

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

Ein Bose-Einstein-Kondensat als Quantenspeicher für Zwei-Teilchen-Verschränkung

Matthias G. Lettner

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Physik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.– Prof. Dr. W. Zwerger
Prüfer der Dissertation: 1. Hon.– Prof. Dr. G. Rempe
2. Univ.– Prof. Dr. R. Gross

Die Dissertation wurde am 30.06.2011 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Physik am 26.07.2011 angenommen.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt Experimente zur Speicherung von Zwei-Teilchen-Verschränkung in einem atomaren Bose-Einstein-Kondensat (BEC). Dabei wird ein einzelnes Atom in einem optischen Resonator hoher Güte zur kontrollierten Erzeugung eines einzelnen Photons verwendet, das mit den inneren Freiheitsgraden des Atoms verschränkt ist. Das Einzelphoton wird in einer optischen Faser zum BEC transportiert und dort gespeichert. Auf diese Weise entsteht Verschränkung zwischen Einzelatom und BEC. Die Speicherung des Photons geschieht in einem Schema, das auf elektromagnetisch induzierter Transparenz beruht. Da das BEC eine hohe optische Dichte besitzt und keine thermische Bewegung der Atome stattfindet, können sowohl eine hohe Effizienz des Speicherprozesses als auch lange Speicherzeiten erreicht werden. Darüber hinaus können die inneren Zustände der Atome im BEC sehr gut präpariert werden, was die Speicherung eines Qubits in den Spinzuständen der Atome mit hoher Fidelity ermöglicht. Wir weisen die Verschränkung zwischen Einzelatom und BEC nach, indem wir nach einer variablen Haltezeit das im BEC gespeicherte Photon auslesen und den Zustand des Atoms auf ein zweites Photon abbilden. Die Fidelity des so entstandenen Zwei-Photonen-Zustandes mit dem erwarteten, maximal verschränkten Singulett-Zustand beträgt 95%. Dies zeigt, dass in allen experimentellen Schritten die Verschränkung nahezu perfekt zwischen photonischen und atomaren Qubits umgewandelt wird. Die Atom-BEC-Verschränkung kann noch nach $100\ \mu\text{s}$ nachgewiesen werden. Diese Zeit übersteigt die Dauer der Einzelphotonen um 2 Größenordnungen.

Eine notwendige Voraussetzung für die erfolgreiche Durchführung dieses Experiments war eine gründliche Charakterisierung und Optimierung des Quantenspeichers. Hierzu wurden an der Stelle von Einzelphotonen abgeschwächte Laserpulse mit definierter Polarisation gespeichert. Es zeigt sich, dass selbst nach einer Speicherzeit von $800\ \mu\text{s}$ der mittlere Überlapp des ausgelesenen Polarisationszustandes mit dem Eingangszustand noch $90(2)\%$ beträgt.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1. Quanteninformationsverarbeitung	1
1.2. Quantenspeicher	2
1.3. Elektromagnetisch induzierte Transparenz	4
1.4. Die vorliegende Arbeit	5
2. Theorie	9
2.1. Speicherung von Licht mittels EIT	9
2.1.1. Pulspropagation in einem Gas von Drei-Niveau-Atomen	9
2.1.2. Speichern von Licht in atomaren Gasen	13
2.2. Charakterisierung eines Speichers für die Polarisierung von Licht	16
2.2.1. Die Polarisierung von Licht	17
2.2.2. Prozesstomographie	19
2.3. Quantifizierung von Zwei-Teilchen-Verschränkung	20
2.3.1. Rekonstruktion einer Zwei-Photonen-Dichtematrix	21
2.3.2. Verschränkungszeuge und Fidelity	22
3. Experimentelle Methoden	27
3.1. Erzeugung, Speicherung und Detektion von BECs	27
3.2. Zustandspräparation der Atome und Magnetfeldausrichtung	30
3.3. Ein Raman-Lasersystem zur Lichtspeicherung	31
3.4. Streulichtfilterung	33
3.5. Polarisationsanalyse	36
4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem BEC	39
4.1. Polarisierungserhaltendes Speichern von Laserpulsen	39
4.1.1. EIT und gespeichertes Licht in einem atomaren BEC	39
4.1.2. Maßnahmen zur Optimierung der Schreib-Lese-Effizienz	42
4.1.3. Abhängigkeit der Schreib-Lese-Effizienz von der Speicherzeit	45
4.1.4. Prinzip der Polarisierungsspeicherung	47
4.1.5. Magnetfeldstabilität	49
4.1.6. Prozesstomographie	50
4.2. Speicherung von Zwei-Teilchen-Verschränkung	52
4.2.1. Ein Einzelatom in einem optischen Resonator zur Erzeugung von Verschränkung	52
4.2.2. Experimentelle Sequenz zur Speicherung von Verschränkung	55
4.2.3. Effizienzen und Zählraten	57
4.2.4. Fidelity des Zwei-Photonen-Zustandes	58

5. Stöße und Dynamik in ultrakalten Gasen	63
5.1. Ultrakalte Quantengase	63
5.2. Kohärente Atompaar-Molekül-Oszillationen	65
5.3. Verluste erzeugen Korrelationen in einem eindimensionalen molekularen Gas	67
5.4. Optische Kontrolle einer magnetischen Feshbach-Resonanz	69
6. Ausblick	73
A. Spinwelle eines im BEC gespeicherten Einzelphotons	75
B. Statistische Methoden zur Datenanalyse	79
B.1. Schätzwert für die Fidelity	79
B.2. Likelihood-Funktion für die Fidelity	81
B.3. Numerisches Verfahren zur Rekonstruktion der Dichtematrix	83
Eigene Publikationen	100

1. Einleitung

Ein wesentlicher Grund für die Faszination, die dem Konzept der quantenmechanischen Verschränkung innewohnt, beruht auf der Tatsache, dass eine Bell-Ungleichung [Bel64, Bel87] nur von verschränkten Zuständen verletzt werden kann [Gis92]. Die Beobachtung, dass experimentelle Daten [Asp82] mit den Vorhersagen der Quantenmechanik in Einklang stehen und dabei eine Bell-Ungleichung verletzen, zeigt, dass eine lokal realistische Beschreibung der Welt wie sie unserer Alltagserfahrung entspricht, bei der Betrachtung von Quantensystemen ihre Gültigkeit verliert.

Ein anderer Grund für das große Interesse an Verschränkung ist ihre Bedeutung für die Quanteninformationsverarbeitung [Bou00]. Viele Ideen für potentielle Anwendungen von Verschränkung existieren in den Bereichen der Quantenkryptographie [Lüt09], der Quantenmetrologie [Ber01] und des Quantencomputing [Eke96]. Wir sind heute, knapp hundert Jahre nach der Einführung der Quantenmechanik, technologisch in der Lage, Verschränkung in einer Vielzahl von Laborsystemen gezielt zu erzeugen und zu beobachten. Eine konsequente Weiterentwicklung dieser Techniken könnte den Weg für neuartige Anwendungen ebnen, die unser Alltagsleben nachhaltig beeinflussen.

1.1. Quanteninformationsverarbeitung

Die Idee quantenmechanische Systeme als Plattform zur Informationsverarbeitung zu nutzen beruht auf der Erkenntnis, dass Datenmenge und Rechenzeit, die zur Simulation eines quantenmechanischen Systems auf einem herkömmlichen Computer nötig sind, exponentiell mit der Größe des betrachteten Systems skalieren. Feynman wies darauf hin, dass ein Quantensimulator, also eine ihrerseits auf Quanteneffekten beruhende Maschine, besonders gut geeignet wäre, um komplexe Quantensysteme zu simulieren [Fey82].

In Analogie zur Entwicklung klassischer Datenverarbeitungssysteme wäre der nächste logische Schritt nach der Simulation spezifischer Probleme der Bau eines universellen Quantencomputers [Deu85]. Die Rolle des klassischen Bits als kleinste Informationseinheit würde das sogenannte Qubit übernehmen. Dieses kann statt der diskreten Werte 0 und 1 jeden beliebigen Quantenzustand eines Zwei-Niveau-Systems repräsentieren. Ein Quantencomputer würde Information in Form von Qubits verarbeiten und müsste beliebige logische Operationen auf diesen ausführen können.

Die Einsatzmöglichkeiten eines universellen Quantencomputers gehen weit über Anwendungen in der Physik hinaus. Für großes Aufsehen sorgte in diesem Zusammenhang der von Shor vorgeschlagene Algorithmus zur effizienten Primfaktorzerlegung [Sho94]. Seine Implementierung auf einem Quantencomputer würde das heute vielfach zur sicheren Datenübertragung verwendete RSA-Verschlüsselungsverfahren

1. Einleitung

[Riv78] angreifbar machen.

Bis einmal derartige Möglichkeiten zur Verfügung stehen, sind allerdings noch zahlreiche technologische Herausforderungen zu meistern [Bou00]. Eine davon ist der Bau eines Speichers für Quantenzustände. Ein solcher würde benötigt werden, um wie in einem klassischen Computer Zwischenergebnisse komplexer Rechnungen abzulegen.

Während die Realisierung eines Quantencomputers momentan noch in weiter Ferne liegt, werden auf Quanteneffekten basierende Techniken bereits heute genutzt, um sensible Daten abhörsicher zu verschlüsseln [Lüt09]. Auch diese sogenannte Quantenkryptographie würde von der Realisierung eines Quantenspeichers profitieren [Gis02]. Dies erklärt sich aus der Tatsache, dass die Reichweite quantenverschlüsselter Kommunikation im Moment durch Verluste in den zur Datenübertragung verwendeten optischen Fasern begrenzt ist. Da eine direkte Verstärkung des Signals aufgrund des no-cloning-theorems [Woo82] unmöglich ist, müssten sogenannte Quantenrepeater [Bri98] eingesetzt werden. Wesentlicher Bestandteil dieser Geräte ist ein Quantenspeicher, der die Synchronisation verschiedener Teilstücke des gesamten Kommunikationsweges möglich macht.

Der konkrete Aufbau eines Quantenspeichers hängt wesentlich von der physikalischen Architektur des jeweiligen Systems zur Quanteninformationsverarbeitung ab. Ein aufgrund seiner Skalierbarkeit interessanter Ansatz, sowohl für die Realisierung eines Quantencomputers, als auch zur Quantenkryptographie, sind Quantennetzwerke [Cir97, Kim08]. Ein solches Netzwerk besteht aus ruhenden Qubits, die in den internen Zuständen von Atomen kodiert sind und über den Austausch einzelner Photonen, die als fliegende Qubits bezeichnet werden, miteinander verbunden sind.

1.2. Quantenspeicher

Ein Großteil der experimentellen Arbeiten zu Quantenspeichern konzentriert sich derzeit auf die oben beschriebenen Netzwerke. Dabei wird der Begriff Quantenspeicher je nach Anwendung sehr unterschiedlich verwendet. Wir orientieren uns im Weiteren an der Definition aus Ref. [Lvo09]. Demzufolge muss ein solches System in Photonen kodierte Qubits abspeichern und bei Bedarf wieder abgeben können. Diese Definition grenzt den Begriff Quantenspeicher gegenüber alternativen Ansätzen ab, die beispielsweise auf dem DLCZ-Protokoll [Dua01] basieren. Bei diesem Vorschlag zum Aufbau eines Quantennetzwerkes werden keine Photonen abgespeichert. Für einen Überblick über solche inhärent probabilistischen Ansätze, insbesondere im Zusammenhang mit Quantenrepeatern, sei der Leser auf Ref. [San11] verwiesen.

Ref. [Lvo09] identifiziert auch Kenngrößen zur Beurteilung der Qualität eines Quantenspeichers. Diese sind der Überlapp des ausgelesenen quantenmechanischen Zustandes mit dem ursprünglich abgespeicherten, die Erfolgswahrscheinlichkeit oder Effizienz des Speicher- und Ausleseprozesses, die maximale Speicherzeit und die Fähigkeit, gleichzeitig mehrere Qubits abzuspeichern.

Eine Analyse verschiedener Ansätze in Bezug auf diese Kriterien findet sich in Ref. [Lvo09, Ham10, Spe10]. Wir wollen im Rahmen dieses Kapitels einige Experimente herausgreifen, die in Hinblick auf die vorliegende Arbeit von besonderer Relevanz sind. Ein zentraler Punkt hierbei ist die Speicherung von Verschränkung, da dies die wesent-

liche Aufgabe eines Quantenspeichers in einem Netzwerk darstellt. Darüber hinaus ist kein klassischer Speicher, der auf einer Messung und der anschließenden Reproduktion des eingelesenen Zustandes beruht, in der Lage, Verschränkung zu speichern.

Einzelphotonen können als fliegende Qubits in einem Quantennetzwerk dienen. Um sie effizient zu speichern wird ein physikalisches System benötigt, das eine möglichst starke Kopplung zwischen Licht und den als ruhende Qubits dienenden Atomen ermöglicht [Ham10]. Der einfachste Weg, dies zu erreichen, ist die Verwendung großer Ensembles von Atomen, die gleichzeitig mit dem Lichtfeld wechselwirken.

Das erste Experiment, in dem ein verschränkter Zustand in einem solchen System abgespeichert und wieder ausgelesen werden konnte, beschreibt Ref. [Cho08]. Die Verschränkung besteht in diesem Fall zwischen zwei räumlichen Moden eines Photons. Während dies die prinzipielle Realisierbarkeit eines Quantenspeichers demonstriert, ist die gespeicherte Ein-Teilchen-Verschränkung nur von begrenztem Nutzen für viele Anwendungen der Quanteninformationsverarbeitung.

Ziel unseres Experiments war daher die Speicherung eines Photons, das Teil eines verschränkten Zwei-Teilchen-Zustandes ist. Dabei wird die Polarisation einzelner Photonen als Qubit verwendet. Gegenüber der deutlich einfacher zu handhabenden Kodierung der Qubit-Zustände in der An- bzw. Abwesenheit eines Photons besitzt diese Variante den Vorteil, dass nicht erfolgreiche Speicherversuche durch nachträgliche Selektion ignoriert werden können. Ein Quantenspeicher für solche Polarisationsqubits muss Licht mit beliebiger Polarisation speichern können und dessen Polarisationszustand nach dem Auslesen erhalten. Verschiedene Ansätze hierzu finden sich beispielsweise in Ref. [Tan09, Spe11]. In keinem dieser Experimente konnte jedoch bisher Verschränkung gespeichert werden.¹

Ein Ansatz, für den die Speicherung von Zwei-Teilchen-Verschränkung gezeigt wurde, ist das sogenannte Time-Bin-Qubit. Die Kodierung der Qubit-Zustände erfolgt hier in geringfügig unterschiedlichen Ankunftszeiten der Photonen. Zur Speicherung solcher Photonen bietet sich die Verwendung von Photon-Echo-Techniken an [dR08, Hos10]. Wenige Monate vor Veröffentlichung unserer Resultate [Let11] konnte in zwei Gruppen auf diese Weise ein Photon eines verschränkten Paares in einem dotierten Kristall abgespeichert und zu einem festgelegten Zeitpunkt wieder ausgelesen werden. Der Nachweis, dass die Verschränkung während des Speicherprozesses erhalten blieb, wurde durch die Verletzung einer Bell-Ungleichung erbracht. Die maximale Speicherzeit betrug 7 ns [Sag11] bzw. 75 ns [Cla11].

Bei der Speicherung eines Teils eines verschränkten Paares entsteht Verschränkung zwischen dem Quantenspeicher und dem verbleibenden Teil. Falls es sich dabei, wie bei dem hier vorgestellten Experiment, um ein weiteres atomares System handelt, wird Verschränkung zwischen atomaren Systemen generiert, was eine wichtige Ressource im Zusammenhang mit Quanteninformationsverarbeitung in einem Quantennetzwerk darstellt. Auf ähnliche Weise werden in Ref. [Mat06] zwei atomare Ensembles verschränkt. Andere Experimente zur Verschränkung atomarer Systeme mit Hilfe von Licht finden sich in Ref. [Jul01, Moe07, Cho07, Yua08].

¹In Ref. [Spe11] wurde im Gegensatz zu den anderen hier zitierten Arbeiten eine starke Licht-Materie-Wechselwirkung durch die Kopplung eines einzelnen Atoms an eine Mode eines optischen Resonators erreicht.

1.3. Elektromagnetisch induzierte Transparenz

Die Speicherung von Verschränkung in den hier vorgestellten Experimenten beruht auf elektromagnetisch induzierter Transparenz (EIT) [Har90]. EIT tritt auf, wenn zwei Lichtfelder, die als Signal- und Kontrollfeld bezeichnet werden, ein atomares Medium beleuchten. Sind die Frequenzen beider Felder geeignet gewählt, kommt es zu destruktiver Interferenz verschiedener Möglichkeiten, die Atome des Mediums optisch anzuregen. Die Atome befinden sich also in einem Dunkelzustand. Dadurch wird das Medium für das Signallicht transparent, während ohne das Kontrollfeld Absorption stattfindet [Har97].

In der Literatur findet sich eine große Bandbreite physikalischer Fragestellungen im Zusammenhang mit EIT [Fle05]. Wir wollen daher die historische Entwicklung des Gebietes lediglich anhand einiger wichtiger Arbeiten in Hinblick auf die Realisierung des in dieser Arbeit beschriebenen Quantenspeichers skizzieren.

Das Auftreten von Dunkelzuständen bei Beleuchtung eines atomaren Gases mit mehreren kohärenten Lichtfeldern wurde zunächst in Fluoreszenz beobachtet [Alz76]. Bei diesem, später als 'coherent population trapping' bezeichneten, Phänomen stehen die spektroskopischen Eigenschaften der Atome im Mittelpunkt [Ari96].

Bei EIT wird hingegen die Modifikation eines Lichtfeldes beim Durchgang durch ein optisch dichtes Medium unter dem Einfluss eines Kontrollfeldes betrachtet. Der Effekt wurde 1990 vorausgesagt [Har90] und kurze Zeit später experimentell beobachtet [Bol91]. Ein wichtiger Grund, warum EIT in der Folge auf ein breites Interesse stieß, ist die Tatsache, dass das Auftreten der Transparenz mit einer starken Reduktion der Gruppengeschwindigkeit von Lichtpulsen in einem Medium verbunden ist [Har92]. Dieses als 'slow light' bezeichnete Phänomen wurde wenige Jahre später experimentell nachgewiesen [Kas95, Xia95]. Die größten Pulsverzögerungen entstehen in Medien hoher optischer Dichte wie zum Beispiel ultrakalten Gasen. In einem Bose-Einstein-Kondensat (BEC) wurde eine Reduktion der Gruppengeschwindigkeit um 7 Größenordnungen gegenüber der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum erreicht [Hau99].

Eine entscheidender theoretischer Schritt in Hinblick auf den Bau EIT-basierter Quantenspeicher war der Hinweis von Fleischhauer und Lukin, dass Lichtpulse in einem EIT-Medium nicht nur verlangsamt, sondern auch abgespeichert und wieder ausgelesen werden können [Fle00]. Die Möglichkeit den Zeitpunkt des Auslesens unmittelbar zu bestimmen stellt einen konzeptionellen Vorteil von EIT gegenüber der Lichtspeicherung mittels Photon-Echo-Techniken dar, bei denen die Speicherzeit bereits vor Beginn des Experiments festgelegt werden muss.

Experimentell wurde die Speicherung von Licht kurze Zeit später in verschiedenen Gruppen in Dampfzellen [Phi01], einem BEC [Liu01] bzw. Atomen, die in einen Wirtskristall eingebettet sind [Tur01], beobachtet. In diesen frühen Arbeiten wurden klassische Lichtpulse gespeichert. Eine wichtige Eigenschaft von EIT ist jedoch, dass dabei zwischen dem abgespeicherten und ausgelesenen Lichtfeld eine feste Phasenbeziehung besteht [Mai02].

Wie in Kap. 1.2 erwähnt, können in einem Quantennetzwerk einzelne Photonen als Informationsträger verwendet werden. Ein wichtiger Schritt zur Realisierung eines Quantenspeichers war daher die Speicherung einzelner Photonen und der Nachweis, dass der Einzelphotonencharakter auch nach dem Auslesen erhalten bleibt [Eis05,

Cha05]. In der Folge konnte schließlich die Verschränkung zweier atomarer Ensembles [Mat06] und die Speicherung von Verschränkung zwischen räumlichen Moden eines Photons [Cho08] gezeigt werden.

Einen anderen Ansatz zur Speicherung nichtklassischer Eigenschaften von Licht verfolgen Ref. [App08, Hon08]. Hier wurden sogenannte gequetschte Zustände in langsamem und gespeichertem Licht realisiert.

Neben der grundsätzlichen Eignung von EIT zur Speicherung von Quantenzuständen galt ein wachsendes Interesse den maximal erreichbaren Schreib-Lese-Effizienzen und Speicherzeiten. Bezüglich der Effizienz führten ausführliche theoretische [Gor07a, Gor07b] und experimentelle [Nov07a, Nov07b] Untersuchungen in Dampfzellen zu Werten von bis zu 48%.

Die maximale Speicherzeit dieser Experimente war durch interatomare Stöße und Stöße mit der Gefäßwand auf wenige μs begrenzt. Durch Verwendung eines BECs konnte hingegen eine $1/e$ -Zeit der Schreib-Lese-Effizienz von 0.5s gezeigt werden [Zha09]. Ähnliche Werte wurden mit Hilfe gekühlter Atome in einem optischen Gitter erreicht [Sch09, Dud11]. Die längste gemessene $1/e$ -Speicherzeit beträgt 2.3s in einem dotierten Kristall [Lon05]. Es muss jedoch erwähnt werden, dass bei allen vier Experimenten die maximale Schreib-Lese-Effizienz bei wenigen Prozent lag. Darüber hinaus wurden in diesen Arbeiten klassische Lichtpulse jedoch keine Qubits gespeichert.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die EIT-basierte Lichtspeicherung einen sehr vielversprechenden Ansatz zur Realisierung eines Quantenspeichers bietet [Kim08]. Theoretisch sollte eine perfekte Speicherung von Quantenzuständen möglich sein. Auch konnten bisher keine fundamentalen Grenzen für die erreichbaren Schreib-Lese-Effizienzen und Speicherzeiten identifiziert werden. Nichtsdestotrotz gilt es bis zu einer realen Anwendung in Quantennetzwerken noch einige Herausforderungen zu meistern. Beispielsweise konnte bisher noch kein Experiment die Speicherung eines Quantenzustandes mit den oben erwähnten hohen Schreib-Lese-Effizienzen und langen Speicherzeiten kombinieren. Abgesehen von der bloßen Realisierung eines Speichers stellt auch die Anknüpfung an andere Komponenten eines Quantennetzwerkes eine nicht zu unterschätzende Herausforderung dar.

1.4. Die vorliegende Arbeit

Im Rahmen dieser Doktorarbeit wurde experimentell die Speicherung von Zwei-Teilchen-Verschränkung mit Hilfe von EIT in einem BEC demonstriert [Let11]. Abb. 4.11 zeigt schematisch den experimentellen Aufbau.

Zunächst wird ein einzelnes Photon mit Hilfe eines einzelnen Atoms, das an einen optischen Resonator gekoppelt ist, erzeugt. Durch die Wahl geeigneter atomarer Übergänge entsteht bei diesem Vorgang Verschränkung zwischen der Polarisation des Photons und den inneren Freiheitsgraden des Atoms. Das Photon gelangt in einer 30m langen optischen Faser zum BEC und wird dort gespeichert. Der Polarisationszustand des Photons wird dabei auf den internen Zustand des BECs abgebildet, was zu Verschränkung zwischen Atom und BEC führt. Nach einer frei wählbaren Speicherzeit wird das Photon aus dem Speicher ausgelesen und die Zwei-Teilchen-Verschränkung nachgewiesen. Das vorgestellte Experiment erfüllt damit nicht nur die

1. Einleitung

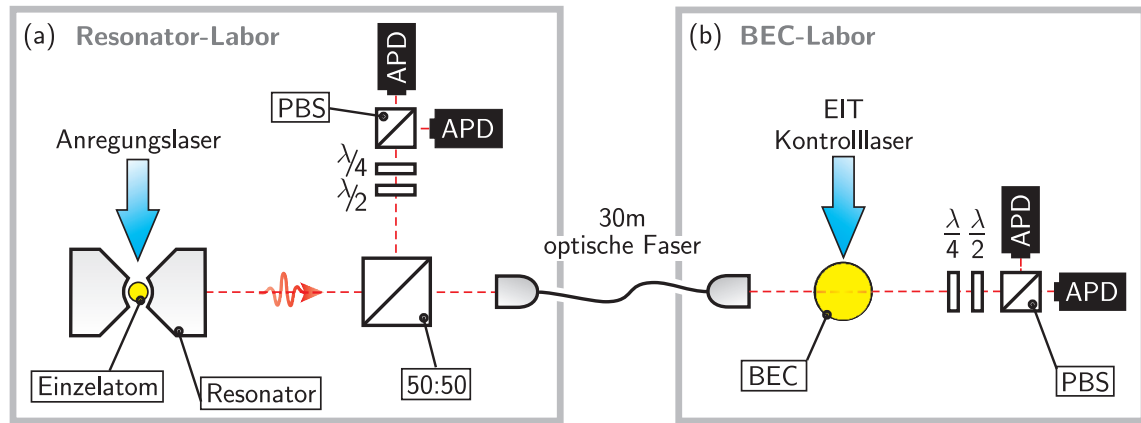


Abbildung 1.1.: Experimenteller Aufbau zur Speicherung von Zwei-Teilchen-Verschränkung. (a) Ein einzelnes Atom in einem optischen Resonator dient als Quelle für Verschränkung, (b) ein BEC dient als Quantenspeicher. Beide Apparaturen befinden sich in unterschiedlichen Labors und sind über eine 30 m lange optische Faser verbunden. Einzelne Photonen, die im Resonator erzeugt wurden, gelangen über einen nicht polarisierenden Strahlteiler (50:50) entweder in einen Aufbau zur Polarisationsdetektion oder zum BEC. Dort werden die Photonen gespeichert und nach dem Auslesen in einem zweiten Detektionsaufbau detektiert.

Kriterien eines Quantenspeichers [Lvo09], sondern realisiert auch die Einbettung eines solchen Systems in ein rudimentäres Quantennetzwerk. Alle experimentellen Schritte von der Verschränkungserzeugung im Atom-Resonator-System über die Speicherung der Einzelphotonen bis zum Nachweis der Verschränkung beruhen auf im Prinzip deterministischen Prozessen, was einen konzeptionellen Vorteil gegenüber anderen Experimenten darstellt, in denen inhärent probabilistische Protokolle zum Einsatz kamen [Mat06, Moe07, Cho07, Yua08].

Die Verwendung eines BECs als Speichermedium ermöglicht eine sehr hohe Qualität unseres Quantenspeichers. Der Überlapp des gespeicherten und ausgelesenen Zustandes mit dem angestrebten maximal verschränkten Zustand beträgt für kurze Speicherzeiten 95%. Die Abweichung dieses Wertes von 1 ist hierbei auf die Präparation des Zustandes zurückzuführen. Verschränkung konnte noch nach einer Speicherzeit von $100 \mu\text{s}$ nachgewiesen werden.

Zur Durchführung dieses Experiments, musste zunächst der Quantenspeicher charakterisiert und optimiert werden. Um zu bestimmen, wie gut der Polarisationszustand von Licht bei der Speicherung erhalten bleibt, wurden kohärente Laserpulse mit definierter Polarisation abgespeichert und die Polarisation des ausgelesenen Lichts analysiert. Diese Messungen zeigen, dass selbst nach einer Speicherzeit von $800 \mu\text{s}$ der mittlere Überlapp des ausgelesenen Polarisationszustandes mit dem Eingangszustand noch $90(2)\%$ beträgt. Darüber hinaus wurde eine maximal erreichte Effizienz der Lichtspeicherung von $53(5)\%$ und eine $1/e$ -Zerfallszeit von $600 \mu\text{s}$ erreicht.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt. In Kapitel 2 werden zunächst einige theoretische Grundlagen zur Lichtspeicherung mit Hilfe von EIT sowie zur Charakterisierung von Verschränkung erläutert. Kapitel 3 beschreibt den experimentellen Aufbau. Kapitel 4 liefert schließlich eine detaillierte Beschreibung der Messungen zur Speicherung von Verschränkung. Darüber hinaus wurden im Rahmen dieser Arbeit auch eine Reihe von Experimenten durchgeführt, die sich mit den Eigenschaften ultrakalter Gase beschäftigten [Sya07, Sya08, Dür09a, Dür09b, Gar09, Bau09a, Bau09b]. Die Ergebnisse dieser Arbeiten sind in früheren Dissertationsschriften ausführlich dargestellt [Sya08a, Bau09a] und werden in Kapitel 5 daher nur kurz zusammengefasst. Die Arbeit schließt mit einem Ausblick in Kapitel 6.

2. Theorie

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die theoretischen Grundlagen der in dieser Arbeit vorgestellten Experimente. Kap. 2.1 beschäftigt sich mit der Speicherung einzelner Photonen in einem Gas ultrakalter Atome. Durch eine Erweiterung des Speicherschemas gelingt es, auch den Polarisationszustand eines Photons abzuspeichern und auszulesen. Die Analyse dieses Prozesses ist Thema von Kap. 2.2. Die von uns abgespeicherten Photonen sind jeweils Bestandteil eines quantenmechanisch verschränkten Paares. Kap. 2.3 thematisiert die Detektion von Verschränkung im Experiment. Dabei wird sowohl die volle Rekonstruktion des Zwei-Photonen-Zustandes als auch der Nachweis der Verschränkung über einen Verschränkungszeugen erläutert.

2.1. Speicherung von Licht mittels elektromagnetisch induzierter Transparenz

Elektromagnetisch induzierte Transparenz (EIT) bezeichnet die Unterdrückung der Absorption eines Lichtfeldes in einem Medium durch Einstrahlen eines zusätzlichen Lichtfeldes, das Kontrollfeld genannt wird. Neben der Transmission ändern sich dabei auch die dispersiven Eigenschaften des Mediums. So gelingt es beispielsweise, einen Lichtpuls von mehreren hundert Metern Länge auf wenige Mikrometer zu komprimieren (Kap. 2.1.1). Eine geschickte zeitliche Variation des Kontrolllichts erlaubt es weiterhin, den Puls im Medium abzuspeichern und zu einem späteren Zeitpunkt wieder auszulesen, wie in Kap. 2.1.2 beschrieben. Die Ausführungen des gesamten Kapitels orientieren sich im Wesentlichen an den Referenzen [Fle05, Fle02].

2.1.1. Pulspropagation in einem Gas von Drei-Niveau-Atomen

Wir betrachten das in Abb. 2.1 skizzierte Niveauschema, das drei Energieeigenzustände eines Atoms in Λ -Konfiguration zeigt. Die Grundzustände $|1\rangle$ und $|2\rangle$ sind langlebig, während der angeregte Zustand $|3\rangle$ mit den Raten Γ_{31} bzw. Γ_{32} durch spontane Emission in die Grundzustände zerfällt. Ein Kontrolllaserfeld mit Kreisfrequenz ω_c koppelt die Niveaus $|2\rangle$ und $|3\rangle$. Betrachtet wird die Propagation eines Signalfeldes mit Kreisfrequenz ω_p nahe des Übergangs $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$. Gemäß Abb. 2.1 definieren wir die Verstimmungen von Signal- und Kontrolllicht sowie die Zwei-Photonen-Verstimmung.

$$\Delta_p = \omega_p - \omega_{13}, \quad \Delta_c = \omega_c - \omega_{23}, \quad \delta_2 = \Delta_p - \Delta_c \quad (2.1)$$

ω_{ij} bezeichnet jeweils die Kreisfrequenz des Übergangs $|i\rangle \leftrightarrow |j\rangle$. Die Kopplung eines Lichtfeldes an das Atom kann durch die Rabi-Frequenz $\Omega = \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\epsilon} \mathcal{E} / \hbar$ ausgedrückt werden, wobei $\boldsymbol{\mu}$ das Dipolmatrixelement des Übergangs, \mathcal{E} die komplexe Amplitude und

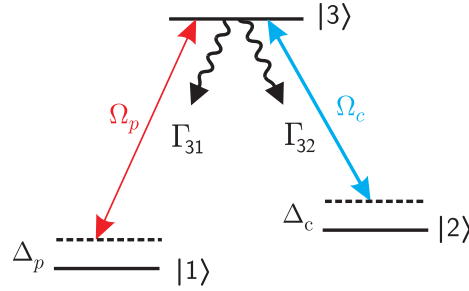


Abbildung 2.1.: In einem Drei-Niveau-Atom koppelt ein starkes Kontrollfeld mit Rabi-frequenz Ω_c und Verstimmung Δ_c die Zustände $|2\rangle$ und $|3\rangle$. Ein schwaches Signalfeld mit Rabi-frequenz Ω_p und Verstimmung Δ_p treibt den Übergang $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$. Wir definieren weiterhin die Zwei-Photonen-Verstimmung $\delta_2 = \Delta_p - \Delta_c$. Population im Zustand $|3\rangle$ zerfällt spontan mit den Raten Γ_{31} bzw. Γ_{32} in die Grundzustände.

ϵ den Polarisationsvektor des elektrischen Feldes bezeichnen. Die Rabi-frequenzen von Signal- und Kontrolllicht werden gemäß den englischen Bezeichnungen 'probe' und 'control' Ω_p und Ω_c genannt. In einem rotierenden Bezugssystem unter Anwendung der 'rotating wave approximation' ergibt sich der Hamiltonian [Fle05]

$$H = -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Omega_p^* \\ 0 & 2\delta_2 & \Omega_c^* \\ \Omega_p & \Omega_c & 2(\delta_2 + \Delta_c) \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Der normierte Zustand

$$|D\rangle \propto \Omega_c|1\rangle - \Omega_p|2\rangle \quad (2.3)$$

ist offensichtlich ein Eigenzustand von Gl. (2.2) für $\delta_2 = 0$.

In einem typischen EIT-Experiment ist anfangs die gesamte Population im Zustand $|1\rangle$ präpariert und es liegen keine Lichtfelder an. Einschalten des Kontrolllichts koppelt die unbesetzten Niveaus $|2\rangle$ und $|3\rangle$. Die Population verbleibt also im Zustand $|1\rangle$. Für $\Omega_p = 0$ ist $|1\rangle$ identisch mit $|D\rangle$. Dringt nun ein Signalpuls mit hinreichend langsamer Variation der Amplitude in das Medium ein, folgt die Population adiabatisch dem Zustand $|D\rangle$. Letzterer besitzt keinen Überlapp mit dem elektronisch angeregten Zustand $|3\rangle$, ist also ein Dunkelzustand. Der Signalpuls wird damit nicht im Medium absorbiert, man spricht von elektromagnetisch induzierter Transparenz. Sofern die Zwei-Photonen-Resonanzbedingung $\delta_2 = 0$ erfüllt ist, ist dieses Verhalten unabhängig von Δ_c und Ω_c . Die relative Phase der Zustände $|1\rangle$ und $|2\rangle$ in Gl. (2.3) ist durch die relative Phase der Lichtfelder festgelegt. Folglich kann eine schnelle Änderung der relativen Phase von Signal- und Kontrolllicht die Adiabasie verletzen. Im Experiment muss Sorge getragen werden, dass diese Phase hinreichend stabil bleibt.

Um die Propagation eines Signalpulses in einem Medium der Teilchendichte ρ zu beschreiben, ist es sinnvoll die elektrische Suszeptibilität χ zu untersuchen. Unter Berücksichtigung der gesamten spontanen Zerfallsrate Γ des angeregten Zustandes, liefert adiabatische Elimination der schwach besetzten Zustände $|2\rangle$ und $|3\rangle$ einen

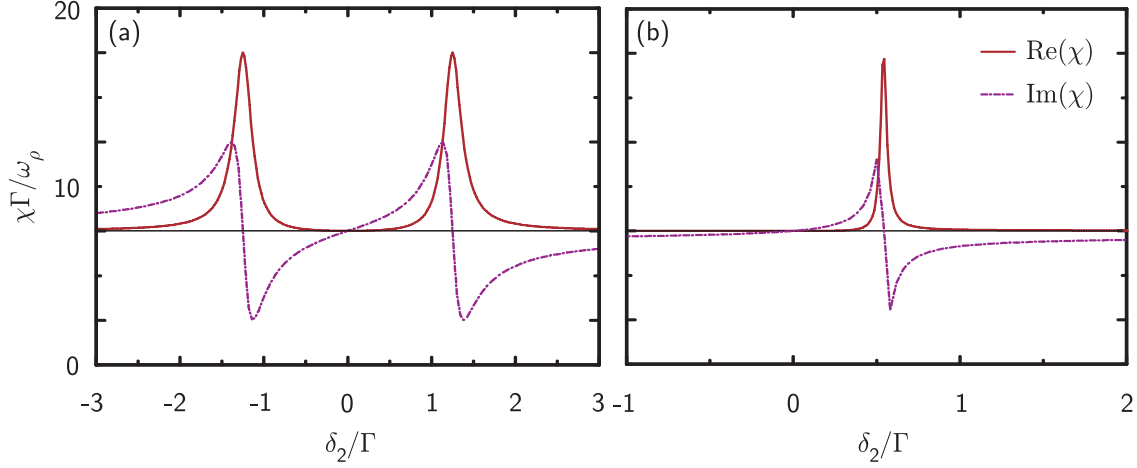


Abbildung 2.2.: Suszeptibilität χ als Funktion der Zwei-Photonen-Verstimmung δ_2 für $|\Omega_c| = 5\Gamma$ und (a) $\Delta_c = 0$ bzw. (b) $\Delta_c = 10\Gamma$. Man beachte die unterschiedliche Skalierung der Abszisse in beiden Graphen. Bei $\delta_2 = 0$ ist $\chi = 0$ und die Steigung von $\text{Re}(\chi)$ ist positiv. Ein Signalpuls erfährt hier normale Dispersion und kann somit verlangsamt und beim Eintritt ins Medium komprimiert werden.

Ausdruck für die lineare Suszeptibilität [Fle05]¹

$$\chi = \omega_e \left[\frac{4\delta_2(|\Omega_c|^2 - 4\delta_2(\Delta_c + \delta_2))}{(|\Omega_c|^2 - 4\delta_2(\Delta_c + \delta_2))^2 + (2\delta_2\Gamma)^2} + i \frac{8\delta_2^2\Gamma}{(|\Omega_c|^2 - 4\delta_2(\Delta_c + \delta_2))^2 + (2\delta_2\Gamma)^2} \right]. \quad (2.4)$$

Dabei verwenden wir die Abkürzung

$$\omega_e = \frac{\varrho |\boldsymbol{\mu}_{13}|^2}{\epsilon_0 \hbar} \quad (2.5)$$

wobei $\boldsymbol{\mu}_{13}$ das Dipolmatrixelement des Signalübergangs bezeichnet. Eine in Ref. [Fle05] zusätzlich berücksichtigte Dephasierung der Grundzustände ist auf den für uns relevanten Zeitskalen zu vernachlässigen.

Wir diskutieren einige Eigenschaften dieses Ausdrucks anhand zweier Spezialfälle. Abb. 2.2 zeigt Real- und Imaginärteil von χ als Funktion von δ_2 für (a) $\Delta_c = 0$ und (b) $|\Delta_c| \gg \Gamma$. Zunächst fällt auf, dass χ für $\delta_2 = 0$ in beiden Fällen verschwindet. Dies entspricht einem Brechungsindex von $n = \sqrt{1 + \chi}$ von 1. Insbesondere ist $\text{Im}(\chi) = 0$. Das Medium erscheint also transparent auf Zwei-Photonen-Resonanz, wie bereits erwähnt. Die Maxima des Imaginärteils fallen mit den weiteren Nullstellen von $\text{Re}(\chi)$ zusammen. Gemäß Gl. (2.4) liegen sie bei

$$\delta_2^\pm = -\frac{1}{2} \left(\Delta_c \pm \sqrt{\Delta_c^2 + |\Omega_c|^2} \right). \quad (2.6)$$

Die obigen Feststellungen gelten für monochromatische also zeitlich unendlich ausgedehnte Lichtfelder. Aufgrund des Fourier-Limits sind die typischen Breiten der zeitlichen Einhüllenden τ_p und die der Frequenzverteilung $\Delta\omega_p$ eines Signalpulses jedoch

¹Das in Ref.[Fle05] angegebene Vorzeichen von $\text{Re}(\chi)$ ist vermutlich ein Druckfehler.

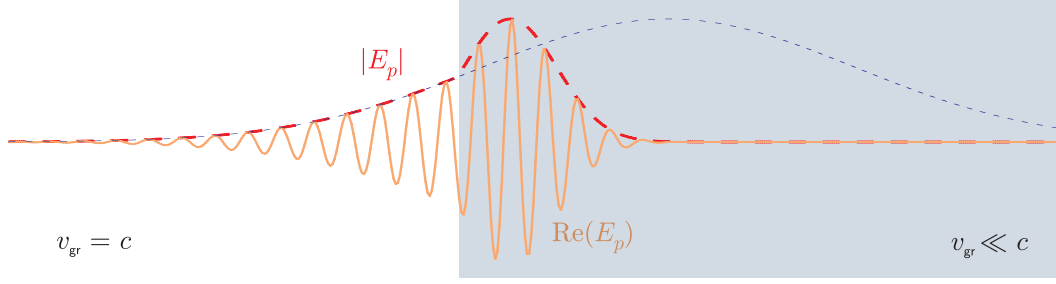


Abbildung 2.3.: Realteil und Betrag des elektrischen Feldes E beim Übergang eines Pulses in ein EIT-Medium. Die Phasengeschwindigkeit bleibt gleich. Die Einhüllende des elektrischen Feldes bewegt sich jedoch mit der Gruppengeschwindigkeit $v_{gr} \ll c$ im Medium. An der Grenzfläche wird der Puls im Vergleich zur Propagation im Vakuum (blau gestrichelte Linie) räumlich um einen Faktor v_{gr}/c komprimiert.

über $\tau_p \Delta\omega_p \geq 1$ miteinander verknüpft. Wir müssen daher den Verlauf von χ in einem endlichen Bereich um die Zwei-Photonen-Resonanz untersuchen.

