

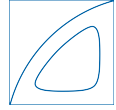
Technische Universität München

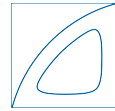
**Masterarbeit**

# **Gasmodellierung in kavitierenden Strömungen**

Autor: Theresa Trummler  
Matrikelnummer: 03643985  
Studiengang: Maschinenwesen  
Betreuer: Dipl.-Ing. Felix Örley  
Dr.-Ing. Stefan Hickel  
Abgabedatum: 30. September 2014

Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungsmechanik  
Prof. Dr.-Ing. N. A. Adams

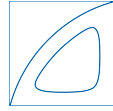




---

## Sperrvermerk

Dieses Werk einschliesslich seiner Teile ist **urheberrechtlich geschützt**. Jede Verwertung ausserhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Autors unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen sowie die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.



---

## Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere hiermit, dass ich meine Diplomarbeit mit dem Thema

*Gasmodellierung in kavitierenden Strömungen*

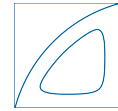
selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Die Arbeit wurde bisher keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

München, den 21. Oktober 2014

---

THERESA TRUMMLER





## Zusammenfassung

Kavitation in Einspritzdüsen von Dieselmotoren interagiert mit der turbulenten Strömung und wirkt sich so auf die Strahlzerstäubung in der Brennkammer aus. Um diese Wechselwirkung zwischen Kavitation und Strahlverhalten numerisch zu untersuchen ist ein Modell erforderlich, welches sowohl die Kavitation in der Flüssigkeit als auch freies Gas berücksichtigt.

Im Rahmen der Arbeit wird ein thermodynamisches Modell für einen homogenen Mischungsansatz zur Simulation kavitierender Strömungen um die zusätzliche Komponente nicht kondensierbares Gas erweitert. Das homogene Wasser-Dampf-Gas-Gemisch wird dazu mit einer gekoppelten Mischungszustandsgleichung beschrieben.

Aufgrund des großen Dichteunterschiedes zwischen Flüssigkeit und Dampf stellt die Rekonstruktion der Dichte in der numerischen Simulation kavitierender Strömungen einen entscheidenden Faktor für die Stabilität dar. Neben dem Massentransport ist auch der Transport des als Skalars berücksichtigten Massenanteiles Gas für die Stabilität und Genauigkeit des entwickelten Modells entscheidend. Verschiedene Schemata werden für den Massen- und Skalartransport auf Einhaltung der skalaren Grenzen und Stabilität in der Simulation kavitierender Strömung getestet.

Zur Validierung des Modells werden Simulationen zu vier Kavitationsregimen in dem von Sou et al. [51, 50] vorgestellten Testfall durchgeführt und mit den experimentellen Daten verglichen. Das Ausströmen von Wasser aus einem rechteckigen Düsenmodell in Luft wird mit einer dreidimensionalen, kompressiblen Large-Eddy-Simulation (LES) numerisch nachgestellt. Das homogene Mischungsmodell für kavitierende Flüssigkeit und freies Gas ist in der Lage das Strahlverhalten in guter Übereinstimmung mit dem Experiment darzustellen. Das Kavitationsverhalten in der Düse wird mit der kompressiblen, impliziten LES und dem thermodynamischen Gleichgewichtsmodell gut wiedergegeben.

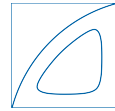
## Abstract

Cavitation in fuel injector nozzles for diesel engines interacts with turbulence and affects the characteristics of the liquid jet in the combustion chamber. Numerical investigations of the effects of cavitation on the liquid jet require a model that takes into account both cavitation and free gas phenomena.

In this work a homogenous equilibrium cavitation model is extended adding a non-condensable gas component. The homogeneous water-vapor-gas mixture is described by a coupled mixture Equation of State (EOS).

Numerical simulations of cavitating flows with gas require a robust scheme for the mass transport to handle the large density gradients. Another important parameter for the stability and accuracy of the model besides mass transport is the transport of the gas mass fraction, which is modeled as a scalar. In this work various schemes for mass and scalar transport are tested with a focus on preserving scalar boundedness and stability limitations in cavitating flow simulations.

To validate the model four different cavitation regimes presented by Sou et al. [51, 50] of water discharged from a rectangular large-scale nozzle into ambient air, are numerically investigated using a three-dimensional compressible Large-Eddy-Simulation (LES). The homogenous mixture model reproduces the liquid jet in good agreement with the experiment. Cavitation is also well predicted by the compressible, implicit LES with the chosen cavitation model.



## Danksagung

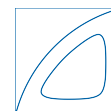
Ganz besonderer Dank geht an Herrn Dipl.-Ing. Felix Örley für die hervorragende Betreuung, sein außerordentliches Engagement und die vielseitige Unterstützung nicht nur bei der Durchführung der Simulationen, sondern vor allem auch bei der Erstellung der Arbeit.

Des Weiteren möchte ich mich bei Herrn Dr.-Ing. Stefan Hickel für die Zweitbetreuung bedanken. Er beaufsichtigte die Arbeit mit seiner fachlichen Expertise und Erfahrung.

Sehr zu danken ist auch Herrn Dipl.-Tech. Math. Steffen Schmidt, der mit seiner Vorlesung mein Interesse an der Gasdynamik geweckt hat und ohne den ich nicht zu der interessanten Masterarbeit gekommen wäre. Bezüglich der Arbeit möchte ich ihm für Tipps und Erklärungen zum Thema Steigungs-Limiter sehr danken.

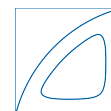
Großer Dank geht auch an Herrn Dipl.-Ing. Michael Mihatsch für viele Erklärungen zu Kavitation und thermodynamischer Modellierung. Ebenso möchte ich mich sehr bei Herrn Dipl.-Ing. Christian Egerer bedanken, von dem ich viele Erweiterungen des Codes und Auswerteprogramme seiner PREVERO-Simulation übernehmen konnte und der mir oft bei Problemen weitergeholfen hat.

Ganz herzlich bedanke ich mich auch bei meinen Eltern für die Unterstützung während meines ganzen Studiums.

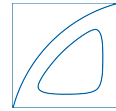


# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>9</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>11</b>
<b>Nomenklaturverzeichnis</b>	<b>12</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>15</b>
1.1 Kavitation und Strahlzerfall bei einer Düsenströmung . . . . .	15
1.1.1 Modellierung der Kavitation und des Strahlzerfalles bei numerischen Strömungssimulationen . . . . .	18
1.1.2 Struktur der Arbeit . . . . .	19
<b>2 Mathematische und physikalische Grundlagen</b>	<b>21</b>
2.1 Kompressible Navier-Stokes Gleichungen . . . . .	21
2.2 Thermodynamisches Modell . . . . .	21
2.2.1 Ein-Fluid-Modell . . . . .	22
2.2.1.1 Wasser und Dampf . . . . .	23
2.2.1.2 Gas . . . . .	27
2.2.1.3 Zusammenfassung der Annahmen . . . . .	28
2.2.2 Gekoppelte Mischungs-Zustandsgleichung . . . . .	28
<b>3 Numerische Modellierung</b>	<b>30</b>
3.1 Finite Volumen Methode . . . . .	30
3.2 Implizite Large-Eddy Simulation . . . . .	30
3.3 Adaptive lokale Entfaltungsmethode - ALDM . . . . .	31
3.4 Numerische Flussfunktion . . . . .	32
3.5 Zeitintegration . . . . .	34
<b>4 Massen- und Skalartransport für kavitierende Strömungen</b>	<b>35</b>
4.1 Allgemeine Lösungsansätze für den Massen- und Skalartransport . . . . .	35
4.2 Steigungs-Limiter . . . . .	36
4.3 Verwendete Schemata . . . . .	37
4.4 Evaluation der Skalartransportmodelle . . . . .	38
4.4.1 1-D Advektionstest . . . . .	38
4.4.2 1-D Schocktests . . . . .	40
4.4.3 2-D Advektionstests . . . . .	41
4.4.3.1 2-D Advektionstest nach Komatsu et al. . . . .	41
4.4.3.2 30°-Test . . . . .	44
<b>5 Experimentelle Untersuchung aus der Literatur</b>	<b>47</b>
5.1 Experimenteller Aufbau . . . . .	47
5.2 Ergebnisse . . . . .	48

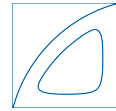


<b>6</b>	<b>Simulation und Ergebnisse</b>	<b>50</b>
6.1	Simulationsaufbau . . . . .	50
6.1.1	Geometrie . . . . .	50
6.1.2	Initial- und Randbedingungen . . . . .	50
6.1.3	Gitter . . . . .	52
6.1.4	Durchführung der Simulation . . . . .	55
6.2	2-D Simulation . . . . .	57
6.3	Datenauswertung . . . . .	57
6.3.1	Statistische Auswertung mit INCA . . . . .	57
6.3.2	Laser-Doppler-Geschwindigkeits-Messung und Datenauswertung für die Vergleichbarkeit mit dem Experiment . . . . .	57
6.3.3	Kollaps-Detektor . . . . .	59
6.4	Ergebnisse . . . . .	59
6.4.1	Instantane Simulationsergebnisse und Vergleich mit den Aufnahmen aus dem Experiment . . . . .	61
6.4.2	Kavitationslänge und Strahlwinkel . . . . .	65
6.4.3	Analyse und quantitativer Vergleich der mittleren Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsfluktuationen . . . . .	68
6.4.4	Instantane Geschwindigkeiten in der Düse . . . . .	82
6.4.5	Kollapse . . . . .	82
6.4.6	Interaktion der Turbulenz in der Düse und Kavitationsgebiete . . . . .	84
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>86</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>88</b>

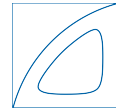


## Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematische Darstellung der Kavitation in der Düse. . . . .	16
2.1	Physikalischer Zustand und Modellierung in der Zelle. . . . .	22
2.2	Phasendiagramme für Wasser [15]. . . . .	24
2.3	Verlauf der Gleichgewichtsschallgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Dampf- volumenanteils ( $T = 293.15\text{K}$ ) [45]. . . . .	25
2.4	$p$ - $v$ -Phasendiagramm mit Isentropen [15]. . . . .	26
2.5	Vergleich der verwendeten Schallgeschwindigkeits-Zustandsgleichung mit der modifizierten Tait-Gleichung. . . . .	27
4.1	Sweby-Diagramm [52] der verwendeten Limiter. . . . .	37
4.2	Ergebnisse des 1-D Advektionstest. . . . .	39
4.3	Ergebnisse ausgewählter Schemata 1-D Advektionstest, $t = 8\text{ s}$ . . . . .	40
4.4	Ergebnisse der Schocktests, $t = 0.6\text{ s}$ . . . . .	41
4.5	Übersicht Simulationsdomain und analytische Lösung des 2-D Advektionstest bei $t = 9600\text{ s}$ . . . . .	42
4.6	Ergebnisse des 2-D Advektionstest im Vergleich, $t = 9600\text{ s}$ . . . . .	43
4.7	Ergebnisse 2-D Advektionstest - Verteilung des Skalars auf einem $45^\circ$ -Schnitt bei $t = 9600\text{ s}$ . . . . .	43
4.8	Initiale Verteilung des Skalars und Trajektorie des $30^\circ$ -Test. . . . .	44
4.9	Ergebnisse des $30^\circ$ -Test im Vergleich, $t = 12\text{ s}$ . . . . .	45
4.10	Verteilung des Skalars auf einem $30^\circ$ Schnitt, $t = 12\text{ s}$ . . . . .	46
5.1	Experimenteller Aufbau [50]. . . . .	47
5.2	Geometrie der Düse [50]. . . . .	48
5.3	Bilder der Kavitation in der 2-D Düse [50]. . . . .	48
6.1	Verwendete Geometrie. . . . .	50
6.2	Übersicht über das gesamte Gitter. . . . .	52
6.3	Ausgewählte Detailansichten. . . . .	53
6.4	x-Schnitt in der Nähe des Düsenauslasses für verschiedene Verfeinerungsstufen. . . . .	53
6.5	z-Schnitt bei $z=0\text{ mm}$ für verschiedene Verfeinerungsstufen. . . . .	54
6.6	Dimensionsloser Wandabstand für zwei BP. . . . .	55
6.7	Dampfvolumenanteil in der gesamten Domain über verschiedene Verfeine- rungsstufen. . . . .	56
6.8	Messvolumen der LDA-Messung. . . . .	58
6.9	LDA-Messung im Experiment und Probes für die Simulation. . . . .	58
6.10	Verlauf des Dampfvolumenanteils in der gesamten Domain bei Verfeinerungs- stufe 5. . . . .	60
6.11	Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Durchlichtbildern und den Auf- nahmen des Wasserstrahls aus dem Experiment [50]. . . . .	61
6.12	Vergleich der Simulationsergebnisse mit Durchlichtbildern [50]. . . . .	62

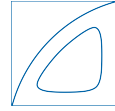


6.13	Dampfisofflächen in der Düse. . . . .	63
6.14	Instantane Simulationsergebnisse. . . . .	64
6.15	In die Düse eingesaugtes Gas. . . . .	64
6.16	Kavitationslänge im statistischen Mittel. . . . .	65
6.17	Normierte Kavitationslänge $L_{Kav}^*$ über Reynoldszahl $Re$ und Kavitationszahl $\sigma$ . . . . .	66
6.18	Strahl im statistischen Mittel. . . . .	67
6.19	Strahlwinkel über normierte Kavitationslänge $L_{Kav}^*$ . . . . .	68
6.20	$x$ -Positionen in der Düse für die Auswertung. . . . .	69
6.21	Vergleich von $\langle u \rangle$ , $u'$ und $v'$ am Düseneinlass bei $x = 0.5 \text{ mm}$ . . . . .	69
6.22	$Re = 50,000$ $\sigma = 1.27$ . Mittlere Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsfluktuationen. . . . .	71
6.23	$Re = 50,000$ $\sigma = 1.27$ . Darstellung der mittleren Geschwindigkeiten und der RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen auf der Mittelebene. . . . .	72
6.24	$Re = 64,000$ $\sigma = 0.78$ . Mittlere Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsfluktuationen. . . . .	74
6.25	$Re = 64,000$ $\sigma = 0.78$ . Darstellung der mittleren Geschwindigkeiten und der RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen auf der Mittelebene. . . . .	75
6.26	$Re = 70,000$ $\sigma = 0.65$ . Mittlere Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsfluktuationen. . . . .	77
6.27	$Re = 76,000$ $\sigma = 0.55$ . Mittlere Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsfluktuationen. . . . .	79
6.28	$Re = 76,000$ $\sigma = 0.55$ . Darstellung der mittleren Geschwindigkeiten und der RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen auf der Mittelebene. . . . .	80
6.29	Vergleich der RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen und der lateralen Geschwindigkeit am Düsenaustritt. . . . .	81
6.30	Geschwindigkeit in Strömungsrichtung $u$ . . . . .	82
6.31	Blasenkollapse. . . . .	83
6.32	Blasenkollapse in $x$ - $y$ -Ansicht. . . . .	84
6.33	$\lambda_2$ -Isoflächen mit Geschwindigkeitskontur links und Dampfisofflächen rechts. . . . .	85



## Tabellenverzeichnis

6.1	Geometrische Abmessungen . . . . .	50
6.2	Verwendete Stoffparameter . . . . .	51
6.3	Simulierte Betriebspunkte . . . . .	52
6.4	Simulationsplan . . . . .	55
6.5	Strahlwinkel mit unterschiedlichen Auswertekriterien. . . . .	67



## Nomenklaturverzeichnis

### Dimensionslose Zahlen:

$\sigma$ .....	Kavitationszahl
$CFL$ .....	Courant-Friedrichs-Lewy-Zahl
$L_{Kav}^*$ .....	Normierte Kavitationslänge
$Re$ .....	Reynoldszahl
$y^+$ .....	Dimensionsloser Wandabstand

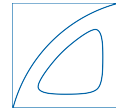
### Griechische Buchstaben:

$\alpha$ .....	Dampfanteil [-]
$\beta_\Phi$ .....	Volumenanteil der Komponente $\Phi$ [-]
$\tau$ .....	Viskoser Spannungstensor
$\tau_{SGS}$ .....	Feinstrukturspannungstensor
$\varepsilon_N$ .....	Numerischer Fehler
$\delta$ .....	Kronecker-Delta
$\gamma$ .....	Feinstrukturparameter
$\kappa$ .....	Adiabatenexponent [-]
$\lambda$ .....	Wärmeleitfähigkeit [ $\frac{W}{mK}$ ]
$\mu$ .....	Dynamische Viskosität [ $Pa\ s$ ]
$\nu$ .....	Kinematische Viskosität [ $\frac{m^2}{s}$ ]
$\omega$ .....	Adaptive Gewichte in ALDM
$\Omega_{ijk}$ .....	Zellgebiet
$\rho$ .....	Dichte [ $\frac{kg}{m^3}$ ]
$\sigma^i$ .....	Feinstrukturparameter
$\varepsilon$ .....	Kleiner Term
$\varphi$ .....	Variable
$\xi_\Phi$ .....	Massenanteil der Komponente $\Phi$ [-]

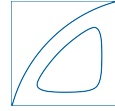
### Indizes: .....

0 .....	Anfangsverteilung, Anfangswert
$\Phi$ .....	Komponente
$D$ .....	Dampf
$G$ .....	Gas
$ges$ .....	Gesamt

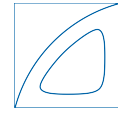




$i$ .....	Raumrichtung
$i, j, k$ .....	Raumrichtungen
$in$ .....	Einströmbereich
$N$ .....	Düse
$out$ .....	Ausströmbereich
$sat$ .....	Sättigungszustand
$W$ .....	Wasser
$WD$ .....	Wasser-Dampf-Gemisch
<b>Sonstige: .....</b>	
$Lim$ .....	Limiter
<b>Lateinische Buchstaben:</b>	
$\langle u \rangle, \langle v \rangle$ ....	Zeitlich gemittelte Geschwindigkeit in x-Richtung und in y-Richtung [ $\frac{m}{s}$ ]
$\bar{u}_i$ .....	Mittlere Geschwindigkeit in dem geometrischen Bereich $i$ [ $\frac{m}{s}$ ]
$C$ .....	Konvektive Flüsse
$D$ .....	Viskose Flüsse
$U$ .....	Lösungsvektor
$u$ .....	Geschwindigkeitsvektor [ $\frac{m}{s}$ ]
$x$ .....	Ortsvektor
$A_i$ .....	Querschnittsfläche es geometrischen Bereiches $i$ [ $m^2$ ]
$B$ .....	Tait-Konstante [ $Pa$ ]
$c$ .....	Skalar [-]
$c_i$ .....	Schallgeschwindigkeit der Komponente $\Phi$ [ $\frac{m}{s}$ ]
$c_{num}$ .....	Numerische Schallgeschwindigkeit [ $\frac{m}{s}$ ]
$c_{p,W}$ .....	Wärmekapazität von Wasser [ $\frac{J}{kg K}$ ]
$E$ .....	Energie [ $J$ ]
$f_S$ .....	Schocksensor
$G$ .....	Filter
$L$ .....	Latente Wärme des Verdampfungsvorganges [ $\frac{J}{kg}$ ]
$L_i$ .....	Länge des geometrischen Bereiches $i$ [ $m$ ]
$L_{Kav}$ .....	Kavitationslänge [ $m$ ]
$m$ .....	Masse [ $kg$ ]
$N$ .....	Tait-Konstante [-]
$p$ .....	Druck [ $Pa$ ]
$p_a$ .....	Umgebungsdruck [ $Pa$ ]
$p_{sat}$ .....	Sättigungsdampfdruck [ $Pa$ ]
$q$ .....	Wärmestrom [ $\frac{W}{m^2}$ ]



$R$ .....	Dissipationsmatrix
$r$ .....	Verhältnis Upwind-Differenz zur lokalen Differenz
$s$ .....	Entropie [ $\frac{J}{K}$ ]
$S_R, S_L$ .....	Schnellste rechts und links laufende Wellengeschwindigkeit [ $\frac{m}{s}$ ]
$T$ .....	Temperatur [ $K$ ]
$t$ .....	Zeit [ $s$ ]
$t_i$ .....	Tiefe des geometrischen Bereiches $i$ [ $m$ ]
$u', v'$ .....	Quadratischer Mittelwert der Geschwindigkeitsfluktuationen in x-Richtung und in y-Richtung [ $\frac{m}{s}$ ]
$u, v, w$ .....	Geschwindigkeit in Richtung $x, y, z$ [ $\frac{m}{s}$ ]
$u^c$ .....	Konvektionsgeschwindigkeit [ $\frac{m}{s}$ ]
$u_\tau$ .....	Wandschubspannungsgeschwindigkeit [ $\frac{m}{s}$ ]
$u_i$ .....	Geschwindigkeit in Raumrichtung $i$ [ $\frac{m}{s}$ ]
$V$ .....	Volumen [ $m^3$ ]
$v$ .....	Spezifisches Volumen [ $\frac{m^3 s}{kg}$ ]
$V_{ijk}$ .....	Skalares Volumen [ $m^3$ ]
$w_i$ .....	Breite des geometrischen Bereiches $i$ [ $m$ ]
$x^*$ .....	Abstand vom Düsenaustritt [ $m$ ]
$x, y, z$ .....	Räumliche Koordinaten [ $m$ ]
$R$ .....	Spezifische Gaskonstante [ $\frac{J}{kg K}$ ]
<b>Aufschriften:</b> .	
$\bar{X}$ .....	Volumengemittelte Größe
$\check{X}$ .....	Genäherte Größe



# 1 Einleitung

Strengere Emissionsgrenzwerte und Effizienzsteigerung führen zu immer höheren Einspritzdrücken bei modernen Dieselmotoren. In Injektorsystemen treten Phänomene wie Kavitation auf, die mit den höheren Einspritzdrücken eine zunehmend wichtigere Rolle spielt. Der statische Druck sinkt durch die Beschleunigung des Fluids in der Düse. Wenn der Dampfdruck lokal unterschritten wird, kommt es zur Verdampfung und damit zur Bildung von Dampfblasen. Dieser Vorgang wird als Kavitation bezeichnet. In Gebieten mit höheren Druck re-kondensieren und kollabieren die gebildeten Dampfblasen. Dabei können in Zentren eines Blasenkollapses hohe Drücke und dadurch starke Stoßwellen entstehen. Treten Kollapse von Einzelblasen oder Ansammlungen von Blasen an Wänden auf, können mechanische Schäden des Materials verursacht werden und man spricht von Kavitationserosion. Kavitation interagiert zudem mit der turbulenten Strömung und wirkt sich so auf die Strahlerstäubung aus, die wiederum die Verbrennungseffizienz und die Schadstoffproduktion beeinflusst.

Um einerseits Schäden durch Kavitationserosion zu minimieren und andererseits das Zerstäubungsverhalten des Strahls zu optimieren, wird die Kavitation in Einspritzdüsen in Experimenten und numerischen Simulationen untersucht. Aufgrund der kleinen Abmessungen von Einspritzdüsen und der schlechten optischen Zugänglichkeit sind die experimentellen Messungen oft schwierig durchzuführen. Numerische Simulationen liefern hier detaillierte 3-D Strömungsdaten, welche zu einem besseren Verständnis der Strömung in der Düse beitragen können.

In der vorliegenden Arbeit wird ein thermodynamisches Modell für einen homogenen Mischungsansatz zur Simulation kavitierender Strömungen um die zusätzliche Komponente nicht kondensierbares Gas erweitert. Dadurch wird es ermöglicht, die Eindüsung eines Kraftstoffs in Luft zu untersuchen. Die Auswirkungen des freien Gases auf die Kavitation sowie der Einfluss der Kavitation auf den Strahlerfall können mit dieser Erweiterung analysiert werden.

Zur Validierung des Modells wurde das Experiment von Sou et al. [50] ausgewählt. Sou et al. untersuchten die Effekte der Kavitation in der Düse auf den Strahlaufbruch mit Laser-Doppler-Geschwindigkeitsmessungen und optischen Aufnahmen des Dampfgebietes und des Strahls.

Im Folgenden werden die Charakteristik einer kavitierenden Kanalströmung und ihre Auswirkungen auf den Strahlerfall kurz beschrieben. Anschließend werden Modellierungsansätze für numerische Simulationen von kavitierenden Strömungen vorgestellt.

