

Precodificación TH MMSE robusta para sistemas MISO multiusuario con predicción de canal

Paula M. Castro⁽¹⁾, Luis Castedo⁽¹⁾, Michael Joham⁽²⁾, Wolfgang Utschick⁽²⁾
 pcastro@udc.es, luis@udc.es, joham@tum.de, utschick@tum.de

⁽¹⁾Universidad de A Coruña, Campus de Elviña s/n, 15071 A Coruña, Spain,

⁽²⁾Technische Universität München, Theresienstr. 90, 80290 Munich, Germany

Abstract—In this paper we investigate the robust design of a Multi-user Multiple Input Single Output (MU MISO) system with limited feedback and MMSE Tomlinson-Harashima precoding that utilizes multiple feedback vectors to improve the transmission quality. We explain how to appropriately exploit this additional past channel information to design the channel estimator, rank basis reduction and the quantizer parameters. The resulting scheme achieves better BER values without increasing the data rate in the feedback channel.

I. INTRODUCCIÓN

La capacidad del canal de difusión [1], cuando éste es perfectamente conocido, puede alcanzarse con técnicas tan complejas como *Dirty Paper Coding* (DPC, [2]), que pueden simplificarse empleando técnicas THP (*Tomlinson Harashima Precoding*) [3], [4], con el coste adicional, sin embargo, de pérdidas de potencia, módulo y debidas a las variaciones en la forma de la constelación (e.g., [5]). Sin embargo, para el caso en que la información de canal no es perfectamente conocida en el transmisor, y puesto que DPC no ha sido desarrollado para este caso, podemos utilizar un criterio MMSE conjuntamente con THP [6], [7]. En este trabajo consideramos que esta información es obtenida en el receptor y enviada al transmisor por medio de un canal de retorno cuya velocidad de transmisión está severamente limitada y que se encuentra disponible en la mayoría de los estándares de comunicaciones inalámbricas actuales.

En [8] se considera que el canal de retorno introduce un retardo pero que, sin embargo, no sufre de errores en la transmisión. Para implementar este efecto se considera en la práctica que se dispone de una estimación retardada del canal, con lo que sólo conseguimos explotar de forma subóptima las correlaciones temporales del mismo. Es evidente que puede conseguirse una mejora de rendimiento si la predicción de canal se realiza teniendo en cuenta un número mayor de vectores de canal retardados en cada usuario, lo que se podrá implementar fácilmente sin incrementar la sobrecarga del canal de retorno. En este artículo explicamos cómo aprovechar esta información pasada del canal para diseñar el estimador de canal, la reducción de rango y los parámetros del cuantificador. Obtendremos el interesante resultado de que el estimador óptimo y la reducción de rango sólo dependen de los estadísticos del canal y son independientes del cuantificador usado. La distorsión estará, además, ponderada por una matriz diagonal y, de esta forma, se puede emplear el algoritmo de Lloyd para obtener el cuantificador. Esta optimización MMSE conjunta va a proporcionar también una matriz de covarianza del error que será necesaria para el diseño del precodificador TH robusto.

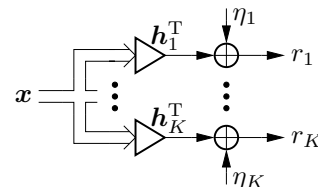


Fig. 1. Canal de difusión con K receptores.

Este artículo se organiza de la siguiente forma. La Sección II describe el modelo de señal y la Sección III muestra el modelo de retorno que planteamos teniendo en cuenta múltiples vectores retardados de canal. En la Sección IV se explica el diseño MMSE del retorno propuesto en este artículo. La Sección V contiene el nuevo diseño THP robusto, en lugar del diseño LP (del inglés, *Linear Precoding*) presentado en [9]. Los resultados de simulación se presentan en la Sección VI y, finalmente, las conclusiones más importantes se exponen en la Sección VII.

II. MODELO DEL SISTEMA

La Fig. 1 muestra el esquema de un sistema de difusión MISO (del inglés *Multiple Input Single Output*) con precodificación en el que un transmisor centralizado equipado con N_t antenas se comunica con K usuarios con una única antena cada uno. La salida del precodificador es la señal transmitida $x \in \mathbb{C}^{N_t}$ que se propaga sobre el vector de canal $h_k \in \mathbb{C}^{N_t}$ al receptor k y es perturbado por el ruido $\eta_k \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_{\eta_k}^2)$ para formar la señal recibida r_k . Por motivos de brevedad, usaremos el modelo $r = Hx + \eta$, donde $r = [r_1, \dots, r_K]^T \in \mathbb{C}^K$, $\eta = [\eta_1, \dots, \eta_K]^T \in \mathbb{C}^K$, y $H = [h_1, \dots, h_K]^T \in \mathbb{C}^{K \times N_t}$.