Um ein Frequenzfenster zu definieren, in dem nur geringe Absorption auftritt, nähern wir $\text{Im}(\chi)$ um $\delta_2 = 0$ quadratisch. Man erhält für die Transmission der Signalintensität durch ein Medium der Länge L

$$T = \exp(-k_p L \text{Im}(\chi)) \approx \exp\left(-\frac{4\delta_2^2}{\Delta\omega_{\text{trans}}^2}\right), \quad \Delta\omega_{\text{trans}} = \frac{|\Omega_c|^2}{\sqrt{\Gamma_{31}\Gamma} \cdot OD_{\text{cyc}}}. \quad (2.7)$$

Die Transmission fällt im Bereich der Zwei-Photonen-Resonanz in Form eines Gauß ab, dessen volle Halbwertsbreite $\Delta\omega_{\text{trans}}\sqrt{\ln 2}$ beträgt. Dabei bezeichnet $OD_{\text{cyc}} = \rho\sigma_{\text{cyc}}L$ die optische Dichte des Mediums für einen geschlossenen Übergang, $\sigma_{\text{cyc}} = 3\lambda^2/2\pi$ den resonanten Streuquerschnitt der Atome und $\lambda = 2\pi/k_p$ die Wellenlänge des Signallichts.

Ein Signalpuls, der im Frequenzraum eng um die Zwei-Photonen-Resonanz lokalisiert ist ($\Delta\omega_p \ll \Delta\omega_{\text{trans}}$), propagiert ohne nennenswerte Absorption im Medium. Da innerhalb des Transmissionsfensters der Brechungsindex $n \approx 1$ ist, kann auch Reflexion an der Grenzfläche vernachlässigt werden [Fle02]. Die Amplitude des elektrischen Feldes bleibt also beim Eintritt ins Medium erhalten. Auch die Wellenlänge ändert sich nicht, wie in Abb. 2.3 skizziert.

Die Gruppengeschwindigkeit des Pulses hingegen v_{gr} kann sehr viel kleiner als die Vakuumlichtgeschwindigkeit c werden, falls $d\text{Re}(\chi)/d\omega_p$ groß ist. Dieser Effekt wird als 'slow light' bezeichnet. Experimentell wurde eine Reduktion der Gruppengeschwindigkeit um 7 Größenordnungen gegenüber c gezeigt [Hau99]. Konkret ergibt sich aus Gl. (2.4) [Fle05]

$$v_{gr} \approx \frac{|\Omega_c|^2}{\rho\sigma_{\text{cyc}}\Gamma_{31}}, \quad (v_{gr} \ll c). \quad (2.8)$$

Aufgrund der reduzierten Gruppengeschwindigkeit wird der Puls beim Durchgang durch ein Medium der Länge L um die Zeit [Fle05]

$$\tau_d = L \left(\frac{1}{v_{gr}} - \frac{1}{c} \right) = \frac{OD_{\text{cyc}}\Gamma_{31}}{|\Omega_c|^2} \quad (2.9)$$

verzögert. Da sich die zeitliche Form des Pulses dabei nicht ändert, wird er beim Eintritt ins Medium räumlich um einen Faktor v_{gr}/c entlang seiner Propagationsrichtung komprimiert und entsprechend beim Austritt wieder gestreckt (siehe Abb. 2.3).

2.1.2. Speichern von Licht in atomaren Gasen

In der bisherigen Betrachtung wurde ein EIT-Medium unter dem Einfluss eines zeitlich konstanten Kontrollfeldes untersucht. Einen Lichtpuls abzuspeichern und zu einem späteren Zeitpunkt wieder auszulesen wird in einem solchen System allerdings erst möglich, wenn wir eine zeitliche Variation von Ω_c zulassen.

Verringert man die Kontrollintensität während ein Lichtpuls im Medium propagiert, verkleinert sich seine Gruppengeschwindigkeit gemäß Gl. (2.8). Gleichzeitig zeigt Gl. (2.7), dass sich das EIT-Transmissionsfenster verkleinert. Wir wenden uns zunächst der Frage zu, ob der Puls in der Folge absorbiert wird. Man stellt fest, dass die räumliche Form des Pulses bei der Verkleinerung von Ω_c erhalten bleibt, der Puls jedoch durch die kleinere Gruppengeschwindigkeit zeitlich gestreckt wird. Seine spektrale Breite verringert sich dabei gemäß [Fle02]

$$\Delta\omega_p(t) \propto v_{gr}(t) \propto |\Omega_c(t)|^2. \quad (2.10)$$

Da nach Gl. (2.7) $\Delta\omega_{trans}(t) \propto |\Omega_c(t)|^2$ gilt, bleibt das Verhältnis $\Delta\omega_p(t)/\Delta\omega_{trans}(t)$ konstant. Somit befindet sich das Spektrum des Pulses immer innerhalb des momentanen Transmissionsfensters, sofern dies beim Eintritt ins Medium der Fall war [Fle02].

Ein Signalpuls kann also im Grenzfall $\Omega_c \rightarrow 0$ zum Stillstand gebracht werden, ohne dass Absorption auftritt. Erhöht man zu einem späteren Zeitpunkt die Kontrollintensität wieder, erhöht sich auch v_{gr} .

Wir wollen diesen Prozess näher beleuchten und interessieren uns insbesondere für den Fall, in dem der zu speichernde Puls genau ein Photon enthält. Zu diesem Zweck quantisieren wir das Lichtfeld des Signalpulses.² Wir betrachten zunächst Signal- und Kontrollfelder, die innerhalb eines Quantisierungsvolumens V durch ebene Wellen mit konstanter Amplitude gegeben sind. Der Operator für das elektrische Feld der Signalmode lautet [CT92]

$$\hat{\mathbf{E}}_p(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\epsilon}_p \sqrt{\frac{\hbar\omega_p}{2\varepsilon_0}} \hat{a}_p \phi_p(\mathbf{r}) + \text{H.c.} \quad (2.11)$$

Dabei bezeichnet $\boldsymbol{\epsilon}_p$ den Polarisationsvektor des Signalfeldes.

$$\hat{a}_p = \sum_{\mathbf{k}} \langle \phi_p | \mathbf{k} \rangle \hat{a}_{\mathbf{k}} \quad (2.12)$$

vernichtet ein Photon in der normierten Wellenfunktion $\phi_p(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k}_p \mathbf{r})/\sqrt{V}$, wobei $\hat{a}_{\mathbf{k}}$ der bosonische Vernichter für ein Photon mit Wellenvektor \mathbf{k} ist. Der n -Photonen-Fock-Zustand entsteht aus dem Vakuumzustand $|\text{vac}\rangle$, der keine Photonen enthält durch $|n\rangle_{\text{ph}} = (1/\sqrt{n!})(\hat{a}^\dagger)^n |\text{vac}\rangle$.

²Um das gekoppelte System aus Signallicht und Atomen zu beschreiben, wird in [Fle00] ein System eindimensionaler Maxwell-Bloch-Gleichungen gelöst. Dazu ist es streng genommen nicht nötig, das Signalfeld zu quantisieren. Allerdings wird mit der Quantisierung eine Beschreibung möglich, bei der das System in einem Dunkelzustand adiabatisch der Variation des Kontrolllichts folgt.

2. Theorie

Für das Kontrollfeld bleiben wir bei der Beschreibung durch die komplexe Rabi-Frequenz

$$\Omega_c(\mathbf{r}) = \Omega_0 \exp(i\mathbf{k}_c \mathbf{r}), \quad \Omega_0 = \frac{\boldsymbol{\mu}_{23} \boldsymbol{\epsilon}_c}{\hbar} \mathcal{E}_c. \quad (2.13)$$

Für ein Medium, das N gut lokalisierte Teilchen an den unterschiedlichen Orten $\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N$ enthält, lautet der Hamiltonian im Wechselwirkungsbild [Fle02]

$$\tilde{H} = -\frac{\hbar}{2} \sum_{j=1}^N \left(\boldsymbol{\mu}_{13} \boldsymbol{\epsilon}_p \sqrt{\frac{2\omega_p}{\hbar \epsilon_0}} \hat{a}_p \phi_p(\mathbf{r}_j) |3\rangle_j \langle 1|_j + \Omega_c(\mathbf{r}_j) |3\rangle_j \langle 2|_j \right) + \text{H.c.} \quad (2.14)$$

Hierbei bezeichnet $|i\rangle_j$, $i \in \{1, 2, 3\}$ den internen Zustand von Atom j . In Gl. (2.14) wurde die 'rotating wave approximation' angewendet und der Übersichtlichkeit halber $\Delta_c = \delta_2 = 0$ gesetzt.

\tilde{H} besitzt analog zu Gl. (2.2) Dunkelzustände, also Eigenzustände, die keinen Anteil des angeregten Zustandes $|3\rangle$ enthalten. Für den Fall einer einzelnen Anregung, die entweder als Signalphoton oder als einzelnes Atom im Zustand $|2\rangle$ vorliegen kann, findet man [Fle02]

$$|\tilde{D}\rangle = \frac{1}{\sqrt{|\Omega_0|^2 + 4g^2N}} \left(\Omega_0 |\tilde{1}\rangle \otimes |1\rangle_{\text{ph}} - 2g\sqrt{N} |\tilde{2}\rangle \otimes |0\rangle_{\text{ph}} \right) \quad (2.15)$$

mit der Kopplungsstärke des Signalfeldes an den Übergang $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$

$$g = \boldsymbol{\mu}_{13} \boldsymbol{\epsilon}_p \sqrt{\frac{\omega_p}{2\hbar \epsilon_0 V}}. \quad (2.16)$$

Der Vielteilchenzustand $|\tilde{2}\rangle$ entsteht aus $|\tilde{1}\rangle$ durch Absorption eines Photons aus der Signalmode und stimulierte Emission in die Mode des Kontrollstrahls.

$$|\tilde{1}\rangle = \bigotimes_{j=1}^N |1\rangle_j, \quad |\tilde{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^N \exp[i(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_c) \mathbf{r}_j] |2\rangle_j \otimes \bigotimes_{k=1, k \neq j}^N |1\rangle_k \quad (2.17)$$

Da es sich bei den Grundzuständen $|1\rangle$ und $|2\rangle$ häufig um unterschiedliche Spin-zustände eines Atoms handelt, wird der Zustand $|\tilde{2}\rangle$ in der Literatur auch als Spinwelle bezeichnet.

In dem beschriebenen System kann nun auf die folgende Weise ein Speicher- und Ausleseprozess realisiert werden. $|\tilde{D}\rangle$ ist die kohärente Überlagerung eines Zustandes, bei dem sich ein Signalphoton im Medium befindet, mit einem Zustand, der eine atomare Anregung aber kein Signalfeld mehr enthält. Das relative Gewicht beider Teile ist durch die Kontrollintensität bestimmt. Falls sich die Kontrollintensität langsam ändert,

$$d\Omega_0/dt \ll g^2N, \quad (2.18)$$

folgt das System adiabatisch [Fle02].

Führt man Ω_0 adiabatisch zu 0, dann folgt aus Gl. (2.15), dass das elektrische Feld des Signalphotons verschwindet und das Medium im Zustand $|\tilde{2}\rangle$ verbleibt. Der

Phasenverlauf des Signallichts relativ zum Kontrolllicht liegt nun nach Gl. (2.17) als Phase der atomaren Anregung vor.

Dieser Speichervorgang ist reversibel. Wird nämlich die Kontrollintensität nach einer bestimmten Zeit adiabatisch erhöht, entsteht nach Gl. (2.15) wieder Population in der ursprünglichen Signalmode. Dabei liefert die im Medium vorhandene Spinwelle zusammen mit dem Kontrolllicht die Information über den Phasenverlauf und damit die ursprüngliche Richtung des Signalpulses.

Im Experiment ist das Signallicht nicht wie bisher angenommen eine ebene Welle, sondern ein zeitlich begrenzter Puls, der im Medium propagiert und abgespeichert wird. Ref. [Fle00, Fle02] zeigen, dass ein Signalpuls, der hinreichend langsam in der Zeit variiert, keine Absorption erfährt. Er propagiert als Anregung im Zustand $|\tilde{D}\rangle$ mit der aus Gl. (2.8) bekannten Gruppengeschwindigkeit im Medium, wobei die Form des Zustandes $|\tilde{2}\rangle$ durch den Signalpuls bestimmt wird. Die notwendige langsame Variation des Signallichts entspricht dabei gerade der bereits bekannten Bedingung für die spektrale Breite des Pulses $\Delta\omega_p \ll \Delta\omega_{\text{trans}}$ [Fle02].

Die in dieser Arbeit vorgestellten Experimente verwenden darüber hinaus ein BEC als Medium. Anhang A stellt eine Rechnung vor, die die Atome in zweiter Quantisierung behandelt und den Fall räumlich inhomogener Lichtfelder mit einschließt (siehe auch Ref. [Jbu02]). Man erhält formal den gleichen Ausdruck für den Dunkelzustand wie in Gl. (2.15) mit den neuen Vielteilchenzuständen

$$|\tilde{1}\rangle_{\text{BEC}} = |N, 0\rangle, \quad |\tilde{2}\rangle_{\text{BEC}} = |N - 1, 1\rangle \quad (2.19)$$

und

$$g = \kappa \sqrt{\int d\mathbf{r} \left| \frac{\phi_p(\mathbf{r})}{u(\mathbf{r})} \psi_1(\mathbf{r}) \right|^2}, \quad \kappa = \mu_{13} \epsilon_p \sqrt{\frac{\omega_p}{2\hbar\epsilon_0}}. \quad (2.20)$$

Die erweiterte Fock-Notation $|N_1, N_2\rangle$ bezeichnet einen Zustand, der jeweils N_i Teilchen im internen Zustand $|i\rangle$ und der räumlichen Mode $\psi_i(\mathbf{r})$ besitzt. $u(\mathbf{r}) = \Omega_c(\mathbf{r})/\Omega_0$ beschreibt die räumliche Verteilung des Kontrolllichts. Für $\phi_p(\mathbf{r})$ lassen wir beliebige normierte Wellenfunktionen zu. Ein Dunkelzustand existiert natürlich nur, falls das Medium vollständig vom Kontrolllicht beleuchtet wird, also überall $u(\mathbf{r}) \neq 0$ gilt.

Die räumliche Mode $\psi_1(\mathbf{r})$ der Teilchen im Zustand $|1\rangle$ ist durch die Präparation des BEC gegeben. Für die Wellenfunktion des Anteils im Zustand $|2\rangle$ gilt dann

$$\psi_2(\mathbf{r}) = \frac{\kappa}{g} \frac{\phi_p(\mathbf{r})}{u(\mathbf{r})} \psi_1(\mathbf{r}). \quad (2.21)$$

Im Falle ebener Wellen erhalten wir analog zu Gl. (2.17)

$$\psi_2(\mathbf{r}) = \psi_1(\mathbf{r}) \exp[i(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_c)\mathbf{r}] \quad (2.22)$$

und g aus Gl. (2.16).

Gl. (2.22) zeigt, dass mit dem beschriebenen Speicherschema die Richtungsinformation eines Signalpulses im Medium kodiert und wieder abgerufen werden kann. Im Idealfall bleibt auch die Energie des Pulses erhalten. Um dies zu quantifizieren, definieren wir die Schreib-Lese-Effizienz $\eta = E^{\text{out}}/E^{\text{in}}$ als die Energie eines Pulses nach

Abspeichern und Auslesen E^{out} bezogen auf die Energie des ursprünglichen Pulses E^{in} .

Ein Signalpuls kann selbstverständlich nur dann vollständig in eine atomare Anregung konvertiert werden, wenn er sich während des Abspeicherns gänzlich innerhalb des Mediums befindet. Durch die Verringerung der Gruppengeschwindigkeit kann ein Signalpuls der räumlichen Länge $l = \tau_p c$ im Vakuum vollständig in das EIT-Medium der Länge L komprimiert werden, wenn $lv_{\text{gr}}/c \leq L$ bzw. $\tau_p \leq \tau_d$ gilt. Gemäß Gl. (2.9) setzt dies voraus, dass die Rabi-Frequenz des Kontrolllasers $|\Omega_c|$ nicht zu groß ist. Andererseits muss auch die Frequenzbedingung $\Delta\omega_p \ll \Delta\omega_{\text{trans}}$ erfüllt sein, was gemäß Gl. (2.7) eine untere Grenze für $|\Omega_c|$ vorgibt. Damit beide Bedingungen erfüllt werden können, muss gelten [Fle05]

$$\frac{\tau_d}{\tau_p} < \Delta\omega_{\text{trans}}\tau_d \ll \sqrt{\frac{\Gamma_{31}}{\Gamma}} \sqrt{OD_{\text{cyc}}}. \quad (2.23)$$

Ein Puls kann also nur mit hoher Effizienz abgespeichert werden, falls das Medium eine ausreichend hohe optische Dichte besitzt [Gor07a, Gor07b] und $|\Omega_c|$ passend gewählt ist.

In den obigen Ausführungen wurde stets die Ein-Photonen-Verstimmung zu 0 gesetzt. Alle gemachten Überlegungen gelten grundsätzlich auch für $\Delta_c \neq 0$. Allerdings beeinflusst Δ_c die Schreib-Lese-Effizienz, wie in Ref. [Gor07b] ausgeführt wird.

Ohne die dortigen Rechnungen im Detail nachzuvollziehen, erkennt man den Einfluss der Ein-Photonen-Verstimmung, wenn man das für die Speicherung relevante Frequenzfenster z.B. für den in Abb. 2.2 (b) gezeigten Fall $\Delta_c = 10\Gamma$ betrachtet. Es ist für Frequenzkomponenten des Signalpulses mit $\delta_2 > 0$ durch die auftretende Absorption begrenzt. Für Frequenzkomponenten mit $\delta_2 < 0$ nimmt $d\text{Re}(\chi)/d\delta_2$ und damit die räumliche Kompression des Pulses ab. Die typische Skala, auf der beide Effekte relevant werden, ist gemäß Gln. (2.4) und (2.6) durch den Wert von δ^+ gegeben. Die Breite des relevanten Frequenzfensters ist daher für $\Delta_c > \Omega_c$ kleiner als für $\Delta_c = 0$. Für die Effizienz hat dies zur Folge, dass das ' \ll ' Zeichen in Gl. (2.23) im Vergleich zum Fall $\Delta_c = 0$ deutlich strikter zu erfüllen ist.

2.2. Charakterisierung eines Speichers für die Polarisation von Licht

Im vorangegangenen Kapitel wurde erläutert, wie Amplituden- und Phasenverlauf eines Lichtpulses in einem Gas aus Drei-Niveau-Atomen gespeichert werden können. In unserem Experiment (Kap. 4) wird auch der Polarisationszustand des Lichts gespeichert. Zur Charakterisierung eines solchen PolarisationsSpeichers führt Kap. 2.2.1 zunächst den Formalismus der Stokes-Parameter ein [Sto51], der eine anschauliche Darstellung des Polarisationszustandes von Licht auf der Poincaré-Kugel ermöglicht. Die Polarisation einzelner Photonen ist ein möglicher Träger von Quanteninformation. Ein idealer Speicher verändert diese Information nicht, was im Experiment nur teilweise möglich ist. Kap. 2.2.2 beschreibt den Speichervorgang mit Hilfe der Müller-Matrix [Mül48]. Diese ermöglicht es, auftretende Dekohärenzprozesse zu quantifizieren.

2.2.1. Die Polarisation von Licht

Betrachtet man eine ebene, elektromagnetische Welle mit Kreisfrequenz ω und Wellenvektor \mathbf{k} , dann schwingt der elektrische Feldvektor \mathbf{E} in einer Ebene, die senkrecht auf \mathbf{k} steht. \mathbf{E} lässt sich folglich als Überlagerung zweier orthogonal polarisierter Teilwellen schreiben

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}(\mathcal{E}_1\boldsymbol{\epsilon}_1 + \mathcal{E}_2\boldsymbol{\epsilon}_2) \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)] + \text{c.c.} \quad (2.24)$$

Hierbei bezeichnen $\{\boldsymbol{\epsilon}_1, \boldsymbol{\epsilon}_2, \mathbf{k}/k\}$ paarweise orthogonale Einheitsvektoren und $\mathcal{E}_{1,2}$ komplexe Feldamplituden. Der Polarisationszustand einer vollständig polarisierten, monochromatischen Welle wie in Gl. (2.24) wird also durch einen zweidimensionalen komplexen Vektor, den sogenannten Jones-Vektor $|\mathcal{E}\rangle = (\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2)^T$ bestimmt [Bro98, Hec05, Jon41].

Die Wahl der Einheitsvektoren ist keineswegs eindeutig. Für einen horizontal verlaufenden Lichtstrahl, wie er in der Praxis häufig vorkommt, hat es sich etabliert, $\boldsymbol{\epsilon}_{1,2}$ entlang der Horizontalen bzw. Vertikalen zu wählen und mit $\boldsymbol{\epsilon}_{H,V}$ zu bezeichnen. Davon ausgehend definieren wir die Linearkombinationen $\boldsymbol{\epsilon}_{D,A} = (\boldsymbol{\epsilon}_H \pm \boldsymbol{\epsilon}_V)/\sqrt{2}$ und $\boldsymbol{\epsilon}_{R,L} = (\boldsymbol{\epsilon}_H \mp i\boldsymbol{\epsilon}_V)/\sqrt{2}$, die linearer Polarisation unter $+45^\circ$ (diagonal) und -45° (anti-diagonal) bzw. rechts- und links-zirkularer Polarisation entsprechen³. Für die weiteren Ausführungen legen wir uns auf eine Darstellung von Jones-Vektoren in der RL -Basis fest.

Der Jones-Formalismus eignet sich zur Beschreibung gut polarisierter Lichtfelder wie z.B. Laserstrahlen. Sendet eine Lichtquelle jedoch in einem statistischen Prozess Licht mit unterschiedlichen Jones-Vektoren aus, dann ist das Lichtfeld teilweise polarisiert bzw. vollständig unpolarisiert. Ein gemischter Polarisationszustand, in dem die Jones-Vektoren $|\mathcal{E}_i\rangle$ mit der Wahrscheinlichkeit $p_i > 0$, $\sum p_i = 1$ auftreten, können wir durch eine komplexe 2×2 -Matrix beschreiben [Bro98, Kle88]

$$C = \sum_i p_i |\mathcal{E}_i\rangle \langle \mathcal{E}_i|. \quad (2.25)$$

C wird Kohärenzmatrix genannt. Die Konstruktion verläuft analog zu der einer quantenmechanischen Dichtematrix aus reinen Zustandsvektoren [CT99]. Wie eine Dichtematrix ist auch C hermitesch und positiv semidefinit.

Es stellt sich die Frage, wie die Kohärenzmatrix eines gegebenen Lichtfeldes experimentell bestimmt werden kann. Dazu entwickeln wir zunächst C in der Basis der Pauli-Spinmatrizen

$$C = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^3 S_i \sigma_i, \quad (2.26)$$

mit

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

³Die Vorzeichenkonvention entspricht der in [Bro98]. Das elektrische Feld von rechts-zirkular polarisiertem Licht dreht sich für einen Beobachter, der entgegen der Ausbreitungsrichtung blickt, als Funktion der Zeit im Uhrzeigersinn [Kle88].

2. Theorie

Da C hermitesch ist, sind die Koeffizienten S_i reell. Sie werden als Stokes-Parameter bezeichnet und sind gegeben durch [Bro98]

$$S_i = \text{Tr}(\sigma_i C). \quad (2.28)$$

Wir können einen beliebigen Polarisationszustand also alternativ auch mit dem reellen Stokes-Vektor $\mathbf{S} = (S_0, S_1, S_2, S_3)^T$ beschreiben. Wir wählen dabei die Basis so, dass $|R\rangle = (1, 0)^T$ und $|L\rangle = (0, 1)^T$.

Im Experiment ist es typischerweise am einfachsten, Intensitäten von Lichtfeldern zu messen. Dabei mittelt man über die Fluktuationen der Polarisation in einem unvollständig polarisierten Strahl. Setzt man Gl. (2.25) in Gl. (2.28) ein, ergibt sich für ein Lichtfeld der Intensität I [Bro98, Hec05]

$$\frac{c\varepsilon_0}{2} S_0 = I_H + I_V = I_A + I_D = I_R + I_L = I \quad (2.29a)$$

$$\frac{c\varepsilon_0}{2} S_1 = I_H - I_V \quad (2.29b)$$

$$\frac{c\varepsilon_0}{2} S_2 = I_D - I_A \quad (2.29c)$$

$$\frac{c\varepsilon_0}{2} S_3 = I_R - I_L. \quad (2.29d)$$

Dabei bezeichnet I_x mit $x \in \{H, V, D, A, R, L\}$ die Intensität des Lichtfeldes nach dem Durchgang durch einen Polarisationsfilter, der die Komponente x des elektrischen Feldes ungehindert passieren lässt.

Um nun einen beliebigen Polarisationszustand experimentell zu bestimmen, genügt es die Stokes-Parameter zu messen, was auch als Zustandstomographie bezeichnet wird. Entsprechend Gl. (2.29) müssen die Gesamtintensität des Lichtfeldes und die jeweilige Intensität nach 6 verschiedenen Polarisatoren gemessen werden. In der Praxis verwendet man üblicherweise zwei Detektoren an den beiden Ausgängen eines polarisierenden Strahlteilers und führt Messungen in 3 unterschiedlichen Basen durch [Alt05]. Man erhält dann zum Beispiel aus einer Messung in der HV -Basis die Intensitäten I_H und I_V und mit Gl. (2.29) Werte für S_0 und S_1 . Die anderen Stokes-Parameter ergeben sich aus Messungen in den Basen DA und RL .

Da C positiv semidefinit ist, gilt stets [Bro98]

$$S_0^2 \geq \sum_{i=1}^3 S_i^2. \quad (2.30)$$

Hierbei ist das Gleichheitszeichen gerade für reine Polarisationszustände, wie sie von Gl. (2.24) beschrieben werden, erfüllt.

Da die S_i proportional zur Gesamtintensität des Strahls sind, normieren wir die Stokes-Parameter und schreiben $\mathbf{S} = S_0(1, \tilde{\mathbf{S}})^T$ mit dem dreidimensionalen Vektor $\tilde{\mathbf{S}} = (S_1, S_2, S_3)^T/S_0$. Aus Gl. (2.30) folgt $|\tilde{\mathbf{S}}| \leq 1$.

Es liegt daher nahe, reine Polarisationszustände ($|\tilde{\mathbf{S}}| = 1$) als Punkt auf der Oberfläche einer Kugel, der sogenannten Poincaré-Kugel darzustellen. Gemischte Zustände liegen in ihrem Inneren und der unpolarisierte Zustand ($\tilde{\mathbf{S}} = 0$) bildet den Mittelpunkt. Üblicherweise werden die zirkularen Polarisierungen R und L mit den Polen der

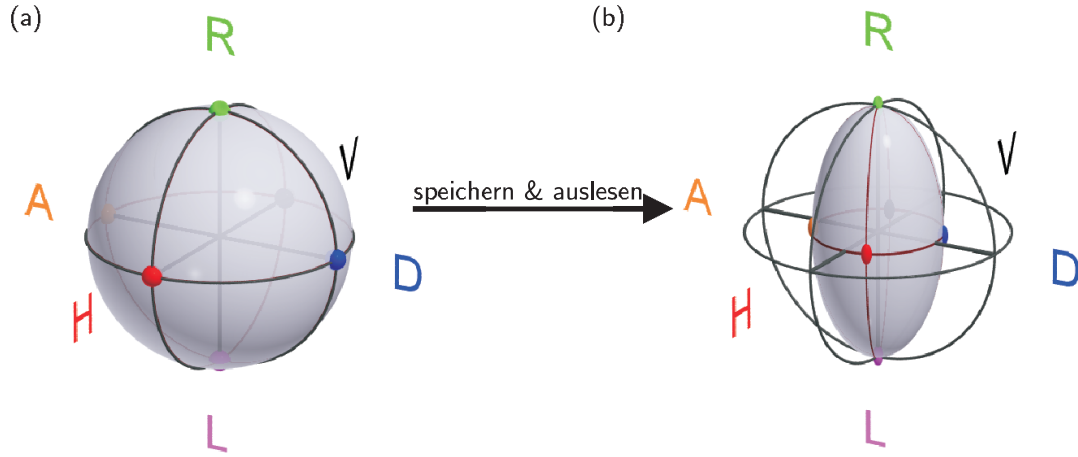


Abbildung 2.4.: (a) Darstellung von Polarisationszuständen auf der Poincaré-Kugel. Orthogonale Polarisierungen liegen einander gegenüber. Reine Zustände liegen auf der Oberfläche, gemischte im Inneren der Kugel. (b) Beispiel für eine Transformation, wie sie typischerweise in unserem Experiment realisiert ist, mit M aus Gl. (2.34) und $\alpha = 0.5$, $\phi = 20^\circ$. Die Wirkung auf beliebige Eingangszustände kann anhand der Verformung der Poincaré-Kugel nachvollzogen werden.

Kugel identifiziert. Die linearen Polarisationszustände liegen dann auf dem Äquator (siehe Abb. 2.4 (a)).

George Stokes führte im Jahr 1851 die Stokes-Parameter zur phänomenologischen Beschreibung von Lichtfeldern ein [Sto51]. Wie bereits erwähnt verläuft die Konstruktion der Kohärenzmatrix jedoch analog zur Konstruktion der Dichtematrix eines quantenmechanischen Zwei-Niveau-Systems. Durch Verwendung der normierten Stokes-Parameter und $\tilde{S}_0 = 1$ wird C aus Gl. (2.26) zu einer gültigen Dichtematrix

$$\rho = \frac{1}{S_0} C = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^3 \tilde{S}_i \sigma_i. \quad (2.31)$$

Es folgt $\text{Tr}(\rho) = 1$. Verwendet man Lichtfelder, die genau ein Photon enthalten, ergibt sich die obige Normierung auf natürliche Weise durch die Detektion des Einzelphotons.

Um eine Zustandstomographie wie oben erläutert durchzuführen, müssen im Fall von Einzelphotonen selbstverständlich mehrfach Messungen an identisch präparierten Systemen durchgeführt werden. An die Stelle der Intensität am Detektor x tritt die Wahrscheinlichkeit ein Photon mit dieser Polarisation nachzuweisen.

2.2.2. Prozesstomographie

Wir wenden nun den im vorangegangenen Kapitel eingeführten Formalismus an, um festzustellen wie gut die Polarisation während des Speicherprozesses erhalten bleibt. Dazu betrachten wir die Stokes-Vektoren von ausgelesenen Lichtpulsen \mathbf{S}^{out} für verschiedene Eingangszustände \mathbf{S}^{in} .

Unser Speicherschema beruht auf quantenmechanischen Prozessen, die in guter Näherung als linear in den Stokes-Parametern angenommen werden können. Wir beschreiben daher die Wirkung des Speicherprozesses durch Multiplikation des Eingangsvektors mit einer reellen 4×4 -Matrix, der sogenannten Müller-Matrix [Bro98, Hec05, Mü148].

$$\mathbf{S}^{\text{out}} = M \mathbf{S}^{\text{in}}. \quad (2.32)$$

Für einen idealen Speicher entspricht die Müller-Matrix gerade der Identität. In der Realität beeinflussen jedoch verschiedene Effekte den Zustand des ausgelesenen Lichts. Um diese zu charakterisieren, vermessen wir die Stokes-Parameter am Ausgang des Speichers für vier Eingangszustände, die den linear unabhängigen Stokes-Vektoren

$$|H\rangle = S_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |D\rangle = S_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |R\rangle = S_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |L\rangle = S_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

mit der jeweils gleichen Intensität $I^{\text{in}} = S_0 c \varepsilon_0 / 2$ entsprechen. Da die obigen Vektoren linear unabhängig sind, können wir die zu Grunde liegende Müller-Matrix eindeutig bestimmen. Wir erhalten so die volle Information über den Speicherprozess.

Zum Abschluss betrachten wir ein Beispiel für eine Transformation, die typischerweise in unserem Experiment auftritt

$$M = \eta \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha \cos \phi & -\alpha \sin \phi & 0 \\ 0 & \alpha \sin \phi & \alpha \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

Hier ist die Intensität des ausgelesenen Lichts unabhängig von der Eingangspolarisation $I^{\text{out}} = S_0^{\text{out}} c \varepsilon_0 / 2 = \eta S_0^{\text{in}} c \varepsilon_0 / 2 = \eta I^{\text{in}}$. Zudem bleiben die zirkularen Eingangszustände bis auf diese Abschwächung erhalten, $M|R\rangle = \eta|R\rangle$, $M|L\rangle = \eta|L\rangle$.

Für die linearen Polarisierungen kommt es zu einer teilweisen Depolarisation charakterisiert durch den Faktor α , ($0 \leq \alpha \leq 1$), kombiniert mit einer Rotation der Poincaré-Kugel um den Winkel ϕ um die RL -Achse. Die Ursachen für dieses Verhalten sind Thema von Kap. 4.1.6. An dieser Stelle halten wir lediglich fest, dass die Rotation mit Hilfe von Wellenplatten kompensiert werden kann, während der Faktor α durch irreversible Dephasierung entsteht.

Wenn, wie im vorliegenden Beispiel $m_{0,j} = 0$, ($j = 1 \dots 3$) gilt, ist es möglich, sich den Speicherprozess anhand einer affinen Transformation der Poincaré-Kugel zu veranschaulichen. Dabei werden die Elemente $m_{i,j}$, ($i, j = 1 \dots 3$) als lineare Abbildung des \mathbb{R}^3 aufgefasst. Die Elemente $m_{i,0}$, ($i = 1 \dots 3$) entsprechen einer Translation des Ursprungs, die jedoch im vorliegenden Beispiel nicht auftritt. Abb. 2.4 (b) zeigt die Form der Poincaré-Kugel nach der Transformation durch die Matrix M aus Gl. (2.34).

2.3. Quantifizierung von Zwei-Teilchen-Verschränkung

Ein verblüffendes Phänomen bei der quantenmechanischen Beschreibung zusammengesetzter Systeme ist das Auftreten von Verschränkung. Um diese nachzuweisen,

kann beispielsweise die Dichtematrix des Systems rekonstruiert werden. Kap. 2.3.1 verallgemeinert hierzu den Stokes-Formalismus auf Zwei-Qubit-Systeme und zeigt, wie die Dichtematrix aus Koinzidenzmessungen an den Einzelsystemen gewonnen wird [Alt05]. Kap. 2.3.2 definiert im Weiteren den Begriff der Verschränkung. Analog zu den Ausführungen in Ref. [Per96, Hor96, Güh02] wird ein Verschränkungszeuge konstruiert. Er dient dazu Verschränkung nachzuweisen, ohne dass die gesamte Dichtematrix rekonstruiert werden muss.

2.3.1. Rekonstruktion einer Zwei-Photonen-Dichtematrix

Der Zustand eines Zwei-Qubit-Systems wird durch die 4×4 -Dichtematrix ρ beschrieben. Die Pauli-Spinmatrizen aus Gl. (2.27) bilden eine Basis des $\mathbb{C}^{2 \times 2}$, ihre Tensorprodukte bilden daher eine Basis des Tensorproduktraumes $\mathbb{C}^{2 \times 2} \otimes \mathbb{C}^{2 \times 2}$. Analog zu Gl. (2.31) existiert eine eindeutige Zerlegung [Alt05]

$$\rho = \frac{1}{4} \sum_{i,j=0}^3 S_{ij} \sigma_i \otimes \sigma_j, \quad S_{ij} = \text{Tr}((\sigma_i \otimes \sigma_j) \rho). \quad (2.35)$$

Die S_{ij} sind reell und werden als Zwei-Photonen-Stokes-Parameter bezeichnet. Wir haben hierbei die Normierung in Gl. (2.31) bereits implizit durchgeführt. Es gilt $S_{00} = \text{Tr}(\rho) = 1$.

Auch die experimentelle Bestimmung der Stokes-Parameter verläuft analog zum Fall eines einzelnen Qubits. Wenn wir wieder die Polarisation von Einzelphotonen als Qubit-Repräsentation betrachten, dann besteht ein Detektionsereignis aus dem gleichzeitigen Nachweis beider Photonen.

Die Wahrscheinlichkeit Photon 1 im Zustand x und Photon 2 im Zustand y zu finden ist durch $p_{x,y} = \text{Tr}(|xy\rangle\langle xy|\rho)$ gegeben, wobei wir die abkürzende Schreibweise $|x, y\rangle = |x\rangle_1 \otimes |y\rangle_2$ für einen Zwei-Photonen-Zustandsvektor verwenden. Setzen wir diesen Ausdruck in die Darstellung der Stokes-Parameter gemäß Gl. (2.35) ein, so erhalten wir für $i, j \in \{1, 2, 3\}$ [Alt05]

$$S_{ij} = p_{i,j} + p_{i^\perp, j^\perp} - p_{i, j^\perp} - p_{i^\perp, j}. \quad (2.36)$$

Die Zuordnung der Indizes zu den jeweiligen Polarisationszuständen auf der rechten Seite des obigen Ausdrucks ist hierbei $1 \leftrightarrow H$, $2 \leftrightarrow D$ und $3 \leftrightarrow R$ bzw. $1^\perp \leftrightarrow V$, $2^\perp \leftrightarrow A$ und $3^\perp \leftrightarrow L$. Wir betrachten wieder die in Kap. 2.2.1 beschriebene Versuchsanordnung, bei der für jedes Photon zwei Detektoren an den Ausgängen eines polarisierenden Strahlteilers verwendet werden. Eine Messung, bei der Photon 1 in Basis $\{i, i^\perp\}$ und Photon 2 in $\{j, j^\perp\}$ detektiert wird, liefert dann gerade den Stokes-Parameter S_{ij} . Insgesamt müssen $3 \times 3 = 9$ verschiedene Basiseinstellungen gewählt werden.

Mit den beschriebenen Messungen sind auch die restlichen Stokes-Parameter bestimmt, da gilt [Alt05]

$$S_{i0} = p_{i,j} - p_{i^\perp, j^\perp} + p_{i, j^\perp} - p_{i^\perp, j}, \quad j \text{ beliebig} \quad (2.37a)$$

$$S_{0j} = p_{i,j} - p_{i^\perp, j^\perp} - p_{i, j^\perp} + p_{i^\perp, j}, \quad i \text{ beliebig.} \quad (2.37b)$$

Gl. (2.37a) liefert mit $S_{00} = 1$ die Ein-Photonen-Stokes-Parameter des ersten Photons, Gl. (2.37b) die des zweiten. Die beliebige Wahl jeweils einer Basis lässt für die Bestimmung dieser Stokes-Parameter die Freiheit, welche Einzelmessung herangezogen werden soll. Eine Möglichkeit ist, alle zur Verfügung stehenden Daten zu verwenden, um die statistischen Messunsicherheiten zu verringern.

Im Experiment gewinnen wir aus der Anzahl $k_{i,j}$ von Ereignissen, bei denen je ein Photon mit Polarisation i in System 1 und mit Polarisation j in System 2 detektiert wurde, Schätzwerte $\mathcal{S}_{p_{i,j}}(k_{i,j}) = k_{i,j}/n_{i,j}$ für die zu Grunde liegenden Wahrscheinlichkeiten, mit $n_{i,j} = k_{i,j} + k_{i,j^\perp} + k_{i^\perp,j} + k_{i^\perp,j^\perp}$. Einsetzen dieser Schätzwerte in Gln. (2.35)-(2.37) liefert dann Schätzwerte⁴ für die Einträge von ρ . Für die in unserem Experiment auftretenden Zählraten ist die Likelihood-Funktion der $p_{i,j}$ nicht symmetrisch um ihren Maximalwert. Das so gewonnene ρ ist im allgemeinen kein Maximum-Likelihood-Schätzwert. Anhang B.3 stellt ein numerisches Verfahren zur Rekonstruktion der Dichtematrix vor, das die tatsächlichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der $p_{i,j}$ berücksichtigt.

2.3.2. Verschränkungszeuge und Fidelity

Man erhält die volle Information über den Zustand eines Systems durch die Rekonstruktion seiner Dichtematrix. Will man lediglich entscheiden, ob ein bestimmter, experimentell erzeugter Zustand verschränkt ist, so ist dies nicht zwingend notwendig. Stattdessen genügt es den Erwartungswert eines sogenannten Verschränkungszeugen zu messen. Im vorliegenden Fall ist dies mit einem Bruchteil der Messungen möglich, die für die Rekonstruktion der Dichtematrix nötig wären.

Da es sich bei den im Labor erzeugten Zwei-Photonen-Zuständen in der Regel nicht um exakt reine Zustände handelt, wollen wir zunächst den Begriff der Verschränkung für gemischte Zustände definieren. Dazu betrachten wir einen hypothetischen Versuchsaufbau, in dem ein beliebiger Zwei-Photonen-Polarisationszustand von zwei unabhängigen Apparaturen hergestellt wird. Jede Apparatur erzeugt in gewissen Abständen jeweils ein Photon in einem reinen Polarisationszustand. Wann welcher Zustand in jeder Apparatur erzeugt wird, ist in einem gemeinsamen Protokoll festgelegt. Der resultierende Zwei-Photonen-Zustand ist im Allgemeinen ein statistisches Gemisch und seine Dichtematrix besitzt eine Zerlegung [Per96, Hor96]

$$\rho_{\text{sep}} = \sum_k p_k \rho_{1,k} \otimes \rho_{2,k} \quad (2.38)$$

mit Gewichten $p_k \geq 0$ und Dichtematrizen $\rho_{1,k}$ und $\rho_{2,k}$, die die beiden Teilsysteme beschreiben. Aus Normierungsgründen muss $\sum p_k = 1$ gelten. Ein solcher Zustand wird separabel genannt. Es zeigt sich, dass auch Zustände existieren, die nicht gemäß Gl. (2.38) dargestellt werden können. Diese Zustände heißen verschränkt.

Um nachzuweisen, dass ein gegebener Zustand ρ verschränkt ist, sucht man nach einem hermiteschen Operator W , der die folgenden Bedingungen erfüllt [Hor96]:

⁴Das so gewonnene ρ ist u.U nicht positiv semidefinit. Falls dies z.B für weitere Rechnungen ein Problem darstellt, kann stattdessen wie in [Alt05] beschrieben, numerisch ein positiv-semidefinierter Maximum-Likelihood-Schätzwert für ρ bestimmt werden.