## 1.1 Kavitation und Strahlerfall bei einer Düsenströmung

### Kavitation

Abbildung 1.1 zeigt schematisch die Dampfbildung in einer Düse. Durch die Querschnittsverengung kommt es zu einer sehr starken Beschleunigung des Fluids im Düseneintrittsbereich und der statische Druck sinkt ab. Bei Strömungsumlenkungen ist ein Druckgradient erforder-

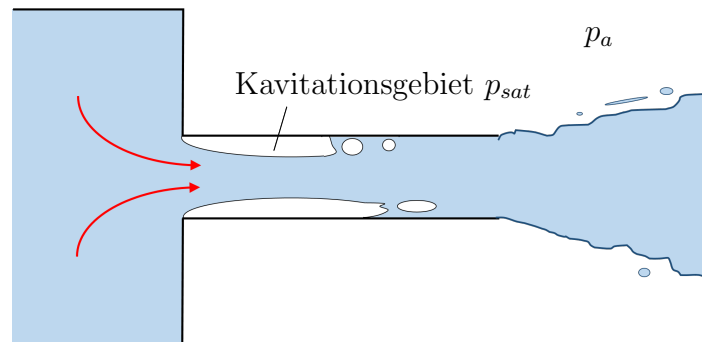
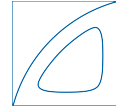


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der Kavitation in der Düse.

derlich, um den Zentrifugalkräften ( $\sim \rho \frac{v^2}{r}$ ) auf ein Fluidteilchen entgegenzuwirken. Sinkt der statische Druck unter den Dampfdruck bilden sich Dampfblasen. Sobald die Kante etwas abgerundet ist, nimmt die Kavitationsneigung ab. Bei beginnender Kavitation bilden sich die ersten Dampfblasen am äußeren Rand der abgelösten Grenzschicht, da dort die Geschwindigkeiten am größten sind. Die Dampfschicht wird ausgehend von der Einströmkante mit zunehmender Kavitationsneigung länger. Bei quasi-stationären Abmessungen dieser Schicht spricht man von *Schicht- oder Filmkavitation*. Im Ablösegebiet befindet sich ein Gemisch aus Dampf und Flüssigkeit [6]. Stromabwärts des Kavitationsgebietes legt sich die Strömung wieder an der Düsenwand an.

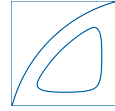
Erhöht sich die Geschwindigkeit in der Düse bzw. allgemein die Kavitationsneigung, kommt es zu einem periodischen Ablösen der Schicht. Ursache dafür ist ein stromaufwärtsgerichteter Strahl (*re-entrant jet*) entlang der Düsenoberfläche, welcher das Dampfgebiet unterspült und die Schicht von der Wand ablöst sobald dieser die Vorderkante erreicht. Die abgelösten Dampfwolken werden mit der Strömung konvektiert. In Gebieten höheren Drucks implodieren diese Dampfwolken. Franc und Michel [17] beschreiben, dass bei einer Düsenströmung mit einer Stolperkante bei sehr langen Dampfschichten keine regelmäßige Ablösung stattfindet. In unregelmäßigen Zeitabständen brechen die Dampfschichten immer wieder auf und ein unterschiedlich großes Volumen löst sich ab.

Bei einer entsprechend hohen Kavitationsneigung reichen die Kavitationsschichten von der Einlaufkante bis zum Düsenaustritt. Da der Druck im Austrittsbereich  $p_a$  höher ist als der Druck im Dampfgebiet, wird an der Düsenwand Gas in die Düse gesaugt [37]. Zwischen dem Flüssigkeitsstrahl und der Düsenwand bildet sich ein Gasfilm [37] und der Strahl wird weniger stark zerstäubt, wodurch der Strahlwinkel abnimmt. Dieses Phänomen wird als *Hydraulic Flip* bezeichnet.

Darüber hinaus tritt auch *Wirbelkavitation* auf. Im Zentrum des Wirbels fällt der Druck stark ab und wenn dieser den Dampfdruck unterschreitet, bilden sich fadenartige Kavitationsstrukturen (*String Cavitation*).

## Strahlzerfall

Bei Dieseleinspritzdüsen wird der Strahlzerfall in einen primären und sekundären Zerfall unterteilt. Dabei versteht man unter dem primären Strahlzerfall die Strahlaufweitung unmittelbar nach Düsenaustritt. Diese wird durch die Düsenströmung und die Vorgänge am Düsenaustritt beeinflusst. Kavitation und Turbulenz zählen zu den wichtigsten Mechanismen



für den primären Strahlzerfall. Der sekundäre Strahlzerfall bezieht sich auf den weiteren Zerfall der bereits gebildeten Tröpfchen durch aerodynamische Kräfte.

Eine hohe **Turbulenz** führt vermehrt zu Geschwindigkeiten in Richtung Strahloberfläche. Dadurch wird die Strahloberfläche stärker gestört und bietet folglich eine größere Angriffsfläche für aerodynamische Kräfte [37]. Die radialen Geschwindigkeitskomponenten und Querströmungen können aber auch direkt zum Aufreißen der Strahloberfläche führen [56], wodurch es zu einem Zerfall des Strahls sofort nach dem Austritt kommt.

Die bei **Kavitation** auftretenden Blasenkolllapse beeinflussen den Strahlzerfall durch Erhöhung der Turbulenz. Sou et al. [50, 51] können zeigen, dass eine Verstärkung der Turbulenz direkt nach dem Ende der Kavitationszone auftritt. Des Weiteren wird ein direkter Zusammenhang zwischen Blasenkolllaps und Strahlzerstäubung vermutet. Dabei könnten Kolllapse in der Düse [50] oder auch Dampfblasen und Gaseinschlüsse, die erst im Strahl kollabieren, zu einer Ligament-Bildung im Strahl führen [37].

Zusätzlich kann Kavitation den Strahlzerfall fördern, wenn sie zu einer nach außen gerichteten Geschwindigkeit am Düsenaustritt führt. Stromab des Kavitationsgebietes legt sich die die Strömung wieder an und damit tritt dort eine erhöhte Geschwindigkeit in Richtung Düsenwand auf. Wenn sich das Kavitationsgebiet bis kurz vor Düsenaustritt erstreckt, liegt am Austritt eine nach außen gerichtete Geschwindigkeit vor, welche einen größeren Strahlwinkel bewirken kann [37]. Die Geschwindigkeitsprofile werden auch durch den Dampffilm an der Wand beeinflusst, welcher die Strömungsrandbedingungen erheblich verändert und sich auch auf die Grenzschicht auswirkt [56].

Ein weiterer kavitationsbedingter Einflussfaktor ist die strukturierte Phasengrenzfläche zwischen Dampf und Flüssigkeit, die eine stärker gestörte Strahloberfläche bei starker Kavitation bewirkt [37, 56].

## Kennzahlen

Die Kavitationszahl  $\sigma$  ist ein Maß für die Kavitationsneigung und wird für die vorliegende Anwendung wie in [50] definiert als

$$\sigma = \frac{p_a - p_{sat}}{0.5 \rho \bar{u}^2}. \quad (1.1)$$

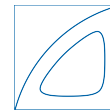
Dabei bezeichnet  $p_a$  den Umgebungsdruck,  $p_{sat}$  den Dampfdruck,  $\rho$  die Dichte des Fluids und  $\bar{u}$  die mittlere Geschwindigkeit in der Düse. Je niedriger die Kavitationszahl ist, desto höher ist die Kavitationsneigung.

Eine weitere relevante Kennzahl ist die Reynoldszahl

$$Re = \frac{\bar{u} w_N}{\nu}, \quad (1.2)$$

welche mit der mittleren Geschwindigkeit in der Düse  $\bar{u}$ , der Breite der Düse (*Nozzle*)  $w_N$  und der kinematischen Viskosität  $\nu$  berechnet wird.

Als Maß für die Stärke der Kavitation verwenden Sou et al. eine normalisierte Kavitationslänge  $L_{Kav}^* = \frac{L_{Kav}}{L_N}$ , welche die Länge der Kavitationszone in Strömungsrichtung  $L_{Kav}$  bezogen auf die Länge der Düse  $L_N$  ist [51, 50].



### 1.1.1 Modellierung der Kavitation und des Strahlzerfalles bei numerischen Strömungssimulationen

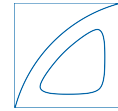
Die Numerische Simulation kavitierender Strömung beinhalten viele Herausforderungen. Diese bestehen einerseits in der Modellierung der Physik und andererseits in der Entwicklung numerisch stabiler Methoden. Bei Kavitation muss der Phasenübergang von flüssig zu dampfförmig modelliert werden. Vor allem der große Dichteunterschied zwischen Flüssigkeit und Dampf kann in numerischen Simulationen Schwierigkeiten in Hinblick auf Stabilität und Genauigkeit bereiten. Die Dichte von Wasser ist bei Raumtemperatur mit knapp  $1000 \text{ kg/m}^3$  50,000-mal so groß wie die von Dampf ( $0.02 \text{ kg/m}^3$ ). Durch den Kollaps von Dampfblasen entstehen Schockwellen, die ausschlaggebend für die Kavitationserosion sind. Daher sollte die Wellendynamik bei Kavitationssimulationen berücksichtigt werden, was den Einsatz eines kompressiblen Strömungslösers voraussetzt. Kavitation und Turbulenz finden auf ähnlichen Längen- und Zeitskalen statt, wodurch eine gute Auflösung der turbulenten Strukturen, wie sie zum Beispiel durch Large-Eddy-Simulationen (LES) erreicht wird, ein wichtiger Bestandteil einer aussagekräftigen Kavitationssimulation ist.

Die bisher durchgeführten numerischen Strömungssimulationen auf dem Gebiet untersuchen zumeist entweder nur die Kavitation in der Düse oder nur den Zerfall des eingedüsten Kraftstoffs im Brennraum. In vielen Codes sind nur Zwei-Phasen-Modelle verfügbar und daher wird für Simulationen der Kavitation in der Düse dann nicht in Gas, sondern in eine Flüssigkeit ausgeströmt. In der englischen Literatur wird das als *submerged Simulation* bezeichnet.

In der Literatur werden verschiedene Ansätze vorgeschlagen um kavitierende Düsenströmungen zu simulieren. Für beginnende Kavitation verwenden Shams et al. [47] und Sou et al. [49] ein Lagrange'sches Blasenmodell, gekoppelt mit einer inkompressiblen LES des Fluides. Wenn die Kavitation schon stärker ausgeprägt ist, wird oft ein Ein-Fluid-Modell verwendet [11, 12, 16, 32, 29]. Das Modell wird auch als homogenes Mischungsmodell bezeichnet. Dabei wird das zwei-Phasen-Fluid vereinfacht durch ein Fluid dargestellt und meistens eine zusätzliche Transportgleichung für den Massenanteil oder Volumenanteil Dampf gelöst. Des Weiteren kann auch ein Zwei-Fluid-Modell mit Transportgleichungen für jede Phase verwendet werden, wie zum Beispiel in [42, 44].

Eine Simulation des reinen, entkoppelten Strahlzerfalles wurde zum Beispiel in [10, 21, 39] untersucht. Dabei werden das Fluid und das Gas als kontinuierliche Phase betrachtet und eine zusätzliche Transportgleichung für eine Indikatorfunktion verwendet, um die Phasengrenzfläche zu verfolgen. Bei diesem Ansatz ist eine entsprechend feine Gitterauflösung für die Darstellung der Tröpfchen erforderlich. Alternativ können die Tröpfchen in einer Lagrange'schen Betrachtung beschrieben werden [14]. Die Anforderungen an die Gitterauflösung sind bei diesem Ansatz deutlich geringer, dafür aber ist eine zusätzliche Simulation der Düseninnenströmung erforderlich um die richtigen Strömungsbedingungen am Düsenaustritt und Eingangsdaten für die Tröpfchen-Modellierung zu erhalten. Die beiden Ansätze können zu einem sogenannten Euler-Lagrange-Spray und Zerstäubungs-Modell (*Euler-Lagrangian-Spray and Atomization*) ELSA [5] kombiniert werden. Die Flüssigkeit in der Düse und im düsen nahen Bereich wird als Kontinuum beschrieben und dann weiter stromab des Düsenaustritts, wo das Gitter gröber wird, wechselt die Modellierung der Flüssigkeitströpfchen von einer Eulerschen zu einer Lagrangen Betrachtungsweise.

Neben einer entkoppelten Betrachtungsweise wurden bereits mehrere Ansätze für einen monolithischen Lösungsansatz für die Interaktion einer kavitierenden Flüssigkeitsströmung mit Gas vorgeschlagen. Wang et al. [57] führten 2-D-Simulationen einer kavitierenden



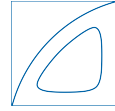
Düsenströmung mit Ausströmung in Gas durch. Für die Modellierung der drei Phasen erweiterten sie das von Saurel et al. [44] und Petitpas et al. [42] eingeführte 7-Gleichungsmodell für eine Zwei-Phasen-Strömung um eine Transportgleichung für den Volumenanteil Gas. Damit entwickelten sie ein Zwei-Fluid-Modell, bei dem eine Phase flüssiges Wasser ist und die andere eine homogene Dampf-Gas-Mischung. Für die thermodynamische Zustandsgleichung verwenden sie eine versteifte Gas-Zustandsgleichung *Stiffened Gas EOS*. Mikrokavitation und die Zerstäubung in einer Benzin-Einspritzdüse wurde von Ishimoto et al. [30] simuliert. Eine barotrope Zustandsgleichung beschreibt die kompressible Kraftstoff-Dampf-Mischung und für die Phasengrenze zwischen dem Kraftstoffgemisch und der umgebenden Luft wird ein Volume-of-Fluid Ansatz genutzt. In der Modellierung ist der Dampf nicht mischbar mit der Luft, welche, wie oben beschrieben, in die Düse gesaugt werden kann. Duke et al. [13] verwenden einen kompressiblen Löser mit einem Ein-Fluid-Modell für die drei Phasen Wasser, Dampf und Gas für eine LES einer Dieseleinspritzung. Die Ergebnisse verglichen sie mit einer inkompressiblen Zwei-Phasen-LES, wo in Diesel ausgedüst wurde, und mit X-Ray Messungen. Mit der Drei-Phasen-Simulation konnte eine bessere Übereinstimmung mit der Messung erzielt werden. Darüber hinaus sind in kommerziellen Codes Mehrphasen-Modelle verfügbar, die es ermöglichen Wasser, Dampf und nicht kondensierbares Gas zu simulieren. Befuri et al. [3] simulierten eine GDI Mehr-Loch-Einspritzung mit RANS in AVL FIRE und verwendeten ein isothermes Drei-Fluid-Modell. In ANSYS FLUENT ist ein Multiphase-Modell nach Singhal et al. [48] implementiert. Jia et al. [32] führten mit diesem Modell RANS-Simulationen der Kavitation in einer konischen Einspritzdüse durch. Singhal et al. [48] modellieren das Drei-Phasen-Fluid als eine homogene Mischung aus Flüssigkeit, Flüssigkeitsdampf und nicht kondensierbarem Gas.

Die verschiedenen Ansätze unterscheiden sich auch durch die Modellierung des Phasenüberganges. In allen Untersuchungen von Duke et al. [12, 13] erfolgt dieser mit einem homogenen Relaxationsmodell (*Homogenous Relaxation Model HRM*). Singhal et al. [48] arbeiten mit einer Phasenübergangsrate und die Auswirkungen des nicht kondensierbaren Gases auf die Verdampfungs- und Kondensationsraten werden berücksichtigt. Dittakavi et al. [11], Egerer et al. [16] und Hickel et al. [29] benutzen ein homogenes Gleichgewichtsmodell, bei dem sofort der Gleichgewichtszustand erreicht wird und keine zeitabhängige Übergangsrate genutzt wird.

Für die Simulation wird der am Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungsmechanik entwickelte LES-Code INCA verwendet. In [16, 29] wurde nachgewiesen, dass eine kompressible implizite LES mit einem homogenen Gleichgewichtsmodell und einem Ein-Fluid-Modell sehr gut für die Simulation von kavitierender Strömung geeignet ist. In INCA wird eine Dichte-basierende, niedrige Machzahl konsistente numerische Methode verwendet, bei der die Wellendynamik berücksichtigt wird. Die implizite Feinstrukturmodellierung erfolgt mit SALD [25], der simplifizierten Form der adaptiven lokalen Entfaltungsmethode ALDM (*Adaptive Local Deconvolution Method*) [26]. Aufgrund der großen Dichteunterschiede zwischen Flüssigkeit und Dampf wurde SALD für kavitierende Strömungen zu SALD\_cav adaptiert. Dieses etablierte Modell wird um die zusätzliche Komponente nicht kondensierbares Gas erweitert. Ein wichtiger Punkt ist dabei die thermodynamische Modellierung und der numerische Skalartransport des Massenanteiles Gas.

### 1.1.2 Struktur der Arbeit

Zu Beginn der Arbeit werden in Kapitel 2 die mathematischen und physikalischen Grundlagen erörtert und das thermodynamische Modell vorgestellt. In Kapitel 3 wird auf die nu-

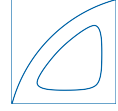


## 1 Einleitung

---

merische Modellierung eingegangen. Die Grundlagen der impliziten LES und die verwendete adaptive Entfaltungsmethode ALDM werden kurz beschrieben. Die durchgeführten Untersuchungen zum Skalartransport befinden sich in Kapitel 4. Die zur Validierung des Modelles ausgewählte Arbeit von Sou et al. [51, 50] wird in Kapitel 5 zusammengefasst. In Kapitel 6 werden nach der Beschreibung der Einstellungen bei der Simulation und der Auswertung für die Vergleichbarkeit mit dem Experiment, die Ergebnisse diskutiert. Eine Zusammenfassung und ein Ausblick auf weiterführende Arbeiten befinden sich in Kapitel 7.





## 2 Mathematische und physikalische Grundlagen

### 2.1 Kompressible Navier-Stokes Gleichungen

Die grundlegenden Gleichungen sind die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen. In ihrer konservativen Form lauten diese

$$\partial_t \mathbf{U} + \nabla \cdot \mathbf{C}_i(\mathbf{U}) + \nabla \cdot \mathbf{D}_i(\mathbf{U}) = 0. \quad (2.1)$$

$\mathbf{U}$  ist der Lösungsvektor  $\mathbf{U} = [\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, E]$  mit den Erhaltungsgrößen: Dichte  $\rho$ , den Impulsen  $\rho u_i$ , wobei  $i$  für die drei Raumrichtungen steht, und der totalen Energie  $E$ . Für weitere Herleitungen wurde der Fluss in einen nichtlinearen konvektiven Anteil

$$\mathbf{C}_i(\mathbf{U}) = [u_i \rho \quad u_i \rho u_1 \quad u_i \rho u_2 \quad u_i \rho u_3 \quad u_i (E + p)] \quad (2.2)$$

und einen linearen Term

$$\mathbf{D}_i(\mathbf{U}) = [0 \quad \delta_{i1} p - \tau_{i1} \quad \delta_{i2} p - \tau_{i2} \quad \delta_{i3} p - \tau_{i3} \quad u_k (\delta_{ik} p - \tau_{ik}) + q_i], \quad (2.3)$$

welcher Oberflächen- und Scherspannungen beinhaltet, aufgespaltet.  $u_i$  ist der Geschwindigkeitsvektor,  $\delta_{ij}$  das Kronecker-Delta,  $\boldsymbol{\tau}$  bezeichnet den viskosen Spannungstensor

$$\boldsymbol{\tau} = \mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I}. \quad (2.4)$$

mit  $\mathbf{I}$  dem Einheitstensor. Der Wärmestrom für die Energiegleichung ist

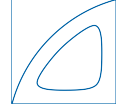
$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T. \quad (2.5)$$

Die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen werden mit konstitutiven Beziehungen für den Druck  $p$  und die Viskosität  $\mu$  geschlossen. Durch die barotrope Modellierung von Wasser und die isotherme Modellierung von Gas, welche im Folgenden beschrieben wird, entfällt die Energiegleichung.

### 2.2 Thermodynamisches Modell

In der vorliegenden Arbeit wird ein thermodynamisches Modell für Wasser und Gas verwendet, bei dem ein Phasenübergang in Wasser berücksichtigt wird. Das Modell basiert auf einem etablierten thermodynamischen Gleichgewichts-Kavitations-Modell [16, 29].

Im Folgenden werden die physikalischen Grundlagen und die wichtigsten Punkte des Modells beschrieben. Zuerst wird das verwendete Ein-Fluid-Modell vorgestellt und dann wird auf die einzelnen Systeme Wasser und Gas eingegangen. Abschließend wird die verwendete Zustandsgleichung hergeleitet.



### 2.2.1 Ein-Fluid-Modell

Für die Mehr-Phasen-Mehr-Komponenten-Strömung wird ein Ein-Fluid-Modell (*single-fluid-model*) verwendet. Dabei werden die Erhaltungsgleichungen nur für ein Mischungsfluid gelöst, welches durch zellgemittelte Größen definiert wird und alle Komponenten und Phasen repräsentiert. Die Modellierung wird schematisch in Abbildung 2.1 dargestellt. Im Gegensatz zu anderen Modellen [36] werden im Ein-Fluid-Modell die Phasengrenzflächen nicht rekonstruiert. In [16] werden die verschiedenen Modelle für Zwei-Phasen-Strömungen erläutert und das Ein-Fluid-Modell im Detail beschrieben.

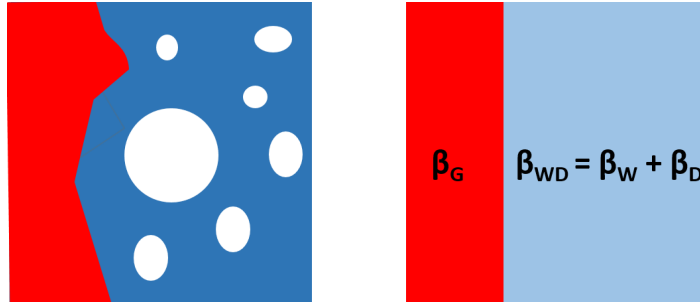


Abbildung 2.1: Physikalischer Zustand und Modellierung in der Zelle.

Wie in Abbildung 2.1 zu erkennen ist, können Strukturen kleiner als Gitterweite in dem Modell nicht dargestellt werden. Durch die gemittelte Betrachtung gehen Informationen zu Anzahl, Größe und Form der Dampfblasen und zur Form der Grenzfläche Wasser-Gas verloren. Da aber die Effekte der einzelnen Anteile in der gemittelten Formulierung berücksichtigt werden, ist keine zusätzliche Modellierung notwendig.

Durch die zusätzliche Komponente nicht kondensierbares Gas werden die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen (2.1) um die Transportgleichung für den Massenanteil Gas

$$\partial_t \xi_G \rho + \nabla \cdot \xi_G \rho \mathbf{u} = 0 \quad (2.6)$$

erweitert. Die Gleichungen werden mit einer Finite-Volumen-Methode numerisch gelöst, siehe Kapitel 3. Dazu wird das Rechenggebiet in finite Volumen (Zellen) unterteilt. In der Berechnung werden zellgemittelten Werte

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{V_{ijk}} \int_{\Omega_{ijk}} \varphi dV, \quad (2.7)$$

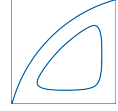
verwendet. Wichtige Größen einer gemittelten Betrachtung sind der Volumenanteil

$$\beta_\Phi = \frac{V_\Phi}{V_{ges}}, \quad (2.8)$$

der durch das Verhältnis des Volumen der jeweiligen Komponente  $V_\Phi$  zum gesamten Volumen  $V_{ges}$ , hier dem Zellvolumen  $V$ , gegeben ist und der Massenanteil

$$\xi_\Phi = \frac{m_\Phi}{m_{ges}}, \quad (2.9)$$

der durch das Verhältnis der Masse der jeweiligen Komponente  $m_\Phi$  zur gesamten Masse  $m_{ges}$  gegeben ist. Die Indizes  $\Phi$  sind die vorkommenden Komponenten und Phasen: Gas



(G), Wasser (W) und Dampf (D). Der Volumenanteil des Dampfes  $\beta_D$  wird auch als  $\alpha$  bezeichnet. Die Summe aller Volumina ergeben das gesamte Volumen  $\sum_{\Phi} V_{\Phi} = V_{ges}$  und daher gilt  $\sum_{\Phi} \xi_{\Phi} = 1$ . Die Summe aller Massen ergibt die gesamte Masse  $\sum_{\Phi} m_{\Phi} = m_{ges}$ , und daher gilt  $\sum_{\Phi} \beta_{\Phi} = 1$ . Der Zusammenhang zwischen dem Massenanteil  $\xi_{\Phi}$  und dem Volumenanteil  $\beta_{\Phi}$  kann durch die Dichte der einzelnen Komponente  $\rho_{\Phi}$  und der mittleren Dichte  $\rho$  formuliert werden mit

$$\rho_{\Phi} = \frac{m_{\Phi}}{V_{\Phi}} = \frac{\xi_{\Phi} m_{ges}}{\beta_{\Phi} V_{ges}} = \frac{\xi_{\Phi}}{\beta_{\Phi}} \rho \quad \longrightarrow \quad \xi_{\Phi} \rho = \beta_{\Phi} \rho_{\Phi}. \quad (2.10)$$

Die Dichte einer Mischung, und somit die mittlere Dichte in der Zelle, ist definiert als

$$\rho = \sum_{\Phi} \beta_{\Phi} \rho_{\Phi}. \quad (2.11)$$

Im Modell werden keine Phasengrenzen und Oberflächenspannungen berücksichtigt, wodurch der Druck innerhalb einer Zelle in allen Phasen gleich ist  $p = p_G = p_W = p_D$ . Des Weiteren wird der Geschwindigkeitsschlupf zwischen den Phasen vernachlässigt und damit wird angenommen, dass innerhalb einer Zelle  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_G = \mathbf{u}_W = \mathbf{u}_D$  gilt. Singhal et al. [48] begründen die Vernachlässigung des Schlupfes wie folgt: Kavitation tritt in den meisten technischen Anwendungen in Gebieten mit hoher Geschwindigkeit auf und in solchen Gebieten ist der Schlupf zwischen Wasser und der Dampf eher klein.

