



Fachhochschule Rosenheim  
University of Applied Sciences



# TEILPROJEKT 15

**TP 15 Flächen aus Brettstapeln,  
Brettsperrholz und  
Verbundkonstruktionen**



TU München  
Lehrstuhl für  
Holzbau und  
Baukonstruktion  
Univ.-Prof. Dr.-Ing.  
Stefan Winter  
Univ.-Prof. Dr.-Ing.  
Heinrich Kreuzinger  
Dipl.-Ing.  
Peter Mestek



# TEILPROJEKT 15

**TP 15 Flächen aus Brettstapeln,  
Brettsperrholz und  
Verbundkonstruktionen**



TU München  
Lehrstuhl für  
Holzbau und  
Baukonstruktion  
Univ.-Prof. Dr.-Ing.  
Stefan Winter  
Univ.-Prof. Dr.-Ing.  
Heinrich Kreuzinger  
Dipl.-Ing.  
Peter Mestek



<b>Zusammenfassung</b>	<b>1</b>
<b>Summary</b>	<b>2</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2 Bezeichnungen</b>	<b>4</b>
<b>3 Theoretische Grundlagen</b>	<b>7</b>
3.1 Flächige Tragstrukturen in Berechnungsprogrammen	7
3.1.1 Plattentheorie	7
3.1.2 FEM-Modell mit Flächenelementen – FEM-Programme	9
3.1.3 Trägerrostmodell – Stabwerksprogramm	10
3.2 Nachgiebiger Verbund in der DIN 1052:2004-08	12
3.2.1 $\gamma$ -Verfahren nach DIN 1052	13
3.2.2 Schubanalogie	16
3.3 Schwingungsnachweise für Deckenkonstruktionen	21
3.3.1 Schwingungsnachweis nach DIN 1052:2004-08 [53]	21
3.3.2 Besondere Untersuchungen nach ERL-DIN1052 [7]	21
<b>4 Brettstapelbauweise (BST)</b>	<b>23</b>
4.1 Zusammenfassung und Ausblick	23
4.2 Allgemein	25
4.3 Berechnungsgrundlagen	27
4.3.1 Rechenmodell	27
4.3.2 Steifigkeiten	28
4.3.2.1 nach DIN 1052	28
4.3.2.2 Ermittlung $E_y$ für genagelte Elemente	28
4.3.2.3 Abschätzung von $E_y$ für gedübelte Elemente	31
4.3.3 Systembeiwerte nach 10.7.2 der DIN 1052 [53]	31
4.3.4 Querverteilungs-Kriterium	34
4.4 Plattenbeanspruchung	37
4.4.1 Tragverhalten in Lamellenrichtung	37
4.4.1.1 Grenzzustand der Tragfähigkeit	37
4.4.1.2 Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit	38
4.4.2 Tragverhalten in Querrichtung	40
4.4.2.1 Nachweise nach DIN 1052	40
4.4.2.2 Simulation des Tragverhaltens in Querrichtung	41
4.4.2.3 Nachweisverfahren nach Krämer [9]	46
4.4.2.4 Streichlasten – Lamellen-parallele Randlagerung	46
4.4.2.5 Fugenbeanspruchung	51
4.4.3 Einzellast	52
4.4.3.1 Nachweis in Haupttragrichtung	52
4.4.3.2 Lastausbreitung in Querrichtung	54
4.4.3.3 Durchbiegung	56
4.4.4 Öffnungen	57
4.4.5 Lamellenstöße	63
4.4.5.1 Verstärkungen	63
4.4.5.2 Rechnerische Erfassung	64
4.4.5.3 Stoßanordnung am Zweifeldträger	70
4.5 Scheibenbeanspruchung	72
4.5.1 Wandscheibe	72
4.5.1.1 Abtragung vertikaler Lasten	72
4.5.1.2 Abtragung horizontaler Lasten	75
4.5.2 Deckenscheibe	80
4.5.2.1 Beanspruchung parallel zur Lamellenachse	80
4.5.2.2 Beanspruchung senkrecht zur Lamellenachse	81

<b>5</b>	<b>Brettsperrholzbauweise (BSP)</b>	<b>83</b>
5.1	Zusammenfassung und Ausblick	83
5.2	Allgemein	87
5.3	Berechnungsgrundlagen	91
5.3.1	Steifigkeiten	92
5.3.1.1	Biegesteifigkeit	92
5.3.1.2	Ersatzschubsteifigkeit	93
5.3.1.3	Drillsteifigkeit	95
5.3.1.4	Dehnsteifigkeit	96
5.3.1.5	Scheibenschubsteifigkeit	96
5.3.2	Systembeiwert $k_i$	97
5.4	Berechnungsverfahren nach Anhang D der DIN 1052 [53]	99
5.4.1	Schubstarre Verbundtheorie	99
5.4.1.1	Plattenbeanspruchung	99
5.4.1.2	Scheibenbeanspruchung	101
5.4.2	Verfahren der Schubanalogie	101
5.4.2.1	Plattenbeanspruchung	101
5.4.2.2	Scheibenbeanspruchung	103
5.4.2.3	Schnittgrößen des ideellen Systems am Einfeldträger	104
5.5	Plattenbeanspruchung	106
5.5.1	Nachweise nach DIN 1052 [53]	106
5.5.1.1	Grenzzustand der Tragfähigkeit	106
5.5.1.2	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit	106
5.5.2	Einfeldträger unter Gleichlast	109
5.5.3	Tragverhalten in Querrichtung	112
5.5.3.1	Streichlasten - Randlagerung parallel zur Haupttragrichtung	112
5.5.3.2	Fugenbeanspruchung	113
5.5.4	Einzellast	115
5.5.4.1	Vergleich SA mit FEM-Scheibenelemente	115
5.5.4.2	Berücksichtigung der Schubverformung mittels Beiwert $k_{SA}$	117
5.5.4.3	Simulationsberechnung zu Bauteilversuchen der EMPA [24]	119
5.5.5	Stützmoment am Zweifeldträger	121
5.5.6	Punktstützung	125
5.5.7	Öffnungen	130
5.5.8	Kriechverhalten - $k_{def}$ -Beiwert	132
5.6	Scheibenbeanspruchung	133
5.6.1	Wandscheibe	133
5.6.1.1	Vertikale Lasten und gleichzeitige Windbeanspruchung	133
5.6.1.2	Horizontale Lasten in der Elementebene (Kopflast)	140
5.6.2	Sturzbemessung / wandartige Träger	144
5.6.2.1	Schmalseitenverklebung in den horizontalen Brettlagen	144
5.6.2.2	Keine Schmalseitenverklebung der horizontalen Brettlagen	145
5.6.3	Deckenscheibe	149
5.6.3.1	Elementstoß senkrecht zur Lasteinleitung	151
5.6.3.2	Elementstoß parallel zur Lasteinleitung	152
5.7	Experimentelle Untersuchungen	154
5.7.1	Drillsteifigkeit von BSP-Elementen	154
5.7.1.1	Theoretisches Modell	154
5.7.1.2	Prüfkörper und Versuchsaufbau	155
5.7.1.3	Versuchsdurchführung	156
5.7.1.4	Simulationsberechnung	157
5.7.1.5	Last-Verformungsdiagramme	158
5.7.2	Vergütete Decklamellen – Kooperation mit TP 14	160
5.7.2.1	Herstellung der Prüfkörper	160
5.7.2.2	Schwingungsmessung – Ermittlung des Rollschubmoduls $G_R$	162
5.7.2.3	Versuchsdurchführung von Vierpunkt-Biegeversuchen	165
5.7.2.4	Auswertung und Simulationsberechnungen	167
5.7.2.5	Zusammenfassung	170
5.7.3	Einfluss der Haftung bei genagelten BSP-Elementen	171
5.7.3.1	Knicklasten aus Bauteilversuchen	171
5.7.3.2	Rechnerische Knicklasten	172
5.7.3.3	Knickversuche unter minimiertem Haftungseinfluss	174
5.7.3.4	Ersatzschubsteifigkeit aus Knickversuchen	178
5.7.3.5	Zusammenfassung	178

<b>6</b>	<b>Holz-Beton-Verbund-Bauweise (HBV)</b>	<b>179</b>
6.1	Zusammenfassung und Ausblick	179
6.2	Allgemein	182
6.3	Zusammenstellung der Schubverbinder - Stand Juni 2008	184
6.3.1	Schubverbinder mit allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassung	184
6.3.2	Schubverbinder ohne allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassung	187
6.3.2.1	Stahlbauteile	187
6.3.2.2	Formschluss	189
6.3.2.3	Haftverbund	190
6.3.3	Festigkeiten und Steifigkeiten der Schubverbinder	192
6.4	Berechnungsgrundlagen	193
6.4.1	Materialparameter	193
6.4.2	Querverteilung – Verkehrslast für Wohnraumdecken	194
6.4.2.1	Plattenbalken	194
6.4.2.2	Flächige Verbundsysteme mit Brettstapelelementen	195
6.5	Berechnungsverfahren	197
6.5.1	$\gamma$ -Verfahren	197
6.5.1.1	Allgemein	197
6.5.1.2	Vereinfachung für den Zweipunktquerschnitt	197
6.5.2	Schubanalogie	198
6.5.2.1	Steifigkeitsermittlung	198
6.5.2.2	Kontinuierlicher Schubverbund	199
6.5.2.3	Punktuell angeordnete Schubverbinder	199
6.5.3	Stabwerkmodelle	200
6.6	Erfassung des Langzeitverhaltens	201
6.6.1	Kriechen	201
6.6.2	Schwinden	201
6.7	Nachweisführung nach DIN 1052 [53]	203
6.7.1	Grenzzustand der Tragfähigkeit	203
6.7.1.1	Holzquerschnitt	203
6.7.1.2	Betonquerschnitt	204
6.7.1.3	Verbindungsmitel	204
6.7.2	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit	204
6.7.2.1	Grenzwerte der Verformungen	204
6.7.2.2	Schwingungsnachweis	205
6.8	Schwingungsmessung an Verbunddeckenelement	205
6.8.1	Messergebnisse	206
6.8.2	Vergleichsrechnung	207
6.9	Bemessung eines HBV-Deckenelementes für Teilprojekt 1	208
6.9.1	Belastung und Schnittgrößenermittlung	208
6.9.2	Materialkennwerte	209
6.9.3	Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT)	209
6.9.3.1	Zeitpunkt $t=0$	209
6.9.3.2	Zeitpunkt $t=\infty$	211
6.9.4	Bemessung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG)	213
6.9.4.1	Verformungsnachweise	213
6.9.4.2	Schwingungsnachweis	214
<b>7</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>215</b>
7.1	Literatur	215
7.2	Regelwerke	218
7.3	Allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen	218
7.3.1	Brettsperrholz	218
7.3.2	Holz-Beton-Verbundsysteme, Schubverbinder	219
<b>8</b>	<b>Messwerte und Diagramme</b>	<b>221</b>
8.1	Experimentelle Untersuchungen zu vergüteten Decklamellen	221
8.1.1	Durchbiegung $w$ in Feldmitte	221
8.1.2	Relativverformung $w_{rel}$	223

**Verzeichnis der Beispiele**

Beispiel 4-1: BST-Deckenelement, Einfelddecke, Systembeiwert.....	32
Beispiel 4-2: BST-Deckenelement, Zweifeldträger, Schwingungsnachweis .....	38
Beispiel 4-3: BST-Deckenelement, dreiseitige Lagerung, Gleichlast .....	50
Beispiel 4-4: BST-Deckenelement, zweiseitige Lagerung, Einzellast .....	55
Beispiel 4-5: BST-Deckenelement, Öffnung im Auflagerbereich .....	61
Beispiel 4-6: BST-Deckenelement, Lamellenstöße in den Drittelpunkten. ....	69
Beispiel 4-7: BST-Wandelement, vertikale Last + Windlast.....	75
Beispiel 4-8: BST-Wandelement, horizontale Kopflast.....	79
Beispiel 5-1: BSP-Element, Ermittlung der Steifigkeiten .....	98
Beispiel 5-2: BSP-Deckenelement, allseitig gelagert, Schwingungsnachweis... ..	107
Beispiel 5-3: BSP-Einfeldträger unter Gleichlast – starre Verbundtheorie .....	111
Beispiel 5-4: BSP-Deckenelement, dreiseitige Lagerung, Gleichlast.....	112
Beispiel 5-5: BSP-Deckenelement, Fugenbeanspruchung - Teilflächenlast .....	114
Beispiel 5-6: BSP-Zweifeldträger, Spannungsermittlung am Mittelaufleger .....	121
Beispiel 5-7: BSP-Deckenelement, Punktstützung – Schubanalogieverfahren ..	125
Beispiel 5-8: BSP-Deckenelement, Öffnung im Auflagerbereich, Gleichlast .....	131
Beispiel 5-9: BSP-Wandelement, vertikale Last + Windlast.....	138
Beispiel 5-10: BSP-Wandelement, horizontale Kopflast.....	143
Beispiel 5-11: BSP-Wandelement, Fenstersturz .....	148
Beispiel 5-12: BSP-Deckenscheibe, Spannungs- und Verformungsbetrachtung	150



## Zusammenfassung

Brettstapel-, Brettsperrholz- und Holz-Beton-Verbund-Bauweisen ermöglichen den Einsatz von flächigen Tragstrukturen im modernen Holzbau. Die genannten Elemente sind in tragender und aussteifender Funktion einsetzbar, wodurch sich ein breites Anwendungsspektrum eröffnet. Im Rahmen dieses Projektes wurden bestehende Vorgehensweisen wie auch vorhandene Berechnungsansätze bewertet und überprüft und so eine systematische Zusammenstellung der derzeit gültigen Berechnungs- und Bemessungsverfahren für die oben aufgeführten Bauweisen erarbeitet. Ergänzend werden weitere Versuchsergebnisse bzw. theoretische Erkenntnisse aufgeführt. Das Forschungsprojekt gliedert sich in einen allgemeinen Teil zu den theoretischen Grundlagen sowie in drei weitere Kapitel, die sich jeweils mit den spezifischen Besonderheiten der einzelnen Bauweisen befassen.

In den theoretischen Grundlagen sind im Wesentlichen die Modellierung und die Berechnung von flächigen Konstruktionen in Berechnungsprogrammen erläutert. Zusätzlich werden Hinweise zum nachgiebigen Verbund sowie zu den besonderen Untersuchungen hinsichtlich des Schwingungsverhaltens der Deckensysteme gegeben.

Die Kapitel zu den spezifischen Besonderheiten der einzelnen Bauweisen gliedern sich in folgende Schwerpunktbereiche:

- Materialeigenschaften und Kennwerte
- Berechnungsgrundlagen
- Berechnungsverfahren
- Differenzierung in Platten- und Scheibenbeanspruchung
- Konstruktive Besonderheiten (Öffnungen, Fugenbeanspruchung, Punktstützung, Schubverbinder, etc.)

Zusätzlich wird anhand von Beispielen die direkte Umsetzung der aufgeführten Vorgehensweisen und Bemessungsregeln an baupraktischen Problemstellungen erläutert.

Dank gilt dem Bayerischen Staatsministerium für Wissenschaft, Forschung und Kunst für die Finanzierung dieses Forschungsvorhabens.

Für die Unterstützung des Projektes bei der Durchführung von experimentellen Untersuchungen sei der Dank ausgesprochen an die Firmen Finnforest Merk GmbH in Aichach und MHM Entwicklungs GmbH in Hawangen.

## Summary

Nail-laminated timber, cross laminated timber and timber concrete composite constructions enable the use of plane structures in modern timber engineering. The mentioned elements can be applied in supporting and bracing functions, opening possibilities for wide areas of application. Within the project, existing approaches and available calculation methods have been evaluated and verified. A systematic compilation of the current valid calculation and design methods for the quoted constructions was developed. Additionally, results of experimental tests and theoretical knowledge are given. The research report is structured in a general part, containing the theoretical basics and three further chapters concerning the specific characteristics of each construction method.

In the theoretical basics the modelling and calculation of plane structures using computational analysis are illustrated. In addition advice about the elastic composite and special investigations regarding the vibration behaviour of the ceiling systems is provided.

The chapters concerning the specific characteristics of the examined types of constructions are structured in following main topics:

- material and mechanical properties
- basics of calculations
- calculation methods
- differentiation in plates in bending and plates loaded in-plane
- constructive details (openings, stresses in element joints, punctual supports, shear connectors, etc.)

The direct implementation of the quoted approaches and design rules is explained by examples of typical analysis.

Gratitude is extended to the Bavarian State Ministry of Sciences, Research and the Arts, Germany for funding the project.

## 1 Einleitung

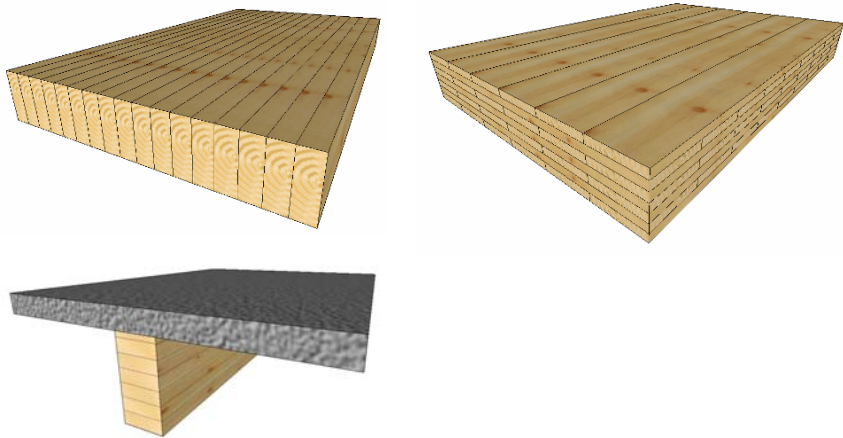


Abb. 1-1: Bauteilskizzen

### **Brettstapel-, Brettsperrholz- und Holz-Beton-Verbund-Bauweise**

Die Brettstapel-, Brettsperrholz- und Holz-Beton-Verbund-Bauweisen ermöglichen dem modernen Holzbau den Einsatz von flächigen Tragstrukturen. Wohn-, Schul- und Gewerbebauten bilden ein breites Spektrum an Anwendungsmöglichkeiten, da die Elemente sowohl in tragender als auch in aussteifender Funktion eingesetzt werden können. Die flächige Lastabtragung ermöglicht im Vergleich zu konventionellen Deckensystemen im Holzbau geringere Querschnittaufbauten. Durch hohe Steifigkeitswerte können die Elemente auch große Spannweiten überbrücken und dabei die gestiegenen Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit erfüllen. Die günstigen Eigenschaften hinsichtlich des Schall- und Brandschutzes sowie des hohen Vorfertigungsgrads sind wesentliche Vorteile dieser ökologischen Bauweisen.

Obwohl diese Systeme bereits regelmäßig angewendet werden, steht eine Aufarbeitung der bestehenden Berechnungs- und Bemessungsansätze aus. Im Rahmen dieses Projektes wurden daher bestehende Vorgehensweisen wie auch vorhandene Berechnungsansätze bewertet und überprüft und so eine systematische Zusammenstellung der derzeit gültigen Berechnungs- und Bemessungsverfahren für die oben aufgeführten Bauweisen erarbeitet. Ergänzend werden weitere Versuchsergebnisse bzw. theoretische Erkenntnisse aufgeführt.

### **Inhaltlicher Aufbau**

Die Arbeit gliedert sich in einen allgemeinen Teil zu den theoretischen Grundlagen sowie in drei weitere Kapitel, die sich mit den spezifischen Besonderheiten der einzelnen Bauweisen befassen. Die den Bauweisen zugeordneten Kapitel sind jeweils so strukturiert, dass zunächst die Steifigkeitsermittlung, die Berechnungsverfahren und die notwendigen Nachweise beschrieben werden. Anschließend wird auf konstruktive Besonderheiten, wie beispielsweise Öffnungen oder Punktstützungen, eingegangen. Soweit es die Bauweisen zulassen erfolgt eine Differenzierung in Platten- und Scheibenbeanspruchung. Zusätzlich wird anhand von Beispielen die direkte Umsetzung der aufgeführten Vorgehensweisen und Bemessungsregeln an baupraktischen Problemstellungen erläutert.

## 2 Bezeichnungen

Die Bezeichnung der Platten- und Scheibenschnittgrößen sowie der Spannungen erfolgen in Anlehnung an Abs. 8.9 der DIN 1052 [53].

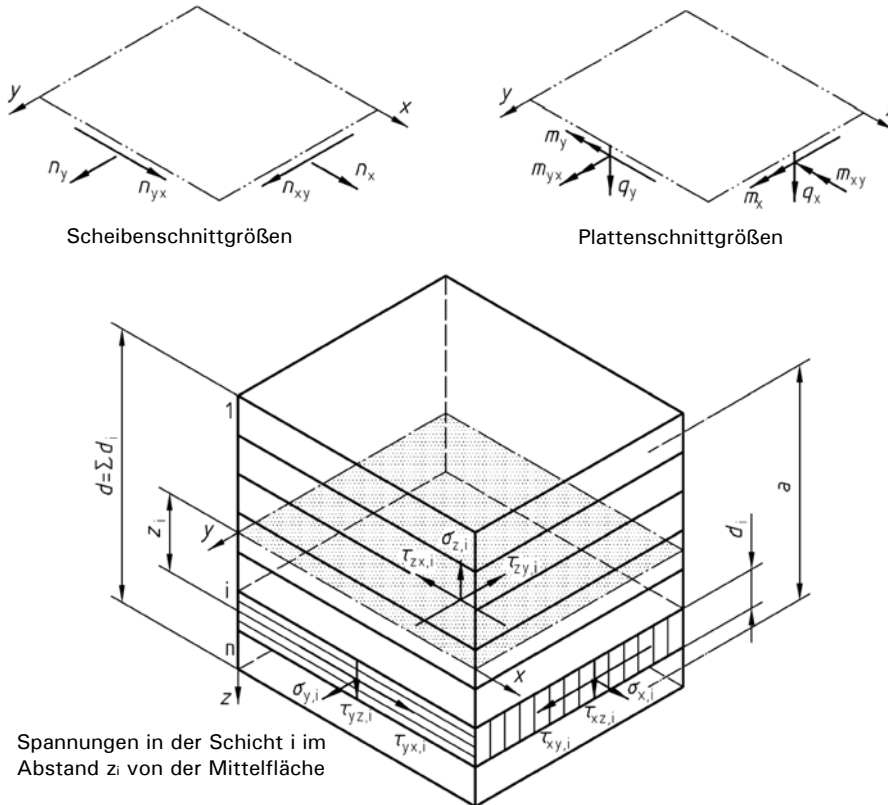


Abb. 2-1: Schnittgrößen- und Spannungsdefinition [53]

### Griechische Buchstaben

- $\alpha$  Korrekturbeiwert; Beiwert zur Berücksichtigung der Plattentragwirkung; Temperaturdehnzahl; Beiwert
- $\beta$  Lastausbreitungswinkel; Verhältniszahl
- $\Delta$  Änderung; Differenz
- $\varepsilon$  Dehnung
- $\gamma$  Teilsicherheitsbeiwert; Abminderungsbeiwert; Winkel; Gleitung
- $\varphi$  Winkel der Schrägstellung; Winkel; Verdrehung
- $\kappa$  Schubkorrekturbeiwert
- $\lambda$  Schlankheitsgrad
- $\mu$  Querdehnzahl
- $\sigma$  Normalspannung
- $\tau$  Schubspannung
- $\xi$  Dämpfungsmaß
- $\psi$  Kombinationsbeiwert

### Lateinische Buchstaben

- A Querschnittsfläche; Auflagerkraft
- B Biegesteifigkeit bzw. Drillsteifigkeit eines Flächenelementes; Auflagerkraft
- D Dehnsteifigkeit eines Flächenelementes
- E Elastizitätsmodul
- ES statisches Moment

F	Einzellast; Kraft
G	Schubmodul
I	Flächenmoment zweiten Grades; Impuls
K	Plattensteifigkeit; Verschiebungsmodul; Federsteifigkeit; Steifigkeit einer Einzelabstützung
L	Gesamtlänge eines Mehrfeldträgers; charakteristische Länge
M	Biegemoment am Stabelement; Momenteneinwirkung am Stabelement
N	Normalkraft am Stabelement
P	Einzellast; Kraft
R	Widerstand; Tragwiderstand; Tragfähigkeit
S	Schubsteifigkeit eines Flächenelementes
T	Tragfähigkeit eines Verbinders (Längsschubkraft)
V	Querkraft am Stabelement
Z	Zugkraft
a	Abstand; Trägerabstand; Schichtabstand; Beschleunigung
b	Breite; Plattenbreite; Brettbreite
d	Dicke; Platten- und Scheibendicke; Schichtdicke
e	Ausmitte; Mittenabstand; Fugenabstand; Verbindungsmittelabstand
f	Frequenz; Festigkeit
g	ständige Einwirkungen; Eigengewicht
h	Höhe; Querschnittshöhe; Querschnittsdicke; Tragwerkshöhe;
k	Beiwert; Systembeiwert; Fugensteifigkeit; Hilfsgröße allgemein
l	Spannweite
m	Biegemoment am Flächenelement; Masse (flächenbezogen)
n	Anzahl; Normalkraft am Flächenelement
p	äußere Einwirkung; Streichlast
q	veränderliche Einwirkungen; Nutzlasten
r	Radius
s	Abstand von Verbindungsmitteln bei kontinuierlicher Verbindung
t	Plattendicke; Schubfluss
u	Verformungen in der Elementebene; Holzfeuchte
v	Querkraft am Flächenelement; Geschwindigkeit
w	Verformungen senkrecht zur Elementebene
x;y	Koordinaten; Achsenbezeichnungen
z	Koordinate; Achsenbezeichnung; Abstand

**Indizes**

$\varphi$	Verdrehung
A	Ebene A der Schubanalogie
B	Ebene B der Schubanalogie
G	ständige Einwirkungen
N	Nagel
Q	veränderliche Einwirkungen
R	Rollschub; Rand; Raster
S	Mittelaufleger/ -stütze; Sturz; Schwinden; Schubsteifigkeit
T	Torsion; Temperatur
b	Nebentragrichtung
c	Druck; Beton
d	Bemessungswert
e	Einfluss
h	horizontal
i	Laufvariable

k	Kragarm; charakteristischer Wert
l	Haupttragrichtung
m	Biegung; mitwirkend
o	oben
s	Schwerpunkt
t	Zug; Torsion; Zeitpunkt
u	unten
v	Querkraft; Schub; vertikal
w	Wechsel
x;y;z	Koordinatenrichtungen; Schnittufer
Beton	Betonquerschnitt
BSP	Brettsperrholz
BST	Brettstapelholz
Decke	Decke
Dübel	Hartholzdübel
EI	Biegesteifigkeit
Feder	Feder
HBV	Holz-Beton-Verbund
Holz	Holzquerschnitt
Kr.	Kreuzungspunkt
Lage	Brettlage
Lam	Lamelle
Platte	Platte
Reihe	Reihe
SA	Verfahren der Schubanalogie; Schwerachse
Stoß	Stoß; Lamellenstoß; Elementstoß
Träger	Träger; Balken
VBM	Verbindungsmittel
Verb	Verbindung
VT	starre Verbundtheorie
ber	berechnet
def	Verformung
ef	wirksam; effektiv
ers	Ersatz
fin	Endwert
inst	Anfangswert
ki	kritisch
max	größter Wert
mean	mittlerer Wert
min	kleinster Wert
mod	Modifikation
q-s	quasi-ständig
red	abgeminderter Wert; Abminderung
ser	Gebrauchszustand
tor	Torsion
0	in Faserrichtung; Anfangswert/ -zustand
05	5%-Quantilwert
1;2	Teilquerschnitt bzw. Feld 1; Teilquerschnitt bzw. Feld 2
90	senkrecht zur Faserrichtung
I	Theorie I. Ordnung
II	Theorie II. Ordnung

### 3 Theoretische Grundlagen

#### 3.1 Flächige Tragstrukturen in Berechnungsprogrammen

Das Tragverhalten von flächigen Bauteilelementen bzw. Strukturen lässt sich mittels einer Vielzahl unterschiedlicher Berechnungsprogramme simulieren. Der entscheidende Einfluss für eine wirklichkeitsnahe Modellierung liegt dabei in der korrekten Ermittlung und Eingabe der jeweiligen Steifigkeitsparameter. Das trifft besonders auf die im Rahmen dieses Vorhabens behandelten Bauweisen zu, da deren Tragverhalten sowohl durch stoffliche als auch, bedingt durch den jeweiligen Systemaufbau, durch konstruktive Anisotropie geprägt ist. Im Nachfolgenden wird daher auf die theoretischen Grundlagen für die Modellierung des Tragverhaltens eingegangen.

##### 3.1.1 Plattentheorie

Werden flächige Bauteile beansprucht, so wird in Platten- und Scheibenbeanspruchung unterschieden. Während bei Scheiben die Belastungen in der Bauteilebene erfolgen, werden Platten durch Lasten senkrecht zur Bauteilebene auf Biegung beansprucht.

Für Platten wurden in Abhängigkeit des Verhältnisses der Spannweite  $L$  zur Plattendicke  $t$  verschiedene Theorien entwickelt. Sehr dünne Elemente mit einem Verhältnis von  $L/t$  größer als 50 müssen nach nicht-linearen Theorien unter Berücksichtigung von Membrankräften berechnet werden (z.B. von Karman Theorie). Diese Abmessungen sind im Holzbau baupraktisch nicht relevant, weshalb im Folgenden nicht weiter darauf eingegangen wird. Die im Holzbau relevanten Verhältnisse  $L/t$  liegen zwischen 20 und 40. In diesem Bereich liefern Theorien auf Grundlage der Biegelehre ausreichend genau Ergebnisse.

Hierzu ist die Theorie nach Kirchhoff zu zählen, der folgende Vereinfachungen zugrunde liegen:

- geometrische Linearität
- linear elastisches Materialgesetz
- dünne Platten (= > Schubverformung vernachlässigbar)

Die Differentialgleichung der Kirchhoff-Theorie kann unter Betrachtung eines Plattenstreifens, wie in Abb. 3-1 dargestellt, abgeleitet werden. Es wird vom einfachsten Fall einer isotropen Platte mit einer Querdehnzahl  $\mu=0$  ausgegangen.

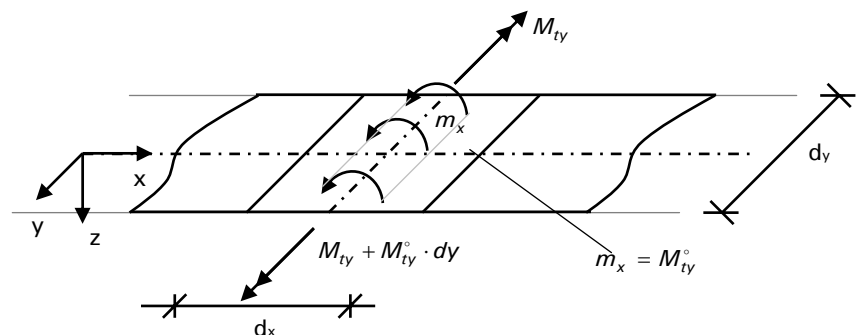


Abb. 3-1: Plattenstreifen

Betrachtet man den Streifen in x-Richtung so gilt:

$$\sum V = 0: \quad p_{xz} \cdot dx + dV_x = 0 \quad (3-1)$$

$$V_x' = -p_{xz} \quad (3-2)$$

$$\sum M = 0: \quad V_x \cdot dx - dM_x - m_x \cdot dy = 0 \quad (3-3)$$

mit  $dx = dy$ :  $V_x - M_x' - m_x = 0$  (3-4)

$\Rightarrow M_x'' + m_x' + p_{xz} = 0$  (3-5)

$\swarrow$  Verdrehung des  $y$ -Streifens:  $-w'$   
 $\searrow$  Verwindung des  $y$ -Streifens:  $-w''$   
 $M_{ty} = -G I_t \cdot w''$  (3-6)  
 $M_{ty}^o = -G I_t \cdot w''$  (3-7)  
 $\Rightarrow m_x' = -G I_t \cdot w''$  (3-8)  
 $M_x'' = -E I_y w''''$  (3-9)

Daraus ergibt sich für die jeweiligen Plattenstreifen in

x-Richtung:  $-E I_y w'''' - G I_t \cdot w'' + p_{xz} = 0$  (3-10)

y-Richtung:  $-G I_t \cdot w'' - E I_x w'' + p_{yz} = 0$  (3-11)

Für die Steifigkeiten gilt:

$E I_x = E I_y = E \cdot \frac{t^3}{12}$  (3-12)

Bei der Abbildung einer Fläche durch Plattenstreifen ist zu berücksichtigen, dass bei der Verdrillung des Flächenelementes sowohl Streifen in x- als auch in y-Richtung aktiviert werden. Daher ist die Torsionssteifigkeit eines Plattenstreifens, der eine Fläche abbildet, halb so groß wie die eines Einzelbalkens entsprechender Breite. Damit ermittelt sich die Drillsteifigkeit zu:

$G I_{tx} = G I_{ty} = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{t^3}{3}$  (3-13)

Plattensteifigkeit K der isotropen Platte:  $K = E \cdot \frac{t^3}{12}$  (3-14)

Unter Berücksichtigung der Plattensteifigkeit K und der Gleichungen 2-10 und 2-11 ergibt sich die Differentialgleichung gemäß der Kirchhoffschen Plattentheorie:

$-K \cdot (w'''' + 2 \cdot w'' + w''') + p_z = 0$  (3-15)

$K \cdot \Delta \Delta w - p_z = 0$  (3-16)

Analog lautet die Differentialgleichung für die anisotrope Platte:

$K_x \cdot w'''' + 2 \cdot K_{xy} \cdot w'' + K_y \cdot w'' = p_z$  (3-17)

mit:  $K_x = E_x \cdot t^3 / 12$  (3-18)

$K_y = E_y \cdot t^3 / 12$  (3-19)

$K_{xy} = G_{xy} \cdot t^3 / 6 = G_{yx} \cdot t^3 / 6$  (3-20)

Durch die Drillmomente entsteht die Kirchhoffsche Ersatzquerkraft mit abhebender Kraft im Eckbereich (siehe Abb. 3-2).

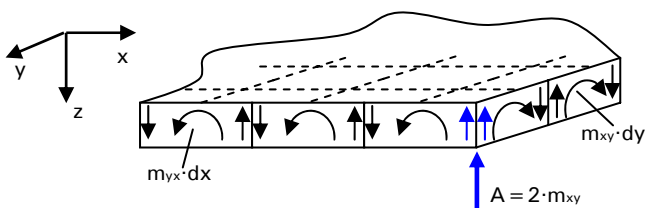


Abb. 3-2: Eckkräfte nach der Kirchhoff-Theorie



Die Plattentheorie nach Kirchhoff berücksichtigt keine Schubverformungen aufgrund von Querkräften, also keine Schubverzerrungen  $\gamma_{xz}$  (bzw.  $\gamma_{yz}$ ). Damit widerspricht sie dem Materialgesetz:

$$\tau_{xz} = G \cdot \gamma_{xz} \quad (3-21)$$

Unter der gewählten Annahme  $\gamma_{xz}=0$  könnten sich also keine Schubspannungen  $\tau_{xz}$  einstellen. Die nach der Kirchhoff-Theorie ermittelten Schubspannungen ergeben sich aus dem Gleichgewicht der Kräfte und Spannungen.

In Abhängigkeit von der Bauweise werden im modernen Holzbau flächige Elemente verwendet, bei denen die Schubverformung oder gar der nachgiebige Verbund nicht vernachlässigt werden kann. Dazu zählen die Holz-Beton-Verbund- sowie unter bestimmten Belastungen und Randbedingungen die Brettsper Holz-Bauweise. Auf die spezifischen Einflüsse wird in den jeweiligen Kapiteln eingegangen.

### 3.1.2 FEM-Modell mit Flächenelementen – FEM-Programme

Eine weit verbreitete Methode flächige Elemente zu modellieren bilden FEM-Programme. Die Finite-Element-Methode kann auf verschiedene Plattentheorien angewendet werden. Grundsätzlich wird dabei die reale Struktur unter Berücksichtigung des verwendeten mathematischen Modells (z.B. Kirchhoff Theorie) zu finiten Elementen diskretisiert. Die Ergebnisse der numerischen Lösungen unterliegen dabei dem Einfluss der getroffenen Annahmen und Vereinfachungen der einzelnen Zwischenschritte.

Viele gängige FEM-Programme basieren dabei auf der Plattentheorie nach Reissner/Mindlin. Modifikationen der Kirchhoff Theorie bezüglich der kinematischen Zusammenhänge ermöglichen die Anwendung der Theorie auch auf dicke Plattelemente ( $5 < l/t < 10$ ).

Nach Reissner/Mindlin wird ebenfalls das Ebenbleiben der Querschnitte vorausgesetzt. Die Gesamtverdrehung des Querschnitts ergibt sich aus der Summe der Schubdeformation  $\gamma_{xz}$  und der Verdrehung  $\varphi_x$  aus Biegung. Die kinematischen Zusammenhänge sind in Abb. 3-3 stark überzeichnet dargestellt.

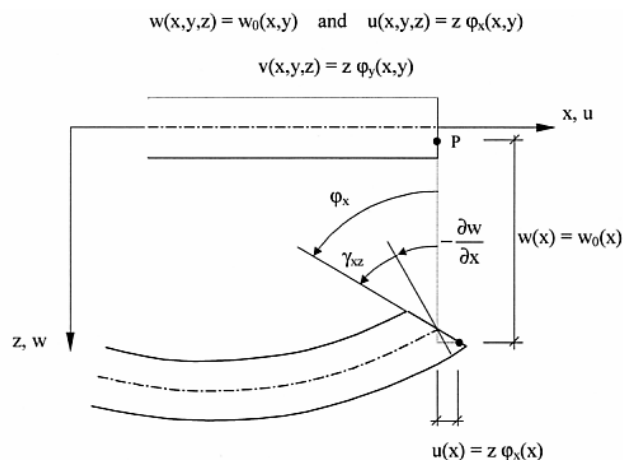


Abb. 3-3: Kinematische Zusammenhänge [2]

Somit gelten folgende Zusammenhänge für die Schubverzerrungen:

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \varphi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3-22)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \varphi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3-23)$$

Unter Verwendung dieser Ansätze kann nach der Theorie von Reissner/Mindlin die Schubverformung von dicken Plattenelementen berücksichtigt werden. Für sehr dünne Elemente können numerische Probleme auftreten, die jedoch durch Verfahren der Finite-Element-Methode gelöst werden können. [2]

Orthotrope Elemente können in den jeweiligen Hauptrichtungen des Flächenelementes nicht nur unterschiedliche Biegesteifigkeiten, sondern auch verschiedene Schubsteifigkeiten aufweisen. Bei der Eingabe der Materialeigenschaften für orthotrope Platten wird zwar in  $E_x$  und  $E_y$  unterschieden, es ist jedoch häufig nur die Eingabe eines Schubmoduls  $G$  möglich:

$$\text{x-Richtung: } B_x = \frac{E_x \cdot t_x^3}{12 \cdot (1 - \mu)} \quad S_x = \frac{5}{6} \cdot G \cdot t_x \quad (3-24)$$

$$\text{y-Richtung: } B_y = \frac{E_y \cdot t_y^3}{12 \cdot (1 - \mu)} \quad S_y = \frac{5}{6} \cdot G \cdot t_y \quad (3-25)$$

In diesen Fällen kann die Steuerung der Schubsteifigkeiten  $S_x (=GA_x)$  und  $S_y (=GA_y)$  über die Querschnittswerte  $t_x$  und  $t_y$  der jeweiligen Hauptrichtungen erfolgen. Da zur Ermittlung der Biegesteifigkeiten  $B_x (=EI_x)$  und  $B_y (=EI_y)$  jedoch die gleichen Querschnittswerte verwendet werden, hat dies zur Folge, dass  $E_x$  und  $E_y$  entsprechend modifiziert werden müssen, um korrekte Biegesteifigkeiten zu erhalten.

### 3.1.3 Trägerrostmodell – Stabwerksprogramm

Eine weitere Möglichkeit Flächen rechnerisch zu erfassen bilden Trägerrostmodelle, die mit konventionellen Stabwerksprogrammen berechnet werden können. Dabei werden flächige Bauteile durch ein Raster von Roststäben ersetzt, die sich an den Haupt- und Nebentragrichtungen des Bauteils orientieren. Die Roststäbe besitzen die Steifigkeiten eines Plattenstreifens mit der Breite entsprechend des gewählten Rasterabstandes. Als Besonderheit ist dabei die Drillsteifigkeit zu berücksichtigen. Nachfolgend sind die vereinfachten Differentialgleichungen für  $\mu = 0$  einer isotropen Platte sowie eines Trägerrostes aufgeführt [1]:

$$\text{isotrope Platte: } Kw'''' + 2Kw'''' + Kw'''' = p(x, y) \quad (3-26)$$

$$\text{Trägerrost: } K_x w'''' + 2\alpha \sqrt{K_x \cdot K_y} w'''' + K_y w'''' = p(x, y) \quad (3-27)$$

$$\text{mit: } \alpha = \frac{G}{2} \cdot \frac{\frac{I_{ax}}{a} \cdot \frac{I_{ay}}{b}}{\sqrt{K_x \cdot K_y}} \quad (3-28)$$

$$K_i = E_i \cdot t_i^3 / 12 \quad (3-29)$$

Der Drillsteifigkeitsbeiwert  $\alpha$  muss beim Übergang zur isotropen Platte den Wert  $\alpha = 1,0$  annehmen. Daraus ergibt sich, wie zuvor schon erwähnt, dass die Drillsteifigkeit der Platte bei einer Berechnung mittels Trägerrostmodell je zur Hälfte auf die Träger der einzelnen Richtungen verteilt werden muss. [1]

Auch das Tragverhalten orthotroper Elemente lässt sich durch die Verwendung von Trägerrostmodellen wiedergeben. Dabei werden den einzelnen Trägern in

Längs- und Querrichtung die entsprechenden Material- bzw. Steifigkeitseigenschaften des Flächenelementes zugewiesen. Die Berücksichtigung von unterschiedlichen Schubsteifigkeiten kann ohne die im vorherigen Abschnitt erläuterte Modifizierung von Material- und Querschnittsparametern erfolgen, da die Schubsteifigkeit für die einzelnen Stäbe des Trägerrostes getrennt eingegeben wird.

Die Modellierung des Trägerrostes ist so durchzuführen, dass entlang der Auskanten des Bauteils die Auflager im Abstand des halben Rastermaßes ( $dx/2$  bzw.  $dy/2$ ) angeordnet werden (siehe Abb. 3-4). Andernfalls, bei der Anordnung der Roststäbe in den Achsen der Auflager, muss darauf geachtet werden, dass die Randträger nur 50% der Steifigkeitswerte zugewiesen bekommen, da sich der Einflussbereich der Randträger auf das halbe Rastermaß reduziert.

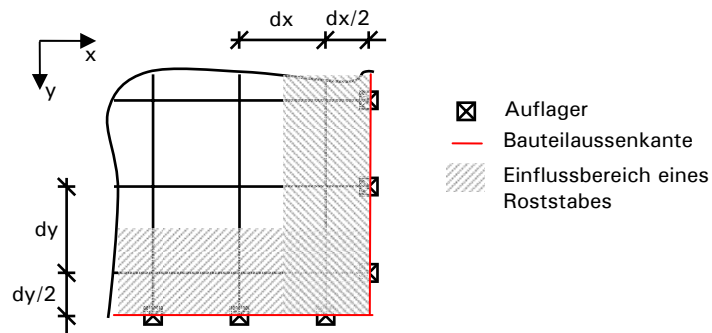


Abb. 3-4: Rostabstand im Randbereich

Trägerrostmodelle bieten die Möglichkeit im Eckbereich auftretende Abhebekräfte, die aus der Verdrillung der Gesamfläche resultieren, zu simulieren. Hierfür muss bei der Modellierung der Randbedingungen darauf geachtet werden, dass die in den Trägern wirkenden Torsionsmomente durch die Auflager entsprechend aufgenommen werden können. Das kann über resultierende Kräftepaare erfolgen, die über starre Kragträger in zusätzliche Auflager eingeleitet werden (siehe Abb. 3-5). Im Feldbereich heben sich die an den zusätzlichen Auflagern ankommenden Kräfte annähernd auf, wogegen sie im Eckbereich eine Abhebekraft erzeugen (siehe Abb. 3-6). Alternative Gabellagerungen an den Auflagern der Roststäbe nehmen zwar ebenfalls die Torsionsmomente der Träger auf, es können jedoch keine Abhebekräfte direkt aus der Stabwerksberechnung abgelesen werden.

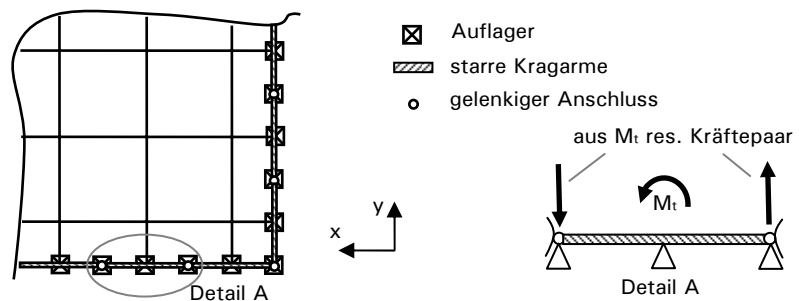


Abb. 3-5: Modellierung der Auflager

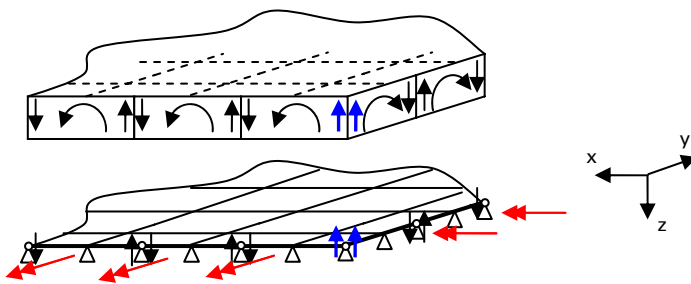


Abb. 3-6: Abhebekräfte am Trägerrostmodell

Die Vorteile der Trägerrostmodellierung liegen vor allem in der einfachen Implementierung in gängige Stabwerksprogramme. Darüber hinaus treten im Vergleich zu FEM-Berechnungen geringere Spannungsspitzen auf. Das liegt daran, dass durch die Rasterwahl bereits eine Mittelung der Schnittgrößen bezogen auf den Rasterabstand stattfindet. Spannungsspitzen wie sie bei FEM-Berechnungen an Unstetigkeitsstellen im Bereich von Lasteinleitungen oder an Geometriesprüngen auftreten, können also durch eine geeignete Rasterwahl kompensiert werden. In nachfolgender Abbildung sind die schematischen Momentenverläufe analog einer Trägerrost- und einer FEM-Berechnung dargestellt.

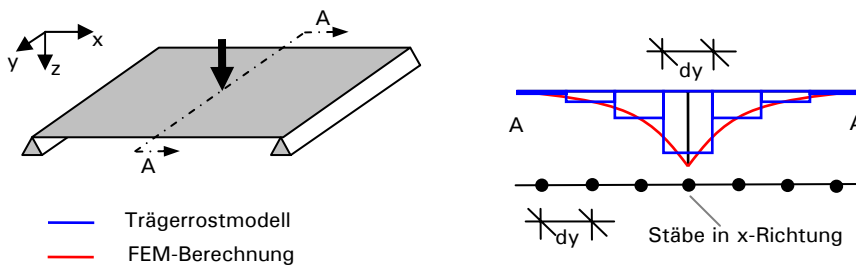


Abb. 3-7: Schematischer Vergleich der Momentenverteilung

### 3.2 Nachgiebiger Verbund in der DIN 1052:2004-08

Sowohl bei Holz-Beton-Verbundbauteilen als auch bei Brettsperreholzelementen werden verschiedene Baustoffe bzw. Bauteile nachträglich miteinander verbunden. Dies führt dazu, dass in Abhängigkeit der verwendeten Verbindungsmittel und der jeweiligen Randbedingungen das Tragverhalten durch einen unterschiedlich stark ausgeprägten nachgiebigen Verbund beeinflusst wird. Dieser muss bei der statischen Berechnung berücksichtigt werden. Die qualitativen Auswirkungen des nachgiebigen Verbundes auf die Längs- und Schubspannungsverteilungen sind in Abb. 3-8, an dem einfachen Beispiel zweier unterschiedlich miteinander verbundener Balken, dargestellt.

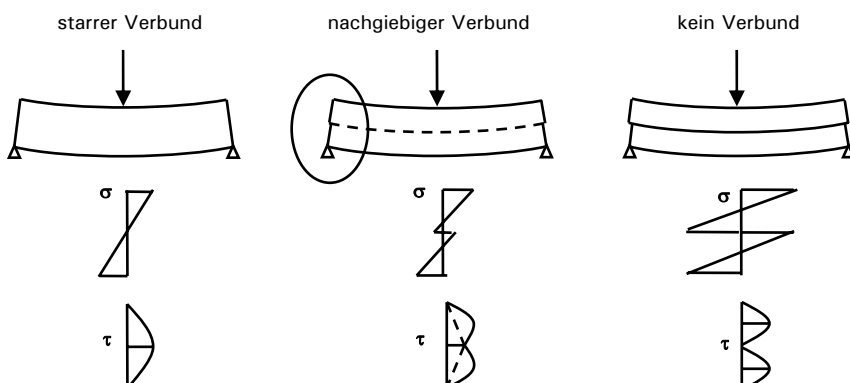


Abb. 3-8: Auswirkungen des nachgiebigen Verbundes auf die Spannungsverteilungen

Wie aus Abb. 3-8 hervorgeht, ist das Ebenbleiben des Gesamtquerschnittes nach der Bernoulli-Hypothese nicht mehr gewährleistet. Somit können die Regeln der Technischen Biegelehre nicht auf nachgiebig miteinander verbundene Systeme angewendet werden. In der DIN 1052 [53] sind zwei unterschiedliche Verfahren aufgeführt, die für die Schnittgrößenermittlung derartiger Systeme angewendet werden können:

- $\gamma$ -Verfahren Abs. 8.6.2 der DIN 1052 [53]
- Schubanalogie Anhang D der DIN 1052 [53]

Die beiden Verfahren sind in den nachfolgenden Abschnitten 3.2.1 und 3.2.2 kurz erläutert.

### 3.2.1 $\gamma$ -Verfahren nach DIN 1052

Die Grundlagen für eine vereinfachte analytische Berechnung der Verformungs- und Schnittgrößen von Biegeträgern aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen gehen auf Möhler [3] zurück. Möhler erweiterte für das  $\gamma$ -Verfahren die Differentialgleichungen des Biegeträgers um Gleichgewichts- und Verformungsbedingungen in der Verbundfuge. Unter folgenden Randbedingungen und Hypothesen stellt das  $\gamma$ -Verfahren die exakte Lösung des Differentialgleichungssystems dar:

- statisch bestimmter Einfeldträger
- sinusförmige Belastung
- konstante Querschnitte (max. drei Teilquerschnitte)
- Gültigkeit der Bernoulli-Hypothese in den Teilquerschnitten
- linear elastisches Werkstoffverhalten
- kontinuierlicher, konstanter Verbund
- Vernachlässigung der Schubverformung der Teilquerschnitte

Für den baupraktisch relevanten Fall der Gleichlast bildet das  $\gamma$ -Verfahren eine gute Näherung. Auch Schnitt- und Verformungsgrößen an Durchlaufträgern und Kragarmen können unter Berücksichtigung der Momentennullpunkte näherungsweise ermittelt werden.

Generell berücksichtigt das  $\gamma$ -Verfahren die Abnahme der Biegesteifigkeit des Verbundquerschnitts aufgrund der Nachgiebigkeit der Verbundfuge durch den Abminderungsfaktor  $\gamma$ . Dieser reduziert nur die Steineranteile der Biegesteifigkeiten der Teilquerschnitte während die Eigenanteile unverändert bleiben.

Die Beiwerte der Querschnittsteile ( $i=1$  und  $i=3$ ), die nachgiebig an den Teilquerschnitt  $i=2$  angeschlossen sind, werden berechnet zu:

$$\gamma_i = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_i \cdot A_i \cdot s_i}{K_i \cdot \ell^2}} \quad (3-30)$$

$E_i \cdot A_i$ : Dehnsteifigkeiten [MN]

$K_i/s_i$ : Fugensteifigkeit [MN/m<sup>2</sup>]

$K_i$ : Verschiebungsmodul eines Verbindungsmittels [MN/m]

$s_i$ : Abstand der Verbindungsmittel [m]

$\ell$ : Abstand der Momentennullpunkte [m]:

- Einfeldträger mit Stützweite  $\ell$ :  $\ell$
- Durchlaufträger mit Stützweite  $\ell_j$ :  $\ell = 0,8 \cdot \ell_j$
- Kragarm mit Kraglänge  $\ell_k$ :  $\ell = 2,0 \cdot \ell_k$

Der Beiwert für den Querschnittsteil  $i=2$  beträgt:

$$\gamma_2 = 1,0 \quad (3-31)$$

Die Fugensteifigkeit  $K_i / s_i$  berechnet sich aus dem Verschiebungsmodul  $K_i$  der verwendeten Verbindungsmittel und dem Verbindungsmittelabstand  $s_i$ . Der Verbindungsmittelabstand bezieht sich dabei auf die gedanklich in eine Reihe geschobenen Verbindungsmittel zwischen den Teilquerschnitten. Sind also eine Anzahl  $n$  von Verbindungsmittelreihen, mit jeweils konstanten Verbindungsmittelabstand  $s$  in Bauteillängsrichtung, nebeneinander in der Fuge angeordnet, so beträgt der rechnerische Verbindungsmittelabstand  $s_i = s/n$  (siehe Abb. 3-9).

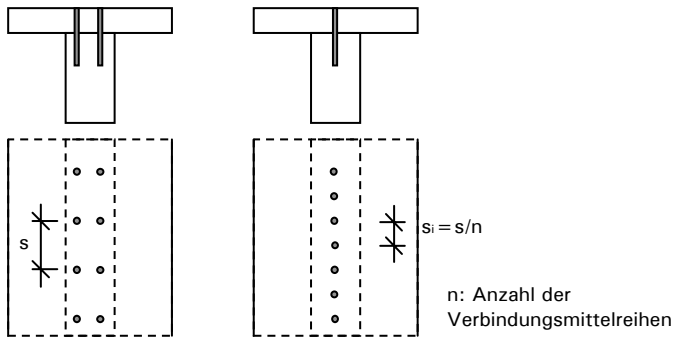
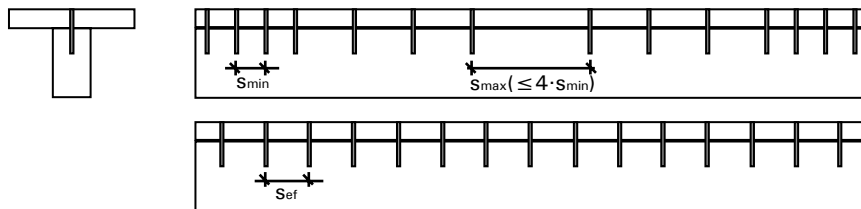


Abb. 3-9: Ermittlung  $s_i$

Bei einer an die Querkraftlinie angepassten Verbindungsmittelanordnung darf ein über die Trägerlänge gemittelter, effektiv wirksamer Verbindungsmittelabstand  $s_{ef}$  verwendet werden. Dieser berechnet sich aus den minimal ( $s_{min}$ ) und den maximal ( $s_{max}$ ) vorhandenen Verbindungsmittelabständen:

$$s_{ef} = 0,75 \cdot s_{min} + 0,25 \cdot s_{max} \tag{3-32}$$

$$\text{mit der Bedingung: } s_{max} \leq 4 \cdot s_{min} \tag{3-33}$$



$$\Rightarrow s_i = s_{ef}/n = (0,75 \cdot s_{min} + 0,25 \cdot s_{max})/n$$

n: Anzahl der Verbindungsmittelreihen

Abb. 3-10: Ermittlung  $s_{ef}$

Für den Abstand des Schwerpunktes des Teilquerschnittes  $i=2$  zum Schwerpunkt des Verbundquerschnittes gilt:

$$a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2) - \gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot (h_2 + h_3)}{\sum_{i=1,0}^3 \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i} \tag{3-34}$$

**Anmerkung:** Für den Querschnittstyp B aus Abb. 3-11 sind  $h_1$  und  $h_3$  mit negativen Werten einzusetzen.

Mit  $a_2$  und den geometrischen Zusammenhängen aus Abb. 3-11 lassen sich die Schwerpunktabstände  $a_1$  und  $a_3$  bestimmen. Damit beträgt die effektive Biegesteifigkeit des Verbundquerschnittes:

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 (E_i \cdot I_i + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2) \tag{3-35}$$

$$A_i = b_i \cdot h_i \tag{3-36}$$

$$I_i = b_i \cdot h_i^3 / 12 \tag{3-37}$$

Für die Bemessungswerte der Normalkräfte und Biegemomente in den einzelnen Teilquerschnitten gilt:

$$N_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \cdot \gamma_i \cdot a_i \cdot E_i \cdot A_i \quad (3-38)$$

$$M_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \cdot E_i \cdot I_i \quad (3-39)$$

Der maximale Bemessungswert der Schubspannung im Querschnittsteil  $i=2$  beträgt:

$$\tau_{2,max,d} = \frac{V_{max,d} \cdot (\gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 + 0,5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot h^2)}{(EI)_{ef} \cdot b_2} \quad (3-40)$$

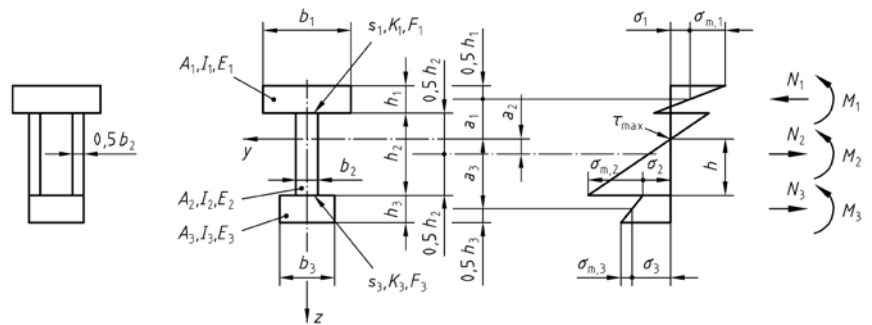
mit: 
$$h = a_2 + \frac{h_2}{2} \quad (3-41)$$

Der Bemessungswert des Schubflusses in den jeweiligen Fugen zwischen den Teilquerschnitten ergibt sich zu:

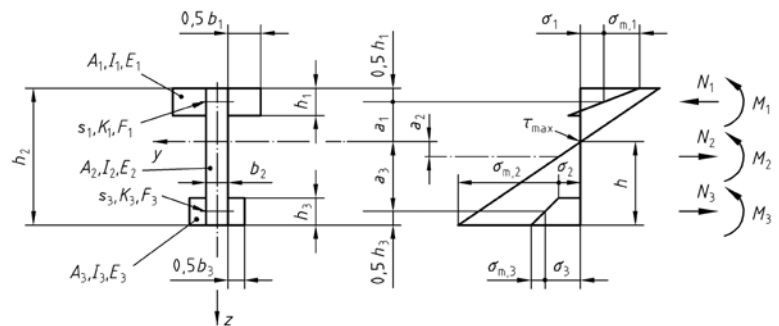
$$\tau_{1(3),d} = \frac{V_{max,d} \cdot \gamma_{1(3)} \cdot E_{1(3)} \cdot A_{1(3)} \cdot a_{1(3)}}{(EI)_{ef}} \quad (3-42)$$

Die geometrischen Zusammenhänge sind in Abb. 3-11 dargestellt.

**Typ A**



**Typ B**



**Typ C**

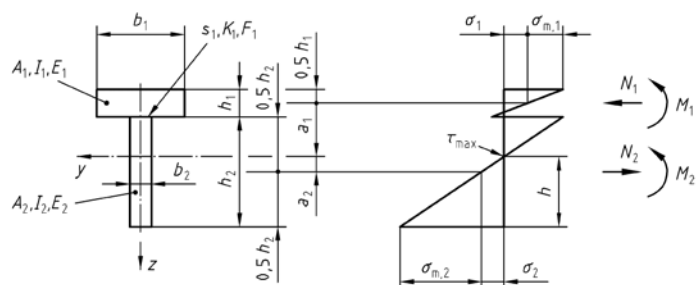


Abb. 3-11: Geometrische Zusammenhänge [53]

### 3.2.2 Schubanalogie

Eine weitere Möglichkeit, Schnitt- und Verformungsgrößen an Verbundquerschnitten zu ermitteln, bietet das im informativen Anhang D der DIN 1052 [53] aufgeführte Verfahren der Schubanalogie. Zu dem von Kreuzinger entwickelten Verfahren sind ausführliche Informationen in [4], [5] und [6] enthalten. Wesentliche Arbeitsschritte sind in nachfolgender Abbildung schematisch dargestellt und werden anschließend erläutert.

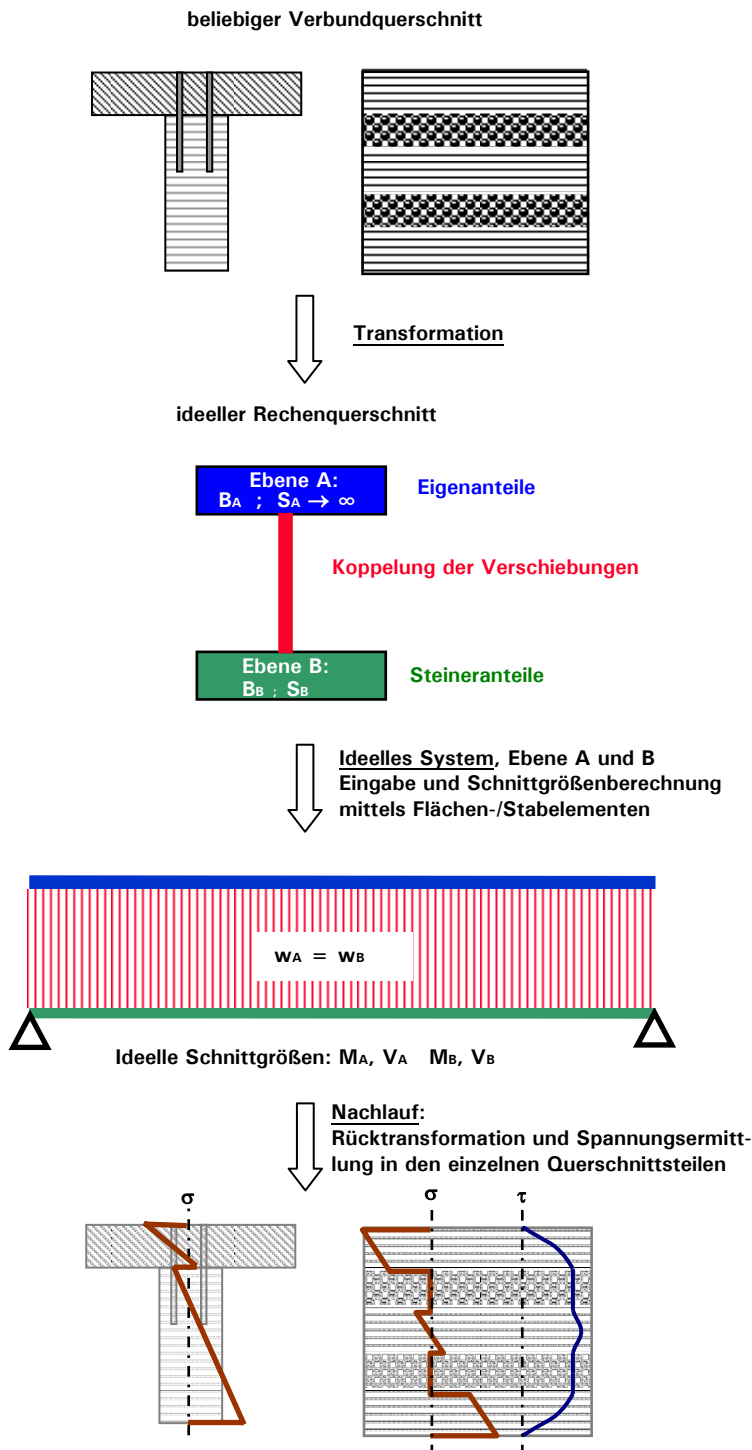


Abb. 3-12: Schematischer Ablauf der Schubanalogie



Im Gegensatz zum  $\gamma$ -Verfahren handelt es sich bei der Schubanalogie um ein rechnerorientiertes Verfahren zur Berechnung von Systemen mit Verbundquerschnitt. Die Nachgiebigkeit kann dabei entweder aus den verwendeten Verbindungsmitteln (z.B. Holz-Beton-Verbundkonstruktionen) oder aber aus schubweichen Zwischenschichten (z.B. Brettsperrholzelemente) bestehen.

**Ideeller Rechenquerschnitt**

Dem Verfahren der Schubanalogie liegt eine Transformation des real vorhandenen Querschnittaufbaus, bestehend aus mehrschichtig nachgiebig miteinander verbundenen Teilquerschnitten, zu einem ideellen Rechenquerschnitt zugrunde. Der korrekten Transformation fällt dabei eine entscheidende Rolle zu, weshalb in den Kapiteln über die jeweiligen Bauweisen auf Besonderheiten hingewiesen wird. Der ideelle Modellquerschnitt besteht aus zwei Ebenen, wobei Ebene A ausschließlich die Eigenanteile der Biegesteifigkeiten der realen Teilquerschnitte wiedergibt und schubstarr ausgebildet wird. Ebene B repräsentiert das Zusammenwirken des Verbundquerschnittes und dementsprechend werden ihr die Steineranteile der Biegesteifigkeiten sowie die gesamte Schubnachgiebigkeit des Verbundquerschnittes zugewiesen (siehe Abb. 3-12). Die Weggrößen der Verschiebungen der beiden Ebenen müssen miteinander gekoppelt sein. Dies kann programmabhängig über spezielle Knotenkoppelungen oder starre Pendelstäbe erfolgen.

Für den allgemeinen Fall sind die Steifigkeiten wie folgt zu ermitteln:

Ebene A

Biegesteifigkeit:  $B_A = \sum E_i \cdot I_i$  (3-43)

Schubsteifigkeit:  $S_A \rightarrow \infty$  (3-44)

Ebene B

Biegesteifigkeit:  $B_B = \sum E_i \cdot A_i \cdot z_{s,i}^2$  (3-45)

mit  $z_{s,i}$ : Schwerpunktabstand der Teilquerschnitte zum Scherpunkt des Verbundquerschnittes (unter Berücksichtigung unterschiedlicher E-Moduln ermittelt)

Schubsteifigkeit:

$$\frac{1}{S_B} = \frac{1}{a^2} \left\{ \underbrace{\sum_1^{n-1} \frac{e_x}{K_{x,i} \cdot n_{VBM\text{-Reihen}}}}_{UVBM} + \underbrace{\frac{d_1}{2 \cdot b_1 \cdot G_{xz,1}} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{b_i \cdot G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 \cdot b_n \cdot G_{xz,n}}}_{USchubschichten} \right\} \quad (3-46)$$

mit  $K_{x,i}$ : Verschiebungsmodul eines Verbindungsmittels ( $K_{Ser}$ )

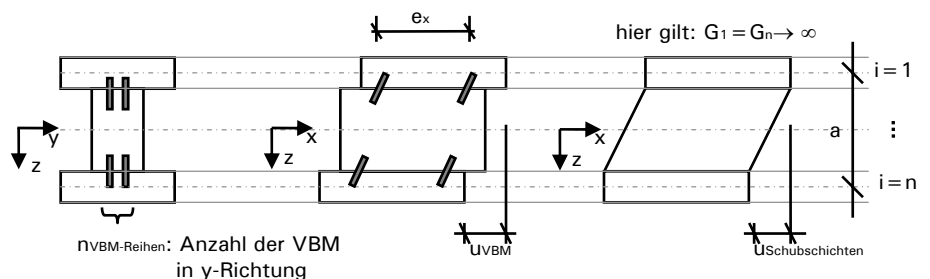


Abb. 3-13: Ermittlung der Schubsteifigkeit der Ebene B

### Berechnung am ideellen System

Die Berechnung der Schnittgrößen der einzelnen Ebenen erfolgt am ideellen System. Dabei entspricht das statische System dem des real vorhandenen. Die Randbedingungen der Auflagerungen müssen im ideellen System entsprechend ihrer Wirkungsweise wiedergegeben werden. Die Umsetzung gängiger Auflagerbedingungen beschreibt Scholz [5] an einem zweiteiligen Querschnitt wie folgt:

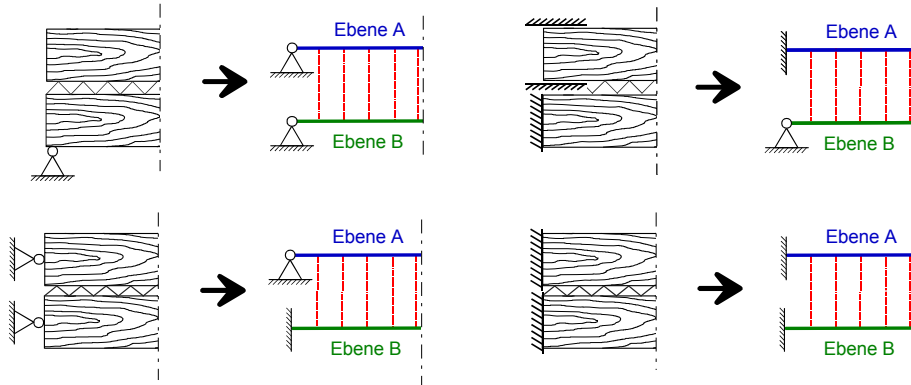


Abb. 3-14: Verschiedene Endlagerungen eines zweiteiligen Verbundquerschnittes und die Umsetzung im ideellen System [5]

Die Berechnung kann sowohl mit Flächen- als auch mit Stabelementen erfolgen. Es muss lediglich sichergestellt sein, dass die jeweiligen Programme in der Lage sind, die auftretenden Schubverformungen zu berücksichtigen. Aus den in den vorherigen Abschnitten beschriebenen Gründen empfiehlt sich jedoch die Verwendung von Stabwerksprogrammen.

### Rücktransformation

Im Nachlauf müssen die am ideellen Querschnitt ermittelten Schnittgrößen auf die Spannungen in den einzelnen Schichten/Querschnittsteilen des realen Verbundquerschnittes rückgerechnet werden. Aus der Berechnung am ideellen System resultieren Biegemomente und Querkräfte in den jeweiligen Ebenen. Die Ebene A gibt nur das Tragverhalten aus den Eigenanteilen der Biegesteifigkeiten wieder. Dies ist gleichbedeutend mit dem Tragverhalten der ohne Verbund übereinander angeordneten Teilquerschnitte. Das Biegemoment in der Ebene A erzeugt also Biegemomente, die sich entsprechend dem Verhältnis der Eigenanteile der Biegesteifigkeiten auf die einzelnen Teilquerschnitte/Schichten verteilen und Biegespannungen hervorrufen. Die Ebene B beschreibt dagegen das Zusammenwirken dieser Schichten. Daher führt das Moment der Ebene B zu Normalkräften und damit zu konstanten Normalspannungen in den Teilquerschnitten. Dies ist vergleichbar mit dem Tragverhalten eines Fachwerkträgers, bei dem das Moment des Gesamtsystems zu Normalkräften in den Ober- und Untergurten führt. Aus dem horizontalen Gleichgewicht lassen sich die Schubspannungen aus der Integration der Änderung der Normalkraft über die Querschnittshöhe berechnen. Damit führt die Querkraft der Ebene A zu parabelförmigen Schubspannungsverteilungen, während die Querkraft der Ebene B in den Teilquerschnitten lineare Schubspannungen hervorruft.

In Abb. 3-15 sind für einen nachgiebig verbundenen dreiteiligen Querschnitt die qualitativen Längs- und Schubspannungsverläufe angegeben. (Annahme: konstanter E-Modul in den drei Teilquerschnitten und gleichen Steifigkeiten in den beiden Verbundfugen)

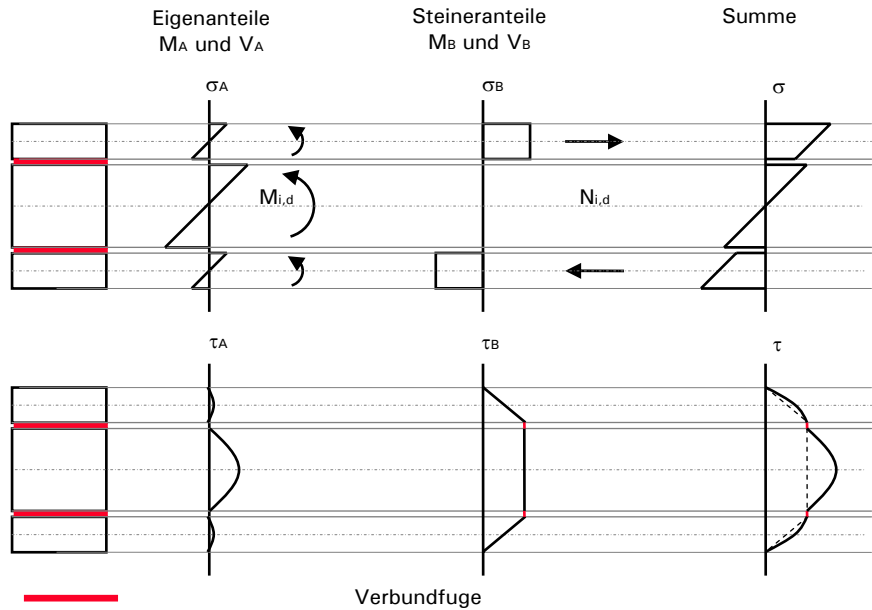


Abb. 3-15: Qualitative Spannungsverteilungen an einem nachgiebig miteinander verbundenen dreiteiligen Querschnitt

Längsspannungen

Ebene A: 
$$M_{i,d} = M_{A,d} \cdot \frac{E_i \cdot I_i}{B_A} \tag{3-47}$$

$$\sigma_A = \sigma_{m,i,d} = \pm \frac{M_{i,d}}{I_i} \cdot z_i = \pm \frac{M_{A,d}}{B_A} \cdot E_i \cdot z_i \tag{3-48}$$

Ebene B: 
$$N_{i,d} = \pm M_{B,d} \cdot \frac{E_i \cdot A_i \cdot z_{s,i}}{B_B} \tag{3-49}$$

$$\sigma_B = \sigma_{t/c,0,d} = \pm \frac{N_{i,d}}{A_i} = \pm M_{B,d} \cdot \frac{E_i}{B_B} \cdot z_{s,i} \tag{3-50}$$

Schubfluss

Da die Verbundfuge sowohl durch eine Schubschicht als auch durch stiftförmige Verbindungsmittel erzeugt werden kann, wird hier die allgemein gültige Gleichung für den Schubfluss  $t$  [Kraft/Meter] angegeben. Für die Ermittlung der Schubspannungen in den einzelnen Teilquerschnitten muss der Schubfluss  $t$  durch die entsprechende Querschnittsbreite dividiert werden.

Ebene A: 
$$t_{i,d}^A(z_i) = -V_{A,d} \cdot \frac{E_i}{B_A} \cdot \left( \frac{z_i^2}{2} - \frac{d_i^2}{8} \right) \tag{3-51}$$

Ebene B: 
$$t_{i,d}^B(z_{s,i}, z_i) = -V_{B,d} \cdot \frac{E_i}{B_B} \cdot z_{s,i} \cdot \left( z_i + \frac{d_i}{2} \right) + t_i^0 \tag{3-52}$$

mit:  $z_i: -d_i/2 < z_i < d_i/2$

$z_{s,i}$ : Schwerpunktabstand der einzelnen Lagen

$E_i$ : E-Modul der einzelnen Lagen

$A_i$ : Flächeninhalt der Teilquerschnitte

$I_i$ : Flächenmomente zweiten Grades der Teilquerschnitte

Hinweise auf spezifische Besonderheiten bei der Rücktransformation werden für die unterschiedlichen Bauweisen in den jeweiligen Kapiteln gegeben.



### 3.3 Schwingungsnachweise für Deckenkonstruktionen

#### 3.3.1 Schwingungsnachweis nach DIN 1052:2004-08 [53]

Die DIN 1052:2004-08 [53] empfiehlt in Abs. 9.2 für Decken unter Wohnräumen einen Schwingungsnachweis zu führen. Dabei sind vereinfacht die am ideellen Einfeldträger ermittelten Durchbiegungen unter quasi-ständiger Einwirkung auf 6,0 mm zu begrenzen. Liegt ein Mehrfeldträger vor, so darf der elastische Einspanngrad an die Nachbarfelder berücksichtigt werden.

Die quasi-ständige Einwirkungskombination  $g_k + \psi_{2,1} \cdot q_k$  führt zu folgender Verformung:

$$w_{q-s} = w_{G,inst} + \psi_{2,1} \cdot w_{Q,inst} \quad (3-53)$$

Die Plattentragwirkung kann für  $G_I = 0$  bei allseitiger Auflagerung durch den Beiwert  $\alpha$  berücksichtigt werden:

$$w_{q-s,Platte} = w_{q-s} \cdot \frac{1}{1 + 1/\alpha^4} \quad (3-54)$$

$$\text{mit: } \alpha = \frac{b}{l} \cdot 4 \sqrt{\frac{E_I}{E_B}} \quad (3-55)$$

$l$  und  $E_I$  Spannweite und Biegesteifigkeit in Haupttragrichtung

$b$  und  $E_B$  Spannweite und Biegesteifigkeit in Nebentragrichtung

Liegt keine allseitige Auflagerung der Decke vor, so gilt:

$$w_{q-s,Platte} = w_{q-s} \quad (3-56)$$

Der Schwingungsnachweis nach Abs. 9.2 der DIN 1052 [53] lautet:

$$w_{q-s,Platte} \leq 6,0 \text{ mm} \quad (3-57)$$

#### 3.3.2 Besondere Untersuchungen nach ERL-DIN1052 [7]

Ist der Grenzwert von 6,0 mm in der quasi-ständigen Bemessungssituation nicht eingehalten, so sind besondere Untersuchungen zum Schwingungsverhalten der Decke zu führen. Diese sind in den Erläuterungen zur DIN 1052:2004-08 [7] enthalten.

##### Geschwindigkeit Fersenauftritt ( $I = 55 \text{ Ns}$ , $t_i = 0,05 \text{ s}$ )

$$v = \frac{950}{f_0 \cdot m \cdot l^2 \cdot \gamma} \cdot 4 \sqrt{\frac{E_I}{E_B}} < 6 \cdot b^{(f_0 \xi - 1)} \quad (3-58)$$

mit:  $50 \text{ m/s} < b < 150 \text{ m/s}$

**Anmerkung:** Für  $b = 150 \text{ m/s}$  sind die Anforderung nicht so streng wie für  $b = 50 \text{ m/s}$  [7]. Der Beiwert  $b$  zur Berechnung der Grenzgeschwindigkeit ist nicht mit der Elementbreite zu verwechseln!

##### Beschleunigung, Resonanzuntersuchung

$$a \approx \frac{56}{m \cdot b_{Decke} \cdot l \cdot \gamma} \cdot \frac{1}{\xi} < 0,10 \text{ m/s}^2 \quad (3-59)$$

(Für  $a < 0,35 - 0,70 \text{ m/s}^2$  gilt: spürbar, nicht störend)

$$\text{mit: } b_{Decke} = \min \left\{ b; l \cdot 3,0 \cdot 1/4 \sqrt{\frac{E_I}{E_B}} \right\} \quad (3-60)$$

Einheiten der Beiwerte in den Gleichungen (2-57) und (2-58):

$v$  [m/s],  $\alpha$  [-],  $f$  [Hz],  $m$  [kg/m<sup>2</sup>],  $b_{Decke}$  [m],  $l$  [m],  $\gamma$  [-],  $b$  [m/s],  $\xi$  [-],  $a$  [m/s<sup>2</sup>]

Die für die Nachweisführung notwendigen Vorberechnungen und Beiwerte sind nachfolgend erläutert:

- Grundfrequenz eines Balkens

$$f_0 = k_f \cdot \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{EI_I}{m}} \quad (3-61)$$

- Einfeldträger:  $k_f = 1,0$
- Zweifeldträger:  $k_f$  siehe Tabelle 3-1

Tabelle 3-1: Beiwert  $k_f$  für den Zweifeldträger [7]

$l_1/l$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$k_f$	1,00	1,09	1,15	1,20	1,24	1,27
$l_1/l$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
$k_f$	1,27	1,30	1,33	1,38	1,42	1,56

- Beiwert  $\alpha$  zur Berücksichtigung der Plattentragwirkung

$$\alpha = \frac{b}{l} \cdot \sqrt[4]{\frac{EI_I}{EI_B}} \quad (3-62)$$

- Grundfrequenz einer Platte

$$f_1 = f_0 \cdot \sqrt{1 + 1/\alpha^4} \quad (3-63)$$

- Dämpfungsmaß  $\xi$

Folgende Angaben zum Dämpfungsmaß sind in der SIA 265 [54] enthalten:

- $\xi = 0,01$  Holzdecken ohne schwimmenden Estrich
- $\xi = 0,02$  Holzdecken aus verklebten Brettstapelelementen ohne schwimmenden Estrich
- $\xi = 0,03$  Holzbalkendecken und mechanisch verbundene Brettstapeldecken mit schwimmenden Estrich

Sind keine genauen Erkenntnisse zum Dämpfungsverhalten vorhanden, so wird empfohlen das Dämpfungsmaß  $\xi = 0,01$  zu verwenden.

- Beiwert  $\gamma$

Der Beiwert  $\gamma$  berücksichtigt die Anregung der Nachbarfelder bei Durchlaufsystemen. Er ist in den Erläuterungen [7] wie folgt angegeben:

Tabelle 3-2: Beiwert  $\gamma$  gemäß [7]

$l_1/l$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
$\gamma$	2,00	1,40	1,15	1,05	1,00	0,969	0,951	0,934	0,927	0,918	0,912

### Anmerkung

Hinsichtlich des Schwingungsverhaltens der im Rahmen dieser Arbeit behandelten Bauweisen wird auf das derzeit laufende Forschungsvorhaben „Schwingungs- und Dämpfungsverhalten von Holz- und Holz-Beton-Verbund-Decken“ von Hamm und Richter [8] verwiesen. Ziel der Untersuchungen ist eine wirklichkeitsnahe Berechnung des Schwingungsverhaltens unter personen-induzierter Schwingungen. Dies erfolgt unter Berücksichtigung des Dämpfungsverhaltens unterschiedlicher Materialien bzw. Deckenaufbauten.

## 4 Brettstapelbauweise (BST)

### 4.1 Zusammenfassung und Ausblick

#### Berechnungsgrundlagen

Systemsteifigkeiten für die rechnerische Modellierung des Tragverhaltens von BST-Elementen sind in Tabelle F.22 der DIN 1052 [53] enthalten. Demnach wird bei genagelten Elementen keine Biegesteifigkeit in Querrichtung angesetzt. Aus Simulationsberechnungen zu experimentellen Versuchen wurde jedoch für genagelte Elemente folgende Größenordnung für die Systemsteifigkeit in Querrichtung ermittelt:

$$E_y \approx 5 \cdot 10^{-4} \cdot E_x$$

Die Biege- und Schubfestigkeiten dürfen in Abhängigkeit der Anzahl der mitwirkenden Lamellen um den Systembeiwert  $k_l$  erhöht werden. Vergleichsrechnungen zeigen, dass in der Regel folgende Systembeiwerte verwendet werden können:

- $k_l = 1,10$  für nachgiebig verbundene Elemente
- $k_l = 1,20$  für verklebte und vorgespannte Elemente

Aufgrund einseitiger Lastausbreitung sind für Elemente, die im Randbereich durch Einzellasten beansprucht werden, die Systembeiwerte gesondert zu bestimmen.

Für Decken ohne ausreichende Querverteilung gelten nach Tabelle 1 der DIN 1055-3 [55] erhöhte Nutzlasten. Zusätzlich ist für alle Nutzungskategorien der Nachweis der örtlichen Mindesttragfähigkeit unter einer Einzellast  $Q_k$  zu führen. Ein aus der Literatur abgeleitetes Kriterium zeigt, dass nachgiebig miteinander verbundene BST-Elemente keine ausreichende Querverteilung aufweisen. Somit gilt für Decken in Wohn- und Aufenthaltsräumen aus

- nachgiebig verbundenen BST:  $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$  Flächenlast  
 $Q_k = 1,0 \text{ kN}$  Einzellast
- geklebten/vorgespannten BST:  $q_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$  Flächenlast

#### Bemessung der Lamellen (Haupttragrichtung)

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind für Brettstapелеlemente unter Gleichlast in Haupttragrichtung die Spannungsnachweise für die Brettlamellen zu führen. Die Lamellen können einzeln als linienförmiges Bauteil bzw. als Plattenstreifen bemessen werden. Der Nachweis von Einzellasten kann vereinfacht unter Verwendung einer mitwirkenden Breite  $b_{w,middle}$ , wie sie sich aus dem Ansatz eines Lastausbreitungswinkels ergibt, geführt werden. Für eine wirtschaftlichere Bemessung empfehlen sich Trägerrostberechnungen. In der Regel sind unter Plattenbeanspruchung die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit für die Bemessung maßgebend.

#### Tragverhalten in Querrichtung (Nebentragrichtung)

Bei geklebten/vorgespannten Elementen können die Schnittgrößen in Querrichtung anhand bestehender mechanischer Modelle nachgewiesen werden. Während bei genagelten Elementen die Querkraft in Nebentragrichtung durch die Verbindungsmittel (auf Abscheren) aufgenommen wird, beansprucht das Biegemoment die Nägel bzw. Dübel auf Herausziehen. Aufgrund des geringen Ausziehstandes der Nägel bzw. der fehlenden Kennwerte für Hartholzdübel können Biegemomente in Querrichtung nur bedingt nachgewiesen werden. Eine Simulationsberechnung zeigt, dass auch ohne Momentenaufnahme ein Gleichgewichtszustand denkbar ist. Dieser resultiert aus der Schubfestigkeit der auf Abscheren

beanspruchten Nägel in Verbindung mit der gegenseitigen Stützwirkung benachbarter Lamellen. Zum Tragverhalten in Querrichtung der genagelten und gedübelten Elemente besteht weiterhin Forschungsbedarf.

#### **Streichlasten bei Lamellen-paralleler Randlagerung und Fugenbeanspruchung**

Obwohl die Lastabtragung in Haupttragrichtung erfolgt, erhalten Randlager parallel zu den Lamellen Streichlasten. Diese wie auch die aus der Randlagerung resultierenden Beanspruchungen der Deckenelemente in Querrichtung können über das Ersatzsystem eines einseitig unendlich langen, elastisch gebetteten Trägers abgeschätzt werden. Das Ersatzsystem wird ebenfalls für die Bestimmung der Beanspruchung der Elementfugen unter Teilflächenbelastung verwendet.

#### **Öffnungen**

Aufgrund der geringen Steifigkeiten in Lamellenquerrichtung müssen Öffnungen durch entsprechende Konstruktionen abgefangen und nachgewiesen werden. In gering beanspruchten Bereichen sind bei Installationsöffnungen bis zu einer Größe von ca. 0,2 m konstruktive Verstärkungen mit Vollgewindeschrauben ausreichend.

#### **Lamellenstöße**

Die Verwendung stumpfer Lamellenstöße ist generell zu vermeiden, da diese die Tragfähigkeit und Steifigkeit der Deckenelemente deutlich verringern. Verstärkte Nagelungen im Stoßbereich gewährleisten zwar eine Umlagerung der Beanspruchungen, ihr Einfluss auf die wirksame Biegesteifigkeit ist jedoch vernachlässigbar gering. Sind aufgrund großer Spannweiten Stöße erforderlich, so empfiehlt sich die Herstellung der BST-Elemente aus keilgezinkten Lamellensträngen.

#### **Wandscheiben**

Für Wandelemente unter vertikaler Beanspruchung sind Stabilitätsuntersuchungen durchzuführen. In der Regel ist dabei der Knicknachweis senkrecht zur Elementebene maßgebend. Eine Ausnahme bilden schmale Wandstützen. Diese sind auch auf Knicken in der Elementebene unter Berücksichtigung der Systemschubsteifigkeit nachzuweisen.

Die DIN 1052 [53] fordert im Grenzzustand der Tragfähigkeit die horizontale Verformung  $u_{y,d}$  am Wandkopf von aussteifenden Wandscheiben auf  $u_{y,d} \leq h/100$  zu begrenzen. Aus Gründen der Gebrauchstauglichkeit empfiehlt sich zusätzlich eine Begrenzung der Verschiebung  $u_{y,k}$  auf  $h/500$ . Zur Erhöhung der Steifigkeit können aussteifende Wandscheiben mit Holzwerkstoffplatten beplankt werden.

#### **Deckenscheiben**

Werden Deckenscheiben parallel zur Lamellenrichtung beansprucht, so sind zur Aufnahme der aus dem Biegemoment resultierenden Gurtkraft an den Stirnseiten der Lamellen Randschwellen notwendig. Bei Beanspruchungen senkrecht zu den Lamellen sind diese nicht zwingend erforderlich, sie dienen jedoch zur kontinuierlichen Übertragung der Lasten an aussteifende Wände. Die Durchbiegung der Deckenscheiben kann vereinfacht aus der Schubverformung ermittelt werden. Es empfiehlt sich die Verformung auf  $l/1000$  zu begrenzen.

Stoßfugen zwischen den einzelnen Deckenelementen sind derart auszuführen, dass der Schubfluss übertragen wird. Dies kann beispielsweise über gekreuzte Schraubenpaare, verschraubte Überfaltungen oder Beplankungen mit Holzwerkstoffplatten erfolgen.



### Ausblick

Der Einsatz gedübelter Brettstapelelemente erfreut sich immer größerer Beliebtheit bei Architekten, Tragwerksplanern und Bauherren. Allerdings liegen in der DIN 1052 [53] für diese Bauweise keine Angaben zu Systemsteifigkeiten vor. Unter Plattenbeanspruchung können die Elemente als einachsig gespannt betrachtet werden. Hinsichtlich der Ermittlung von Streichlast oder der Tragfähigkeit in Öffnungsbereichen ist jedoch das Tragverhalten in Querrichtung und damit die Biege- und Schubsteifigkeit quer zu den Lamellen von entscheidender Bedeutung. Auch für die Verwendung gedübelter Brettstapelelemente in aussteifenden Wandscheiben sind dringend Erkenntnisse zur ansetzbaren Schubsteifigkeit in der Elementebene erforderlich.

## 4.2 Allgemein

Die Brettstapelbauweise zählt zur Massivbauweise. Durch unterschiedliche Verbindungstechniken werden aus einzelnen hochkant nebeneinander gestellten Brettlamellen flächige, massive Bauteile hergestellt.

Nach ersten Entwicklungen in den 30er Jahren des 20. Jahrhunderts wurde die Brettstapelbauweise vor allem in der Schweiz in den 80er Jahren wiederbelebt [9]. Intensivierte Forschungsarbeiten sowie entscheidende Weiterentwicklungen in der Fertigungstechnik, zum Beispiel die in Betriebnahme der ersten industriellen Fertigungsanlage im Jahre 1996, etablierten seither die Brettstapelbauweise. Dies spiegelt sich in der Menge der realisierten Bauvorhaben wider.

Eine weitere Steigerung der Akzeptanz erfuhr diese Bauweise bei Bauherren, Tragwerksplanern und Architekten durch die Gründung der Gütegemeinschaft Brettstapel – Dübelholzhersteller e.V. im Jahre 2001. Die Güte- und Prüfbestimmungen regeln vor allem die Qualitätsanforderung von Materialien und Herstellung sowie die Maßtoleranzen. Zusätzlich enthalten sie Angaben zur werkseigenen Produktionskontrolle und Fremdüberwachung.

### Herstellung

Für die Herstellung werden technisch getrocknete Bretter verwendet, die zumindest egalisiert und je nach Anforderung sägerauh, gehobelt oder für spezielle Sichtoberflächen entsprechend profiliert sind. In der Regel handelt es sich um Lamellen aus Fichtenholz, die aus der anfallenden Seitenware bei der Herstellung von Schichtholz gewonnen werden.

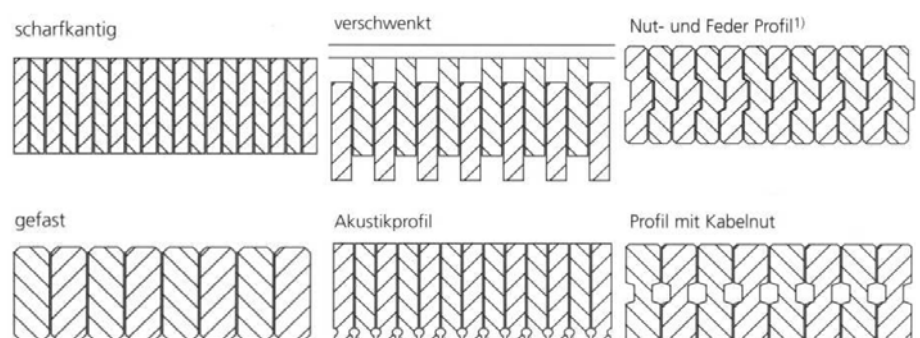


Abb. 4-1: Profilarten [10]

Die Verbindung der hochkant nebeneinander gestellten Lamellen erfolgt mittlerweile fast ausschließlich auf computergesteuerten Fertigungsanlagen. Um eine

kontinuierliche Verbindung der einzelnen Lamellen zu erhalten, kommen folgende Verbindungsmittel zum Einsatz:

- stiftförmige Verbindungsmittel (Nägeln, Schrauben, Klammern)
- Hartholzdübel
- Kleber

Die einzelnen Brettlamellen werden zu Stapeln entsprechend der gewünschten Elementbreite und Länge auf den industriellen Fertigungsanlagen angeordnet. Gemäß den Güte- und Prüfbestimmungen [11] der Gütegemeinschaft müssen die Lamellen vor und während des Einbringens der Verbindungsmittel durch hydraulische oder pneumatische Pressen mit einem Druck von mindestens 5,0 bar fixiert werden. Die Anordnung der Nägel erfolgt in Abhängigkeit der statischen Anforderungen. Der Aufbau der Elemente lässt nur eine einachsige Lastabtragung zu, sodass die Verbindungsmittel unter Gleichlast keine Beanspruchungen erfahren. Treten jedoch feldweise Belastungen, Einzellasten oder Randlagerungen parallel zu den Lamellen auf, so muss der Verbund eine Lastausbreitung sowie ein kontinuierliches Verformungsverhalten gewährleisten. Typischerweise werden die Nägel zweireihig in einem Abstand von ca. 30 cm angeordnet, wobei die Reihen um den halben Nagelabstand versetzt sind. In aufeinanderfolgenden Lagen werden die Nagelreihen wiederum versetzt, sodass sich das in Abb. 4-2 gezeigte Nagelbild einstellt.

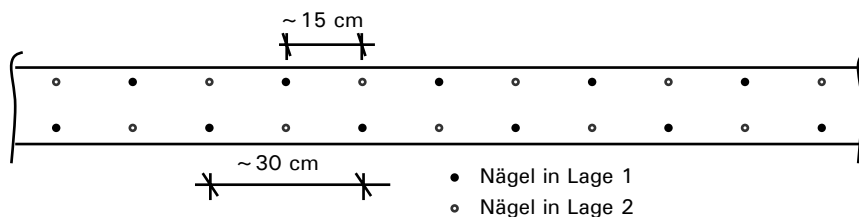


Abb. 4-2 Nagelbild

Bei der Herstellung der gedübelten Elemente, auch Dübelholz genannt, werden die zu Elementstapeln fixierten Bretter zunächst vorgebohrt. Anschließend werden getrocknete Hartholzdübel, in der Regel Buchendübel mit einem Durchmesser von 8,0 mm und einer maximalen Holzfeuchte von ca. 8%, in die Bohrungen eingetrieben. Der sich einstellende Feuchteausgleich erzeugt eine Klemmwirkung zwischen den Dübeln und den Lamellen. Die Anordnung der Dübel erfolgt in der Regel analog zu den zuvor gezeigten Nagelbildern. Abweichend ist auch eine einreihige Ausführung möglich.

Die geklebten Elemente sind auch als „liegende Brettschichtholzträger“ bekannt, da ihre Herstellung der von Brettschichtholzträgern entspricht.

### Anwendungsmöglichkeiten

Brettstapelelemente können als tragende Dach-, Decken- und Wandelemente in Wohn-, Schul-, Industriebauten und vergleichbaren Bauvorhaben eingesetzt werden. Übernehmen die Bauteile aussteifende Funktionen, so ist im Einzelfall abzuwägen, ob allein durch die verwendete Verbindungsart ausreichende Scheibensteifigkeit erreicht werden kann. Geklebte Brettstapelelemente erfüllen bei entsprechender Fugenausbildung zwischen den einzelnen Elementen in der Regel diese Anforderungen. Genagelte und gedübelte Ausführungen erfordern bei hohen Lasten zusätzliche Beplankungen mit Holzwerkstoffplatten, um aussteifende Funktionen übernehmen zu können.

Ihr Einsatz ist auch als nichttragendes Element möglich. Alle Anwendungen sind sowohl in Industrie- als auch in Sichtqualität ausführbar.

Für weit gespannte Deckenelemente empfiehlt es sich Verbundlösungen einzusetzen. Verschiedene Schubverbinder und Hinweise auf die Bemessung von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen sind in Kapitel 6 enthalten.

Wirtschaftliche Gründe sprechen dafür, die Brettstapelbauweise vor allem bei rechtwinkligen Grundrissen zu verwenden. Abweichungen bei Sonderformen sind jedoch denkbar.

#### **Abmessungen**

Die Elemente werden typischerweise aus Lamellen mit Einzeldicken zwischen 24 mm und 32 mm hergestellt. Dies resultiert aus den in den Sägewerken üblichen Brettstärken [12]. Generell sind diese Abmessungen jedoch frei wählbar.

Je nach statischen Anforderungen ergeben sich für die Decken- und Wandelemente Gesamtdicken von 0,08 m bis 0,26 m. Die Elemente können bis zu einer Gesamtlänge von ca. 18,0 m vorgefertigt werden. Da keine Einzelbretter entsprechender Länge vorliegen, müssen entweder keilgezinkte Lamellen verwendet oder Lamellenstöße angeordnet werden. Wie die stumpfen Lamellenstöße bei der Berechnung und Bemessung zu berücksichtigen sind, ist in Abschnitt 4.4.5 erläutert. Die maximale Elementbreite beträgt ca. 2,50 m.

### **4.3 Berechnungsgrundlagen**

Die DIN 1052:2004-08 [53] enthält in verschiedenen Abschnitten Bestimmungen zur Brettstapelbauweise. Die Herangehensweise an die Berechnung und Bemessung dieser Bauweise wird im Folgenden schrittweise erläutert.

#### **4.3.1 Rechenmodell**

Da Brettstapelkonstruktionen ein überwiegend einachsiges Tragverhalten aufweisen sind für Elemente aus ungestoßenen Lamellen bei einfachen statischen Systemen keine rechnergestützte Schnittgrößenermittlungen notwendig. Die für die Bemessung notwendigen Schnitt- und Verformungsgrößen lassen sich an einem Elementstreifen ggfs. unter Zuhilfenahme von Tabellenwerken ermitteln.

Anders gestaltet sich dies, wenn im Bereich von Öffnungen, konzentrierten Lasten, Lamellenstößen oder Lamellen-parallelen Randlagern Beanspruchungen auch quer zur Haupttragrichtung abgetragen werden müssen. In diesen Fällen kann auf rechnergestützte Untersuchungen kaum verzichtet werden.