Modelamos el vector de canal del k -ésimo usuario como un vector aleatorio complejo gaussiano de media cero con matriz de covarianza $C_{h,k}$. Adicionalmente, el canal está correlado temporalmente de acuerdo con el modelo de Jakes [10]. Así, el vector de canal para el usuario k en el slot temporal n se puede escribir como $h_k[n] = C_{h,k}^{1/2} h_{w,k}[n]$, siendo $h_{w,k}[n]$ un vector de canal blanco, gaussiano y estacionario cuyos elementos tienen varianza unidad y donde $(\bullet)^{1/2}$ representa la descomposición de Cholesky. La matriz de covarianza $C_{h,k}$ resulta del modelo descrito en [11].

Dado que los estadísticos del canal cambian muy lentamente si lo comparamos con el propio canal, es realístico asumir que permanecen constantes y que son perfectamente conocidos tanto en el transmisor como en el receptor.

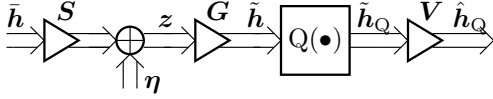


Fig. 2. Canal de retorno con estimación, reducción de rango y cuantificación.

III. MODELO DEL RETORNO

Por brevedad, omitiremos el índice de usuario en la formulación matemática siguiente. Consideramos la información del canal contenida en

$$\bar{\mathbf{h}}[n] = [\mathbf{h}^T[n - D_1], \dots, \mathbf{h}^T[n - D_L]]^T \in \mathbb{C}^{N_r L} \quad (1)$$

donde L es el número de vectores retardados procesados en el receptor, y $D_i, i = 1, \dots, L$, es el retardo del vector i -ésimo expresado en número de slots. La matriz de covarianza de $\bar{\mathbf{h}}$ viene dada por $\mathbf{C}_{\text{temp}} \otimes \mathbf{C}_h$, donde \mathbf{C}_{temp} contiene las correlaciones temporales y su i -ésimo elemento de la j -ésima columna es $[\mathbf{C}_{\text{temp}, k}]_{i,j} = J_0(\alpha(D_i - D_j))$ si $j \neq i$ y 1, en otro caso, con $\alpha = 2\pi \frac{f_d}{f_{\text{slot}}}$, siendo f_d la frecuencia Doppler máxima y f_{slot} la frecuencia de slot, y donde \otimes denota el producto de Kronecker.

La Fig. 2 muestra el sistema que realimenta la información del canal (CSI, del inglés *Channel State Information*) al transmisor. El primer paso es la estimación del canal por parte del k -ésimo receptor, empleando una secuencia de entrenamiento

$$z(t) = \mathbf{S}\bar{\mathbf{h}}[n] + \boldsymbol{\eta}(t) \in \mathbb{C}^{N_r L} \quad (2)$$

donde n denota el índice del slot y t el índice temporal dentro de un slot, con $\mathbf{S} = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{S}'$ donde $\mathbf{S}' \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ contiene los símbolos de entrenamiento y el ruido es $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{C}^{N_r L} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{0}, \mathbf{C}_{\boldsymbol{\eta}})$. El filtro $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{d \times N_r L}$ desarrolla la estimación y la reducción de rango en un sólo paso. Los coeficientes de la representación de rango reducido son

$$\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{G}(\mathbf{S}\bar{\mathbf{h}} + \boldsymbol{\eta}) \in \mathbb{C}^d \quad (3)$$

que constituye la entrada al cuantificador definido como

$$\mathbf{Q}(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^M \mathbf{y}_i S_i(\mathbf{y}) \quad (4)$$

siendo M el tamaño de la librería. La función de selección $S_i(\mathbf{y})$ es 1, si $\mathbf{y} \in \mathcal{R}_i$, y 0 en otro caso. Las celdas de partición disjuntas \mathcal{R}_i cumplen $\bigcup_{i=1}^M \mathcal{R}_i = \mathbb{C}^d$, i.e., $\mathbf{Q}(\mathbf{y})$ es regular (e.g., [12]). La salida $\hat{\mathbf{h}}_Q = \mathbf{Q}(\tilde{\mathbf{h}})$ es transmitida por el canal de retorno sin errores de transmisión. A partir de la base de reducción de rango $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N_t \times d}$, la CSI recuperada en el transmisor es (ver Fig. 2)

$$\hat{\mathbf{h}}_Q = \mathbf{V} \mathbf{Q}(\mathbf{G}\mathbf{S}\bar{\mathbf{h}} + \mathbf{G}\boldsymbol{\eta}) \in \mathbb{C}^{N_t}. \quad (5)$$