Die Strömung wird isentrop modelliert. Die Sättigungsgrößen und die Schallgeschwindigkeiten werden als konstant bei einer bestimmten Referenztemperatur angenommen.

### 2.2.1.1 Wasser und Dampf

#### Physikalische Grundlagen

Thermodynamisch existieren drei verschiedene Aggregatzustände: Fest, flüssig und dampfförmig. Der Aggregatzustand wird durch thermodynamische Zustandsgrößen festgelegt und kann in einem Phasendiagramm beschrieben werden. Abbildung 2.2(a) zeigt das p-T-Diagramm von Wasser. Der Phasenübergang von flüssig in dampfförmig kann durch Temperaturerhöhung (Kochen) oder eine Absenkung des Druckes (Kavitation) erfolgen. Bei starken Beschleunigungen, wie zum Beispiel durch Strömungsumlenkungen, sinkt der statische Druck. Wenn dieser den Dampfdruck lokal unterschreitet, bilden sich Dampfblasen, die mit der Strömung mittransportiert werden und in Gebieten mit höherem Druck rekondensieren. Diesen Vorgang der Dampfblasenbildung und ihr anschließendes Verhalten wird als Kavitation bezeichnet. Damit sich sofort nach Unterschreiten des Dampfdruckes Dampfblasen bilden, müssen ausreichend Keime zur Dampfbildung in der Flüssigkeit vorhanden sein. Ohne diese Keime kann der Druck unter Dampfdruck sinken, ohne dass die Flüssigkeit verdampft und ein metastabiler Zustand liegt vor. Bei der Kavitation wird dem Fluid Energie in Form von latenter Wärme des Verdampfungsvorganges entzogen, dadurch nimmt die Temperatur im Fluid ab. Die Temperaturabnahme wird als thermische Verzögerung der Kavitation bezeichnet und ist in Abbildung 2.2(a) gekennzeichnet ( $T_x - T'_x$ ). Das p-v-Diagramm von Wasser ist in Abbildung 2.2(b) zu sehen. Bei Absenkung des Druckes unter den Dampfdruck  $p_v$  gelangt man ins Zwei-Phasen-Gebiet, in dem Dampf und Flüssigkeit koexistieren.

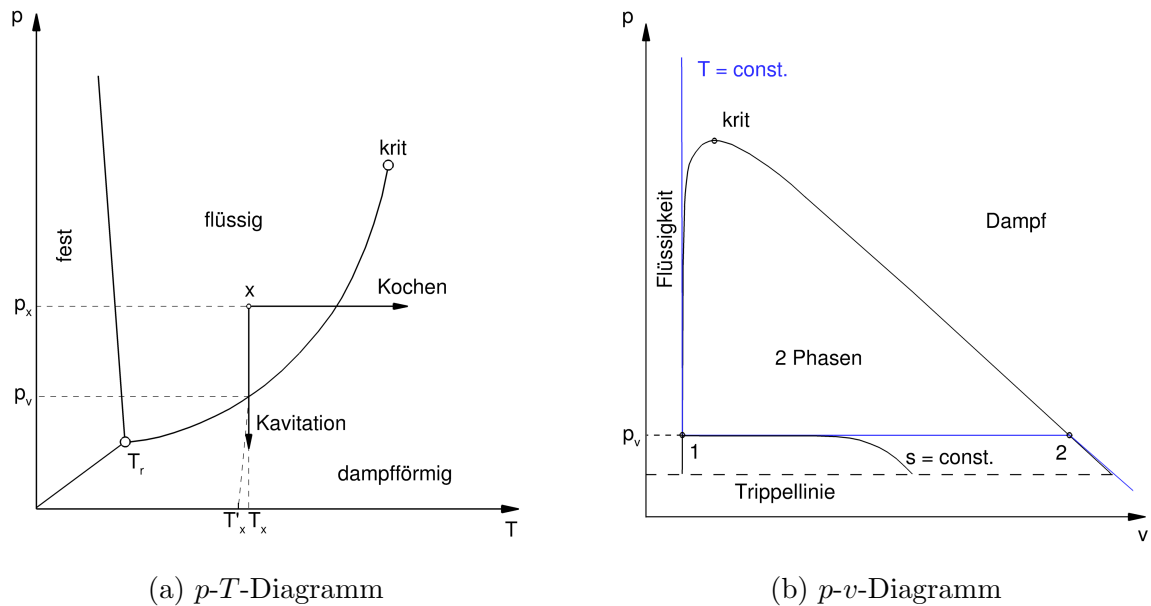
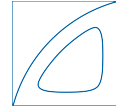


Abbildung 2.2: Phasendiagramme für Wasser [15].

## Modellierung

Für die Modellierung des Wasser-Dampf-Gemisches wird angenommen, dass der Phasenübergang unendlich schnell und isentrop verläuft. Es wird davon ausgegangen, dass genügend Keime für die Verdampfung vorhanden sind und es daher sofort nach Unterschreiten des Dampfdruckes zur Bildung von Dampfblasen kommt. Der Gleichgewichtszustand wird instantan erreicht wodurch das Modell ein *thermodynamisches Gleichgewichtsmodell* darstellt. Da der Phasenübergang isentrop modelliert wird, ist keine vollständige Verdampfung möglich. Wie in Abbildung 2.2(b) zu sehen ist, endet die Isentrope im Zwei-Phasen-Gebiet an der Trippellinie und erreicht somit nicht das Dampfgebiet. Wasser kann daher nur flüssig oder als Wasser-Dampf-Gemisch im Zwei-Phasen-Gebiet vorliegen, nicht aber als reiner Dampf. Im Folgenden wird das Wasser-Dampf-Gemisch im Zwei-Phasen-Gebiet auch als "Wasser-Dampf" bezeichnet. Wasser und das Wasser-Dampf-Gemisch werden barotrop modelliert, wodurch der Druck eine reine Funktion der Dichte  $p = p(\rho)$  ist.

## Schallgeschwindigkeit

Die Gleichung für die isentrope Schallgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{s=\text{konst.}}} \quad (2.12)$$

gilt für alle Phasen entlang der Isentropen, wenn der Gleichgewichtszustand erreicht wird.

Für reines Wasser wird bei einer Referenztemperatur von  $T_{ref} = 293.15 \text{ K}$  der Wert  $c_W = 1482.3462 \text{ m/s}$  verwendet.

Bei zwei Phasen ist die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit wesentlich komplexer. Die *Zwei-Phasen-Schallgeschwindigkeit* eines Zwei-Phasen-Fluids, wie einer Wasser-Dampf-Mischung, unterscheidet sich stark von der Schallgeschwindigkeit der einzelnen Komponenten.

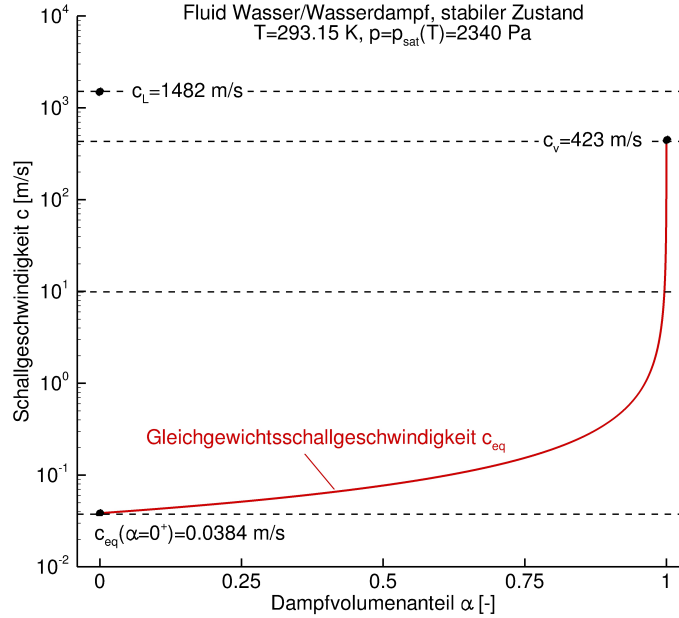
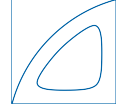


Abbildung 2.3: Verlauf der Gleichgewichtsschallgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Dampfvolumenanteils ( $T = 293.15\text{K}$ ) [45].

ten. Die Gleichgewichtsschallgeschwindigkeit für zwei Phasen mit Phasenübergang kann wie folgt bestimmt werden [46]:

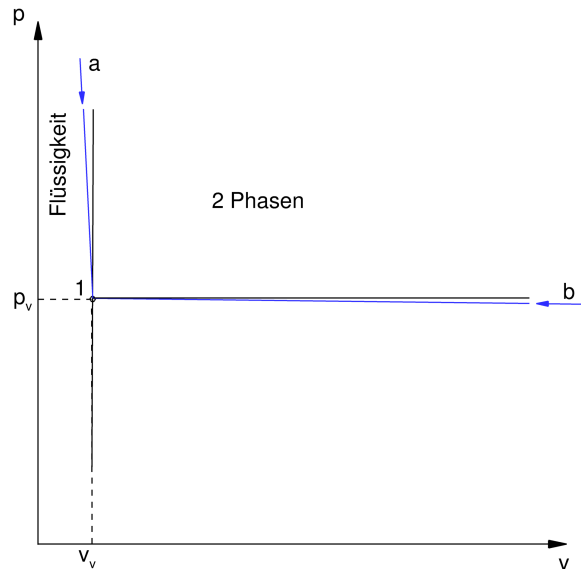
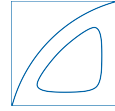
$$\frac{1}{\rho c^2} \cong \frac{\alpha}{\rho_D c_D^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_W c_W^2} + \frac{(1-\alpha)\rho_W c_{p,W} T}{(\rho_D L)^2} \quad (2.13)$$

$c_{p,W}$  bezeichnet die Wärmekapazität von Wasser,  $L$  die latente Wärme des Verdampfungsvorgangs. Der Verlauf der Gleichgewichtsschallgeschwindigkeit nach Gleichung (2.13) ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Sobald sich Dampf bildet, sinkt die Schallgeschwindigkeit im Gleichgewichtszustand von ca. 1500 m/s auf einen Wert kleiner 1 m/s.

Der Sprung in der Gleichgewichts-Schallgeschwindigkeit kann anhand des  $p$ - $v$ -Diagrammes mit zugehörigen Isentropen begründet werden [46]. Wird in Gleichung (2.12) die Dichte  $\rho$  mit dem spezifischen Volumen  $v$  substituiert, erhält man

$$c = \sqrt{-v^2 \left. \frac{\partial p}{\partial v} \right|_{s=\text{konst.}}} \quad (2.14)$$

Die Schallgeschwindigkeit ist proportional zur Wurzel der partiellen Ableitung des Druckes  $p$  nach dem spezifischen Volumen  $v$  entlang einer Isentropen. In Abbildung 2.4 ist ersichtlich, dass die Steigung der Isentropen, welche der Ableitung entspricht, in der reinen Wasserphase wesentlich größer ist als im Zwei-Phasen-Gebiet. Die Isentrope hat beim Übergang ins Zwei-Phasen-Gebiet am Sättigungspunkt (1) einen Knick. Durch diese Unstetigkeit ist der Druck an dem Punkt nicht differenzierbar und die Schallgeschwindigkeit  $c$  hat einen Sprung im Verlauf.


 Abbildung 2.4:  $p$ - $v$ -Phasendiagramm mit Isentropen [15].

### Zustandsgleichung für Wasser und Wasser-Dampf

Eine Zustandsgleichung für Wasser und das Wasser-Dampf-Gemisch im Zwei-Phasen-Gebiet wird anhand der Gleichung für die Schallgeschwindigkeit (2.12) hergeleitet. Durch Integration der Gleichung (2.12) entlang der Isentropen mit dem Sättigungszustand als Referenzpunkt erhält man

$$\rho = \rho_{sat} + \frac{1}{c^2}(p - p_{sat}). \quad (2.15)$$

Dabei bezeichnet  $p_{sat}$  den Sättigungsdampfdruck und  $\rho_{sat}$  die Sättigungsdichte von Wasser. Diese sind  $p_{sat} = 2340 \text{ Pa}$  und  $\rho_{sat} = 998.1618 \text{ kg/m}^3$  bei  $T_{ref} = 293.15 \text{ K}$ . Die Gleichung (2.15) gilt sowohl für reines Wasser als auch für das Zwei-Phasen-Gebiet und unterscheidet sich nur im Wert der Schallgeschwindigkeit. Für Wasser und das Wasser-Dampf-Gemisch kann daher die Zustandsgleichung

$$\rho_{WD} = \rho_{sat} + \frac{1}{c^2}(p - p_{sat}) \quad c = \begin{cases} c_W & p \geq p_{sat} \\ c_{WD} & p < p_{sat} \end{cases} \quad (2.16)$$

verwendet werden. Im Zwei-Phasen-Gebiet wird die Schallgeschwindigkeit vereinfacht mit  $c_{WD} = 1 \text{ m/s}$  angenommen. Der Einfluss des Wertes der Zwei-Phasen-Schallgeschwindigkeit  $c_{WD}$  auf Kavitationssimulationen wurde in [15] untersucht.

Als Zustandsgleichung für Wasser wird in [16, 29, 46] die modifizierte Tait-Gleichung

$$p = (p_{sat} + B) \left( \frac{\rho}{\rho_{sat}} \right)^N - B, \quad (2.17)$$

mit den beiden gefitteten Konstanten  $B = 3.06 \cdot 10^8$  und  $N = 7.1$ , verwendet. Abbildung 2.5 zeigt einen Vergleich der modifizierten Tait-Gleichung mit der verwendeten Schallgeschwindigkeits-Zustandsgleichung, welche eine vereinfachte linearisierte Form ist.

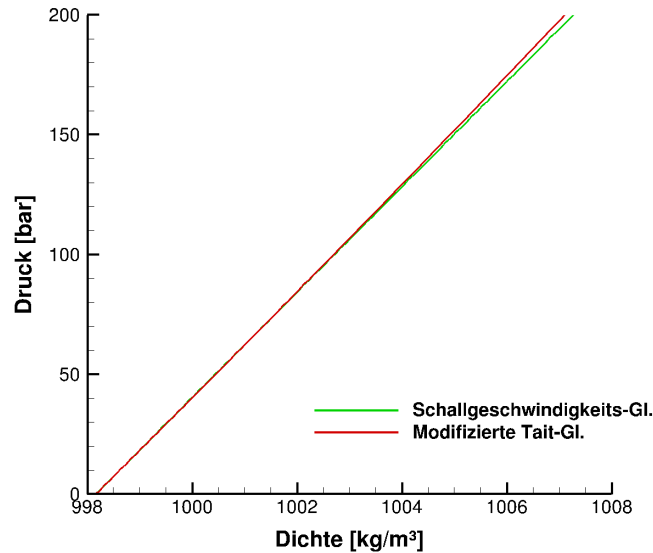
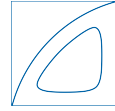


Abbildung 2.5: Vergleich der verwendeten Schallgeschwindigkeits-Zustandsgleichung mit der modifizierten Tait-Gleichung.

Erst bei Drücken über  $100\text{bar}$  weichen die beiden Zustandsgleichungen erkennbar voneinander ab.

### 2.2.1.2 Gas

Der Massenanteil Gas wird in dem System als Skalar berücksichtigt und mit dem Wasserdampf-Gemisch transportiert. In dem entwickelten Modell werden die Löslichkeit von Gas in Wasser sowie das Ausgasen von im Wasser gelösten Gasen nicht berücksichtigt.

Als Zustandsgleichung für das Gas wird die ideale Gasgleichung

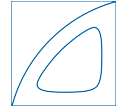
$$p = \rho RT \quad (2.18)$$

verwendet. Dabei bezeichnet  $R$  die spezifische Gaskonstante, die für Luft den Wert  $R = 287.06 \text{ J}/(\text{kgK})$  annimmt. Das Gas wird isotherm zu der Referenztemperatur  $T_{ref}$  modelliert. In Kombination mit der barotropen Modellierung des Wasser-Dampf-Gemisches entfällt die Energiegleichung.

Die Schallgeschwindigkeit des idealen Gases wird mit folgendem bekannten Zusammenhang

$$c_G = \sqrt{\kappa RT_{ref}} \quad (2.19)$$

berechnet.  $\kappa$  bezeichnet den Adiabatenexponent,  $\kappa = 1.4$  für Luft.



### 2.2.1.3 Zusammenfassung der Annahmen

- Wasser und Wasser-Dampf werden barotrop modelliert, wodurch der Druck eine reine Funktion der Dichte ist und umgekehrt  $p = p(\rho)$ .
- In einer Zelle werden thermisches und mechanisches Gleichgewicht angenommen.
- Der Phasenübergang verläuft unendlich schnell, isentrop und im mechanischen Gleichgewicht. Es wird angenommen, dass ausreichend Keime für die Kavitation vorhanden sind.
- Der Massenanteil Gas wird als Skalar transportiert.
- Das Gas wird isotherm und ideal modelliert.
- Die Löslichkeit von Gas in Wasser sowie das Ausgasen von im Wasser gelösten Gasen werden nicht berücksichtigt.
- Die Grenzfläche des Dampf-Wasser-Gemisches sowie die des Wasser-Gas-Gemisches wird nicht rekonstruiert und der Effekt der Oberflächenspannung auf den Dampfdruck wird vernachlässigt.
- Strukturen können nur bis zur Größenordnung des Gitters dargestellt werden.

## 2.2.2 Gekoppelte Mischungs-Zustandsgleichung

Die Zustandsgleichung beschreibt den Zusammenhang zwischen den thermodynamischen Zustandsgrößen Druck  $p$ , Dichte  $\rho$  und Temperatur  $T$ . Bei mehreren Komponenten ist die Zustandsgleichung zusätzlich noch eine Funktion der Massenanteile  $\xi_\Phi$ .

Durch die *barotrope* Modellierung des Wasser-Dampf-Gemisches und die *isotherme* Modellierung des Gases ist der Druck eine reine Funktion der Dichte  $p = p(\rho)$  und die Temperaturabhängigkeit entfällt. Im Modell werden keine Phasengrenzen und Oberflächenspannungen berücksichtigt und mechanisches Gleichgewicht wird angenommen. Dadurch ist der Druck innerhalb einer Zelle in allen Phasen gleich  $p_G = p_W = p_D = p = p(\rho, \xi_\Phi)$ .

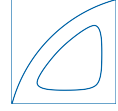
Das Ziel der im Folgenden hergeleiteten Zustandsgleichung ist den Druck in der Zelle  $p$  nur als Funktion der mittleren Dichte  $\rho$  und des Massenanteils Gas  $\xi_G$  zu formulieren. Wie oben bereits erwähnt, kann die mittlere Dichte in der Zelle  $\rho$  durch die Volumenanteile  $\beta_\Phi$  und die jeweiligen Partialdichten  $\rho_\Phi$  ausgedrückt werden. Wasser und Dampf werden als ein Wasser-Dampf-Gemisch betrachtet, welches mit Indizes WD bezeichnet wird. Die mittlere Dichte ist dann

$$\rho = \sum_{\Phi} \beta_{\Phi} \rho_{\Phi} = \beta_{WD} \rho_{WD} + \beta_G \rho_G. \quad (2.20)$$

Im weiteren Schritt werden die Dichten  $\rho_G$  und  $\rho_{WD}$  als Funktionen des Drucks formuliert und in Gleichung (2.20) eingesetzt. Die Dichte des Gases  $\rho_G$  wird mit der idealen Gasgleichung (2.18) bestimmt und die Dichte des Wasser-Dampf-Gemisches  $\rho_{WD}$  mit der oben hergeleiteten Gleichung (2.16).

$$\rho = \beta_{WD} \left( \rho_{sat} + \frac{1}{c^2} (p - p_{sat}) \right) + \beta_G \frac{p}{RT} \quad \text{mit} \quad c = \begin{cases} c_W & p \geq p_{sat} \\ c_{WD} & p < p_{sat} \end{cases} \quad (2.21)$$





## 2 Mathematische und physikalische Grundlagen

Durch  $\sum_{\Phi} \beta_{\Phi} = 1$  und den oben hergeleiteten Zusammenhang  $\beta_{\Phi} = \xi_{\Phi} \frac{\rho}{\rho_{\Phi}}$  kann man die Volumenanteile  $\beta_{WD}$  und  $\beta_G$  als Funktion von  $\xi_G$  formulieren

$$\beta_{WD} = 1 - \beta_G \quad \beta_G = \xi_G \frac{\rho}{\rho_G} = \xi_G \frac{\rho RT}{p}. \quad (2.22)$$

Diese Ausdrücke für die Volumenanteile werden in Gleichung (2.21) eingesetzt.

$$\rho = \left(1 - \xi_G \frac{\rho RT}{p}\right) \left(\rho_{sat} + \frac{1}{c^2}(p - p_{sat})\right) + \xi_G \rho \quad (2.23)$$

Nach entsprechendem Umstellen und Multiplizieren mit  $p$  und  $c^2$  erhält man aus Gleichung (2.23) folgende quadratische Gleichung

$$p^2 + p(c^2 \rho_{sat} - p_{sat} - \rho \xi_G RT - \rho c^2(1 - \xi_G)) - (c^2 \rho_{sat} - p_{sat}) \rho \xi_G RT = 0. \quad (2.24)$$

Der gesuchte Druck  $p$  ist die größere Lösung der quadratischen Gleichung (2.24). Zuerst wird der Druck  $p$  mit der Schallgeschwindigkeit  $c = c_W$  berechnet. Wenn der berechnete Druck  $p$  größer als der Dampfdruck  $p_{sat}$  ist, liegt reines Wasser vor und der berechnete Druck ist der gesuchte. Falls  $p < p_{sat}$  ist, wird der Druck erneut mit  $c = c_{WD}$  aus Gleichung (2.24) berechnet und anschließend der Dampfanteil  $\alpha$ , wie nachfolgend angeführt, bestimmt.

Der Volumenanteil des Dampfes  $\alpha$  wird aus der mittleren Dichte des Wasser-Dampf-Gemisches  $\rho_{WD}$  bestimmt. Wenn man die in Gleichung (2.20) zusammengefassten Anteile Wasser und Dampf wieder aufspaltet, erhält man

$$\beta_{WD} \rho_{WD} = \beta_W \rho_W + \beta_D \rho_D. \quad (2.25)$$

$\rho_W$  bezeichnet die Dichte von reinem Wasser und  $\rho_D$  ist die Dichte von reinem Dampf, wobei jeweils die Sättigungsdichten  $\rho_{sat,W} = \rho_{sat}$  und  $\rho_{sat,D}$  verwendet werden.

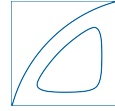
Einsetzen von  $\beta_D = \alpha$  und  $\beta_W = \beta_{WD} - \alpha$  und auflösen nach  $\alpha$  liefert

$$\alpha = \begin{cases} 0 & \rho_{WD} \geq \rho_W \\ \beta_{WD} \frac{\rho_W - \rho_{WD}}{\rho_W - \rho_D} & \rho_{WD} < \rho_W \end{cases}. \quad (2.26)$$

Die mittlere Viskosität  $\mu$  in der Zelle wird mit

$$\mu = \sum_{\Phi} \beta_{\Phi} \mu_{\Phi} = \beta_W \mu_W + \beta_D \mu_D + \beta_G \mu_G \quad (2.27)$$

berechnet. Derselbe Ansatz wird zum Beispiel in [4, 58] für ein Zwei-Phasen-Modell für Wasser und Dampf verwendet.