Zur rechnergestützten Simulation des Tragverhaltens von Brettstapelsystemen erweisen sich Trägerrostmodelle als geeignetes Werkzeug. Wie schon zuvor beschrieben, bilden Stabelemente eine gute Möglichkeit, Systeme mit orthogonalen Steifigkeitsverhältnissen zu berechnen. Stumpfe Lamellenstöße lassen sich durch Unterbrechungen der Stäbe in Lamellenlängsrichtung leicht modellieren.

Die Träger in Lamellenlängsrichtung geben das Tragverhalten der einzelnen Brettlamellen wieder, daher werden ihnen deren Biege- und Schubsteifigkeiten zugewiesen. Der Rasterabstand orientiert sich an der verwendeten Einzelbrettdicke. Je nach zu erzielender Genauigkeit ist es notwendig jede Lamelle einzeln als Stab zu modellieren oder den Rasterabstand zu vergrößern und mehrere Lamellen in einem Trägerroststab zu bündeln. Das Tragverhalten in Querrichtung resultiert aus den Steifigkeitseigenschaften der Verbindungsart. Auf die Steifigkeitswerte der verschiedenen Verbindungen wird im nachfolgenden Kapitel eingegangen.

### 4.3.2 Steifigkeiten

#### 4.3.2.1 nach DIN 1052

Angaben zu Steifigkeitsverhältnissen von Flächen aus Nadelholzlamellen sind in der Tabelle F.22 der DIN 1052 [53] enthalten. Diese sowie eine Skizze zur Erläuterung der Achsdefinition sind nachfolgend aufgeführt.

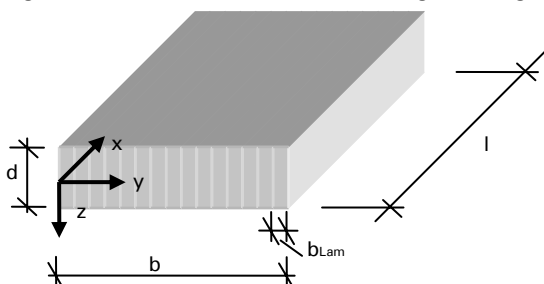


Abb. 4-3: Systemskizze zur Achsdefinition

Tabelle 4-1: Mittlere Systemsteifigkeitsverhältnisse von Flächen aus Nadelholzlamellen [53]

	1	2	3	4	5
1	Lamellen <sup>a</sup>	$E_y/E_x$	$G_{yz}/E_x$	$G_{xy}/G_{xz}$	$G_{yz}/G_{xz}$
2	genagelt	0	0,06	0,10	0,05
	vorgespannt				
3	sägerau	0,015	0,06	0,30	0,08
4	gehobelt	0,02	0,06	0,50	0,09
5	geklebt	0,03	0,06	1,0	0,10

<sup>a</sup> Die Werte für  $E_y$  und  $G_{yz}$  und  $G_{xy}$  sind Systemwerte für Platten aus Lamellen.

Bei den hier aufgeführten Werten handelt es sich um Systemsteifigkeiten und nicht um Stoffkonstanten. Für Flächen aus gedübelten Brettstapelelementen sind keine Angaben zu den Systemsteifigkeiten enthalten.

Außerdem fällt auf, dass die Systemsteifigkeit bei genagelten Lamellen für Biegung rechtwinklig zur Lamellenachse mit dem Wert  $E_y/E_x = 0$  angegeben ist. Dies ist verwunderlich, da ohne Biegesteifigkeit in Lamellenquerrichtung keine Grundlagen für eine Flächentragwirkung gegeben sind und damit weder eine Trägerrostberechnung noch eine Berechnung mittels Flächenelementen möglich ist. Die Ermittlung der Systemsteifigkeit in Lamellenquerrichtung ist also Voraussetzung für jeden weiteren Berechnungsansatz.

#### 4.3.2.2 Ermittlung $E_y$ für genagelte Elemente

Aus diesem Grund wurden rechnergestützte Simulationen zum Tragverhalten von genagelten Brettstapelelementen durchgeführt. Dabei wurde Bezug genommen auf Versuchsergebnisse [13], die das IEZ Natterer GmbH im Rahmen eines Forschungsvorhabens ermittelt hatte. Die Systemabmessungen und Einwirkungen aus der Versuchsbeschreibung wurden übernommen und auf ein Rechenmodell übertragen. Ziel war es, durch Variation der Biegesteifigkeit in Querrichtung die gleiche rechnerische Querbiegelinie zu erhalten, wie sie in den experimentellen Versuchen für unterschiedliche Lasteinwirkungen ermittelt worden waren.

Die durch das IEZ Natterer GmbH geprüften Brettstapelelemente besaßen folgende Systemabmessungen [13]:

- Spannweite  $l = 3,95 \text{ m}$
- Elementbreite  $b = 2,00 \text{ m}$

- Elementdicke  $d = 0,12 \text{ m}$
- mittlerer E-Modul  $E_x = 11500 \text{ MN/m}^2$
- Einzelbrettdicke  $b_{\text{Lam}} = 0,04 \text{ m}$

Die Elemente wurden als Einfeldträger auf gelenkigen Linienlagern gelagert. Die Belastung senkrecht zur Elementebene erfolgte durch Einzellasten von jeweils 2,0 kN. Zur Lasteinleitung in der Systemachse in Feldmitte wurden Hartholzplatten der Grundfläche  $0,15 \text{ m} \times 0,15 \text{ m}$  verwendet. In nachfolgenden Abbildungen sind die Systemabmessungen und die unterschiedlichen Lastanordnungen dargestellt.

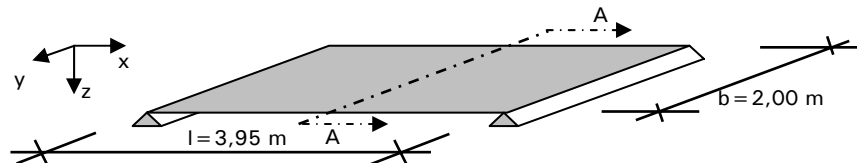


Abb. 4-4 Systemabmessungen des Rechenmodells

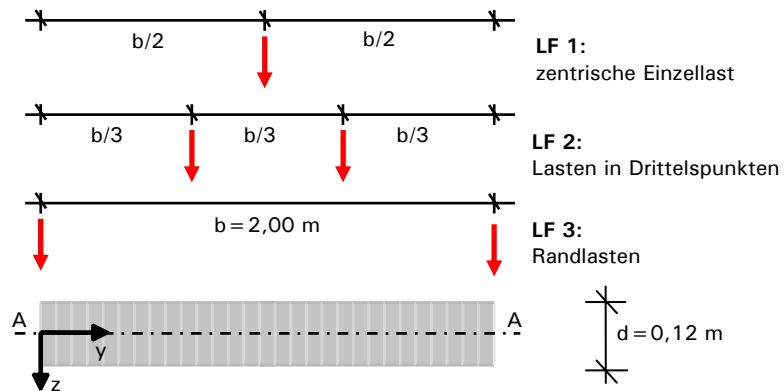


Abb. 4-5: Beanspruchungen bei Versuchsdurchführung

Das Tragverhalten der Elemente wurde mittels eines Trägerrostmodells simuliert. Es wurden jeweils drei Lamellen zu einem Stabelement zusammengefasst. Dadurch ergab sich sowohl in Längs- als auch in Querrichtung ein gleichmäßiger Rasterabstand von  $a_R = 0,12 \text{ m}$ . Das gewählte Rastermaß bewirkt geringe Veränderungen der Spannweite ( $l = 3,96 \text{ m}$ ) und der Systembreite ( $b = 2,04 \text{ m}$ ). Die Systemsteifigkeiten in Lamellenlängsrichtung sowie die Schubsteifigkeit in Querrichtung entsprachen den Angaben der DIN 1052 [53]. Die Torsionssteifigkeit der Balkenelemente wurde nicht berücksichtigt.

Die rechnerische Verformung des Trägerrosts wurde mit der Verformungsfigur aus den experimentellen Untersuchungen verglichen. Die Auswertung erfolgte für Einzellasten von jeweils 2,0 kN. Die Biegesteifigkeit der Querträger des Trägerrostmodells wurde dabei so lange variiert, bis die rechnerische mit der tatsächlichen Verformungskurve übereinstimmte. Da die absoluten Verformungswerte maßgeblich von der Biegesteifigkeit in Haupttragrichtung abhängen, war das entscheidende Kriterium die Ähnlichkeit der Verformungsverläufe. Es zeigte sich, dass bei einem Verhältnis der Systemsteifigkeiten von  $E_y/E_x = 5 \cdot 10^{-4}$  für alle drei Lastfälle gute Übereinstimmungen erreicht werden konnten. Für den Verhältniswert  $E_y/E_x = 5 \cdot 10^{-4}$  sind die rechnerischen und die tatsächlichen Verformungskurven der einzelnen Lastfälle in nachfolgenden Abbildungen dargestellt.

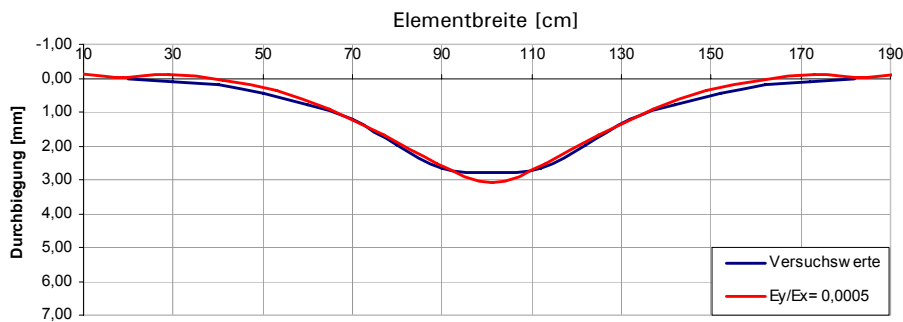


Abb. 4-6: Verformungskurven Lastfall 1: zentrische Last

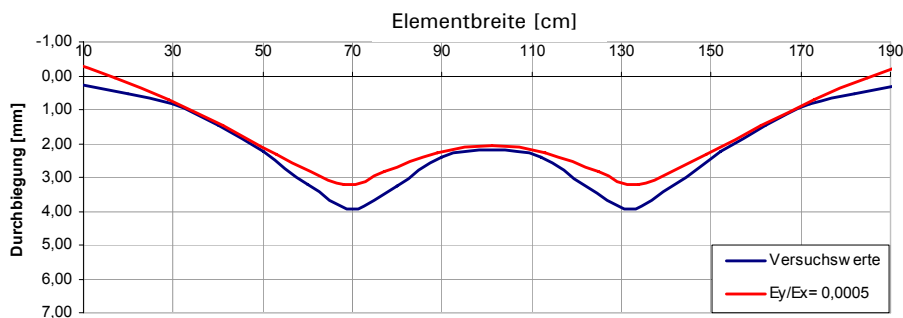


Abb. 4-7: Verformungskurven Lastfall 2: Lasten in Drittelpunkten

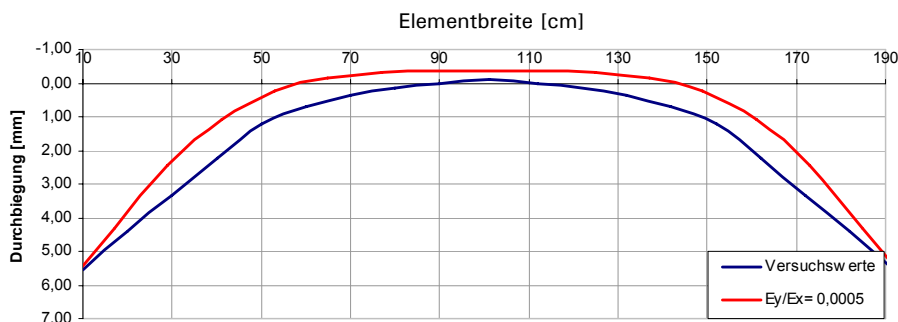


Abb. 4-8: Verformungskurven Lastfall 3: Randlasten

Es sei jedoch nochmals erwähnt, dass es sich um das Verhältnis zweier Systemsteifigkeiten und nicht zweier Stoffkonstanten handelt. Das Tragverhalten in Querrichtung wird durch eine Kombination aus Biegesteifigkeit senkrecht zur Lamellenachse sowie einer Torsionssteifigkeit der Lamellen geprägt. In der Realität erscheint es einleuchtend, dass sich die einzelnen Lamellen aufgrund der Gesamtwirkung des Brettstapelverbandes nicht um die Längsachse verdrehen können. Wie weit diese Torsionssteifigkeit nun rechnerisch angesetzt werden kann ist unklar. Deshalb wurde im Rechenmodell die Systemsteifigkeit lediglich mittels angesetzter Biege- und Schubsteifigkeiten in den Querträgern und unter Vernachlässigung der Torsionssteifigkeit der Längsträger ermittelt.

Der sehr geringe Verhältniswert von  $E_y/E_x$  erklärt, warum die DIN 1052 [53] die Biegesteifigkeit in Querrichtung nicht berücksichtigt und daher in Tabelle F22 [53] den Verhältniswert mit null angibt. In Berechnungsprogrammen ist jedoch eine Eingabe für  $E_I$  erforderlich, da andernfalls die Berechnungen abgebrochen werden. Solange keine weiteren Untersuchungen zum Quertragverhalten genagelter Elemente vorliegen, empfiehlt es sich, in diesen Fällen die Systemsteifigkeit in Querrichtung mit  $E_y/E_x = 5 \cdot 10^{-4}$  zu verwenden.

#### 4.3.2.3 Abschätzung von $E_y$ für gedübelte Elemente

Für gedübelte Elemente liegen keine Ergebnisse von vergleichbaren Versuchen vor, sodass Verhältniswerte der Systemsteifigkeiten nicht über rechnergestützte Simulationen des Tragverhaltens ermittelt werden konnten. Betrachtet man lediglich die Biegesteifigkeit eines einzelnen Hartholzdübels, so ergibt sich diese bei einem Dübeldurchmesser von 20 mm und der in Abb. 4-9 dargestellten üblichen Dübelanordnung zu:

$$EI_{\text{Dübel}} = E \cdot r^4 \cdot \frac{\pi}{4} = 11000 \cdot 0,02^4 \cdot \frac{\pi}{4} = 8,6 \cdot 10^{-5} \text{ MN/m}^2 \quad (4-1)$$

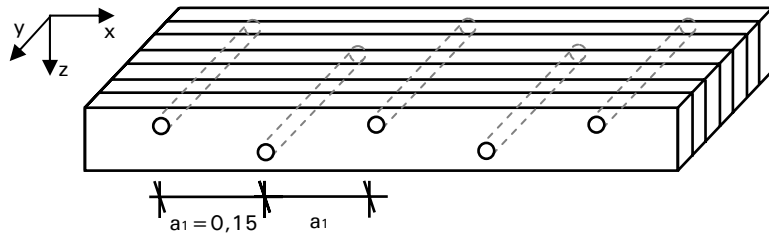


Abb. 4-9: Dübelanordnung

Damit gilt für  $EI_y$  je Laufmeter:

$$EI_y = EI_{\text{Dübel}} / a_1 = 8,6 \cdot 10^{-5} / 0,15 = 5,7 \cdot 10^{-4} \text{ MN/m}^3 \quad (4-2)$$

Bei einer Elementdicke von  $d=0,12$  m beträgt die Biegesteifigkeit  $EI_x$  in Längsrichtung:

$$EI_x = E \cdot d^3 / 12 = 11000 \cdot 0,12^3 / 12 = 1,58 \text{ MN/m}^3 \quad (4-3)$$

Für das Verhältnis der Steifigkeiten gilt:

$$EI_y / EI_x = 5,7 \cdot 10^{-4} / 1,58 = 3,6 \cdot 10^{-4} \quad (4-4)$$

Dies entspricht in etwa der gleichen Größenordnung wie sie zuvor für genagelte Elemente ermittelt worden ist. Allerdings wird dabei einzig die Biegesteifigkeit der Hartholzdübel berücksichtigt. Effekte die sich aus dem Höhenversatz der Dübel bzw. aus der Interaktion mit den Brett lamellen ergeben, werden vernachlässigt. Daher erscheint es gerechtfertigt, bei Berechnungen an gedübelten Elementen die Verhältniswerte der Systemsteifigkeiten von genagelten Elementen zu übernehmen.

#### 4.3.3 Systembeiwerte nach 10.7.2 der DIN 1052 [53]

Durch die kontinuierliche Verbindung der einzelnen Lamellen untereinander können Brettstapelemente Lasten in Querrichtung abtragen. Somit kann der Ausfall einer Lamelle durch die Querverteilung der Lasten auf Lamellen höherer Güte kompensiert werden. Es handelt sich um redundante Systeme. Bei der Bemessung der Elemente darf dies durch die Verwendung eines Systembeiwertes  $k_l$  berücksichtigt werden. Dieser hängt wesentlich von der Tragfähigkeit in Querrichtung und damit von der Anzahl der mitwirkenden Lamellen ab [7]. Die Biege- und Schubfestigkeiten dürfen um den Systembeiwert  $k_l$  erhöht in Rechnung gestellt werden. In der DIN 1052 [53] sind für unterschiedliche Verbindungsarten Systembeiwerte in Abhängigkeit der Anzahl  $n$  der mitwirkenden Lamellen angegeben.

Die Kennlinie (1) gilt für nachgiebig miteinander verbundene Lamellen, also für Verbindungen mit Nägeln, Klammern und anderen stiftförmigen Verbindungsmitteln. Kennlinie (2) ist für quer-vorgespannte Systeme (QS-Platten) und für Systeme mit verklebten Lamellen zu verwenden.

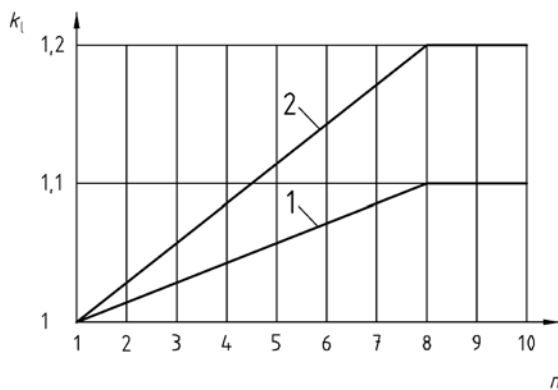


Abb. 4-10: Systembeiwert  $k_l$  [53]

Die Anzahl der mitwirkenden Lamellen ergibt sich aus der mitwirkenden Breite. Diese wird über den Vergleich der Momentenbeanspruchung einer Lamelle ermittelt, wie sie sich an einem System ohne ( $M_{Träger}$ ) bzw. mit ( $m_{max, Platte}$ ) Lastabtragung in Querrichtung einstellen würde. In Abb. 4-11 sind die Zusammenhänge dargestellt.

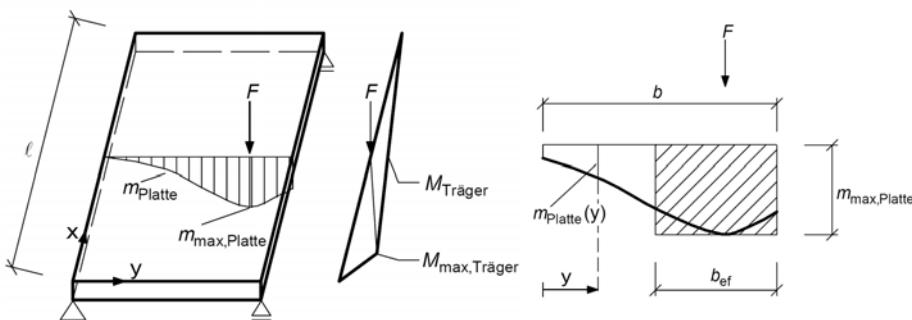


Abb. 4-11: Ermittlung der mitwirkenden Breite [7]

Damit wird die Anzahl der mitwirkenden Lamellen bestimmt zu:

$$n = b_{ef} / b_{Lam} \quad \text{mit} \quad b_{ef} = M_{Träger} / m_{max, Platte} \quad (4-5)$$

**Beispiel 4-1: BST-Deckenelement, Einfelddecke, Systembeiwert**

Für ein genageltes Brettstapелеlement wird nachfolgend der Systembeiwert  $k_l$  bestimmt. Die Systemabmessungen betragen:

- Elementlänge  $l = 4,50$  m
- Elementbreite  $b = 1,50$  m
- Elementdicke  $d = 0,12$  m

Das Element wird als Einfeldträger gelenkig gelagert und mit einer Einzellast  $F = 10$  kN im Schnittpunkt der Symmetrieachsen belastet (siehe Abb. 4-12).

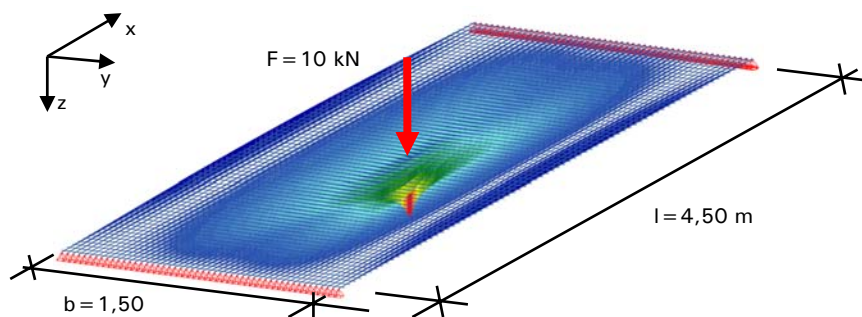


Abb. 4-12: Systemabmessungen



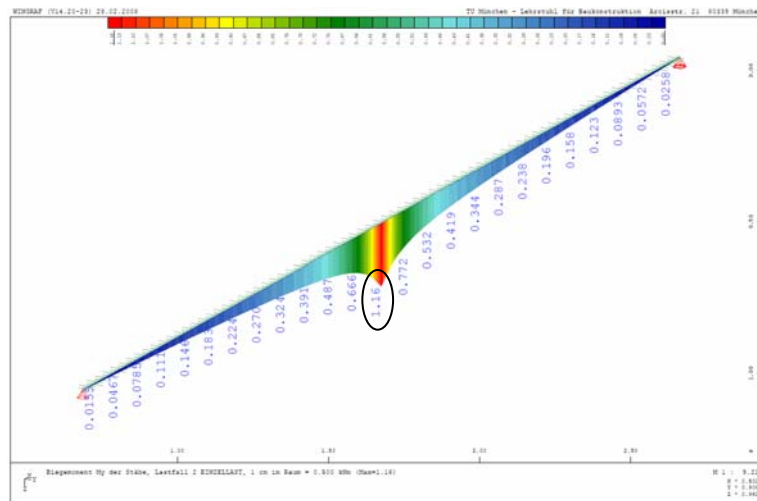


Abb. 4-13: Momentenbeanspruchung der belasteten Lamelle mit Lastabtragung in Querrichtung

Die Berechnung erfolgte an einem Trägerrostmodell mit einem Rasterabstand von  $a_R = 0,03$  m, was gleichzeitig der Einzellamellendicke  $b_{Lam}$  entspricht. In Querrichtung wurden die Schubsteifigkeiten gemäß Tabelle F22 der DIN 1052 [53] und die Biegesteifigkeiten aus dem zuvor bestimmten Verhältnis  $E_y/E_x = 5 \cdot 10^{-4}$  verwendet. Wie Abb. 4-13 zeigt, ergibt sich unter Berücksichtigung der Lastabtragung in Querrichtung das maximale Moment in der beanspruchten Lamelle zu:

$$M_{Lam,max} = 1,16 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow m_{Platte,max} = M_{Lam,max} / b_{Lam} = 1,16 / 0,03 = 38,7 \text{ kNm / m}$$

Das Moment eines Einzelträgers beträgt:

$$M_{Träger,max} = F \cdot L / 4 = 10 \cdot 4,50 / 4 = 11,25 \text{ kNm}$$

Daraus ergibt sich eine mitwirkende Breite von:

$$b_{ef} = M_{Träger,max} / m_{Platte,max} = 0,29 \text{ m}$$

Die Anzahl  $n$  der mitwirkenden Lamellen berechnet sich zu:

$$n = b_{ef} / b_{Lam} = 0,29 / 0,03 = 9,77 \approx 10$$

Aus Abb. 4-10 geht hervor, dass bei einer Anzahl von  $n = 10$  mitwirkenden Lamellen bereits der maximale Systembeiwert  $k_i = 1,1$  verwendet werden darf. Vergleichende Berechnungen bei einer verringerten Elementbreite von  $b = 0,60$  m ergaben nur geringfügige Veränderungen der mitwirkenden Breite und damit den gleichen Systembeiwert  $k_i$ . Außerdem wurde festgestellt, dass mit zunehmendem Verhältnis  $L/d$  der Spannweite  $L$  und der Elementdicke  $d$  die Quertragfähigkeit abnimmt. Dies deckt sich mit Untersuchungen aus [14]. Das hier betrachtete Element weist eine so große Schlankheit auf, dass es den Gebrauchstauglichkeitsnachweis  $w_{perm} < 6$  mm bei gängigen Belastungen kaum erfüllt. Es wurde also ein ungünstiger Fall betrachtet. Da es sich zusätzlich um ein genageltes Element handelt, was im Vergleich zu den übrigen Verbindungsarten die geringsten Steifigkeiten in Querrichtung aufweist, kann davon ausgegangen werden, dass für Brettstapelelemente in der Regel der maximale Systembeiwert verwendet werden kann:

- $k_i = 1,10$  für nachgiebig verbundene Elemente
- $k_i = 1,20$  für verklebte und vorgespannte Elemente

Ausnahme bilden Elemente, die im Randbereich durch Einzellasten beansprucht werden. Da sich aufgrund der einseitigen Lastausbreitung nur eine geringere mitwirkende Breite einstellen kann, ist für derartige Systeme der Systembeiwert im Einzelfall zu überprüfen.

#### 4.3.4 Querverteilungs-Kriterium

In der DIN 1055-3 [55] werden im Abschnitt 6.1 die lotrechten Lastannahmen für gleichmäßig verteilte Nutzlasten und Einzellasten für Decken, Balkone und Treppen geregelt. Dabei ist für Wohn- und Aufenthaltsräume folgender Unterpunkt aufgeführt:

6.1 (3) *Falls der Nachweis der örtlichen Mindesttragfähigkeit erforderlich ist (z. B. bei Bauteilen ohne ausreichende Querverteilung der Lasten), so ist er mit den charakteristischen Werten für die Einzellast  $Q_k$  nach Tabelle 1 ohne Überlagerung mit der Flächenlast  $q_k$  zu führen. Die Aufstandsfläche für  $Q_k$  umfasst ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 5 cm [55].*

Zusätzlich sind in der DIN 1055-3 [55] in Tabelle 1 folgende Werte angegeben:

Spalte	1	2	3	4	5
Zelle	Kategorie	Nutzung	Beispiele	$q_k$ kN/m <sup>2</sup>	$Q_k$ kN
1	A1	Spitzböden	Für Wohnzwecke nicht geeigneter, aber zugänglicher Dachraum bis 1,80 m lichter Höhe.	1,0	1,0
2	A2	Wohn- und Aufenthaltsräume	Räume mit ausreichender Querverteilung der Lasten. Räume und Flure in Wohngebäuden, Bettenräume in Krankenhäusern, Hotelzimmer einschl. zugehöriger Küchen und Bäder.	1,5	----
3	A3		wie A2, aber ohne ausreichende Querverteilung der Lasten	2,0 <sup>c</sup>	1,0

Abb. 4-14: Auszug aus der Tabelle für Nutzlasten [55]

Für Decken in Wohn- und Aufenthaltsräumen ohne ausreichende Querverteilung bedeutet dies, dass sowohl ein Nachweis unter erhöhter Flächenlast  $q_k = 2,0$  KN/m<sup>2</sup> geführt als auch zusätzlich die örtliche Mindesttragfähigkeit unter einer Einzellast  $Q_k = 1,0$  KN nachgewiesen werden muss. Ist ausreichende Quertragfähigkeit vorhanden, so ist lediglich ein Nachweis für eine Flächenlast  $q_k = 1,5$  KN/m<sup>2</sup> erforderlich.

Weder in der Norm [55] noch in Erläuterungen [7] ist ein Kriterium definiert, das besagt, unter welchen Randbedingungen eine Decke „ausreichende Querverteilung“ aufweist. Eine Anfrage zur Auslegung dieses Abschnittes beim Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN blieb bis dato unbeantwortet.

Resch [14] greift diese Problematik bei der Beurteilung von Holzbalken/Beton-Verbunddecken auf. Demnach zeigen Untersuchungen von Spaethe [15], dass die Verkehrslast  $q_k = 1,5$  KN/m<sup>2</sup> in der Realität durchaus überschritten werden kann. Besitzt eine Decke ausreichend Tragfähigkeit in Querrichtung, so können diese lokal erhöhten Beanspruchungen abgetragen werden. Daher sind Decken mit geringer Querverteilung, so z. B. Holzbalkendecken, für eine Verkehrslast von  $q_k = 2,0$  KN/m<sup>2</sup> zu bemessen.

Daraus lässt sich, in Anlehnung an Resch [14], das Kriterium ableiten, dass die eigentliche charakteristische Bemessungslast  $q_{k,Bemessung}$  eines Holzbalkens in einem System ohne Querverteilung die gleiche Beanspruchung hervorrufen muss, die der Holzbalken in einem System mit guter Querverteilung bei einer charakteristischen Last von  $q_k = 2,0$  KN/m<sup>2</sup> erfahren würde. Bei diesem Kriterium wird vereinfachend vernachlässigt, dass nach [14] der charakteristische Bemessungswert  $q_k = 2,0$  KN/m<sup>2</sup> für Holzbalken unter dem Ansatz der geringen Querverteilung der Dielung ermittelt worden ist und somit der tatsächliche Wert geringfügig höher liegt.

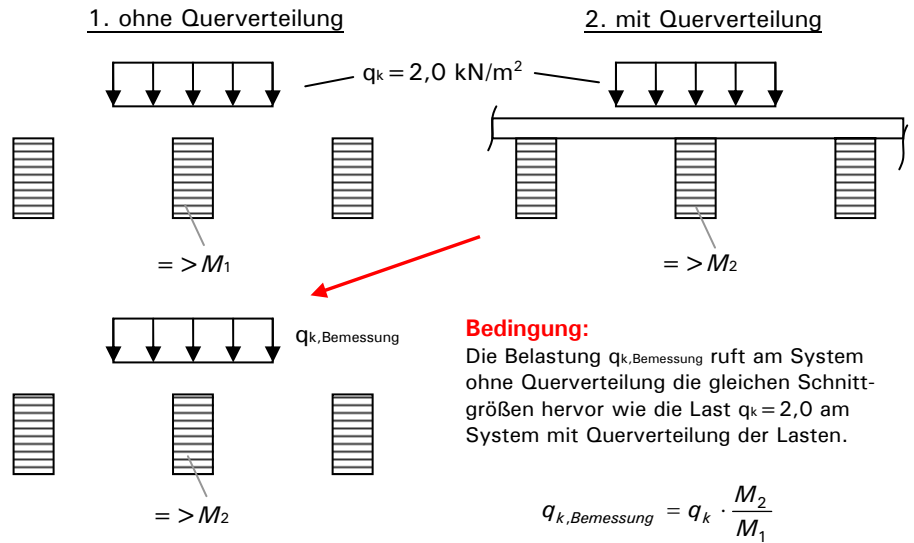


Abb. 4-15: Querverteilungskriterium Holzbalkendecke

Wird zusätzlich die dauernd wirkende Verkehrslast  $q_{k,ständig}$  aus dem Gewicht von Einrichtungsgegenständen berücksichtigt, so berechnet sich die eigentliche charakteristische Bemessungslast  $q_{k,Bemessung}$  eines Holzbalkens zu:

$$q_{k,Bemessung} = (q_k - q_{k,ständig}) \cdot \frac{M_2}{M_1} + q_{k,ständig} \tag{4-6}$$

Nach Spaethe [15] beträgt die dauernd wirkende Verkehrslast  $q_{k,ständig} = 0,3 \text{ kN/m}^2$ . Eine „ausreichende Quertragwirkung“ ist dann gegeben, wenn der ermittelte Wert von  $q_{k,Bemessung} \leq 1,5 \text{ kN/m}^2$  ist.

Dieses Kriterium wurde im Folgenden auf Brettstapelsysteme übertragen:

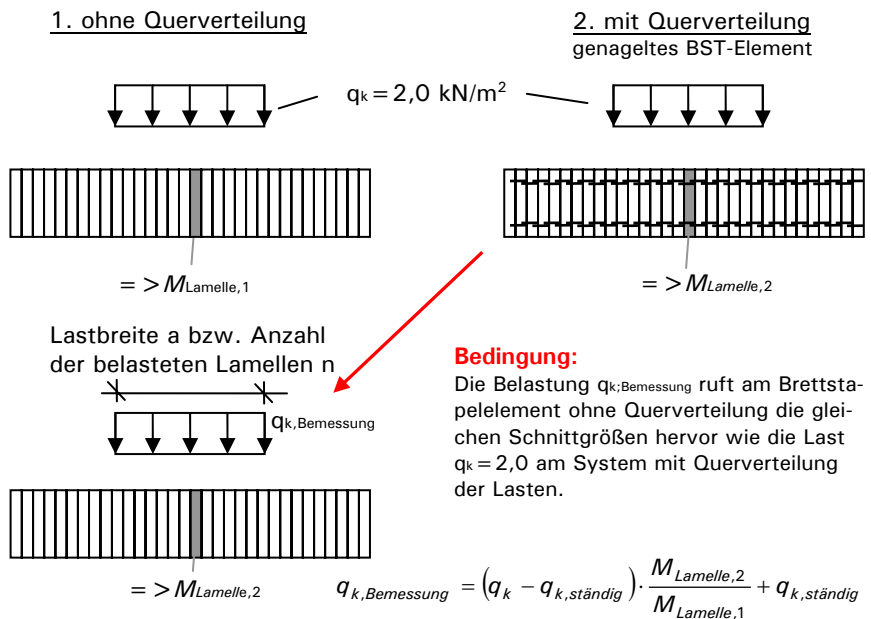


Abb. 4-16: Querverteilungskriterium Brettstapelelemente

Wie aus Abb. 4-16 ersichtlich ist, muss für das Kriterium der Querverteilung eine gewisse Lastbreite a – also eine Anzahl n belasteter Lamellen - angenommen werden. Bei einer Holzbalkendecke tritt dieser Umstand nicht auf, da die Lastbreite a durch den Rasterabstand der Deckenbalken vorgegeben ist. Um über den Einfluss der Anzahl n belasteter Lamellen Aufschluss zu erhalten, wurden für ein

Brettstapelement in Abhängigkeit der Anzahl  $n$  die charakteristische Bemessungslast  $q_{k,Bemessung}$  ermittelt. Die Eckdaten des Systems waren:

- Elementlänge  $l = 3,00$  m
- Elementbreite  $b = 2,00$  m
- Elementdicke  $d = 0,12$  m

Die Berechnung erfolgte sowohl für ein genageltes als auch für ein geklebtes Element mittels eines Trägerrostmodells, wobei jede einzelne Lamelle durch einen Träger beschrieben wurde. Die Belastung wurde als Linienlast über die gesamte Lamellenlänge aufgebracht.

### Genagelte Elemente

In nachfolgender Abbildung sind die Ergebnisse der Berechnungen für genagelte Elemente dargestellt.

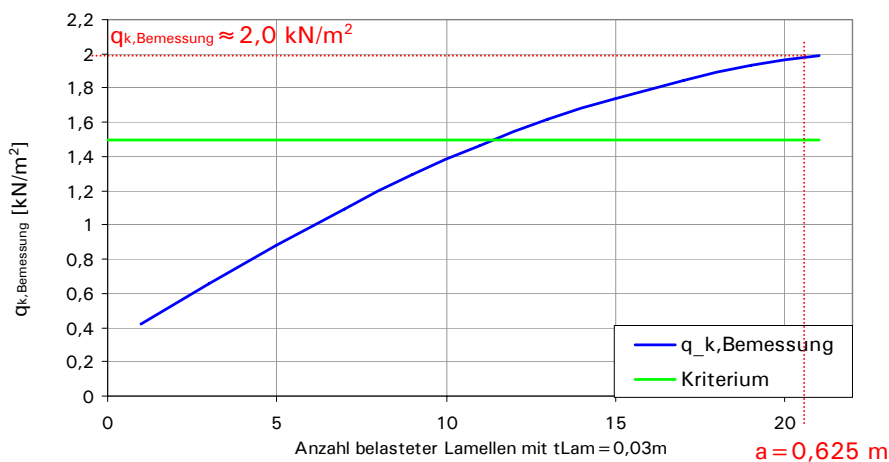


Abb. 4-17: Querverteilungskriterium genagelter Brettstapelemente

Setzt man nur eine geringe Anzahl von Lamellen als belastet voraus, so kann das Kriterium der ausreichenden Querverteilung eingehalten werden, da  $q_{k,Bemessung} \leq 1,5$  kN/m<sup>2</sup> ist. Orientiert man sich jedoch am System einer Holzbalkendecke, so müsste die Lastbreite  $a$  einem typischen Rastermaß von Deckenbalken entsprechen. Bei einem Rastermaß  $a = 0,625$  m werden ca. 21 Lamellen belastet. In diesem Fall kann das Kriterium nicht mehr eingehalten werden und die tatsächliche Bemessungslast  $q_{k,Bemessung}$  erreicht annähernd den Wert  $q_k = 2,0$  kN/m<sup>2</sup> – also den Bemessungswert, der in der DIN 1055 [55] für eine Decke ohne ausreichende Querverteilung vorgesehen ist.

Die Annahme, dass nur eine bzw. eine geringe Anzahl von Lamellen belastet ist, erscheint auch von daher nicht berechtigt, da schon bei der Ermittlung des Systembeiwertes  $k_1$  nur eine Lamelle belastet wurde. Der positive Effekt einer Lastumlagerung im sehr lokalen Bereich, den redundante Systeme aufweisen, würde somit doppelt, also sowohl auf der Einwirkungsseite ( $q_{k,Bemessung}$ ) als auch auf der Widerstandsseite ( $k_1$ ), berücksichtigt werden.

Gemäß den getroffenen Annahmen und unter Ansatz des abgeleiteten Kriteriums weisen genagelte Brettstapelemente keine „ausreichende Querverteilung“ auf. Sie müssen in Wohn- und Aufenthaltsräumen auf eine charakteristische Nutzlast von  $q_k = 2,0$  kN/m<sup>2</sup> bemessen werden.

Zusätzlich ist für alle Nutzungskategorien ein Nachweis der örtlichen Mindesttragfähigkeit erforderlich, der mit einer Einzellast  $Q_k$  geführt werden muss. Der Wert

von  $Q_k$  ist für die jeweiligen Nutzungskategorien in Tabelle 1 der DIN 1055-3 [55] angegeben.

**Anmerkung:** Der in der Nutzungskategorie von Wohn- und Aufenthaltsräumen geforderte Nachweis einer Einzellast  $Q_k = 1,0$  kN stellt in der Regel kein Problem dar. So ergeben sich für das System aus Beispiel 4-1 bei einer Einzellast in Feldmitte zehn mitwirkende Lamellen. Eine Bemessungslast von  $Q_d = 1,5$  kN würde in diesem System zu einer maximalen Biegerandspannung von  $\sigma_{m,d} = 2,3$  MN/m<sup>2</sup> führen, was deutlich unter der Bemessungsfestigkeit für Lamellen der Güteklasse C24 von  $f_{m,d} = 16,6$  MN/m<sup>2</sup> ( $k_{mod} = 0,9$ ) liegt.

### Geklebte Elemente

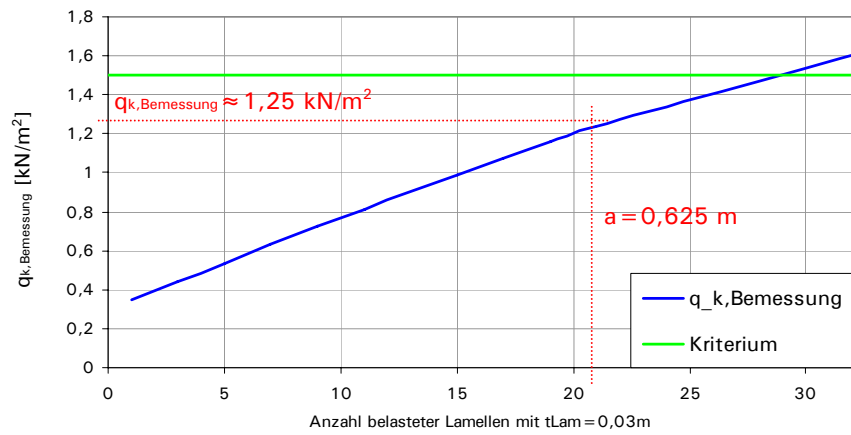


Abb. 4-18: Querverteilungskriterium geklebter Brettstapелеlemente

Die größere Systemsteifigkeit in Querrichtung erzeugt bei geklebten Brettstapелеlementen eine deutlich höhere Querverteilung der Lasten. Selbst bei einer Belastungsbreite  $a = 0,625$  m wird das Kriterium von  $1,5$  kN/m<sup>2</sup> noch deutlich unterschritten. Demnach weisen geklebte Elemente eine „ausreichende Querverteilung“ auf und dürfen somit in Wohn- und Aufenthaltsräumen auf eine charakteristische Nutzlast von  $q_k = 1,5$  kN/m<sup>2</sup> bemessen werden. Auf den Nachweis der örtlichen Mindesttragfähigkeit kann in allen Nutzungskategorien verzichtet werden. Systembedingte Einzellasten müssen dagegen stets nachgewiesen werden.

## 4.4 Plattenbeanspruchung

### 4.4.1 Tragverhalten in Lamellenrichtung

#### 4.4.1.1 Grenzzustand der Tragfähigkeit

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind bei der Bemessung der Brettstapелеlemente unter Gleichlast in Haupttragrichtung die Spannungsnachweise für die Brettlamellen zu führen. Die Lamellen können einzeln als linienförmiges Bauteil bzw. als Plattenstreifen bemessen werden. Eine Berücksichtigung der Lastabtragung in Querrichtung, wie sie sich beispielsweise bei einer Randlagerung parallel zu den Brettlamellen ergibt, kann vernachlässigt werden. Auf Besonderheiten bei der Bemessung, die aus speziellen Randbedingungen oder Belastungen resultieren, wird in den nachfolgenden Unterpunkten hingewiesen.

#### 4.4.1.2 Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Neben den Nachweisen im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit die Verformungsnachweise gemäß Abs. 9.2 der DIN 1052 [53] zu führen:

- charakteristische (seltene) Bemessungssituation

$$w_{Q,inst} \leq l / 300 \quad (\text{Kragträger } l_k/150) \quad (4-7)$$

$$w_{fin} - w_{G,inst} \leq l / 200 \quad (\text{Kragträger } l_k/100) \quad (4-8)$$

mit  $w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) + w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{def})$  (4-9)

- quasi-ständige Bemessungssituation

$$w_{fin} - w_0 \leq l / 200 \quad (\text{Kragträger } l_k/100) \quad (4-10)$$

mit  $w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) + \psi_{2,1} \cdot w_{Q,inst} \cdot (1 + k_{def})$  (4-11)

Für Decken unter Wohnräumen empfiehlt die DIN 1052 [53] eine Begrenzung der Durchbiegung  $w_{q-s}$  ( $w_{G,inst} + \psi_{2,1} \cdot w_{Q,inst}$ ) aus ständiger und quasi-ständiger Belastung auf 6,0 mm. Ist dieser Grenzwert nicht eingehalten, sind genauere Untersuchungen erforderlich (siehe Abschnitt 3.3 auf Seite 21). Die Vorgehensweise bei der Durchführung des Schwingungsnachweises wird an nachfolgendem Beispiel erläutert.

#### Beispiel 4-2: BST-Deckenelement, Zweifeldträger, Schwingungsnachweis

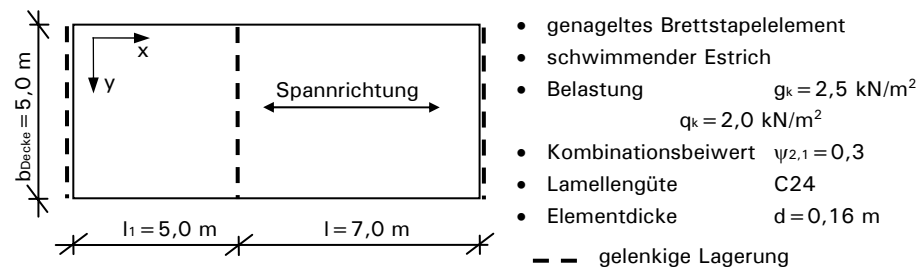


Abb. 4-19: Systemabmessungen und Kennwerte

#### Steifigkeitsermittlung nach Tabelle F.4 [53]

$$EI_I = EI_x = 0,16^3 / 12 \cdot 11000 = 3,75 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$EI_B = EI_y = 5 \cdot 10^{-4} \cdot EI_x = 1,88 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

#### Verformungsbegrenzung

Die Durchbiegung aus ständiger und quasi-ständiger Belastung darf unter Berücksichtigung der Einspannwirkung in Nachbarfelder ermittelt werden. Dies kann gemäß den Erläuterungen [7] durch den Beiwert  $\beta$  erfolgen. Alternativ kann man die Durchbiegung mit Hilfe eines Statikprogramms berechnen. Dabei sind die ständigen und die veränderlichen Lasten nur im Bereich der größten Spannweite aufzubringen.

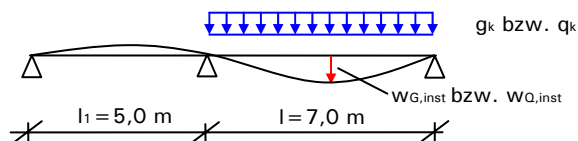


Abb. 4-20: Feldweise Belastung

Aus Statikprogramm:  $w_{G,inst} = 14,3 \text{ mm}$

$$w_{Q,inst} = 11,5 \text{ mm}$$

Nachweis:  $w_{q-s} = w_{G,inst} + \psi_{2,1} \cdot w_{Q,inst} = 14,3 + 0,3 \cdot 11,5 = 17,7 \text{ mm} > 6,0 \text{ mm}$

Es sind besondere Untersuchungen erforderlich.

#### Beiwertermittlung für besondere Untersuchungen

- Masse  $m$

$$m = (g_k + \psi_{2,1} \cdot q_k) \cdot 100 \text{ kg / kN} = 310 \text{ kg / m}^2$$

- Grundfrequenz  $f_0$  eines Balkens

$$f_0 = k_f \cdot \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{EI_I}{m}} = 1,2 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 7,0^2} \cdot \sqrt{\frac{3,75 \cdot 10^6}{310}} = 4,23 \text{ Hz}$$

mit  $k_f$  aus Tabelle 3-1:  $l_1/l \approx 0,70 \Rightarrow k_f = 1,2$

- Beiwert  $\alpha$  zur Berücksichtigung der Plattentragwirkung

$$\alpha = \frac{b}{l} \cdot 4 \sqrt{\frac{EI_I}{EI_B}} = \frac{5,0}{7,0} \cdot 4 \sqrt{\frac{3,75}{1,88 \cdot 10^{-3}}} = 4,78$$

- Grundfrequenz  $f_1$  der Decke

$$f_1 = f_0 \cdot \sqrt{1 + 1/\alpha^4} = 4,23 \cdot \sqrt{1 + 1/4,78^4} = 4,23$$

Anmerkung: Aufgrund der geringen Biegesteifigkeit in Querrichtung gilt für mechanisch verbundene Brettstapeldecken in der Regel:  $f_1 = f_0$

- Dämpfungsmaß  $\xi$

Gemäß SIA 265 [7] gilt:

$\xi = 0,03$  Holzbalkendecken und mechanisch verbundene Brettstapeldecken mit schwimmenden Estrich

- Beiwert  $\gamma$

$\gamma$  aus Tabelle 3-2:  $l_1/l \approx 0,70 \Rightarrow \gamma = 1,05$

#### Geschwindigkeit Fersenauftritt ( $I = 55 \text{ Ns}$ , $t_i = 0,05 \text{ s}$ )

$$v = \frac{950}{f_0 \cdot m \cdot l^2 \cdot \gamma} \cdot 4 \sqrt{\frac{EI_I}{EI_B}} = \frac{950}{4,23 \cdot 310 \cdot 7,0^2 \cdot 1,05} \cdot 4 \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 10^{-4}}} = 0,094 \text{ m / s}$$

Grenzwert:  $6 \cdot b^{(f_1 \xi - 1)} = 6 \cdot 100^{(4,23 \cdot 0,03 - 1)} = 0,108$

Nachweis:  $v = 0,094 \text{ m / s} < 6 \cdot b^{(f_1 \xi - 1)} = 0,108 \text{ m / s}$

#### Beschleunigung, Resonanzuntersuchung

$$a \approx \frac{56}{m \cdot b_{Decke} \cdot l \cdot \gamma} \cdot \frac{1}{\xi} = \frac{56}{310 \cdot 3,14 \cdot 7,0 \cdot 1,05} \cdot \frac{1}{0,03} = 0,26 \text{ m / s}^2 > 0,10 \text{ m / s}^2$$

mit:

$$b_{Decke} = \min \left\{ b; l \cdot 3,0 \cdot 1 / 4 \sqrt{\frac{EI_I}{EI_b}} \right\} = \min \left\{ 5,0 \text{ m}; 7,0 \cdot 3,0 \cdot 1 / 4 \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 10^{-4}}} = 3,14 \text{ m} \right\}$$

Der Grenzwert von  $a < 0,1 \text{ m/s}^2$  kann nicht eingehalten werden. Die Beschleunigung ist spürbar, aber nicht störend (Bereich  $0,35 \text{ m/s}^2 < a < 0,70 \text{ m/s}^2$ ). Obwohl die Decke die Tragfähigkeitsnachweise erfüllt, ist eine derartige Ausführung aufgrund der überschrittenen Grenzbedingungen des Schwingungsnachweises nicht möglich.

### 4.4.2 Tragverhalten in Querrichtung

Treten feldweise Belastungen, Einzellasten oder Randlagerungen parallel zu den Lamellen auf, so werden Lasten auch in Querrichtung abgetragen. Dies führt zu Beanspruchungen des Verbundes der einzelnen Lamellen, die ebenfalls nachgewiesen werden müssen.

#### 4.4.2.1 Nachweise nach DIN 1052

Die DIN 1052 [53] fordert für Spannungen rechtwinklig zur Lamellenrichtung den Nachweis der Kombination aus Querdruck- bzw. Querkzugspannungen und Rollschubspannungen. Folgende Bedingungen müssen erfüllt sein:

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{f_{t,90,d}} + \frac{\tau_{R,d}}{f_{R,d}} \leq 1,0 \quad (4-12)$$

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{f_{c,90,d}} + \frac{\tau_{R,d}}{f_{R,d}} \leq 1,0 \quad (4-13)$$

Darüber hinaus muss bei nachgiebig miteinander verbundenen Lamellen die Übertragung der Querkraft von Lamelle zu Lamelle gewährleistet sein.

Wie in Abb. 4-21 dargestellt, kann sich bei geklebten Elementen ein derartiges Tragverhalten mit den daraus resultierenden Spannungen einstellen.

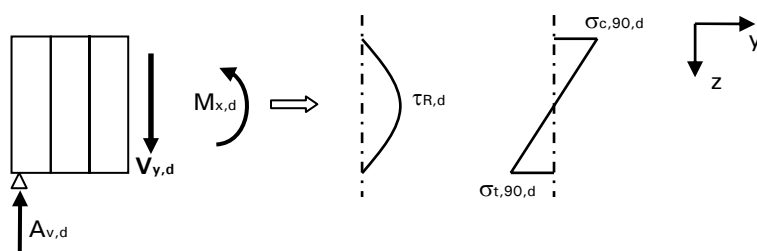


Abb. 4-21: Spannungen rechtwinklig zur Lamellenachse am geklebten Element

Ein vergleichbares Tragverhalten ist bei genagelten Elementen kaum möglich. Vielmehr ist das in Abb. 4-22 gezeigte Tragmodell zu erwarten.

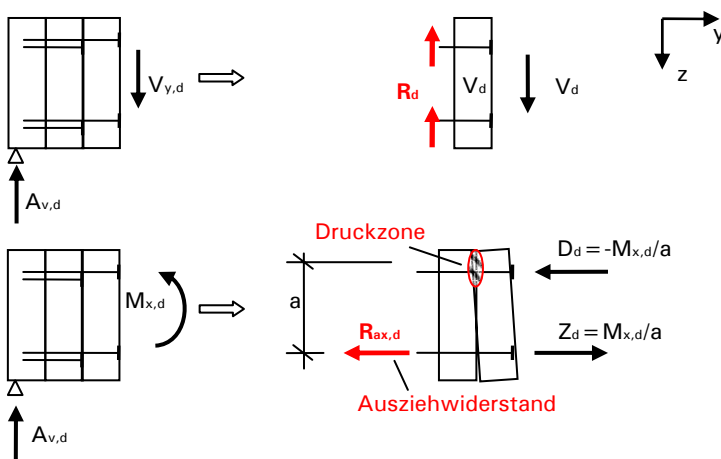


Abb. 4-22: Tragmodell genageltes Element

Die Querkraft  $V_d$  kann in der Fuge zwischen den Lamellen über senkrecht zur Stiftachse wirkende Scherkräfte durch die Verbindungsmittel übertragen werden. Das Biegemoment senkrecht zu den Brett lamellen kann durch einen sich einstellenden inneren Hebelarm  $a$  in Druck- und Zugkomponenten zerlegt werden. Zwischen den Lamellen bildet sich zur Aufnahme der Druckkomponente eine Druck-



zone aus. Gleichzeitig muss die Zugkraft über den Auszieh Widerstand der Verbindungsmittel von Lamelle zu Lamelle übertragen werden.

Während Vergleichsrechnungen zeigen, dass bei allseitig gelagerten Elementen unter Gleichlast die Aufnahme der Querkräfte durch die Verbindungsmittel in der Regel möglich ist, sind schon bei üblichen Abmessungen Probleme beim Nachweis des Biegemomentes senkrecht zu den Lamellen zu erwarten. Dies liegt daran, dass für genagelte Elemente überwiegend glattschaftige Nägel verwendet werden, die nur einen sehr geringen Auszieh Widerstand aufweisen. Sie sind nicht in der Lage die Zugkomponente aufzunehmen.

Theoretisch müssen sich bei der Überschreitung des Auszieh Widerstandes offene Fugen zwischen den Lamellen einstellen. In der Realität sind diese Konstruktionen schon vielfach ausgeführt worden und den Autoren sind derzeit keine Schäden aus Überschreitungen des Auszieh Widerstandes bekannt. Daher stellt sich die Frage, ob die Momentenaufnahme tatsächlich zum Erreichen eines Gleichgewichtes notwendig ist oder ob sich auch ohne Momentenaufnahme aus den Verformungen und den daraus resultierenden Umlagerungen ein Gleichgewichtszustand einstellen kann.

#### 4.4.2.2 Simulation des Tragverhaltens in Querrichtung

Um weitere Erkenntnisse diesbezüglich zu erhalten, wurden Simulationsberechnungen zum Tragverhalten in Querrichtung durchgeführt. Dazu wurde ein Plattenstreifen senkrecht zur Haupttragrichtung eines Brettstapелеlementes betrachtet und als elastisch gebettetes Fachwerkmodell berechnet.

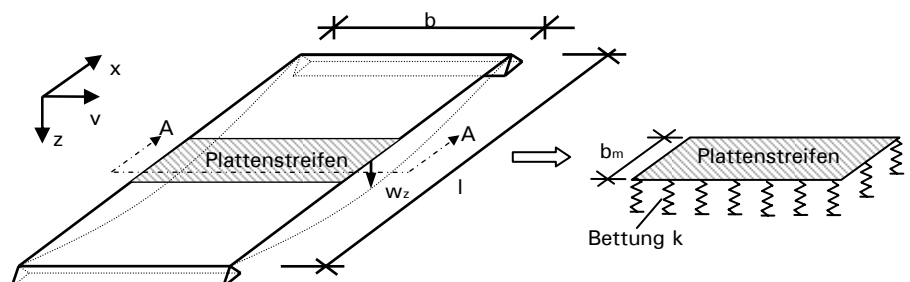


Abb. 4-23: Grundsystem

Die einzelnen Brett lamellen wurden als starre Balkenelemente modelliert, die über reine Druckfedern sowie Diagonalen miteinander gekoppelt und auf Federn aufgelagert waren.

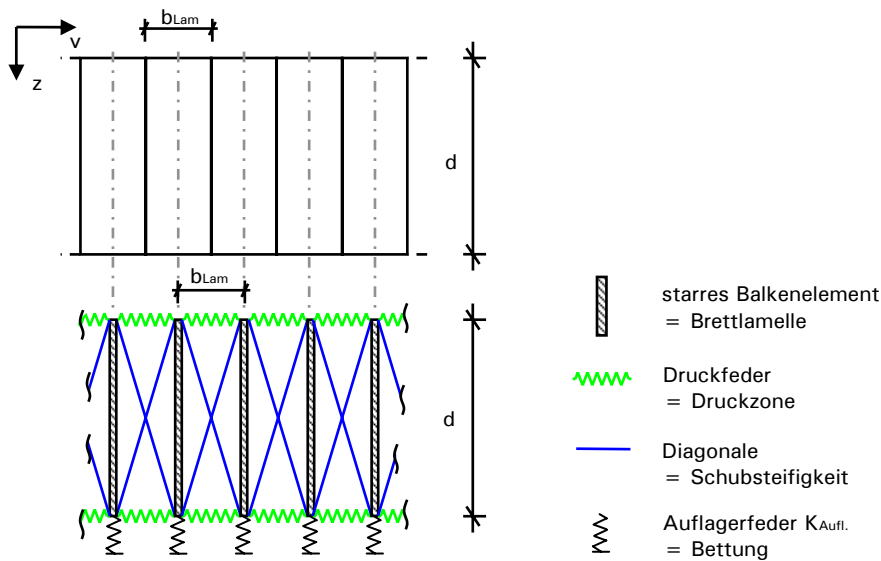


Abb. 4-24: Systemskizze im Schnitt A-A

Die Bettung  $k$  des Plattenstreifens ergibt sich aus der Durchbiegung  $w_z$  des Brettstapelelementes in Feldmitte unter einer Gleichlast  $q$  und somit aus der Steifigkeit  $EI_x$  der Lamellen in Haupttragrichtung:

$$k = \frac{q}{w_z} = \frac{384 \cdot EI_x}{5 \cdot L^4} \quad \text{mit } EI_x = E \cdot d^3 / 12 \quad (4-14)$$

Damit beträgt die Federsteifigkeit  $K_{Aufl.}$  einer Auflagerfeder unter Berücksichtigung der Breite des Plattenstreifens  $b_m$ :

$$K_{Aufl.} = k \cdot b_{Lam} \cdot b_m \quad (4-15)$$

Die blau dargestellten Diagonalen repräsentieren die Schubsteifigkeit des Systems in Querrichtung. Die Schubverformung setzt sich aus den Verformungsanteilen des Holzes und dem Verschiebungsmodul der Verbindungsmittel zusammen. Daraus lässt sich der Systemschubmodul bestimmen zu:

$$\frac{1}{G_{System}} = \frac{1}{G_{R,Holz}} + \frac{1}{G_{Verb}} = \frac{1}{G_{R,Holz}} + \frac{1}{k_{Verb} \cdot b_{Lam}} \quad (4-16)$$

$$\text{mit: } k_{Verb} = \frac{K_{ser}}{e_x \cdot e_z} \quad (4-17)$$

Die Umrechnung der Systemschubsteifigkeit in Querrichtung auf die Dehnsteifigkeit der Diagonalen ist in nachfolgender Abbildung dargestellt.

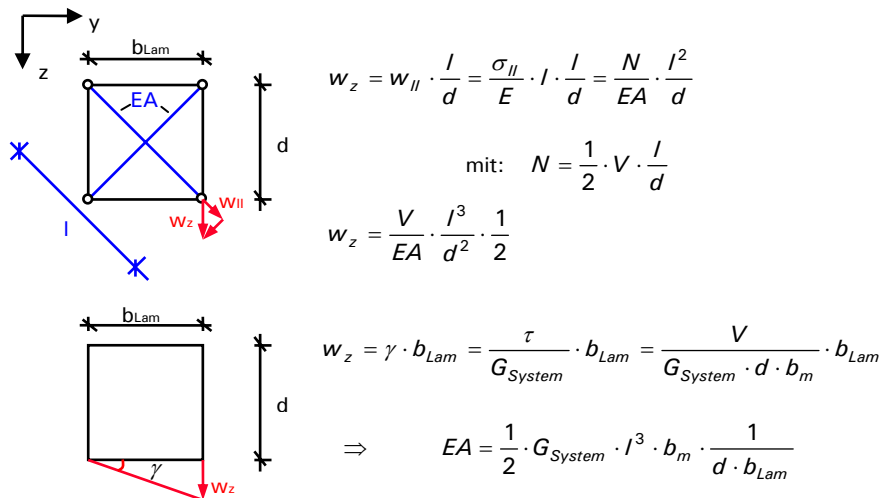


Abb. 4-25: Ermittlung der Dehnsteifigkeit der Diagonalen

Da die Simulationsberechnung einer Überprüfung diene, ob eine Lastabtragung in Querrichtung auch ohne Berücksichtigung des Ausziehwerstandes erfolgen kann, wurden die einzelnen Elemente untereinander mit Druckfedern verbunden (grüne Federelemente in Abb. 4-24). Für diese Federn wurde ein Risskriterium definiert, das die Aufnahme von Druckkräften ermöglicht, im Falle einer sich einstellenden Zugkraft jedoch zum Federausfall führt. Dadurch wurde gewährleistet, dass sich die einzelnen Lamellen zwar aneinander „anlehnen“ und gegenseitig stützen können, die Verdrehung jedoch nicht behindert ist. Für den Einfluss der Druckzone wurde vereinfacht die halbe Elementdicke  $d/2$  angesetzt.

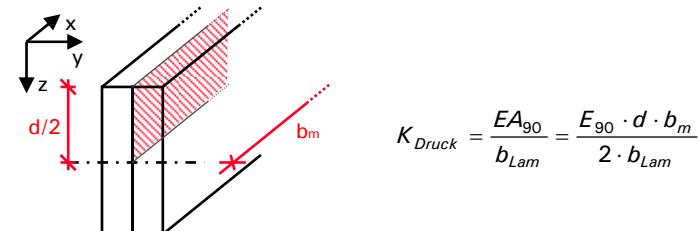


Abb. 4-26: Ermittlung  $K_{Druck}$

Der Berechnung wurde folgendes System zugrunde gelegt:

- Belastung  $q_d = 5,0 \text{ kN/m}^2$
- Spannweite  $l = 4,00 \text{ m}$
- Systembreite  $b = 1,20 \text{ m}$
- Plattenstreifen  $b_m = 1,00 \text{ m}$
- E-Modul  $E_0 = 11000 \text{ MN/m}^2$
- $E_{90} = 11000 \text{ MN/m}^2$  } Lamellengüte: C 24
- Rollschub-Modul  $G_R = 69 \text{ MN/m}^2$
- Elementdicke  $d = 0,12 \text{ m}$
- Lamellenbreite  $b_{Lam} = 0,03 \text{ m}$
- Nageldurchmesser  $d_N = 3,0 \text{ mm}$
- Nagelbild  $e_x = 300 \text{ mm}$
- $e_z = 78 \text{ mm}$

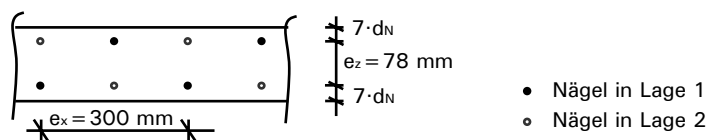


Abb. 4-27: Nagelbild

Damit ergeben sich folgende Steifigkeitsparameter:

- Auflagerfeder:

$$K_{\text{Aufl.}} = \frac{384 \cdot EI_x \cdot b_{\text{Lam}} \cdot b_m}{5 \cdot L^4}$$

$$k_{\text{Aufl.}} = \frac{384 \cdot 11000 \cdot 0,12^3 / 12 \cdot 0,03 \cdot 1,00}{5,0 \cdot 4,00^4} = 14,3 \text{ kN / m}$$

- Dehnsteifigkeit der Diagonalen:

$$k_{\text{Ser}} = \rho_k^{1,5} \cdot d_N^{0,8} / 25 = 350^{1,5} \cdot 3^{0,8} / 25 = 630,8 \text{ N / mm}$$

$$k_{\text{Verb}} = \frac{k_{\text{Ser}}}{e_x \cdot e_z} = \frac{630,8}{300 \cdot 78} = 27,0 \text{ MN / m}^3$$

$$G_{\text{System}} = \left( \frac{1}{G_{\text{R,Holz}}} + \frac{1}{k_{\text{Verb}} \cdot b_{\text{Lam}}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{69} + \frac{1}{27,0 \cdot 0,03} \right)^{-1}$$

$$= 0,80 \text{ MN / m}^2$$

$$I = \sqrt{d^2 + b_{\text{Lam}}^2} \sqrt{0,12^2 + 0,03^2} = 0,124 \text{ m}$$

$$EA = \frac{1}{2} \cdot G_{\text{System}} \cdot I^3 \cdot b_m \cdot \frac{1}{d \cdot b_{\text{Lam}}}$$

$$EA = \frac{1}{2} \cdot 0,80 \cdot 0,124^3 \cdot 1,00 \cdot \frac{1}{0,12 \cdot 0,03} = 0,212 \text{ MN}$$

- Druckfedern:

$$K_{\text{Druck}} = \frac{EA_{90}}{b_{\text{Lam}}} = \frac{E_{90} \cdot d \cdot b_m}{2 \cdot b_{\text{Lam}}} = \frac{370 \cdot 0,12 \cdot 1,00}{2 \cdot 0,03} = 740 \text{ MN / m}$$

In Abb. 4-28 sind das System und die Belastung dargestellt. Die Flächenlast  $q_d = 5,0 \text{ kN/m}^2$  wurde über Knotenlasten aufgebracht. Um eine Querverteilung der Beanspruchung zu erzeugen wurde nur eine Systemhälfte belastet. Dies entspricht einer feldweisen Belastung.

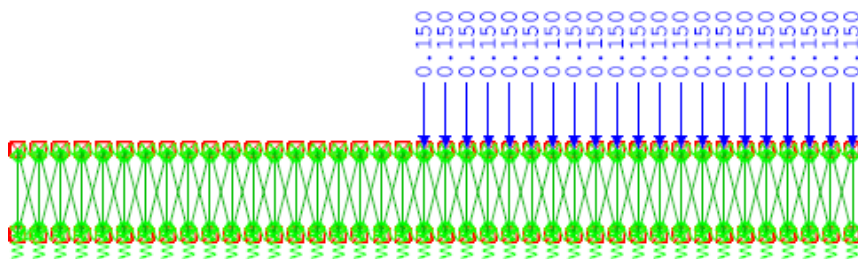


Abb. 4-28: Lastbild

Um kinematische Probleme zu unterbinden, ist ein Knoten in y-Richtung festzuhalten. Dies muss nicht mit einem unverschieblichen Lager erfolgen, sondern kann, wie im vorliegenden Fall, mit einer horizontalen Auflagerfeder sichergestellt werden. In Abb. 4-29 ist die Verformungsfigur mit den Verschiebungsgrößen in z-Richtung dargestellt. Im belasteten Bereich entspricht die vertikale Verschiebung der am Einfeldträger ermittelten Durchbiegung.

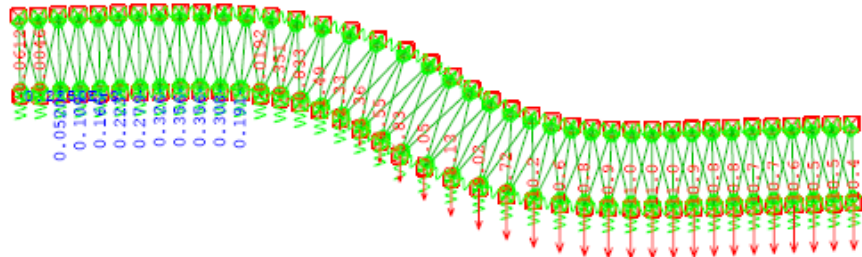


Abb. 4-29: Verformungsfigur mit Verschiebungsgrößen in z-Richtung

Abb. 4-30 zeigt die Federkräfte der Druckfedern im Übergangsbereich zwischen belastetem und unbelastetem Bereich. Trotz Ausfall der Federn in den „Zugbereichen“ kann sich ein Gleichgewichtszustand einstellen.

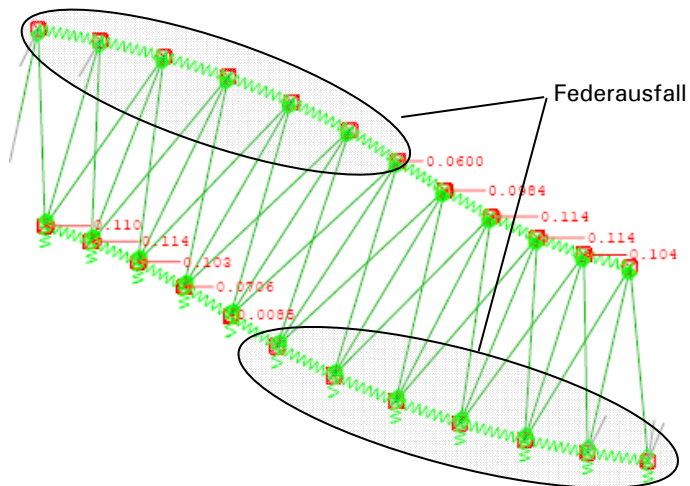


Abb. 4-30: Federkräfte in y-Richtung

Die Normalkräfte der Diagonalen am unmittelbaren Übergang von belasteten zu unbelasteten Lamellen sind in Abb. 4-31 abgebildet. Daraus lässt sich die maximal zu übertragende Querkraft  $V_{yz}$  bestimmen.

$$V_{yz} = \frac{d}{l} \cdot \sum N_i = \frac{0,12}{0,124} \cdot (0,108 + 0,0472) = 0,15 \text{ kN / m}$$

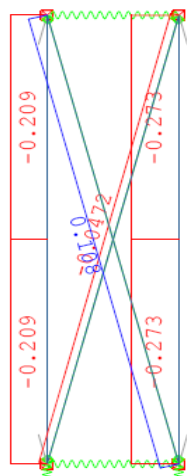


Abb. 4-31: Normalkräfte

Zum Vergleich beträgt der charakteristische Bemessungswert der verwendeten Nägel auf Abscheren  $R_d \approx 0,5 \text{ kN}$  (Annahme:  $k_{mod} = 0,9$ ). Bei dem angenommenen

Nagelbild liegt die Auslastung der Querkraftübertragung von Lamelle zu Lamelle unter 5%.

Die Simulationsberechnung zeigt, dass sich auch ohne Berücksichtigung des Auszieh Widerstandes der Nägel ein Gleichgewicht in Querrichtung der Lamellen einstellen kann. Das Gleichgewicht resultiert aus der Schubfestigkeit der auf Abscheren beanspruchten Nägel in Verbindung mit der gegenseitigen Stützwirkung benachbarter Lamellen.

Ein Aspekt, der bei der Simulation des Tragverhaltens in Querrichtung nicht berücksichtigt wurde, ist der Haftungs- bzw. Reibungseinfluss zwischen den einzelnen Lamellen. Dieser ist zweifelsohne vorhanden, unterliegt jedoch den Einflüssen von Schwinden und Quellen und ist damit über den Zeitraum der Nutzungsdauer nicht gesichert erfassbar. Daher wurde im Rahmen der Simulation darauf verzichtet, diese Einflüsse zu modellieren.

#### **4.4.2.3 Nachweisverfahren nach Krämer [9]**

Krämer [9] befasst sich in seiner Dissertation ausführlich mit dem Trag- und Verformungsverhalten genagelter Brettstapelelemente unter Querlast. Dabei berücksichtigt er neben unterschiedlichen Nagelbildern zusätzlich verschiedene Stoßmuster der Lamellen. Er gibt ein vereinfachtes Bemessungsverfahren für Brettstapelelemente unter Gleichlast und zentrischer Einzellast an. Über Faktoren werden folgende Einflüsse erfasst:

- $l/h$ -Verhältnis
- Nagelabstände
- Stoßvarianten

Aus den Faktoren lassen sich die Biegegrandspannungen, die elastischen Verformungen sowie die Nagelbeanspruchungen unter den genannten Lastvarianten ermitteln. Weitere Informationen sind [9] zu entnehmen.

#### **4.4.2.4 Streichlasten – Lamellen-parallele Randlagerung**

Wie vorherige Betrachtungen gezeigt haben, treten in der Regel nur geringe Beanspruchungen in Querrichtung auf. Allerdings muss berücksichtigt werden, dass die Wandelemente, die als Lamellen-parallele Auflager dienen, aus der zweiachsigen Lastabtragung zusätzliche Streichlasten erhalten. Um die Streichlasten und die Beanspruchungen senkrecht zu den Lamellen im Einzelfall abschätzen zu können, wird im Folgenden ein vereinfachtes Näherungsverfahren entwickelt. Dieses basiert auf dem Vergleich des Halbstreifens und eines in Querrichtung zu den Lamellen verlaufenden elastisch gebetteten Trägers.

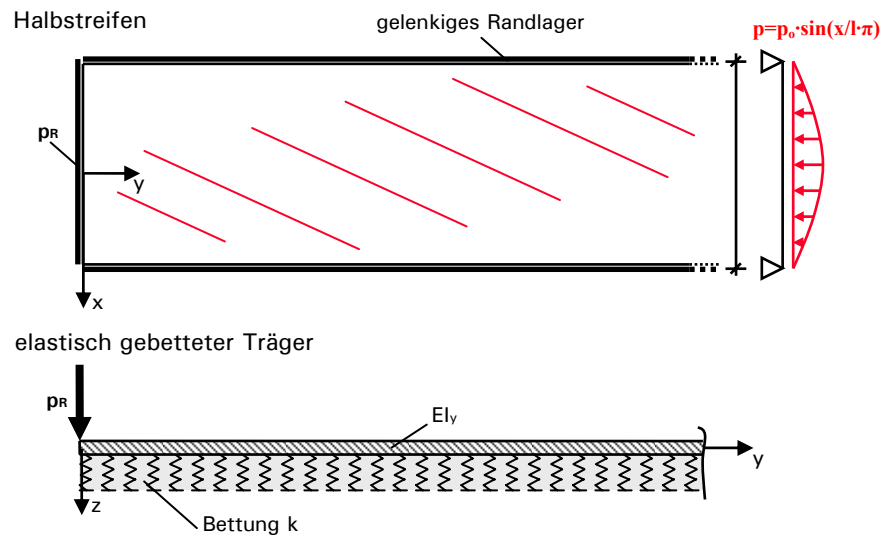


Abb. 4-32: Ersatzsystem

Unter der Annahme einer drillweichen Platte lauten die Differentialgleichungen des

- Halbstreifens:  $EI_x \cdot w'''' + EI_y \cdot w'''' = p \tag{4-18}$
- elast. gebetteten Trägers:  $k \cdot w_o + EI_y \cdot w'''' = p \tag{4-19}$

Die elastische Bettung des Trägers ergibt sich aus dem Vergleich der Koeffizienten:

$$k \cdot w_o = EI_x \cdot w'''' \quad \Rightarrow \quad k = \frac{1}{w_o} \cdot EI_x \cdot w'''' \tag{4-20}$$

Für den Halbstreifen unter sinusförmiger Belastung gilt:

$$w'''' = \frac{\pi^4}{l^4} \cdot w_o \tag{4-21}$$

Demnach beträgt die Bettung des elastischen Trägers:

$$k = \frac{\pi^4}{l^4} \cdot EI_x \tag{4-22}$$

Die charakteristische Länge der Bettung berechnet sich zu:

$$L = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot EI_y}{k}} = \frac{l}{\pi} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot EI_y}{EI_x}} \tag{4-23}$$

Die Auflagerkraft des Halbstreifens kann am Ersatzsystem über die in Abb. 4-33 dargestellten Verformungszustände ermittelt werden.

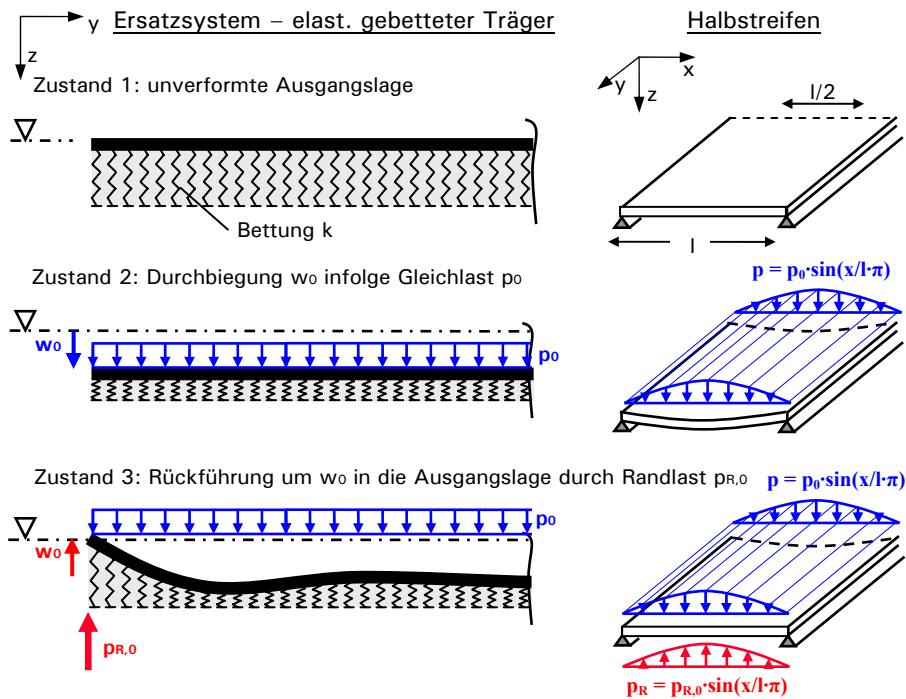


Abb. 4-33: Verformungszustände

Zunächst befinden sich die betrachteten Systeme in der unverformten Ausgangslage. Durch die sinusförmige Flächenlast stellt sich am Grundsystem in Feldmitte die Verformung  $w_0$  ein. Die Verformung des elastisch gebetteten Trägers des Ersatzsystems im „Zustand 2“ beträgt ebenfalls  $w_0$ . Durch das Aufbringen einer Randlast in entgegengesetzter Richtung zur Gleichlast kann der Träger des Ersatzsystems am freien Ende in die Ausgangslage zurückgeführt werden. Die Verformungsfigur des „Zustand 3“ stellt einen einseitig unendlich langen, elastisch gelagerten Träger unter Gleichlast mit vertikaler Lagerung am Balkenanfang dar. Die vertikale Auflagerkraft entspricht der Randlast  $p_{R,0}$ , die notwendig ist, um am Trägeranfang die Verformung  $w_0$  zu erzeugen. Für einen einseitig unendlich langen, elastisch gebetteten Träger unter der Randlast  $p_{R,0}$  gilt:

$$w_0 = \frac{2 \cdot p_{R,0}}{L \cdot k} \tag{4-24}$$

Somit beträgt die Auflagerkraft des Halbstreifens:

$$p_{R,0} = \frac{w_0 \cdot L \cdot k}{2} \tag{4-25}$$

Die Herleitung erfolgt, was die Streichlast betrifft, für eine Sinuslast. Die Gleichlast auf der Platte kann in  $x$ -Richtung mit einer Fourierreihe beschrieben werden.

$$p_{(x)} = \sum p_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}\right) \quad \text{mit} \quad p_n = p \cdot \frac{4}{n \cdot \pi} \cdot \sin\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right) \tag{4-26}$$

Für jedes  $p_n$  der Flächenlast  $p$  kann ein Anteil  $p_{R,n}$  der Streichlast hergeleitet werden.

Die Auflagerkraft  $p_{R,0}$  entspricht der Streichlast, die über die Lamellen-parallel Randlager abgetragen wird. Sie ist gleichbedeutend mit der maximalen Querkraft  $v_{yz,d}$  in Nebentragsrichtung und besitzt entlang des Lamellen-parallel Auflagers einen sinusförmigen Verlauf. Vereinfacht kann die Streichlast als Linienlast  $p_{R,0}$  auf die lastabtragenden Wände angesetzt werden.



Die Herleitung erfolgt unter der Annahme einer sinusförmigen Flächenlast. Wie nachfolgendes Beispiel zeigt, darf die Vorgehensweise auch näherungsweise zur Ermittlung der Streichlasten bzw. der Querkräfte in Nebentragsrichtung bei konstanten Flächenlasten verwendet werden.

**Anmerkung:** Der einseitig unendlich lange, elastisch gebettete Träger besitzt die Biegesteifigkeit, die sich aus der Systemsteifigkeit des Brettstapelelementes ergibt. Berücksichtigt man zusätzlich die Schubsteifigkeit in Querrichtung, so wird das System in Nebentragsrichtung „weicher“ und die Lamellen-parallelen Auflagerkräfte fallen geringer aus. Dies bestätigen die Ergebnisse aus Beispiel 4-3. Dort werden die Ergebnisse der Abschätzung mit denen einer Trägerrostberechnung, die die Schubsteifigkeit in Nebentragsrichtung berücksichtigt, verglichen.

### Zusammenfassung der Vorgehensweise

Die einzelnen Arbeitsschritte und die notwendigen Berechnungsformeln zur Bestimmung der Streichlasten  $p_{R,0,d}$  bzw. der Querkraft  $v_{yz,d}$  in Nebentragsrichtung, bei einer Randlagerung parallel zur Lamellenachse, sind nachfolgend zusammengefasst:

- Steifigkeitsermittlung

Die Biege- und Schubsteifigkeiten der Brettstapelelemente sind unter Berücksichtigung der in Tabelle F.22 der DIN 1052 [53] angegebenen Systemsteifigkeiten zu bestimmen. Die Ermittlung der Steifigkeiten erfolgen je Meter Plattensteifen ( $[MNm^2/m]$  bzw.  $[MN/m]$ ).

- Durchbiegungsberechnung

Die Berechnung erfolgt am Grundsystem unter der Gleichlast  $q_d$ :

$$w_0 = \frac{5 \cdot q_d \cdot l^4}{384 \cdot EI_x} + \frac{q_d \cdot l^2}{8 \cdot S_x} \quad (4-27)$$

Bei schlanken Systemen, die nur eine geringe Schubverformung aufweisen, kann auf den Verformungsanteil resultierend aus der Schubsteifigkeit verzichtet werden.

- Parameterermittlung des Ersatzsystems:

$$k = \frac{\pi^4}{l^4} \cdot EI_x \quad [MN/m^3] \quad (4-28)$$

$$L = \frac{l}{\pi} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot EI_y}{EI_x}} \quad [m] \quad (4-29)$$

- Berechnung der Streichlasten  $p_{R,0,d}$  bzw. der Querkraft  $v_{yz,d}$ :

$$p_{R,0,d} = v_{yz,d} = \frac{w_0 \cdot L \cdot k}{2} \quad [kN] \quad (4-30)$$

Die Streichlast ist gleichbedeutend mit der maximalen Querkraft in Nebentragsrichtung.

### Beispiel 4-3: BST-Deckenelement, dreiseitige Lagerung, Gleichlast

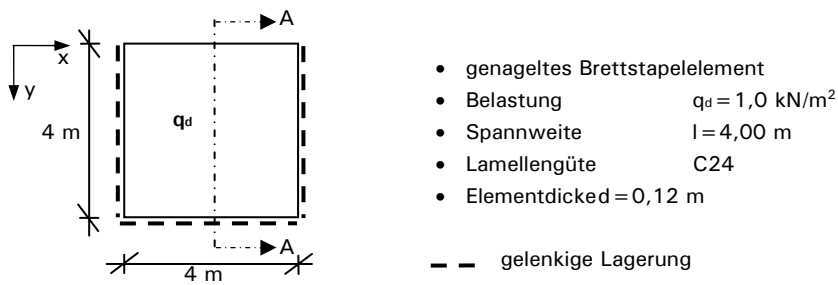


Abb. 4-34: System

- Steifigkeitsermittlung nach Tabelle F.22 [53]

$$EI_x = 0,12^3 / 12 \cdot 11000 = 1,58 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$EI_y = 5 \cdot 10^{-4} \cdot EI_x = 7,92 \cdot 10^{-4} \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$S_x = 0,12 \cdot 0,06 \cdot E_x / 1,2 = 66,0 \text{ MN} / \text{m}$$

$$S_y = 0,05 \cdot S_x = 3,3 \text{ MN} / \text{m}$$

- Durchbiegungsermittlung

$$w_0 = \frac{5 \cdot q_d \cdot l^4}{384 \cdot EI_x} + \frac{q_d \cdot l^2}{8 \cdot S_x} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 4^4}{384 \cdot 1,58} + \frac{5 \cdot 4^2}{8 \cdot 66} = 10,7 \text{ mm}$$

- Ersatzsystem

$$k = \frac{\pi^4}{l^4} \cdot EI_x = \frac{\pi^4}{4^4} \cdot 1,58 = 0,60 \text{ MN} / \text{m}^3$$

$$L = \frac{l}{\pi} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot EI_y}{EI_x}} = \frac{4}{\pi} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 7,92 \cdot 10^{-3}}{1,58}} = 0,27 \text{ m}$$

- Streichlasten  $p_{R,0,d}$  bzw. Querkraft  $v_{yz,d}$

$$p_{R,0,d} = v_{yz,d} = \frac{w_0 \cdot L \cdot k}{2} = \frac{10,7 \cdot 0,27 \cdot 0,60}{2} = 0,87 \text{ kN} / \text{m}$$

Eine Trägerrostberechnung mit einem Rasterabstand von  $a_R = 0,05 \text{ m}$  liefert den in Abb. 4-35 dargestellten Querkraftverlauf. Die daraus ermittelte Querkraft  $v_{yz,d} = 0,78 \text{ kN/m}$  zeigt gute Übereinstimmung mit der Abschätzung.

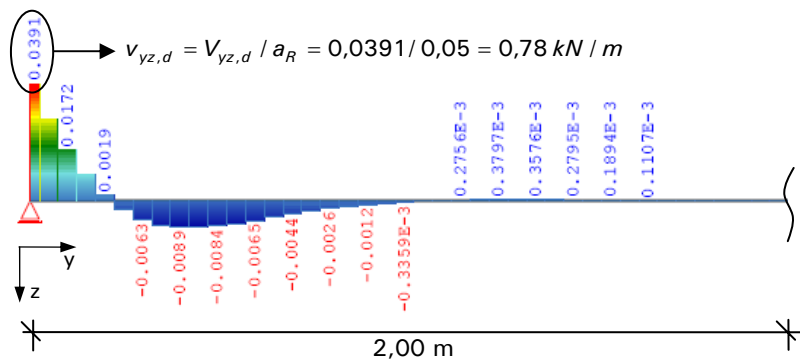


Abb. 4-35: Querkraftverlauf im Schnitt A-A

#### 4.4.2.5 Fugenbeanspruchung

Aus Transportgründen werden Brettstapeldecken vorelementiert auf die Baustelle geliefert. Dort müssen die einzeln verlegten Elemente zu Decken der erforderlichen Breite zusammengefügt werden. Um Deckenscheiben für die Gebäudeaussteifung zu erhalten, sind die Elementfugen kraftschlüssig auszubilden. Auch senkrecht zur Elementebene muss die Koppelfuge in der Lage sein, Kräfte zu übertragen. Dies ist notwendig, um bei ungleichmäßig verteilten Deckenlasten Versätze zwischen den Elementen zu vermeiden. Auch für den Ansatz des Systembeiwertes  $k_1$  muss eine kontinuierliche Lastverteilung in Querrichtung gewährleistet sein.

Für die kraftschlüssige Ausbildung zwischen den Koppelfugen stehen verschiedene Varianten zur Verfügung. Exemplarisch sind in Abb. 4-36 Verbindungstypen dargestellt. Die Verbindung mittels gekreuzter Vollgewindeschrauben stellt sicherlich eine der einfachsten Ausführungsvarianten dar (a). Zudem können sowohl vertikale Lasten aus der Plattenbeanspruchung als auch horizontale Lasten aus der Scheibenbeanspruchung übertragen werden. Eine Kombination mit Falz- bzw. Federsystemen zur Sicherstellung der Scheibentragwirkung ist denkbar. Die Federsysteme, beispielsweise aus Furniersperrholz, sind zur horizontalen Lagesicherung entweder mittels Lochblechen (c) oder Holzwerkstoffplatten (d) zu verbinden.

a) gekreuzte Vollgewindeschrauben



c) Feder mit Lochblech



b) Überfällzung



d) Feder mit Holzwerkstoffplatte

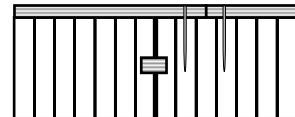


Abb. 4-36: Varianten der Fugenausbildung

Neben der Beanspruchung aus Scheibentragwirkung (siehe Abschnitt 4.5) muss die verwendete Verbindung auch für Lastabtragung in Querrichtung ausreichend dimensioniert sein. Die sich aus feldweiser Belastung einstellende Beanspruchung in der Fuge kann mit Hilfe der zuvor erläuterten Abschätzung ermittelt werden. Die Berechnung erfolgt analog zur Randlagerung. Die feldweise Belastung kann in zwei unterschiedliche Lastfälle unterteilt werden, deren Superposition dem Endzustand entspricht (siehe Abb. 4-37). Daher darf die Durchbiegung  $w_0$  nur mit dem halben Wert der Differenz aus den unterschiedlich verteilten Nutzlasten ermittelt werden. Für die Querkraft in der Fuge gilt:

$$v_{yz,d} = p_{F,0,d} = \frac{w_{0(p/2)} \cdot L \cdot k}{2} \quad (4-31)$$

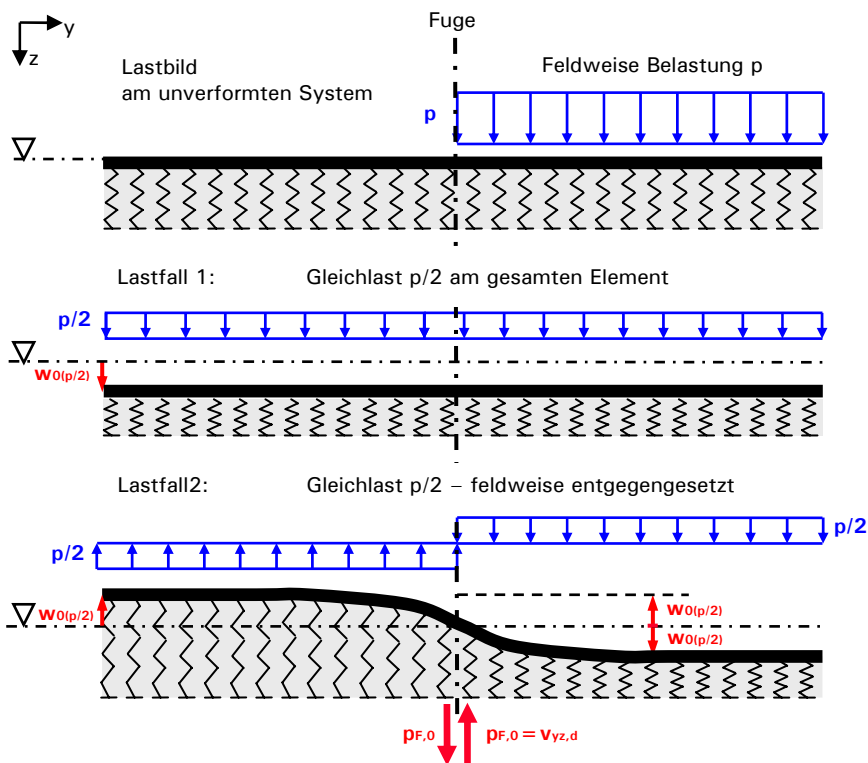


Abb. 4-37: Verformungszustände bei feldweiser Belastung

Im „Lastfall 1“ greift am gesamten Element die Gleichlast  $p/2$  an. Da sich eine konstante Verschiebung  $w_0$  einstellt, müssen in der Fuge keine vertikalen Kräfte übertragen werden. Im „Lastfall 2“ wirkt die Gleichlast  $p/2$  elementweise in entgegengesetzte Richtungen und erzeugt damit gegengleiche Verschiebungen  $w_{0(p/2)}$ . Die durch die Fuge getrennten Elemente können unabhängig von einander betrachtet werden. Je Elementseite kann die Einzellast  $F$  abgeschätzt werden, die notwendig ist, um die Verformung  $w_{0(p/2)}$  rückgängig zu machen. Die Umrechnung auf die in der Fuge wirkende Querkraft erfolgt analog zur Randlagerung. Da das Tragverhalten je Elementseite einer gelenkigen Randlagerung entspricht, ergeben sich in der Fuge keine Beanspruchungen aus Biegemomenten in Querrichtung.

#### 4.4.3 Einzellast

Beanspruchungen aus Einzellasten werden im Gegensatz zu Flächenlasten nicht ausschließlich in Haupttragrichtung abgetragen. Durch die Aktivierung der Verbindungsmittel erfolgt eine Lastverteilung in Querrichtung. Folglich müssen sowohl Beanspruchungen in Haupt- als auch in Nebentragrichtung nachgewiesen werden.

##### 4.4.3.1 Nachweis in Haupttragrichtung

Treten systembedingt große konzentrierte Belastungen auf, beispielsweise durch tragende Stützen, so müssen die Beanspruchungen der Lamellen und Verbindungsmittel mithilfe von Statikprogrammen berechnet werden. Hinweise und Erläuterungen zur generellen Modellierung von Flächentragwerken sind in Abschnitt 3.1 enthalten. Die allgemeine Angabe einer mitwirkenden Breite ist nicht möglich, da diese von den Systemabmessungen und Steifigkeitsverhältnissen abhängt und sie somit von Einzelfall zu Einzelfall variiert.

Wie aus den Betrachtungen zum Querverteilungskriterium in Abschnitt 4.3.4 hervorgeht, ist für genagelte Brettstapelelemente neben dem Nachweis der gleich verteilten Nutzlast zusätzlich der Nachweis der lokalen Mindesttragfähigkeit, unter einer Einzellast  $Q_k$  mit quadratischer Aufstandsfläche der Kantenlänge  $b_w = 0,05$  m, notwendig. Dieser Nachweis kann in der Regel schon unter Verwendung einer mitwirkenden Breite  $b_{w,middle}$ , wie sie sich aus dem Ansatz eines Lastausbreitungswinkels  $\beta$  ergibt, geführt werden. Die geometrischen Zusammenhänge sind in nachfolgender Abbildung dargestellt:

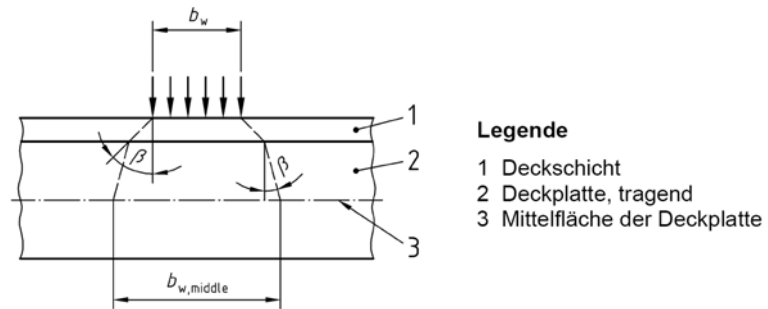


Abb. 4-38 Lastausbreitungswinkel  $\beta$  nach [56]

Der Lastausbreitungswinkel  $\beta$  ist in Tabelle 4 der DIN 1074 [56] für unterschiedliche Materialien angegeben.

	Materialien	Lastausbreitungswinkel $\beta$
1	Deckschichten aus Holzwerkstoffen	45°
2	Deckschichten aus Brettern und Bohlen	45°
3	Deckplatten aus Flächen nach DIN 1052:2004-08, 8.9 Flächentragwerke – in Richtung der Fasern der Lamellen – rechtwinklig zu den Fasern der Lamellen	45°
		15°
4	Deckplatten aus Sperrholz und Deckplatten aus über Kreuz angeordneten Lamellen	45°

Abb. 4-39 Tabelle 4 der DIN 1074 [56]

Außerdem erscheinen folgende Werte gerechtfertigt:

- $\beta = 45^\circ$  für Estriche
- $\beta = 0^\circ$  für lose Schüttung / Trittschalldämmung

Die Ermittlung der mitwirkenden Breite  $b_{w,middle}$ , unter Berücksichtigung des Deckenaufbaus, ist an nachfolgendem Beispiel dargestellt.

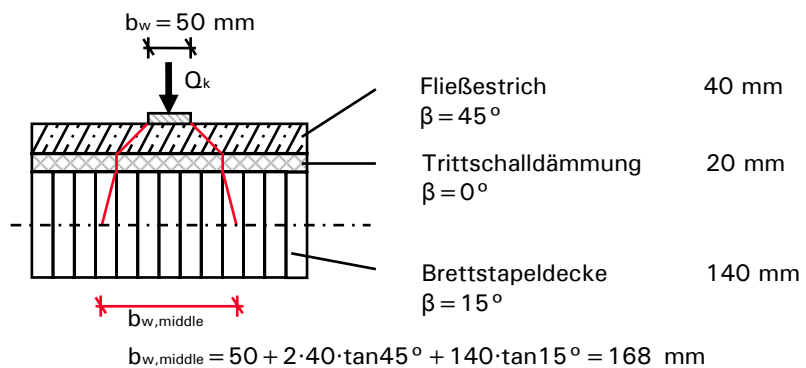


Abb. 4-40: Ermittlung der mitwirkenden Breite  $b_{w,middle}$

Die Spannungen, resultierend aus der Beanspruchung durch eine Einzellast  $Q_k$ , sind unter Verwendung der mitwirkenden Breite  $b_{w,middle}$  in der Mittelfläche der BST-Decke zu ermitteln. Vergleichsrechnungen zeigen, dass sich bei der genaueren Trägerrostberechnung größere mitwirkende Breiten einstellen als nach der zuvor erläuterten vereinfachten Methode. Sind also die Spannungsnachweise unter Verwendung von  $b_{w,middle}$  nicht eingehalten, so empfiehlt sich eine genauere Betrachtung mittels Trägerrostberechnung.

**Anmerkung:** Bei den Vergleichsrechnungen ist in der Regel der Schwingungsnachweis mit der Durchbiegungsbegrenzung von  $w_{perm} \leq 6,0$  mm unter ständiger und quasi-ständiger Einwirkung das maßgebende Kriterium. Da beim Schwingungsnachweis die Spannweite in der vierten Potenz eingeht, nimmt mit zunehmender Spannweite der Einfluss der lokalen Mindesttragfähigkeit ab.

