeigt dies für die Komponente in Hauptströmungsrichtung. Das saugseitige Maximum liegt bei etwa  $0,2x/c$ , das der von der Hinterkante ausgehenden Scherschicht bei  $1,2x/c$ . Daneben entwickelt sich noch ein weiteres Maximum im Nachlauf der turbulenten Ablöseblase, bei  $1,3x/c$ . Die experimentellen Daten stimmen zum Teil sehr gut mit den Verläufen der Simulation überein, beispielsweise im Nachlauf der Profilhinterkante. Zum Teil weichen sie aber auch stark von diesen ab. Im Gegensatz zum Experiment ist in der Simulation der Turbulenzgrad der Außenströmung Null. Die Werte in der von der transitionellen Ablöseblase ausgehenden Scherschicht sowie im Nachlauf ab etwa  $1,2x/c$  liegen im Experiment systematisch höher.

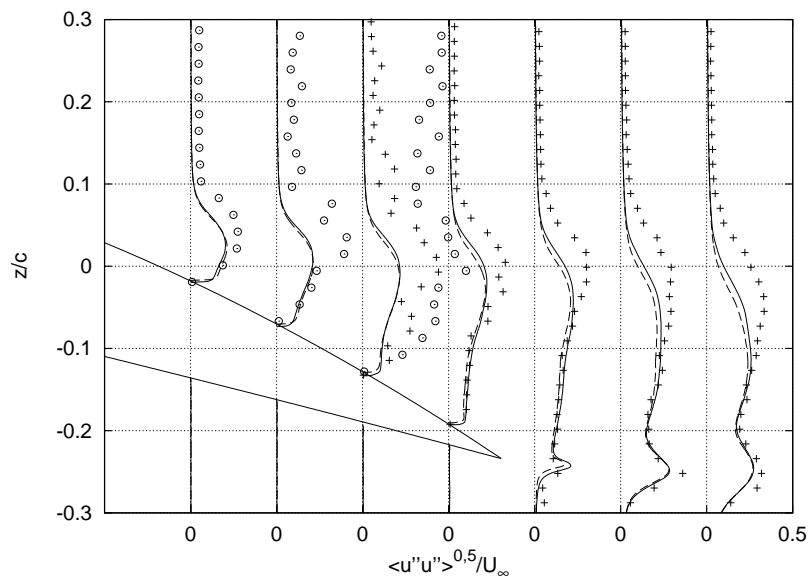
Für die in Abbildung 4.29 dargestellten Kurven der aufgelösten RMS-Werte der Geschwindigkeitsschwankungen in Spannweitenrichtung ergibt sich ein ähnliches Bild wie für die Komponente in Hauptströmungsrichtung. Allerdings fehlt der Wiederanstieg der Werte im Nachlauf der turbulenten Ablöseblase. Für die Positionen ab  $1,2x/c$  liegen die Werte der Simulation *L05* signifikant niedriger als die der Simulation *L10*. Experimentelle Daten liegen nicht vor. Die in Abbildung 4.30 wiedergegebenen Profile der aufgelösten RMS der Querströmungsgeschwindigkeit gleichen denen der Komponente in Spannweitenrichtung. Die Werte des Experiments liegen generell über denen der Simulationen, wobei die Simulation *L10* geringfügig größere Werte liefert als die Simulation *L05*. Einige Meßdaten, beispielsweise im Bereich der transitionellen Ablöseblase, erscheinen aufgrund ihrer starken Fluktuationen nicht plausibel.

Bei den in Abbildung 4.31 dargestellten Daten für die aufgelöste Reynoldssche Schubspannung fällt besonders das ausgeprägte Maximum am Ende der transitionellen Ablöseblase, sowie der starke Anstieg des Maximums im Nachlauf der Profilhinterkante auf. Diese sind auf die ausgeprägten Scherschichten zurückzuführen.

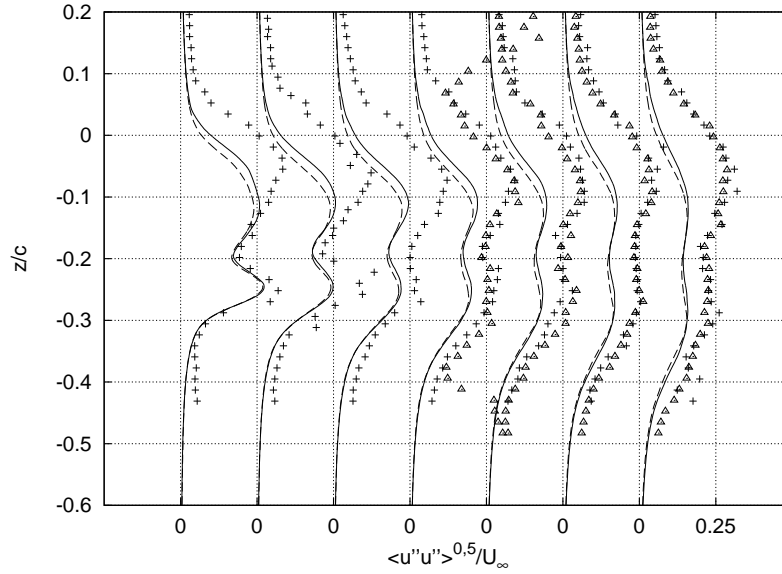
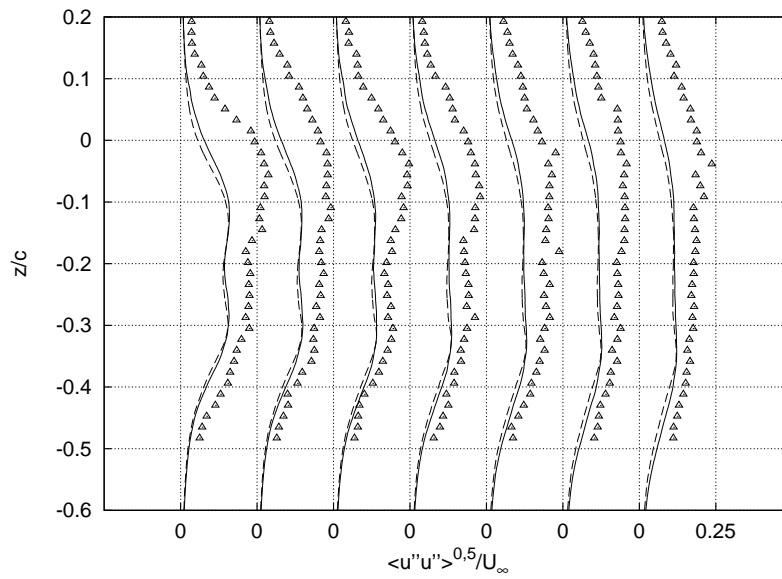
Abschließend ist in Abbildung 4.32 die aufgelöste turbulente kinetische Energie dargestellt. Es fällt die starke Zunahme der Energie stromab der laminaren Ablöseblase auf. Im Bereich des Tragflügelprofils sagt die Simulation *L05* etwas geringere Werte voraus als die Simulation *L10*. Im Nachlauf des Profils kehrt sich dieses Verhalten um.



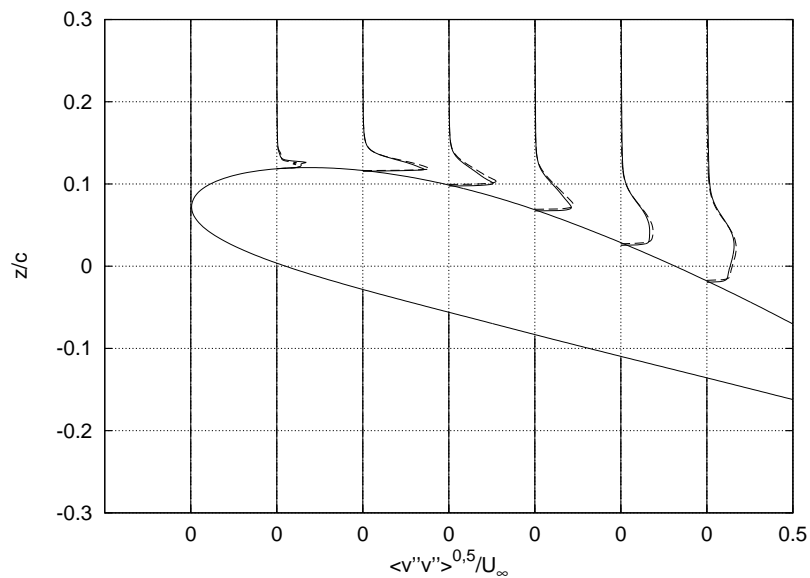
(a) Positionen 0,0; 0,1 ... 0,6 [ $x/c$ ].



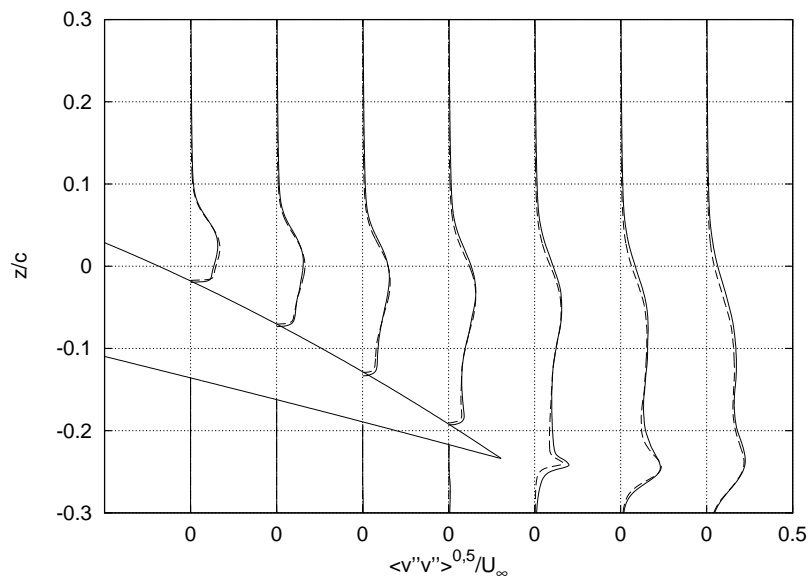
(b) Positionen 0,6; 0,7 ... 1,2 [ $x/c$ ].

(c) Positionen 1,2; 1,3 ... 1,8 [ $x/c$ ].(d) Positionen 1,8; 1,9 ... 2,4 [ $x/c$ ].

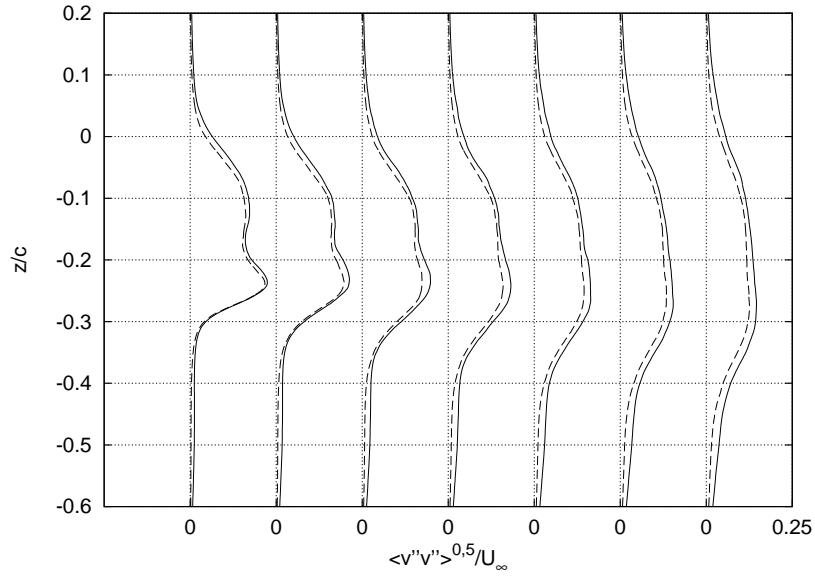
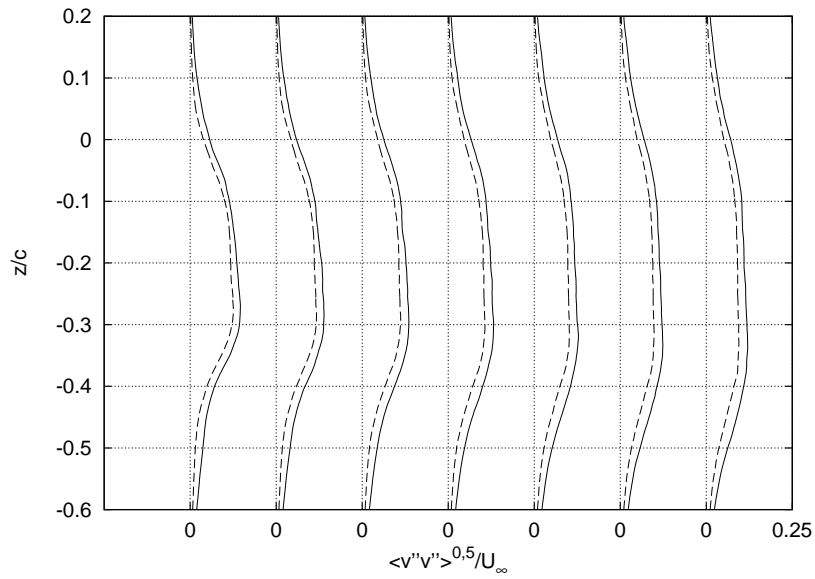
**Abbildung 4.28:** Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitschwankungen in Hauptströmungsrichtung. —  $L05$ , - - -  $L10$ ,  $\odot$  PIV 1, + PIV 2,  $\triangle$  PIV 3.



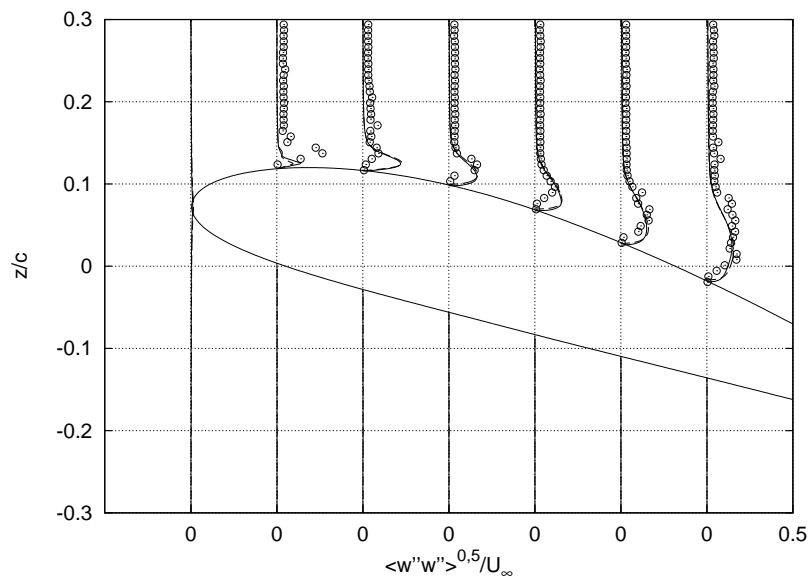
(a) Positionen 0,0; 0,1 ... 0,6 [x/c].