IV. DISEÑO MMSE DEL SISTEMA DE RETORNO

Nuestro objetivo es la optimización conjunta de la base ortonormal \mathbf{V} , el igualador \mathbf{G} , las entradas de la librería \mathbf{y}_i , y las celdas de partición $\mathcal{R}_i, i = 1, \dots, M$, minimizando el MSE $\varepsilon = \mathbb{E}[\|\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}_Q\|_2^2]$, i.e.,

$$\{\mathbf{V}, \mathbf{G}, \mathbf{y}_i, \mathcal{R}_i\}_{\text{opt}} = \underset{\{\mathbf{V}, \mathbf{G}, \mathbf{y}_i, \mathcal{R}_i\}}{\text{argmin}} \varepsilon \quad \text{s.t.}: \mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{I}. \quad (6)$$

Como veremos a continuación, la principal dificultad es la derivación de \mathbf{V} y \mathbf{G} . Notar que $\mathbf{V}\mathbf{V}^H \neq \mathbf{I}$ aunque $\mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{I}$, ya que $d < N_t$.

A. Entradas de la librería

Sustituyendo (5) y la definición de $\mathbf{Q}(\bullet)$ en el MSE ε y estableciendo la derivada con respecto a \mathbf{y}_i igual a cero, tenemos

$$\mathbf{y}_i = \left(\mathbb{E} \left[\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{h}}) \right] \right)^{-1} \mathbf{V}^H \mathbb{E} \left[\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{h}}) \mathbf{h} \right] \quad (7)$$

lo que lleva a la condición ya conocida del centroide (e.g., [12]). Así, el MSE es

$$\varepsilon = \text{tr}(\mathbf{C}_h) - \sum_{i=1}^M \frac{\mathbb{E}[\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{h}}) \mathbf{h}^H] \mathbf{V} \mathbf{V}^H \mathbb{E}[\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{h}}) \mathbf{h}]}{\mathbb{E}[\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{h}})]}. \quad (8)$$

El canal \mathbf{h} y el ruido $\boldsymbol{\eta}$ son gaussianos. Por lo tanto, \mathbf{h} y $\tilde{\mathbf{h}}$ son conjuntamente gaussianos debido a (3) y no es difícil encontrar la media de \mathbf{h} condicionada a $\tilde{\mathbf{h}}$ (e.g., [13]):

$$\mathbb{E}[\mathbf{h} | \tilde{\mathbf{h}}] = \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}, \mathbf{h}}^H \mathbf{S}^H \mathbf{G}^H \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}}^{-1} \tilde{\mathbf{h}} \quad (9)$$

donde $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}}$ es la matriz de covarianza de $\tilde{\mathbf{h}}$ y $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}, \mathbf{h}}$ es la matriz de covarianza cruzada de $\tilde{\mathbf{h}}$ y \mathbf{h} dada por $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}, \mathbf{h}} = \boldsymbol{\beta} \otimes \mathbf{C}_h$, con $\boldsymbol{\beta} = [J_0(\alpha(D_1)), \dots, J_0(\alpha(D_L))]^T \in \mathbb{R}^L$. Con $\mathbf{w} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ y $\mathbb{E}[\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{h}}) \mathbf{h}] = \mathbb{E}[\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{h}}) \mathbb{E}[\mathbf{h} | \tilde{\mathbf{h}}]]$, obtenemos

$$\mathbb{E}[\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{h}}) \mathbf{h}] = \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}, \mathbf{h}}^H \mathbf{S}^H \mathbf{G}^H \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}}^{-1/2} \mathbb{E}[\mathbf{S}_i(\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}}^{1/2} \mathbf{w}) \mathbf{w}].$$

Sustituyendo este resultado en (8) lleva a que el MSE se puede expresar como

$$\varepsilon = \text{tr}(\mathbf{C}_h) - \text{tr} \left(\mathbf{V}^H \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}, \mathbf{h}}^H \mathbf{S}^H \mathbf{G}^H \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}}^{-1/2} \mathbf{C}_Q \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}}^{-1/2} \mathbf{G} \mathbf{S} \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}, \mathbf{h}} \mathbf{V} \right) \quad (10)$$

$$\text{con } \mathbf{C}_Q = \sum_{i=1}^M \frac{\mathbb{E}[\mathbf{S}_i(\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}}^{1/2} \mathbf{w}) \mathbb{E}[\mathbf{S}_i(\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}}^{1/2} \mathbf{w}) \mathbf{w}^H]}{\mathbb{E}[\mathbf{S}_i(\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}}^{1/2} \mathbf{w})]}.$$