#### 4.4.3.2 Lastausbreitung in Querrichtung

Neben den Nachweisen der Lamellen muss auch gewährleistet sein, dass sich Beanspruchungen aus Einzellasten in Querrichtungen durch die verwendeten Verbindungsmittel verteilen lassen. Betrachtet man eine Lamelle unter Einzellast, so ergeben sich für unterschiedliche Randbedingungen folgende Querkraftverläufe:

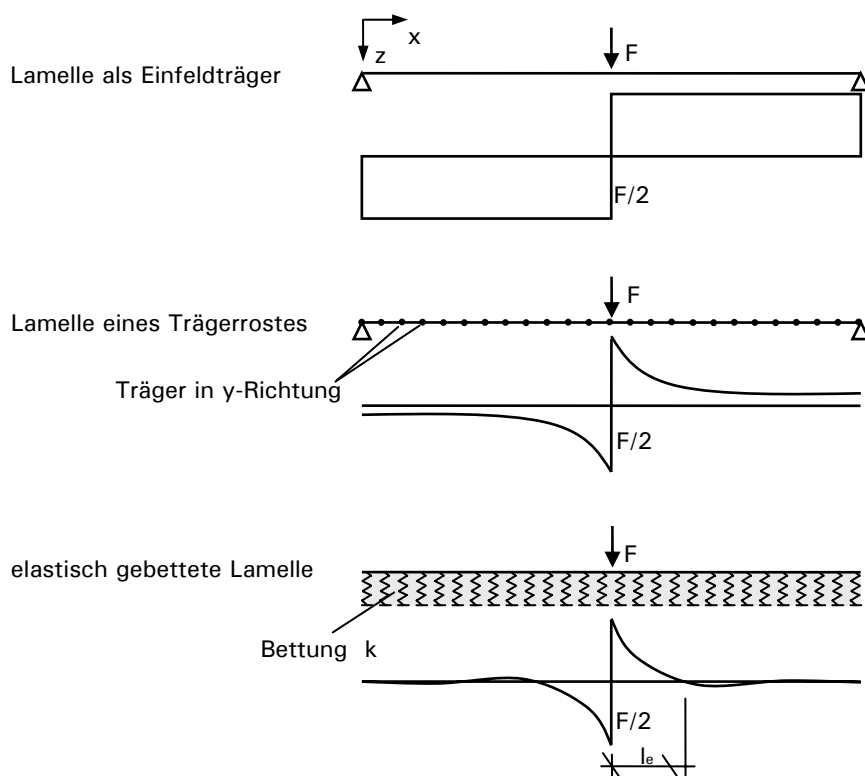


Abb. 4-41: Qualitative Querkraftverläufe

Bei der Lamelle des Trägerrostes tritt die maximale Querkraft nur direkt am Ort der Lasteinleitung auf. Die Querkraft baut sich in Abhängigkeit der Steifigkeit der Träger in  $y$ -Richtung rasch ab. Die Abnahme der Querkraft in der Lamelle entspricht der in Querrichtung auftretenden Querkraft  $v_{yz}$ . Ein ähnlicher Verlauf stellt sich bei einer elastisch gebetteten Lamelle ein. In diesem Fall wird die gesamte Querkraft im Bereich der Einflusslänge  $l_e$  abgebaut. Geht man davon aus, dass sich die Einzellast beidseitig annähernd konstant in Querrichtung verteilt, so gilt:

$$v_{yz,d} \cdot l_e = F_d / 4 \quad (4-32)$$

Die Bettung der Lamelle lässt sich aus den Systemsteifigkeiten in Querrichtung ermitteln (Systemsteifigkeiten in  $[MNm^2/m]$  bzw.  $[MN/m]$ ). Die Herleitung des Ersatzsystems und der Bettung  $k$  ist in Abb. 4-42 dargestellt.

$$k = \left( \frac{(2 \cdot b_{Lam})^3}{48 \cdot EI_y} + \frac{2 \cdot b_{Lam}}{4 \cdot S_y} \right)^{-1} \tag{4-33}$$

Die Querkraft eines unendlich langen, elastisch gelagerten Trägers unter Beanspruchung einer Einzellast (an der Stelle  $x=0$ ) beträgt:

$$V_{(x),d} = -F/2 \cdot e^{\frac{x}{L}} \cdot \cos \frac{x}{L} \quad \text{mit } L = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot EI_x \cdot b_{Lam}}{k}} \tag{4-34}$$

Für den ersten Nulldurchgang der Querkraft  $V_{(x),d}$  an der Stelle  $x = l_e$  gilt:

$$\cos \frac{l_e}{L} = 0 \Rightarrow l_e = L \cdot \frac{\pi}{2} \tag{4-35}$$

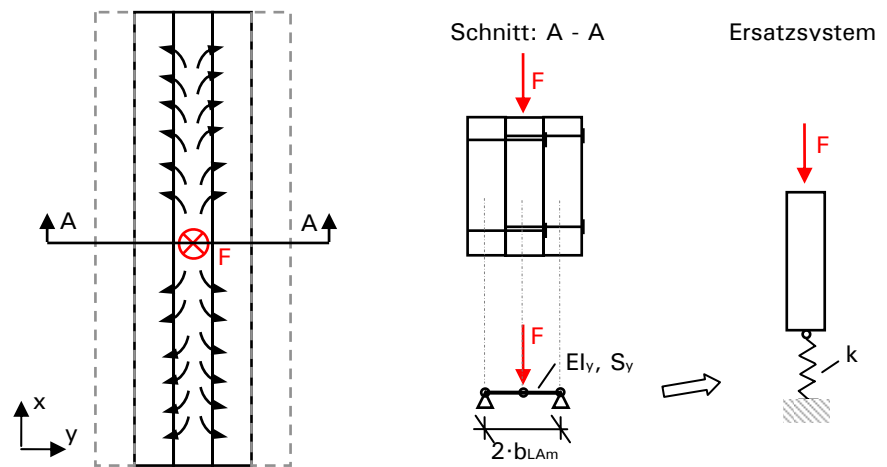
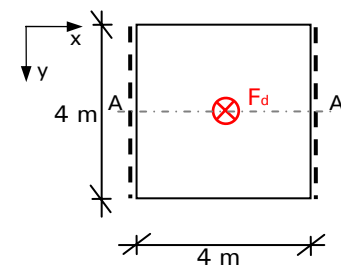


Abb. 4-42: Ersatzsystem

Demnach lässt sich die über die Einflusslänge  $l_e$  gemittelte Querkraft  $v_{yz,d}$  in Querrichtung wie folgt abschätzen:

$$v_{yz,d} = \frac{F_d}{4 \cdot l_e} = \frac{F}{4 \cdot L \cdot \frac{\pi}{2}} = \frac{F}{2 \cdot L \cdot \pi} \quad \text{mit } L = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot EI_x \cdot b_{Lam}}{k}} \tag{4-36}$$

**Beispiel 4-4: BST-Deckenelement, zweiseitige Lagerung, Einzellast**



- genageltes Brettstapelelement
- Belastung  $F_d = 3,0 \text{ kN}$
- Spannweite  $l = 4,00 \text{ m}$
- Lamellengüte C24
- Elementdicke  $d = 0,12 \text{ m}$
- Lamellenbreite  $b_{Lam} = 0,03 \text{ m}$

— — gelenkige Lagerung

Abb. 4-43: System

- Steifigkeitsermittlung nach Tabelle F.4 [53]

$$EI_x = 0,12^3 / 12 \cdot 11000 = 1,58 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$EI_y = 5 \cdot 10^{-4} \cdot EI_x = 7,92 \cdot 10^{-4} \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$S_x = 0,12 \cdot 0,06 \cdot E_x / 1,2 = 66,0 \text{ MN} / \text{m}$$

$$S_y = 0,05 \cdot S_x = 3,3 \text{ MN} / \text{m}$$

- Ersatzsystem

$$k = \left( \frac{(2 \cdot b_{Lam})^3}{48 \cdot EI_y} + \frac{2 \cdot b_{Lam}}{4 \cdot S_y} \right)^{-1} = \left( \frac{(2 \cdot 0,03)^3}{48 \cdot 7,92 \cdot 10^{-4}} + \frac{2 \cdot 0,03}{4 \cdot 3,3} \right)^{-1} = 97,8 \text{ MN/m}^2$$

$$L = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot EI_x \cdot b_{Lam}}{k}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 1,58 \cdot 0,03}{97,8}} = 0,21 \text{ m}$$

$$l_e = L \cdot \frac{\pi}{2} = 0,21 \cdot \frac{\pi}{2} = 0,33 \text{ m}$$

- Querkraft  $v_{yz,d}$

$$v_{yz,d} = \frac{F_d}{4 \cdot l_e} = \frac{F}{2 \cdot L \cdot \pi} = \frac{3,0}{2 \cdot 0,21 \cdot \pi} = 2,3 \text{ kN/m}$$

- Vergleich mit Trägerrostberechnung

Die Trägerrostberechnung wurde mit einem Rasterabstand  $a_R = 0,05 \text{ m}$  durchgeführt. Der Querkraftverlauf des Trägers ist nachfolgend dargestellt. Aus Symmetriegründen ist nur eine Systemhälfte abgebildet.

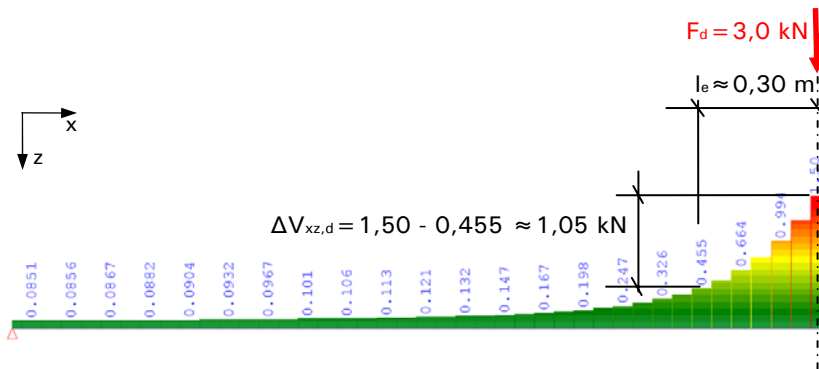


Abb. 4-44: Querkraftverlauf aus Trägerrostberechnung im Schnitt A-A

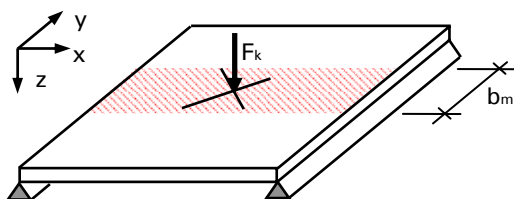
Die im Bereich der Einflusslänge  $l_e$  gemittelte Querkraft  $v_{yz,d}$  in Querrichtung beträgt:

$$v_{yz,d} = \frac{\Delta V_{xz,d} / 2}{l_e} = \frac{1,05 / 2}{0,30} = 1,75 \text{ kN/m}$$

Die Ergebnisse aus Beispiel 4-4 zeigen, dass die Abschätzung am Ersatzmodell deutlich größere Werte liefert und somit auf der sicheren Seite liegend verwendet werden kann.

#### 4.4.3.3 Durchbiegung

Nach Mohr [16] kann die Durchbiegung einer orthotropen Platte bei Beanspruchung durch eine Einzellast  $F_k$  in Feldmitte unter Verwendung einer mitwirkenden Breite  $b_m$  berechnet werden.



Lamellen in x-Richtung

Steifigkeiten je Meter:

$[EI_x] = \text{MNm}^2/\text{m}$

$[EI_y] = \text{MNm}^2/\text{m}$

Abb. 4-45: System

Die am Ersatzsystem des unendlich langen, elastisch gebetteten Trägers ermittelte mitwirkende Breite  $b_m$  beträgt [16]:



$$b_m = \frac{1}{1,1} \cdot \sqrt[4]{\frac{EI_y}{EI_x}} \cdot l \quad (4-37)$$

Die Durchbiegung  $w_z$  in Feldmitte ergibt sich zu:

$$w_z = \frac{1}{48} \cdot \frac{F_k \cdot l^3}{b_m \cdot EI_x} \quad (4-38)$$

Die Torsionssteifigkeit der Platte bleibt unberücksichtigt. Nach Mohr [16] verliert bei geringen Plattenabmessungen in Querrichtung die Gleichung (3-36) ihre Gültigkeit. Die Bedingung, dass die Biegesteifigkeiten in Querrichtung deutlich geringer sind als in Haupttragrichtung, ist für Brettstapelkonstruktionen erfüllt.

#### 4.4.4 Öffnungen

Bereits bei der Elementierung von Deckenelementen müssen Durchbrüche und Öffnungen berücksichtigt werden. Sie sollten sich möglichst in gering beanspruchten Randbereichen befinden. Kleine Installationsöffnungen von bis zu 0,2 m Breite können in der Regel ohne Nachweis angeordnet werden. Allerdings ist bei der Ausführung darauf zu achten, dass die Querkräfte von den unterbrochenen auf die durchlaufenden Lamellen übertragen werden können. Um dies sicherzustellen, sind an den Installationsöffnungen konstruktive Schraubenverstärkungen anzubringen. Eine Ausführungsvariante ist in nachfolgender Abbildung dargestellt.

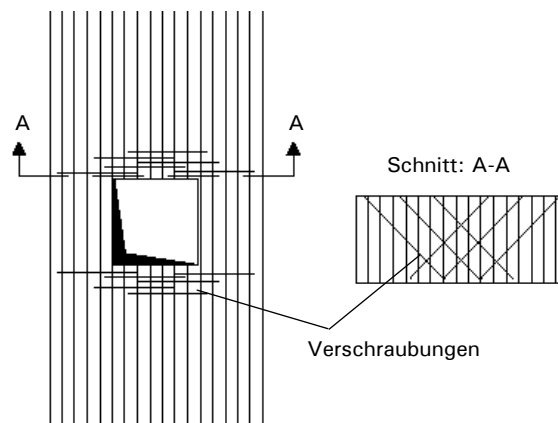


Abb. 4-46: Konstruktive Schraubenverstärkung an Installationsöffnung

Größere Öffnungen müssen aufgrund der geringen Steifigkeiten in Lamellenquerrichtung generell abgefangen und entsprechend nachgewiesen werden. Die einfachste Möglichkeit stellt dabei die Anordnung von Unter- bzw. Überzügen dar. Sie bringen jedoch den Nachteil mit sich, dass in diesen Bereichen die lichte Raumhöhe eingeschränkt wird.

Alternativ können Auswechslungen mit Holzträgern vorgenommen werden. Vollholzbalken besitzen allerdings keine oder nur geringfügig höhere Festigkeiten als die vorhanden durchlaufenden Lamellen der BST-Elemente. Daher sind nur bei geringen Beanspruchungen deckengleiche Ausführungen möglich. Die Auflagerung der unterbrochenen Lamellen an den quer verlaufenden Wechsel erfolgt über Stahlwinkel oder zimmermannsmäßige Verbindungen. In beiden Fällen ist darauf zu achten, keine Querkzugbeanspruchungen hervorzurufen bzw. entsprechende Querkzugsicherungen vorzusehen.

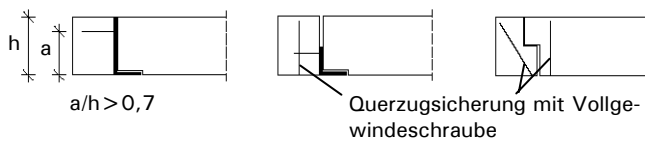


Abb. 4-47: Querzuggerechte Ausführung bzw. Querzugsicherung

Der Anschluss des Wechsels an die Lamellen-parallel verlaufenden Träger kann entweder über handelsübliche Haupt-Nebenträger-Verbinder oder gekreuzte Schraubenpaare erfolgen. Um bei größeren Beanspruchungen keine Höhenversätze in den Decken zu erhalten, sind entweder BSH-Träger mit einer höheren Festigkeitsklasse oder Stahlträger für die Auswechslung zu verwenden. Die Stahlträger in Abb. 4-48 besitzen gleichzeitig den Vorteil, dass sie eine querzugfreie Auflagerung der unterbrochenen Lamellen ermöglichen.

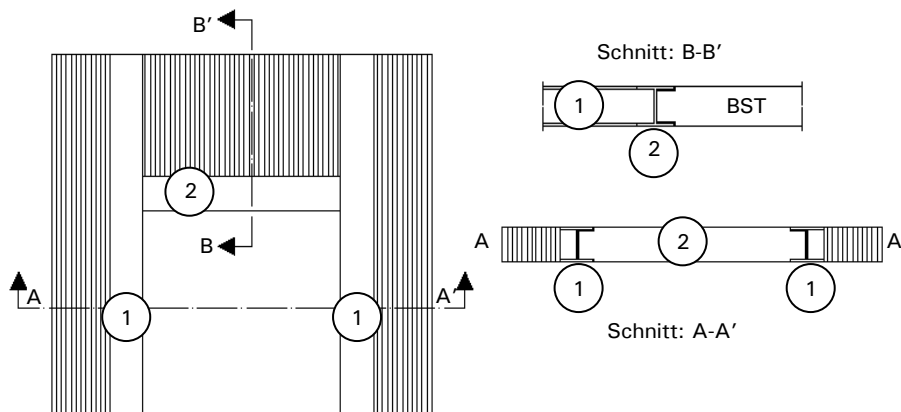


Abb. 4-48: Auswechslung Stahlträger

Auch die kombinierte Ausführung von Stahlträgern mit Holzbauteilen ist möglich.

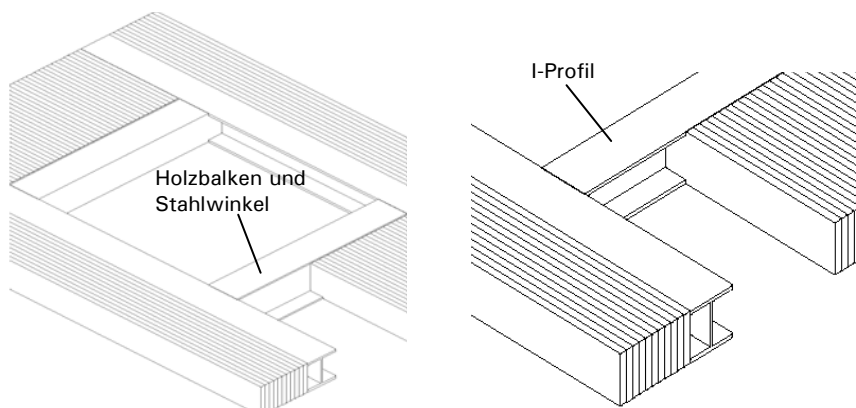


Abb. 4-49: Wechselkonstruktionen

Treten im Öffnungsbereich geringere Beanspruchungen auf, so kann der quer verlaufende Wechsel auch direkt an die durchlaufenden Lamellen angeschlossen werden. Auf diese Weise können Höhenversätze umgangen werden. Dabei ist sicherzustellen, dass durch die Anschlusskonstruktion eine ausreichende Anzahl von Lamellen zur Lastabtragung der Anschlusskräfte des Wechsels herangezogen wird.

Eine Alternative bilden Flachstähle. Diese können an der Oberfläche der Brettstapелеlemente angebracht oder für deckengleiche Ausführungen auch in die Brettstapелеlemente eingelassen werden. Die Verbindung erfolgt über kontinuierlich

angeordnete Schrauben. Bei der Variante des Flachstahls handelt es sich, im Vergleich zu den übrigen hier vorgestellten Möglichkeiten, um eine sehr weiche Konstruktion. Daher ist bei der Nachweisführung besonders die Verformung zu berücksichtigen.

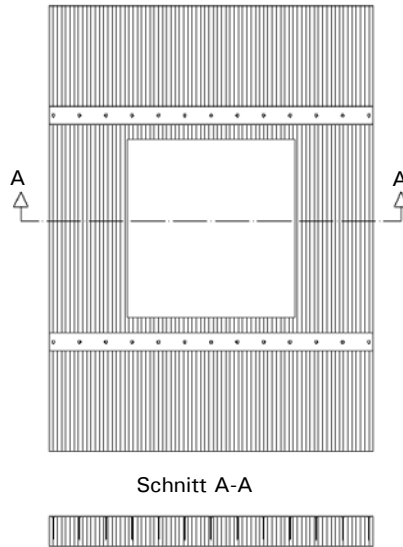


Abb. 4-50: Wechselkonstruktion, Flachstahlösung

**Bemessung des Wechsels**

Trägerrostsimulationen zeigen, dass die Bemessung einer Auswechslung in einer flächigen Struktur nicht mit einer Auswechslung in einer Holzbalkendecke vergleichbar ist. Im Gegensatz zum klaren statischen Stabsystem einer Holzbalkendecke kommt es bei flächigen Systemen zur Querverteilung von Lasten. Diese führen – entgegen der ersten Erwartung – zu einer Steigerung der Beanspruchung des Wechsels. Die Gründe dafür werden anhand nachfolgender Verformungsbetrachtungen erläutert.

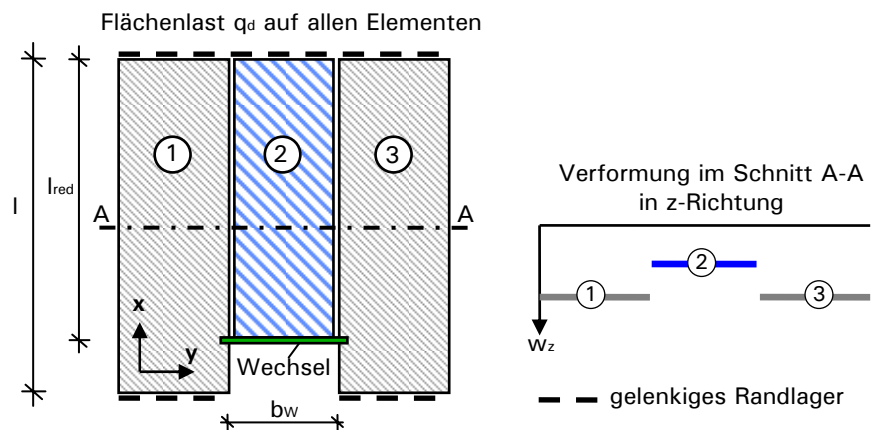


Abb. 4-51: Qualitative Verformungsbetrachtung an ungekoppelten Elementen

Die Auflagerung des mittleren Plattenstreifens (2) erfolgt im Bereich der Aussparung über einen Wechsel an die äußeren Plattenstreifen. Die einzelnen Plattenstreifen sind an ihren Längsseiten zunächst nicht miteinander gekoppelt. Aufgrund der geringeren Spannweite stellen sich am mittleren Plattenstreifen (2) im Schnitt A-A geringere Verformungen als bei den außenliegenden Elementen ein. Da keine Querverteilung zwischen den Elementen vorhanden ist, ergibt sich die

Beanspruchung des Wechsels aus der Gleichlast  $q_d$  und der reduzierten Spannweite  $l_{red}$ .

Werden die Elemente allerdings, wie in nachfolgender Abbildung gezeigt, in Lamellenquerrichtung miteinander verbunden, so kommt es zu einem „Einhängeeffekt“ der äußeren Elemente am mittleren Plattensstreifen. Die Randlamellen der äußeren Elemente entziehen sich im Feldbereich teilweise der Belastung, wodurch sich gleichzeitig die Beanspruchung des Wechsels erhöht.

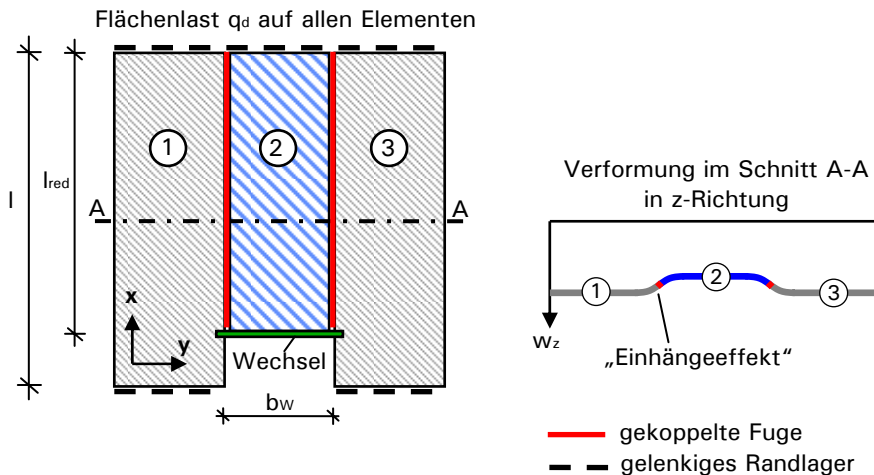


Abb. 4-52: Qualitative Verformungsbetrachtung an gekoppelten Elementen

Vereinfacht kann die Beanspruchung des Wechsels durch die Ermittlung einer Ersatzlast  $q_{ers,d}$  abgeschätzt werden. Die Ersatzlast  $q_{ers,d}$  wirkt dabei nur auf den mittleren Plattensstreifen. Sie erzeugt an einem Einfeldträger mit reduzierter Spannweite  $l_{red}$  die gleiche Verformung wie die eigentliche Belastung  $q_d$  am ursprünglichen System der Spannweite  $l$  (siehe Abb. 4-53).

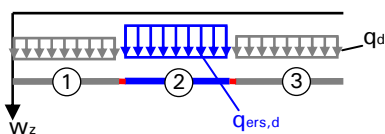


Abb. 4-53: Qualitative Verformung im Schnitt A-A

Folglich beträgt die Ersatzlast:

$$q_{ers,d} = q_d \cdot \frac{l^4}{l_{red}^4} \quad (4-39)$$

Die Belastung  $q_{w,d}$  des Wechsels ergibt sich aus der Auflagerkraft resultierend aus der Flächenlast  $q_{ers}$  und der reduzierten Spannweite  $l_{red}$ .

$$q_{w,d} = q_{ers,d} \cdot l_{red} / 2 \quad (4-40)$$

Diese wirkt als Linienlast auf den Wechsels, dessen Schnittgrößen damit vereinfacht an einem Einfeldträger ermittelt werden können.

### Bemessung der Lamellen

Wie zuvor erläutert, entziehen sich die durchlaufenden Lamellen, an denen der Wechsels befestigt ist, im Feldbereich teilweise der flächigen Belastung. Die Belastung fließt jedoch über die Auflagerkraft des Wechsels in konzentrierter Form als Einzellast an die durchlaufenden Lamellen zurück. Simulationen zeigen, dass eine Bemessung dieser Lamellen mit der Auflagerkraft, die aus der Ersatzlast  $q_{ers,d}$

resultiert, zu einer deutlichen Überschätzung der Beanspruchung der Lamellen führt. Sogar die Auflagerkraft des Wechsels, resultierend aus der tatsächlichen Belastung  $q_d$ , führt noch zu einer Überschätzung der Beanspruchung. Dies liegt daran, dass bei der vereinfachten Berechnung keine Querverteilung der Einzellasten berücksichtigt wird.

Wenn also auf eine genaue Trägerrostberechnung verzichtet wird, erscheint es gerechtfertigt die Lamellen, die dem Wechsel als Auflager dienen, auf eine Einzellast  $F_d$  unter Berücksichtigung der gleichzeitig wirkenden Gleichlast  $q_d$  zu bemessen. Die Einzellast  $F_d$  ergibt sich aus der Auflagerkraft des Wechsels, für deren Bemessung die reduzierte Spannweite  $l_{red}$  und die Belastung  $q_d$  vorgeschlagen wird.

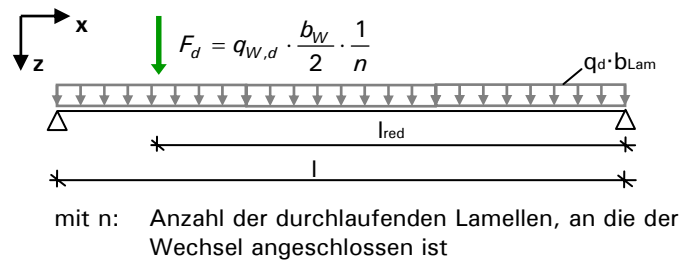


Abb. 4-54: Belastung einer Lamelle

#### Beispiel 4-5: BST-Deckenelement, Öffnung im Auflagerbereich

Es handelt sich um folgendes System:

- genageltes Brettstapelement
- Belastung  $q_d = 1,0 \text{ kN/m}^2$
- Lamellengüte C24
- Elementdicke  $d = 0,12 \text{ m}$
- Lamellenbreite  $b_{Lam} = 0,03 \text{ m}$
- Wechsel  $b \times h \times l = 0,1 \times 0,12 \times 0,9 \text{ m}^3$ , C24

Der Wechselbalken ist mittels Haupt-Nebenträger-Verbinder je Seite an drei durchlaufenden Lamellen angeschlossen (siehe Abb. 4-56). Die Abmessungen sind nachfolgender Abbildung zu entnehmen.

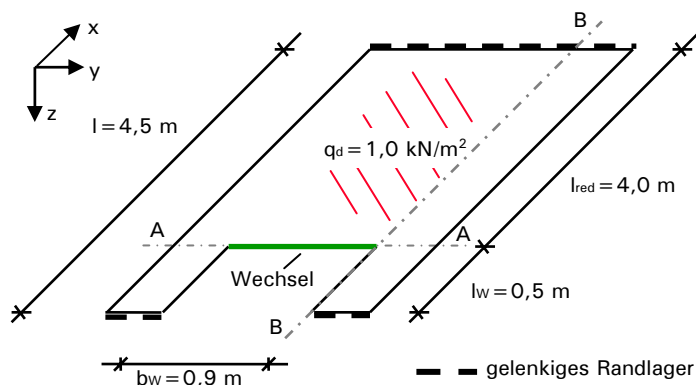


Abb. 4-55: System

- Schnittgrößenermittlung des Wechsels (Schnitt A-A)

$$q_{ers,d} = q_d \cdot \frac{I^4}{I_{red}^4} = 1,0 \cdot \frac{4,5^4}{4,0^4} = 1,6 \text{ kN / m}^2$$

$$q_{W,d} = q_{ers,d} \cdot l_{red} / 2 = 1,6 \cdot 4,0 / 2 = 3,2 \text{ kN / m}$$

Schnittgrößen  $V_d$  und  $M_d$ :

$$V_{W,d} = q_{W,d} \cdot b_A / 2 = 3,2 \cdot 0,9 / 2 = 1,44 \text{ kN}$$

$$M_{W,d} = q_{W,d} \cdot b_W^2 / 8 = 3,2 \cdot 0,9^2 / 8 = 0,32 \text{ kNm}$$

Nachfolgend sind die Schnittgrößenverläufe aus einer Trägerrostberechnung abgebildet. Der Vergleich zeigt, dass die Trägerrostberechnung im Vergleich zur vereinfachten Abschätzung eine wirtschaftlichere Bemessung des Wechsels ermöglicht. Die Schnittgrößen der Abschätzung liefern in diesem Beispiel ca. 15% größere Werte.

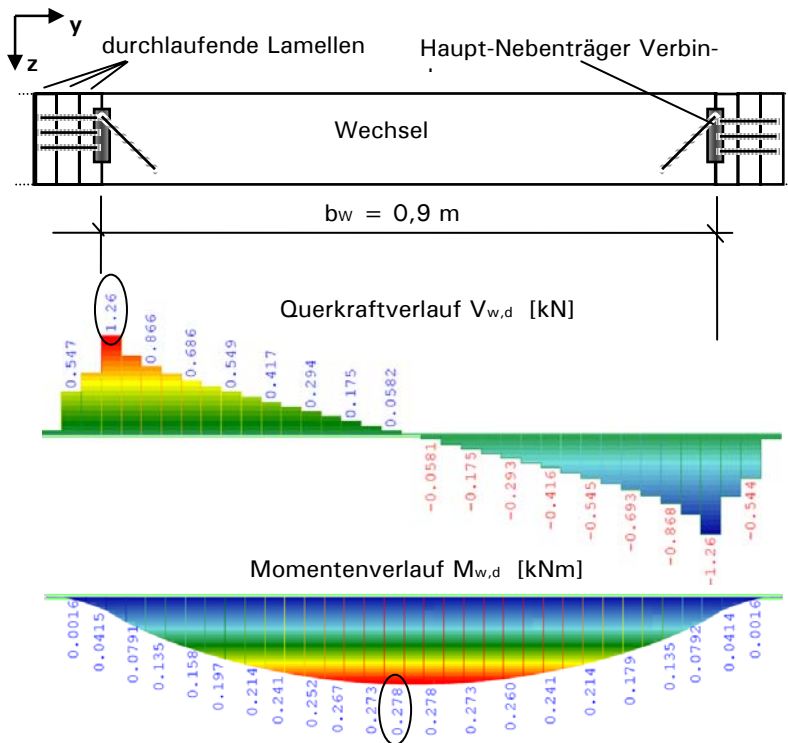


Abb. 4-56: Trägerrostberechnung: Schnittgrößenverläufe im Schnitt A-A

- Schnittgrößenermittlung der durchlaufenden Lamellen (Schnitt B-B)

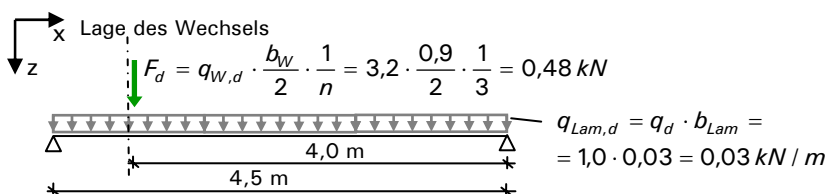


Abb. 4-57: Belastung der durchlaufenden Lamellen im Schnitt B-B

Daraus ergeben sich folgende maximale Schnittgrößen im Schnitt B-B:

$$V_{Lam,d} = 0,48 \text{ kN}$$

$$M_{Lam,d} = 0,23 \text{ kNm}$$

Durch die Berücksichtigung der Lastweiterleitung quer zu den Lamellen liefert eine Trägerrostberechnung deutlich geringere Schnittgrößen im Schnitt

B-B. Nachfolgend sind die Maximalwerte und die gemittelten Werte ( $\bar{X}$ ) der Schnittgrößen der drei durchlaufenden Lamellen, an die der Wechsel angeschlossen ist, angegeben.

$$\begin{aligned} \max V_{Lam,d} &= 0,33 \text{ kN} & \bar{V}_{Lam,d} &= 0,25 \text{ kN} \\ \max M_{Lam,d} &= 0,15 \text{ kNm} & \bar{M}_{Lam,d} &= 0,13 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Das Beispiel zeigt, dass die vereinfachte Abschätzung zwar verwendet werden kann, die Trägerrostberechnung jedoch deutlich wirtschaftlichere Bemessungen ermöglicht.

#### 4.4.5 Lamellenstöße

Die zur Herstellung von Brettstapelelementen verwendete Brettware ist überwiegend in Längen bis zu 5,0 m erhältlich. Überschreiten Elemente diese Länge, so werden durch Aneinanderreihen von Einzelbrettern Lamellenstränge entsprechend der gewünschten Bauteillänge hergestellt. Mit Ausnahme der keilgezinkten Lamellenstöße, besitzen Lamellenstöße generell negative Auswirkungen auf das Tragverhalten. Sie führen zu:

- erhöhten Beanspruchungen der einzelnen Lamellen
- erhöhten Beanspruchungen in Lamellenquerrichtung
- signifikanter Abnahme der Elementsteifigkeit

Die Auswirkungen der Lamellenstöße auf die Schnitt- und Verformungsgrößen können nach dem vereinfachten Bemessungskonzept von Krämer [9] erfasst werden (siehe Abschnitt 4.4.2.3).

##### 4.4.5.1 Verstärkungen

Zur Kompensierung dieser Auswirkungen werden in der Literatur verschiedene Maßnahmen für genagelte Brettstapelelemente angegeben:

- Am häufigsten genannt wird dabei die konzentrierte Nagelung im Stoßbereich zur Übertragung der Koppelkräfte. Untersuchungen von Krämer [9] an Elementen aus gestoßenen Lamellen zeigen jedoch, dass der Einfluss der verstärkten Stoßnagelung auf die wirksame Biegesteifigkeit vernachlässigbar gering ist. Wie die Untersuchungen in Abschnitt 4.4.5.2 zeigen, können die verringerten Verbindungsmittelabstände im Stoßbereich aber dennoch notwendig sein, um Beanspruchungen in Querrichtung übertragen zu können.
- Eine gemäß Krämer [9] wirksame Möglichkeit stellt das lokale Verkleben der Lamellen im Stoßbereich dar. Durch die starre Koppelung benachbarter Lamellen können Biegemomente im Stoßbereich übertragen werden. Die erhöhten Anforderungen an die Produktionsstätten (Leimgenehmigung, klimatische Bedingungen) sowie der technische und zeitliche Mehraufwand führen jedoch zu einer verteuerten und damit unwirtschaftlichen Herstellung.
- Die sicherlich effektivste Verstärkungsmaßnahme stellt die Keilzinkung der Einzelbretter zu Endloslamellen dar. Auch hierbei ist ein technischer und zeitlicher Mehraufwand erforderlich. Allerdings handelt es sich bei der Keilzinkung um ein Verfahren, dem Dank der modernen Brettschichtholzherstellung hochentwickelte vollautomatische Fertigungsanlagen zur Verfügung stehen. Aus keilgezinkten Lamellensträngen hergestellte Elemente können wie ungestoßene Elemente berechnet und bemessen werden. Auf das im nachfolgenden Abschnitt erläuterte aufwendige Nachweisverfahren der Lamellenstöße kann verzichtet werden.

#### 4.4.5.2 Rechnerische Erfassung

Werden trotz der genannten Nachteile Lamellenstöße angeordnet, so sind die Einflüsse der Lastumlagerungen im Stoßbereich sowie die Abnahme der wirksamen Elementsteifigkeiten bei der Ermittlung der Schnitt- und Verformungsgrößen zu berücksichtigen. Dies kann über Trägerrostberechnungen erfolgen, bei denen die Stöße mittels durchtrennter Träger modelliert werden.

Von Vorteil ist es, wenn die Stöße nicht beliebig, sondern in einem festen Stoßmuster vorliegen. Dies bietet die Möglichkeit, die Auswirkungen des Stoßmusters auf die Schnittgrößen und die Verformungen an einem Rechenmodell für verschiedene Bauteilabmessungen einmalig zu ermitteln und in Bemessungshilfen, wie Tabellen oder Diagrammen, zu erfassen. Anhand der Bemessungshilfen kann dann im Einzelfall, in Abhängigkeit der Bauteilabmessungen, das Stoßmuster nachgewiesen werden.

Wird an einem ungestoßenen Element eine Lamelle durchtrennt, so müssen die an dieser Stelle vorhandenen Querkräfte und Momente auf benachbarte Lamellen umgelagert werden. Die Umlagerung findet lokal im Stoßbereich statt und erzeugt keine zusätzlichen Auflagerreaktionen. Um Hinweise auf den Einflussbereich der Lastumlagerung zu erhalten, wird ein Träger eines Trägerrostes durchtrennt und die freien Enden mit entgegengesetzten Kräften bzw. Momenten belastet.

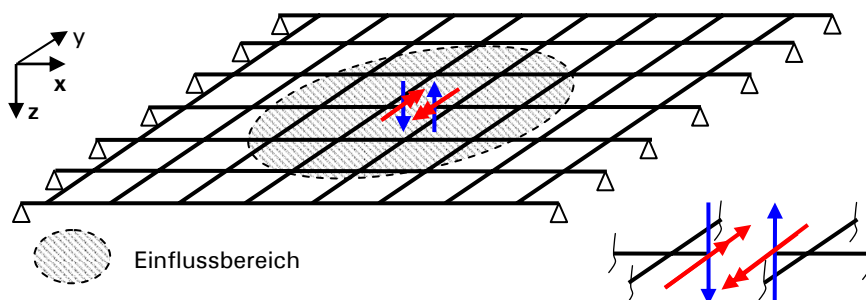


Abb. 4-58: Einheitsspannungszustand am Lamellenstoß

Da die Momente und Kräfte am durchtrennten Stab in entgegengesetzte Wirkungsrichtungen aufgebracht werden, entstehen wie bei einem Eigenspannungszustand keine Auflagerreaktionen. Die aufgebrachten Lasten erzeugen nur in einem gewissen Einflussbereich um den Stoß Beanspruchungen und damit Schnittgrößen in den Trägern. Wird diese Methode auf ein Stoßmuster übertragen, lassen sich Aussagen über die Zunahmen der Querkräfte- und Momentenverteilung im Stoßbereich treffen.

#### Wechselseitig in den Drittelpunkten gestoßene Elemente

Nachfolgend wird die Vorgehensweise an einem Element mit wechselseitig in den Drittelpunkten angeordneten Stößen erläutert.

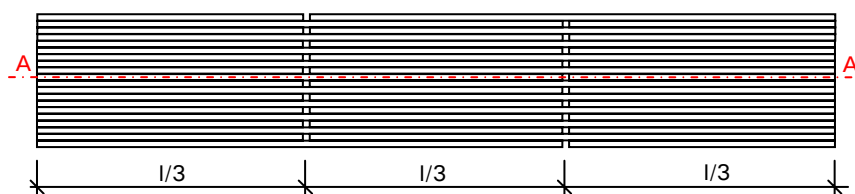


Abb. 4-59: Wechselseitig in den Drittelpunkten gestoßenes Element

Das in Abb. 4-59 dargestellte Stoßmuster wurde in ein Trägerrostmodell implementiert. Dabei wurde jede Lamelle als einzelner Träger abgebildet und an den



Stößen durchtrennt. Die Belastung erfolgte, wie zuvor beschrieben, über entgegengesetzte Kräfte- bzw. Momentenpaare. Im Folgenden wird unterschieden in:

- Lastfall 1: Kräftepaar mit  $F = 1,0$
- Lastfall 2: Momentenpaar mit  $M = 1,0$

Die Querkraft- und Momentenverläufe der Lamelle ( $d = 0,12$  m,  $b_{\text{Lam}} = 0,03$  m) im Schnitt A-A sind getrennt für die beiden Lastfälle in den nachfolgenden Abbildungen dargestellt.

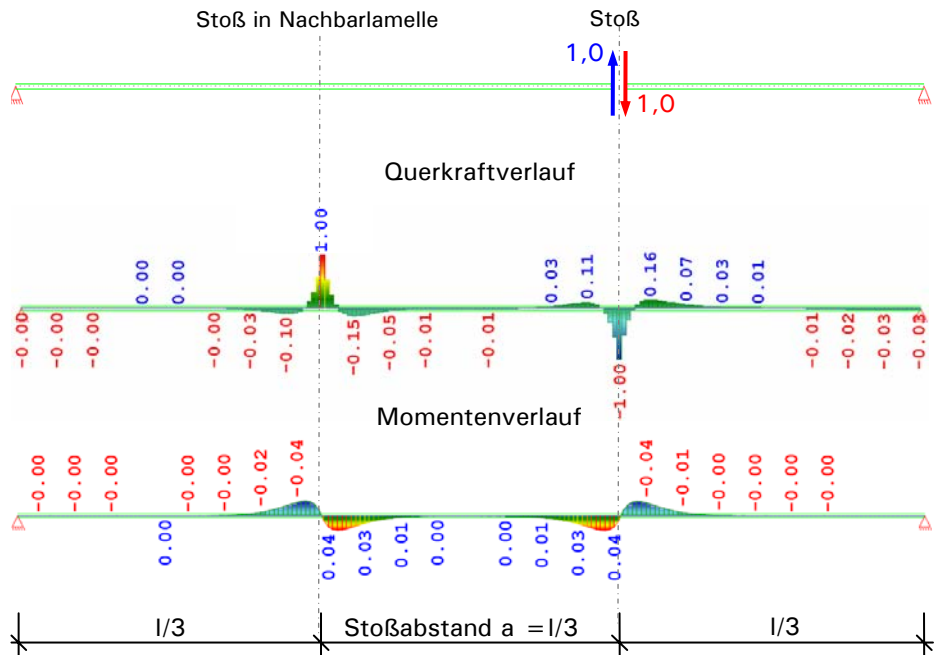


Abb. 4-60: Lastfall 1: Kräftepaar

Erwartungsgemäß übernehmen in den Achsen der Drittelpunkte (=Stoßachsen) jeweils die durchlaufenden Lamellen die Querkräfte der gestoßenen Lamellen. In einem System unter Gleichlast verdoppelt sich in den Drittelpunkten die Querkraft der ungestoßenen Lamellen. Der Einfluss der Umlagerung der Querkraft auf den Momentenverlauf ist vernachlässigbar gering.

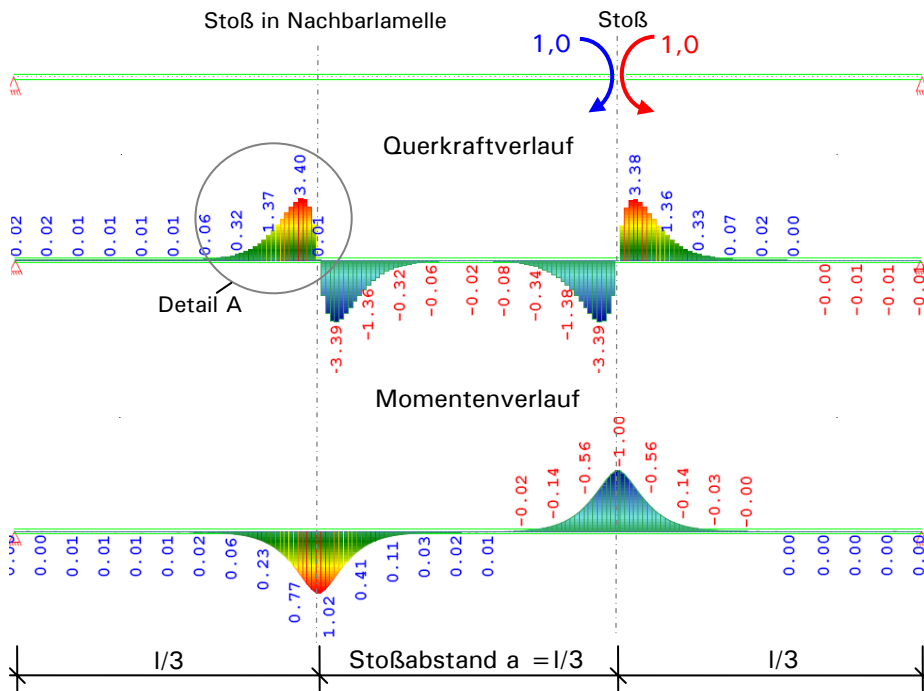


Abb. 4-61: Lastfall 2: Momentenpaar

Ähnlich verhält es sich bei der Belastung durch Momentenpaare. Auch hier übernehmen die durchlaufenden Lamellen im Stoßbereich die Momentenbeanspruchung. Die Umlagerung der Momentenpaare führt zusätzlich zu einem starken Anstieg der Querkraft, der bei der Bemessung berücksichtigt werden muss. Der Anstieg der Querkraft ist abhängig von der Lamellensteifigkeit, also von der Elementdicke  $d$  und der Lamellenbreite  $b_{Lam}$ . Mit zunehmender Steifigkeit der Einzel-lamelle fällt der Anstieg der Querkraft geringer aus. Die sich aus der Momentenumlagerung einstellende Änderung der Querkraft  $\Delta V_{Lam,d}$  kann aus dem Moment im Dreittelpunkt eines ungestoßenen Elementes und einem Beiwert  $k_{Stoß}$  ermittelt werden:

$$\Delta V_{Lam,d} = M_{(x=l/3),Lam,d} \cdot k_{Stoß} \tag{4-41}$$

Der Beiwert  $k_{Stoß}$  besitzt die Einheit  $[1/m]$  und ist abhängig von der Elementdicke  $d$  sowie der Lamellenbreite  $b_{Lam}$ . Er muss durch Vergleichsrechnungen nach der zuvor beschriebenen Vorgehensweise ermittelt werden. Für das hier erläuterte Beispiel gilt:

$$k_{Stoß} = 3,40 m^{-1} \quad (\text{siehe Abb. 4-62}) \tag{4-42}$$

Für ein Element unter Gleichlast beträgt die maximale Querkraft der Lamellen:

$$\max V_{Lam,d} = V_{(x=l/3),Lam,d} + \Delta V_{Lam,d} \tag{4-43}$$

( $V_{(x=l/3),Lam,d}$  ist am ungestoßenen Element zu ermitteln)

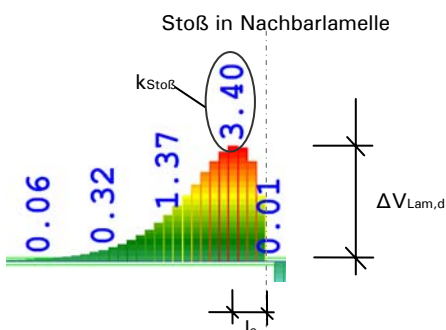


Abb. 4-62: Lastfall 2: Querkraftverlauf Detail A

Die maximale Querkraft in der durchlaufenden Lamelle baut sich innerhalb einer sehr kurzen Einflusslänge  $l_e$  auf (siehe Abb. 4-62). Dies bedeutet, dass im Stoßbereich in Lamellenquerrichtung lokal hohe Querkräfte aus der Umlagerung entstehen. Die in Lamellenquerrichtung wirkende Querkraft  $v_{yz,d}$  kann aus der maximal auftretenden Lamellenquerkraft und der Einflusslänge  $l_e$  abgeschätzt werden:

$$v_{yz,d} = 1/2 \cdot \max V_{Lam,d} / l_e = 1/2 \cdot (V_{(x=l/3),Lam,d} + \Delta V_{Lam,d}) / l_e$$

Die Verbindungsmittel im Stoßbereich sind auf  $v_{yz,d}$  zu bemessen. Die Einflusslänge  $l_e$  ist wie der Beiwert  $k_{Stoß}$  abhängig von den Lamellensteifigkeiten und wird ebenfalls aus den Trägerrostsimulationen gewonnen.

Vergleichsrechnungen bestätigen, dass die Spannweite des Bauteils keine Einwirkungen auf die Umlagerung der Kräfte- und Momentenpaare besitzt. Wie Abb. 4-60 und Abb. 4-61 zeigen, finden die Umlagerungen ausschließlich im lokalen Bereich um die Stöße statt. Bei handelsüblichen Abmessungen (bezogen auf das Verhältnis von Spannweite  $l$  zu Elementdicke  $d$ ) liegen die Stoßbereiche stets ausreichend von einander entfernt, sodass die Lastumlagerungen sich nicht gegenseitig beeinflussen. Neben den zusätzlichen Beanspruchungen im Stoßbereich kann durch die Vergleichsrechnungen auch die Abnahme der Biegesteifigkeit der gestoßenen Elemente ermittelt werden. Die effektive Biegesteifigkeit der gestoßenen Elemente lässt sich durch den dimensionslosen Beiwert  $k_{EI}$  beschreiben, der sich aus dem Vergleich der Durchbiegungen von ungestoßenen zu gestoßenen Systemen ergibt.

$$EI_{ef,x} = k_{EI} \cdot EI_x \tag{4-44}$$

Die Verformungen gestoßener Elemente sind unter Verwendung der effektiven Biegesteifigkeit  $EI_{ef,x}$  zu ermitteln.

**Zusammenfassung: Wechselseitig in den Drittelpunkten gestoßene Elemente**

- Maximale Schnittgrößen der Lamellen

$$\max V_{Lam,d} = V_{(x=l/3),Lam,d} + \Delta V_{Lam,d} \tag{4-45}$$

mit: 
$$\Delta V_{Lam,d} = M_{(x=l/3),Lam,d} \cdot k_{Stoß} \tag{4-46}$$

$$\max M_{Lam,d} = 2 \cdot M_{(x=l/3),Lam,d} \tag{4-47}$$

( $V_{(x=l/3),Lam,d}$  bzw.  $M_{(x=l/3),Lam,d}$  : am ungestoßenen Element ermittelt)

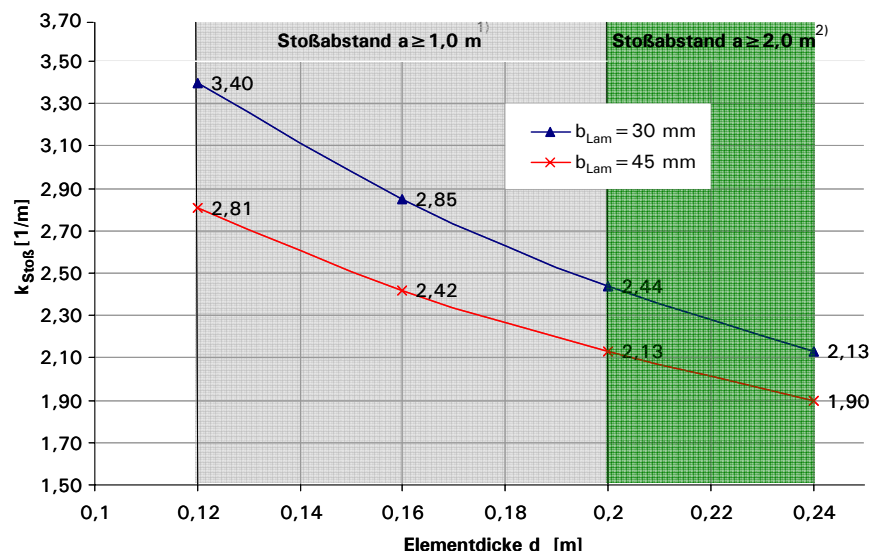


Abb. 4-63:  $k_{Stoß}$  für wechselseitig in den Drittelpunkten gestoßene Lamellen

1) Da die geringste untersuchte Spannweite  $l=3,0$  m betrug, gelten die in Abb. 4-63 angegebenen  $k_{\text{stoß}}$ -Beiwerte für Stoßabstände  $a \geq 1,0$  m.

2) Ab einer Elementdicke von  $d > 0,20$  m sollte die Spannweite der Elemente größer als 6,0 m sein, da sich die Umlagerungsbereiche sonst gegenseitig beeinflussen können.

- maximale Querkraft in Lamellenquerrichtung

$$v_{yz,d} = 1/2 \cdot \max V_{Lam,d} / I_e = 1/2 \cdot (V_{(x=l/3),Lam,d} + \Delta V_{Lam,d}) / I_e \quad (4-48)$$

mit der Einflusslänge  $l_e$ :  $l_e \approx 0,12$  m für  $b_{Lam} = 30$  mm

$l_e \approx 0,15$  m für  $b_{Lam} = 45$  mm

- effektive Biegesteifigkeit  $EI_{ef,x}$  der gestoßenen Elemente

$$EI_{ef,x} = k_{EI} \cdot EI_x \quad (4-49)$$

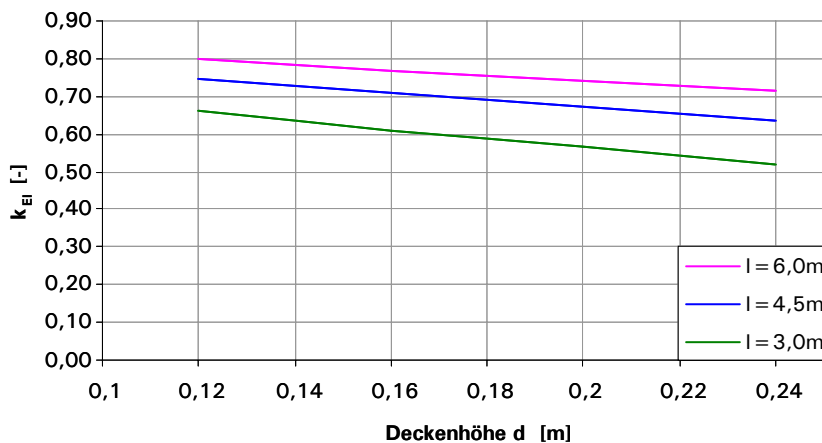


Abb. 4-64:  $k_{EI}$  für wechselseitig in den Drittelpunkten gestoßene Lamellen

#### Anmerkung:

Natterer [13] führte experimentelle Untersuchungen zur Ermittlung der Tragfähigkeit und des Verformungsverhaltens von gestoßenen Brettstapelelementen durch. Die Versuche wurden an Plattenstreifen der Länge  $l=7,2$  m und einer Elementdicke von  $d=16$  m durchgeführt. Aufgrund der Ergebnisse wurde vorgeschlagen, für gestoßene Elemente eine rechnerische Biegesteifigkeit von 80% zu verwenden. Dieser Wert stimmt mit der effektiven Biegesteifigkeit der Trägerrostsimulation überein.

**Beispiel 4-6: BST-Deckenelement, Lamellenstöße in den Drittelpunkten.**

Folgendes System wird betrachtet:

- genageltes Brettstapelement
- Spannweite  $l = 6,0$  m (Einfeldträger)
- Belastung  $q_d = 3,0$  kN/m<sup>2</sup>
- Lamellengüte C24
- Elementdicke  $d = 0,20$  m
- Lamellenbreite  $b_{Lam} = 0,03$  m
- Stöße in den Drittelpunkten (siehe Abb. 4-59)

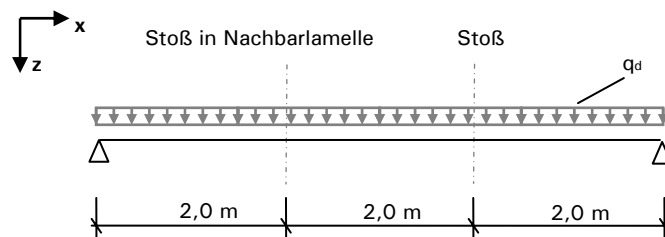


Abb. 4-65: System und Belastung

- Schnittgrößen in den Drittelpunkten am ungestoßenen Element

$$V_{(x=l/3),Lam,d} = q_d \cdot l / 2 \cdot 1/3 \cdot b_{Lam} = 3,0 \cdot 6,0 / 2 \cdot 1/3 \cdot 0,03 = 0,09 \text{ kN}$$

$$M_{(x=l/3),Lam,d} = (q_d \cdot l / 2 \cdot l / 3 - q_d \cdot l / 3 \cdot l / 6) \cdot b_{Lam} = \\ = (3,0 \cdot 6,0 / 2 \cdot 6,0 / 3 - 3,0 \cdot 6,0 / 3 \cdot 1) \cdot 0,03 = 0,36 \text{ kNm}$$

- Maximale Schnittgrößen der Lamellen

$$k_{Stoß} = 2,44 \text{ m}^{-1} \quad \text{aus Abb. 4-63 für } d = 0,2 \text{ m und } b_{Lam} = 0,03 \text{ m}$$

$$\Delta V_{Lam,d} = M_{(x=l/3),Lam,d} \cdot k_{Stoß} = 0,36 \cdot 2,44 = 0,88 \text{ kN}$$

$$\max V_{Lam,d} = V_{(x=l/3),Lam,d} + \Delta V_{Lam,d} = 0,09 + 0,88 = 0,97 \text{ kN}$$

$$\max M_{Lam,d} = 2 \cdot M_{(x=l/3),Lam,d} = 0,72 \text{ kNm}$$

- maximale Querkraft in Lamellenquerrichtung

$$\text{Einflusslänge } l_e: \quad l_e = 0,12 \text{ m für } b_{Lam} = 30 \text{ mm (siehe Seite 67)}$$

$$v_{yz,d} = 1/2 \cdot \max V_{Lam,d} / l_e = 1/2 \cdot 0,97 / 0,12 = 4,0 \text{ kN / m}$$

- Verformung für  $q_d = 3,0$  kN/m<sup>2</sup>

$$k_{EI} = 0,75 \quad \text{aus Abb. 4-64 für } d = 0,2 \text{ m}$$

$$w_z = \frac{5 \cdot q_d \cdot l^4}{384 \cdot EI_{ef,x}} = \frac{5 \cdot q_d \cdot l^4}{384 \cdot k_{EI} \cdot EI_x} = \frac{5 \cdot 3,0 \cdot 6^4}{384 \cdot 0,75 \cdot 11000 \cdot 0,2^3 / 12} =$$

$$w_z = 9,20 \text{ mm}$$

**Anmerkung:** In diesem Fall dient die ermittelte Verformung zu Vergleichszwecken mit der Trägerrostberechnung (siehe Abb. 4-66). Daher erfolgt die Verformungsberechnung mit der Bemessungslast  $q_d$  anstelle der charakteristischen Belastung  $q_k$ .

- Vergleich mit Trägerrostberechnung

Die Trägerrostberechnung wurde mit einem Rasterabstand  $a_R$  entsprechend der Lamellenbreite  $b_{Lam} = 0,03$  m durchgeführt. Die Schnitt- und Verformungsgrößen sind in nachfolgender Abbildung dargestellt. Die maximalen

Schnittgrößen (markierte Werte) und Verformungen stimmen mit den zuvor berechneten Schnittgrößen überein.

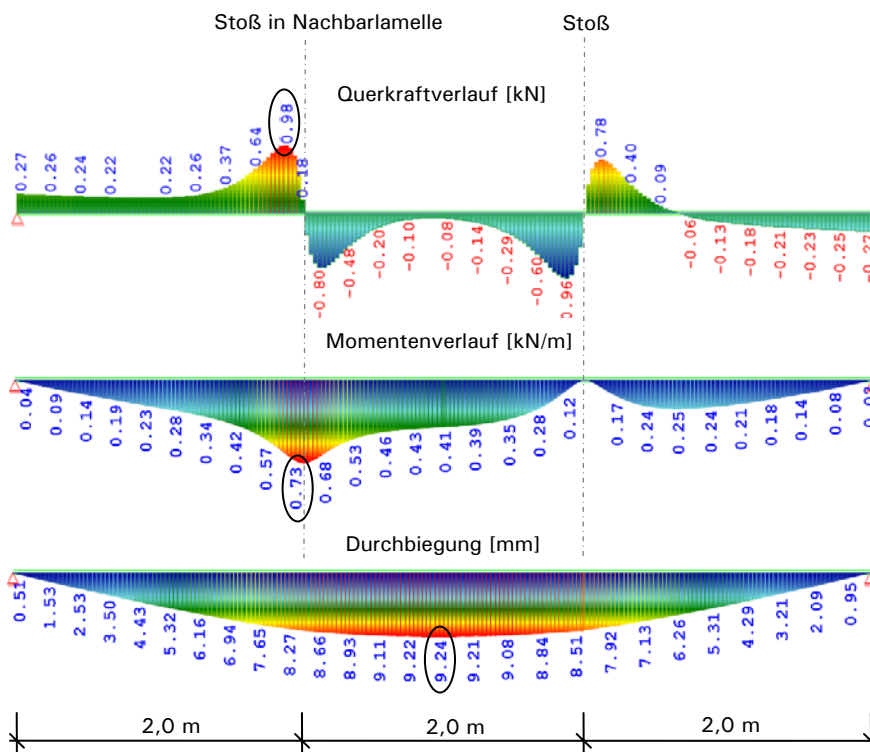


Abb. 4-66: Trägerrostberechnung zum Beispiel 4-6

#### 4.4.5.3 Stoßanordnung am Zweifeldträger

Die Stoßbetrachtungen am Einfeldträger zeigen, dass die größten Beanspruchungen aus der Momentenumlagerung hervorgerufen werden. Daher sollten bei Zweifeldträgern die Lamellenstöße in den Nulldurchgängen der Momentenverteilung angeordnet werden. Dadurch stellt sich bei Beanspruchungen aus Gleichlast über die gesamte Trägerlänge annähernd der Momentenverlauf eines ungestoßenen Elementes ein. Die Querkraft der gestoßenen Lamellen wird wiederum auf die benachbarten Lamellen umgelagert, was an den durchlaufenden Lamellen zu einer Verdoppelung der Querkraft im Stoßbereich führt. In Abb. 4-67 und Abb. 4-68 sind die qualitativen Schnittgrößenverläufe für einen Zweifeldträger unter Gleichlast bzw. unter Teilflächenlast dargestellt. Die Lamellenstränge sind abwechselnd in den Achsen A bzw. B gestoßen.

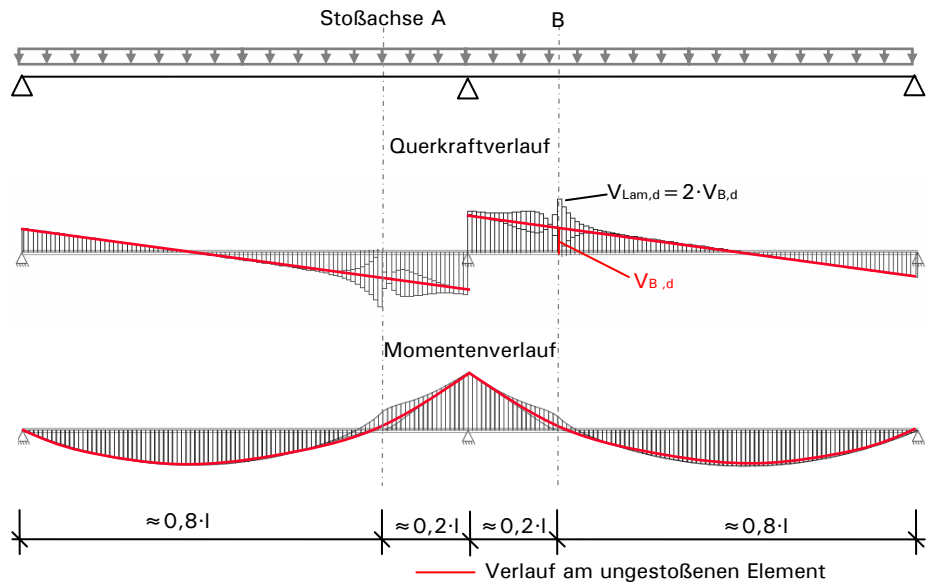


Abb. 4-67: Qualitative Schnittgrößenverläufe unter Gleichlast

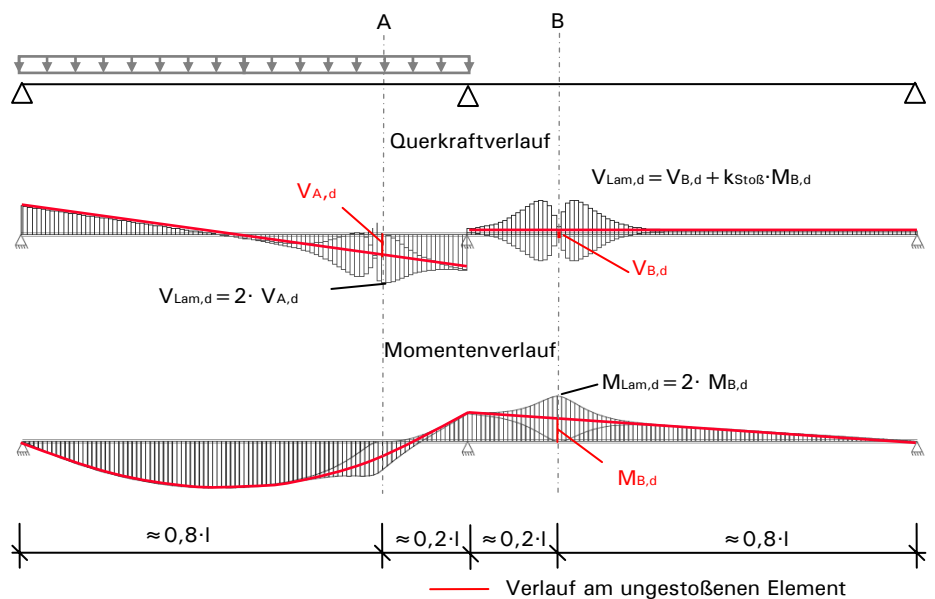


Abb. 4-68: Qualitative Schnittgrößenverläufe unter Teilflächenlast

Unter Teilflächenbelastung stellen sich in der Stoßachse B des unbelasteten Feldes Biegemomente ein. Diese werden über die in den jeweiligen Stoßachsen durchgehenden Lamellen übertragen und führen zu einer Verdoppelung der Momentenbeanspruchung. Die Auswirkungen der Momentenumlagerungen auf die Querkraft sind vergleichbar mit denen, die sich bei einem in den Drittelpunkten gestoßenen Einfeldträger einstellen. Die Zunahme der Querkraft der durchlaufenden Lamellen kann ebenfalls mit dem in Abb. 4-63 angegebenen Beiwert  $k_{Stoß}$  ermittelt werden.

Die Abnahme der Biegesteifigkeit des gestoßenen Elementes unter Gleichlast über die gesamte Trägerlänge sowie unter Teilflächenbelastung fällt deutlich geringer aus als bei einem Einfeldträger. Vergleichsrechnungen ergeben in Abhängigkeit der Bauteilabmessungen und der Belastung Verformungszuwächse zwischen 5% und 15%. Werden keine genaueren Verformungsbetrachtungen durchgeführt, so erscheint es gerechtfertigt, die effektive Biegesteifigkeit mit dem Beiwert  $k_{EI} = 0,8$  zu berechnen.

## 4.5 Scheibenbeanspruchung

Neben der Abtragung von Plattenbeanspruchungen sind Brettstapелеlemente auch in der Lage Lasten in Bauteilebene aus Scheibenbeanspruchungen abzutragen. Die Bauteile können dabei vertikal als Wandscheibe oder horizontal als Deckenscheibe angeordnet sein.

### 4.5.1 Wandscheibe

#### 4.5.1.1 Abtragung vertikaler Lasten

Die Eigen- und Nutzlasten von Bauwerken werden durch Decken und Unterzüge auf Wände und Stützen abgetragen und von diesen in die Fundamente abgeleitet. Lässt man zunächst die Gebäudeaussteifung außen vor, so erzeugen die vertikalen Lasten in den Wandscheiben überwiegend Normalkräfte. Zusätzlich entstehen aus exzentrischer Lasteinleitung sowie aus Windbeanspruchung Biegemomente. Entscheidend für die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind in der Regel die Stabilitätsnachweise.

Wie in Abb. 4-69 dargestellt, ist ein Ausknicken der Wandscheiben sowohl senkrecht zur Elementebene (Knicken um y-Achse) als auch in Elementebene (Knicken um z-Achse) denkbar. Die Betrachtung bzw. Nachweisführung beim Knicken senkrecht zur Bauteilebene kann unabhängig von der Anzahl der vorhandenen Lamellen erfolgen, da nur die Elementdicke  $d$  entscheidenden Einfluss besitzt.

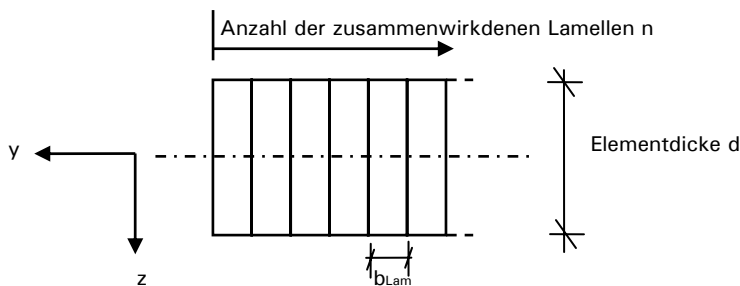


Abb. 4-69: Horizontalschnitt - Knicken eines Wandelementes

Das Knicken in der Bauteilebene ist in Abhängigkeit der Anzahl der zusammenwirkenden Lamellen zu führen. Da die Systemschubsteifigkeit  $G_{xy}$  in Elementebene zu berücksichtigen ist, kann nicht durch rein geometrische Betrachtungen der Bauteilabmessungen die maßgebende Knickachse bestimmt werden. Aufschluss gibt nachfolgender Vergleich der jeweiligen kritischen Knicklasten. Diese ermitteln sich wie folgt:

- Knicken um y-Achse

Der Einfluss der Schubsteifigkeit kann vernachlässigt werden. Für den schubsteifen Knickstab gilt:

$$P_{ki,y} = \frac{EI_y \cdot \pi^2}{s_k^2} = \frac{E_x \cdot n \cdot b_{Lam} \cdot d^3 / 12 \cdot \pi^2}{s_k^2} \quad (4-50)$$

- Knicken um z-Achse

Die kritische Knicklast muss unter Berücksichtigung der Schubsteifigkeit  $S_{xy}$  ermittelt werden. Damit beträgt  $P_{ki,z}$ :



$$\begin{aligned}
 P_{ki,z} &= \frac{1}{\frac{1}{P_{ki,z(EI)}} + \frac{1}{P_{ki,z(S)}}} = \frac{1}{\frac{s_k^2}{EI_z \cdot \pi^2} + \frac{1}{S_{xy}}} = \\
 &= \frac{1}{\frac{s_k^2}{E_x \cdot (n \cdot b_{Lam})^3 \cdot d / 12 \cdot \pi^2} + \frac{1}{G_{xy} \cdot n \cdot b_{Lam} \cdot d \cdot 1 / \kappa}}
 \end{aligned}
 \tag{4-51}$$

Anmerkung: Näherungsweise wird der Schubkorrekturbeiwert  $\kappa$  mit  $\kappa = 1,2$  für den Rechteckquerschnitt angenommen.

Für eine BST-Wandscheibe (genageltes BST) mit einer

- Elementdicke  $d = 0,12$  m
- Lamellenbreite  $b_{Lam} = 0,03$  m
- Geschosshöhe  $h = 2,8$  m ( $= s_k$ )

sind die kritischen Knicklasten in Abb. 4-70 in Abhängigkeit der Anzahl  $n$  der zusammenwirkenden Lamellen dargestellt.

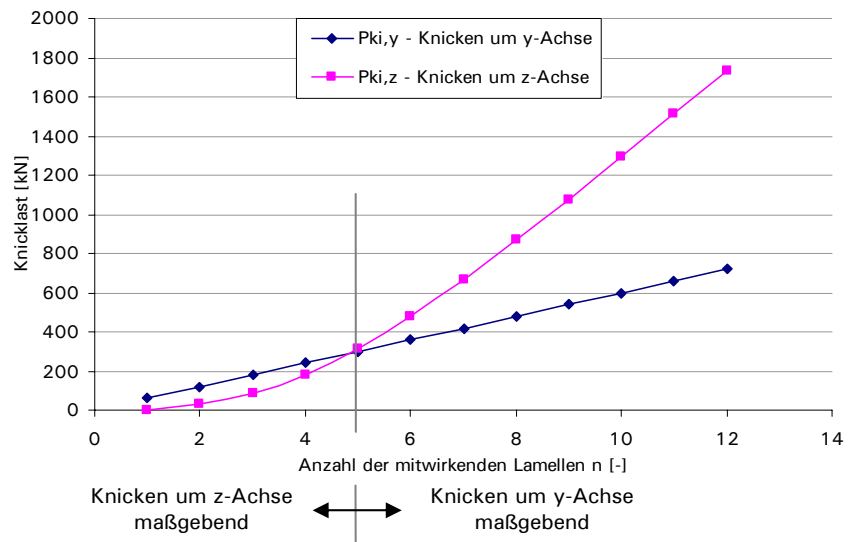


Abb. 4-70: Vergleich der kritischen Knicklasten

Der Vergleich der kritischen Knicklasten zeigt, dass bei den gewählten Abmessungen bereits für ein Element bestehend aus fünf Lamellen das Knicken um die  $y$ -Achse, also senkrecht zur Bauteilebene, maßgebend wird. Der notwendige Nachweis kann nach dem Ersatzstabverfahren gemäß Abs. 10.3 der DIN 1052 [53] geführt werden.

Bei Wandscheiben mit üblichen Bauteilabmessungen kann in der Regel auf den Knicknachweis in Bauteilebene verzichtet werden. Ausnahme bilden Wandstützen, die eine geringe Elementbreite  $b$  aufweisen (siehe Abb. 4-71). In diesem Fall ist ein Nachweis nach Theorie II. Ordnung zu führen. Die Vorgehensweise ist nachfolgend erläutert:

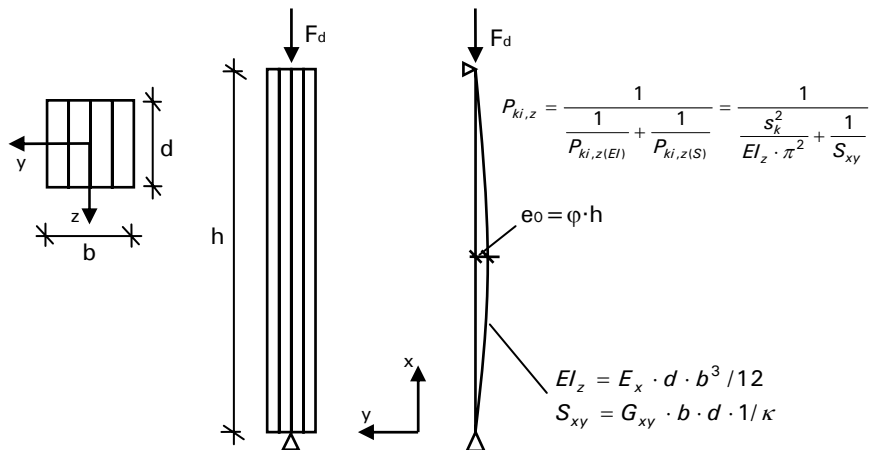


Abb. 4-71: System Wandstütze

- Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung

$$M_d' = F_d \cdot e_0 = F_d \cdot \varphi \cdot h \quad \text{i.d.R.: } \varphi = 0,0025 \quad (4-52)$$

- Kritische Knicklast

$$P_{ki,z} = \frac{1}{\frac{1}{P_{ki,z(EI)}} + \frac{1}{P_{ki,z(S)}}} = \frac{1}{\frac{s_k^2}{EI_z \cdot \pi^2} + \frac{1}{S_{xy}}} \quad (4-53)$$

mit  $s_k$ : Knicklänge der Wandstütze

- Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung

$$M_d'' = M_d' \cdot \frac{1}{1 - \frac{F_d}{P_{ki,z} \cdot \gamma_M}} \quad (4-54)$$

- Spannungsermittlung

$$\sigma_{m,z,d}'' = M_d'' / W_z = M_d'' \cdot \frac{6}{d \cdot b^2} \quad (4-55)$$

$$\sigma_{c,0,d} = F_d / A = F_d / (b \cdot d) \quad (4-56)$$

- Nachweisführung

$$\left( \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,z,d}''}{f_{m,d}} \leq 1,0 \quad (4-57)$$

Zusätzlich ist Knicken um die  $y$ -Achse nach dem Ersatzstabverfahren gemäß Abs. 10.3 der DIN 1052 [53] nachzuweisen.

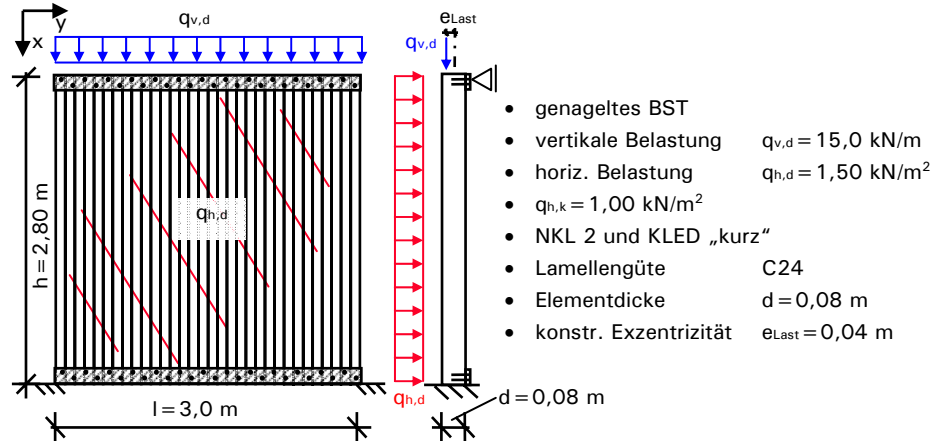
**Beispiel 4-7: BST-Wandelement, vertikale Last + Windlast**

Abb. 4-72: Systemangaben

## • Schnittgrößen

$$\text{Ausmitte: } e = e_{Last} + e_0 = e_{Last} + \varphi \cdot h = 0,04 + 0,0025 \cdot 2,80 = 0,047 \text{ m}$$

$$m_{x,d} = q_{h,d} \cdot \frac{h^2}{8} + n_{x,d} \cdot e = 1,5 \cdot \frac{2,80^2}{8} + 15,0 \cdot 0,047 = 2,18 \text{ kNm/m}$$

$$n_{x,d} = q_{v,d} = 15,0 \text{ kN/m}$$

## • Knickbeiwert für Knicken um y-Achse

$$\lambda = l_{ef} / i = 2,80 / (0,289 \cdot 0,08) = 121,1 \quad k_{c,y} \approx 0,21$$

## • Spannungsermittlung

Biegespannung:

$$\sigma_{m,d} = \frac{m_{x,d}}{d^2 / 6} = \frac{2,18 \cdot 10^{-3}}{0,08^2 / 6} = 2,04 \text{ MN/m}^2$$

Normalspannung:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{n_{x,d}}{d} = \frac{15,0 \cdot 10^{-3}}{0,08} = 0,19 \text{ MN/m}^2$$

## • Bemessungsfestigkeiten

$$f_{m,d} = 16,61 \text{ MN/m}^2$$

$$f_{c,0,d} = 14,53 \text{ MN/m}^2$$

## • Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{0,19}{0,21 \cdot 14,53} + \frac{2,04}{16,61} = 0,19 \leq 1,0$$

• Horizontale Tafeldurchbiegung  $w$  infolge  $q_{h,k}$ 

$$w_{Q,inst} = \frac{5 \cdot q_{h,k} \cdot l^4}{384 \cdot E I_x} = \frac{5 \cdot 1,0 \cdot 2,80^4}{384 \cdot 11000 \cdot 0,08^3 / 12} = 1,7 \text{ mm}$$

$$\text{Nachweis: } w_{Q,inst} = 1,7 \text{ mm} \leq h / 300 = 2800 / 300 = 9,3 \text{ mm}$$

**4.5.1.2 Abtragung horizontaler Lasten**

Werden die Wandelemente zur Gebäudeaussteifung herangezogen, so erfahren sie horizontale Beanspruchungen in der Bauteilebene. Die aussteifenden Wandelemente sind wie im Holzrahmenbau entsprechend zu verankern. Auf den Nachweis der Verankerungen wird hier nicht näher eingegangen.

Die sich einstellenden horizontalen Verformungen ergeben sich aus der System Schubsteifigkeit  $G_{xy}$ . Die Stöße zwischen den einzelnen Elementen müssen so

ausgebildet werden, dass eine Übertragung des Schubflusses gewährleistet ist. Mögliche Ausführungsvarianten sind in Abb. 4-36 dargestellt.

In Abb. 4-73 sind eine Wandscheibe unter Beanspruchung durch eine Kopflast und das zugehörige statische System angegeben.

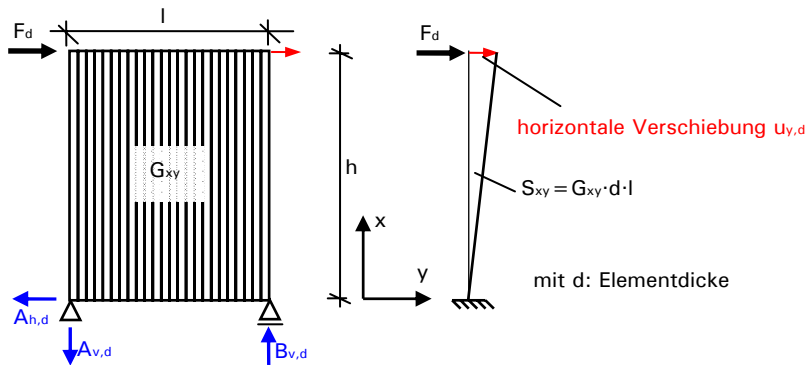


Abb. 4-73: Wandscheibe - Kopflast

#### Nachweis der horizontalen Verformung

Die horizontale Verschiebung  $u_{y,d}$  am Wandkopf beträgt:

$$u_{y,d} = \gamma \cdot h = \frac{\tau_d}{G_{xy}} \cdot h = \frac{t_d}{G_{xy} \cdot d} \cdot h = \frac{F_d / l}{G_{xy} \cdot d} \cdot h = \frac{F_d}{S_{xy}} \cdot h \quad (4-58)$$

mit:  $G_{xy}$  gemäß Tabelle F.22 der DIN 1052 [53]

Für aussteifende Wandscheiben fordert die DIN 1052 [53] eine Begrenzung der horizontalen Verformung  $u_{y,d}$  am Wandkopf auf  $u_{y,d} \leq h/100$ . Dies mag unter dem Aspekt der Tragfähigkeit zwar ausreichend sein, aus Gründen der Gebrauchstauglichkeit empfiehlt es sich jedoch, die Verschiebung  $u_{y,k}$  auf  $h/500$  zu begrenzen. (Anmerkung: Die Begrenzung  $h/500$  entspricht gleichzeitig dem Tragfähigkeitsnachweis der DIN 1052:1988-04 [57].)

In der Regel werden hochbeanspruchte aussteifende Wandelemente mit zusätzlichen Holzwerkstoffplatten beplankt. Diese erhöhen zum einen die Steifigkeit der Elemente und dienen gleichzeitig in Bereichen von Bauteilstößen bzw. Bauteilanschlüssen zur Weiterleitung der Aussteifungslasten. Sie sind wie Wandtafeln unter horizontaler Scheibenbeanspruchung nach Abs. 8.7.5 der DIN 1052 [53] zu behandeln. Auf den Nachweis der horizontalen Verformung kann verzichtet werden, wenn die konstruktiven Randbedingungen nach 8.7.5 (8) der DIN 1052 [53] eingehalten sind. Für Beplankung und Verbindungsmittel ist gemäß Abs. 10.6 der DIN 1052 [53] ein kombinierter Tragfähigkeitsnachweis zu führen.

Sind genauere Verformungsbetrachtungen für beplankte Brettstapelwände notwendig, so können die Verformungen unter Ansatz einer Ersatzschubsteifigkeit  $S_{Ers.}$  bestimmt werden. Die Ersatzschubsteifigkeit ermittelt sich aus den einzelnen Verformungsanteilen des Brettstapelelementes, der Holzwerkstoffplatte und der Verbindungsmittel, mit der diese angebracht ist. An nachfolgendem Federmodell werden die Zusammenhänge der Verformungsanteile erläutert.

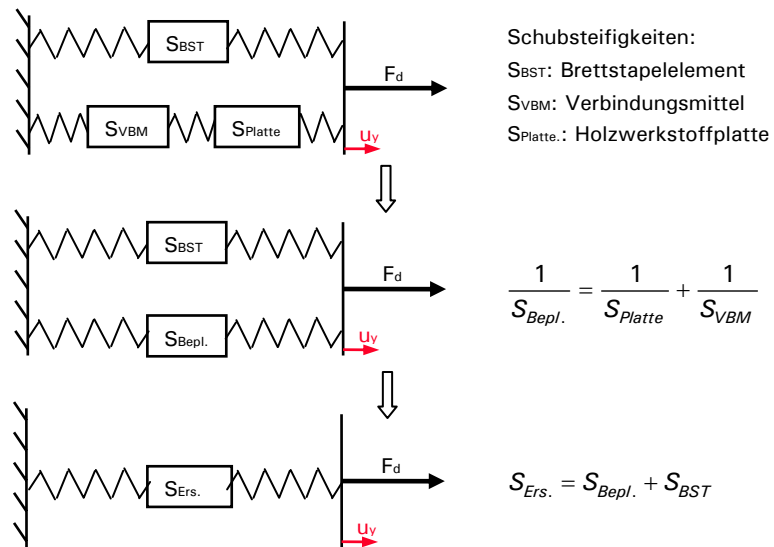


Abb. 4-74: Federmodell - Ersatzsystem

Die einzelnen Schubsteifigkeiten ermitteln sich wie folgt:

- $S_{BST}$  des Brettstapelelementes

$$S_{BST} = G_{xy,BST} \cdot d \cdot l \quad (4-59)$$

mit:  $G_{xy,BST}$ : aus Tabelle F.22 der DIN 1052 [53]

$d$ : Elementdicke

$l$ : Bauteillänge

- $S_{Platte}$  der Holzwerkstoffplatte

$$S_{Platte} = G_{xy,Platte} \cdot d_{Platte} \cdot l \quad (4-60)$$

mit:  $G_{xy,Platte}$ : gemäß Anhang F der DIN 1052 [53]

$d_{Platte}$ : Dicke der Holzwerkstoffplatte

$l$ : Bauteillänge

- $S_{VBM}$  aus der Verbindungsmittelsteifigkeit

Die aus der Verbindungsmittelsteifigkeit  $K_{Ser}$  resultierende Verformung beträgt:

$$u_y = \sum \frac{S_{v,0} \cdot \bar{S}_{v,0}}{K_{Ser}} \quad (4-61)$$

mit:  $S_{v,0}$ : Beanspruchung eines VBM durch die am System angreifende Kraft  $F$

$\bar{S}_{v,0}$ : Beanspruchung eines VBM durch die virtuelle Kraft

$K_{Ser}$ : Verschiebungsmodul, Tabelle G1 der DIN 1052 [53]

Für eine Holzwerkstoffplatte mit konstantem Verbindungsmittelabstand  $e_{VBM}$  an allen Rändern ist die Beanspruchung aller Verbindungsmittel durch eine reale bzw. virtuelle Kopflast identisch. Es gilt:

$$S_{v,0} = F / l \cdot e_{VBM} \quad \text{bzw.} \quad \bar{S}_{v,0} = \bar{1} / l \cdot e_{VBM} \quad (4-62)$$

Die Anzahl der VBM bestimmt sich zu:

$$n_{VBM} = 2 \cdot (h + l) / e_{VBM} \quad (4-63)$$

Damit beträgt die Verformung:

$$u_y = n_{VBM} \cdot \frac{F \cdot e_{VBM}^2}{l^2 \cdot K_{Ser}} \quad (4-64)$$

Für die Ersatzschubsteifigkeit der Verbindungsmittel  $S_{VBM}$  gilt:

$$u_y = \frac{F}{S_{VBM}} \cdot h \quad (4-65)$$

Durch Gleichsetzen der Verformung erhält man:

$$S_{VBM} = \frac{l^2 \cdot K_{Ser} \cdot h}{n_{VBM} \cdot e_{VBM}^2} \quad (4-66)$$

Setzt sich die Beplankung der Brettstapelelemente aus mehreren Holzwerkstoffplatten zusammen, muss dies bei der Ermittlung der sich aus der Verbindungsmittelsteifigkeit  $S_{VBM}$  einstellenden Verformung  $u_y$  berücksichtigt werden. Gleiches gilt für unterschiedliche Verbindungsmittelabstände entlang der Plattenränder.

#### Nachweis des Schubflusses $t_d$

Es muss sichergestellt sein, dass der Schubfluss  $t_d$  in den Lamellenfugen durch die vorhandenen Verbindungsmittel übertragen werden kann. Der Schubfluss berechnet sich zu:

$$t_d = F_d / l \quad (4-67)$$

Der Nachweis lautet:

$$\frac{t_d}{n_{Reihen} \cdot R_d / e_{VBM}} \leq 1,0 \quad (4-68)$$

$R_d$ : Bemessungswert der Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels

$e_{VBM}$ : Verbindungsmittelabstand in Lamellenlängsrichtung

$n_{Reihen}$ : Anzahl der Verbindungsmittelreihen je Fuge

Werden Wandscheiben aus mehreren Brettstapelelementen zusammengefügt, so sind die Stoßfugen der einzelnen Elemente ebenfalls auf den Schubfluss  $t_d$  zu bemessen.

Zur kontinuierlichen Einleitung der horizontalen Kopflast bzw. Auflagerkraft in das Wandelement und zur Ableitung der Kräfte in anschließende aussteifende Bauteile sind am Wandkopf und -fuß senkrecht zu den Lamellen Randschwellen anzuordnen. Dafür können Vollholz- oder Holzwerkstoffbauteile verwendet werden. Sie müssen auf die maximale Zugkraft entsprechend der angreifenden Last  $F_d$  bemessen werden. Die kontinuierliche Einleitung der Kraft  $F_d$  erzeugt zwischen dem Wandelement und der Randschwelle wiederum den Schubfluss  $t_d = F_d / l$ . Die Verbindungsmittel sind für die Beanspruchung  $t_d$  zu bemessen.

Mögliche Ausführungsvarianten sind in nachfolgender Abbildung aufgeführt.

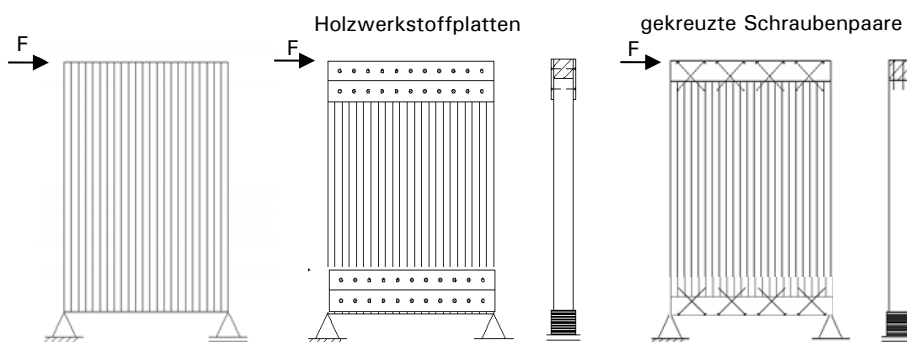


Abb. 4-75: Ausführungsmöglichkeiten der Randschwelle

### Beispiel 4-8: BST-Wandelement, horizontale Kopflast

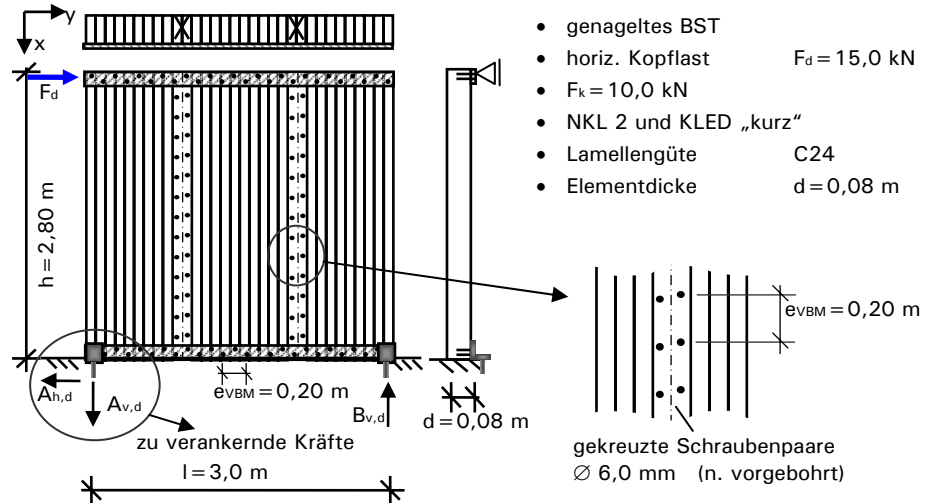


Abb. 4-76: Systemangaben

- Horizontale Verformung  $u_{y,d}$  bzw.  $u_{y,k}$

$G_{xy}$  gemäß Tabelle F.22 der DIN 1052 [53]

$$G_{xy} = 0,1 \cdot G_{xz} = 0,1 \cdot 0,06 \cdot E_x = 0,1 \cdot 0,06 \cdot 11000 = 66 \text{ MN/m}^2$$

$$u_{y,d} = \gamma \cdot h = \frac{F_d / l}{G_{xy} \cdot d} \cdot h = \frac{15,0 / 3,0}{66 \cdot 0,08} \cdot 2,8 = 2,7 \text{ mm}$$

$$u_{y,k} = u_{y,d} \cdot \frac{F_k}{F_d} = 2,7 \cdot \frac{10,0}{15,0} = 1,8 \text{ mm}$$

$$\text{Nachweise: } u_{y,d} = 2,7 \text{ mm} \leq h / 100 = 28,0 \text{ mm}$$

$$u_{y,k} = 1,8 \text{ mm} \leq h / 500 = 5,6 \text{ mm}$$

- Nachweis des Schubflusses  $t_d$  im Elementstoß

$$t_d = F_d / l = 15,0 / 30 = 5,0 \text{ kN/m}$$

Bemessungsfestigkeit  $R_d$  einer Schraube auf Abscheren

$$M_{y,k} = 0,15 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,15 \cdot 400 \cdot 6^{2,6} = 6330 \text{ Nmm}$$

$$f_{h,k} = 0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3} = 0,082 \cdot 350 \cdot 6^{-0,3} = 16,8 \text{ N/mm}^2$$

$$R_k = \sqrt{2 \cdot M_{y,k} \cdot f_{h,k} \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 6330 \cdot 16,8 \cdot 6} = 1,1 \text{ kN}$$

$$R_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{R_k}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{1,1}{1,1} \approx 0,9 \text{ kN}$$

Bemessungsfestigkeit  $R_{\text{Paar},d}$  eines Schraubenpaares:

$$R_{\text{Paar},d} = 2 \cdot R_d = 1,8 \text{ kN}$$

$$\text{Nachweis: } \frac{t_d}{R_d / e_{vBM}} = \frac{5,0}{1,8 / 0,2} = 0,56 \leq 1,0$$

- Nachweis des Schubflusses  $t_d$  in der Randschwelle

$$t_d = 5,0 \text{ kN/m}$$

Schrauben  $\varnothing 6,0 \text{ mm}$ , nicht vorgebohrt, zweireihig,  $e_{vBM} = 0,20 \text{ m}$

$$\Rightarrow R_d = 0,9 \text{ kN}$$

$$\text{Nachweis: } \frac{t_d}{n_{\text{Reihen}} \cdot R_d / e_{vBM}} = \frac{5,0}{2 \cdot 0,9 / 0,2} = 0,56 \leq 1,0$$

- Zusätzlich muss die Verankerung des Wandelementes für folgende Auflagerreaktionen nachgewiesen werden:

$$A_{v,d} = B_{v,d} = F_d \cdot h / l = 15 \cdot 2,8 / 3,0 = 14 \text{ kN}$$

$$A_{h,d} = F_d = 15 \text{ kN}$$

#### 4.5.2 Deckenscheibe

Ebenso erfahren Deckenelemente, die zur Aussteifung herangezogen werden, Beanspruchungen in Elementebene. Die Deckenscheiben müssen die Aussteifungslasten an anschließende Wandelemente übertragen. Neben den Verformungen ist auch die Tragfähigkeit der Elemente nachzuweisen. Die Lastenleitung kann sowohl senkrecht als auch parallel zur Lamellenrichtung erfolgen.

##### 4.5.2.1 Beanspruchung parallel zur Lamellenachse

In Abb. 4-77 ist ein Deckenelement unter Scheibenbeanspruchung parallel zu den Lamellen dargestellt. Zusätzlich sind die notwendigen Nachweisverfahren angegeben.