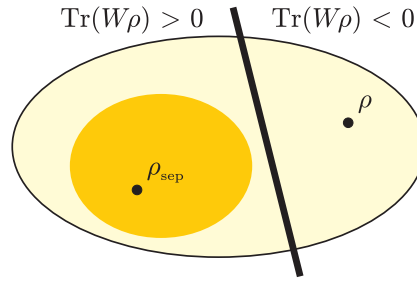


Abbildung 2.5.: Geometrische Veranschaulichung eines Verschränkungszeugen [Hor09]. Die separablen Dichtematrizen (kleine Ellipse) bilden eine konvexe, abgeschlossene Teilmenge der Menge der Dichtematrizen (große Ellipse). Ein Verschränkungszeuge W definiert eine Hyperebene im betrachteten Hilbertraum, die in zwei Dimensionen durch eine Gerade dargestellt wird. Beim Durchgang durch die Gerade wechselt $\text{Tr}(W\rho)$ das Vorzeichen. Zu jedem verschränkten Zustand ρ kann ein Verschränkungszeuge so gewählt werden, dass ρ und die Menge der separablen Zustände auf unterschiedlichen Seiten der Gerade liegen.

(i) $\text{Tr}(W\rho) < 0$

(ii) $\text{Tr}(W\rho_{\text{sep}}) \geq 0$ für alle separablen Zustände

W wird Verschränkungszeuge für den Zustand ρ genannt [Ter00]. In Ref. [Hor96] wird gezeigt, dass ein Zustand genau dann verschränkt ist, wenn ein solches W existiert. Im Allgemeinen ist die Wahl von W dabei von dem zu untersuchenden Zustand ρ abhängig. Abb. 2.5 liefert eine geometrische Veranschaulichung dieser Aussagen in 2 Dimensionen.

Um einen Verschränkungszeugen zu einem gegebenen Zustand ρ zu konstruieren, benötigen wir zunächst den Begriff der partiellen Transposition. Dabei handelt es sich um eine Abbildung, die ρ in die Matrix ρ^{T_1} überführt. Die Abbildungsvorschrift für die Matrixelemente lautet [Per96]

$$\rho_{m\mu, n\nu} \xrightarrow{T_1} \rho_{n\mu, m\nu}. \quad (2.39)$$

Ref. [Per96] zeigt weiterhin, dass die Dichtematrix eines separablen Zustandes nach einer partiellen Transposition hermitesch und positiv semidefinit bleibt. Dies wird unmittelbar klar, wenn man beachtet, dass für einen separablen Zustand gemäß Gl. (2.38) gilt

$$\sum_k p_k \rho_{1,k} \otimes \rho_{2,k} \xrightarrow{T_1} \sum_k p_k \rho_{1,k}^T \otimes \rho_{2,k}. \quad (2.40)$$

Da die Transposition die Eigenwerte einer hermiteschen Matrix nicht verändert, ist mit $\rho_{1,k}$ auch $\rho_{1,k}^T$ und damit auch ρ eine positiv-semidefinite Matrix.

M. Horodecki et al. präzisieren diese Aussage in Ref. [Hor96], indem sie zeigen, dass in einem aus zwei Qubits bestehenden System ρ^{T_1} *genau dann* positiv semidefinit ist, wenn ρ separabel ist.

Sei nun ρ ein verschränkter Zustand und $|e\rangle$ ein Eigenvektor zu einem negativen Eigenwert λ . Wir erhalten einen Verschränkungszeugen für ρ durch [Ter00, Güh02]

$$W = (|e\rangle\langle e|)^{T_1}. \quad (2.41)$$

2. Theorie

W ist nach Konstruktion hermitesch und es gilt $\text{Tr}[(|e\rangle\langle e|)^{T_1}\rho] = \text{Tr}(|e\rangle\langle e|\rho^{T_1}) = \lambda < 0$ [Güh02]. Für jeden separablen Zustand erhalten wir hingegen gemäß Gl. (2.40) $\text{Tr}[(|e\rangle\langle e|)^{T_1}\rho_{\text{sep}}] = \text{Tr}(|e\rangle\langle e|\rho_{\text{sep}}^{T_1}) \geq 0$.

Wir suchen im Weiteren nach einem Ausdruck für W in unserem speziellen Fall und untersuchen, durch welche Messungen der Erwartungswert bestimmt werden kann. Idealerweise werden zwei Photonen im Singulett- oder Ψ^- -Bell-Zustand produziert,

$$|\Psi^-\rangle = \frac{|RL\rangle - |LR\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (2.42)$$

Die Dichtematrix des Singulett-Zustandes und ihre partielle Transposition lauten in der $\{RR, RL, LR, LL\}$ -Basis

$$\rho_{\Psi^-} = |\Psi^-\rangle\langle\Psi^-| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{T_1} \rho_{\Psi^-}^{TP} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.43)$$

Die Matrix ρ_{Ψ^-} besitzt den Eigenwert $\lambda = -1/2$ zum normierten Eigenvektor $(1, 0, 0, 1)^T/\sqrt{2}$. Für den Verschränkungszeugen folgt mit Gl. (2.41)

$$W = \frac{1}{2} (|RR\rangle\langle RR| + |LL\rangle\langle LL| + |RL\rangle\langle LR| + |LR\rangle\langle RL|). \quad (2.44)$$

Wir erhalten eine Zerlegung in lokale Messungen, indem wir die Darstellung in der Basis der Pauli-Matrizen benutzen

$$W = \frac{1}{4} \sum_{i,j=0}^3 W_{ij} \sigma_i \otimes \sigma_j, \quad W_{ij} = \text{Tr}((\sigma_i \otimes \sigma_j)W). \quad (2.45)$$

Einsetzen von Gl. (2.44) liefert $W_{ii} = 1$ für alle i und $W_{ij} = 0$ für $i \neq j$. Für den Erwartungswert des Zeugen bezüglich eines unbekanntes, im Experiment erzeugten Zustandes ρ folgt damit

$$\text{Tr}(W\rho) = \frac{1}{4} (1 + S_{11} + S_{22} + S_{33}) \quad (2.46)$$

mit den in Gl. (2.35) definierten Zwei-Photonen-Stokes-Parametern.

Um die Verschränkung des Zustandes ρ nachzuweisen, genügt es also 3 Messungen durchzuführen, bei denen beide Photonen in der gleichen Messbasis HV , DA bzw. RL detektiert werden.

W besitzt eine andere interessante Eigenschaft. Für die Fidelity F eines Zustandes ρ mit dem Singulett-Zustand gilt nämlich

$$F = \text{Tr}(|\Psi\rangle\langle\Psi|\rho) = \frac{1}{4} (1 - S_{11} - S_{22} - S_{33}). \quad (2.47)$$

Wir erhalten also aus dem Erwartungswert des Verschränkungszeugen auch die Fidelity mit $F = 1/2 - \text{Tr}(W\rho)$. Folglich ist auch $F > 1/2$ ein hinreichendes Kriterium für Verschränkung.

Wie bei der Bestimmung der Dichtematrix, so muss auch hier aus den gemessenen Detektionsereignissen ein Schätzwert für $\text{Tr}(W\rho)$ bzw. F gewonnen werden. Anhang B.1 erläutert das entsprechende Vorgehen.

Eine andere, in der Literatur häufig verwendete Methode zum Nachweis von Verschränkung ist die Verletzung einer Bell-Ungleichung [Bel64]. Ein reiner Zustand ist tatsächlich genau dann verschränkt, wenn eine Bell-Ungleichung existiert, die er verletzt [Gis92]. Betrachtet man jedoch gemischte Zustände, so stellt sich heraus, dass Verschränkung zwar eine notwendige, jedoch nicht hinreichende Bedingung für die Verletzung einer Bell-Ungleichung ist [Wer89, Ter00]. Das folgende Beispiel illustriert diese Tatsache anhand des von uns betrachteten Zustandes.

Ein Effekt, der in unserem Experiment die Produktion eines reinen Singulett-Zustandes verhindert, ist das Auftreten von unpolarisiertem Streulicht. Wenn ein Detektionsereignis mit der Wahrscheinlichkeit $1 - p$ durch Streulicht hervorgerufen wird und wir andere Dekohärenzprozesse vernachlässigen, so entsteht der verallgemeinerte Werner-Zustand [Bla77]

$$\rho_p = p|\Psi^-\rangle\langle\Psi^-| + (1-p)\frac{1}{4}\mathbb{I}_4, \quad 0 \leq p \leq 1, \quad (2.48)$$

mit der vierdimensionalen Einheitsmatrix \mathbb{I}_4 . ρ_p besteht aus einer statistischen Mischung des Singulett-Zustandes mit dem vollständig gemischten Zustand.

Um nun zu testen, ob durch Messung von ρ_p eine Bell-Ungleichung verletzt werden kann, betrachten wir die Formulierung nach Clauser, Horne, Shimony und Holt [Cla69]. Ähnlich wie bei der Messung des Verschränkungszeugen werden Messungen an beiden Photonen in verschiedenen Basiskombinationen durchgeführt, wobei beide Photonen in je zwei unterschiedlichen linearen Basen detektiert werden. Es zeigt sich, dass eine Verletzung der Bell-Ungleichung möglich ist, falls $p > 1/\sqrt{2}$ gilt [Per96]. Andererseits gilt für die Fidelity von ρ_p mit dem Singulett-Zustand gemäß Gl. (2.47) $F = (3p + 1)/4$. ρ_p ist somit gemäß dem obigen Kriterium verschränkt, falls $p > 1/3$. Die Verletzung einer Bell-Ungleichung stellt also eine höhere Anforderung an die experimentell zu produzierende Fidelity dar als der bloße Nachweis von Verschränkung.

In unserem Experiment ist die Verunreinigung des Zustandes durch Streulicht typischerweise sehr gering. Um jedoch eine statistisch signifikante Aussage über Verschränkung zu machen, sind zur Erfüllung des strengeren Kriteriums der Verletzung einer Bell-Ungleichung mehr Zählereignisse nötig als bei Messung des Verschränkungszeugen. Dies wirkt sich letztendlich auf die benötigte Messzeit aus.

Die obigen Ausführungen suggerieren, dass die Messung einer Bell-Ungleichung lediglich eine nicht ideale Möglichkeit zum Nachweis von Verschränkung darstellt. Dies ist in der Tat richtig, wenn man nur Zustände betrachtet, die im Rahmen der Quantenmechanik zulässig sind [Ter00]. Die von Bell herangezogene Argumentation beruht jedoch auf deutlich fundamentalen Überlegungen. Eine Verletzung der entsprechenden Ungleichung falsifiziert eine lokal realistische Beschreibung der Wirklichkeit. Damit dies jedoch zweifelsfrei möglich ist, müssen eine Reihe von zusätzlichen Bedingungen berücksichtigt werden, die in der Literatur als 'loopholes' bezeichnet werden [Bel87]. Derartige Tests gehen über die Zielsetzung der in dieser Arbeit vorgestellten Experimente hinaus.

3. Experimentelle Methoden

Der zentrale Bestandteil aller in dieser Arbeit vorgestellten Experimente ist ein Bose-Einstein-Kondensat (BEC) aus ^{87}Rb Atomen. Die Erzeugung, Speicherung und Detektion eines solchen Kondensats beruht auf etablierten experimentellen Methoden und wird daher in Kap. 3.1 nur kurz eingeführt. Ref. [Pet02, Pit03] geben einen Überblick über die zentralen Erkenntnisse auf diesem Gebiet. Der im Rahmen dieser Dissertation verwendete Aufbau blieb seit der Inbetriebnahme im Jahr 1999 in den Grundzügen bestehen, wurde aber im Laufe der Zeit stets optimiert. Die entsprechenden Dissertationsschriften [Sch02, Mar03, Vol07, Sya08a, Bau09a] dokumentieren diese Entwicklung.

Um die Experimente zur Lichtspeicherung durchführen zu können, mussten jedoch auch neue Techniken implementiert werden. Kap. 3.2 behandelt die Zustandspräparation der Atome für die Polarisations-speicherung. Kap. 3.3 beschreibt den optischen Aufbau, der für diese Experimente nötig war. Licht, das im BEC abgespeichert und ausgelesen wurde, muss auf dem Niveau einzelner Photonen detektiert werden. Dazu ist es nötig, Streulicht weitestgehend zu unterdrücken (Kap. 3.4). Die polarisationsaufgelöste Detektion ist Thema von Kap 3.5.

Die zentralen Ergebnisse dieser Arbeit wurden durch die Kopplung des BEC-Experimentes mit einer zweiten, unabhängigen Apparatur gewonnen, die polarisationsverschränkte Paare von Einzelphotonen mit Hilfe einzelner Atome in einem optischen Resonator erzeugt. Eine detaillierte Beschreibung der dort verwendeten Techniken und des experimentellen Aufbaus findet sich in Ref. [Boc10, Muc11].

3.1. Erzeugung, Speicherung und Detektion von Bose-Einstein-Kondensaten

Bose-Einstein-Kondensation Das Phänomen der Bose-Einstein-Kondensation tritt auf, wenn die Phasenraumdichte eines Gases aus ununterscheidbaren Bosonen einen kritischen Wert von [Pet02]

$$n\lambda_{\text{dB}}^3 \gtrsim 2.612 \tag{3.1}$$

überschreitet. Hierbei bezeichnen n die Teilchendichte und $\lambda_{\text{dB}} = h/\sqrt{2\pi mk_B T}$ die thermische de Broglie Wellenlänge von Atomen der Masse m bei der Temperatur T . Um ^{87}Rb Atome, die in der gasförmigen Phase bei Raumtemperatur und einem Druck von 10^{-7} mbar vorliegen, zur Kondensation zu bringen, muss die Phasenraumdichte um 19 Größenordnungen erhöht werden. Dies wird über ein mehrstufiges Kühlverfahren erreicht, das an dieser Stelle nur kurz beschrieben wird.

3. Experimentelle Methoden

In einem ersten Schritt werden ^{87}Rb Atome aus dem Hintergrundgas in einer magneto-optischen Falle (MOT) [Met99] gefangen und gekühlt. Kurze resonante Laserpulse transferieren die Atome in eine zweite MOT, die sich in einer Glaszelle bei sehr niedrigem Hintergrunddruck ($< 10^{-11}$ mbar) befindet [Sch02]. Nachdem die Atome durch optisches Pumpen in den Hyperfeinzustand $|F, m_F\rangle = |1, -1\rangle$ transferiert wurden, können sie in einer Magnetfalle gespeichert werden.

Die Magnetfalle besteht aus einer Anordnung von Spulen in Ioffe-Pritchard Konfiguration [Pri83], wie in Abb. 3.1(a) skizziert. In der Magnetfalle können mit der beschriebenen Technik $\sim 3 \times 10^9$ Atome gefangen werden. Typische Fallenfrequenzen sind $\omega_a = 2\pi \times 14$ Hz parallel und $\omega_r = 2\pi \times 108$ Hz senkrecht zum Magnetfeld im Zentrum der Falle [Mar03]. Die $1/e$ Speicherzeit liegt bei ~ 1 min.

Der zweite Kühlschritt besteht in erzwungener Verdampfung aus der Magnetfalle mit Hilfe eines Radiofrequenzfeldes (RF) [Pet02]. Durch das RF-Feld werden Atome, deren Energie oberhalb einer bestimmten Maximalenergie E_{\max} liegt, aus der Falle entfernt. Die verbleibenden Teilchen thermalisieren durch elastische Stöße. E_{\max} kann über die Frequenz des RF-Feldes eingestellt werden. Durch kontinuierliches Verrin- gern von E_{\max} werden sukzessive Atome mit überdurchschnittlicher Energie entfernt. Insgesamt kann mit dem beschriebenen Prozess eine Erhöhung der Phasenraumdicke bis zum Einsetzen der Bose-Einstein-Kondensation erreicht werden [And95, Sch02]. Diese tritt bei einer Temperatur von $T_C \approx 500$ nK auf. Am Ende der 7 s dauernden Verdampfungskühlung verbleiben typischerweise 2×10^6 Teilchen in einem BEC ohne erkennbaren thermischen Anteil.

Optische Dipolfalle Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente müssen die Atome in einem Zustand gehalten werden, der nicht magnetisch speicherbar ist. Wir transferieren daher die gekühlte Wolke in eine optische Dipolfalle [Gri00]. Eine Dipolfalle besteht aus einem oder mehreren Laserstrahlen, deren Frequenz gegenüber einem atomaren Übergang weit ins Rote verstimmt ist. Das Lichtfeld induziert ein Dipolmoment in den Atomen, welches wiederum mit dem Licht wechselwirkt. Für die Atome entsteht ein Potential, das proportional zur Laserintensität $I(\mathbf{r})$ am Ort \mathbf{r} ist. Falls die Verstimmung $\Delta = \omega - \omega_0$ der Kreisfrequenz ω des Fallenlasers von der Kreisfrequenz ω_0 eines atomaren Übergangs groß gegenüber der Feinstrukturaufspaltung des Übergangs ist, erhält man für das Fallenpotential [Gri00]

$$V_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma I(\mathbf{r})}{2\omega_0^3 \Delta}. \quad (3.2)$$

Γ bezeichnet die spontane Zerfallsrate der Atome im angeregten Zustand. Für einen rot verstimmtten Laserstrahl ($\Delta < 0$) erfahren die Atome eine Kraft in Richtung zunehmender Laserintensität.

Die Intensität eines typischen Laserstrahls mit der Leistung P , der sich entlang der z -Koordinate ausbreitet, ist senkrecht zur Ausbreitungsrichtung durch ein Gauß-Profil gegeben

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right). \quad (3.3)$$

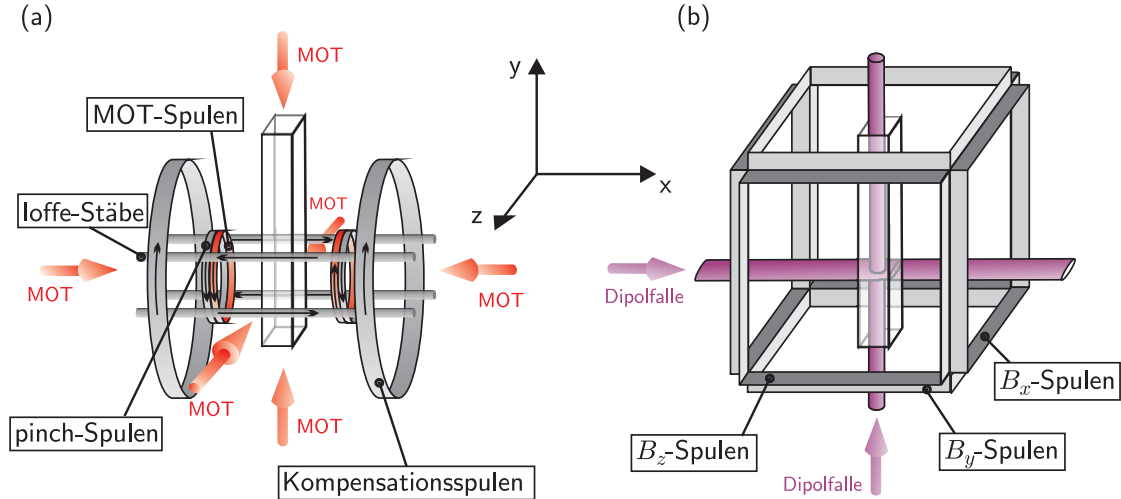


Abbildung 3.1.: Fallenlaser und Magnetfeldspulen am Experiment. (a) Zur Erzeugung des BECs werden die Atome zunächst in einer MOT akkumuliert und dann durch RF-induzierte Verdampfung in einer Ioffe-Prichard-Falle zur Kondensation gebracht. Das Fallenpotential der Magnetfalle ergibt sich aus den Feldern von zwei pinch-Spulen, den Ioffe-Stäben und zwei Kompensationsspulen in Helmholtz-Konfiguration. (b) Zur Durchführung von EIT-Experimenten wird das BEC in eine Dipolfalle transferiert, die aus zwei gekreuzten Strahlen besteht ($\lambda = 1064$ nm). Um Majorana-Spinflips zu vermeiden, wird ein magnetisches Führungsfeld angelegt, dessen Richtung über drei Spulenpaare, die in Form eines Würfels angeordnet sind, eingestellt werden kann.

Die Spotgröße des Strahls ist als der $1/e^2$ -Radius der Intensität $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$ definiert, wobei w_0 als Strahltaille bezeichnet wird. $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$ ist die Rayleigh-Länge.

Abb. 3.1(b) zeigt die Konfiguration der verwendeten Dipolfalle, die aus zwei gekreuzten Strahlen besteht. Ein Strahl verläuft entlang der Symmetrieachse der Magnetfalle (x -Richtung). Er besitzt ein elliptisches Profil mit den Strahltaillen $w_z = 1$ mm in horizontaler und $w_y = 60 \mu\text{m}$ in vertikaler Richtung. Ein zweiter Strahl besitzt ein rundes Strahlprofil mit $w_0 = 90 \mu\text{m}$ und verläuft in vertikaler Richtung. Beide Strahlen besitzen eine Wellenlänge von $\lambda = 1064$ nm. Die Leistungen am Ort der Atome betragen typischerweise 2 W für den horizontalen bzw. 50 mW für den vertikalen Strahl. In der Nähe des Fokus ist das Potential für die Atome in guter Näherung harmonisch. Die Fallenfrequenzen können über die Anregung einer Dipoloszillation der Atome in der Falle bestimmt werden. Typische Werte für die in dieser Arbeit vorgestellten Experimente sind $(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = 2\pi \times (20, 80, 20)$ Hz. Um die Fallenposition relativ zu anderen Strahlen, die das BEC beleuchten, akkurat einzustellen, werden Spiegel verwendet, deren Ausrichtung über die Spannung an Piezokeramiken verändert werden kann.

Ein typisches Experiment zur Lichtspeicherung findet mit $N \approx 1.3 \times 10^6$ Atomen in der Dipolfalle statt. Die Dichteverteilung des BECs in einer harmonischen Falle ist

3. Experimentelle Methoden

in der Thomas-Fermi-Näherung durch eine invertierte Parabel gegeben [Pet02]

$$\varrho(\mathbf{r}) = \varrho_0 \max \left\{ 1 - \sum_{i=x,y,z} \left(\frac{r_i}{r_i^{\text{TF}}} \right)^2, 0 \right\}. \quad (3.4)$$

Hierbei ist $\varrho_0 = 15N/(8\pi r_x^{\text{TF}} r_y^{\text{TF}} r_z^{\text{TF}})$ die Dichte im Zentrum der Wolke. Die Thomas-Fermi-Radien entlang der Koordinatenachsen ergeben sich zu [Pet02]

$$r_i^{\text{TF}} = \frac{1}{\omega_i} \left(15 \frac{\hbar}{m^2} a_{\text{bg}} N \omega_x \omega_y \omega_z \right)^{\frac{1}{5}}. \quad (3.5)$$

Dabei bezeichnen m die Masse und a_{bg} die s-Wellen Streulänge von ^{87}Rb . Mit den oben genannten Parametern erhält man $(r_x^{\text{TF}}, r_y^{\text{TF}}, r_z^{\text{TF}}) = (25, 7, 25) \mu\text{m}$.

Absorptionsabbildung Zur Detektion der Atome nehmen wir am Ende der experimentellen Sequenz ein Absorptionsbild der Wolke auf. Nach dem Abschalten aller Fallenpotentiale und einer variablen Flugzeit werden die Atome mit nah-resonantem Licht beleuchtet. Die Atome absorbieren einen Teil des Lichts und werfen einen Schatten, der auf eine CCD-Kamera abgebildet wird. Aus der Verteilung der Lichtintensität auf der Kamera kann die entlang der Abbildungsrichtung integrierte Dichteverteilung der Wolke rekonstruiert werden [Mar03]. Am Experiment existieren zwei Kamerasysteme, die Abbildungen entlang der Koordinatenachsen¹ x und y ermöglichen [Mar03, Die07, Bau09a].

3.2. Zustandspräparation der Atome und Magnetfeldausrichtung

Nach dem Transfer der Atome in die Dipolfalle befinden sich diese im magnetisch speicherbaren Zustand $|F, m_F\rangle = |1, -1\rangle$. Beim Herunterfahren der Magnetfalle wird ein Führungsfeld von $|\mathbf{B}|\approx 1.5\text{ G}$ in Richtung des Feldes der Magnetfalle (x -Richtung) angelegt, das Majorana-Spinflips verhindert.

Für die Polarisations-speicherung muss das Magnetfeld jedoch parallel zum EIT-Signalstrahl (z -Richtung) ausgerichtet werden. Zum Einstellen des Feldes verwenden wir drei Spulenpaare, die auch zur Kompensation des Erdmagnetfeldes während des Betriebs der MOT verwendet werden. Sie sind, wie in Abb. 3.1 (b) skizziert, in Form eines Würfels angeordnet.

Durch Veränderung der Ströme durch diese Spulen kann die Richtung des Magnetfeldes gedreht werden. Findet dies langsam im Vergleich zur Larmor-Präzession des atomaren Spins im Magnetfeld statt, so folgt der Zustand der Atome adiabatisch der Richtungsänderung von \mathbf{B} . Es ist also insbesondere darauf zu achten, dass der Betrag des Magnetfeldes während der Drehung ausreichend groß bleibt. Für eine detailliertere Beschreibung sei auf Ref. [Bau10] verwiesen.

¹Die Zuordnung der Koordinatenachsen in den Ref. [Sch02, Mar03, Vol07, Sya08a, Bau09a] ist uneinheitlich. Für diese Arbeit wurde die z -Richtung entlang der Quantisierungsachse der atomaren Zustände gewählt, die entgegen dem anliegenden Magnetfeld verläuft (siehe auch Abb. 3.2).

Wir überprüfen die Ausrichtung des Magnetfeldes, indem wir Licht auf dem $5^2S_{1/2} F = 1 \leftrightarrow 5^2P_{1/2} F = 1$ Übergang von ^{87}Rb einstrahlen. Die Polarisation ist so gewählt, dass bei perfekter Ausrichtung des Magnetfeldes ein σ^- -Übergang getrieben wird. Da sich die Atome im Zustand $|1, -1\rangle$ befinden, findet keine Wechselwirkung mit diesem Licht statt. Unterscheiden sich Magnetfeld- und Strahlrichtung, können σ^+ - und π -Übergänge getrieben werden. Das Magnetfeld ist also so einzustellen, dass die Transmission durch die Wolke maximal wird. Bei einem Feld von ~ 100 mG in y -Richtung ist die Komponente senkrecht zum Signalstrahl nach Optimierung typischerweise < 15 mG [Bau10].

Um die Polarisationsspeicherung mit dem in Kap. 4.1.4 erläuterten Niveauschema durchführen zu können, müssen die Atome außerdem in den Hyperfeinzustand $|1, 0\rangle$ gebracht werden. Wir erreichen dies durch das Einstrahlen zweier resonanter Mikrowellenpulse in kurzem zeitlichen Abstand. Sie transferieren die Atome jeweils durch einen π -Puls zunächst in den Zustand $|2, 0\rangle$ und dann in den Zielzustand $|1, 0\rangle$. Die benötigten Pulslängen sind 0.12 ms für den ersten bzw. 0.17 ms für den zweiten Puls. Die lineare Zeeman-Aufspaltung benachbarter m_F -Niveaus von ca. 1 MHz unterdrückt hierbei Übergänge in unerwünschte Zustände.

Nach Spinpräparation und Drehung des Magnetfeldes befinden sich typischerweise 90% der Atome im gewünschten Zustand. Da sich verbleibende Atome in anderen Zuständen störend auf die Polarisationsspeicherung auswirken können, verwenden wir das folgende Reinigungsschema. Zunächst werden Atome im Hyperfeinzustand $F = 2$ durch Einstrahlen eines kurzen, resonanten Laserpulses auf dem geschlossenen Übergang $5^2S_{1/2} F = 2 \leftrightarrow 5^2P_{3/2} F' = 3$ entfernt. Atome, deren magnetische Quantenzahl $m_F \neq 0$ ist, können anschließend mit Hilfe eines Magnetfeldgradienten aus der Falle extrahiert werden. Nach Anwendung dieser Maßnahmen kann keine Population unerwünschter Hyperfeinzustände mehr nachgewiesen werden. Die Detektionsschwelle hierfür liegt bei ~ 200 Atomen.

3.3. Ein Raman-Lasersystem zur Lichtspeicherung

Für Experimente zur Lichtspeicherung wie in Kap. 4 beschrieben, benötigen wir Licht auf dem Signal- und Kontrollübergang des EIT-Schemas. Während für die Speicherung von Einzelphotonen diese die Rolle des Signallichts übernehmen, wurde bei vielen Messungen zur Charakterisierung des Speichers mit kohärenten Lichtpulsen gearbeitet.

Als Lichtquelle kommen zwei Diodenlaser (*Toptica DL-100*) zum Einsatz, die Licht auf der D_1 -Linie von ^{87}Rb ($\lambda = 795$ nm) emittieren. Um das in Abb. 2.1 skizzierte Niveauschema zu verwirklichen, koppeln wir die Hyperfeinzustände $F = 1$ und $F = 2$ von ^{87}Rb im elektronischen Grundzustand an den angeregten Zustand $5^2P_{1/2} F' = 1$. Die Hyperfeinaufspaltung im Grundzustand beträgt 6.8 GHz. Der Frequenzabstand von Signal- und Kontrolllicht muss genau dieser Energiedifferenz entsprechen. Darüber hinaus muss zwischen beiden Lichtfeldern für die Dauer eines abzuspeichernden Pulses ($\sim 1 \mu\text{s}$) eine feste Phasenbeziehung herrschen. Wir erreichen dies, indem wir die Phasendifferenz beider Laser auf die Phase eines Referenzsignals stabilisieren, das von einem Mikrowellensynthesizer erzeugt wird. Das stabilisierte Schwebungssignal

3. Experimentelle Methoden

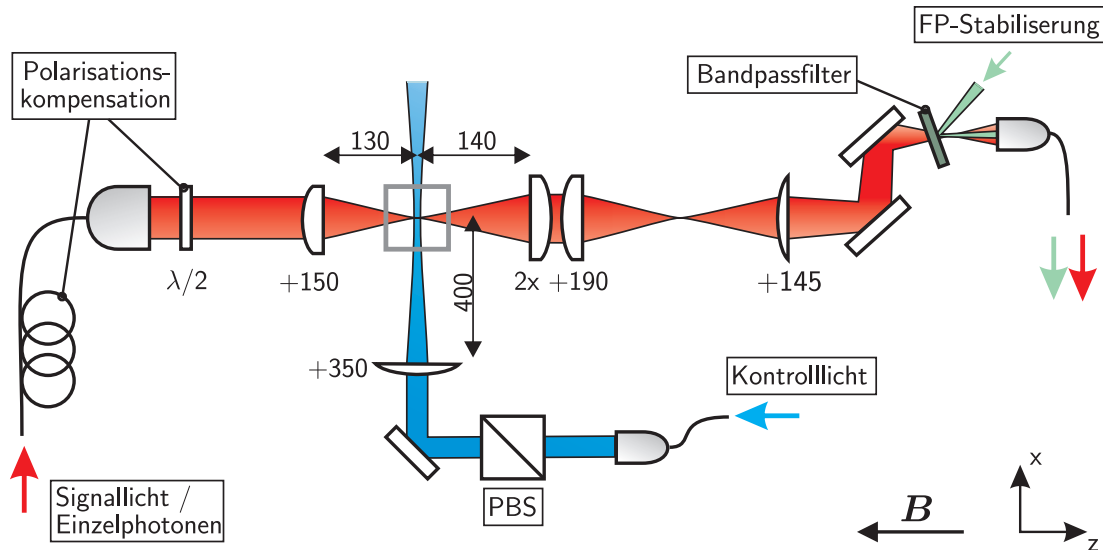


Abbildung 3.2.: Optischer Aufbau zur Durchführung von EIT-Experimenten. Signallicht bzw. Einzelphotonen aus einer nicht polarisationserhaltenden Faser werden parallel zum magnetischen Führungsfeld auf das BEC fokussiert. In der Faser entstehende Polarisationsdrehungen werden am Faserende kompensiert. π -polarisiertes Kontrolllicht trifft senkrecht zum Signalstrahl auf das BEC. Ausgelesenes Licht wird durch ein Abbildungssystem mit einer numerischen Apertur von $NA = 0.19$ in eine Faser gekoppelt und zum Detektionsaufbau geführt. Zur Stabilisierung des Fabry-Perot-Resonators (Kap. 3.4) wird zusätzlich Licht bei einer Wellenlänge von 830 nm mit Hilfe eines Bandpassfilters (*Semrock FF01-800/12-25*) überlagert. Alle Abstände und Brennweiten sind in mm angegeben

besitzt eine Frequenzbreite < 10 Hz (FWHM) mit einem Signal-zu-Rausch-Abstand von ~ 60 dB.

Die zur Speicherung verwendeten Einzelphotonen werden in einem zweiten Labor mit Hilfe eines unabhängigen Lasers produziert. Dabei überträgt sich der zeitliche Phasenverlauf des Laserlichts auf das Wellenpaket des Einzelphotons. Um Phasenstabilität zwischen Kontrolllicht und Einzelphotonen zu gewährleisten, benötigen wir eine gemeinsame Referenz für beide Labore. Wir nutzen hierzu einen optischen Frequenzkamm (*Menlo Systems FC 1500-250*). Der Kontrolllaser wird auf eine Frequenzkomponente des Frequenzkamms stabilisiert. Der Signal-zu-Rausch-Abstand beträgt in diesem Fall ~ 40 dB.

Die Leistungen beider Laser werden mit Hilfe akusto-optischer Modulatoren (AOM) eingestellt. Die Unterdrückung der Lichtintensität am Ort der Atome bei ausgeschaltetem AOM beträgt 10^{-6} . Typische Anstiegs- bzw. Abklingzeiten der Lichtleistung für schnellstmögliches Ein- bzw. Ausschalten sind 30 ns. Signal- und Kontrolllicht werden in Lichtleitfasern zum Experiment geführt und auf das BEC fokussiert, wie in Abb.3.2 dargestellt.

Die Polarisation des Signallichts wird mit Hilfe von Wellenplatten vor der Faser-einkopplung eingestellt. Um Polarisationsdrehungen in der Faser (Länge ~ 30 m) zu kompensieren, verwenden wir eine Vorrichtung, die gezielt mechanische Spannung kurz vor dem Faserende anlegt und eine $\lambda/2$ -Platte hinter dem Faserauskoppler.

Durch Einstellen der mechanischen Spannung stellen wir zunächst sicher, dass rechts-zirkulares Licht nach der gesamten Anordnung rechts-zirkular bleibt. Eine Drehung der $\lambda/2$ -Platte kompensiert schließlich Rotationen um die RL -Achse der Poincaré-Kugel. Falls keine starken Temperaturschwankungen oder Bewegungen der Faser auftreten, driftet die mit dieser Technik eingestellte Polarisation in einem Zeitraum von 12 h typischerweise um weniger als 3° auf der Poincaré-Kugel. Mit Hilfe eines beweglichen Spiegels können anstatt des Signallichts auch Einzelphotonen in die Faser eingekoppelt werden.

Um Signale vollständig im BEC abzuspeichern, wird der aus der Faser kommende Strahl mit einer achromatisch korrigierten Linse, die sich in einem Abstand von 130 mm vor den Atomen befindet, fokussiert. Dadurch erreichen wir typischerweise eine Strahltaile am Ort der Atome von $w_0 = 8 \mu\text{m}$, was vergleichbar mit dem Thomas-Fermi-Radius des BECs ist.

Die Strahltaile des Kontrolllichts beträgt $w_0 = 65 \mu\text{m}$. Das BEC befindet sich leicht außerhalb des Fokus und wird vom Kontrollstrahl, der am Ort der Atome eine Spotgröße von $w = 100(20) \mu\text{m}$ besitzt, homogen ausgeleuchtet. Der Strahl trifft unter einem Winkel von 90° relativ zum Signallicht auf die Atomwolke, wobei die Polarisation entlang der durch den Signalstrahl definierten Quantisierungsachse gewählt wird (π -Polarisation). Diese Konfiguration ermöglicht es uns, das in Abb. 4.6 skizzierte Niveauschema zu realisieren. Sie sorgt zudem für eine gute Trennung von Signal- und Kontrolllicht bei der Detektion.

Licht, das abgespeichert und ausgelesen wurde, wird durch eine Anordnung von Linsen, die Teil des in Ref. [Mar03, Die07] beschriebenen Abbildungssystems sind, aufgesammelt und zum Detektionsaufbau geführt.

3.4. Streulichtfilterung

In allen Experimenten, bei denen einzelne Photonen detektiert werden sollen, ist ein wichtiger Schritt die effiziente Unterdrückung von Streulicht. Nach trivialen Maßnahmen zur Abschirmung von Raumlicht sind im vorliegenden Experiment Kontrollphotonen, die an den Atomen gestreut werden, die dominante Quelle von Hintergrundlicht. Da für typische experimentelle Parameter die Intensität des Kontrolllichts etwa 10^9 mal so groß ist wie die des Einzelphotonenstrahls, stellen bereits geringe Streuraten ein Problem dar. Für eine Kontrollleistung von $6 \mu\text{W}$ und 10^6 Atome im BEC werden Streuphotonen mit einer Rate von etwa 88ms^{-1} detektiert. Dieser Wert stimmt gut mit der erwarteten off-resonanten Streurrate des Kontrollstrahls an den Atomen² von 85ms^{-1} überein.

Die Leistung des Kontrollpulses beim Auslesen beträgt typischerweise $120 \mu\text{W}$. Für die Verschränkungsmessung präparieren wir etwa 1.2×10^6 Atome im BEC. Die Tatsache, dass die Zahl der Atome und damit die Zahl der gestreuten Photonen während mehrerer Schreib-Lese-Zyklen auf 20% ihres ursprünglichen Wertes abfällt (siehe Kap. 4.1.2), reduziert die mittlere Streurrate um ca. einen Faktor 2. Davon

²Bei dieser Rechnung wurde nur Streuung an Atomen im Zustand $F = 1$ berücksichtigt. Das zur Detektion verwendete Abbildungssystem deckt etwa 8×10^{-3} des gesamten Raumwinkels ab. Die Detektionseffizienz der verwendeten APDs beträgt 50%.

3. Experimentelle Methoden

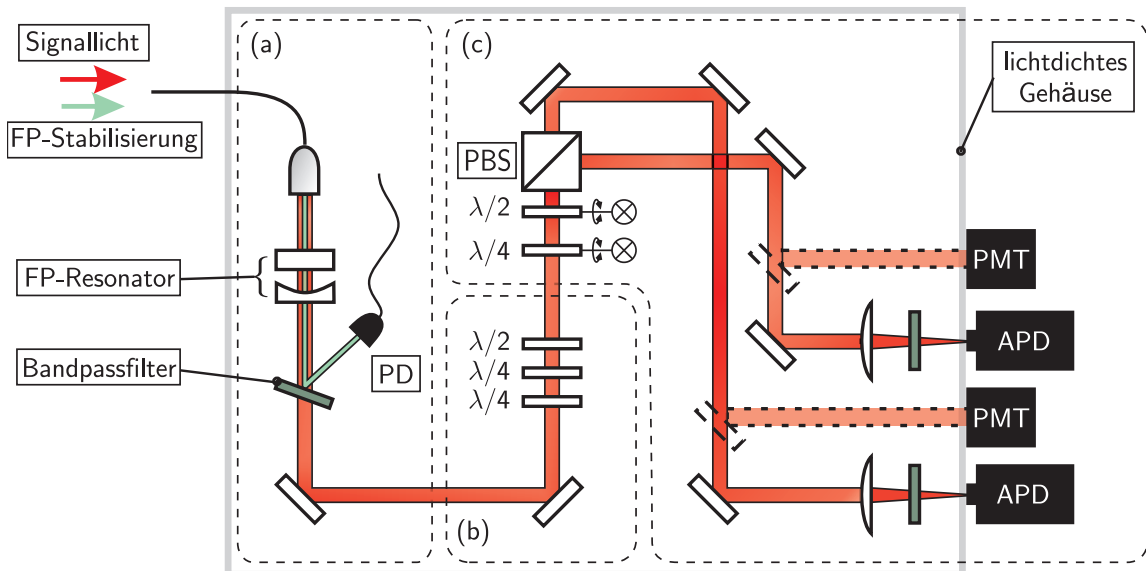


Abbildung 3.3.: Aufbau zur Polarisationsanalyse einzelner Photonen. (a) Signallicht erreicht den Detektionsaufbau in einer Faser, die als räumlicher Streulichtfilter dient (siehe Abb. 3.2). Mit Hilfe eines Fabry-Perot-Resonators wird das Licht anschließend frequenzgefiltert. In die Faser ist auch Licht zur Stabilisierung des Resonators eingekoppelt. Es wird hinter dem Resonator abgespalten und auf eine Photodiode (PD) gelenkt. (b) Eine Anordnung von Wellenplatten kompensiert auftretende Polarisationsdrehungen. (c) Zur Detektion spaltet ein polarisierender Strahlteiler das Signallicht auf. Dabei bestimmt die Stellung zweier Wellenplatten, die sich auf motorisierten Drehtischen befinden, die Analysebasis. Je nach Lichtleistung verwenden wir als Detektoren photomultiplier tubes (PMT) (*Hamamatsu R3892*) oder Avalanche-Photodioden (APD) (*Perkin Elmer SPCM AQR-16*).

ausgehend erwarten wir eine mittlere Detektionsrate unerwünschter Photonen von $1 \mu\text{s}^{-1}$. Bei der Frage, inwiefern dies ein Problem für die Detektion der Zwei-Teilchen-Verschränkung darstellt, ist zu beachten, dass ein relevantes Detektionsereignis in diesem Fall aus der gleichzeitigen Detektion je eines Photons aus dem BEC und dem zur Verschränkungserzeugung benutzten Einzelatom besteht. Ausgehend von einer Detektionswahrscheinlichkeit der relevanten Einzelphotonen von 1.8×10^{-3} (siehe Kap. 4.2.3) erwarten wir in einem Zeitfenster von 300 ns eine Wahrscheinlichkeit $p_d = 6 \times 10^{-4}$ für eine Dunkelkoinzidenz, die durch gestreutes Kontrolllicht zustande kommt. Dies ist mit einer erwarteten Detektionswahrscheinlichkeit³ des verschränkten Zustandes von $p_c = 6 \times 10^{-6}$ zu vergleichen. Um unerwünschte Detektionsereignisse vernachlässigen zu können, streben wir daher eine Verbesserung des Signal-zu-Untergrund-Verhältnisses p_c/p_d um ca. 3 Größenordnungen an.

Wir machen uns zunächst die Tatsache zunutze, dass sich abgespeichertes Licht beim Auslesen wieder in der räumlichen Mode des Signalstrahls befindet (siehe Kap. 2.1.2), während Streulicht in alle Raumrichtungen emittiert wird. Um eine möglichst gute räumliche Filterung zu erreichen, koppeln wir das ausgelesene Licht in eine

³Die gemessene Wahrscheinlichkeit für eine Signalkoinzidenz nach Anwendung aller Filtermaßnahmen beträgt typischerweise 2.5×10^{-6} . Die entsprechende Wahrscheinlichkeit ohne Filterung liegt um einen Faktor $0.8^{-1} \cdot 0.5^{-1} = 2.5$ höher.