## 3 Numerische Modellierung

### 3.1 Finite Volumen Methode

Die Finite-Volumen-Methode auf einem kartesischen Gitter wird verwendet um die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen zu lösen. Durch Integration der in Kapitel 2 angeführten kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen (2.1) über ein finites Volumen  $\Omega_{ijk}$  und die Anwendung des Satzes von Gauß erhält man

$$\partial_t \bar{U} + \frac{1}{V_{ijk}} \oint_{\partial\Omega_{ijk}} (\mathbf{C}(U) + \mathbf{D}(U)) \cdot \mathbf{n} dS = 0. \quad (3.1)$$

Das Oberflächenintegral wird für jede Seite des kartesischen Gitters in Unterintegrale aufgespalten und numerisch gelöst. Dabei erfolgt die numerische Integration mit einer 2. Ordnung Gauß-Quadratur mit einem Integrationspunkt auf jeder Oberfläche. Der Überstrich bezeichnet eine über das finite Volumen gemittelte Größe

$$\bar{U} = \frac{1}{V_{ijk}} \int_{\Omega_{ijk}} U dV, \quad (3.2)$$

die man durch die Diskretisierung erhält. Durch Faltung mit dem top-hat-Filter

$$G = \begin{cases} \frac{1}{V_{ijk}}, & \mathbf{x} \in \Omega_{ijk} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.3)$$

erhält man ebenso

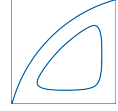
$$\bar{U} = G * U = \int_{-\infty}^{+\infty} G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') U(\mathbf{x}') d\mathbf{x}'. \quad (3.4)$$

Dadurch kann man die Diskretisierung in Finite Volumen als eine Faltung mit dem top-hat-Filter  $G$  interpretieren.

### 3.2 Implizite Large-Eddy Simulation

Die Simulationen wurden mit dem am Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungsmechanik entwickelten, impliziten LES-Solver INCA durchgeführt. Die Grundidee der Large-Eddy Simulation (LES) besteht darin, das Strömungsfeld nur bis zu einer bestimmten Skala aufzulösen und die nicht aufgelösten, feinen Strukturen zu modellieren. Die Skalentrennung zwischen den direkt berechneten Strukturen und den feinen, zu modellierenden Strukturen erfolgt durch eine Filterung. Wenn die Filterung mit dem numerischen Gitter durchgeführt wird, kann sie als eine Faltung mit dem top-hat-Filter  $G$  interpretiert werden. Durch Faltung mit dem top-hat-Filter  $G$  und anschließende Diskretisierung erhält man aus den kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen (2.1)

$$\partial_t \bar{U}_N + G * \nabla \cdot \mathbf{C}_N(\mathbf{U}_N) + \nabla \cdot \mathbf{D}_N(\bar{U}_N) = -G * \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_{SGS}. \quad (3.5)$$



Dabei bezeichnet der Indizes  $N$  die diskreten Funktionen, die man durch die Projektion der kontinuierlichen Funktionen auf das numerische Gitter erhält  $x_N = \{x_j\}$ . Die nicht aufgelösten, kleinen Skalen werden mit dem Feinstrukturspannungstensor  $\tau_{SGS}$  dargestellt

$$\tau_{SGS} = \mathbf{C}(\mathbf{U}) - \mathbf{C}_N(\mathbf{U}_N). \quad (3.6)$$

Aufgrund des Diskretisierungsverfahrens ergibt sich ein numerischer Fehler  $\varepsilon_N$ . In der Rechnung ist nur die gefilterte, diskretisierte Funktion  $\bar{\mathbf{U}}_N$  bekannt. Formal kann die Funktion  $\mathbf{U}_N$  durch Entfaltung  $\mathbf{U}_N = G^{-1}\bar{\mathbf{U}}_N$  erhalten werden. Tatsächlich kann die Entfaltung nur näherungsweise durchgeführt werden, wodurch eine Näherung  $\check{\mathbf{U}}_N = \check{G}^{-1}\bar{\mathbf{U}}_N$  erhalten wird. Durch die numerische Näherung, welche mit  $\check{\phantom{x}}$  gekennzeichnet wird, ergibt sich der Fehler

$$\varepsilon_N = G * \nabla \cdot \mathbf{C}_N(\mathbf{U}_N) - \check{G} * \check{\nabla} \cdot \check{\mathbf{C}}_N(\check{\mathbf{U}}_N) \quad (3.7)$$

und statt Gleichung (3.5) wird die modifizierte Differentialgleichung

$$\partial_t \bar{\mathbf{U}}_N + G * \nabla \cdot \mathbf{C}_N(\mathbf{U}_N) + \nabla \cdot \mathbf{D}_N(\bar{\mathbf{U}}_N) = \varepsilon_N - \check{G} * \check{\nabla} \cdot \check{\boldsymbol{\tau}}_{SGS}. \quad (3.8)$$

gelöst. Mit der numerischen Flussfunktion  $\check{\mathbf{C}}_N$  und dem numerischen Entfaltungsoperator  $\check{G}^{-1}$ , mit dem  $\check{\mathbf{U}}_N$  bestimmt wird, kann der numerische Fehler  $\varepsilon_N$  gesteuert werden.

Um die Gleichungen zu schließen, muss der Feinstrukturspannungstensor  $\tau_{SGS}$  modelliert werden. Bei der *expliziten* LES wird der Feinstrukturspannungstensor  $\tau_{SGS}$  explizit, anhand der bekannten Funktion  $\bar{\mathbf{U}}_N$ , modelliert. In dem Fall ist die numerische Lösung noch zusätzlich durch den numerischen Fehler  $\varepsilon_N$  beeinflusst. Im Gegensatz dazu wird bei der *impliziten* LES der Feinstrukturspannungstensor  $\tau_{SGS}$  implizit mit dem numerischen Fehler  $\varepsilon_N$  modelliert

$$\varepsilon_N \approx -G * \nabla \cdot \tau_{SGS}. \quad (3.9)$$

Dadurch wird bei der impliziten LES eine vollständige Kopplung zwischen Feinstrukturmodell und Numerik erzielt. Bei der adaptiven lokalen Entfaltungsmethode werden der Entfaltungsoperator  $G^{-1}$  und die numerischen Flussfunktionen  $\check{\mathbf{C}}_N$  adaptiv gesteuert und durch sie der Fehler  $\varepsilon_N$ .

### 3.3 Adaptive lokale Entfaltungsmethode - ALDM

Die adaptive lokale Entfaltungsmethode (*Adaptive Local Deconvolution Method*) [28] ist eine implizite LES Methode, bei der die numerische Diskretisierung und die Feinstrukturmodellierung direkt miteinander verknüpft werden.

Die Diskretisierung der Funktion  $\varphi(x)$  in finite Volumen kann wie eine Faltung mit einem top-hat-Filter  $G$  betrachtet werden und man erhält die zelldiskreten Mittelwerte  $\bar{\varphi}$ . Aus den diskreten Werten  $\bar{\varphi}$  wird mit ALDM der Wert  $\check{\varphi}^\mp$  an der Zellwand rekonstruiert.  $\check{\varphi}_{j+\frac{1}{2}}^-$  bezeichnet den von rechts, von der Zelle  $j+1$ , rekonstruierten Wert an der Zellwand  $j+\frac{1}{2}$  und  $\check{\varphi}_{j+\frac{1}{2}}^+$  den von links, von der Zelle  $j$ , rekonstruierten Wert.

Für die lokale Rekonstruktion mit ALDM werden Harten-Typ-Polynome  $\check{p}_{k,r}^\mp$  adaptiv mit  $\omega_{k,r}^\mp(\gamma_{kr}, \bar{\varphi})$  gewichtet

$$\check{\varphi}^\mp(x_{j\pm\frac{1}{2}}) = \sum_{k=1}^K \frac{1}{3} \sum_{r=0}^{k-1} \omega_{k,r}^\mp(\gamma_{kr}, \bar{\varphi}) \check{p}_{k,r}^\mp. \quad (3.10)$$



Dabei werden beim Harten-Typ-Polynom

$$\check{p}_{k,r}^{\mp} = \sum_{l=0}^{k-1} c_{krl}^{\mp}(x_j) \bar{\varphi}_{j-r-l} = \varphi(x_{j \pm \frac{1}{2}}) + O(\Delta x_j^k) \quad (3.11)$$

die gitterabhängigen Koeffizienten  $c_{krl}^{\mp}$  so gewählt, dass das Polynom  $\check{p}_{k,r}^{\mp}$  vom Grad  $k-1$  die Funktion  $\varphi(x_{j \pm \frac{1}{2}})$  auf Ordnung  $k$  approximiert. Der Grad der lokalen Näherungspolynome wird limitiert, da Beiträge niedriger Ordnung vom Grad  $1 \leq k \leq K = 3$  am wesentlichsten für die implizite Feinstrukturmodellierung sind.

Die adaptiven Gewichte

$$\omega_{k,r}^{\mp}(\gamma_{k,r}^{\mp}, \bar{\varphi}) = \frac{\gamma_{k,r}^{\mp} \beta_{k,r}(\bar{\varphi}, x_j)}{\sum_{s=0}^{k-1} \gamma_{k,s}^{\mp} \beta_{k,s}(\bar{\varphi}, x_j)} \quad (3.12)$$

werden mit den Parametern  $\gamma_{kr}$  aus [23] für das Feinstrukturmodell und mit der Funktion

$$\beta_{k,r}(\bar{\varphi}, x_j) = \left( \varepsilon + \sum_{l=-r}^{k-r-2} (\bar{\varphi}_{j+l+1} - \bar{\varphi}_{j+l})^2 \right)^{-2}, \quad (3.13)$$

welche ein Maß für die Glattheit von  $\bar{\varphi}$  ist, bestimmt.  $\varepsilon$  ist eine kleine Zahl, um eine Division durch Null zu vermeiden.

Der ALDM-Operator wird auf die primitiven Variablen angewandt und man erhält  $\check{\varphi}^{\mp} = \{\check{p}^{\mp}, \check{\rho}^{\mp}, \check{u}_1^{\mp}, \check{u}_2^{\mp}, \check{u}_3^{\mp}, \check{\rho}e^{\mp}\}$ .

ALDM kann vereinfacht werden zur sogenannten simplifizierten ALDM, *SALD* (*Simplified adaptive local deconvolution*) [25]. Bei SALD wird die genäherte Entfaltung nur in jene Richtungen durchgeführt, wo die Interpolation an der Zellwand erforderlich ist. Das heißt, der 3-D-ALDM-Operator wird durch einen 1-D-Schritt ersetzt und die Entfaltung wird nur in transversale Richtung der relevanten Zellwand durchgeführt. SALD wird für alle durchgeführten Rechnungen verwendet.

### 3.4 Numerische Flussfunktion

In ALDM wird sekundäre Regularisierung durch die numerische Flussfunktion erzielt. Die numerische ALDM-Flussfunktion wird nur auf die konvektiven Flüsse  $C$  und die Druck-Spannungsterme angewandt. Viskose Flüsse werden mit einem zentralen Schema 2. Ordnung genähert.

Die numerische Flussfunktion setzt sich aus dem physikalischen Navier-Stokes-Fluss und dem Regularisierungsterm zusammen zu

$$\check{C}_{j \pm \frac{1}{2}} = C \left( \frac{\check{\varphi}_{j \pm \frac{1}{2}}^+ + \check{\varphi}_{j \pm \frac{1}{2}}^-}{2} \right) - R(\sigma, \check{\varphi}^{\pm}, \bar{\varphi})(\check{\varphi}_{j \pm \frac{1}{2}}^+ - \check{\varphi}_{j \pm \frac{1}{2}}^-). \quad (3.14)$$

Der physikalische Navier-Stokes-Fluss wird mit dem arithmetischen Mittelwert der von links und von rechts rekonstruierten Werte berechnet. Die Regularisierung wird auf die Differenz



## 3 Numerische Modellierung

der beiden rekonstruierten Größen  $(\check{\varphi}_{i\pm\frac{1}{2}}^+ - \check{\varphi}_{i\pm\frac{1}{2}}^-)$ , welche ein Maß für den lokalen Rekonstruktionsfehler ist, angewandt. Die Dissipationsmatrix  $R$  wird später im Detail beschrieben.

Durch die thermodynamische Modellierung, siehe Abschnitt 2.2, entfällt die Energiegleichung und es werden nur die Massen- und Impulsflüsse betrachtet. Die konvektiven Flüsse können für ein barotropes Fluid als

$$C_i(U) = u_i \rho (1, u_1, u_2, u_3) \quad (3.15)$$

geschrieben werden. Der numerische Fluss soll diese Eigenschaften auch erfüllen und wird mit

$$\check{C}_i(\check{U}) = \check{C}_i^\rho \left( 1, \frac{\check{u}_1^+ + \check{u}_1^-}{2}, \frac{\check{u}_2^+ + \check{u}_2^-}{2}, \frac{\check{u}_3^+ + \check{u}_3^-}{2} \right). \quad (3.16)$$

angesetzt.  $\check{C}_i^\rho$  ist der numerische Massedichtefluss, der in SALD\_cav aufgrund der großen Dichteunterschiede von Dampf und Wasser angepasst werden muss, um numerische Stabilität zu erreichen. SALD\_cav bezeichnet das für kavitierende Strömungen adaptierte SALD-Schema. Je nach verwendetem Schema wird der Massedichtefluss unterschiedlich berechnet

$$\check{C}_i^\rho = \begin{cases} \check{u}_i^C \frac{\check{\rho}^+ + \check{\rho}^-}{2} - R_i^\rho (\check{\rho}^+ - \check{\rho}^-) & \text{SALD} \\ \check{u}_i^C \rho^* - R_i^\rho (\check{\rho}^+ - \check{\rho}^-) & \text{SALD\_cav\_1} \\ \check{u}_i^C \rho^* - R_i^\rho_{f_s=0} (\check{\rho}^+ - \check{\rho}^-) & \text{SALD\_cav\_2} \end{cases} \quad (3.17)$$

$\rho^*$  bezeichnet die rekonstruierte Dichte an der Zellwand, welche in SALD\_cav\_1 mit einem Upwind-Schema und in SALD\_cav\_2 mit dem Van-Albada-Limiter 2. Ordnung [2] bestimmt wird, worauf im Folgenden noch genauer eingegangen wird. Des Weiteren wird in SALD\_cav\_2 eine etwas andere Regularisierung verwendet, bei der der zweite Term der Dissipationsmatrix nicht berücksichtigt wird.

Der numerische Fluss für den Impuls

$$\check{C}_i^{\rho u_k} = \check{C}_i^\rho \frac{\check{u}_k^+ + \check{u}_k^-}{2} + \delta_{ik} p^* + R_i^{\rho u_k} \frac{\check{\rho}^+ + \check{\rho}^-}{2} (\check{u}_k^+ - \check{u}_k^-) \quad (3.18)$$

setzt sich zusammen aus dem physikalischen Navier-Stokes-Fluss wie in Gleichung (3.16), dem Regularisierungsterm und den Druck-Spannungsterm, bei dem für den Druck an der Zellwand

$$p^* = \frac{\check{p}^- + \check{p}^+}{2} \quad (3.19)$$

der arithmetischen Mittelwert des von links und von rechts rekonstruierten Drucks verwendet wird.

In dem implementierten thermodynamischen Modell wird der Massenanteil Gas als Skalar transportiert und die numerische Flussfunktion für den Skalar lautet

$$\check{C}_i^\xi = \check{u}_i^C \rho^* \xi_G^*. \quad (3.20)$$

$\xi_G^*$  ist der an der Zellwand rekonstruierte Massenanteil Gas, welcher mit dem selben Schema wie die Dichte  $\rho^*$  bestimmt wird. In Kapitel 4 werden verschiedene Rekonstruktionsschemata für die Dichte und den Skalar getestet. Wie in Gleichung (3.20) ersichtlich, entfällt beim Skalartransport der Regularisierungsterm.



Für die Bestimmung der Konvektionsgeschwindigkeit  $\check{u}_i^C$  wurde der HLLC-Riemann-Löser [20] in modifizierte Form [16]

$$\check{u}_i^C = \frac{\check{u}_i^+ + \check{u}_i^-}{2} - \frac{\check{p}^+ - \check{p}^-}{\check{\rho}^+(S_R - \check{u}_i^+) - \check{\rho}^-(S_L - \check{u}_i^-)} \quad (3.21)$$

verwendet. Dabei bezeichnen  $S_R$  und  $S_L$  die schnellsten rechts und links laufenden Wellengeschwindigkeiten, welche mit

$$S_R = \max(\check{u}_i^+, \check{u}_i^-) + c_{num} \quad (3.22)$$

$$S_L = \min(\check{u}_i^+, \check{u}_i^-) - c_{num} \quad (3.23)$$

berechnet werden. Die numerische Schallgeschwindigkeit  $c_{num}$  wird durch lineare Interpolation mit den Volumenanteilen Wasser und Gas definiert als

$$c_{num} = \beta_G c_G + (1 - \beta_G) c_W \quad (3.24)$$

und wirkt sich auf die numerische Dissipation aus. Eine Überschätzung der numerischen Schallgeschwindigkeit stabilisiert das Schema, während eine Unterschätzung dieses destabilisiert [46]. Mit dem verwendeten Ansatz wird die numerische Schallgeschwindigkeit höher als die physikalische angenommen, da weder der Dampfanteil noch die Auswirkung des Zwei-Phasen-Gebietes Wasser-Dampf auf die Schallgeschwindigkeit berücksichtigt werden.

Die Dissipationsmatrix  $R$  wird definiert als

$$R_i = \begin{bmatrix} \sigma^\rho |\check{u}_i^+ - \check{u}_i^-| \\ \sigma^{\rho u} |\check{u}_1^+ - \check{u}_1^-| \\ \sigma^{\rho u} |\check{u}_2^+ - \check{u}_2^-| \\ \sigma^{\rho u} |\check{u}_3^+ - \check{u}_3^-| \end{bmatrix} + f_S \frac{|\check{u}_i^C| + |\check{u}_i^+ - \check{u}_i^-|}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

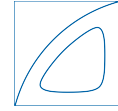
mit den Parameter  $\{\sigma\}$  aus [27] für die Feinstrukturmodellierung. Der zweite Teil des Regularisierungsterms erzeugt zusätzliche Dissipation an Diskontinuitäten um eine höhere numerische Stabilität zu erreichen und wird mit dem Schocksensor

$$f_S = \begin{cases} 1, & \frac{\text{div}(u)}{\text{div}(u) + \text{rot}(u)} \geq 0.95 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.26)$$

aktiviert. Bei der Dichteregularisierung in SALD\_cav\_2 wird dieser zweite Teil des Regularisierungsterms nicht verwendet.

### 3.5 Zeitintegration

Für die Zeitintegration wird die 3. Ordnung Runge-Kutta Methode von Gottlieb und Shu [19] verwendet. Während der Simulationen wird der Zeitschritt dynamisch verändert um CFL=0.9 zu gewährleisten.



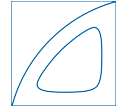
## 4 Massen- und Skalartransport für kavitierende Strömungen

In dem implementierten thermodynamischen Modell wird der Massenanteil Gas als Skalar in einer kavitierenden Strömung transportiert. Aufgrund der in kavitierenden Strömungen auftretenden großen Dichtegradienten wird in dem für kavitierende Strömungen adaptierten SALD-Schema, SALD\_cav, die Dichte mit einem Upwind-Schema 1. oder 2. Ordnung rekonstruiert. Alle anderen Größen werden mit dem SALD-Schema bestimmt. Der Massenanteil Gas  $\xi_G$  wird mit demselben Upwind-Schema wie die Dichte  $\rho$  transportiert. An den Skalartransport des Massenanteiles Gas  $\xi_G$  werden bestimmte Anforderungen gestellt. Die wichtigste ist die **Einhaltung der skalaren Grenzen**, da der Massenanteil Gas in die thermodynamische Zustandsgleichung eingeht und unphysikalisches Limitieren zu vermeiden ist. Weitere Anforderungen sind eine **geringe numerische Diffusion** und **Stabilität bei großen Dichte- und Druckgradienten**, welche in kavitierender Strömung auftreten. Um die angeführten Kriterien bestmöglich zu erfüllen, werden nachfolgend verschiedene Schemata für die Rekonstruktion der Dichte  $\rho$  und des Skalares  $c$  untersucht. In Kombination mit dem thermodynamischen Modell entspricht der Massenanteil Gas  $\xi_G$  dem Skalar  $c$ .

Die beiden Anforderungen *geringe numerische Diffusion* und *Einhaltung der skalaren Grenzen* widersprechen einander. Verfahren höherer Ordnung weisen eine geringe numerische Diffusion auf, führen aber in der Nähe von Gradienten zu Oszillationen und halten damit die Grenzen nicht ein. Godunov's Theorem besagt, dass Schemata, die keine neuen Extrema generieren (monotone Schemata), zumeist erster Ordnung genau sind [18]. Verfahren erster Ordnung halten die Grenzen ein, haben aber eine große numerische Diffusion. Eine Möglichkeit diesen Widerspruch zu lösen sind *Limitier*. Limiter können als Flusslimiter (*Fluxlimiter*) oder als Steigungslimiter (*Slopelimiter*) umgesetzt werden. Allgemein formuliert schalten Limiter zwischen einem Verfahren hoher Ordnung und einem Verfahren niedriger Ordnung je nach Glattheit der Lösung um. Die Funktionsweise von Steigungs-Limiter und die verwendeten Limiter werden weiter unten beschreiben. Weitere Möglichkeiten Godunov's Theorem zu umgehen sind neuere Verfahren höherer Ordnung sowie das WENO-Schema oder Fluss-Korrektur-Methoden.

### 4.1 Allgemeine Lösungsansätze für den Massen- und Skalartransport

Herrmann et al. [22] entwickelten eine Fluss-Korrektur-Methode für das QUICK-Schema von Leonard [38], das BQUICK – Bounded QUICK. Das QUICK-Schema (*Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics*) von Leonard [38] hat eine geringe numerische Diffusion, hält aber die skalaren Grenzen nicht ein. BQUICK ist eine Art Prädiktor-Korrektor-Verfahren, bei dem zuerst alle Werte mit dem QUICK-Schema berechnet werden. Anschließend werden jene Werte, die die skalaren Grenzen über- oder unterschreiten, erneut mit dem Upwind-Verfahren bestimmt. BQUICK liefert eine hohe räumliche Genauigkeit und eine geringe numerische Diffusion. Herrmann et al. erzielen mit BQUICK besser Ergebnisse



als mit WENO-3 in Bezug auf räumliche Genauigkeit und numerische Diffusion [22]. Das BQUICK-Schema wird im Rahmen der Arbeit nicht getestet, da es sehr kompliziert in den verwendeten Code INCA zu implementieren ist und in der Anwendung berechnungstechnisch aufwendig ist.

Petti et al. [43] schlagen eine Finite-Volumen-Methode basierend auf WENO (*weighted essential non-oscillatory*) und WAF (*weighted average flux*) vor. Die Werte an den Zellwänden werden durch eine 5. Ordnung WENO-Rekonstruktion ermittelt und der Fluss wird mit der WAF-Methode bestimmt. Für 1-D und 2-D Advektions-Tests wurden gute Ergebnisse erzielt. Im Rahmen der Arbeit wird eine WENO-5-Rekonstruktion in Kombination mit dem HLLC-Riemann-Löser getestet und es werden mit [43] vergleichbare Ergebnisse produziert.

Jiang und Shu [33] erzielen für den 1-D Skalartransport mit ENO- und WENO-Schemata bei einer niedrigen Courant-Zahl (CFL=0.4) gute Ergebnisse.

## 4.2 Steigungs-Limiter

Zwei der untersuchten Schemata verwenden *Steigungs-Limiter*. Für die Theorie von Limiter wird auf [54] verwiesen. Durch Steigungs-Limiter wird der rekonstruierte Wert in Abhängigkeit der Steigungen in der Umgebung beschränkt. Für eine Konvektionsgeschwindigkeit in positive Richtung  $u^c > 0$  lautet die Rekonstruktion des Wertes an der linken Zellwand

$$\check{\varphi}_{j-\frac{1}{2}} = \varphi_{j-1} + \frac{1}{2} \text{Lim}(r_{j-\frac{1}{2}})(\varphi_j - \varphi_{j-1}). \quad (4.1)$$

Der Limiter  $\text{Lim}$  ist eine Funktion von  $r$ , dem Verhältnis der Aufwind-Differenz zur lokalen Differenz. Für  $u^c > 0$  ist  $r$  an der linken Zellwand:

$$r_{j-\frac{1}{2}} = \frac{\varphi_{j-1} - \varphi_{j-2}}{\varphi_j - \varphi_{j-1}} \quad (4.2)$$

Bei starken Gradienten und gegenläufigen Steigungen  $r \leq 0$  wird  $\text{Lim} = 0$  und der Wert  $\check{\varphi}$  wird mit einem Upwind-Schema 1. Ordnung rekonstruiert. Steigungs-Limiter können *total variation diminishing* (TVD) sein, was bedeutet, dass die totale Variation der Lösung nicht zunimmt [54]. TVD ist eine Eigenschaft, bei der keine Oszillationen in der Nähe von Gradienten auftreten. In Abbildung 4.1 ist ein Sweby-Diagramm [52] der verwendeten Limiter dargestellt. Der Limiter ist 2. Ordnung TVD, wenn er im Sweby-Diagramm innerhalb des schwarz umrandeten Bereiches liegt [52]. Beide verwendeten Limiter sind 2. Ordnung TVD, wobei zu beachten ist, dass die theoretischen Grundlagen von TVD Methoden nur für skalare 1-D Probleme gültig sind [54]. Die Erfahrung hat gezeigt, dass diese 1-D skalare Theorie gut als Richtlinie, für die 3-D Erweiterung verwendet werden kann [54].