B. Estimador y base de reducción de rango

Debido a $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}} = \mathbf{G}(\mathbf{S}\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}} \mathbf{S}^H + \mathbf{C}_{\boldsymbol{\eta}}) \mathbf{G}^H$ [cf. (3)], tenemos que el estimador se puede expresar como

$$\mathbf{G} = \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}}^{1/2} \mathbf{X}^H (\mathbf{S}\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}} \mathbf{S}^H + \mathbf{C}_{\boldsymbol{\eta}})^{-1/2} \in \mathbb{C}^{d \times N_r L}. \quad (11)$$

donde la matriz desconocida $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_r L \times d}$ tiene columnas ortonormales. Definamos $\mathbf{A} = \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}, \mathbf{h}}^H \mathbf{S}^H (\mathbf{S}\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}} \mathbf{S}^H + \mathbf{C}_{\boldsymbol{\eta}})^{-1/2} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r L}$. Debemos resolver por lo tanto (cf. (10))

$$\{\mathbf{V}_{\text{opt}}, \mathbf{X}_{\text{opt}}\} = \underset{\{\mathbf{V}, \mathbf{X}\}}{\text{argmax}} \text{tr}(\mathbf{V}^H \mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{C}_Q \mathbf{X}^H \mathbf{A}^H \mathbf{V}) \quad (12)$$

sujo a $\mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{I}$ y $\mathbf{X}^H \mathbf{X} = \mathbf{I}$. De la derivada de la función lagrangiana con respecto a \mathbf{X} , concluimos que

$$\mathbf{X}^H \mathbf{A}^H \mathbf{V} \mathbf{V}^H \mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{C}_Q = \mathbf{C}_Q \mathbf{X}^H \mathbf{A}^H \mathbf{V} \mathbf{V}^H \mathbf{A} \mathbf{X}.$$

Con la EVD (del inglés, *EigenValue Decomposition*) de \mathbf{C}_Q , i.e., $\mathbf{C}_Q = \mathbf{U} \boldsymbol{\Xi} \mathbf{U}^H$, se puede demostrar que $\mathbf{U}^H \mathbf{X}^H \mathbf{A}^H \mathbf{V} \mathbf{V}^H \mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{U}$ es diagonal, i.e., $\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{Q} \mathbf{V}^H \mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{U}$ es diagonal siendo $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{d \times d}$ cierta matriz unitaria. Para minimizar el MSE, que tras los resultados anteriores se puede expresar como $\varepsilon = \text{tr}(\mathbf{C}_h) - \text{tr}(\boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Psi}^2)$, y, por lo tanto, maximizar $\text{tr}(\boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Psi}^2)$, debemos elegir la i -ésima columna de \mathbf{V} y $\mathbf{W} = \mathbf{X} \mathbf{U}$ para que sea, respectivamente, el i -ésimo vector singular dominante izquierdo y derecho de \mathbf{A} . Así, $\boldsymbol{\Psi}$ tiene los d valores singulares dominantes de \mathbf{A} en su diagonal.

Notar que podemos fijar $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$, puesto que el objetivo es independiente de \mathbf{Q} . Vemos que la base óptima \mathbf{V}_{opt} contiene los d autovectores dominantes de $\mathbf{A} \mathbf{A}^H$. Además, \mathbf{V}_{opt} y \mathbf{W}_{opt}

son fijas para los estadísticos dados $C_{\tilde{h}}$ y C_{η} . Por lo tanto, la solución de la maximización (12) es $\mathbf{X}_{\text{opt}} = \mathbf{W}_{\text{opt}} \mathbf{U}^H$, donde \mathbf{U} es la matriz modal de C_Q , tal y como veíamos antes, y el estimador se puede escribir entonces como [cf. (11)]

$$\mathbf{G}_{\text{opt}} = C_{\tilde{h}}^{1/2} \mathbf{U} \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{V}_{\text{opt}}^H C_{\tilde{h},h}^H S^H (S C_{\tilde{h}} S^H + C_{\eta})^{-1}. \quad (13)$$

Si el cuantificador se incluye en la optimización como hemos hecho en (6), aparece esa transformación adicional $C_{\tilde{h}}^{1/2} \mathbf{U} \boldsymbol{\Psi}^{-1}$ para asegurar que $C_{\tilde{h}} = \mathbf{G}_{\text{opt}} (S C_{\tilde{h}} S^H + C_{\eta}) \mathbf{G}_{\text{opt}}^H$.