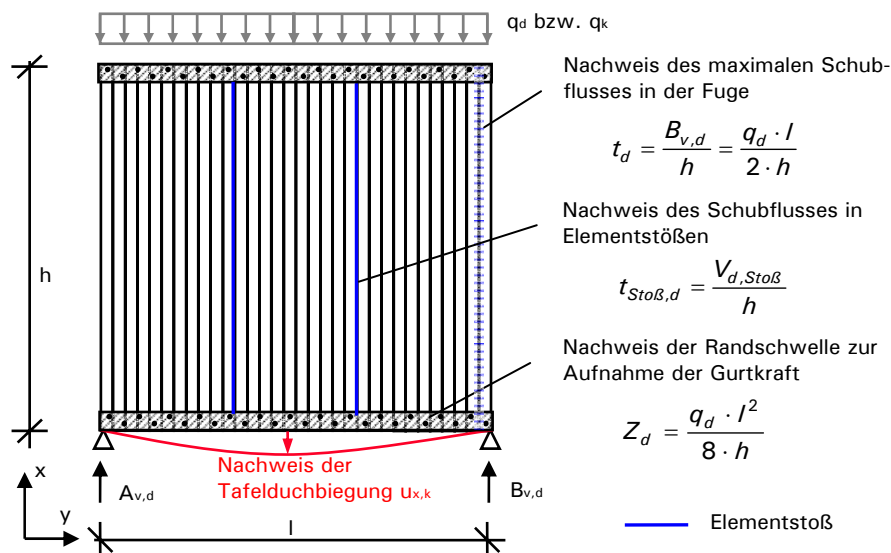


Abb. 4-77: Deckenscheibe – Belastung parallel zu den Lamellen

##### Nachweis des maximalen Schubflusses $t_d$

Der maximale Schubfluss stellt sich in der Fuge der Randlamelle ein. Unter der Annahme einer konstanten Verteilung über die Elementhöhe wird er wie folgt ermittelt:

$$t_d = B_{v,d} / h = \frac{q_d \cdot l}{2 \cdot h} \quad (4-69)$$

Der Nachweis lautet

$$\frac{t_d}{n_{Reihen} \cdot R_d / e_{VBM}} \leq 1,0 \quad (4-70)$$

$R_d$ : Bemessungswert der Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels

$e_{VBM}$ : Verbindungsmittelabstand in Lamellenlängsrichtung

$n_{Reihen}$ : Anzahl der Verbindungsmittelreihen je Fuge

##### Nachweis des Schubflusses $t_{Stoß,d}$ in den Fugen von Elementstößen

Der Schubfluss in der Stoßfuge kann aus der in der Stoßachse wirkenden Querkraft  $V_{Stoß,d}$  bestimmt werden. Die Querkraft im Stoßbereich ist am Ersatzsystem eines Einfeldträgers der Spannweite  $l$  zu ermitteln. Für die Verteilung des Schub-



flusses in der Fuge wird wiederum ein über die Elementhöhe konstanter Verlauf angenommen. Die Verbindungsmittel des Stoßes sind auf den Schubfluss  $t_{\text{Stoß},d}$  zu bemessen.

$$t_{\text{Stoß},d} = \frac{V_{\text{Stoß},d}}{h} \quad (4-71)$$

#### Nachweis der Randschwelle zur Aufnahme der Gurtkraft

Die aus dem Biegemoment resultierende Zugkraft wirkt senkrecht zur Lamellenachse und kann somit nicht allein von den Brettstapelelementen aufgenommen werden. Zur Aufnahme der Gurtkraft sind Randschwellen aus Vollholz- oder Holzwerkstoffprodukten notwendig. Diese sind auf folgende Zugkraft zu bemessen:

$$Z_d = \frac{q_d \cdot l^2}{8 \cdot h} \quad (4-72)$$

Die Verbindungsmittel der Randschwelle sind so zu bemessen, dass die maximale Zugkraft über die Lamellen in die Randschwelle eingebracht werden kann. Dafür steht ein Bereich von der halben Spannweite zur Verfügung. Der aufzunehmende Schubfluss beträgt demnach:

$$t_{\text{Schwelle},d} = \frac{Z_d}{l/2} = \frac{q_d \cdot l}{4 \cdot h} \quad (4-73)$$

#### Nachweis der Tafeldurchbiegung $u_{x,k}$

Die horizontale Durchbiegung  $u_{x,k}$  der Deckenscheiben kann vereinfacht aus der Schubverformung ermittelt werden:

$$u_{x,k} = \frac{q_k \cdot l^2}{8 \cdot S_{BST}} \quad \text{mit} \quad S_{BST} = G_{xy,BST} \cdot d \cdot h \quad (4-74)$$

In der DIN 1052:2004-08 [53] sind keine expliziten Angaben zur Durchbiegungsbegrenzung von Deckenscheiben enthalten. Daher empfiehlt es sich den Grenzwerte  $l/1000$  der DIN 1052:1988-04 [57] zu verwenden.

Sind die Deckenscheiben mit Holzwerkstoffplatten beplankt, so kann auf den Nachweis der Tafeldurchbiegung verzichtet werden, wenn die konstruktiven Randbedingungen nach Abs. 8.7.3 (8) der DIN 1052 [53] eingehalten sind.

Bei einer genauen Verformungsbetrachtung können die Randschwellen in die Berechnung einbezogen werden. Die Randschwellen sind dann als nachgiebig miteinander verbundene Träger zu betrachten. Der nachgiebige Verbund wird durch die Schubsteifigkeit der Brettstapelelemente sowie die Verbindungsmittel der Randschwellen erzeugt. Die Berechnung kann nach dem  $\gamma$ -Verfahren oder der Schubanalogie erfolgen (siehe Abschnitt 3.2).

#### 4.5.2.2 Beanspruchung senkrecht zur Lamellenachse

Senkrecht zu den Lamellen beanspruchte Deckenscheiben sind grundsätzlich wie Elemente mit Lasteintragung parallel zu den Lamellen zu betrachten. Da die aus dem Biegemoment resultierende Gurtkraft durch die Lamellen aufgenommen werden kann, sind Randschwellen parallel zu den Lamellen nicht zwingend erforderlich. Für die kontinuierliche Übertragung der Lasten auf aussteifende Wände sind jedoch senkrecht zu den Lamellen an deren Stirnseiten Randschwellen anzuordnen (siehe Abb. 4-78).

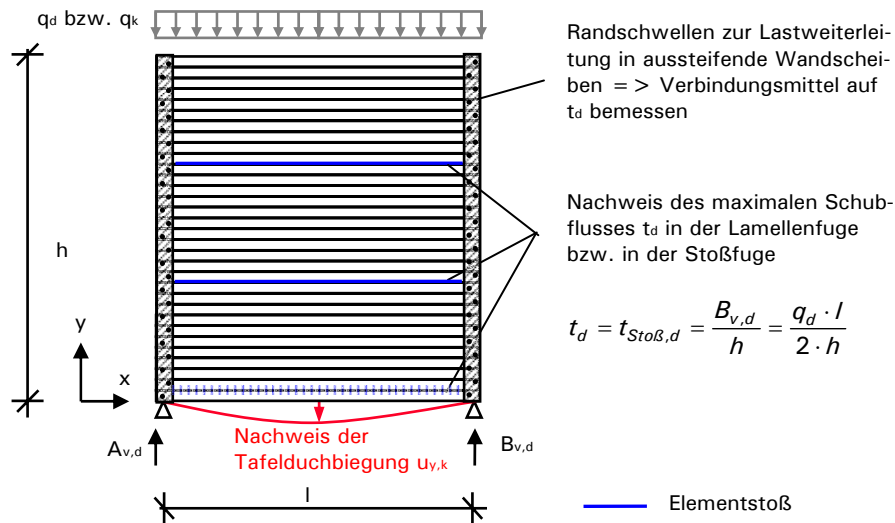


Abb. 4-78: Deckenscheibe – Belastung senkrecht zu den Lamellen

Die einzelnen Elemente wirken als nachgiebig miteinander verbundene Biegeträger. Die genaue Modellierung dieses komplexen Tragverhaltens der Elemente ist mit großem Aufwand verbunden. Daher ist die Tafeldurchbiegung vereinfacht aus der Schubverformung der Brettstapелеlemente zu ermitteln.

Folgende Beanspruchungen sind nachzuweisen:

- Verbindungsmittel

Der maximale Schubfluss  $t_d$  beträgt:

$$t_d = t_{Stoß,d} = \frac{B_{v,d}}{h} = \frac{q_d \cdot l}{2 \cdot h} \quad (4-75)$$

Die Verbindungsmittel der Brettlamellen, der Elementstöße und der Randschwelle (senkrecht zu den Lamellen) sind auf den maximalen Schubfluss  $t_d$  zu bemessen.

- Tafeldurchbiegung

$$u_{y,k} = \frac{q_k \cdot l^2}{8 \cdot S_{BST}} \quad \text{mit} \quad S_{BST} = G_{xy,BST} \cdot d \cdot h \quad (4-76)$$

Zu den Nachweisen gelten analog die erläuternden Angaben aus Abschnitt 4.5.2.1.

## 5 Brettsperrholzbauweise (BSP)

### 5.1 Zusammenfassung und Ausblick

#### Berechnungs- und Bemessungsgrundlagen

Die Berechnungsgrundlagen von BSP-Elementen sind in Anhang D der DIN 1052 [53] in Verbindung mit den jeweiligen allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen geregelt. Anhang D2 [53] beschreibt das Verfahren der schubstarren Verbundtheorie. Die Berücksichtigung der Schubverformung bzw. des nachgiebigen Verbundes erfolgt nach dem Verfahren der Schubanalogie und ist in Abs. D3 enthalten. Genageltes Brettsperrholz ist ausschließlich unter Berücksichtigung des nachgiebigen Verbundes nach Abs. D3 der DIN 1052 [53] zu berechnen. Die Spannungsermittlung nach der starren Verbundtheorie liefert bei geklebtem BSP für Einfeldträger unter Gleichlast, mit einem Verhältnis aus Spannweite  $l$  zu Elementdicke  $d$  von  $l/d > 20$ , ausreichend genaue Ergebnisse. Davon abweichende Systeme sind unter Berücksichtigung der Schubverformung zu berechnen. Gleiches gilt für die Verformungsermittlungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit.

Ist keine Verklebung an den Schmalseiten der Brettlamellen vorhanden, darf nach DIN 1052 [53] die Drillsteifigkeit näherungsweise null gesetzt werden. Experimentelle Untersuchungen zeigen (siehe Abschnitt 5.7.1), dass die Brett-fugen nur eine sehr geringe Auswirkung auf das Drillverhalten der Elemente besitzen. Die Drillsteifigkeit kann näherungsweise wie für Elemente mit Schmalseitenverklebung ermittelt werden (siehe Abschnitt 5.3.1.3).

#### Plattenbemessung

Die kombinierten Längs- und Schubspannungsnachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind in Abschnitt 10.7 der DIN 1052 [53] enthalten. Gemäß aktuellen bauaufsichtlichen Zulassungen für geklebtes Brettsperrholz ist es unter reiner Biegebeanspruchung ausreichend, die Biegerandspannungen nachzuweisen. Auf den kombinierten Nachweis der Schwerpunkts- und Biegespannungen wird verzichtet. Dabei darf der Bemessungswert der Biegefestigkeit mit dem Systembeiwert  $k_1$  multipliziert werden. Für den Systembeiwert  $k_1$  gilt:

$$k_1 = \min \begin{cases} 1 + n \cdot 0,025 \\ 1,1 \end{cases}$$

mit  $n$  = Anzahl der nebeneinander liegenden Bretter in den Decklagen

In der Regel sind die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit für die Bemessung maßgebend. Experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Langzeitverhalten von Brettsperrholz der TU Graz [25] zeigen, dass das Kriechverhalten der BSP-Elemente dem des Furnierschichtholzes gleicht. Jöbstl leitet aus den Untersuchungsergebnissen folgende Kriechbeiwerte für BSP ab [19]:

- Nutzungsklasse 1:  $k_{def} = 0,85$
- Nutzungsklasse 2:  $k_{def} = 1,10$

#### Einsatz von vergüteten Brettlagen

Untersuchungen - die in Kooperation mit TP 14 durchgeführt wurden - zeigen, dass sich durch den gezielten Einsatz von Lamellen aus starkem Stammholz die Biegesteifigkeiten deutlich erhöhen lassen. In den Versuchen lag die Steigerung der Biegesteifigkeit im Vergleich zu Elementen aus Lamellen der Güteklasse C 24

zwischen 30% und 40%. Dies wirkt sich besonders bei schlanken Konstruktionen, die einen geringen Einfluss der Schubverformung aufweisen, positiv auf das Tragverhalten im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit aus.

Aus den experimentellen Untersuchungen geht zudem hervor, dass die Verwendung von Furnierschichtholz in den Querlagen der Elemente als Verstärkungsmaßnahme denkbar ist. Eine Orientierung der Furnierschichten fast ausschließlich in Richtung der Decklamellen bewirkt hingegen gleichzeitig eine Abnahme der Steifigkeit in Nebentragrichtung.

### **Streichlasten / Fugenbeanspruchung**

Randlagerungen parallel zur Haupttragrichtung erzeugen Streichlasten in den lastabtragenden Wänden. Die Streichlasten sowie die aus der Randlagerung resultierenden Beanspruchungen der Deckenelemente in Nebentragrichtung können über das Ersatzsystem eines einseitig unendlich langen, elastisch gebetteten Trägers abgeschätzt werden. Gleiches gilt für die Bestimmung der Beanspruchungen der Elementfugen unter Teilflächenbelastung.

### **Einzellasten / Punktstützung**

Im unmittelbaren Bereich der Lasteinleitung ist der Einfluss der Schubverformung der Querlagen ersichtlich. Folglich kann nicht nach der Bernoulli-Hypothese von einem ebenen Querschnitt ausgegangen werden. Zudem treten lokal Spannungsspitzen der Randspannung auf. Dieser Einfluss klingt jedoch rasch ab. Die für die Schubbemessung maßgebende Rollschubspannung erreicht erst in einem gewissen Abstand von der Lasteinleitung ihren Maximalwert.

Bei symmetrischen Querschnitten mit konstanter Einzelschichtdicke hängt die Zunahme der Randspannungen ausschließlich vom Verhältnis der Spannweite zur Elementdicke ab. Daher wurde ein Beiwert ermittelt, der die Zunahme der Randspannungen aufgrund des lokal schubweichen Tragverhaltens beschreibt. Er ermöglicht die Randspannungen nach der starren Verbundtheorie zu berechnen und den Einfluss der Schubverformung durch die Multiplikation mit dem Beiwert  $k_{SA}$  zu berücksichtigen. Dies ist nur für Systeme gültig, die auf ein zweidimensionales Ersatzsystem reduziert werden können und somit eine einachsige Lastabtragung aufweisen. Durch den Beiwert kann ebenfalls der Einfluss der Schubverformung auf die Längsspannungsverteilung im Bereich des Stützmomentes von Durchlaufträgern abgeschätzt werden.

### **Öffnungen**

Öffnungen in Brettsperrholzelementen stellen aufgrund der größeren Steifigkeiten in Nebentragrichtung im Vergleich zu Brettstapelsystemen geringere Probleme dar. Öffnungen können in Abhängigkeit der Abmessungen und Belastung ohne Verstärkungs- oder Wechselkonstruktionen ausgeführt werden. Allerdings treten im Eckbereich der Öffnungen konzentrierte Beanspruchungen auf, die unter Berücksichtigung der Schubverformung zu ermitteln und nachzuweisen sind.

### **Wandscheiben**

Für geklebte BSP-Wandelemente darf bei der Ermittlung der Spannungen aus Beanspruchungen senkrecht zur Wandebene der Einfluss des nachgiebigen Verbundes vernachlässigt werden, wenn für das Verhältnis der Knicklänge  $s_k$  zur Elementdicke  $d$  gilt:

$$s_k/d \geq 20$$

In der Regel liegt der Zuwachs der Schnittgrößen unter Berücksichtigung des geometrisch nicht-linearen Verhaltens bei Wandscheiben aus geklebtem BSP unter 10%. In diesen Fällen dürfen gemäß Abs. 8.1 (2) der DIN 1052 [53] die Spannungen aus den Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung ermittelt werden.

Die gekreuzte Anordnung der Brettlagen ermöglicht den Einsatz der Brettsperrholzelemente für aussteifende Zwecke. Der aus einer horizontalen Kopflast resultierende Schubfluss erzeugt Schubbeanspruchungen in den einzelnen Brettlagen. Die horizontalen und vertikalen Schichten müssen getrennt voneinander betrachtet werden. Zusätzlich entstehen Torsionsmomente und damit Torsionsschubspannungen in den Kreuzungspunkten. Die charakteristische Torsionsschubfestigkeit ist mit  $f_{\text{tor,k}} = 2,5 \text{ MN/m}^2$  anzusetzen.

Die DIN 1052 [53] fordert im Grenzzustand der Tragfähigkeit die horizontale Verformung  $u_{y,d}$  am Wandkopf von aussteifenden Wandscheiben auf  $u_{y,d} \leq h/100$  zu begrenzen. Aus Gründen der Gebrauchstauglichkeit empfiehlt sich zusätzlich eine Begrenzung der Verschiebung  $u_{y,k}$  auf  $h/500$ .

#### **Fenstersturz**

Sind die horizontalen Brettlagen an den Schmalseiten miteinander verklebt, kann ein starrer Verbund angenommen werden. Die Bemessung des Sturzes erfolgt an einem Rechenquerschnitt, dessen Abmessungen sich aus der Sturzhöhe und der Summe der Dicken der horizontalen Brettlagen ergeben. Treten Fugen zwischen den horizontalen Brett lamellen einer Lage auf, muss die Nachgiebigkeit, resultierend aus der Schubverformung der Kreuzungspunkte, bei der Bemessung berücksichtigt werden.

Ist der Sturz bei Berechnung als Einfeldträger nicht ausreichend tragfähig, können genauere Untersuchungen unter Berücksichtigung eines Einspanngrades des Sturzes an den Enden der Aussparung erfolgen. Die Einspannung kann über eine elastische Bettung simuliert werden.

Das Tragverhalten von Deckenscheiben unter horizontaler Beanspruchung und das von wandartigen Trägern unter vertikaler Beanspruchung ist vergleichbar. Die Vorgehensweise bei der Bemessung verläuft analog zur Sturzbemessung.

#### **Genageltes BSP**

Aufgrund der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel weisen genagelte Elemente vergleichsweise geringe Biege- und Schubsteifigkeiten auf. Daher ist der Einsatz von genageltem BSP derzeit nur für Wandelemente zulässig. Die Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen muss stets unter Berücksichtigung des nachgiebigen Verbundes nach Abs. D3 der DIN 1052 [53] erfolgen. Die Spannungen bei Wandscheiben sind unter Berücksichtigung des geometrisch nicht-linearen Verhaltens nach Theorie II. Ordnung zu ermitteln.

Die Ergebnisse von experimentellen und theoretischen Untersuchungen zeigen, dass deutliche Unterschiede zwischen den versuchstechnisch ermittelten und den rechnerisch ansetzbaren Traglasten bzw. Steifigkeiten auftreten. Angesichts dieser Tatsache ist zu diskutieren, ob im Rahmen der Bemessung von Wandscheiben aus genageltem BSP der Einfluss der Haftung zwischen den Brettlagen berücksichtigt werden darf.

### Ausblick

Die einzelnen Hersteller von Brettsperrholz bieten Bemessungstabellen und teilweise auch Bemessungsprogramme an. Diese sind jedoch nur in der Lage zweidimensionale Tragsysteme unter Gleichlast zu erfassen. Um die Akzeptanz der Brettsperrholzbauweise bei den Tragwerksplanern und Bauherren zu erhöhen, ist es zwingend erforderlich für gängige Statikprogramme des Holzbaus Bemessungstools zu entwickeln. Diese müssen neben den Standardfällen dreidimensionale Systeme unter Berücksichtigung der Schubverformung bzw. des nachgiebigen Verbundes abbilden können.

Für die Bemessung anspruchsvoller Brettsperrholzkonstruktionen unter Beanspruchung von Einzellasten und bei Punktstützungen müssen gesicherte Grundlagen erarbeitet werden. Nur dadurch können Konstruktionen, die über die Standardfälle hinausgehen, aufwandsgerecht geplant und ausgeführt werden. In diesem Zusammenhang ist es erforderlich, weitere Untersuchungen zum Tragverhalten von BSP-Elementen unter konzentrierten Einzellasten durchzuführen. Insbesondere Erkenntnisse zu mitwirkenden Breiten bei Punktstützungen oder Einzellasten sind erforderlich. Der Ansatz einer mitwirkenden Breite ermöglicht die Reduktion von Tragsystemen auf zweidimensionale Ersatzmodelle und führt somit zu vereinfachten Berechnungsverfahren.

Wie die Untersuchungen im Rahmen dieses Vorhabens zeigen, treten im Bereich von Punktstützungen hohe Rollschubbeanspruchungen auf, die für die Bemessung der Elemente maßgebend werden können. Eine mögliche Schubverstärkungsmaßnahme stellen diagonal angeordnete Vollgewindeschrauben dar. Diese Bauweise ist jedoch weder in der DIN 1052:2004-08 [53] geregelt, noch liegen ausreichende Untersuchungen vor, die eine fundierte Modellbildung des Tragverhaltens unter Berücksichtigung der Verstärkungselemente zulassen. Daher sind derzeit für den Einsatz solcher Bauteile kosten- und zeitaufwendige Zustimmungen im Einzelfall notwendig. Alternativ ist auch denkbar, in Bereichen von Punktstützungen die Brett lamellen der Querlagen durch Furnierschichtplatten zu ersetzen und somit die Rollschubfestigkeit zu erhöhen.

Neben der Plattenbeanspruchung bietet auch der Anwendungsbereich der Scheibenelemente weiteres Entwicklungspotenzial. Dies betrifft insbesondere wandartige Träger, die große Spannweiten überbrücken können. Gerade bei Baumaßnahmen im Bestand ist es in der Regel erforderlich, die Lasten gezielt über wenige Auflagerpunkte abzuleiten. So können, beispielsweise bei Aufstockungen bestehender Gebäude, die Lasten über wandartige Träger direkt in die Außenwände abgetragen werden ohne bestehende Dachsysteme zu beeinflussen. Allerdings liegen zu wandartigen Trägern nur wenige Untersuchungen vor. Aus der Torsionsbeanspruchung in den Kreuzungspunkten und den damit verbundenen Schubverformungen ergibt sich für die in Spannrichtung verlaufenden Brett lamellen ein nachgiebiger Verbund. Dieser wird im Anhang D der DIN 1052 [53] zwar berücksichtigt, allerdings basieren die Erfahrungen auf der Beanspruchung von Wandscheiben unter horizontaler Kopflast. Eine Verifizierung der Angaben für wandartige Träger von großer Spannweite erscheint erforderlich. Auch liegen keine Kenntnisse zu Öffnungen in wandartigen Trägern und deren Auswirkungen auf das Tragverhalten vor.

## 5.2 Allgemein

Ebenso wie Brettstapelsysteme sind auch Brettsperrholzelemente zur Massivholzbauweise zu zählen. Neben der firmenneutralen Bezeichnung Brettsperrholz sind auch die Begriffe Dickholz oder Kreuzlagenholz geläufig.

Erste Erfahrungen mit großflächigen Elementen aus über Kreuz verklebten Brett lamellen wurden seit 1992 durch das Unternehmen Holzbau Merk gesammelt. Nach der erfolgreichen Durchführung von Pilotprojekten wurde die geregelte Anwendung von Brettsperrholz für tragende Konstruktionen mit der allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung des Instituts für Bautechnik (DIBt) für Merk Dickholz [60] im Dezember 1998 möglich. Weitere Zulassungen österreichischer, schweizerischer und deutscher Hersteller folgten in den darauf folgenden Jahren. Die kontinuierlich wachsende Anzahl der Produktionsstätten und der bauaufsichtlichen Zulassungen belegt deutlich die zunehmende Attraktivität dieser ökologischen Bauweise, die sich inzwischen im Ingenieurholzbau etabliert hat.



Abb. 5-1: Brettsperrholzelemente (Foto: Finnforest – Merk)

Generell ist der Querschnittsaufbau von Brettsperrholz durch kreuzweise, in der Regel rechtwinklig miteinander verklebte Brettlagen gekennzeichnet. In Sonderfällen wird der Verbund der Brettlagen auch über Vernagelung mit Aluminiumnägeln bzw. Hartholzdübeln hergestellt. Das Tragverhalten der Flächenelemente ist durch stoffliche und, bedingt durch die orthogonale Anordnung der einzelnen Lagen, durch konstruktive Anisotropie geprägt. Der geringe Rollschubmodul der Querlagen bzw. bei genagelten Elementen die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel, führt dazu, dass die Schubverformung und der nachgiebige Verbund das Tragverhalten der Elemente beeinflussen.

### Material

Für die Herstellung der Brettsperrholzelemente werden technisch getrocknete Brett lamellen verwendet. In der Regel handelt es sich um Lamellen aus kostengünstiger Seitenware, die bei der Herstellung von Schnittholz anfällt. Die Bretter werden zunächst gehobelt und wenn es die Bauteilabmessungen erfordern mittels Keilzinkung zu Lamellen der geforderten Länge verbunden. Die verwendete Rohware muss mindestens der Sortierklasse S7 nach DIN 4074-1:2003-06 [58] entsprechen. In den jeweiligen allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen sind für die Abmessungen der Einzellamellen unterschiedliche Angaben enthalten. Bei fast allen Herstellern gilt jedoch, dass die Einzelbretter der Querlagen ein Verhältnis von Brettbreite zu Brettstärke von  $b/d \geq 4$  erfüllen müssen. Die maximalen Elementstärken sind in Tabelle 5-1 aufgeführt.

Tabelle 5-1: Zusammenstellung der abZ von geklebtem Brettsperrholz

Hersteller	Finnforest-Merk	KLH	Binder	Woodtec <sup>1)</sup>	Mayr-Melnhof	Haas / HMS	Stora Enso
Produktbezeichnung	Leno-Tec	Kreuzlagenholz	BBS		MM-BSP	HMS-Element	CLE
Zulassungs-Nr.	Z-9.1-501	Z-9.1-482	Z-9.1-534	Z-9.1-576	Z-9.1-638	Z-9.1-680	Z-9.1-559
Land	D	AT	AT	CH	AT	D	Fin
Rollschubfestigkeit:							
fr,k [N/mm <sup>2</sup> ]	0,70 - 0,85	1,25	0,7	1,1	1,1	1,25	1,25
zul τ [N/mm <sup>2</sup> ]	0,30 - 0,36	0,50	0,3	0,45	0,45	0,50	0,50
max d	300	500	350	200	280	400	500
Erstzulassung	12/1998	09/2000	12/2001	06/2005	04/2006	01/2007	02/2007
Klebeverfahren	Vakuum	hydraulische Flächenpressen	hydraulische Flächenpressen	Vakuum	hydraulische Flächenpressen	Klammerpress- verklebung	hydraulische Flächenpressen

<sup>1)</sup> Hersteller von Vakuumpressbetten

Die Rohware des Brettsperrholzes besteht überwiegend aus Fichtenlamellen. Aber auch die Verwendung von Tanne, Weißtanne, Kiefer, Lärche oder Douglasie ist möglich. Die Bandbreite der erhältlichen Oberflächen reicht von nicht sichtbarem Einsatz über Industrie- bis hin zur Sichtqualität. Durch den Einsatz von Tanne, Zirbe, etc. können Sonderoberflächen in Sichtqualität erzeugt werden. Für besondere statische Anforderungen erlauben einige Zulassungen die Verwendung von Holzwerkstoffplatten bzw. Furnierschichtholzplatten in den Decklagen. Als Brandschutzverkleidung ist auch die Fertigung der Elemente mit Decklagen aus Gipsfaser- bzw. Gipskartonplatten möglich.

### Herstellung

Bei der Herstellung des geklebten Brettsperrholzes kann der für die Verklebung notwendige Pressdruck über verschiedene Verfahren aufgebracht werden. Eine Möglichkeit stellt die Vakuum-Verklebung dar. Dabei werden die Elemente zunächst in spezielle Leimbetten eingelegt und anschließend mit Dichtungsmembranen abgedeckt. Über leistungsfähige Pumpen wird das verbliebene Luftvolumen abgesaugt und somit ein Vakuum erzeugt. Der Pressdruck wird alleine durch den in der Herstellungshalle wirkenden Luftdruck erzeugt. Trotz des geringen Pressdruckes von nur ca. 0,7-0,9 kN/cm<sup>2</sup> können ausreichende Festigkeiten der Klebefugen erreicht werden. Das Verfahren bietet die Möglichkeit der Herstellung von Elementen der Abmessung von ca. 4,80 m x 20,0 m. Außerdem ermöglicht die Vakuum-Verklebung derzeit als einziges Verfahren die Fertigung von gebogenen bzw. gekrümmten Bauteilen.

Alternativ kann man den notwendigen Pressdruck durch hydraulische Flachpressen erzeugen. Durch diese aus der Brettchichtholzherstellung bekannte Technik kann der für die Verklebung von Brettlamellen eigentlich erforderliche Pressdruck von 6,0-8,0 kN/cm<sup>2</sup> sichergestellt werden. Im höheren Pressdruck liegt möglicherweise auch ein Grund für die in den Zulassungsversuchen ermittelten höheren Rollschubfestigkeiten gegenüber den in der Vakuumverklebung erreichten Werten (siehe Tabelle 5-1). Allerdings ist man bei der Herstellung der Elemente an die Abmessungen der Presseinrichtung gebunden. Daher sind die Elementbreiten bei der Verwendung von hydraulischen Pressen in der Regel auf ca. 3,0 m begrenzt. Die maximalen Bauteillängen betragen ca. 16,5 m.

Bei einer Anfang 2007 erteilten allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung [68] kommt eine weitere Alternative zu Herstellung von geklebtem Brettsperrholz zur Anwendung. Die einzelnen Lagen des Brettsperrholzes werden aus Einschicht-



platten gebildet, die über Klammerpressverklebung miteinander verbunden sind. Dabei ist gemäß abZ jede Einschichtplatte einzeln zu klammern. Die möglichen Abmessungen betragen ca. 4,0 m x 18,0 m.

Bei der Herstellung von genageltem Brettsperrholz [61] werden die einzelnen Bretter in den Kreuzungspunkten durch mindestens zwei Aluminiumnägel miteinander verbunden. Die Vernagelung erfolgt vollautomatisch auf industriellen Fertigungsanlagen. Durch die Verwendung relativ weicher Aluminiumnägel können die Elemente nach der Herstellung ohne großen Verschleiß mit gängigen Holzbearbeitungsmaschinen bearbeitet werden. Die nachgiebigen Verbindungen erzielen nicht die Steifigkeiten von geklebtem Brettsperrholz. Daher wird genageltes BSP ausschließlich für Wandelemente eingesetzt.

Einen Sonderfall stellt gedübeltes Brettsperrholz [62] dar. Durch die Verwendung von Hartholzdübeln können die Elemente ausschließlich aus dem Werkstoff Holz, ohne Verwendung von Kleber oder Metall, gefertigt werden. Die Schichten der Elemente übernehmen unterschiedliche statische Funktionen. Während bei den Wandelementen die Mittellage die Abtragung der vertikalen Lasten gewährleistet, wird über außen liegende vertikal, horizontal und diagonal angeordneten und mit Dübeln verbundene Brettlagen eine Aussteifungsebene erzeugt.

Im weiteren Verlauf werden nur noch die derzeit am weitest verbreiteten Bauweisen der geklebten und genagelten Elemente berücksichtigt.

### Anwendungsmöglichkeiten

Brettsperrholzelemente werden überwiegend für tragende und nichttragende Dach-, Decken und Wandbauteile in Wohn-, Schul-, Gewerbebauten und vergleichbaren Bauvorhaben eingesetzt. In der Regel liegt die Nutzungsklasse 1 bzw. 2 sowie überwiegend ruhende Belastung vor. Aufgrund der kreuzweisen Anordnung der einzelnen Brettlagen können die Elemente auch für aussteifende Zwecke verwendet werden. Dank des hohen Vorfertigungsgrades kann selbst bei großen Bauvorhaben der Rohbau in wenigen Tagen fertig gestellt werden.

Die hohen Steifigkeiten und Tragfähigkeiten der geklebten Brettsperrholzelemente ermöglichen den Einsatz im mehrgeschossigen Wohnbau. So entsteht in London mit neun Geschossen das derzeit größte Wohngebäude aus Holz [17].



Abb. 5-2: Murray Grove in London [17]

Der hohe Vorfertigungsgrad ermöglicht den Einsatz der Brettsperrholzbauweise auch bei komplexen Baustellensituationen. So wurde nach Fertigstellung der

Gründungsarbeiten der Rohbau der Olperer Hütte in nur wenigen Tagen errichtet. Die vorelementierten Bauteile wurden mit Hilfe von Lasthelikoptern zur Baustelle transportiert und direkt an ihren Bestimmungsorten eingebaut.



Abb. 5-3: Neubau Olperer Hütte

Auch wurden schon Erfahrungen im Bereich des Brückenbaus und somit auch für veränderliche Belastungen gesammelt. Dabei sind die Brettsper Holzelemente durch Blockverklebung mit Brettschichholzträgern verbunden und als Plattenbalken ausgeführt worden.



Abb. 5-4: Straßenbrücke Ruderting

Wie erwähnt, können in Abhängigkeit des Herstellungsverfahrens auch gebogene Elemente hergestellt werden. Derartige Schalenelemente kamen beim Bauvorhaben der Aussegnungshalle in Gräfelfing zum Einsatz.



Abb. 5-5: Aussegnungshalle Gräfelfing (Fotos: [18] bzw. Finnforest Merk)

### 5.3 Berechnungsgrundlagen

Der informative Anhang D der DIN 1052 [53] behandelt „Flächen aus Schichten – Steifigkeitswerte und Spannungsermittlung“. Es sind zwei verschiedene Verfahren enthalten. Im Abs. D2 [53], „Flächen aus zusammengeklebten Schichten“, wird die schubstarre Berechnung erläutert. Ein Verfahren, das auch unter dem Begriff schubstarre Verbundtheorie bekannt ist. Der Abs. D3 [53], „Flächen aus nachgiebig miteinander verbundenen Schichten“, beschreibt die Steifigkeits- und Spannungsermittlung unter Berücksichtigung der Schubverformung. Es entspricht dem Verfahren der Schubanalogie. Die beiden Verfahren werden in den Abschnitten 5.4.1 bzw. 5.4.2 vorgestellt.

Genageltes Brettsperrholz ist ausschließlich unter Berücksichtigung des nachgiebigen Verbundes nach Abs. D3 der DIN 1052 [53] zu berechnen. Obwohl es sich beim geklebten Brettsperrholz um „Flächen aus zusammengeklebten Schichten“ handelt, sind die Spannungen und Verformungen ebenfalls unter Berücksichtigung des nachgiebigen Verbundes nach Abs. D3 der DIN 1052 [53] zu ermitteln. Dies ist in der konstruktiven Anisotropie der Elemente begründet und kann am Verformungsverhalten unter Schubbeanspruchung erklärt werden:

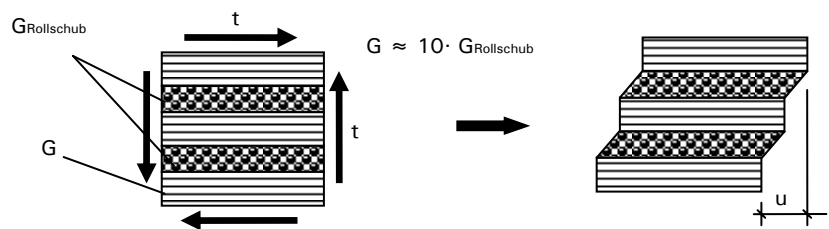


Abb. 5-6: Schubverformung eines geklebten BSP-Elementes

Abb. 5-6 zeigt ein Element unter Schubbeanspruchung resultierend aus Beanspruchung senkrecht zur Plattenebene. Die Querlagen werden durch Rollschub beansprucht. Die geringe Rollschubsteifigkeit führt dazu, dass sich das Verformungsbild fast ausschließlich aufgrund der Verformung der Querlagen einstellt. Da der Ansatz eines ebenen Querschnitts nach der Bernoulli-Hypothese nicht erfüllt ist, müssen die Lagen in Haupttragrichtung, unter bestimmten Randbedingungen, als nachgiebig miteinander verbunden betrachtet werden.

Auf den nachgiebigen Verbund wurde in Abschnitt 3.2 allgemein eingegangen. Nachfolgend werden speziell die Auswirkungen der Schubverformung der Querlagen – also des nachgiebigen Verbundes – auf die Längsspannungsverteilung an einem Brettsperrholzquerschnitt erläutert. In Abb. 5-7 sind die Längsspannungen eines fünf-lagigen BSP-Elementes nach der schubstarrten Berechnung sowie nach der Schubanalogie dargestellt.

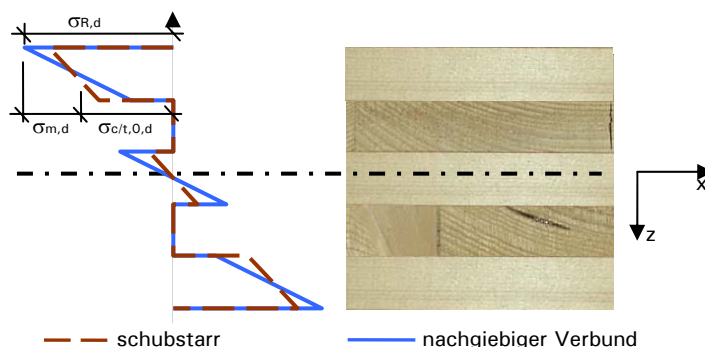


Abb. 5-7: Längsspannungsverteilung an 5-lagigem Brettsperrholz

Durch die Berücksichtigung des nachgiebigen Verbundes nimmt die Schwerpunktsspannung  $\sigma_{c/t,0,d}$  in den einzelnen Lagen ab, während der Anteil der Biegespannungen  $\sigma_{m,d}$  zunimmt. Somit ergeben sich größere, für die Bemessung maßgebende Randspannungen  $\sigma_{R,d}$ . Bei dem betrachteten Element sind die Einzelbretter der Querlagen nicht an den Schmalseiten miteinander verklebt. In diesem Fall ist der E-Modul der Querlagen gleich null zu setzen. Daher ergeben sich in den Querlagen keine Längsspannungen.

Der Einfluss der Schubverformung ist stark von den vorhandenen Randbedingungen wie der Belastungsart und Lagerung abhängig. Unter bestimmten Randbedingungen ist der Einfluss so gering, dass eine Berechnung der Schnittgrößen nach der starren Verbundtheorie ausreichend genaue Ergebnisse liefert. Daher ist in den jeweiligen Einzelfällen abzuwägen, ob bei der Bemessung die Schubverformung berücksichtigt werden muss. Weitere Hinweise diesbezüglich werden in den Folgeabschnitten angegeben.

### 5.3.1 Steifigkeiten

Da es sich bei Brettsperrholz um Flächenelemente handelt, werden die Steifigkeiten im weiteren Verlauf je Meter Plattenbreite angegeben. Die Vorgehensweise bei der Ermittlung der Steifigkeiten ist in der Regel für Haupt- und Nebentragrichtung gleich. Vereinfachend wird im Folgenden nur die Haupttragrichtung (x-Richtung) betrachtet. Treten in Nebentragrichtung (y-Richtung) Besonderheiten auf, so werden diese an geeigneter Stelle erwähnt.

#### 5.3.1.1 Biegesteifigkeit

Unabhängig vom Berechnungsverfahren setzt sich die Biegesteifigkeit B aus den Eigenanteilen  $B_A$  und den Steineranteilen  $B_B$  der einzelnen Flächen zusammen. Die Steifigkeiten sind auf die Schwerachse bezogen. Die Lage der Schwerachse kann aus nachfolgender Gleichung berechnet werden:

$$z_{SA} = \frac{\sum_{i=1}^n (E_i \cdot d_i \cdot z_{s,i})}{\sum_{i=1}^n (E_i \cdot d_i)} \quad (5-1)$$

geometrische Zusammenhänge: siehe Abb. 5-8

Bei symmetrischen Querschnitten mit gleicher Materialgüte in den einzelnen Lagen stimmt die Schwerachse mit der Symmetrieachse des Querschnitts überein. Die Ermittlung der Biegesteifigkeiten in Richtung der Decklamellen (= > Haupttragrichtung = x-Richtung) ist für beliebige Querschnittsaufbauten in Abb. 5-8 dargestellt.

Querschnitt

Eigenanteile  $B_A$ :

$$B_{A,x} = \sum_{i=1}^n (E_{x,i} \cdot I_{y,i}) = \sum_{i=1}^n (E_{x,i} \cdot d_i^3 / 12)$$

Steineranteile  $B_B$ :

$$B_{B,x} = \sum_{i=1}^n (E_{x,i} \cdot A_i \cdot z_{s,i}^2) = \sum_{i=1}^n (E_{x,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}^2)$$

Abb. 5-8: Ermittlung der Biegesteifigkeiten

Die Ermittlung der Steifigkeiten senkrecht zu den Decklamellen (y-Richtung) erfolgt analog.

Jöbstl gibt in [19] vereinfachte Berechnungsformeln für die Ermittlung der Trägheitsmomente von 3-, 5- und 7-schichtigen Brettsperrholzelementen an. Diese gelten für symmetrische Querschnitte, deren Einzelschichten gleiche Schichtdicken und E-Module aufweisen.

**5.3.1.2 Ersatzschubsteifigkeit**

Die Schubverformung stellt aufgrund der kreuzweisen Anordnung der Brettlagen und den damit verbundenen unterschiedlichen Schubmodulen in den einzelnen Schichten einen komplexen Zusammenhang dar. Bei genageltem Brettsperrholz kommt zudem der nachgiebige Verbund hinzu. Im Anhang D der DIN 1052 [53] wird die Schubverformung durch eine Ersatzschubsteifigkeit berücksichtigt. Diese wird an einem Ersatzquerschnitt ermittelt, der die gleiche Schubverformung aufweist wie der tatsächliche Verbundquerschnitt. Der Schubfluss  $t$  wird dabei über die Elementhöhe als konstant angenommen.

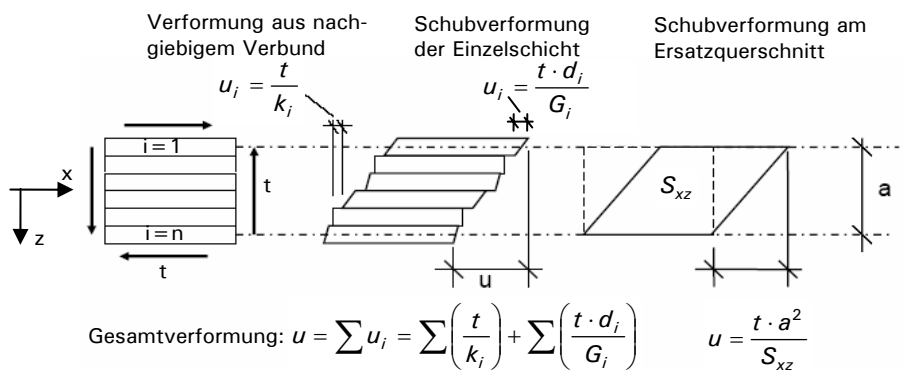


Abb. 5-9: Ermittlung der Ersatzschubsteifigkeit  $S_{xz}$

Durch Gleichsetzen der Gesamtverformung  $u$  ergibt sich folgender Term zur Ermittlung der Ersatzschubsteifigkeit  $S_{xz}$ .

$$\frac{1}{S_{xz}} = \frac{1}{a_x^2} \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{k_{x,i}} + \frac{d_1}{2 \cdot G_{xz,1}} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 \cdot G_{xz,n}} \right\} \tag{5-2}$$

Das Maß  $a_x$  bzw.  $a_y$  beschreibt den Abstand der äußersten, parallel zur betrachteten Tragrichtung verlaufenden, Schichten. Für eine Fünfschichtplatte ohne Schmalseitenverklebung gilt:



Abb. 5-10: Ermittlung  $a_x$  bzw.  $a_y$  einer Fünfschichtplatte

Bei geklebtem Brettsperrholz kann die Verbindung benachbarter Brettlagen als starr angenommen werden. Da keine Verschiebungen in den Fugen auftreten, gilt für die Ersatzschubsteifigkeit:

$$\frac{1}{S_{xz}} = \frac{1}{a_x^2} \left\{ \frac{d_1}{2 \cdot G_{xz,1}} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 \cdot G_{xz,n}} \right\} \tag{5-3}$$

Für Elemente mit ungerader Schichtanzahl  $n$  und symmetrischem Querschnitt, deren Einzelschichten Brettware gleicher Dicke und Materialgüte besitzen, kann

die Berechnung weiter vereinfacht werden. Gemäß Tabelle F5 der DIN 1052 [53] beträgt für alle Festigkeitsklassen der Rollschubmodul  $G_{R,mean}$  10% des Schubmoduls  $G_{mean}$  in Faserrichtung. Somit berechnet sich die Ersatzschubsteifigkeit in Richtung der Decklagen zu:

$$S_{xz} = \frac{2}{11} \cdot (n-1) \cdot d_i \cdot G_{mean} \quad (5-4)$$

Sind die einzelnen Bretter nicht an den Schmalseiten miteinander verklebt, so ist der E-Modul senkrecht zu den Lamellen gleich null. Das bedeutet, dass die Decklagen in Nebentragsrichtung nicht wirksam sind. In diesem Fall dürfen die Decklamellen nicht bei der Ermittlung der Ersatzschubsteifigkeit  $S_{yz}$  in  $y$ -Richtung berücksichtigt werden. Dadurch verringert sich das Maß  $a_y$  am Ersatzquerschnitt (siehe Abb. 5-10). Für die Ersatzschubsteifigkeit  $S_{yz}$  gilt:

$$S_{yz} = \frac{2}{11} \cdot (n-3) \cdot d_i \cdot G_{mean} \quad (5-5)$$

Alternativ kann aus dem Arbeitssatz ein Schubkorrekturbeiwert  $\kappa_n$  in Abhängigkeit der Anzahl der Schichten  $n$  ermittelt und daraus die Schubsteifigkeit der Elemente bestimmt werden. Jöbstl wertet in [19] die Schubkorrekturbeiwerte für 3-, 5- und 7-schichtige Brettsperrholzelemente aus. Die Schubsteifigkeit je Meter Breite ergibt sich demnach zu:

$$S_{xz} = G_{mean} \cdot A_{eff,S} = G_{mean} \cdot \frac{1}{\kappa_n} \cdot \sum \left( \frac{G_{i,mean}}{G_{mean}} \cdot d_i \right) \quad (5-6)$$

Setzt man diesen Ausdruck mit der Ersatzschubsteifigkeit gemäß DIN 1052 [53] gleich, so kann für symmetrische Querschnitte deren Einzelschichten gleiche Schichtdicken aufweisen ein fiktiver Schubkorrekturbeiwert  $\kappa_{n,DIN}$  berechnet werden:

$$\kappa_{n,DIN} = \frac{11}{2 \cdot (n-1)} \cdot \sum \left( \frac{G_{i,mean}}{G_{mean}} \right) \quad (5-7)$$

Für  $G_R/G = 0,1$  gilt:

$$\kappa_{n,DIN} = \frac{11}{2 \cdot (n-1)} \cdot \left( \frac{n-1}{20} + \frac{n+1}{2} \right) \quad (5-8)$$

In nachfolgender Abbildung sind die nach Jöbstl [19] aus dem Arbeitssatz abgeleiteten Schubkorrekturbeiwerte sowie die fiktiven Beiwerte, gemäß einer Ermittlung aus der Ersatzschubsteifigkeit nach DIN 1052 [53], angegeben. Der Vergleich zeigt, dass die Schubkorrekturbeiwerte mit Ausnahme der Dreischichtplatte sehr gut übereinstimmen. Die Abweichungen resultieren aus der Vereinfachung, dass der Schubfluss  $t$  bei der Ermittlung der Ersatzschubsteifigkeit nach DIN 1052 [53] über die Querschnittshöhe konstant angenommen wird (siehe Abb. 5-9). Mit steigender Schichtzahl  $n$  nimmt der Einfluss rasch ab.

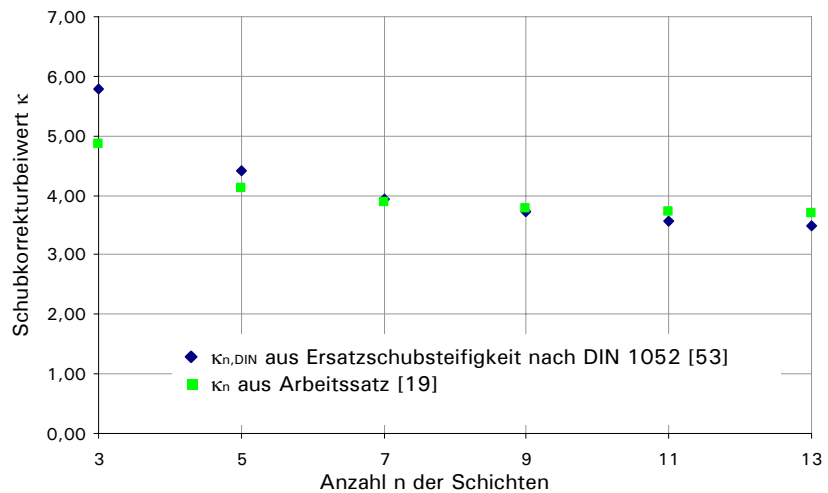


Abb. 5-11: Schubkorrekturbeiwerte

### 5.3.1.3 Drillsteifigkeit

Berechnet man Systeme wie allseitig gelagerte oder punktgestützte großformatige Plattenelemente, so wird dabei das Tragverhalten neben der zweiachsigen Lastabtragung durch die Drillsteifigkeit der Elemente beeinflusst. Für an den Schmalseiten miteinander verklebte Brettlagen sind nach Abs. D2 der DIN 1052 [53] folgende Steifigkeit zu verwenden:

- Drillsteifigkeit  $B_{xy,A}$  aus Eigenanteilen

$$B_{A,xy} = \sum \left( G_{xy,i} \cdot \frac{d_i^3}{6} \right) \quad (5-9)$$

- Drillsteifigkeit  $B_{xy,B}$  aus Steineranteilen

$$B_{B,xy} = \sum \left( 2 \cdot G_{xy,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}^2 \right) \quad (5-10)$$

- Gesamtdrillsteifigkeit  $B_{xy}$

$$B_{xy} = B_{A,xy} + B_{B,xy} = \sum \left( G_{xy,i} \cdot \frac{d_i^3}{6} \right) + \sum \left( 2 \cdot G_{xy,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}^2 \right) \quad (5-11)$$

Wird in allen Lagen Brettware der gleichen Festigkeitsklasse verwendet, so vereinfacht sich die Berechnung der Drillsteifigkeit:

$$B_{xy} = G_{xy} \cdot \frac{d^3}{6} \quad \text{mit} \quad d: \text{Elementdicke} \quad (5-12)$$

Dies entspricht der Ermittlung der Drillsteifigkeit einer homogenen Platte. Der ermittelte Wert  $B_{xy}$  eines Plattenstreifens ist dabei halb so groß wie die Drillsteifigkeit eines Stabes gleicher Breite. Dies liegt daran, dass bei flächigen Elementen sowohl Plattenstreifen in x- als auch in y-Richtung aktiviert werden. In der Summe stimmen die Drillsteifigkeiten somit wiederum überein.

Ist keine Verklebung an den Schmalseiten der Brettlagen vorhanden, so wird die Drillsteifigkeit geringer angesehen und darf näherungsweise null gesetzt werden. Dies ist eine Vereinfachung, spiegelt jedoch nicht das tatsächliche Tragverhalten wider. Experimentelle Untersuchungen zeigen (siehe Abschnitt 5.7.1), dass die Brettungen nur sehr geringe Auswirkungen auf das Drillverhalten der Elemente besitzen. Somit wird empfohlen, die Drillsteifigkeit der BSP-Elemente ohne

Schmalseitenverklebung ebenfalls näherungsweise mit den zuvor genannten Gleichungen (siehe Gl. 4-9 bis 4-12) zu ermitteln.

Für genageltes Brettsperrholz darf die Drillsteifigkeit näherungsweise gleich null gesetzt werden. Somit ergeben sich weder Drillmomente noch daraus resultierende Schubspannungen  $\tau_{xy}$ .

#### 5.3.1.4 Dehnsteifigkeit

Wandelemente unter vertikaler Belastung sowie aussteifende Deckenscheiben erfahren Beanspruchungen in Elementebene. Für die Ermittlung der daraus resultierenden Normalspannungen in den einzelnen Lagen ist die Dehnsteifigkeit  $D_x$  erforderlich. Die Dehnsteifigkeit  $D_x$  beträgt:

$$D_x = \sum (E_{x,i} \cdot d_i) \quad (5-13)$$

#### 5.3.1.5 Scheibenschubsteifigkeit

Für aussteifende Wandscheiben ist die Gleitung in xy-Ebene und die damit verbundene Scheibenschubsteifigkeit  $D_{xy}$  von Bedeutung. Sie kann für geklebtes Brettsperrholz nach Anhang D der DIN 1052 [53] wie folgt ermittelt werden.

$$D_{xy} = \frac{1}{4} \cdot \sum (G_{xy,i} \cdot d_i) \quad (5-14)$$

Sind die einzelnen Bretter an den Schmalseiten miteinander verklebt, so gilt:

$$D_{xy} = \sum (G_{xy,i} \cdot d_i) \quad (5-15)$$

Traetta [20] führte experimentelle Untersuchungen und theoretische Modellierungen an Dreischichtplatten durch. Die Untersuchungen führen zu dem Ergebnis, dass der effektive Scheibenschubmodul  $G_{xy}^*$  ca. 30% des Schubmoduls  $G_{xy}$  der verwendeten Brettware beträgt. Aus dem effektiven Scheibenschubmodul lässt sich die Scheibenschubsteifigkeit wie folgt bestimmen:

$$D_{xy} = G_{xy}^* \cdot d \quad (5-16)$$

Für Elemente aus identischen Brettern beträgt die Scheibenschubsteifigkeit  $D_{xy}$  nach DIN 1052 [53]:

$$D_{xy} = \frac{1}{4} \cdot \sum (G_{xy,i} \cdot d_i) = \frac{1}{4} \cdot G_{xy} \cdot d \quad (5-17)$$

Demnach gilt für den effektiven Scheibenschubmodul  $G^*$ :

$$G^* = 0,25 \cdot G_{xy} \quad (5-18)$$

Die DIN 1052 [53] liefert im Vergleich zu den Untersuchungsergebnissen von Traetta ca. 17% geringere Werte für die Scheibenschubsteifigkeiten. Da derzeit keine weiteren Untersuchungen zum Schubverhalten von Brettsperrholzelementen mit höherer Lagenanzahl vorliegen, erscheint diese Vorgehensweise gerechtfertigt. Zudem sind in der Regel die Scheibenschubsteifigkeiten ausreichend, um Aussteifungslasten nachweisen zu können.

Bei genageltem Brettsperrholz muss zusätzlich der nachgiebige Verbund der Kreuzungspunkte berücksichtigt werden. Für die Scheibenschubsteifigkeit  $D_{xy}$  gilt:

$$\frac{1}{D_{xy}} = \frac{e_x \cdot e_y}{\sum K_{\varphi,i}} + \frac{e_x}{G_{mean} \cdot d_y \cdot b_x \cdot \left(\frac{n-1}{2}\right)} + \frac{e_y}{G_{mean} \cdot d_x \cdot b_y \cdot \left(\frac{n+1}{2}\right)} \quad (5-19)$$



Besitzen alle Bretter die gleichen Abmessungen und wird der Fugeneinfluss vernachlässigt, so gilt:

- $d_{Lage} = d_x = d_y$
- $e = b_x = b_y \approx e_x = e_y$

Damit beträgt die Scheibenschubsteifigkeit  $D_{xy}$ :

$$\frac{1}{D_{xy}} = \frac{e^2}{\sum K_{\phi,i}} + \frac{4 \cdot n}{n^2 - 1} \cdot \left( \frac{1}{G_{mean} \cdot d_{Lage}} \right) \tag{5-20}$$

Für die Drehfedersteifigkeit einer Fuge gilt:

$$K_{\phi,i} = \sum (r_i^2 \cdot K_{ser}) \tag{5-21}$$

mit:  $K_{ser}$  Verschiebungsmodul eines Verbindungsmittels  
 $r_i$  Abstand eines Verbindungsmittels zum Schwerpunkt

Die geometrischen Zusammenhänge sind in Abb. 5-12 dargestellt.

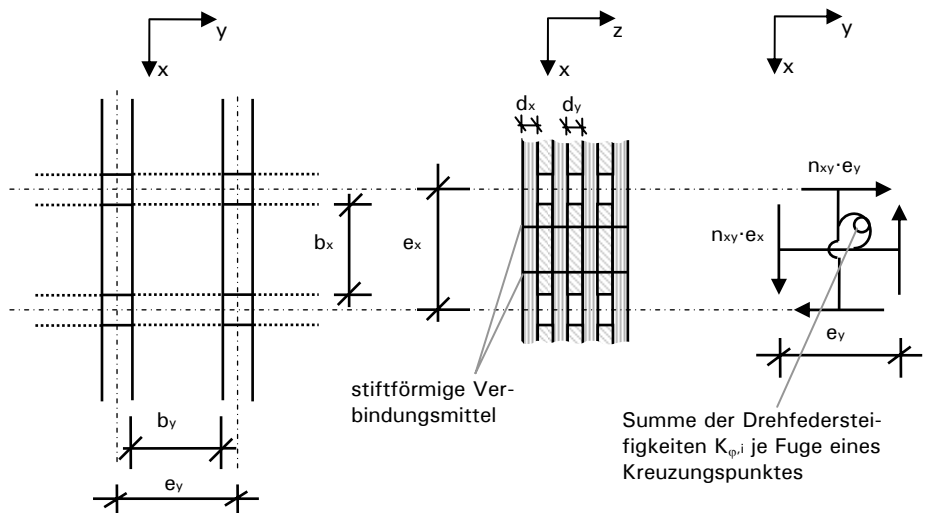


Abb. 5-12: Ermittlung der Scheibenschubsteifigkeit von genageltem BSP

### 5.3.2 Systembeiwert $k_I$

Ebenso wie bei Brettstapелеlementen handelt es sich bei Brettsperrholzkonstruktionen um redundante Systeme. Der Ausfall einer schlechten Lamelle kann durch das Tragverhalten in Querrichtung kompensiert werden und führt somit nicht zum sofortigen Versagen des Bauteils. Jöbstl [22] beschäftigte sich ausführlich mit der Ermittlung eines Systembeiwertes für Brettsperrholzelemente unter Biegebeanspruchung senkrecht zur Elementebene. In experimentellen Versuchen ermittelte er die 5%-Quantilwerte der Spannungen und bestimmte daraus die Systembeiwerte  $k_{sys}$  in Abhängigkeit der Anzahl der nebeneinander liegenden Decklamellen [19]. Daraus leitet er folgenden Vorschlag für die Berücksichtigung des Systemeffektes in normativen Regelwerken ab:

$$k_I = \min \begin{cases} 1 + n \cdot 0,025 \\ 1,1 \end{cases} \tag{5-22}$$

mit  $n$  = Anzahl der nebeneinander liegenden Bretter in den Decklagen

In den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen für Brettsperrholz, die ab Beginn des Jahres 2007 erschienen sind ([67] und [68]), ist dieser Systembeiwert  $k_I$  für den Biegespannungsnachweis enthalten. Der Bemessungswert der Biegefestigkeit darf mit dem Systembeiwert  $k_I$  multipliziert werden.

Für andere Beanspruchungsarten liegen derzeit keine ausreichenden Untersuchungen vor. Deshalb darf der Systembeiwert  $k_1$  ausschließlich beim Biegespannungsnachweis angewendet werden.

### Beispiel 5-1: BSP-Element, Ermittlung der Steifigkeiten

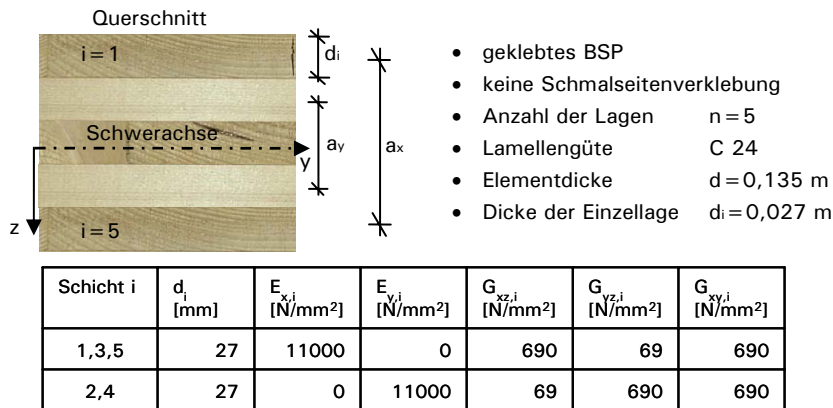


Abb. 5-13: Systemangaben und Materialkennwerte

#### Biegesteifigkeiten:

- x-Richtung

$$B_{A,x} = \sum_{i=1}^n (E_{x,i} \cdot d_i^3 / 12) = 3 \cdot 11000 \cdot 0,027^3 / 12 = 0,054 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$B_{B,x} = \sum_{i=1}^n (E_{x,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}^2) = 2 \cdot 11000 \cdot 0,027 \cdot (2 \cdot 0,027)^2 = 1,732 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

- y-Richtung

$$B_{A,y} = \sum_{i=1}^n (E_{y,i} \cdot d_i^3 / 12) = 2 \cdot 11000 \cdot 0,027^3 / 12 = 0,036 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$B_{B,y} = \sum_{i=1}^n (E_{y,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}^2) = 2 \cdot 11000 \cdot 0,027 \cdot (0,027)^2 = 0,433 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

#### Ersatzschubsteifigkeiten:

- x-Richtung

$$\frac{1}{S_{xz}} = \frac{1}{a_x^2} \left\{ \frac{d_1}{2 \cdot G_{xz,1}} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 \cdot G_{xz,n}} \right\}$$

$$\frac{1}{S_{xz}} = \frac{1}{(4 \cdot 0,027)^2} \left\{ \frac{0,027}{2 \cdot 690} + 0,027 \cdot \left( \frac{1}{69} + \frac{1}{690} + \frac{1}{69} \right) + \frac{0,027}{2 \cdot 690} \right\}$$

$$S_{xz} = 13,55 \text{ MN} / \text{m}$$

Nach der vereinfachten Berechnung:

$$S_{xz} = \frac{2}{11} \cdot (n-1) \cdot d_i \cdot G_{mean} = \frac{2}{11} \cdot (5-1) \cdot 0,027 \cdot 690 = 13,55 \text{ MN} / \text{m}$$

- y-Richtung

$$\frac{1}{S_{yz}} = \frac{1}{a_y^2} \left\{ \frac{d_1}{2 \cdot G_{yz,1}} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{G_{yz,i}} + \frac{d_n}{2 \cdot G_{yz,n}} \right\}$$

$$\frac{1}{S_{yz}} = \frac{1}{(2 \cdot 0,027)^2} \left\{ \frac{0,027}{2 \cdot 690} + \frac{0,027}{690} + \frac{0,027}{2 \cdot 690} \right\}$$

$$S_{yz} = 6,77 \text{ MN} / \text{m}$$

Nach der vereinfachten Berechnung:

$$S_{yz} = \frac{2}{11} \cdot (n-3) \cdot d_i \cdot G_{mean} = \frac{2}{11} \cdot (5-3) \cdot 0,027 \cdot 690 = 6,77 \text{ MN} / \text{m}$$

#### Drillsteifigkeit:

Da keine Schmalseitenverklebung vorhanden ist, darf die Drillsteifigkeit null gesetzt werden. Sollte Sie dennoch berücksichtigt werden, so gilt näherungsweise:

- x-Richtung / y-Richtung

$$B_{xy,A} = B_{yx,A} = \sum \left( G_{xy,i} \cdot \frac{d_i^3}{6} \right) = 5 \cdot 690 \cdot \frac{0,027^3}{6} = 0,0113 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$B_{xy,B} = \sum \left( 2 \cdot G_{xy,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}^2 \right) = 2 \cdot 690 \cdot 0,027 \cdot 2 \cdot \left( (2 \cdot 0,027)^2 + 0,027^2 \right)$$

$$B_{xy,B} = B_{yx,B} = 0,272 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

#### Dehnsteifigkeit:

- x-Richtung

$$D_x = \sum (E_{x,i} \cdot d_i) = 3 \cdot 11000 \cdot 0,027 = 891,0 \text{ MN} / \text{m}$$

- y-Richtung

$$D_y = \sum (E_{y,i} \cdot d_i) = 2 \cdot 11000 \cdot 0,027 = 594,0 \text{ MN} / \text{m}$$

#### Scheibenschubsteifigkeit

- Gleitung in xy-Ebene

$$D_{xy} = \frac{1}{4} \cdot \sum (G_{xy,i} \cdot d_i) = \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot 690 \cdot 0,027 = 23,288 \text{ MN} / \text{m}$$

## 5.4 Berechnungsverfahren nach Anhang D der DIN 1052 [53]

### 5.4.1 Schubstarre Verbundtheorie

Das im Anhang D2 der DIN 1052 [53] aufgeführte Verfahren entspricht der starren Verbundtheorie. Die Spannungen aus Plattenbeanspruchung werden unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Steifigkeiten und der Schichtung der Lagen bestimmt. Es wird vorausgesetzt, dass die Lagen in den jeweiligen Tragrichtungen starr miteinander verbunden sind, sodass nach der Bernoulli-Hypothese von einem ebenen Querschnitt ausgegangen werden kann.

#### 5.4.1.1 Plattenbeanspruchung

Die Ermittlungen der Schwerachse und der Steifigkeitsparameter bilden die Grundlage für die Spannungsberechnung (siehe Abschnitt 5.3.1). Die Schnittgrößen sind mittels Trägerrostberechnung bzw. Berechnung an Flächenelementen zu

bestimmen. Die Vorgehensweise bei der Spannungsermittlung wird im Folgenden nur in Haupttragrichtung erläutert. Das Vorgehen in Nebentragrichtung erfolgt analog.

- Biegespannungen aus Biegemoment  $m_x$  um y-Achse:

$$\sigma_x = E_x(z) \cdot \frac{m_x}{B_x} \cdot z$$

$E_x(z)$ : E-Modul an der Stelle  $z$   
 $B_x$ : Biegesteifigkeit in x-Richtung

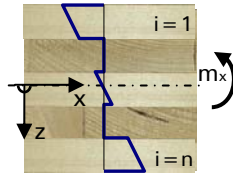


Abb. 5-14: Biegespannungsermittlung

- Schubspannungen aus Querkraft  $q_{xz}$ :

$$\tau_{xz} = \frac{ES_x}{B_x} \cdot V_{xz}$$

$ES_x$ : mit E-Modul gewichtetes statisches Moment

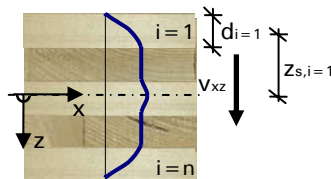


Abb. 5-15: Schubspannungsermittlung

Für das statische Moment  $ES_{x,i}$  nach DIN 1052 [53] gilt allgemein:

$$ES_x = \int_z^{d/2} E_x \cdot \bar{z} \cdot d\bar{z} \quad \text{mit } z \leq \bar{z} \leq d/2 \quad (5-23)$$

Damit betragen die statischen Momente der Schicht  $i$

an der Oberseite: 
$$ES_{x,i,o} = \sum_1^{i-1} (E_{x,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}) \quad (5-24)$$

in der Mitte: 
$$ES_{x,i,m} = \sum_1^{i-1} (E_{x,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}) + E_{x,i} \cdot d_i / 2 \cdot (z_{s,i} - d_i / 4) \quad (5-25)$$

an der Unterseite: 
$$ES_{x,i,u} = \sum_1^i (E_{x,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}) \quad (5-26)$$

- Schubspannung  $\tau_{xy}$  aus Verdrillung

$$\tau_{xy} = G_{xy}(z) \cdot \frac{m_{xy}}{B_{xy}} \cdot z$$

$G_{xy}(z)$ : Schubmodul an der Stelle  $z$   
 $B_{xy}$ : Drillsteifigkeit

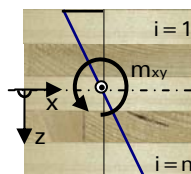


Abb. 5-16: Schubspannung aus Verdrillung

**Anmerkung:** Der dargestellte Spannungsverlauf ergibt sich bei Verwendung identischer Brettware und dem damit verbundenen gleichen Schubmodul  $G_{xy}$  in allen Lagen.

Hinweis: Das Verfahren der starren Verbundtheorie wird im Beispiel 5-3 auf Seite 111 für die Spannungsermittlung eines Einfeldträgers unter Gleichlast angewendet.

### 5.4.1.2 Scheibenbeanspruchung

Bei Scheibenbeanspruchung müssen in der xy-Ebene folgende Spannungen berücksichtigt werden.

- Normalspannungen aus Normalkraft  $n_x$  in x-Richtung:

$$\sigma_{x,i} = E_{x,i} \cdot \frac{n_x}{D_x} \quad (5-27)$$

- Schubspannungen aus Schubkraft  $n_{xy}$  in der xy-Ebene:

$$\tau_{xy,i} = G_{xy,i} \cdot \frac{n_{xy}}{D_{xy}} \quad (5-28)$$

- Torsionsmoment  $M_\varphi$  eines Kreuzungspunktes aus der Schubkraft  $n_{xy}$ :

$$M_\varphi = n_{xy} \cdot e_x \cdot e_y \quad (5-29)$$

$n$ : Anzahl der Lagen

$e_x$  bzw.  $e_y$ : Abstand der Brettfugen (siehe Abb. 5-12)

## 5.4.2 Verfahren der Schubanalogie

Mit Hilfe des im Anhang D3 der DIN 1052 [53] verankerten Verfahrens der Schubanalogie können die Spannungen in den einzelnen Schichten, unter Berücksichtigung der Schubverformung sowie des nachgiebigen Verbundes, in den jeweiligen Tragrichtungen bestimmt werden. Die prinzipielle Vorgehensweise ist in Abschnitt 3.2.2 erläutert.

### 5.4.2.1 Plattenbeanspruchung

Um Spannungen aus Plattenbeanspruchungen zu ermitteln, muss zunächst der Brettsperrholzquerschnitt in den ideellen Rechenquerschnitt transformiert werden. Grundlage für die Transformation bilden die einzelnen Steifigkeitswerte des Brettsperrholzquerschnittes, deren Ermittlung in Abschnitt 5.3.1 beschrieben ist.

- Ideelles System

Die Steifigkeiten des ideellen Rechenquerschnitts sind in nachfolgender Tabelle enthalten.

Tabelle 5-2: Steifigkeiten des ideellen Rechenquerschnitts

		x-Richtung	y-Richtung
Ebene A (Eigenanteile)	Biegesteifigkeit	$B_{A,x}$	$B_{A,y}$
	Schubsteifigkeit	$S \rightarrow \infty$	$S \rightarrow \infty$
Ebene B (Steineranteile)	Biegesteifigkeit	$B_{B,x}$	$B_{B,y}$
	Schubsteifigkeit	$S_{xz}$	$S_{yz}$

Die drei Weggrößen der beiden Ebenen müssen starr miteinander gekoppelt sein. Dies kann mittels starrer Pendelstäbe oder programmspezifischer Kopplbedingungen (Knotenkopplung etc.) erfolgen. Die Belastungen und Auflagerbedingungen des tatsächlichen Systems werden auf das ideelle System übertragen. Am ideellen System werden die für die Spannungsermittlung notwendigen Schnittgrößen der Ebene A und B berechnet.

• Längsspannungen

Die Längsspannungen setzen sich aus den Biegespannungen resultierend aus den Biegemomenten der Ebene A sowie den Normalspannungen aufgrund der Biegemomente der Ebene B zusammen.

Biegespannung (Eigenanteile) + Normalspannung (Steineranteile) => Längsspannungen

$$\sigma_{A,x,i} = \sigma_{m,x,i} = E_{x,i} \cdot \frac{m_{A,x}}{B_{A,x}} \cdot z_i \quad \sigma_{B,x,i} = \sigma_{c/t,x,i} = E_{x,i} \cdot \frac{m_{B,x}}{B_{B,x}} \cdot z_{s,i}$$

mit:  $z_i: -d_i/2 < z_i < d_i/2$   
 $z_{s,i}: \text{Schwerpunktstaband der einzelnen Lagen}$   
 $E_{x,i}: \text{E-Modul der Schicht } i$

Abb. 5-17: Längsspannungen in x-Richtung

• Schubspannungen

Die Querkraft  $v_{A,x}$  der Ebene A erzeugt parabelförmige Anteile, während die die Querkraft  $v_{B,x}$  der Ebene B lineare Verläufe hervorruft. In Abb. 5-18 sind die Schubspannungsverläufe dargestellt.

Eigenanteile + Steineranteile => Schubspannungen  $\tau_{xz}$

$$\tau_{A,xz,i} = v_{A,x} \cdot \frac{E_{x,i}}{B_{A,x}} \cdot \left( \frac{z_i^2}{2} - \frac{d_i^2}{8} \right) \quad \tau_{B,xz,i} = \frac{v_{B,x} \cdot E_{x,i}}{B_{B,x}} \cdot z_{s,i} \cdot \left( z_i + \frac{d_i}{2} \right) + \tau_i^0$$

mit:  $z_i: -d_i/2 < z_i < d_i/2$   
 $z_{s,i}: \text{Schwerpunktstaband der einzelnen Lagen}$   
 $E_{x,i}: \text{E-Modul der Schicht } i$

Abb. 5-18: Schubspannungen in x-Richtung

Die Schubspannungsanteile in der Schwerachse der Schicht i betragen:

$$\tau_{A,xz,i} = \frac{v_{A,x}}{B_{A,x}} \cdot E_{x,i} \cdot \frac{d_i^2}{8} \tag{5-30}$$

$$\tau_{B,xz,i} = \frac{v_{B,x}}{B_{B,x}} \cdot \left[ \sum_1^{i-1} (E_{x,i} \cdot z_{s,i} \cdot d_i) + E_{x,i} \cdot z_{s,i} \cdot d_i / 2 \right] \tag{5-31}$$

Da die Rollschubfestigkeit wesentlich geringer ist als die Schubfestigkeit in Faserlängsrichtung, ist in der Regel die Rollschubspannung der Querlagen maßgebend für die Bemessung. Die maximale Rollschubspannung kann bei Querlagen ohne Schmalseitenverklebung ausschließlich aus der Querkraft der Ebene B bestimmt werden. Vereinfacht darf daher nach Abs. D.3.3 der DIN 1052 [53] die maximale Schubspannung ermittelt werden zu:

$$\tau_{xz} = \frac{V_{B,x}}{a_x} = \tau_{R,xz} \quad \text{bzw.} \quad \tau_{yz} = \frac{V_{B,y}}{a_y} = \tau_{R,yz} \quad (5-32)$$

Weisen alle Schichten die gleiche Dicke  $d_i$  auf, so gilt für das Maß  $a_i$  in

- x-Richtung (parallel zu den Decklagen):  $a_x = (n - 1) \cdot d_i$
- y-Richtung (senkrecht zu den Decklagen):  $a_y = (n - 3) \cdot d_i$

mit  $n$ : Anzahl der Lagen

In Abhängigkeit der Anzahl der vorhandenen Lagen erreicht die Abschätzung unterschiedlich genaue Lösungen für die maximale Rollschubspannung. Wie Vergleichsrechnungen zeigen, liefert die Abschätzung für

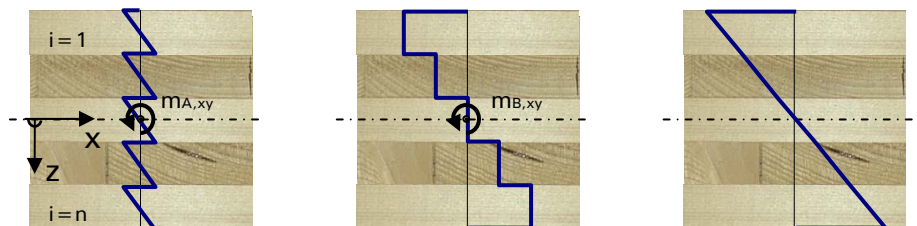
- $n \leq 5$       nahezu die exakte Lösung
- $n > 5$       bis zu 20% geringere Rollschubspannungen.

• Schubspannung  $\tau_{xy}$  aus Verdrillung

Ähnlich wie beim Biegespannungsverlauf erzeugen die Drillmomente der Ebene A in den Schichten linear verlaufende Anteile, wogegen die Schubspannungen resultierend aus den Steineranteilen in den jeweiligen Lagen konstant verlaufen.

Eigenanteile                    +                    Steineranteile                    => Schubspannungen  $\tau_{xy}$

$$\tau_{A,xy,i} = \frac{m_{A,xy}}{B_{A,xy}} \cdot G_{xy,i} \cdot (z_i - z_{s,i}) \quad \tau_{B,xy,i} = \frac{m_{B,xy}}{B_{B,xy}} \cdot G_{xy,i} \cdot z_{s,i}$$



$z_i$ :  $-d_i/2 < z_i < d_i/2$   
 $G_{xy,i}$ : Schubmodul Schicht  $i$   
 $B_{xy}$ : Drillsteifigkeit

Abb. 5-19: Schubspannungsverläufe aus Verdrillung

Hinweis: Das Verfahren der Schubanalogie wird im Beispiel 5-7 auf der Seite 125 für die Spannungsermittlung einer punktgestützten Brettsperrholzplatte verwendet.

**5.4.2.2 Scheibenbeanspruchung**

Unter Scheibenbeanspruchung ist die Vorgehensweise zur Berechnung der Normal- und Schubspannungen aus Gleitung in der xy-Ebene identisch mit der starren Verbundtheorie nach Abschnitt 5.4.1. Die Berechnungsgleichungen sind vollständigkeitshalber nachfolgend nochmals aufgeführt. Bei der Beanspruchung in den Kreuzungspunkten muss zwischen genageltem und geklebtem Brettsperrholz unterschieden werden.

• Normalspannungen aus Normalkraft  $n_x$  in x-Richtung:

$$\sigma_{x,i} = E_{x,i} \cdot \frac{n_x}{D_x} \quad (5-33)$$

- Schubspannungen aus Schubkraft  $n_{xy}$  in der  $xy$ -Ebene:

$$\tau_{xy,i} = G_{xy,i} \cdot \frac{n_{xy}}{D_{xy}} \tag{5-34}$$

- Bei geklebtem Brettsperrholz müssen die aus dem Torsionsmoment  $M_\phi$  resultierenden Beanspruchungen in den Kreuzungsflächen berücksichtigt werden. Das Torsionsmoment aus der Schubkraft  $n_{xy}$  beträgt je Kreuzungsfläche:

$$M_\phi = \frac{n_{xy} \cdot e_x \cdot e_y}{n - 1} \tag{5-35}$$

$n$ : Anzahl der Lagen

$e_x$  bzw.  $e_y$ : Abstand der Brettfugen (siehe Abb. 5-12)

- Bei genageltem Brettsperrholz müssen die Verbindungsmittel im Kreuzungspunkt auf das Torsionsmoment  $M_\phi$  bemessen werden. In diesem Fall beträgt das Torsionsmoment einer Kreuzungsfläche aus der Schubkraft  $n_{xy}$ :

$$M_\phi = K_{\phi,i} \cdot \frac{n_{xy} \cdot e_x \cdot e_y}{\sum K_{\phi,i}} \tag{5-36}$$

$K_{\phi,i}$ : Drehfedersteifigkeit in der Fuge

### 5.4.2.3 Schnittgrößen des ideellen Systems am Einfeldträger

Im Folgenden wird ein Verfahren aufgezeigt, das die Bestimmung der Schnittgrößen der ideellen Ebenen auch ohne Verwendung eines Statikprogramms ermöglicht. Es basiert auf der Ermittlung einer effektiven Biegesteifigkeit.

Bei einem Einfeldträger unter Sinuslast beträgt die Durchbiegung  $w$  in Feldmitte aus Biege- und Schubverformung:

$$w = \frac{p_0 \cdot l^4}{EI \cdot \pi^4} + \frac{p_0 \cdot l^2}{S \cdot \pi^2} \tag{5-37}$$

Unter der Voraussetzung, dass ein schubstarrer Ersatzstab die gleiche Verformung erfährt, kann die effektive Biegesteifigkeit  $efEI$  des Ersatzsystems ermittelt werden (siehe Abb. 5-20). Die effektive Biegesteifigkeit berechnet sich zu:

$$efEI = EI \cdot \frac{1}{1 + \frac{EI \cdot \pi^2}{S \cdot l^2}} \tag{5-38}$$

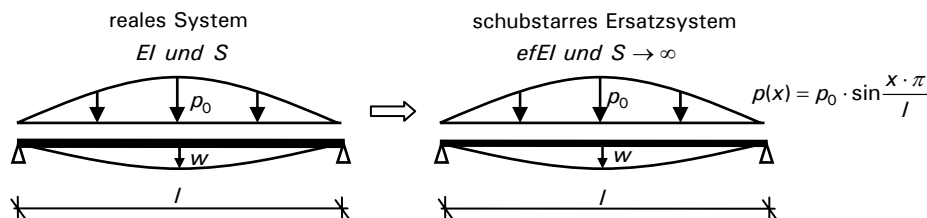


Abb. 5-20: Ermittlung der effektiven Biegesteifigkeit des Ersatzsystems

Überträgt man diese Vorgehensweise auf das ideale System nach dem Verfahren der Schubanalogie, so gelten die in Abb. 5-21 dargestellten Zusammenhänge.



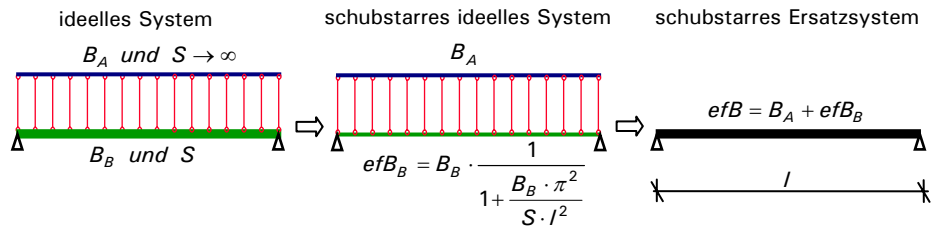


Abb. 5-21: Effektive Biegesteifigkeit des ideellen Systems

Für die Biegesteifigkeit des schubstarren Ersatzsystems gilt:

$$efB = B_A + efB_B = B_A + B_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{B_B \cdot \pi^2}{S \cdot I^2}} \tag{5-39}$$

Bei einem System, das aus zwei gekoppelten schubstarren Biegeträgern besteht, verteilen sich die Schnittgrößen im Verhältnis der Biegesteifigkeiten auf die einzelnen Träger. Gleiches gilt für das schubstarre ideale System. Somit können die Schnittgrößen  $m_d$  und  $v_d$  am Ersatzsystem bestimmt und über das Verhältnis der Biegesteifigkeiten den ideellen Ebenen zugeordnet werden. Die Schnittgrößen in den Ebenen betragen:

$$m_{A,d} = m_d \cdot \frac{B_A}{efB} \quad \text{bzw.} \quad v_{A,d} = v_d \cdot \frac{B_A}{efB} \tag{5-40}$$

$$m_{B,d} = m_d \cdot \frac{efB_B}{efB} \quad \text{bzw.} \quad v_{B,d} = v_d \cdot \frac{efB_B}{efB} \tag{5-41}$$

Die Rückrechnung der Schnittgrößen der ideellen Ebenen auf die Spannungen in den einzelnen Lagen erfolgt analog zur Vorgehensweise der Schubanalogie (siehe vorherige Abschnitte 5.4.2.1 und 5.4.2.2)

Für bis zu dreiteilige symmetrische Querschnittsaufbauten stimmt die effektive Biegesteifigkeit mit der nach dem  $\gamma$ -Verfahren ermittelten effektiven Biegesteifigkeit überein. Demnach gilt für ein fünfplagiges Brettsperrholz, dessen Einzellamellen nicht an den Schmalseiten miteinander verklebt sind und somit in Haupttragrichtung ebenfalls einen dreiteiligen symmetrischen Querschnitt aufweist:

$$efB = B_A + efB_B = B_A + B_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{B_B \cdot \pi^2}{S \cdot I^2}} = EI_A + a^2 \cdot \frac{EA_A \cdot \gamma_1 \cdot EA_B}{EA_A \cdot \gamma_1 + EA_B} = efEI \tag{5-42}$$

efEI bzw. efB nach Schubanalogie
efEI nach  $\gamma$ -Verfahren

Dies zeigt, dass diese Vorgehensweise für einen Einfeldträger unter sinusförmiger Belastung und einem symmetrischen fünfplagigen Brettsperrholzquerschnitt (ohne Schmalseitenverklebung) mit der theoretisch exakten Lösung nach dem  $\gamma$ -Verfahren übereinstimmt. Für den baupraktisch relevanten Fall eines Einfeldträgers unter Gleichlast werden auch für mehrschichtige Elemente gute Näherungen erzielt. Es gelten die gleichen Anwendungsgrenzen wie für das  $\gamma$ -Verfahren.

## 5.5 Plattenbeanspruchung

### 5.5.1 Nachweise nach DIN 1052 [53]

#### 5.5.1.1 Grenzzustand der Tragfähigkeit

Die Nachweise im Zustand der Tragfähigkeit für Flächentragwerke sind in Abschnitt 10.7 der DIN 1052 [53] enthalten. Es werden folgende Nachweise in jeder einzelnen Schicht gefordert:

- Längsspannungen bei kombinierter Platten- und Scheibenbeanspruchung

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (5-43)$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (5-44)$$

$\sigma_{c/t,0,d}$ : Schwerpunktsspannung der Schicht

$\sigma_{m,d}$ : Biegespannung der Schicht

- Längsspannungen bei reiner Plattenbeanspruchung (geklebtes BSP)

Gemäß den neuen bauaufsichtlichen Zulassungen für geklebtes Brettsperrholz sind beim Biegespannungsnachweis nur die Längsspannungen der Lamellen am Querschnittsrand nachzuweisen. Bei reiner Plattenbeanspruchung kann auf den Nachweis der Schwerpunktsspannung verzichtet werden. Somit gilt für den Nachweis:

$$\frac{\sigma_{c/t,0,d} + \sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (5-45)$$

- Schubspannungen

$$\left( \frac{\tau_d}{f_{v,d}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{drill,d}}{f_{v,d}} \right)^2 \leq 1 \quad (5-46)$$

$\tau_d$ : Schubspannung aus Querkraft  $v_x$  bzw.  $v_y$

$\tau_{drill,d}$ : Schubspannung aus Drillmoment  $m_{xy}$

- Beanspruchung rechtwinklig zur Faserrichtung und Rollschub

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{f_{t,90,d}} + \frac{\tau_{R,d}}{f_{R,d}} \leq 1 \quad (5-47)$$

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{f_{c,90,d}} + \frac{\tau_{R,d}}{f_{R,d}} \leq 1 \quad (5-48)$$

$\sigma_{c/t,90,d}$ : Druck- bzw. Zugspannung rechtwinklig zur Faserrichtung aus Biegung und Normalkraft

$\tau_{R,d}$ : Rollschubspannung

#### 5.5.1.2 Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sind gemäß Abs. 9.2 der DIN 1052 [53] folgende Verformungsnachweise zu führen.

- charakteristische (seltene) Bemessungssituation

$$w_{Q,inst} \leq l / 300 \quad (\text{Kragträger } l_k/150) \quad (5-49)$$

$$w_{fin} - w_{G,inst} \leq l / 200 \quad (\text{Kragträger } l_k/100) \quad (5-50)$$

$$\text{mit } w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) + w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{def}) \quad (5-51)$$

- quasi-ständige Bemessungssituation

$$w_{fin} - w_0 \leq l / 200 \quad (\text{Kragträger } l_k/100) \quad (5-52)$$

$$\text{mit } w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) + \psi_{2,1} \cdot w_{Q,inst} \cdot (1 + k_{def}) \quad (5-53)$$

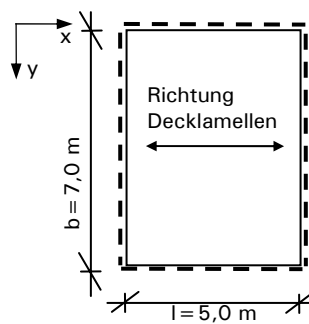
Bei den Verformungsberechnungen sind die Anteile der Schubverformung zu berücksichtigen.

Für Brettsperrholzdecken unter Wohnräumen gilt die Begrenzung der Durchbiegung aus ständiger und quasi-ständiger Belastung ( $w_{G,inst} + \psi_{2,1} \cdot w_{Q,inst}$ ) auf 6,0 mm. Die besonderen Untersuchungen zum Schwingungsverhalten sind in Abschnitt 3.3 auf Seite 21 aufgeführt. Um den Einfluss der Schubverformung zu berücksichtigen, sind bei Einfeldträgern für die Schwingungsuntersuchungen folgende Steifigkeitswerte zu verwenden:

$$EI_I = efB_x = B_{A,x} + efB_{B,x} = B_{A,x} + B_{B,x} \cdot \frac{1}{1 + \frac{B_{B,x} \cdot \pi^2}{S_x \cdot l^2}} \quad (5-54)$$

$$EI_B = efB_y = B_{A,y} + efB_{B,y} = B_{A,y} + B_{B,y} \cdot \frac{1}{1 + \frac{B_{B,y} \cdot \pi^2}{S_y \cdot b_{Decke}^2}} \quad (5-55)$$

### Beispiel 5-2: BSP-Deckenelement, allseitig gelagert, Schwingungsnachweis



Fünfschichtplatte:

- geklebt BSP (keine Schmalseitenverklebung)
  - schwimmender Estrich
  - Belastung  $g_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$   
 $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$
  - Kombinationsbeiwert  $\psi_{2,1} = 0,3$
  - Lamellengüte C 24
  - Elementdicke  $d = 0,135 \text{ m}$
  - Dicke der Einzellage  $d_i = 0,027 \text{ m}$
- — gelenkige Lagerung

Abb. 5-22: Systemangaben

### Materialkenngrößen und Steifigkeiten

Tabelle 5-3: Materialkenngrößen der einzelnen Lagen

Schicht i	$d_i$ [mm]	$E_{x,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{y,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{xz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{yz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
1,3,5	27	11000	0	690	69
2,4	27	0	11000	69	690

Tabelle 5-4: Steifigkeiten nach Abschnitt 5.3.1

x-Richtung		y-Richtung		Einheit
$B_{A,x}$	0,054	$B_{A,y}$	0,036	[MNm <sup>2</sup> /m]
$B_{B,x}$	1,732	$B_{B,y}$	0,433	[MNm <sup>2</sup> /m]
$S_x$	13,549	$S_y$	6,775	[MN/m]

Die Steifigkeiten für die Schwingungsuntersuchung betragen in

- Haupttragrichtung

$$EI_I = efB_x = B_{A,x} + B_{B,x} \cdot \frac{1}{1 + \frac{B_{B,x} \cdot \pi^2}{S_x \cdot l^2}} = 0,054 + 1,732 \cdot \frac{1}{1 + \frac{1,732 \cdot \pi^2}{13,549 \cdot 5^2}}$$

$$EI_I = 1,70 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

- Nebentragrichtung

In Nebentragrichtung weist die BSP-Decke lediglich eine wirksame Elementdicke  $d'$  von  $d' = 3 \cdot d_i = 0,081$  m auf. Dies führt zu einem Verhältnis der Spannweite  $b$  und der wirksamen Elementdicke  $d'$  von  $b/d' > 80$ . Es handelt sich in Nebentragrichtung um einen sehr schlanken Träger, sodass die Schubverformung in dieser Richtung vernachlässigt werden kann. Somit gilt:

$$EI_B = B_{A,y} + B_{B,y} = 0,036 + 0,433 = 0,469 \text{ MNm}^2 \text{ m}$$

### Verformungsbegrenzung

Die Durchbiegung  $w_{q-s}$  aus ständiger und quasi-ständiger Belastung berechnet sich zu:

$$w_{q-s} = q_{q-s} \cdot \frac{5 \cdot l^4}{384 \cdot EI_I} = (g_k + \psi_{2,1} \cdot q_k) \cdot \frac{5 \cdot l^4}{384 \cdot EI_I}$$

$$w_{q-s} = (2,0 + 0,3 \cdot 2,0) \cdot \frac{5 \cdot 5,0^4}{384 \cdot 1,70} = 12,4 \text{ mm} > 6,0 \text{ mm}$$

= > besondere Untersuchungen erforderlich!

Anmerkung: Aufgrund der großen Schlankheit in Querrichtung wird der Einfluss der allseitigen Lagerung bei der Durchbiegungsermittlung vernachlässigt.

### Beiwertermittlung für besondere Untersuchungen

- Masse  $m$

$$m = (g_k + \psi_{2,1} \cdot q_k) \cdot 100 \text{ kg / kN} = 260 \text{ kg / m}^2$$

- Grundfrequenz  $f_0$  eines Balkens

$$f_0 = k_f \cdot \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{EI_I}{m}} = 1,0 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 5,0^2} \cdot \sqrt{\frac{1,70 \cdot 10^6}{260}} = 5,08 \text{ Hz}$$

Für Einfeldträger gilt:  $k_f = 1,0$

- Beiwert  $\alpha$  zur Berücksichtigung der Plattentragwirkung

$$\alpha = \frac{b}{l} \cdot \sqrt[4]{\frac{EI_I}{EI_B}} = \frac{7,0}{5,0} \cdot \sqrt[4]{\frac{1,70}{0,469}} = 1,93$$

- Grundfrequenz  $f_1$  der Decke

$$f_1 = f_0 \cdot \sqrt{1 + 1/\alpha^4} = 4,65 \cdot \sqrt{1 + 1/1,93^4} = 5,26$$

- Dämpfungsmaß  $\xi$

Mohr [21] ermittelte im Rahmen von Messungen an einer vergleichbaren Brettsperrholzdecke ein Dämpfungsmaß von  $\xi \geq 0,036$ . Daher erscheint es gerechtfertigt, das Dämpfungsmaß gemäß SIA 265 [7] für Decken mit schwimmendem Estrich von  $\xi = 0,02$  zu verwenden. Weitere Informationen zum Schwingungsverhalten von Deckensystemen werden in einem derzeit laufenden Forschungsvorhaben gewonnen [8].

### Geschwindigkeit Fersenauftritt ( $I = 55 \text{ Ns}$ , $t_i = 0,05 \text{ s}$ )

$$v = \frac{950}{f_0 \cdot m \cdot l^2} \cdot \sqrt[4]{\frac{EI_I}{EI_B}} = \frac{950}{5,08 \cdot 260 \cdot 5,0^2} \cdot \sqrt[4]{\frac{1,70}{0,469}} = 0,04 \text{ m / s}$$

$$\text{Grenzwert: } 6 \cdot b^{(f_1 \cdot \xi - 1)} = 6 \cdot 100^{(5,26 \cdot 0,02 - 1)} = 0,097 \text{ m / s}$$

$$\text{Nachweis: } v = 0,040 \text{ m / s} < 6 \cdot b^{(f_1 \cdot \xi - 1)} = 0,097 \text{ m / s}$$

**Beschleunigung, Resonanzuntersuchung**

$$a \approx \frac{56}{m \cdot b_{\text{Decke}} \cdot l} \cdot \frac{1}{\xi} = \frac{56}{260 \cdot 7,0 \cdot 5,0} \cdot \frac{1}{0,02} = 0,31 \text{ m/s}^2 > 0,10 \text{ m/s}^2$$

mit:

$$b_{\text{Decke}} = \min \left\{ b; l \cdot 3,0 \cdot 1 / \sqrt[4]{\frac{E I_l}{E I_b}} \right\} = \min \left\{ 7,0 \text{ m}; 5,0 \cdot 3,0 \cdot 1 / \sqrt[4]{\frac{1,70}{0,469}} = 10,9 \text{ m} \right\}$$

Der Grenzwert von  $a < 0,1 \text{ m/s}^2$  wird deutlich überschritten. Die Beschleunigung ist spürbar, aber nicht störend (Bereich  $0,35 \text{ m/s}^2 < a < 0,70 \text{ m/s}^2$ ). Obwohl die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit eingehalten sind, ist die Ausführung mit einer derart geringen Eigenfrequenz nicht zu empfehlen. Um das Schwingungsverhalten zu verbessern ist die Querschnittshöhe der Elemente zu erhöhen (Erhöhung der Anzahl der Lagen bzw. Erhöhung der Einzelschichtdicken).

**5.5.2 Einfeldträger unter Gleichlast**

Die Auswirkungen der Ersatzschubsteifigkeit auf die Längsspannungsverteilung in den Decklagen wurden an einem einachsigen gespannten Plattenelement unter Gleichlast nach dem Verfahren der Schubanalogie untersucht. Dabei wurde folgendes System betrachtet:

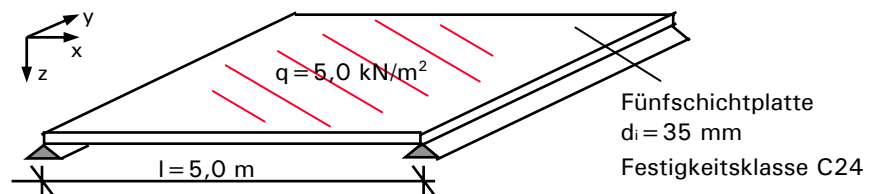


Abb. 5-23: System

Die Ermittlung der Biegesteifigkeit erfolgte gemäß Anhang D der DIN 1052 [53]. Im Rahmen der Berechnung wurde das System auf ein zweidimensionales Stabsystem reduziert. Für unterschiedliche fiktive Ersatzschubsteifigkeiten wurden die Schnittgrößen des ideellen Systems bestimmt und daraus auf die resultierenden Schwerpunkts- und Randspannung in den Decklagen rückgerechnet. Die Ersatzschubsteifigkeit wurde so variiert, dass das Spektrum zwischen dem losen Verbund bis hin zum annähernd starren Verbund der Lamellen in Spannrichtung abgedeckt war. In Abb. 5-24 sind zusätzlich die Bereiche eingezeichnet, in denen sich die Ersatzschubsteifigkeiten von genageltem und geklebtem Brettsperrholz bewegen.

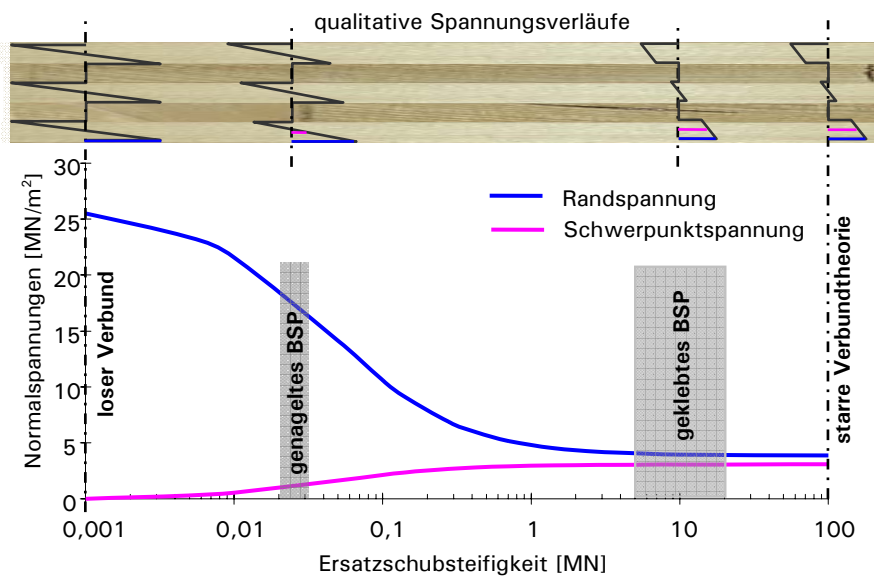


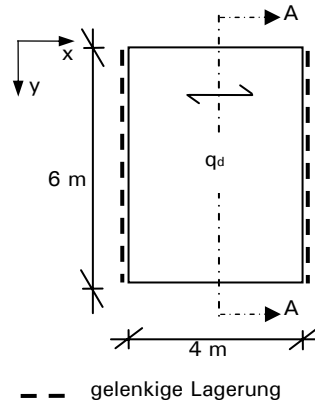
Abb. 5-24: Schwerpunkt- und Randspannung in Abhängigkeit der Ersatzschubsteifigkeit

Die Spannungsverläufe in Abb. 5-24 machen deutlich, dass die einzelnen Lagen der genagelten Brettsperrholzelemente einen nachgiebigen Verbund aufweisen. Die Bemessung dieser Elemente hat in jedem Fall unter Berücksichtigung der Schubverformung und des nachgiebigen Verbundes zu erfolgen. Eine Möglichkeit stellt das in Abschnitt 5.4.2 aufgeführte Verfahren der Schubanalogie dar.