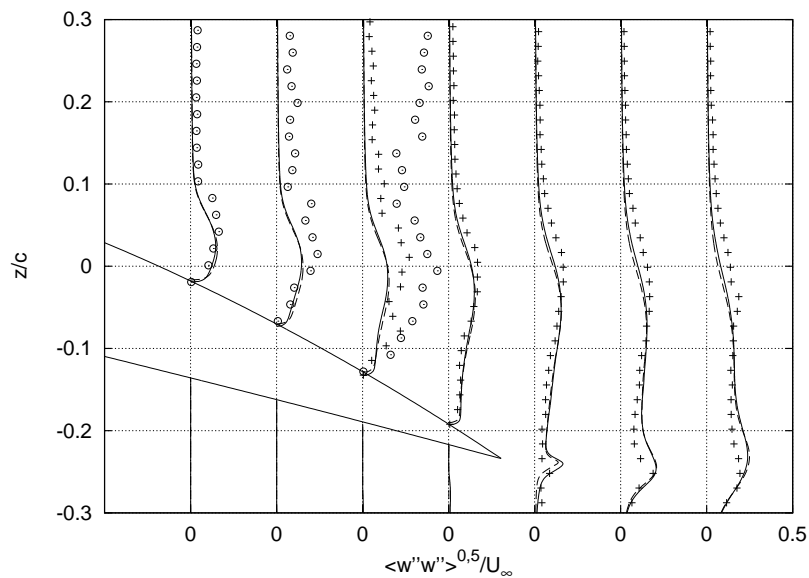
(b) Positionen 0,6; 0,7 ... 1,2 [x/c].

(c) Positionen 1,2; 1,3 ... 1,8 [ $x/c$ ].(d) Positionen 1,8; 1,9 ... 2,4 [ $x/c$ ].

**Abbildung 4.29:** Spannweite Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen. — L05, - - - L10

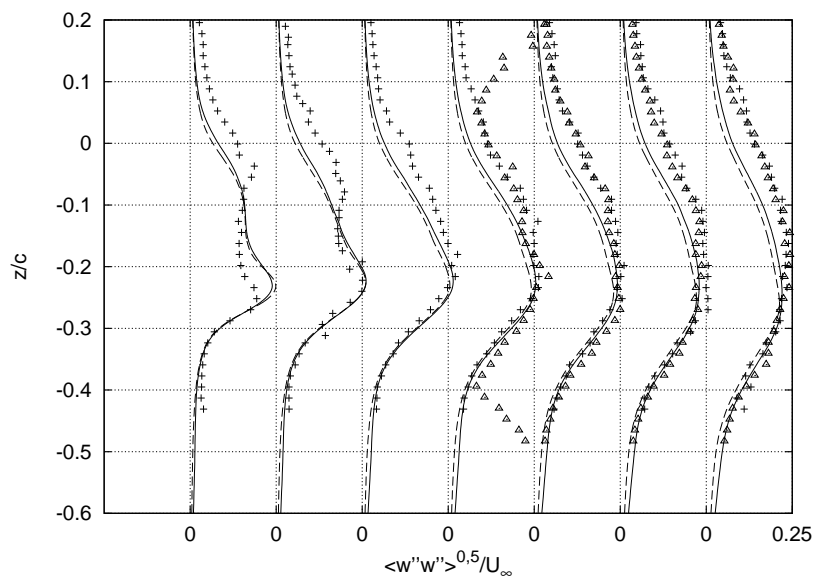
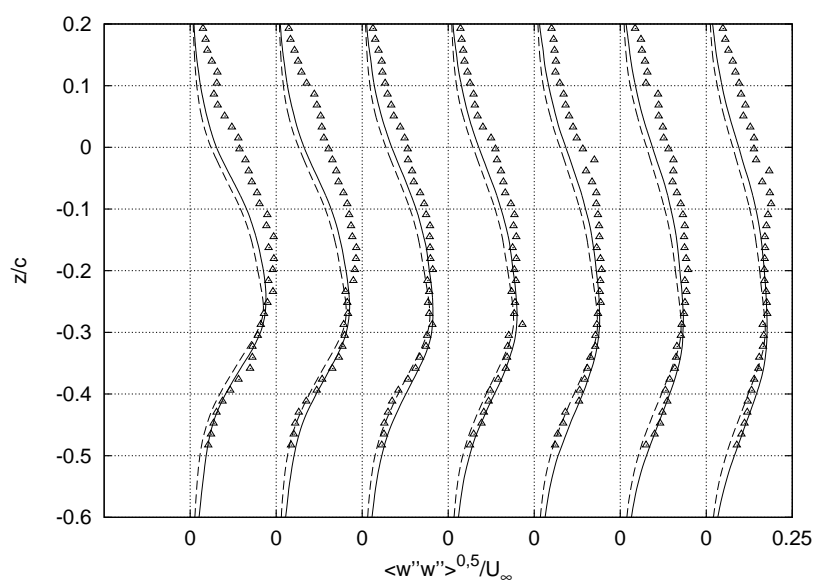


(a) Positionen 0,0; 0,1 ... 0,6 [ $x/c$ ].

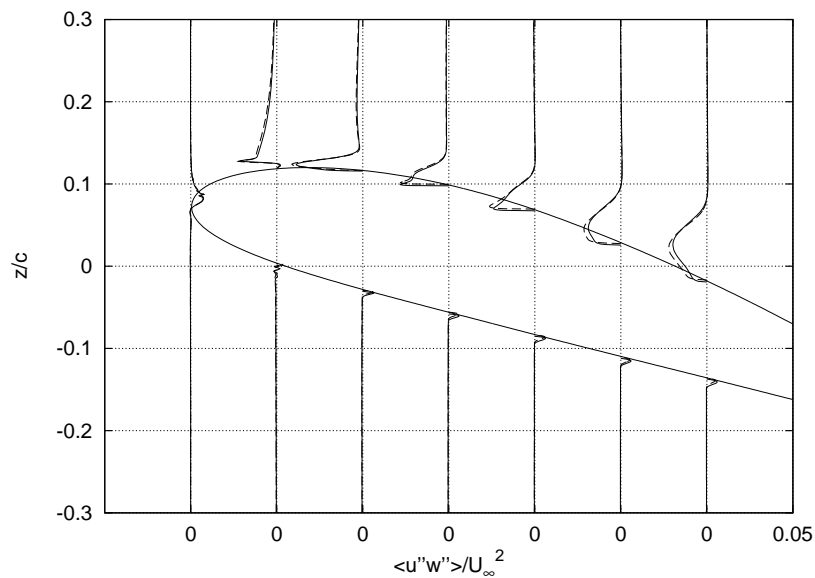


(b) Positionen 0,6; 0,7 ... 1,2 [ $x/c$ ].

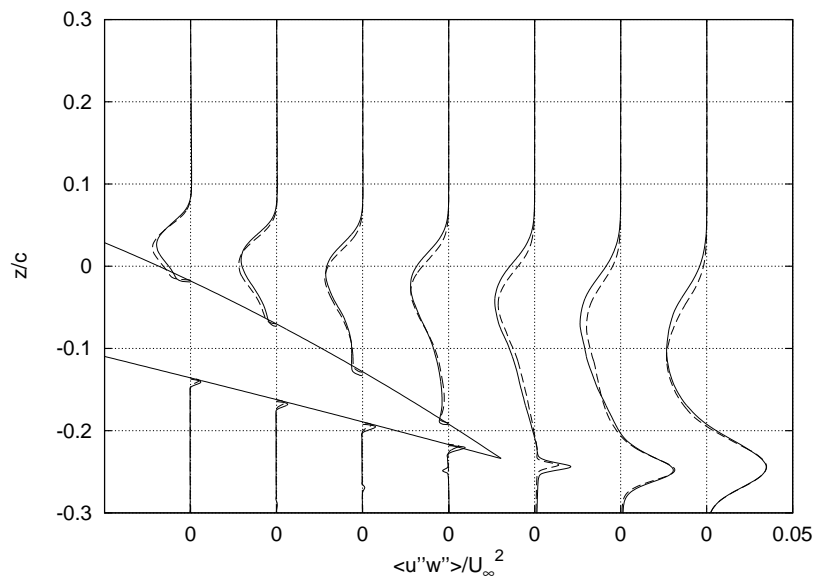


(c) Positionen 1,2; 1,3 ... 1,8  $[x/c]$ .(d) Positionen 1,8; 1,9 ... 2,4  $[x/c]$ .

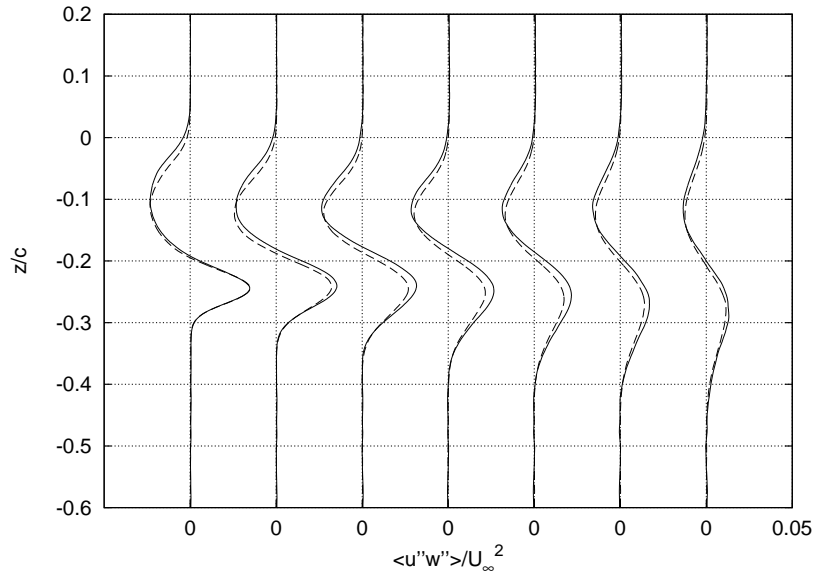
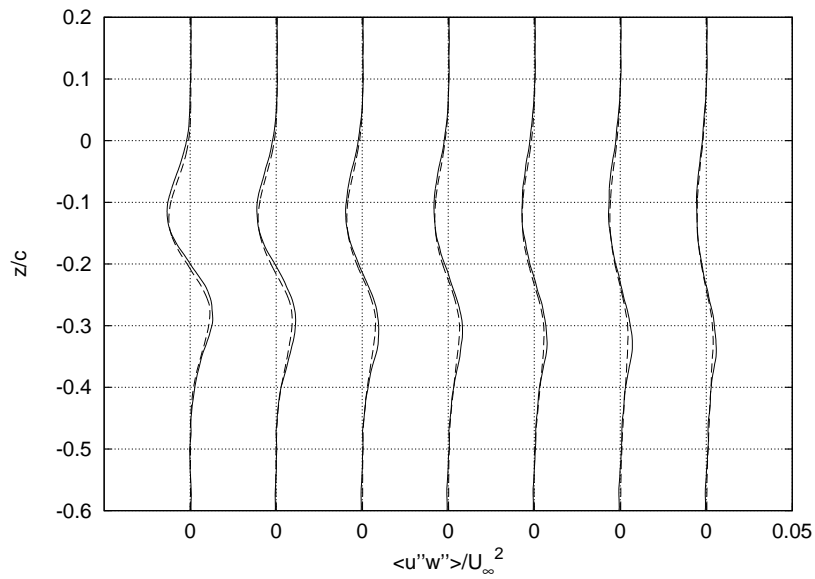
**Abbildung 4.30:** Querströmungs-Komponente der aufgelösten RMS-Geschwindigkeitsschwankungen. —  $L05$ , - - -  $L10$ ,  $\odot$  PIV 1, + PIV 2,  $\triangle$  PIV 3.



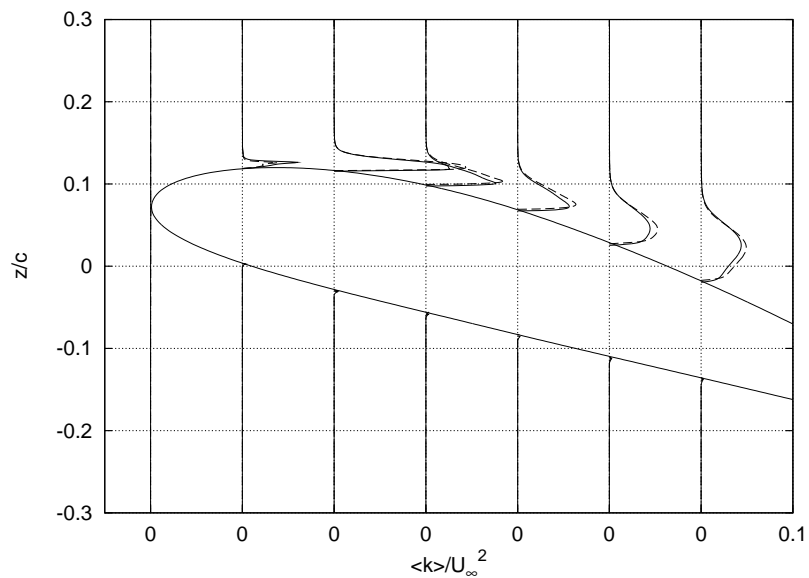
(a) Positionen 0,0; 0,1 ... 0,6 [ $x/c$ ].



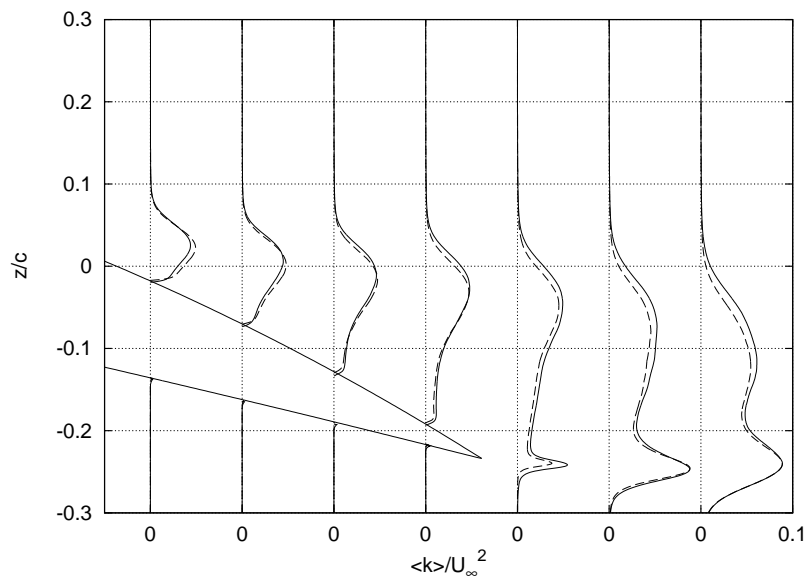
(b) Positionen 0,6; 0,7 ... 1,2 [ $x/c$ ].

(c) Positionen 1,2; 1,3 ... 1,8 [ $x/c$ ].(d) Positionen 1,8; 1,9 ... 2,4 [ $x/c$ ].