C. Celdas de partición

El MSE es la distorsión media, i.e.,

$$\varepsilon = E \left[\|\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}_Q\|_2^2 \right] = E \left[d(\tilde{\mathbf{h}}, Q(\tilde{\mathbf{h}})) \right]$$

con la distorsión $d(\tilde{\mathbf{h}}, Q(\tilde{\mathbf{h}})) = E \left[\|\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}_Q\|_2^2 | \tilde{\mathbf{h}} \right]$. Incorporando (5) y (9) lleva a

$$d(\tilde{\mathbf{h}}, Q(\tilde{\mathbf{h}})) = c + \left\| C_{\tilde{h},h}^H S^H G^H C_{\tilde{h}}^{-1} \tilde{\mathbf{h}} - V Q(\tilde{\mathbf{h}}) \right\|_2^2$$

donde $c = \text{tr}(C_h - C_{\tilde{h},h}^H S^H G^H C_{\tilde{h}}^{-1} G S C_{\tilde{h},h})$ es la traza de la matriz de covarianza de \mathbf{h} condicionada a $\tilde{\mathbf{h}}$. Debido a (13), tenemos que $C_{\tilde{h},h}^H S^H G^H C_{\tilde{h}}^{-1} = \mathbf{V}_{\text{opt}}^H \boldsymbol{\Psi} \mathbf{U}^H C_{\tilde{h}}^{-1/2}$. Por lo tanto, considerando \mathbf{G}_{opt} y \mathbf{V}_{opt} , conseguimos para la distorsión la siguiente expresión

$$d(\tilde{\mathbf{h}}, Q(\tilde{\mathbf{h}})) = c + \left\| \boldsymbol{\Psi} \mathbf{U}^H C_{\tilde{h}}^{-1/2} \tilde{\mathbf{h}} - Q(\tilde{\mathbf{h}}) \right\|_2^2. \quad (14)$$

Las celdas de partición deben ser elegidas para minimizar $d(\tilde{\mathbf{h}}, Q(\tilde{\mathbf{h}}))$, i.e., $\mathcal{R}_i = \{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^d | d(\mathbf{x}, \mathbf{y}_i) \leq d(\mathbf{x}, \mathbf{y}_j), \forall j\}$, que es la condición del vecino más cercano (e.g., [12]).

D. Diseño de la librería

La expresión (14) para la distorsión puede simplificarse aún más. Recordemos que $Q(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^M \mathbf{y}_i S_i(\mathbf{y})$. Después de incorporar (9) y (13), la entrada i -ésima de la librería es [cf. (7)] $\mathbf{y}_i = \left(E[S_i(\tilde{\mathbf{h}})] \right)^{-1} \boldsymbol{\Psi} \mathbf{U}^H C_{\tilde{h}}^{-1/2} E[S_i(\tilde{\mathbf{h}}) \tilde{\mathbf{h}}]$. Es útil redefinir el cuantificador como

$$Q(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\Psi} Q' \left(\mathbf{U}^H C_{\tilde{h}}^{-1/2} \mathbf{y} \right) \quad (15)$$

con $Q'(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^M \mathbf{y}'_i S'_i(\mathbf{y})$, $S'_i(\mathbf{y}) = S_i(C_{\tilde{h}}^{1/2} \mathbf{U} \mathbf{y})$, y

$$\mathbf{y}'_i = \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{y}_i = \left(E[S'_i(\mathbf{w})] \right)^{-1} E[S'_i(\mathbf{w}) \mathbf{w}] \quad (16)$$

de nuevo con $\mathbf{w} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$. Luego, nosotros hemos conseguido para la distorsión

$$d(C_{\tilde{h}}^{1/2} \mathbf{U} \check{\mathbf{h}}, Q(C_{\tilde{h}}^{1/2} \mathbf{U} \check{\mathbf{h}})) = c + \left\| \boldsymbol{\Psi} (\check{\mathbf{h}} - Q'(\check{\mathbf{h}})) \right\|_2^2 \quad (17)$$

donde $\check{\mathbf{h}} = \mathbf{U}^H C_{\tilde{h}}^{-1/2} \tilde{\mathbf{h}} \in \mathbb{C}^d$. Recordemos que $\boldsymbol{\Psi}$ es diagonal. De esta forma, la distorsión que tiene que ser minimizada para el diseño de $Q'(\bullet)$ tiene una estructura muy simple. Adicionalmente, $\check{\mathbf{h}} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$, lo que lleva a la simple condición del centroide de (16).