Das Ergebnis zeigt, dass der Einfluss der Schubverformung bei geklebtem Brettsperrholz nur sehr geringen Einfluss auf die Spannungsverteilung in den Decklagen besitzt. Die Schwerpunkts- und Randspannungen stimmen annähernd mit denen der starren Verbundtheorie überein. Dies gilt jedoch nur für das hier betrachtete System des Einfeldträgers unter Gleichlast. Vergleichsrechnungen an unterschiedlichen Querschnittsaufbauten ergaben, dass ab einem Verhältnis der Spannweite  $l$  zur Elementdicke  $d$  von  $l/d \geq 20$  die Abweichungen der Randspannungen bei Vernachlässigung der Schubverformung unter 2% liegen. Gleiches kann aus den Untersuchungen von Guggenberger [23] abgeleitet werden. Im Rahmen von Untersuchungen hinsichtlich der Spannungs- und Verformungsrechnungen von Brettsperrholzplatten unter Biegebeanspruchungen, wertet Guggenberger die analytische Lösung einer Dreischichtplatte für unterschiedliche  $l/d$ -Verhältnisse aus und vergleicht die Schnitt- und Verformungsgrößen mit den Ergebnissen der starren Verbundtheorie. Auch die in [23] dargestellten Vergleiche zeigen, dass für baupraktisch relevante Abmessungen mit  $l/d \geq 20$  die starre Verbundtheorie ausreichend genaue Ergebnisse liefert.

Bei Einfeldsystemen unter Gleichlast mit  $l/d \geq 20$  können die Spannungen in den einzelnen Lagen von geklebten BSP-Elementen unter Vernachlässigung des Einflusses der Schubverformung bestimmt werden. Für Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sollten die Verformungen unter Verwendung der effektiven Steifigkeiten gemäß Abschnitt 5.4.2.3 ermittelt und dadurch der Einfluss der Schubverformung berücksichtigt werden. Bei Elementen mit  $l/d > 30$  liegt in der Regel der Anteil der Schubverformung an der Gesamtverformung unter 5%.

**Beispiel 5-3: BSP-Einfeldträger unter Gleichlast – starre Verbundtheorie**



- Fünfschichtplatte:
- geklebtes BSP (keine Schmalseitenverklebung)
  - Belastung  $q_d = 2,25 \text{ kN/m}^2$
  - NKL 1 und KLED „kurz“
  - Spannweite  $l = 4,00 \text{ m}$
  - Lamellengüte C 24
  - Elementdicke  $d = 0,15 \text{ m}$
  - Dicke der Einzellege  $d_i = 0,03 \text{ m}$
- Bemessungsfestigkeiten:
- $f_{m,d} = 16,61 \text{ MN / m}^2$
- $f_{v,d} = 1,38 \text{ MN / m}^2$
- $f_{R,d} = 0,69 \text{ MN / m}^2$

Abb. 5-25: Systemangaben und Materialkennwerte

- Materialkenngrößen und Steifigkeiten

Tabelle 5-5: Materialkenngrößen der einzelnen Lagen

Schicht i	$d_i$ [mm]	$E_{x,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{y,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{xz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{yz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
1,3,5	30	11000	0	690	69
2,4	30	0	11000	69	690

Tabelle 5-6: Steifigkeiten nach Abschnitt 5.3.1

x-Richtung		y-Richtung		Einheit
$B_{A,x}$	0,074250	$B_{A,y}$	0,049500	[MNm <sup>2</sup> /m]
$B_{B,x}$	2,376000	$B_{B,y}$	0,594000	[MNm <sup>2</sup> /m]
$S_x$	15,054545	$S_y$	7,527273	[MN/m]

- Schnittgrößen

$$m_{x,d} = q_d \cdot l^2 / 8 = 2,25 \cdot 4,0^2 / 8 = 4,5 \text{ kNm / m}$$

$$v_{x,d} = q_d \cdot l / 2 = 3,0 \cdot 4 / 2 = 4,5 \text{ kN / m}$$

- Biegerandspannung aus Biegemoment  $m_{x,d}$  um y-Achse:

$$\sigma_{x,d} = E_x(z) \cdot \frac{v_{x,d}}{B_x} \cdot z = 11000 \cdot \frac{4,5 \cdot 10^{-3}}{(0,074 + 2,38)} \cdot 0,15 / 2 = 1,52 \text{ MN / m}^2$$

Nachweis:  $\frac{\sigma_{x,d}}{k_l \cdot f_{m,d}} = \frac{1,52}{1,1 \cdot 16,61} = 0,08 \leq 1,0$

- Rollschubspannungen aus Querkraft  $v_{xz,d}$ :

Statisches Moment an der Oberseite der Querlage (i = 2)

$$ES_{x,2,o} = \sum_1^{i-1} (E_{x,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}) = 11000 \cdot 0,03 \cdot (-0,06) = -19,8 \text{ MNm / m}$$

$$\tau_{R,xz,d} = \frac{ES_{x,2,o}}{B_x} \cdot v_{xz,d} = \frac{-19,80}{(0,074 + 2,38)} \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} = -0,036 \text{ MN / m}^2$$

Nachweis:  $\frac{\tau_{R,xz,d}}{f_{R,d}} = \frac{0,036}{0,69} = 0,05 \leq 1,0$

- Schubspannungen aus Querkraft  $v_{xz,d}$  in der Mittellage:

Statisches Moment in der Schwerachse der Mittellage (i = 3)

$$ES_{x,3,m} = \sum_1^{i-1} (E_{x,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}) + E_{x,i} \cdot d_i / 2 \cdot (z_{s,i} - d_i / 4)$$

$$ES_{x,3,m} = 11000 \cdot 0,03 \cdot (-0,06) + 11000 \cdot 0,03 / 2 \cdot (0 - 0,03 / 4) = -21,04$$

$$\tau_{xz,d} = \frac{ES_{x,3,m}}{B_x} \cdot V_{xz,d} = \frac{-21,04}{(0,074 + 2,38)} \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} = -0,039 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\tau_{xz,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,039}{1,28} = 0,03 \leq 1,0$$

### 5.5.3 Tragverhalten in Querrichtung

#### 5.5.3.1 Streichlasten - Randlagerung parallel zur Haupttragrichtung

Brettsperrholzelemente werden aufgrund der deutlichen Steifigkeitsunterschiede in Haupt- und Nebentragrichtung in der Regel als einachsig gespannte Plattenstreifen bemessen. Dabei stimmt das Bemessungsmodell des einachsig gespannten Plattenstreifens häufig nicht mit den tatsächlich ausgeführten Randbedingungen überein. Denn aus konstruktiven Gründen werden die Elemente auch an den parallel zu den Decklamellen verlaufenden Plattenrändern aufgelagert. Für die Tragfähigkeit in Haupttragrichtung ist dies unproblematisch, da es durch die zweiachsige Lastabtragung zu einer Reduzierung der Beanspruchung kommt. Allerdings muss bei der Lastweiterleitung berücksichtigt werden, dass die Wandelemente, die der Deckenplatte parallel zu deren Decklamellen als Auflager dienen, aus dem zweiachsigen Tragverhalten Streichlasten erhalten. Zur Abschätzung dieser Streichlasten kann das in Abschnitt 4.4.2.3 vorgestellte Ersatzmodell eines einseitig unendlich langen, elastisch gelagerten Trägers verwendet werden. Dadurch lässt sich zudem die Querkraft und somit der maximale Rollschub in Nebentragrichtung ermitteln. Die Vorgehensweise wird anhand des nachfolgenden Beispiels einer dreiseitig gelagerten Fünfschichtplatte erläutert.

#### Beispiel 5-4: BSP-Deckenelement, dreiseitige Lagerung, Gleichlast

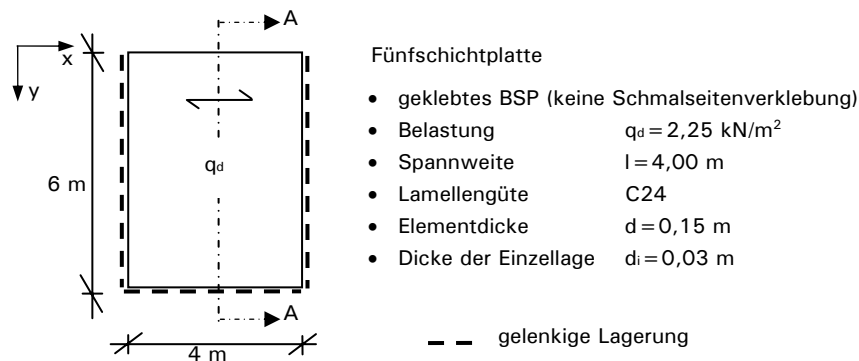


Abb. 5-26: Systemangaben

Steifigkeiten (siehe Beispiel 5-3)

$$B_x = 2,45 \text{ MNm}^2 / \text{m} \quad S_x = 15,05 \text{ MN} / \text{m}$$

$$B_y = 0,644 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

- Durchbiegungsermittlung

$$w_0 = \frac{5 \cdot q_d \cdot l^4}{384 \cdot B_x} + \frac{q_d \cdot l^2}{8 \cdot S_x} = \frac{5 \cdot 2,25 \cdot 4^4}{384 \cdot 2,45} + \frac{2,25 \cdot 4^2}{8 \cdot 15,05} = 3,36 \text{ mm}$$



- Ersatzsystem

$$k = \frac{\pi^4}{l^4} \cdot B_x = \frac{\pi^4}{4^4} \cdot 2,45 = 0,93 \text{ MN} / \text{m}^3$$

$$L = \frac{l}{\pi} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot B_y}{B_x}} = \frac{4}{\pi} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 0,644}{2,45}} = 1,29 \text{ m}$$

- Streichlasten  $p_{R,0,d}$  bzw. Querkraft  $v_{yz,d}$

$$p_{R,0,d} = v_{yz,d} = \frac{w_0 \cdot L \cdot k}{2} = \frac{3,36 \cdot 1,29 \cdot 0,93}{2} = 2,02 \text{ kN} / \text{m}$$

- Rollschubspannung

Gemäß der Schubanalogie resultiert die Rollschubspannung ausschließlich aus der Querkraft des Trägers B. Zur Abschätzung kann anstelle der Querkraft des Trägers B die Gesamtquerkraft in Nebentragsrichtung, also die maximale Auflagerkraft, verwendet werden. Damit gilt für den Rollschub  $\tau_{R,y,d}$

$$\tau_{R,y,d} = \frac{v_{yz,d}}{a_y} = \frac{2,02 \cdot 10^{-3}}{0,06} = 0,03 \text{ MN} / \text{m}^2$$

Eine Trägerrostberechnung liefert den in Abb. 5-27 dargestellten Querkraftverlauf. Die aus der Ebene A und B ermittelte Gesamtquerkraft in Nebentragsrichtung beträgt  $v_{yz,d} = 1,70 \text{ kN/m}$ . Die aus der Abschätzung ermittelten Werte weisen somit eine Abweichung von ca. 18% auf der sicheren Seite liegend auf. Die Abweichung resultiert aus der Berücksichtigung der Schubsteifigkeit in der Trägerrostberechnung im Gegensatz zum schubstarreren Ersatzsystem. Dadurch wird das System in Nebentragsrichtung „weicher“ und zieht folglich geringere Lasten an.

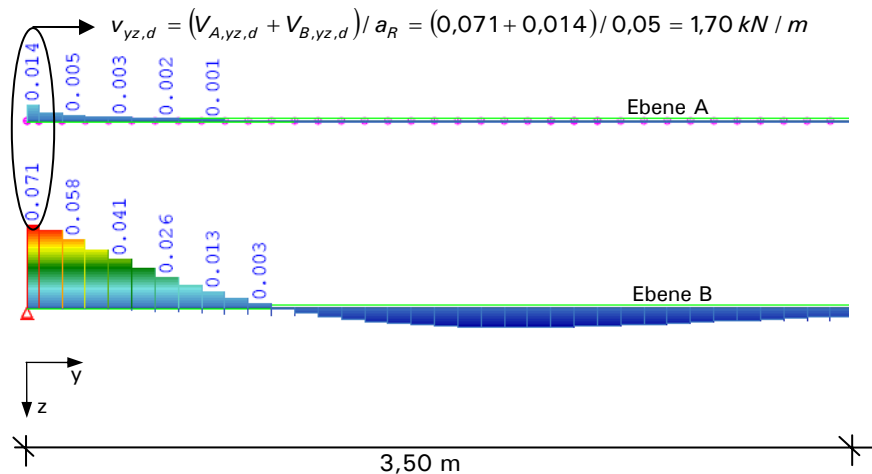


Abb. 5-27: Querkraftverlauf im Schnitt A-A

### 5.5.3.2 Fugenbeanspruchung

Aus Transportgründen werden Brettsperrholzdecken vorelementiert auf die Baustelle geliefert. Die Fügung der einzelnen Elemente zu Decken gewünschter Breite erfolgt vor Ort. Die Elementstöße müssen dabei so ausgeführt sein, dass sowohl eine Scheibentragwirkung zur Gebäudeaussteifung gewährleistet ist, aber auch Lasten in Nebentragsrichtung übertragen werden können. Die Übertragung der Lasten in Querrichtung ist notwendig, um unter Teilflächenbelastung Höhenversätze der einzelnen Elemente zu vermeiden. Für den kraftschlüssigen Verbund greifen die Hersteller vor allem auf Nut-Feder Systeme und Deckleisten in Verbindungen an.

dung mit Vollgewindeschrauben zurück. In Abb. 5-28 sind verschiedene Varianten aufgeführt.

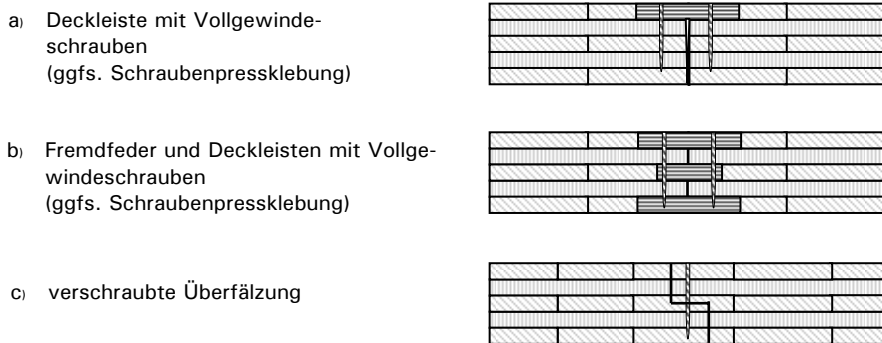


Abb. 5-28: Varianten der Fugenausbildung

Die Beanspruchung in der Stoßfuge, die sich aus einer Teilflächenbelastung einstellt, kann nach dem gleichen Verfahren bestimmt werden, das bei Stoßfugen in Brettstapelelementen Anwendung findet. Das Ersatzmodell bildet ein beidseitig unendlich langer, elastisch gebetteter Träger. Nähere Angaben zur Herleitung des Verfahrens sind in Abschnitt 4.4.2.5 enthalten. Die Berechnung erfolgt analog zur Randlagerung, allerdings darf die Durchbiegung  $w_0$  nur mit dem halben Wert der Nutzlasten ermittelt werden. Grund dafür ist, dass die feldweise Belastung in zwei unterschiedliche Lastfälle unterteilt werden kann, deren Superposition dem Endzustand entspricht (siehe Abb. 4-37).

### Beispiel 5-5: BSP-Deckenelement, Fugenbeanspruchung - Teilflächenlast

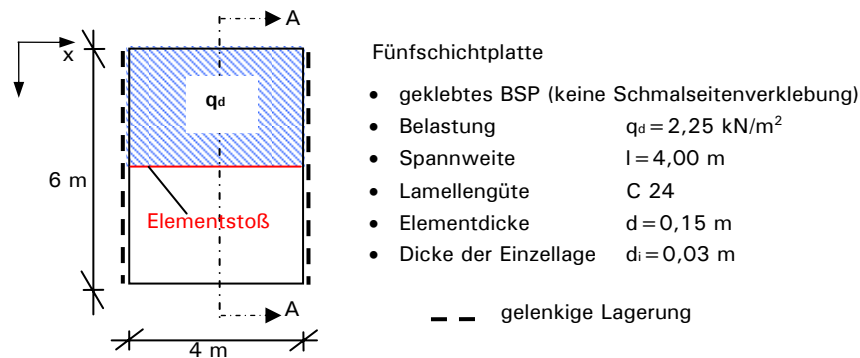


Abb. 5-29: Systemangaben

Die Spannweite und der Querschnittsaufbau entsprechen dem System aus Beispiel 5-4. Daher werden die Steifigkeiten sowie die Kennwerte der elastischen Bettung des Ersatzsystems aus Beispiel 5-4 übernommen.

- Durchbiegungsermittlung für  $q_d/2$

$$w_{0(q_d/2)} = 0,5 \cdot w_{0(q_d)} = 0,5 \cdot 3,36 = 1,68 \text{ mm} \quad (\text{siehe Beispiel 5-4})$$

- Querkraft  $v_{yz,d}$

$$v_{yz,d} = \frac{w_{0(q_d/2)} \cdot L \cdot k}{2} = \frac{1,68 \cdot 1,29 \cdot 0,93}{2} = 1,01 \text{ kN/m}$$

Die in der Elementfuge wirkende Querkraft beträgt bei einer Berechnung an einem Trägerrostmodell  $v_{yz,d} \approx 0,80 \text{ kN/m}$  (siehe Abb. 5-30). Die Abschätzung kann also

auch zur Ermittlung der Fugenbeanspruchung unter Teilflächenlast auf der sicheren Seite liegend verwendet werden.

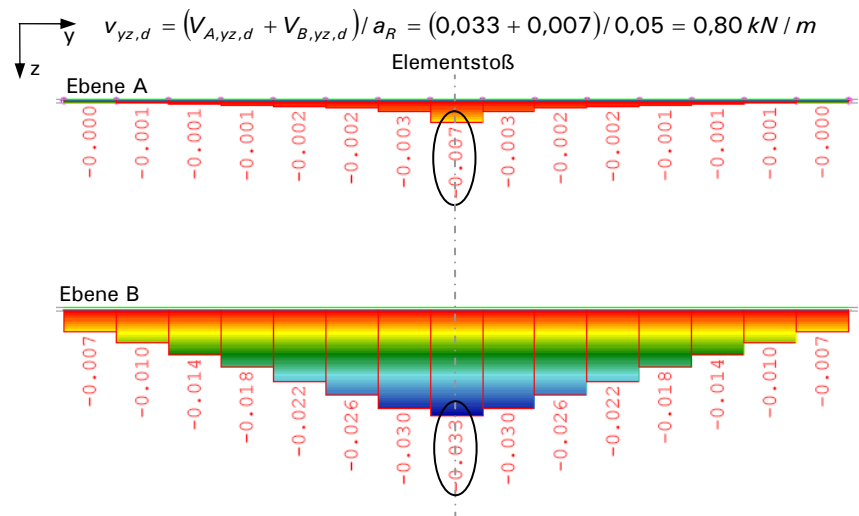


Abb. 5-30: Querkraftverlauf im Schnitt A-A

#### 5.5.4 Einzellast

Wie nachfolgende Untersuchungen zeigen, stellt sich bei Beanspruchungen aus Einzellasten lokal ein schubweiches Tragverhalten ein, sodass die Schubverformung und der nachgiebige Verbund der einzelnen Lagen bei der Spannungs- und Verformungsermittlung berücksichtigt werden müssen.

##### 5.5.4.1 Vergleich SA mit FEM-Scheibenelemente

Die Auswirkungen der Ersatzschubsteifigkeit auf die Spannungsverteilung im Bereich konzentrierter Lasteinleitung wurden anhand einer Berechnung nach dem Verfahren der Schubanalogie (SA) sowie mittels einer Berechnung an FEM-Scheibenelementen untersucht. Die Betrachtung erfolgte an einem fünflagigen BSP-Balken-Element ( $b = 1,0 \text{ m}$ ), das einachsrig spannt und mit einer Einzellast in Feldmitte belastet ist. Die Dicke der einzelnen Lagen beträgt  $30 \text{ mm}$  und die Lamellen besitzen die Materialkennwerte von C 24. Der Berechnung lag ein zweidimensionales Ersatzmodell zugrunde.

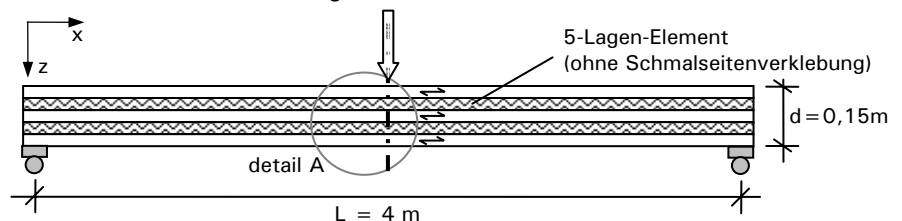


Abb. 5-31: Einfeldbalken unter Einzellast

Zunächst wurde eine linear elastische FEM-Scheibenberechnung mit dem Programm Sofistik durchgeführt. Die finiten Elemente wurden manuell mittels „quad“-Elementen vernetzt. Die Auswertung der Spannungen erfolgte in einer Reihe von Schnitten im Einflussbereich der Lasteinleitung. Parallel wurden die Schnittgrößen am Ersatzmodell gemäß der Schubanalogie ermittelt und auf die Spannungen in den einzelnen Lagen rückgerechnet. Nachfolgende Abbildung zeigt die Biegespannungsverläufe der beiden Berechnungen. Es ist zu beachten, dass für eine übersichtliche Darstellung ein verzerrter Maßstab gewählt wurde.

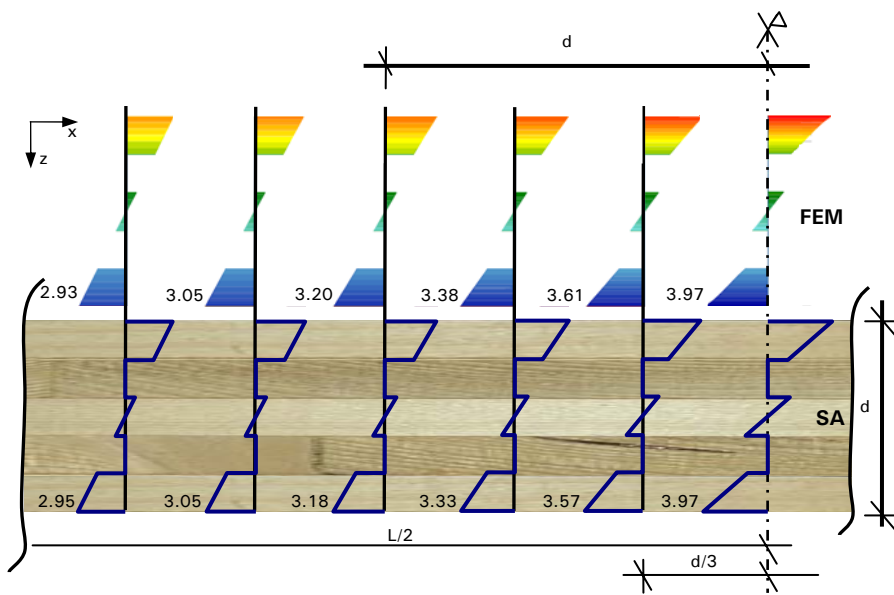


Abb. 5-32: Längsspannungsverteilung in verschiedenen Schnitten [MN/m<sup>2</sup>]

Die Abweichungen zwischen den Ergebnissen der Schubanalogue und der Scheibenberechnung liegen unter zwei Prozent. Im unmittelbaren Bereich der Lasteinleitung ist der Einfluss der Schubverformung der Querlagen ersichtlich. Es kann nicht nach der Bernoulli-Hypothese von einem ebenen Querschnitt ausgegangen werden und es kommt lokal zu Spannungsspitzen der Randspannung. Dieser Einfluss klingt jedoch rasch ab. Der Spannungsverlauf im äußersten Schnitt (ca.  $5/3 \cdot d$  von der Systemmitte/Lasteinleitung entfernt) weist bereits einen annähernd ebenen Verlauf auf, sodass hier auch die starre Verbundtheorie ausreichend genaue Ergebnisse liefert.

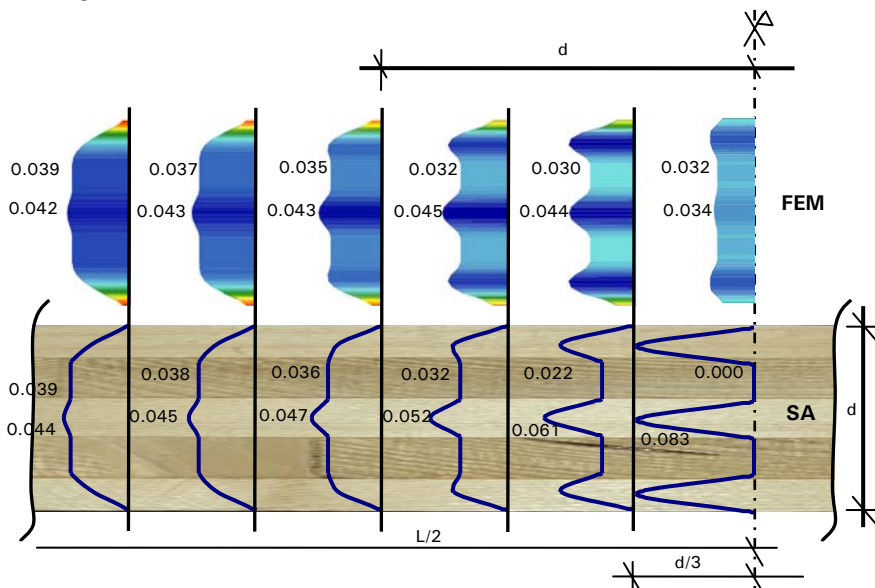


Abb. 5-33: Schubspannungsverteilung in verschiedenen Schnitten [MN/m<sup>2</sup>]

Vergleicht man die Schubspannungsverläufe, die sich nach den jeweiligen Berechnungsverfahren ergeben, so weisen die Verteilungen qualitative Ähnlichkeiten auf. Ausnahme bilden die Spannungsverläufe im Schnitt unmittelbar neben der Lasteinleitung. Dieser Unterschied resultiert aus der Modellierung der Lasteinleitung der FEM-Scheibenberechnung. Um Extremwerte bei der Normalspannungsverteilung zu vermeiden, erfolgte die Belastung über die auf der Mittelachse

liegenden Elementknoten durch Einzellasten (siehe Abb. 5-34). Folglich erzeugt die kontinuierliche Lasteinleitung in diesem Bereich einen annähernd konstanten Schubspannungsverlauf.

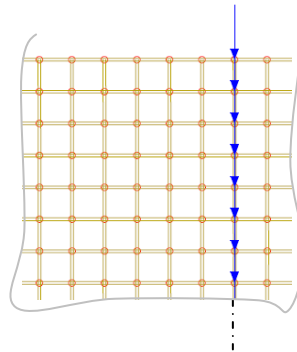


Abb. 5-34: Modellierung der Lasteinleitung

Im Gegensatz dazu, tritt die Schubspannung nach dem Verfahren der Schubanalogie nur in den zur Spannrichtung parallelen Lagen auf. Dies muss nach der Theorie so sein, da gemäß der Schubanalogie der Träger A schubsteif ist und die Schubverformung des Querschnittes nur durch den Träger B wiedergegeben wird. Die Schubanalogie kann im unmittelbaren Lasteinleitungsbereich also nicht den tatsächlichen Schubspannungsverlauf wiedergeben. Doch bereits im Abstand  $d$  von der Lasteinleitung liegt der Unterschied der Rollschubspannungen, die in der Regel für die Bemessung maßgebend sind, unter 3 %.

Die Betrachtungen zeigen, dass am Ort der konzentrierten Lasteinleitung aufgrund der Schubverformung Spannungsspitzen bei den Längsspannungen auftreten. Diese können rechnerisch nur unter Berücksichtigung der Schubverformung erfasst werden. Die für die Schubbemessung maßgebende Rollschubspannung erreicht erst in einem gewissen Abstand von der Lasteinleitung ihren Maximalwert.

#### 5.5.4.2 Berücksichtigung der Schubverformung mittels Beiwert $k_{SA}$

Um Erkenntnisse über den Einfluss der Schubverformung auf den Zuwachs der Normalspannungen im Lasteinleitungsbereich zu gewinnen, wurden Vergleichsrechnungen an Einfeldträgern mit Einzellasten in Feldmitte durchgeführt. Dabei wurden die Spannungen gemäß der starren Verbundtheorie ( $\sigma_{VT}$ ) mit denen gemäß der Schubanalogie ( $\sigma_{SA}$ ) verglichen. Es handelte sich stets um symmetrische Querschnitte mit konstanter Dicke  $d_i$  der Einzellagen. Die variierenden Parameter waren das Verhältnis  $l/d$  aus Spannweite  $l$  zu Plattendicke  $d$  sowie die Anzahl der Lagen  $n$ . Aus den Ergebnissen wurde der Beiwert  $k_{SA}$  ermittelt, der das Verhältnis der Spannungen nach den unterschiedlichen Berechnungsmethoden beschreibt.

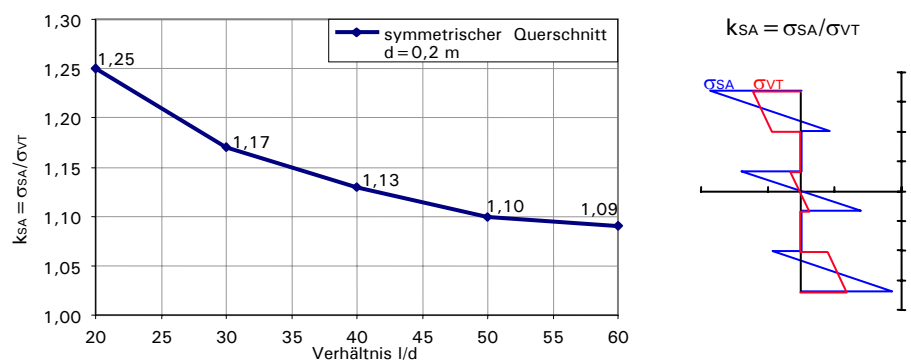


Abb. 5-35: Beiwert  $k_{SA}$

Der in Abb. 5-35 dargestellte Verlauf des Beiwertes  $k_{SA}$  in Abhängigkeit des  $l/d$ -Verhältnisses wurde für eine Plattendicke von 200 mm ermittelt. Vergleichsrechnungen zeigen, dass sich generell mit abnehmender Plattendicke geringfügig kleinere Verhältniswerte ergeben. Außerdem stellt das Verhältnis von Spannweite zu Elementdicke den entscheidenden Einflussparameter dar. Die Anzahl der Schichten spielt bei symmetrischen Querschnitten nur eine untergeordnete Rolle. Der Beiwert  $k_{SA}$  in Abb. 5-35 beschreibt die Zunahme der Randspannungen aufgrund des lokal schubweichen Tragverhaltens. Er ermöglicht, ohne ein Statikprogramm zu verwenden, die Berechnung der Randspannungen unter Berücksichtigung der Schubverformung. Dazu müssen die Randspannungen nach der starren Verbundtheorie ermittelt und anschließend mit dem Beiwert  $k_{SA}$  multipliziert werden:

$$\sigma_{SA} = \sigma_{VT} \cdot k_{SA} \quad (5-56)$$

Da das zuvor beschriebene Verfahren an einem Ersatzmodell mit einachsiger Lastabtragung abgeleitet wurde, ist es nur anwendbar auf Systeme und Belastungen, die auf ein zweidimensionales System reduziert werden können. Dies gilt beispielsweise für ein Deckenelement mit einer Linienlast senkrecht zu den Decklamellen. Treten jedoch Einzellasten auf flächigen BSP-Elementen auf, so kann aufgrund der zweiachsigen Lastabtragung die Reduktion des Systems nur unter Ansatz einer mitwirkenden Breite erfolgen. Zu mitwirkenden Breiten von Brettsperrholzelementen sind derzeit keine ausreichenden Untersuchungen bekannt. Vereinfacht kann die mitwirkende Breite  $b_{w,middle}$  durch den Ansatz eines Lastausbreitungswinkels  $\beta$  aus den geometrischen Randbedingungen abgeleitet werden. Dieses Vorgehen ist in Abschnitt 4.4.3.1 für Brettstapelelemente erläutert und kann analog für Brettsperrholzelemente angewendet werden.

Für den Lastausbreitungswinkel in den einzelnen Lagen eines Brettsperrholzquerschnitts gilt gemäß Tabelle 4 der DIN 1074 [56]:

- Parallel zur Faserrichtung  $\beta_{\parallel} = 45^\circ$
- Senkrecht zur Faserrichtung  $\beta_{\perp} = 15^\circ$

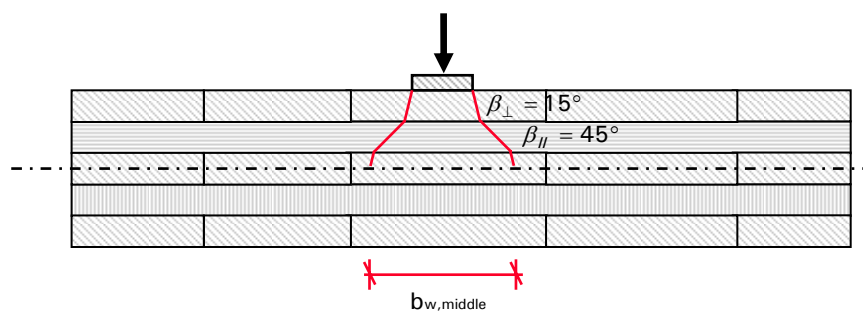


Abb. 5-36: Ermittlung der mitwirkenden Breite  $b_{w,middle}$

Gegebenenfalls können, wie in Abschnitt 4.4.3.1 gezeigt, Deckenaufbauten bei der Ermittlung der mitwirkenden Breite einbezogen werden. Auch für Brettsperrholzkonstruktionen ergeben sich bei Trägerrostberechnungen geringere Beanspruchungen als nach der vereinfachten Methode unter Ansatz der mitwirkenden Breite. Sind die Spannungsnachweise unter Verwendung von  $b_{w,middle}$  also nicht eingehalten, so empfiehlt sich, genauere Betrachtungen mit Trägerrostsimulationen durchzuführen.

### 5.5.4.3 Simulationsberechnung zu Bauteilversuchen der EMPA [24]

Der Vergleich der Berechnungsmethoden in Abschnitt 5.5.4.1 belegt, dass die Schubanalogie bei einachsiger Lastabtragung für Beanspruchungen aus Einzellasten gute Ergebnisse erzielt. Die folgenden Simulationsberechnungen zu experimentellen Untersuchungen an Dreischichtplatten zeigen, dass die Schubanalogie ebenfalls ein probates Mittel darstellt, das räumliche Tragverhalten von Brettsperholzelementen bei punktförmigen Belastungen zu erfassen.

Im Rahmen von Versuchen an Dreischichtplatten wurden von Czaderski [24] allseitig gelagerte Prüfkörper durch zentrische Einzellasten beansprucht. Die quadratischen Plattenelemente besaßen eine Kantenlänge von 2,50 m. Während die Decklagen Schichtdicken von 10 mm aufwiesen, war die Mittellage 50 mm stark. In nachfolgender Abbildung ist der Versuchsaufbau für die zentrische Belastung skizziert.

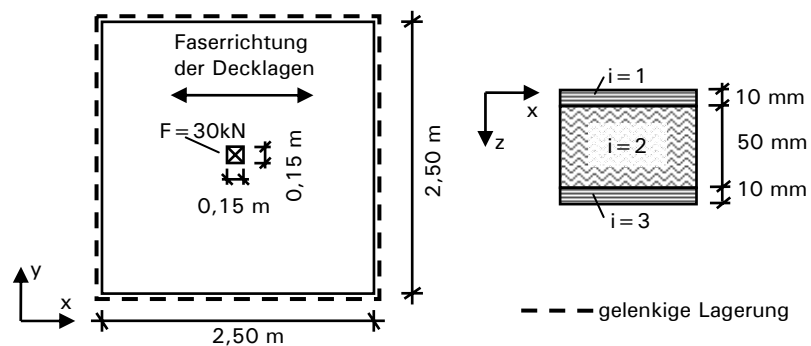


Abb. 5-37: Allseitig gelagerte BSP-Platte unter zentrischer Einzellast

Neben der Durchbiegung in Plattenmitte wurden mittels Deformetern die Dehnungen und Stauchungen an den Unterseiten der Prüfkörper im Bereich des Druckstempels gemessen.

Die Simulation erfolgt für Dreischichtplatten, die durch Verklebung von Einschichtplatten hergestellt wurden (Prüfkörper Nr. 19-21 gemäß [24]). Die Bretter der einzelnen Lagen sind an den Schmalseiten miteinander verklebt, sodass senkrecht zu den Lamellen ein E-Modul zu berücksichtigen ist. Vor der Verklebung zum Verbundquerschnitt wurden an den einzelnen Einschichtplatten Ultraschallmessungen durchgeführt und daraus der E-Modul in Faserrichtung bestimmt. Die Messungen ergaben folgende mittlere E-Moduln in Faserrichtung [24]:

- Decklagen: 12000 N/mm<sup>2</sup>
- Mittellagen: 13200 N/mm<sup>2</sup>

In Anlehnung an die Tabelle F 5 der DIN 1052 [53] gilt:

$$E_{90,mean} \approx E_{0,mean} / 30$$

$$G_{mean} \approx E_{0,mean} / 16$$

$$G_{R,mean} \approx G_{mean} / 10$$

Somit ergeben sich für die einzelnen Lagen der Dreischichtplatte die in Tabelle 5-7 zusammengefassten Steifigkeitskennwerte.

Tabelle 5-7: Materialkenngrößen der einzelnen Lagen

Schicht i	$d_i$ [mm]	$E_{x,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{y,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{xz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{yz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{xy,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
1	10	12000	400	750	75	750
2	50	450	13500	84	840	840
3	10	12000	400	750	75	750

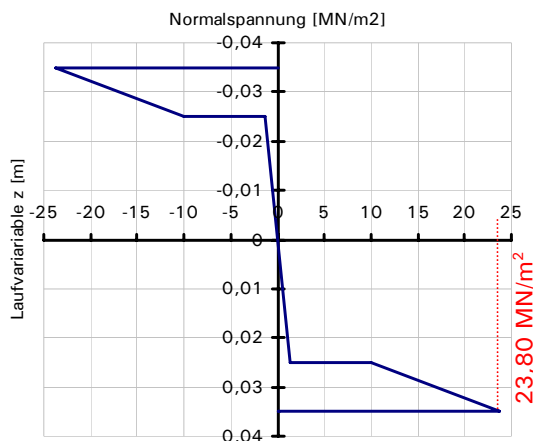
Die nach Abs. D3 der DIN 1052 [53] ermittelten Steifigkeiten sind in nachfolgender Tabelle angegeben.

Tabelle 5-8: Steifigkeiten des ideellen Rechenquerschnitts

x-Richtung		y-Richtung		Einheit
$B_{A,x}$	0,006688	$B_{A,y}$	0,140692	[MNm <sup>2</sup> /m]
$B_{B,x}$	0,216000	$B_{B,y}$	0,007200	[MNm <sup>2</sup> /m]
$S_x$	5,915493	$S_y$	18,666667	[MN/m]
$B_{A,xy}$	0,017750	$B_{A,yx}$	0,017750	[MNm <sup>2</sup> /m]
$B_{B,xy}$	0,027000	$B_{B,yx}$	0,027000	[MNm <sup>2</sup> /m]

Die Berechnungen werden an einem Trägerrostmodell mit einem Rasterabstand der Roststäbe von  $a_R = 0,05$  m durchgeführt. Die Last wird in Feldmitte über neun Knotenlasten in den Kreuzungspunkten der Gitterstäbe aufgebracht. Dies entspricht der Lasteinleitungsfläche von 0,15 m x 0,15 m aus der Versuchsanordnung.

Nach dem Verfahren der Schubanalogie beträgt die maximale Randspannung der Decklagen  $\sigma_R = 23,80$  MN/m<sup>2</sup>. In Abb. 5-38 ist der Verlauf der Normalspannungen in Richtung der Decklagen (x-Richtung) über die Querschnittshöhe angetragen.



max. Randspannung  $\sigma_R$ :  
 $\sigma_R = 23,80$  MN/m<sup>2</sup>

max. Durchbiegung  $w_z$ :  
 $w_z = 19,7$  mm

Abb. 5-38: Normalspannungen in x-Richtung

Aus den experimentellen Untersuchungen wurden folgende Mittelwerte der Randspannungen und Verformungen ermittelt [24]:

- Mittelwert der maximalen Randspannungen:  $\sigma_R = 23,40$  MN/m<sup>2</sup>
- Mittelwert der maximalen Durchbiegung:  $w_z = 18,3$  mm

Die gute Übereinstimmung der aus den Bauteilversuchen bestimmten Spannungen und Verformungen mit den Ergebnissen der Trägerrostsimulation zeigen, dass das Verfahren der Schubanalogie auch unter der Berücksichtigung der zweiachsigen Abtragung von punktförmigen Belastungen ausreichend genaue Ergebnisse für die Bemessung der Bauteile liefert.



### 5.5.5 Stützmoment am Zweifeldträger

Brettsperholzelemente werden in der Regel als einachsig gespannte Bauteile ohne Berücksichtigung der Nebentragrichtung bemessen. Gleiches gilt für Durchlaufsysteme unter Gleichlast, die ebenfalls auf ein ebenes Tragsystem reduziert werden können. Dabei ist zu beachten, dass die Auflagerkraft des Mittelauglers wie eine Einzellast in entgegengesetzte Richtung der eigentlichen Belastung wirkt. Wie die vorherigen Betrachtungen von Beanspruchungen durch Einzellasten gezeigt haben, ist die Schubverformung bei der Spannungsermittlung im Bereich von konzentrierter Lasteinleitung zu berücksichtigen. Dies trifft auch für den Bereich des Mittelauglers zu, in dem der Einfluss der Schubverformung ebenfalls zu einem Anstieg der Randnormalspannungen führt. Die Zunahme der Randspannung fällt jedoch deutlich größer als bei einer gewöhnlichen Einzellast aus. Dies liegt an der Überlagerung der Einwirkung aus der Gleichlast und der Punktstützung des Mittelauglers. Das Moment, das durch die Auflagerkraft des Mittelauglers erzeugt wird, ist größer als das eigentliche Stützmoment an dieser Stelle (vergl. Abb. 5-39). Somit vergrößert sich der Einfluss der Schubverformung.

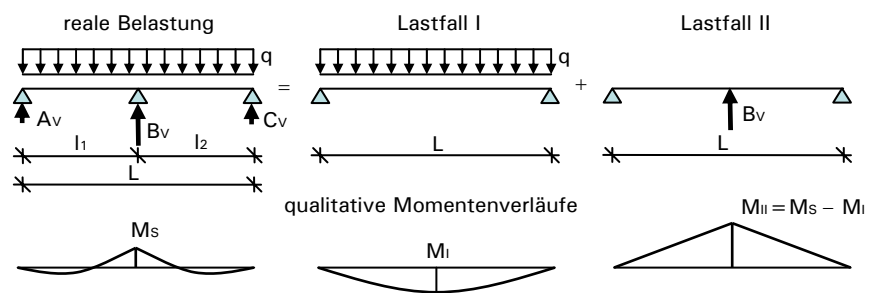


Abb. 5-39: Ermittlung der Randspannungen am Stützmoment

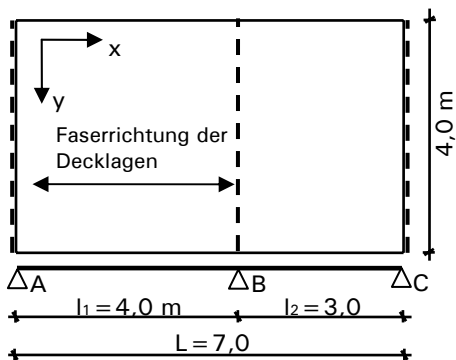
Die Zunahme der Randnormalspannung im Bereich des Mittelauglers kann auch am Zweifeldträger mit dem in Abschnitt 5.5.4.2 abgeleiteten Beiwert  $k_{SA}$  beschrieben werden. Die Spannungen sind getrennt für die Einwirkungen aus der Gleichlast und der in Gegenrichtung wirkenden Auflagerkraft an einem Einfeldträger der Gesamtsystemlänge  $L$  zu ermitteln und anschließend zu überlagern (vergleiche Abb. 5-39: Superposition von Lastfall I und II). Die Spannungen werden nach der starren Verbundtheorie berechnet, wobei im Lastfall II der Einfluss der Schubverformung durch den Beiwert  $k_{SA}$  zu berücksichtigen ist. Die Vorgehensweise wird am Beispiel 5-6 erläutert.

#### Beispiel 5-6: BSP-Zweifeldträger, Spannungsermittlung am Mittelaugler

Für nachfolgende Deckenkonstruktion werden die Randspannungen im Bereich des Mittelauglers nach unterschiedlichen Verfahren ermittelt:

- Verwendung des Beiwertes  $k_{SA}$
- Verfahren der Schubanalogie
- Verbundtheorie (schubstarr)

Da das System durch eine Gleichlast beansprucht wird, erfolgt die Berechnung an einem Plattenstreifen der Breite  $b = 1,0$  m.



#### Fünfschichtplatte

- geklebtes BSP
- keine Schmalseitenverklebung
- Belastung  $q_d = 5,0 \text{ kN/m}^2$
- Lamellengüte C 24
- Elementdicke  $d = 0,135 \text{ m}$
- Dicke der Einzellege  $d_i = 0,027 \text{ m}$

--- gelenkige Lagerung

Abb. 5-40 Zweifeldsystem unter Gleichlast

### Materialkenngrößen und Steifigkeiten

Tabelle 5-9: Materialkenngrößen der einzelnen Lagen

Schicht i	$d_i$ [mm]	$E_{x,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{y,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{xz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{yz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
1,3,5	27	11000	0	690	69
2,4	27	0	11000	69	690

Tabelle 5-10: Steifigkeiten nach Abschnitt 5.3.1

x-Richtung		Einheit
$B_{A,x}$	0,054	[MNm <sup>2</sup> /m]
$B_{B,x}$	1,732	[MNm <sup>2</sup> /m]
$B_x$	1,786	[MNm <sup>2</sup> /m]
$S_x$	13,549	[MN/m]

### Spannungsermittlung mittels Beiwert $k_{SA}$

- Stützmoment am Auflager B:

$$M_{S,d} = -q_d \cdot \frac{l_1^3 + l_2^3}{8 \cdot (l_1 + l_2)} = -5,0 \cdot \frac{4,0^3 + 3,0^3}{8 \cdot (4,0 + 3,0)} = -8,125 \text{ kNm/m}$$

- Lastfall I: Gleichlast  $q_d$  am Einfeldträger der Länge L

$$M_{I,d} = q_d \cdot \frac{(l_1 + l_2)}{2} \cdot l_1 - q_d \cdot \frac{l_1^2}{2} = 5,0 \cdot \frac{(4,0 + 3,0)}{2} \cdot 4,0 - 5,0 \cdot \frac{4,0^2}{2} = 30,0 \text{ kNm/m}$$

Randspannung im Lastfall I nach der starren Verbundtheorie:

$$\sigma_{I,d} = E_{x,1} \cdot \frac{M_{I,d}}{B_x} \cdot d / 2 = 11000 \cdot \frac{30 \cdot 10^{-3}}{1,786} \cdot 0,135 / 2 = 12,47 \text{ MN/m}^2$$

- Lastfall II: Auflagerkraft  $B_{v,d}$  am Einfeldträger der Länge L

Für das Stützmoment infolge der Auflagerkraft  $B_{v,d}$  gilt:

$$M_{II,d} = M_S - M_I = -38,125 \text{ kNm/m}$$

Bei der Berechnung der Randspannung infolge der Auflagerkraft muss der Einfluss der Schubverformung berücksichtigt werden. Dies erfolgt durch Multiplikation mit dem Beiwert  $k_{SA}$  (vergl. Abschnitt 5.5.4.2).

In dem hier betrachteten Fall gilt:

$$L/d = 7,0/0,135 = 51,8 \quad \Rightarrow \quad k_{SA} \approx 1,10 \quad (\text{siehe Abb. 5-41})$$

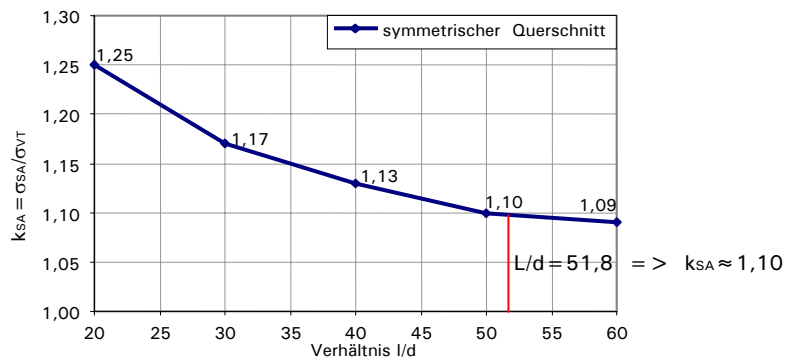


Abb. 5-41: Ermittlung des Beiwertes  $k_{SA}$

Die Randspannung wird nach der starren Verbundtheorie ermittelt. Die Berücksichtigung des Einflusses der Schubverformung auf die Spannungsverteilung erfolgt durch den Beiwert  $k_{SA}$ :

$$\sigma_{II,d} = k_{SA} \cdot E_{x,1} \cdot \frac{M_{II,d}}{B_x} \cdot d / 2 = 1,10 \cdot 11000 \cdot \frac{-38,125 \cdot 10^{-3}}{1,786} \cdot 0,135 / 2$$

$$\sigma_{II,d} = -17,43 \text{ MN} / \text{m}^2$$

- Randspannung  $\sigma_{S,d}$  im Stützbereich (Auflager B)

Die Randspannung  $\sigma_{R,S,d}$  erhält man durch Überlagerung der Spannungen aus den Lastfällen I und II:

$$\sigma_{S,d} = |\sigma_{I,d} + \sigma_{II,d}| = |12,47 - 17,43| = 4,96 \text{ MN} / \text{m}^2$$

### Spannungsermittlung nach dem Verfahren der Schubanalogie

Zum Vergleich wurde das System mittels eines Stabwerkprogramms nach dem Verfahren der Schubanalogie berechnet. In nachfolgender Abbildung sind die Momentenverläufe der Ebene A und B im Bereich des Mittelauflegers dargestellt.

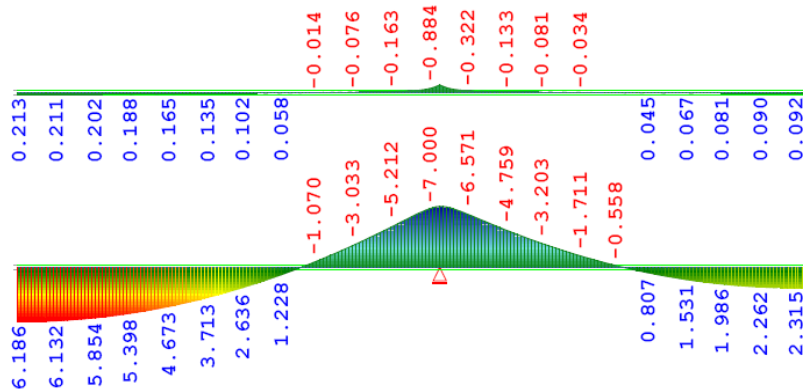


Abb. 5-42: Zweifeldsystem unter Gleichlast

Nach dem Verfahren der Schubanalogie erhält man folgende Spannungsanteile in der äußersten Lage ( $i = 1$ ):

$$\sigma_{A,x,1,d} = E_{x,1} \cdot \frac{m_{A,x,d}}{B_{A,x}} \cdot z_{s,1} = 11000 \cdot \frac{0,884 \cdot 10^{-3}}{0,054} \cdot 0,027 / 2 = 2,43 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\sigma_{B,x,1,d} = E_{x,1} \cdot \frac{m_{B,x,d}}{B_{B,x}} \cdot z_{s,1} = 11000 \cdot \frac{7,00 \cdot 10^{-3}}{1,732} \cdot 0,027 \cdot 2 = 2,40 \text{ MN} / \text{m}^2$$

Die maximale Randspannung  $\sigma_{S,d}$  beträgt:

$$\sigma_{S,d} = \sigma_{A,x,1,d} + \sigma_{B,x,1,d} = 2,43 + 2,40 = 4,83 \text{ MN} / \text{m}^2$$

### Spannungsermittlung nach der starren Verbundtheorie

Die maximale Randspannung im Stützbereich lässt sich nach der starren Verbundtheorie aus dem Stützmoment  $M_{s,d}$  bestimmen:

$$\sigma_{s,d} = E_{x,1} \cdot \frac{M_{s,d}}{B_x} \cdot d / 2 = 11000 \cdot \frac{8,125 \cdot 10^{-3}}{1,786} \cdot 0,135 / 2 = 3,38 \text{ MN} / \text{m}^2$$

### Zusammenfassung

In nachfolgender Tabelle sind die nach den jeweiligen Verfahren ermittelten maximalen Randspannungen im Bereich des Mittelaufagers aufgeführt.

Tabelle 5-11: Vergleich der Randspannungen

	schubstarr	Berücksichtigung der Schubverformung	
Verfahren	Verbundtheorie	Beiwert $k_{SA}$	Schubanalogie
Randspannung $\sigma_{s,d}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	3,38	4,96	4,83

Die Ergebnisse verdeutlichen, dass der Einfluss der Schubverformung keineswegs vernachlässigt werden darf. Die gute Übereinstimmung der maximalen Randspannungen unter Berücksichtigung der Schubverformung zeigt, dass auch im Stützbereich von Zweifeldträgern der Anstieg der Randnormalspannungen, aufgrund des Einflusses der Schubverformung, durch den Beiwert  $k_{SA}$  (vergl. Abschnitt 5.5.4.2) beschrieben werden kann.

### Anmerkung

Um Momentenumlagerungen zu erfassen, darf im Stahlbetonbau vereinfacht das Stützmoment über die Breite der Unterstützung ausgerundet werden. Auch nach DIN 1052 [53] dürfen Umlagerungen von Biegemomenten rechtwinklig zur Stabachse bei der Bemessung berücksichtigt werden. Die maximale Umlagerung des Stützmomentes ist gemäß Abs. 8.1 (6) [53] auf 10% der Größe des Ausgangsmomentes begrenzt.

Bei den zuvor ermittelten Spannungen wurde stets von einem punktuellen, starren Auflager ausgegangen. Dies führt folglich zu einer spitz zulaufenden Momentenverteilung über dem Mittelaufleger. Um die Umverteilung bei der Schnittgrößenberechnung zu erfassen, wurde das System nochmals nach dem Verfahren der Schubanalogie berechnet. Dabei wurde anstelle einer starren eine elastische Lagerung auf einer Innenwand modelliert. Für das elastische Mittelaufleger des Deckenelementes auf der Wandscheibe ergibt sich für einen Plattenstreifen der Breite 1,0 m folgende Federsteifigkeit, eine fünflagige BSP-Innenwand der Dicke 0,10 m ( $d_i = 0,02$  m) und der Wandhöhe  $h = 2,80$  m vorausgesetzt:

$$K_{Feder} = EA / h = E_{0,mean} \cdot 3 \cdot d_i \cdot b / h = 11000 \cdot 3 \cdot 0,02 \cdot 1,0 / 2,80 \approx 235 \text{ MN} / \text{m}$$

Um die Auflagerbreite zu berücksichtigen, wurde die Auflagerung über fünf Knotenfedern im Abstand von 0,02 m modelliert. Die Federsteifigkeit einer Einzelfeder beträgt somit:

$$K_{Knoten} = K_{Feder} / 5 = 47 \text{ MN} / \text{m}$$

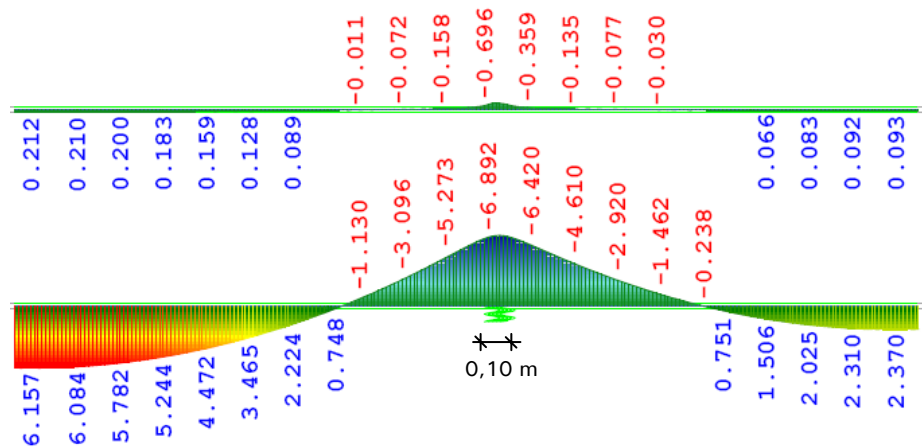


Abb. 5-43: Zweifeldsystem unter Gleichlast, elastisches Mittelauflager

Aufgrund der Steifigkeitsverhältnisse macht sich die elastische Lagerung am Mittelaufleger vor allem bei der Momentenverteilung im Träger der Ebene A bemerkbar. Die aus den Schnittgrößen der Abb. 5-43 ermittelte maximale Randspannung der Decklage beträgt:

$$\sigma_{s,d} = 4,27 \text{ MN} / \text{m}^2$$

Die Abminderung der Randspannung im Vergleich zu einer punktuellen, starren Lagerung liegt bei ca. 12%. Dies entspricht der Größenordnung der gemäß Abs. 8.1 (6) [53] vorgeschlagenen pauschalen Momentenumlagerung von 10% der Größe des Ausgangsmomentes.

### 5.5.6 Punktstützung

Durch die Verwendung großformatiger Elemente und unter Berücksichtigung der zweiachsigen Lastabtragung bieten sich für anspruchsvolle Konstruktionen Punktstützungen als Auflagerung an. Punktuelle Auflager wirken wie Einzellasten, sodass bei der Spannungsermittlung die Schubverformung berücksichtigt werden muss. Die Punktstützung eines statischen Systems entspricht nicht den tatsächlichen Randbedingungen, da die Auflagerkonstruktionen in der Regel aus Stahlbauteilen bestehen. Somit werden die Lasten im Bereich der Einflussflächen der Auflagerplatten konzentriert in die BSP-Platte eingeleitet. Die Einflussfläche ist dabei von den Abmessungen sowie von den Steifigkeitsverhältnissen der Auflagerplatte zum Brettsperrholzelement abhängig. Es ist erforderlich, die Auflagerkonstruktion in das Berechnungsmodell einzubeziehen. Eine mögliche Vorgehensweise wird anhand des nachfolgenden Beispiels erläutert.

#### Beispiel 5-7: BSP-Deckenelement, Punktstützung – Schubanalogieverfahren

Bei dem betrachteten Bauvorhaben sollen Räumlichkeiten mit punktgestützten Brettsperrholzelementen überdacht werden. Die einzelnen Elemente sind 3,60 m breit und 17,60 m lang. Das Stützenraster beträgt in Nebentragsrichtung 7,20 m und in Haupttragsrichtung ist eine Stützweite von 14,40 m zu überbrücken. Die Lagerung erfolgt über punktgestützte, kreisförmige Stahlplatten, die einen Durchmesser von 0,90 m und eine Dicke von 0,05 m aufweisen. Da nur jedes zweite Element gelagert ist, werden die dazwischen liegenden Elemente durch biegesteife Elementstöße eingehängt. Die Ausführung und Bemessung der Elementstöße sind nicht Bestandteil des Beispiels. Das System ist nachfolgend skizziert.

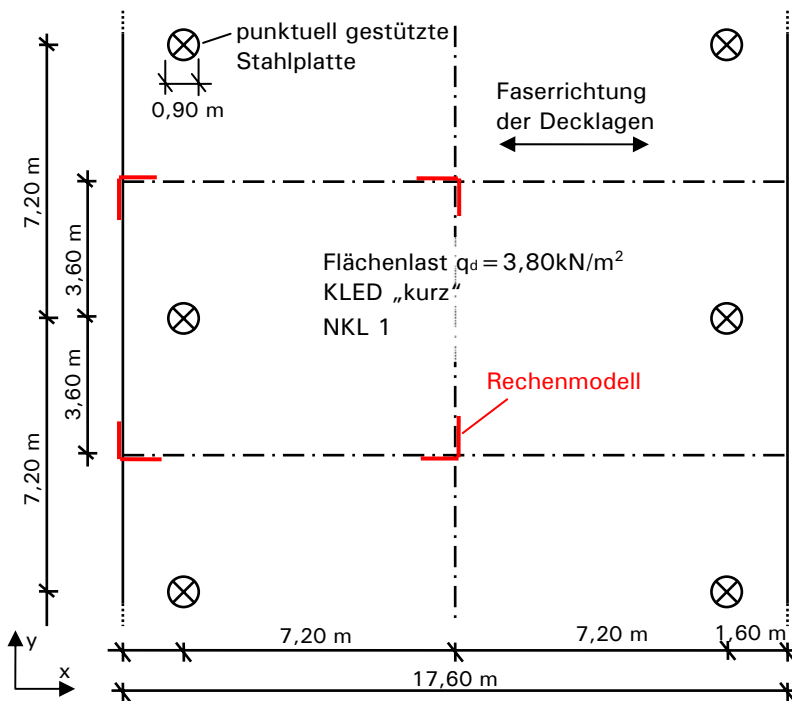


Abb. 5-44: Grundriss des Deckensystems

Die Bemessung erfolgt für eine über die gesamte Decke konstant verteilte Flächenlast  $q_d$ . Dadurch können die Symmetrieeigenschaften des Systems ausgenutzt und die Berechnung an einem Teilsystem durchgeführt werden. Das reduzierte Rechenmodell ist in Abb. 5-44 rot gekennzeichnet. Unter Gleichlast werden in den Systemachsen nur Biegemomente, aber keine Querkräfte übertragen. Daher sind die geschnittenen Ränder des Rechenmodells vertikal verschieblich eingespannt. Das Rechenmodell des Teilsystems und seine Auflagerbedingungen sind in Abb. 5-45 dargestellt.

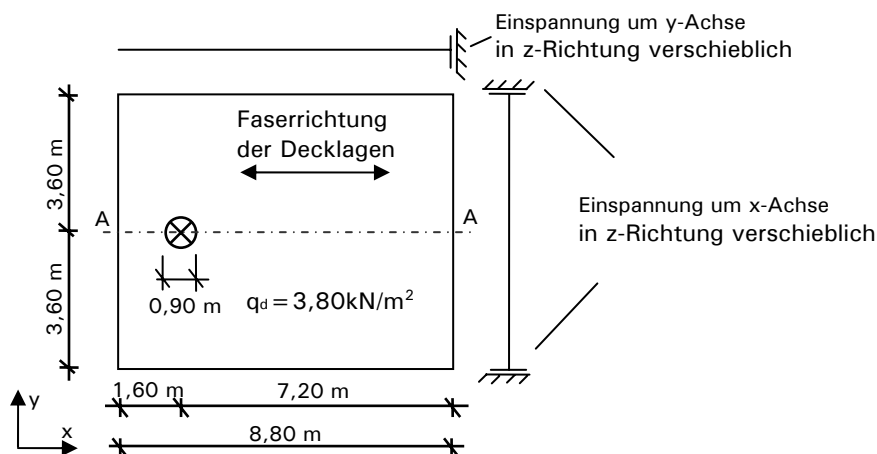


Abb. 5-45: Rechenmodell mit Auflagerbedingungen der Ränder

In nachfolgender Abbildung sind der Querschnittsaufbau und die Materialparameter angegeben. Die verwendeten Brettlamellen weisen keine Schmalseitenverklebung auf.

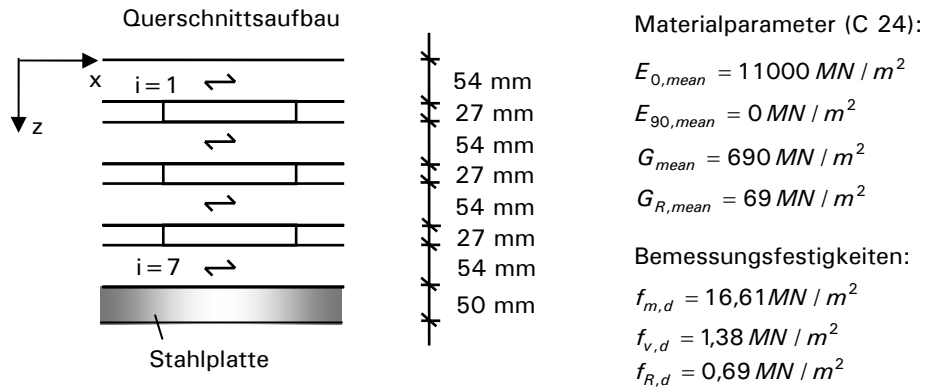


Abb. 5-46: Querschnittsaufbau und Materialparameter

Die Materialkenngrößen der einzelnen Lagen bezogen auf das globale Koordinatensystem sind in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Tabelle 5-12: Materialkenngrößen der einzelnen Lagen

Schicht i	d <sub>i</sub> [mm]	E <sub>x,i</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	E <sub>y,i</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	G <sub>xz,i</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	G <sub>yz,i</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]
1,3,5,7	54	11000	0	690	69
2,4,6	27	0	11000	69	690

Nach Abs. D3.3 (3) der DIN 1052 [53] darf die Drillsteifigkeit der Elemente näherungsweise null gesetzt werden. Die für die Berechnung relevanten Steifigkeitswerte sind in Tabelle 5-13 zusammengefasst.

Tabelle 5-13: Steifigkeiten des Brettsperrholzes

x-Richtung		y-Richtung		Einheit
B <sub>A,x</sub>	0,577	B <sub>A,y</sub>	0,054	[MNm <sup>2</sup> /m]
B <sub>B,x</sub>	19,486	B <sub>B,y</sub>	3,897	[MNm <sup>2</sup> /m]
S <sub>x</sub>	41,918	S <sub>y</sub>	15,969	[MN/m]

Für die Steifigkeiten der Stahlplatte gilt in x- und y-Richtung:

$$B_{Stahl} = E_{Stahl} \cdot t^3 / 12 = 210000 \cdot 0,05^3 / 12 = 2,188 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$S_{Stahl} \approx G_{Stahl} \cdot t = 81000 \cdot 0,05 = 4050 \text{ MN} / \text{m}$$

Bei der Systemmodellierung muss die Brettsperrholzplatte in den ideellen Rechenquerschnitt transformiert werden. Zusätzlich ist im Bereich der Punktstützung die kreisförmige Stahlplatte an den ideellen Rechenquerschnitt zu koppeln. Das für diese Berechnung gewählte Rastermaß der Trägerroste betrug a<sub>R</sub>=0,10 m. Die Systemmodellierung ist schematisch in Abb. 5-47 dargestellt.

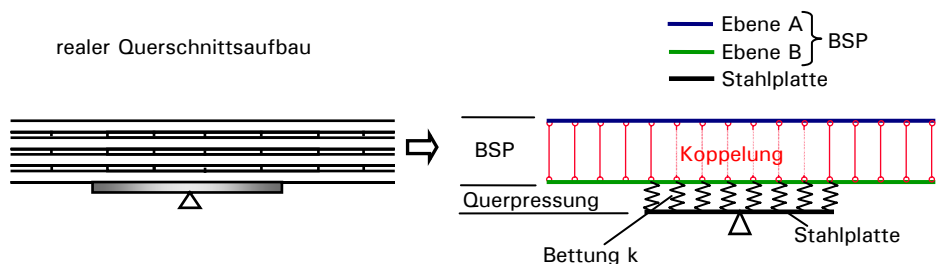


Abb. 5-47: Systemmodellierung

Eine starre Koppelung der Stahlplatte an die Ebene B führt im Übergangsbereich zu unrealistischen Querkraftsprüngen. Diese können vermieden werden, wenn zusätzlich die Querpressung senkrecht zur Faser berücksichtigt wird. Im Rechenmodell erfolgt dies über die Bettung  $k$  zwischen der Stahlplatte und dem ideellen Querschnitt (siehe Abb. 5-47). Die Bettung wird aus dem E-Modul senkrecht zur Faser und einer mitwirkenden Plattendicke ermittelt. Wie viele Lagen vom Einfluss der Querpressung bezogen auf die Querschnittshöhe erfasst werden, ist schwer abschätzbar. Im Folgenden wird auf der sicheren Seite liegend nur die unterste Lage angesetzt. Die Bettung  $k$  beträgt somit:

$$k = E_{90,mean} / d_n = 370 / 0,054 \approx 6800 \text{ MN} / \text{m}^3$$

Die Modellierung der Bettung erfolgt über Koppelfedern zwischen den Knotenpunkten des Trägerrostes der Stahlplatte und des Trägerrostes der Ebene B. Die Federsteifigkeit ist somit vom gewählten Rastermaß  $a_R$  abhängig. Es gilt:

$$k_{Feder} = k \cdot a_R^2 = 6800 \cdot 0,1^2 \approx 68 \text{ MN} / \text{m}$$

Nachfolgend sind die Schnittgrößenverläufe der Trägerrostberechnung im Schnitt A-A im Bereich der Punktstützung dargestellt. Zusätzlich sind die Orte, an denen die maximalen Spannungen auftreten, markiert.

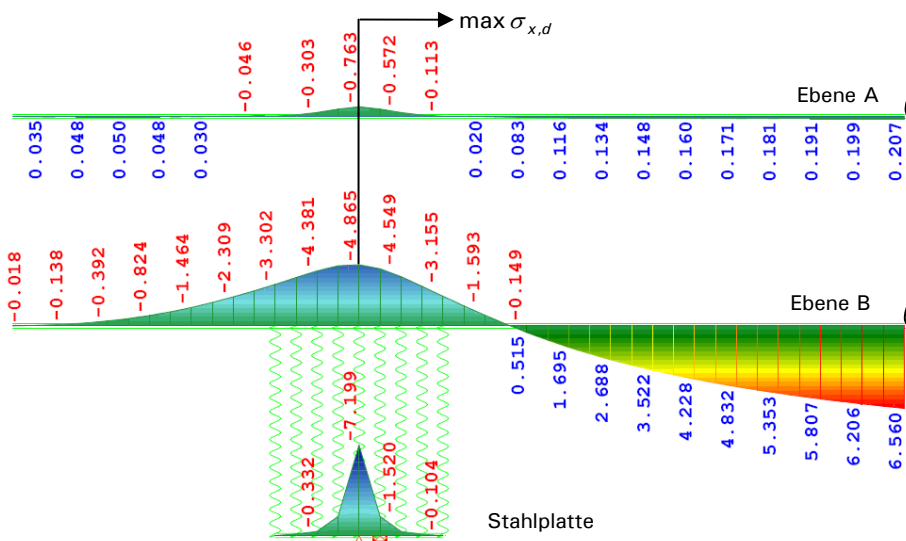


Abb. 5-48: Biegemomenteverläufe, Schnitt A-A im Bereich der Punktstützung



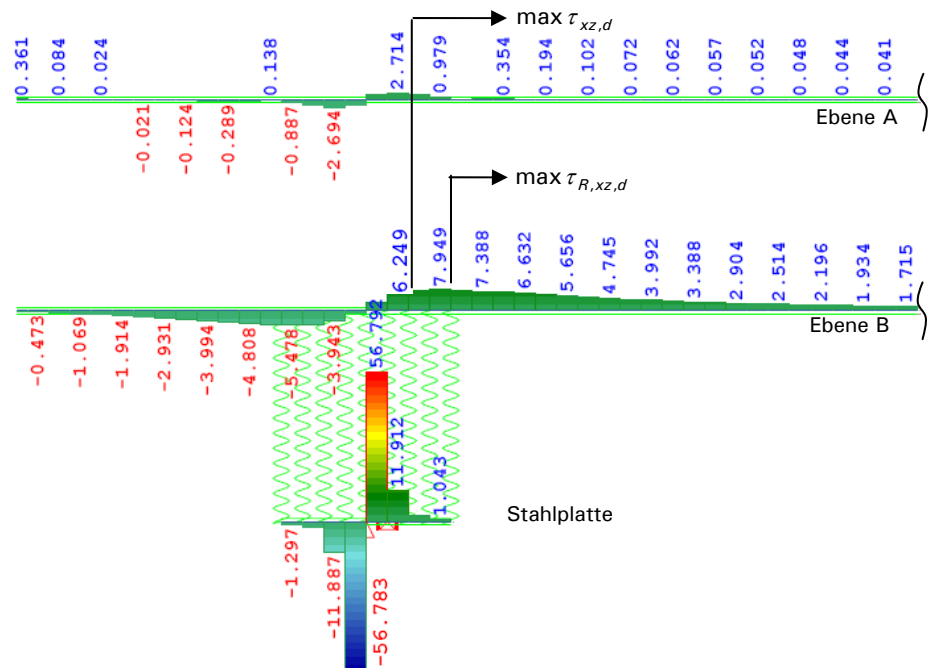


Abb. 5-49: Querkraftverläufe, Schnitt A-A im Bereich der Punktstützung

Die Schnittgrößen aus den Abb. 5-48 und Abb. 5-49 sind durch den Rasterabstand  $a_R$  zu dividieren, um die Schnittgrößen je Meter zu erhalten. Anschließend kann auf die Spannungen im Brettsper Holzquerschnitt rückgerechnet und die geforderten Nachweise geführt werden.

- Normalspannung  $\sigma_{x,d}$  in der Deckschicht ( $i=1$  bzw.  $i=7$ )

$$\sigma_{A,x,1,d} = E_{x,1} \cdot \frac{m_{A,x,d}}{B_{A,x}} \cdot z_1 = 11000 \cdot \frac{0,763 \cdot 10^{-3} / 0,10}{0,577} \cdot 0,027 = 3,92 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\sigma_{B,x,1,d} = E_{x,1} \cdot \frac{m_{B,x,d}}{B_{B,x}} \cdot z_{s,1} = 11000 \cdot \frac{4,865 \cdot 10^{-3} / 0,10}{19,486} \cdot 0,1215 = 3,34 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\max \sigma_{x,d} = 3,92 + 3,34 = 7,26 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\max \sigma_{x,d}}{k_I \cdot f_{m,d}} = \frac{7,26}{1,1 \cdot 16,61} = 0,40 \leq 1,0 \quad k_I \text{ nach Abs. 5.3.2}$$

- Rollschubspannung  $\tau_{R,xz,d}$  in der Mittellage ( $i=4$ )

nach der vereinfachten Abschätzung (Abs. D.3.3 der DIN 1052 [53]) gilt:

$$\tau_{R,xz,d} = \frac{q_{B,x}}{a_x} = \frac{7,949 \cdot 10^{-3} / 0,10}{3 \cdot (0,054 + 0,027)} = 0,33 \text{ MN} / \text{m}^2$$

nach der exakten Berechnung:

$$\begin{aligned} \tau_{R,xz,d} = \tau_{B,xz,4,d} &= \frac{q_{B,x,d}}{B_{B,x}} \cdot \left[ \sum_1^{4-1} (E_{x,i} \cdot z_{s,i} \cdot d_i) + E_{x,4} \cdot z_{s,4} \cdot d_4 / 2 \right] = \\ &= \frac{q_{B,x,d}}{B_{B,x}} \cdot [E_{x,1} \cdot z_{s,1} \cdot d_1 + E_{x,3} \cdot z_{s,3} \cdot d_3] = \\ &= \frac{7,949 \cdot 10^{-3} / 0,10}{19,486} \cdot [11000 \cdot 0,054 \cdot (0,1215 + 0,0405)] \end{aligned}$$

$$\tau_{R,xz,d} = 0,39 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\max \tau_{R,xz,d}}{f_{R,d}} = \frac{0,39}{0,69} = 0,57 \leq 1,0$$

- Schubspannungen  $\tau_{xz,d}$  in der 3. Lage ( $i = 3$ )

$$\tau_{A,xz,3,d} = \frac{q_{A,x,d}}{B_{A,x}} \cdot E_{x,3} \cdot \frac{d_3^2}{8} = \frac{2,174 \cdot 10^{-3} / 0,10}{0,577} \cdot 11000 \cdot \frac{0,054^2}{8} = 0,15 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\begin{aligned} \tau_{B,xz,3,d} &= \frac{q_{B,x,d}}{B_{B,x}} \cdot \left[ \sum_1^{3-1} (E_{x,i} \cdot z_{s,i} \cdot d_i) + E_{x,3} \cdot z_{s,3} \cdot d_3 / 2 \right] = \\ &= \frac{q_{B,x,d}}{B_{B,x}} \cdot [E_{x,1} \cdot z_{s,1} \cdot d_1 + E_{x,3} \cdot z_{s,3} \cdot d_3 / 2] = \\ &= \frac{6,249 \cdot 10^{-3} / 0,10}{19,486} \cdot [11000 \cdot 0,054 \cdot (0,1215 + 0,0405 / 2)] \end{aligned}$$

$$\tau_{B,xz,3,d} = 0,27 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\max \tau_{xz,d} = \tau_{A,xz,3,d} + \tau_{B,xz,3,d} = 0,15 + 0,27 = 0,42 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\max \tau_{xz,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,42}{1,38} = 0,30 \leq 1,0$$

In Nebentragsrichtung muss die Schnittgrößenermittlung, die Berechnung der maximalen Spannungen sowie die Nachweisführung analog durchgeführt werden.

Wie auch das Beispiel 5-7 zeigt, ist in der Regel die Rollschubspannung das maßgebende Kriterium für die Bemessung punktgestützter Elemente. Wird diese überschritten, so können die Stützbereiche, an denen lokal Überschreitungen der Rollschubfestigkeiten auftreten, durch diagonal angeordnete Vollgewindeschrauben verstärkt werden. Aufgrund dieser lokalen Verstärkungsmaßnahme kann auf eine Erhöhung des Plattenquerschnitts verzichtet werden, was bei großflächigen Deckensystemen zu deutlicher Materialersparnis führt. Es liegen jedoch noch keine ausreichenden Untersuchungen für Schubverstärkungen mittels Vollgewindeschrauben in Brettsperrholzkonstruktionen vor, sodass derzeit kein geregeltes Bemessungskonzept für diese Bauweise existiert. Für die Ausführung dieser Verstärkungsmaßnahme ist eine Zustimmung im Einzelfall erforderlich.

### 5.5.7 Öffnungen

Öffnungen bei Brettsperrholzelementen stellen aufgrund der größeren Steifigkeiten in Nebentragsrichtung im Vergleich zu Brettstapeldeckensystemen geringere Probleme dar. Dennoch sind sie bereits bei der Elementierung von Decken zu berücksichtigen. Die Anordnung kleiner Installationsöffnungen bis zu 0,2 m Breite in wenig beanspruchten Randbereichen kann in der Regel ohne Verstärkungsmaßnahmen durchgeführt werden.

Größere Öffnungen müssen in jedem Fall nachgewiesen werden, da im Eckbereich der Öffnungen Spannungsspitzen auftreten. Wie die nachfolgende Vergleichsrechnung an einer ein Meter breiten Öffnung im Auflagerbereich zeigt, müssen die Spannungsspitzen nicht zwangsläufig zu Tragfähigkeitsproblemen führen. Da dies jedoch stark von der Belastung und den Steifigkeitsverhältnissen abhängt, kann keine generelle Aussage getroffen werden, wann Verstärkungsmaßnahmen wie Unterzüge oder Stahlwechsel notwendig sind. Daher hat im Einzelfall eine Berechnung der Beanspruchungen unter Berücksichtigung der Schubverformung zu erfolgen.

**Beispiel 5-8: BSP-Deckenelement, Öffnung im Auflagerbereich, Gleichlast**

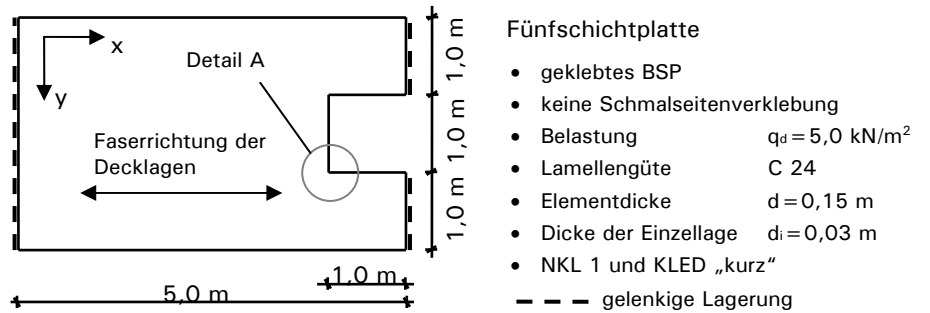


Abb. 5-50: Deckenelement mit Öffnung

- Steifigkeitswerte

In nachfolgenden Tabellen sind die Materialkenngrößen der einzelnen Lagen und die daraus ermittelten Steifigkeiten angegeben. Die Drillsteifigkeit der Elemente darf nach Abs. D3.3 (3) der DIN 1052 [53] näherungsweise null gesetzt werden.

Tabelle 5-14: Materialkenngrößen der einzelnen Lagen

Schicht i	$d_i$ [mm]	$E_{x,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{y,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{xz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{yz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
1,3,5	30	11000	0	690	69
2,4	30	0	11000	69	690

Tabelle 5-15: Steifigkeiten des ideellen Rechenquerschnitts

x-Richtung		y-Richtung		Einheit
$B_{A,x}$	0,074250	$B_{A,y}$	0,049500	[MNm <sup>2</sup> /m]
$B_{B,x}$	2,376000	$B_{B,y}$	0,594000	[MNm <sup>2</sup> /m]
$S_x$	15,054545	$S_y$	7,527273	[MN/m]

Das System wurde mit den angegebenen Steifigkeiten als Trägerrostmodell berechnet. Der Rasterabstand der einzelnen Träger beträgt  $a_R = 0,10 \text{ m}$ . Dies erscheint ausreichend fein, da die Einzellamellen mindestens eine Breite von  $0,10 \text{ m}$  aufweisen.

- Spannungsverteilung im Detail A

In den nachfolgenden Abbildungen sind die Normal- und Schubspannungsverteilungen im Eckbereich der Öffnung (Detail A) dargestellt.

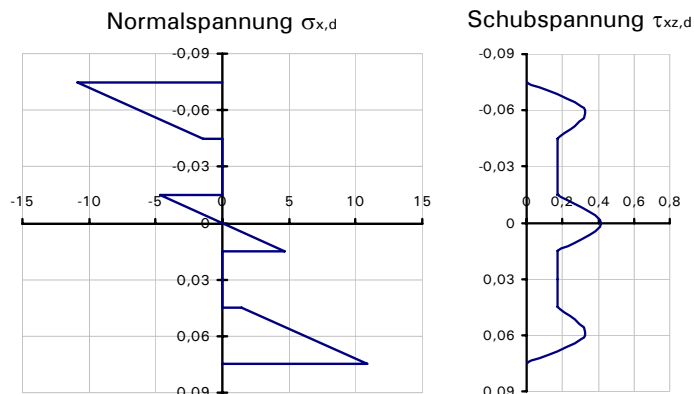


Abb. 5-51: Spannungsverläufe in x-Richtung [MN/m<sup>2</sup>]

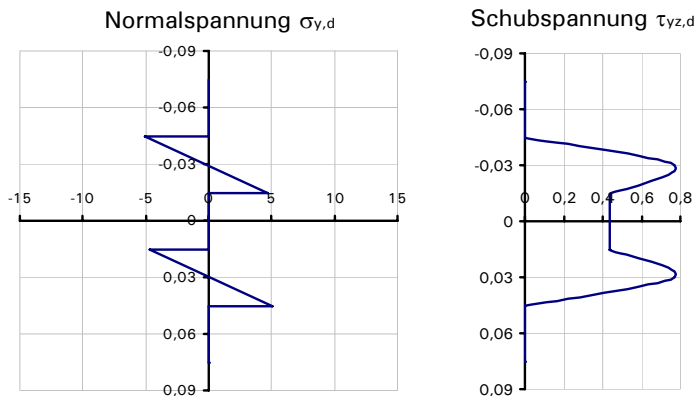


Abb. 5-52: Spannungsverläufe in y-Richtung [MN/m<sup>2</sup>]

Sowohl aus der Normalspannungsverteilung in x-Richtung als auch in y-Richtung ist ersichtlich, dass die Bernoulli Hypothese des ebenen Querschnitts im Eckbereich nicht zutrifft. Die Schubverformung muss bei der Ermittlung der Spannungen berücksichtigt werden. Eine Bemessung nach der starren Verbundtheorie liefert deutlich geringere und damit unsichere Ergebnisse. Der Anstieg der Schubspannung in y-Richtung erfolgt erwartungsgemäß, da im Eckbereich die Querkräfte konzentriert auf die durchlaufenden Lamellen entlang der Öffnung umgelagert werden. Dennoch liegen die ermittelten maximalen Spannungen im Öffnungsbereich unter den Bemessungswerten der Festigkeiten für die verwendeten Brettlamellen der Festigkeitsklasse C 24:

$$\begin{aligned}
 \circ \quad \sigma_{x,d} &= 10,9 \text{ MN} / \text{m}^2 & \leq & \quad f_{m,d} = 16,61 \text{ MN} / \text{m}^2 \\
 \circ \quad \tau_{xy,d} &= 0,77 \text{ MN} / \text{m}^2 & \leq & \quad f_{v,d} = 1,38 \text{ MN} / \text{m}^2 \\
 \circ \quad \tau_{R,xy,d} &= 0,44 \text{ MN} / \text{m}^2 & \leq & \quad f_{R,d} = 0,69 \text{ MN} / \text{m}^2
 \end{aligned}$$

Das Beispiel zeigt, dass bei gängigen Abmessungen und Belastungen auch größere Öffnungen ohne Verstärkungsmaßnahmen ausgeführt werden können. Die Tragfähigkeit ist jedoch in jedem Fall nachzuweisen.

Mögliche Verstärkungen können durch Unter- bzw. Überzüge oder durch entsprechende Stahlkonstruktionen ausgebildet werden. Bei hoher Rollschubbeanspruchung ist auch die in Abschnitt 5.5.6 erwähnte Verstärkung mittels diagonal angeordneter Vollgewindeschrauben denkbar.

### 5.5.8 Kriechverhalten - $k_{\text{def}}$ -Beiwert

Neben den Nachweisen im Grenzzustand der Tragfähigkeit müssen die Gebrauchstauglichkeitsnachweise nach Abs. 9.2 der DIN 1052 [53] geführt werden. Die Ermittlung der Endverformung unter Berücksichtigung des Kriechverhaltens erfolgt unter dem Ansatz eines Kriechbeiwertes  $k_{\text{def}}$ . Der  $k_{\text{def}}$ -Beiwert ist in Tabelle F2 der DIN 1052 [53] in Abhängigkeit der Nutzungsklasse und des Baustoffes enthalten.

1	Baustoff	2			Baustoff	4		
		Nutzungs-klasse				Nutzungs-klasse		
		1	2	3		1	2	3
2	Vollholz <sup>a</sup> Brettschichtholz Furnierschichtholz <sup>b</sup> Balkenschichtholz Brettsperrholz	0,60	0,80	2,00	kunstharzgebundene Spanplatten <sup>d</sup> zementgebundene Spanplatten Faserplatten <sup>d</sup> (Typ HB.HLA2 DIN EN 622-2:1997-08)	2,25	3,00	4,00
3	Sperrholz Furnierschichtholz <sup>c</sup>	0,80	1,00	2,50	Faserplatten (Typ MBH.LA2 DIN EN 622-3:1997-08)	3,00	4,00	–
4	OSB-Platten	1,50	2,25	–	Gipskartonplatten			

<sup>a</sup> Die Werte für  $k_{def}$  für Vollholz, dessen Feuchte beim Einbau im Fasersättigungsbereich oder darüber liegt und im eingebauten Zustand austrocknen kann, sind um 1,0 zu erhöhen.  
<sup>b</sup> Mit allen Furnieren faserparallel.  
<sup>c</sup> Mit Querfurnieren.  
<sup>d</sup> Nicht in der Nutzungs-klasse 3 zugelassen.

Abb. 5-53:  $k_{def}$ -Beiwerte, Tabelle F2 der DIN 1052 [53]

Auffallend ist, dass das Brettsperrholz in einer Baustoffgruppe angesiedelt ist, die überwiegend Materialien für die Herstellung von stabförmigen Bauteilen enthält. Ausnahme bildet das Furnierschichtholz, dessen Furniere allerdings faserparallel verlaufen. Das Brettsperrholz ist somit der einzige Baustoff, der eine konstruktive Anisotropie aufweist. Experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Langzeitverhalten von Brettsperrholz der TU Graz [25] zeigen jedoch, dass das Kriechverhalten der BSP-Elemente dem des Furnierschichtholzes gleicht. Jöbstl leitet aus den Untersuchungsergebnissen folgende Kriechbeiwerte ab [19]:

- Nutzungs-klasse 1:  $k_{def} = 0,85$
- Nutzungs-klasse 2:  $k_{def} = 1,10$

## 5.6 Scheibenbeanspruchung

Neben Beanspruchungen senkrecht zur Elementebene können Brettsperrholzelemente auch Beanspruchungen in Bauteilebene abtragen. Die gekreuzte Anordnung der einzelnen Brettlagen ermöglicht Brettsperrholzelemente ohne zusätzliche Beplankungen für aussteifende Zwecke zu verwenden.

### 5.6.1 Wandscheibe

#### 5.6.1.1 Vertikale Lasten und gleichzeitige Windbeanspruchung

Für die Abtragung der vertikalen Lasten aus den Deckenelementen sind die Decklagen der Wandelemente vertikal anzuordnen. Das Tragverhalten der vertikal verlaufenden Decklagen wird durch die nachgiebige Verbundwirkung, resultierend aus den horizontalen Brettlamellen, bestimmt. Somit muss bei den Stabilitäts- und Verformungsnachweisen der Einfluss der Schubverformungen berücksichtigt werden. Für komplizierte Tragstrukturen, die überwiegend durch Normalkräfte beansprucht sind, empfiehlt sich eine Berechnung nach dem Verfahren der Schubanalogie unter Verwendung des in Abschnitt 3.2.2 erwähnten kombinierten Fachwerkmodells. Scholz beschreibt in [5] und [29] ausführlich diese Vorgehensweise.

Bei der Bemessung von Wandscheiben im Wohnhaus-, Schul- und Gewerbebau ist es in der Regel ausreichend, die Wandscheiben näherungsweise unter Berücksichtigung einer effektiven Steifigkeit zu bemessen. Das Verfahren beruht eben-

falls auf den Ansätzen der Schubanalogie. Allerdings werden wiederum die nach der Schubanalogie ermittelten Biegesteifigkeiten der beiden Ebenen A und B sowie die Schubsteifigkeit der Ebene B zu einer effektiven Gesamtbiegesteifigkeit zusammengefasst (vergleiche auch Abschnitt 5.4.2.3: Schnittgrößen des ideellen Systems am Einfeldträger).

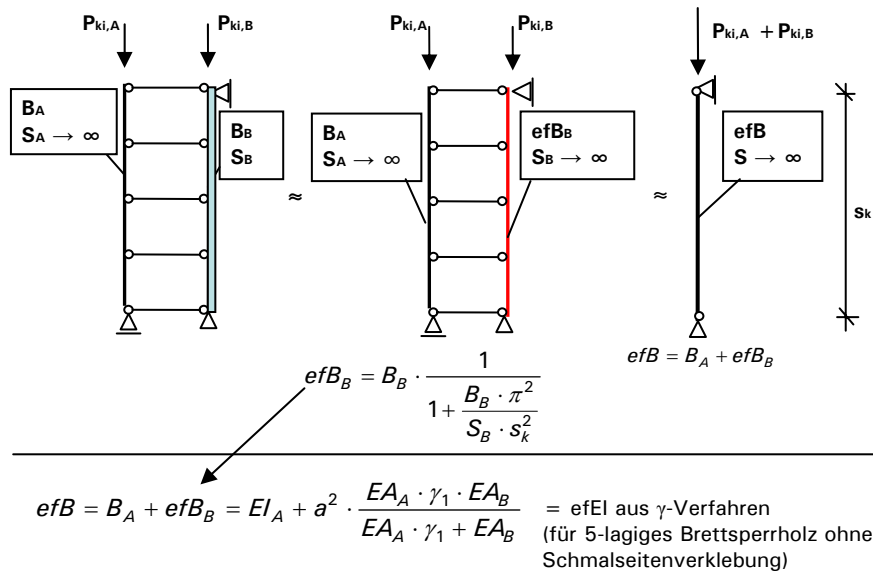


Abb. 5-54: Ermittlung efEI für überwiegend auf Normkraft beanspruchte Bauteile

### Schnittgrößenermittlung nach Theorie II. Ordnung

Die vertikale Beanspruchung  $q_{v,d}$  in Elementebene entspricht der Normalkraft  $n_{x,d}$ :

$$n_{x,d} = q_{v,d} \tag{5-57}$$

Anhand der effektiven Biegesteifigkeit efB kann die kritische Knicklast eines BSP-Wandelementes bestimmt werden:

$$P_{ki} = \frac{\pi^2}{s_k^2} \cdot \frac{efB}{\gamma_M} \tag{5-58}$$

Für die Ermittlung der Spannungen ist eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung notwendig. Neben der konstruktionsbedingten exzentrischen Lasteinleitung  $e_{Last}$  muss man die Vorverformung  $e_0$  gemäß DIN 1052 berücksichtigen. Die gesamte Exzentrizität e beträgt:

$$e = e_{Last} + e_0 = e_{Last} + \varphi \cdot h = e_{Last} + 0,0025 \cdot h \tag{5-59}$$

Das Moment nach Theorie I. Ordnung berechnet sich zu:

$$m'_{x,d} = q_{h,d} \cdot \frac{h^2}{8} + n_{x,d} \cdot e \tag{5-60}$$

- mit:  $q_{h,d}$ : horizontale Beanspruchung (Windlast), [kN/m<sup>2</sup>]
- $n_{x,d}$ : Normalkraft aus vertikaler Beanspruchung, [kN/m]
- h: Wandhöhe

Für das Moment nach Theorie II. Ordnung gilt:

$$m''_{x,d} = m'_{x,d} \cdot \frac{1}{1 - \frac{n_{x,d}}{P_{ki}}} \tag{5-61}$$

Die Querkraft nach Theorie I. Ordnung beträgt:

$$v_{x,d}^I = q_{h,d} \cdot h/2 + q_{v,d} \cdot \frac{\pi}{h} \cdot e \quad (5-62)$$

mit:  $q_{h,d}$ : horizontale Beanspruchung (Windlast), [kN/m<sup>2</sup>]  
 $q_{v,d}$ : vertikale Beanspruchung, [kN/m]  
 $h$ : Wandhöhe  
 $e$ : Exzentrizität

Für die Querkraft nach Theorie II. Ordnung gilt:

$$v_{x,d}^{II} = v_{x,d}^I \cdot \frac{1}{1 - \frac{n_{x,d}}{P_{ki}}} \quad (5-63)$$

### Einfluss des nachgiebigen Verbundes

Wie die Untersuchungen am Einfeldträger zum Einfluss des nachgiebigen Verbundes der einzelnen Lagen auf die Normalspannungsverteilungen zeigen, ist dieser bei geklebtem Brettsperholz für Verhältnisse von Spannweite  $l$  zu Elementdicke  $d$  von  $l/d \geq 20$  vernachlässigbar gering. Dies kann auf horizontal beanspruchte Wandscheiben übertragen werden. So kann für geklebte BSP-Wandelemente bei der Ermittlung der Spannungen aus Beanspruchungen senkrecht zur Wandebene der Einfluss des nachgiebigen Verbundes vernachlässigt werden, wenn für das Verhältnis der Knicklänge  $s_k$  zur Elementdicke  $d$  gilt:

$$s_k/d \geq 20 \quad (5-64)$$

Bei genageltem Brettsperholz ist der nachgiebige Verbund in jedem Fall zu berücksichtigen. Im Folgenden werden die Vorgehensweisen bei der Spannungsermittlung getrennt für geklebte und genagelte BSP-Elemente erläutert.

### Spannungsermittlung an geklebten BSP-Wandelementen

In Abb. 5-55 sind die Spannungsanteile aus Beanspruchung in Elementebene und senkrecht dazu sowie die resultierende Spannungsverteilung eines fünfflagigen BSP-Wandelementes (ohne Verklebung der Schmalseiten) dargestellt.

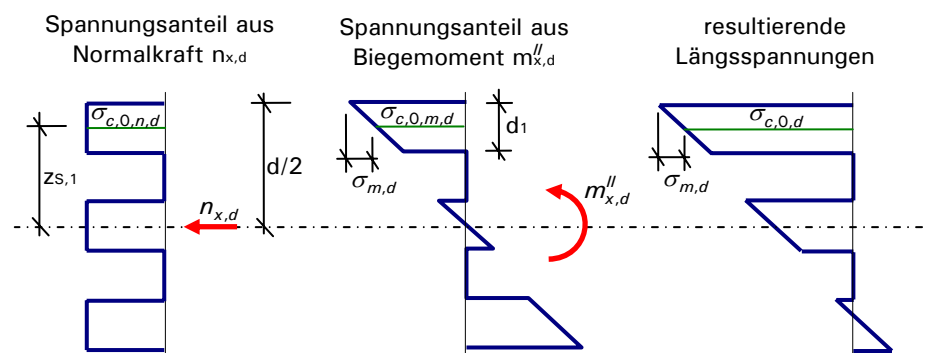


Abb. 5-55: Qualitative Spannungsverteilung an einem fünfflagigen, geklebten BSP-Element

Für den Stabilitätsnachweis sind die Spannungen aus den Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung zu ermitteln. Gemäß der starren Verbundtheorie ergeben sich folgende maximale Spannungsanteile in der Decklage ( $i = 1$ ):

- Biegespannung:

$$\sigma_{m,d} = \frac{m_{x,d}^{II}}{B_x} \cdot E_{x,1} \cdot d_1/2 \quad (5-65)$$

- Normalspannung:

$$\sigma_{c,0,d} = \sigma_{c,0,n,d} + \sigma_{c,0,m,d} = \frac{n_{x,d}}{D_x} \cdot E_{x,1} + \frac{m_{x,d}^{\parallel}}{B_x} \cdot E_{x,1} \cdot z_{S,1} \quad (5-66)$$

- Schubspannung:

Die Schubspannungen spielen bei der Bemessung von Wandelementen in der Regel nur eine untergeordnete Rolle.

$$\tau_{xz,d} = \frac{ES_x}{B_x} \cdot v_{xz}^{\parallel} \quad (5-67)$$

mit:  $ES_x$  statisches Moment, siehe Abschnitt 5.4.1.1

**Anmerkung:** Wie auch die Ergebnisse aus Beispiel 5-9 belegen, liegt der Zuwachs der Schnittgrößen unter Berücksichtigung des geometrisch nicht-linearen Verhaltens bei Wandscheiben aus geklebten BSP in der Regel unter 10%. In diesen Fällen dürfen gemäß Abs. 8.1 (2) der DIN 1052 [53] die Spannungen aus den Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung ermittelt werden.

#### Spannungsermittlung an genagelten BSP-Wandelementen

In Abb. 5-56 sind die Spannungsanteile aus Beanspruchung in Elementebene und senkrecht dazu sowie die resultierende Spannungsverteilung dargestellt. Die Betrachtung erfolgt an einem fünfflagigen, genagelten BSP-Wandelement.

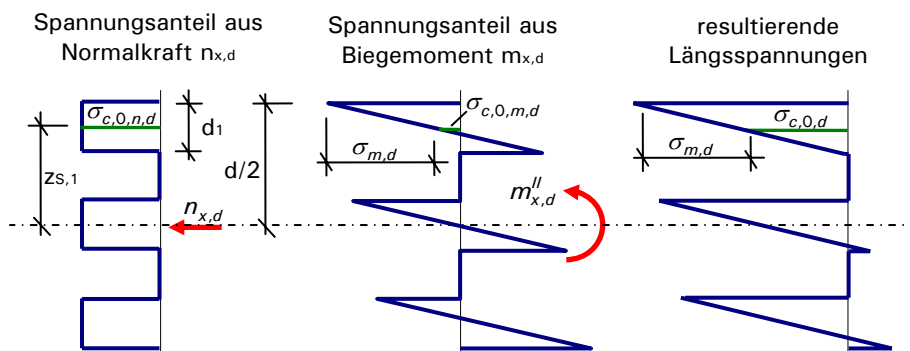


Abb. 5-56: Qualitative Spannungsverteilung an einem fünfflagigen, genagelten BSP-Element

Aufgrund der geringen Ersatzschubsteifigkeit der genagelten Elemente ist der nachgiebige Verbund bei der Beanspruchung senkrecht zur Elementebene deutlich erkennbar. Es handelt sich nicht um einen ebenen Spannungszustand. Die Ermittlung der Spannungsanteile, die durch Plattenbeanspruchung hervorgerufen werden, muss unter Berücksichtigung des nachgiebigen Verbundes erfolgen.