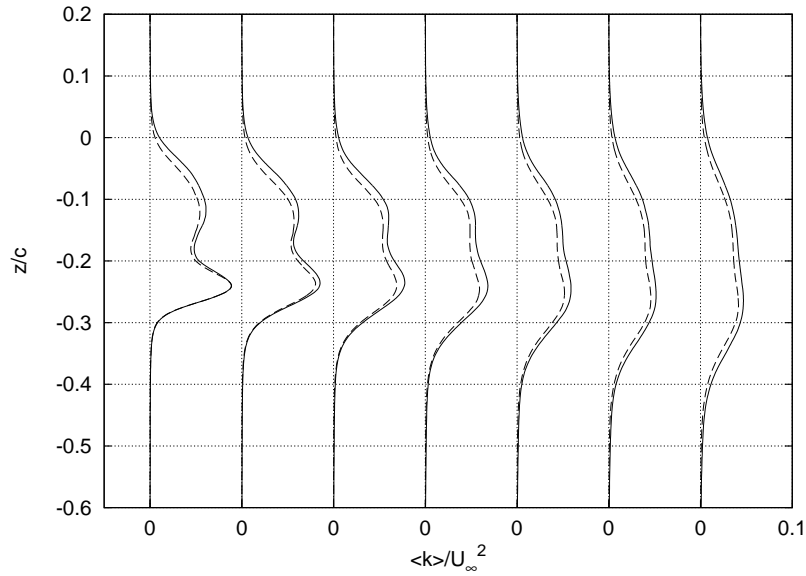
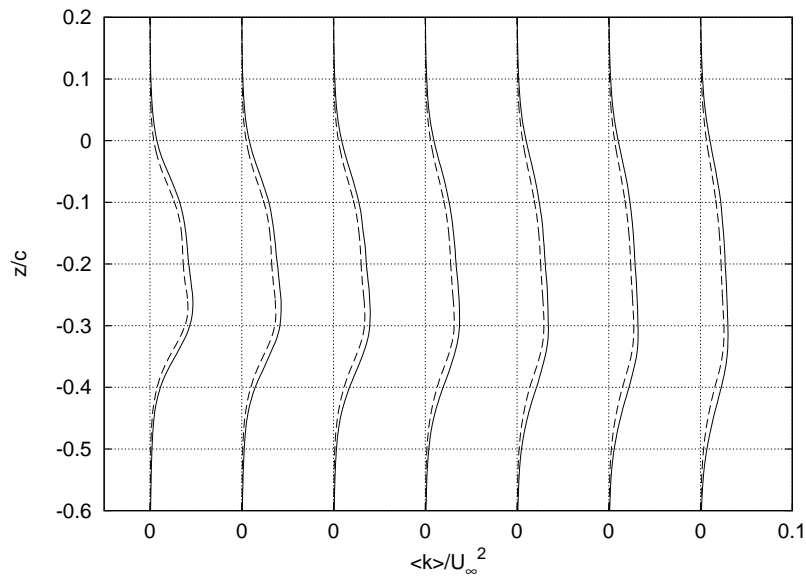
**Abbildung 4.31:** Aufgelöste Reynoldssche Schubspannung  $\langle \bar{u}''\bar{w}'' \rangle$ .  
 — L05, - - - L10,  $\odot$  PIV 1, + PIV 2,  $\triangle$  PIV 3.



(a) Positionen 0,0; 0,1 ... 0,6 [ $x/c$ ].



(b) Positionen 0,6; 0,7 ... 1,2 [ $x/c$ ].

(c) Positionen 1,2; 1,3 ... 1,8 [ $x/c$ ].(d) Positionen 1,8; 1,9 ... 2,4 [ $x/c$ ].

**Abbildung 4.32:** Aufgelöste turbulente kinetische Energie  $\langle k \rangle = 0,5 \langle \bar{u}_i'' \bar{u}_i'' \rangle$ .  
 —  $L05$ , - - -  $L10$ ,  $\odot$  PIV 1,  $+$  PIV 2,  $\triangle$  PIV 3.

### 4.3.5 Impulsbilanz

Im folgenden Abschnitt wird die mittlere Impulsbilanz behandelt, deren Herleitung im Anhang beschrieben ist. Die einzelnen Terme können Gleichung (A.3) entnommen werden. Dargestellt sind Profile der Impulsbilanz an folgenden Positionen entlang der Hauptströmungsrichtung: Stromauf der Profilnase ( $x/c = -0,05$ ), im Bereich der wiederangelegten Grenzschicht auf der Saugseite des Profils ( $x/c = 0,4$ ), in der turbulenten Ablöseblase stromauf ( $x/c = 0,8$ ) sowie stromab der Profilhinterkante ( $x/c = 1,1$ ), stromab der Rezirkulationszone ( $x/c = 1,4$ ) und im Bereich des Nachlaufs ( $x/c = 1,8$ ). Um die Orientierung zu erleichtern, ist den Profilen jeweils eine Übersicht des Strömungsfeldes voran gestellt. Die Profile auf der Saugseite sind bis zur Oberfläche des Flügels wiedergegeben. Die Daten der Simulation *L05* sind als Symbole, die der Simulation *L10* als durchgezogene Linien dargestellt, wobei bei der Simulation *L05* nur jeder fünfte bis zwanzigste Wert wiedergegeben wird. Alle Werte sind mit  $U_\infty^2$  und  $c$  normiert. Aus den Profilen ist ersichtlich, dass eine größere Anzahl von Stichproben nötig wäre, um eine auskonvergierte Statistik zu erhalten. Aufgrund des hohen Rechenzeitbedarfs ließ sich im Rahmen dieser Arbeit keine größere Anzahl von Stichproben realisieren. Leider steht aufgrund eines Programmierfehlers die gemittelte Modellviskosität der Simulation *L10* nicht zur Verfügung. Stattdessen werden für die Bilanz der Simulation *L10* die linear interpolierten Werte der Simulation *L05* verwendet.

In Abbildung 4.33 sind die Bilanzen für die Haupt- als auch Querströmungsrichtung an der Stelle  $x/c = -0,05$  dargestellt. In der laminaren Strömung stromauf der Profilnase hält sich der konvektive Term mit dem Druckgradienten das Gleichgewicht. Die Zahlenwerte an der Abszisse entsprechen jeweils den mit  $U_\infty^2$  und  $c$  normierten Bilanztermen.

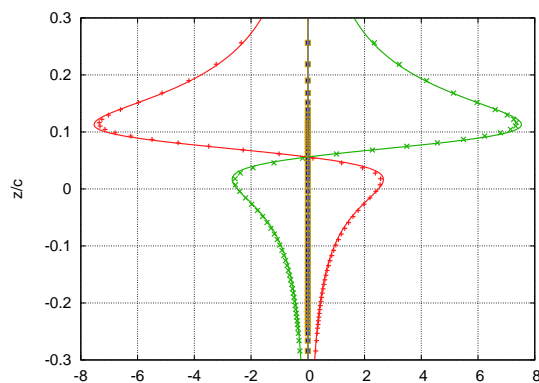
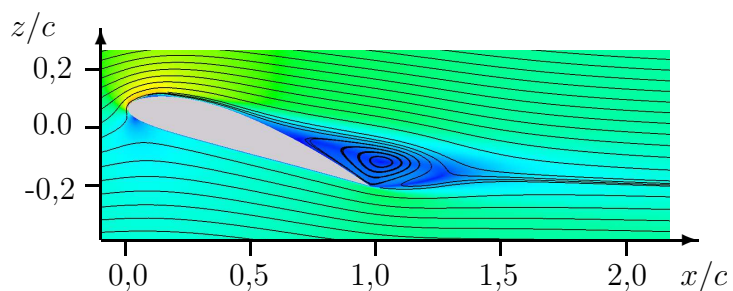
Die Bilanzen für den Bereich der wiederangelegten Strömung stromab der laminaren Ablöseblase sind in Abbildung 4.34 wiedergegeben. Die Strömung entspricht hier einer Grenzschicht mit positivem Druckgradienten. Fern der Wand halten sich weiterhin der konvektive Term und der Druckgradient die Balance. In Wandnähe sind in der  $u$ -Komponente alle Terme von Bedeutung wohingegen in der  $w$ -Komponente sich allein die Reynoldsspannung und der Druckgradient das Gleichgewicht halten. Die saugseitige turbulente Grenzschicht ist die einzige Stelle im Berechnungsgebiet, an der der viskose Term eine Rolle spielt.

An der Position  $x/c = 0,8$  (Abbildung 4.35) wirkt in der Außenströmung weiterhin der negative Druckgradient und hält sich mit dem konvektiven

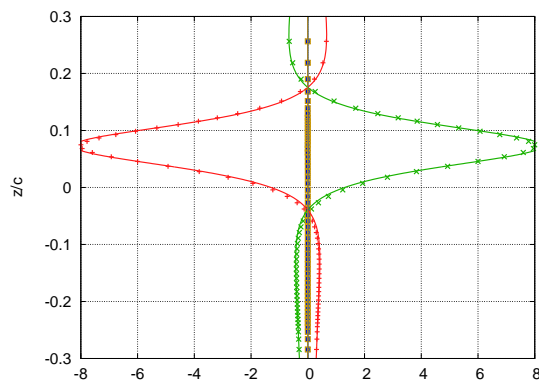
Term die Waage. In der Scherschicht überwiegt die Bedeutung der Reynoldsspannung, die hier verzögernd wirkt, im Gegensatz zum Inneren der Ablöseblase. Im Vergleich mit einer ebenen Ablöseblase (MANHART und FRIEDRICH, 2002) fällt auf, dass im Inneren der Ablöseblase nicht der Druckgradient zur Verzögerung der Strömung beiträgt, sondern der konvektive Term. In der  $w$ -Komponente zeigt sich im wandnahen Bereich ein ähnliches Verhalten wie in der anliegenden Strömung der vorhergehenden Position. Im Außenbereich haben hingegen der konvektive Term und der Druckgradiententerm das Vorzeichen gewechselt. Dies ist mit dem Vorzeichenwechsel der Krümmung der Stromlinien aufgrund der Verdrängungswirkung der Ablöseblase konsistent.

An der in Abbildung 4.36 wiedergegebenen Position  $x/c = 1,1$  läßt im Inneren der Ablöseblase der Einfluß des Reynoldsterms gegenüber dem des Druckterms stark nach. Zusätzlich zur Ablöseblase ist nun auch der Einfluß der von der Profilhinterkante ausgehenden Scherschicht zu sehen, in der für die  $u$ -Komponente praktisch ausschließlich der konvektive Term und die Reynoldsspannungen von Bedeutung sind. In der  $w$ -Komponente halten sich der Druckgradient mit der Reynoldsspannung und dem konvektiven Term das Gleichgewicht.

Stromab der Rezirkulationszone, an den in den Abbildungen 4.37 und 4.38 dargestellten Positionen  $x/c = 1,4$  und  $x/c = 1,8$  sorgen die Reynoldsspannungen für den Abbau der Nachlaufdelle in der  $u$ -Komponente. In der Bilanz der  $w$ -Komponente spielen bis auf den viskosen Term alle Terme eine Rolle, wobei die starke Asymmetrie zwischen der Außenströmung oberhalb und unterhalb des Nachlaufs auffällt.



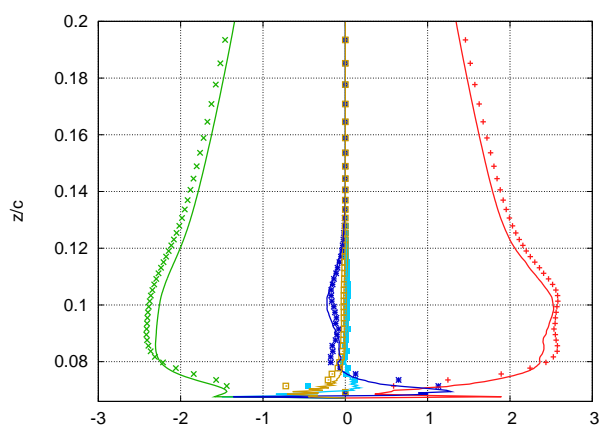
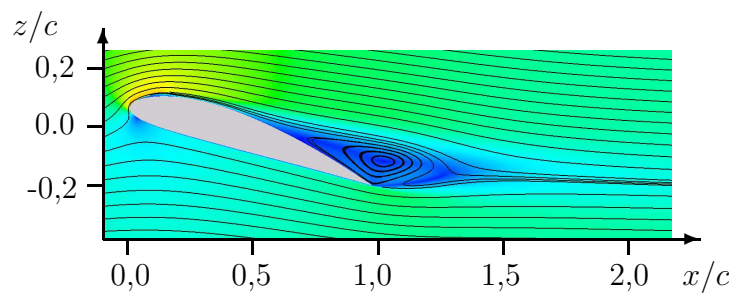
(a) Komponent in Hauptströmungsrichtung.



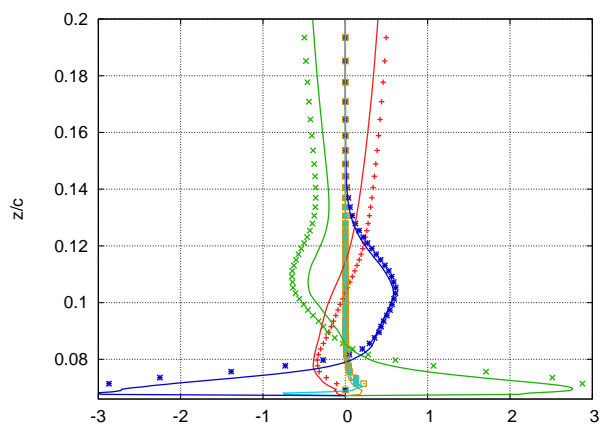
(b) Komponente in Querströmungsrichtung.

**Abbildung 4.33:** Impulsbilanz an der Stelle  $x/c = -0,05$ , normiert mit  $U_\infty^2$  und  $c$ . ■ konvektiv, ■ Druckgradient, ■ Reynolds, ■ viskos, ■ Summe. (Symbole: Simulation L05, durchgezogene Kurven: Simulation L10.)



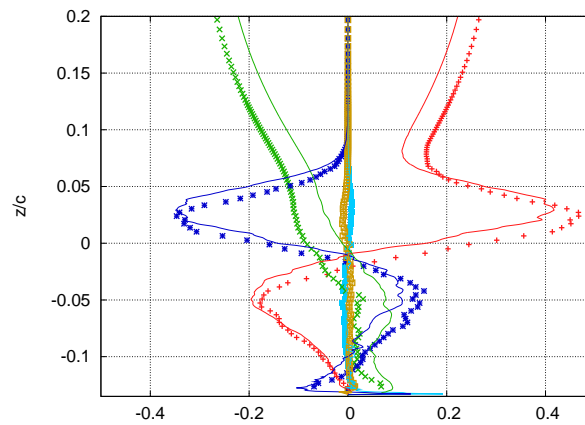
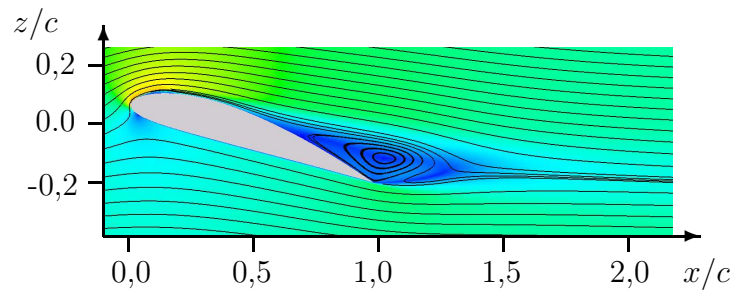


(a) Komponente in Hauptströmungsrichtung.

