

## Zum Zwicker-Ton bei Linienspektren unterschiedlicher Phasenlagen

G. KRUMP

Lehrstuhl für Elektroakustik, Technische Universität München

### 1. Einführung

Nach dem Abschalten von Schallen mit spektraler Lücke kann ein leiser, abklingender Nachton (Zwicker-Ton) wahrgenommen werden, dessen Tonhöhe mit einer Frequenz innerhalb der Lücke korrespondiert [3]. Als Zwicker-Ton-Erzeugerschalle dienen nach Gleichung 1 berechnete Linienspektren mit konstanten Amplituden der Teiltöne. Der Frequenzbereich der harmonischen Spektren erstreckt sich von 1 Hz ( $n_{gn} = 1$ ) bis 16 kHz ( $n_{go} = 16000$ ). Aufgrund des Spektrallinienabstandes von 1 Hz wird das Signal  $s(t)$  mit einer Periode  $T$  von 1 Sekunde wiederholt. Durch geeignete Wahl der Phasen  $\varphi_n$  können jedoch Impuls- bzw. Sweepfolgen mit kürzerer Wiederholrate erzeugt werden. Im folgenden werden entsprechende Phasenformeln vorgestellt und Einflüsse dieser Schalle auf die Qualität des Zwicker-Tones untersucht.

$$s(t) = \sum_{n=n_{gn}}^{n_{go}} 1 \sin\left(\frac{2\pi n t}{T} - \varphi_n\right) \quad (1)$$

### 2. Schroeder-Phase

Eine von Schroeder vorgestellte Phasenbeziehung gemäß Gleichung 2 ordnet jeder Harmonischen  $n$  eine bestimmte Phasenlage zu [1].  $A_L$  gibt die Gesamtzahl der Harmonischen an. Die Zeitfunktion  $s(t)$  des entsprechenden Linienspektrums zeichnet sich neben einer sehr glatten Einhüllenden durch eine über seine Periode monoton ansteigende Augenblicksfrequenz aus. Die Periodendauer  $T$  dieses Sinussweeps wird durch die Grundfrequenz  $f_b$  des harmonischen Spektrums bestimmt.

$$\varphi_n = \frac{\pi n^2}{A_L} = \frac{\pi \omega_n^2}{A_L \omega_b^2} \quad \text{mit : } n = \frac{f_n}{f_b} = \frac{\omega_n}{\omega_b} \quad (2)$$

Die Ableitung der Phasenfunktion nach der Frequenz ergibt die Gruppenlaufzeit  $\tau_{gn}$ , die bei der Schroeder-Phase linear von der Frequenz abhängt.

$$\tau_{gn} = \frac{d\varphi_n(\omega_n)}{d\omega} = \frac{2\pi\omega_n}{A_L\omega_b^2} = \frac{f_n}{A_L f_b^2} = \frac{n}{A_L f_b} \quad (3)$$

Die Gruppenlaufzeit gibt den Zeitpunkt an, zu dem die betreffende Frequenz im Kurzzeitspektrum der Zeitfunktion auftritt. Bei obiger Phasenformel entspricht sie einer Geraden mit konstanter Steigung; somit stellt sich die Zeitfunktion als monoton ansteigender Frequenzsweep dar. Bei periodischen Signalen ist nur die Gruppenlaufzeit innerhalb einer Periode  $T$  von Interesse, da sich darüberhinaus das Signal wiederholt.

### 3. Phase für Impuls- bzw. Sweepfolgen

Gleichung 4 gibt eine Phasenformel an, mit der eine beliebige Anzahl  $A_E$  von Sinussweeps pro Periode erzeugt werden kann. Sie läßt sich in die beiden Summanden  $\varphi_{nIF}$  und  $\varphi_{nES}$  zerlegen. Setzt man nur  $\varphi_{nIF}$  in Gleichung 1 ein, so erhält man eine Zeitfunktion, die bei einem Spektrallinienabstand von