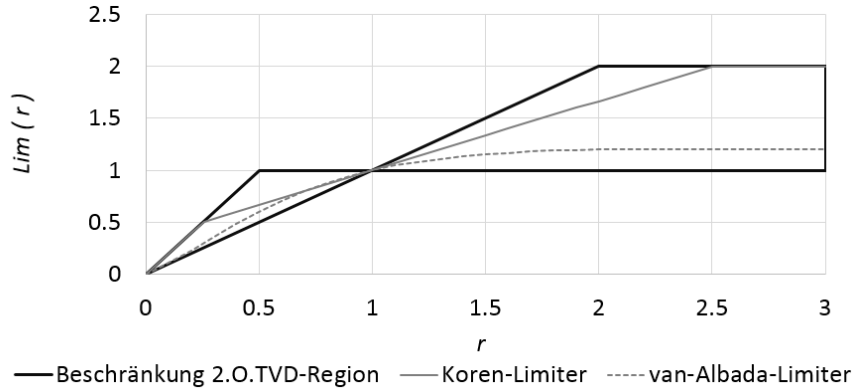
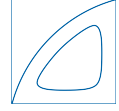


Abbildung 4.1: Sweby-Diagramm [52] der verwendeten Limiter.

### 4.3 Verwendete Schemata

Nachfolgend werden die verwendeten Schemata im Detail erläutert. Die Variable  $\varphi$  ist  $\varphi = \{\rho, c\}$ , da nur die Dichte  $\rho$  und der Skalar  $c$  mit dem unten angeführten Schema bestimmt werden. Es wird nur die Rekonstruktion für  $\check{\varphi}_{j-\frac{1}{2}}$  angeschrieben und eine positive Konvektionsgeschwindigkeit  $u^c > 0$  angenommen.

- *Upwind*

Das Upwind-Schema 1. Ordnung lautet:

$$\check{\varphi}_{j-\frac{1}{2}} = \varphi_{j-1} \quad (4.3)$$

Ergebnisse mit dem Upwind-Schema für den Skalar und die Dichte und dem SALD-Schema für die anderen Variablen werden mit *Sald\_cav\_1* bezeichnet.

- *QUICK*

Das QUICK Schema [38] wird in der Finite-Volumen Anwendung folgendermaßen angeschrieben:

$$\check{\varphi}_{j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}\varphi_j + \frac{5}{6}\varphi_{j-1} - \frac{1}{6}\varphi_{j-2} \quad (4.4)$$

Die Ergebnisse werden mit *Sald\_cav\_QUICK* bezeichnet.

- *Van-Albada-Limiter*

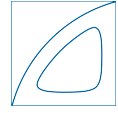
Der Van-Albada-Limiter [2] ist symmetrisch und 2. Ordnung TVD.

$$Lim(r) = \max\left(0, \frac{r + r^2}{1 + r^2}\right) \quad (4.5)$$

Im Code wurde der Limiter wie folgt umgesetzt:

$$\check{\varphi}_{j-\frac{1}{2}} = \varphi_{j-1} + \frac{1}{2}(\varphi_j - \varphi_{j-2}) \frac{\max((\varphi_{j-1} - \varphi_{j-2})(\varphi_j - \varphi_{j-1}), 0)}{((\varphi_{j-1} - \varphi_{j-2})^2 + (\varphi_j - \varphi_{j-1})^2 + \varepsilon)} \quad (4.6)$$

$\varepsilon$  ist ein sehr kleiner Wert, um eine Division durch null zu vermeiden. Die Ergebnisse werden mit *Sald\_cav\_2* bezeichnet, da der Van-Albada-Limiter 2. Ordnung ist.



- *Koren-Limiter*

Der Koren-Limiter [35] ist für glatte Funktionen  $r \in [\frac{2}{5}; 4]$  3. Ordnung genau [7].

$$Lim(r) = \max \left[ 0, \min \left( 2r, \frac{1+2r}{3}, 2 \right) \right] \quad (4.7)$$

Der Limiter wurde wie folgt im Code implementiert:

$$\check{\varphi}_{j-\frac{1}{2}} = \varphi_{j-1} + \frac{1}{2} Lim(\varphi_j - \varphi_{j-1}) \quad (4.8)$$

Die Ergebnisse werden mit *Sald\_cav\_Koren* bezeichnet.

- *WENO5-HLLC*

Die Werte an der Zellwand werden mit einem WENO-5-Schema [33] rekonstruiert und der Fluss wird mit dem HLLC-Löser berechnet. Die Ergebnisse werden mit *Sald\_cav\_WH* bezeichnet.

- *SALD*

Der Skalar wird wie die anderen Größen mit dem SALD-Schema rekonstruiert und transportiert. Für den Skalar wird keine Regularisierung  $R$  verwendet. Die genaue Beschreibung des SALD-Schemas befindet sich in Kapitel 3.

Die Ergebnisse werden mit *Sald* bezeichnet.

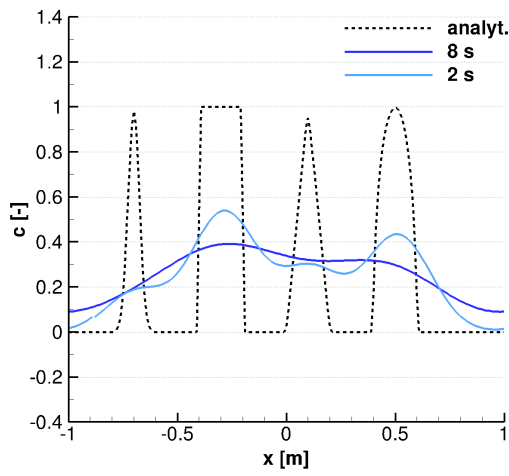
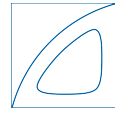
## 4.4 Evaluation der Skalartransportmodelle

Mit verschiedenen numerischen Tests werden die Schemata auf die gestellten Anforderungen getestet. Bei allen durchgeführten Testfällen wird als Fluid Wasser verwendet. Mit Ausnahme der Schocktests wird der Druck  $p$  überall mit  $p = 1 \text{ bar}$  gewählt. Für die Zeitintegration wird ein Runge-Kutta-Verfahren 3. Ordnung verwendet und eine CFL-Zahl von 0.9 vorgegeben.

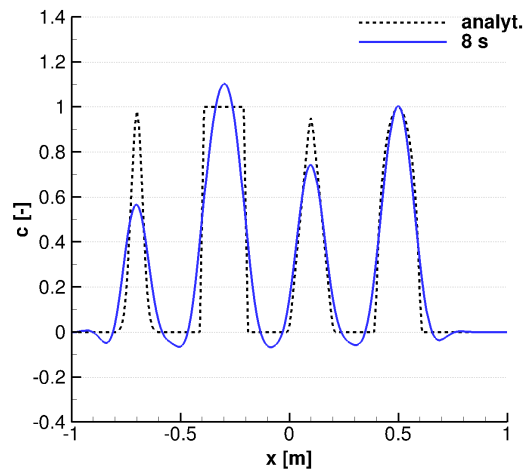
### 4.4.1 1-D Advektionstest

Der 1-D Advektionstest nach Jiang und Shu [33] wird durchgeführt. Die Anfangsverteilung des Skalars besteht aus einer Gauß-Kurve, einer Rechteck-Kurve, einer Dreiecks-Kurve und einer Halbellipse. Die Domain geht von  $-1 \text{ m}$  bis  $+1 \text{ m}$  und wird mit 200 äquidistanten Zellen diskretisiert. Ein einheitliches Geschwindigkeitsfeld von  $1 \text{ m/s}$  in positive  $x$ -Richtung und periodische Randbedingungen werden vorgegeben. Damit das initiale Profil wieder an die Ausgangsposition zurückkehrt, werden  $2 \text{ s}$  benötigt. Die gesamte Simulationszeit ist  $8 \text{ s}$ . Der selbe Test wurde in [22] mit QUICK, BQUICK und WENO3 durchgeführt und in [33] mit verschiedenen ENO- und WENO-Schemata.

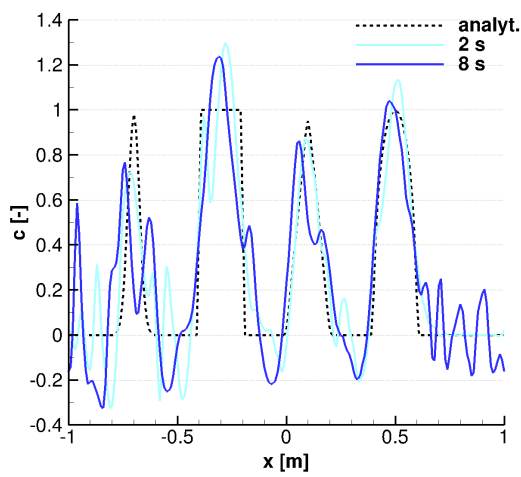
Die Ergebnisse der untersuchten Schemata sind in Abbildung 4.2 dargestellt. Die beiden Schemata *Sald\_cav\_QUICK* und *Sald* sind nicht für den Skalartransport geeignet, da sie die skalaren Grenzen nicht einhalten. Das SALD-Schema führt zu Oszillationen bei Gradienten. Das QUICK-Schema hat eine geringe numerische Diffusion, verletzt aber die gegebenen Grenzen. Die Ergebnisse mit dem QUICK-Schema sind identisch mit jenen von Hermann et al. [22]. *Sald\_cav\_1* ist so stark diffusiv, dass die initiale Verteilung nach kurzer Zeit nicht mehr erkennbar ist, und erfüllt damit nicht die Anforderung nach geringer numerischer Diffusion. Die beiden Kriterien *Einhaltung der skalaren Grenzen* und *Geringe numerische Diffusion* werden nur von den drei Schemata *Sald\_cav\_2*, *Sald\_cav\_Koren* und *Sald\_cav\_WH* erfüllt.



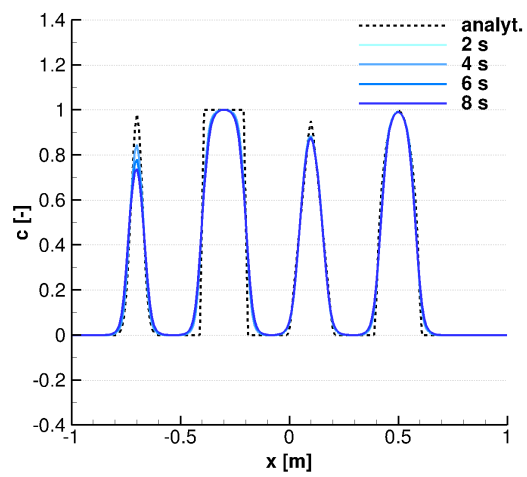
(a) Sald\_cav\_1



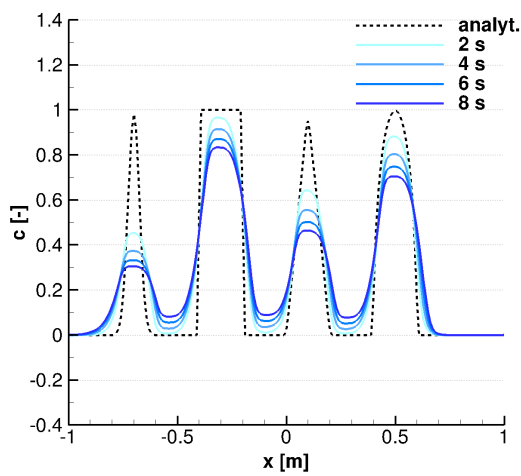
(b) Sald\_cav\_QUICK



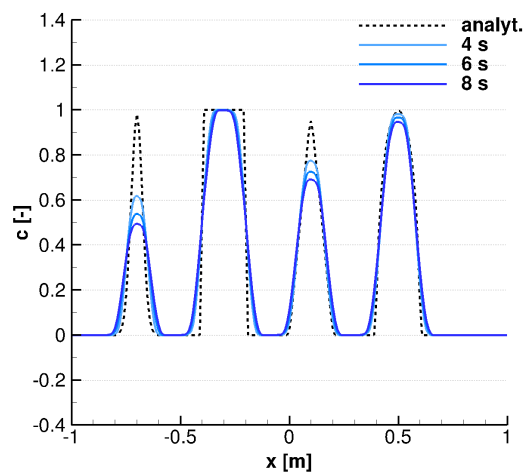
(c) Sald



(d) Sald\_cav\_WH



(e) Sald\_cav\_2



(f) Sald\_cav\_Koren

Abbildung 4.2: Ergebnisse des 1-D Advektionstest.

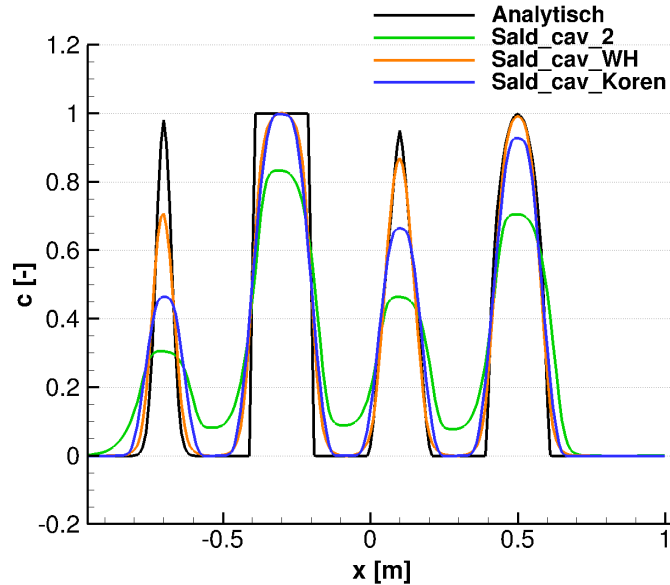
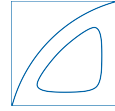


Abbildung 4.3: Ergebnisse ausgewählter Schemata 1-D Advektionstest,  $t = 8 \text{ s}$ .

Für eine bessere Vergleichbarkeit sind diese drei Schemata nochmals in Abbildung 4.3 dargestellt. Mit Sald\_cav\_WH werden spitze Verteilungen, wie die Gaußkurve und die Dreieckskurve, am besten erhalten. Bei der Rechteckfunktion sind die Ergebnisse von Sald\_cav\_WH und Sald\_cav\_Koren sehr ähnlich. Sald\_cav\_2 hat von diesen drei Schemata die größte numerische Diffusion. Die weiteren Tests werden nur noch für Sald\_cav\_2, Sald\_cav\_Koren und Sald\_cav\_WH sowie Sald\_cav\_1, als Referenz für extrem starke numerische Diffusion, durchgeführt.

#### 4.4.2 1-D Schocktests

Um die Stabilität des numerischen Schemas bei großen Druck- und Dichtegradienten zu prüfen, werden zwei 1-D Schocktests durchgeführt. Die Domain geht von  $-600 \text{ m}$  bis  $+600 \text{ m}$  und in dem relevanten Bereich von  $-1 \text{ m}$  bis  $+3 \text{ m}$  ist die Gitterweite  $\Delta x = 0.01 \text{ m}$ . In den Außenbereichen wird das Gitter mit einer hyperbolischen Streckung zunehmend größer. Ein initialer Drucksprung bei  $x = 0$  wird vorgegeben,  $x < 0 : p_L = 100 \text{ bar}$  und  $x > 0 : p_R = p_L/1000 = 0.1 \text{ bar}$ . Die initiale Geschwindigkeit in der gesamten Domain ist null. Die beiden Schocktests unterscheiden sich in der initialen Verteilung  $c_0$  des Skalars.

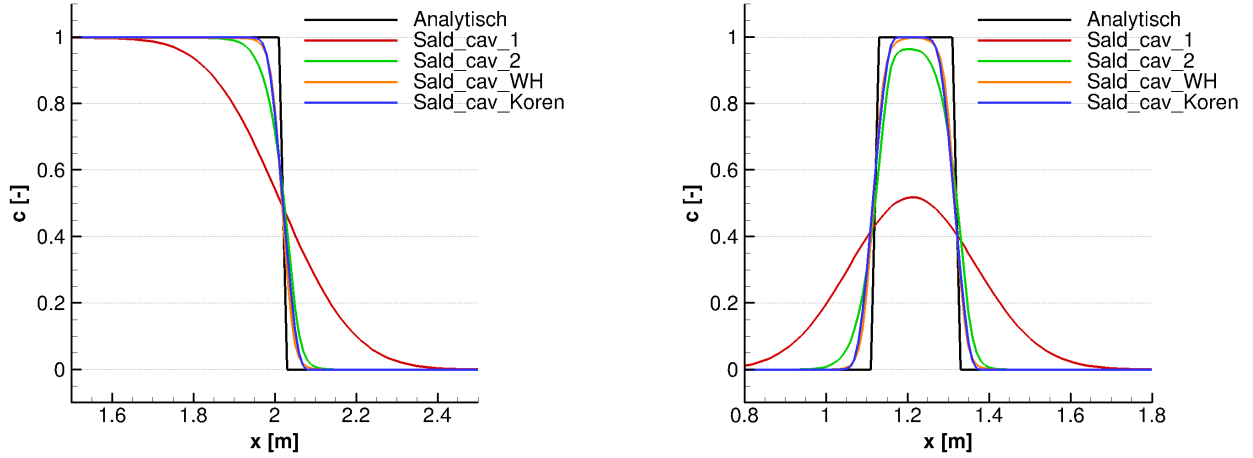
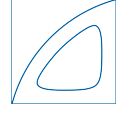
Schocktest 1:

$$c_0(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

Schocktest 2:

$$c_0(x) = \begin{cases} 1 & -0.9 \leq x \leq -0.7 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.10)$$

Die Ergebnisse der beiden Schocktests werden in Abbildung 4.4 (a) und 4.4 (b) dargestellt. Keines der numerischen Schemata hat ein Problem mit den vorliegenden Druck- und Dichtegradienten. In Bezug auf die numerische Diffusion sind die Ergebnisse identisch zu dem 1-D



(a) Schocktest 1

(b) Schocktest 2

 Abbildung 4.4: Ergebnisse der Schocktests,  $t = 0.6s$ .

Advektionstest. Sald\_cav\_2 ist diffusiver als Sald\_cav\_WH und Sald\_cav\_Koren, aber deutlich weniger diffusiv als Sald\_cav\_1. In Abbildung 4.4(b) ist bei Sald\_cav\_2 eine Asymmetrie in der Verteilung zu erkennen. Diese ist auch bei den Ergebnissen des 1-D Advektionstests und der 2-D Advektionstests zu sehen. Bei Sald\_cav\_2 wird der negative Gradient stärker abgeflacht. Dieser Effekt ist auch in [54] bei numerischen Tests mit dem Van-Albada-Limiter zu sehen.

### 4.4.3 2-D Advektionstests

Zwei verschiedene 2-D Advektionstests werden durchgeführt, ein Test nach Komatsu et al. [34] und ein neu generierter Test mit scharfen Gradienten und einer  $30^\circ$ -Anströmung.

#### 4.4.3.1 2-D Advektionstest nach Komatsu et al.

Der 2-D Advektionstest wurde von Komatsu et al. [34] vorgeschlagen und wurde unter anderem von ihm, von Ahmad und Kothiyari [1] sowie von Petti et al. [43] durchgeführt. Die Domain ist in  $x$  und in  $y$  von 0 bis 9000 m und mit 180 äquidistanten Zellen in jede Richtung. Wie in [34] wird ein einheitliches Strömungsfeld mit  $u = v = 0.5 m/s$  und periodische Randbedingungen vorgegeben. Die initiale Verteilung des Skalars ist durch lineare Superposition zweier Gauß-Kurven gegeben mit

$$c_0(x, y) = c_1 e^{-\left(\frac{(x-x_1)^2}{2\sigma^2} + \frac{(y-y_1)^2}{2\sigma^2}\right)} + c_2 e^{-\left(\frac{(x-x_2)^2}{2\sigma^2} + \frac{(y-y_2)^2}{2\sigma^2}\right)}. \quad (4.11)$$

Die erste Gauß-Kurve hat ihren Mittelpunkt bei  $x_1 = y_1 = 1400 m$  mit dem Spitzenwert von  $c_1 = 10.0$  und die zweite hat ihren Mittelpunkt in  $x_2 = y_2 = 2400 m$  mit dem Spitzenwert  $c_2 = 6.5$ . Beide Kurven haben eine Standardabweichung von  $\sigma = 264 m$ . Die Simulationszeit beträgt 9600 s.

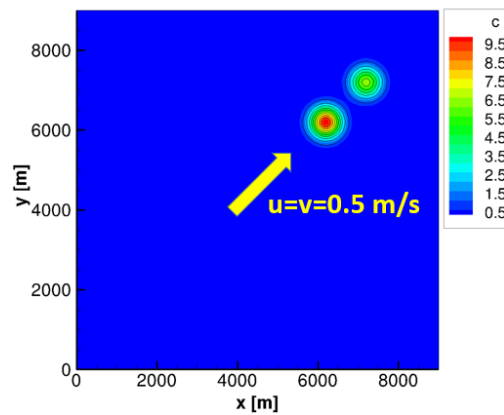
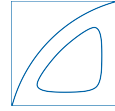


Abbildung 4.5: Übersicht Simulationsdomain und analytische Lösung des 2-D Advektionstest bei  $t = 9600$  s.

Eine Übersicht der Simulationsdomain wird in Abbildung 4.5 dargestellt. Die Ergebnisse der einzelnen Schemata und die analytische Lösung sind in Abbildung 4.6 gegenübergestellt. Sald\_cav\_2 ist von den drei Schemata am stärksten diffusiv, wobei die numerische Diffusion in Richtung der Anströmung geringsten ist. Für eine bessere quantitative Vergleichbarkeit sind die Verteilungen des Skalars auf einem  $45^\circ$ -Schnitt, welcher auf die  $x$ -Achse projiziert ist, in Abbildung 4.7 visualisiert. Mit Sald\_cav\_WH wird ein Ergebnis erzielt, welches sehr gut mit der analytischen Lösung übereinstimmt.

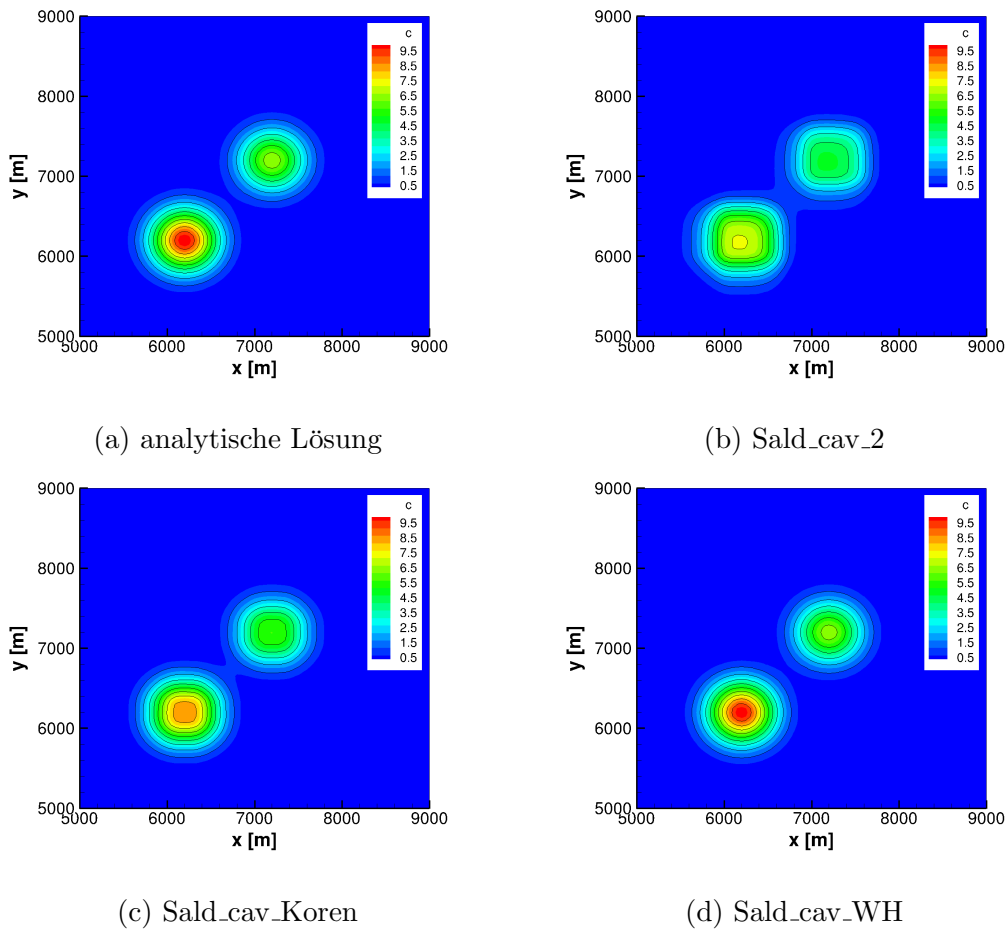
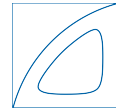


Abbildung 4.6: Ergebnisse des 2-D Advektionstest im Vergleich,  $t = 9600 \text{ s}$ .