Por lo tanto, podemos centrarnos en el diseño de $Q'(\bullet)$, porque $Q(\check{\mathbf{h}}) = \boldsymbol{\Psi} Q'(\check{\mathbf{h}})$ con la salida $\check{\mathbf{h}}$ de

$$\mathbf{G}'_{\text{opt}} = \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{V}_{\text{opt}}^H C_{\tilde{h},h}^H S^H (S C_{\tilde{h}} S^H + C_{\eta})^{-1}. \quad (18)$$

La CSI resultante en el transmisor es $\mathbf{V}_{\text{opt}} \boldsymbol{\Psi} Q'(\mathbf{G}'_{\text{opt}} \mathbf{x})$. \mathbf{G}'_{opt} , \mathbf{V}_{opt} y $\boldsymbol{\Psi}$ sólo dependen de los estadísticos del canal, que

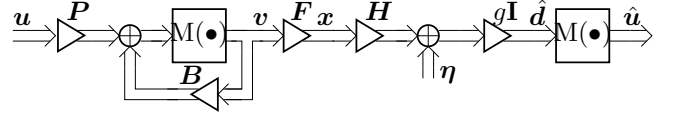


Fig. 3. Sistema con precodificación Tomlinson-Harashima.

cambian muy lentamente y, así, tanto \mathbf{V}_{opt} como $\boldsymbol{\Psi}$ pueden ser comunicados al transmisor sin una sobrecarga apreciable y es realista asumir un perfecto conocimiento de \mathbf{V}_{opt} y $\boldsymbol{\Psi}$ en el transmisor. De esta forma, pueden ser computados independientemente de la elección de $Q'(\bullet)$.

Con la restricción de cuantificación escalar independiente para cada entrada (parte real o parte imaginaria), conseguimos que este cuantificador escalar sea el cuantificador escalar MMSE óptimo para una variable gaussiana real con varianza 0.5. Puesto que no depende de ningún parámetro del sistema, no es necesario computar sus parámetros en tiempo real, sino que pueden hacerse por adelantado (con el algoritmo de Lloyd, e.g., [12]) y almacenarse tanto en el transmisor como en el receptor. Además, esta restricción lleva a celdas de partición que son hiperrectángulos y permite obtener, por lo tanto, expresiones cerradas para los momentos condicionales que llevan al diseño del precodificador (ver la sección siguiente).

V. DISEÑO ROBUSTO DEL PRECODIFICADOR

El precodificador TH (ver Fig. 3) consiste en la permutación de la matriz $\mathbf{P} \in \{0, 1\}^{K \times K}$ que depende del orden de precodificación, el operador módulo $M(\bullet)$ con la constante módulo τ (e.g., [5]), el filtro de realimentación estrictamente triangular inferior \mathbf{B} , y el filtro hacia adelante \mathbf{F} . Para el diseño THP, se usa la representación lineal del operador módulo, i.e., $M(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \mathbf{a}$ con la señal de perturbación $\mathbf{a} \in \tau \mathbb{R}^K + j\tau \mathbb{R}^K$. Moviendo \mathbf{a} a la entrada de la matriz de permutación \mathbf{P} obtenemos la señal deseada “virtual” $\mathbf{d} = \mathbf{u} + \mathbf{a} \in \mathbb{C}^K$. La optimización para THP robusto se puede expresar como

$$\begin{aligned} \{\mathbf{F}_{\text{RTHP}}, \mathbf{B}_{\text{RTHP}}, \mathbf{P}_{\text{RTHP}}, g_{\text{RTHP}}\} &= \underset{\{\mathbf{F}, \mathbf{B}, \mathbf{P}, g\}}{\text{argmin}} E \left[\left\| \mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}} \right\|_2^2 | \hat{\mathbf{H}}_Q \right] \\ \text{s.t.: } E_{\mathbf{v}} \left[\|\mathbf{x}\|_2^2 \right] &= E_{\text{tx}} \end{aligned}$$

Los momentos condicionales necesarios son

$$\hat{\mathbf{h}}_{Q,k} = E[\mathbf{h}_k[n] | \ell_k[n]] = \mathbf{V}_{\text{opt},k} \boldsymbol{\Psi}_k \mathbf{y}'_{\ell_k[n]} \quad (19)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{h}_k[n] | \ell_k[n]} = E[\mathbf{h}_k[n] \mathbf{h}_k^H[n] | \ell_k[n]] \quad (20)$$

$$= \hat{\mathbf{h}}_{Q,k} \hat{\mathbf{h}}_{Q,k}^H + C_{\mathbf{h}_k} - \mathbf{V}_{\text{opt},k} \boldsymbol{\Psi}_k^2 \boldsymbol{\Upsilon}_k \mathbf{V}_{\text{opt},k}^H \quad (21)$$