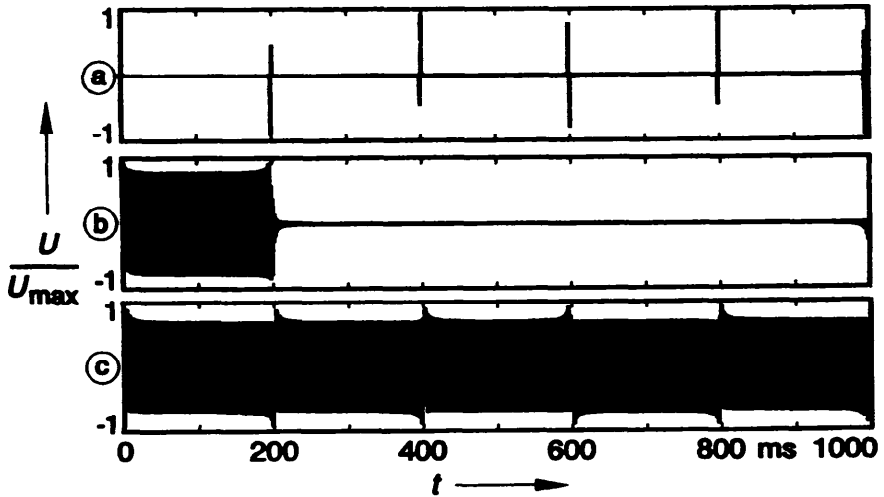


Fig. 1: Zeitfunktionen von Linienspektren, Spektrallinienabstand: 1 Hz,  $A_E = 5$ .  
 a: Impulsfolge  $\varphi_n = \varphi_{nIF}$ , b: Einzelsweep  $\varphi_n = \varphi_{nES}$ , c: Sweepfolge  $\varphi_n = \varphi_{nSF}$ .

1 Hz eine Impulsfolge gemäß Fig. 1a ( $A_E = 5$ ) darstellt. Mit der Phase  $\varphi_{nES}$  hingegen wird ein einzelner Sweep generiert, dessen Dauer  $T_E$  nach Gleichung 6 von  $A_E$  und der Grundfrequenz  $f_b$  abhängt. In Fig. 1b wurde  $A_E$  gleich 5 gesetzt, so daß sich bei einer Grundfrequenz von 1 Hz eine Sweeppdauer von 200 ms ergibt. Die Sweeprichtung wird durch das Vorzeichen der Phase festgelegt. Beide Phasenkomponenten zusammen erzeugen schließlich eine Sweepfolge wie sie in Fig. 1c abgebildet ist.

$$\varphi_{nSF} = \varphi_{nIF} + \varphi_{nES} = \frac{\pi n^2}{A_E} + \frac{\pi n^2}{A_E A_L} = \frac{\pi \omega_n^2}{A_E \omega_b^2} + \frac{\pi \omega_n^2}{A_E A_L \omega_b^2} = \frac{\pi n^2 (A_L + 1)}{A_E A_L} \quad (4)$$

$$\tau_{gnSF} = \tau_{gnIF} + \tau_{gnES} = \frac{2\pi \omega_n}{A_E \omega_b^2} + \frac{2\pi \omega_n}{A_E A_L \omega_b^2} = \frac{f_n}{A_E f_b^2} + \frac{f_n}{A_E A_L f_b^2} = \frac{n}{A_E f_b} + \frac{n}{A_E A_L f_b} \quad (5)$$

$$T_E = \frac{1}{A_E f_b} \quad (6)$$

Eine Auflistung der Gruppenlaufzeiten für beide Phasenanteile in Tab. 1 gibt Aufschluß darüber, welche Frequenzen des Linienspektrums zu einem bestimmten Zeitpunkt an der Bildung der Zeitfunktion beteiligt sind. Nachdem es sich hier um periodische Signale handelt, können die ganzzahligen Anteile der Laufzeiten vernachlässigt werden. Die Gruppenlaufzeiten  $\tau_{gnIF}$  für die Impulsfolge zeigen sehr deutlich, daß z. B. der Impuls bei 200 ms (Fig. 1a) aus der 1., 6., 11., ... Harmonischen des Linienspektrums besteht. Ebenso trägt die 2., 7., 12., ... Harmonische zur Bildung des Impulses bei 400 ms bei. Ein einzelner Impuls beinhaltet also Harmonische im Abstand von 5 Hz. Dieser Linienabstand wird durch  $A_E$  festgelegt. Jeder Impuls innerhalb der Periodendauer besteht jedoch aus anderen Harmonischen.