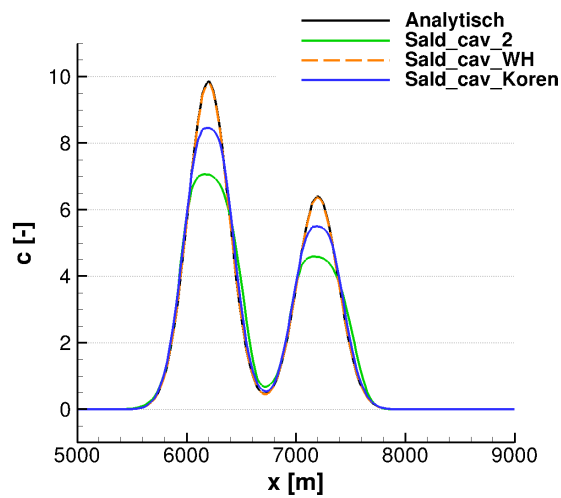
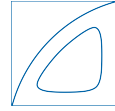


Abbildung 4.7: Ergebnisse 2-D Advektionstest - Verteilung des Skalars auf einem  $45^\circ$ -Schnitt bei  $t = 9600 \text{ s}$ .



#### 4.4.3.2 30°-Test

Der zweite 2-D Test ist ein neu generierter Test mit einer Anströmung im Winkel von 30° und einer zylinderförmigen Initialverteilung des Skalars. Mit der 30°-Anströmung soll getestet werden, ob auch ein Transport, der nicht diagonal zu den kartesischen Zellwänden ist, einwandfrei funktioniert. Die zylinderförmige Verteilung mit den starken Gradienten wird gewählt, da in der Anwendung mit dem thermodynamischen Modell ebenfalls starke Gradienten in der Skalar-Verteilung auftreten. Die Domain ist in  $x$  und in  $y$ -Richtung von  $-10\text{ m}$  bis  $+10\text{ m}$  mit  $200 \times 200$  äquidistante Zellen und periodische Randbedingungen. Die Anströmung wird wie folgt vorgegeben:  $u = u_{ges} \cdot \cos(30^\circ)$ ,  $v = u_{ges} \cdot \sin(30^\circ)$ , mit  $u_{ges} = 4\text{ m/s}$ . Die Anfangsverteilung des Skalars ist ein Zylinder mit Mittelpunkt in  $x_1 = -7\text{ m}$  und  $y_1 = -5\text{ m}$ , einem Radius von  $r = 1\text{ m}$  und einer Höhe von 1.

$$c_0(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{für } \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} < 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.12)$$

Die Simulationszeit beträgt  $12\text{ s}$ . In Abbildung 4.8 wird die initiale Verteilung des Skalars und die Trajektorie dargestellt.

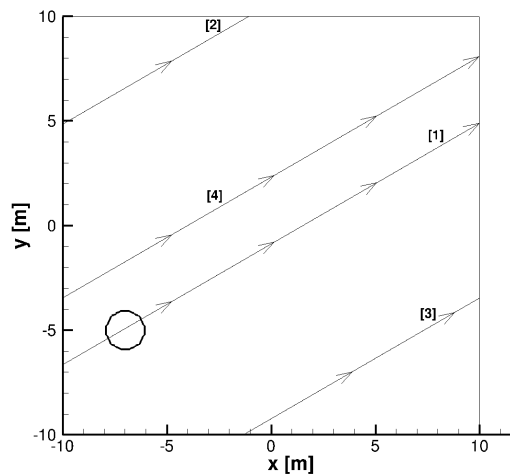


Abbildung 4.8: Initiale Verteilung des Skalars und Trajektorie des 30°-Test.

Die Ergebnisse des 30°-Tests sind in Abbildung 4.9 und Abbildung 4.10 visualisiert. Die Verteilung des Skalars ist bei den Ergebnissen mit `Sald_cav_Koren` näher an der Kreisform, als bei den Ergebnissen des `WENO5-HLLC`-Schemas. Die Ergebnisse mit `Sald_cav_WH` deuten darauf hin, dass bei `WENO5-HLLC` der Transport senkrecht zu den Zellwänden größer ist als in die anderen Richtungen. `Sald_cav_2` führt zu einer unterschiedlich starken Diffusion in die einzelnen Richtungen, wie es auch bei den Ergebnissen des 2-D Advektionstests nach Komatsu et al. [34] zu erkennen ist. Wie auch bei den 1-D Testfällen kann man bei `Sald_cav_2` eine starke Asymmetrie in der Verteilung des Skalars sehen. In Richtung der Anströmung ist die numerische Diffusion am geringsten. Die Verteilung des Skalars wirkt wie durch eine Gerade, welche mit der  $x$ -Achse  $135^\circ$  einschließt, beschränkt.



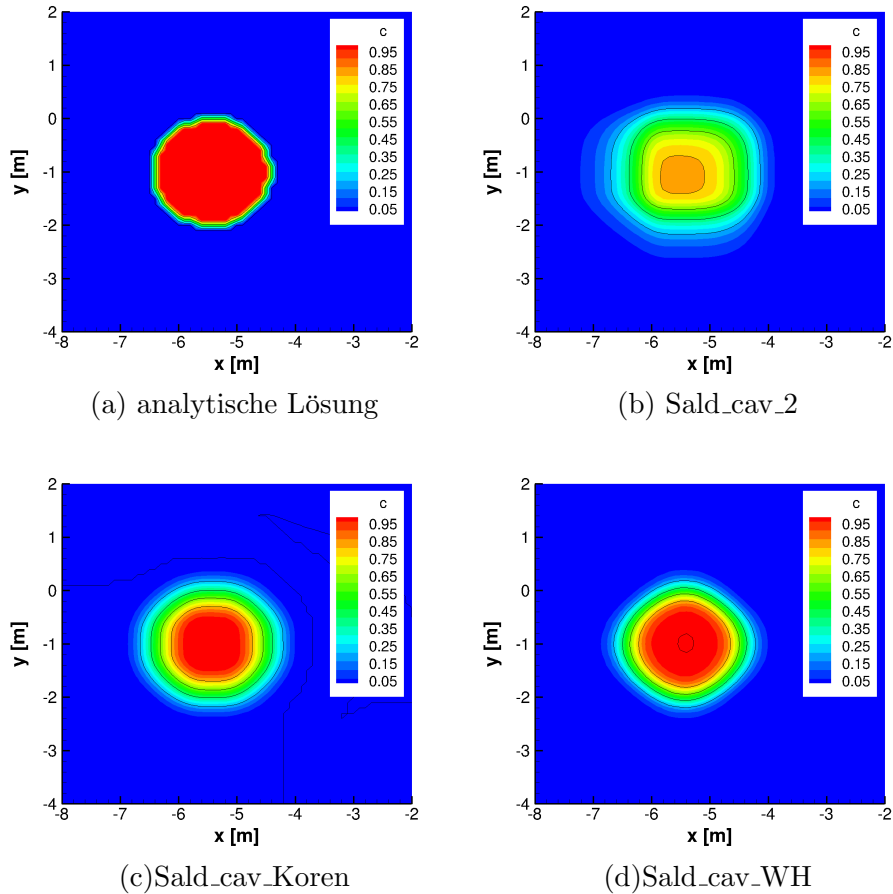
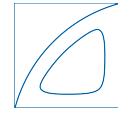
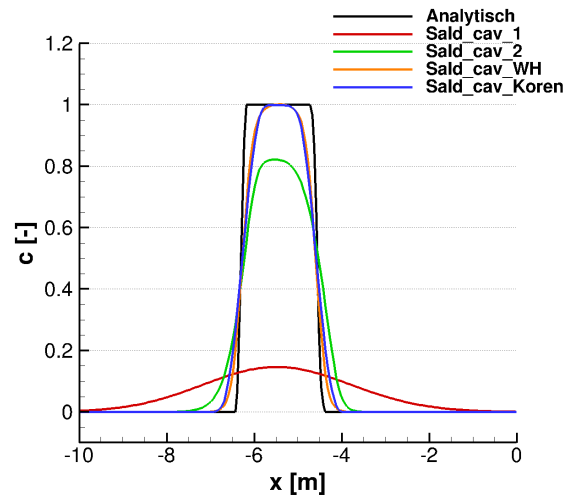
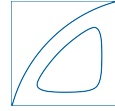
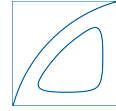


Abbildung 4.9: Ergebnisse des 30°-Test im Vergleich,  $t = 12 \text{ s}$ .

In Abbildung 4.10 ist die Verteilung des Skalars bei den unterschiedlichen Schemata auf einem 30°-Schnitt durch die Domain zu sehen. Wie auch in Abbildung 4.9 zu erkennen ist, produzieren Sald\_cav\_WH und Sald\_cav\_Koren deutlich bessere Ergebnisse als Sald\_cav\_2. Bei Sprungfunktionen, wie der Rechteckfunktion im 1-D Advektionstest und der vorliegenden Funktion, erzielen Sald\_cav\_WH und Sald\_cav\_Koren ähnliche Ergebnisse.

Abbildung 4.10: Verteilung des Skalars auf einem  $30^\circ$  Schnitt,  $t = 12$  s.

Zusammenfassend erfüllen die drei Schemata `Sald_cav_2`, `Sald_cav_WH` und `Sald_cav_Koren` die gestellten Anforderungen: Einhaltung der skalaren Grenzen, geringe numerische Diffusion und Stabilität bei großen Dichte- und Druckgradienten. Mit `Sald_cav_WH` wird bei allen durchgeführten Tests das Ergebnis mit der geringsten Abweichung zur analytischen Lösung erzielt. `Sald_cav_2` war jeweils am stärksten diffusiv. Um die Kompatibilität des Skalartransportes mit dem thermodynamischen Modell zu testen, werden 2-D Simulationen eines konkreten Anwendungsfalles mit diesen drei Schemata durchgeführt. Die 2-D Simulationen sind in Abschnitt 6.2 beschrieben.



## 5 Experimentelle Untersuchung aus der Literatur

Zur Validierung des implementierten Modells wurde die Arbeit von Sou et al. *Effects of cavitation in a nozzle on liquid jet atomization* [50] ausgewählt. Erste Ergebnisse der Arbeit sind auch in [51] veröffentlicht. In diesen beiden Arbeiten wurde der Effekte der Kavitation auf die Strahlzerstäubung mit Laser-Doppler-Geschwindigkeitsmessungen sowie optischen Aufnahmen des Dampfgebietes und des Strahls untersucht.

### 5.1 Experimenteller Aufbau

Der Aufbau des Experiments [51, 50] wird in Abbildung 5.1 dargestellt. Gefiltertes Leitungswasser wurde durch eine rechteckige Düse in Umgebungsluft ausgedüst. Abbildung 5.2 zeigt die Geometrie der Düse. Diese besteht aus zwei dünnen Edelstahlplatten mit scharfen Kanten und zwei Acrylplatten vorne und hinten für den optischen Zugang. Für weitere Details zum Experiment wird auf [51, 50] verwiesen.

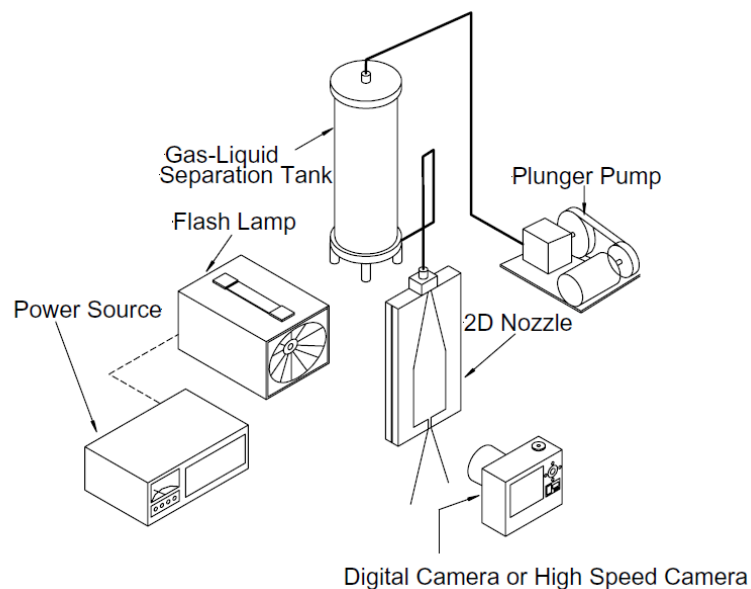


Abbildung 5.1: Experimenteller Aufbau [50].

Mit einem Laser-Doppler-Anemometer (LDA) wurde die Geschwindigkeit in Strömungsrichtung und in lateraler Richtung in der Düse gemessen. Um die LDA-Messungen durchführen zu können, wurden Partikel hinzugefügt. Vergleichsmessungen zeigen, dass durch die Partikel die Kavitationslänge um bis zu 8% zunimmt [51]. Die zeitlich gemittelten Größen  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  und die quadratischen Mittelwerte der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$  und  $v'$  wurden aus 50,000 Daten an jedem Punkt ermittelt [51]. Bilder der Kavitation in der

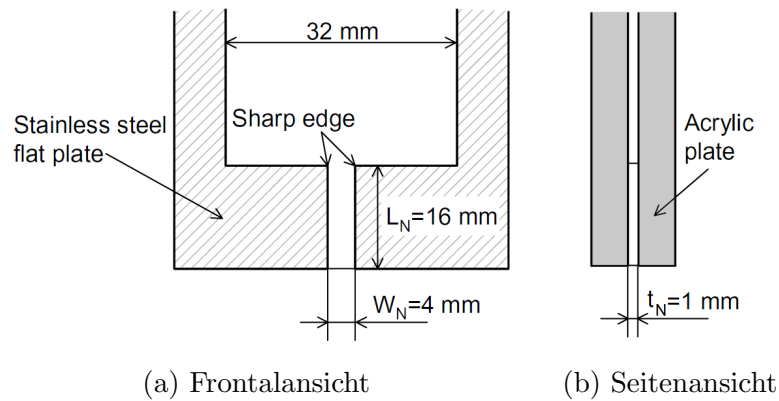
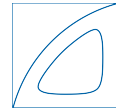


Abbildung 5.2: Geometrie der Düse [50].

Düse und vom Wasserstrahl wurden mit einer Digitalkamera aufgenommen. Die Beleuchtungsdauer betrug  $12 \mu s$ . Zusätzlich wurde die zeitliche Entwicklung der Dampfgebiete in der Düse und des Wasserstrahles mit einer digitalen *High-Speed* Videokamera aufgezeichnet.

## 5.2 Ergebnisse

Sou et al. [50] klassifizieren die Kavitation in der Düse und die Strahlcharakteristik in vier Kavitationsregime und zeigen, dass der Strahl in der Nähe des Düsenaustrittes vom Kavitationsregime bestimmt wird. Die vier Regime sind *Keine Kavitation*, *sich entwickelnde Kavitation*, *Superkavitation* und *Hydraulischer Flip*, siehe Abbildung 5.3.

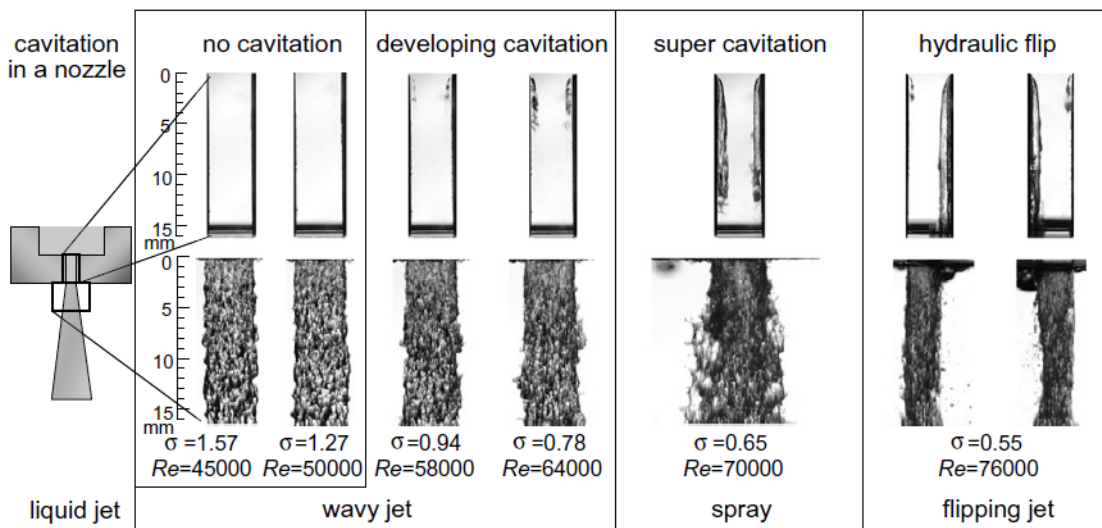
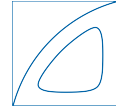


Abbildung 5.3: Bilder der Kavitation in der 2-D Düse mit dem Wasserstrahl ( $T=291 \text{ K}$ , Wasser, Beleuchtungsdauer= $12 \mu s$ ) [50].



## 5 Experimentelle Untersuchung aus der Literatur

Bei  $\sigma > 1.2$  (*Keine Kavitation*) konnten Sou et al. keine Dampfblasen erfassen [51, 50]. Nimmt die Kavitationszahl ab ( $0.75 \leq \sigma \leq 1.2$ ), dann bilden sich Dampfblasen in der oberen Hälfte der Düse und Sou et al. bezeichnen das Regime als *sich entwickelnde Kavitation*. *Superkavitation* tritt bei  $0.55 \leq \sigma \leq 0.75$  auf, wenn sich die Kavitationszone vom Düseninlass bis zu 80–90% der Düsenlänge ausdehnt [50]. Bei Superkavitation bilden sich Ligamente und Tröpfchen und der Strahlwinkel nimmt zu [50]. Dieses Strahlverhalten wird als Spray bezeichnet. Bei einer weiteren Abnahme der Kavitationszahl ( $\sigma < 0.55$ ) kann man den sogenannten *Hydraulischen Flip* sehen, bei dem sich die Strömung an einer Ecke komplett ablöst und nicht wieder anlegt [50].

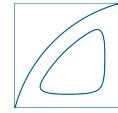
Zur Bestimmung des Einflusses der Reynoldszahl  $Re$  und der Kavitationszahl  $\sigma$  wurde die Temperatur des Wassers  $T$  im Experiment variiert. Mit der Temperatur ändert sich die kinematische Viskosität  $\nu$  und damit auch die Reynoldszahl  $Re$ , während sich die Kavitationszahl  $\sigma$  mit der Temperatur nur wenig ändert. Aus den Ergebnissen geht hervor, dass sowohl der Übergang von welligen Strahl zu Spray wie auch die Kavitationslänge  $L_{Kav}^*$  stärker von der Kavitationszahl  $\sigma$  als von der Reynoldszahl  $Re$  abhängen [50]. Für die Auswertung wurde die Länge der Kavitationsschicht aus den Bildern gemessen und in [51] wurde für  $L_{Kav}^*$  der arithmetische Mittelwert von 10 Bildern genommen. Die maximale Fluktuation der normalisierten Länge  $L_{Kav}^*$  war 0.05 bei *sich entwickelnder Kavitation* und 0.15 bei *Superkavitation* [50].  $L_{Kav}^*$  ist die Länge der Kavitationszone in Strömungsrichtung bezogen auf die Länge der Düse [51, 50].

Um die Auswirkungen der Kavitation auf den Strahlwinkel zu untersuchen, wurde der Strahlwinkel 15 mm nach Düsenaustritt aus Bildern gemessen und zeitlich gemittelt. Bei einer Kavitationslänge von 80–90% der Düsenlänge (*Superkavitation*) wird dieser maximal mit ca.  $11^\circ$  bei  $T = 293\text{ K}$ .

Die Geschwindigkeitsmessungen zeigen, dass nach der Kavitationszone die Turbulenz zunimmt [51, 50]. Des Weiteren kommt es durch das Wiederanlegen der abgelösten Grenzschicht stromabwärts der Kavitationszone zu einer lateralen Strömung in Richtung Düsenwand. Bei Superkavitation umfasst das Kavitationsgebiet 80–90% der Düsenlänge, weshalb in der Nähe des Düsenaustritts hohe Turbulenz und laterale Geschwindigkeit in Richtung Düsenwand auftreten. Nach Sou et al. [50] könnten dies die dominanten Mechanismen für die Winkelzunahme und die Strahlzerstäubung sein.

Der Effekt der Kavitationskollapse auf die Ligament-Bildung wurde mit simultanen Aufnahmen der Kavitation in der Düse und des Strahles untersucht. Es bildete sich nicht immer nach Auftreten eines Kollapses ein Ligament und *vice versa*. Mit Frequenzanalysen stellten Sou et al. fest, dass bei Superkavitation die Geschwindigkeitsfluktuation am Düsenaustritt und die Ablösung von Kavitationswolken im selben Frequenzbereich (1–4 kHz) hohe Intensitäten aufweisen [50]. Dabei bestimmten sie die Frequenz der Ablösung der Kavitationswolken anhand der CCD-Intensitäten (*charged coupled device*) von 10,000 Bildern an einer bestimmten Kanalposition. Eine Zunahme der Turbulenz am Ende der Kavitationszone, nach den Blasenkollapsen, geht auch aus der LDA-Messung hervor. Aufgrund dieser Ergebnisse gehen Sou et al. davon aus, dass die Turbulenz durch Kavitationskollapse eine große Rolle bei der Ligament-Bildung spielt [50].

Die Daten aus dem Experiment werden gemeinsam mit den Simulationsergebnissen im Kapitel 6 dargestellt.



## 6 Simulation und Ergebnisse

### 6.1 Simulationsaufbau

#### 6.1.1 Geometrie

Für die Simulation wurde die Geometrie beim Experiment [51, 50] nachgebildet, siehe Abbildung 6.1. Die Abmessungen der Geometrie werden in Tabelle 6.1 angeführt und die verwendeten Indizes sind *in* für den Einlassbereich, *N* für die Düse (engl. Nozzle) und *out* für den Auslassbereich. Die Länge des Einströmbereich  $L_{in}$  ist mit  $34\text{ mm}$  etwas mehr als das Doppelte einer Düsenlänge  $L_N$ . Die Tiefe im Einströmbereich  $t_{in}$  ist dieselbe wie in der Düse  $t_N$  und das Querschnittsverhältnis  $\frac{A_{in}}{A_N}$  ist 8. Der Auslassbereich wurde sehr groß gewählt, um eine Beeinflussung durch die Ränder zu vermeiden. Der Ursprung des Referenzkoordinatensystem liegt in der Mitte des Düseneinlasses, mit  $x$  in Strömungsrichtung,  $y$  in die Breite der Düse und  $z$  in die Tiefe.

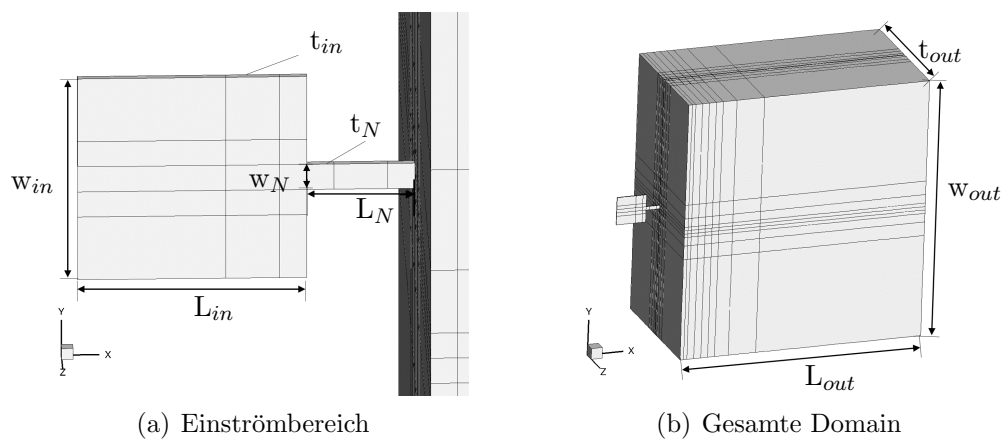


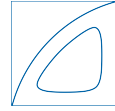
Abbildung 6.1: Verwendete Geometrie.