- Spannungsanteile aus Biegemoment  $m_{x,d}^{\parallel}$ :

Die Spannungsermittlung in der Decklage ( $i=1$ ) erfolgt nach dem Verfahren der Schubanalogie. Dabei werden die Schnittgrößen des ideellen Systems unter Verwendung der effektiven Steifigkeit auf die Ebene A und B verteilt (siehe Abschnitt 5.4.2.3 Schnittgrößen des ideellen Systems am Einfeldträger)

Biegespannung aus  $m_{x,d}^{\parallel}$ :

$$\sigma_{m,d} = m_{A,x,d}^{\parallel} \cdot \frac{E_{x,1}}{B_{A,x}} \cdot d_1 / 2 = m_{x,d}^{\parallel} \cdot \frac{B_{A,x}}{efB_x} \cdot \frac{E_{x,1}}{B_{A,x}} \cdot d_1 / 2 \quad (5-68)$$



Normalspannung aus  $m_{x,d}^{\parallel}$ :

$$\sigma_{c,0,m,d} = m_{B,x,d}^{\parallel} \cdot \frac{E_{x,1}}{B_{B,x}} \cdot z_{S,1} = m_{x,d}^{\parallel} \cdot \frac{efB_{B,x}}{efB_x} \cdot \frac{E_{x,1}}{B_{B,x}} \cdot z_{S,1} \quad (5-69)$$

- Normalspannung aus Normalkraft  $n_{x,d}$ :

$$\sigma_{c,0,n,d} = \frac{n_{x,d}}{D_x} \cdot E_{x,1} \quad (5-70)$$

- resultierende Normalspannung

$$\sigma_{c,0,d} = \sigma_{c,0,n,d} + \sigma_{c,0,m,d} = \frac{n_{x,d}}{D_x} \cdot E_{x,1} + m_{x,d}^{\parallel} \cdot \frac{efB_{B,x}}{efB_x} \cdot \frac{E_{x,1}}{B_{B,x}} \quad (5-71)$$

- Schubspannungen

Auf die Ermittlung der Schubspannungen in den Brettlagen wird an dieser Stelle verzichtet, da in der Regel nicht die Brettlamellen, sondern die Verbindungsmittel, die den maximalen Schubfluss übertragen müssen, für die Bemessung maßgebend sind.

#### Nachweis der Tragfähigkeit

Nach Abs. 10.7 der DIN 1052 [53] muss ein kombinierter Nachweis für Biegung und Druck geführt werden:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1,0 \quad (5-72)$$

#### Nachweis der Verbindungsmittel bei genageltem BSP

Der maximale Schubfluss in der Fuge kann aus der maximalen Schubspannung, resultierend aus den Schnittgrößen der Ebene B, ermittelt werden. Die Berechnung erfolgt in der Schicht  $i = (n + 1)/2$ :

$$\begin{aligned} \tau_{B,xz,i,d} &= v_{B,x,d}^{\parallel} \cdot \frac{1}{B_{B,x}} \cdot \sum_1^i (E_{x,i} \cdot z_{s,i} \cdot d_i) \\ &= v_{x,d}^{\parallel} \cdot \frac{efB_{B,x}}{efB_x} \cdot \frac{1}{B_{B,x}} \cdot \sum_1^i (E_{x,i} \cdot z_{s,i} \cdot d_i) \end{aligned} \quad (5-73)$$

Die Übertragung des Schubflusses in den Fugen der Brettlagen erfolgt über die auf Abscheren beanspruchten Verbindungsmittel. Diese sind auf die Scherkraft  $N_{d,VBM}$  zu bemessen:

$$N_{d,VBM} = \tau_{B,xz,i,d} \cdot e_x \cdot e_y / n_{VBM/Kr.} \quad (5-74)$$

mit:  $n_{VBM/Kr.}$  Anzahl der Verbindungsmittel je Kreuzungspunkt  
 $e_x/e_y$  Fugenabstand (siehe Abb. 5-58)

Der Nachweis lautet:

$$\frac{N_d}{R_d} \leq 1,0 \quad (5-75)$$

mit  $R_d$ : Bemessungstragfähigkeit eines Verbindungsmittels je Scherfuge

#### Nachweis der Gebrauchstauglichkeit

Die sich unter Windbelastung einstellende horizontale Verformung der Wandelemente beträgt nach Theorie I. Ordnung:

$$w_{Q,inst}^I = \frac{5 \cdot q_{h,k} \cdot h^4}{384 \cdot efB_x} \quad (5-76)$$

Unter Berücksichtigung der Vorverformung  $e_0$  ergibt sich nach Theorie II. Ordnung folgende horizontale Verformung:

$$w_{Q,inst}'' = (w_{Q,inst}^I + e_0) \cdot \frac{1}{1 - \frac{n_{x,d}}{P_{ki}}} - e_0 \quad (5-77)$$

Für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit gilt:

$$w_{Q,inst}'' \leq h / 300 \quad (5-78)$$

**Beispiel 5-9: BSP-Wandelement, vertikale Last + Windlast**

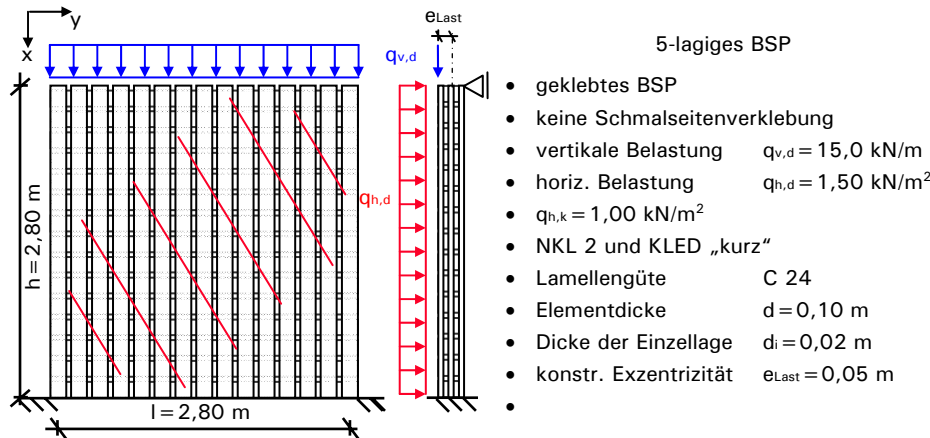


Abb. 5-57: Systemangaben

- Steifigkeitswerte  
In nachfolgenden Tabellen sind die Materialkenngrößen der einzelnen Lagen und die daraus ermittelten Steifigkeiten angegeben.

Tabelle 5-16: Materialkenngrößen der einzelnen Lagen

Schicht i	$d_i$ [mm]	$E_{x,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{y,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{xz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{yz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
1,3,5	20	11000	0	690	69
2,4	20	0	11000	69	690

Tabelle 5-17: Steifigkeiten nach Abschnitt 5.3.1

x-Richtung	Einheit
$B_{A,x}$	0,022 [MNm <sup>2</sup> /m]
$B_{B,x}$	0,704 [MNm <sup>2</sup> /m]
$B_x$	0,726 [MNm <sup>2</sup> /m]
$S_x$	10,0 [MN/m]
$D_x$	660,0 [MN/m]

- effektive Steifigkeit  $efB_x$

$$efB_{B,x} = B_{B,x} \cdot \frac{1}{1 + \frac{B_B \cdot \pi^2}{S_x \cdot s_k^2}} = 0,704 \cdot \frac{1}{1 + \frac{0,704 \cdot \pi^2}{10,0 \cdot 2,8^2}} = 0,647 \text{ MNm}^2 / m$$

$$efB_x = 0,022 + 0,647 = 0,669 \text{ MNm}^2 / m$$

- Kritische Knicklast

$$P_{ki} = \frac{\pi^2}{s_k^2} \cdot \frac{efB}{\gamma_M} = \frac{\pi^2}{2,8^2} \cdot \frac{0,669}{1,3} = 0,648 \text{ MN/m}$$

- Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung

$$\text{Ausmitte: } e = e_{Last} + e_o = e_{Last} + \varphi \cdot h = 0,05 + 0,0025 \cdot 2,80 = 0,057 \text{ m}$$

$$n_{x,d} = q_{v,d} = 15,0 \text{ kN/m}$$

$$m_{x,d}^I = q_{h,d} \cdot \frac{h^2}{8} + n_{x,d} \cdot e = 15 \cdot \frac{2,80^2}{8} + 15,0 \cdot 0,057 = 2,33 \text{ kNm/m}$$

$$V_{x,d}^I = q_{h,d} \cdot h/2 + q_{v,d} \cdot \frac{\pi}{h} \cdot e = 150 \cdot 2,80/2 + 15,0 \cdot \frac{\pi}{2,80} \cdot 0,057 = 3,06 \text{ kN/m}$$

- Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung

$$m_{x,d}^{II} = m_{x,d}^I \cdot \frac{1}{1 - \frac{n_{x,d}}{P_{ki}}} = 2,33 \cdot \frac{1}{1 - \frac{0,015}{0,648}} = 2,39 \text{ kNm/m}$$

$$v_{x,d}^{II} = v_{x,d}^I \cdot \frac{1}{1 - \frac{n_{x,d}}{P_{ki}}} = 3,06 \cdot \frac{1}{1 - \frac{0,008}{0,648}} = 3,13 \text{ kN/m}$$

Der Zuwachs der Schnittgrößen unter Berücksichtigung des geometrisch nicht-linearen Verhaltens liegt unter 10%. Somit wäre gemäß Abs. 8.1 (2) der DIN 1052 [53] die Ermittlung der Spannungen aus den Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung zulässig.

- Spannungsermittlung

Biegespannung:

$$\sigma_{m,d} = \frac{m_{x,d}^{II}}{B_x} \cdot E_{x,1} \cdot d_1 / 2 = \frac{2,39 \cdot 10^{-3}}{0,726} \cdot 11000 \cdot 0,02 / 2 = 0,36 \text{ MN/m}^2$$

Normalspannung:

$$\sigma_{c,0,d} = \sigma_{c,0,n,d} + \sigma_{c,0,m,d} = \frac{n_{x,d}}{D_x} \cdot E_{x,1} + \frac{m_{x,d}^{II}}{B_x} \cdot E_{x,1} \cdot z_{S,1}$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{660} \cdot 11000 + \frac{2,39 \cdot 10^{-3}}{0,726} \cdot 11000 \cdot 0,04 = 0,25 + 1,45 = 1,70 \text{ MN/m}^2$$

Schubspannung:

Gemäß der Schubanalogie resultiert die Rollschubspannung ausschließlich aus der Querkraft des Trägers B. Zur Abschätzung kann anstelle der Querkraft des Trägers B die Gesamtquerkraft verwendet werden. Damit gilt für den Rollschub  $\tau_{R,x,d}$ :

$$\tau_{R,x,d} = \frac{v_{x,d}^{II}}{a_x} = \frac{3,13 \cdot 10^{-3}}{0,08} = 0,04 \text{ MN/m}^2$$

- Nachweis der Tragfähigkeit

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{1,70}{14,53} + \frac{0,35}{16,61} = 0,14 \leq 1,0$$

$$\frac{\tau_{R,x,d}}{f_{R,d}} = \frac{0,04}{0,69} = 0,06 \leq 1,0$$

- Nachweis der Gebrauchstauglichkeit

$$w'_{Q,inst} = \frac{5 \cdot q_{h,k} \cdot h^4}{384 \cdot efB_x} = \frac{5 \cdot 1,00 \cdot 2,80^4}{384 \cdot 0,669} = 1,2 \text{ mm}$$

Unter Berücksichtigung der Vorverformung  $e_0$  ergibt sich nach Theorie II. Ordnung folgende horizontale Verformung:

$$w''_{Q,inst} = (w'_{Q,inst} + e_0) \cdot \frac{1}{1 - \frac{n_{x,d}}{P_{ki}}} - e_0 = (1,2 + 7,0) \cdot \frac{1}{1 - \frac{0,015}{0,648}} - 7,0 = 1,4 \text{ mm}$$

mit:  $e_0 = \varphi \cdot h = 0,0025 \cdot 2,80 = 0,007 \text{ m} = 7,0 \text{ mm}$

Nachweis der Gebrauchstauglichkeit:

$$w''_{Q,inst} = 1,4 \text{ mm} \leq 2800 / 300 = 9,3 \text{ mm}$$

### 5.6.1.2 Horizontale Lasten in der Elementebene (Kopflast)

Die gekreuzte Anordnung der Brettlagen ermöglicht den Brettsperrholzelementen horizontale Beanspruchungen in der Elementebene abzutragen. Somit können diese zu aussteifenden Zwecken verwendet werden. Neben den hier nicht weiter beschriebenen Nachweisen der Verankerung der Elemente, sind folgende Brettsperrholzspezifische Beanspruchungen zu berücksichtigen und nachzuweisen.

#### Schubfluss in den Brettlagen

Der aus der horizontalen Kopflast resultierende Schubfluss erzeugt Schubbeanspruchungen in den einzelnen Brettlagen. Die horizontalen und vertikalen Schichten müssen dabei getrennt voneinander betrachtet werden. Der Schubfluss in Elementebene aus einer Kopflast  $P_d$  beträgt:

$$n_{xy,d} = P_d / l \tag{5-79}$$

Daraus resultieren folgende Schubspannungen in den

- vertikalen Lagen (x-Richtung):

$$\tau_{xy,d} = \frac{n_{xy,d} \cdot e_y}{b_y \cdot \sum d_{x,i}} \tag{5-80}$$

- horizontalen Lagen (y-Richtung):

$$\tau_{yx,d} = \frac{n_{xy,d} \cdot e_x}{b_x \cdot \sum d_{y,i}} \tag{5-81}$$

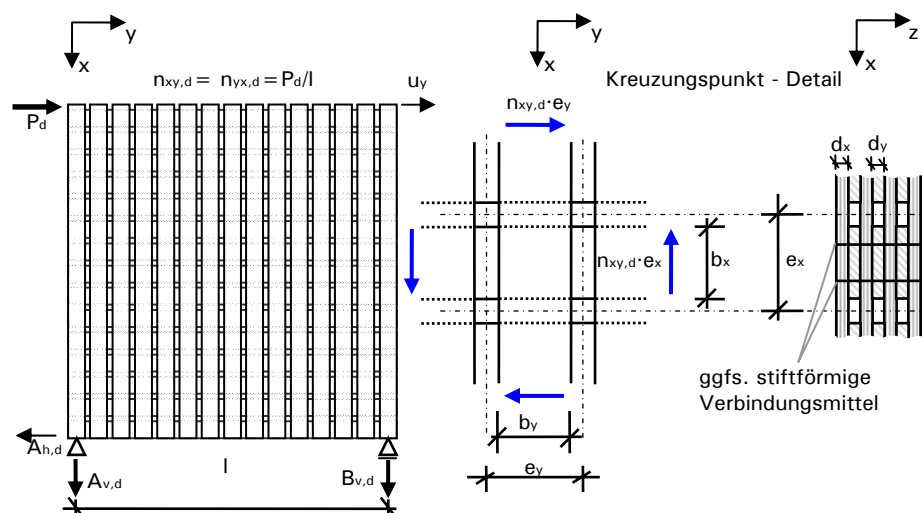


Abb. 5-58: Beanspruchung der Kreuzungspunkte

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist nachzuweisen:

$$\frac{\tau_{xy,d}}{f_{v,d}} \leq 1,0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\tau_{yx,d}}{f_{v,d}} \leq 1,0 \quad (5-82)$$

#### Torsionsmoment in den Kreuzungspunkten – geklebtes BSP

Neben der Schubbeanspruchung in den Brettlagen erzeugt der Schubfluss ein Torsionsmoment in den Kreuzungspunkten der Brettlamellen. Das Torsionsmoment eines Kreuzungspunktes beträgt:

$$M_{\varphi,d} = n_{xy,d} \cdot e_x \cdot e_y = P_d / l \cdot e_x \cdot e_y \quad (5-83)$$

Die in der Klebefuge eines Kreuzungspunktes zweier Brettlamellen wirkende maximale Torsionsschubspannung berechnet sich zu:

$$\tau_{tor,d} = 3 \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \frac{b}{h}\right) \cdot \frac{M_{\varphi,d}}{h \cdot b^2} \cdot \frac{1}{n-1} \quad (5-84)$$

$$\text{mit: } h = \max \begin{cases} b_x \\ b_y \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad b = \min \begin{cases} b_x \\ b_y \end{cases}$$

Nachweis der Torsionsschubspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit:

$$\frac{\tau_{tor,d}}{f_{tor,d}} \leq 1,0 \quad (5-85)$$

Die charakteristische Torsionsschubfestigkeit  $f_{tor,k}$  ist in den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen wie folgt angegeben:

$$f_{tor,k} = 2,50 \text{ MN} / \text{m}^2$$

#### Torsionsmoment in den Kreuzungspunkten – genageltes BSP

Bei Wandelementen aus genageltem Brettsperrholz gilt für das Torsionsmoment eines Kreuzungspunktes ebenfalls:

$$M_{\varphi,d} = n_{xy,d} \cdot e_x \cdot e_y = P_d / l \cdot e_x \cdot e_y \quad (5-86)$$

Das Torsionsmoment wird durch die Drehfedersteifigkeit der Verbindungsmittel aufgenommen. Somit ist die Verbindung der Fuge  $i$  auf folgendes Torsionsmoment zu bemessen:

$$M_{\varphi,i,d} = \frac{M_{\varphi,d}}{\sum K_{\varphi,i}} \cdot K_{\varphi,i} \quad (5-87)$$

$$\text{Drehfedersteifigkeit einer Fuge:} \quad K_{\varphi,i} = \sum (r_i^2 \cdot K_{ser}) \quad (5-88)$$

mit:  $K_{ser}$  Verschiebungsmodul eines Verbindungsmittels  
 $r_i$  Abstand eines Verbindungsmittels zum Schwerpunkt

Die Beanspruchung  $N_d$  auf Abscheren je Verbindungsmittel beträgt:

$$N_d = \frac{M_{\varphi,i,d}}{\sqrt{e_{x,VBM}^2 + e_{y,VBM}^2} \cdot n_{VBM/Kr.}} \quad (5-89)$$

mit:  $n_{VBM/Kr.}$  Anzahl der Verbindungsmittel je Kreuzungspunkt

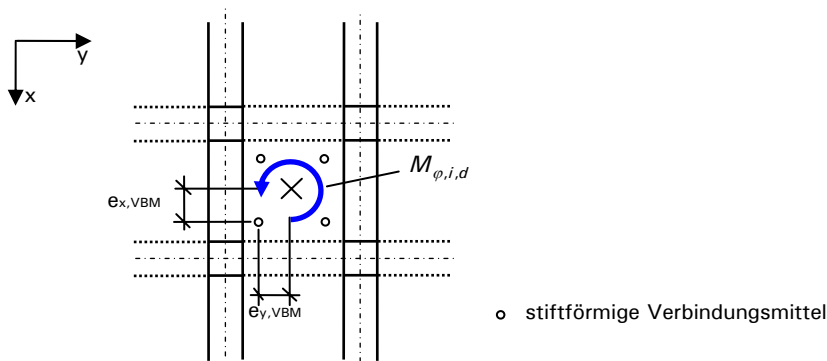


Abb. 5-59: Detail, genagelter Kreuzungspunkt

Der Nachweis der Verbindungsmittel auf Abscheren lautet:

$$\frac{N_d}{R_d} \leq 1,0 \tag{5-90}$$

mit  $R_d$ : Bemessungstragfähigkeit eines Verbindungsmittels je Scherfuge

**Nachweis der horizontalen Verschiebung am Wandkopf**

Die horizontale Verschiebung  $u_{y,d}$  am Wandkopf beträgt:

$$u_{y,d} = \gamma \cdot h = \frac{n_{xy,d}}{D_{xy}} \cdot h \tag{5-91}$$

Für aussteifende Wandscheiben fordert die DIN 1052 [53] eine Begrenzung der horizontalen Verformung  $u_{y,d}$  am Wandkopf auf  $u_{y,d} \leq h/100$ . Dies mag unter dem Aspekt der Tragfähigkeit zwar ausreichend sein, aus Gründen der Gebrauchstauglichkeit empfiehlt es sich jedoch, die Verschiebung  $u_{y,k}$  auf  $h/500$  zu begrenzen. (Anmerkung: Die Begrenzung  $h/500$  entspricht gleichzeitig dem Tragfähigkeitsnachweis der DIN 1052:1988-04 [57].)

**Elementstöße**

Bestehen die Wandscheiben aus mehreren Elementen, so sind die einzelnen Elemente schubsteif miteinander zu verbinden. Mögliche Ausführungsvarianten sind in Abb. 5-28 enthalten. Die Stoßausbildung muss den Schubfluss in der Elementebene übertragen können. Der aus einer horizontalen Kopflast  $P_d$  resultierende Schubfluss beträgt:

$$n_{xy,d} = P_d / l \tag{5-92}$$

In Abb. 5-60 sind die geometrischen Zusammenhänge dargestellt.

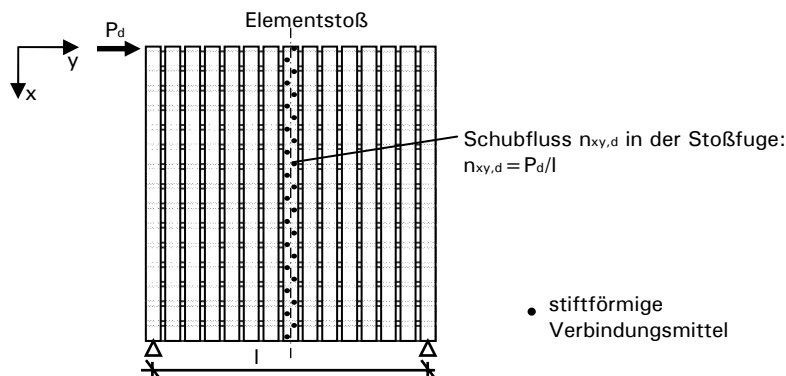
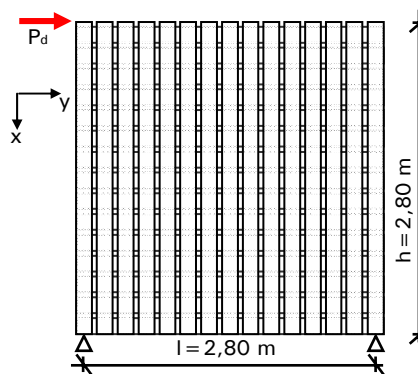


Abb. 5-60: Elementstoß in Wandscheibe

**Beispiel 5-10: BSP-Wandelement, horizontale Kopflast**

Für nachfolgendes System werden die erforderlichen Nachweise geführt.



5-lagiges BSP

- geklebtes BSP
- keine Schmalseitenverklebung
- horiz. Kopflast  $P_d = 30,0 \text{ kN}$
- $P_k = 20,0 \text{ kN}$
- NKL 2 und KLED „kurz“
- Lamellengüte C 24
- Elementdicke  $d = 0,10 \text{ m}$
- Dicke der Einzellege  $d_i = 0,02 \text{ m}$
- Brettbreite  $b_x \approx e_x = 0,20 \text{ m}$
- $b_y \approx e_y = 0,20 \text{ m}$

Abb. 5-61: Systemangaben

- Schubspannungen aus Schubfluss  $n_{xy,d}$  in der Elementebene

Schubfluss in der Elementebene:

$$n_{xy,d} = P_d / l = 30 / 2,80 = 10,71 \text{ kN / m}$$

Daraus resultieren folgende Schubspannungen in den

- vertikalen Lagen (x-Richtung):

$$\tau_{xy,d} = \frac{n_{xy,d} \cdot e_y}{b_y \cdot \sum d_{x,i}} = \frac{10,71 \cdot 10^{-3} \cdot 0,20}{0,20 \cdot 3 \cdot 0,02} = 0,18 \text{ MN / m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\tau_{xy,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,18}{1,38} = 0,13 \leq 1,0$$

- horizontalen Lagen (y-Richtung):

$$\tau_{yx,d} = \frac{n_{xy,d} \cdot e_x}{b_x \cdot \sum d_{y,i}} = \frac{10,71 \cdot 10^{-3} \cdot 0,20}{0,20 \cdot 2 \cdot 0,02} = 0,27 \text{ MN / m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\tau_{yx,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,27}{1,38} = 0,20 \leq 1,0$$

- Schubspannungen in den Kreuzungsflächen aus Torsionsmoment  $M_{\phi,d}$

Torsionsmoment  $M_{\phi,d}$ :

$$M_{\phi,d} = n_{xy,d} \cdot e_x \cdot e_y = 10,71 \cdot 0,20 \cdot 0,20 = 0,43 \text{ kNm}$$

$$\tau_{tor,d} = 3 \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \frac{b}{h}\right) \cdot \frac{M_{\phi,d}}{h \cdot b^2} \cdot \frac{1}{n-1} = 3 \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \frac{0,20}{0,20}\right) \cdot \frac{0,43 \cdot 10^{-3}}{0,20 \cdot 0,20^2} \cdot \frac{1}{5-1}$$

$$\tau_{tor,d} = 0,06 \text{ MN / m}^2$$

mit  $h = b = b_x = b_y = 0,20 \text{ m}$

$$\text{Nachweis: } \frac{\tau_{tor,d}}{f_{tor,d}} = \frac{0,06}{1,73} = 0,04 \leq 1,0$$

$$\text{mit: } f_{tor,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{tor,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{2,50}{1,3} = 1,73 \text{ MN / m}^2$$

- Verformung

Scheibenschubsteifigkeit:

$$D_{xy} = \frac{1}{4} \cdot \sum (G_{xy,i} \cdot d_i) = \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot 690 \cdot 0,02 = 17,25 \text{ MN / m}$$

horizontale Verformung  $u_{y,d}$  bzw.  $u_{y,k}$  am Wandkopf:

$$u_{y,d} = \gamma \cdot h = \frac{n_{xy,d}}{D_{xy}} \cdot h = \frac{10,71}{17,25} \cdot 2,80 = 1,7 \text{ mm}$$

$$u_{y,k} = u_{y,d} \cdot \frac{P_k}{P_d} = 1,7 \cdot \frac{20,0}{30,0} = 1,2 \text{ mm}$$

Nachweis:  $u_{y,d} = 1,7 \text{ mm} \leq h / 100 = 2800 / 100 = 28,0 \text{ mm}$

$$u_{y,k} = 1,2 \text{ mm} \leq h / 500 = 2800 / 500 = 5,6 \text{ mm}$$

## 5.6.2 Sturzbemessung / wandartige Träger

Fenster- und Türöffnungen können aus Wandelementen ausgeschnitten und ohne zusätzliche Sturzkonstruktionen ausgeführt werden. Dazu ist der verbleibende Brettsperrholzquerschnitt als Sturz zu betrachten und auf die entsprechenden Belastungen zu bemessen. Ausführliche Untersuchungen und Angaben zum Tragverhalten sowie zur Modellierung von Wandscheiben mit Öffnungen sind in [26] enthalten.

### 5.6.2.1 Schmalseitenverklebung in den horizontalen Brettlagen

Für die Bemessung ist es günstig, wenn die horizontal verlaufenden Brettlagen an den Schmalseiten miteinander verklebt sind. Durch die Verklebung der Schmalseiten sind die horizontalen Brettlamellen starr miteinander verbunden, sodass keine Nachgiebigkeit berücksichtigt werden muss. In diesen Fällen erfolgt die Bemessung an einem Rechenquerschnitt, dessen Abmessungen sich aus der Sturzhöhe  $h_s$  und einer wirksamen Ersatzdicke  $d'$  ergeben (siehe Abb. 5-62). Für die wirksame Ersatzdicke  $d'$  gilt:

$$d' = \sum d_{y,i}$$

mit  $d_{y,i}$ : Dicke der horizontalen Lamellen

Das Ersatzsystem kann vereinfacht aus einem Einfeldträger bestehen.

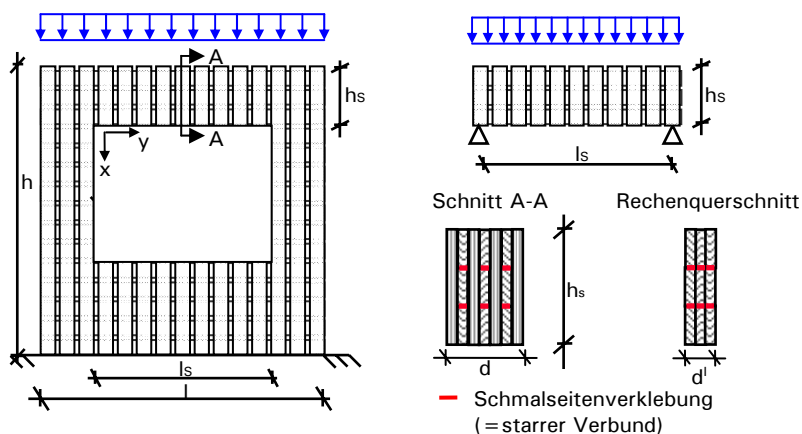


Abb. 5-62: Fenstersturz

Ist der Ersatzquerschnitt bei einer Berechnung als Einfeldträger nicht ausreichend tragfähig, so können genauere Untersuchungen unter Berücksichtigung eines Einspanngrades des Sturzes an den Enden der Aussparung erfolgen. Allerdings liegen derzeit keine ausreichenden Untersuchungen zu der Größe des Einspanngrades vor. Alternativ kann die Einspannung über eine elastische Bettung simuliert werden.



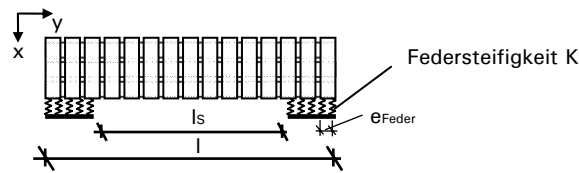


Abb. 5-63: Sturz mit elastischer Lagerung

Die Federsteifigkeit einer Auflagerfeder beträgt:

$$K = \frac{D_x}{h} \cdot e_{Feder} \tag{5-93}$$

mit:  $D_x$  Dehnsteifigkeit der Wandscheibe in x-Richtung

$h$  Wandhöhe

$e_{Feder}$  Abstand der einzelnen Auflagerfedern untereinander (y-Richtung)

Neben den Spannungsnachweisen sind auch die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nach Abs. 9.2 der DIN 1052 [53] zu führen.

### 5.6.2.2 Keine Schmalseitenverklebung der horizontalen Brettlagen

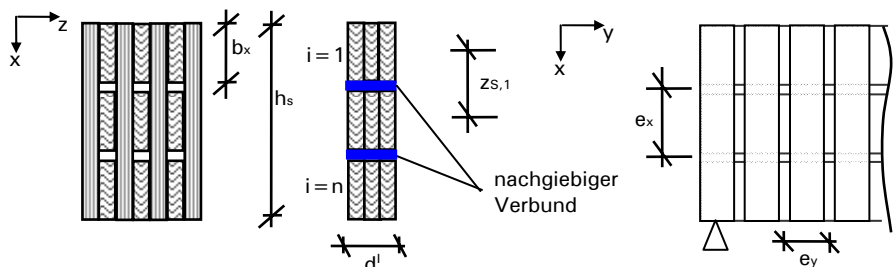
Die Fugen an den Schmalseiten der horizontalen Brettlagen bewirken, dass die einzelnen Lamellen nicht starr, sondern nachgiebig miteinander verbunden sind. Die Nachgiebigkeit resultiert aus der Schubverformung der Kreuzungspunkte der horizontalen und vertikalen Brettlamellen. Dies gilt sowohl für geklebtes als auch für genageltes Brettsperrholz, wobei bei den genagelten Elementen die Nachgiebigkeit durch den Verschiebungsmodul der Nägel verstärkt auftritt. Das Verformungsbild der Kreuzungspunkte ist vergleichbar mit dem, das sich bei einer Wandscheibe unter Beanspruchung einer horizontalen Kopflast in Elementebene einstellt. Dementsprechend kann die Nachgiebigkeit und damit die Ersatzschubsteifigkeit des Sturzes  $S$  aus der Scheibenschubsteifigkeit  $D_{xy}$  des Wandelementes abgeleitet werden. Es gilt:

$$S = D_{xy} \cdot h_s \tag{5-94}$$

mit:  $D_{xy}$  Scheibenschubsteifigkeit (siehe 5.3.1.5)

$h_s$  Höhe des Sturzes

Der Rechenquerschnitt ist in Abb. 5-64 dargestellt. Für die weitere Berechnung ist die Anzahl der übereinander liegenden Bretter in den horizontalen Brettlagen zu ermitteln. Es dürfen nur vollständige Bretter berücksichtigt werden.



Anzahl der Bretter je horizontaler Lage:  
 $n_{ber} = h_s / e_x$  (abrunden auf ganze Zahl)

Abb. 5-64: Rechenquerschnitt eines Sturzes

Die Steifigkeiten des ideellen Querschnitts betragen:

- Biegesteifigkeiten

$$EI_A = E_{0,mean} \cdot n_{ber} \cdot d^l \cdot b_x^3 / 12 \tag{5-95}$$

$$EI_B = E_{0,mean} \cdot A_i \cdot \sum z_{S,i}^2 \quad \text{mit } A_i = b_x \cdot d^l \tag{5-96}$$

$$EI = EI_A + EI_B \tag{5-97}$$

- Ersatzschubsteifigkeit

$$S_A \rightarrow \infty \quad (5-98)$$

$$S_B = D_{xy} \cdot h_S \quad (5-99)$$

mit der Scheibenschubsteifigkeit  $D_{xy}$  gemäß Abschnitt 5.3.1.5

### Ermittlung der Einwirkungen/Spannungen

Wird als statisches System ein Einfeldträger verwendet und damit der Einspanngrad des Sturzes vernachlässigt, so kann unter Gleichlast die Schnittgrößenermittlung des ideellen Systems nach dem vereinfachten Verfahren, unter Verwendung der effektiven Steifigkeit, erfolgen (siehe Abschnitt 5.4.2.3):

$$efEI = EI_A + efEI_B = EI_A + \quad (5-100)$$

$$\text{mit } efEI_B = EI_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{EI_B \cdot \pi^2}{S \cdot I_S^2}} \quad (5-101)$$

Die am Einfeldträger bestimmten Schnittgrößen  $M_d$  und  $V_d$  können über das Verhältnis der Biegesteifigkeiten den ideellen Ebenen zugeordnet werden:

$$M_{A,d} = M_d \cdot \frac{EI_A}{efEI} \quad (5-102)$$

$$M_{B,d} = M_d \cdot \frac{efEI_B}{efEI} \quad (5-103)$$

Für die maximalen Spannungen in Faserrichtung gilt:

- Biegespannungsanteil:

$$\sigma_{m,d} = M_{A,d} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_A} \cdot b_x / 2 = M_d \cdot \frac{EI_A}{efEI} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_A} \cdot b_x / 2 \quad (5-104)$$

- Normalspannungsanteil:

$$\sigma_{c/t,0,d} = M_{B,d} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_B} \cdot z_{S,1} = M_d \cdot \frac{efEI_B}{efEI} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_B} \cdot z_{S,1} \quad (5-105)$$

- Schubspannung aus Querkraft  $V_d$ :

Da beim Fenstersturz nur Schub in Faserrichtung der Elemente vorliegt, beträgt die maximale Schubspannung:

$$\tau_d = 1,5 \cdot V_d / (d^l \cdot n_{ber} \cdot b_x) \quad (5-106)$$

- Torsionsmoment im Kreuzungspunkt:

$$M_{\varphi,d} = \tau_d \cdot d^l \cdot b_x \cdot e_y \quad (5-107)$$

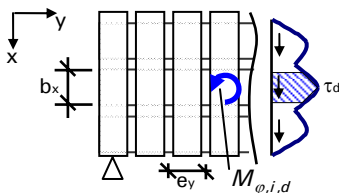


Abb. 5-65: Ermittlung des Torsionsmomentes im Kreuzungspunkt

- Verformungen

Die Durchbiegung  $u_y$  des Sturzes ist ebenfalls unter Ansatz der effektiven Steifigkeit  $efEI$  zu ermitteln. Für den Einfeldträger unter der Gleichlast  $q_k$  gilt:

$$u_{y,k} = \frac{5 \cdot q_k \cdot I_S^4}{384 \cdot efEI} \quad (5-108)$$

### Nachweisführung

Folgende Spannungsnachweise sind erforderlich:

- Normalspannungsnachweis

Da die Bemessungswerte der Zugfestigkeit deutlich geringer sind als die der Druckfestigkeit, ist die Spannungscombination aus „Biegung + Zug“ maßgebend:

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1,0 \quad (5-109)$$

- Schubspannungsnachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1,0 \quad (5-110)$$

- Nachweis der Beanspruchungen aus dem Torsionsmoment  $M_{\varphi,d}$

Das Torsionsmoment  $M_{\varphi,d}$  führt in Abhängigkeit der Herstellungsart zu unterschiedlichen Beanspruchungen. Daher muss unterschieden werden in:

- geklebtes BSP
- genageltes BSP

Die jeweiligen Vorgehensweisen sowie die Nachweisführungen sind in Abschnitt 5.6.1.2 erläutert.

- Nachweis der Gebrauchstauglichkeit

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit gelten für die Durchbiegung  $u_y$  des Sturzes in Feldmitte die Grenzwerte nach Abs. 9.2 der DIN 1052 [53].

Zeigt sich, dass der Sturz unter Verwendung des Systems eines Einfeldträgers nicht tragfähig ist, so können wiederum genauere Untersuchungen unter Berücksichtigung eines Einspanngrades des Sturzes an den Enden der Aussparung erfolgen. Die Einspannung ist, wie in vorherigem Abschnitt beschrieben, über eine elastische Bettung zu modellieren. Die Schnitt- und Verformungsgrößen können am ideellen System, wie in Abb. 5-66 dargestellt, ermittelt werden.

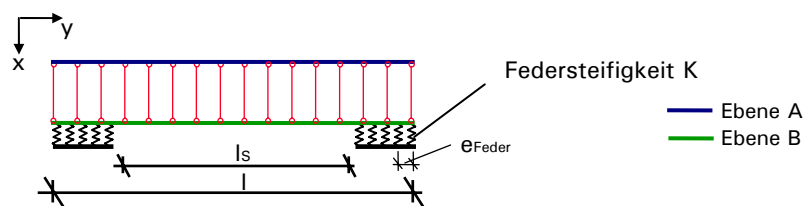
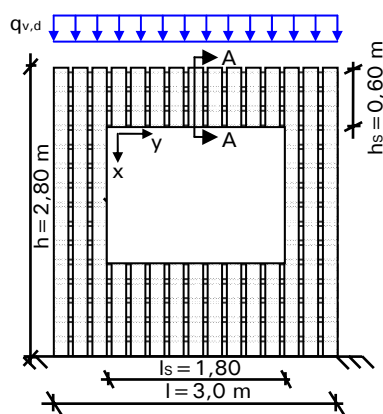


Abb. 5-66 ideales System des Sturzes mit elastischer Lagerung

### Beispiel 5-11: BSP-Wandelement, Fenstersturz



5-lagiges BSP

- geklebtes BSP
- keine Schmalseitenverklebung
- vertikale Belastung  $q_{v,d} = 15,0$  kN/m
- $q_{v,k} = 10,0$  kN/m
- NKL 2 und KLED „kurz“,  $\psi_{2,1} = 0,3$
- Lamellengüte C 24
- Elementdicke  $d = 0,10$  m
- Dicke der Einzellige  $d_i = 0,02$  m
- Brettbreiten:  $b_x \approx e_x = 0,20$  m
- $b_y \approx e_y = 0,20$  m

Abb. 5-67 Systemangaben - Fenstersturz

#### Beiwerte

$$n_{ber} = h_s / e_x = 0,60 / 0,20 = 3$$

$$d^l = \sum d_{v,i} = 2 \cdot 0,02 = 0,04 \text{ m}$$

#### Steifigkeitsermittlung

- Biegesteifigkeiten

$$EI_A = E_{0,mean} \cdot n_{ber} \cdot d^l \cdot b_x^3 / 12 = 11000 \cdot 3 \cdot 0,04 \cdot 0,20^3 / 12 = 0,88 \text{ MNm}^2$$

$$EI_B = E_{0,mean} \cdot b_x \cdot d^l \cdot \sum z_{S,i}^2 = 11000 \cdot 0,20 \cdot 0,04 \cdot 2 \cdot 0,20^2 = 7,04 \text{ MNm}^2$$

$$EI = EI_A + EI_B = 0,88 + 7,04 = 7,92 \text{ MNm}^2$$

- Scheibenschubsteifigkeit

$$D_{xy} = \frac{1}{4} \cdot \sum (G_{xy,i} \cdot d_i) = \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot 690 \cdot 0,02 = 17,25 \text{ MN / m}$$

- Ersatzschubsteifigkeit

$$S_B = D_{xy} \cdot h_s = 17,25 \cdot 0,60 = 10,35 \text{ MN}$$

- Effektive Steifigkeit:

$$efEI_B = EI_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{EI_B \cdot \pi^2}{S_B \cdot l_s^2}} = 7,04 \cdot \frac{1}{1 + \frac{7,04 \cdot \pi^2}{10,35 \cdot 1,80^2}} = 2,29 \text{ MNm}^2$$

$$efEI = EI_A + efEI_B = 0,88 + 2,29 = 3,17 \text{ MNm}^2$$

#### Schnittgrößen- und Spannungsermittlung

- Schnittgrößen

$$M_d = q_d \cdot l_s^2 / 8 = 15,0 \cdot 1,80^2 / 8 = 6,1 \text{ kNm}$$

$$V_d = q_d \cdot l_s / 2 = 15,0 \cdot 1,80 / 2 = 13,5 \text{ kN}$$

- Biegespannung

$$\sigma_{m,d} = M_{A,d} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_A} \cdot b_x / 2 = M_d \cdot \frac{EI_A}{efEI} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_A} \cdot b_x / 2$$

$$\sigma_{m,d} = 6,1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0,88}{3,17} \cdot \frac{11000}{0,88} \cdot 0,20 / 2 = 2,12 \text{ MN / m}^2$$

- Normalspannung

$$\sigma_{t,0,d} = M_{B,d} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_B} \cdot z_{S,1} = M_d \cdot \frac{efEI_B}{efEI} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_B} \cdot z_{S,1}$$

$$\sigma_{t,0,d} = 6,1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2,29}{3,17} \cdot \frac{11000}{7,04} \cdot 0,20 = 1,38 \text{ MN / m}^2$$

- Schubspannung aus Querkraft  $V_d$

$$\tau_d = 1,5 \cdot V_d / (d' \cdot n_{ber} \cdot b_x) = 1,5 \cdot 13,5 / (0,04 \cdot 3 \cdot 0,20) = 0,84 \text{ MN / m}^2$$

- Schubspannung aus Torsionsmoment im Kreuzungspunkt

$$M_{\varphi,d} = \tau_d \cdot d' \cdot b_x \cdot e_y = 0,84 \cdot 0,04 \cdot 0,20 \cdot 0,20 = 1,34 \text{ kNm}$$

$$\tau_{tor,d} = 3 \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \frac{b}{h}\right) \cdot \frac{M_{\varphi,d}}{h \cdot b^2} \cdot \frac{1}{n-1} = 3 \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \frac{0,20}{0,20}\right) \cdot \frac{1,34 \cdot 10^{-3}}{0,20 \cdot 0,20^2} \cdot \frac{1}{5-1}$$

$$\tau_{tor,d} = 0,20 \text{ MN / m}^2$$

mit  $h = b = b_x = b_y = 0,20 \text{ m}$

- Durchbiegung

$$u_{y,Q,inst} = \frac{5 \cdot q_k \cdot l_S^4}{384 \cdot e f E I} = \frac{5 \cdot 10,0 \cdot 1,80^4}{384 \cdot 3,17} = 0,43 \text{ mm}$$

#### Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit

- Längsspannungsnachweis

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{1,38}{9,69} + \frac{2,12}{16,61} = 0,14 + 0,13 = 0,27 \leq 1,0$$

- Schubspannungsnachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,84}{1,38} = 0,61 \leq 1,0$$

- Torsionsschubspannungsnachweis

$$\frac{\tau_{tor,d}}{f_{tor,d}} = \frac{0,20}{1,73} = 0,12 \leq 1,0$$

#### Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

- charakteristische (seltene) Bemessungssituation

$$u_{y,Q,inst} = 0,43 \text{ mm} \leq l_S / 300 = 1800 / 300 = 6 \text{ mm}$$

$$u_{y,Q,fin} = 0,57 \text{ mm} \leq l_S / 200 = 1800 / 200 = 9 \text{ mm}$$

$$\text{mit: } u_{y,Q,fin} = u_{y,Q,inst} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{def}) = 0,43 \cdot (1 + 0,3 \cdot 1,10) = 0,57 \text{ mm}$$

- quasi-ständige Bemessungssituation

$$u_{y,Q,fin} = 0,27 \text{ mm} \leq l_S / 200 = 1800 / 200 = 9 \text{ mm}$$

$$\text{mit: } u_{y,Q,fin} = u_{y,Q,inst} \cdot \psi_{2,1} \cdot (1 + k_{def}) = 0,43 \cdot 0,3 \cdot (1 + 1,10) = 0,27 \text{ mm}$$

Anmerkung: Setzt sich die Beanspruchung aus ständigen und veränderlichen Lasten zusammen, so müssen die Endverformungen für die kombinierte Beanspruchung gemäß Abs. 9.2 der DIN 1052 [53] nachgewiesen werden.

### 5.6.3 Deckenscheibe

Auch wenn Deckenscheiben und wandartige Träger größere Abmessungen besitzen, so ist die Vorgehensweise bei der Berechnung und Bemessung der Bauteile analog zur Sturzbemessung (siehe Abschnitt 5.6.2). Die Ermittlung der Schnitt- und Verformungsgrößen ist für Elemente mit bzw. ohne Schmalseitenverklebung nach dem zuvor erläuterten Verfahren durchzuführen.

Wie nachfolgendes Beispiel zeigt, weisen Deckenscheiben selbst unter großen horizontalen Belastungen nur geringe Ausnutzungsgrade bei den Verformungs- und Spannungsnachweisen auf. In der Regel sind für Deckenelemente die Beanspruchungen aus Plattentragwirkung maßgebend.

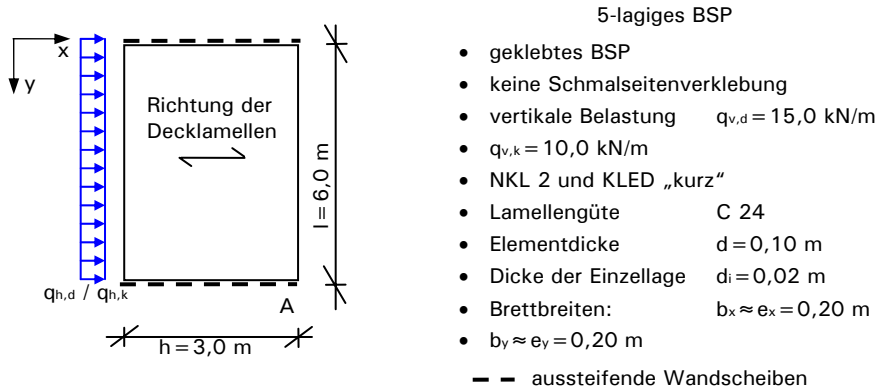
**Beispiel 5-12: BSP-Deckenscheibe, Spannungs- und Verformungsbetrachtung**

Abb. 5-68: Systemangaben - Deckenscheibe

**Beiwerte**

$$n_{ber} = h / e_x = 3,0 / 0,20 = 15$$

$$d^l = \sum d_{y,i} = 2 \cdot 0,02 = 0,04 \text{ m}$$

**Steifigkeitsermittlung**

- Biegesteifigkeiten

$$EI_A = E_{0,mean} \cdot n_{ber} \cdot d^l \cdot b_x^3 / 12 = 11000 \cdot 15 \cdot 0,04 \cdot 0,20^3 / 12 = 4,4 \text{ MNm}^2$$

$$EI = E_{0,mean} \cdot d^l \cdot h^3 / 12 = 11000 \cdot 0,04 \cdot 3,0^3 / 12 = 990,0 \text{ MNm}^2$$

$$EI_B = EI - EI_A = 990,0 - 4,4 = 985,6 \text{ MNm}^2$$

- Scheibenschubsteifigkeit

$$D_{xy} = \frac{1}{4} \cdot \sum (G_{xy,i} \cdot d_i) = \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot 690 \cdot 0,02 = 17,25 \text{ MN / m}$$

- Ersatzschubsteifigkeit

$$S_B = D_{xy} \cdot h = 17,25 \cdot 3,0 = 51,75 \text{ MN}$$

- Effektive Steifigkeit

$$efEI_B = EI_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{EI_B \cdot \pi^2}{S_B \cdot l_S^2}} = 985,6 \cdot \frac{1}{1 + \frac{985,6 \cdot \pi^2}{51,75 \cdot 6,0^2}} = 158,4 \text{ MNm}^2$$

$$efEI = EI_A + efEI_B = 4,4 + 158,4 = 162,8 \text{ MNm}^2$$

**Schnittgrößen- und Spannungsermittlung**

- Schnittgrößen

$$M_d = q_d \cdot l_S^2 / 8 = 15,0 \cdot 6,0^2 / 8 = 67,5 \text{ kNm}$$

$$V_d = q_d \cdot l_S / 2 = 15,0 \cdot 6 / 2 = 45,0 \text{ kN}$$

- Biegespannung

$$\sigma_{m,d} = M_{A,d} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_A} \cdot b_x / 2 = M_d \cdot \frac{EI_A}{efEI} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_A} \cdot b_x / 2$$

$$\sigma_{m,d} = 67,5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{4,4}{162,8} \cdot \frac{11000}{4,4} \cdot 0,20 / 2 = 0,46 \text{ MN / m}^2$$

- Normalspannung

$$\sigma_{t,0,d} = M_{B,d} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_B} \cdot z_{S,1} = M_d \cdot \frac{efEI_B}{efEI} \cdot \frac{E_{0,mean}}{EI_B} \cdot z_{S,1}$$

$$\sigma_{t,0,d} = 67,5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{158,4}{162,8} \cdot \frac{11000}{985,6} \cdot 1,40 = 1,03 \text{ MN / m}^2$$

- Schubspannung aus Querkraft  $V_d$ :

$$\tau_d = 1,5 \cdot V_d / (d^l \cdot n_{ber} \cdot b_x) = 1,5 \cdot 45 \cdot 10^{-3} / (0,04 \cdot 15 \cdot 0,20) = 0,56 \text{ MN / m}^2$$

- Schubspannung aus Torsionsmoment im Kreuzungspunkt:

$$M_{\varphi,d} = \tau_d \cdot d^l \cdot b_x \cdot e_y = 0,56 \cdot 0,04 \cdot 0,20 \cdot 0,20 = 0,90 \text{ kNm}$$

$$\tau_{tor,d} = 3 \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \frac{b}{h}\right) \cdot \frac{M_{\varphi,d}}{h \cdot b^2} \cdot \frac{1}{n-1} = 3 \cdot \left(1 + 0,6 \cdot \frac{0,20}{0,20}\right) \cdot \frac{0,90 \cdot 10^{-3}}{0,20 \cdot 0,20^2} \cdot \frac{1}{5-1}$$

$$\tau_{tor,d} = 0,14 \text{ MN / m}^2$$

mit  $h = b = b_x = b_y = 0,20\text{m}$

### Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit

- Längsspannungsnachweis

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{1,03}{9,69} + \frac{0,46}{16,61} = 0,11 + 0,03 = 0,14 \leq 1,0$$

- Schubspannungsnachweis

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,56}{1,38} = 0,40 \leq 1,0$$

- Torsionsschubspannungsnachweis

$$\frac{\tau_{tor,d}}{f_{tor,d}} = \frac{0,14}{1,73} = 0,08 \leq 1,0$$

### Horizontale Durchbiegung $u_{x,k}$ unter Scheibenbeanspruchung

$$u_{x,k} = \frac{5 \cdot q_k \cdot l_s^4}{384 \cdot e f E I} = \frac{5 \cdot 10,0 \cdot 6,0^4}{384 \cdot 162,8} = 1,0 \text{ mm} \leq l / 1000 = 6,0 \text{ mm}$$

#### 5.6.3.1 Elementstoß senkrecht zur Lasteinleitung

In der Regel müssen in Deckenscheiben aufgrund der großen Abmessungen Elementstöße angeordnet werden. Die Lage der Stöße besitzt dabei Einfluss auf deren Bemessung und konstruktive Ausführung. Die Verbindungsmittel des Elementstoßes müssen den in der Fuge wirkenden Schubfluss übertragen können. Dieser lässt sich allgemein ermitteln zu:

$$n_{xy,d} = \tau_{d(y)} \cdot d^l = \tau_{d(y)} \cdot \sum d_{x,i} \quad (5-111)$$

mit:  $\tau_{d(y)}$ : Schubspannung auf Höhe des Elementstoßes

$d_{x,i}$ : Dicke der Lamellen in x-Richtung

Im ungünstigsten Fall liegt der Elementstoß im Bereich der maximalen Schubspannung (siehe Abb. 5-69). Demnach beträgt der maximale Schubfluss:

$$n_{xy,d} = 1,5 \cdot V_d / (n_{ber} \cdot b_y) = \frac{1,5 \cdot q_d \cdot l / 2}{n_{ber} \cdot b_y} \quad (5-112)$$

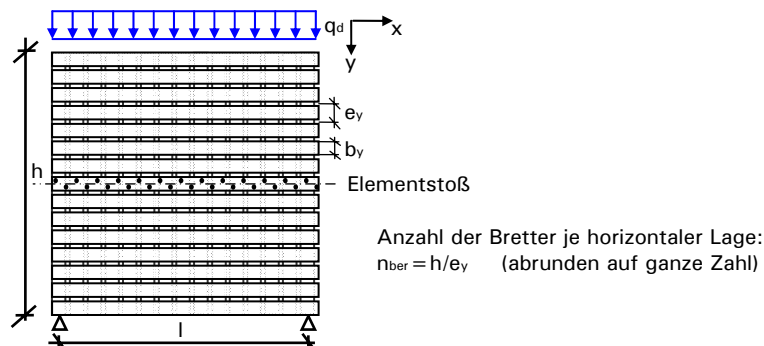


Abb. 5-69: Elementstoß parallel zur Lasteinleitung

### 5.6.3.2 Elementstoß parallel zur Lasteinleitung

Sind die Elementstöße parallel zur Lastrichtung angeordnet, so muss beachtet werden, dass neben dem Schubfluss  $n_{xy,d}$  in Elementebene auch die sich aus der Momentenwirkung einstellende Normalkraft  $n_{x,d}$  übertragen werden muss. Die Verbindungsmittel der Stoßfuge erfahren eine Beanspruchung auf Abscheren aus der Überlagerung des Schubflusses und der Normalkraft.

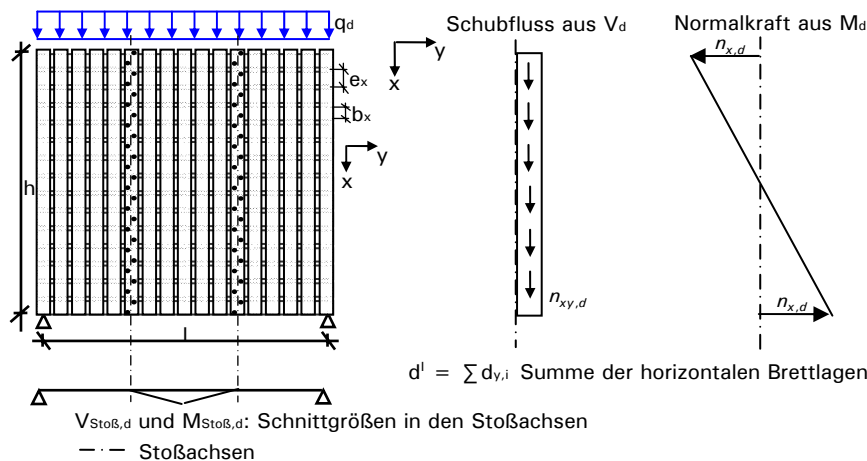


Abb. 5-70: Schubfluss und Normalkraft im Stoßbereich

Für den in den Schubfluss  $n_{xy,d}$  in der Stoßfuge wird ein konstanter Verlauf vorausgesetzt. Somit gilt:

$$n_{xy,d} = \frac{V_{Stoß,d}}{h} \tag{5-113}$$

Die Zugkraft  $n_{x,d}$  im Randbereich beträgt:

$$n_{x,d} = \frac{M_{Stoß,d}}{W} \cdot d' = \frac{M_{Stoß,d} \cdot 6}{h^2} \tag{5-114}$$

Unter der vereinfachten Annahme eines konstanten Verlaufs der Zugkraft im Randbereich, erfährt das äußerste Verbindungsmittel folgende Beanspruchung  $N_d$  auf Abscheren (siehe Abb. 5-71):

$$N_d = e_{VBM} \cdot \sqrt{n_{x,d}^2 + n_{xy,d}^2} \tag{5-115}$$

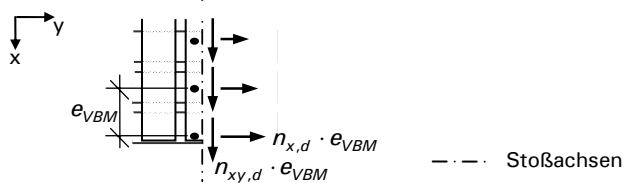


Abb. 5-71: Beanspruchung des äußersten Verbindungsmittels

Alternativ können die Beanspruchungen unabhängig von einander betrachtet werden. So kann der Schubfluss aus Querkraft durch die Verbindungsmittel im Elementstoß übertragen werden. Getrennt davon, wird die aus der Momentenbeanspruchung resultierende Zugkraft über zusätzliche Zuglaschen aufgenommen. Eine mögliche Anordnung der Zuglaschen ist in Abb. 5-72 dargestellt.



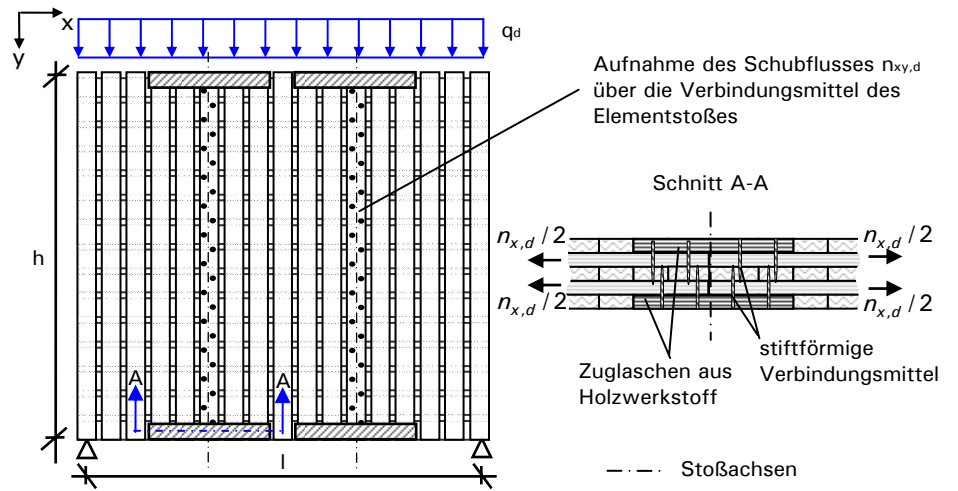


Abb. 5-72: Aufnahme der Zugkraft über Zuglaschen

## 5.7 Experimentelle Untersuchungen

### 5.7.1 Drillsteifigkeit von BSP-Elementen

Die Berücksichtigung der Drillsteifigkeit von Brettsperrholzelementen, deren Brettlagen an den Schmalseiten miteinander verklebt sind, ist in Abs. D2 der DIN 1052 [53] geregelt. Ist keine Verklebung an den Schmalseiten der Brettlagen vorhanden, so wird die Drillsteifigkeit geringer angesehen und darf näherungsweise null gesetzt werden. Um das tatsächliche Tragverhalten dieser Elemente unter Drillbeanspruchung wiedergeben zu können, wurden die nachfolgend beschriebenen experimentellen Untersuchungen an Drei- und Fünfschichtplatten durchgeführt.

#### 5.7.1.1 Theoretisches Modell

Bei einem quadratischen Plattenelement unter idealer Drillbeanspruchung stellt sich das in Abb. 5-73 dargestellte Verformungsbild ein. Es kommt zu einem Abheben bzw. Absenken der jeweils diagonal gegenüberliegenden Eckbereiche. Parallel zu den Elementkanten liegende Plattenstreifen bleiben eben und weisen keine Biegeverformungen auf. Da die Verformungsfigur ausschließlich aus der Verdrehung des Elementes aufgrund der Drillmomente resultiert, gilt dieses Verhalten auch für orthotrope Platten.

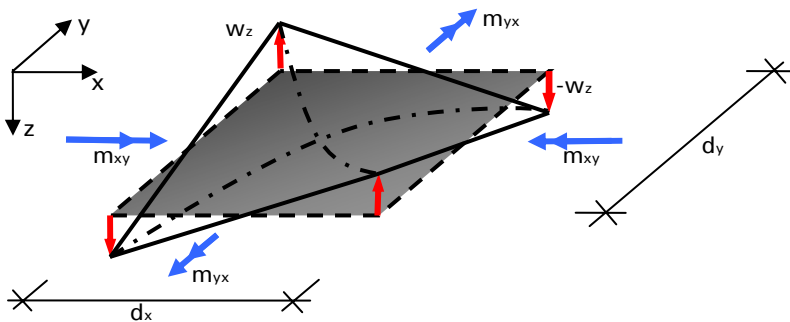


Abb. 5-73: Plattenelement unter reiner Drillbeanspruchung

Eine vergleichbare Verformungsfigur lässt sich durch ein Trägerrostmodell abbilden – im einfachsten Fall bestehend aus zwei gekreuzten Trägern. Die Drillmomente können durch Kräftepaare in z-Richtung ersetzt werden, die an den Enden von biege- und schubsteifen Kragarmen angreifen. Den Hauptträgern werden die jeweiligen Plattensteifigkeiten in x- bzw. in y-Richtung zugewiesen. Wird der Träger in x-Richtung drillweich ausgeführt, so muss man dem Träger in y-Richtung die volle Drillsteifigkeit und Drillbeanspruchung zuweisen, um das gleiche Verformungsbild zu erhalten (siehe Abb. 5-74).

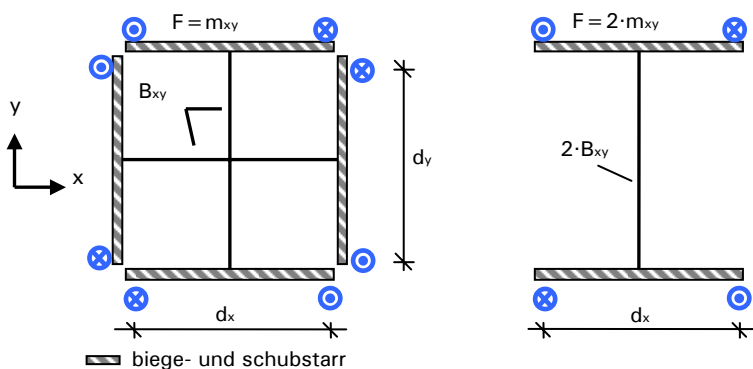


Abb. 5-74: Trägerrost unter Drillbeanspruchung

Das beschriebene Modell entspricht einer quadratischen Platte, die an drei Ecken gehalten und an der freien Ecke senkrecht zur Plattenebene durch eine Einzellast belastet wird. Darauf basierend wurde der Versuchsaufbau entwickelt und die Versuche durchgeführt.

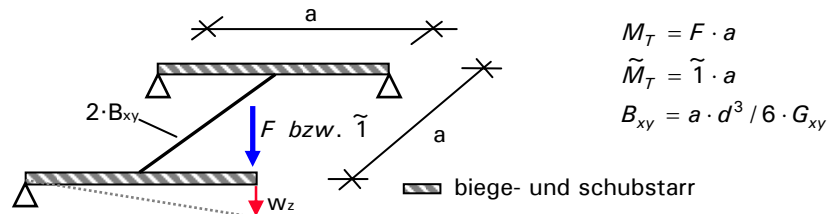


Abb. 5-75: Verformungsermittlung

Die Verformung kann über den Arbeitssatz bestimmt werden:

$$w_z = \int \frac{M_T \cdot \tilde{M}_T}{2 \cdot B_{xy}} \cdot dx = F \cdot a^2 \cdot \frac{3}{d^3 \cdot G_{xy}} \quad (5-116)$$

Die Herleitung der Verformung am Plattenelement liefert das gleiche Ergebnis. Es gelten folgende Steifigkeitsverhältnisse:

$$EI_x = EI_y \quad \text{und} \quad G = E / 2 \quad (5-117)$$

$$K = E \cdot d^3 / 12 = G \cdot d^3 / 6 \quad (5-118)$$

Das Drillmoment am Plattenelement beträgt:

$$m_{xy} = K \cdot w^{/0} \quad \text{mit} \quad F = 2 \cdot m_{xy} \quad (5-119)$$

Die Verformung  $w_z$  ergibt sich aus den Geometrieverhältnissen:

$$w_z = w^{/0} \cdot a^2 = F \cdot a^2 \cdot \frac{3}{d^3 \cdot G_{xy}} \quad (5-120)$$

Die nach diesem vereinfachten Modell berechneten Verformungen sind in den Last-Verformungsdiagrammen in Abschnitt 5.7.1.5 angegeben. Verformungsanteile durch Schub aus Querkraft werden nicht berücksichtigt.

### 5.7.1.2 Prüfkörper und Versuchsaufbau

Die quadratischen Prüfkörper besaßen eine Kantenlänge von 1,20 m. Es wurden je zwei Prüfkörper einer Fünfschicht- und einer Dreischichtplatte geprüft. Die Herstellung erfolgte gemäß abZ Nr. Z-9.1-501 [60] im Vakuumverfahren aus Lamellen der Güteklasse C24, ohne Verklebung der Schmalseiten der einzelnen Bretter. Die Prüfkörper besaßen folgende Querschnittsaufbauten:

- Fünfschichtplatte  $d = 5 \times 17 \text{ mm} = 85 \text{ mm}$   
(Prüfkörperbezeichnung: Drill\_1 85, Drill\_2 85)
- Dreischichtplatte  $d = 3 \times 27 \text{ mm} = 81 \text{ mm}$   
(Prüfkörperbezeichnung: Drill\_3 81, Drill\_4 81)

An den festen Auflagern sowie an den Lasteinleitungspunkten dienten quadratische Stahlplatten mit einer Kantenlänge von 120 mm zur Lastverteilung. Um eine freie Verdrehung der Prüfkörper zu ermöglichen wurden unter den Stahlplatten Kalotten angeordnet (siehe Abb. 5-77).

Die Krafteinleitung erfolgte über einen hydraulischen Prüfzylinder. Bei der Versuchsdurchführung des Prüfkörpers Drill\_1 85 betrug der maximal mögliche Weg des Prüfzylinders 50 mm, bei den nachfolgenden Prüfkörpern 150 mm. Die vertikalen Verformungen der Prüfkörper wurden an den festen Auflagern sowie am Lastangriffspunkt mit Wegaufnehmern gemessen.

Die bei der Durchführung der Versuche gemessene Holzfeuchte der Brettsperrholzelemente betrug ca. 11,5 %. In nachfolgender Abbildung ist die Versuchsanordnung schematisch dargestellt.

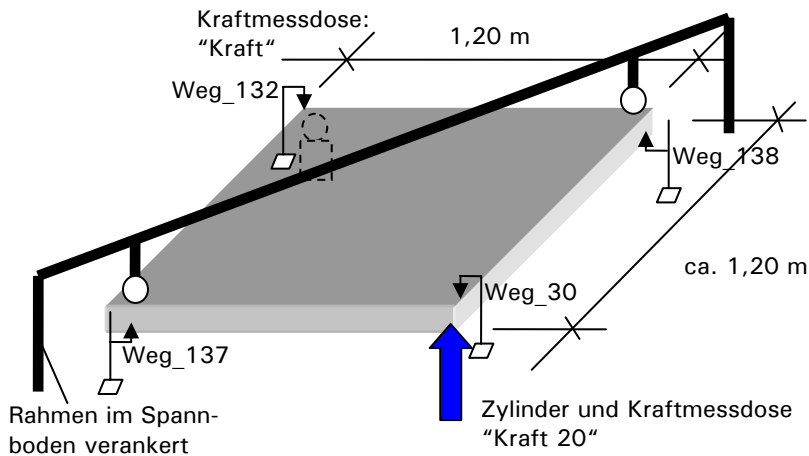


Abb. 5-76: Versuchsaufbau

### 5.7.1.3 Versuchsdurchführung

Die Prüfkörper wurden gemäß dem zuvor beschriebenen Versuchsaufbau in der Prüfeinrichtung angeordnet. Dabei wurden die Prüfkörper zunächst diagonal auf den Kraftmessdosen aufgelagert und anschließend der Stahlträger auf den Brettsperrholzelement kraftschlüssig eingebaut. Der Stahlträger wies ein Eigengewicht von 130 kg auf. Nach Abschluss des Einbaus der Prüfkörper folgte die Eichung der Messinstrumente. In den Eckbereichen, an denen die Platte von oben gehalten war, wurden für den Versagensfall zum Schutz der Wegaufnehmer Holzklötze angeordnet. Diese kamen während der gesamten Versuchsdurchführung nicht in Berührung mit den Prüfkörpern und behinderten somit weder Verformungen noch Verdrehungen der Elemente.

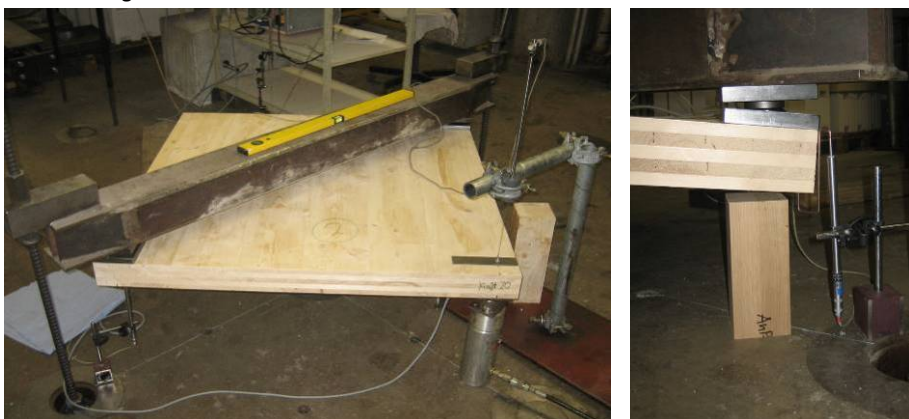


Abb. 5-77: Prüfeinrichtung und Auflagerausbildung, Kalotten für freie Verdrehung

In Abb. 5-78 und Abb. 5-79 sind je ein Prüfkörper der Fünf- und Dreischichtplatten im verformten Zustand dargestellt. Die Verdrillung der Prüfkörper ist deutlich zu erkennen. Es bestätigt sich der Grundgedanke des theoretischen Modells, dass eine derartige Eckbelastung nur Drill- und keine Biegebeanspruchungen hervorruft. Die parallel zu den Elementkanten liegenden Plattenstreifen bleiben eben und weisen keine Biegeverformungen auf (siehe Abb. 5-79).



Abb. 5-78: Verdrillung des Prüfkörpers Drill\_2 85



Abb. 5-79: Drill\_3 81 im verformten Zustand, Holzklötze zum Schutz der Wegaufnehmer

Bei keinem der Prüfkörper wurde ein endgültiges Versagen erreicht. Ausschlaggebend für den Abbruch des jeweiligen Versuches war stets der maximal ausgenutzte Weg des Prüfzylinders.

Die relativen vertikalen Verformungen der einzelnen Prüfkörper am Ort der Lasteinleitung gegenüber den festen Auflagern sind in Abhängigkeit der gemessenen Prüfzylinderkraft (Kraft 20) in den Last-Verformungsdiagrammen angetragen (siehe Abschnitt 5.7.1.5). An den festen Auflagerpunkten aufgenommene, geringfügige Verformungen wurden bei der Bestimmung der relativen Verformung berücksichtigt.

#### 5.7.1.4 Simulationsberechnung

Begleitend zur Versuchsdurchführung wurde die rechnerische Verformung der Prüfkörper nach dem Verfahren der Schubanalogie bestimmt. Für die Drillsteifigkeiten der einzelnen Ebenen je Meter Plattenbreite gilt:

$$\text{Ebene A:} \quad B_{xy}^A = \sum G_{xy,i} \cdot d_i^3 / 6 \quad (5-121)$$

$$\text{Ebene B:} \quad B_{xy}^B = \sum 2 \cdot G_{xy,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}^2 \quad (5-122)$$

$$\text{mit:} \quad G_{xy} = 690 \text{ N/mm}^2$$

In den nachfolgenden Tabellen sind die Steifigkeiten der Fünf- und Dreischichtplatten angegeben. Bei der Dreischichtplatte ergibt sich die Besonderheit, dass in Nebentragrichtung nur die Mittellage ( $i=2$ ) wirksam ist. Das bedeutet, dass die Stäbe des Trägerrostmodells der Ebene B in Nebentragrichtung biegeweich aus-

zuführen sind (es gilt:  $B_{B,y}=0$ ). Da die biegeweichen Stäbe sich jeglicher Beanspruchung entziehen, muss die gesamte Schub- und Drillsteifigkeit in Nebentragsrichtung den Stäben der Ebene A zugewiesen werden. Folglich gilt für die Dreischichtplatte in Nebentragsrichtung:

$$B_{A,y} = E_{y,2} \cdot d_2^3 / 12 \quad (5-123)$$

$$B_{A,yx} = \sum G_{xy,i} \cdot d_i^3 / 6 + \sum 2 \cdot G_{xy,i} \cdot d_i \cdot z_{s,i}^2 \quad (5-124)$$

$$S_{A,y} \approx d_2 \cdot G_{yz,2} \quad (5-125)$$

Tabelle 5-18: Steifigkeiten des ideellen Rechenquerschnitts der Fünfschichtplatte (Drill\_1/2 85)

x-Richtung		y-Richtung		Einheit
$B_{A,x}$	0,013511	$B_{A,y}$	0,009007	[MNm <sup>2</sup> /m]
$B_{B,x}$	0,432344	$B_{B,y}$	0,108086	[MNm <sup>2</sup> /m]
$S_x$	8,530909	$S_y$	4,265455	[MN/m]
$B_{xy,A}$	0,002825	$B_{yx,A}$	0,002825	[MNm <sup>2</sup> /m]
$B_{xy,B}$	0,067799	$B_{yx,B}$	0,067799	[MNm <sup>2</sup> /m]

Tabelle 5-19: Steifigkeiten des ideellen Rechenquerschnitts der Dreischichtplatte (Drill\_3/4 81)

x-Richtung		y-Richtung		Einheit
$B_{A,x}$	0,036086	$B_{A,y}$	0,018043	[MNm <sup>2</sup> /m]
$B_{B,x}$	0,433026			
$S_x$	6,774545	$S_{A,y}$	18,63	[MN/m]
$B_{A,xy}$	0,006791	$B_{A,yx}$	0,061115	[MNm <sup>2</sup> /m]
$B_{B,xy}$	0,054325			

Die nach dem Verfahren der Schubanalogie berechneten Verformungen sind in den Last-Verformungsdiagrammen in Abschnitt 5.7.1.5 enthalten.

#### 5.7.1.5 Last-Verformungsdiagramme

In den nachfolgenden Last-Verformungsdiagrammen sind die Lastverformungskurven der Bauteilversuche und die Ergebnisse nach der vereinfachten schubstarken Berechnung bzw. nach dem Verfahren der Schubanalogie aufgeführt. Die Betrachtung erfolgt getrennt für die Prüfkörper der Fünfschichtplatte (Abb. 5-80) und der Dreischichtplatte (Abb. 5-81). Zum Vergleich ist das Lastniveau angegeben, das rechnerisch zu einer Schubbeanspruchung im Bereich der charakteristischen Schubfestigkeit führt.

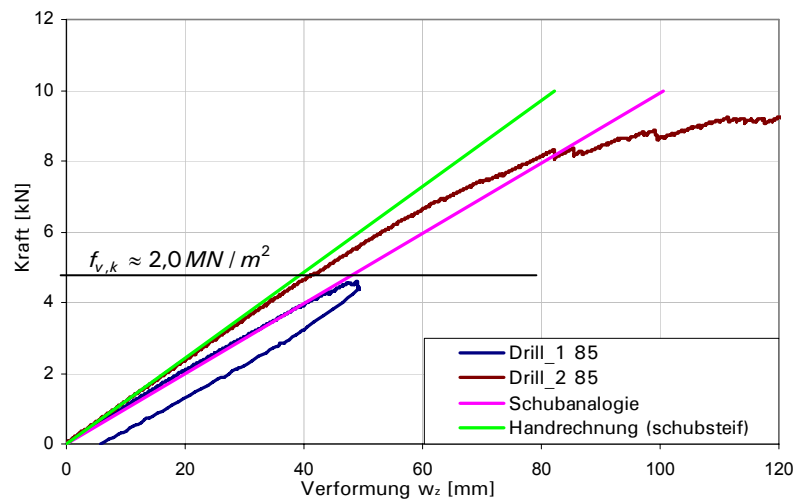


Abb. 5-80: Last-Verformungsdiagramm für fünfschichtige Elemente

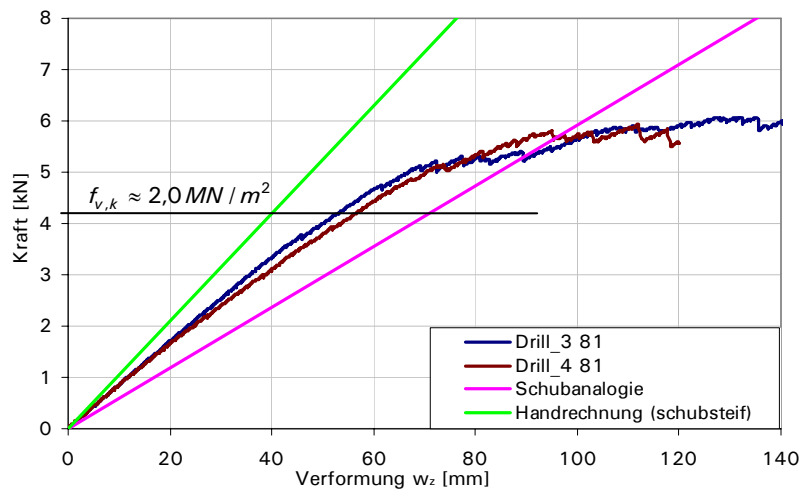


Abb. 5-81: Last-Verformungsdiagramm für dreischichtige Elemente

Aus den Ergebnissen lassen sich folgende Schlussfolgerungen ziehen:

- Die vereinfachte schubstarre Berechnung am theoretischen Modell liefert nur für die Fünfschichtplatte bei geringem Lastniveau übereinstimmende Ergebnisse. Im Lastbereich über der charakteristischen Festigkeit sowie bei der Dreischichtplatte sind die versuchstechnisch gemessenen Verformungen deutlich größer.
- Die berechneten Verformungen nach dem Verfahren der Schubanalgie erzielen vor allem für die Fünfschichtplatte gute Übereinstimmung. Die Dreischichtplatten verhalten sich dagegen steifer als es die Simulationsberechnung nach dem Verfahren der Schubanalgie erwarten lässt.

Dies liegt daran, dass in Nebentragsrichtung gemäß der Theorie der Schubanalgie nur die Mittellage wirksam ist. Die Versuchsergebnisse zeigen, dass die Fugen an den nicht verklebten Schmalseiten der Brettlamellen nur geringen Einfluss auf die Schubverzerrung, resultierend aus der Verdrillung der Plattenelemente, besitzen. Die Drillsteifigkeit kann näherungsweise unter Vernachlässigung des Fugeneinflusses ermittelt werden. Bei stark drillbeanspruchten Bauteilen, sollte die Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen unter Berücksichtigung der Schubverformung erfolgen.

### 5.7.2 Vergütete Decklamellen – Kooperation mit TP 14

Das ebenfalls im HTO-Verbund-Forschungsvorhaben eingebundene Teilprojekt 14 „Hochwertige Bauprodukte aus Massivholz und Holzwerkstoffen aus starkem Stammholz“ beschäftigt sich mit der Entwicklung hochwertiger Bauprodukte. Dabei steht der optimierte Einsatz spezieller Eigenschaften von Nadelstarkholz hinsichtlich der technischen Anforderungen der Endprodukte im Vordergrund. Zu diesem Zweck wurden Brettlamellen aus Nadelstarkholz gewonnen und zur Herstellung von Brettsperrholz verwendet. Da die Brettware des starken Stammholzes hohe E-Modulwerte aufweisen, erfolgte der gezielte Einsatz der Brettware in den Decklagen der Brettsperrholzelemente. Dadurch kann die Biegesteifigkeit der Elemente erhöht und somit das in der Regel für die Bemessung maßgebende Verformungsverhalten der Elemente verbessert werden. Die Herstellung erfolgte unter der Leitung des Teilprojekts 14. Anschließend wurden im Rahmen des TP 15 experimentelle Untersuchungen zum Tragverhalten der Elemente durchgeführt.

#### 5.7.2.1 Herstellung der Prüfkörper

Untersucht wurde das Tragverhalten von insgesamt 30 Prüfkörpern aus 5-lagigem Brettsperrholz. Die Einzelprüfkörper wiesen eine Länge von ca. 2,60 m, eine Breite von 0,50 m und eine Dicke von 0,135 m (Dicke der Einzelschichten  $d_i = 0,027$  m) auf. Die Prüfkörper wurden aus 6 Rohkörpern der Abmessungen 2,60 m x 2,60 m gewonnen. Sie besitzen den gleichen Querschnittsaufbau, unterscheiden sich jedoch durch die Verwendung unterschiedlichen Rohmaterials. Es wurden sowohl Lamellen aus Starkholzeinschnitt als auch aus normalen Stammholz verarbeitet. Folgende Rohkörper wurden hergestellt:

- 2 x Rohkörper aus Starkholz (Elemente A und B)
- 2 x Rohkörper aus normalem Stammholz (Elemente C und D)
- 2 x Rohkörper mit Querlagen Furnierschichtholz (Elemente E und F)

Vor der Herstellung der Prüfkörper wurden zunächst unter der Leitung von TP 14 die Abmessungen, der dynamische E-Modul sowie die Rohdichte der Einzellamellen der Rohware ermittelt. Die Lamellen wurden an den Stirnseiten entsprechend gekennzeichnet, sodass die ermittelten Kennwerte nach der Produktion den einzelnen Prüfkörpern zugeordnet werden konnten.

In Absprache mit TP 15 erfolgte eine erste Einteilung der Lamellen in Gruppen bestimmter E-Modulbereiche:

- Rohkörper A und B – Starkholz:  
Um den gewünschten Vergütungseffekt zu erzielen, wurden die hochwertigsten Lamellen in den Decklagen verarbeitet. Die im Rohkörper A bzw. B verwendeten Starkholzlammellen besaßen Elastizitätsmoduln, die den Festigkeitsklassen C45 bis C50 bzw. C40 bis C45 entsprachen.
- Rohkörper C und D – normales Stammholz:  
In der Regel werden für die Herstellung von Brettsperrholz Lamellen der Festigkeitsklasse C 24 verwendet. Daher sollten die Längslagen der Rohkörper aus normalem Stammholz in etwa einen mittleren Elastizitätsmodul von  $E_{0,mean} = 11000$  N/mm<sup>2</sup> aufweisen. Aufgrund der unerwartet hohen Güte der Brettware des normalen Stammholzes war diese Ausführung jedoch nicht möglich. So wurden die Decklagen der Rohkörper B und C aus Lamellen gefertigt, die einen mittleren E-Modul von  $E_{0,mean} = 11500$  N/mm<sup>2</sup> besitzen.



Wegen des geringen Einflusses auf das Tragverhalten, wurden in der Mittel-lage auch Lamellen mit höherer Güte verwendet.

- Rohkörper E und F – Furnierschichtholz in Querlagen:  
Aus den verbliebenen Lamellen wurden Prüfkörper mit Furnierschichtholz in den Querlagen hergestellt.  
Aufbau des Furnierschichtholzes: II–III–II  
I = parallel bzw. – = senkrecht zur Haupttragrichtung

Die Herstellung der Rohkörper geschah im Vakuumpressverfahren gemäß abZ Nr. Z-9.1-501 [60]. Anschließend wurden die Rohkörper zu Prüfkörpern der zuvor genannten Abmessungen zugeschnitten.

Die Prüfkörper wurden am 12.04.2007 angeliefert und bis zur Versuchsdurchführung in der Prüfhalle (Klimabedingungen: Temperatur ca. 21°C, relative Luftfeuchte ca. 50%) des MPA BAU München zwischengelagert. Durch die Kennzeichnung an den Stirnseiten konnten die einzelnen Lamellen der Prüfkörper aufgenommen und der E-Modul der Längslagen bestimmt werden. Unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Lamellenbreiten  $b_i$  ergibt sich der gemittelte E-Modul einer Lage wie folgt:

$$E_{Lage} = \frac{\sum E_i \cdot b_i}{\sum b_i} \quad (5-126)$$

Die E-Moduln der Längslagen der einzelnen Prüfkörper sowie die Mittelwerte je Prüfserie sind für die einzelnen Prüfkörper in den nachfolgenden Tabellen zusammengefasst.

Tabelle 5-20: E-Modul der einzelnen Lagen der Prüfkörper aus Rohkörper A

Prüfkörper	A1	A2	A3	A4	A5	Ø	
Decklage	15387	15962	16150	15142	16215	15771	[MN/m <sup>2</sup> ]
Mittellage	10940	12566	11899	11859	11787	11810	[MN/m <sup>2</sup> ]
Decklage	15650	15307	15456	16875	16447	15947	[MN/m <sup>2</sup> ]

Tabelle 5-21: E-Modul der einzelnen Lagen der Prüfkörper aus Rohkörper B

Prüfkörper	B1	B2	B3	B4	B5	Ø	
Decklage	14568	14520	14482	14510	14234	14463	[MN/m <sup>2</sup> ]
Mittellage	12607	12154	11886	11421	11777	11969	[MN/m <sup>2</sup> ]
Decklage	14277	14329	14588	14446	14824	14493	[MN/m <sup>2</sup> ]

Tabelle 5-22: E-Modul der einzelnen Lagen der Prüfkörper aus Rohkörper C

Prüfkörper	C1	C2	C3	C4	C5	Ø	
Decklage	12753	11086	11003	11204	13066	11822	[MN/m <sup>2</sup> ]
Mittellage	11361	16603	14850	14187	15799	14560	[MN/m <sup>2</sup> ]
Decklage	11614	10678	11753	12291	11956	11658	[MN/m <sup>2</sup> ]

Tabelle 5-23: E-Modul der einzelnen Lagen der Prüfkörper aus Rohkörper D

Prüfkörper	D1	D2	D3	D4	D5	Ø	
Decklage	10423	11353	11966	11192	12121	11411	[MN/m <sup>2</sup> ]
Mittellage	11839	16400	12147	12556	12488	13086	[MN/m <sup>2</sup> ]
Decklage	11396	12117	11225	12338	11644	11744	[MN/m <sup>2</sup> ]

Tabelle 5-24: E-Modul der einzelnen Lagen der Prüfkörper aus Rohkörper E

Prüfkörper	E1	E2	E3	E4	E5	Ø	
Decklage	15400	14291	14525	14296	13456	14394	[MN/m <sup>2</sup> ]
Mittellage	12566	13102	13324	13030	12231	12850	[MN/m <sup>2</sup> ]
Decklage	13922	14532	14404	16060	16159	15015	[MN/m <sup>2</sup> ]

Tabelle 5-25: E-Modul der einzelnen Lagen der Prüfkörper aus Rohkörper F

Prüfkörper	F1	F2	F3	F4	F5	Ø	
Decklage	16581	16779	15867	13976	14542	15549	[MN/m <sup>2</sup> ]
Mittellage	12923	12728	12499	12341	12947	12688	[MN/m <sup>2</sup> ]
Decklage	15469	16474	13997	13565	12467	14394	[MN/m <sup>2</sup> ]

Bei der Überprüfung der Abmessungen wurde festgestellt, dass die Prüfkörper der Serie C und D hinsichtlich der Bauteildicken von den übrigen Elementen abweichen. Die Einzelschichtdicke  $d_i$  sowie die Bauteildicken  $d_{\text{Bauteil}}$  der Rohkörper betragen.

- Rohkörper A, B, E, F:  $d_i = 0,0270$  m  $d_{\text{Bauteil}} = 0,135$  m
- Rohkörper C  $d_i = 0,0282$  m  $d_{\text{Bauteil}} = 0,141$  m
- Rohkörper D:  $d_i = 0,0278$  m  $d_{\text{Bauteil}} = 0,139$  m

Die unterschiedlichen Schichtdicken wurden bei den Auswertungen und Berechnungen berücksichtigt.

### 5.7.2.2 Schwingungsmessung – Ermittlung des Rollschubmoduls $G_R$

#### Verfahren

Um das Tragverhalten theoretisch zu beschreiben, sind neben der Biegesteifigkeit auch Kenntnisse hinsichtlich der Schubsteifigkeit erforderlich. Das Schubtragverhalten kann durch die Ersatzschubsteifigkeit gemäß Abschnitt 5.3.1.2 beschrieben werden. Zur Ermittlung der Ersatzschubsteifigkeit sind die Querschnittsabmessungen sowie die Materialkennwerte der Schubmoduln parallel und senkrecht zur Faser erforderlich. Dabei spielt der Schubmodul nur eine untergeordnete Rolle. Entscheidenden Einfluss auf die Ersatzschubsteifigkeit besitzt der Rollschubmodul der Querlagen.

Görlacher stellt in [27] ein Verfahren zur zerstörungsfreien Ermittlung des Rollschubmoduls von Holz vor. Das Verfahren basiert auf der Messung der Eigenfrequenz eines frei schwingenden stabförmigen Probestückes. Dieses Verfahren ist jedoch nicht auf die Rohware von Brettsperrholzprodukten anwendbar, da die Abmessungsverhältnisse der Brettlamellen nicht mit denen der Probekörper des Prüfverfahrens übereinstimmen.

Nachfolgend wird ein Verfahren vorgestellt, das es ermöglicht den Rollschubmodul der Querlagen von Brettsperrholzelementen am Endprodukt zu ermitteln. Grundlage bildet eine Schwingungsmessung zur Bestimmung der Eigenfrequenz von Brettsperrholzbalken. Allgemein gilt für die Eigenfrequenz eines Einfeldträgers:

$$f_0 = \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{efEI_x}{m}} \quad (5-127)$$

Bei bekannter Masse  $m$  [kg/m<sup>2</sup>] kann mittels der Eigenfrequenz  $f_0$  auf die effektive Biegesteifigkeit des Plattenelementes rückgerechnet werden:

$$efEI_x = f_0^2 \cdot 4 \cdot I^4 \cdot m \cdot \frac{1}{\pi^2} \quad (5-128)$$

Nach der Schubanalogie gilt für die effektive Biegesteifigkeit  $efEI_x$  eines als Einfeldträger gelagerten Brettsperrholzelementes der Spannweite  $l$ :

$$efEI_x = B_{A,x} + efB_{B,x} = B_{A,x} + B_{B,x} \cdot \frac{1}{1 + \frac{B_{B,x} \cdot \pi^2}{S_{xz}^2 \cdot l^2}} \quad (5-129)$$

Durch Umformen erhält man:

$$\frac{1}{S_{xz}^2} = \frac{l^2}{\pi^2} \cdot \left( \frac{1}{efEI_x - B_{A,x}} - \frac{1}{B_{B,x}} \right) \quad (5-130)$$

Sind die Biegesteifigkeiten in Spannrichtung bekannt, so kann mittels der gemessenen Eigenfrequenz  $f_0$  und der Masse  $m$  des Elementes auf die Ersatzschubsteifigkeit rückgerechnet werden:

$$\frac{1}{S_{xz}^2} = \frac{l^2}{\pi^2} \cdot \left( \frac{1}{f_0^2 \cdot 4 \cdot I^4 \cdot m \cdot l / \pi^2 - B_{A,x}} - \frac{1}{B_{B,x}} \right) \quad (5-131)$$

Die Ersatzschubsteifigkeit berechnet sich für eine Fünfschichtplatte mit gleich dicken Einzelschichten zu:

$$\frac{1}{S_{xz}} = \frac{1}{a_x^2} \left\{ 2 \cdot G_{xz,1} + \sum_{i=2}^{n-1} G_{xz,i} + 2 \cdot G_{xz,n} \right\} = \frac{1}{8 \cdot d_i} \cdot \left( \frac{1}{G_R} + \frac{1}{G} \right) \quad (5-132)$$

Zusammenfassend gilt für den Rollschubmodul:

$$\frac{1}{G_R} = \frac{8 \cdot d_i \cdot l^2}{\pi^2} \cdot \left( \frac{1}{f_0^2 \cdot 4 \cdot I^4 \cdot m \cdot l / \pi^2 - B_{A,x}} - \frac{1}{B_{B,x}} \right) - \frac{1}{G} \quad (5-133)$$

### Schwingungsmessung

Zur Lagerung der Prüfkörper dienten zwei Auflagerböcke. Diese besaßen als Auflagerfläche eine zylindrische Stahlrolle, die bei einem der Auflagerböcke zusätzlich horizontal gelenkig gelagert war. Somit konnten gegebenenfalls vorhandene Verwindungen der Prüfkörper ausgeglichen werden. Die lichte Spannweite der Prüfkörper betrug 2,51 m. In nachfolgender Abbildung ist die Messanordnung dargestellt.

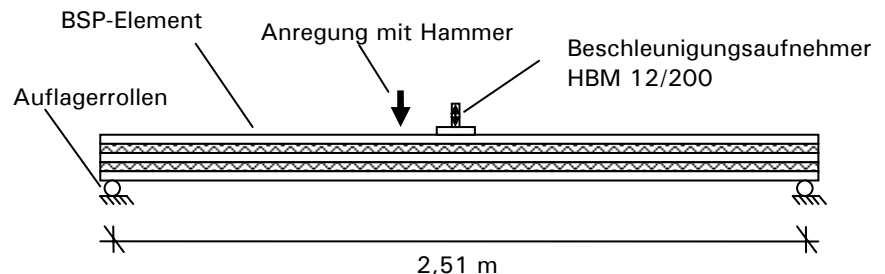


Abb. 5-82: Systemskizze der Schwingungsmessung

Die Schwingungsmessung und die Auswertung des Rollschubmoduls erfolgte für die Prüfserien A, B, C und D. Vor der Schwingungsmessung wurden die Massen der einzelnen Prüfkörper ermittelt. In nachfolgenden Tabellen sind die gemessenen Eigenfrequenzen und die daraus berechneten Rollschubmoduln der Querlagen aufgeführt.

Tabelle 5-26: Eigenfrequenz und Rollschubmodul der Prüfkörper A ( $d_{\text{Bauteil}} = 0,135 \text{ m}$ )

PK-NR.	l [m]	m [kg/m <sup>2</sup> ]	B <sub>A,x</sub> [MNm <sup>2</sup> /m]	B <sub>B,x</sub> [MNm <sup>2</sup> /m]	f <sub>o</sub> [Hz]	S <sub>xz</sub> [MN/m]	G <sub>R</sub> [MN/m <sup>2</sup> ]
A1	2,51	61,62	0,0689	2,4436	42,58	9,25	<b>45,65</b>
A2	2,51	61,08	0,0719	2,4619	41,99	7,99	<b>39,09</b>
A3	2,51	58,23	0,0714	2,4885	43,16	8,01	<b>39,17</b>
A4	2,51	60,00	0,0720	2,5207	43,55	9,11	<b>44,94</b>
A5	2,51	60,15	0,0729	2,5715	44,14	9,62	<b>47,61</b>
		60,2	0,0714	2,4972	43,08	8,80	<b>43,29</b>

Tabelle 5-27: Eigenfrequenz und Rollschubmodul der Prüfkörper B ( $d_{\text{Bauteil}} = 0,135 \text{ m}$ )

PK-NR.	l [m]	m [kg/m <sup>2</sup> ]	B <sub>A,x</sub> [MNm <sup>2</sup> /m]	B <sub>B,x</sub> [MNm <sup>2</sup> /m]	f <sub>o</sub> [Hz]	S <sub>xz</sub> [MN/m]	G <sub>R</sub> [MN/m <sup>2</sup> ]
B1	2,51	59,85	0,0680	2,2710	41,99	9,04	44,53
B2	2,51	57,69	0,0673	2,2713	43,75	10,82	54,00
B3	2,51	59,92	0,0672	2,2887	41,40	8,08	39,53
B4	2,51	60,31	0,0662	2,2798	42,19	9,58	47,39
B5	2,51	60,00	0,0670	2,2878	42,38	9,62	47,59
Schnitt		59,6	0,0671	2,2797	42,34	9,43	46,61

Tabelle 5-28: Eigenfrequenz und Rollschubmodul der Prüfkörper C ( $d_{\text{Bauteil}} = 0,141 \text{ m}$ )

PK-NR.	l [m]	m [kg/m <sup>2</sup> ]	B <sub>A,x</sub> [MNm <sup>2</sup> /m]	B <sub>B,x</sub> [MNm <sup>2</sup> /m]	f <sub>o</sub> [Hz]	S <sub>xz</sub> [MN/m]	G <sub>R</sub> [MN/m <sup>2</sup> ]
C1	2,51	66,69	0,0668	2,1858	40,30	11,25	53,74
C2	2,51	67,23	0,0717	1,9523	38,86	12,22	58,79
C3	2,51	65,81	0,0703	2,0413	40,63	14,72	72,04
C4	2,51	68,15	0,0704	2,1076	41,02	17,58	87,87
C5	2,51	68,15	0,0763	2,2445	39,84	10,08	47,76
Schnitt		67,2	0,0711	2,1063	40,13	13,17	64,04

Tabelle 5-29: Eigenfrequenz und Rollschubmodul der Prüfkörper D ( $d_{\text{Bauteil}} = 0,139 \text{ m}$ )

PK-NR.	l [m]	m [kg/m <sup>2</sup> ]	B <sub>A,x</sub> [MNm <sup>2</sup> /m]	B <sub>B,x</sub> [MNm <sup>2</sup> /m]	f <sub>o</sub> [Hz]	S <sub>xz</sub> [MN/m]	G <sub>R</sub> [MN/m <sup>2</sup> ]
D1	2,51	65,23	0,0603	1,8751	39,06	13,54	66,75
D2	2,51	68,00	0,0714	2,0170	39,45	13,36	65,78
D3	2,51	65,77	0,0633	1,9930	40,04	14,16	70,14
D4	2,51	65,15	0,0646	2,0221	40,04	12,60	61,70
D5	2,51	66,15	0,0649	2,0424	40,23	13,78	68,06
Schnitt		66,1	0,0649	1,9899	39,76	13,48	66,49

## Ergebnisse

Die Untersuchungen ergaben für die Querlagen der Brettsperrholzelemente folgende gemittelte Rollschubmoduln:

- Lamellen aus Starkholz (A und B)  $G_R = 45,0 \text{ MN/m}^2$
- Lamellen aus normalem Stammholz (C und D)  $G_R = 65,3 \text{ MN/m}^2$

Der geringere Rollschubmodul der Starkholzelemente erklärt sich durch die Jahringlage in den einzelnen Brettlamellen. Görlacher zeigt in seinen Untersuchungen [27], dass der Rollschubmodul stark vom Jahringverlauf beeinflusst wird. In Abb. 5-83 ist der von Görlacher ermittelte Zusammenhang zwischen der Jahringneigung (Winkel  $\beta$ ) und dem Rollschubmodul dargestellt.