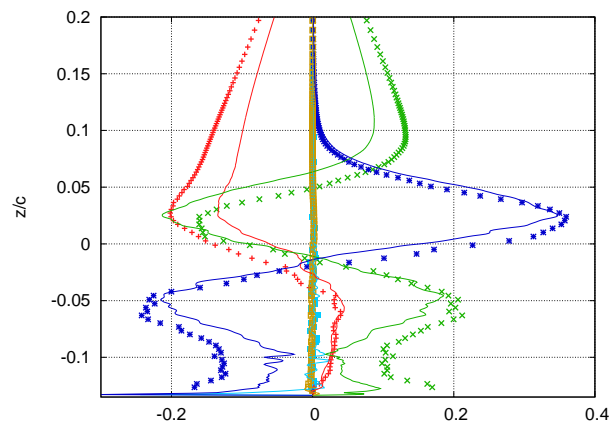


(b) Komponente in Querströmungsrichtung.

**Abbildung 4.34:** Gemittelte Impulsbilanz an der Stelle  $x/c = 0,4$ , normiert mit  $U_\infty^2$  und  $c$ . ■ konvektiv, ■ Druckgradient, ■ Reynolds, ■ viskos, ■ Summe. (Symbole: Simulation *L05*, durchgezogene Kurven: Simulation *L10*.)

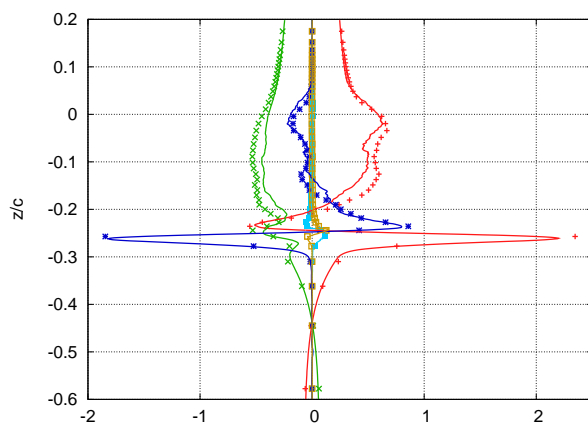
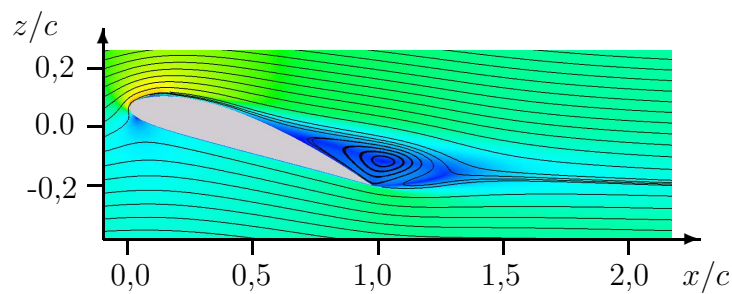


(a) Komponente in Hauptströmungsrichtung.

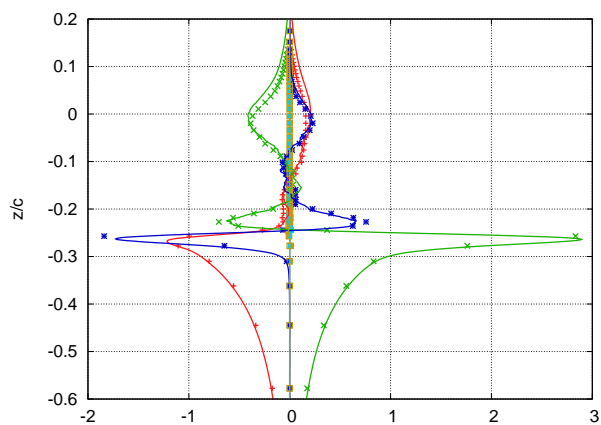


(b) Komponente in Querströmungsrichtung.

**Abbildung 4.35:** Gemittelte Impulsbilanz an der Stelle  $x/c = 0,8$ , normiert mit  $U_\infty^2$  und  $c$ . ■ konvektiv, ■ Druckgradient, ■ Reynolds, ■ viskos, ■ Summe. (Symbole: Simulation *L05*, durchgezogene Kurven: Simulation *L10*.)

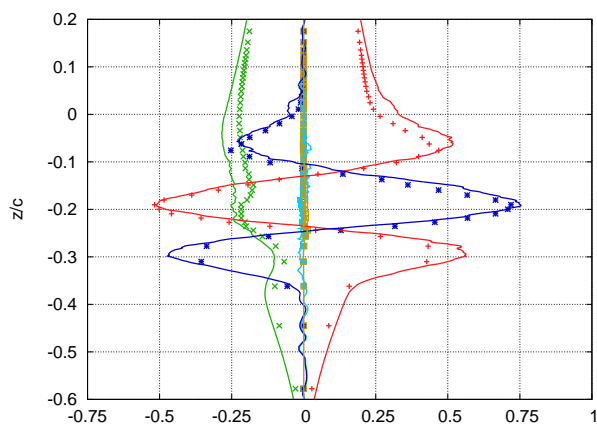
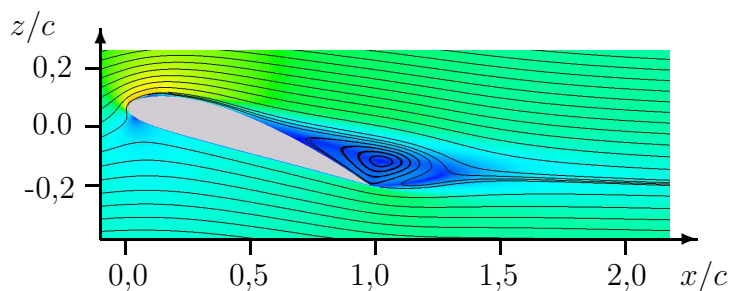


(a) Komponente in Hauptströmungsrichtung.

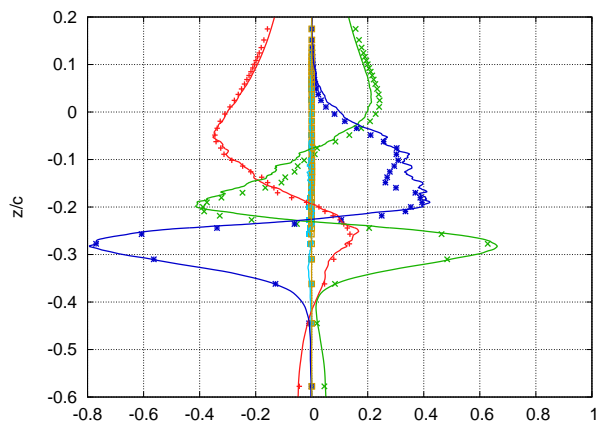


(b) Komponente in Querströmungsrichtung.

**Abbildung 4.36:** Gemittelte Impulsbilanz an der Stelle  $x/c = 1,1$ , normiert mit  $U_\infty^2$  und  $c$ . ■ konvektiv, ■ Druckgradient, ■ Reynolds, ■ viskos, ■ Summe. (Symbole: Simulation *L05*, durchgezogene Kurven: Simulation *L10*.)

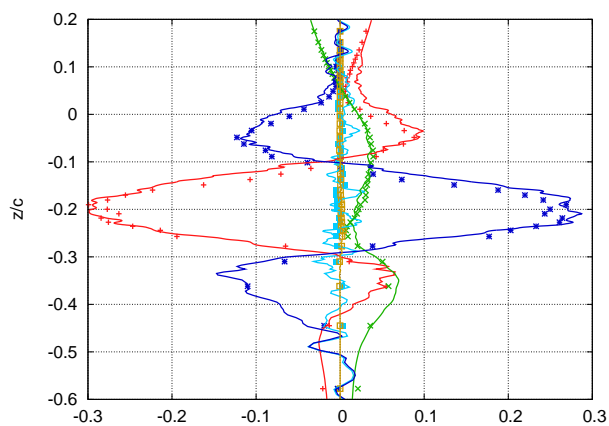
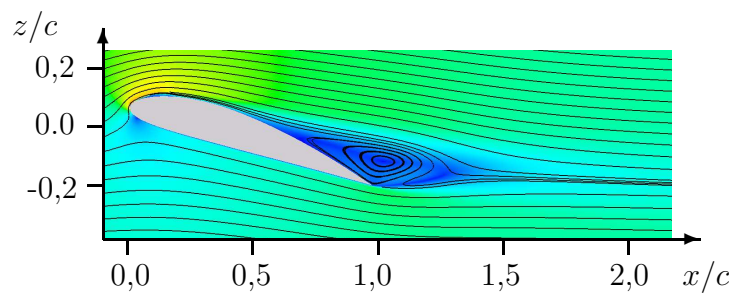


(a) Komponente in Hauptströmungsrichtung.

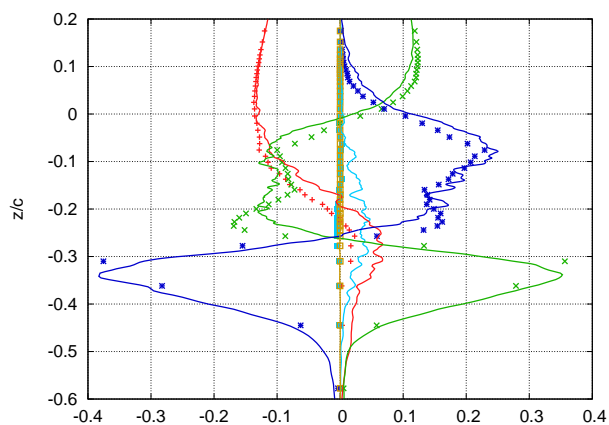


(b) Komponente in Querströmungsrichtung.

**Abbildung 4.37:** Gemittelte Impulsbilanz an der Stelle  $x/c = 1,4$ , normiert mit  $U_\infty^2$  und  $c$ . ■ konvektiv, ■ Druckgradient, ■ Reynolds, ■ viskos, ■ Summe. (Symbole: Simulation L05, durchgezogene Kurven: Simulation L10.)



(a) Komponente in Hauptströmungsrichtung.



(b) Komponente in Querströmungsrichtung.

**Abbildung 4.38:** Gemittelte Impulsbilanz an der Stelle  $x/c = 1,8$ , normiert mit  $U_\infty^2$  und  $c$ . ■ konvektiv, ■ Druckgradient, ■ Reynolds, ■ viskos, ■ Summe. (Symbole: Simulation *L05*, durchgezogene Kurven: Simulation *L10*.)

### 4.3.6 Bilanz des Transports der Reynoldsschen Normalspannungen

Die Reynoldsspannungen treten bei der statistischen Mittelung der Navier-Stokesschen Gleichungen als zusätzliche Unbekannte auf, woraus sich ein Schließungsproblem ergibt. Zur Verifikation beziehungsweise Entwicklung von Modellierungsansätzen ist deshalb die Untersuchung der Bilanz der Transportgleichung für die Reynoldsspannungen von besonderem Interesse. Die Herleitung der Bilanzgleichung ist im Anhang beschrieben. Die Bedeutung der einzelnen Bilanzterme läßt sich dabei Gleichung (A.10) entnehmen. Die Bilanzen werden als Profile über der  $z$ -Achse an den Positionen  $x/c = 0,8; 1,1; 1,4; 1,8$  dargestellt.

Aufgrund der in den Bilanzgleichungen auftretenden Tripelkorrelationen sind sehr viele Stichproben notwendig, um auskonvergierte Statistiken zu erhalten. Aufgrund des großen Rechenzeitbedarfs war es in dieser Arbeit nicht möglich, Stichproben in wünschenswertem Umfang zu sammeln. Deshalb ist in allen Graphen die Summe der einzelnen Terme wiedergegeben, die sich zu Null ergeben muss. Als weitere Abschätzung für die auftretenden Fehler kann der Geschwindigkeits-Druckgradiententerm (VPG-Term) in der weiter unten behandelten Bilanz der turbulenten kinetischen Energie betrachtet werden. Da dieser Term ausschließlich zwischen den drei kartesischen Komponenten der Normalspannungen umverteilt, muss auch dieser Term in der Bilanz der kinetischen Turbulenzenergie zu Null werden, da diese sich aus der Summe der Hauptdiagonalelemente des Reynoldsschen Spannungstensors ergibt. Trotz der für, stabile statistische Mittelwerte, zu geringen Stichprobenzahl lassen die Ergebnisse eine zumindest qualitative Analyse zu.

Als Vergleichsdaten sollen die veröffentlichten Bilanzen verschiedener, statistisch zweidimensionaler, Scherströmungen herangezogen werden: der turbulenten Ablöseblase von NA und MOIN (1996), der selbst-ähnlichen Mischungsschicht von ROGERS und MOSER (1994) und dem Freistrahls von PANCHAPAKESAN und LUMLEY (1993).

#### 4.3.6.1 Hauptströmungsrichtung

In Abbildung 4.39 ist die Bilanz der  $\langle \bar{u}''\bar{u}'' \rangle$ -Komponente des Reynoldsschen Spannungstensors dargestellt. Die Zahlenwerte an den Abszissen geben jeweils die mit  $U_\infty^3$  und  $c$  normierten Beträge der Bilanzterme an.

Die Bilanz entspricht im Bereich der turbulenten Ablöseblase der Bilanz einer freien Scherschicht (ROGERS und MOSER, 1994), mit dem Unterschied,

dass die sich zeitlich entwickelnde Mischungsschicht von ROGERS und MOSER (1994) keinen Konvektionsterm, dafür aber eine zeitliche Änderung der Spannungskomponente besitzt.

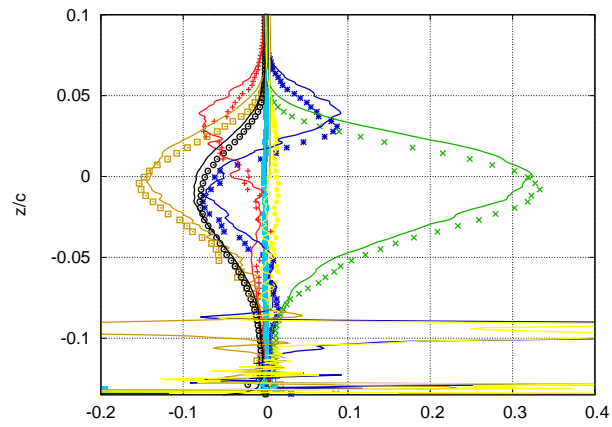
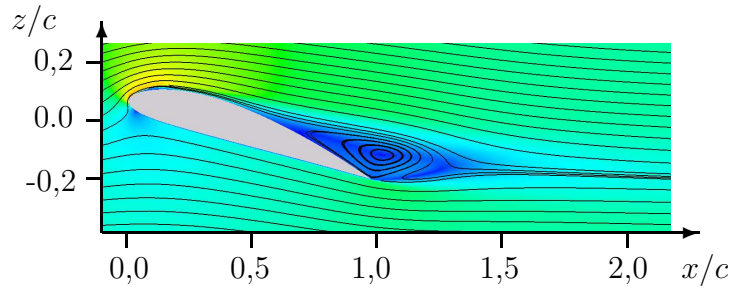
Am äußeren Rand der Scherschicht sind der turbulente Transport und der Konvektionsterm im Gleichgewicht. Innerhalb der Scherschicht dominieren der Produktionsterm mit positivem Vorzeichen sowie der turbulente Transport, die Dissipation und der Geschwindigkeits-Druckgradiententerm (VPG-Term von engl. *velocity-pressure-gradient term*) mit negativem Vorzeichen. Die Maxima dieser Terme liegen in etwa bei ( $z/c = 0$ ) und damit am Ort des Wendepunktes der mittleren Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung beziehungsweise der Maxima der RMS-Werte (vergleiche Abbildungen 4.24b und 4.32b). In der Rezirkulationszone selbst ( $z/c \leq -0.1$ ) reichen die Stichproben für stabile statistische Mittelwerte nicht aus.