Tabelle 6.1: Geometrische Abmessungen

Geometrische Abmessung	$L_{in}$	$w_{in}$	$t_{in}$	$L_N$	$w_N$	$t_N$	$L_{out}$	$w_{out}$	$t_{out}$
Wert [mm]	34	32	1	16	4	1	280	300	160

#### 6.1.2 Initial- und Randbedingungen

Die Simulationen werden mit den beiden Komponenten Wasser und Luft bei den Temperaturen  $291\text{ K}$  und  $293.15\text{ K}$  durchgeführt. Die verwendeten Stoffparameter sind in Tabelle 6.2 aufgelistet. Um die vier Kavitationsregime, die Sou et al. [51, 50] beobachteten,



darzustellen und den Einfluss der Temperatur bei der Simulation zu untersuchen, werden fünf Betriebspunkte (BP) simuliert. Diese sind in Tabelle 6.3 angeführt. In [50] werden bei  $T=291$  K dieselben zusammengehörenden Kavitationszahlen  $\sigma$  und Reynoldszahlen  $Re$  angegeben wie für  $T=292$  K. Da beide Kennzahlen unterschiedliche Funktionen der Temperatur sind, können nicht bei verschiedenen Temperaturen dieselben zusammengehörenden  $\sigma$  und  $Re$  vorliegen. Die mittlere Geschwindigkeit in der Düse kann sowohl mit  $\sigma$  als auch mit  $Re$  bestimmt werden. Weder bei  $T=291$  K noch bei  $T=292$  K stimmen die aus der angegebenen  $Re$  ermittelten Geschwindigkeiten mit der aus der angegebenen Kavitationszahl  $\sigma$  ermittelten überein. Wenn Stoffwerte für  $293.15$  K verwendet werden, stimmen die Geschwindigkeiten aus  $\sigma$  und  $Re$  überein. Aus diesem Grund werden die Simulationen der vier Kavitationsregime bei  $T=293.15$  K durchgeführt. Da Superkavitation nur in einen engen Bereich auftritt und im Experiment die Temperaturen bei  $291$  K und  $292$  K waren, wird der BP  $Re=70,000$  auch bei  $291$  K simuliert. Bereits kleine Temperaturabnahmen ergeben bei gleichbleibender  $Re$ , aufgrund der höheren Viskosität, eine höhere Geschwindigkeit. Bei  $Re=70,000$  ist die mittlere Geschwindigkeit bei  $T=291$  K um mehr als  $1$  m/s höher als bei  $T=293.15$  K. Durch die höhere Geschwindigkeit ergibt sich dann mit den Stoffdaten von  $T=291$  K eine Kavitationszahl von  $\sigma = 0.58$ .

In den veröffentlichten Daten zu dem Experiment werden in [50] nur  $Re$  und  $\sigma$  angegeben und in [51] wird auch die mittlere Geschwindigkeit in der Düse  $\bar{u}_N$  aufgelistet. Als Randbedingung in der Simulation wird daher die mittlere Geschwindigkeit am Einlass  $\bar{u}_{in}$  festgelegt. Entsprechend der Querschnittsverhältnisse wird am Einlass  $1/8$  der mittleren Geschwindigkeit in der Düse vorgegeben  $\bar{u}_{in} = \frac{1}{8}\bar{u}_N$ . Die Werte für die mittlere Geschwindigkeit in der Düse  $\bar{u}_N$  und die mittlere Geschwindigkeit am Einlass  $\bar{u}_{in}$ , die in der Simulation vorgegeben wird, sind in Tabelle 6.3 angeführt. Da die exakte Geschwindigkeitsverteilung am Einlass aus dem Experiment nicht bekannt ist, wird wie in [16] ein laminares doppelparabolisches Geschwindigkeitsprofil in  $x$ -Richtung definiert

$$u(y, z) = \frac{9}{4}\bar{u}_{in} \left[ 1 - \left( \frac{y}{w_{in}} \right)^2 \right] \left[ 1 - \left( \frac{z}{t_{in}} \right)^2 \right]. \quad (6.1)$$

Der statische Druck und die Dichte am Einlass werden am Beginn der Rechnung mit Sollwerten fix vorgegeben und danach werden die Werte aus denen der ersten Zelle in der Domain linear extrapoliert. Am Auslass wird ein Druck von  $p = 1.01325 \cdot 10^5$  Pa festgelegt und keine Rückströmung zugelassen. Als Initialbedingung wird die Geschwindigkeit in der gesamten Domain mit  $0$  und der Druck mit  $1.01325 \cdot 10^5$  Pa vorgegeben. Bis zum Düsenauslass ( $x < 16$  mm) wird die Domain mit Wasser, danach im Auslassbereich ( $x > 16$  mm) mit Gas, initialisiert.

Tabelle 6.2: Verwendete Stoffparameter

Parameter	Einheit	T=293.15 K	T=291.0 K
$\rho_{sat,W} = \rho_W$	kg/m <sup>3</sup>	998.1618	998.580
$\rho_{sat,D} = \rho_D$	kg/m <sup>3</sup>	0.01731	0.01524
$p_{sat} = p_v$	Pa	2340	2045.33
$c_W$	m/s	1482.3462	1475.5496
$\mu_W$	Pas	$1002 \cdot 10^{-6}$	$1056.72 \cdot 10^{-6}$
$\mu_D$	Pas	$9.727 \cdot 10^{-6}$	$9.669 \cdot 10^{-6}$
$\mu_G = \mu_{Luft}$	Pas	$18.24 \cdot 10^{-6}$	$18.10 \cdot 10^{-6}$

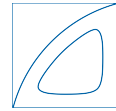


Tabelle 6.3: Simulierte Betriebspunkte

T [K]	Re[-]	$\sigma$ [-]	$\bar{u}_N[\frac{m}{s}]$	$\bar{u}_{in}[\frac{m}{s}]$	Kavitationsform
293.15	50,000	1.27	12.5	1.56	Keine Kavitation
293.15	64,000	0.78	16.0	2.00	Entwickelnde Kavitation
293.15	70,000	0.65	17.5	2.19	Super-Kavitation
293.15	76,000	0.55	19.0	2.38	Hydraulischer Flip
291.00	70,000	0.58	18.52	2.315	Super-Kavitation

### 6.1.3 Gitter

Für die Berechnung wird ein strukturiertes, kartesisches Gitter verwendet. Während der Rechnung wird das Gitter an definierten Zeitpunkten mit Adaptive Mesh Refinement (AMR) verfeinert. Auf dem feineren Gitter wird jeweils mit der Lösung des größeren Gitters weitergerechnet. Durch diese Gittersequenzierung mit AMR wird der gesamte Berechnungsaufwand reduziert, da bei einer Rechnung auf einem groben Gitter der Zeitschritt größer und der Ressourcenverbrauch geringer ist. Die Simulation wird auf fünf verschiedenen Verfeinerungsstufen (0,1,3,4,5) durchgeführt. Die Rechnungen auf den größeren Gittern dienen dazu, dass sich das Strömungsfeld einstellt und die ersten Dampfüberschwinger abgefangen werden. Die Daten der verwendeten Gitter sind in Tabelle 6.4 angeführt. Beim feinsten Gitter ist die kleinste Zelle  $3.91 \mu m$  und insgesamt hat das Gitter über 43 Millionen Zellen. Abbildung 6.2 zeigt das gesamte Gitter im Überblick und in Abbildung 6.3 wird der Ausströmbereich und die Verfeinerung an der Wand für das feinste Gitter im Detail dargestellt. Die Verfeinerungsstufen 0, 3 und 5 werden in Abbildung 6.4 für einen x-Schnitt durch die Düse und in Abbildung 6.5 für einen z-Schnitt gegenübergestellt. Dabei ist bei Verfeinerungsstufe 3 und 5 nur jede vierte Gitterlinie dargestellt.

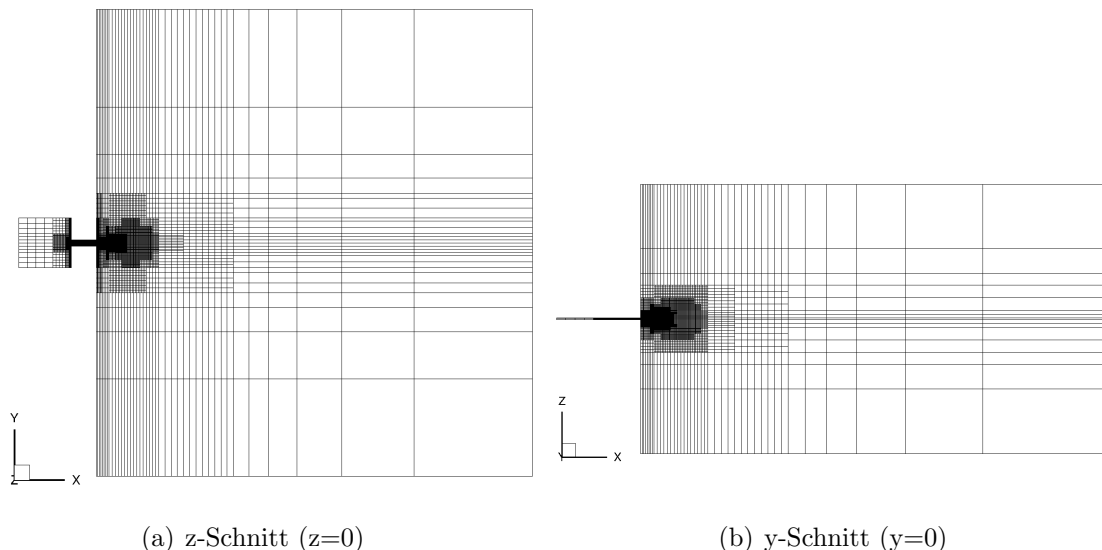


Abbildung 6.2: Übersicht über das gesamte Gitter bei Verfeinerungsstufe 5. Nur jede vierte Gitterlinie wird dargestellt.



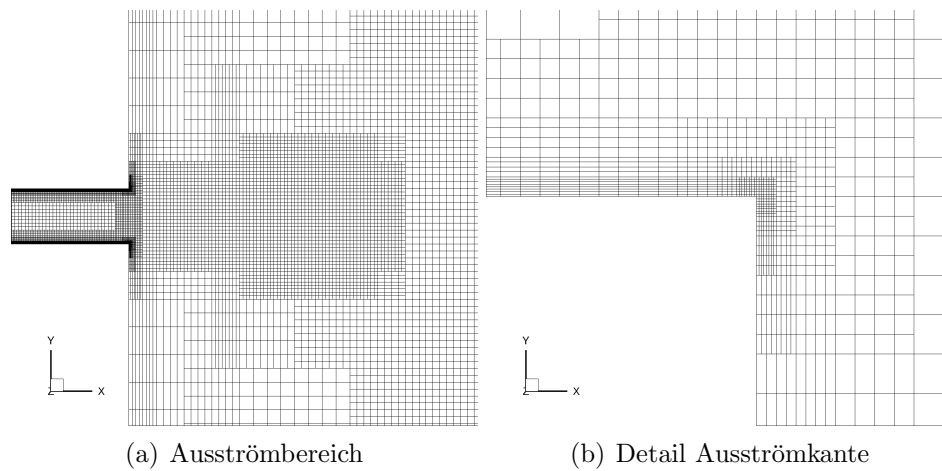
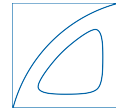


Abbildung 6.3: Ausgewählte Detailansichten des feinsten Gitters. Nur jede vierte Gitterlinie wird dargestellt. In (b) wird die Ausströmkante im Detail gezeigt, dabei ist die kleinste Zelle in Wandnormalen Richtung  $3,91 \mu\text{m}$ . Beide Bilder sind z-Schnitte bei  $z=0$ .

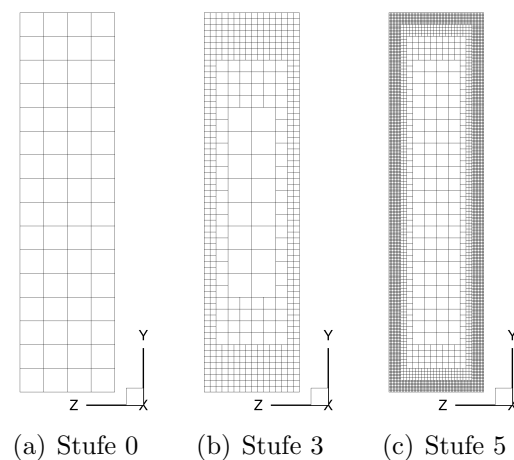


Abbildung 6.4: x-Schnitt in der Nähe des Düsenauslasses für verschiedene Verfeinerungsstufen. Bei Verfeinerungsstufe 3 und 5 wird nur jede vierte Gitterlinie dargestellt.

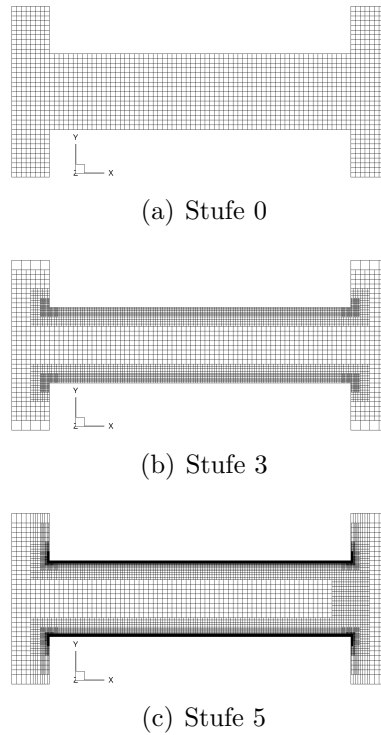
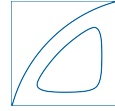


Abbildung 6.5:  $z$ -Schnitt bei  $z=0$  mm für verschiedene Verfeinerungsstufen. Bei Verfeinerungsstufe 3 und 5 wird nur jede vierte Gitterlinie dargestellt.

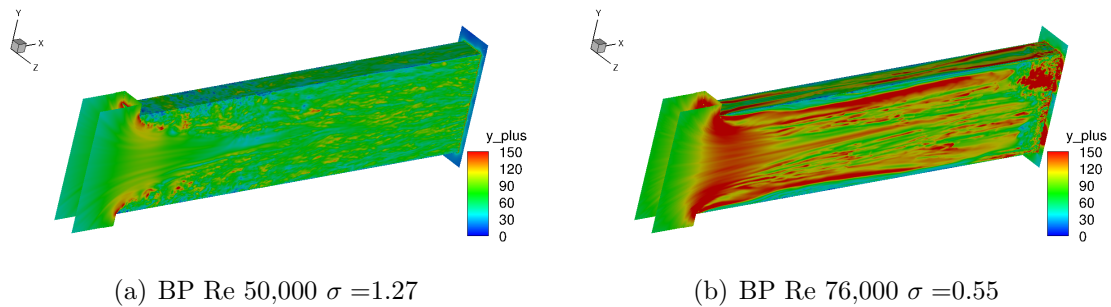
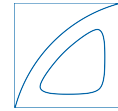
Abbildung 6.6 zeigt den  $y^+$ -Wert für die beiden BP Re 50,000 und Re 76,000, also den BP mit der niedrigsten und den mit der höchsten mittleren Geschwindigkeit in der Düse. Der dimensionslose Wandabstand

$$y^+ = \frac{u_\tau \rho}{\mu} y \quad (6.2)$$

wird aus der Wandschubspannungsgeschwindigkeit

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}}, \quad (6.3)$$

welche die Wurzel des Verhältnisses der Wandschubspannung  $\tau_W$  zu der Dichte  $\rho$  ist, der kinematischen Viskosität  $\mu$  und der wandnormalen Zellgröße der ersten Zelle bei der Wand  $y$  berechnet. Der  $y^+$ -Wert in der Düse ist bei Re 50,000 überwiegend in dem Bereich zwischen 60 und 90 und bei Re 76,000 teilweise bei 150. Dieser Werte ist für eine reibungsbehaftete Simulation ohne Wandmodell zu hoch und zeigt, dass der erste Gitterpunkt nicht innerhalb der viskosen Grenzschicht liegt. Bei der vorliegenden Gitterauflösung wird der Großteil der Turbulenzproduktion an der Wand nicht erfasst, da diese überwiegend im Bereich  $y^+$  kleiner 20 passiert [24].



(a) BP Re 50,000  $\sigma = 1.27$

(b) BP Re 76,000  $\sigma = 0.55$

Abbildung 6.6: Dimensionsloser Wandabstand für zwei BP.

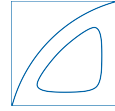
### 6.1.4 Durchführung der Simulation

Der Zeitpunkt für die Interpolation von einem groben Gitter auf ein feineres wird nach Verlauf der Dampfkurve gewählt. Abbildung 6.7 zeigt den Verlauf des Dampfvolumentanteils in der gesamten Domain über die Simulationszeit für jeden BP. Nach einer Verfeinerung des Gitters steigt das Dampfvolumenteil teilweise stark an. Für die Verfeinerung auf die nächste Stufe wird gewartet bis sich das Dampfvolumenteil nicht mehr stark ändert. Die Simulationszeit auf der jeweiligen Verfeinerungsstufe ist daher bei jedem BP unterschiedlich lang. In Tabelle 6.4 ist der vorab gedachte Simulationsplan dargestellt. Auf dem feinsten Gitter beträgt bereits die geplante Simulationsdauer 36 Tage auf 1712 CPUs und die tatsächliche ist durch längere Konvergenzzeiten teilweise höher. Für die statistische Auswertung sind 4 *ms* auf dem feinsten Gitter vorgesehen. Der Zeitschritt ist BP abhängig aber ungefähr  $8 \cdot 10^{-10}$  s mit  $CFL = 0.9$  auf dem feinsten Gitter.

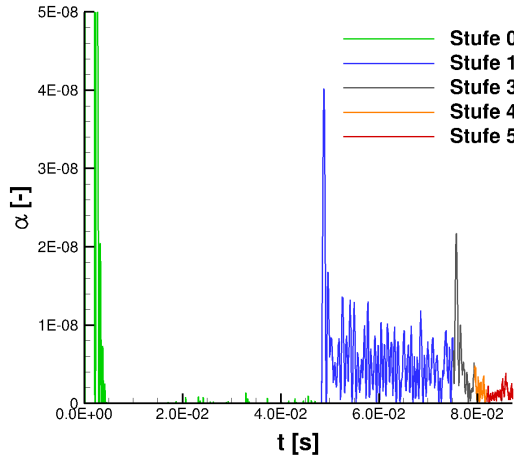
Der Verlauf des Dampfvolumentanteils in der gesamten Domain (Abbildung 6.7) zeigt, dass die Gitterauflösung in den beiden Fällen Re 70,000 T=293.15 K und Re 70,000 T=291 K sehr ausschlaggebend für die Dampfbildung und die Stärke der Kavitation ist. In beiden Fällen ist das Auftreten von Superkavitation möglich, die im Übergang von sich entwickelnder Kavitation zu starker Kavitation stattfindet. In den anderen BP mit beginnender Kavitation, sich entwickelnder Kavitation und sehr starker Kavitation ändert sich der Dampfvolumenteil in der gesamten Domain nach der Gitterverfeinerungsstufe 1 nicht mehr stark.

Tabelle 6.4: Simulationsplan. *Stufe* steht für Gitterverfeinerungsstufe, *Sim.* ist die Abkürzung für Simulation und *Phys.* für Physikalisch.

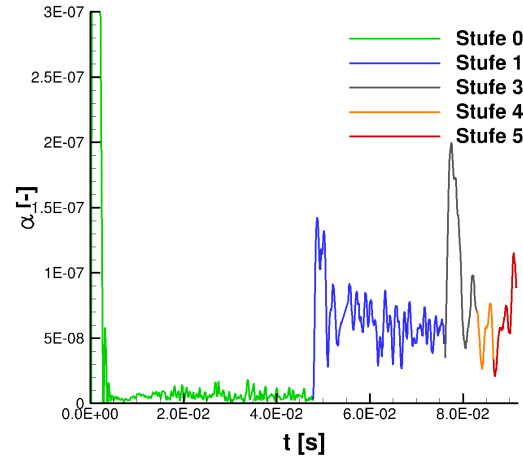
Stufe	Anzahl an Zellen	Kleinste Zelle [ $\mu m$ ]	Zeit-schritt [s]	Sim. Dauer Tage à 24 h	Anzahl CPU	Phys. Zeit [ms]
0	2,698,752	250.00	5.04E-08	2	256	48.00
1	17,407,488	62.50	1.24E-08	2	704	6.00
3	25,827,840	15.63	3.16E-09	3	1040	2.00
4	31,187,968	7.81	1.58E-09	6	1248	2.00
5	43,142,144	3.91	7.92E-10	36	1712	6.00



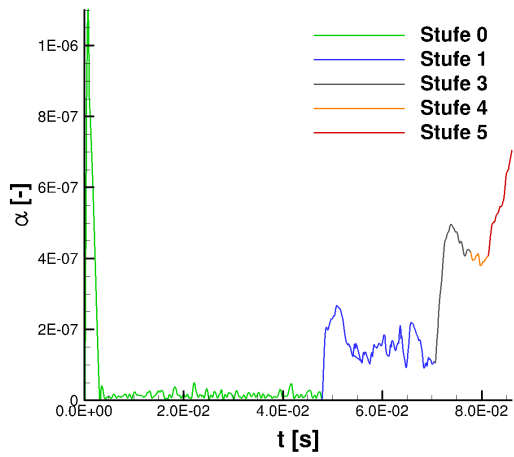
6 Simulation und Ergebnisse



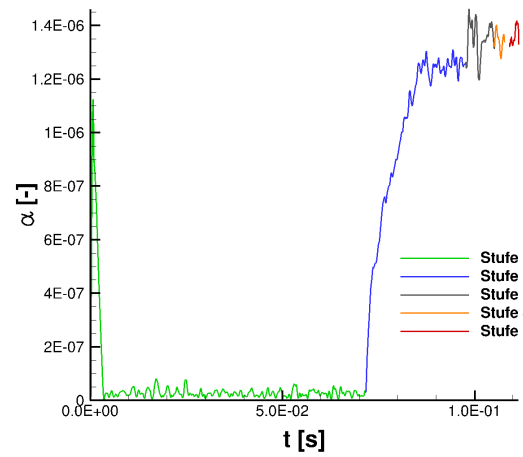
(a) Re 50,000



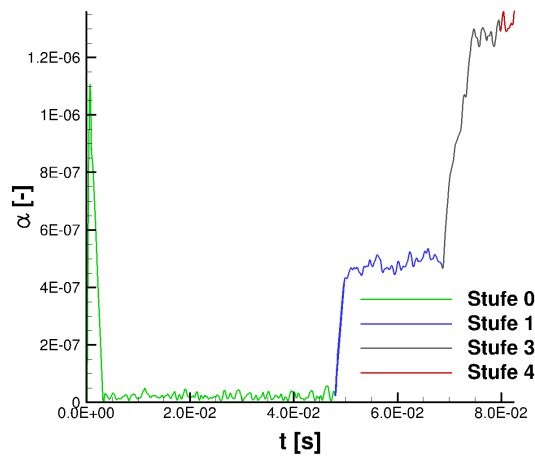
(b) Re 64,000



(c) Re 70,000

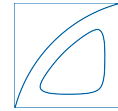


(d) Re 76,000



(e) Re 70,000 T=291 K

Abbildung 6.7: Dampfvolumenanteil in der gesamten Domain über verschiedene Verfeinerungsstufen.



## 6.2 2-D Simulation

Vorab werden die numerischen Schemata in Kombination mit dem thermodynamischen Modell in einer 2-D Simulation getestet. Das verwendete 2-D Gitter hat 1,690,624 Zellen mit einer Verfeinerung an der Düsenwand und im Austrittsbereich. Der Betriebspunkt  $Re\ 64,000$  ( $\bar{u}_{in} = 2\ m/s$ ) bei  $T=293.15\ K$  wird simuliert. Die Initial- und Randbedingungen sind identisch mit denen der 3-D Berechnungen. Die Simulation wird mit den vier Schemata Sald\_cav\_1, Sald\_cav\_2, Sald\_cav\_WH und Sald\_cav\_Koren durchgeführt. Die 2-D Simulation zeigt nur mit den beiden Schemata Sald\_cav\_1 und Sald\_cav\_2 eine ausreichende Stabilität. Sald\_cav\_2 wird für die 3-D Simulation ausgewählt, da es eine deutlich geringere numerische Diffusion aufweist als Sald\_cav\_1.