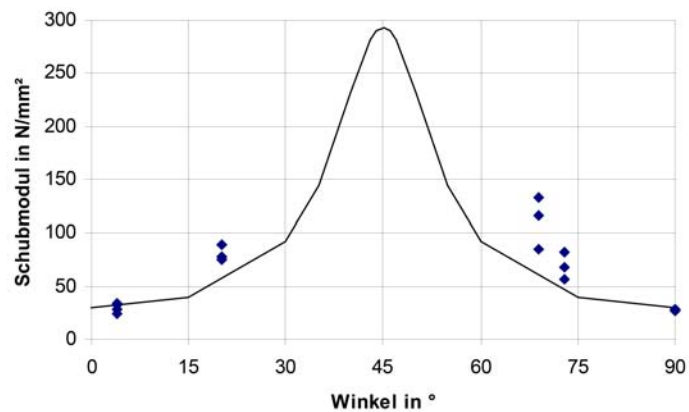


Abb. 5-83: Rollschubmodul in Abhängigkeit von der Jahrringneigung  $\beta$ , aus [27]

Wie aus Abb. 5-84 hervorgeht, besitzen die Starkholzlamellen im Gegensatz zu Lamellen aus normalem Stammholz überwiegend „stehende“ Jahrringe ( $\beta \rightarrow 75^\circ$  bis  $90^\circ$ ). Dies liegt an den unterschiedlichen Einschnittverfahren. Lamellen mit stehenden Jahrringen weisen gemäß Abb. 5-83 einen geringeren Rollschubmodul auf. Die Ergebnisse decken sich mit den aus einer Transformation des Werkstoffgesetzes abgeleiteten Werten von Görlacher [27].



Abb. 5-84: Jahrringneigung der Starkholzlamellen

### 5.7.2.3 Versuchsdurchführung von Vierpunkt-Biegeversuchen

Das Tragverhalten der Brettsperrholzelemente wurde anhand von Vierpunkt-Biegeversuchen untersucht. Die Durchführung der Biegeversuche erfolgte in Anlehnung an die DIN EN 408 [28]. Die gemessene Holzfeuchte der Brettsperrholzelemente betrug bei der Durchführung der Versuche im Mittel ca. 11 %.

Sowohl die Lasteinleitung als auch die Auflagerung erfolgte über Stahlplatten. Zusätzliche Stahlzylinder unter den Auflagerplatten ermöglichten eine freie Verdrehung der Prüfkörper. Die Kraft wurde über einen hydraulischen Prüfzylinder aufgebracht und mittels eines I-Profil-Trägers auf die beiden Lasteinleitungspunkte verteilt (siehe Abb. 5-85).

In Feldmitte des Prüfkörpers nahmen Wegaufnehmer die vertikale Verformung  $w$  auf. Zusätzlich wurde auf beiden Seiten des Prüfkörpers jeweils ein Messgestell zur Ermittlung der relativen Verschiebungen  $w_{rel}$  des Prüfkörpers in der neutralen Faser angebracht. Die Messung der relativen Verformung erfolgte auf einer Länge von 0,76 m. Die Versuchsanordnung ist in nachfolgenden Abbildungen dargestellt. Abb. 5-85 zeigt die Versuchsanordnung.

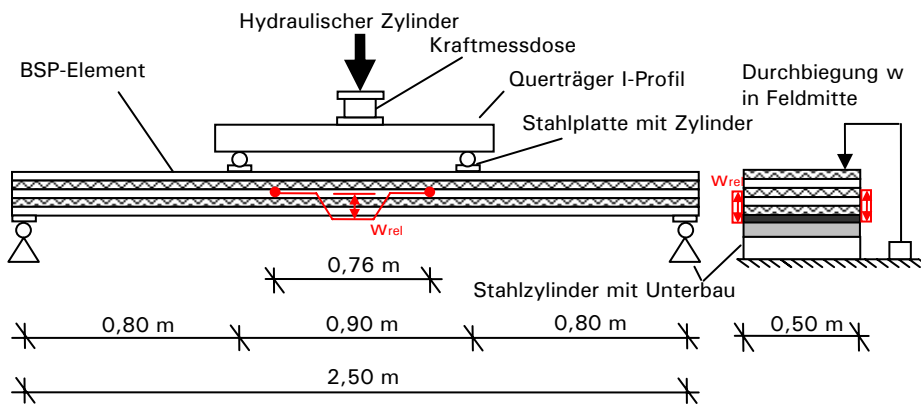


Abb. 5-85 Prüfanordnung der Vierpunkt-Biegeversuche

Die BSP-Elemente wurden auf den Auflagern abgesetzt und anschließend die Stahlplatten mit den Auflagerzylindern, der I-Profil-Träger und die Kraftmessdose auf den Prüfkörpern angeordnet. Dieser Teil der Versuchseinrichtung besaß ein Gesamtgewicht von ca. 0,8 kN. Nach dem Einbau der Prüfkörper folgte die Eichung der Messinstrumente.



Abb. 5-86: Einbau der Prüfkörper und Auflagerdetail

Abb. 5-87: Messbrücke für  $w_{rel}$  und Wegaufnehmer für Durchbiegung  $w$  in Feldmitte

Die Prüfkörper wurden zunächst bis auf ein Belastungsniveau von 40 kN belastet, danach entlastet und anschließend bis zum Versagensfall wieder belastet. Die Belastungsgeschwindigkeit betrug ca. 1 kN/s. Bei allen Prüfkörpern trat Schubversagen der Querlagen auf.



Abb. 5-88: Rollschubversagen in der Querlage bzw. in der quer verlaufenden Furnierschicht

#### 5.7.2.4 Auswertung und Simulationsberechnungen

Die Last-Verformungskurven der Durchbiegung  $w$  in Feldmitte sowie der Relativverformung  $w_{rel}$  sind in Abschnitt 8.1 enthalten. Tabelle 5-30 zeigt die gemittelten Durchbiegungen der einzelnen Prüfserien bei einer Belastung von 80 kN (= Zylinderkraft).

Tabelle 5-30: Gemittelte Durchbiegung  $w$  in Feldmitte

Prüfkörper	Bauteildicke [mm]	gemittelte Verformung $w$ [mm]
Serie A (Starkholz)	135	22,96
Serie B (Starkholz)	135	23,90
Serie C (normales Stammholz)	141	24,19
Serie D (normales Stammholz)	139	25,13
Serie E (Furnierschichtholz in Querlage)	135	19,35
Serie F (Furnierschichtholz in Querlage)	135	18,80

Die Prüfkörper der Serien C und D aus normalem Stammholz weisen nur geringfügig größere Verformungen als die Starkholzelemente (Prüfserien A und B) auf. Allerdings sind die gemessenen Verformungen nicht miteinander vergleichbar, da sich die Prüfkörper der einzelnen Serien in ihren Bauteildicken unterscheiden. Um eine Vergleichbarkeit zu erzielen, wurden für die Prüfserien C und D Simulationsberechnungen für eine Bauteildicke von 135 mm durchgeführt.

In einem ersten Schritt war es erforderlich, für die Prüfserien C und D die aus den Schwingungsmessungen ermittelten Rollschubmoduln zu überprüfen. Dazu wurden Simulationsberechnungen durchgeführt und die daraus bestimmten Durchbiegungen mit den versuchstechnisch gemessenen verglichen. Um die Schubverformung zu berücksichtigen, geschah die Berechnung nach dem Verfahren der Schubanalogie. Es wurden für die einzelnen Lagen der Serien jeweils die gemittelten Elastizitätsmoduln und die tatsächlichen Abmessungen verwendet.

Tabelle 5-31: Materialparameter der Prüfserie C und D für Simulationsberechnung

Schicht i	Prüfserie C			Prüfserie D		
	$d_i$ [mm]	$E_{x,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{xz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$d_i$ [mm]	$E_{x,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{xz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
1	28,2	11822	690	27,8	11411	690
2	28,2	0	64,0*	27,8	0	66,5*
3	28,2	14560	690	27,8	13086	690
4	28,2	0	64,0*	27,8	0	66,5*
5	28,2	11658	690	27,8	11744	690

\*aus Schwingungsmessung ermittelt (siehe Tabelle 5-28 und Tabelle 5-29)

Tabelle 5-32: Steifigkeitswerte der Prüfserie C und D für Simulationsberechnung

b=0,5 m	Prüfserie C	Prüfserie D	Einheit
$B_{A,x}$	0,0355448	0,0324432	[MNm <sup>2</sup> ]
$B_{B,x}$	1,0531141	0,9949681	[MNm <sup>2</sup> ]
$S_x$	6,6064297	6,5127215	[MN]

Sowohl die Simulationsberechnung als auch die Auswertung der Messergebnisse erfolgte für eine Last (=Zylinderkraft) von 80 kN. Wie die Kraft-Verformungskurven der einzelnen Versuche zeigen, kann annähernd von einem linearen Kraft-Verformungsverhalten ausgegangen werden (siehe Abschnitt 8.1). Daher wurde für die Last-Verformungskurven der Simulationsberechnung in Abb. 5-89 ebenfalls ein linearer Zusammenhang vorausgesetzt.

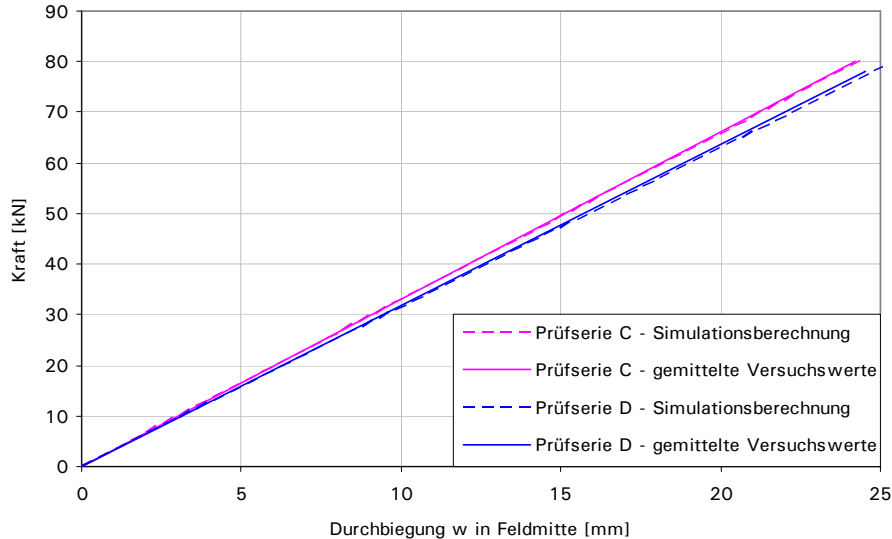


Abb. 5-89: Vergleich der Last-Verformungskurven

Die Simulationsberechnungen weisen für beide Prüfserien gute Übereinstimmung mit den versuchstechnisch gemessenen Verformungen auf. Der anhand der Schwingungsmessung bestimmte Rollschubmodul beschreibt das Schubtragverhalten zutreffend.

In einem weiteren Schritt folgte die Simulation des Verformungsverhaltens der Elemente für eine Bauteildicke von 135 mm (Einzelschichtdicke  $d_i=27$  mm). Dies entspricht der einheitlichen Bauteildicke der übrigen Prüfserien. Die verwendeten Materialparameter und die daraus berechneten Steifigkeitswerte sind in nachfolgenden Tabellen enthalten.



Tabelle 5-33: Materialparameter der Prüferserie C und D für Simulationsberechnung

Schicht i	Prüferserie C			Prüferserie D		
	$d_i$ [mm]	$E_{x,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{xz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$d_i$ [mm]	$E_{x,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{xz,i}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
1	27	11822	690	27	11411	690
2	27	0	64,0*	27	0	66,5*
3	27	14560	690	27	13086	690
4	27	0	64,0*	27	0	66,5*
5	27	11658	690	27	11744	690

\*aus Schwingungsmessung ermittelt (siehe Tabelle 5-28 und Tabelle 5-29)

Tabelle 5-34: Steifigkeitswerte der Prüferserie C und D für Simulationsberechnung

b = 0,5 m	Prüferserie C	Prüferserie D	Einheit
$B_{A,x}$	0,0311976	0,0297222	[MNm <sup>2</sup> ]
$B_{B,x}$	0,9243137	0,9115197	[MNm <sup>2</sup> ]
$S_x$	6,325305	6,5506675	[MN]

Anhand eines Balkenmodells wurden nach dem Verfahren der Schubanalogie die Verformungen für die Prüferserien C und D berechnet. Die Simulation ergab bei einer Belastung von 80 kN folgende Durchbiegungen in Feldmitte:

- Prüferserie C 27,33 mm
- Prüferserie D 27,52 mm

Abb. 5-90 zeigt für die einzelnen Prüferserien die gemittelten Durchbiegungen w in Feldmitte unter der Annahme eines linearen Kraft-Verformungsverhaltens. Für die Elemente aus normalem Stammholz sind die Ergebnisse der Simulationsberechnung für eine Bauteildicke von 135 m angegeben.

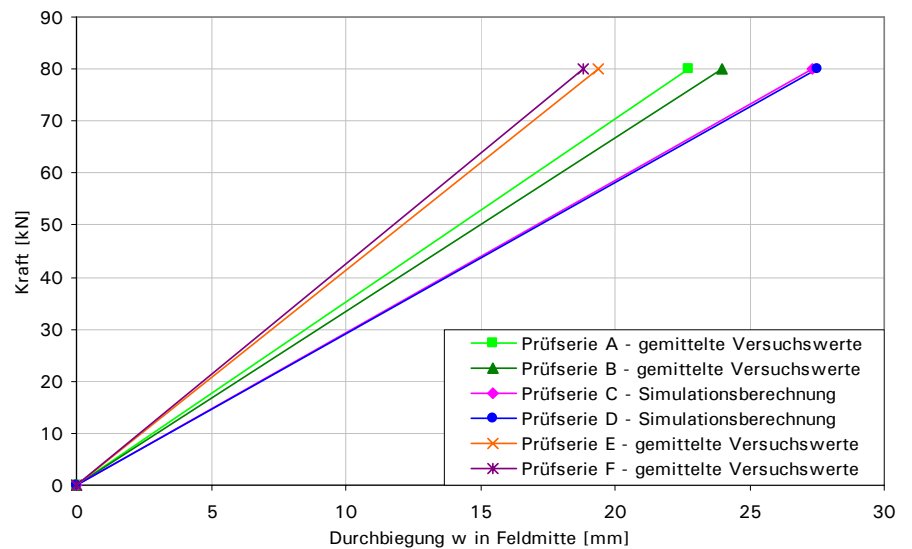


Abb. 5-90: Last-Verformungskurven

### 5.7.2.5 Zusammenfassung

Aus den experimentellen Untersuchungen lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

- Die Schwingungsmessung ermöglicht bei bekanntem Elastizitätsmodul der Längslagen die Bestimmung des Rollschubmoduls der Querlagen. Simulationsberechnungen zum Verformungsverhalten unter Verwendung derart ermittelter Rollschubmoduln zeigen gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen (siehe Abb. 5-89).
- Brettsperrholzelemente mit Lamellen aus Starkholz in den Decklagen weisen im Vergleich zu Elementen aus Lamellen der Festigkeitsklasse C24 deutlich höhere Steifigkeiten auf. Bei der hier gewählten Versuchsanordnung lag die Erhöhung der effektiven Steifigkeit (unter Berücksichtigung der Biege- und Schubverformung) im Bereich von 15% -20%.
- Die Biegesteifigkeiten werden überwiegend vom Elastizitätsmodul der Decklagen beeinflusst. Betrachtet man lediglich die Biegesteifigkeiten, so können diese durch die Verwendung von Starkholzlammellen im Gegensatz zu Lamellen der Güteklasse C24 um ca. 30% - 40% erhöht werden (vergl. Tabelle 5-20 bis Tabelle 5-23). Bei schlanken Konstruktionen mit geringem Einfluss der Schubverformung liegt demnach die Erhöhung der effektiven Biegesteifigkeit über den im vorherigen Absatz genannten Werten.
- Durch die Verwendung von Furnierschichtholz in den Querlagen kann die effektive Steifigkeit erhöht werden. Da die Furnierschichtplatten vor allem das Schubverhalten beeinflussen, sind die Auswirkungen bei den hier gewählten Abmessungen besonders erkennbar. Die höheren Bruchlasten zeigen, dass Furnierschichtplatten in Bereichen mit hoher Rollschubbeanspruchung als Verstärkungsmaßnahme denkbar sind. Die Orientierung der Furnierschichten in Richtung der Decklamellen bewirkt jedoch gleichzeitig eine Abnahme der Steifigkeit in Nebentragrichtung. Bei der Anordnung der Furnierschichtplatten ist zu berücksichtigen, dass an den Übergängen zu den Brettlamellen keine Zugkräfte und Biegemomente übertragen werden können.

#### Anmerkung:

Beim Einfeldträger der Länge  $l$  kann aus dem Verhältnis  $\beta_n$  der Frequenz  $f_n$  (Schwingung mit  $n$  Wellen) zu der Frequenz  $f_{n+1}$  (Schwingung mit  $n+1$  Wellen) das Verhältnis  $\alpha$  von Biege- zu Schubsteifigkeit ermittelt werden. Es gelten folgende Zusammenhänge:

$$\frac{f_n^2}{f_{n+1}^2} = \frac{n^4}{(n+1)^4} \cdot \frac{1 + \alpha \cdot (n+1)^2}{1 + \alpha \cdot n^2} = \beta_n^2 \quad (5-134)$$

$$\alpha = \frac{EI \cdot \pi^2}{GA \cdot l^2} \quad (5-135)$$

Da bereits die erste Eigenfrequenz der vorliegenden Prüfkörper sehr hohe Werte aufwies, war die Messung der zweiten Eigenform nicht möglich. Folglich konnte dieses Verfahren im Rahmen der beschriebenen Untersuchungen nicht zur Bestimmung der Ersatzschubsteifigkeit und damit zur Abschätzung des Rollschubmoduls angewendet werden.

### 5.7.3 Einfluss der Haftung bei genagelten BSP-Elementen

Wie die Ergebnisse bereits durchgeführter Knickversuche an genagelten Brettsperrholzwänden zeigen, liegt die versuchstechnisch bestimmte kritische Knicklast um ein Vielfaches über der rechnerisch ermittelten. Neben der Rollschub- und der Verbindungsmittelsteifigkeit besitzt die Haftung zwischen den einzelnen Lagen entscheidenden Einfluss auf die Schubverformung genagelter Brettsperrholzelemente. Die Haftung findet derzeit bei der Ermittlung der Ersatzschubsteifigkeit allerdings keine Berücksichtigung. Um weitere Kenntnisse über deren Einfluss auf das Schubtragverhalten zu erhalten, wurden erneut Bauteilversuche durchgeführt. Dabei wurde durch verschiedene Maßnahmen der Einfluss der Haftung minimiert. Anschließend erfolgte ein Vergleich der aus den experimentellen Untersuchungen gewonnenen Ergebnisse mit der rechnerisch ermittelten Kenngröße der Ersatzschubsteifigkeit.

#### 5.7.3.1 Knicklasten aus Bauteilversuchen

Vor Beginn dieses Forschungsvorhabens führte die Prüfstelle Holzbau des MPA BAU der TU München Knickversuche an genagelten Brettsperrholzwänden durch. Anhand der Vorgaben der Prüfstelle Holzbau wurden die Prüfkörper auf der dafür konzipierten maschinellen, automatischen Nageleinrichtung Typ „wandmaster t2“ der Hundegger-Maschinenbau GmbH entsprechend der allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung abZ-9.1-602 [61] gefertigt und zugeschnitten. Die Verbindung je Kreuzungspunkt bestand aus zwei Aluminiumnägeln entsprechend der Zulassung abZ-9.1-563 [69]. Die Elemente besaßen einen symmetrischen neunlagigen Querschnittsaufbau aus einseitig, an der Oberfläche gerillten Brettlamellen. Die einzelnen Bretter waren 23 mm dick und wiesen Breiten zwischen 140 mm und 230 mm auf.

#### Versuchsdurchführung

Die Versuchsserie, bestehend aus drei Prüfkörpern, wurde in einer zweiseitigen Wandpresse durchgeführt. Um ein kontrolliertes Verformungsverhalten zu erlangen, erfolgte die Lasteinleitung ausmittig mit einer Exzentrizität von 20 mm. Die manuell geregelte Belastungsgeschwindigkeit betrug ca. 1,5 kN/s. In Abb. 5-91 sind der Versuchsaufbau und die Abmessungen der Prüfkörper dargestellt.

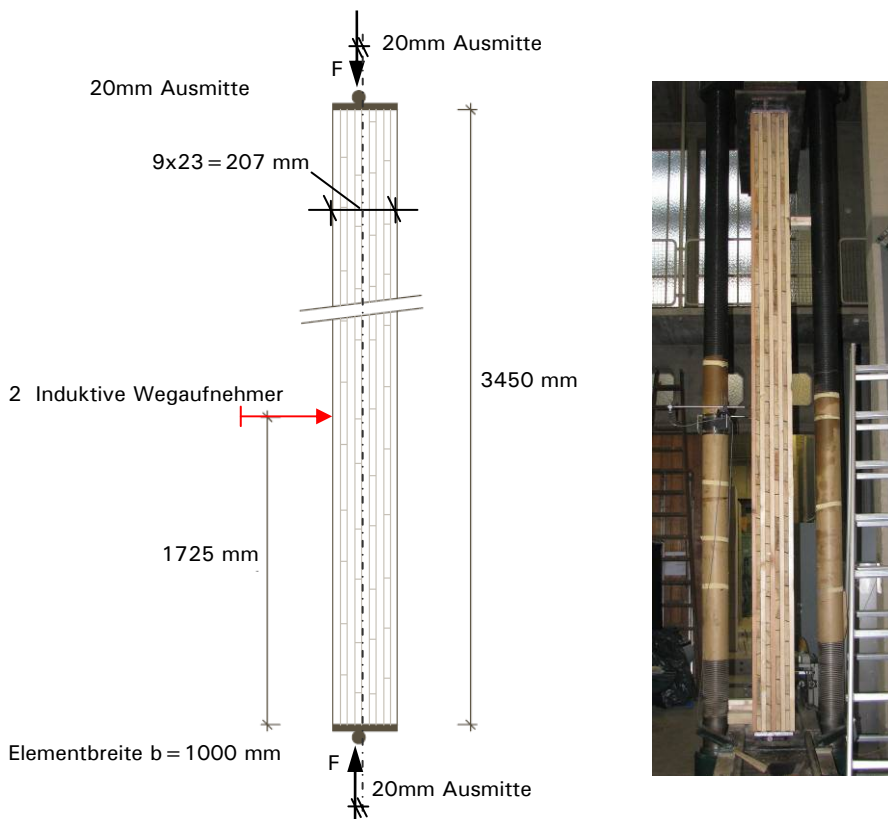


Abb. 5-91: Versuchsanordnung

Zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung lag die mittlere Holzfeuchte der Prüfkörper zwischen 8,8 % und 12,5 %.

### Ergebnisse

Die maximale Verformung in Feldmitte ist durch den Abstand der Prüfzylinder begrenzt. Sie stellt gleichzeitig das Abbruchkriterium der Versuche dar. Die maximalen Belastungen sowie die gemessene Verformung bei Erreichen der Maximallast sind in nachfolgender Tabelle aufgeführt. Bei keinem der Prüfkörper trat Versagen durch Bruch auf.

Tabelle 5-35: Ergebnisse der Knickversuche

Versuchs - Nr.	$F_{\max}$ [kN]	Weg / $F_{\max}$ [mm]
1	335,4	10,79
2	336,5	8,56
3	366,7	9,35

Der Mittelwert der maximalen Belastung und die Standardabweichung betragen:

$$F_{\text{mean}} = 346,2 \text{ kN}$$

$$s = 17,8 \text{ kN}$$

### 5.7.3.2 Rechnerische Knicklasten

Nachfolgend wird die nach DIN 1052 [53] bzw. nach allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassung [61] anzusetzende, rechnerische Knicklast für den gewählten Versuchsaufbau ermittelt. Die Knicklast ist entscheidend von der Schubsteifigkeit der Elemente abhängig. Die Elementsteifigkeiten werden unter dem Ansatz der minimal zulässigen Brettbreiten bestimmt. Dies führt zur maximalen Schubsteifigkeit und somit zur maximal theoretisch ansetzbaren Knicklast.

- Systemabmessungen und Materialkennwerte

Anzahl der Schichten:	$n = 9$
Anzahl der vertikalen Lagen:	$m = 5$
Dicke der Brettlamellen:	$d_i = 0,023 \text{ m}$
Breite der Brettlamellen:	$b_x = b_y = 0,14 \text{ m}$
Fugenabstand:	$e_x = e_y = 0,14 \text{ m}$
Elementbreite:	$b = 1,0 \text{ m}$
Elastizitätsmodul:	$E_{0,mean} = 11000 \text{ MN/m}^2$
Verschiebungssteifigkeit der Nägel:	$K_{u,mean} = 0,2 \text{ MN/m}$
Anzahl der Nägel je Kreuzungspunkt:	$n_{N/Kr.} = 2$

- Steifigkeiten

$$EI_A = E_{mean} \cdot m \cdot \frac{b \cdot d^3}{12} = 11000 \cdot 5 \cdot \frac{1,0 \cdot 0,023^3}{12} = 5,58 \cdot 10^{-2} \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$EI_B = E_{mean} \cdot \sum_{i=1}^n a_i^2 \cdot A_i = 11000 \cdot 1,0 \cdot 0,023 \cdot 0,023^2 \cdot (2^2 + 4^2) \cdot 2 = 5,35 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{((n-1) \cdot d_i)^2} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{n_{N/Kr.} \cdot \left( \frac{k_{u,mean}}{e_x \cdot e_y} \right)}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{(8 \cdot 0,023)^2} \cdot \frac{8}{2 \cdot \left( \frac{0,2}{0,14 \cdot 0,14} \right)} = 11,58 \text{ m / MN}$$

$$S = 0,086 \text{ MN / m}$$

$$efEI_B = EI_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{EI_B \cdot \pi^2}{S \cdot s_k^2}} = 5,35 \cdot \frac{1}{1 + \frac{5,35 \cdot \pi^2}{0,086 \cdot 3,45^2}} = 0,102 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$efEI = EI_A + efEI_B = 5,58 \cdot 10^{-2} + 0,102 = 0,158 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

- Kritische Knicklast

$$P_{Ki} = \frac{\pi^2 \cdot efEI}{s_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 0,158}{3,45^2} = 131,0 \text{ kN}$$

**Anmerkung:** Für die Bemessung der Wandelemente sind die Mittelwerte der Steifigkeiten durch den Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M = 1,3$  zu dividieren. Um die experimentellen und theoretischen Ergebnisse miteinander vergleichen zu können, wird an dieser Stelle auf die Division durch den Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  verzichtet. Die Auswertungen und Vergleiche im Rahmen dieser Untersuchungen basieren ausschließlich auf Mittelwerten.

Die rechnerische Knicklast beträgt nur ca. 38% des in den experimentellen Versuchen bestimmten Mittelwertes der maximalen Beanspruchungen. Dabei besitzt der Elastizitätsmodul der Brettlagen nur geringe Auswirkungen auf die rechnerische Knicklast. Diese wird entscheidend durch die Schubsteifigkeit der genagelten Elemente beeinflusst. Die ermittelte Ersatzschubsteifigkeit des Querschnitts berücksichtigt jedoch nur den Widerstand der Aluminiumnägel gegen eine Verschiebung der Brettlagen. Einflüsse aus Haftung bzw. Reibung werden bislang vernachlässigt, da sie aufgrund von Quell- und Schwindvorgängen wie auch unterschiedlicher Oberflächenbeschaffenheiten nur schwer erfassbar sind.

### 5.7.3.3 Knickversuche unter minimiertem Haftungseinfluss

Um Erkenntnisse über den Haftungseinfluss zu erhalten, wurden weitere Knickversuche konzipiert und durchgeführt. Ziel der Untersuchungen war, möglichst ungünstige Rahmenbedingungen bezüglich der Haftung der einzelnen Brettlagen zu schaffen. So wurden die Elemente mit Brettware, die eine hohe Holzfeuchte aufwies, hergestellt und zusätzlich Trennfolien zwischen den Schichten eingelegt, um die Haftung weiter zu minimieren. Anschließend wurden die Elemente bis zur Versuchsdurchführung getrocknet. Die dadurch einsetzenden Schwindvorgänge führten zu deutlich sichtbaren Fugen zwischen den Brettlagen wie auch zu Rissbildung in den Brettlamellen.

#### Herstellung der Prüfkörper

Die Herstellung der Rohkörper erfolgte auf einer automatischen Nageleinrichtung der Hundegger-Maschinenbau GmbH entsprechend der allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung abZ-9.1-602 [61]. Um die Ergebnisse der Prüferien vergleichen zu können, wurden der Aufbau wie auch die Abmessungen der bereits durchgeführten Knickversuche übernommen. Es wurden zwei Rohkörper mit bzw. ein Rohkörper ohne Trennfolie in den Fugen der Brettlagen gefertigt. Die einzelnen Rohkörper ergaben je zwei Prüfkörper. Während der Herstellung betrug die Holzfeuchte  $u$ :

- Längslagen:  $u \geq 18\%$

Vereinzel wiesen die Brettlamellen der Längslagen eine Holzfeuchte von ca. 15%-16% auf. Daher wurden die Lamellen der Längslagen vor der Herstellung der Prüfkörper zusätzlich befeuchtet.

- Querlagen:  $u \geq 30\%$

Die gemessene Holzfeuchte des Ausgangsmaterials der Querlagen lag im Bereich des Fasersättigungsgrades.

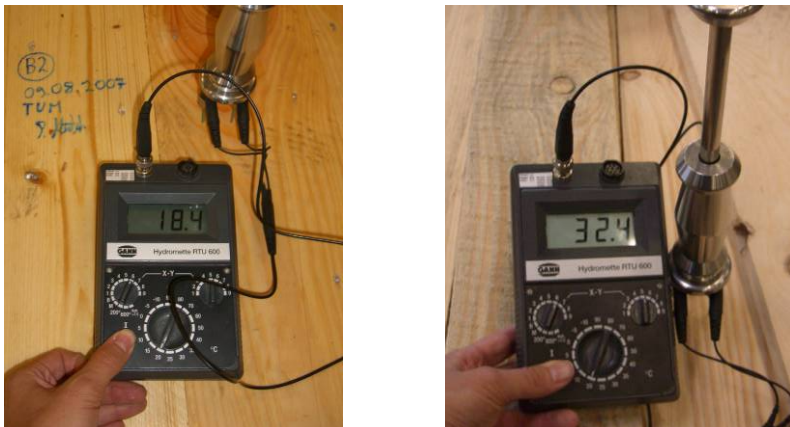


Abb. 5-92: Messung der Holzfeuchte in den Längs- und Querlagen

Abb. 5-93 zeigt die automatische Fertigung eines Elementes mit Trennfolie zwischen den einzelnen Schichten. Nach der Herstellung wurden die Prüfkörper zugeschnitten und an das MPA BAU der TU München geliefert.



Abb. 5-93: Herstellung der Rohkörper

### Entwicklung der Holzfeuchte

Die einzelnen Elemente wurden in der Prüfhalle des MPA BAU der TU München zur Trocknung gelagert. Während der Lagerung erfolgten stichpunktartige Messungen der Holzfeuchte in den Deck- und Mittellagen an jeweils einem Prüfkörper mit bzw. ohne Folie. Für die Messungen in den Mittellagen wurden Bohrungen vorgenommen und isolierte Messspitzen verwendet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5-36 enthalten.

Tabelle 5-36: Stichpunktartige Kontrolle der Holzfeuchte

Prüfkörper Nr.		Messpunkt	Holzfeuchte u [%]			$\Delta u$ 10.10.07-4.4.08
			10.10.2007	22.01.2008	04.04.2008	
C1 ohne Folie	Decklagen	C1D1	14,9		7,3	7,6
		C1D2	14,7	12,2	10,5	4,2
		C1D3	14,9		8,4	6,5
		C1D4	14,5		6,8	7,7
	Mittellagen	C1M1	32,2	18,0	15,9	16,3
		C1M2	36,0	20,0	17,7	18,3
		C1M3	44,5			
		C1M4	24,4			
A1 mit Folie	Decklagen	A1D1	15,0	10,9	10,2	4,8
		A1D2	12,6	8,0	7,0	5,6
		A1D3	12,6			
		A1D4	11,5			
	Mittellagen	A1M1	37,1	20,8	13,7	23,4
		A1M2	56,1	30,2	22,0	34,1
		A1M3	30,0	31,1	20,9	9,1
		A1M4	43,2			

Die Lage und Bezeichnung der Messpunkte ist in Abb. 5-94 dargestellt.

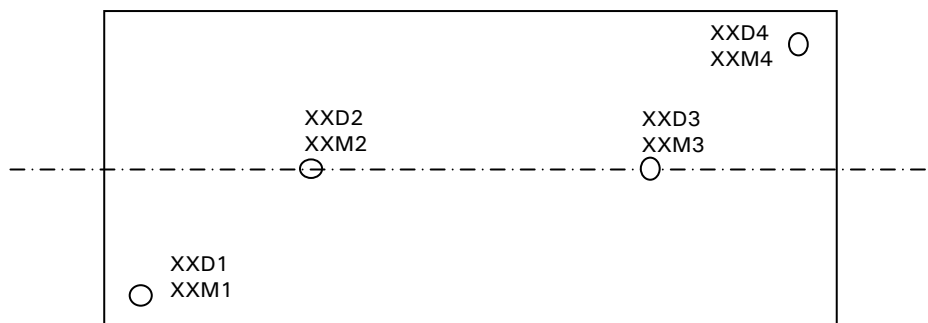


Abb. 5-94: Lage der Messpunkte

Unmittelbar vor der Versuchsdurchführung wurden an den Messpunkten „1“ und „2“ sowohl die Holzfeuchte der Deck- als auch der Mittellagen der einzelnen Prüfkörper gemessen. Die Messwerte sind in Tabelle 5-37 zusammengefasst.

Tabelle 5-37: Holzfeuchte der Deck- und Mittellagen zum Zeitpunkt der Prüfung

Datum: 05.05.2008		Messung der Holzfeuchte [%]						
Prüfkörper		mit Folie				ohne Folie		Mittelwert
		A1	A2	B1	B2	C1	C2	
Decklagen	D1	8,0	6,1	8,3	6,9	7,2	6,4	<b>7,2</b>
	D2	7,0	6,7	7,1	6,9	9,5	11,3	<b>8,1</b>
Mittellagen	M1	15,5	13,6	14,1	11,8	13,4	10,2	<b>13,1</b>
	M2	20,9	22,3	19,5	19,7	17,0	17,0	<b>19,4</b>

Die in der Tabelle 5-37 enthaltenen Mittelwerte zeigen, dass sowohl in den Decklagen als auch in den Mittellagen die Holzfeuchte im Vergleich zur Fertigung um mehr als 10% abgenommen hat. Diese Abnahme und die damit verbundenen Schwindvorgänge führen zur Fugenbildungen zwischen den einzelnen Lagen. In den Brettlamellen der Querlagen ist eine ausgeprägte Rissbildung festzustellen.

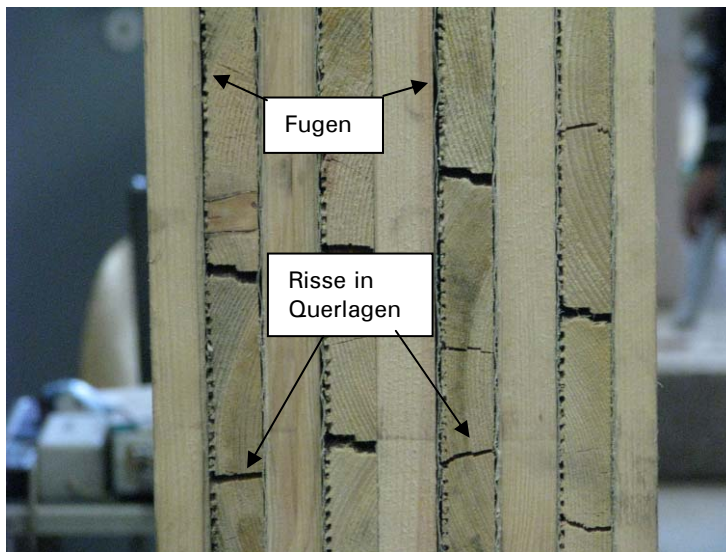


Abb. 5-95: Fugen- und Rissbildung

### Versuchsdurchführung und Ergebnisse

Die Durchführung der Knickversuche erfolgte analog zu der in Abb. 5-91 dargestellten Versuchsanordnung in einer zweiseitigen Wandpresse. Bei keinem der Prüfkörper trat Versagen durch Bruch auf. Am Wandkopf und -fuß sind die Schubverformungen der Prüfkörper deutlich ersichtlich. Es stellt sich nur eine geringe Verdrehung an den Auflagerpunkten ein. Das Verformungsbild ist durch die gegenseitigen Verschiebungen der Brettlagen, resultierend aus der Schubbeanspruchung, gekennzeichnet (vergl. Abb. 5-96 und Abb. 5-97).

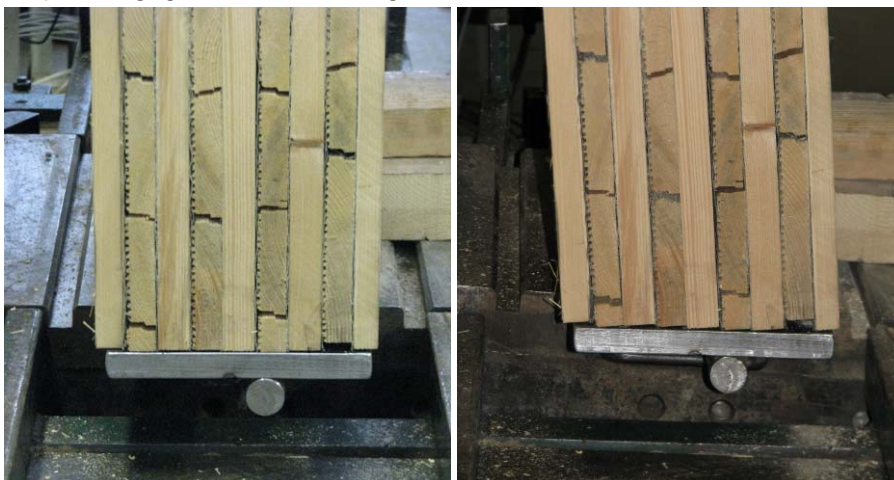


Abb. 5-96: Unverformtes Element und Schubverformung am Wandfuß





Abb. 5-97: Einbau- und Belastungszustand

Die maximalen Belastungen sowie die jeweils gemessene Verformung bei Erreichen der maximalen Beanspruchung sind in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Tabelle 5-38: Ergebnisse der Knickversuche

Prüfkörper		$F_{max}$ [kN]	Weg [mm] bei $F_{max}$
A1		243,98	17,1
A2		228,62	17,0
B1		236,65	17,6
B2		255,15	13,9
C1		261,08	16,4
C2		235,95	15,4

Zwischen den Versuchskörpern mit und ohne Folie wurden keine signifikanten Unterschiede festgestellt. Die statistische Auswertung erfolgte daher für die Gesamtsumme der Prüfkörper. Der Mittelwert der maximalen Belastung und die Standardabweichung betragen:

$$F_{mean} = 243,6 \text{ kN}$$

$$s = 12,4 \text{ kN}$$

Die Last-Verformungskurven sind in Abb. 5-98 dargestellt.

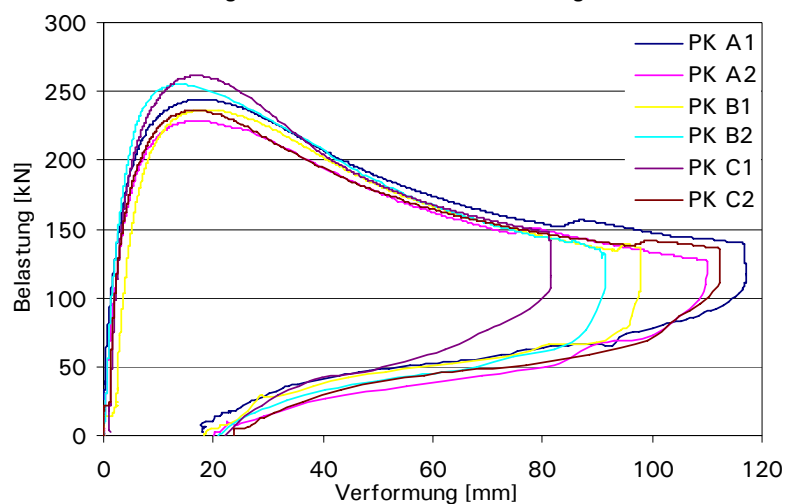


Abb. 5-98: Last-Verformungskurven der Knickversuche

#### 5.7.3.4 Ersatzschubsteifigkeit aus Knickversuchen

Aus den Ergebnissen der Knickversuche kann auf eine Ersatzschubsteifigkeit  $S^*$  der Prüfkörper rückgerechnet werden. Dazu werden die zuvor ermittelten Eigen- und Steineranteile der Biegesteifigkeiten verwendet:

$$EI_A = 5,58 \cdot 10^{-2} \text{ MNm}^2 / m$$

$$EI_B = 5,35 \text{ MNm}^2 / m$$

Die effektive Biegesteifigkeit  $efEI^*$  der Versuchskörper ergibt sich näherungsweise aus dem Mittelwert der Belastung  $F_{mean}$ :

$$P_{Ki} = \frac{\pi^2 \cdot efEI^*}{s_k^2} \quad \text{mit} \quad P_{Ki} = F_{mean}$$

$$efEI^* = \frac{F_{mean} \cdot s_k^2}{\pi^2} = \frac{0,244 \cdot 3,45^2}{\pi^2} = 0,294 \text{ MNm}^2 / m$$

Für die effektive Biegesteifigkeit gilt:

$$efEI^* = EI_A + efEI_B = EI_A + EI_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{EI_B \cdot \pi^2}{S^* \cdot s_k^2}}$$

Durch Umformen erhält man die Ersatzschubsteifigkeit  $S^*$  der Prüfkörper:

$$\frac{1}{S^*} = \left( \frac{EI_B}{efEI^* - EI_A} - 1 \right) \cdot \frac{s_k^2}{EI_B \cdot \pi^2}$$

$$\frac{1}{S^*} = \left( \frac{5,35}{0,294 - 5,58 \cdot 10^{-2}} - 1 \right) \cdot \frac{3,45^2}{5,35 \cdot \pi^2} = 4,83 \text{ m/MN} \quad S^* = 0,207 \text{ MN/m}$$

Wie in Abschnitt 5.7.3.2 ermittelt, beträgt nach DIN 1052 und allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassung die Ersatzschubsteifigkeit:

$$S = 0,086 \text{ MN/m}$$

Demnach darf für die Bemessung von Wandelementen aus genageltem BSP derzeit eine Ersatzschubsteifigkeit angesetzt werden, die nur ca. 42% der versuchstechnisch ermittelten Ersatzschubsteifigkeit  $S^*$  entspricht.

#### 5.7.3.5 Zusammenfassung

Die Ergebnisse der experimentellen und theoretischen Untersuchungen führen zu folgenden Schlussfolgerungen:

- Die hohe Differenz der Holzfeuchte zwischen Fertigungs- und Prüfzeitpunkt bewirkt eine Abnahme der versuchstechnisch ermittelten Maximallast von ca. 30%. Diese ist auf eine Reduzierung der Haftung resultierend aus Fugen- und Rissbildung zurückzuführen. Der Einfluss der Trennfolie auf die Trag- und Verformungsverhalten der Elemente ist vernachlässigbar gering.
- Trotz der ungünstig gewählten Fertigungs- bzw. Prüfbedingungen liegen die rechnerisch zu erwartenden Maximallasten bei ca. 54% der experimentell ermittelten. Die Ersatzschubsteifigkeit, die für die Bemessung der Wandelemente angesetzt werden darf, beträgt ca. 42% der aus den Knickversuchen bestimmten Ersatzschubsteifigkeit der Prüfkörper. Der Unterschied resultiert daraus, dass nach DIN 1052 nur die Verschiebungssteifigkeit der Aluminiumnägel erfasst und der Haftungseinfluss vernachlässigt wird.
- Angesichts der deutlichen Traglast- und Steifigkeitsunterschiede ist zu diskutieren, ob im Rahmen der Bemessung von Wandscheiben aus genageltem BSP der Einfluss der Haftung zwischen den Brettlagen berücksichtigt werden darf. Dies kann beispielsweise über einen Beiwert zur Erhöhung der rechnerischen Ersatzschubsteifigkeit erfolgen.

## 6 Holz-Beton-Verbund-Bauweise (HBV)

### 6.1 Zusammenfassung und Ausblick

#### **Schubverbinder - Systemwahl**

Um den Verbund zwischen der Betondeckschicht und dem Holzbauteil herzustellen, liegt eine Vielzahl verschiedener Verbundsysteme vor. Neben Verbindern mit allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassung existieren Lösungen, die derzeit noch keine derartige Zulassung besitzen, jedoch in der Vergangenheit regelmäßig und erfolgreich ausgeführt wurden. Hier ist insbesondere das Verbundsystem der Kerbe zu nennen. Die rege Forschungstätigkeit auf dem Sektor der HBV-Verbinder belegt, dass in diesem Bereich die Entwicklung noch nicht abgeschlossen ist.

Die Wahl der geeigneten Schubverbinder hängt entscheidend von den Systemabmessungen und dem Anwendungsgebiet ab. Bei der Altbausanierung liegen in der Regel begrenzte Abmessungen vor. Zudem entstehen aus den zu sanierenden Holzbalken und der Betondeckschicht Plattenbalkensysteme, sodass die Bereiche des Verbundes und damit die Anzahl der Verbinder im Vergleich zur tatsächlichen Deckenfläche begrenzt sind. Für diese Fälle haben sich Schraubenverbinder und eingeklebte Lochbleche als geeignet erwiesen. Bei Neubauten werden dagegen überwiegend flächige Verbundsysteme aus Brettstapelelementen in Kombination mit einer Betondeckschicht eingesetzt. Um diese wirtschaftlich auszuführen, sollte von punktuellen Verbindern abgesehen und beispielsweise auf Flachstahlschlösser, Kerven oder eingeklebte Lochbleche zurückgegriffen werden. Um den Anforderungen im Brückenbau - ein derzeit noch untergeordnetes Anwendungsgebiet der HBV-Bauweise - gerecht zu werden, laufen unter anderem an der Bauhaus-Universität in Weimar Untersuchungen zur Entwicklung entsprechender Verbindungsmittel.

#### **Berechnungsverfahren**

In der DIN 1052 [53] sind das  $\gamma$ -Verfahren und die Schubanalogie zur Berechnung von nachgiebig miteinander verbundenen Querschnitten enthalten. Das  $\gamma$ -Verfahren setzt dabei einen kontinuierlichen Verbund der Teilquerschnitte voraus. Dies gilt in der Regel bei Schrauben- bzw. kontinuierlich angeordneten Lochblechen. Liegt nur eine geringe Anzahl an lokal sehr steifen Verbindungsmitteln wie Kerven oder Flachstahlschlösser vor, so kann nicht von einem kontinuierlichen Verbund ausgegangen werden. Nach dem Verfahren der Schubanalogie ist dann die Ersatzschubsteifigkeit nur lokal dem Träger B zu zuweisen. In den Bereichen zwischen den einzelnen Verbindern, ist die Schubsteifigkeit des Trägers B gegen null zu setzen. Eine Alternative bilden Stabwerkmodelle, punktuell angeordnete Verbindungsmittel in ihrer realen Lage abzubilden ohne die Verschiebungssteifigkeit über die Trägerlänge zu verschmieren. Normalkraftsprünge, resultierend aus der konzentrierten Schubübertragung der Verbinder sowie Momentensprünge infolge exzentrischer Lasteinleitung können erfasst werden. Die Beanspruchungen der Teilquerschnitte und der Verbindungsmittel sind direkt aus der Stabwerksberechnung ablesbar.

### Berechnungs- und Bemessungsgrundlagen

Für Decken ohne ausreichende Querverteilung sind nach Tabelle 1 der DIN 1055-3 [55] erhöhte Nutzlasten anzusetzen. Resch [14] entwickelte ein Kriterium, das die Querverteilung von Lasten bei Holzbalken-Beton-Verbunddecken beschreibt. In einer Parameterstudie ermittelte er die für die Bemessung anzusetzende charakteristische Verkehrslast in Abhängigkeit der Spannweite sowie der langfristig wirkenden Verkehrslast. Eigene Untersuchungen in Anlehnung an dieses Kriterium zeigen, dass flächige Verbundsysteme in der Regel ausreichende Querverteilung aufweisen. Sie dürfen gemäß DIN 1055-3 [55] in Wohn- und Aufenthaltsräumen für eine charakteristische Nutzlast  $q_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$  bemessen werden.

Die Bemessung der Verbundquerschnitte basiert auf den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen in Verbindung mit den jeweiligen Bemessungsnormen DIN 1052 [53] bzw. DIN 1045-1 [59]. Aufgrund der unterschiedlichen Kriech- und Schwindeigenschaften der Baustoffe und den damit einhergehenden Änderungen der Steifigkeitsverhältnisse, fordern die Zulassungen eine Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit für den Anfangs- (Zeitpunkt  $t=0$ ) und für den Endzustand ( $t=\infty$ ). Daher muss die Schnittgrößenermittlung mit den zum jeweiligen Zeitpunkt vorhandenen Steifigkeitskennwerten erfolgen. Angaben zu den Materialkennwerten im Anfangs- und Endzustand sind in den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen bzw. in den Bemessungsnormen der Baustoffe enthalten.

Die Beanspruchungen aus Schwindvorgängen des Betons dürfen gemäß DIN 1052 [53] und den Zulassungen vereinfacht durch eine Abkühlung der Betonplatte simuliert werden. Die Temperaturbeanspruchung  $\Delta T$  ergibt sich aus der Endschwinddehnung und der Temperaturdehnzahl des Betons. In der Literatur existieren alternative Verfahren, die die Auswirkungen des Betonschwindens durch Ersatzlasten berücksichtigen.

Die Verformungen der HBV-Elemente sind unter Berücksichtigung der zeitlich veränderlichen Steifigkeitswerte im Anfangs- und Endzustand zu ermitteln (siehe Tabelle 6-2). Der Nachweis der Verformungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit erfolgt in Anlehnung an Abs. 9.2 der DIN 1052 [53]. Um die dort angegebenen Verformungen im Endzustand für die charakteristische seltene bzw. für die quasi-ständige Bemessungssituation berechnen zu können, ist ein Deformationsbeiwert  $k_{def}$  für den Verbundquerschnitt zu ermitteln. Zusätzlich muss im Endzustand der Verformungszuwachs resultierend aus der Schwindverkürzung des Betons berücksichtigt werden.

Um das Langzeitverhalten rechnerisch zu erfassen, wurden verschiedene Modelle und Berechnungsverfahren entwickelt (vergl. [46], [52], [44] und [49]). Vergleichsrechnungen ergeben zum Teil Abweichungen bei Verwendung der unterschiedlichen Ansätze. Weitere Informationen zu den Langzeitmodellen sind den angegebenen Literaturquellen zu entnehmen.

Das Schwingungsverhalten der Elemente ist unabhängig vom Langzeitverhalten der Bauteile, daher sind für Schwingungsuntersuchungen die Mittelwerte der Steifigkeiten des Anfangszustandes zu verwenden. HBV-Konstruktionen weisen, im Vergleich zu alternativen Deckensystemen des Holzbaus, aufgrund der relativ hohen Masse ein günstiges Schwingungsverhalten auf.

**Ausblick**

Um das Langzeitverhalten von HBV-Konstruktionen zu beschreiben wurden verschiedene Modelle und Verfahren entwickelt. Vergleichsrechnungen ergeben zum Teil Abweichungen bei Verwendung der unterschiedlichen Ansätze. Allerdings treten in der Regel höhere Verformungen und Beanspruchungen als nach den derzeit gültigen Berechnungs- und Bemessungsregeln auf. Der Versuch das komplexe Zusammenwirken der Verbundquerschnitte und die Interaktion der Kriech- und Schwindvorgänge der einzelnen Bauteile exakt zu erfassen, steht jedoch meist im Widerspruch zu handhabbaren Bemessungsverfahren. Ein Lösungsansatz dieser Problematik liegt in der Erhöhung des Beanspruchungsspektrums der Teilquerschnitte, das durch die Bemessung abgedeckt wird. Die Spreizung der Beanspruchungen wird bereits nach dem derzeitigen Bemessungskonzept durch den Anfangs- und Endzustand berücksichtigt. Da die Steifigkeit der Schubverbinder entscheidenden Einfluss auf die Verteilung der Schnittgrößen besitzt, kann die Erhöhung des Beanspruchungsspektrums durch eine größere Variation des Verschiebungsmoduls der Verbindungsmittel zwischen Anfangs- und Endzustand erfolgen.

Bei Rad- und Fußwegbrücken darf gemäß DIN 1074 auf den Ermüdungsnachweis verzichtet werden. Für Straßenbrücken ist dieser jedoch zwingend zu führen. Derzeit sind die Schubverbinder nur für ruhende Einwirkungen zugelassen und es liegen nur vereinzelt Untersuchungen zum Ermüdungsverhalten der Verbundkonstruktionen vor. Um die Holz-Beton-Verbundbauweise im Anwendungsbereich von Straßenbrücken zu etablieren, sind daher weiterführende Untersuchungen zum Tragverhalten der Verbundkonstruktionen unter Ermüdungsbeanspruchung erforderlich.

Entscheidende Bedeutung, um im mehrgeschossigen Wohnungs- und Gewerbebau mit der Stahlbetonbauweise erfolgreich konkurrieren zu können, liegt in der Steigerung des Vorfertigungsgrades. Die HBV-Bauweise bietet die Möglichkeit vorgefertigte Deckenelemente mit bereits ausgehärtetem Beton einzusetzen und damit den Bauablauf wesentlich zu beschleunigen. Dieser Vorteil wird bis dato nur selten genutzt. Um optimierte Lösungen anbieten zu können, sind jedoch noch vereinzelt Detailfragen zu untersuchen. Dies betrifft beispielsweise die Ausbildung der Elementfugen zur Erzeugung aussteifender Deckenscheiben oder die Integration von Installations- und Elektrosystemen.

## 6.2 Allgemein

### Geschichte

Sieht man von den aus der Römerzeit überlieferten Versuchen zu zusammengesetzten „Holz-Verbundbauteilen“ [30] ab, so wurden die ersten Untersuchungen an Holz-Beton-Verbundkonstruktionen in den 20er und 30er Jahren des 20. Jahrhunderts durchgeführt. Vor allem bedingt durch den Mangel an Bewehrungsstahl zur Zeit des 2. Weltkrieges wurden alternative Tragkonstruktionen erforscht. So meldete Otto Schaub im Jahre 1939 ein Patent zu Verbunddecken aus Holzrippen und einer Deckschicht aus Beton an. Schaub setzte dabei Z-Profile bzw. I-Profile aus Stahl als Schubverbinder ein. (siehe Abb. 6-1)

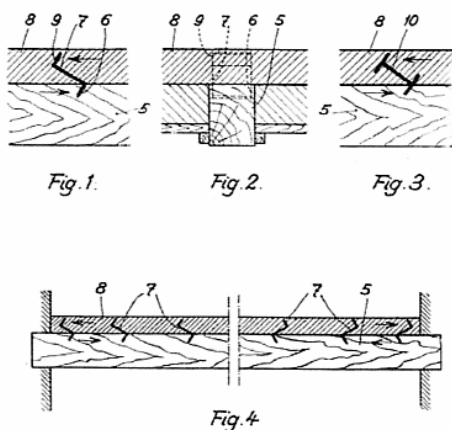


Abb. 6-1: Verbundsystem nach Reichspatent Nr. 673556 [30]

Nach dem Ende des 2. Weltkrieges rückte das Interesse an Holz-Beton-Verbundkonstruktionen zunächst wieder in den Hintergrund. Zur Sanierung von Bestandsdecken wurde die Bauweise im Jahre 1960 in Bratislava angewandt. In diesem Fall erfolgte der Verbund über Nägel. Das Bauvorhaben wurde in den darauffolgenden Jahren während seiner Nutzung begutachtet. Dabei wurden weder Schäden (1975) am Verbund noch Feuchteschäden (1988) festgestellt [31]. Ab Mitte der achtziger Jahre setzten in Deutschland intensive Forschungstätigkeiten ein. Neben der Entwicklung von verschiedenen Schubverbindungsmit-teln, Berechnungs- und Bemessungsverfahren wurden die Anwendungsmöglich-keiten in den Folgejahren auch durch Arbeiten zur Optimierung von Betonzusam-mensetzungen erweitert.

### Ausführungs- und Anwendungsmöglichkeiten

Zunächst beschränkten sich die HBV-Konstruktionen auf stabförmige Holzträger in Kombination mit flächigen Deckplatten aus Beton. Durch die Verbundwirkung und die sich in der Betondecke einstellende mitwirkende Breite erhält man einen Plattenbalken mit nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen (siehe Abb. 6-2). Dies entspricht auch dem Tragsystem von Holzbalkendecken, die unter Anwendung der HBV-Bauweise saniert werden.

Die Weiterentwicklungen und steigenden Anwendungsmöglichkeiten der Massivholzbauweise, wobei vor allem die Brettstapelbauweise zu nennen ist, ermöglichen den Einsatz von flächigen Verbundkonstruktionen. Diese Systeme werden den im Hochbau steigenden Anforderungen hinsichtlich des Brand- und Schallschutzes sowie des Schwingungsverhaltens gerecht.

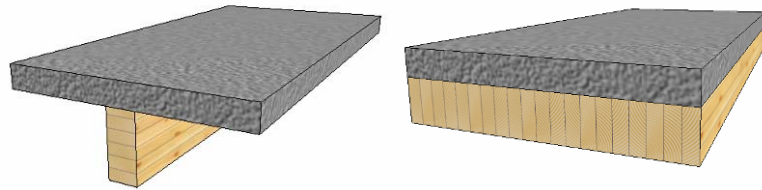


Abb. 6-2: Verbundsysteme: Plattenbalken und flächige Verbundkonstruktion

Die bevorzugten Anwendungsgebiete der HBV-Bauweise liegen in folgenden Bereichen:

- Altbausanierung

Häufig können bestehende Holzbalkendecken die heutigen Anforderungen an die Trag- und Gebrauchstauglichkeit nicht erfüllen. Zusätzlich können sich die Anforderungen durch Umbaumaßnahmen und Nutzungsänderungen erhöhen. In diesen Fällen stellt die HBV-Bauweise eine günstige Möglichkeit dar, bei Erhalt der Bausubstanz das Trag- und Verformungsverhalten deutlich zu verbessern. Bestehende Verformungen können rückgängig gemacht werden, wenn die Decke während des Betonier- und Aushärtvorgangs entsprechend unterstützt wird. Die Sanierungsmaßnahme verändert nicht die Lastabtragung der Konstruktion, sodass der Kraftfluss der abtragenden Bauteile unverändert bestehen bleibt. Ein Aspekt, der gerade bei historischen Gebäuden nicht zu vernachlässigen ist. Die zuvor erwähnten Verbesserungen des Brand- und Schallschutzes treffen auch auf diesen Anwendungsbe- reich zu.

- Hochbau

In Neubauten werden derzeit vor allem flächige Verbundkonstruktionen mit Brettstapelelementen angewendet. Diese Bauweise ermöglicht die hohen Anforderungen im mehrgeschossigen Wohn- und Gewerbebau zu erfüllen. Durch die hohen Steifigkeiten der flächigen Verbundkonstruktionen können auch bei Spannweiten von bis zu ca. 8,0 m -10,0 m die strengen Grenzwerte zum Schwingungsverhalten von Decken eingehalten werden. Während durch die Verwendung von Ortbeton zur Erstellung der Betondeckung rauchdichte Ebenen entstehen, werden gleichzeitig für die Gebäudeaussteifung steife Scheiben erzeugt. Außerdem ermöglicht die Kombination der Beton- und Massivholzbauweise den Einsatz vorgefertigter Deckenelemente. Die Elemente können im Werk betoniert und anschließend ausgehärtet auf die Baustelle geliefert werden. In diesen Fällen ist zu beachten, dass bei aussteifender Funktion die Fugen entsprechend schubsteif auszubilden sind.

- Brückenbau

Eine derzeit noch untergeordnete Anwendungsmöglichkeit der HBV-Bauweise liegt im Brückenbau. Die Kombination von Betonfahrbahnplatten mit blockverklebten Holzträgern bietet viele Vorteile. So können der konstruktive Holzschutz, die Querverteilung hoher Achslasten sowie die Abtragung horizontaler Lasten über die Betonfahrbahnplatten erfolgen. Bewährte Anschlussdetails des Betonbrückenbaus für Schrammborde, Geländer, etc. können übernommen werden [32]. Da die gängigen Schubverbinder in der Regel nur für vorwiegend ruhende Belastungen zugelassen sind, müssen in Deutschland für HBV-Brücken Zustimmungen im Einzelfall beantragt werden. Vor allem in der Schweiz und im skandinavischen Raum wurde bereits eine Vielzahl von Bauvorhaben verwirklicht (vergl. Zusammenstellung in [32]).

## Materialien

Es können sowohl Vollholz- und Brettschichtholzbauteile also auch daraus gewonnene Bauprodukte wie Brettstapel- oder Brettsperrholzelemente für HBV-Konstruktionen verwendet werden. Vollholzbauteile aus Nadelholz müssen mindestens der Sortierklasse S10 entsprechen. Unterschiedliche Steifigkeitseigenschaften der Materialien sind bei der Bemessung zu berücksichtigen.

An die eingesetzten Betone werden unterschiedlichste bauweisenspezifische Anforderungen gestellt. Die Betone sollten ein möglichst geringes Eigengewicht, gute Verarbeitbarkeit (Pumpfähig- und Verdichtbarkeit), geringes Kriech- und Schwindverhalten sowie eine geringe Feuchtigkeitsabgabe aufweisen. Aufgrund der Fortschritte der Betontechnologie können viele der genannten Parameter durch Zusatzstoffe gezielt gesteuert werden. Holschemacher und Dehn [33] beschreiben ausführlich den Einsatz innovativer Betone in der HBV-Bauweise. Sie erläutern die Eigenschaften folgender Hochleistungsbetone:

- selbstverdichtende Betone (SVB)
- selbstverdichtende Leichtbetone (SLVB)
- Stahlfaserbetone
- Konstruktive Leichtbetone
- Hochfeste/ultrahochfeste Betone

Die allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen der unterschiedlichen Verbundsysteme fordern die Verwendung von Betonen, die mindestens der Festigkeitsklasse C20/25 entsprechen. Die erforderliche Dicke der Betondeckschicht beträgt mindestens 60 mm (bzw. 70 mm für eingeklebte Lochbleche). Aus statischer Sicht ist in der Regel keine Zusatzbewehrung erforderlich. Ab Plattenstärken von 100 mm sind in Abhängigkeit der Verbinder Schubbewehrungen anzuordnen. Hinweise zur Ausführungen sind in den abZ zu finden (siehe [70] bis [76]). Generell ist jedoch eine Schwindbewehrung vorzusehen, die mindesten einer Betonstahlmatte Q131 (bzw. Q188 für eingeklebte Lochbleche) entspricht.

## 6.3 Zusammenstellung der Schubverbinder - Stand Juni 2008

Die Steifigkeit der Verbundkonstruktionen hängt neben den Materialeigenschaften der Einzelkomponenten Holz und Beton entscheidend von den Steifigkeitseigenschaften der Verbundfuge ab. Nachfolgende Zusammenstellung gibt einen Überblick über die derzeit bekannten Schubverbinder. Aufgrund der regen Entwicklungstätigkeit in diesem Bereich wird kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben.

### 6.3.1 Schubverbinder mit allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassung

Die derzeit existierenden allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen für Schubverbinder sind ausschließlich im Bereich der Stahlbauteile angesiedelt. Sie enthalten Angaben hinsichtlich spezifischer Eigenschaften, Herstellung, Bemessung und Ausführung.

- Stiftförmige Verbindungsmittel - Schrauben

Bei den stiftförmigen Verbindern sind vor allem Vollgewindeschrauben zu nennen. Die Anordnung erfolgt in den Holzbauteilen unter Einschraubwinkeln von 45° bzw. 90°. Eine Ausführung mit gekreuzten Schraubenpaaren (Einschraubwinkel 45°/135°) ist aus patentrechtlichen Gründen nur für die SFS-Verbandschraube zulässig. Mitunter erreichen die übrigen Schraubenverbinder, wegen der geringeren erforderlichen Verbindungsmittelabstände senkrecht zur Faser, flächenbezogen vergleichbare Steifig- und Tragfähigkeiten.



Die Schrauben werden nicht vollständig versenkt, sodass der Verbund durch das Einbetonieren des überstehenden Schraubenbereiches entsteht. In Abhängigkeit der Hersteller sind diese Bereiche unterschiedlich profiliert, um eine Optimierung des Verbundes zu erreichen. Der überwiegende Anwendungsbereich der stiftförmigen Verbindungsmittel liegt in der Altbausanierung von Holzbalkendecken, bei denen durch die Anwendung der Verbundsysteme tragfähigere Plattenbalken entstehen. Laut bauaufsichtlichen Zulassungen dürfen nur Einfeld-Biegeträger ausgeführt werden.

Zur Erzeugung eines flächigen Verbundes in Kombination mit Massivholzelementen sind stiftförmige Verbindungsmittel nur bedingt geeignet. Theoretisch ist dies zwar möglich, allerdings erweist sich die große Anzahl an einzubringenden Verbindungsmitteln und der damit verbundene Aufwand als unwirtschaftlich. Nachfolgende Systeme besitzen eine allgemeine bauaufsichtliche Zulassung (abZ) und sind derzeit ohne Zustimmung im Einzelfall einsetzbar:

- o abZ-9.1-342 SFS-Verbinderschraube [70]

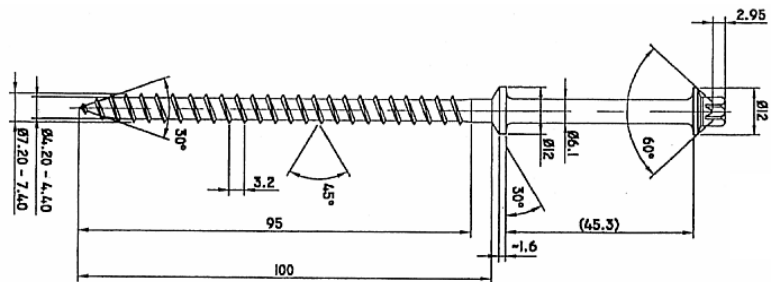


Abb. 6-3: SFS Verbinderschraube [70]

- o abZ-9.1-445 Timco II Schraube [71]

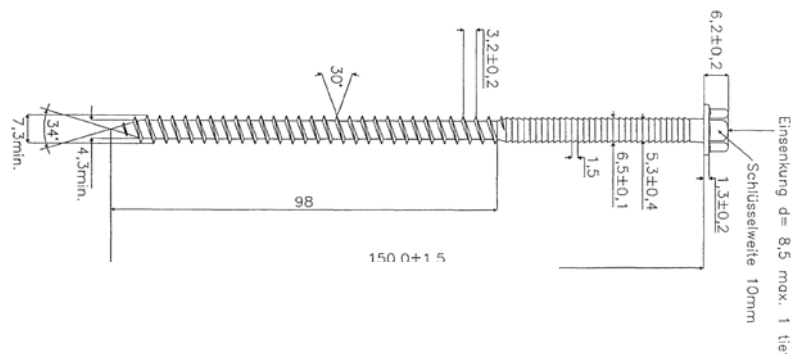


Abb. 6-4: Timco II Schraube [71]

- o abZ-9.1-603 TCC Schraube [72]

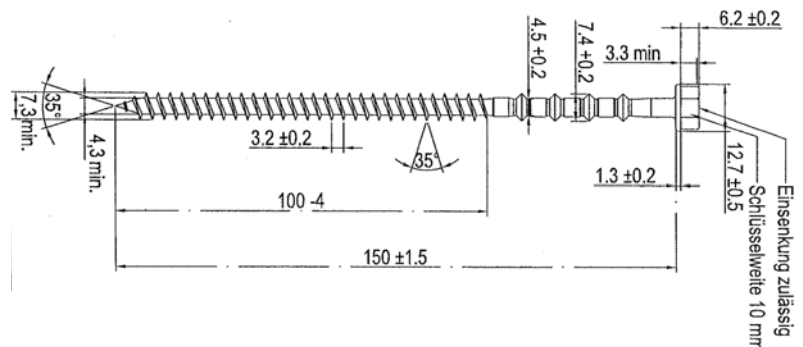


Abb. 6-5: TCC Schraube [72]

- abZ-9.1-648 Würth Assy VG plus Schraube [73]

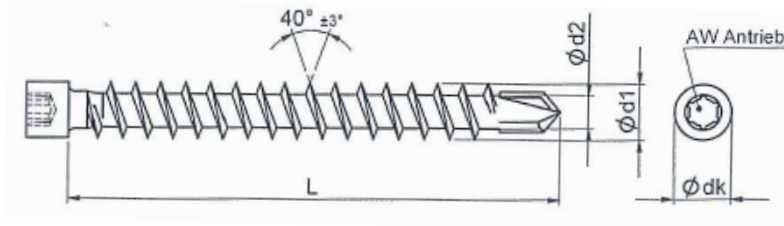


Abb. 6-6: Würth Assy VG plus Schraube [73]

- abZ-9.1-331 EW-System der Firma EW Hedge Sand & Betong [77]  
Dieses System ist überwiegend für stehende Bohlen gedacht. Der Verbund wird über Nägel sichergestellt. Nach Kenntnisstand der Verfasser ist, die Zulassung abgelaufen.

- Flachstahlschloss nach abZ-9.1-473 [74]

Bei diesem System sind geklebte, genagelte oder gedübelte Brettstapelelemente über Flachstahlschlösser mit der Betondeckschicht verbunden. Die Flachstähle werden mit einem Neigungswinkel von  $5^\circ$  zur Vertikalen in eine Sägenut eingetrieben, wobei die Breite der Nut maximal 96% der Dicke des Flachstahls betragen darf. Die punktuelle Anordnung der Verbinder widerspricht dem Ansatz einer kontinuierlichen Schubübertragung. Daher darf die Bemessung nicht nach dem  $\gamma$ -Verfahren erfolgen. Nähere Angaben zur Berechnung sind in Abschnitt 6.5 enthalten. Die Anwendung der Verbinder ist auf Einfeld-Biegeträger mit einer maximalen Spannweite von 10,0 m begrenzt.

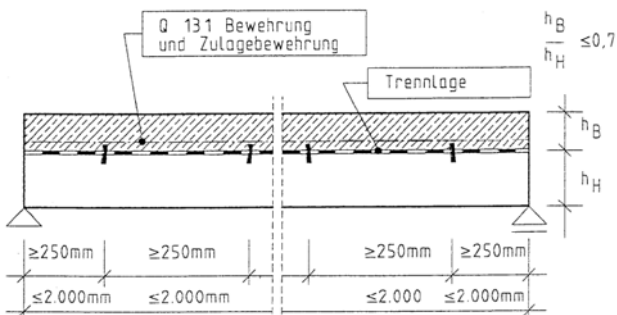


Abb. 6-7: Längsschnitt [74]

- Eingeklebtes Lochblech – HBV-Verbinder nach abZ-9.1-557 [75]

Nach allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassung abZ-9.1-557 [75] handelt es sich bei den HBV-Verbindern um Lochbleche aus Streckmetall, die in die Holzbauteile eingeklebt werden und die rechtwinklig zur Holzoberfläche in die Betondeckschicht einbinden. Die Schubübertragung durch die Verbinder, die parallel zur Spannrichtung angeordnet werden und gleichzeitig als Abstandhalter für die konstruktiven Bewehrungsmatten dienen, erfolgt über die Verklebung im Holz und die Verzahnung des Betons in der Betonplatte. Obwohl das Verbundsystem eine hohe Steifigkeit aufweist, zeichnet es sich im Versagensfall durch plastisches Verhalten aus. Die Anwendung reicht von der Altbausanierung von Holzbalkendecken bis hin zu Neubauten in Kombination mit flächigen Massivholzbauteilen. Die Bauweise ist nicht auf Einfeld-Biegeträger begrenzt, sondern die bauaufsichtliche Zulassung erlaubt auch die Ausführung von Durchlaufträgern sowie von Wandelementen.

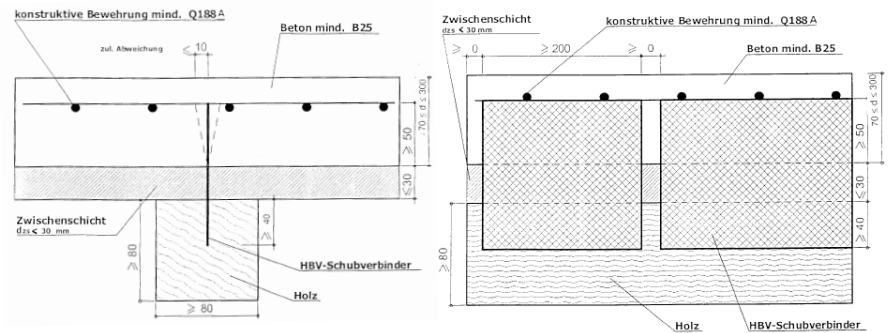


Abb. 6-8: Querschnitt und Längsschnitt eines HBV-Plattenbalkensystems [75]

- Nagelplatte – Dennert Holz-Beton-Verbundelemente nach abZ-9.1-474 [76]  
 Die Holz-Beton-Verbundelemente nach dem System Dennert stellen in zweierlei Hinsicht einen Sonderfall dar. Einerseits ist die Anwendung auf Bauteile von Dachkonstruktionen (Kehlbalken oder Sparren) begrenzt und andererseits ist das System mit einer in der Zugzone angebrachten Betonplatte auszuführen. Aufgrund dieser Abweichungen wird das System in den folgenden Abschnitten nicht weiter berücksichtigt.

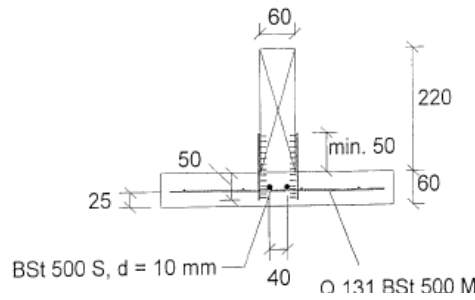


Abb. 6-9: Dennert Holz-Beton-Verbundelemente [76]

**6.3.2 Schubverbinder ohne allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassung**

Die nun folgenden Schubverbinder besitzen keine allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen. Um Sie einsetzen zu können, sind Zustimmungen im Einzelfall erforderlich.

**6.3.2.1 Stahlbauteile**

- Eingeklebte Gewindestangen  
 Bei der Verwendung von eingeklebten Gewindestangen als Schubverbinder in HBV-Konstruktionen werden hohe Steifigkeiten erreicht. Zur Erhöhung des Schubverbundes im Beton können an den Gewindestangen zusätzliche Muttern und Unterlegscheiben angebracht werden. Dadurch erfolgt die Übertragung der Schubkraft nicht nur über den Haftverbund entlang des Schaftes, sondern es stellt sich zusätzlich eine Druckkraft an der Unterlegscheibe ein [34]. Um eine sorgfältige Ausführung zu gewährleisten, sind die Schubverbinder im Werk einzubauen.

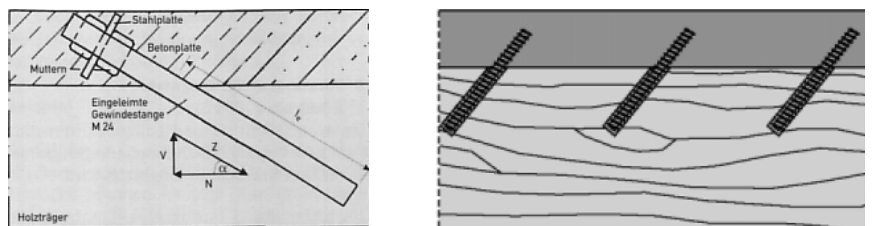


Abb. 6-10: Eingeklebte Gewindestangen aus [35] bzw. [36]

- Kopfbolzendübel

Im Stahl-Beton-Verbundbau stellen Kopfbolzendübel ein gängiges und genormtes Verbundsystem dar. Daraus wurden verschiedene Varianten für die HBV-Bauweise abgeleitet. Das System Tecnarìa [37] besteht aus einem Kopfbolzendübel, der auf einer Stahlplatte aufgeschweisst ist. Die Stahlplatte besitzt zwei Bohrungen um den Verbinder mit Schrauben im Holz zu befestigen. In den Eckbereichen der Stahlplatte sind Zähne angeordnet, um ähnlich der Wirkungsweise eines Dübels besonderer Bauart die Verschiebungsteifigkeit des Verbinders im Holz zu erhöhen.

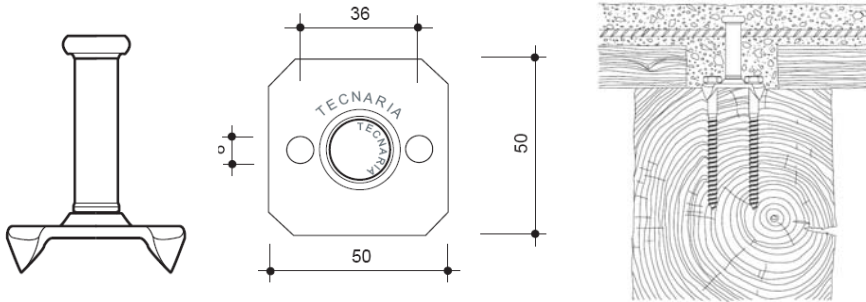


Abb. 6-11: Kopfbolzendübel [37]

Alternativ wurde in der Schweiz das in Abb. 6-12 gezeigte System, bestehend aus einer Stahlplatte mit vier Kopfbolzendübeln, für den Brückenbau eingesetzt. Während die Schrauben zur Lagesicherung dienen, erfolgt im Holzquerschnitt die Schubübertragung über eine an der Unterseite der Stahlplatte angeordnete Stahltrapezleiste nach dem Versatzprinzip. Im Beton wird die Schubübertragung über Kopfbolzen sichergestellt.

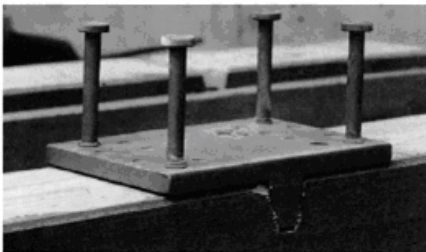


Abb. 6-12: Stahlplatte mit Kopfbolzendübel [38]

Rautenstrauch und Döhner [32] greifen im Rahmen einer Projektskizze für Holz-Beton-Verbund Brücken auf die stählerne Schubleiste mit Kopfbolzendübel zurück. In einem laufenden Forschungsvorhaben [39], zur Weiterentwicklung der Holz-Beton-Verbundbauweise unter Einsatz von blockverleimten Brettschichtholzquerschnitten bei Straßenbrücken, werden für dieses Verbundsystem experimentelle und numerische Untersuchungen durchgeführt. Das Ermüdungs- und Langzeitverhalten dieses Verbindungsmittels ist Teil der Untersuchungen zur Entwicklung einer Systembrücke in Holz-Beton-Verbundbauweise [40].

- BVD-Verbundanker

Ein ebenfalls aus der Stahl-Beton-Verbundbauweise abgeleitetes System stellt der BVD-Verbundanker dar. Die Schubkräfte werden über V-förmig angeordnete Bewehrungsstäbe in ein Stahlformteil (Verbundanker) eingeleitet. Dieses wird in Vertiefungsfugen eingesetzt und mit Vergussmörtel vergossen.

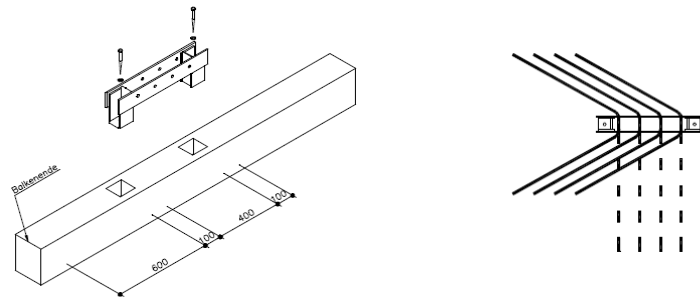


Abb. 6-13: BVD-Verbundanker und Anschlussbewahrung [41]

- Balkenschuhe

Verschiedene Konstruktionen wurden mit aufgenagelten oder verschraubten Balkenschuhen ausgeführt. Wie Untersuchungen von Höhmann und Siemers [35] zeigen, weisen die Verbinder eine vergleichsweise geringe Verschiebungssteifigkeit auf. Zudem bedingt der relativ hohe Fertigungsaufwand, dass diese Bauweise nur für untergeordnete Baumaßnahmen anwendbar ist.

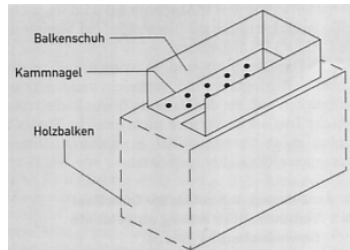


Abb. 6-14: Balkenschuhe als Schubverbinder [35]

### 6.3.2.2 Formschluss

Bei den nachfolgenden Verbundsystemen wird der Verbund ausschließlich über den Formschluss der Betondecke mit dem Holzbauteil erreicht. Sie eignen sich besonders zur Erzeugung großflächiger Verbundelemente und somit zur Anwendung in Kombination mit Massivholzplatten.

- Kerne

Entwickelt wurde das Verbundmittel der Kerne aus Untersuchungen von Natterer [42] zum Tragverhalten von Holz-Beton-Verbund-Konstruktionen. Der Einsatz erfolgt überwiegend in Verbindung mit Brettstapелеlementen. Die Kerne werden in Querrichtung zu den Brettlamellen in die BST-Elemente eingefräst. Durch Druckkontakt in der Kervenflanke wird die in der Schubfuge wirkende Kraft übertragen.

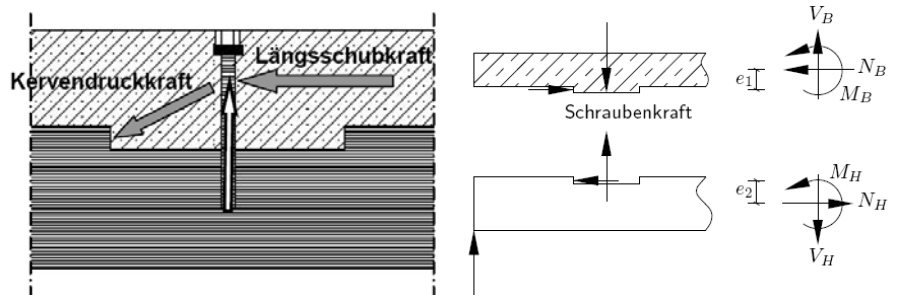


Abb. 6-15: Kerne mit stiftförmigen Verbindungsmittel [43], statisches System [44]

Wie das statische System von Schänzlin [44] in Abb. 6-15 zeigt, stellt sich theoretisch aufgrund der exzentrischen Lasteinleitung der Schubkraft ein Exzentrizitatsmoment und damit eine abhebende Kraft in der Kerne ein. Um

diese aufzunehmen, wurden in der Vergangenheit stiftförmige Verbindungsmittel als Abhebesicherung eingebaut. Numerische und experimentelle Untersuchungen von Michelfelder [43] ergaben, dass sich stiftförmige Verbindungsmittel kaum an der Abtragung der Exzentrizitätsmomente beteiligen. Sie übertragen über Biegung einen Teil der Längsschubkraft, der jedoch auch alleine über die Kerfen aufgenommen werden kann. Aus den Untersuchungen leitet Michelfelder Konstruktionsregeln ab, bei deren Einhaltung unerwartete Schädigungen, wie die Überschreitung der kritischen Betonzugspannung im Kerfenbereich aus der exzentrischen Einleitung der Längskraft, vermieden werden. Neben Angaben zur notwendigen Kerfenanzahl und -anordnung sowie zur Berücksichtigung von Linienlasten in Querrichtung, sind folgende Querschnittsverhältnisse angegeben [43]:

- Gesamtquerschnittshöhe  $h \geq 0,20 \text{ m}$
- Höhe des Holzquerschnitts  $h_H = 0,6 \cdot h$
- Höhe des Betonquerschnitts  $h_B = 0,4 \cdot h$
- Kerftiefe  $t_k = 0,04 \text{ m}$

Umfassende Erläuterungen zum Tragverhalten, zur Berechnung und zur Bemessung von Verbundkonstruktionen mit Kerfen als Schubverbinder sind in der Dissertation von Michelfelder [43] enthalten.

- **Betonnocken**

Blaß [45] stellt in seinen Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen unter anderem den Verbund durch Betonnocken mit Stahlstiften aus Betonstahl vor (siehe Abb. 6-16). In den Holzbauteilen werden zunächst Vertiefungen für die Nocken ausgefräst und anschließend Bohrungen für die Gewindestangen durchgeführt. Der in die Bohrungen eingeschlagene Betonstahl krägt nach dem Ausbetonieren der Vertiefungen in die Betonplatte und übernimmt in Verbindung mit den ausgehärteten Nocken die Übertragung der Längsschubkraft.

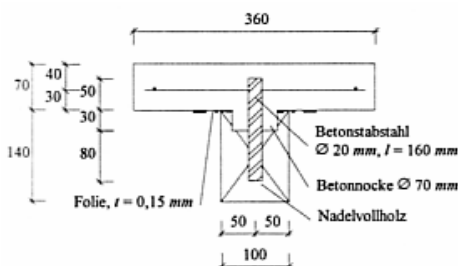


Abb. 6-16: Querschnitt einer Betonnocke mit Baustahl [45]

### 6.3.2.3 Haftverbund

Neben den Verbundsystemen, die auf Stahlbauteile bzw. Formschluss setzen, wurden in jüngerer Zeit auch Untersuchungen durchgeführt, die Längsschubkräfte ausschließlich über Haftverbund zu übertragen. Zwei Untersuchungen seien im Folgenden genannt:

- **Brettstapel im Flächenverbund**

Lehmann [46] untersucht die baupraktische Anwendung von Brettstapelelementen im Flächenverbund mit mineralischen Deckschichten ohne Einsatz zusätzlicher Verbindungsmittel. Neben grundlegenden Eigenschaften zur Bestimmung der Rauigkeit von Holzoberflächen werden durch verschiedene experimentelle Untersuchungen Erkenntnisse zum Haftverbund gewonnen. Lehmann [46] ermittelt für die in Abb. 6-17 dargestellten Oberflächenstrukt-

ren Verschiebungssteifigkeiten und schlägt ein Bemessungskonzept unter Berücksichtigung des Kurz- und Langzeitverhaltens vor.

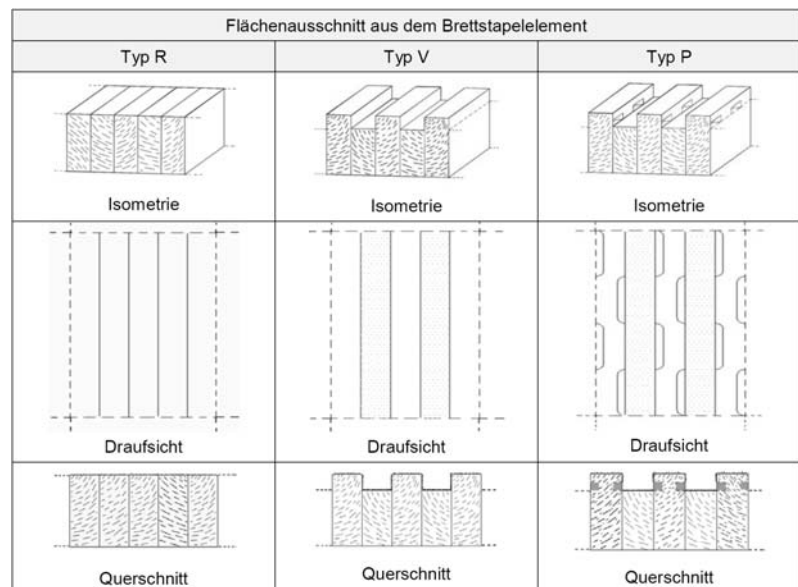


Abb. 6-17: Untersuchte Systeme hinsichtlich Haftverbund, aus [46]

- Hinterschnittene Holzleiste [47]

Beim System der hinterschnittenen Holzleiste wird ebenfalls ein flächiger Verbund durch die Haftung mineralischer Deckschichten auf flächigen Holz- bzw. Holzwerkstoffelementen erzeugt. Die hinterschnittenen Holzleisten verlaufen parallel zur Spannrichtung und werden über Schrauben- oder Nagelpressklebung an den Holzbauteilen befestigt.

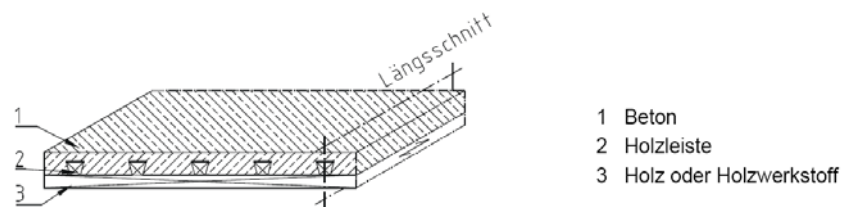


Abb. 6-18: System der hinterschnittenen Holzleiste, aus [47]

Im Rahmen der Entwicklung dieser Verbundkonstruktion erforschte Richter [47] die Eigenschaften der einzelnen Verbundwerkstoffe, des Verbindungsmittels sowie die gegenseitige Interaktion hinsichtlich der Grenzzustände der Trag- und Gebrauchstauglichkeit. In [47] wurden durch experimentelle und numerische Untersuchungen Fragestellungen hinsichtlich der Ausführung ohne Trennschicht, der Feuchtigkeitsaufnahme der Holzbauteile, des Einsatzes von Hochleistungsbetonen, des Trag- und Schwingungsverhaltens sowie der schallschutztechnischen Eigenschaften behandelt. Ergänzend erfolgten theoretische Überlegungen zum Brandverhalten der Verbundkonstruktion.

- Sonderlösungen – Holz-Beton-Fertigteildecken

Das System der Ligno HBF-Fertigteildecke bietet die Möglichkeit im Werk vollständig vorgefertigte Deckenelemente zu verwenden. Im Gegensatz zu Ortbetonlösungen ist es somit nicht notwendig die Decken bis zum Aushärten der Betondeckschicht zu unterstützen. Der Verbundquerschnitt wird aus einer in der Zugzone liegenden Massivholzplatte und Betonfertigteilen, die die Funktion des Druckgurtes übernehmen, gebildet. Der Verbund erfolgt über das in Abschnitt 6.3.1 vorgestellte System der eingeklebten Lochble-

che aus Streckmetall. Da die Betonfertigteile in Einheitsgröße vorliegen, werden an den Auflagern in der Größe variable Endstücke aus Brettsper Holz eingesetzt (siehe Abb. 6-19).

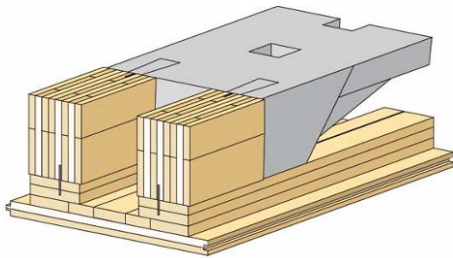


Abb. 6-19: Fertigteildecke, aus [48]

### 6.3.3 Festigkeiten und Steifigkeiten der Schubverbinder

Nachfolgende Tabelle gibt einen Überblick über die Steifig- und Tragfähigkeiten der einzelnen Schubverbinder mit allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassung. Der Rechenwert des Verschiebungsmoduls der einzelnen Verbindungsmittel bezieht sich dabei auf den Grenzzustand der Tragfähigkeit zum Zeitpunkt  $t=0$ . Die Ermittlung der charakteristischen Schubtragfähigkeit  $R_k$  der Verbindungsmittel erfolgt gemäß der jeweiligen abZ in Verbindung mit der DIN 1052:2004-08 [53] und der DIN 1045-1:2001-07 [59]. Die Werte der Tabelle 6-1 basieren auf der Annahme, dass keine Zwischenschicht aus Schalung oder Dämmung zwischen den Teilquerschnitten vorhanden ist und die Betonfestigkeitsklasse C20/25 vorliegt.

Tabelle 6-1: Steifigkeiten und Festigkeiten

Verbinder	$K_{ser}$ [kN/m m]	$R_k$ [kN]	$R_k/K_{ser}$ [mm]	Anmerkung
SFS-Verbundschrauben abZ-9.1-342 [70]	16,7	16,6	1,0	je Schraubenpaar Einschraubwinkel 45°/135°
Timco II Schraube abZ-9.1-445 [71]	8,3	8,3	1,0	je Schraube Einschraubwinkel 45°
TCC Schraube abZ-9.1-603 [72]	8,3	8,3	1,0	je Schraube Einschraubwinkel 45°
Würth Assy VG plus abZ-9.1-648 [73]	6,7	5,6	0,83	je Schraube, $l_{ef} = 100$ mm Einschraubwinkel 45°
Flachstahlschloss abZ-9.1-473 [74]	353	290	0,82	je Meter Breite
HBV-Verbinder abZ-9.1-557 [75]	110	32	0,29	bezogen auf die Mindestlänge $l = 200$ mm

Ein Vergleich der Steifigkeits- und Festigkeitswerte der einzelnen Schubverbinder aus Tabelle 6-1 ist wegen der unterschiedlichen Rahmenbedingungen nur schwer möglich. Daher werden gleichzeitig die auf die charakteristischen Traglasten bezogenen Verschiebungen ermittelt und aufgeführt. Dies zeigt, dass die eingeleimten Lochbleche, hinsichtlich ihrer maximal übertragbaren charakteristischen Längsschubkraft, die geringsten Verformungen aufweisen.

Der pauschale Vergleich der Festigkeiten aus Tabelle 6-1 lässt vermuten, dass die Verbindung des Flachstahlschlusses die größten Steifig- und Festigkeiten liefert. Berücksichtigt man jedoch die erforderlichen Verbindungsmittelabstände, so können sowohl durch die eingeklebten Lochbleche als auch durch die Schraubenverbinder, bezogen auf eine Elementbreite von einem Meter, vergleichbare Werte



erreicht werden. Bei den Schraubenverbindern führen dann jedoch die große Verbindungsmittelanzahl und der damit verbundene Fertigungsaufwand zu einer unwirtschaftlichen Ausführung. Für flächige Verbundlösungen sind daher eingeklebte Lochbleche und Flachstahlschlösser zu empfehlen.

Glaser [49] vergleicht in seiner Dissertation Festigkeits- und Steifigkeitswerte weiterer Schubverbinder, die keine allgemeine bauaufsichtliche Zulassung besitzen. Dabei bezieht er sich auf Mittelwerte der Traglasten und Verschiebungssteifigkeiten, die in verschiedenen Forschungsvorhaben experimentell ermittelt wurden. Da den Festigkeitswerten aus Tabelle 6-1 jedoch die 5%-Quantilwerte sowie das semiprobabilistische Bemessungskonzept der Teilsicherheitsbeiwerte zugrunde liegt, wird auf einen Vergleich im Rahmen dieser Arbeit verzichtet.

## 6.4 Berechnungsgrundlagen

### 6.4.1 Materialparameter

Die Bemessung der Verbundquerschnitte basiert auf den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen in Verbindung mit den jeweiligen Bemessungsnormen DIN 1052 [53] bzw. DIN 1045-1 [59]. Aufgrund der unterschiedlichen Kriech- und Schwindeigenschaften der Baustoffe und den damit verbundenen Änderungen der Steifigkeitsverhältnisse, fordern die Zulassungen eine Bemessung der Tragfähigkeit für den Anfangs- (Zeitpunkt  $t=0$ ) und für den Endzustand ( $t=\infty$ ). Die Schnittgrößenermittlung muss mit den zum jeweiligen Zeitpunkt vorhandenen Steifigkeitskennwerten erfolgen.

#### Anfangszustand $t=0$ :

Die für die Berechnung notwendigen Elastizitätsmoduln des Holz- bzw. des Betonquerschnittes sind den Bemessungsnormen DIN 1052 [53] bzw. DIN 1045-1 [59] zu entnehmen. Maßgebenden Einfluss auf die Verteilung der Schnittgrößen des Verbundquerschnittes besitzt der Verschiebungsmodul der Verbindungsmittel in der Fuge. In den abZ sind jeweils die Mittelwerte der Anfangsverschiebungsmodule  $K_{ser}$  im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit angegeben. Für die Ermittlung der Schnittgrößen im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind diese Werte um ein Drittel abzumindern. Dadurch wird das nicht-lineare Verhalten der Verbindungsmittel bei Beanspruchungen auf Versagensniveau berücksichtigt:

$$K_{u,mean} = \frac{2}{3} \cdot K_{ser} \quad (6-1)$$

Zusätzlich sind im Grenzzustand der Tragfähigkeit die Steifigkeitswerte durch die Teilsicherheitsbeiwerte der einzelnen Baustoffe abzumindern. Dies trifft in erster Linie auf Betrachtungen nach Theorie II. Ordnung zu, da die Abnahme der Steifigkeiten zu einer Erhöhung der Verformungen und damit zu einem Anstieg der Beanspruchungen führt. Bei Berechnungen nach Theorie I. Ordnung am Einfeldträger sind die Schnittgrößen der Verbundquerschnitte primär von den Steifigkeitsverhältnissen abhängig. In diesem Fall besitzt der geringe Unterschied der Teilsicherheitsbeiwerte keinen signifikanten Einfluss auf die Schnittgrößenverteilung in den Teilquerschnitten. Daher kann bei Einfeldträgern nach Theorie I. Ordnung in der Regel auf die Abminderung durch  $\gamma_M$  verzichtet werden.

**Endzustand  $t = \infty$ :**

Der Einfluss des Kriechens wird durch die Abminderung des Elastizitätsmoduls der einzelnen Querschnittsteile erfasst. Nach Abschnitt 8.6.1 (7) der DIN 1052 [53] sind die Elastizitätsmoduln des Holzes durch die Werte  $(1 + k_{def})$  zu dividieren. Das Kriechverhalten des Betonquerschnittes darf gemäß 8.6.1 (7) [53] vereinfacht durch die Division des Elastizitätsmoduls des Betons durch den Wert 3,5 erfolgen. Zur Berücksichtigung des Langzeitverhaltens der Schubverbinder sind in der jeweiligen abZ Angaben enthalten. In der Regel müssen für den Endzustand die Verschiebungsmoduln des Anfangszustands um ein Drittel abgemindert werden. Bei den eingeklebten Lochblechen beträgt die Abminderung 50%.

**Zusammenfassung**

Die Angaben in Tabelle 6-2 gelten für die Berechnung von Einfeldträgern unter Biegebeanspruchung nach Theorie I. Ordnung. Bei Berechnungen nach Theorie II. Ordnung bzw. bei abweichenden Systemen sind die Materialkennwerte im Grenzzustand der Tragfähigkeit durch den jeweiligen Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  zu dividieren.