Singlemode-Faser ein (siehe Abb. 3.2). Auf diese Weise verringert sich das detektierte Streulicht um einen Faktor 15, das detektierte ausgelesene Signal dagegen nur um einen Faktor 2. Wir gewinnen durch die räumliche Filterung also einen Faktor ~ 7 im Signal-zu-Untergrund-Verhältnis.

Wir verbessern dieses Verhältnis weiter, indem wir das verbleibende Licht im Frequenzraum filtern. Um zu klären, inwiefern sich Signal- und Streulicht spektral trennen lassen bzw. welche Anforderungen ein Filter erfüllen muss, ist es sinnvoll die auftretenden Streuprozesse genauer zu betrachten.

Der Kontrolllaser treibt nah-resonant den Übergang $5^2S_{1/2} F = 2 \leftrightarrow 5^2P_{1/2} F' = 1$. Die Atome sind im Hyperfeinzustand $F = 1$ präpariert. Ein Teil der Streuphotonen entsteht durch elastische Streuung des Kontrolllichts. Diese Photonen sind gegenüber dem Signallicht um 6.8 GHz rotverstimmt. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% findet inelastische Streuung statt, wobei ein Atom in den Hyperfeinzustand $F = 2$ überführt wird. Die Verstimmung des bei diesem Prozess emittierten Lichts beträgt 13.6 GHz gegenüber dem Signallicht.⁴

Insgesamt erwartet man eine deutliche Reduktion des Streulichts durch die Verwendung eines Frequenzfilters. Wir verwenden hierzu einen Fabry-Perot-Resonator in Transmission. Bei der Dimensionierung wurde darauf geachtet, dass Licht mit einer Verstimmung von 6.8 GHz bzw. 13.6 GHz gegenüber der Resonatorlinie stark unterdrückt wird. Abb. 3.4 zeigt das Transmissionsspektrum des Resonators zusammen mit einigen wichtigen Kenngrößen. Wie aus der Tabelle ersichtlich, liegt die Transmission des Resonators für Licht der gewünschten Wellenlänge bei 80%, während Streulicht etwa um einen Faktor 2×10^{-4} unterdrückt werden sollte. Im besten Fall erwarten wir also eine Verbesserung des Signal-zu-Untergrund-Verhältnisses um einen Faktor 4000. In Verbindung mit der oben erwähnten räumlichen Filterung entspricht dies einem maximalen Wert von $(p_c/p_d)_{\max} = 700$. Der tatsächlich gemessene Wert liegt nach Abzug des thermischen Rauschens der Detektoren bei $(p_c/p_d)_{\text{exp}} = 25$. Damit sind die durch Streulicht verursachten Dunkelkoinzidenzen wirksam gegenüber den Signalkoinzidenzen unterdrückt.

Der Bau eines Frequenzfilters war ein entscheidender experimenteller Schritt zur Durchführung der Verschränkungsmessungen. Wir verwenden einen plan-konkaven Fabry-Perot-Resonator. Der Signalstrahl ist an die TEM₀₀-Mode des Resonators angepasst und besitzt eine Rayleigh-Länge von 14 cm. Der Spiegelabstand wird mit Hilfe des Pound-Drever-Hall-Verfahrens auf Licht der Wellenlänge 830 nm stabilisiert. Beide Lichtfelder werden mit Hilfe von Interferenz-Bandpassfiltern getrennt bzw. überlagert (siehe Abb. 3.2 bzw. Abb. 3.3). Um Effekte des Stabilisierungslichts auf die gemessenen Zählraten völlig auszuschließen, wird es zusätzlich für die Dauer

⁴Atome die bei solchen inelastischen Streuprozessen in $F = 2$ überführt wurden, können anschließend weitere Photonen streuen. Während elastische Streuung nur Licht mit der Frequenz des Kontrolllasers erzeugt, fällt mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit das Atom wieder in den Hyperfeinzustand $F = 1$ zurück. Die so gestreuten Photonen wären spektral vom Signallicht nicht zu unterscheiden. Der Beitrag dieser durch sekundäre Prozesse entstehenden Photonen fällt bei Messungen sowohl mit als auch ohne Frequenzfilter deutlich kleiner aus als erwartet. Der Grund für diese Abweichung bleibt allerdings unklar. Bei hohen atomaren Dichten findet neben den besprochenen Prozessen auch Streuung durch Photoassoziation statt. Auch die durch diese Photonen hervorgerufenen Zählraten scheinen für die betrachteten Parameter vernachlässigbar zu sein.

3. Experimentelle Methoden

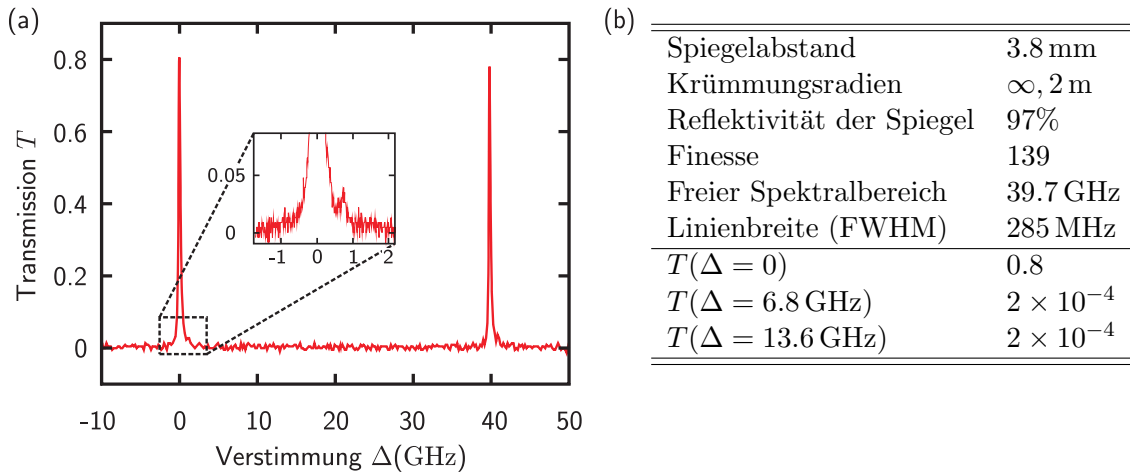


Abbildung 3.4.: Charakterisierung des Fabry-Perot-Resonators zur Streulichtfilterung (a) Transmissionsspektrum als Funktion der Verstimmung des Signallichts [Bau10]. Neben dem Transmissionsmaximum der TEM_{00} -Mode erkennt man einen Nebenmodenkamm aufgrund nicht perfekter Modenanpassung. (b) Tabelle mit den wichtigsten Kenngrößen des Resonators für Licht mit der Wellenlänge $\lambda = 795 \text{ nm}$.

des Schreib-Lese-Zyklus mit Hilfe eines AOM abgeschaltet. Die Stabilisierung wird dadurch nicht merklich beeinträchtigt.

Besonderes Augenmerk wurde darauf gelegt, dass die Transmission des Frequenzfilters für alle Polarisierungen gleich ist. Hierzu wurden die doppelbrechenden Eigenschaften der Spiegelbeschichtungen einzeln charakterisiert und beim Zusammenbau des Resonators beachtet. Die Abhängigkeit der Transmission des Resonators von der Polarisation beträgt 2%. Die verbleibende Doppelbrechung führt dabei zu einer Rotation des Polarisationsvektors auf der Poincaré-Kugel um 10° . Diese kann zusammen mit weiteren z.B. an Spiegeln und in der Faser auftretenden Rotationen durch eine Kombination aus zwei $\lambda/4$ -Platten und einer $\lambda/2$ -Platte ausgeglichen werden (Abb. 3.3 (b)). Ref. [Bau10] erläutert dieses Vorgehen im Detail.

3.5. Polarisationsanalyse

Nach der Filterung wird das verbleibende Licht an einem polarisierenden Strahlteiler (PBS) aufgeteilt, an dessen beiden Ausgängen sich jeweils ein Detektor befindet. Vor dem PBS befindet sich eine Kombination aus einer $\lambda/4$ - und einer $\lambda/2$ -Platte, wie in Abb. 3.3 (c) dargestellt.

Da eine beliebige Polarisation durch eine geeignete Einstellung der $\lambda/4$ -Platte linear gemacht und schließlich mit der $\lambda/2$ -Platte horizontal ausgerichtet werden kann, ermöglicht dieser Aufbau die Messung des Polarisationszustandes des ankommenden Lichts in beliebigen Basen. Dabei gelangen auf die beiden Detektoren jeweils zueinander orthogonale Polarisationskomponenten. Die Gesamtintensität des Lichtfeldes ist durch die Summe der Signale gegeben. Wie in Kap. 2.2.1 erläutert, kann durch Messungen in drei verschiedenen Basen der Stokes-Vektor des ausgelesenen Lichts bestimmt werden.

Um systematische Fehler bei der Polarisationsmessung abzuschätzen, bestimmen wir die Müller-Matrix des gesamten Strahlengangs zwischen der Linse, mit der das Signallicht auf das BEC fokussiert wird (Abb. 3.2), und der Polarisationsdetektion und überprüfen, wie gut diese der Einheitsmatrix entspricht. Dazu messen wir mit dem Detektionsaufbau den Polarisationszustand des transmittierten Lichts für vier Eingangspolarisationen mit linear unabhängigen Stokes-Vektoren. Die Eingangspolarisationen werden mit Hilfe von Wellenplatten vor der Glaszelle eingestellt und mit einem Polarimeter (*Thorlabs PAX5710*) überprüft, für das der Hersteller eine Winkelgenauigkeit von 0.1° auf der Poincaré-Kugel spezifiziert.

Die Transmission des gesamten Aufbaus beträgt unabhängig von der Eingangspolarisation $42(2)\%$. Für die zugehörige Winkelabweichung zwischen eingestelltem Eingangszustand und tatsächlich gemessener Polarisation erhalten wir maximal 4° auf der Poincaré-Kugel.⁵ Die beobachteten Winkelabweichungen sind zum einen auf Ungenauigkeiten bei der Kompensation der entstehenden Polarisationsdrehungen zurückzuführen, zum anderen können Toleranzen der Wellenplatten, die zum Einstellen der Analysebasis verwendet werden, dazu führen, dass die tatsächliche Messbasis geringfügig von der gewünschten abweicht. Insgesamt ist der Einfluss dieser systematischen Unsicherheiten im Vergleich zu typischen statistischen Schwankungen bei der Verschränkungsmessung zu vernachlässigen.

⁵Die Fidelity eines reinen Polarisationszustandes mit demselben Zustand nach dem Durchgang durch den experimentellen Aufbau würde aufgrund der beschriebenen systematischen Effekte im Mittel $99.7(1)\%$ betragen. Zur Berechnung dieses Wertes sei auf Kap. 4.1.6 verwiesen.

4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem Bose-Einstein-Kondensat

Dieses Kapitel stellt die wesentlichen Ergebnisse der Arbeiten zur Speicherung von Zwei-Teilchen-Verschränkung dar. Das BEC dient dabei als Quantenspeicher für die Polarisation einzelner Photonen. In Kap. 4.1 charakterisieren und optimieren wir zunächst den Speicherprozess mit Hilfe abgeschwächter Laserpulse. Kap. 4.2 widmet sich dann der Speicherung von Verschränkung.

4.1. Polarisationserhaltendes Speichern von Laserpulsen

Im Folgenden wird unser Quantenspeicher anhand der in Kap. 1.2 vorgestellten Kriterien analysiert. Kap. 4.1.1 betrachtet dazu die optischen Eigenschaften des BECs unter EIT-Bedingungen und stellt Daten zur Speicherung von klassischen Lichtpulsen vor. Die Zählraten bei der Speicherung einzelner Photonen hängen kritisch von der Effizienz des Schreib-Lese-Prozesses ab. Kap. 4.1.2 zeigt Möglichkeiten auf, Letztere zu optimieren. Eine andere wichtige Kenngröße eines Quantenspeichers ist die Speicherzeit, die in Kap. 4.1.3 diskutiert wird.

Wir verwenden den Polarisationszustand eines Einzelphotons als fliegendes Qubit. Zur Speicherung des Qubit-Zustandes, wird in Kap. 4.1.4 das übliche EIT-Schema erweitert. Damit wird die Polarisation von Licht auf den internen Zustand der Atome abgebildet. Um Dekohärenz des Quantenspeichers auch für lange Speicherzeiten zu vermeiden, war es nötig, Magnetfeldfluktuationen zu minimieren (Kap. 4.1.5). Kap. 4.1.6 liefert schließlich eine vollständige Charakterisierung des Polarisationspeichers mit Hilfe der in Kap. 2.2.2 eingeführten Prozesstomographie.

4.1.1. EIT und gespeichertes Licht in einem atomaren BEC

Zu Beginn dieses Kapitels werden einige grundlegende Experimente zu EIT in einem BEC vorgestellt. Um höhere Zählraten zu erhalten, verwenden wir in diesen Charakterisierungsmessungen abgeschwächte Laserpulse anstelle von Einzelphotonen. Wir realisieren das in Abb. 2.1 abgebildete Niveauschema mit Hilfe der folgenden Hyperfeinzustände in ^{87}Rb

$$|1\rangle = 5^2S_{1/2} \ F = 1, m_F = 0, \quad (4.1a)$$

$$|2\rangle = 5^2S_{1/2} \ F = 2, m_F = 1, \quad (4.1b)$$

$$|3\rangle = 5^2P_{1/2} \ F' = 1, m_{F'} = 0. \quad (4.1c)$$

4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem BEC

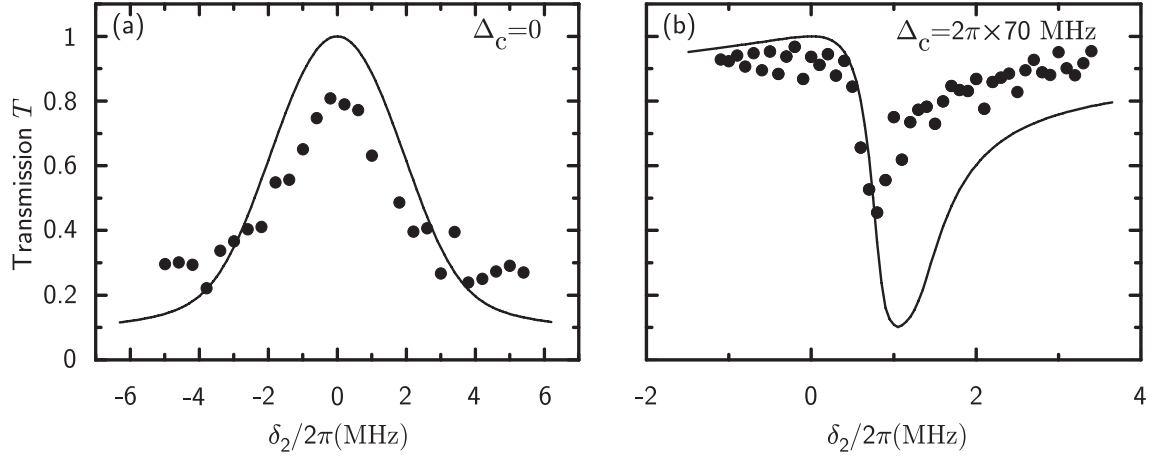


Abbildung 4.1.: Transmission des BECs als Funktion der Zwei-Photonen-Verstimmung δ_2 für eine Kontroll-Rabi-Frequenz von $\Omega_c = 2\pi \times 18$ MHz. (a) Ohne Ein-Photonen-Verstimmung ($\Delta_c = 0$) stimmen die experimentellen Daten relativ gut mit dem gemäß Gln. (2.4) und (4.2) erwarteten, gaußschen Transmissionsmaximum überein (Linie). (b) Bei $\Delta_c = 2\pi \times 70$ MHz wäre das BEC ohne den Kontrolllaser transparent. Mit Kontrolllaser entsteht ein schmales Transmissionsminimum bei einer Zwei-Photonen-Verstimmung von δ^+ (siehe Gl. (2.6)). Die experimentell beobachtete maximale Absorption fällt etwa einen Faktor 2 geringer aus als die theoretische Erwartung. Signallight, das abgespeichert werden soll, muss sich spektral in einem Bereich um die Zwei-Photonen-Resonanz $\delta_2 = 0$ befinden, dessen Breite deutlich kleiner ist als δ^+ .

Die Zerfallsrate des Zustandes $|3\rangle$ beträgt $\Gamma = 2\pi \times 5.8$ MHz [Vol96]. Mit der Wahrscheinlichkeit $\Gamma_{31}/\Gamma = 1/12$ findet ein Zerfall in den Zustand $|1\rangle$ statt. Signallight koppelt die Zustände $|1\rangle$ und $|3\rangle$, Kontrolllicht die Zustände $|2\rangle$ und $|3\rangle$. In Hinblick auf die spätere Speicherung von Einzelphotonen ist insbesondere das Verhalten bei nicht verschwindender Ein-Photonen-Verstimmung Δ_c interessant.

Der Effekt, dem EIT seinen Namen verdankt, ist das Auftreten von Transparenz in opaken Medien. Wir betrachten daher zunächst die Transmission der Signalintensität durch das BEC. Wir gehen von einer dreidimensionalen Dichteverteilung $\varrho(x, y, z)$ des BECs in Form einer Thomas-Fermi-Parabel gemäß Gl. (3.4) aus. Die Wolke sitzt im Fokus des gaußschen Signalstrahls dessen Intensitätsverteilung $I(x, y)$ am Ort der Atome durch Gl. (3.3) gegeben ist. Die Rayleigh-Länge des Strahls ist viel größer als die Ausdehnung des BECs entlang der Propagationsrichtung des Strahls.

Die Transmission T ergibt sich aus dem Imaginärteil der Suszeptibilität χ gemäß Gl. (2.4). Wegen $\chi \propto \varrho$ ist χ ortsabhängig. Wir erhalten

$$T = \frac{1}{P} \int dx dy I(x, y) t(x, y), \quad t(x, y) = \exp \left[-k_p \int dz \text{Im}(\chi(x, y, z)) \right]. \quad (4.2)$$

Hierbei bezeichnen $P = \int dx dy I(x, y)$ die Leistung und k_p den Betrag des Wellenvektors des Signallights.

In Abb. 4.1 ist die gemessene Transmission als Funktion der Zwei-Photonen-Verstimmung $\delta_2 = \Delta_p - \Delta_c$ aufgetragen, wobei die Verstimmung des Signallasers Δ_p bei verschiedenen, konstanten Werten der Verstimmung des Kontrolllasers

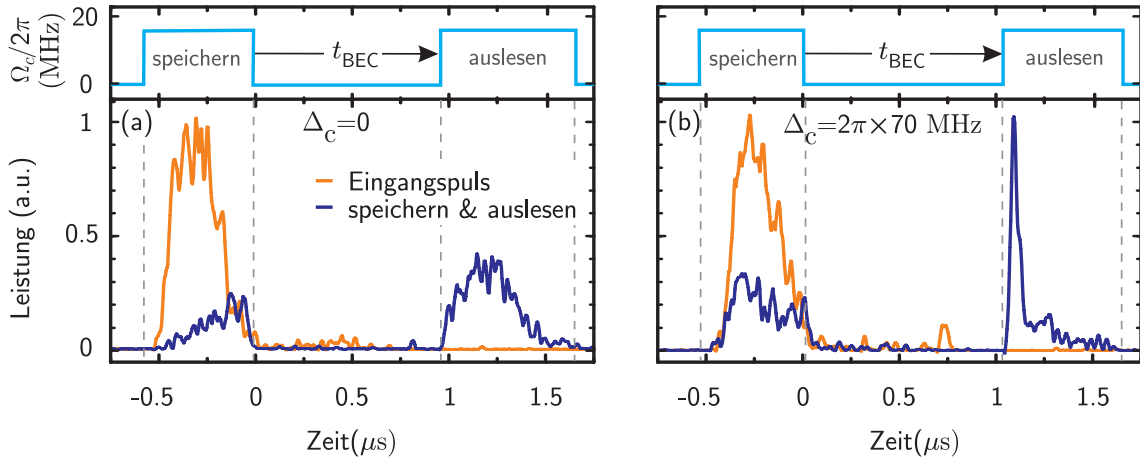


Abbildung 4.2.: Zeitlicher Verlauf eines typischen Schreib-Lese-Zyklus. Die Form des Eingangspulses ist näherungsweise gaußsch. (a) Bei $\Delta_c = 0$ wird der Puls verzögert und abgeschwächt. Man erkennt, wie die Propagation des Pulses mit dem Ausschalten des Kontrolllichts beim Speichern angehalten wird und sich beim Auslesen fortsetzt. Dabei behält der Puls im Wesentlichen seine zeitliche Form. (b) Bei $\Delta_c = 2\pi \times 70$ MHz erfolgt die Speicherung in einem deutlich kleineren Frequenzfenster. Darüber hinaus zeigt das Medium ein stark dispersives Verhalten, was zu einer Deformation des ausgelesenen Pulses führt.

Δ_c variiert wurde. Die verwendete Kontroll-Rabi-Frequenz von $\Omega_c = 2\pi \times 18(4)$ MHz entspricht in etwa dem Wert, der später auch für das Abspeichern von Einzelphotonen verwendet wird. Gemäß Gln. (2.4) und (4.2) erwartet man den als Linie eingezeichneten Verlauf der Transmission. Die Daten sind qualitativ in Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen. Quantitativ stellt man fest, dass die minimale Transmission für beide gezeigten Werte von Δ_c in den experimentellen Daten größer ausfällt als erwartet. Darüber hinaus sollte das BEC auf Zwei-Photonen-Resonanz $\delta_2 = 0$ stets vollständig transparent sein. Während dies für $\Delta_c = 2\pi \times 70$ MHz im Rahmen der statistischen Schwankungen erfüllt ist, konnte bei $\Delta_c = 0$ an dieser Stelle nur eine Transparenz von 80% gemessen werden. Mögliche Gründe für die Abweichungen sind Beugung, Brechung und Reflexion aufgrund der transversalen Inhomogenität des Mediums.

Bisher wurde nur die Absorption eines Lichtpulses beim Durchgang durch das BEC betrachtet. Für die Speicherung von Licht mit EIT ist jedoch auch von Bedeutung, ob der Puls durch eine Verringerung der Gruppengeschwindigkeit in das Medium komprimiert werden kann. Um das jeweilige Verhalten bei $\Delta_c = 0$ bzw. $\Delta_c = 2\pi \times 70$ MHz zu untersuchen, betrachten wir einen typischen Schreib-Lese-Zyklus.

Abb. 4.2 zeigt die Signalleistung am Detektor als Funktion der Zeit für verschiedene Werte von Δ_c . Frequenz und Leistung des Kontrolllasers sind jeweils wie in Abb. 4.1 gewählt. Die Zentralfrequenz des Signalpulses erfüllt die Zwei-Photonen-Resonanz-Bedingung $\delta_2 = 0$. Während der Puls auf das BEC trifft, wird zusätzlich der Kontrolllaser eingestrahlt. Am Ende des Signalpulses wird die Kontrollintensität innerhalb 30 ns zu Null gefahren und der Puls dadurch abgespeichert. Nach einer Speicherzeit t_{BEC} führt das Einschalten des Kontrolllichts zum Auslesen des gespeicherten

Pulses.

Bei $\Delta_c = 0$ ist der Realteil der Suszeptibilität des Mediums über die gesamte spektrale Breite des Pulses von $2\pi \times 0.7$ MHz (rms) in guter Näherung linear (vgl. Abb. 2.2 (a)). Dies führt dazu, dass die zeitliche Form des ausgelesenen Pulses in Abb. 4.2 (a) im Wesentlichen der des Eingangspulses entspricht.

Bei $\Delta_c = 70$ MHz hingegen ist das Frequenzfenster, in dem der Realteil von χ linear genähert werden kann, deutlich schmaler als die spektrale Verteilung des Signalpulses (siehe Abb. 2.2 (b)). Verschiedene Frequenzkomponenten des Pulses erfahren sehr unterschiedliche Verzögerungen, was zu einer starken Deformation des Pulses bei der Propagation im Medium führt. Der zeitliche Verlauf des ausgelesenen Pulses kann im Rahmen einer numerischen Simulation vorhergesagt werden. Eine solche Rechnung wurde in Ref. [She10a] für andere experimentelle Parameter durchgeführt. Die dortigen Ergebnisse stimmen qualitativ mit den in Abb. 4.2 (b) gezeigten Daten überein.

4.1.2. Maßnahmen zur Optimierung der Schreib-Lese-Effizienz

Um die Schreib-Lese-Effizienz η , also das Verhältnis der Energien des einlaufenden und ausgelesenen Pulses zu optimieren, muss, wie in Kap. 2.1.2 erläutert, die Kontroll-Rabi-Frequenz geeignet gewählt werden. Darüber hinaus existiert bei gegebener zeitlicher Form des einlaufenden Pulses und optischer Dichte des Mediums eine optimale zeitliche Form des Kontrollpulses beim Abspeichern [Gor07a].

Wir betrachten zunächst die Speichereffizienz in Abhängigkeit von der mittleren Kontroll-Rabi-Frequenz¹ Ω_c in Abb. 4.3 (a). Auf Ein-Photonen-Resonanz (●) zeigen die Daten ein Optimum der Effizienz bei $\Omega_c = 2\pi \times 19$ MHz. Für deutlich höhere Kontrollleistung kann der Puls nicht mehr ausreichend in die Wolke komprimiert werden. Bei zu kleiner Kontrollleistung hingegen ist die Breite des Transmissionsfensters im Frequenzraum schmaler als der einlaufende Puls, so dass es zu Absorption kommt.

Die maximale Effizienz in Abb. 4.3 beträgt 35%. Unter Verwendung einer optimierten Form des Eingangspulses konnte dieser Wert sogar bis auf 53(3)% gesteigert werden. Die Ein-Photonen-Verstimmung betrug hierbei $\Delta_c = 0$. Für die Experimente zur Speicherung von Einzelphotonen musste jedoch bei $\Delta_c = 2\pi \times 70$ MHz (■) gearbeitet werden. Die maximale Effizienz ist hier deutlich kleiner. Wie in Kap. 2.1.2 erläutert, ist die Breite des für die Speicherung relevanten Frequenzfensters bei $\Delta_c = 2\pi \times 70$ MHz kleiner als bei $\Delta_c = 0$. Wir wählen als Richtwert für die volle Breite des Frequenzfensters $2\delta_{0.5}$, wobei $\delta_{0.5}$ den Wert der Zwei-Photonen-Verstimmung bezeichnet, bei dem die Absorption im Zentrum des Signalstrahls auf 50% ihres Maximalwertes angestiegen ist. Mit $\Omega_c = 2\pi \times 19$ MHz erhalten wir aus Gln. (2.4) und (2.7) $2\delta_{0.5} = 2\pi \times 1.6$ MHz (vgl. Abb. 4.1 (b)). Dieser Wert ist kleiner als die spektrale Breite des Signalpulses von $\Delta\omega_p = 2\pi \times 2.0$ MHz (FWHM). Der Puls wird im Frequenzraum also stärker gefiltert als im Fall $\Delta_c = 0$. Da die Kompression für Pulse, die innerhalb des relevanten Frequenzfensters liegen, unabhängig von Δ_c ist, ergibt sich die beobachtete niedrigere Effizienz.

¹Bei den in Abb. 4.3 gezeigten Daten kam bereits die optimierte Form des Kontrollpulses (siehe Abb. 4.4 (a)) zum Einsatz. Das diskutierte Verhalten ist jedoch weitgehend unabhängig von der verwendeten Pulsform.

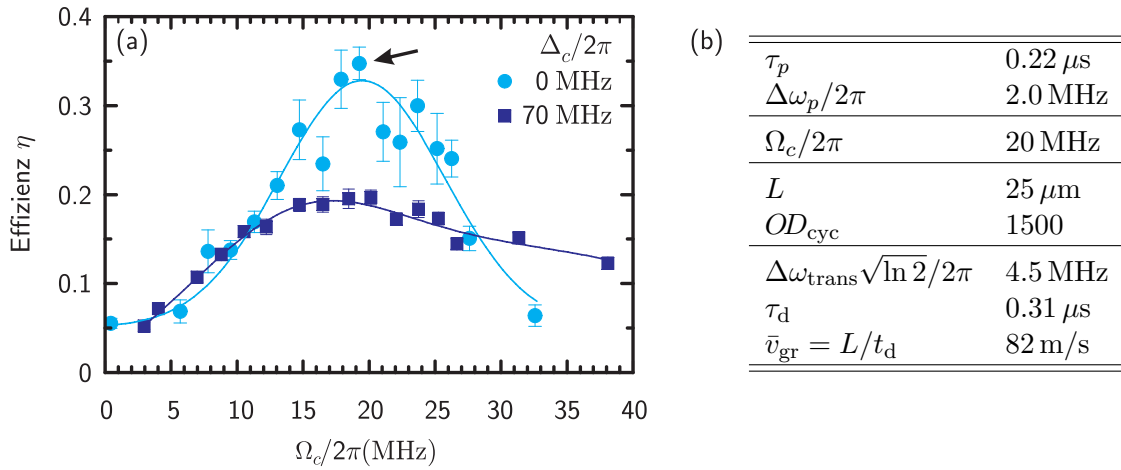


Abbildung 4.3.: (a) Schreib-Lese-Effizienz η als Funktion der Kontroll-Rabi-Frequenz Ω_c nach einer Speicherzeit von $t_{\text{BEC}} = 1 \mu\text{s}$. Linien dienen der Orientierung. Beide gezeigten Datensätze weisen in der Nähe von $\Omega_c \approx 2\pi \times 20$ MHz ein Maximum auf, das allerdings für $\Delta_c = 0$ (\bullet) deutlich stärker ausgeprägt ist als für $\Delta_c = 2\pi \times 70$ MHz (\blacksquare). Für den markierten Datenpunkt (Pfeil) wurden relevante Parameter in (b) aufgelistet, wobei sich die Zahlen auf das Zentrum des Signalstrahls beziehen. Aus Gln. (2.7) und (2.9) ergeben sich die Pulsverzögerung τ_d und die volle Halbwertsbreite des Transmissionsfensters $\Delta\omega_{\text{trans}}\sqrt{\ln 2}$. Ein Vergleich mit der Dauer τ_p und der spektralen Breite $\Delta\omega_p$ des Signalpulses zeigt, dass der Puls hier nur wenig Absorption erfährt und trotzdem vollständig in das Medium komprimiert werden kann. Pulslänge und Frequenzbreiten sind als volle Halbwertsbreiten (FWHM) angegeben.

4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem BEC

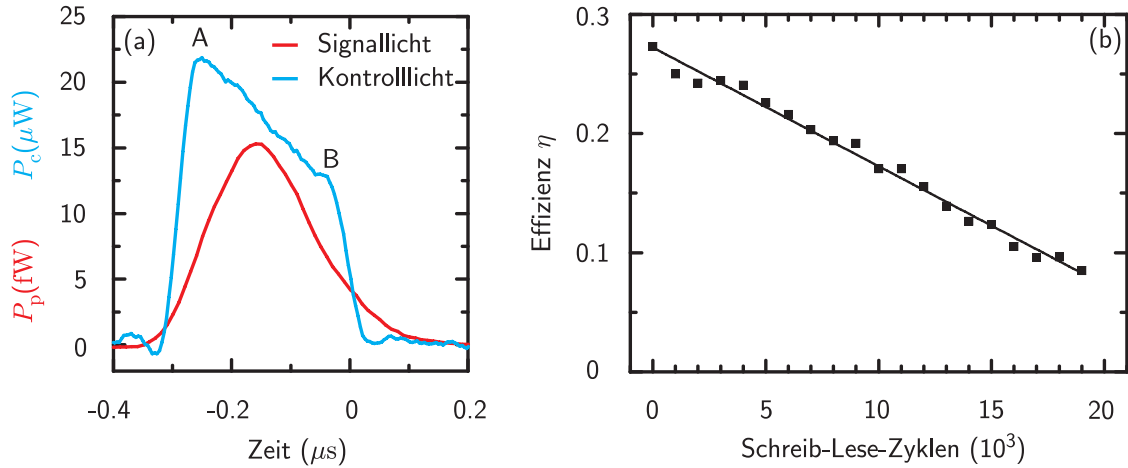


Abbildung 4.4.: (a) Optimierung des Kontrollpulses beim Abspeichern. Wir imitieren den zeitlichen Verlauf der Einzelphotonen mit abgeschwächten Laserpulsen (mittlere Photonenzahl $\bar{n} = 0.08$) und optimieren die mittlere Schreib-Lese-Effizienz für 2×10^4 Schreib-Lese-Zyklen an einem BEC. Dazu variieren wir die Form des Kontrollpulses, indem wir Zeit und Leistung der Punkte A und B verschieben. (b) Im Laufe der experimentellen Sequenz nimmt die Schreib-Lese-Effizienz η linear ab. Ursache für diesen Zerfall ist Atomverlust aufgrund off-resonanter Streuung des Kontrolllichts.

Wir suchen nun nach einer Form des Kontrollpulses beim Abspeichern, die die Schreib-Lese-Effizienz für die Einzelphotonenspeicherung optimiert. Dazu imitieren wir den zeitlichen Verlauf der Einzelphotonen mit abgeschwächten Laserpulsen. Das Ergebnis der Optimierung ist unter anderem von der optischen Dichte des Kondensats abhängig [Gor07a]. Auf der anderen Seite müssen, um ausreichende Zählraten bei der Einzelphotonenspeicherung zu erreichen, viele Schreib-Lese-Zyklen an einem BEC durchgeführt werden. Dabei nimmt die optische Dichte des Kondensats durch off-resonante Streuung des Kontrolllichts an den Atomen ab.

Diese Tatsache macht eine theoretische Analyse des Problems schwierig. Wir maximieren darum empirisch die mittlere Effizienz für eine feste Anzahl von Schreib-Lese-Zyklen. Unter verschiedenen getesteten Formen des Kontrollpulses erweist sich der in Abb. 4.4 (a) dargestellte trapezförmige Verlauf als vorteilhaft. Variation der Punkte A und B in Zeit und Amplitude liefert schließlich ein Optimum der Effizienz.

Während 2×10^4 Schreib-Lese-Zyklen fällt die Atomzahl annähernd exponentiell von anfangs 1.2×10^6 auf 0.2×10^6 . In der Folge sinkt die Schreib-Lese-Effizienz in einem einzelnen Zyklus von 27% auf 8% (Abb. 4.4 (b)). Im Mittel werden 18% erreicht. Eine Variation der Pulsform zwischen den Zyklen brachte keine weitere Verbesserung.²

Im Prinzip kann auch die Form des Kontrollpulses beim Auslesen variiert werden. Wir konnten hier jedoch keine Abhängigkeit der Effizienz feststellen und verwenden daher Rechteckpulse.

²Aufgrund von Gl. (2.9) könnte man erwarten, dass mit der sinkenden OD der Wolke eine Verringerung der Kontrollleistung im Verlauf der Sequenz von Vorteil wäre. Dies konnte für $\Delta_c = 0$ beobachtet werden, fällt aber aufgrund der schwächeren Abhängigkeit der Effizienz von der Kontrollleistung (siehe Abb. 4.3 (a)) bei $\Delta_c = 2\pi \times 70 \text{ MHz}$ nicht ins Gewicht.

Bei der in Abb. 4.4 (b) gezeigten Messung war auch die zur Streulichtfilterung verwendete Singlemode-Faser (siehe Kap. 3.4) eingebaut. Typischerweise kann etwa 58% des ausgelesenen Lichts in diese Faser eingekoppelt werden. Verglichen mit einer Einkoppeleffizienz von 66% des Eingangspulses ohne Speicherung ist dieser Wert erfreulich hoch, da er zeigt, dass Beugung an der inhomogenen Dichteverteilung des BECs in diesem Fall keine wesentliche Rolle spielt.

4.1.3. Abhängigkeit der Schreib-Lese-Effizienz von der Speicherzeit

Um die maximal erreichbaren Speicherzeiten abzuschätzen, betrachten wir die kohärente Überlagerung der Zustände $|1\rangle$ und $|2\rangle$ in Gl. (2.17). Die relative Phase beider Zustände variiert räumlich aufgrund der Differenz $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_c$ der Wellenvektoren von Signal- und Kontrolllicht. In einem Gas der Temperatur T führt die thermische Bewegung der Atome nach einer Speicherzeit $t_{\text{BEC}} \approx \pi/|\Delta\mathbf{k}|v_{\text{th}}$ zu einem Verlust der Phaseninformation,³ wobei $v_{\text{th}} = \sqrt{k_B T/m}$ die thermische Geschwindigkeit von Atomen der Masse m bezeichnet.

Wie in Abb. 3.2 gezeigt, werden in unserem Aufbau Signal- und Kontrolllicht mit den Wellenlängen $\lambda_c \approx \lambda_p \approx 795$ nm unter einem Winkel von 90° eingestrahlt. Für ^{87}Rb bei einer Temperatur von $T = 300$ nK beträgt $v_{\text{therm}} = 5$ mm/s. Bei Speicherung von Licht in einer thermischen Wolke erwarten wir daher einen Zerfall der Schreib-Lese-Effizienz nach einer typischen Speicherzeit von $t_{\text{BEC}} = 100$ μs . In einem BEC tritt keine thermische Bewegung der Atome auf, was deutlich längere Speicherzeiten erlauben sollte.

Abb. 4.5 (a) zeigt eine Messung der Schreib-Lese-Effizienz als Funktion der Speicherzeit für unterschiedlich kalte Wolken.⁴ Um die Kurven besser vergleichen zu können, wurden die Daten jeweils auf die Effizienz bei kurzen Speicherzeiten η_{max} normiert. Außerdem wurde für diese Messung der Signalstrahl aufgeweitet, um den Randbereich der Wolke voll auszuleuchten. Die Faser zur Streulichtfilterung war nicht eingebaut.

Für Speicherung in einer thermischen Wolke (\blacktriangle) erkennt man einen Abfall der Schreib-Lese-Effizienz auf der erwarteten Zeitskala von einigen 10 μs . Bei $T = 0.1$ μK (\bullet) ist ein Teil der Wolke bereits kondensiert. Dementsprechend zerfällt die Effizienz auf kurzen Zeitskalen nur bis zu einem endlichen Wert, der gespeichertem Licht im BEC zuzuordnen ist. Im Falle der kältesten Wolke (\blacksquare) ist die Schreib-Lese-Effizienz auf der dargestellten Zeitskala nahezu konstant. Die Tatsache, dass für kurze Zeiten hier ebenfalls ein schneller Zerfall auf etwa 80% des Anfangswertes stattfindet, lässt darauf schließen, dass noch thermische Atome vorhanden sind, obwohl diese in

³Eine äquivalente Sichtweise ergibt sich, wenn man beachtet, dass sich aufgrund des Photonenrückstoßes $\Delta\mathbf{p} = \hbar\Delta\mathbf{k}$ beim Speichern Anteile der atomaren Wellenfunktion im Zustand $|1\rangle$ und $|2\rangle$ räumlich separieren. Entspricht die Separation der thermischen de Broglie-Wellenlänge $\lambda_{\text{dB}} = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mk_B T)}$ der Atome, so ist kein gerichtetes Auslesen mehr möglich [Gin07]. Die auf diese Weise gewonnene maximale Speicherzeit reproduziert das Ergebnis im Text bis auf einen Faktor $\sqrt{1/2\pi}$.

⁴Für die gezeigten Daten wurden aus technischen Gründen die Zustände $|1\rangle = |F = 1, m_F = -1\rangle$, $|2\rangle = |F = 2, m_F = -2\rangle$ und $|3\rangle = |F = 2, m'_F = -1\rangle$ gewählt. Auf das diskutierte Verhalten hat dies jedoch keinen Einfluss.

4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem BEC

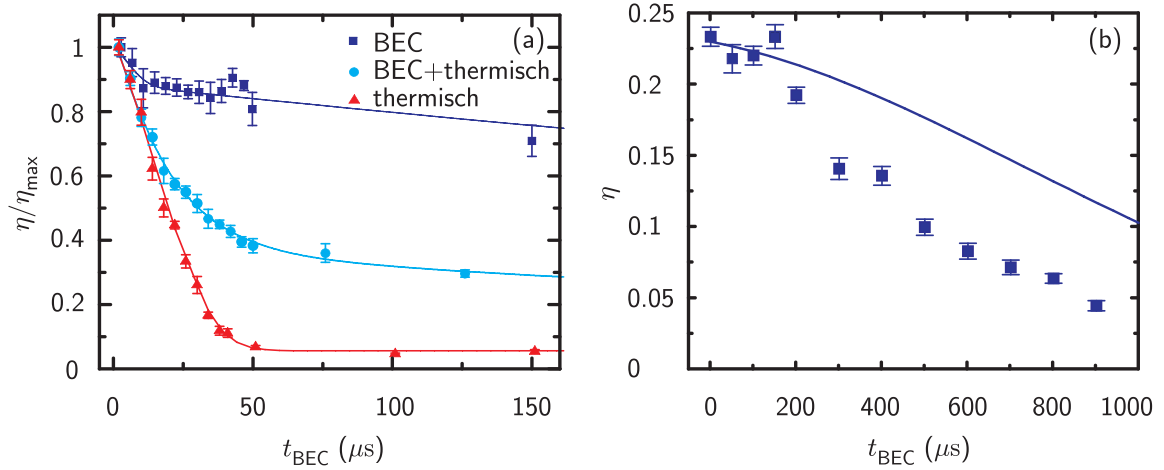


Abbildung 4.5.: (a) Normierte Schreib-Lese-Effizienz η als Funktion der Speicherzeit. Gezeigt sind Daten für Speicherung in einem BEC (■), einer Wolke bei $T \sim 0.1 \mu\text{K}$ mit einem Kondensatanteil von ca. 30% (●) und einem thermischen Gas ($T \sim 0.3 \mu\text{K}$) (▲) mit jeweils $\sim 5 \times 10^5$ Atomen. Die Daten zeigen stark unterschiedliche Zeitskalen für Licht, das im thermischen bzw. kondensierten Teil der Wolke gespeichert wurde. Durchgezogene Linien dienen der Orientierung. (b) Schreib-Lese-Effizienz in einem reinen BEC nach der Faser zur Streulichtfilterung. Die $1/e$ -Speicherzeit beträgt $600 \mu\text{s}$. Eine obere Grenze für die erreichbaren Effizienzen ist durch den räumlichen Überlapp zwischen der im Kondensat gespeicherten Spinwelle und der durch die Faser definierten Mode gegeben (Linie).