Die Bilanzen an der Position  $x/c = 1,1$  ergeben sich durch die Überlagerung der saugseitigen Scherschicht mit der von der Flügelhinterkante ausgehenden Scherschicht. Aufgrund der großen Geschwindigkeitsgradienten treten entsprechend höhere Maxima auf, wobei vor allem der turbulente Transport zunimmt. Stromab der Rezirkulationszone beginnen sich die Geschwindigkeitsgradienten zwischen Oberseite und Unterseite der Nachlaufdüse auszugleichen. Dies spiegelt sich im nahezu symmetrischen Verlauf des turbulenten Transports und des konvektiven Terms an der Stelle  $x/c = 1,4$  wieder. Im Verlauf von Druckgradiententerm und Produktionsterm bleibt aber der unsymmetrische Verlauf erhalten. Am Ort des lokalen Minimums von  $\langle u \rangle$  ( $z/c \approx -0.175$ ) treten der VPG-Term und der turbulente Transport als positive Beiträge und der Produktionsterm sowie die Dissipation als Senken auf.

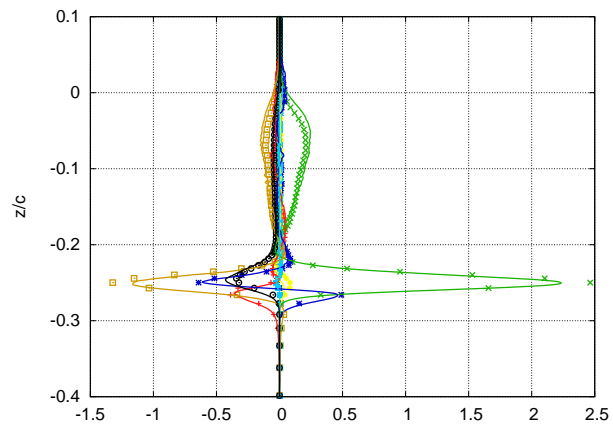
An der letzten Position ( $x/c = 1,8$ ) beginnt die relative Bedeutung des Druckgradiententerms und des Produktionsterms rapide abzunehmen, wohingegen die Bedeutung der Dissipation wächst. Dies leitet den Zerfall des turbulenten Nachlaufs ein.

#### 4.3.6.2 Spannweitenrichtung

Die Bilanz für die  $\langle \bar{v}''\bar{v}'' \rangle$ -Komponente ist in Abbildung 4.40 dargestellt. An der ersten Position innerhalb der turbulenten Ablöseblase liegen, mit der oben genannten Einschränkung, wieder ähnliche Verläufe wie bei ROGERS und MOSER (1994) vor. Produktion findet in dieser Komponente nicht statt, so dass der Geschwindigkeits-Druckgradiententerm der dominierende Quellterm ist. Bei den Senkentermen wirkt fast ausschließlich der Dissipationsterm.

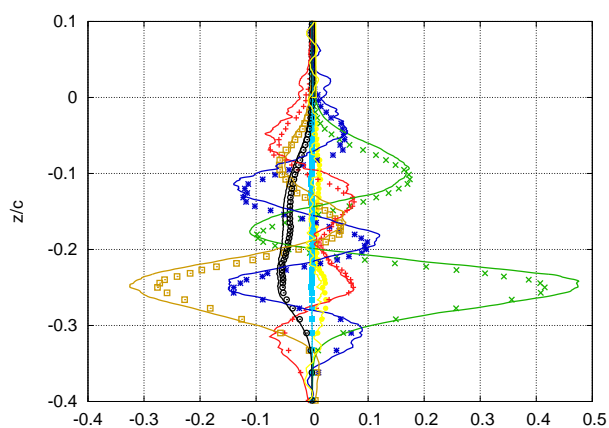
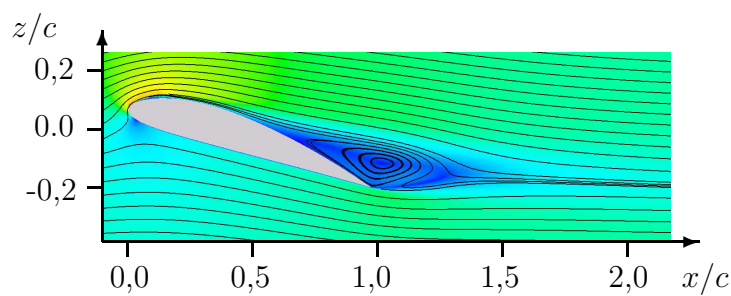
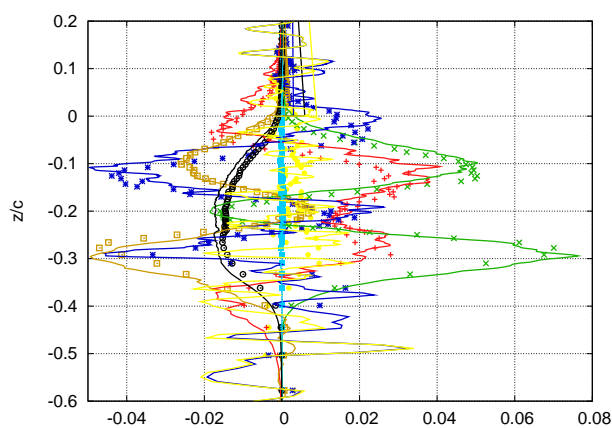


(a) Position  $x/c = 0,8$ .



(b) Position  $x/c = 1,1$ .



(c) Position  $x/c = 1,4$ .(d) Position  $x/c = 1,8$ .

**Abbildung 4.39:** Bilanz der Transportgleichung für  $\langle \bar{u}''\bar{u}'' \rangle$  normiert mit  $U_\infty^3$  und  $c$ . ■ konvektiv, ■ Produktion, ■ turbulenter Transport, ■ Geschwindigkeits-Druckgradient, ■ Diffusion, ■ Dissipation, ■ Summe. (Symbole: Simulation *L05*, durchgezogene Kurven: Simulation *L10*.)

Das Gleiche gilt für die Position nach der Flügelhinterkante, wobei in der ausgeprägten Scherschicht stromab der Hinterkante die relative Bedeutung von turbulentem und konvektivem Transport zunimmt.

Stromab der turbulenten Ablöseblase nimmt die relative Bedeutung von konvektivem und turbulentem Transport über die gesamte Höhe des Nachlaufs zu, so dass schließlich an der Position  $x/c = 1,8$  die beiden Transportterme, der VPG-Term und die Dissipation etwa gleich große Beiträge liefern.

#### 4.3.6.3 Querströmungsrichtung

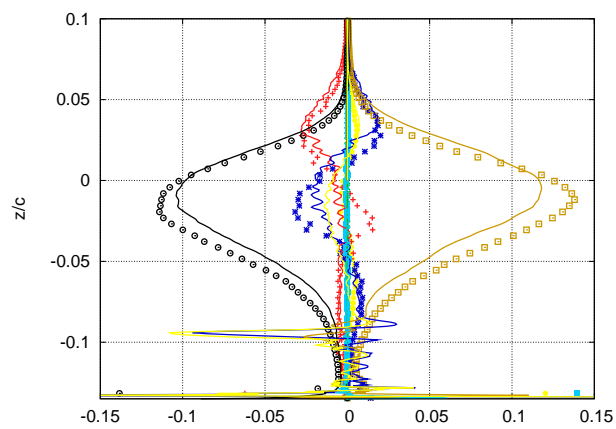
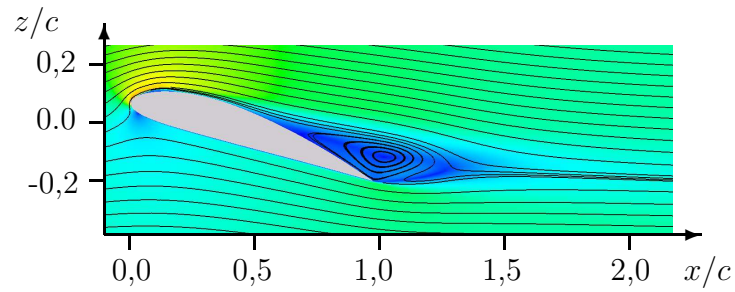
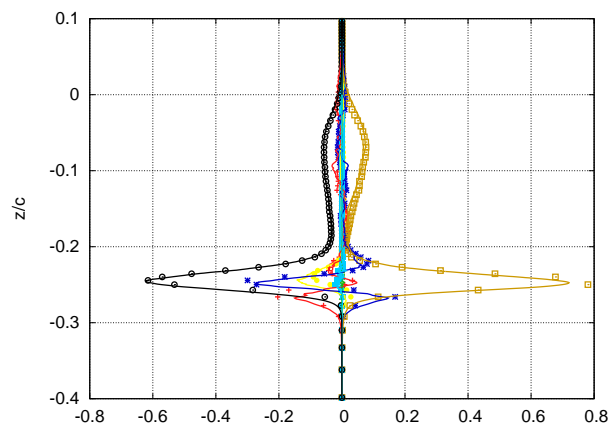
Die in Abbildung 4.41 dargestellte Bilanz für die  $\langle \overline{w''\overline{w''}} \rangle$ -Komponente unterscheidet sich an der Position  $x/c = 0,8$  deutlich von der Bilanz für eine freie Scherströmung. Im Gegensatz zu dieser treten sowohl der Produktions- als auch der VPG-Term als Quellen auf. Dem stehen am oberen Rand der Ablöseblase der konvektive und im Inneren der Ablöseblase der Dissipations- und der turbulente Transportterm gegenüber.

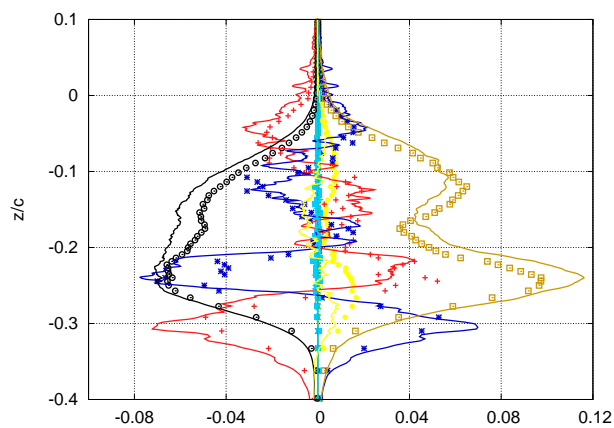
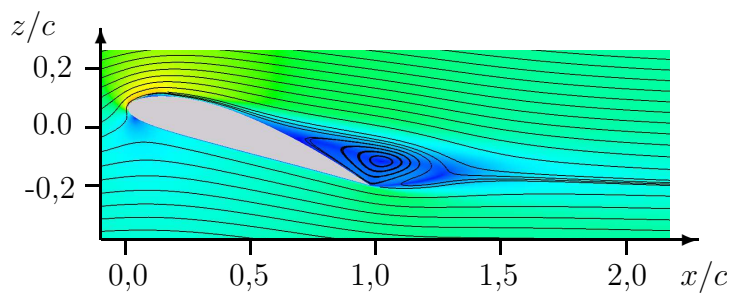
An der Stelle  $x/c = 1,1$  wird die Bilanz durch die Hinterkantenscherschicht dominiert, wobei der VPG-Term als Quellterm von den übrigen Termen ausbalanciert wird. Dies entspricht wieder dem Verhalten der freien Scherschicht.

Weiter stromab stellen sich dreigeteilte Profile ein, bei denen in den Randbereichen der Nachlaufdüse der turbulente Transport und der konvektive Term sowie zunehmend der VPG-Term bestimmend wirken. In der Mitte des Nachlaufs wirken konvektiver Term, Produktionsterm und VPG-Term als Quellen, wohingegen die Dissipation und vor allem der turbulente Transport zum Abbau von  $\langle \overline{w''\overline{w''}} \rangle$  beitragen.

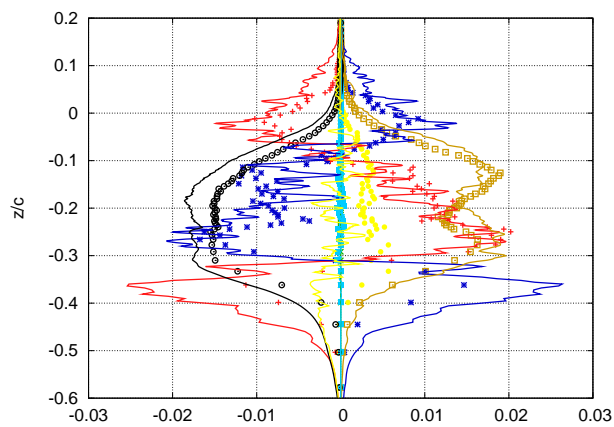
#### 4.3.7 Bilanz des Transports der Reynoldsschen Scherspannung

Die in Abbildung 4.42 wiedergegebene Bilanz für die Reynoldssche Scherspannung stimmt an der Position  $x/c = 0,8$  gut mit den Verhältnissen in der freien Scherschicht von ROGERS und MOSER (1994) überein. Wieder mit dem Unterschied, dass die sich zeitlich entwickelnde Mischungsschicht von ROGERS und MOSER (1994) keinen Konvektionsterm, dafür aber eine zeitliche Änderung der Spannungskomponente besitzt. Die Dissipation spielt praktisch keine Rolle, turbulenter und konvektiver Transport liefern nur geringe Beiträge und die bestimmenden Terme sind der Produktions- und der VPG-Term.

(a) Position  $x/c = 0,8$ .(b) Position  $x/c = 1,1$ .