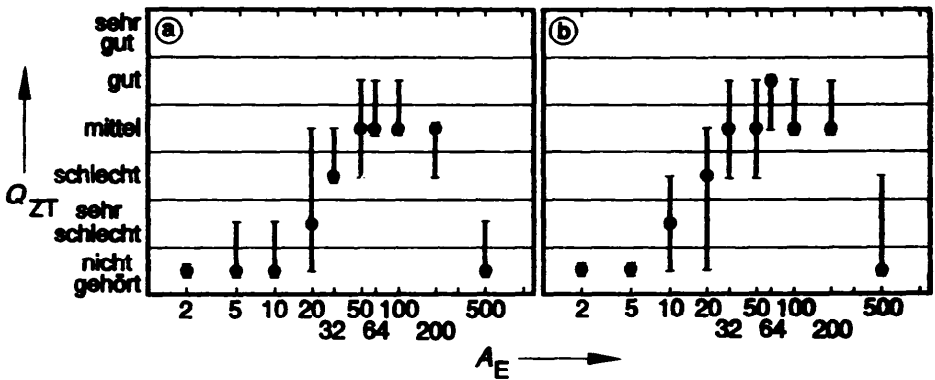


Fig. 2: Qualität des Zwicker-Tones  $Q_{ZT}$  in Abhängigkeit von der Anzahl  $A_E$  der Impulse bzw. Sweeps pro Sekunde. a: Impulsfolge  $\varphi_n = \varphi_{nIF}$ , b: Sweeppfolge  $\varphi_n = \varphi_{nSF}$ .

Betrachtet man die Laufzeiten  $\tau_{nES}$  des Einzelsweeps nach Fig. 1b, so zeigt sich, daß in einem Zeitbereich von 200 ms alle Harmonischen enthalten sind. Durch die monoton ansteigenden Laufzeiten wird erreicht, daß die jeweiligen Frequenzanteile zu verschiedenen Zeitpunkten innerhalb der 200 ms repräsentiert werden, so daß ein von tiefen zu hohen Frequenzen hin ansteigender Sinussweep entsteht.

Tab.1:	$\tau_{g1IF}/T = \frac{1}{5}$	$\tau_{g1ES}/T = \frac{1}{5 \cdot 16000}$	für: $n = 1$
	$\tau_{g2IF}/T = \frac{2}{5}$	$\tau_{g2ES}/T = \frac{2}{80000}$	für: $n = 2$
	$\tau_{g3IF}/T = \frac{3}{5}$	$\tau_{g3ES}/T = \frac{3}{80000}$	für: $n = 3$
	⋮		
	$\tau_{g6IF}/T = 1 + \frac{1}{5}$	$\tau_{g6ES}/T = \frac{6}{80000}$	für: $n = 6$
	⋮		
	$\tau_{g11IF}/T = 2 + \frac{1}{5}$	$\tau_{g11ES}/T = \frac{11}{80000}$	für: $n = 11$
	⋮		
	$\tau_{g16000IF}/T = 3200$	$\tau_{g16000ES}/T = \frac{16000}{5 \cdot 16000}$	für: $n = 16000$

Werden nun beide Phasen  $\varphi_{nIF}$  und  $\varphi_{nES}$  und damit beide Laufzeiten addiert, so entstehen im Zeitbereich Sweeppfolgen. Der erste Sweep wird im Kurzzeitspektrum durch die Harmonischen 1, 6, 11, ... gebildet. Die Gruppenlaufzeiten dieser Harmonischen sind nun jedoch nicht mehr identisch (ganzzahlige Anteile vernachlässigt), sondern steigen innerhalb von 200 ms an, so daß im Zeitbereich ein Sinussweep mit 200 ms Dauer entsteht. Jeder Sweep besteht aus Harmonischen im Abstand von 5 Hz. Benachbarte Sweeps werden durch um die Grundfrequenz (hier: 1 Hz) verschobene Harmonische gebildet, so daß innerhalb einer Periodendauer  $T$  jede Frequenz einmal repräsentiert wird.