Absorptionsaufnahmen der Wolke nicht zu erkennen sind.

Die maximale Speicherzeit, nach der im Fall des reinen BECs in der gezeigten Messung noch ausgelesenes Licht detektiert werden konnte, beträgt 3 ms. Diese Zeitskala ergibt sich, wenn man beachtet, dass beim Abspeichern ein Impulsübertrag des Signal- und Kontrolllichts auf die Atome von $\Delta\mathbf{p} = \hbar\Delta\mathbf{k}$ stattfindet. In der Folge bewegt sich der Anteil der atomaren Wellenfunktion im Zustand $|2\rangle$ mit einer Geschwindigkeit $|\Delta\mathbf{p}|/m = 8 \text{ mm/s}$ relativ zum Anteil im Zustand $|1\rangle$. Licht kann nur gerichtet ausgelesen werden, solange die räumliche Separation beider Anteile kleiner ist als der Thomas Fermi-Radius $r^{\text{TF}} = 25 \mu\text{m}$ des Kondensats [Gin07]. Dies ist für Speicherzeiten $t_{\text{BEC}} < r^{\text{TF}}m/|\Delta\mathbf{p}| = 3 \text{ ms}$ der Fall.

Bei Verwendung der in Kap. 3.4 beschriebenen Singlemode-Faser zur Streulichtfilterung kann bereits nach $t_{\text{BEC}} > 2 \text{ ms}$ kein ausgelesenes Licht mehr detektiert werden. Die $1/e$ -Speicherzeit beträgt hier $600 \mu\text{s}$, wie Abb. 4.5 (b) zeigt. Die Bewegung des Anteils der Wellenfunktion im Zustand $|2\rangle$ während der Speicherzeit führt dazu, dass das Licht transversal versetzt ausgelesen wird. Es besitzt dann keinen optimalen Überlapp mehr mit der ursprünglichen räumlichen Mode und wird entsprechend schlechter in die Faser eingekoppelt.

Um den Einfluss auf die Schreib-Lese-Effizienz abzuschätzen, wurde dieser Überlapp als Linie in Abb. 4.5 (b) eingetragen und auf die maximale Effizienz normiert. Dabei wurde auch berücksichtigt, dass bereits für kurze Speicherzeiten ein Teil der atomaren Anregung die Wolke verlässt und nicht mehr zum ausgelesenen Licht beiträgt. Wie man sieht, wird die Abnahme der Effizienz durch diese Abschätzung nur teilweise

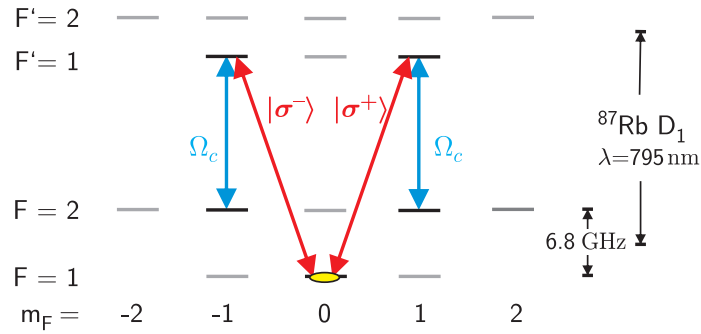


Abbildung 4.6.: Doppel- Λ -Schema zur Speicherung von Polarisationsqubits. Die Qubit-zustände $|\sigma^+\rangle$ und $|\sigma^-\rangle$ des Einzelphotons, werden auf die atomaren Qubit-zustände $|F, m_F\rangle = |2, -1\rangle$ und $|2, +1\rangle$ abgebildet.

erklärt. Die verbleibende Abweichung kann beispielsweise durch Beugung an der inhomogenen Dichteverteilung des BECs zustande kommen, die in den Randbereichen der Wolke stärker zutage tritt als im Zentrum.

Insgesamt ist bei senkrechtem Einfall von Signal- und Kontrolllicht die Verwendung eines BECs essentiell, um Speicherzeiten von $t_{\text{BEC}} > 0.1$ ms zu erreichen. Noch längere Speicherzeiten wären bei parallelem Einfall beider Lichtfelder möglich. In Ref. [Zha09] konnte in dieser Konfiguration eine $1/e$ -Speicherzeit von 0.5 s gemessen werden, wobei zusätzliche Maßnahmen zur Minimierung von atomaren Stößen getroffen wurden. Die Speicherung eines Qubits wurde dabei allerdings nicht gezeigt.

4.1.4. Prinzip der Polarisations-speicherung

Zur Speicherung eines Qubits muss in unserem System Licht beliebiger Polarisation abgespeichert und wieder ausgelesen werden können, ohne dass eine projektive Messung des Polarisationszustandes stattfindet. Wir erreichen dies durch das in Abb. 4.6 skizzierte Niveauschema. Durch Präparation des BECs im Zustand $|F, m_F\rangle = |1, 0\rangle$ und die Verwendung eines π -polarisierten Kontrolllasers entsteht ein Doppel- Λ -Schema, in dem beim Speichern bzw. Auslesen beliebige reine Qubit-zustände folgendermaßen aufeinander abgebildet werden:

$$c_- |\sigma^-\rangle + c_+ |\sigma^+\rangle \longleftrightarrow c_- |2, -1\rangle_{\text{BEC}} + c_+ |2, +1\rangle_{\text{BEC}}. \quad (4.3)$$

Hierbei sind c_- und c_+ komplexe Koeffizienten mit $|c_-|^2 + |c_+|^2 = 1$.

Da das atomare Qubit in einer Überlagerung verschiedener Zeeman-Zustände gespeichert ist, ist der so realisierte Quantenspeicher empfindlich auf Magnetfeldfluktuationen. Magnetfelder orthogonal zur Quantisierungsachse (z -Richtung), die wir entlang des Signalstrahls wählen, führen zu Populationstransfer zwischen Zuständen mit unterschiedlicher magnetischer Quantenzahl m_F . In diesem Fall werden Teile des Lichts im falschen Polarisationszustand ausgelesen, oder können gar nicht ausgelesen werden [Jen06].

Wir verhindern dies, indem wir ein magnetisches Führungsfeld entlang der Quantisierungsachse anlegen, dessen Betrag groß gegenüber externen Magnetfeldfluktuationen ist. Fluktuationen senkrecht zum Führungsfeld tragen dann nur unwesentlich

4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem BEC

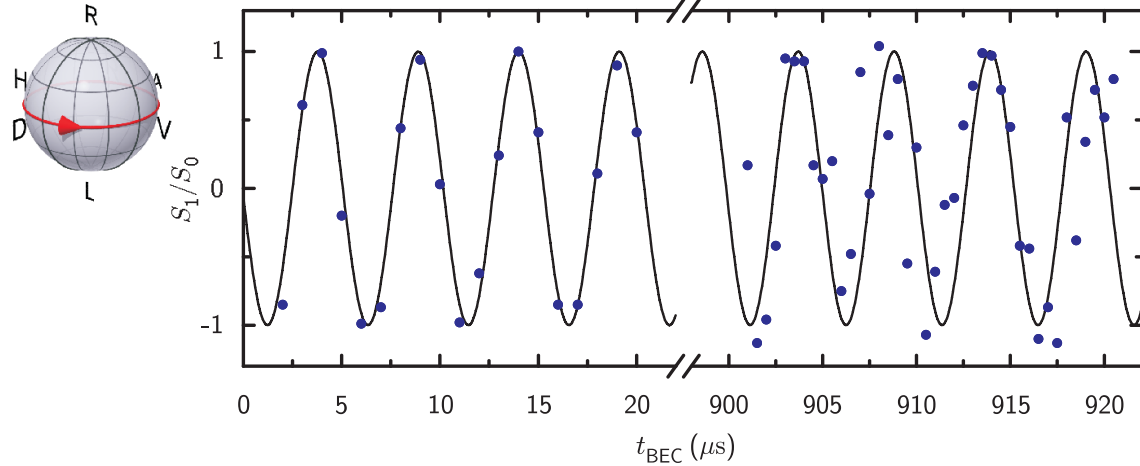


Abbildung 4.7.: Faraday-Drehung des ausgelesenen Lichts im magnetischen Führungsfeld. Gezeigt ist die Projektion S_1/S_0 des ausgelesenen Polarisationsvektors auf die HV -Basis bei der Speicherung von linear polarisiertem Licht als Funktion von t_{BEC} . Selbst für lange Speicherzeiten kann noch eine Oszillation mit großer Amplitude beobachtet werden. Aufgrund der geringeren Schreib-Lese-Effizienz hat hier technisches Rauschen einen stärkeren Einfluss. Um die für diese Messung notwendige Stabilität des Magnetfeldes zu erhalten, wurde der Schreib-Lese-Zyklus auf die Netzphase synchronisiert.

zu Richtung und Betrag des resultierenden Feldes bei. Die Auswirkungen von Fluktuationen parallel zum Führungsfeld werden so jedoch nicht unterdrückt. Außerdem ist der Effekt des Führungsfeldes auf das gespeicherte Qubit zu beachten.

Ein Magnetfeld B_z in z -Richtung führt aufgrund des linearen Zeeman-Effekts zu einer Energieaufspaltung der für die Speicherung relevanten Niveaus $|F, m_F\rangle = |2, \pm 1\rangle$ um $\Delta E = g_F \mu_B B_z \Delta m_F$. Dabei bezeichnen $\mu_B = 2\pi\hbar \times 1.4 \text{ MHz/G}$ das bohrsche Magneton und $g_F = 1/2$ den Landé-Faktor. Das Photon befindet sich insgesamt für eine Zeit $t_{\text{BEC}} + \tau_d$ im Medium. Während dieser Zeit entwickelt sich der Zustand aus Gl. (4.3) gemäß⁵

$$c_- \exp\left[-i\frac{\Delta E}{2\hbar}(t_{\text{BEC}} + \tau_d)\right] |2, -1\rangle_{\text{BEC}} + c_+ \exp\left[+i\frac{\Delta E}{2\hbar}(t_{\text{BEC}} + \tau_d)\right] |2, +1\rangle_{\text{BEC}}. \quad (4.4)$$

Der Polarisationszustand des ausgelesenen Photons rotiert dementsprechend um die RL -Achse der Poincaré-Kugel. Dies ist äquivalent zu einer Faraday-Drehung des Lichts. Als Drehwinkel ergibt sich

$$\phi = \omega_F(t_{\text{BEC}} + \tau_d), \quad \omega_F = \frac{\Delta E}{\hbar} = B_z \frac{\mu_B g_F \Delta m_F}{\hbar}. \quad (4.5)$$

Wir können dies im Experiment sichtbar machen, wenn wir z.B. wie in Abb. 4.7 gezeigt, linear polarisiertes Licht abspeichern. Aufgrund der Faraday-Drehung oszilliert

⁵Aufgrund der Energieverschiebung der Zustände $|2, \pm 1\rangle$ kommt es auch zu einer Verstimmung des Zwei-Photonen-Übergangs $|1, 0\rangle \leftrightarrow |2, \pm 1\rangle$. Für typische Feldstärken von $\sim 100 \text{ mG}$ liegt diese bei $2\pi \times 70 \text{ kHz}$ und hat damit keinen Einfluss auf den Speicherprozess (siehe Abb. 4.1).

die Projektion des ausgelesenen Polarisationsvektors auf die HV -Basis sinusförmig als Funktion der Speicherzeit. Neben den gezeigten Daten wurden auch jeweils vier Perioden der Oszillation bei $t_{\text{BEC}} \approx 300 \mu\text{s}$ bzw. $t_{\text{BEC}} \approx 630 \mu\text{s}$ aufgenommen und anschließend eine χ^2 -Anpassung der Funktion $-\sin(\omega_F(t_{\text{BEC}} + \tau_d))$ an alle Datenpunkte durchgeführt (Linie). Als Kreisfrequenz ergibt sich $\omega_F = 2\pi \times 196 \text{ kHz}$, was einem Betrag des magnetischen Führungsfeldes von $B_z = 143 \text{ mG}$ entspricht.

Um höhere Zählraten zu erhalten, wurde auch hier wieder mit Laserpulsen anstelle von Einzelphotonen gearbeitet. Jeder Datenpunkt entspricht einem Schreib-Lese-Zyklus mit ca. 10^4 Photonen pro Puls. Nach einer Speicherzeit von $\sim 900 \mu\text{s}$ ist die Effizienz wie in Abb. 4.5 (b) ersichtlich auf etwa 20% ihres Maximalwertes gefallen. Die Datenpunkte zeigen daher stärkeres Rauschen als bei kleinen Speicherzeiten. Dennoch weist die Oszillation auch hier noch eine Amplitude von ~ 1 auf. Falls in einem einzelnen Schreib-Lese-Zyklus Dephasierung zum Beispiel aufgrund von räumlichen Magnetfeldgradienten auftreten würde, würden die Datenpunkte einem Wert von 0 zustreben.

4.1.5. Magnetfeldstabilität

Bei der Speicherung von Verschränkung muss über zahlreiche Schreib-Lese-Zyklen gemittelt werden. Falls sich dabei der Wert des Magnetfeldes in zwei Zyklen um nur $\Delta B = 1 \text{ mG}$ unterscheidet, entsteht nach einer Speicherzeit von $t_{\text{BEC}} = 300 \mu\text{s}$ gemäß Gl. (4.5) bereits ein Winkelunterschied $\Delta\phi = 0.8\pi$ in der Faraday-Drehung des Lichts. Da die gemessenen Magnetfeldfluktuationen am Ort der Atome bei einem Führungsfeld der Stärke $\sim 100 \text{ mG}$ etwa 3 mG (rms) betragen, war die Verbesserung der Magnetfeldstabilität ein wichtiger experimenteller Schritt in Hinblick auf die Speicherung von Verschränkung mit langen Speicherzeiten.

Die Hauptursache von Magnetfeldfluktuationen im Labor sind Ströme in elektrischen Geräten. Ein Großteil der resultierenden Felder ist periodisch mit der Netzfrequenz von 50 Hz moduliert. Derartige Störungen können am einfachsten vermieden werden, wenn wie bei der Messung in Abb. 4.7 die experimentelle Sequenz mit der Phase des Stromnetzes synchronisiert wird. Bei Messungen zur Speicherung von Einzelphotonen ist dies nicht möglich, da hier typischerweise 2×10^4 Schreib-Lese-Zyklen über einen Zeitraum von 2 s durchgeführt werden.

Eine aktive Regelung des Magnetfeldes gestaltet sich schwierig, da es nicht möglich ist, das Magnetfeld am Ort der Atome kontinuierlich während des Experiments zu messen. Allerdings kann man den periodischen Charakter der Fluktuationen ausnutzen. Wir bestimmen zunächst den Verlauf des Magnetfeldes für eine volle Periode von 20 ms und modulieren dann den Strom zur Erzeugung des Führungsfeldes entsprechend diesem Verlauf um die Fluktuationen zu kompensieren. In der Regeltechnik wird ein solches Verfahren Vorwärtsschub (engl. 'feed forward') genannt.

Die Charakterisierung erfolgt durch Messung des Winkels der Faraday-Drehung. Die Genauigkeit bei der Bestimmung des Magnetfeldes beträgt hierbei $\sim 0.1 \text{ mG}$ und ist durch Magnetfeldfluktuationen, die nicht synchron mit der Netzphase auftreten, begrenzt. Wie in Abb. 4.8 gezeigt, konnten mit dieser Methode die Fluktuationen des Magnetfeldes im Verlauf einer Netzperiode um eine Größenordnung reduziert werden.

Eine Messung zur Speicherung von Zwei-Teilchen-Verschränkung dauert $\sim 7 \text{ h}$.

4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem BEC

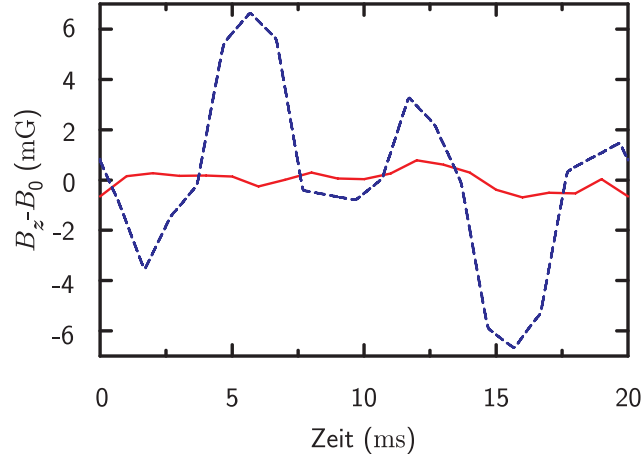


Abbildung 4.8.: Minimierung von Magnetfeldfluktuationen, die synchron mit der Phase des Stromnetzes auftreten. Die gestrichelte Linie ($\Delta B = 3.3 \text{ mG}$ (rms)) zeigt das anliegende Führungsfeld B_z abzüglich eines konstanten Offsets von $B_0 \approx 80 \text{ mG}$ als Funktion der Zeit relativ zu einem willkürlich gewählten Zeitpunkt innerhalb einer Netzperiode. Die verbleibende Abweichung nach feed forward-Kompensation (durchgezogene Linie) beträgt $\Delta B = 0.4 \text{ mG}$ (rms).

Daher müssen auch sehr viel langsamere Magnetfeldfluktuationen berücksichtigt werden. Um den Effekt solcher Schwankungen, deren Amplitude typischerweise $< 1 \text{ mG}$ ist, auszugleichen, wurde bei lange dauernden Messungen immer nach $\sim 2 \text{ h}$ die Veränderung des Magnetfeldes bestimmt und entsprechend kompensiert.

4.1.6. Prozesstomographie

Nachdem in Kap. 4.1.4 die Funktionsweise der Polarisations-speicherung in unserem Experiment erläutert wurde, wollen wir nun den Speicherprozess charakterisieren. Hierzu kommt der in Kap. 2.2.2 eingeführte Formalismus der Müller-Matrizen zur Anwendung.

Aufgrund der Symmetrie des verwendeten Niveauschemas (siehe Abb. 4.6) sollte die Schreib-Lese-Effizienz η unabhängig von der verwendeten Eingangspolarisation sein. Darüber hinaus tritt, wie in Kap. 4.1.4 beschrieben, Faraday-Drehung des ausgelesenen Lichts auf. Wir erwarten daher, dass die Müller-Matrix des Schreib-Lese-Prozesses die bereits aus Gl. (2.34) bekannte Form mit $\alpha = 1$ und ϕ gemäß Gl. (4.5) annimmt.

$$M = \eta \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha \cos \phi & -\alpha \sin \phi & 0 \\ 0 & \alpha \sin \phi & \alpha \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

Wie in Kap. 4.1.5 beschrieben, gibt es in unserem Experiment zusätzlich Magnetfeldunterschiede zwischen verschiedenen Schreib-Lese-Zyklen. Wir nähern die Verteilung dieser Fluktuationen als gaußsch mit einer rms-Breite σ_B . Ausgehend von der obigen Matrix mit $\alpha = 1$ erhalten wir durch Mittelung wieder eine Müller-Matrix der gleichen Form, diesmal jedoch mit

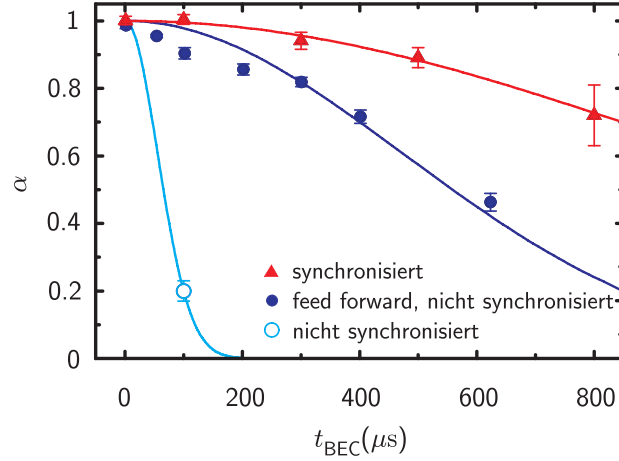


Abbildung 4.9.: Abnahme des Parameters α aus Gl. (4.7) als Funktion der Speicherzeit t_{BEC} . Linien sind χ^2 -Anpassungen von Gl. (4.7) an die Daten. Ursache für den Zerfall sind Magnetfeldfluktuationen. Bei Synchronisation des Schreib-Lese-Zyklus auf die Netzphase ergibt sich $\sigma_B = 0.11(1)$ mG. Für die in Kap. 4.2.4 beschriebenen Messungen sind allerdings die Daten ohne diese Synchronisation relevant. Mit der feed forward-Kompensation aus Kap. 4.1.5 wird ein Wert von $\sigma_B = 0.24(2)$ mG erreicht, ohne feed forward $\sigma_B = 2$ mG.

$$\alpha = \exp\left(-\frac{t_{\text{BEC}}^2}{2\sigma_t^2}\right), \quad \sigma_t = \hbar(\sigma_B\mu_B g_F \Delta m_F)^{-1}. \quad (4.7)$$

Um zu testen, welche Müller-Matrix im Experiment tatsächlich vorliegt, führen wir die in Kap. 2.2.2 erläuterte Prozesstomographie durch, d.h. wir speichern nacheinander klassische Laserpulse in den Polarisationszuständen H, D, R und L und bestimmen jeweils den Stokes-Vektor des ausgelesenen Lichts. Es zeigt sich, dass die gemessenen Müller-Matrizen gut mit der in Gl. (4.6) gezeigten Form übereinstimmen.⁶

Es wurden Messungen mit und ohne Synchronisation des Schreib-Lese-Zyklus auf die Netzphase durchgeführt. In den synchronisierten Messungen wird für jede Speicherzeit über 20 Schreib-Lese-Zyklen pro Kombination aus Eingangszustand und Analysebasis gemittelt. Die mittlere Photonenzahl pro Signalpuls beträgt $\bar{n} = 5 \times 10^3$. In den nicht synchronisierten Messungen wird über 4×10^5 Schreib-Lese-Zyklen pro Kombination gemittelt, wobei jeweils 2×10^4 Zyklen an einem BEC im Abstand von $100 \mu\text{s}$ durchgeführt werden. Die mittlere Photonenzahl beträgt hier $\bar{n} = 0.9$. Der Betrag des magnetischen Führungsfeldes war in allen Messungen ~ 0.08 G.

Wir extrahieren α aus den gemessenen Einträgen M_{ij} der Müller-Matrix durch $\alpha = (M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21})/M_{00}$ und untersuchen die Abhängigkeit von der Speicherzeit, wie in Abb. 4.9 gezeigt. Der beobachtete Zerfall lässt Rückschlüsse zu, bis zu welchen

⁶Bei der Speicherung von zirkular bzw. linear polarisiertem Licht weicht der ausgelesene Zustand für die in Abb. 4.9 gezeigten Messungen um maximal $\theta = 12(2)^\circ$ vom Pol bzw. Äquator der Poincaré-Kugel ab. Dies würde bei den in Kap. 4.2.4 vorgestellten Messungen bei perfektem Eingangszustand und unter Vernachlässigung anderer Dekohärenzprozesse zu einer Fidelity von $(1 + \cos \theta)/2 = 99\%$ führen.

4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem BEC

Werten von t_{BEC} die Speicherung von Verschränkung möglich ist. Eine Anpassung von Gl. (4.7) an die Daten liefert $\sigma_t = 1001(48) \mu\text{s}$ bei Synchronisation des Schreib-Lese-Zyklus auf die Netzphase (\blacktriangle) bzw. $\sigma_t = 474(43) \mu\text{s}$ ohne Synchronisation (\bullet). Für die letztgenannte Messung wurden, wie in Kap. 4.1.5 erläutert, Magnetfeldfluktuationen im Verlauf einer Netzperiode per feed forward kompensiert. Verzichtet man auf diese Maßnahme, ergibt sich ein Wert von $\sigma_t = 57 \mu\text{s}$ (\circ).

Während die Müller-Matrix die volle Information über die mit dem Speicherprozess verbundene Transformation enthält, wird in der Literatur gelegentlich auch die sogenannte mittlere Prozess-Fidelity⁷ $\langle f \rangle$ zur Charakterisierung eines Quantenspeichers herangezogen [Lvo09]. Dabei handelt es sich um den quantenmechanischen Überlapp $\text{Tr}(|\psi\rangle\langle\psi|\rho^{\text{out}})$ des ausgelesenen Zustandes ρ^{out} mit dem Eingangszustand $|\psi\rangle$, gemittelt über die Oberfläche der Poincaré-Kugel, auf der alle reinen Eingangszustände $|\psi\rangle$ liegen. Für die Müller-Matrix aus Gl. (4.6) folgt

$$\langle f \rangle = \frac{2 + \alpha}{3}. \quad (4.8)$$

Daraus ergibt sich nach einer Speicherzeit von $800 \mu\text{s}$ noch ein Wert $\langle f \rangle = 90(2)\%$ bei Synchronisation des Schreib-Lese-Zyklus auf die Netzphase.

4.2. Speicherung von Zwei-Teilchen-Verschränkung

Dieses Kapitel enthält die zentralen Ergebnisse dieser Arbeit zur Speicherung von Zwei-Teilchen-Verschränkung. Die dargestellten Ergebnisse wurden teilweise in Ref. [Let11] veröffentlicht. Um Verschränkung zu erzeugen, kommt ein von der BEC-Apparatur unabhängiger Versuchsaufbau zum Einsatz, in dem ein Einzelatom an eine Mode eines optischen Resonators gekoppelt ist (Kap. 4.2.1). Aufbau und Optimierung dieses Systems waren nicht Teil dieser Doktorarbeit. Für eine detaillierte Beschreibung sei auf Ref. [Boc10, Müc11] verwiesen. Die experimentelle Sequenz zur Speicherung der Verschränkung wird in Kap. 4.2.2 erläutert. Die erreichten Effizienzen und Zählraten sind Thema von Kap. 4.2.3. Kap. 4.2.4 fasst schließlich die Ergebnisse der Verschränkungsspeicherung zusammen.

4.2.1. Ein Einzelatom in einem optischen Resonator zur Erzeugung von Verschränkung

Als Quelle für Zwei-Teilchen-Verschränkung kommt für die hier vorgestellten Experimente ein Versuchsaufbau zum Einsatz, in dem ein einzelnes ^{87}Rb -Atom an eine Mode eines Fabry-Perot-Resonators hoher Güte gekoppelt ist [Wil08, Web08]. Wir beginnen mit dem Prozess der Einzelphotonenerzeugung und zeigen dann, wie dabei auch Verschränkung erzeugt werden kann.

Zur Positionierung einzelner Atome zwischen den Spiegeln des Fabry-Perot-Resonators werden zunächst ^{87}Rb -Atome in einer magneto-optischen Falle akkumuliert und dann mit Hilfe einer optischen Dipolfalle in den Resonator transferiert. Durch

⁷ $\langle f \rangle$ ist nicht mit der in Kap. 4.2.4 untersuchten Fidelity F des gemessenen Zustandes mit dem maximal verschränkten Bell-Zustand zu verwechseln.

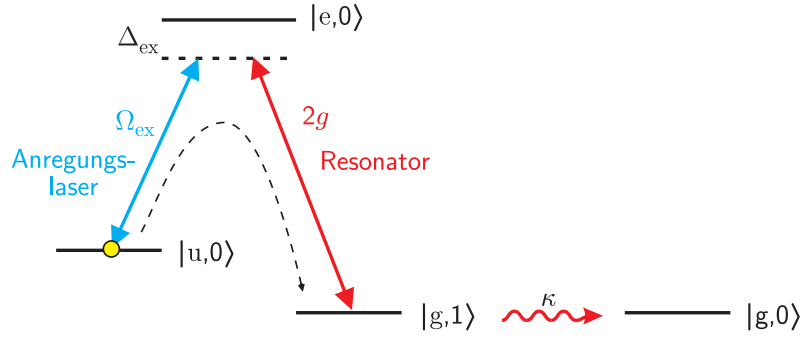


Abbildung 4.10.: Einzelphotonenerzeugung mit Hilfe eines Einzelatoms in einem optischen Resonator (siehe Text).

Einstrahlen eines Lasers, der auch der Kühlung der Atome dient, entsteht Fluoreszenzlicht, das auf einer CCD-Kamera nachgewiesen wird. Auf diese Weise kann sichergestellt werden, dass sich tatsächlich nur ein einzelnes Atom im Resonator befindet.

Das Einzelphoton wird mit einem Verfahren erzeugt, das Ähnlichkeit mit einem STIRAP-Schema (stimulierte-Raman-adiabatische-Passage) aufweist [Kuh02, Hen03]. Um das physikalische Prinzip zu verdeutlichen, betrachten wir das in Abb. 4.10 skizzierte Niveauschema. Die Zustände des gekoppelten Atom-Resonator-Systems sind charakterisiert durch einen internen, atomaren Zustand $|u\rangle$, $|e\rangle$ oder $|g\rangle$ und die Photonenzahl in der TEM_{00} -Mode des Resonators, hier 0 oder 1.

Wir betrachten zunächst ein besonders einfaches Parameterregime. Das Vakuumfeld einer Resonatormode koppelt permanent die Zustände $|e, 0\rangle$ und $|g, 1\rangle$ mit der Rabi-Frequenz $2g$. Ein Anregungslaser wird auf dem atomaren Übergang $|u\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ eingestrahlt. Anfangs ist die Rabi-Frequenz des Anregungslasers $\Omega_{\text{ex}} = 0$. Die Population befindet sich im Zustand $|u, 0\rangle$. Jetzt wird Ω_{ex} so lange erhöht, bis $\Omega_{\text{ex}} \gg 2g$ ist. Wie in der ersten Hälfte eines STIRAP-Prozesses wird dabei die Population adiabatisch in den Zustand $|g, 1\rangle$ transferiert, in dem sich ein Photon in der Resonatormode befindet. Aus diesem Zustand zerfällt die Population irreversibel mit der Rate 2κ in den Zustand $|g, 0\rangle$, wobei das Photon durch einen Resonatorspiegel transmittiert wird. Da die Reflektivitäten der beiden Resonatorspiegel leicht unterschiedlich gewählt sind, erfolgt die Emission des Photons gerichtet. Der irreversible Zerfall ersetzt in gewissem Sinne die zweite Hälfte des STIRAP-Prozesses. Die Dauer τ_p des Wellenpaketes des emittierten Einzelphotons kann durch die Zeit t_{ex} , innerhalb der Ω_{ex} von 0 aus den Wert $2g$ erreicht, eingestellt werden. Kleine Werte von τ_p sind wünschenswert, da dann ein kurzes Zeitfenster für die Detektion gewählt werden kann, was die Anzahl von unerwünschten Detektionsereignissen aufgrund von Streulicht und thermischen Effekten reduziert. Für die Speicherung der erzeugten Photonen ist darüber hinaus von Bedeutung, dass ihre Frequenz über die Verstimmung Δ_{ex} variiert werden kann.

Bei der obigen Beschreibung wurde von einer klaren Trennung der Zeitskalen $1/g \ll t_{\text{ex}} \ll 1/\kappa$ ausgegangen. Im Experiment gilt jedoch $g = 2\pi \times 2.3 \text{ MHz}$, $\kappa = 2\pi \times 2.8 \mu\text{s}^{-1}$ und $t_{\text{ex}} \approx 0.2 \mu\text{s}$ [Müc11]. Dies hat zur Folge, dass einerseits der Transfer $|u, 0\rangle \rightarrow |g, 1\rangle$ nicht vollständig adiabatisch stattfindet und andererseits die Resonatormode bereits während des Transfers zerfällt. Dennoch gelingt es, auf diese Weise Einzelphotonen zu erzeugen, allerdings mit reduzierter Effizienz. Die emittierten Pho-

4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem BEC

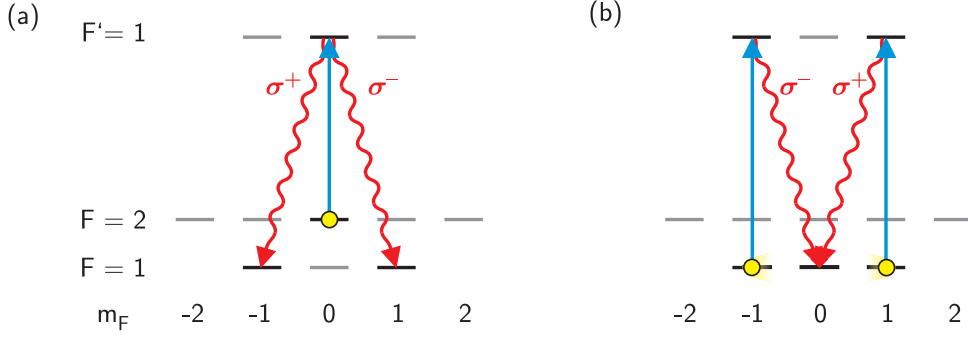


Abbildung 4.11.: Atomares Niveauschema zur Verschränkungserzeugung. Der Resonator ist auf den $F = 1 \leftrightarrow F' = 1$ Übergang der D₁-Linie von ^{87}Rb abgestimmt. (a) Ein Atom im Hyperfeinzustand $|F, m_F\rangle = |2, 0\rangle$ kann bei Anregung mit π -polarisiertem Licht in den Zustand $|1, -1\rangle$ oder $|1, +1\rangle$ überführt werden. Entsprechend wird ein σ^+ bzw. σ^- polarisiertes Photon erzeugt. Es entsteht der verschränkte Zustand in Gl. (4.9). (b) Nach einer Wartezeit t_{at} kann der Zustand des Atoms auf die Polarisation eines zweiten Photons abgebildet werden.

tonen weisen sub-poissonsche Statistik mit $g^{(2)}(0) = 1.0(4)\%$ auf. Die Länge der photonischen Wellenpakete beträgt $0.45 \mu\text{s}$ mit einer vollen Halbwertsbreite von $0.18 \mu\text{s}$.

Um nun Verschränkung zwischen den internen Zuständen des Atoms und der Polarisation des einzelnen Photons herzustellen, wird die Anzahl der internen Zustände, wie in Abb. 4.11 (a) gezeigt, erweitert [Wil07]. Der Resonator koppelt hierzu an den $5^2S_{1/2} F = 1 \leftrightarrow 5^2P_{1/2} F' = 1$ Übergang des einzelnen ^{87}Rb -Atoms. Wenn wir die Quantisierungsrichtung entlang der Resonatorachse wählen, so unterstützt der Resonator lediglich die Erzeugung σ^- oder σ^+ polarisierter Photonen. Das Atom befindet sich anfangs im Hyperfeinzustand $|F, m_F\rangle = |2, 0\rangle$. Bei Anregung mit π -polarisiertem Licht auf dem Übergang $5^2S_{1/2} F = 2 \leftrightarrow 5^2P_{1/2} F' = 1$ kann es entweder nach $|1, -1\rangle$ oder nach $|1, +1\rangle$ überführt werden. Dabei entsteht ein Photon im Polarisationszustand $|\sigma^+\rangle_1$ bzw. $|\sigma^-\rangle_1$, das im Folgenden als erstes Photon bezeichnet wird. Da ohne den Zustand des Atoms bzw. des Photons zu messen, nicht zwischen beiden Pfaden unterschieden werden kann, befindet sich das System nach der Emission des Photons im verschränkten Zustand

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\sigma^-\rangle_1 \otimes |1, +1\rangle_{\text{at}} - |\sigma^+\rangle_1 \otimes |1, -1\rangle_{\text{at}}). \quad (4.9)$$

Der Zustand des Atoms kann auf die Polarisation eines zweiten Photons abgebildet werden. Dazu wird nach einer Zeit t_{at} ein weiterer π -polarisierter Laserpuls auf dem Übergang $5^2S_{1/2} F = 1 \leftrightarrow 5^2P_{1/2} F' = 1$ eingestrahlt (siehe Abb. 4.11 (b)).

Das Atom befindet sich nach der Emission des zweiten Photons stets im Hyperfeinzustand $|1, 0\rangle$ und ist vom Polarisationszustand beider Photonen entkoppelt. Erstes und zweites Photon bilden den Singulett-Zustand

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\sigma^-\rangle_1 \otimes |\sigma^+\rangle_2 - |\sigma^+\rangle_1 \otimes |\sigma^-\rangle_2). \quad (4.10)$$

Die relative Phase zwischen den beiden Termen ergibt sich aus den Clebsch-Gordan-Koeffizienten der jeweiligen atomaren Übergänge [Wil08].

Aufgrund des verschwindenden Matrixelements des Übergangs $|F, m_F\rangle = |1, 0\rangle \leftrightarrow |F', m'_F\rangle = |1, 0\rangle$ kann das Atom durch den π -polarisierten Laser nicht mehr resonant angeregt werden.⁸

Das Atom befindet sich nach der Erzeugung des ersten Photons in einer Überlagerung der Hyperfeinzustände $|F, m_F\rangle = |1, \pm 1\rangle$. Dieser Zustand ist genauso wie der Zustand des BECs nach der Speicherung eines Photons sensitiv auf Magnetfelder. Das zweite Photon erfährt daher ebenfalls Faraday-Drehung in einem magnetischen Führungsfeld.

4.2.2. Experimentelle Sequenz zur Speicherung von Verschränkung

Das erste Photon der im vorangegangenen Kapitel erläuterten Sequenz wird auf dem $5^2S_{1/2} F = 1 \leftrightarrow 5^2P_{1/2} F' = 1$ Übergang von ^{87}Rb produziert. Wir können es daher mit Hilfe des in Abb. 4.6 gezeigten Schemas im BEC speichern. Atom-Resonator-System und BEC-Apparatur befinden sich in einem Abstand von 13 m in getrennten Laborräumen. Eine schematische Skizze des gesamten Aufbaus findet sich in Abb. 1.1. Wir koppeln die erzeugten Photonen in eine 30 m lange optische Faser, die beide Apparaturen verbindet. Nach dem Speichern und Auslesen im BEC wird das Photon mit Hilfe des in Kap. 3.5 beschriebenen Aufbaus detektiert und der Polarisationszustand analysiert. Ein identischer Aufbau im anderen Labor ermöglicht die Detektion des zweiten Photons.

Beide Photonen werden in kurzem zeitlichen Abstand $t_{\text{at}} \leq 100 \mu\text{s}$ in die gleiche räumliche Mode emittiert. Um die Photonen zu trennen, verwenden wir einen nicht polarisierenden 50:50 Strahlteiler (NPBS). Mit der Wahrscheinlichkeit $0.5 \times 0.5 = 0.25$ gelangt das erste Photon nach Transmission durch den NPBS zur optischen Faser, während das zweite direkt zum Detektionsaufbau reflektiert wird.

Damit das erste Photon gespeichert werden kann, muss seine Frequenz zusammen mit dem Kontrolllaser im BEC-Labor die Zwei-Photonen-Resonanz-Bedingung $\delta_2 = 0$ erfüllen. Die Frequenz des Photons ist durch die Frequenz des Anregungslasers bestimmt. Darüber hinaus überträgt sich auch der zeitliche Phasenverlauf des Anregungslasers auf das Wellenpaket des Photons. Wir müssen daher für eine feste Phasenbeziehung beider Laserfelder sorgen. Dies wird erreicht, indem wir beide Laser phasenstarr auf einen Frequenzkamm stabilisieren.

Damit sind alle Voraussetzungen zur Speicherung von Verschränkung geschaffen. Die experimentelle Sequenz beginnt mit der Produktion eines BECs. Dies nimmt 18 s in Anspruch. Währenddessen wird versucht, ein einzelnes Atom in den Resonator zu laden. Sobald dies gelungen ist, wird das Atom dort gehalten. Auf diese Weise ist in $\sim 72\%$ der Fälle nach Präparation des BECs auch ein Einzelatom im Resona-

⁸Bei unvollständiger Polarisation des Anregungslasers oder durch off-resonante Kopplung an den angeregten Zustand $F' = 2$ treten jedoch Prozesse auf, bei denen nach der Produktion des zweiten Photons noch ein drittes Photon erzeugt wird. Dessen Polarisation ist nicht mit der des ersten Photons korreliert. Falls es detektiert wird, verschlechtert sich die Fidelity des gemessenen Zustandes mit dem idealerweise produzierten Zustand aus Gl. (4.10). Wir können den Effekt solcher unerwünschter Photonen begrenzen, indem wir die Länge des für die Detektion des zweiten Photons relevanten Zeitfensters geeignet wählen. Bei unseren Messungen betrug diese 400 ns (vgl. auch Abb. 4.12).

4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem BEC

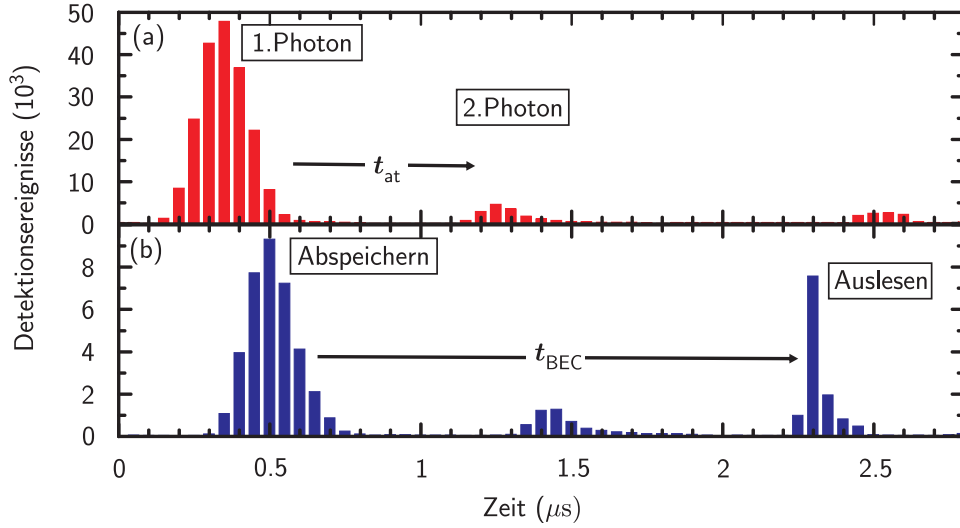


Abbildung 4.12.: Zeitlicher Verlauf der Detektionsereignisse (a) im Resonator-Labor und (b) im BEC-Labor. Durch Verwendung des 50:50 Strahlteilers verteilen sich die erzeugten Photonen auf beide Labors, werden jedoch, aufgrund der Laufzeit der Photonen in der optischen Faser, im BEC-Labor mit einer Verzögerung von 150 ns nachgewiesen. In der gezeigten Messung, die dem Datenpunkt bei $t = 1 \mu\text{s}$ in Abb. 4.13 entspricht, wurde über insgesamt 1044 erzeugte BECs summiert, wobei jeweils 2×10^4 Wiederholungen der im Text beschriebenen Sequenz an einem BEC durchgeführt wurden.

tor anwesend. Die Sequenz zur Speicherung von Verschränkung gliedert sich in vier Schritte.