donde $\ell_k[n]$ representa el índice de la librería enviado al transmisor por el usuario k . Claramente, $C_{\Theta_{\text{r}}} = \sum_{k=1}^K C_{\text{error}}^*$, donde $C_{\text{error}} = C_{\mathbf{h}_k} - \mathbf{V}_{\text{opt},k} \boldsymbol{\Psi}_k^2 \boldsymbol{\Upsilon}_k \mathbf{V}_{\text{opt},k}^H$. Los elementos distintos de cero de la matriz diagonal $\boldsymbol{\Upsilon}_k \in \mathbb{R}_{0,+}^{d \times d}$ sólo dependen de las propiedades de $Q'(\bullet)$ y, por lo tanto, pueden calcularse por adelantado y almacenarse previamente a la transmisión, como se hace con los parámetros del cuantificador $Q'(\bullet)$. Debido a las limitaciones de espacio, omitimos la expresión para $\boldsymbol{\Upsilon}_k$, que puede encontrarse de forma cerrada para el caso especial de que $Q'(\bullet)$ realice una cuantificación escalar independiente.

La hipótesis estándar para el diseño THP es la suposición de que la salida del operador módulo en el transmisor es

de media cero e incorrelada, i.e., que $C_v = E[vv^H]$ es diagonal (e.g., [5]). Por lo tanto, el MSE $\epsilon(\mathbf{F}, \mathbf{B}, \mathbf{P}, g)$ y la restricción $E[\|\mathbf{x}\|_2^2] = E_{\text{tx}}$ pueden ser expresadas en función de C_v . Definimos la matriz $\mathbf{T} = \xi^{-1}\mathbf{C}_{\Theta_T} + \mathbf{I}_{N_t}$ y la matriz definida positiva $\Phi = \hat{\mathbf{H}}\mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{H}}^H + \xi\mathbf{I}_K \in \mathbb{C}^{K \times K}$. Con la descomposición de Cholesky permutada (cf. [14]),

$$\mathbf{P}\Phi^{-1}\mathbf{P}^T = \mathbf{L}^H\mathbf{D}\mathbf{L}$$

donde \mathbf{L} es triangular inferior con diagonal unidad y \mathbf{D} diagonal con elementos positivos, y el algoritmo descrito en [15], las soluciones para el THP robusto son

$$\mathbf{F}_{\text{RTHP}} = \frac{1}{g_{\text{RTHP}}}\mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{H}}^H\mathbf{P}^T\mathbf{L}^H\mathbf{D} \quad \text{y} \quad \mathbf{B}_{\text{RTHP}} = \mathbf{I} - \mathbf{L}^{-1}. \quad (22)$$

El peso g_{RTHP} en el receptor resulta de la restricción de la potencia transmitida. Sin embargo, vamos a usar en su lugar coeficientes MMSE. La principal razón para ello es que la fase de g_{RTHP} , i.e., fase cero, sólo es correcta para CSI sin errores. En otro caso, la CSI errónea lleva a una fase resultado de la combinación del precodificador y el canal que es diferente de cero. Para permitir una detección coherente, es necesaria por lo tanto esta corrección de fase adicional en el receptor [15].

El diseño de la precodificación lineal se obtiene de forma análoga y puede verse en [8], [9].

VI. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Presentamos ahora algunos resultados de simulación para un sistema con $N_t = 4$, $K = 4$ y modulación QPSK. La duración del slot temporal implementada es de $T_{\text{slot}} = 6.67$ ms con una frecuencia de portadora de 2 GHz. Usamos un entorno microcelda con un offset de 5 grados (ver [11]). La secuencia de entrenamiento tiene $N_{\text{tr}} = 16$ símbolos y la dimensión después de la reducción de rango es $d = 2$. Los resultados fueron promediados con 10,000 realizaciones de canal y 200 símbolos fueron transmitidos por cada realización de canal.

La Fig. 4 muestra los resultados en términos de la BER (del inglés, *Bit Error Rate*), para precodificación lineal y THP, tanto robusta como no robusta. La frecuencia Doppler normalizada es de 0.0123 ($v = 10$ km/h). Estamos empleando cuantificadores escalares independientes con $m = 2$ bits para codificar cada parte real e imaginaria de cada uno de los coeficientes. Por lo tanto, en total, cada usuario realimenta $2dm = 8$ bits por slot. Se puede ver la ventaja del diseño robusto, ya que consigue una BER menor que el esquema no robusto. Esto se debe a la regularización introducida en (21) con $\mathbf{C}_{h_k} - r_k^2\mathbf{V}_{\text{opt},k}\Psi_k^2\mathbf{Y}_k\mathbf{V}_{\text{opt},k}^H$. Obviamente, los resultados obtenidos para THP mejoran los resultados que ya teníamos para LP, excepto para bajas SNR, debido al efecto de la operación módulo en THP. Finalmente, si se compara la aproximación propuesta en este artículo para $L = 2$, siendo $D_1 = 2$ y $D_2 = 4$, con nuestro esquema previo para $L = 1$ y $D_1 = 2$ [8], se puede ver cómo disminuye la BER sin incrementar la cantidad de CSI enviada desde cada usuario.