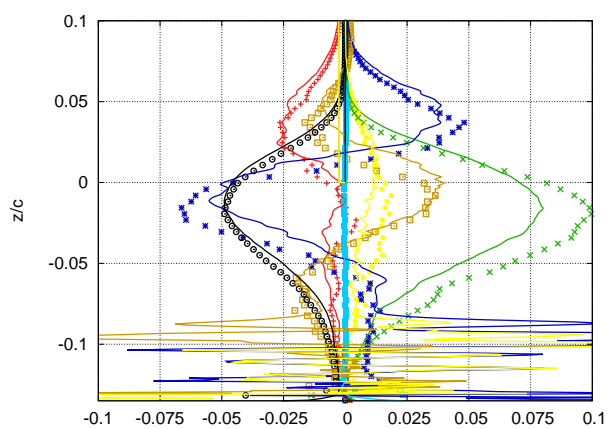
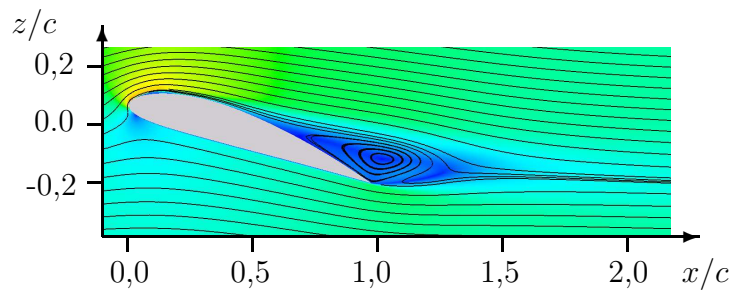
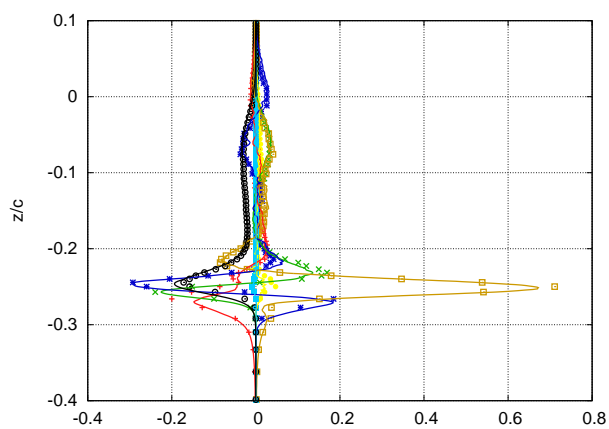


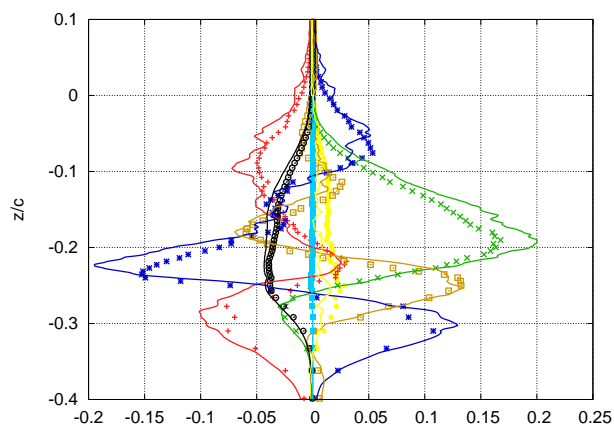
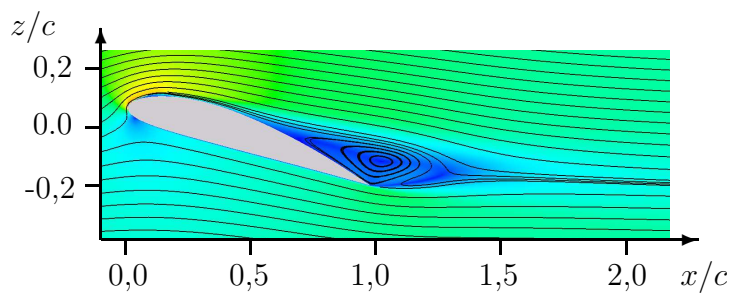
(c) Position  $x/c = 1,4$ .



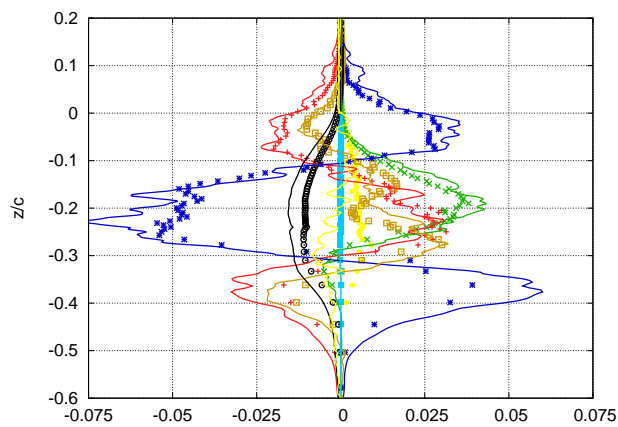
(d) Position  $x/c = 1,8$ .

**Abbildung 4.40:** Bilanz der Transportgleichung für  $\langle \bar{v}''\bar{v}'' \rangle$  normiert mit  $U_\infty^3$  und  $c$ . ■ konvektiv, ■ Produktion, ■ turbulenter Transport, ■ Geschwindigkeits-Druckgradient, ■ Diffusion, ■ Dissipation, ■ Summe. (Symbole: Simulation L05, durchgezogene Kurven: Simulation L10.)

(a) Position  $x/c = 0,8$ .(b) Position  $x/c = 1,1$ .



(c) Position  $x/c = 1,4$ .



(d) Position  $x/c = 1,8$ .

**Abbildung 4.41:** Bilanz der Transportgleichung für  $\langle \bar{w}''\bar{w}'' \rangle$  normiert mit  $U_\infty^3$  und  $c$ . ■ konvektiv, ■ Produktion, ■ turbulenter Transport, ■ Geschwindigkeits-Druckgradient, ■ Diffusion, ■ Dissipation, ■ Summe. (Symbole: Simulation L05, durchgezogene Kurven: Simulation L10.)

Die Bilanz an der Position  $x/c = 1,1$  ergibt sich aus der Überlagerung der Bilanz der saugseitigen Scherschicht mit der Scherschicht der Flügelhinterkante. Der spiegelsymmetrische Verlauf von Produktions-, VPG- und turbulentem Transportterm ergeben sich aus dem umgekehrten Vorzeichen der Scherung am unteren Rand der Nachlaufdelle.

An den weiter stromab liegenden Positionen nimmt die relative Bedeutung von Produktions- und VPG-Term ab, wohingegen der Einfluß des konvektiven und des turbulenten Transports zunimmt.

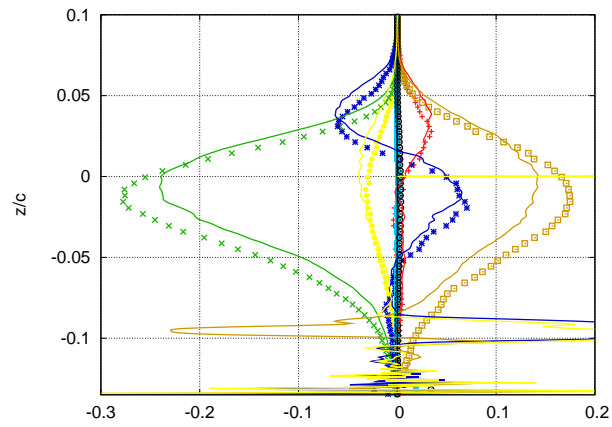
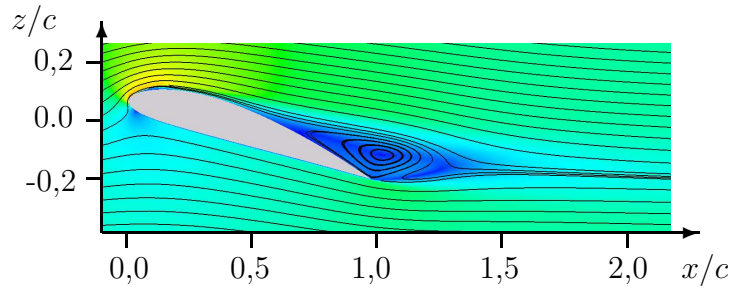
### 4.3.8 Bilanz des Transports der kinetischen Turbulenzenergie

In Abbildung 4.43 sind die Profile der Terme in der kinetischen Turbulenzenergiebilanz (Gleichung (A.11) im Anhang) dargestellt.

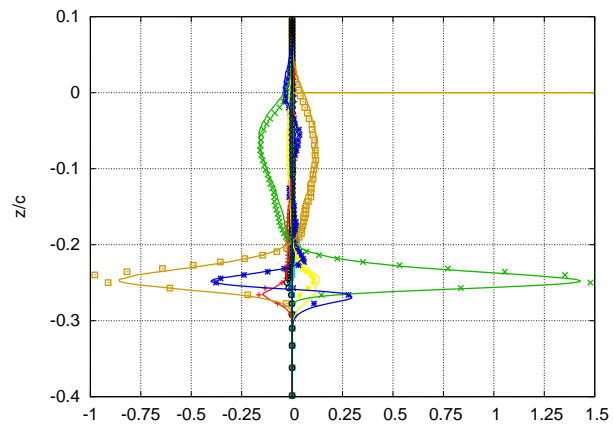
Die Bilanz der turbulenten kinetischen Energie entspricht der Summe der Bilanzen der drei Hauptdiagonalelemente des Reynoldsschen Spannungstensors. Entsprechend den Bilanzen der Hauptdiagonalelemente ist deshalb die Bilanz an der Stelle  $x/c = 0,8$  der Bilanz einer Scherschicht vergleichbar. Im Zentrum der Scherschicht dominiert der Produktionsterm, welchem durch die Dissipation und den turbulenten Transport die Balance gehalten wird. Am oberen Rand hingegen halten sich der turbulente und der konvektive Transport das Gleichgewicht.

Analog stellt sich die Bilanz an der Position  $x/c = 1,1$  als Synthese der Bilanzen der saugseitigen und der von der Hinterkante ausgehenden Scherschicht dar.

Der an den weiter stromab liegenden Positionen einsetzende Abbau der Nachlaufdelle wird durch ein Absinken der relativen Bedeutung des Produktionsterms bei gleichzeitigem Anwachsen des konvektiven und des turbulenten Transports begleitet. Zudem ist schon an der Position  $x/c = 1,4$  der dissipative Term über nahezu die gesamte Breite des Nachlaufs wirksam.

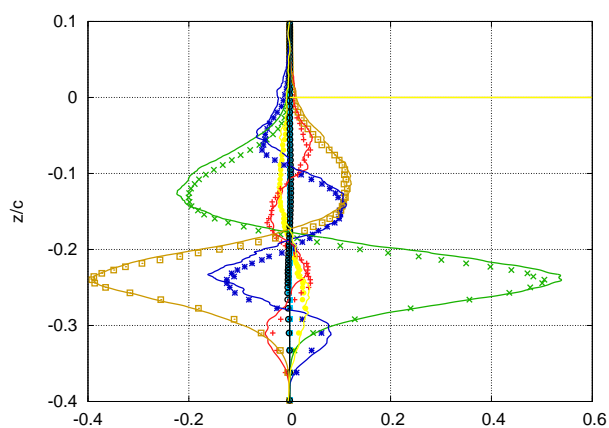
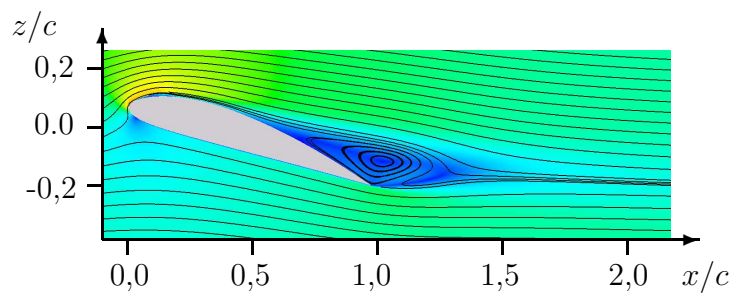
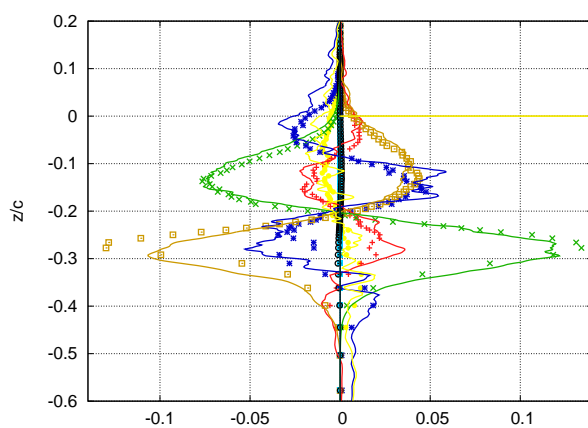


(a) Position  $x/c = 0,8$ .

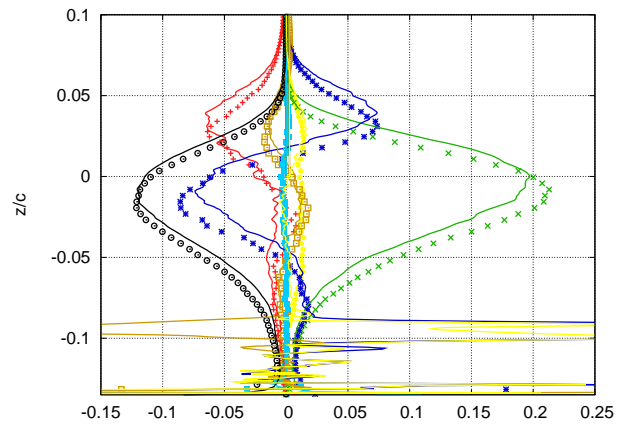
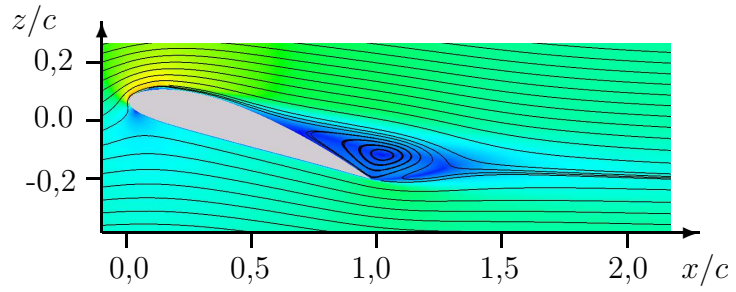


(b) Position  $x/c = 1,1$ .

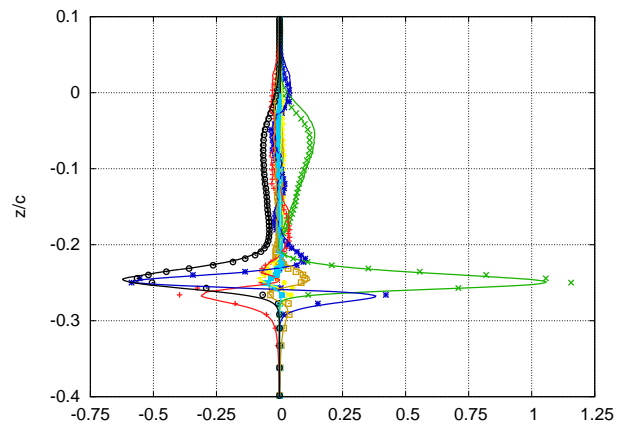


(c) Position  $x/c = 1,4$ .(d) Position  $x/c = 1,8$ .