- (i) Das Einzelatom wird durch optisches Pumpen in den Hyperfeinzustand $F = 2$ gebracht⁹ und ein einzelnes Photon im Resonator erzeugt. Dadurch entsteht der Zustand in Gl. (4.9).
- (ii) Abspeichern dieses Photons im BEC führt zu Verschränkung zwischen Einzelatom und BEC. Der Zustand lautet

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|1, -1\rangle_{\text{at}} \otimes |2, 1\rangle_{\text{BEC}} - |1, 1\rangle_{\text{at}} \otimes |2, -1\rangle_{\text{BEC}}). \quad (4.11)$$

- (iii) Nach Ablauf der Zeit t_{at} wird im Atom-Resonator-System der Zustand des Atoms auf das zweite Photon übertragen und anschließend detektiert.
- (iv) Das im BEC abgespeicherte Photon wird nach der Speicherzeit t_{BEC} ausgelesen und ebenfalls detektiert.

Wir wiederholen die Schritte (i)-(iv) 2×10^4 mal¹⁰ mit einer Rate von 10 kHz. Die gesamte Sequenz dauert inklusive der Präparation des BECs 20 s.

⁹Falls das Atom nach dem optischen Pumpen eine magnetische Quantenzahl $m_F \neq 0$ besitzt, kann kein Photonenpaar emittiert werden [Müc11].

¹⁰Während dieser Wiederholungen kann das Atom die Falle verlassen. Die Wahrscheinlichkeit, dass zu Beginn von Schritt (i) ein Einzelatom anwesend ist, verschlechtert sich dadurch im Mittel auf 59%.

Abb. 4.12 zeigt beispielhaft die Anzahl der Detektionsereignisse im (a) Resonator- bzw. (b) BEC-Labor. Dabei wurden die Signale beider Detektoren eines Detektionsaufbaus summiert. Die Datenpunkte entsprechen jeweils einem Zeitfenster von 50 ns. Zur Auswertung wurden hier nur Datensätze herangezogen, bei denen nach Präparation des BECs auch ein Einzelatom im Resonator anwesend war. Zusätzlich zu den erwarteten Signalen ist in Abb. 4.12 (a) bei $t = 2.5 \mu\text{s}$ Kontrolllicht zu erkennen, das am BEC gestreut wird und durch die optische Faser ins Resonator-Labor gelangt.

Aus den gewählten Speicherzeiten $t_{\text{at}} = 0.5 \mu\text{s}$ und $t_{\text{BEC}} = 1.5 \mu\text{s}$ sowie der Laufzeit der Photonen ergibt sich ein Zeitintervall der Länge $0.35 \mu\text{s}$, während dessen sich Einzelatom und BEC in dem in Gl. (4.11) angegebenen, verschränkten Zustand befinden. Wir bestimmen den Erwartungswert des in Kap. 2.3.2 vorgestellten Verschränkungszeugen, indem wir Schreib-Lese-Zyklen auswerten, in denen sowohl ein zweites Photon im Resonator-Labor als auch ein ausgelesenes Photon im BEC-Labor detektiert wurde. In der in Abb. 4.12 gezeigten Messung traten 63 solche Koinzidenzen auf.

4.2.3. Effizienzen und Zählraten

Um die Wahrscheinlichkeit p_c für eine Koinzidenz abzuschätzen, betrachten wir die in Tab. 4.1 aufgezählten Einzelschritte des im vorangegangenen Kapitel vorgestellten Protokolls. Die angegebenen Effizienzen stellen jeweils den maximal erreichten Wert dar. Das Produkt dieser Zahlen liefert eine obere Grenze für die zu erwartende Koinzidenzwahrscheinlichkeit. Der typische Wert $p_c = 2.5 \times 10^{-6}$ ist demgegenüber um etwa einen Faktor 5 geringer.

Um 60 Koinzidenzen zu detektieren, wie dies in den Messungen in Kap. 4.2.4 typischerweise der Fall war, werden also im Mittel 2.4×10^7 Wiederholungen des Protokolls benötigt. Dies entspricht bei 2×10^4 Wiederholungen an einem BEC und einer Dauer von 20 s pro BEC einer Messzeit von ~ 7 h.

Wenn in einer Wiederholung ein zweites Photon im Resonator-Labor und ein thermisches Detektionsereignis bzw. Streulichtphoton im BEC-Labor registriert werden, tritt eine unerwünschte Koinzidenz auf.¹¹ Die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten betragen typischerweise 1.8×10^{-3} für die Detektion eines zweiten Photons, 2.4×10^{-5} für die Detektion eines Streuphotons und 2.6×10^{-5} für ein thermisches Ereignis. Insgesamt erhalten wir als Wahrscheinlichkeit für eine Dunkelkoinzidenz $p_d = 8.8 \times 10^{-8}$. Dunkelkoinzidenzen können also in guter Näherung vernachlässigt werden.

Bei der Optimierung der Koinzidenzwahrscheinlichkeit musste beachtet werden, dass die erzeugten Photonen zusammen mit dem Kontrolllaser die Zwei-Photonen-Resonanzbedingung für die Speicherung im BEC erfüllen. Die optische Dipolfalle, in der das Einzelatom gehalten wird, induziert eine differentielle dynamische (AC)-Stark-Verschiebung von $\Delta_{\text{AC}} = 2\pi \times 90$ MHz der Niveaus des zur Photonenerzeugung verwendeten Übergangs. Der Einfluss der Dipolfalle, in der das BEC gehalten wird, ist

¹¹Im Prinzip kann auch ein ausgelesenes Photon und ein thermisches Ereignis im Resonator-Labor zu einer Dunkelkoinzidenz führen. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt 1.6×10^{-8} und trägt daher nur unwesentlich zu p_d bei.

4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem BEC

Einzelatom im Resonator anwesend	0.59
Erzeugung beider Photonen im Resonator	0.010(2)
1. Photon:	
Transmission durch NPBS	0.5
Schreib-Lese-Effizienz η	0.16
Streulichtfilterung (Faser & Frequenzfilter)	0.46
Transmission durch sonstige optische Komponenten	0.6
Detektion (APD)	0.5
2. Photon:	
Reflexion am NPBS	0.5
Transmission durch optische Komponenten	0.75
Detektion (APD)	0.5
erwartete Koinzidenzwahrscheinlichkeit	1.2×10^{-5}

Tabelle 4.1.: Effizienzen für einzelne experimentelle Schritte bei der Speicherung von Verschränkung. Die erwartete Koinzidenzwahrscheinlichkeit ergibt sich als Produkt der gezeigten Werte.

demgegenüber zu vernachlässigen. Die Photonen müssen daher bei nicht verschwindender Verstimmung Δ_{ex} vom Stark-verschobenen Atom produziert bzw. bei nicht verschwindender Verstimmung Δ_c im BEC gespeichert werden. Allerdings nimmt die Photonenerzeugungseffizienz bzw. die Schreib-Lese-Effizienz mit steigendem Wert dieser Verstimmungen ab. Als Kompromiss für eine maximale Koinzidenzwahrscheinlichkeit wurde $\Delta_c = 2\pi \times 70$ MHz und $\Delta_{\text{ex}} = -2\pi \times 20$ MHz gewählt.

Ein weiterer Kompromiss betrifft die Wahl der D_1 -Linie von ^{87}Rb . Die in Abb. 4.6 und 4.11 gezeigten Niveauschemata können im Prinzip auch auf der D_2 -Linie realisiert werden. Hier ist der Clebsch-Gordan-Koeffizient des Übergangs $F = 1 \leftrightarrow F' = 1$, der für die Photonenerzeugung und Speicherung verwendet wird, um einen Faktor $\sqrt{5}$ größer. Dadurch sind etwa doppelt so hohe Erzeugungseffizienzen für Einzelphotonen möglich [Müc11], was eine Steigerung der Koinzidenzwahrscheinlichkeit um einen Faktor 4 erwarten ließe. Auch bei der Speicherung im BEC würde man eine höhere Schreib-Lese-Effizienz erwarten. Im besten Fall wäre so eine Steigerung der Koinzidenzrate um einen Faktor 20 möglich. In Testmessungen wurde jedoch festgestellt, dass auf der D_2 -Linie Photoassoziation aufgrund des Kontrolllichts zu einem 50 mal schnelleren Atomverlust im BEC führt als dies durch off-resonante Streuung auf der D_1 -Linie der Fall ist [Bau10]. Dadurch können entsprechend weniger Wiederholungen des obigen Protokolls an einem BEC durchgeführt werden. Eventuell könnte hier die Verwendung eines anderen Alkalimetalls Abhilfe schaffen, das geringere Photoassoziationsraten aufweist.

4.2.4. Fidelity des Zwei-Photonen-Zustandes

Wir bestimmen nun die Fidelity des gemessenen Zustandes mit dem erwarteten Singulett-Zustand aus den gemessenen Koinzidenzen. Ein Wert $F > 1/2$ weist dabei, wie in Kap. 2.3.2 erläutert, Verschränkung nach. Wir führen gemäß Gln. (2.36) und (2.47) Messungen in 3 Polarisationsbasen durch, wobei in beiden Labors die ankomm-

menden Photonen jeweils in der gleichen Basis detektiert werden.¹² Für jede Basis erhalten wir die Anzahl k_i bzw. $n_i - k_i$ der Koinzidenzen, bei der die Photonen im gleichen Polarisationszustand bzw. in orthogonalen Polarisationszuständen detektiert wurden. Der Index $i = 1, 2, 3$ bezeichnet dabei die Messung in der Basis HV , DA bzw. RL . Typischerweise wurden $n_i = 20$ Koinzidenzen pro Basis aufgenommen. Wir gewinnen aus einer solchen Stichprobe neben einem erwartungstreuen Schätzwert für die Fidelity auch einen Standardfehlerbalken ΔF (siehe Anhang B.1)

$$F = 1 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{k_i}{n_i}, \quad \Delta F = \frac{1}{2} \sqrt{\sum_{i=1}^3 \frac{k_i (n_i - k_i)}{n_i^2 (n_i - 1)}}. \quad (4.12)$$

Wie in Anhang B.2 gezeigt, ist die Likelihood-Funktion für F nicht gaußsch. Eine weitere interessante Größe ist daher das Konfidenzniveau auf dem F einen Wert $F > 1/2$ annimmt.

Für die in Abb. 4.12 gezeigte Messung mit $t_{\text{at}} \approx t_{\text{BEC}} \approx 1 \mu\text{s}$ erhalten wir $F = 95.0(3.4)\%$ und ein Konfidenzniveau für $F > 1/2$ von $1 - 1.1 \times 10^{-8}$. Zum Vergleich wurde auch eine Messung durchgeführt, bei der keine Speicherung im BEC stattfand. Der dabei erreichte Wert von $F = 94.1(1.5)\%$ zeigt, dass bei kurzen Speicherzeiten die Speicherung im BEC keinen merklichen Einfluss auf die Fidelity hat. Dies entspricht der Beobachtung, dass in den Messungen mit klassischen Pulsen bei $t_{\text{BEC}} = 1 \mu\text{s}$ in guter Näherung $\alpha = 1$ gilt.

Bei längeren Speicherzeiten zeigt α aufgrund von Magnetfeldfluktuationen im BEC-Labor einen gaußschen Zerfall. Wenn wir annehmen, dass ursprünglich ein perfekter Singulett-Zustand erzeugt wird, dann ergibt sich mit der in Gl. (4.6) gezeigten Müller-Matrix nach dem Auslesen ein Wert für die Fidelity von $F = (1 + \alpha)/2$. Analog wirken sich Magnetfeldfluktuationen im Resonator-Labor aus. Abb. 4.13 zeigt den entsprechenden Zerfall von F für $t_{\text{at}} \approx t_{\text{BEC}}$ (•). Eine χ^2 -Anpassung einer Gauß-Funktion an die Daten liefert eine Halbwertszeit des Zerfalls von $86(18) \mu\text{s}$. Selbst nach einer Speicherzeit von $t_{\text{at}} \approx t_{\text{BEC}} \approx 100 \mu\text{s}$ kann noch Verschränkung auf einem Konfidenzniveau von 97.1% nachgewiesen werden.

Um den Einfluss der Magnetfeldfluktuationen in den einzelnen Labors deutlich zu machen, variieren wir in weiteren Messungen nur die Speicherzeit in einem System und detektieren das jeweils andere Photon bereits nach kurzer Zeit. Anpassungen von Gauß-Funktionen an die Daten ergeben Halbwertszeiten von $139(9) \mu\text{s}$ für den Zerfall des im Einzelatom gespeicherten Qubits bzw. $470(160) \mu\text{s}$ für den Zerfall des im BEC gespeicherten Qubits. Mit Gl. (4.7) ergeben sich daraus Werte für die rms-Breite der Magnetfeldfluktuationen von $\sigma_B = 1.0 \text{ mG}$ am Ort des Einzelatoms bzw. $\sigma_B = 0.3 \text{ mG}$ am Ort des BECs. Die zuletzt genannte Zahl stimmt gut mit dem Wert $\sigma_B = 0.24 \text{ mG}$ überein, der bei der Speicherung klassischer Pulse in Kap. 4.1.6 ermittelt wurde.

Abschließend betrachten wir noch ein Experiment, bei dem Koinzidenzen für alle 9 Kombinationen der Basen HV , DA und RL in beiden Labors gemessen wurden. Als Speicherzeiten wurden $t_{\text{at}} \approx t_{\text{BEC}} \approx 1 \mu\text{s}$ gewählt. Aus den detektierten Korrelationen

¹²Magnetische Führungsfelder von $B_{\text{at}} = 40 \text{ mG}$ und $B_{\text{BEC}} = 100 \text{ mG}$ führen in beiden Labors zu einer Faraday-Drehung der Polarisation des zweiten bzw. des ausgelesenen Photons. Dem wird durch eine entsprechende Drehung der Polarisationsbasen in beiden Labors Rechnung getragen.

4. Ein Speicher für Polarisationsqubits in einem BEC

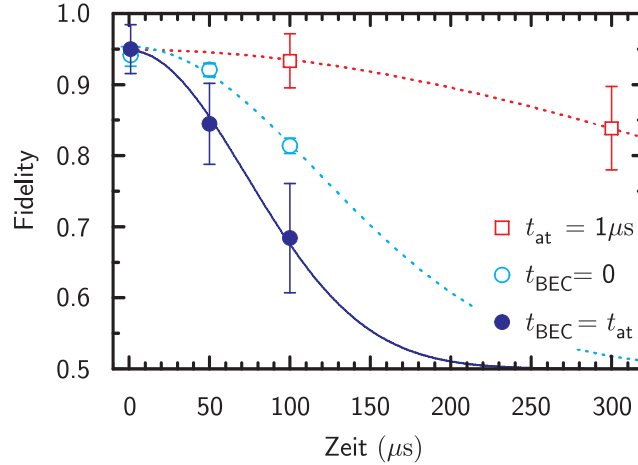


Abbildung 4.13.: Fidelity des detektierten Zwei-Photonen-Zustandes mit dem Singulett-Zustand. Die Fidelity des verschränkten Zustandes aus Einzelatom und BEC zerfällt mit einer Halbwertszeit von $86(18) \mu\text{s}$ (\bullet). Die Ursache des Zerfalls kann mit Hilfe zusätzlicher Messungen ermittelt werden (\circ , \square). Wird nur ein System Dekohärenzprozessen ausgesetzt und im jeweils anderen das Qubit nach kurzer Zeit ausgelesen, so erkennt man, dass das atomare Qubit im Atom-Resonator System schneller zerfällt als das im BEC. Die Linien sind χ^2 -Anpassungen von Gaußkurven an die Daten.

kann die Dichtematrix des gemessenen Zwei-Qubit-Zustandes rekonstruiert werden. Abb. 4.14 (a) zeigt das Ergebnis einer solchen Rekonstruktion. Die gesamte Messzeit betrug ohne die Messungen zur Bestimmung des Führungsfeldes 16 h, verteilt über mehrere Tage. Dabei wurden etwa 20 Koinzidenz-Ereignisse pro Basiskombination detektiert. Zur Bestimmung des gezeigten maximum-likelihood-Schätzwertes für ρ wurde der in Anhang B.2 beschriebene, numerische Algorithmus herangezogen. Dieser liefert zwar eine positiv-semidefinite Dichtematrix, der ermittelte Schätzwert ist jedoch nicht erwartungstreu.

Die gleiche Messung wurde auch ohne Speicherung im BEC durchgeführt (Abb. 4.14(b)). Ein Vergleich beider Dichtematrizen zeigt wiederum, dass die Speicherung im BEC keinen wesentlichen Einfluss auf die gemessene Zwei-Teilchen-Verschränkung hat.

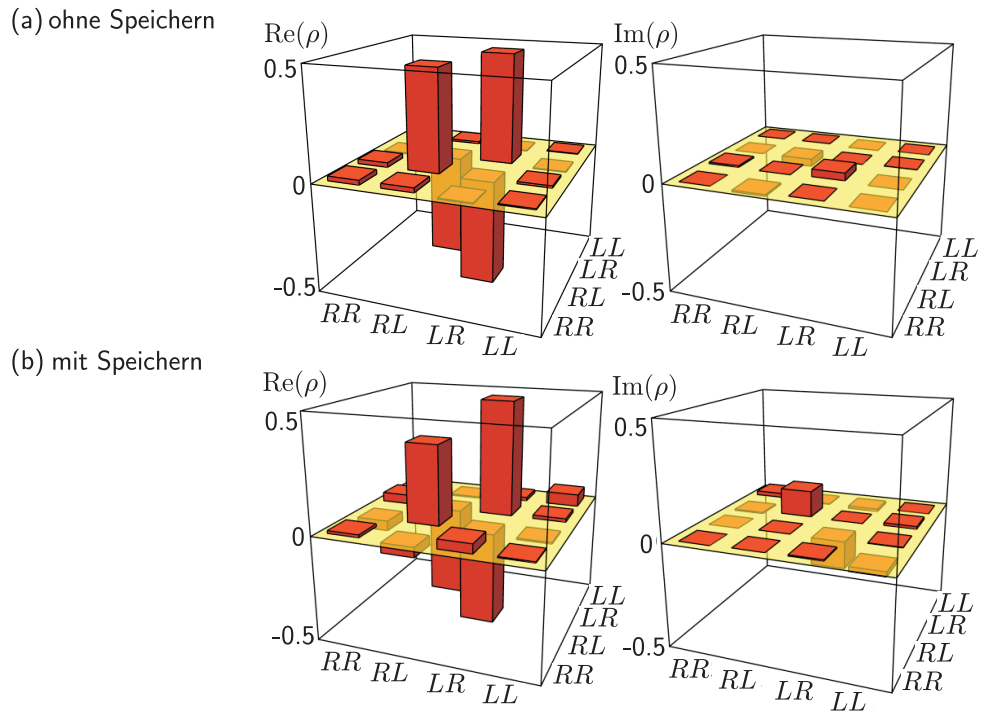


Abbildung 4.14.: Rekonstruierte Dichtematrix des gemessenen Zwei-Photonen-Zustandes. Gezeigt sind Real- und Imaginärteil von ρ (a) ohne Speicherung ($t_{\text{at}} \approx 1 \mu\text{s}$) und (b) mit Speicherung im BEC ($t_{\text{at}} \approx t_{\text{BEC}} \approx 1 \mu\text{s}$). Die statistischen Fehler der einzelnen Matrixelemente betragen (a) ~ 0.01 und (b) ~ 0.04 . In beiden Fällen stimmen die rekonstruierten Matrizen gut mit der Dichtematrix des erwarteten Singulett-Zustandes überein.

5. Stöße und Dynamik in ultrakalten Gasen

Neben den in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Arbeiten zur Speicherung von Verschränkung in einem BEC wurden im Rahmen dieser Doktorarbeit auch eine Reihe von Experimenten durchgeführt, die die Eigenschaften ultrakalter Gase selbst untersuchten. In diesem letzten Kapitel soll ein kurzer Überblick über diese Arbeiten gegeben werden. Für detailliertere Informationen sei auf frühere Dissertationsschriften [Sya08a, Bau09a] sowie die einschlägigen Publikationen [Sya07, Sya08, Dür09b, Dür09a, Gar09, Bau09b, Bau09a] verwiesen.

Kap. 5.1 gibt zunächst eine kurze Einführung in das Gebiet der ultrakalten Quantengase in Hinblick auf diese Arbeiten. Ein wichtiges Hilfsmittel zur Manipulation ultrakalter Atome sind Feshbach-Resonanzen. Kap. 5.2 erläutert das Prinzip einer Feshbach-Resonanz und stellt dann ein Experiment vor, in dem ein kollektiver Überlagerungszustand aus Atompaaaren und Molekülen in einem optischen Gitter erzeugt wurde [Sya07]. Moleküle, die mit Hilfe einer Feshbach-Resonanz assoziiert wurden, stoßen inelastisch, was zu Teilchenverlusten führt. Das in Kap. 5.3 vorgestellte Experiment zeigt, dass starke, inelastische Wechselwirkung einen stark korrelierten Zustand erzeugen kann, der in einer eindimensionalen Geometrie die Eigenschaften eines Tonks-Girardeau-Gases besitzt [Sya08, Dür09b, Dür09a, Gar09]. Feshbach-Resonanzen machen eine Kontrolle der Wechselwirkung ultrakalter Atome durch Anlegen eines Magnetfeldes möglich. Kap. 5.4 stellt eine Erweiterung dieser Technik vor, die es gestattet, die Wechselwirkungsstärke mit Licht zu verändern [Bau09b, Bau09a].

5.1. Ultrakalte Quantengase

Ultrakalte Quantengase stellen ein lebendiges Forschungsgebiet dar, an dem weltweit in über hundert Laboren gearbeitet wird [Dan]. Ein wesentlicher Grund für das große wissenschaftliche Interesse ist die Möglichkeit, an ultrakalten Gasen die Eigenschaften wechselwirkender Vielteilchensysteme zu studieren [Blo08]. Im Gegensatz zu Festkörpern können viele relevante Parameter von außen mit Hilfe von Laserstrahlen und Magnetfeldern variiert und die Reaktion des Systems in Echtzeit beobachtet werden. Darüber hinaus weist die Dynamik ultrakalter Gase auch einen hohen Grad an Komplexität auf, was diese Systeme zu idealen Kandidaten für Quantensimulationen [Fey82, Llo96], beispielsweise von Problemen aus der Festkörperphysik, macht [Lew07].

Ein wichtiges Werkzeug hierzu sind optische Gitter. Ein optisches Gitter besteht aus einer Anordnung von Laserstrahlen, die ein periodisches Potential erzeugen. In einem solchen Potential, in dem sich die Atome wie Elektronen in einem Festkörper

bewegen, wurde beispielsweise der Quantenphasenübergang zwischen einem Superfluid und einem Mott-Isolator experimentell beobachtet [Gre02]. Dieser Effekt war bereits aus der Festkörperphysik bekannt, konnte mit Hilfe ultrakalter Atome jedoch in Echtzeit studiert werden, was eine eindrucksvolle Demonstration der Möglichkeiten dieser Systeme darstellt. Bei einer Wiederholung dieser Experimente in jüngerer Vergangenheit konnte die Dynamik des Systems sogar auf dem Niveau einzelner Atome sichtbar gemacht werden [She10b, Bak10].

In einem Mott-Isolator entstehen durch die Wechselwirkung der Teilchen starke Korrelationen und damit neue makroskopische Eigenschaften des betrachteten Vielteilchensystems. Ultrakalte Gase eignen sich hervorragend zum Studium solcher Effekte. Dabei können auch Parameter realisiert werden, die in Experimenten an Festkörpern bisher nicht zugänglich sind. So konnte beispielsweise in einer eindimensionalen Geometrie ein Tonks-Girardeau-Gas [Ton36, Gir02] beobachtet werden, wobei neben einer repulsiven Wechselwirkung der Teilchen [Par04, Kin04] auch stark inelastische [Sya08] und attraktive Wechselwirkungen [Hal09] untersucht wurden.

Die Komplexität wechselwirkender Vielteilchensysteme macht eine theoretische Behandlung oft nur näherungsweise möglich. Ein gutes Beispiel hierfür ist die Lokalisierung von Atomen in Zufallspotentialen. Während diese für nahezu wechselwirkungsfreie Atome gut verstanden ist [And58] und auch experimentell beobachtet wurde [Bil08, Roa08], herrscht über das Phasendiagramm solcher Systeme mit Wechselwirkungen Uneinigkeit [Lew07]. Aktuelle Experimente könnten hier zu neuen Einsichten führen [Pas10].

Ein anderes Gebiet, das mit herkömmlichen Simulationen bisher nur schwer behandelt werden kann, sind die magnetischen Eigenschaften von Festkörpern. In jüngerer Vergangenheit werden daher an einer wachsenden Anzahl von Experimenten die Eigenschaften ultrakalter Atome mit zusätzlichen Spin-Freiheitsgraden untersucht [Jo09, Lin11, Str11, Sim11]. Auf lange Sicht erhofft man sich dadurch ein fundamentales Verständnis makroskopischer Quanteneffekte. Hochtemperatur-Supraleitung oder der gebrochenzahlige Quanten-Hall-Effekt seien hier nur als zwei Beispiele genannt [Lew07].

Die Spin-Spin-Wechselwirkung ultrakalter Atome ist häufig zu schwach, um relevante Effekte zu erzeugen. Abhilfe kann die Verwendung ultrakalter, heteronuklearer Moleküle schaffen, die ein starkes elektrisches Dipolmoment aufweisen können [Bar06]. Die direkte Kühlung von Molekülgasen zu ultrakalten Temperaturen gestaltet sich jedoch schwierig. Alternativ können Paare ultrakalter Atome mit Hilfe einer Feshbach-Resonanz [Köh06] oder durch Photoassoziation [Jon06] zu Molekülen assoziiert werden. Die auf diese Weise erzeugten Moleküle befinden sich in einem hoch angeregten Vibrationszustand und haben deshalb kein nennenswertes Dipolmoment. Außerdem können inelastische Stöße zu Teilchenverlusten führen. In Hinblick auf Anwendungen in Quantensimulationen [Gór02, Mic06] und zur Quanteninformationsverarbeitung [DeM02, Lee05] war es daher ein lange angestrebtes Ziel, heteronukleare Moleküle im absoluten Vibrationsgrundzustand zu präparieren [Sag05, Vit08]. Kürzlich gelang darüber hinaus die Herstellung von ultrakalten Molekülen, bei denen auch der Rotations- [Ni08, Dan10] und Hyperfeingrundzustand erreicht wurde [Osp10].

5.2. Kohärente Atompaar-Molekül-Oszillationen

Ein Großteil der Arbeiten zur Erzeugung ultrakalter Moleküle mit Hilfe von Feshbach-Resonanzen [Mie00, Reg03, Her03, Cub03, Str03, Xu03, Dür04] basiert auf langsamen Rampen des Magnetfeldes über die Resonanz. Erste Hinweise, dass die Kopplung zwischen Atompaaren und Molekülen in der Nähe der Resonanz kohärent ist, gab ein frühes Experiment, das Ramsey-Oszillationen zwischen atomarem und molekularem Zustand, allerdings mit geringer Amplitude zeigt [Don02]. Die in diesem Kapitel gezeigten Rabi-Oszillationen zwischen molekularem und atomarem Zustand über viele Perioden [Sya07] demonstrieren nicht nur die Kohärenz der Feshbach-Kopplung sondern bieten darüber hinaus die Möglichkeit, beliebige Überlagerungszustände aus Atompaaren und Molekülen herzustellen. Bevor wir uns den experimentellen Ergebnissen zuwenden, soll kurz der physikalische Mechanismus einer Feshbach-Resonanz erläutert werden.

Feshbach-Resonanz In verdünnten Gasen wie einem BEC reduziert sich das Problem der Wechselwirkung von Teilchen auf die Behandlung von Zwei-Körper-Stößen. Feshbach-Resonanzen treten beim Stoß von Teilchen auf, die zusätzliche innere Freiheitsgrade wie zum Beispiel den Spin besitzen. Jeder Spinkonfiguration der Stoßpartner entspricht ein eigenes Streupotential, das auch als Streukanal bezeichnet wird. Abb. 5.1 zeigt schematisch die Streupotentiale für zwei verschiedene Spinzustände. Ultrakalte Atome, die eine kinetische Energie knapp oberhalb der Dissoziationsschwelle des offenen, niederenergetischeren Kanals besitzen, können sich aus Gründen der Energieerhaltung nicht im energetisch höheren, geschlossenen Kanal trennen. Falls dieser jedoch einen gebundenen Zustand in der Nähe der Energie der einlaufenden Teilchen besitzt und der Wechselwirkungshamiltonian Übergänge zwischen den Spinzuständen zulässt, kann der gebundene Zustand vorübergehend besetzt werden. Für eine verschwindende Energiedifferenz ΔE zwischen gebundenem Zustand und Energie der einlaufenden Teilchen ist die Besetzung des gebundenen Zustandes resonant überhöht. Man spricht von einer Feshbach-Resonanz.

Üblicherweise besitzen Atome in verschiedenen Spinzuständen unterschiedliche magnetische Momente. Aufgrund des Zeeman-Effekts ist ΔE daher eine Funktion des anliegenden Magnetfeldes B

$$\Delta E = \Delta\mu(B - B_{\text{res}}). \quad (5.1)$$

$\Delta\mu = \mu_m - 2\mu_a$ ergibt sich aus der Differenz der magnetischen Momente des gebundenen Zustandes μ_m und der ungebundenen Atome $2\mu_a$. B_{res} ist das Magnetfeld, bei dem die Feshbach-Resonanz auftritt. Die Kopplung an den gebundenen Zustand kann somit durch ein äußeres Magnetfeld kontrolliert werden.

Wir nutzen diese Eigenschaft magnetischer Feshbach-Resonanzen zur Erzeugung von Molekülen. Hierzu betrachten wir den Fall zweier Atome in einer harmonischen Falle. In Abwesenheit der Feshbach-Kopplung sind die Energieeigenzustände der Relativbewegung beider Atome durch die äquidistanten Fallenniveaus gegeben, wie in Abb. 5.1 (b) gestrichelt angedeutet.

Wir wählen als Energienullpunkt die Dissoziationsschwelle des offenen Kanals. Die Energie des gebundenen Zustandes wird als Funktion des Magnetfeldes durch eine

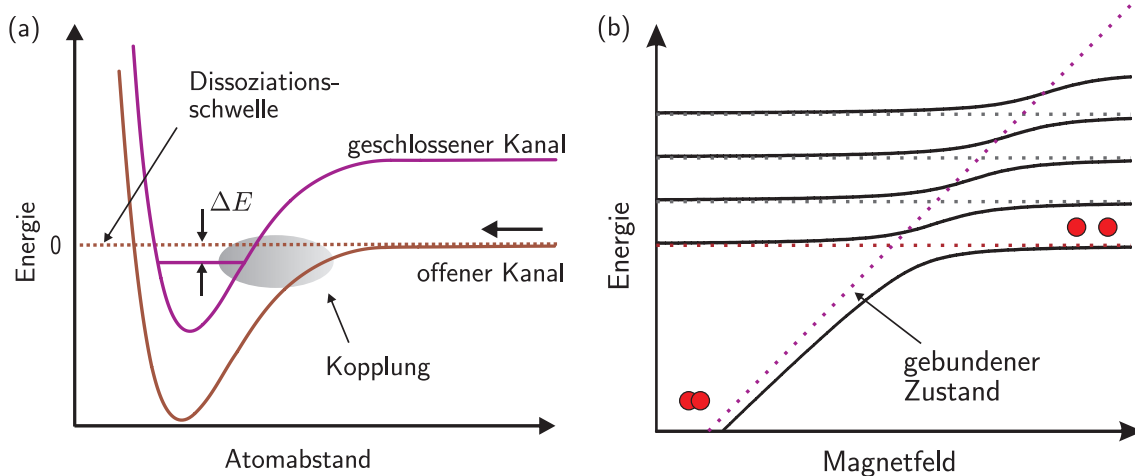


Abbildung 5.1.: (a) Prinzip einer Feshbach-Resonanz. Zwei Atome stoßen mit einer kinetischen Energie knapp oberhalb der Dissoziationschwelle eines offenen Streukanals. Dieser ist an einen geschlossenen Kanal gekoppelt, der einen gebundenen Zustand besitzt. Für verschwindende Verstimmung ΔE ist die Besetzung des gebundenen Zustandes beim Stoß resonant überhört. (b) Energieeigenzustände der Relativbewegung zweier harmonisch gefangener Atome in der Nähe einer Feshbach-Resonanz. Die gestrichelten bzw. durchgezogenen Linien geben die Situation ohne bzw. mit Kopplung der Streukanäle wieder.

Gerade mit der Steigung $\Delta\mu$ repräsentiert. Für eine endliche Kopplung zwischen den Streukanälen entstehen eine Reihe von vermiedenen Kreuzungen der Energieeigenzustände.

Atom-Molekül-Oszillationen In dem in Ref. [Sya07] beschriebenen Experiment präparieren wir einen atomaren Mott-Isolator [Gre02] mit ca. 6×10^4 Atomen. Die Atome ordnen sich dabei in den Potentialminima eines optischen Gitters an. Aufgrund des gaußschen Profils der Gitterstrahlen ergibt sich eine Schalenstruktur, in der ein zentraler Bereich mit zwei Teilchen pro Potentialmulde von einer Kugelschale aus einfach besetzten Gitterplätzen umgeben ist. Das Magnetfeld wird zunächst auf einen Wert knapp oberhalb einer Feshbach-Resonanz bei 414 G eingestellt.

Ein diabatischer Sprung des Magnetfeldes auf Resonanz führt auf zweifach besetzten Plätzen zu einer kohärenten Kopplung zwischen gebundenem und ungebundenem Zustand der Atome. Nach einer bestimmten Haltezeit wird das Magnetfeld ausgeschaltet, was effektiv auch die Kopplung beendet. Dann wird die Atomzahl in einer Absorptionsabbildung bestimmt. Da das Licht des Abbildungslasers nur resonant mit dem atomaren Übergang ist, sind Moleküle in der Abbildung unsichtbar. Abb. 5.2 zeigt die Anzahl der Atome als Funktion der Haltezeit. Wir beobachten 29 Perioden einer Atompaar-Molekül-Oszillation. Die zu erkennende Dämpfung entsteht durch Zerfall des molekularen Zustandes. Für kurze Haltezeiten nehmen $N_2/(N_1 + N_2) = 46(1)\%$ der Atome an der Oszillation teil. Dieser Wert entspricht gerade dem Anteil an doppelt besetzten Gitterplätzen [Vol06]. Auf diesen Gitterplätzen beträgt die Konversionseffizienz annähernd 100%. Die Abhängigkeit der Oszillationsfrequenz vom verwendeten Magnetfeld und der Gittertiefe wurde systematisch untersucht und stimmt gut mit

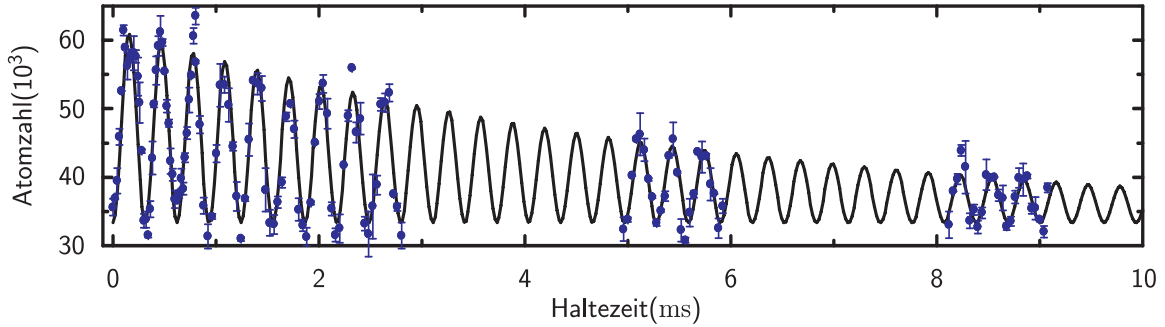


Abbildung 5.2.: Zeitaufgelöste, kohärente Oszillationen zwischen atomarem und molekularem Zustand. Die experimentellen Daten zeigen die Anzahl der ungebundenen Atome als Funktion der Haltezeit auf der Feshbach-Resonanz. Die durchgezogene Linie entspricht einer χ^2 -Anpassung der Funktion $N(t) = N_1 + N_2 \exp(-t/\tau)[1 - \cos(\Omega t)]/2$ an die Daten. Als beste Parameter ergeben sich $\Omega = 2\pi \times 3.221(2)$ kHz und $\tau = 5.9(4)$ ms.

theoretischen Vorhersagen überein.

Die beobachteten Oszillationen ermöglichen Präzisionsmessungen atomarer Streueigenschaften. Diese könnten herangezogen werden, um empfindliche Tests auf Drifts der Naturkonstanten durchzuführen [Chi06]. Darüber hinaus eröffnet die Präparation eines kohärenten Überlagerungszustandes aus Atomen und Molekülen neue Möglichkeiten für zukünftige Quantensimulationen.

5.3. Verluste erzeugen Korrelationen in einem eindimensionalen molekularen Gas

Mit der in Kap. 5.2 vorgestellten Technik kann ein Zustand präpariert werden, bei dem je ein einzelnes Molekül einen Platz in einem optischen Gitter besetzt. Eine Stärke dieser Methode, ultrakalte Moleküle zu erzeugen, ist, dass sie unabhängig von den vorwiegend inelastischen Stoßeigenschaften der Moleküle funktioniert.

Auf der anderen Seite rufen gerade Wechselwirkungen interessante Effekte in Vielteilchensystemen hervor. In Kap. 5.1 wurde hierfür bereits das Tonks-Girardeau-Gas als Beispiel angeführt, in dem elastische Wechselwirkungen in einer eindimensionalen Geometrie einen stark korrelierten Zustand entstehen lassen. Das hier vorgestellte Experiment [Sya08] verallgemeinert diesen Effekt, indem es zeigt, dass inelastische Wechselwirkungen ein dissipatives Analogon zum Tonks-Girardeau-Gas induzieren können.

Der Zusammenhang kann anhand einer Analogie aus der klassischen Optik veranschaulicht werden. Die Absorption in einem Medium wird durch den Imaginärteil seiner elektrischen Suszeptibilität χ bestimmt. Dies führt zu einem komplexen Brechungsindex $n = \sqrt{1 + \chi}$. Die Reflexion der Intensität einer elektromagnetischen Welle beim senkrechten Einfall auf die Grenzfläche zweier Medien mit den Brechungsindizes n_1 bzw. n_2 ergibt sich aus der fresnelschen Formel $R = |(n_1 - n_2)/(n_1 + n_2)|^2$. Im Grenzfall $|n_2| \rightarrow \infty$ findet unabhängig davon, ob n_2 reell oder komplex ist, perfekte Reflexion statt. Beim Stoß zweier Bosonen werden Verlustprozesse über den

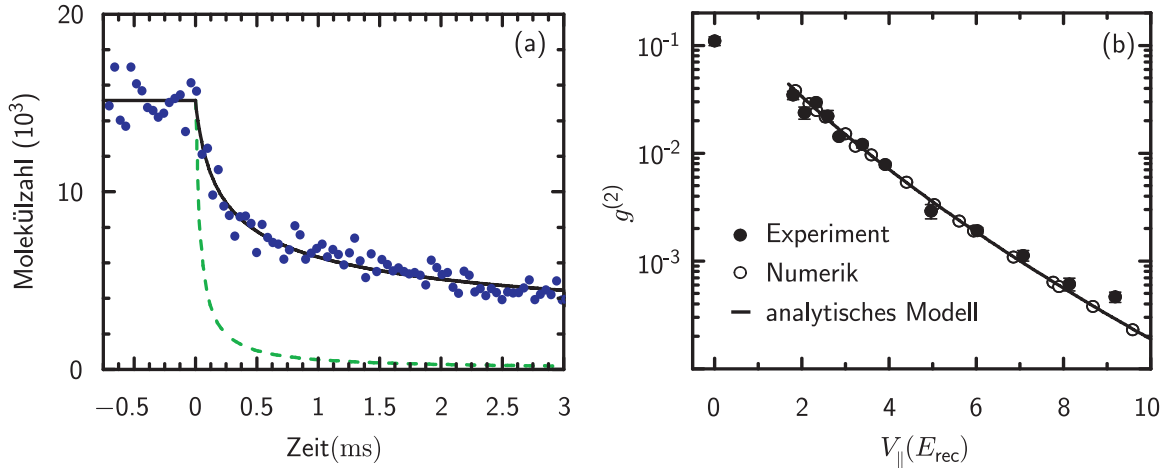


Abbildung 5.3.: (a) Zeitaufgelöster Verlust von Molekülen in eindimensionaler Geometrie. Die gestrichelte Linie deutet das erwartete Verhalten für ein unkorreliertes System an. Die gemessenen Daten lassen auf eine Unterdrückung der Paarkorrelationsfunktion um einen Faktor ~ 10 im Vergleich zum unkorrelierten Fall schließen. (b) Paarkorrelation in Abhängigkeit der Gittertiefe entlang der Bewegungsrichtung der Moleküle. V_{\parallel} ist in Einheiten der atomaren Rückstoßenergie E_{rec} angegeben. Experimentelle Daten (\bullet) [Sya08], numerische Simulation (\circ) [Gar09] und analytisches Modell (Linie) [Sya08, Dür09a] stimmen gut überein.

Imaginärteil der s-Wellen-Streulänge a beschrieben. Für $|a| \rightarrow \infty$ ergeben sich bei Abstand 0 der Teilchen verschwindende Randbedingungen für die entsprechenden Materiewellen, was zu Reflexion der Teilchen aneinander führt. Unabhängig davon, ob die Wechselwirkung elastisch oder inelastisch ist, entstehen Korrelationen zwischen den Stoßpartnern.