VII. CONCLUSIONES

En este artículo hemos demostrado cómo la predicción de canal puede ser incluida en nuestro diseño robusto del enlace descendente multiusuario de un sistema de comunicaciones inalámbricas mediante precodificación TH y cómo haciendo un buen uso de esta información adicional conseguimos

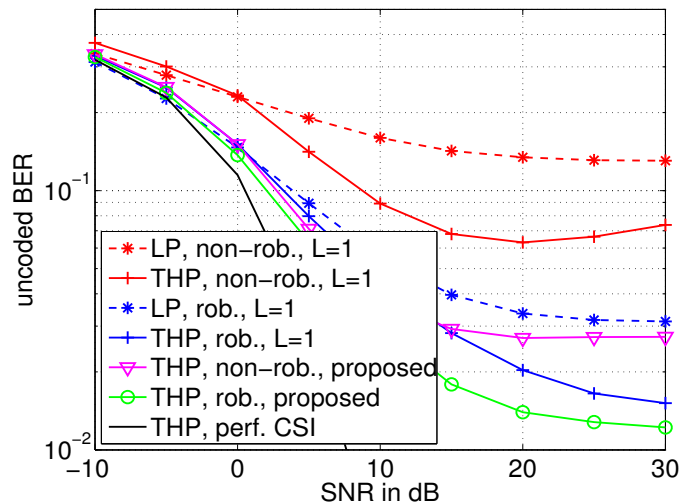


Fig. 4. BER vs. SNR para el diseño robusto THP y $v=10$ km/h.

mejorar el rendimiento en términos de BER de nuestro sistema sin sobrecargar el canal de retorno.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la Xunta de Galicia, el Ministerio de Educación y Ciencia, y los fondos FEDER de la UE, con los proyectos PGIDT06TIC10501PR, TEC2007-68020-C04-01, y la acción integrada HA2006-0112.

REFERENCES

- [1] P. Viswanath and D. N. C. Tse, "Sum Capacity of the Vector Gaussian Broadcast Channel and Uplink-Downlink Duality", *IEEE Transactions on Information Theory*, 49(8):1912–1921, August 2003.
- [2] M. Costa, "Writing on Dirty Paper", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 29, no. 3, pp. 439–441, May 1983.
- [3] M. Tomlinson, "New automatic equaliser employing modulo arithmetic", *Electronics Letters*, vol. 7, no. 5/6, pp. 138–139, March 1971.
- [4] H. Harashima and H. Miyakawa, "Matched-Transmission Technique for Channels With Intersymbol Interference", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 20, no. 4, pp. 774–780, August 1972.
- [5] R. F. H. Fischer. *Precoding and Signal Shaping for Digital Transmission*. John Wiley & Sons, 2002.
- [6] A. P. Liavas, "Tomlinson-Harashima Precoding With Partial Channel Knowledge", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 53, no. 1, pp. 5–9, January 2005.
- [7] F. A. Dietrich and W. Utschick, "Robust Tomlinson-Harashima Precoding", *Proc. of the 16th IEEE Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, Berlin, Germany, 2005.
- [8] M. Joham, P. M. Castro, L. Castedo and W. Utschick, "MMSE Optimal Feedback of Correlated CSI for Multi-User Precoding", *ICASSP*, 2008.
- [9] P. M. Castro, M. Joham, W. Utschick, and L. Castedo, "Robust MMSE linear precoding for Multiuser MISO systems with limited feedback and channel prediction", *Accepted for the IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, Cannes, 2008.
- [10] W. Jakes, "Microwave Mobile Communications", John Wiley & Sons, 1974.
- [11] *3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Spatial channel model for Multiple Input Multiple Output (MIMO) simulations (Release 6)*, 2003.
- [12] A. Gersho and R. M. Gray, "Vector Quantization and Signal Compression", Kluwer, 1993.
- [13] S. M. Kay, "Fundamentals of Statistical Signal Processing -Estimation Theory", Prentice Hall, 1993.
- [14] K. Kusume, M. Joham, W. Utschick and G. Bauch, "Cholesky Factorization with Symmetric Permutation Applied to Detecting and Precoding Spatially Multiplexed Data Streams", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 5, no. 6, pp. 3089–3103, June 2007.
- [15] P. M. Castro, M. Joham, L. Castedo, and W. Utschick, "Robust Precoding for Multi-User MISO Systems with Limited-Feedback Channels", *Proc. of IEEE/ITG Workshop on Smart Antennas*, Vienna, 2007.