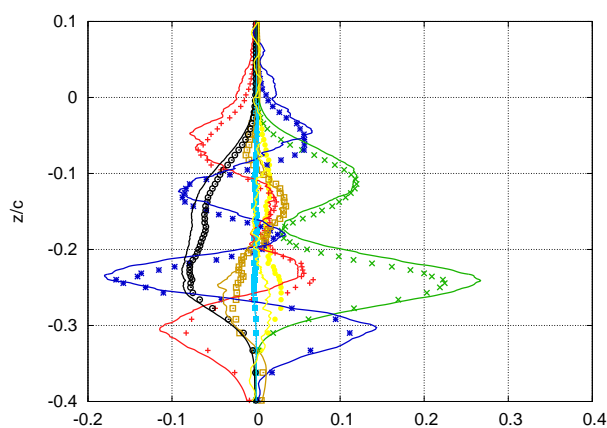
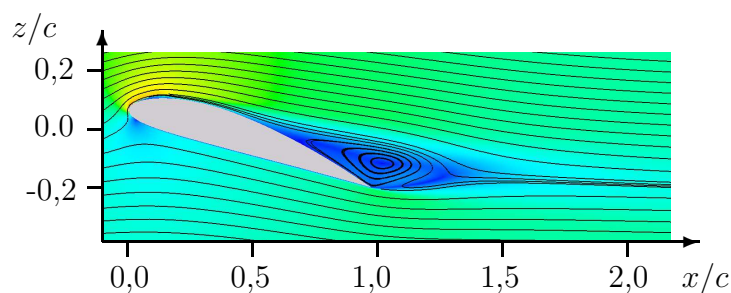
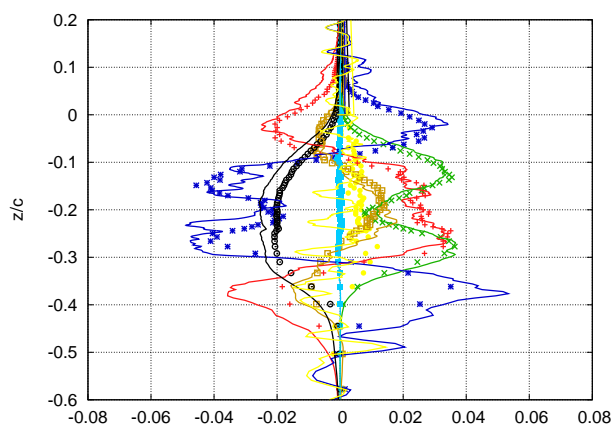
**Abbildung 4.42:** Bilanz der Transportgleichung für  $\langle \bar{u}''\bar{w}'' \rangle$  normiert mit  $U_\infty^3$  und  $c$ . ■ konvektiv, ■ Produktion, ■ turbulenter Transport, ■ Geschwindigkeits-Druckgradient, ■ Diffusion, ■ Dissipation, ■ Summe. (Symbole: Simulation *L05*, durchgezogene Kurven: Simulation *L10*.)



(a) Position  $x/c = 0,8$ .



(b) Position  $x/c = 1,1$ .

(c) Position  $x/c = 1,4$ .(d) Position  $x/c = 1,8$ .

**Abbildung 4.43:** Bilanz der Transportgleichung für  $k$  normiert mit  $U_\infty^3$  und  $c$ . ■ konvektiv, ■ Produktion, ■ turbulenter Transport, ■ Geschwindigkeits-Druckgradient, ■ Diffusion, ■ Dissipation, ■ Summe. (Symbole: Simulation *L05*, durchgezogene Kurven: Simulation *L10*.)

## 5. Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Grobstruktursimulationen einer turbulenten Ablöseblase auf einer ebenen Platte sowie der Strömung über ein hochangestelltes Tragflügelprofil durchgeführt. Das eingesetzte numerische Verfahren beruht auf einer Finite-Volumen-Formulierung mit versetzter Variablenanordnung der dreidimensionalen Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible Strömungen. Das verwendete kartesische Gitter erlaubt eine effiziente Lösung des entstehenden Gleichungssystems auf Hochleistungsrechnern. Dadurch war es möglich, Simulationen bei sehr hohen Reynoldszahlen durchzuführen, die einem Vergleich mit experimentellen Daten zugänglich waren. Um die Strömung über beliebig geformte Oberflächen auf kartesischen Gittern berechnen zu können, wurde eine Methode verwendet, bei der die Zellen, die im Innern des Körpers liegen, geblockt werden. Um die Haft- und Undurchlässigkeitsbedingung an der Körperoberfläche zu erfüllen, wurde eine Interpolationsmethode angewandt, die die Geschwindigkeitsgrößen der durch die Körperoberfläche geschnittenen Zellen setzt.

Die Konfiguration der turbulenten Ablöseblase orientierte sich an einem Experiment von KALTER und FERNHOLZ (1994). Es hat sich gezeigt, dass mit für Grobstruktursimulationen typischen Gitterauflösungen keine Ablösung des mittleren Strömungsfeldes erreicht werden konnte. Die Gitterauflösung scheint allerdings gegenüber dem eingesetzten Feinstrukturmodell oder dem räumlichen Diskretisierungsverfahren den größten Einfluß auf das Simulationsergebnis zu haben. Mit zunehmender Gitterauflösung nähert sich die Lösung monoton dem Ergebnis der zum Vergleich herangezogenen DNS von MANHART und FRIEDRICH (2002) sowie des Experiments von Kalter und Fernholz an.

Die zweite simulierte Strömungskonfiguration entsprach dem Prinzipexperiment COSTWING der DLR Göttingen. Bei diesem Experiment wurde ein NACA 4415 Tragflügelprofil bei einem Anstellwinkel von  $18^\circ$  und einer Reynoldszahl von  $Re = 10^5$ , gebildet mit der Viskosität, der Sehnenlänge und der freien Anströmgeschwindigkeit, untersucht. Um für eine numerische Untersuchung dieser Konfiguration das Berechnungsgebiet zu begrenzen und wohldefinierte Randbedingungen zu schaffen, wurde das Tragflügelprofil zwi-

---

schen zwei horizontalen Platten angeordnet. Die Analyse des momentanen Strömungsfeldes konnte die Ergebnisse des Experiments weitestgehend reproduzieren. Die laminare Strömung löst im Bereich der Profilnase ab und bildet eine geschlossene Ablöseblase. Die Transition zu turbulenter Strömung findet in der Scherschicht oberhalb der Ablöseblase statt und bewirkt das Wiederanlegen der Strömung aufgrund des turbulenten Impulstransports in Richtung auf die Wand hin. Im Bereich der Flügelhinterkante löst die Strömung turbulent ab und bildet eine Rezirkulationszone. Das Strömungsfeld wird dort durch die Dynamik zweier Scherschichten bestimmt. Die erste dieser Scherschichten trennt die Rezirkulationszone von der Außenströmung oberhalb des Tragflügelprofils. Die zweite Scherschicht geht von der Hinterkante der Profils aus und trennt langsames Fluid aus dem Nachlauf der Flügeloberseite von schnellerem Fluid von der Druckseite des Profils. Die in die Scherschichten eingelagerten turbulenten Strukturen interagieren im Nachlauf der Rezirkulationszone und bilden große Wirbelstrukturen die schließlich stromab konvektiert werden.

Die transitionelle Ablöseblase im Bereich der Profilnase besitzt eine komplexe Struktur, die zu starken Variationen der Wandschubspannung entlang der Profilloberfläche führt. Die räumliche Ausdehnung der gesamten Blase in wandnormaler Richtung liegt dabei in der Größenordnung von einem Tausendstel der Sehnenlänge. Dass die Blase in dieser Simulation dennoch mit etwa 18 Zellen in wandnormaler Richtung aufgelöst wurde, illustriert die hohen Anforderungen an die Effizienz des Berechnungsprogrammes. Die Sensitivität der Ergebnisse in Bezug auf die Auflösung der Dynamik der transitionellen Ablöseblase zeigt sich auch im Vergleich der Ergebnisse mit den Daten der Simulation von JOVIČIĆ und BREUER (2004) deutlich.

Betrachtet man die Profile der mittleren Geschwindigkeiten und der RMS-Geschwindigkeitsschwankungen, kann man eine gute Übereinstimmung mit den Daten des Experiments von KINDLER ET AL. (2003) feststellen. Die größten Unterschiede zwischen den Ergebnissen treten dabei im Bereich der saugseitigen freien Scherschicht auf. Dies deutet darauf hin, dass auch fern der Wand die Anforderungen an die Gitterauflösung groß sind.

Die Analyse der Bilanzen des mittleren Impulses und der Reynoldsspannungen, im Bereich der Saugseite des Profils und der Flügelhinterkante, bestätigt die Dominanz der freien Scherschichten. Selbst über den Punkt im Nachlauf der turbulenten Rezirkulationsblase hinaus, an dem diese zu interagieren beginnen, stellen sich die Profile der Bilanzen als die Überlagerung der Profile der einzelnen Scherschichten dar. Ab etwa einem Drittel der Sehnenlänge stromab der Flügelhinterkante beginnen sich die Profile auszugleichen.

Abschließend läßt sich sagen, dass sich die Grobstruktursimulation der Tragflügelumströmung bei einer realitätsnahen Reynoldszahl als durchführbar herausgestellt hat. Durch das eingesetzte Feinstrukturmodell kam die Simulation strikt ohne die Verwendung von a-priori Wissen über die Strömung aus. Die Ergebnisse liegen nahe an den experimentellen Resultaten, gehen aber in ihrer Detailliertheit deutlich über diese hinaus. Die Grobstruktursimulation kann somit einmal zur Absicherung der Ergebnisse konkurrierender statistischer Berechnungsverfahren als auch zum Erkenntnisgewinn über die der Strömung zu Grunde liegende Physik eingesetzt werden.

Da die Ergebnisse einer Grobstruktursimulation noch immer stark von der Auflösung des Rechengitters abhängen, ist auf die Effizienz des eingesetzten numerischen Verfahrens größter Wert zu legen. Hier zeigt sich, daß körperangepasste Rechengitter die Geometrie des Tragflügelprofils zwar mit deutlich geringerer Anzahl von Gitterpunkten auflösen können, dies aber mit einer sehr groben Auflösung im Bereich der als besonders kritisch erkannten freien Scherschicht oberhalb der turbulenten Ablöseblase erkauft wird. Das in dieser Arbeit verwendete „*immersed boundary*“-Verfahren bietet die Perspektive, auch diesen Bereich mit einer großen Anzahl von Gitterpunkten zu diskretisieren, da der numerische Aufwand des Verfahrens pro Gitterpunkt deutlich geringer ist, als bei Verfahren mit körperangepassten Gittern. Potential zur Verbesserung der Effizienz des Codes MGLET liegt in der Verwendung einer lokalen Gitterverfeinerung sowie im Bereich des iterativen Drucklösers durch den Einsatz eines Mehrgitterverfahrens.

Mögliche Forschungsziele die sich mit einer weiteren Steigerung der Effizienz des Berechnungsverfahrens sowie dem Einsatz schnellerer Hardware realisieren ließen, wären eine Studie des Einflusses verschiedener Rechengitter und verschiedener Feinstrukturmodelle. Dies könnte dazu dienen, abgesicherte quantitative Ergebnisse der Bilanzen der Feinstrukturspannung zu liefern und diese für die Weiterentwicklung von Turbulenzmodellen einzusetzen. Schließlich bliebe noch der Übergang zu höheren Reynoldszahlen um ein breiteres Anwendungsspektrum zu erschließen.

## A. Anhang

### A.1 Statistische Auswertung turbulenter Strömungen

Wie in Kapitel 2.2 beschrieben, erhält man die Grundgleichungen der Grobstruktursimulation (2.5) durch Tiefpaß-Filterung der Navier-Stokesschen Gleichungen. Im Gegensatz dazu sind die Reynoldsschen Gleichungen das Ergebnis einer statistischen Mittelung der Navier-Stokesschen Gleichungen und Aufspaltung sämtlicher Strömungsgrößen in Mittelwert und Schwankungswert

$$\phi = \langle \phi \rangle + \phi'' . \quad (\text{A.1})$$

Hierbei bezeichnen die eckigen Klammern statistische Mittelwerte und die Doppelstriche Schwankungswerte (Fluktuationen). Diese Aufspaltung wurde zuerst von REYNOLDS (1895) vorgeschlagen und entspricht der Betrachtungsweise, dass sich eine turbulente Strömung aus einer Grundströmung und einer überlagerten, stochastischen Schwankungsbewegung zusammensetzt. Im Allgemeinen sind sowohl die Mittelwerte als auch die Fluktuationen Funktionen des Ortes und der Zeit. Sofern aber die Strömung statistisch stationär ist, oder homogene Richtungen besitzt, kann die Mittelung als zeitliche Mittelung

$$\langle \phi \rangle(\vec{x}, t) = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} \phi(\vec{x}, t') dt'$$

oder räumliche Mittelung, beispielsweise über  $x_3$

$$\langle \phi \rangle_{x_3}(x_1, x_2, t) = \frac{1}{L_3} \int_{L_3} \phi(x_1, x_2, x_3, t) dx_3$$

ausgeführt werden.

## A.2 Reynoldssche Gleichung

Wendet man die Zerlegung (A.1) auf die Navier-Stokesschen Gleichungen an und führt anschließend eine Mittelung der gesamten Gleichungen durch, erhält man

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0, \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial \langle u_i'' u_j'' \rangle}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j^2}.$$

Der Term  $\rho \langle u_i'' u_j'' \rangle$  wird Reynoldsscher Spannungstensor genannt. Er entnimmt dem mittleren Strömungsfeld die Energie, die zur Aufrechterhaltung der Schwankungsbewegung nötig ist und führt sie dieser zu. Er enthält sechs zusätzliche unbekannte Größen, wodurch das System der Bewegungsgleichungen nicht mehr geschlossen ist. Die geeignete Modellierung des Reynoldsschen Spannungstensors stellt ein zentrales Problem bei der Entwicklung statistischer Turbulenzmodelle dar.

Unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung lassen sich, für eine statistisch stationäre Strömung, die Reynoldsschen Gleichungen auf folgende Form bringen:

$$\langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial \langle u_i'' u_j'' \rangle}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j^2}.$$

Für die einzelnen Terme haben sich dabei folgende abkürzenden Bezeichnungen in der Literatur eingebürgert:

$$C_i = -\langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \quad \text{konvektiver Term,} \quad (\text{A.3})$$

$$P_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} \quad \text{Druckterm,} \quad (\text{A.4})$$

$$R_i = \frac{\partial \langle u_i'' u_j'' \rangle}{\partial x_j} \quad \text{Divergenz der Reynoldsschen Spannungen} \quad (\text{A.5})$$

$$V_i = \nu \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j^2} \quad \text{viskoser Term.} \quad (\text{A.6})$$



## A.3 Transportgleichung für den Reynoldsschen Spannungstensor

Wegen seiner zentralen Bedeutung für die Modellierung turbulenter Strömungen soll die Transportgleichung des Reynoldsschen Spannungstensors untersucht werden. Anhand der Identität

$$\frac{\partial \langle u_i'' u_j'' \rangle}{\partial t} = \left\langle u_i'' \frac{\partial u_j''}{\partial t} \right\rangle + \left\langle u_j'' \frac{\partial u_i''}{\partial t} \right\rangle \quad (\text{A.7})$$

erkennt man, dass zum Aufstellen einer Transportgleichung für  $\langle u_i'' u_j'' \rangle$  eine Transportgleichung für die Schwankungsgröße  $u_i''$  benötigt wird. Diese erhält man, indem man die Zerlegung in Mittelwert und Schwankungsgröße (A.1) in die Navier-Stokessche Gleichung (2.2) einsetzt, und die Reynoldssche Gleichung davon abzieht. Unter Verwendung der Divergenzfreiheit der Schwankungsgröße

$$\frac{\partial u_i''}{\partial x_i} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0, \quad (\text{A.8})$$

die sich durch Einsetzen der Aufspaltung (A.1) in die Erhaltungsgleichung der Masse (2.1) ergibt, erhält man die gesuchte Transportgleichung

$$\frac{\partial u_j''}{\partial t} = -\langle u_i \rangle \frac{\partial u_j''}{\partial x_i} - u_i'' \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} - \frac{\partial u_j'' u_i''}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p''}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j'' u_i'' \rangle}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_j''}{\partial x_i^2}. \quad (\text{A.9})$$

Den ersten Summanden der rechten Seite von Gleichung (A.7) erhält man durch Multiplikation der Gleichung (A.9) mit  $u_i''$  und anschließende Mittelung der resultierenden Gleichung. Den zweiten Summanden erhält man analog nach Vertauschung der Indizes. Durch Umsortieren der Terme ergibt sich die Transportgleichung für den Reynoldsschen Spannungstensor

$$\frac{\partial \langle u_i'' u_j'' \rangle}{\partial t} + C_{ij} = P_{ij} + T_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} - \epsilon_{ij}, \quad (\text{A.10})$$

wobei die einzelnen Terme den konvektiven Transport

$$C_{ij} = \langle u_k \rangle \frac{\partial \langle u_i'' u_j'' \rangle}{\partial x_k},$$

die Produktion

$$P_{ij} = - \left[ \langle u_i'' u_k'' \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k} + \langle u_j'' u_k'' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k} \right],$$

den turbulenten Transport

$$T_{ij} = - \frac{\partial \langle u_i'' u_j'' u_k'' \rangle}{\partial x_k},$$

den Geschwindigkeits-Druckgradienten-Term

$$\Pi_{ij} = - \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial \langle u_i'' p'' \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j'' p'' \rangle}{\partial x_i} - \left\langle p'' \left( \frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j''}{\partial x_i} \right) \right\rangle \right],$$

die viskose Diffusion

$$D_{ij} = \nu \frac{\partial^2 \langle u_i'' u_j'' \rangle}{\partial x_k^2}$$

und die Dissipation

$$\epsilon_{ij} = 2\nu \left\langle \frac{\partial u_i''}{\partial x_k} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k} \right\rangle$$

darstellen.