#### 4. Versuche

Der Einfluß obiger Anregungsschalle auf die Wahrnehmbarkeit des Zwicker-Tones wurde nun im folgenden untersucht. Jeder Zwicker-Ton-Erzeugerschall wurde neun Versuchspersonen über Kopfhörer und Freifeldentzerrer [2] statistisch verteilt viermal dargeboten. Der Pegel betrug 40 dB (Zeitkon-

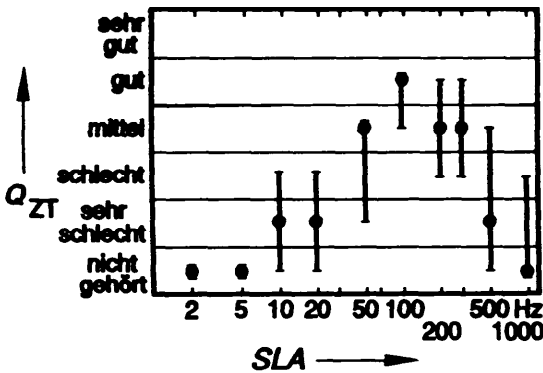


Fig. 3: Qualität des Zwicker-Tones  $Q_{ZT}$  in Abhängigkeit vom Spektrallinienabstand  $SLA$ ,  $\varphi_n = 0$ .

stante: fast). Die spektrale Lücke lag zwischen 3 und 5 kHz. Die Personen sollten die Qualität des Nachtones, welche sich hauptsächlich aus Lautheit, Dauer und Ausgeprägtheit der Tonhöhe des Zwicker-Tones zusammensetzt, in sechs Kategorien gemäß Fig. 2 einstufen. Jede Qualitätsbeurteilung wurde in die entsprechende Kategorie eingetragen und durch Abzählen Zentralwert und Wahrscheinliche Schwankung bestimmt.

Fig. 2a gibt die Ergebnisse bei Impulsfolgen ( $\varphi_n = \varphi_{nIF}$ ) wider. Bei geringer Impulsanzahl pro Periode ist der Zwicker-Ton zunächst nicht hörbar, da die zeitliche Dichte der Impulse zu gering ist. Ab 20 Impulse pro Sekunde verbessert sich die Qualität des Zwicker-Tones zunehmend bis sie bei etwa 64 Impulse pro Sekunde ihr Optimum erreicht. Bei noch größeren Impulsraten ist zwar die Wiederholrate der Impulse im Zeitbereich sehr groß, die spektrale Dichte hingegen gering, so daß der Zwicker-Ton nur noch sehr schlecht oder gar nicht mehr gehört wird.

Sweepfolgen ( $\varphi_n = \varphi_{nSF}$ ) ergeben nach Fig. 2b einen ähnlichen Verlauf. Der Zwicker-Ton ist hier bei 10 Sweeps pro Sekunde bereits hörbar. Bei 64 Sweeps bildet sich ein Maximum aus. Insgesamt ist der Nachton hier geringfügig besser wahrnehmbar als bei den Pulsen.

Zum Vergleich ist schließlich in Fig. 3 die Qualität des Zwicker-Tones bei Linienspektren mit Nullphase aufgetragen. Die Impulsrate wurde durch Variation des Spektrallinienabstandes verändert. Die Abhängigkeit der Qualität des Zwicker-Tones von der Impulsrate ist ähnlich wie bei den vorangegangenen Versuchen. Das Optimum der Anregung befindet sich hier bei 100 Impulsen pro Sekunde.

Der Autor dankt allen Versuchspersonen für die bereitwillige Teilnahme an den Experimenten, insbesondere Herrn Dipl.-Ing. B. Schullan für die im Rahmen einer Diplomarbeit angestellten Untersuchungen zur Systemtheorie sowie für die Durchführung der Versuche. Ferner gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Fastl für zahlreiche Anregungen und Hinweise. Diese Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft über den SFB 204 Gehör München gefördert.

## Literatur

- [1] Schroeder M. R., *Synthesis of low-peak-factor signals and binary sequences with low autocorrelation*. IEEE Trans. on Information Theory 16, 85-89 (1970).
- [2] Zwicker E., Fastl H., *Psychoacoustics - Facts and Models*. Springer-Verlag, Heidelberg (1990).
- [3] Zwicker E., "Negative afterimage" in hearing. J. Acoust. Soc. Amer. 36, 2413-2415 (1964).