Tabelle 6-2: Zusammenfassung der Materialkennwerte

Bauteil		Grenzzustand	Zeitpunkt $t = 0$	Zeitpunkt $t = \infty$
Holz	$E_{Holz}$	GZG/GZT	$E_{0,mean}$	$\frac{E_{0,mean}}{(1 + k_{def})}$
Beton	$E_{Beton}$	GZG/GZT	$E_{cm}$	$\frac{E_{cm}}{3,5}$
Schubverbinder	$K_{ser}$	GZG	$K_{ser}$	$k_{VBM} \cdot K_{ser}$
		GZT	$2/3 \cdot K_{ser}$	$2/3 \cdot k_{VBM} \cdot K_{ser}$

- Holz:  $E_{0,mean}$  Anhang F der DIN 1052 [53]  
 $k_{def}$  Deformationsbeiwert, Tabelle F2 der DIN 1052 [53]
- Beton:  $E_{cm}$  Tabelle 9 der DIN 1045-1 [59]
- Verbinder:  $K_{ser}$  gemäß abZ, [70] bis [75]  
 $k_{VBM}$  Beiwert zur Berücksichtigung des Langzeitverhaltens  
 $k_{VBM} = 2/3$  für Schraube/Flachstahlschloss, [70] bis [74]  
 $k_{VBM} = 1/2$  für eingeklebtes Lochblech, [75]

**6.4.2 Querverteilung – Verkehrslast für Wohnraumdecken**

Wie die Betrachtungen von Brettstapelsystemen zeigen, sind die Lastansätze für Decken in Wohn- und Aufenthaltsräumen abhängig von der Querverteilung der Lasten. Für Decken ohne ausreichend Querverteilung bedeutet dies, dass ein Nachweis unter erhöhter Flächenlast ( $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$ ) geführt werden und zusätzlich die örtliche Mindesttragfähigkeit unter einer Einzellast nachgewiesen werden muss. Im Folgenden werden die Plattenbalkensysteme und die flächigen Verbundsysteme getrennt von einander betrachtet.

**6.4.2.1 Plattenbalken**

Derzeit existieren keine normativ geregelten Kriterien, z.B. eine Mindestbiegesteifigkeit in Querrichtung, die eine Beurteilung zulassen, ab wann eine Decke ausreichend Querverteilung besitzt. Resch [14] greift diese Problematik auf und entwickelt ein Kriterium zur Beurteilung des Quertragverhaltens von Holzbalken/Beton-Verbunddecken. Weitere Informationen sind in [14] und in Abschnitt 4.3.4 enthalten.

In einer Parameterstudie wendet Resch [14] das abgeleitete Kriterium auf Holzbalken-Beton-Verbunddecken an. Dabei variiert er in baupraktisch relevanten Bereichen die Systemparameter Spannweite, Balkenabstand, Balkenquerschnitte, Steifigkeit der Verbundfuge sowie Betondeckung. Den Betrachtungen liegt eine kontinuierliche Schubverbindung mit Schrauben zugrunde. Zusätzlich wird angenommen, dass weder das Eigengewicht noch der quasi-ständig wirkende Anteil  $q_{GV}$  der Verkehrslast (aus Einrichtungsgegenständen, etc.) in Querrichtung abgetragen werden kann. Basierend auf dem Kriterium ermittelt Resch [14] die für die Bemessung anzusetzende charakteristische Verkehrslast  $q_{k,Bemessung}$  ( $q_{k,Bemessung} = q_{ges}$  aus Abb. 6-20) in Abhängigkeit der Spannweite sowie der langfristig wirkenden Verkehrslast  $q_{k,ständig}$  ( $q_{k,ständig} = q_{GV}$  aus Abb. 6-20). Die charakteristische Bemessungslast ist in Abb. 6-20 dargestellt.

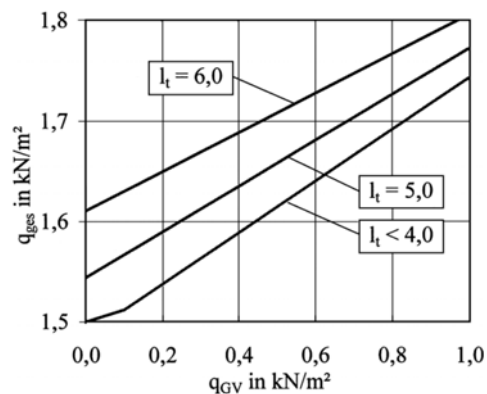


Abb. 6-20: Anzusetzende Verkehrslast  $q_{ges}$ , aus [14]

**Anmerkung:** Das Diagramm in Abb. 6-20 gilt für eine Mindestdicke der Betondeckschicht von 40 mm. Nach Spaethe [15] beträgt die langfristig wirkende Verkehrslast in der Regel ca.  $q_{k,ständig} = 0,3 \text{ kN/m}^2$ .

#### 6.4.2.2 Flächige Verbundsysteme mit Brettstapelelementen

Entscheidender Einfluss auf die Querverteilung von Lasten liegt in den Systemsteifigkeiten in Nebentragrichtung. Die Betrachtungen in Abschnitt 4.3.4 zeigen, dass bei geklebten Elementen von einer ausreichenden Querverteilung ausgegangen werden kann. Gleiches gilt für HBV-Decken in Kombination mit geklebten BST-Elementen, da durch die zusätzliche Betondeckschicht die Querverteilung weiter verbessert wird.

Genagelte bzw. gedübelte BST-Elemente weisen unter der Annahme des in Abschnitt 4.3.4 abgeleiteten Kriteriums keine ausreichende Querverteilung auf. Nachfolgende Überlegungen zeigen jedoch, dass die Betondeckschicht bei genagelten und gedübelten Elementen für ausreichende Querverteilung sorgt. Daher wird das Querverteilungskriterium nun analog auf einen Verbundquerschnitt angewendet. Geht man zunächst vereinfacht davon aus, dass die Betonplatte ohne jeglichen Verbund auf der BST-Decke aufliegt, so kann das System anhand zweier Trägerroste, deren vertikalen Verschiebungen starr gekoppelt sind, berechnet werden. Das obere Trägerrost besitzt die Steifigkeiten des Betons, während das untere die Steifigkeiten des Holzquerschnittes aufweist ( $GI_{t,BST} = GI_{t,cm} = 0$ ). Das Trägerrostmodell, die Abmessungen und der betrachtete Querschnitt sind in nachfolgender Abbildung dargestellt.

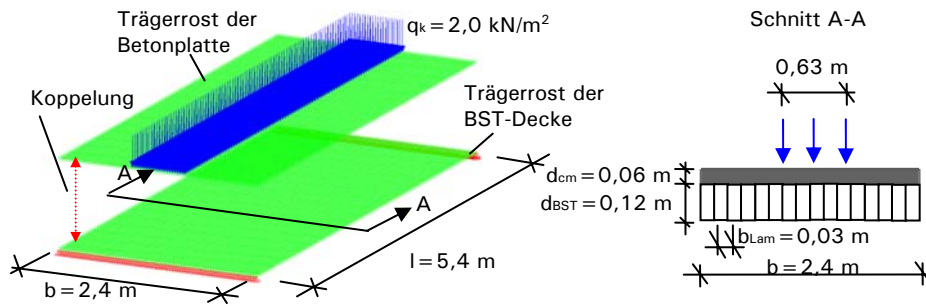


Abb. 6-21 System der hinterschnittenen Holzleiste, aus [47]

Die Mindestdicke einer Betondeckschicht beträgt laut der allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen in der Regel 60 mm. Dies führt im ungerissenen Zustand zu einer Biegesteifigkeit in Längs- und Querrichtung von:

$$EI_{x,cm} = EI_{y,cm} = d_{cm}^3 / 12 \cdot E_{cm} \approx 0,06^3 / 12 \cdot 30000 = 0,54 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

Die Steifigkeiten des genagelten BST-Elementes betragen nach Tabelle F.22 [53]:

- x-Richtung:

$$EI_{x,BST} = 0,12^3 / 12 \cdot 11000 = 1,58 \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$S_{x,BST} = 0,12 \cdot 0,06 \cdot E_x / 1,2 = 66,0 \text{ MN} / \text{m}$$

- y-Richtung:

$$EI_{y,BST} = 5 \cdot 10^{-4} \cdot EI_x = 7,92 \cdot 10^{-4} \text{ MNm}^2 / \text{m}$$

$$S_{y,BST} = 0,05 \cdot S_x = 3,3 \text{ MN} / \text{m}$$

Das System wird durch einen Laststreifen ( $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$ ) der Breite 0,63 m beansprucht. Ohne jegliche Querverteilung stellt sich in den belasteten Lamellen folgendes Biegemoment ein:

$$M_{Lam,1} = b_{Lam} \cdot \frac{q_k \cdot l^2}{8} \cdot \frac{EI_{x,BST}}{EI_{x,BST} + EI_{x,cm}} = 0,03 \cdot \frac{2,0 \cdot 5,4^2}{8} \cdot \frac{1,58}{1,58 + 0,54}$$

$$M_{Lam,1} = 0,16 \text{ kNm}$$

Die Trägerrostberechnung liefert für die maximal beanspruchte Lamelle unter Berücksichtigung der Querverteilung ein Biegemoment von:

$$M_{Lam,2} = 0,045 \text{ kNm}$$

Für die eigentlich erforderliche Bemessungslast gilt (siehe Abb. 4-16):

$$q_{k,Bemessung} = (q_k - q_{k,ständig}) \cdot \frac{M_{Lamelle,2}}{M_{Lamelle,1}} + q_{k,ständig}$$

Mit  $q_{k,ständig} = 0,3 \text{ kN/m}^2$  erhält man:

$$q_{k,Bemessung} = (2,0 - 0,3) \cdot \frac{0,045}{0,16} + 0,3 = 0,78 \text{ kN/m}^2$$

Dieser Wert liegt deutlich unter dem Grenzkriterium von  $q_{k,Bemessung} = 1,50 \text{ kN/m}^2$ . Somit besitzen genagelte und gedübelte Elemente mit einer Betonschicht der Dicke  $d_{cm} \geq 60 \text{ mm}$  ebenfalls ausreichende Querverteilung. Demnach dürfen Decken in Wohn- und Aufenthaltsräumen auf eine charakteristische Flächenlast von  $q_k = 1,50 \text{ kN/m}^2$  bemessen werden.

**Anmerkung:** Eine starre Verbindung der Betondeckschicht mit dem Brettstapel-element in Haupttragrichtung sowie eine lose Verbindung in Nebentragrichtung stellt für die Querverteilung den ungünstigsten Fall dar. Vergleichsrechnungen zeigen, dass gemäß dem aufgeführten Kriterium auch dann noch ausreichende Querverteilung erreicht wird.

## 6.5 Berechnungsverfahren

Die in der DIN 1052 [53] enthaltenen Verfahren zur Berechnung von Verbundquerschnitten mit nachgiebigem Verbund sind in Abschnitt 3.2 erläutert. Nachfolgend wird daher nur auf spezifische Besonderheiten bzw. Vereinfachungen bei der Berechnung von HBV-Konstruktionen eingegangen. Eine Alternative zu diesen Verfahren bilden Berechnungen mit Stabwerkmodellen.

### 6.5.1 $\gamma$ -Verfahren

#### 6.5.1.1 Allgemein

Die allgemeinen Anwendungsgrenzen des  $\gamma$ -Verfahrens sind in Abschnitt 3.2.1 angegeben. Entscheidende Bedeutung hinsichtlich der Anwendbarkeit des  $\gamma$ -Verfahrens auf die Berechnung von HBV-Systemen liegt in der Ausbildung der Verbundfuge. Das  $\gamma$ -Verfahren setzt einen konstanten, kontinuierlichen Verbund voraus. Dies ist in der Regel bei Schraubenverbindern gegeben. Häufig wird die Schraubenanordnung jedoch dem Querkraftverlauf angepasst, sodass keine konstanten Verbindungsmittelabstände vorliegen. Die Abstufung der Verbindungsmittel kann über den effektiv wirksamen Verbindungsmittelabstand  $s_{ef}$  erfasst werden (vergl. Abb. 3-10).

Liegt nur eine geringe Anzahl an lokal sehr steifen Verbindungsmitteln vor, was beispielsweise bei der Verwendung von Kerven oder Flachstahlschlössern der Fall ist, kann nicht von einem kontinuierlichen Verbund ausgegangen werden. Untersuchungen von Rautenstrauch [50] zeigen, dass für eine sichere Bemessung der Verbindungsmittelabstand 3% der Trägerlänge nicht überschreiten sollte. Konstruktionen die dieses Kriterium überschreiten, sind mit alternativen Verfahren wie der Schubanalogie oder mit Stabwerkmodellen zu berechnen.

Alternativ leitet Michelfelder [43] aus einer Regressionsanalyse einen Ansatz zur Ermittlung des effektiv wirksamen Verbundmittelabstandes  $s_{ef}$  von Kervensystemen ab. Den statistischen Untersuchungen liegen Trägerlängen zwischen fünf und sieben Metern mit zwei Kerven je Trägerseite bzw. Trägerlängen zwischen fünf und zehn Metern mit drei Kerven je Seite zugrunde. Daraus ergibt sich folgender Ansatz:

$$s_{ef} = 1,14 \cdot s_{min} + 3,14 \cdot \frac{s_{max}}{l} \cdot (s_{max} - s_{min}) \quad (6-2)$$

Nach Michelfelder [43] liefert dieser Ansatz auf der konservativen Seite liegende Nachweise. Da die Verbindungsmittelbeanspruchungen jedoch deutlich überschätzt werden, empfiehlt es sich bei Überschreitung der Tragfähigkeitsnachweise der Schubverbinder genauere Untersuchungen anhand der in den Folgeabschnitten 6.5.2 bzw. 6.5.3 aufgeführten Verfahren durchzuführen.

#### 6.5.1.2 Vereinfachung für den Zweipunktquerschnitt

Da es sich bei HBV-Konstruktionen in der Regel um Zweipunktquerschnitte handelt, können die in Abschnitt 3.2.1 aufgeführten Gleichungen für die Berechnung nach dem  $\gamma$ -Verfahren vereinfacht werden. Die geometrischen Zusammenhänge sind in Abb. 6-22 dargestellt.

Es gilt: Index „1“ Betonquerschnitt

Index „2“ Holzquerschnitt

a                      Schwerpunktabstand der Teilquerschnitte ( $a = a_1 + a_2$ )

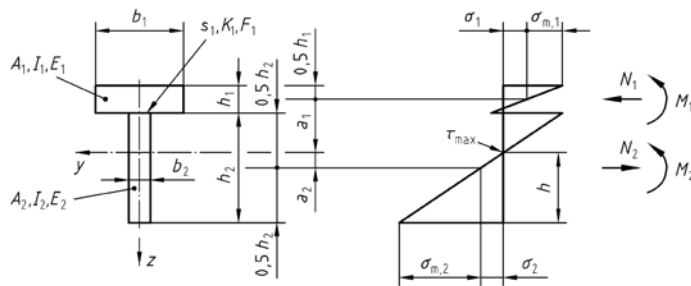


Abb. 6-22: Geometrische Zusammenhänge des Zweipunktquerschnittes, aus [53]

Für den Abminderungsbeiwert und die effektive Biegesteifigkeit  $efEI$  gelten:

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + EA_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot s_i}{K_i \cdot J^2}} \quad \text{und} \quad \gamma_2 = 1,0 \quad (6-3)$$

$$efEI = EI_1 + EI_2 + a^2 \cdot \frac{EA_1 \cdot \gamma_1 \cdot EA_2}{EA_1 \cdot \gamma_1 + EA_2} \quad (6-4)$$

Die Schwerpunktabstände der Teilquerschnitte zur Spannungsnullebene des Holzquerschnittes berechnen sich zu:

$$a_1 = a \cdot \frac{EA_2}{\gamma_1 \cdot EA_1 + EA_2} \quad (6-5)$$

$$a_2 = a \cdot \frac{\gamma_1 \cdot EA_1}{\gamma_1 \cdot EA_1 + EA_2} \quad (6-6)$$

Das Biegemoment  $M_d$  aus äußeren Einwirkungen erzeugt folgende Schnittgrößen in den Teilquerschnitten:

$$M_{1,d} = M_d \cdot \frac{EI_1}{efEI} \quad (6-7)$$

$$M_{2,d} = M_d \cdot \frac{EI_2}{efEI} \quad (6-8)$$

$$N_{1,d} = -N_{2,d} = -\frac{M_d - M_{1,d} - M_{2,d}}{a} \quad (6-9)$$

Für den Schubfluss in der Fuge gilt:

$$t_d = V_d \cdot \frac{\gamma_1 \cdot EA_1 \cdot a_1}{efEI} \quad (6-10)$$

Die Schubspannung im Holzquerschnitt beträgt:

$$\tau_{\max,d} = V_d \cdot \frac{0,5 \cdot E_2 \cdot h^2}{efEI} \quad (6-11)$$

$$\text{mit:} \quad h = a_2 + h_2 / 2 \quad (6-12)$$

## 6.5.2 Schubanalogie

### 6.5.2.1 Steifigkeitsermittlung

Beim Verfahren der Schubanalogie (vergl. Abschnitt 3.2.2 auf Seite 16) vereinfacht sich für den Zweipunktquerschnitt, wie ihn Holz-Beton-Verbund Konstruktionen darstellen, die Steifigkeitsermittlung des Trägers B. Es gilt:

$$B_B = \sum (E_i \cdot d_i \cdot z_{s,i}) = a^2 \cdot \frac{EA_1 \cdot EA_2}{EA_1 + EA_2} \quad (6-13)$$

Der allgemeine Ausdruck zur Bestimmung der Ersatzschubsteifigkeit des Trägers B beträgt nach dem Verfahren der Schubanalogie:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{a^2} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{k_i} + \frac{h_1}{2 \cdot G_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{h_i}{G_i} + \frac{h_n}{2 \cdot G_n} \right\} \quad (6-14)$$

Für HBV-Konstruktionen ist es in der Regel ausreichend, nur die Verschiebungsteifigkeit der Verbindungsmittel zu berücksichtigen. Dadurch beträgt die Ersatzschubsteifigkeit eines Zweipunktquerschnittes:

$$S = a^2 \cdot k_i \quad (6-15)$$

mit:  $k_i = K_i / s_i$

a: Schwerpunktabstand der Teilquerschnitte

k<sub>i</sub>: Verschiebungsmodul infolge Nachgiebigkeit der Verbindungen

### 6.5.2.2 Kontinuierlicher Schubverbund

Liegt ein kontinuierlicher Verbund vor, so kann das vereinfachte Verfahren zur Ermittlung der Schnittgrößen am ideellen System angewendet werden (zur Herleitung: vgl. Abschnitt 5.4.2.3). Demnach gilt für die effektive Biegesteifigkeit:

$$efB = B_A + efB_B = B_A + B_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{B_B \cdot \pi^2}{S \cdot l^2}} \quad (6-16)$$

Die Schnittgrößen in den Trägern der ideellen Ebenen betragen:

$$M_{A,d} = M_d \cdot \frac{B_A}{efB} \quad \text{bzw.} \quad V_{A,d} = V_d \cdot \frac{B_A}{efB} \quad (6-17)$$

$$M_{B,d} = M_d \cdot \frac{efB_B}{efB} \quad \text{bzw.} \quad V_{B,d} = V_d \cdot \frac{efB_B}{efB} \quad (6-18)$$

Die Rückrechnung der Schnittgrößen der ideellen Ebenen auf Spannungen in den einzelnen Lagen erfolgt gemäß Abschnitt 3.2.2.

Biegespannungsanteil (Ebene A):

$$\sigma_{m,i,d} = \pm M_{A,d} \cdot \frac{E_i}{B_A} \cdot z_i = \pm M_d \cdot \frac{B_A}{efB} \cdot \frac{E_i}{B_A} \cdot z_i \quad (6-19)$$

Normalspannungsanteil (Ebene B):

$$\sigma_{t/c,0,d} = \pm M_{B,d} \cdot \frac{E_i}{B_B} \cdot z_{s,i} = \pm M_d \cdot \frac{efB_B}{efB} \cdot \frac{E_i}{B_B} \cdot z_{s,i} \quad (6-20)$$

Schubfluss in der Fuge:

$$t_d = V_{B,d} / a = V_d \cdot \frac{efB_B}{efB} \cdot \frac{1}{a} \quad (6-21)$$

mit:  $z_i: -d_i/2 < z_i < d_i/2$

$z_{s,i}$ : Schwerpunktabstand der Teilquerschnitte

E: E-Modul des Holzes bzw. des Betons

A<sub>i</sub>: Flächeninhalt der Teilquerschnitte

I<sub>i</sub>: Flächenmomente zweiten Grades der Teilquerschnitte

### 6.5.2.3 Punktuell angeordnete Schubverbinder

Auch beim Verfahren der Schubanalogie sollten die Abstände zwischen den Verbindungsmitteln nicht zu groß sein, da es sonst zu Abweichungen bei der Ermittlung der Beanspruchungen kommt. Der maximale Verbindungsmittelabstand sollte die doppelte Querschnittshöhe nicht überschreiten. Dies führt jedoch bei Kerven und Flachstahlschlössern, bei denen kein kontinuierlicher Verbund zwischen Holz- und Betonquerschnitt vorliegt, zu unwirtschaftlichen Ausführungen. Daher ist für eine Berechnung nach dem Verfahren der Schubanalogie bei Systemen mit sehr steifen, punktuell angeordneten Verbindern die Ersatzschubsteifigkeit nur lokal dem Träger B zuzuweisen. In den Bereichen zwischen den einzelnen Verbindern, ist die Schubsteifigkeit des Trägers B gegen null zu setzen. Dabei sind programmspezifische Besonderheiten zu beachten. Häufig berücksichtigen Stabwerksprogramme die Schubverformung nur dann, wenn für die Schubsteifigkeit

ein Wert größer als null eingesetzt wird. Wird für die Schubsteifigkeit der Wert null eingegeben, so betrachten die Programme den Träger als schubsteif, was zu abweichenden Ergebnissen bei der Schnittgrößenermittlung der ideellen Träger führt.

### 6.5.3 Stabwerkmodelle

Eine weitere Möglichkeit das Tragverhalten von Systemen mit punktuell angeordneten Verbindern zu modellieren, stellen Stabwerkmodelle dar. Dabei werden Beton- und Holzquerschnitt getrennt voneinander als Stabelemente simuliert. Die einzelnen Träger liegen dabei in den Schwerachsen der Teilquerschnitte. Entsprechend des Tragverhaltens des Verbundquerschnittes werden die vertikalen Verformungen der Träger gekoppelt. Dies kann, wie in Abb. 6-23 dargestellt, über gelenkige, dehnstarre Pendelstäbe oder über programmspezifische Koppelbedingungen erfolgen.

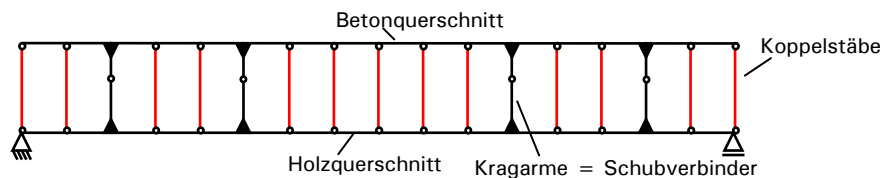
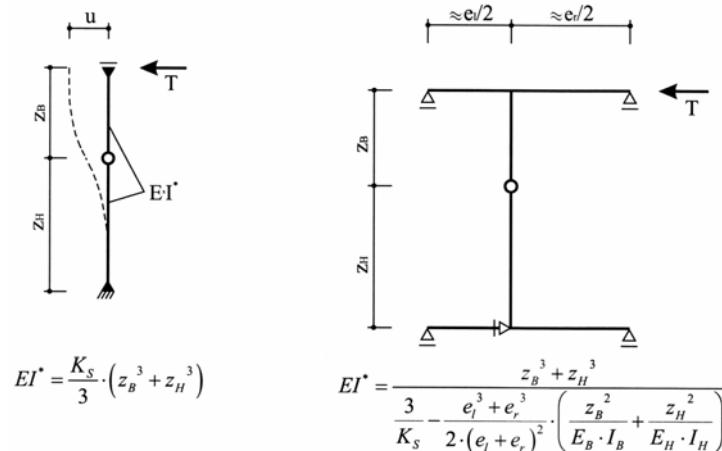


Abb. 6-23: Stabwerkmodell

Die Schubverbinder werden als Kragarme modelliert. Diese sind jeweils rechtwinklig an die Träger angeschlossen und über Momentengelenke in der Schwerachse des Verbundsystems miteinander gekoppelt. Die Länge der Kragarme ergibt sich aus den Schwerpunktabständen der einzelnen Teilquerschnitte zur Schwerachse des Gesamtsystems. Die Verschiebungssteifigkeit der Verbindungsmittel wird durch die Biegesteifigkeit der Kragarme beschrieben. Tritt keine klaffende Fuge auf, so kann die Biegesteifigkeit des Kragarms ohne Berücksichtigung der Verformung des Obergurtes infolge der exzentrischen Lasteinleitung erfolgen. Im Falle einer klaffenden Fuge darf die Verformung und damit die Steifigkeit des Obergurtes nicht vernachlässigt werden. Rautenstrauch [51] gibt folgende Ersatzsysteme für die Ermittlung der Kragarmsteifigkeit an:



$$EI^* = \frac{K_S}{3} \cdot (z_B^3 + z_H^3)$$

$$EI^* = \frac{z_B^3 + z_H^3}{\frac{3}{K_S} - \frac{e_l^3 + e_r^3}{2 \cdot (e_l + e_r)^2} \cdot \left( \frac{z_B^2}{E_B \cdot I_B} + \frac{z_H^2}{E_H \cdot I_H} \right)}$$

Abb. 6-24: EI der Kragarme ohne bzw. mit Berücksichtigung der Gurtsteifigkeit, aus [51]

Das geschilderte Stabwerkmodell kann punktuell angeordnete Verbindungsmittel in ihrer realen Lage abbilden, ohne die Verschiebungssteifigkeit über die Trägerlänge zu verschmieren. Normalkraftsprünge resultierend aus der konzentrierten Schubübertragung der Verbinder sowie Momentensprünge infolge exzentrischer



Lasteinleitung können erfasst werden. Die Beanspruchungen der Verbindungsmittel sind direkt aus der Stabwerksberechnung ablesbar.

Michelfelder [43] führte Vergleichsrechnungen an Systemen mit Kerven als Schubverbinder durch. Die Berechnungen unter Verwendung von Stabwerkmodellen zeigen gute Übereinstimmung mit FE-Analysen. Lediglich die kritischen Betonzugspannungen im Bereich der durch Druck beanspruchten Kervenflanken können nicht ausreichend wiedergegeben werden. Zur Lösung dieser Problematik empfiehlt Michelfelder [43] die Einhaltung bestimmter Konstruktionsregeln für Kerven (vergl. Abschnitt 6.3.2.2).

## 6.6 Erfassung des Langzeitverhaltens

Das unterschiedliche Kriech- und Schwindverhalten des Holzes sowie des Betons führen zu Umlagerungen von Beanspruchungen. Diese müssen bei der Erfassung des Langzeitverhaltens berücksichtigt werden.

### 6.6.1 Kriechen

Werkstoffe können sich durch Kriechdehnungen ihrer Beanspruchung entziehen. Da an statisch bestimmt gelagerten Systemen das globale Moment konstant bleibt, müssen bei Verbundkonstruktionen Beanspruchungen umgelagert werden. Dies trifft vor allem dann zu, wenn die Verbundbaustoffe zeitlich unterschiedliches Kriechverhalten aufweisen. Untersuchungen von Schänzlin [44] zeigen, dass das Kriechen des Betons nach ca. sieben Jahren abgebaut ist, es sich also maximal der Beanspruchung entzogen hat, während das Holz zu diesem Zeitpunkt erst ca. 60% seiner Endkriechzahl erreicht hat. Die Verwendung von Betonen mit ausgeprägtem Kriechverhalten kann dazu führen, dass die Nachweise für den Holzquerschnitt im Zeitraum von ca. drei bis sieben Jahre nach Herstellung der Decke maßgebend werden.

Um das Kriechverhalten rechnerisch zu erfassen, wurden verschiedene Modelle und Berechnungsverfahren entwickelt. Zu nennen sind unter anderem:

- Weimarer Modell [46]
- Leipziger Modell [52]
- Stuttgarter Modell [44]
- Cottbuser Modell [49]

Vergleichsrechnungen ergeben zum Teil Abweichungen bei Verwendung der unterschiedlichen Ansätze. Weitere Informationen zu den Langzeitmodellen sind den angegebenen Literaturquellen zu entnehmen.

Um den Einfluss aus Kriechen und Schwinden zu berücksichtigen, fordern die DIN 1052 [53] und die allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen die Nachweise für den Anfangs- und den Endzustand zu führen. Das Kriechverhalten wird über die Abminderung der Elastizitätsmoduln der einzelnen Bauteile erfasst. Eine Zusammenstellung der zu verwendenden Materialparameter ist in Tabelle 6-2 enthalten.

### 6.6.2 Schwinden

Durch das unterschiedliche Schwindverhalten der Teilquerschnitte entstehen Eigenspannungszustände, die zu zusätzlichen Beanspruchungen der Verbundbauteile führen. Die Verkürzung des Betons aufgrund der Schwindvorgänge wird

durch den Holzquerschnitt behindert und erzeugt in den Teilquerschnitten Momente. Diese besitzen die gleiche Wirkungsrichtung wie die durch äußere Lasten hervorgerufenen Momentenbeanspruchungen. Beim Schwinden des Holzes tritt eine Verkürzung des Holzes auf und daher entstehen den äußeren Lasten entgegengesetzte Biegemomente. Die beschriebenen Vorgänge gelten für statisch bestimmt gelagerte Systeme.

In der Literatur existieren verschiedene Ansätze zur Erfassung des Schwindverhaltens der Teilquerschnitte. Sie beschränken sich in der Regel darauf, den Eigenspannungszustand aus der Differenz der Schwinddehnungen der Teilquerschnitte durch Temperaturbeanspruchung oder Ersatzlasten zu simulieren. Schänzlin [44] berücksichtigt zusätzlich die Interaktion der Schwind- und Kriechvorgänge sowie die Abnahme der effektiven Biegesteifigkeit durch den aus Schwindvorgängen resultierenden Schlupf in der Verbundfuge.

Die allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen erlauben die Beanspruchungen aus Schwindvorgängen des Betons vereinfacht durch eine Abkühlung der Betonplatte zu ersetzen. Durch den Eigenspannungszustand werden sowohl zusätzliche Beanspruchungen in den einzelnen Querschnittsteilen als auch Verformungen erzeugt. Die Temperaturbeanspruchung  $\Delta T$  ergibt sich aus der Endschwinddehnung und der Temperaturdehnzahl des Betons:

$$\Delta T = \frac{\varepsilon_{cs\infty}}{\alpha_T} \quad (6-22)$$

mit:  $\varepsilon_{cs\infty}$  Endschwinddehnung des Betons  
nach Abs. 9.1.4 (9) der DIN1045-1 [59]  
 $\alpha_T$  Temperaturdehnzahl des Betons  
i.d.R.:  $\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5} K^{-1}$

Liegt ein kontinuierlicher Schubverbund vor, so kann auf den Einsatz von Berechnungsprogrammen verzichtet werden. In den Erläuterungen zur DIN 1052 [7] ist ein entsprechendes Beispiel enthalten. Der sich aus der Schwindverkürzung des Betons einstellende Eigenspannungszustand wird durch eine Festhaltekraft  $F_0$  simuliert. Diese berechnet sich aus der Endschwinddehnung und der Dehnsteifigkeit des Betonquerschnitts:

$$F_0 = \varepsilon_{cs\infty} \cdot EA_{\text{Beton}} = \varepsilon_{cs\infty} \cdot EA_1 \quad (6-23)$$

Die Festhaltekraft greift zunächst ohne Berücksichtigung des Verbundes nur im Betonquerschnitt an und erzeugt eine konstante Zugspannung (LF1). Anschließend muss die Festhaltekraft am Verbundquerschnitt in entgegengesetzte Richtung in der Schwerachse des Betons aufgebracht werden (LF2). Unter der Vereinfachung, dass die Mitwirkung des Holzquerschnittes direkt bei der Krafteinleitung beginnt, ergibt sich folgende Momentenbeanspruchung am Verbundsystem:

$$M_S = F_0 \cdot a_1 \quad (6-24)$$

$$\text{mit: } a_1 = a \cdot \frac{EA_2}{EA_1 + EA_2} \quad (6-25)$$

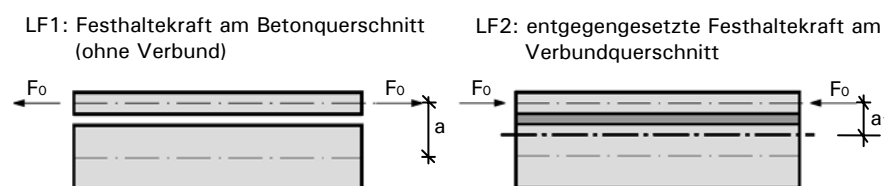


Abb. 6-25: Simulation der Beanspruchung aus Betonschwinden [7]

Die Schwindverkürzung des Betongurtes erzeugt folgende Schnittkräfte in den einzelnen Teilquerschnitten:

- Normalkräfte

Unter der zuvor getroffenen Annahme, dass die Mitwirkung des Holzquerschnittes direkt bei der Krafteinleitung beginnt, kann von starr verbundenen Querschnittsteilen ausgegangen werden. Um den Kriecheinfluss zu berücksichtigen, sind die Steifigkeitswerte des Endzustandes ( $t = \infty$ ) zu verwenden:

$$EI = EI_1 + EI_2 + a^2 \cdot \frac{EA_1 \cdot EA_2}{EA_1 + EA_2} \quad (6-26)$$

$$EA = EA_1 + EA_2 \quad (6-27)$$

Die Normalkräfte in den Teilquerschnitten betragen:

$$N_{1,S} = F_0 - F_0 \cdot \left( 1 + a^2 \cdot \frac{EA_2^2}{EA \cdot EI} \right) \cdot \frac{EA_1}{EA} = -N_{2,S} \quad (6-28)$$

- Biegemomente

$$M_{1,S} = M_S \cdot \frac{EI_1}{EI} \quad (6-29)$$

$$M_{2,S} = M_S \cdot \frac{EI_2}{EI} \quad (6-30)$$

Das Schwinden des Betongurtes erzeugt einen zusätzlichen Verformungsanteil  $w_{S,fin}$ , der bei den Gebrauchstauglichkeitsnachweisen berücksichtigt werden muss. Wie zuvor beschrieben, darf auch der Verformungsanteil aus der Schwindbeanspruchung vereinfacht für den starren Verbund berechnet werden. Um den Kriecheinfluss zu berücksichtigen sind die Steifigkeitswerte des Endzustandes zu verwenden. Somit gilt:

$$w_{S,fin} = \frac{M_S \cdot l^2}{8 \cdot efEI_{t=\infty}} \quad (6-31)$$

## 6.7 Nachweisführung nach DIN 1052 [53]

### 6.7.1 Grenzzustand der Tragfähigkeit

Die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind sowohl für den Anfangs- als auch für den Endzustand zu führen. Die Beanspruchungen müssen zu den jeweiligen Zeitpunkten unter Verwendung der Steifigkeiten aus Tabelle 6-2 ermittelt werden. Zusätzlich ist im Endzustand das Schwinden des Betons durch eine Temperaturbeanspruchung oder eine Ersatzlast zu berücksichtigen.

#### 6.7.1.1 Holzquerschnitt

Die Tragfähigkeitsnachweise für den Verbundquerschnitt aus Holz sind in Abs. 10.5 der DIN 1052 [53] enthalten. Für den Zuggurt von zusammengesetzten Biegestäben im nachgiebigen Verbund werden folgende Nachweise gefordert:

- Randspannung:  $\frac{\sigma_{t,t,max,d}}{f_{m,d}} \leq 1,0$  (6-32)

- Schwerpunktspannung:  $\frac{\sigma_{t,t,d}}{f_{t,0,d}} \leq 1,0$  (6-33)

- Schubspannung:  $\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1,0$  (6-34)

In Abhängigkeit der verwendeten Schubverbinder sind im Bereich der Verbindungsmittel weitere Nachweise notwendig. So fordern die allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen der Schraubenverbinder einen Schubspannungsnachweis des Holzes in der Schraubenumrissfläche.

### 6.7.1.2 Betonquerschnitt

Für den Betonquerschnitt ist zu überprüfen, ob eine zusätzliche Bewehrung erforderlich ist. Dies ist der Fall, wenn die ggfs. auftretende Randspannung die Bemessungsfestigkeit der Betonzugspannung gemäß DIN 1045-1 [59] überschreitet. In der Regel können die auftretenden Betonzugspannungen durch die ohnehin geforderte Schwindbewehrung aufgenommen werden. Die Bemessung der Bewehrung muss in Anlehnung an die DIN 1045-1 [59] erfolgen.

Handelt es sich bei der Verbundkonstruktion um ein Plattenbalkensystem, so muss zusätzlich das Tragverhalten der Betonplatte in Nebentragrichtung nachgewiesen werden. Bei flächigen HBV-Konstruktionen entfällt dieser Nachweis.

### 6.7.1.3 Verbindungsmittel

Die Nachweise der Schubverbinder sind in den zugehörigen allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen geregelt (siehe [70] bis [75]). Da sich die Nachweisverfahren je Verbindungsmittel leicht unterscheiden, wird hier nicht näher darauf eingegangen, sondern auf besagte Zulassungen verwiesen.

Für eine Vielzahl von Verbundsystemen, zu denen keine Zulassungen existieren, sind mögliche Nachweisverfahren in verschiedenen Forschungsberichten und Dissertationen aufgeführt und ausführlich erläutert. Zu nennen sind unter anderem folgende Verbundsysteme:

- Schubleiste mit Kopfbolzendübel, [39] und [40]
- Kerve, [43]
- Haftverbund, [46]
- Hinterschnittene Holzleiste, [47]
- Konsol-Nocke, [49]

## 6.7.2 Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

### 6.7.2.1 Grenzwerte der Verformungen

Die Verformungen der HBV-Elemente sind unter Berücksichtigung der zeitlich veränderlichen Steifigkeitswerte im Anfangs- und Endzustand zu ermitteln (siehe Tabelle 6-2). Der Nachweis der Verformungen erfolgt in Anlehnung an Abs. 9.2 der DIN 1052 [53]. Um die dort angegebenen Verformungen im Endzustand für die charakteristische seltene bzw. für die quasi-ständige Bemessungssituation berechnen zu können, muss ein Deformationsbeiwert  $k_{def}$  für den Verbundquerschnitt ermittelt werden. Für diesen gilt:

$$efEI_{t=\infty} = \frac{efEI_{t=0}}{1 + k_{def}} \quad (6-35)$$

Damit beträgt der Deformationsbeiwert des Gesamtquerschnitts:

$$k_{def} = \frac{efEI_{t=0}}{efEI_{t=\infty}} - 1 \quad (6-36)$$

Erfolgt die Verformungsberechnung unter Verwendung eines Berechnungsprogramms, beispielsweise anhand eines Stabwerkmodells, so ergibt sich der Deformationsbeiwert aus dem Verhältnis der Durchbiegungen des Anfangs- ( $w_{inst}$ ) und Endzustandes ( $w_{fin}$ ). Die Durchbiegungen sind jeweils mit der gleichen Belastung zu bestimmen. Der Deformationsbeiwert berechnet sich wie folgt:

$$k_{def} = \frac{w_{fin}}{w_{inst}} - 1 \quad (6-37)$$

Sinnvollerweise sind zunächst die Anfangsverformungen  $w_{G,inst}$  aus ständigen und  $w_{Q,inst}$  aus veränderlichen Einwirkungen zu ermitteln. In Verbindung mit dem zuvor beschriebenen Deformationsbeiwert für den Verbundquerschnitt und dem Verformungsanteil  $w_{S,fin}$  aus der Schwindverkürzung des Betongurtes können die Gebrauchstauglichkeitsnachweise gemäß Abs. 9.2 der DIN 1052 [53] geführt werden:

- charakteristische (seltene) Bemessungssituation

$$w_{Q,inst} \leq l / 300 \quad (\text{Kragträger } l_k/150) \quad (6-38)$$

$$w_{fin} - w_{G,inst} \leq l / 200 \quad (\text{Kragträger } l_k/100) \quad (6-39)$$

mit:

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} + w_{S,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) + w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{def}) + w_{S,fin} \quad (6-40)$$

- quasi-ständige Bemessungssituation

$$w_{fin} - w_0 \leq l / 200 \quad (\text{Kragträger } l_k/100) \quad (6-41)$$

mit:

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} + w_{S,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) + \psi_{2,1} \cdot w_{Q,inst} \cdot (1 + k_{def}) + w_{S,fin} \quad (6-42)$$

### 6.7.2.2 Schwingungsnachweis

Analog gelten für den Schwingungsnachweis von HBV-Deckenelementen die Angaben zur Durchbiegungsbegrenzung unter quasi-ständiger Einwirkung sowie zu den besonderen Schwingungsuntersuchungen (vergleiche Abschnitt 3.3.2). Das Schwingungsverhalten der Elemente ist unabhängig vom Langzeitverhalten der Bauteile, daher sind die Mittelwerte der Steifigkeiten des Anfangszustandes zu verwenden. In den Erläuterungen zur DIN 1052: 2004-08 [7] ist die Vorgehensweise anhand eines Beispiels für ein flächiges HBV-System beschrieben. Das System besteht aus Brettstapelelementen, die über Kerfen mit einer Betondeckschicht verbunden sind.

## 6.8 Schwingungsmessung an Verbunddeckenelement

An einem HBV-Deckenelement der Breite  $b = 1,0 \text{ m}$  wurden Schwingungsuntersuchungen durchgeführt und die Messergebnisse mit den theoretischen Berechnungen verglichen. Der Schubverbund zwischen der Betondeckschicht und dem Brettstapelelement wurde über Kerfen hergestellt. Die Abmessungen des Elementes und die Anordnung der Kerfen sind in Abb. 6-26 schematisch dargestellt.

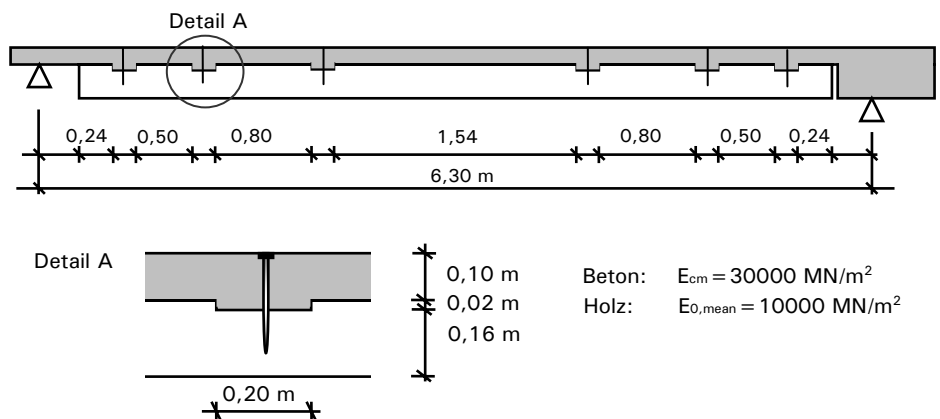


Abb. 6-26: Systemskizze

### 6.8.1 Messergebnisse

Die Schwingungsmessung wurde mit einem Rechner mit eingebauter Versorgung für zwei Beschleunigungsaufnehmer des Typs HBM 12/200 durchgeführt. Ein Aufnehmer wurde in Feldmitte und einer im Viertelpunkt der Spannweite angeordnet. Die Anregung erfolgte durch einen Impuls bzw. durch individuellen Fersenauftritt.



Abb. 6-27: Anordnung der Beschleunigungsaufnehmer

Die Messung ergab für die erste Eigenfrequenz des Deckenelementes:

$$f_0 = 10,5 \text{ Hz}$$

Dabei betrug die maximale Beschleunigung infolge Anregung durch Fersenauftritt:

$$a = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Aus den gemessenen Werten lässt sich die Schwinggeschwindigkeit berechnen:

$$v = \frac{a}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{2,5}{2 \cdot \pi \cdot 10,5} = 0,038 \text{ m/s}$$

Für das Eigengewicht des Deckenstreifens gilt näherungsweise:

$$m \approx 0,10 \cdot 25 + 0,16 \cdot 5 = 3,30 \text{ kN/m}^2$$

Gemäß den Erläuterungen zur DIN 1052:2004-08 [7] wird der rechnerische Fersenauftritt durch einen Impuls von  $I = 55 \text{ Ns}$  beschrieben. Demnach beträgt die Geschwindigkeit infolge Fersenauftritt:

$$v = \frac{55}{m \cdot b \cdot l / 2 + 50} = \frac{55}{330 \cdot 1,0 \cdot 6,3 / 2} = 0,053 \text{ m/s}$$

Dieser Wert liegt in der Größenordnung der gemessenen Schwinggeschwindigkeit. Die Ursache für die Abweichung liegt in der Unsicherheit des individuellen Fersenauftritts zum rechnerisch angesetzten.

In nachfolgenden Abbildungen sind die Zeitschriebe und die zugehörigen Spektren dargestellt.

FFT fuer b1 Kanal 0 Freq.ab.[Hz]:0.4883E-01 Offset: 0 Werte: 4096  
 0.2500E+03 Di 4.12.2007 17:54:18

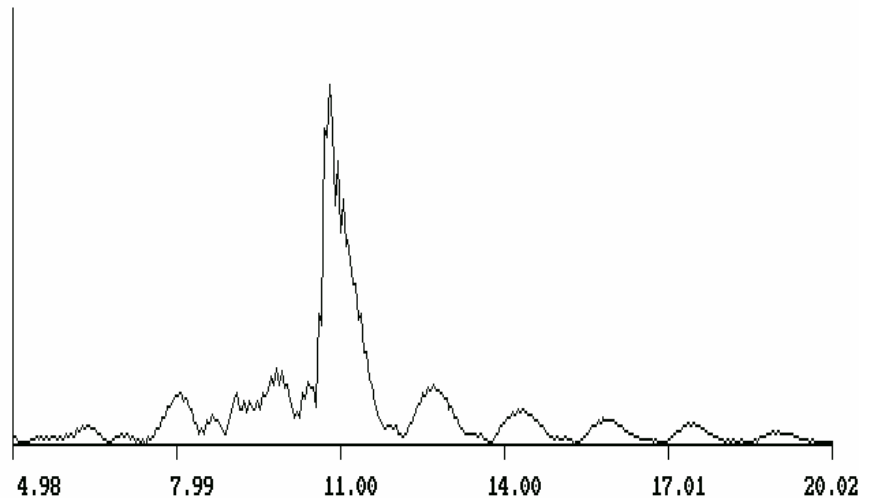


Abb. 6-28: Frequenzspektrum, Anregung durch Impuls

Zeitreihe f. b9 Kanal 0 Zeitab.[s]:0.5000E-02 Offset: 0 Werte: 4096  
 -.3000E+01 ... 0.3000E+01 Mi 5.12.2007 10: 6:29

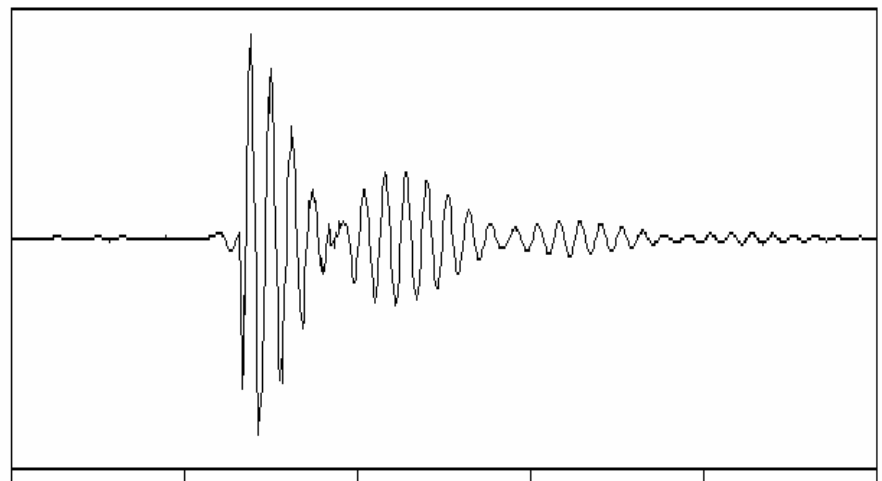


Abb. 6-29: Zeitschrieb der Beschleunigung, Anregung durch Fersenauftritt

### 6.8.2 Vergleichsrechnung

Für die Steifigkeitswerte der Teilquerschnitte gilt:

- Betonquerschnitt  
 $EA_1 = 30000 \cdot 1,0 \cdot 0,10 = 3000 \text{ MN}$   
 $EI_1 = 30000 \cdot 1,0 \cdot 0,10^3 / 12 = 2,50 \text{ MN} / \text{m}^2$
- Holzquerschnitt  
 $EA_2 = 10000 \cdot 1,0 \cdot 0,16 = 1600 \text{ MN}$   
 $EI_2 = 10000 \cdot 1,0 \cdot 0,16^3 / 12 = 3,41 \text{ MN} / \text{m}^2$

Die Nachgiebigkeit der Verbundfuge wird durch die Berechnung der effektiven Biegesteifigkeit der Verbundkonstruktion berücksichtigt. Zur überschlägigen Abschätzung wird ein Beiwert von  $\gamma_1 = 0,8$  angenommen. Die Schubsteifigkeit der Teilquerschnitte besitzt keinen signifikanten Einfluss und wird vereinfacht vernachlässigt. Damit beträgt die effektive Biegesteifigkeit:

$$efEI = EI_1 + EI_2 + a^2 \cdot \frac{\gamma_1 \cdot EA_1 \cdot EA_2}{\gamma_1 \cdot EA_1 + EA_2}$$

$$efEI = 2,50 + 3,41 + 0,13^2 \cdot \frac{0,8 \cdot 3000 \cdot 1600}{0,8 \cdot 3000 + 1600} = 22,13 \text{ MN/m}^2$$

Für die erste Eigenfrequenz gilt:

$$f_0 = \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{efEI}{m}} = \frac{\pi}{2 \cdot 6,30^2} \cdot \sqrt{\frac{22,13}{0,33 \cdot 10^{-3}}} = 10,2 \text{ Hz}$$

Die bei der Schwingungsuntersuchung gemessene Eigenfrequenz von ca. 10,5 Hz bestätigt die für die Berechnung der effektiven Biegesteifigkeit getroffene Annahme bezüglich des Beiwertes  $\gamma_1$ .

## 6.9 Bemessung eines HBV-Deckenelementes für Teilprojekt 1

Teilprojekt 1 befasst sich mit ganzheitlichen Planungsstrategien des Verbundforschungsvorhabens. Ziel des Projektes ist die Einarbeitung der Ergebnisse der HTO-Teilprojekte in die Planung eines beispielhaften Büro- und Seminargebäudes in Holzbauweise. Die Decken des Gebäudes sollen in Holz-Beton-Verbundbauweise ausgeführt werden. Die vorgefertigten Deckenelemente bestehen aus Brettstapelbauteilen, die über eingeklebte Lochbleche mit einer Betondeckschicht verbunden sind. Das System und die Abmessungen sind in nachfolgender Abbildung schematisch dargestellt.

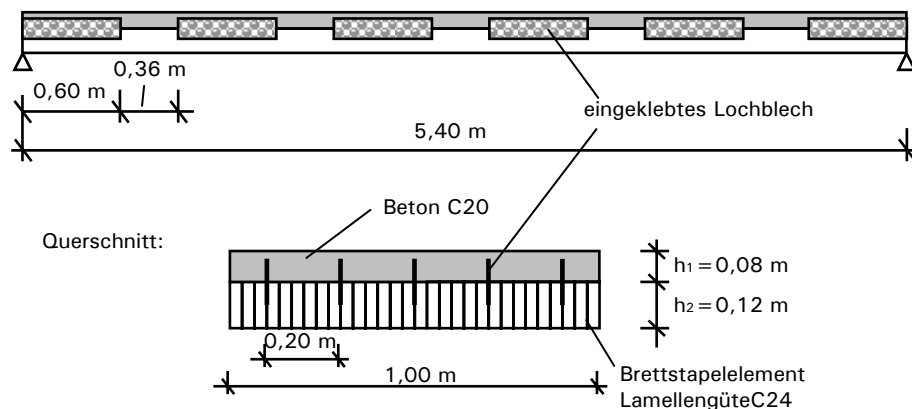


Abb. 6-30: Systemskizze des Deckenelementes

### 6.9.1 Belastung und Schnittgrößenermittlung

- Eigengewicht
 

Betonquerschnitt	$0,08 \cdot 25,0 = 2,00 \text{ kN/m}^2$
Holzquerschnitt	$0,12 \cdot 5,0 = 0,60 \text{ kN/m}^2$
Ausbau	$1,50 \text{ kN/m}^2$
Trennwände	$0,80 \text{ kN/m}^2$
	$g_k = 4,90 \text{ kN/m}^2$
- Nutzlasten (KLED: „kurz“)
 

Nutzungskategorie B1	$q_k = 2,00 \text{ kN/m}^2$
----------------------	-----------------------------
- Schnittgrößen

$$M_d = (\gamma_G \cdot g_k + \gamma_Q \cdot q_k) \cdot \frac{l^2}{8} = (1,35 \cdot 4,9 + 1,5 \cdot 2,0) \cdot \frac{5,4^2}{8} = 35,0 \text{ kNm}$$

$$V_d = (\gamma_G \cdot g_k + \gamma_Q \cdot q_k) \cdot \frac{l}{2} = (1,35 \cdot 4,9 + 1,5 \cdot 2,0) \cdot \frac{5,4}{2} = 26,0 \text{ kN}$$



## 6.9.2 Materialkennwerte

Die Materialkennwerte des Holz- bzw. des Betonquerschnittes sind den Bemessungsnormen DIN 1052:2004-08 [53] bzw. DIN 1045-1:2001-07 [59] zu entnehmen. Die Steifigkeiten der Schubverbinder entsprechen den Angaben der allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung für eingeklebte Lochbleche [75]. In Tabelle 6-3 sind die Materialkennwerte zusammengefasst.

Tabelle 6-3: Zusammenfassung der Materialkennwerte

		t = 0	t = ∞
E <sub>Beton</sub> [MN/m <sup>2</sup> ]	GZG/GZT	28800	28800/3,5 = 8230
E <sub>Holz</sub> [MN/m <sup>2</sup> ]	GZG/GZT	11000	2/3 · 11000 = 7333
K <sub>ser</sub> [MN/m]	GZG	0,825 · 600 = 495	0,5 · 495 = 248
	GZT	2/3 · 495 = 330	0,5 · 330 = 165

## 6.9.3 Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT)

### 6.9.3.1 Zeitpunkt t = 0

#### Steifigkeitsermittlung

- Betonquerschnitt

$$EA_1 = E_{cm} \cdot h_1 = 28800 \cdot 0,08 = 2300 \text{ MN}$$

$$EI_1 = E_{cm} \cdot h_1^3 / 12 = 28800 \cdot 0,08^3 / 12 = 1,23 \text{ MN/m}^2$$

- Holzquerschnitt

$$EA_2 = E_{0,mean} \cdot h_2 = 11000 \cdot 0,12 = 1320 \text{ MN}$$

$$EI_2 = E_{0,mean} \cdot h_2^3 / 12 = 11000 \cdot 0,12^3 / 12 = 1,58 \text{ MN/m}^2$$

- Nachgiebigkeit der Verbundfuge

$$k = n \cdot K / s_i = 5 \cdot 330 / 0,96 = 1720 \text{ MN/m}^2$$

mit:

Anzahl der Verbindungsmittelreihen je Elementbreite n = 5

Abstand der Schubverbinder in Spannrichtung s<sub>i</sub> = 0,96 m

- effektive Steifigkeit

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + EA_1 \cdot \frac{\pi^2}{k \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + 2300 \cdot \frac{\pi^2}{1720 \cdot 5,4^2}} = 0,69$$

$$efEI = EI_1 + EI_2 + a^2 \cdot \frac{EA_1 \cdot \gamma_1 \cdot EA_2}{EA_1 \cdot \gamma_1 + EA_2}$$

$$efEI = 1,23 + 1,58 + 0,1^2 \cdot \frac{2300 \cdot 0,69 \cdot 1320}{2300 \cdot 0,69 + 1320} = 10,0 \text{ MN/m}^2$$

#### Schnittgrößen in den Teilquerschnitten

$$M_{1,d} = M_d \cdot \frac{EI_1}{efEI} = 36,0 \cdot \frac{1,23}{10,0} = 4,43 \text{ kNm}$$

$$M_{2,d} = M_d \cdot \frac{EI_2}{efEI} = 36,0 \cdot \frac{1,58}{10,0} = 5,69 \text{ kNm}$$

$$N_{1,d} = -N_{2,d} = -\frac{M_d - M_{1,d} - M_{2,d}}{a} = -\frac{36,0 - 4,43 - 5,69}{0,1} = -258,8 \text{ kN}$$

#### Spannungsermittlung und Nachweisführung am Betonquerschnitt

- maximale Randspannung

$$\sigma_{1,Ro,d} = \frac{N_{1,d}}{A_1} - \frac{M_{1,d}}{W_1} = \frac{-0,259}{0,08} - \frac{4,43 \cdot 10^{-3}}{0,08^2 / 6} = -3,24 - 4,15 = 7,39 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\sigma_{1,Ro,d}}{\alpha \cdot f_{c,k} / \gamma_M} = \frac{7,39}{0,85 \cdot 20 / 1,5} = 0,65 \leq 1,0$$

- Randspannung in der Fuge

$$\sigma_{1,Ru,d} = \frac{N_{1,d}}{A_1} + \frac{M_{1,d}}{W_1} = \frac{-0,259}{0,08} + \frac{4,43 \cdot 10^{-3}}{0,08^2 / 6} = -3,24 + 4,15 = 0,91 \text{ MN} / \text{m}^2$$

Nachweis der Betonzugspannung:

Der Betonquerschnitt darf unbewehrt ausgeführt werden, wenn gilt:

$$\sigma_{1,Ru,d} = 0,91 \text{ MN} / \text{m}^2 \leq \frac{f_{c,t,k;0,05}}{\gamma_c} = \frac{1,5}{1,55} = 0,97 \text{ MN} / \text{m}^2$$

Zur Aufnahme von Zwangseinwirkungen und Eigenspannungen muss eine Mindestbewehrung entsprechend einer Betonstahlmatte Q188 angeordnet werden.

### Spannungsermittlung und Nachweisführung am Holzquerschnitt

- Schwerpunktspannung

$$\sigma_{2,t,d} = \frac{N_{2,d}}{A_2} = \frac{0,259}{0,12} = 2,15 \text{ MN} / \text{m}^2$$

Nachweis:

$$\frac{\sigma_{2,t,d}}{k_{\text{mod}} \cdot f_{t,o,k} / \gamma_M} = \frac{2,15}{0,9 \cdot 14 / 1,3} = 0,22 \leq 1,0$$

- Biegerandspannung

$$\sigma_{2,m,d} = \sigma_{2,t,d} + \frac{M_{2,d}}{W_2} = 2,15 + \frac{5,69 \cdot 10^{-3}}{0,12^2 / 6} = 4,52 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\sigma_{2,m,d}}{k_{\text{mod}} \cdot f_{m,k} / \gamma_M} = \frac{4,52}{0,9 \cdot 24 / 1,3} = 0,27 \leq 1,0$$

- Schubspannung

$$a_2 = a \cdot \frac{\gamma_1 \cdot EA_1}{\gamma_1 \cdot EA_1 + EA_2} = 0,1 \cdot \frac{0,69 \cdot 2300}{0,69 \cdot 2300 + 1320} = 0,055 \text{ m}$$

$$h = a_2 + h_2 / 2 = 0,055 + 0,12 / 2 = 0,115 \text{ m}$$

$$\tau_{\text{max},d} = V_d \cdot \frac{0,5 \cdot E_2 \cdot h^2}{e f I} = 26,0 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0,5 \cdot 11000 \cdot 0,115^2}{10,0} = 0,19 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\tau_{\text{max},d}}{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,k} / \gamma_M} = \frac{0,19}{0,9 \cdot 2,0 / 1,3} = 0,14 \leq 1,0$$

### Spannungsermittlung und Nachweisführung der Schubverbinder

- Schubfluss in der Fuge

$$a_1 = a \cdot \frac{EA_2}{\gamma_1 \cdot EA_1 + EA_2} = 0,1 \cdot \frac{1320}{0,69 \cdot 2300 + 1320} = 0,045 \text{ m}$$

$$t_d = V_d \cdot \frac{\gamma_1 \cdot EA_1 \cdot a_1}{e f I} = 26,0 \cdot \frac{0,69 \cdot 2300 \cdot 0,045}{10,0} = 186,0 \text{ kN} / \text{m}$$

- Beanspruchung eines Lochblechs

Vereinfacht wird die Beanspruchung  $F_d$  eines Verbinders unter der Annahme eines konstanten Schubflusses in der Fuge ermittelt. Der zuvor ermittelte maximale Schubfluss  $t_d$  verteilt sich auf die nebeneinander angeordneten Lochbleche ( $n=5$ ). Damit gilt:

$$F_d = t_d / n \cdot s_i = 186,0 / 5 \cdot 0,96 = 35,7 \text{ kN}$$

Die maximal aufnehmbare Längsschubkraft eines Verbinders beträgt:

$$T_d = k_{\text{mod}} \cdot T_k \cdot l_{VB} / \gamma_M = 0,9 \cdot 0,16 \cdot 600 / 1,3 = 66,5 \text{ kN}$$

mit:  $T_k = 0,16 \text{ kN je mm [75]}$

$$\text{Nachweis: } \frac{F_d}{T_d} = \frac{35,7}{66,5} = 0,54 \leq 1,0$$

### 6.9.3.2 Zeitpunkt $t = \infty$

#### Steifigkeitsermittlung

- Betonquerschnitt

$$EA_1 = E_{cm} \cdot h_1 = 8230 \cdot 0,08 = 660 \text{ MN}$$

$$EI_1 = E_{cm} \cdot h_1^3 / 12 = 8230 \cdot 0,08^3 / 12 = 0,35 \text{ MN} / \text{m}^2$$

- Holzquerschnitt

$$EA_2 = E_{0,mean} \cdot h_2 = 7333 \cdot 0,12 = 880 \text{ MN}$$

$$EI_2 = E_{0,mean} \cdot h_2^3 / 12 = 7333 \cdot 0,12^3 / 12 = 1,05 \text{ MN} / \text{m}^2$$

- Nachgiebigkeit der Verbundfuge

$$k = n \cdot K / s_j = 5 \cdot 165 / 0,96 = 860 \text{ MN} / \text{m}^2$$

mit:

Anzahl der Verbindungsmittelreihen je Elementbreite  $n = 5$

Abstand der Schubverbinder in Spannrichtung  $s_j = 0,96 \text{ m}$

- effektive Steifigkeit

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + EA_1 \cdot \frac{\pi^2}{k \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + 660 \cdot \frac{\pi^2}{860 \cdot 5,4^2}} = 0,79$$

$$efEI = EI_1 + EI_2 + a^2 \cdot \frac{EA_1 \cdot \gamma_1 \cdot EA_2}{EA_1 \cdot \gamma_1 + EA_2}$$

$$efEI = 0,35 + 1,05 + 0,1^2 \cdot \frac{660 \cdot 0,79 \cdot 880}{660 \cdot 0,79 + 880} = 4,67 \text{ MN} / \text{m}^2$$

#### Schnitt- und Verformungsgrößen aufgrund der Schwindverkürzung des Betons

- Festhaltekraft  $F_0$

$$F_0 = \varepsilon_{cs\infty} \cdot EA_1 = \varepsilon_{cs\infty} \cdot EA_1 = 30 \cdot 10^{-5} \cdot 660 = 198 \text{ kN}$$

- Normalkräfte in den Teilquerschnitten

Unter der Vereinfachung, dass die Mitwirkung des Holzquerschnittes direkt bei der Krafteinleitung beginnt, kann von starr verbundenen Querschnittsteilen ausgegangen werden. Es gelten folgende Steifigkeitswerte:

$$EI = EI_1 + EI_2 + a^2 \cdot \frac{EA_1 \cdot EA_2}{EA_1 + EA_2} = 0,35 + 1,05 + 0,1^2 \cdot \frac{660 \cdot 880}{660 + 880} = 5,17 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$EA = EA_1 + EA_2 = 660 + 880 = 1540 \text{ MN}$$

Die Normalkräfte in den Teilquerschnitten betragen:

$$N_{1,S} = F_0 - F_0 \cdot \left( 1 + a^2 \cdot \frac{EA_2^2}{EA \cdot EI} \right) \cdot \frac{EA_1}{EA}$$

$$N_{1,S} = 198 - 198 \cdot \left( 1 + 0,1^2 \cdot \frac{880^2}{1540 \cdot 5,17} \right) \cdot \frac{660}{1540} = 30,6 \text{ kN}$$

$$N_{2,S} = -N_{1,S} = -30,6 \text{ kN}$$

- Biegemomente in den Teilquerschnitten

Für das Biegemoment gilt:

$$M_S = F_0 \cdot a_1 = 198 \cdot 0,057 = 11,29 \text{ kNm}$$

$$\text{mit: } a_1 = a \cdot \frac{EA_2}{EA_1 + EA_2} = 0,1 \cdot \frac{880}{660 + 880} = 0,057 \text{ m}$$

$$M_{1,S} = M_S \cdot \frac{EI_1}{EI} = 11,29 \cdot \frac{0,35}{5,17} = 0,76 \text{ kNm}$$

$$M_{2,S} = M_S \cdot \frac{EI_2}{EI} = 11,29 \cdot \frac{1,05}{5,17} = 2,29 \text{ kNm}$$

Die Schnittgrößen aus Schwinden müssen im Gleichgewicht stehen.

$$\text{Kontrolle: } M_{1,S} + M_{2,S} = 0,76 + 2,29 = 3,05 \text{ kNm} \approx N_{1,S} \cdot a = 30,6 \cdot 0,1 = 3,06 \text{ kNm}$$

- Durchbiegung infolge Schwindverkürzung des Betongurtes

$$w_{S,fin} = \frac{M_S \cdot l^2}{8 \cdot EI} = \frac{11,29 \cdot 5,4^2}{8 \cdot 5,17} = 8,0 \text{ mm}$$

#### Resultierende Schnittgrößen in den Teilquerschnitten

$$M_{1,d} = M_d \cdot \frac{EI_1}{efEI} + M_{1,S} = 36,0 \cdot \frac{0,35}{4,67} + 0,76 = 3,46 \text{ kNm}$$

$$M_{2,d} = M_d \cdot \frac{EI_2}{efEI} + M_{2,S} = 36,0 \cdot \frac{1,05}{4,67} + 2,29 = 10,38 \text{ kNm}$$

$$N_{1,d} = -N_{2,d} = -\frac{M_d - M_{1,d} - M_{2,d}}{a} + N_{1,S} = -\frac{36,0 - 2,70 - 8,09}{0,1} + 30,6 = -221,5 \text{ kN}$$

#### Spannungsermittlung und Nachweisführung am Betonquerschnitt

- maximale Randspannung

$$\sigma_{1,Ro,d} = \frac{N_{1,d}}{A_1} - \frac{M_{1,d}}{W_1} = \frac{-0,222}{0,08} - \frac{3,46 \cdot 10^{-3}}{0,08^2 / 6} = -2,78 - 3,24 = -6,02 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\sigma_{1,Ro,d}}{\alpha \cdot f_{c,k} / \gamma_M} = \frac{6,02}{0,85 \cdot 20 / 1,5} = 0,53 \leq 1,0$$

- Randspannung in der Fuge

$$\sigma_{1,Ru,d} = \frac{N_{1,d}}{A_1} + \frac{M_{1,d}}{W_1} = \frac{-0,222}{0,08} + \frac{3,46 \cdot 10^{-3}}{0,08^2 / 6} = -2,78 + 3,24 = -0,46 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\sigma_{1,Ru,d}}{f_{c,t,k;0,05} / \gamma_c} = \frac{0,46}{1,5 / 1,55} = 0,48 \leq 1,0$$

#### Spannungsermittlung und Nachweisführung am Holzquerschnitt

- Schwerpunktspannung

$$\sigma_{2,t,d} = \frac{N_{2,d}}{A_2} = \frac{0,222}{0,12} = 1,85 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\sigma_{2,t,d}}{k_{mod} \cdot f_{t,o,k} / \gamma_M} = \frac{1,85}{0,9 \cdot 14 / 1,3} = 0,19 \leq 1,0$$

- Biegerandspannung

$$\sigma_{2,m,d} = \sigma_{2,t,d} + \frac{M_{2,d}}{W_2} = 1,85 + \frac{10,38 \cdot 10^{-3}}{0,12^2 / 6} = 6,18 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\sigma_{2,m,d}}{k_{mod} \cdot f_{m,k} / \gamma_M} = \frac{6,18}{0,9 \cdot 24 / 1,3} = 0,37 \leq 1,0$$

- Schubspannung

$$a_2 = a \cdot \frac{\gamma_1 \cdot EA_1}{\gamma_1 \cdot EA_1 + EA_2} = 0,1 \cdot \frac{0,79 \cdot 660}{0,79 \cdot 660 + 880} = 0,037 \text{ m}$$

$$h = a_2 + h_2 / 2 = 0,037 + 0,12 / 2 = 0,097 \text{ m}$$

$$\tau_{max,d} = V_d \cdot \frac{0,5 \cdot E_2 \cdot h^2}{efEI} = 26,0 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0,5 \cdot 7333 \cdot 0,097^2}{4,67} = 0,19 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{Nachweis: } \frac{\tau_{max,d}}{k_{mod} \cdot f_{v,k} / \gamma_M} = \frac{0,19}{0,9 \cdot 2,0 / 1,3} = 0,14 \leq 1,0$$

#### Spannungsermittlung und Nachweisführung der Schubverbinder

- Schubfluss in der Fuge

$$a_1 = a \cdot \frac{EA_2}{\gamma_1 \cdot EA_1 + EA_2} = 0,1 \cdot \frac{880}{0,79 \cdot 660 + 880} = 0,063 \text{ m}$$

$$t_d = V_d \cdot \frac{\gamma_1 \cdot EA_1 \cdot a_1}{efEI} = 26,0 \cdot \frac{0,79 \cdot 660 \cdot 0,063}{4,67} = 183,0 \text{ kN/m}$$

- Beanspruchung eines Lochblechs

Vereinfacht wird die Beanspruchung  $F_d$  eines Verbinders unter der Annahme eines konstanten Schubflusses in der Fuge ermittelt. Der zuvor ermittelte maximale Schubfluss  $t_d$  verteilt sich auf die nebeneinander angeordneten Lochbleche ( $n = 5$ ). Damit gilt:

$$F_d = t_d / n \cdot s_i = 183,0 / 5 \cdot 0,96 = 35,1 \text{ kN}$$

Die maximal aufnehmbare Längsschubkraft eines Verbinders beträgt:

$$T_d = k_{\text{mod}} \cdot T_k \cdot l_{VB} / \gamma_M = 0,9 \cdot 0,16 \cdot 600 / 1,3 = 66,5 \text{ kN}$$

mit:  $T_k = 0,16 \text{ kN je mm [75]}$

$$\text{Nachweis: } \frac{F_d}{T_d} = \frac{35,1}{66,5} = 0,53 \leq 1,0$$

## 6.9.4 Bemessung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG)

### 6.9.4.1 Verformungsnachweise

#### Steifigkeitsermittlung zum Zeitpunkt $t = 0$

- Betonquerschnitt

$$EA_1 = 2300 \text{ MN} \quad EI_1 = 1,23 \text{ MN/m}^2$$

- Holzquerschnitt

$$EA_2 = 1320 \text{ MN} \quad EI_2 = 1,58 \text{ MN/m}^2$$

- Nachgiebigkeit der Verbundfuge

$$k = n \cdot K / s_i = 5 \cdot 495 / 0,96 = 2578 \text{ MN/m}^2$$

- effektive Steifigkeit

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + EA_1 \cdot \frac{\pi^2}{k \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + 2300 \cdot \frac{\pi^2}{2578 \cdot 5,4^2}} = 0,76$$

$$efEI = EI_1 + EI_2 + a^2 \cdot \frac{EA_1 \cdot \gamma_1 \cdot EA_2}{EA_1 \cdot \gamma_1 + EA_2}$$

$$efEI = 1,23 + 1,58 + 0,1^2 \cdot \frac{2300 \cdot 0,76 \cdot 1320}{2300 \cdot 0,76 + 1320} = 10,33 \text{ MN/m}^2$$

- Verformungen im Anfangszustand

$$w_{G,inst} = \frac{5 \cdot g_k \cdot l^4}{384 \cdot efEI} = \frac{5 \cdot 4,9 \cdot 5,4^4}{384 \cdot 10,33} = 5,25 \text{ mm}$$

$$w_{Q,inst} = \frac{5 \cdot q_k \cdot l^4}{384 \cdot efEI} = \frac{5 \cdot 2,0 \cdot 5,4^4}{384 \cdot 10,33} = 2,14 \text{ mm}$$

#### Steifigkeitsermittlung zum Zeitpunkt $t = \infty$

- Betonquerschnitt

$$EA_1 = 660 \text{ MN} \quad EI_1 = 0,35 \text{ MN/m}^2$$

- Holzquerschnitt

$$EA_2 = 880 \text{ MN} \quad EI_2 = 1,05 \text{ MN/m}^2$$

- Nachgiebigkeit der Verbundfuge

$$k = n \cdot K / s_i = 5 \cdot 248 / 0,96 = 1290 \text{ MN/m}^2$$

- effektive Steifigkeit

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + EA_1 \cdot \frac{\pi^2}{k \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + 660 \cdot \frac{\pi^2}{1290 \cdot 5,4^2}} = 0,85$$

$$efEI = EI_1 + EI_2 + a^2 \cdot \frac{EA_1 \cdot \gamma_1 \cdot EA_2}{EA_1 \cdot \gamma_1 + EA_2}$$

$$efEI = 0,35 + 1,05 + 0,1^2 \cdot \frac{660 \cdot 0,85 \cdot 880}{660 \cdot 0,85 + 880} = 4,83 \text{ MN/m}^2$$

#### Ermittlung des Deformationsbeiwertes $k_{def}$ für den Verbundquerschnitt

$$k_{def} = \frac{efEI_{t=0}}{efEI_{t=\infty}} - 1 = \frac{10,33}{4,83} - 1 = 1,14$$

#### Nachweisführung gemäß Abs. 9.2 der DIN 1052:2004-08 [53]

- charakteristische (seltene) Bemessungssituation
  - $w_{Q,inst} = 2,14 \text{ mm} \leq l / 300 = 5400 / 300 = 18 \text{ mm}$
  - $w_{fin} - w_{G,inst} = 22,1 - 5,25 = 16,9 \text{ mm} \leq l / 200 = 5400 / 200 = 27 \text{ mm}$

mit:

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} + w_{S,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) + w_{Q,inst} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{def}) + w_{S,fin}$$

$$w_{fin} = 5,25 \cdot (1 + 1,14) + 2,14 \cdot (1 + 0,3 \cdot 1,14) + 8,0 = 22,1 \text{ mm}$$

- quasi-ständige Bemessungssituation

$$w_{fin} - w_0 = 20,6 \text{ mm} \leq l / 200 = 27 \text{ mm}$$

mit:

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,fin} + w_{S,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) + \psi_{2,1} \cdot w_{Q,inst} \cdot (1 + k_{def}) + w_{S,fin}$$

$$w_{fin} = 5,25 \cdot (1 + 1,14) + 0,3 \cdot 2,14 \cdot (1 + 1,14) + 8,0 = 20,6 \text{ mm}$$

#### 6.9.4.2 Schwingungsnachweis

Für den Schwingungsnachweis dürfen die Steifigkeitswerte des Anfangszustandes verwendet werden. Der Grenzwert von 6,0 mm unter quasi-ständiger Einwirkung ist eingehalten:

$$w_{q-s} = w_{G,inst} + \psi_{2,1} \cdot w_{Q,inst} = 5,25 + 0,3 \cdot 2,14 = 5,9 \text{ mm} \leq 6,0 \text{ mm}$$

## 7 Literaturverzeichnis

### 7.1 Literatur

- [1] Schikora, K.: Baupraktische Untersuchungen von Flächentragwerken. Vorlesungsskript, Lehrstuhl für Statik, Technische Universität München, 2004.
- [2] Bletzinger, K.-U.: Theory of Plates, Part II: Plates in Bending. Lecture Notes, Lehrstuhl für Statik der Technischen Universität München, 2000.
- [3] Möhler, K.: Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetzten Querschnitten und nachgiebigen Verbindungsmitteln. Habilitationsschrift Technische Hochschule Karlsruhe, 1956.
- [4] Kreuzinger, H.: Verbundkonstruktionen aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen. In: Tagungsband 2000 Ingenieurholzbau Karlsruher Tage, Bruderverlag, Karlsruhe, 2000.
- [5] Kreuzinger, H.; Scholz, A.: Flächentragwerke – Berechnung und Konstruktion. AiF Forschungsvorhaben, Schlussbericht, TECHNISCHE UNIVERSITÄT München, 2003.
- [6] Kreuzinger, H.: Platten, Scheiben und Schalen – ein Berechnungsmodell für gängige Statikprogramme. In: bauen mit holz, 1999, Heft 01, S: 34-39.
- [7] Blaß, H.J.; Ehlbeck, J.; Kreuzinger, H.; Steck, G.: Erläuterungen zu DIN 1052:2004-08 – Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken. DGfH INNOVATIONS- UND SERVICE GMBH, München, 2004.
- [8] Winter, S.; Hamm, P.; Richter, A.: Schwingungs- und Dämpfungsverhalten von Holz- und Holz-Beton-Verbund-Decken. AiF-Forschungsvorhaben, TECHNISCHE UNIVERSITÄT München, Projektbeginn 10/2007, Laufzeit 24 Monate.
- [9] Krämer, V.: Trag- und Verformungsverhalten genagelter Brettstapelelemente unter Querlast. In: Berichte der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine der Universität Fridericiana in Karlsruhe, 2003, 5.Folge – Heft 8.
- [10] Informationsdienst Holz: Brettstapelbauweise - Holzbauhandbuch. Reihe 1, Teil 17, Folge 1. Arbeitsgemeinschaft Holz e.V. Düsseldorf. Bruderverlag Karlsruhe, 1998.
- [11] Güte- und Prüfbestimmungen. Gütegemeinschaft Brettstapel- und Dübelholzhersteller e.V.; [www.brettstapel.eu](http://www.brettstapel.eu).
- [12] Informationsschrift: Brettstapelbauweise. Herausgeber: Bund Deutscher Zimmermeister im ZDB (Bonn), Vereinigung deutscher Sägewerkverbände e.V. (Wiesbaden), Versuchsanstalt für Holz- und Trockenbau in Heusenstamm/Darmstadt. vbz-Verlagsgemeinschaft, Bruderverlag/Zeittechnik-Verlag GmbH, Neu-Isenburg.
- [13] Natterer, J.; Burger, N.; Eberspächer, D.: Brettstapelbauweise – Teil 2: Tragverhalten von Konstruktionselementen in Brettstapelbauweise. Abschlussbericht des IEZ Natterer GmbH, Wiesenfelden; 1999.
- [14] Resch, E.; Schmidt, J.; Kaliske M.; Schneider, W.: Betrachtung zur Verkehrslastannahme bei Holzbalken/Beton-Verbunddecken. Beton- und Stahlbetonbau 99 (2004), Heft 10, Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co.KG, Berlin.
- [15] Spaethe, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen. Springer-Verlag, Berlin, 1993.

- [16] Mohr, B.: Zur Interaktion der Einflüsse aus Dauerstands- und Ermüdungsbeanspruchung im Ingenieurholzbau. Dissertation; Bericht aus dem Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität München, 10/2001.
- [17] Murray Grove. In: Holzbau, die neue Quadriga; 1/2008; Verlag Kastner.
- [18] Suess, K.: Sakrales Rätsel. bauen mit holz, 01/2000; Bruderverlag Köln.
- [19] Jöbstl, R. A.: Praxisgerechte Bemessung von Brettsperrholz. „Ingenieurholzbau; Karlsruher Tage 2007“; Bruderverlag, Universität Karlsruhe.
- [20] Traetta, G.: Verformungsverhalten von Brettsperrholzplatten unter Schubbeanspruchung in der Ebene. Tagungsband der 5. Grazer Holzbau-Fachtagung, 2006; Institut für Holzbau und Holztechnologie, TU Graz.
- [21] Kreuzinger, H.; Mohr, B.: Gebrauchstauglichkeit von Wohnungsdecken aus Holz. Technische Universität München, Institut für Tragwerksbau, Fachgebiet Holzbau; Abschlussbericht, 1999.
- [22] Jöbstl, R. A.: A Contribution to the Design and System Effect of Cross Laminated Timber (CLT). CIB-W18/39-12-4, Florence, 2006.
- [23] Guggenberger, W.: Spannungs- und Verformungsberechnung für BSP-Plattenstrukturen. Tagungsband der 5. Grazer Holzbau-Fachtagung, 2006; Institut für Holzbau und Holztechnologie, TU Graz.
- [24] Czaderski, C.: Versuche und Berechnungen an allseitig gelagerten 3-schichtigen Brettsperrholzplatten. Holz als Roh- und Werkstoff, Volume 65, Number 5, Oktober 2007; Springer Verlag Berlin / Heidelberg.
- [25] Jöbstl, R. A.: Comparative Examination of Creep of GLT and CLT-Slabs in Bending. CIB-W18/40-12-3, Bled, 2007.
- [26] Bosl, R.: Zum Nachweis des Trag- und Verformungsverhaltens von Wandscheiben aus Brettlagenholz. Dissertation; Bericht aus dem Konstruktiven Ingenieurbau der Universität der Bundeswehr München, 2/2002.
- [27] Görlacher, R.: Ein Verfahren zur Bestimmung des Rollschubmoduls von Holz. Holz als Roh- und Werkstoff, Volume 60, Number 5, Oktober 2002; Springer Verlag Berlin / Heidelberg.
- [28] DIN EN 408: 2004-08 (D). Holzbauwerke - Bauholz für tragende Zwecke und Brettschichtholz - Bestimmung einiger physikalischer und mechanischer Eigenschaften; Deutsche Fassung EN 408:2003.
- [29] Scholz, A.: Ein Beitrag zur Berechnung von Flächentragwerken aus Holz. Dissertation; Bericht aus dem Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität München, 3/2004.
- [30] Rautenstrauch, K.: Entwicklung der Holz-Beton-Verbundbauweise. In: Holz-Beton Verbund, Innovationen im Bauwesen, Beiträge aus der Praxis und Wissenschaft; Herausgeber: König, G., Holschmacher, K., Dehn, F.; Bauwerk Verlag GmbH, Berlin 2004.
- [31] [www.hbv-system.de](http://www.hbv-system.de)
- [32] Rautenstrauch, K.; Döhrer, A.; Schaffitzel, J.: Moderne Brücke in Holz-Beton-Verbundbauweise – Eine Projektskizze. In: Holz-Beton Verbund, Innovationen im Bauwesen, Beiträge aus der Praxis und Wissenschaft; Herausgeber: König, G., Holschmacher, K., Dehn, F.; Bauwerk Verlag GmbH, Berlin 2004.
- [33] Holschemacher, K.; Dehn, F.: Innovative Betone für Holz-Beton-Verbundkonstruktionen; Bautechnik 81 (2004), Heft 11; Ernst & Sohn Verlag, Berlin.



- [34] Kuhlmann, U.; Schänzlin, J.: Bemessung von Holz-Beton-Verbunddecken nach DIN und Euronormen. In: Holz-Beton Verbund, Innovationen im Bauwesen, Beiträge aus der Praxis und Wissenschaft; Herausgeber: König, G., Holschmacher, K., Dehn, F.; Bauwerk Verlag GmbH, Berlin 2004.
- [35] Höhmann, R.; Siemer, M.: Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Holz-Beton-Verbundträgern. Bautechnik 75 (1998), Heft 11; Ernst & Sohn Verlag, Berlin.
- [36] Holschmacher, K.; Klotz, S.; Köhler, S.: Verbunddecken aus Stahlfaserbeton. Beton- und Stahlbetonbau 99, 2004; Ernst & Sohn Verlag, Berlin.
- [37] Tecnaria floor and ceiling reinforcements; Technisches Datenblatt, [www.tecnaria.com](http://www.tecnaria.com); Bassano del Grappa, Italien.
- [38] Wieland, H.: Holz-Beton-Verbundsysteme. In: Beiträge aus der Praxis und Wissenschaft; Herausgeber: König, G., Holschmacher, K., Dehn, F.; Bauwerk Verlag GmbH, Berlin 2004.
- [39] Rautenstrauch, K.; Döhrer, A.: Weiterentwicklung der Holz-Beton-Verbundbauweise unter Einsatz von blockverleimten Brettschichtholzquerschnitten bei Straßenbrücken. Zwischenbericht zum AiF-Forschungsvorhaben Nr. 14275 BR. Bauhaus-Universität Weimar. Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Professur Holz- und Mauerwerksbau. 2007.
- [40] Döhrer, A.; Rautenstrauch, K.: Hybridbrücken mit blockverleimten Brettschichtholz. Bautechnik 83 (2006), Heft 06; Ernst & Sohn Verlag, Berlin.
- [41] Die Holz-Beton-Verbunddecke mit den BVD-Verbundankern Typ VA1 - Bemessungstabelle; Bertsche System GmbH, Prackebach, Deutschland.
- [42] Natterer, J.; Hoefl, M.: Holz-Beton-Verbundkonstruktionen, Entwicklung eines neuen Verbindungssystems; Ecole Polytechnique Federale de Lausanne; Forschungsbericht CERS NR.1345; März 1992.
- [43] Michelfelder, B.: Trag- und Verformungsverhalten von Kernen bei Brettstapel-Beton-Verbunddecken. Dissertation; Universität Stuttgart, Institut für Konstruktion und Entwurf, 2006.
- [44] Schänzlin, J.: Zum Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken. Dissertation; Universität Stuttgart, Institut für Konstruktion und Entwurf, 2003.
- [45] Blaß, J.; Schlager, M.: Trag- und Verformungsverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen. bauen mit holz, 05/1999; Bruderverlag Köln.
- [46] Lehmann, Steffen: Untersuchungen zur Bewertung von Verbundbauteilen aus Brettstapelelementen im Flächenverbund mit mineralischen Deckschichten. Dissertation; Bauhaus-Universität Weimar, 2004.
- [47] Winter, S.; Richter, A.: Optimierte Holz-Beton-Verbundbauteile aus Hochleistungsbetonen und flächigen Holzbauerelementen aus Massivholz oder Hochleistungswerkstoffen. In: AiF-Forschungsvorhaben, Schlussbericht, Technische Universität München und Universität Leipzig (2007).
- [48] Bräuchle, R.: HBF-Fertigdecke – Spannende Verbundlösung. Mikado, 6/2006; Verlag: WEKA MEDIA GmbH & Co. KG, Kissingen.
- [49] Glaser, R.: Zum Kurz- und Langzeitverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen. Dissertation; Technische Universität Cottbus, 2005.
- [50] Rautenstrauch, K.; Grosse, M.; Lehmann, S.; Hartnack, R.: Baupraktische Dimensionierung von Holz-Beton-Verbunddecken. Institut für Konstruktiven

Ingenieurbau; Bauhaus-Universität Weimar; 6. Informationstag des IKI; Oktober 2003.

- [51] Rautenstrauch, K.; Grosse, M.; Lehmann, S.; Hartnack, R.: Modellierung und baupraktische Bemessung von Holz-Verbund-Decken mit mineralischen Deckschichten unter Berücksichtigung neuartiger Verbindungsmittel. In: Holz-Beton Verbund, Innovationen im Bauwesen, Beiträge aus der Praxis und Wissenschaft; Herausgeber: König, G., Holschmacher, K., Dehn, F.; Bauwerk Verlag GmbH, Berlin 2004.
- [52] Schmidt, J.; Schneider, W.; Thiele, R.: Zum Kriechen von Holz/Beton-Verbundkonstruktionen. In: Beton- und Stahlbetonbau 98 (2003), Heft 7; Ernst & Sohn Verlag, Berlin.

## 7.2 Regelwerke

- [53] DIN 1052:2004-08. Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken – Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau.
- [54] SIA 265:2003 Bauwesen, Holzbau; Herausgeber: Schweizer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich.
- [55] DIN 1055-3:2006-03. Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 3: Eigen und Nutzlasten für Hochbauten.
- [56] DIN 1074:2006-09. Holzbrücken.
- [57] DIN 1052:1988-04. Holzbauwerke, Berechnung und Ausführung.
- [58] DIN 4074-1:2003-06: Sortierung von Holz nach der Tragfähigkeit.
- [59] DIN 1045-1:2001-07. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion.

## 7.3 Allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen

### 7.3.1 Brettsperrholz

- [60] abZ. Nr. Z-9.1-501 vom 06. Mai 2004; MERK-Dickholz; Finnforest Merk GmbH, Aichach; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [61] abZ. Nr. Z-9.1-602 vom 27. Juni 2005; Massiv-Holz-Mauer-Wandelemente; MHM Entwicklungs GmbH; Pfronten-Weißbach; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [62] abZ. Nr. Z-9.1-574 vom 31. März 2005; Thoma Holz 100 System; Ing. Erwin Thoma Holz GmbH, Goldegg, Österreich; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [63] abZ. Nr. Z-9.1-482 vom 16. November 2005; KLH-Kreuzlagenholz; KLH Massivholz GmbH, Katsch/Mur, Österreich; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [64] ETA-06/0009 vom 12. Oktober 2006; Binder Brettsperrholz BBS; Binder Holzbausysteme GmbH, Fügen, Österreich; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [65] abZ. Nr. Z-9.1-576 vom 03. Juni 2005; „Woodtec“ Massivholzplatten; Woodtec Frankhauser GmbH, Vordemwald, Schweiz; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.

- [66] abZ. Nr. Z-9.1-638 vom 04. April 2006; Brettsper Holz „MM-BSP“; Mayr Melnhof Systemholz Gaishorn GmbH, Gaishorn am See, Österreich; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [67] abZ. Nr. Z-9.1-559 vom 19. Februar 2007; Cross Layer Element; Stora Enso OY LTD; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [68] abZ. Nr. Z-9.1-680 vom 10. Januar 2007; HMS Element; Haas FERTIGBAU GmbH, Falkenberg; HMS Bausystem GmbH, Schondra; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [69] abZ. Nr. Z-9.1-563 vom 07. April 2003; Aluminiumrillennägeln als Holzverbinder; MHM Entwicklungs GmbH; Pfronten-Weißbach; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.

### **7.3.2 Holz-Beton-Verbundsysteme, Schubverbinder**

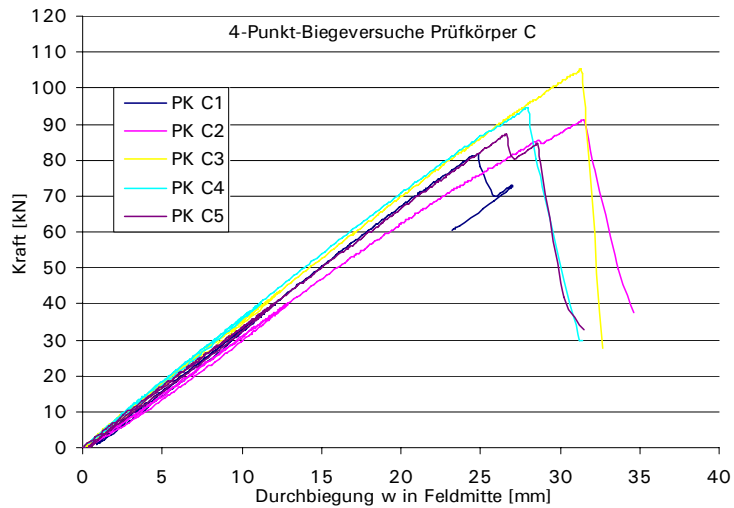
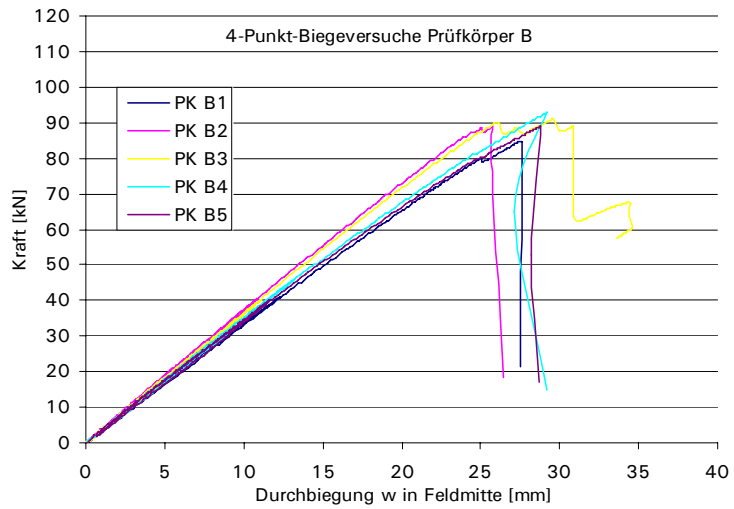
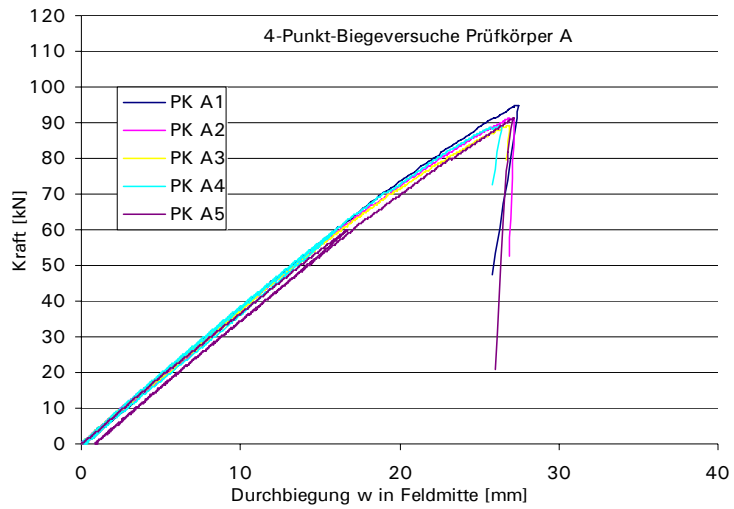
- [70] abZ. Nr. Z-9.1-342 vom 13. Oktober 2003; SFS Verbundschrauben; SFS Unimarket AG, Heerbrugg, Schweiz; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [71] abZ. Nr. Z-9.1-445 vom 13. Oktober 2006; Timco II Schrauben; Timco Schweiz GmbH, Putz, Schweiz; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [72] abZ. Nr. Z-9.1-603 vom 08. Juli 2005; TCC Schrauben, COM-ING ag, Seewis, Schweiz; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [73] abZ. Nr. Z-9.1-648 vom 20. Oktober 2006; Würth Assy VG plus Schrauben, Adolf Würth GmbH & Co. KG, Künzelsau, Deutschland; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [74] abZ. Nr. Z-9.1-473 vom 24. März 2002; Brettstapel-Beton-Verbunddecken mit Flachstahlschlössern, Dipl.-Ing. (TU) (FH) Werner Bauer, Auengrund/Oberwind, Deutschland; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [75] abZ. Nr. Z-9.1-557 vom 17. März 2004; Holz-Beton-Verbundsystem mit eingeklebten HBV-Schubverbindern, Bathon & Bahmer GbR, Glattbach, Deutschland; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [76] abZ. Nr. Z-9.1-331; Dennert Holz-Beton Verbundelemente; Veit Dennert KG, Viereth, Deutschland; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- [77] abZ. Nr. Z-9.1-331; EW-Holz-Beton-Verbundelement, Hedge Sand & Beton; Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.

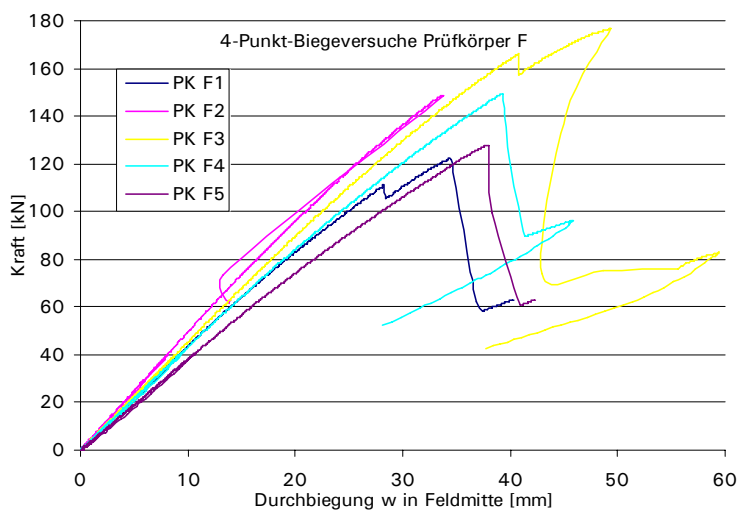
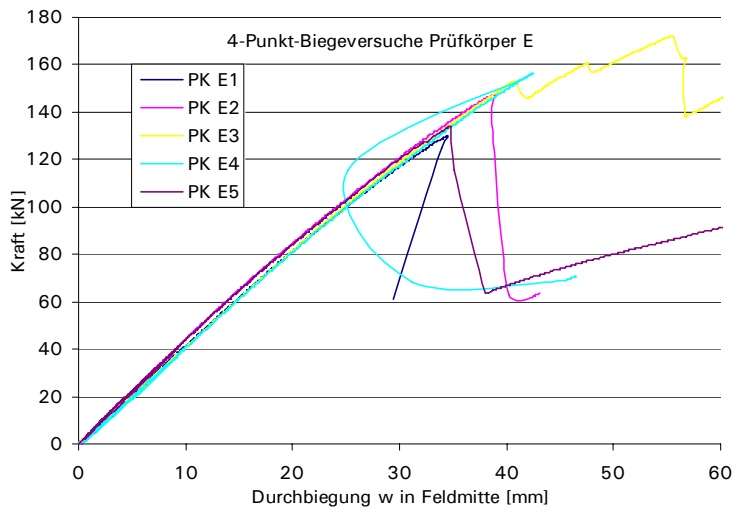
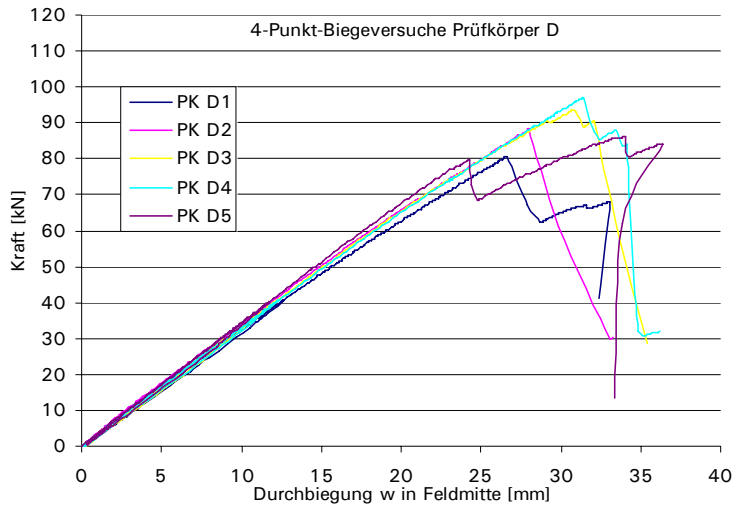


## 8 Messwerte und Diagramme

### 8.1 Experimentelle Untersuchungen zu vergüteten Decklamellen

#### 8.1.1 Durchbiegung $w$ in Feldmitte





### 8.1.2 Relativverformung $w_{rel}$