Bei der Anwendung der in Gleichung (A.7) eingeführten Mittelung auf die Transportgleichung (A.9) für  $u_j''$  wurde die Viskosität  $\nu$  als Konstante behandelt.

## A.4 Transportgleichung für die kinetische Turbulenzenergie

Die Transportgleichung für die mittlere kinetische Turbulenzenergie

$$k = \frac{1}{2} \langle u_i'' u_i'' \rangle$$

erhält man, wenn man in Gleichung (A.10)  $i = j$  setzt:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + C = P + T + \Pi + D - \epsilon, \quad (\text{A.11})$$

wobei sich für die einzelnen Terme

$C$	$= \langle u_k \rangle \frac{\partial k}{\partial x_k}$	Konvektion,
$P$	$= -\langle u_i'' u_k'' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k}$	Produktion,
$T$	$= -\frac{1}{2} \frac{\partial \langle u_i'' u_i'' u_k'' \rangle}{\partial x_k}$	turbulenter Transport,
$\Pi$	$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle u_i'' p'' \rangle}{\partial x_i}$	Druck-Geschwindigkeitsgradienten-Term,
$D$	$= \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_k^2}$	Diffusion.
$\epsilon$	$= \nu \left\langle \left( \frac{\partial u_i''}{\partial x_k} \right)^2 \right\rangle$	Dissipation,

ergibt.

## Literaturverzeichnis

- BREUER, M. und JOVIČIĆ, N. (2001). An LES Investigation of the Separated Flow Past An Airfoil at High Angle of Attack. In *Direct and Large-Eddy Simulation IV*, Band 8 von *ERCRAFT Series*, Seiten 165–172. ERCOFTAC, Enschede, The Netherlands.
- CHORIN, A. J. (1968). Numerical solution of the Navier-Stokes equations. *Mathematics of Computations*, 22:Seiten 745–762.
- COLES, D. und WADCOCK, A. J. (1979). A flying-hot-wire study of two-dimensional mean flow past an NACA4412 airfoil at maximum lift. *AIAA J.*, 17:Seite 321.
- DAVIDSON, L., COKLJAT, D., FRÖHLICH, J., LESCHZINER, M., MELLEN, C. und RODI, W. (Herausgeber) (2003). *LESFOIL: Large Eddy Simulation of Flow Around a High Lift Airfoil: Results of the Projects LESFOIL supported by the European Union 1998–2001*. Springer Verlag.
- DRELA, M. (2001). *XFOIL 6.94*. Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology. [Http://raphael.mit.edu/xfoil](http://raphael.mit.edu/xfoil), Stand 18.12.2001.
- EVANS, G. (2004). *Grobstruktursimulation der abgelösten Strömung um ein angestelltes Tragflügelprofil*. Dissertation, Fachgebiet Strömungsmechanik, Technische Universität München.
- FERZIGER, J. H. und PERIĆ, M. (2002). *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer Verlag, Berlin.
- FRIEDRICH, R. (1998). Grundlagen turbulenter Strömungen und numerische Simulation. Vorlesungsumdruck, Fachgebiet Strömungsmechanik, Technische Universität München.
- GERMANO, M., PIOMELLI, U., MOIN, P. und CABOT, W. H. (1991). A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids A*, 3(7):Seiten 1760–1765.

- GHOSAL, S., LUND, T., MOIN, P. und AKSELVOLL, K. (1995). A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flow. *J. Fluid Mech*, 286:Seiten 229–255.
- GLICKMAN, T. S. (Herausgeber) (2000). *Glossary of Meteorology*. American Meteorological Society. [Http://amsglossary.allenpress.com/glossary/](http://amsglossary.allenpress.com/glossary/), Stand 10.11.2005.
- HASTINGS, R. C. und WILLIAMS, B. R. (1987). Studies of the flow field near a NACA 4412 aerofoil at nearly maximum lift. *Aero J.*, 91:Seiten 29–44.
- HIRT, C. W., NICHOLS, B. D. und ROMERO, N. C. (1975). SOLA - A numerical solution algorithm for transient fluid flows. Technischer Bericht LA-5852, Los Alamos Sci. Lab., Los Alamos.
- HUDEVILLE, R., PICCIN, O. und CASSOUDESALLE, D. (1987). Opération décrochage - mesurement de frottement sur profils AS 239 et A 240 à la soufflerie F1 du CFM. Technischer Bericht RT-OA 19/5025 (RT-DERAT 19/5025 DN), ONERA.
- HÜTTL, T., SMIESZEK, M. und FRÖHLICH, M. (2000). Influence of transverse curvature on turbulent boundary layer flow without pressure gradient. Technischer Bericht LRZ-Bericht 2000-1, paper 60, Leibnitz Computing Center, Bavarian Academy of Sciences, München.
- JANSEN, K. (1994). Unstructured-grid large-eddy simulation of flow over an airfoil. In *Annual Research Briefs*, Seiten 161–173. Center for Turbulence Research, Stanford.
- JANSEN, K. (1995). Preliminary large-eddy simulation of flow around a NACA 4412 airfoil using unstructured grids. In *Annual Research Briefs*, Seiten 61–72. Center for Turbulence Research, Stanford.
- JANSEN, K. (1996). Large-eddy simulation of flow around a NACA 4412 airfoil using unstructured grids. In *Annual Research Briefs*, Seiten 225–232. Center for Turbulence Research, Stanford.
- JANSEN, K. (1997). Large-eddy simulation using unstructured grids. In C. Liu, Z. Liu und L. Sakell (Herausgeber), *Advances in DNS/LES Proc. 1st AFOSR Int. Conf. on DNS/LES*, Seiten 117–128. Louisiana Tech. Univ., USA.

- JOVIČIĆ, N. und BREUER, M. (2004). High-Performance Computing in Turbulence Research: Separated Flow Past and Airfoil at High Angle of Attack. In S. Wagner, W. Hanke, A. Bode und F. Durst (Herausgeber), *High performance Computing in Science and Engineering 2004*. Springer Verlag.
- KALTENBACH, H.-J. und CHOI, H. (1996). Large-eddy simulation of flow around an airfoil on a structured mesh. In *Annual Research Briefs*, Seiten 51–60. Center for Turbulence Research, Stanford.
- KALTER, M. (2001). *Beeinflussung einer stark gestörten Grenzschicht mit Druckanstieg durch die Turbulenzstruktur der Außenströmung*. Dissertation, Hermann-Föttinger-Institut für Thermo- und Fluidodynamik, Technische Universität Berlin.
- KALTER, M. und FERNHOLZ, H.-H. (1994). The Influence of Free-stream Turbulence on an Axisymmetric Turbulent Boundary Layer in, and Relaxing from an Adverse Pressure Gradient. In *5<sup>th</sup> European Turbulence Conference, Siena 1994*.
- KINDLER, K., KREPLIN, H.-P. und RONNEBERGER, D. (2003). Experimentelle Untersuchung kohärenter Strukturen in kritischen Tragflügelströmungen. Technischer Bericht DLR-IB 224-03 A 11, Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, DLR Göttingen.
- LE, H. und MOIN, P. (1995). Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward facing step. Technischer Bericht TF-58, Thermoscience Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, California 94305.
- LERCHE, T. und DALLMANN, U. C. (1999). Das Prinzipexperiment COST-WING I: Dokumentation der Aufbauphase. Technischer Bericht DLR-IB 223-99 A04, Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, DLR Göttingen.
- LILLY, D. K. (1992). A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids A*, 4:Seiten 633–635.
- LUND, T., WU, X. und SQUIRES, K. (1998). Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations. *J. Comp. Phys.*, 140:Seiten 233–258.
- MANHART, M. und FRIEDRICH, R. (2002). DNS of a turbulent boundary layer with separation. *Heat and Fluid Flow*, 23(5):Seiten 572–581.

- MANHART, M., TREMBLAY, F. und FRIEDRICH, R. (2001). MGLET: a parallel code for efficient DNS and LES of complex geometries. In C. B. Jenssen, H. I. Andersson, A. Ecer et al. (Herausgeber), *Parallel computational fluid dynamics : trends and applications : Proceedings of the Parallel CFD 2000*. NTNU, Elsevier, Trondheim, Norway.
- MANHART, M. und WENGLE, H. (1994). Large-eddy Simulation of Turbulent Boundary Layer Flow over a Hemisphere. In P. R. Voke, L. Kleiser und J.-P. Chollet (Herausgeber), *Direct and Large-Eddy Simulation I*, Seiten 299–310. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- MENEVEAU, C. und LUND, T. S. (1994). On the Lagrangian nature of the turbulence energy cascade. *Phys. Fluids.*, 6:Seiten 2820–2825.
- MENEVEAU, C., LUND, T. S. und CABOT, W. H. (1996). A Lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence. *J. Fluid Mech.*, 319:Seiten 353–385.
- MOSER, R. D., KIM, J. und MANSOUR, N. N. (1999). Direct Numerical Simulations of Turbulent Channel Flow up to  $Re_\tau = 590$ . *Physics of Fluids*, 11(4):Seiten 943–945.
- NA, Y. und MOIN, P. (1996). Direct numerical simulation of turbulent boundary layers with adverse pressure gradient and separation. Technischer Bericht TF-68, Thermoscience Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, California 94305.
- NEUMANN, J. (2003). *Passive und aktive Beeinflussung turbulenter Stufenüberströmungen*. Doktorarbeit, Universität der Bundeswehr München.
- PANCHAPAKESAN, N. R. und LUMLEY, J. L. (1993). Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. Part 1. Air jet. *J. Fluid Mech.*, 246:Seiten 197–223.
- PATRICK, W. P. (1987). Flow field measurements in a separated and reattached flat plate turbulent boundary layer. Technischer Bericht 4052, NASA Contractor Report.
- PELLER, N. (2003). *Beschreibung von komplexen Geometrien mit der 'Immersed Boundary' Technik*. Diplomarbeit, Technische Universität München.
- PIOMELLI, U., MOIN, P. und FERZINGER, J. H. (1988). Model consistency in large-eddy simulation of turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, 31:Seiten 1884–1891.

- REYNOLDS, O. (1895). On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Scientific Papers*, II:Seiten 535–577.
- ROGERS, M. M. und MOSER, R. D. (1994). Direct simulation of a self-similar turbulent mixing layer. *Phys. Fluids*, 6(2):Seiten 903–923.
- SCHEWE, G. (2001). Reynolds-number effects in flow around more-or-less bluff bodies. *J. Wind Eng.*, 89:Seiten 1267–1289.
- SCHUMANN, U. (1973). *Ein Verfahren zur direkten numerischen Simulation turbulenter Strömungen in Platten- und Ringspaltkanälen und über seine Anwendung zur Untersuchung von Turbulenzmodellen*. Dissertation, Universität Karlsruhe (TH).
- SCHUMANN, U. (1975). Subgrid-scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli. *J. Comp. Phys.*, 18:Seiten 376–404.
- SIMPSON, R. L. (1991). The structure of the near-wall region of two-dimensional turbulent separated flow. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.*, 336:Seiten 5–17.
- SIMPSON, R. L., CHEW, Y. T. und SHIVAPRASAD, B. G. (1981). The structure of a separating turbulent boundary layer. Part 1. Mean flow and Reynolds stresses. *J. Fluid Mech.*, 133:Seiten 23–51.
- SIMPSON, R. L., STRICKLAND, J. H. und BARR, P. W. (1977). Features of a separating turbulent boundary layer in the vicinity of separation. *J. Fluid Mech.*, 79:Seiten 553–594.
- SMAGORINSKY, J. (1963). General Circulation Experiments with the Primitive Equations, I the Basic Experiment. In *Mon. Weath. Rev.*, 91, Seite 99.
- SPALART, P. R. (1988). Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $Re_\theta = 1410$ . *J. Fluid Mech.*, 197:Seiten 61–98.
- SPURK, J. H. (1993). *Strömungslehre: Einführung in die Theorie der Strömungen*. Springer Verlag, Berlin.
- STONE, H. L. (1968). Iterative solution of implicit approximation of multi-dimensional partial differential equations. *SIAM J.*, 5:Seiten 530–558.



- TEMMERMAN, L. A., LESCHZINER M., MELLEN, C. und FRÖHLICH, J. (1998). Investigation of wall-function approximations and subgrid-scale models in large eddy simulation of separated flow in a channel with streamwise periodic constrictions. *Phys. Fluids*, 10(11):Seiten 2923–2940.
- TENNEKES, H. und LUMLEY, J. L. (1972). *A First Course in Turbulence*. The MIT Press Cambridge, Massachusetts, London.
- TREMBLEY, F. (2001). *Direct and large-eddy simulation of flow around a circular cylinder at subcritical Reynolds numbers*. Dissertation, Technische Universität München.
- VAN DRIEST, E. R. (1956). On turbulent flow near a wall. *J. Aero Sci.*, 23:Seiten 1007–1011.
- WADCOCK, A. J. (1987). Investigation of low-speed turbulent separated flow around airfoils. Technischer Bericht CR 177450, NACA.
- WERNER, H. und WENGLE, H. (1989). Large-eddy Simulation of Turbulent Flow over a Square Rib in a Channel. In H.-H. Fernholz und H. E. Fiedler (Herausgeber), *Advances in Turbulence*, Band 2, Seiten 418–423. Springer Verlag, Berlin.
- WILSON, P. G. und PAULEY, L. L. (1998). Two- and three-dimensional large-eddy simulations of a transitional separation bubble. *SIAM J.*, 5:Seiten 530–558.