Zu Beginn des Experiments präparieren wir einen Quantenzustand, bei dem je ein Molekül einen Platz in einem tiefen optischen Gitter besetzt, wie in Ref. [Vol06] beschrieben. Durch das Herunterrampen der Intensität eines Gitterstrahls während $500 \mu\text{s}$ entsteht eine Anordnung von Potentialröhren, in denen sich die Moleküle in einer Richtung frei bewegen können. Die nun einsetzende Dynamik führt zu einem Verlust der Teilchen aufgrund inelastischer Stöße. Nach einer variablen Haltezeit werden die Moleküle mit Hilfe einer adiabatischen Rampe des Magnetfeldes über die Feshbach-Resonanz in Atome zurückkonvertiert. Dies beendet den Teilchenverlust. Schließlich werden alle Fallenpotentiale und Magnetfelder ausgeschaltet und die Zahl der verbleibenden Atome in einer Absorptionsabbildung bestimmt.

Teilchenverluste aufgrund inelastischer Kollisionen können nur auftreten, wenn sich zwei Teilchen stark annähern. Die Wahrscheinlichkeit, zwei Teilchen am gleichen Ort zu finden, ist durch den Wert der Paarkorrelationsfunktion $g^{(2)}$ gegeben [Sya08]. Die eindimensionale Dichte der Teilchen zerfällt gemäß

$$\frac{dn}{dt} = -K_2 n^2 g^{(2)}. \quad (5.2)$$

K_2 bezeichnet hierbei einen Ratenkoeffizient, der durch unabhängige Messungen bestimmt werden kann [Sya06]. Die gemessene Verlustrate gibt daher Aufschluss über

die Korrelationen im System.

Abb. 5.3 (a) zeigt die Molekülpopulation als Funktion der Haltezeit. Der beobachtete Verlust (●) verläuft deutlich langsamer als man es für ein unkorreliertes System erwarten würde (gestrichelte Linie). Eine Anpassung von Gl. (5.2) an die Daten lässt auf einen Wert der Paarkorrelationsfunktion von $g^{(2)} = 0.11(1)$ schließen. Die Tatsache, dass $g^{(2)}$ viel kleiner als 1 ist, zeigt, dass sich das System in einem stark korrelierten Zustand befindet und ein dissipatives Tonks-Girardeau-Gas realisiert wurde.

Eine interessante Variation des Experiments besteht darin, den Gitterstrahl entlang der Bewegungsrichtung der Moleküle nur bis zu einer endlichen Gittertiefe $V_{||}$ herunterzurampen. Der Verlustprozess kann dann mit Hilfe des Quanten-Zeno-Effekts [Mis77, Sya08] analytisch beschrieben werden [Sya08, Dür09a]. Darüber hinaus wird eine zeitaufgelöste numerische Simulation der Dynamik möglich, die wesentlich schwächere Annahmen über das System enthält als das analytische Modell [Gar09]. Wir extrahieren $g^{(2)}$ aus Verlustmessungen für verschiedene Gittertiefen $V_{||}$. Wie Abb. 5.3 (b) zeigt, sind sowohl die analytischen als auch die numerischen Vorhersagen in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Der niedrigste gemessene Wert für $g^{(2)}$ beträgt $\sim 1/2000$.

Die präsentierten Ergebnisse zeigen, dass starke inelastische Wechselwirkungen Teilchenverluste unterdrücken und zu starken Korrelationen in einem Vielteilchensystem führen können. Dies könnte dazu genutzt werden, andere stark korrelierte Zustände zu präparieren, wie zum Beispiel einen Laughlin-Zustand [Sto99] oder einen Zustand mit anyonischen Anregungen [Wil82].

5.4. Optische Kontrolle einer magnetischen Feshbach-Resonanz

Die Ausführungen des vorangegangenen Kapitels belegen die zentrale Rolle von Wechselwirkungen für das Verhalten von Vielteilchensystemen. In ultrakalten Gasen bieten magnetische Feshbach-Resonanzen eine Möglichkeit, die Wechselwirkung der Teilchen global von außen einzustellen [Chi10]. Die Modulation der Wechselwirkung auf Längenskalen, die vergleichbar mit der Ausdehnung des Atomensembles sind, ist jedoch schwierig. Optische Feshbach-Resonanzen [Fed96] bieten diese Möglichkeit, da hier die Wechselwirkung durch Einstrahlen eines Lichtfeldes beeinflusst wird. Diese Technik hat jedoch bisher kaum Anwendung gefunden, da das verwendete Licht aufgrund von Photoassoziation zu schnellem Teilchenverlust führt. Das in diesem Kapitel vorgestellte Experiment benutzt Licht zur Kontrolle einer magnetischen Feshbach-Resonanz [Bau09b, Bau09a]. Auf diese Weise erhält man die optische Adressierbarkeit, während Teilchenverluste gegenüber Experimenten an optischen Feshbach-Resonanzen [The04, Tha05] um etwa 2 Größenordnungen unterdrückt werden können.

Bei ultrakalten Gasen spielen nur Stöße mit verschwindendem Bahndrehimpuls (s-Wellen-Streuung) eine Rolle. Die Wechselwirkung von ultrakalten Atomen kann daher mit Hilfe eines einzigen Parameters, der s-Wellen-Streulänge a charakterisiert werden [Lan79]. In der Umgebung einer Feshbach-Resonanz zeigt a ein resonantes Verhalten

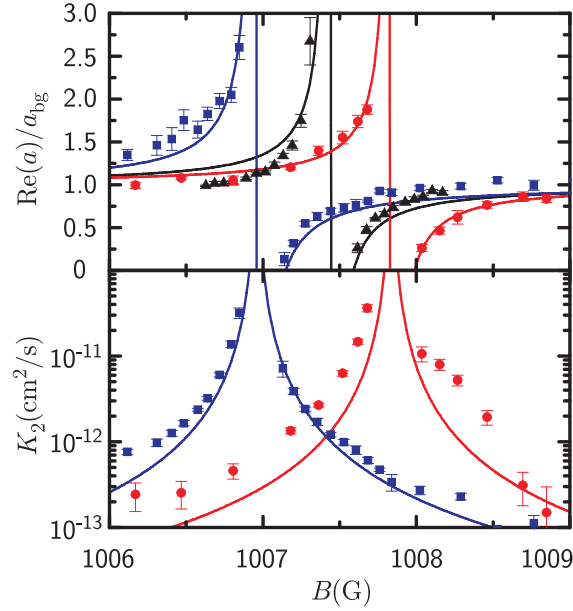


Abbildung 5.4.: Optische Kontrolle einer Feshbach-Resonanz. Gezeigt ist der Realteil der Streulänge a und der Zwei-Körper-Verlustkoeffizient K_2 als Funktion des Magnetfeldes. Ohne den Kopplungslaser liegt die Feshbach-Resonanz bei 1007.4 G (▲). Bei einer Leistung des Kopplungslasers von 4.2 mW und einer Verstimmung von 107 MHz (■) bzw. -107 MHz (●) wird die Resonanz um ca. ± 0.5 G verschoben.

[Moe95]

$$a(B) = a_{\text{bg}} \left(1 - \frac{\Delta B}{B - B_{\text{res}}} \right), \quad (5.3)$$

wobei ΔB die Breite der Feshbach-Resonanz und B_{res} die Resonanzposition bezeichnen.

Um die eingangs erwähnte optische Kontrolle zu erhalten, koppeln wir den gebundenen Zustand $|g\rangle$ in Abb. 5.1 (a) nah-resonant an einen elektronisch angeregten Molekülzustand. Abhängig von der Verstimmung des Lasers erfährt $|g\rangle$ eine AC-Stark-Verschiebung, die sich in einer entsprechenden Verschiebung der Resonanzposition auswirkt. Die Verwendung des Kopplungslasers führt jedoch auch zu Verlusten, falls der angeregte Molekülzustand beim Stoß oder durch Photoassoziation populiert wird.

Wir bestimmen die Streulänge mit Hilfe der in Ref. [Vol03] vorgestellten Methode. Abb. 5.4 zeigt den Realteil der Streulänge und den Zwei-Körper-Verlustkoeffizient K_2 als Funktion des Magnetfeldes für eine Verstimmung des Kopplungslasers von $+107$ MHz (■) bzw. -107 MHz (●) vom Molekül-Molekül-Übergang [Bau09b]. Bei diesen Parametern findet eine Verschiebung der Resonanz um mehr als eine Resonanzbreite gegenüber der Situation ohne Kopplungslaser statt. Zur optischen Manipulation der Streulänge könnte beispielsweise das Magnetfeld bei einem Wert von 1006.8 G gehalten und der Laser mit einer Verstimmung von $+107$ MHz eingestrahlt werden. Für die gezeigte Lichtintensität ändert sich dann der Realteil der Streulänge um den Betrag $\text{Re}(a)/a_{\text{bg}} - 1 = 1$. Aufgrund der Verluste wäre für ein BEC mit Teilchendichte $n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ eine Lebensdauer von ~ 1 ms zu erwarten. Durch größere

Verstimmung des Kopplungslasers bei gleichzeitiger Vergrößerung der Laserleistung bleibt das Verhalten von $\text{Re}(a)$ gleich, die Verlustrate kann jedoch um etwa eine Größenordnung gesenkt werden [Bau09b, Bau09a]. Dadurch wird die Verwendung dieser Technik auf Zeitskalen im Bereich der reziproken Fallenfrequenzen ermöglicht, was eine natürliche Zeitskala für viele Experimente darstellt.

Das obige Experiment wurde bei einer Verstimmung des Kopplungslasers um mehrere Resonanzbreiten des Molekül-Molekül-Übergangs durchgeführt. Für kleine Verstimmungen beobachtet man eine Aufspaltung der Feshbach-Resonanz in Form eines Autler-Townes-Dubletts [Aut55, CT92]. Ein analytisches Modell, das den Verlauf des Verlustkoeffizienten K_2 als Funktion von B und der Verstimmung des Kopplungslasers beschreibt, erlaubt eine genaue Charakterisierung des Molekül-Molekül-Übergangs anhand der gemessenen Teilchenverluste [Bau09b].

Die präsentierten Ergebnisse ermöglichen die räumliche Modulation der Streulänge mit Hilfe von Lichtfeldern. Diese Technik könnte beispielsweise angewendet werden, um sogenannte 'supersolid'-Zustände im optischen Gitter herzustellen [Kei09] oder die Physik schwarzer Löcher zu simulieren [Gar00].

6. Ausblick

Komplexe Quantennetzwerke hätten, falls sie realisiert werden können, eine Vielzahl von Anwendungen in der Quantenkommunikation [Lüt09, Kim08, Was04] der Quantenmetrologie [Ber01, Gio04] oder als Architektur für einen universellen Quantencomputer [Eke96].

Das in dieser Arbeit vorgestellte Experiment stellt einen Grundbaustein eines solchen Netzwerkes dar, wobei auch gezeigt wurde, dass es möglich ist, zwei sehr unterschiedliche Systeme wie ein Einzelatom und ein BEC zu verknüpfen.

Um die bisher noch sehr geringen Zählraten bei der Detektion von Zwei-Photonen-Ereignissen zu erhöhen, müsste vor allem die Erzeugungswahrscheinlichkeit für Einzelphotonen und die Schreib-Lese-Effizienz bei der Speicherung der Photonen gesteigert werden. Dazu sind verschiedene Maßnahmen denkbar.

Die Effizienz der Photonenerzeugung ist umso höher, je stärker die Kopplung des Atoms an den Resonator ist. Um diese zu verbessern, könnte das Modenvolumen des optischen Resonators verkleinert werden. Faserbasierte Resonatoren stellen einen vielversprechenden technologischen Ansatz in dieser Richtung dar [Hun10]. Bezüglich des Quantenspeichers wäre eine höhere optische Dichte des Mediums von Vorteil. Neben dem bereits in Kap. 4.2.3 angesprochenen Vorschlag, ein anderes Alkalimetall zu wählen, das ein Arbeiten auf der D_2 -Linie ermöglicht, könnte das Kondensat beispielsweise auch durch eine Modifikation der Dipolfalle in Richtung des Einzelphotonenstrahls elongiert werden.

Ein wichtiger Schritt zum Bau eines ausgedehnten Quantennetzwerkes ist die Skalierbarkeit der zu Grunde liegenden physikalischen Architektur. Zur Herstellung von BECs existieren heute bereits chipbasierte Systeme [Hän01, Fol02, For07], die im Prinzip die Möglichkeit bieten, eine Vielzahl von Kondensaten auf engstem Raum zu präparieren. In Verbindung mit den bereits erwähnten, faserbasierten Resonatoren sind daher integrierte Komponenten denkbar, die untereinander mit Hilfe von optischen Fasern verschaltet werden könnten.

Durch die Verwendung unterschiedlicher räumlicher Moden können auch mehrere Qubits in einem BEC gespeichert werden. Dabei kann die atomare Anregung beispielsweise in einem Rydberg-Zustand bestehen [Hei08]. Durch die langreichweitige Wechselwirkung dieser Zustände könnten logische Gatter zwischen verschiedenen gespeicherten Qubits realisiert werden [Wil10, Ise10].

A. Spinwelle eines im BEC gespeicherten Einzelphotons

Bei der Speicherung eines einzelnen Photons mit Hilfe des in Kap. 2.1.2 beschriebenen Schemas gehen Orts- und Impulsinformation des Lichts auf den internen Zustand des Mediums über. Gl. (2.17) in Kap. 2.1.2 beschreibt diesen Zustand für N gut lokalisierte Atome an unterscheidbaren Positionen sowie räumlich und zeitlich konstante Amplituden von Signal- und Kontrollfeld. In diesem Anhang soll die Form der atomaren Anregung für räumlich inhomogene Felder bestimmt werden. Zudem dient für die Experimente in dieser Arbeit ein BEC als Medium.

Falls die Amplituden von Signal- und Kontrollfeld hinreichend langsam in der Zeit variieren, propagiert ein Signalpuls mit der Gruppengeschwindigkeit aus Gl. (2.8) im Medium, ohne dass Absorption auftritt [Fle00, Fle02]. Diese Dynamik findet sehr langsam im Vergleich zu der durch die Wechselwirkung von Licht und Atomen gegebenen Zeitskala statt. Wir erhalten daher die Form der atomaren Anregung zu einem bestimmten Zeitpunkt, indem wir die Dunkelzustände des Systems unter Vernachlässigung der expliziten Zeitabhängigkeit der Lichtintensitäten betrachten.

In dieser quasistatischen Näherung sei das elektrische Feld des Signallichts durch $\mathbf{E}_p = \frac{1}{2}\boldsymbol{\epsilon}_p \mathcal{E}_p \phi_p(\mathbf{r})e^{-i\omega_p t} + \text{c.c.}$ gegeben. Es bezeichnen $\boldsymbol{\epsilon}_p$ einen Polarisationsvektor, \mathcal{E}_p eine Feldamplitude und $\phi_p(\mathbf{r})$ eine räumliche Einhüllende. Wie in Kap. 2.1.2 quantisieren wir das Signalfeld und wählen \mathcal{E}_p so, dass $\phi_p(\mathbf{r})$ im Quantisierungsvolumen V normiert ist. Der Operator des elektrischen Feldes lautet [CT92]

$$\hat{\mathbf{E}} = \boldsymbol{\epsilon}_p \sqrt{\frac{\hbar\omega_p}{2\epsilon_0}} \hat{a}_p \phi_p(\mathbf{r}) + \text{H.c.} \quad (\text{A.1})$$

Dabei ist \hat{a}_p der in Gl. (2.12) definierte Vernichtungsoperator. Der Zustand, der n Photonen in der Mode $\phi_p(\mathbf{r})$ enthält, sei wie in Kap. 2.1.2 mit $|n\rangle_{\text{ph}} = (1/\sqrt{n!})(\hat{a}_p^\dagger)^n |\text{vac}\rangle$ bezeichnet. $|\text{vac}\rangle$ ist der Vakuumzustand.

Der Kontrolllaser treibt den atomaren Übergang $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ mit der ortsabhängigen Rabi-Frequenz

$$\Omega_c(\mathbf{r}) = \frac{\boldsymbol{\mu}_{23}\boldsymbol{\epsilon}_c}{\hbar} \mathcal{E}_c u(\mathbf{r}). \quad (\text{A.2})$$

Die Symbole $\boldsymbol{\epsilon}_c$ und $\boldsymbol{\mu}_{23}$ bezeichnen analog zum Signallicht Polarisationsvektor und Amplitude des elektrischen Feldes. $u(\mathbf{r})$ ist eine räumlich Einhüllende. Wir setzen der Einfachheit halber $u(0) = 1$ und definieren $\Omega_0 = \Omega_c(0)$.

Da in einem BEC die Atome nicht mehr als punktförmig angenommen werden können, behandeln wir das Medium in zweiter Quantisierung. Die mathematische Beschreibung wird vereinfacht, wenn wir annehmen, dass das BEC aus genau N Atomen besteht. Jeweils alle Teilchen im internen Zustand $|i\rangle$ sollen die durch die normierte Funktion $\psi_i(\mathbf{r})$ beschriebene Mode besetzen. Analog zu Gl. (2.12) definieren wir

A. Spinwelle eines im BEC gespeicherten Einzelphotons

Erzeugungsoperatoren für Teilchen im Zustand $|i\rangle$

$$\hat{a}_i^\dagger = \int d\mathbf{r} \hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r}) \psi_i(\mathbf{r}). \quad (\text{A.3})$$

Dabei erzeugt der bosonische Feldoperator $\hat{\Psi}_i^\dagger(\mathbf{r})$ ein Teilchen im internen Zustand i am Ort \mathbf{r} . Davon ausgehend definieren wir die atomaren Fock-Zustände

$$|N\rangle_i = \frac{1}{\sqrt{N!}} (\hat{a}_i^\dagger)^N |\text{vac}\rangle. \quad (\text{A.4})$$

Der Hamiltonian aus Gl. (2.14), der die Wechselwirkung der Lichtfelder mit den Atomen beschreibt, lautet nun

$$\tilde{H} = -\frac{\hbar}{2} \int d\mathbf{r} 2\kappa \hat{a}_p \hat{\Psi}_3^\dagger(\mathbf{r}) \phi_p(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_1(\mathbf{r}) + \hat{\Psi}_3^\dagger(\mathbf{r}) \Omega_c(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_2(\mathbf{r}) + \text{H.c.}, \quad (\text{A.5})$$

mit der Abkürzung

$$\kappa = \boldsymbol{\mu}_{13} \boldsymbol{\epsilon}_p \sqrt{\frac{\omega_p}{2\hbar\epsilon_0}}. \quad (\text{A.6})$$

Um die mathematische Beschreibung zu vereinfachen, wurden die Kreisfrequenzen $\omega_{p,c}$ von Kontroll- und Signalfeld resonant mit den jeweiligen atomaren Übergängen in Abb. 2.1 gewählt und in einem geeigneten Wechselwirkungsbild absorbiert. Die Rechnung verläuft jedoch analog für den Fall endlicher Verstimmungen. Zudem wurde die 'rotating wave approximation' angewendet.

Wir suchen einen Eigenzustand von \tilde{H} , der keinen Anteil des elektronisch angeregten Zustandes $|3\rangle$ besitzt und genau eine Anregung enthält. Dies entspricht der Speicherung eines Pulses mit genau einem Photon. Wir verwenden die abkürzende Schreibweise $|N_1, N_2\rangle = |N_1\rangle_1 \otimes |N_2\rangle_2$ für ein Gas, das N_1 Atome im Zustand $|1\rangle$ und $N_2 = N - N_1$ Atome im Zustand $|2\rangle$ enthält. Analog zu Gl. (2.15) liefert

$$|\tilde{D}\rangle = c_1 |N, 0\rangle \otimes |1\rangle_{\text{ph}} + c_2 |N-1, 1\rangle \otimes |0\rangle_{\text{ph}} \quad (\text{A.7})$$

einen vielversprechenden Ansatz, da der Anfangszustand des Mediums $|N, 0\rangle$ durch einen Raman-Prozess in den Zustand $|N-1, 1\rangle$ übergeht. Mit der Identität $\Psi_i(\mathbf{r})|N\rangle_i = \sqrt{N} \psi_i(\mathbf{r})|N-1\rangle_i$ erhalten wir

$$\tilde{H}|\tilde{D}\rangle = -\frac{\hbar}{2} \Psi_3^\dagger(\mathbf{r}) \left(c_1 \kappa 2\sqrt{N} \phi_p(\mathbf{r}) \psi_1(\mathbf{r}) + c_2 \Omega_c(\mathbf{r}) \psi_2(\mathbf{r}) \right) |N-1, 0\rangle \otimes |0\rangle_{\text{ph}}. \quad (\text{A.8})$$

$|\tilde{D}\rangle$ ist also ein Dunkelzustand, falls $c_{1,2}$ und $\psi_2(\mathbf{r})$ so gewählt werden, dass an allen Orten gilt

$$c_1 \kappa 2\sqrt{N} \phi_p(\mathbf{r}) \psi_1(\mathbf{r}) + c_2 \Omega_c(\mathbf{r}) \psi_2(\mathbf{r}) = 0. \quad (\text{A.9})$$

Dies ist möglich, falls das gesamte Gas von Kontrolllicht beleuchtet wird, also überall $u(\mathbf{r}) \neq 0$ gilt. Unter Beachtung der Normierung von ψ_2 ergibt sich

$$\psi_2(\mathbf{r}) = \frac{\kappa \phi_p(\mathbf{r})}{g u(\mathbf{r})} \psi_1(\mathbf{r}), \quad g = \kappa \sqrt{\int d\mathbf{r} \left| \frac{\phi_p(\mathbf{r})}{u(\mathbf{r})} \psi_1(\mathbf{r}) \right|^2} \quad (\text{A.10})$$

und

$$|\tilde{D}\rangle = \frac{1}{\sqrt{|\Omega_0|^2 + 4g^2N}} \left(\Omega_0 |N, 0\rangle \otimes |1\rangle_{\text{ph}} - 2g\sqrt{N} |N-1, 1\rangle \otimes |0\rangle_{\text{ph}} \right). \quad (\text{A.11})$$

Wir erhalten somit Gln. (2.20) und (2.21).

Die in diesem Kapitel gemachten Verallgemeinerungen zeigen, dass beim Abspeichern eines einzelnen Photons im BEC gerade ein Atom in den Zustand $|2\rangle$ überführt wird. Die räumliche Mode dieser Anregung enthält dabei die gesamte Information über Orts- und Impulsverteilung des Photons.

B. Statistische Methoden zur Datenanalyse

In diesem Anhang werden Schätzwerte für die Dichtematrix ρ und die Fidelity F des detektierten Zwei-Photonen-Zustandes mit dem Singulett-Zustand vorgestellt. Kap. B.1 zeigt zunächst, dass Gl. (4.12) einen erwartungstreuen Schätzwert für die Fidelity liefert. Um ein Konfidenzniveau angeben zu können, auf dem der detektierte Zustand verschränkt ist, berechnen wir die Likelihood-Funktion für die Fidelity in Kap. B.2. Kap. B.3 erläutert schließlich, wie der Maximum-Likelihood Schätzwert für die Dichtematrix in Abb. 4.14 gewonnen wurde.

B.1. Schätzwert für die Fidelity

Die Bestimmung der Fidelity in Kap. 4.2.4 beruht auf Messungen in 3 Polarisationsbasen. Wir betrachten zunächst die Messung in nur einer Basis. Dabei gehen wir davon aus, dass die Messung so oft wiederholt wird, bis n Zwei-Photonen-Detektionsereignisse (Koinzidenzen) aufgetreten sind. Die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass beim Auftreten einer Koinzidenz beide Photonen die gleiche Polarisation besitzen, sei q . Die Anzahl X solcher Koinzidenzen ist eine Zufallsvariable. Da die einzelnen Messungen unabhängig voneinander sind, ist X binomialverteilt

$$p(X) = \binom{n}{X} (1-q)^{n-X} q^X. \quad (\text{B.1})$$

Der Erwartungswert und die Varianz von X betragen $E(X) = nq$ und $\sigma^2(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = nq(1-q)$.

Eine Stichprobe liefert einen Wert $X = k$. Betrachtet man die Schätzwerte

$$\mathcal{S}_q(k) = \frac{k}{n}, \quad (\text{B.2})$$

$$\mathcal{S}_{\sigma^2(\bar{X})}(k) = \frac{1}{n-1} \frac{k}{n} \left(1 - \frac{k}{n}\right) \quad (\text{B.3})$$

für q bzw. für die Varianz $\sigma^2(\bar{X}) = \sigma^2(X)/n^2$ der Zufallsvariablen $\bar{X} = X/n$, so kann man leicht zeigen, dass diese erwartungstreu sind, d.h. [Bra99]

$$E(\mathcal{S}_q(k)) = q \quad \text{und} \quad E(\mathcal{S}_{\sigma^2(\bar{X})}(k)) = \sigma^2(\bar{X}). \quad (\text{B.4})$$

Darüber hinaus erreicht $\sigma^2(\mathcal{S}_q)$ die Cramer-Rao-Schranke [Bra99]. Letztere stellt eine untere Grenze für die Varianz eines Schätzwertes dar. Der Schätzwert \mathcal{S}_q ist also unter

allen erwartungstreuen Schätzwerten für q dadurch ausgezeichnet, dass er minimale Varianz besitzt. Nebenbei ist \mathcal{S}_q auch ein Maximum-Likelihood Schätzwert.

Wir suchen als Nächstes einen Schätzwert für die Fidelity F des detektierten Zustandes mit dem Singulett-Zustand. Dazu betrachten wir die Zufallsvariable $Y = 1 - (\sum_{i=1}^3 \bar{X}_i)/2$, wobei der Index i die Messungen in der HV -, DA - bzw. RL -Basis nummeriert. Aus $E(\bar{X}) = q_i$ und den Gln. (2.36) und (2.47) folgt $E(Y) = F$. Im Experiment erhalten wir Werte k_1, k_2, k_3 für fest gewählte n_i . Da Y linear von den \bar{X}_i abhängt, ist der Schätzwert

$$\mathcal{S}_F(k_1, k_2, k_3) = 1 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \mathcal{S}_{q_i}(k_i) \quad (\text{B.5})$$

für F ebenfalls erwartungstreu. Darüber hinaus sind die Zufallsvariablen $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3$ unabhängig. Wir erhalten die Varianz von Y durch lineare Fehlerfortpflanzung

$$\sigma^2(Y) = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial Y}{\partial \bar{X}_i} \right)^2 \sigma^2(\bar{X}_i) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 \sigma^2(\bar{X}_i). \quad (\text{B.6})$$

Eine analoge Aussage gilt für die Schätzwerte $\mathcal{S}_{\sigma^2(Y)}$ und $\mathcal{S}_{\sigma^2(\bar{X}_i)}$. Der Standardfehlerbalken für F ergibt sich durch $\Delta F = \sqrt{\mathcal{S}_{\sigma^2(Y)}}$. Durch Kombination der Gln. (B.2) - (B.6) erhält man schließlich Gl. (4.12).

Bei der Berechnung der Erwartungswerte in Gl. (B.4) wurde davon ausgegangen, dass bei mehreren Wiederholungen der Messung jeweils immer n Koinzidenzen auftreten. Eine realistischere Annahme ist, dass bei jeder Wiederholung die gleiche Anzahl N von Versuchen durchgeführt wird, eine Koinzidenz zu detektieren. Dabei ist die Wahrscheinlichkeit für eine Koinzidenz in einem Einzelschuss p_c . Die kombinierte Wahrscheinlichkeit $p(n, k)$, dass in N Versuchen n Koinzidenzen auftreten, von denen in k Fällen die Photonen die gleiche Polarisation besitzen, ist multinomialverteilt

$$p(n, k) = \binom{N}{n} (1 - p_c)^{N-n} p_c^n \binom{n}{k} (1 - q)^{n-k} q^k. \quad (\text{B.7})$$

Wir erweitern die Definition des Schätzwertes aus Gl. (B.2) durch

$$\mathcal{S}_q(n, k) = \begin{cases} k/n, & n \neq 0 \\ r, & n = 0 \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

mit einer willkürlich gewählten Zahl r , $0 \leq r \leq 1$. Dies ist insofern sinnvoll, als wir keine Aussage über q machen können, falls keine Koinzidenzen detektiert wurden. Für den Erwartungswert ergibt sich dann

$$E(\mathcal{S}_q(n, k)) = q - (r - q)(1 - p_c)^N. \quad (\text{B.9})$$

In den in dieser Arbeit vorgestellten Experimenten ist $p_c \approx 20/N$ und $N \gg 20$. Damit ist $(1 - p_c)^N \approx e^{-20} \ll 1$. Der Schätzwert aus Gl. (B.2) bleibt also auch unter der Annahme, dass stets eine feste Anzahl N von Versuchen durchgeführt wird, in guter Näherung erwartungstreu und ist unabhängig von r . Dies gilt analog für $\mathcal{S}_{\sigma^2(\bar{X})}$. Der Einfachheit halber beschränken wir uns im Weiteren wieder auf eine feste Anzahl n von Koinzidenzen.

B.2. Likelihood-Funktion für die Fidelity

Im vorangegangenen Abschnitt wurden Schätzwerte für die Fidelity sowie deren Varianz vorgestellt. Wir wenden uns nun der Fragestellung zu, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass der experimentell erzeugte Zustand verschränkt ist, d.h. eine Fidelity $F > 1/2$ besitzt. Dazu bestimmen wir die a-posteriori-Wahrscheinlichkeit, dass die Parameter q_1, q_2, q_3 realisiert sind, wenn die Anzahlen k_1, k_2, k_3 von Koinzidenzen gemessen wurden. Solche Wahrscheinlichkeiten für Parameter werden im Gegensatz zu Wahrscheinlichkeiten für Zufallsvariablen im Englischen als Likelihood bezeichnet.

Wir betrachten zunächst wieder eine Messung in nur einer Polarisationsbasis. Wenn die Zufallsgröße X nur einmal gemessen wurde, so erhalten wir die Likelihood-Funktion von q [Bra99]

$$L_q(q; k) = \begin{cases} \frac{p(k)}{n+1}, & 0 \leq q \leq 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

aus der Binomialverteilung $p(k)$ in Gl. (B.1). Die Normierungskonstante $n + 1$ ergibt sich dabei aus $\int_0^1 dq L_q(q|k) = 1$.

Da die Messungen in den 3 Polarisationsbasen unabhängig sind, erhalten wir die Likelihood-Funktion für den Vektor $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3)^T$ als Produkt

$$L_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}; k_1, k_2, k_3) = \prod_{i=1}^3 L_q(q_i; k_i). \quad (\text{B.11})$$

Sie nimmt ihr Maximum gerade für die in Gl. (B.2) angegebenen Schätzwerte $\mathbf{q}^{\text{ml}} = (\mathcal{S}_q(k_1), \mathcal{S}_q(k_2), \mathcal{S}_q(k_3))^T$ an.

Um den Zusammenhang zur Fidelity herzustellen, verwenden wir die orthogonale Parametertransformation

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(q_1 - q_2), \quad (\text{B.12a})$$

$$x_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}(q_1 + q_2 - 2q_3), \quad (\text{B.12b})$$

$$x_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}(q_1 + q_2 + q_3). \quad (\text{B.12c})$$

Für die Likelihood Funktion gilt $L_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = L_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}(\mathbf{x}))$. Gemäß Gln. (2.36) und (2.47) ist die Fidelity durch $F = 1 - \sqrt{3}x_3/2$ gegeben. Wir erhalten daher die Likelihood-Funktion der Fidelity $L_F(F) = L_{x_3}(1 - 2F/\sqrt{3})$ aus der Randverteilung

$$L_{x_3}(x_3; k_1, k_2, k_3) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 L_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}; k_1, k_2, k_3). \quad (\text{B.13})$$

Die Integrale sind analytisch lösbar. Es ergibt sich ein Polynom der Ordnung $n_1 + n_2 + n_3 + 2$ in x_3 .

Abb.B.1(a) zeigt $L_F(F)$ für den Datenpunkt bei $t_{\text{at}} \approx t_{\text{BEC}} \approx 1 \mu\text{s}$ in Abb.4.13. Die gemessenen Anzahlen von Koinzidenzen betragen hierbei $(k_1, n_1) = (0, 22)$, $(k_2, n_2) =$

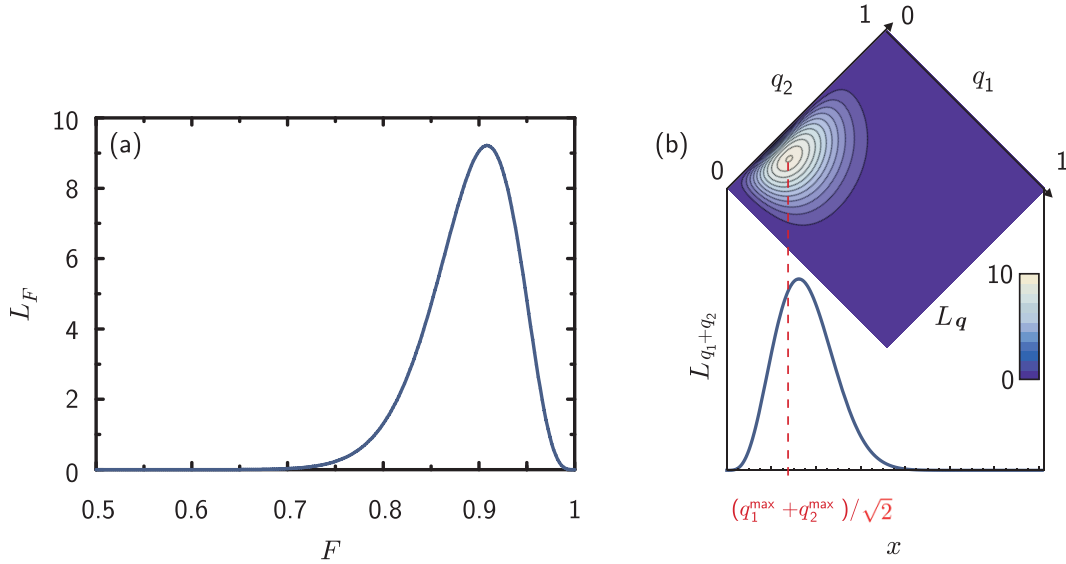


Abbildung B.1.: Likelihood-Funktion der Fidelity. (a) Für die Messung mit $t_{\text{at}} = t_{\text{BEC}} = 1 \mu\text{s}$ aus Abb. 4.13 ist $L_F(F)$ asymmetrisch um den wahrscheinlichsten Wert 0.91 verteilt. Wir berechnen das Konfidenzniveau, auf dem $F > 1/2$ gilt, mit $\int_{0.5}^1 dF L_F$. (b) Beispiel einer zweidimensionalen Likelihood-Funktion $L_q(q_1, q_2)$ mit Maximum bei (q_1^{\max}, q_2^{\max}) unter den Voraussetzungen $(k_1, n_1) = (1, 5)$ und $(k_2, n_2) = (2, 7)$. Mit Hilfe der Transformation $x = (q_1 + q_2)/\sqrt{2}$ und $y = (q_1 - q_2)/\sqrt{2}$ erhalten wir die Randverteilung $L_{q_1+q_2}(x) = \int dy L_q(x - y, x + y)$, wobei die Integration innerhalb des Definitionsbereiches $q_1, q_2 \in [0, 1]$ durchgeführt wird. Das Maximum von $L_{q_1+q_2}$ liegt aufgrund der Asymmetrie von $L_q(q_1, q_2)$ nicht bei $x = (q_1^{\max} + q_2^{\max})/\sqrt{2}$.

$(0, 23)$ und $(k_3, n_3) = (2, 20)$. Für diese Daten ist das Konfidenzniveau, auf dem F einen Wert $F > 1/2$ annimmt, $\int_{1/2}^1 dF L_F = 1 - 1.1 \times 10^{-8}$.

L_F ist die Likelihood, dass bei gemessenen k_i der zugrunde liegende Zustand die Fidelity F besitzt. Dabei ist jedoch zu beachten, dass das Maximum der Randverteilung L_F nicht mit dem Wert von F am Maximum der ursprünglichen dreidimensionalen Verteilung $L_{\mathbf{x}}$ zusammenfällt. Der Wert von F am Maximum von $L_{\mathbf{x}}$ ist durch den erwartungstreuen Schätzwert aus Gl. (B.2) $\mathcal{S}_F = 0.95$ gegeben. Der Wert $F_{\text{ml}} = 0.91$ am Maximum der Randverteilung L_F liefert hingegen einen Schätzwert für F , der nicht erwartungstreu ist und daher nicht benutzt werden sollte. Abb. 4.13 (b) illustriert diesen Zusammenhang anhand eines Beispiels in 2 Dimensionen.¹

¹Für große Anzahlen von Zählereignissen k_i und $n_i - k_i$ sind die Likelihood-Funktionen der q_i aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes in guter Näherung gaußsch. Im Rahmen dieser Näherung fallen die Maxima der Randverteilungen stets mit den Koordinaten der zugrunde liegenden mehrdimensionalen Verteilung zusammen.

B.3. Numerisches Verfahren zur Rekonstruktion der Dichtematrix

Bisher haben wir lediglich die Fidelity des gemessenen Zustandes mit dem Singulett-Zustand betrachtet. Um einen Schätzwert für die gesamte Dichtematrix ρ zu ermitteln, benötigen wir Messungen, bei denen Koinzidenzen in allen 9 Kombinationen der Basen HV , DA und RL in beiden Labors detektiert werden. Verwenden wir für Photon 1 die Basis $\{i, i^\perp\}$ und für Photon 2 $\{j, j^\perp\}$, so gibt es 4 mögliche Zwei-Photonen-Ereignisse, deren Anzahlen wir mit $k_{i,j}$, $k_{i^\perp,j}$, k_{i,j^\perp} , k_{i^\perp,j^\perp} , bezeichnen. Wie in Kap. 2.3.1 seien die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten mit $p_{i,j}$ usw. bezeichnet.

Wie dort bereits erwähnt, können mit Hilfe der Gln. (2.36) und (2.37) Schätzwerte für die Zwei-Photonen-Stokes-Parameter und schließlich mit Gl. (2.35) Schätzwerte für die Einträge von ρ angegeben werden. Dabei können gemäß Gl. (2.37) verschiedene Messungen zur Bestimmung der Stokes-Parameter $S_{i,0}$ und $S_{0,i}$, $i = 1 \dots 3$ herangezogen werden. Unabhängig davon folgt analog zu den Überlegungen in Kap. B.1, dass die so gewonnenen Schätzwerte erwartungstreu sind. Eine zusätzliche Anforderung an einen Schätzwert, insbesondere bei einer geringen Anzahl von gemessenen Koinzidenzen, ist jedoch, dass er minimale Varianz besitzt, also die verfügbare Information optimal nutzt [Bra99]. Wir können beispielsweise für $S_{1,0}$ den Ausdruck

$$S_{1,0} = \sum_{j=1}^3 g_j (p_{1,j} - p_{1^\perp,j^\perp} + p_{1,j^\perp} - p_{1^\perp,j}) \quad (\text{B.14})$$

verwenden, wobei die Gewichte g_j mit $g_j > 0$ und $\sum_{j=1}^3 g_j = 1$ frei gewählt werden können. Falls alle $g_i \neq 0$ sind, gehen in den entsprechenden Schätzwert die Ergebnisse aus Messungen in 3 Basiskombinationen ein, was die Streuung gegenüber dem Ausdruck in Gl. (2.37a) verringern sollte. Die Gewichte g_j können beispielsweise abhängig von den entsprechenden Anzahlen von Koinzidenzen $n_{ij} = (k_{i,j} + k_{i^\perp,j} + k_{i,j^\perp} + k_{i^\perp,j^\perp})$ in den jeweiligen Messungen gewählt werden. Allerdings ist es uns nicht gelungen, Schätzwerte für die Einträge von ρ zu finden, für die wir zeigen können, dass sie minimale Varianz besitzen.²

Wir versuchen stattdessen, einen Maximum-Likelihood-Schätzwert für ρ zu ermitteln. Das in Ref. [Alt05] vorgestellte Verfahren zur Maximum-Likelihood-Rekonstruktion ist für unser Experiment nicht anwendbar, da es von gaußschen Likelihood-Funktionen der $p_{i,j}$ ausgeht. Die Likelihood-Funktion für ρ ist dann ebenfalls gaußsch, was ein Auffinden des Maximums stark vereinfacht. Um einen positiv-semidefiniten Schätzwert für ρ zu erhalten, wird in [Alt05] darüber hinaus ein Maximum-Likelihood-Schätzwert für eine Matrix T mit $T^\dagger T = \rho$ gesucht. Auch hier beruht die Feststellung, dass sich daraus auf triviale Weise ein Maximum-Likelihood-Schätzwert für ρ ergibt, auf der Annahme gaußscher Likelihood-Funktionen.

²Bei der Bestimmung von F werden aus den Messungen 3 unabhängige Zufallsvariablen konstruiert. Bei der Bestimmung von ρ ermitteln wir in jeder Messung den Wert von 3 Zufallsvariablen. Die vierte ergibt sich durch Normierung. Den auf diese Weise gewonnenen 27 Zufallsvariablen stehen jedoch nur 15 freie Parameter des Systems gegenüber. Die Zufallsvariablen können daher nicht unabhängig sein. Diese Tatsache macht die Untersuchung der Eigenschaften von Schätzwerten für ρ schwierig.

B. Statistische Methoden zur Datenanalyse

Für kleine Anzahlen von Zählereignissen ist die gaußsche Näherung nicht gültig. Gemäß Ref. [Bra99] erhalten wir als Likelihood-Funktion von ρ

$$L_\rho(\rho) = \prod_{i,j=1}^3 (p_{i,j}(\rho))^{k_{i,j}} (p_{i^\perp,j}(\rho))^{k_{i^\perp,j}} (p_{i,j^\perp}(\rho))^{k_{i,j^\perp}} (p_{i^\perp,j^\perp}(\rho))^{k_{i^\perp,j^\perp}}. \quad (\text{B.15})$$

Da wir nicht an den absoluten Werten von L_ρ interessiert sind, kann eine Normierung hier entfallen.

Um numerisch das Maximum von L_ρ zu bestimmen, fassen wir die unabhängigen, reellen Parameter von ρ zu einem Vektor $|r\rangle$ im \mathbb{R}^{15} zusammen.³ Ausgehend von einem willkürlich gewählten Startwert $|r^{(1)}\rangle$ gewinnen wir mit Hilfe der sogenannten Gradientenmethode eine Folge $\{|r^{(1)}\rangle, |r^{(2)}\rangle, \dots\}$, deren Likelihood monoton ansteigt. Dazu bilden wir im n -ten Schritt den Gradienten $|\nabla L_\rho\rangle$ mit den 15 Komponenten

$$(\nabla L_\rho)_i = \frac{\partial L_\rho}{\partial r_i^{(n)}} \quad (\text{B.16})$$

und berechnen

$$|r^{\text{test}}\rangle = |r^{(n)}\rangle + \Delta x \frac{|\nabla L_\rho\rangle}{\sqrt{\langle \nabla L_\rho | \nabla L_\rho \rangle}}. \quad (\text{B.17})$$

Als Startwert für die Schrittgröße wählen wir $\Delta x = 1/32$. Falls $L_\rho(|r^{\text{test}}\rangle) \geq L_\rho(|r^{(n)}\rangle)$, dann setzen wir $|r^{(n+1)}\rangle = |r^{\text{test}}\rangle$ und lassen die Schrittgröße unverändert. Andernfalls setzen wir $|r^{(n+1)}\rangle = |r^{(n)}\rangle$ und halbieren die Schrittgröße. In beiden Fällen wird als Nächstes der Schritt für $n + 1$ ausgeführt.

Leider liefert dieses Verfahren ohne weitere Einschränkung eine divergierende Folge $\{|r^{(1)}\rangle, |r^{(2)}\rangle, \dots\}$, die sich zusehends vom physikalischen Wertebereich entfernt. Wir fordern daher zusätzlich, dass ρ positiv semidefinit ist, d.h. nur Eigenwerte mit $\lambda_j \geq 0$ besitzt.

Wir berechnen die Eigenwerte von ρ^{test} aus $|r^{\text{test}}\rangle$. Falls mindestens einer davon negativ ist, berechnen wir die vier Gradienten $|\nabla \lambda_j\rangle$ mit den Einträgen

$$(\nabla \lambda_j)_i = \frac{\partial \lambda_j}{\partial r_i}, \quad i = 1 \dots 15, \quad j = 1 \dots 4. \quad (\text{B.18})$$

An Stelle von Gl. (B.17) verwenden wir nun

$$|r^{\text{test}}\rangle = |r^{(n)}\rangle + \Delta x \frac{|w\rangle}{\sqrt{\langle w | w \rangle}}, \quad |w\rangle = \left(\mathbb{I}_{15} - \sum_{\lambda_j < 0} |\nabla \lambda_j\rangle \langle \nabla \lambda_j| \right) |\nabla L_\rho\rangle. \quad (\text{B.19})$$

Dabei bezeichnet \mathbb{I}_{15} die 15-dimensionale Einheitsmatrix. Die Summe in obigem Ausdruck erstreckt sich über alle Eigenwerte λ_j , die bei dem ursprünglichen Schritt negativ geworden sind. Gibt es l solche Eigenwerte, dann führen wir jetzt also einen Schritt in einem $(15 - l)$ -dimensionalen Unterraum aus. Innerhalb dieses Unterraums

³Als hermitesche 4×4 -Matrix kann ρ durch 16 reelle Parameter beschrieben werden, wobei ein Freiheitsgrad mit der Normierung $\text{Tr}(\rho) = 1$ wegfällt.

findet der Schritt entlang $|\nabla L_\rho\rangle$ statt und verläuft entlang der Grenze des zulässigen Bereichs. In linearer Näherung bleiben dabei die kritischen Eigenwerte konstant. Falls dennoch ein negativer Eigenwert auftritt, halbieren wir die Schrittgröße. Falls L_ρ bei dem Schritt abnimmt, halbieren wir ebenfalls die Schrittgröße. Der nächste Schritt darf im Prinzip wieder im gesamten \mathbb{R}^{15} stattfinden.

Um die Stabilität des Algorithmus zu testen, wurden als Startwerte $|r^{(1)}\rangle$ verschiedene Zustände getestet. Dabei handelte es sich zum Einen um Werner-Zustände $\lambda|\Psi^-\rangle\langle\Psi^-| + (1 - \lambda) \times \frac{1}{4}\mathbb{I}_4$ mit verschiedenen Werten für $0 \leq \lambda \leq 1$. Zum Anderen wurden Schätzwerte mit Hilfe des in Kap. 2.3.1 vorgestellten Verfahrens ermittelt. Diese besitzen zum Teil bereits negative Eigenwerte. Um sie dennoch als Startwerte verwenden zu können, musste, ähnlich wie im obigen Ausdruck für den Werner Zustand, der völlig gemischte Zustand beigemischt werden. Außerdem wurde mit Hilfe des Verfahrens in Ref. [Alt05] ein Schätzwert erzeugt und als Startwert verwendet.

Der Algorithmus findet je nach Startwert leicht unterschiedliche lokale Maxima von L_ρ , die alle am Rand des zulässigen Bereichs liegen. Dabei unterscheiden sich die jeweiligen Einträge der optimierten Dichtematrizen für verschiedene Startwerte jedoch lediglich um Werte < 0.05 , was gegenüber dem Einfluss von statistischen Messunsicherheiten zu vernachlässigen ist. Den größten Wert für L_ρ erhalten wir mit dem gemäß Ref. [Alt05] erzeugten Startwert. Das Ergebnis der Optimierung ist die in Abb. 4.14 (b) dargestellte Dichtematrix.

Literaturverzeichnis

- [Alt05] J. B. Altepeter, E. R. Jeffrey, und P. G. Kwiat. Photonic state tomography. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **52**, 105 (2005).
- [Alz76] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, und G. Orriols. An experimental method for the observation of r.f. transitions and laser beat resonances in oriented Na vapour. *N. Cim. Soc. Ital. Fis. B* **36**, 5 (1976).
- [And58] P. W. Anderson. Absence of diffusion in certain random lattices. *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958).
- [And95] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, und E. A. Cornell. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science* **269**, 198 (1995).
- [App08] J. Appel, E. Figueroa, D. Korystov, M. Lobino, und A. I. Lvovsky. Quantum memory for squeezed light. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 093602 (2008).
- [Ari96] E. Arimondo. Coherent population trapping in laser spectroscopy. *Prog. Opt.* **35**, 257 (1996).
- [Asp82] A. Aspect, J. Dalibard, und G. Roger. Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers. *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982).
- [Aut55] S. H. Autler und C. H. Townes. Stark effect in rapidly varying fields. *Phys. Rev.* **100**, 703 (1955).
- [Bak10] W. S. Bakr, A. Peng, M. E. Tai, R. Ma, J. Simon, J. I. Gillen, S. Fölling, L. Pollet, und M. Greiner. Probing the superfluid-to-Mott insulator transition at the single-atom level. *Science* **329**, 547 (2010).
- [Bar06] R. Barnett, D. Petrov, M. Lukin, und E. Demler. Quantum magnetism with multicomponent dipolar molecules in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 190401 (2006).
- [Bau09a] D. M. Bauer, Optical Control of a Magnetic Feshbach Resonance, Dissertation, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2009).
- [Bau09b] D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe, und S. Dürr. Combination of a magnetic Feshbach resonance and an optical bound-to-bound transition. *Phys. Rev. A* **79**, 062713 (2009).

- [Bau09c] D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe, und S. Dürr. Control of a magnetic Feshbach resonance with laser light. *Nature Phys.* **5**, 339 (2009).
- [Bau10] S. Baur, Speicherung der Polarisation von Licht in einem Bose-Einstein-Kondensat, Diplomarbeit, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2010), unveröffentlicht.
- [Bel64] J. S. Bell. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Physics* **1**, 195 (1964).
- [Bel87] J. S. Bell. *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*. Cambridge University Press, Oxford (1987).
- [Ber01] J. C. Bergquist, S. R. Jefferts, und D. J. Wineland. Time measurement at the millennium. *Physics Today* **54**(3), 37 (2001).
- [Bil08] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clement, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer, und A. Aspect. Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder. *Nature* **453**, 891 (2008).
- [Bla77] J. Blank und P. Exner. Remarks on tensor products and their applications in quantum theory. II: Spectral properties. *Act. Univ. Carolinae, Math Phys* **18**, 3 (1977).
- [Blo08] I. Bloch, J. Dalibard, und W. Zwerger. Many-body physics with ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.* **80**, 885 (2008).
- [Boc10] J. Bochmann, Coherent Dynamics and State Detection of Single Atoms in a Cavity, Dissertation, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2010).
- [Bol91] K. Boller, A. Imamoglu, und S. Harris. Observation of electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2593 (1991).
- [Bou00] D. Bouwmeester, A. Ekert, und A. Zeilinger. *The Physics of Quantum Information*. Springer, Berlin (2000).
- [Bra99] S. Brandt. *Datenanalyse mit statistischen Methoden und Computerprogrammen*. Spektrum, Akademischer Verlag Heidelberg, 4. Auflage (1999).
- [Bri98] H.-J. Briegel, W. Dür, J. I. Cirac, und P. Zoller. Quantum repeaters: The role of imperfect local operations in quantum communication. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5932 (1998).
- [Bro98] C. Brosseau. *Fundamentals of polarized light, a statistical optics approach*. Wiley, New York (1998).

- [Cha05] T. Chanelière, D. N. Matsukevich, S. D. Jenkins, S.-Y. Lan, T. A. B. Kennedy, und A. Kuzmich. Storage and retrieval of single photons transmitted between remote quantum memories. *Nature* **438**, 833 (2005).
- [Chi06] C. Chin und V. V. Flambaum. Enhanced sensitivity to fundamental constants in ultracold atomic and molecular systems near Feshbach resonances. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 230801 (2006).
- [Chi10] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne, und E. Tiesinga. Feshbach resonances in ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1225 (2010).
- [Cho07] C.-W. Chou, J. Laurat, H. Deng, K. S. Choi, H. de Riedmatten, D. Felinto, und H. J. Kimble. Functional quantum nodes for entanglement distribution over scalable quantum networks. *Science* **316**, 1316 (2007).
- [Cho08] K. S. Choi, H. Deng, J. Laurat, und H. J. Kimble. Mapping photonic entanglement into and out of a quantum memory. *Nature* **452**, 67 (2008).
- [Cir97] J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble, und H. Mabuchi. Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3221 (1997).
- [Cla69] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, und R. A. Holt. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880 (1969).
- [Cla11] C. Clausen, I. Usmani, F. Bussières, N. Sangouard, M. Afzelius, H. de Riedmatten, und N. Gisin. Quantum storage of photonic entanglement in a crystal. *Nature* **469**, 508 (2011).
- [CT92] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, und G. Grynberg. Atom-Photon Interactions. Wiley, New York (1992).
- [CT99] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, und F. Laloë. Quantenmechanik, Band 1. Walter de Gruyter, Berlin, 2. Auflage (1999).
- [Cub03] J. Cubizolles, T. Bourdel, S. J. Kokkelmans, G. V. Shlyapnikov, und C. Salomon. Production of long-lived ultracold Li_2 molecules from a Fermi gas. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 240401 (2003).
- [Dan] A. Danilova und J. H. Thywissen, Ultracold atom news (online), <https://ucan.physics.utoronto.ca>.
- [Dan10] J. G. Danzl, M. J. Mark, E. Haller, M. Gustavsson, R. Hart, J. Aldegunde, J. M. Hutson, und H.-C. Nagerl. An ultracold high-density sample of rovibronic ground-state molecules in an optical lattice. *Nature Phys.* **6**, 265 (2010).
- [DeM02] D. DeMille. Quantum computation with trapped polar molecules. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 067901 (2002).

- [Deu85] D. Deutsch. Quantum theory, the church-turing principle and the universal quantum computer. *Proc. R. Soc. Lond. A* **400**(1818), 97 (1985).
- [Die07] D. Dietze, Atom-Molekül Oszillationen in ^{87}Rb , Diplomarbeit, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2007), unveröffentlicht.
- [Don02] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. T. Thompson, und C. E. Wieman. Atom-molecule coherence in a Bose-Einstein condensate. *Nature* **417**, 529 (2002).
- [dR08] H. de Riedmatten, M. Afzelius, M. U. Staudt, C. Simon, und N. Gisin. A solid-state light-matter interface at the single-photon level. *Nature* **456**, 773 (2008).
- [Dür09a] S. Dürr, J. J. García-Ripoll, N. Syassen, D. M. Bauer, M. Lettner, J. I. Cirac, und G. Rempe. Lieb-Liniger model of a dissipation-induced Tonks-Girardeau gas. *Phys. Rev. A* **79**, 023614 (2009).
- [Dür09b] S. Dürr, N. Syassen, D. M. Bauer, M. Lettner, T. Volz, D. Dietze, J. J. García-Ripoll, J. I. Cirac, und G. Rempe, A dissipative Tonks-Girardeau gas of molecules, in Proceedings of the 21st International Conference on Atomic Physics, editors R. Côté, P. L. Gould, M. Rozman, und W. W. Smith, SS. 307–314, World Scientific, New Jersey (2009).
- [Dua01] L.-M. Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac, und P. Zoller. Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics. *Nature* **414**, 413 (2001).
- [Dud11] Y. O. Dudin, R. Zhao, T. Kennedy, und A. Kuzmich, Light storage in a magnetically-dressed optical lattice, [axiv.org:1004.3727](https://arxiv.org/abs/1004.3727) (2011).
- [Dür04] S. Dürr, T. Volz, A. Marte, und G. Rempe. Observation of molecules produced from a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 020406 (2004).
- [Eis05] M. D. Eisaman, A. André, F. Massou, M. Fleischhauer, A. S. Zibrov, und M. D. Lukin. Electromagnetically induced transparency with tunable single-photon pulses. *Nature* **438**, 837 (2005).
- [Eke96] A. Ekert und R. Jozsa. Quantum computation and shor’s factoring algorithm. *Rev. Mod. Phys.* **68**, 733 (1996).
- [Fed96] P. O. Fedichev, Y. Kagan, G. V. Shlyapnikov, und J. T. M. Walraven. Influence of nearly resonant light on the scattering length in low-temperature atomic gases. *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2913 (1996).
- [Fey82] R. P. Feynman. Simulating physics with computers. *Int. J. Th. Phys.* **21**, 467 (1982).

- [Fle00] M. Fleischhauer und M. D. Lukin. Dark-state polaritons in electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5094 (2000).
- [Fle02] M. Fleischhauer und M. D. Lukin. Quantum memory for photons: Dark-state polaritons. *Phys. Rev. A* **65**, 022314 (2002).
- [Fle05] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, und J. P. Marangos. Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media. *Rev. Mod. Phys.* **77**, 633 (2005).
- [Fol02] R. Folman, P. Krueger, J. Schmiedmayer, J. Denschlag, und C. Henkel. Microscopic atom optics: from wires to an atom chip. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **48**, 263 (2002).
- [For07] J. Fortágh und C. Zimmermann. Magnetic microtraps for ultracold atoms. *Rev. Mod. Phys.* **79**, 235 (2007).
- [Gar00] L. J. Garay, J. R. Anglin, J. I. Cirac, und P. Zoller. Sonic analog of gravitational black holes in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4643 (2000).
- [Gar09] J. J. García-Ripoll, S. Dürr, N. Syassen, D. M. Bauer, M. Lettner, G. Rempe, und J. I. Cirac. Dissipation-induced hard-core boson gas in an optical lattice. *New J. Phys.* **11**, 013053 (2009).
- [Güh02] O. Gühne, P. Hyllus, D. Bruß, A. Ekert, M. Lewenstein, C. Macchiavello, und A. Sanpera. Detection of entanglement with few local measurements. *Phys. Rev. A* **66**, 062305 (2002).
- [Gin07] N. S. Ginsberg, S. R. Garner, und L. V. Hau. Coherent control of optical information with matter wave dynamics. *Nature* **445**, 623 (2007).
- [Gio04] V. Giovannetti, S. Lloyd, und L. Maccone. Quantum-enhanced measurements: beating the standard quantum limit. *Science* **306**, 1330 (2004).
- [Gir02] M. D. Girardeau und E. M. Wright. Quantum dynamics of one-dimensional trapped Tonks gases. *Laser Phys.* **12**, 8 (2002).
- [Gis92] N. Gisin und A. Peres. Maximal violation of Bell's inequality for arbitrarily large spin. *Phys. Lett. A* **162**, 15 (1992).
- [Gis02] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel, und H. Zbinden. Quantum cryptography. *Rev. Mod. Phys.* **74**, 145 (2002).
- [Gór02] K. Góral, L. Santos, und M. Lewenstein. Quantum phases of dipolar bosons in optical lattices. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 170406 (2002).
- [Gor07a] A. V. Gorshkov, A. André, M. Fleischhauer, A. S. Sørensen, und M. D. Lukin. Universal approach to optimal photon storage in atomic media. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 123601 (2007).

- [Gor07b] A. V. Gorshkov, A. André, M. D. Lukin, und A. S. Sørensen. Photon storage in lambda-type optically dense atomic media. II. free-space model. *Phys. Rev. A* **76**, 033805 (2007).
- [Gre02] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, und I. Bloch. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms. *Nature* **415**, 39 (2002).
- [Gri00] R. Grimm, M. Weidemüller, und Y. B. Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95 (2000).
- [Hal09] E. Haller, M. Gustavsson, M. J. Mark, J. G. Danzl, R. Hart, G. Pupillo, und H.-C. Nägerl. Realization of an excited, strongly correlated quantum gas phase. *Science* **325**, 1224 (2009).
- [Ham10] K. Hammerer, A. S. Sørensen, und E. S. Polzik. Quantum interface between light and atomic ensembles. *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1041 (2010).
- [Har90] S. E. Harris, J. E. Field, und A. Imamoglu. Nonlinear optical processes using electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1107 (1990).
- [Har92] S. E. Harris, J. E. Field, und A. Kasapi. Dispersive properties of electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. A* **46**, R29 (1992).
- [Har97] S. E. Harris. Electromagnetic induced transparency. *Phys. Today* **50**, 36 (1997).
- [Hau99] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, und C. H. Behroozi. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature* **397**, 594 (1999).
- [Hec05] E. Hecht. Optik. Oldenbourg, München, 4. Auflage (2005).
- [Hei08] R. Heidemann, U. Raitzsch, V. Bendkowsky, B. Butscher, R. Löw, und T. Pfau. Rydberg excitation of Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 033601 (2008).
- [Hen03] M. Hennrich, Kontrollierte Erzeugung einzelner Photonen in einem optischen Resonator hoher Finesse, Dissertation, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2003).
- [Her03] J. Herbig, T. Kraemer, M. Mark, T. Weber, C. Chin, H.-C. Nägerl, und R. Grimm. Preparation of a pure molecular quantum gas. *Science* **301**, 1510 (2003).
- [Hän01] W. Hänsel, P. Hommelhoff, T. W. Hänsch, und J. Reichel. Bose-Einstein condensation on a microelectronic chip. *Nature* **413**, 498 (2001).

- [Hon08] K. Honda, D. Akamatsu, M. Arikawa, Y. Yokoi, K. Akiba, S. Nagatsuka, T. Tanimura, A. Furusawa, und M. Kozuma. Storage and retrieval of a squeezed vacuum. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 093601 (2008).
- [Hor96] M. Horodecki, P. Horodecki, und R. Horodecki. Separability of mixed states: Necessary and sufficient conditions. *Phys. Lett. A* **223**, 1 (1996).
- [Hor09] R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, und K. Horodecki. Quantum entanglement. *Rev. Mod. Phys.* **81**, 865 (2009).
- [Hos10] M. Hosseini, B. Sparkes, G. Campbell, P. Lam, und B. Buchler. High efficiency coherent optical memory with warm rubidium vapour. *Nature Comms.* **2**, 174 (2010).
- [Hun10] D. Hunger, T. Steinmetz, Y. Colombe, C. Deutsch, T. W. Hänsch, und J. Reichel. A fiber Fabry–Perot cavity with high finesse. *New J. Phys.* **12**, 065038 (2010).
- [Ise10] L. Isenhower, E. Urban, X. L. Zhang, A. T. Gill, T. Henage, T. A. Johnson, T. G. Walker, und M. Saffman. Demonstration of a neutral atom controlled-NOT quantum gate. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 010503 (2010).
- [Jbu02] G. Juzeliūnas und H. J. Carmichael. Systematic formulation of slow polaritons in atomic gases. *Phys. Rev. A* **65**, 021601 (2002).
- [Jen06] S. D. Jenkins, D. N. Matsukevich, T. Chanelière, A. Kuzmich, und T. A. B. Kennedy. Theory of dark-state polariton collapses and revivals. *Phys. Rev. A* **73**, 021803 (2006).
- [Jo09] G.-B. Jo, Y.-R. Lee, J.-H. Choi, C. A. Christensen, T. H. Kim, J. H. Thywissen, D. E. Pritchard, und W. Ketterle. Itinerant ferromagnetism in a Fermi gas of ultracold atoms. *Science* **325**, 1521 (2009).
- [Jon41] R. C. Jones. A new calculus for the treatment of optical systems. *J. Opt. Soc. Am.* **31**, 488 (1941).
- [Jon06] K. M. Jones, E. Tiesinga, P. D. Lett, und P. S. Julienne. Ultracold photoassociation spectroscopy: Long-range molecules and atomic scattering. *Rev. Mod. Phys.* **78**, 483 (2006).
- [Jul01] B. Julsgaard, A. Kozhekin, und E. S. Polzik. Experimental long-lived entanglement of two macroscopic objects. *Nature* **413**, 400 (2001).
- [Kas95] A. Kasapi, M. Jain, G. Y. Yin, und S. E. Harris. Electromagnetically induced transparency: Propagation dynamics. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2447 (1995).
- [Kei09] T. Keilmann, I. Cirac, und T. Roscilde. Dynamical creation of a supersolid in asymmetric mixtures of bosons. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 255304 (2009).

- [Köh06] T. Köhler, K. Góral, und P. S. Julienne. Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances. *Rev. Mod. Phys.* **78**, 1311 (2006).
- [Kim08] H. J. Kimble. The quantum internet. *Nature* **453**, 1023 (2008).
- [Kin04] T. Kinoshita, T. Wenger, und D. S. Weiss. Observation of a one-dimensional Tonks–Girardeau gas. *Science* **305**, 1125 (2004).
- [Kle88] M. Klein und T. E. Furtak. *Optik*. Springer, Berlin, 2. Auflage (1988).
- [Kuh02] A. Kuhn, M. Hennrich, und G. Rempe. Deterministic single-photon source for distributed quantum networking. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 067901 (2002).
- [Lan79] L. D. Landau und E. M. Lifshitz. *Quantenmechanik*. Akademie Verlag, Berlin (1979).
- [Lee05] C. Lee und E. A. Ostrovskaya. Quantum computation with diatomic bits in optical lattices. *Phys. Rev. A* **72**, 062321 (2005).
- [Let11] M. Lettner, M. Mücke, S. Riedl, C. Vo, C. Hahn, S. Baur, J. Bochmann, S. Ritter, S. Dürr, und G. Rempe. Remote entanglement between a single atom and a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 210503 (2011).
- [Lew07] M. Lewenstein, A. Sanpera, V. Ahufinger, B. Damski, A. Sen, und U. Sen. Ultracold atomic gases in optical lattices: Mimicking condensed matter physics and beyond. *Adv. Phys.* **56**(2), 243 (2007).
- [Lin11] Y.-J. Lin, K. Jimenez-Garcia, und I. B. Spielman. Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates. *Nature* **471**, 83 (2011).
- [Liu01] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi, und L. V. Hau. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. *Nature* **409**, 490 (2001).
- [Llo96] S. Lloyd. Universal quantum simulators. *Science* **273**, 1073 (1996).
- [Lon05] J. J. Longdell, E. Fraval, M. J. Sellars, und N. B. Manson. Stopped light with storage times greater than one second using electromagnetically induced transparency in a solid. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 063601 (2005).
- [Lüt09] N. Lütkenhaus und A. J. Shields. Focus on quantum cryptography: Theory and practice. *New. J. Phys.* **11**, 045005 (2009).
- [Lvo09] A. I. Lvovsky, B. C. Sanders, und W. Tittel. Optical quantum memory. *Nature Phot.* **3**, 706 (2009).

- [Mai02] A. Mair, J. Hager, D. F. Phillips, R. L. Walsworth, und M. D. Lukin. Phase coherence and control of stored photonic information. *Phys. Rev. A* **65**, 031802 (2002).
- [Mar03] A. Marte, Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter Rubidiumatome, Dissertation, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2003).
- [Mat06] D. N. Matsukevich, T. Chanelière, S. D. Jenkins, S.-Y. Lan, T. A. B. Kennedy, und A. Kuzmich. Entanglement of remote atomic qubits. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 030405 (2006).
- [Müc11] M. Mücke, Elektromagnetisch induzierte Transparenz mit einem einzelnen Atom, Dissertation, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2011).
- [Met99] H. J. Metcalf und P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, Heidelberg (1999).
- [Mic06] A. Micheli, G. K. Brennen, und P. Zoller. A toolbox for lattice-spin models with polar molecules. *Nature Phys.* **2**, 341 (2006).
- [Mie00] F. H. Mies, E. Tiesinga, und P. S. Julienne. Manipulation of Feshbach resonances in ultracold atomic collisions using time-dependent magnetic fields. *Phys. Rev. A* **61**, 022721 (2000).
- [Mis77] B. Misra und E. C. G. Sudarshan. The Zeno's paradox in quantum theory. *J. Math. Phys.* **18**, 756 (1977).
- [Mül48] H. Müller. The foundation of optics. *J. Opt. Soc. Am.* **38**, 661 (1948).
- [Moe95] A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar, und A. Axelsson. Resonances in ultracold collisions of ^6Li , ^7Li , and ^{23}Na . *Phys. Rev. A* **51**, 4852 (1995).
- [Moe07] D. L. Moehring, P. Maunz, S. Olmschenk, K. C. Younge, D. N. Matsukevich, L.-M. Duan, und C. Monroe. Entanglement of single-atom quantum bits at a distance. *Nature* **449**, 68 (2007).
- [Ni08] K.-K. Ni, S. Ospelkaus, M. H. G. de Miranda, A. Pe'er, B. Neyenhuis, J. J. Zirbel, S. Kotochigova, P. S. Julienne, D. S. Jin, und J. Ye. A high phase-space-density gas of polar molecules. *Science* **322**, 231 (2008).
- [Nov07a] I. Novikova, A. Gorshkov, D. Phillips, Y. Xiao, M. Klein, und R. Walsworth. Optimization of slow and stored light in atomic vapor. *Proc. SPIE* **6482**, 64820M (2007).
- [Nov07b] I. Novikova, A. V. Gorshkov, D. F. Phillips, A. S. Sørensen, M. D. Lukin, und R. L. Walsworth. Optimal control of light pulse storage and retrieval. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 243602 (2007).

- [Osp10] S. Ospelkaus, K.-K. Ni, G. Quéméner, B. Neyenhuis, D. Wang, M. H. G. de Miranda, J. L. Bohn, J. Ye, und D. S. Jin. Controlling the hyperfine state of rovibronic ground-state polar molecules. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 030402 (2010).
- [Par04] B. Paredes, A. Widera, V. Murg, O. Mandel, S. Fölling, I. Cirac, G. V. Shlyapnikov, T. W. Hänsch, und I. Bloch. Tonks–Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice. *Nature* **429**, 277 (2004).
- [Pas10] M. Pasienski, D. McKay, M. White, und B. DeMarco. A disordered insulator in an optical lattice. *Nature Phys.* **6**, 677 (2010).
- [Per96] A. Peres. Separability criterion for density matrices. *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1413 (1996).
- [Pet02] C. J. Pethick und H. Smith. Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases. University Press, Cambridge (2002).
- [Phi01] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. L. Walsworth, und M. D. Lukin. Storage of light in atomic vapor. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 783 (2001).
- [Pit03] L. Pitaevskii und S. Stringari. Bose-Einstein Condensation. Clarendon, Oxford (2003).
- [Pri83] D. E. Pritchard. Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983).
- [Reg03] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, und D. S. Jin. Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms. *Nature* **424**, 47 (2003).
- [Riv78] R. L. Rivest, A. Shamir, und L. Adleman. A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems. *Communications of the ACM* **21**, 120 (1978).
- [Roa08] G. Roati, C. D’Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno, und M. Inguscio. Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate. *Nature* **453**, 895 (2008).
- [Sag05] J. M. Sage, S. Sainis, T. Bergeman, und D. DeMille. Optical production of ultracold polar molecules. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 203001 (2005).
- [Sag11] E. Saglamyurek, N. Sinclair, J. Jin, J. A. Slater, D. Oblak, F. Bussières, M. George, R. Ricken, W. Sohler, und W. Tittel. Broadband waveguide quantum memory for entangled photons. *Nature* **469**, 512 (2011).
- [San11] N. Sangouard, C. Simon, H. de Riedmatten, und N. Gisin. Quantum repeaters based on atomic ensembles and linear optics. *Rev. Mod. Phys.* **83**, 33 (2011).

- [Sch02] J. Schuster, Stoßlawinen in einem Bose-Einstein-Kondensat, Dissertation, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Universität Konstanz (2002).
- [Sch09] U. Schnorrberger, J. D. Thompson, S. Trotzky, R. Pugatch, N. Davidson, S. Kuhr, und I. Bloch. Electromagnetically induced transparency and light storage in an atomic Mott insulator. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 033003 (2009).
- [She10a] A. S. Sheremet, L. V. Gerasimov, I. M. Sokolov, D. V. Kupriyanov, O. S. Mishina, E. Giacobino, und J. Laurat. Quantum memory for light via a stimulated off-resonant Raman process: Beyond the three-level λ -scheme approximation. *Phys. Rev. A* **82**, 033838 (2010).
- [She10b] J. F. Sherson, C. Weitenberg, M. Endres, M. Cheneau, I. Bloch, und S. Kuhr. Single-atom-resolved fluorescence imaging of an atomic Mott insulator. *Nature* **467**, 68 (2010).
- [Sho94] P. Shor, Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring, in Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, S. 124 (1994).
- [Sim11] J. Simon, W. S. Bakr, R. Ma, M. E. Tai, P. M. Preiss, und M. Greiner. Quantum simulation of an antiferromagnetic spin chain in an optical lattice. *Nature* **472**, 307 (2011).
- [Spe10] H. Specht, Einzelatom-Quantenspeicher für Polarisations-Qubits, Dissertation, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2010).
- [Spe11] H. P. Specht, C. Nolleke, A. Reiserer, M. Uphoff, E. Figueroa, S. Ritter, und G. Rempe. A single-atom quantum memory. *Nature* **473**, 7346 (2011).
- [Sto51] G. Stokes, George. On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources. *Trans. Cam. Phil. Soc.* **9**, 399 (1851).
- [Sto99] H. L. Stormer, D. C. Tsui, und A. C. Gossard. The fractional quantum Hall effect. *Rev. Mod. Phys.* **71**, 298 (1999).
- [Str03] K. E. Strecker, G. B. Partridge, und R. G. Hulet. Conversion of an atomic Fermi gas to a long-lived molecular Bose gas. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080406 (2003).
- [Str11] J. Struck, C. Ölschläger, R. L. Targat, P. Soltan-Panahi, A. Eckardt, M. Lewenstein, P. Windpassinger, und K. Sengstock, Quantum simulation of frustrated magnetism in triangular optical lattices, arxiv.org:1103.5944 (2011).

- [Sya06] N. Syassen, T. Volz, S. Teichmann, S. Dürr, und G. Rempe. Collisional decay of ^{87}Rb Feshbach molecules at 1005.8 G. *Phys. Rev. A* **74**, 062706 (2006).
- [Sya07] N. Syassen, D. M. Bauer, M. Lettner, D. Dietze, T. Volz, S. Dürr, und G. Rempe. Atom-molecule Rabi oscillations in a Mott insulator. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 033201 (2007).
- [Sya08a] N. Syassen, Interacting Feshbach Molecules, Dissertation, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2008).
- [Sya08b] N. Syassen, D. M. Bauer, M. Lettner, T. Volz, D. Dietze, J. J. García-Ripoll, J. I. Cirac, G. Rempe, und S. Dürr. Strong dissipation inhibits losses and induces correlations in cold molecular gases. *Science* **320**, 1329 (2008).
- [Tan09] H. Tanji, S. Ghosh, J. Simon, B. Bloom, und V. Vuletić. Heralded single-magnon quantum memory for photon polarization states. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 043601 (2009).
- [Ter00] B. M. Terhal. Bell inequalities and the separability criterion. *Phys. Lett. A* **271**, 319 (2000).
- [Tha05] G. Thalhammer, M. Theis, K. Winkler, R. Grimm, und J. Hecker-Denschlag. Inducing an optical Feshbach resonance via stimulated Raman coupling. *Phys. Rev. A* **71**, 033403 (2005).
- [The04] M. Theis, G. Thalhammer, K. Winkler, M. Hellwig, G. Ruff, R. Grimm, und J. Hecker-Denschlag. Tuning the scattering length with an optically induced Feshbach resonance. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 123001 (2004).
- [Ton36] L. Tonks. The complete equation of state of one, two and three-dimensional gases of hard elastic spheres. *Phys. Rev.* **50**, 955 (1936).
- [Tur01] A. V. Turukhin, V. S. Sudarshanam, M. S. Shahriar, J. A. Musser, B. S. Ham, und P. R. Hemmer. Observation of ultraslow and stored light pulses in a solid. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 023602 (2001).
- [Vit08] M. Viteau, A. Chotia, M. Allegrini, N. Bouloufa, O. Dulieu, D. Comparat, und P. Pillet. Optical pumping and vibrational cooling of molecules. *Science* **321**, 232 (2008).
- [Vol96] U. Volz und H. Schmoranzer. Precision lifetime measurements on alkali atoms and on helium by beam-gas-laser spectroscopy. *Phys. Scripta* **T65**, 48 (1996).
- [Vol03] T. Volz, S. Dürr, S. Ernst, A. Marte, und G. Rempe. Characterization of elastic scattering near a Feshbach resonance in ^{87}Rb . *Phys. Rev. A* **68**, 010702 (2003).

- [Vol06] T. Volz, N. Syassen, D. M. Bauer, E. Hansis, S. Dürr, und G. Rempe. Preparation of a quantum state with one molecule at each site of an optical lattice. *Nature Phys.* **2**, 692 (2006).
- [Vol07] T. Volz, Ultracold Rubidium Molecules, Dissertation, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2007).
- [Was04] A. Waser. Universelles Anwendungsspektrum der Quantenteleportation. *Raum und Zeit* **128**, 61 (2004).
- [Web08] B. Weber, Distribution of quantum information between an atom and two photons, Dissertation, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2008).
- [Wer89] R. F. Werner. Quantum states with Einstein-Podolsky-Rosen correlations admitting a hidden-variable model. *Phys. Rev. A* **40**, 4277 (1989).
- [Wil82] F. Wilczek. Magnetic flux, angular momentum, and statistics. *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1144 (1982).
- [Wil07] T. Wilk, S. C. Webster, A. Kuhn, und G. Rempe. Single-atom single-photon quantum interface. *Science* **317**, 488 (2007).
- [Wil08] T. Wilk, Quantum Interface between an Atom and a Photon, Dissertation, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München (2008).
- [Wil10] T. Wilk, A. Gaëtan, C. Evellin, J. Wolters, Y. Miroshnychenko, P. Grangier, und A. Browaeys. Entanglement of two individual neutral atoms using Rydberg blockade. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 010502 (2010).
- [Woo82] W. K. Wootters und W. H. Zurek. A single quantum cannot be cloned. *Nature* **299**, 802 (1982).
- [Xia95] M. Xiao, Y. Li, S. Jin, und J. Gea-Banacloche. Measurement of dispersive properties of electromagnetically induced transparency in rubidium atoms. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 666 (1995).
- [Xu03] K. Xu, T. Mukaiyama, J. R. Abo-Shaeer, J. K. Chin, D. E. Miller, und W. Ketterle. Formation of quantum-degenerate sodium molecules. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 210402 (2003).
- [Yua08] Z.-S. Yuan, Y.-A. Chen, B. Zhao, S. Chen, J. Schmiedmayer, und J.-W. Pan. Experimental demonstration of a BDCZ quantum repeater node. *Nature* **454**, 1098 (2008).
- [Zha09] R. Zhang, S. R. Garner, und L. V. Hau. Creation of long-term coherent optical memory via controlled nonlinear interactions in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 233602 (2009).

Eigene Publikationen

- [Let11] M. Lettner, M. Mücke, S. Riedl, C. Vo, C. Hahn, S. Baur, J. Bochmann, S. Ritter, S. Dürr, und G. Rempe. Remote entanglement between a single atom and a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 210503 (2011).
- [Bau09a] D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe, und S. Dürr. Combination of a magnetic Feshbach resonance and an optical bound-to-bound transition. *Phys. Rev. A* **79**, 062713 (2009).
- [Bau09b] D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe, und S. Dürr. Control of a magnetic Feshbach resonance with laser light. *Nature Phys.* **5**, 339 (2009).
- [Gar09] J. J. García-Ripoll, S. Dürr, N. Syassen, D. M. Bauer, M. Lettner, G. Rempe, und J. I. Cirac. Dissipation-induced hard-core boson gas in an optical lattice. *New J. Phys.* **11**, 013053 (2009).
- [Dür09a] S. Dürr, J. J. García-Ripoll, N. Syassen, D. M. Bauer, M. Lettner, J. I. Cirac, und G. Rempe. Lieb-Liniger model of a dissipation-induced Tonks-Girardeau gas. *Phys. Rev. A* **79**, 023614 (2009).
- [Dür09b] S. Dürr, N. Syassen, D. M. Bauer, M. Lettner, T. Volz, D. Dietze, J. J. García-Ripoll, J. I. Cirac, und G. Rempe, A dissipative Tonks-Girardeau gas of molecules, in Proceedings of the 21st International Conference on Atomic Physics, editors R. Côté, P. L. Gould, M. Rozman, und W. W. Smith, SS. 307–314, World Scientific, New Jersey (2009).
- [Sya08] N. Syassen, D. M. Bauer, M. Lettner, T. Volz, D. Dietze, J. J. García-Ripoll, J. I. Cirac, G. Rempe, und S. Dürr. Strong dissipation inhibits losses and induces correlations in cold molecular gases. *Science* **320**, 1329 (2008).
- [Sya07] N. Syassen, D. M. Bauer, M. Lettner, D. Dietze, T. Volz, S. Dürr, und G. Rempe. Atom-molecule Rabi oscillations in a Mott insulator. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 033201 (2007).

Danksagung

Zum Schluss möchte ich die Gelegenheit nutzen, all denen meinen Dank auszusprechen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Hier ist zunächst mein Doktorvater Prof. Dr. Gerhard Rempe zu nennen. Das von ihm entgegengebrachte Vertrauen und seine Begeisterung für unsere Arbeit ermöglichten ein Experiment, das nicht nur zwei verschränkte Photonen involvierte, sondern auch zwei Apparaturen und zwei Laborteams. Die Freiheiten, die man als sein Doktorand genießt, tragen ganz wesentlich zu der anregenden und produktiven Arbeitsatmosphäre in der Gruppe bei.

Ebenso großer Dank gebührt Stephan Dürr, unserem senior scientist am BEC-Experiment. Er war stets ein kompetenter Ansprechpartner für physikalische Fragen, die nie unbeantwortet blieben. Darüber hinaus besitzt er das Talent, komplizierte Sachverhalte didaktisch klug und auf das Wesentliche reduziert zu erklären. Seine gewissenhafte Art bei der Diskussion von Messergebnissen und bei der Entwicklung theoretischer Modelle (für Fußgänger und Fortgeschrittene) lieferte oft den entscheidenden Input für die Arbeit im Labor. Ich danke ihm außerdem für das kritische Korrekturlesen dieser Arbeit und die zahllosen konstruktiven Verbesserungsvorschläge.

Meine gesamte Zeit am BEC-Experiment war geprägt von ausgezeichnetem Teamwork, ohne das die Experimente nicht möglich gewesen wären. Hier wären zunächst meine Vorgänger Thomas Volz, Niels Syassen und Dominik Bauer zu nennen, von denen ich viel experimentelles Know-how gelernt habe. Ihr Geist weht noch heute in Form von kreativen (Thomas), extrem effizienten (Niels) und bombensicheren (Dominik) technischen Lösungen durch das BEC-Labor. Dank auch an unseren Diplomanden Daniel Dietze. In besonders positiver Erinnerung wird mir vor allem die Zeit mit Dominik bleiben. Nicht nur am Experiment sind wir seither durch dick und dünn gegangen. Diese Tradition setzte sich perfekt mit meinen Nachfolgern Chris Vo und Simon Baur fort. So wartete Chris immer mit der perfekten Lösung auch für hartnäckige Laserprobleme auf. Simon hat sich seit seinen Anfängen als talentierter Werkstudent an unserem Experiment zu einem richtigen Doktoranden gemausert. Einen großen Beitrag zu den Experimenten der letzten Jahre hat auch unser Post-Doc Stefan Riedl geleistet. Seine Expertise und seine Ausdauer in so manchen Messnächten waren von unschätzbarem Wert.

Ganz besonders danke ich dem gesamten Pistol-Team, Martin Mücke, Carolin Hahn, Jörg Bochmann und Stephan Ritter, sowohl für die tollen Einzelphotonen, als auch für die hervorragende Zusammenarbeit. Dies gilt in besonderem Maße für Martin, der die Einzelphotonenquelle für unser Kopplungsexperiment fit machte und den ich als guten Freund zu schätzen gelernt habe.

Des Weiteren danke ich allen Mitarbeitern der Abteilung Quantendynamik für die freundschaftliche Arbeitsatmosphäre, die Hilfsbereitschaft und den guten Zusammenhalt. Erstklassige Unterstützung gab es auch von unseren Technikern Helmut Stehbeck, Franz Denk, Sepp Bayerl und Thomas Wiesmaier sowie unserer Sekretärin

Odette Gori. Aufgrund der reibungslosen Kommunikation mit der Haustechnik verlief selbst der große Klimaanlageumbau im Sommer 2009 ohne größere Zwischenfälle. Vielen Dank hierfür an Andreas Widhopf und Bernhard Neugebauer.

Meinen Studienkollegen Albert Schließer, Christian Hesse, Martin Mühlegger und Martin Mühlbauer, die mich über die Jahre begleitet haben, danke ich für viele vergnügliche Freitag Mittag.

Zu guter Letzt möchte ich meine Familie nennen. Ich danke meinen Eltern Michael und Gerlinde Lettner, die mich stets vorbehaltlos unterstützt haben und mein Interesse für Physik geweckt haben, meinem Bruder Sebastian, der meinen Blick immer wieder für Dinge jenseits der Physik geschärft hat und meiner Frau Luci, die auch in der stressigen Endphase dieser Arbeit immer voll hinter mir stand.