## 6.3 Datenauswertung

### 6.3.1 Statistische Auswertung mit INCA

Für die statistische Auswertung werden die Daten auf dem feinsten Gitter bei jedem hundertsten Zeitschritt aufgezeichnet und direkt im LES-Code INCA ausgewertet. Die statistische Aufzeichnung wird gestartet, sobald sich der Dampfgehalt nicht mehr stark ändert und über einen Zeitintervall von  $4\ ms$  aufgezeichnet. Dies entspricht ungefähr vier Durchlaufzeiten. In den Ergebnissen werden diese Aufzeichnungen verwendet um die Strahlwinkel und die Kavitationslängen im zeitlichen Mittel zu erfassen. Des Weiteren werden mit diesen Daten auch die mittleren Geschwindigkeiten und die Geschwindigkeitsfluktuationen auf der Mittelebene dargestellt.

### 6.3.2 Laser-Doppler-Geschwindigkeits-Messung und Datenauswertung für die Vergleichbarkeit mit dem Experiment

Wie in Kapitel 5 beschrieben, führten Sou et al. [51, 50] die Geschwindigkeitsmessungen in der Düse mit einem Laser-Doppler-Anemometer durch und bestimmten daraus die mittleren Geschwindigkeiten und die Geschwindigkeitsfluktuationen. Im Folgenden wird das Prinzip der Messung kurz beschrieben und darauf eingegangen, wie die Aufzeichnung der Werte in der Simulation durchgeführt wird um vergleichbare Daten zu berechnen.

Bei der LDA kreuzen sich zwei Laserstrahlen am Messpunkt und es entsteht ein Interferenzstreifenmuster. Zum Messen der Geschwindigkeiten werden dem Fluid Partikel beigegeben. Diese erzeugen beim Durchströmen des Interferenzmusters ein Streulichtsignal, aus dessen Frequenz die Geschwindigkeit der Partikel ermittelt wird. Das Messvolumen entspricht dem Kreuzungsvolumen der beiden Strahlen und hat eine ungefähre Länge von  $1\ mm$  und einen Durchmesser von  $0.1\ mm$  [8]. Das Prinzip der LDA-Messung ist in Abbildung 6.8 schematisch dargestellt.

Um die Simulationsergebnisse mit der LDA Messung gut vergleichen zu können, werden in der Düse *Probes* eingefügt, welche die Geschwindigkeiten an einer bestimmten Position aufzeichnen. Abbildung 6.9 (a) zeigt die LDA-Messung im Experiment und in (b) werden die positionierten *Probes* in der Düse dargestellt. Das Messvolumen mit der ungefähren Länge von  $1\ mm$  geht über die gesamte Tiefe der Düse. Für vergleichbare Daten werden 3 *Probes* in z-Richtung bei  $z = \pm 0.01\ mm$  und  $z = 0$  positioniert. Die Auswertung erfolgt schließlich

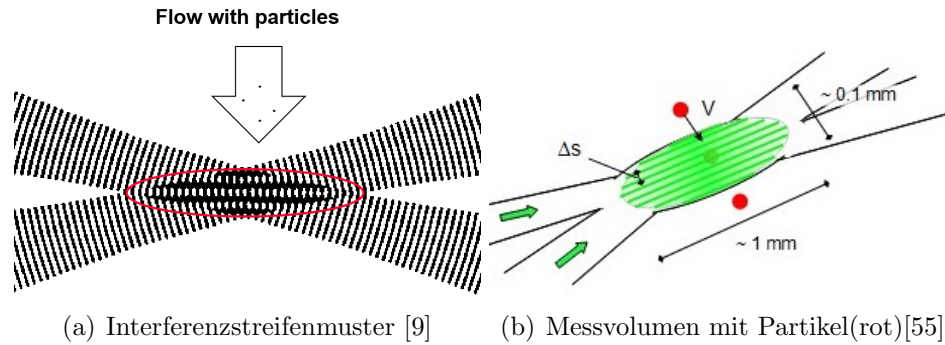
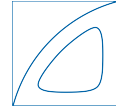


Abbildung 6.8: Messvolumen der LDA-Messung.

nur mit der *Probe* in der Mitte bei  $z = 0 \text{ mm}$ , da hier eine bessere Übereinstimmung mit experimentellen Werten vorliegt. In den Veröffentlichungen von Sou et al. [51, 50] wurden LDA Messungen an sechs verschiedenen Positionen in Strömungsrichtung in der Düse durchgeführt:  $x = 0.50, 4.05, 8.00, 8.83, 13.00$  und  $15.00 \text{ mm}$  vom Düseneinlass entfernt. In horizontaler Richtung wurde jeweils an ungefähr 10 Position gemessen, wobei die Symmetrie ausgenutzt wurde ( $y = 0 - 2 \text{ mm}$ ). In der Simulation werden die *Probes* an denselben x-Positionen wie im Experiment angebracht. In horizontale Richtung werden 21 *Probes* im Bereich  $y = 0 - 2 \text{ mm}$  im Abstand von  $0.1 \text{ mm}$  positioniert. Die *Probes* sind in Abbildung 6.9 (c) dargestellt. Die Geschwindigkeiten an den Positionen der *Probes* werden alle 100 Zeitschritte aufgezeichnet, was einem Zeitintervall von ca.  $8 \cdot 10^{-8} \text{ s}$  entspricht. Die Daten werden über einen Zeitraum von  $4 \text{ ms}$  ausgewertet.

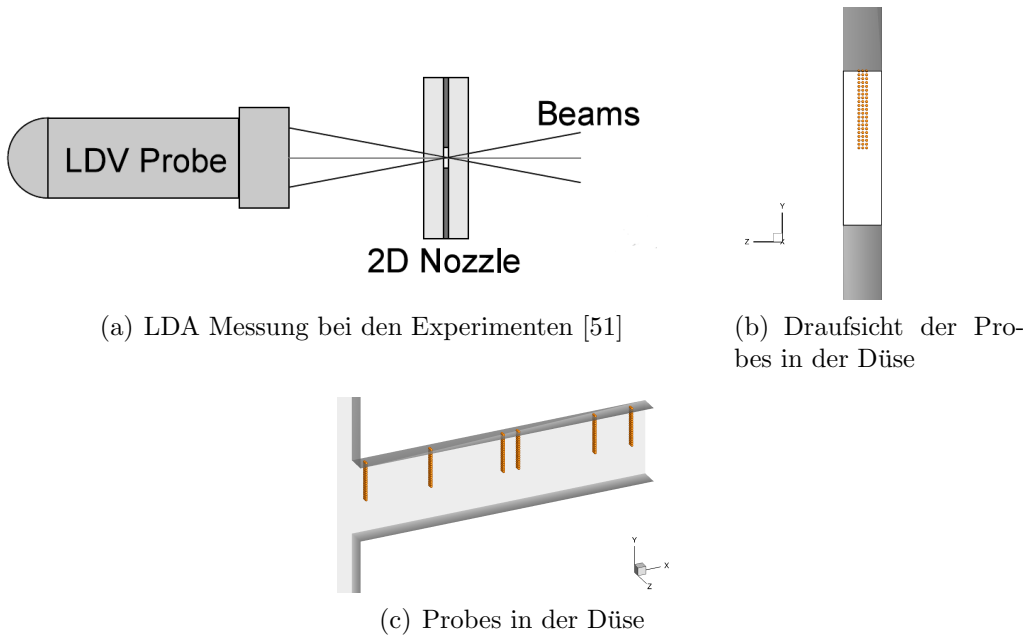
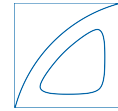


Abbildung 6.9: LDA-Messung im Experiment und Probes für die Simulation.



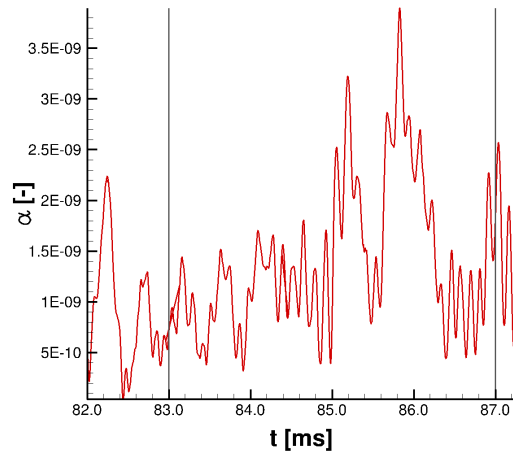
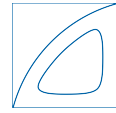
### 6.3.3 Kollaps-Detektor

Zum Erfassen der Blasenklapse wird ein Kollaps-Detektor nach Mihatsch et al. [40] verwendet. Der Kollaps-Detektor ist von dem physikalischen Verhalten bei einem Blasenklaps abgeleitet. Wenn eine Dampfblase rekondensiert, wird die Flüssigkeit in der Umgebung zur Blase hin beschleunigt und die Divergenz der Geschwindigkeit ist negativ. Zum Zeitpunkt des Blasenkollapses steigt der Druck stark an und das Fluid wird durch den hohen Druck im Kollapszentrum radial nach außen beschleunigt. Dadurch ändert sich das Vorzeichen der Geschwindigkeits-Divergenz zum Zeitpunkt des Blasenkollapses. Der Algorithmus funktioniert wie folgt: Zuerst werden die Zellen markiert, in denen der Dampfanteil im letzten Zeitschritt komplett kondensiert ist. Dann wird in den markierten Zellen die Geschwindigkeits-Divergenz berechnet. Wenn sich das Vorzeichen der Geschwindigkeits-Divergenz ändert, werden Zeitpunkt, Position und maximaler Druck gespeichert.

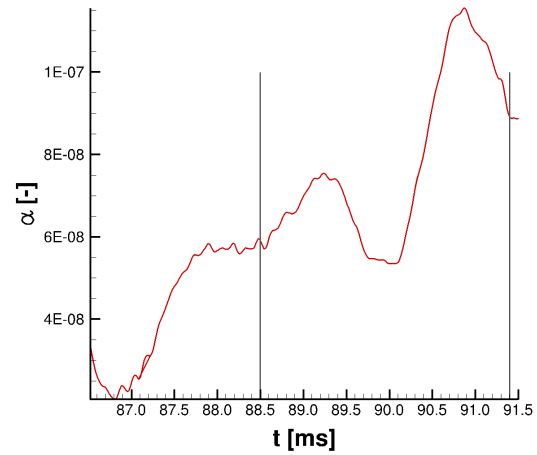
## 6.4 Ergebnisse

Die Simulationen waren bis auf den BP Re 50,000  $\sigma = 1.27$  bei Abgabe der Arbeit noch nicht vollständig abgeschlossen. Abbildung 6.10 zeigt den Verlauf des Dampfvolumentanteils in der gesamten Domain über den Simulationszeitraum auf Gitterverfeinerungsstufe 5. Beim BP Re 50,000  $\sigma = 1.27$  wurde eine statistische Auswertung von 83 bis 87 ms durchgeführt. Bei den beiden BP Re 64,000  $\sigma = 0.78$  und Re 76,000  $\sigma = 0.55$  wurde mit der Aufzeichnung für die statistische Auswertung begonnen, aber für die Ergebnisse in der Arbeit wurde ein kürzerer Zeitraum als 4 ms ausgewertet. In Abbildung 6.10 sind die Zeiträume für Bestimmung der mittleren Geschwindigkeiten und die Geschwindigkeitsfluktuationen gekennzeichnet. Diese Zeiträume stimmen auch ungefähr mit dem Auswertzeitraum für die Kavitationslängen und die Strahlwinkel überein. In Abbildung 6.10 (c) ist zu erkennen, dass bei Re 70,000  $\sigma = 0.65$  auf Verfeinerungsstufe 5 der Dampfvolumenteil noch kontinuierlich stieg. Aus dem Grund wurde bei Re 70,000  $\sigma = 0.65$  noch nicht mit der in INCA implementierten statistischen Auswertung gestartet. Aus den Aufzeichnungen der Probes, die in Abschnitt 6.3.2 beschrieben werden, wurden die mittleren Geschwindigkeiten und die Geschwindigkeitsfluktuationen über den gekennzeichneten Zeitraum bestimmt. Bei den dargestellten Ergebnissen von Re 70,000  $\sigma = 0.65$  ist zu beachten, dass noch kein konvergierter Zustand erreicht wurde. Beim BP Re 70,000 T=291 K wurde noch nicht mit den Simulationen auf Gitterverfeinerungsstufe 5 gestartet, und es werden daher die Ergebnisse von Gitterverfeinerungsstufe 4 präsentiert.

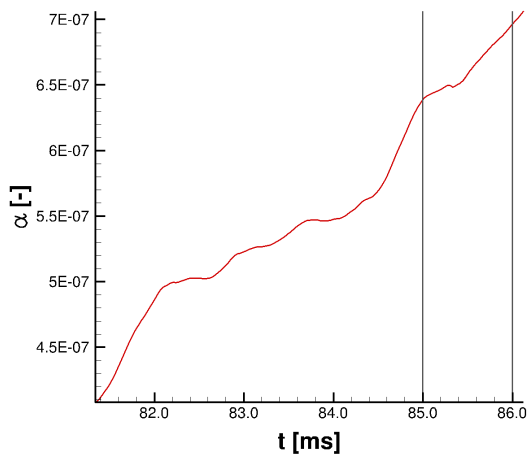
Im Folgenden werden zuerst instantane Simulationsergebnisse präsentiert und den experimentellen Daten gegenübergestellt. Anschließend werden die zeitlich gemittelten Kavitationslängen und Strahlwinkel aus der Simulation bestimmt und gemeinsam mit den experimentellen Daten über die Reynoldszahl  $Re$  und die Kavitationszahl  $\sigma$  dargestellt. In Abschnitt 6.4.3 werden die mittleren Geschwindigkeiten und die Geschwindigkeitsfluktuationen analysiert und quantitativ mit den experimentellen Werten verglichen. Des Weiteren werden die instantanen Strömungsfelder gezeigt (Abschnitt 6.4.4) und die detektierten Blasenklapse diskutiert (Abschnitt 6.4.5). Abschließend wird auf die Interaktion der Wirbelstrukturen und der Kavitationsgebiete in Abschnitt 6.4.6 eingegangen.



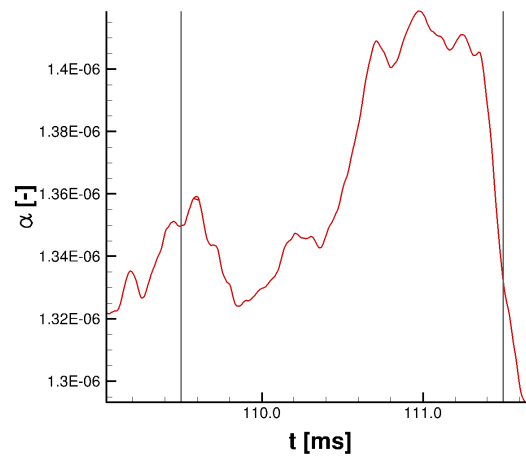
(a) Re 50,000  $\sigma = 1.27$



(b) Re 64,000  $\sigma = 0.78$



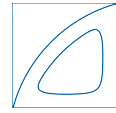
(c) Re 70,000  $\sigma = 0.65$



(d) Re 76,000  $\sigma = 0.55$

Abbildung 6.10: Verlauf des Dampfvolumentanteils in der gesamten Domain bei Verfeinerungsstufe 5. Der Zeitraum für die statistische Auswertung der Geschwindigkeiten und der Geschwindigkeitsfluktuationen ist zusätzlich gekennzeichnet.





### 6.4.1 Instantane Simulationsergebnisse und Vergleich mit den Aufnahmen aus dem Experiment

Die Simulationsergebnisse werden mit den Durchlichtbildern und den Aufnahmen des Wasserstrahls aus dem Experiment [50] in Abbildung 6.11 verglichen. In Abbildung 6.12 werden die Simulationsergebnisse den Durchlichtbildern der Düse direkt gegenübergestellt. Bei den Simulationsergebnissen wird zum Vergleich mit den Durchlichtbildern der über die Tiefe integrierte Volumenanteil Dampf logarithmisch dargestellt. Als Strahl ist die Isofläche des Volumenanteils Wasser bei  $\beta_W = 0.2$  zu sehen. Weitere instantane Simulationsergebnisse sind in Abbildung 6.13 und Abbildung 6.14 dargestellt.

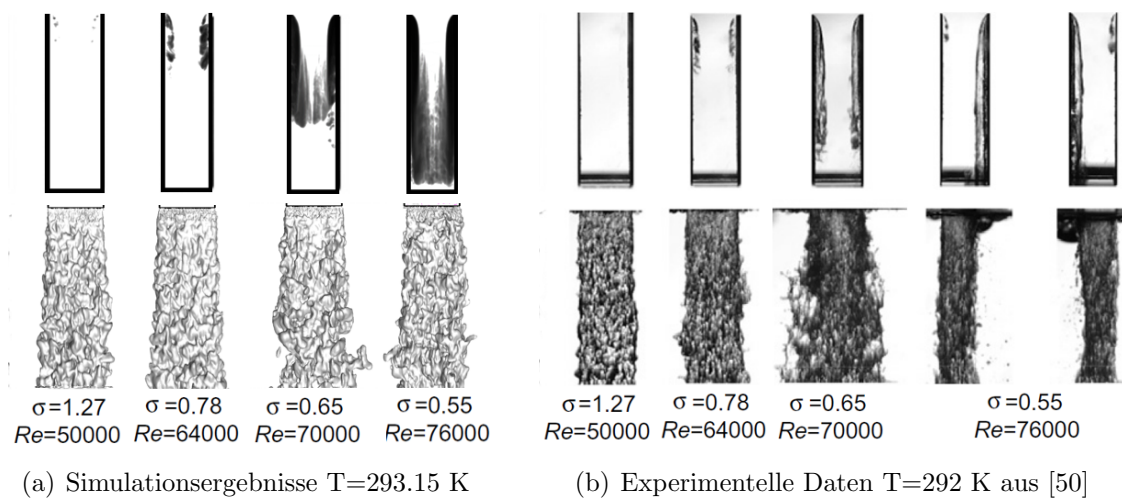


Abbildung 6.11: Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Durchlichtbildern und den Aufnahmen des Wasserstrahls aus dem Experiment [50]. Bei den Simulationsergebnissen wird der über die Tiefe integrierte Dampfgehalt logarithmisch von  $\alpha = 0.01$  bis 1 dargestellt. Als Strahl ist die Isofläche des Volumenanteils Wasser bei  $\beta_W = 0.2$  zu sehen.

Im Folgenden werden alle untersuchten Fälle in Hinblick auf ihre Kavitationscharakteristik und ihr Strahlverhalten untersucht.

Bei **Re 50,000**  $\sigma = 1.27$  sind bei den Simulationsergebnissen (Abbildungen 6.12(a), 6.13(a)) am Rand der abgelösten Grenzschicht Dampfblasen zu erkennen. Diese wurden im Experiment (Abbildung 6.12(b)) nicht beobachtet [51, 50]. Ein möglicher Grund dafür könnte das in der Simulation verwendete thermodynamische Gleichgewichtsmodell sein, bei dem sofort nach Unterschreiten des Dampfdruckes Dampf gebildet wird. Darüber hinaus ist davon auszugehen, dass die Einströmkante im Experiment nicht wie in der Simulation exakt scharfkantig war. Durch die Durchführung des Experiments, bei dem für die LDA-Messung dem Wasser Partikel beigegeben wurden, wurde die Kante vermutlich abgenutzt und abgerundet. Sobald die Kante etwas abgerundet ist, nimmt die Kavitationsneigung ab. Das Strahlverhalten in der Simulation ist mit dem im Experiment vergleichbar.

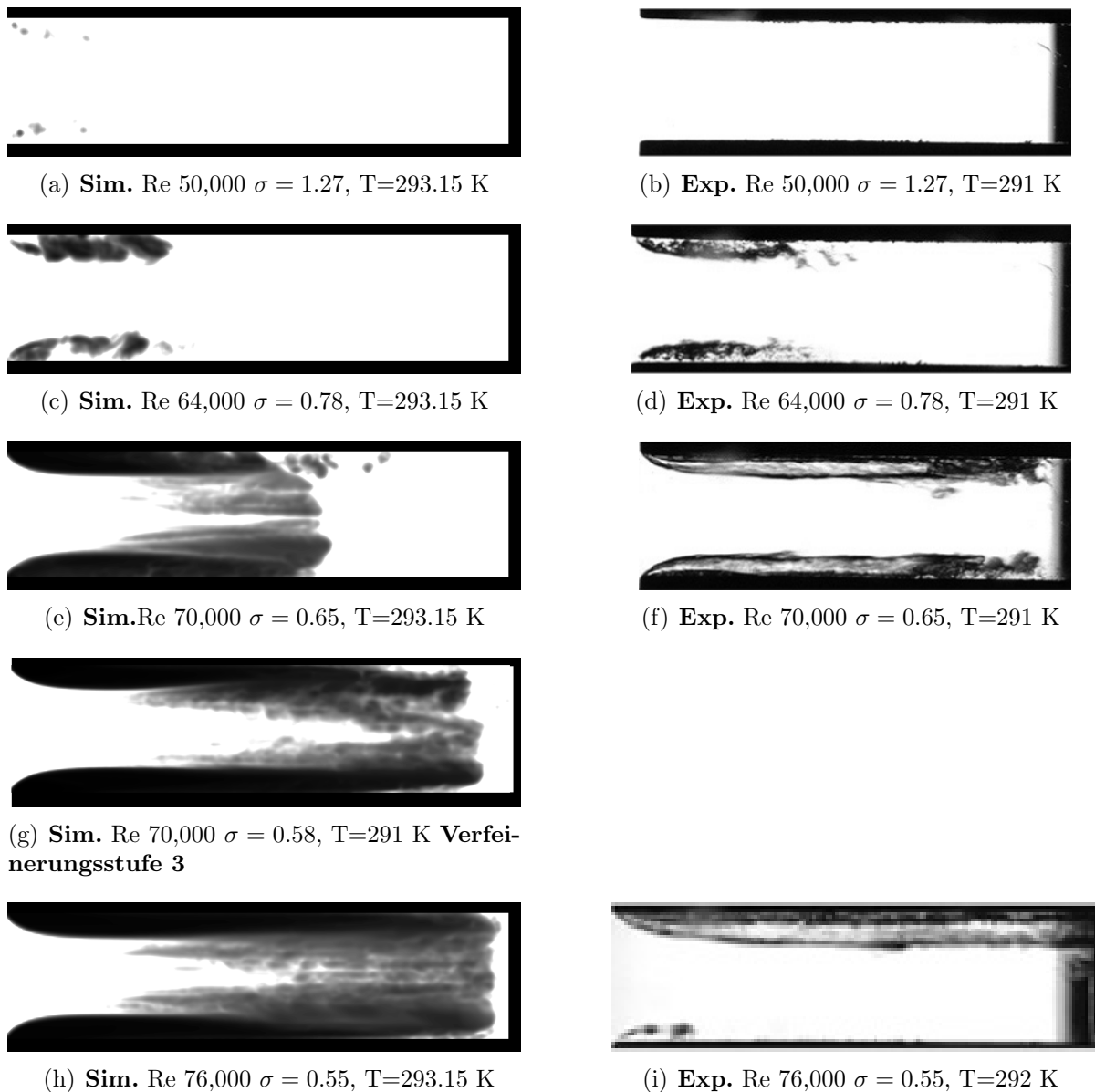
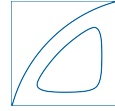


Abbildung 6.12: Vergleich der Simulationsergebnisse **links** mit den experimentellen Durchlichtbildern [50] **rechts**. Bei den Simulationsergebnissen wird der über die Tiefe integrierte Dampfgehalt logarithmisch von  $\alpha = 0.01$  bis 1 dargestellt. Zum Fall  $\text{Re } 70,000 \sigma = 0.58$  gibt es kein experimentelles Durchlichtbild.

Im Fall **Re 64,000  $\sigma = 0.78$**  liegt eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment vor, siehe Abbildung 6.12(c) und 6.12(d). Die Ausdehnung der Dampfschicht in Strömungsrichtung umfasst in beiden Fällen ungefähr  $1/3$  der Düsenlänge. Bei den numerischen Ergebnissen, wie in Abbildung 6.13(b), sind Kavitationsstrukturen zu sehen bei denen sich Dampfgebiete ablösen. Das Kavitationsverhalten wirkt instationär.

Bei **Re 70,000  $\sigma = 0.65$**  ist die Länge der Dampfschicht in der Simulation (Abbildung 6.12(e)) mit 65% der Düsenlänge signifikant kürzer als im Experiment (Abbildung 6.12(f)),

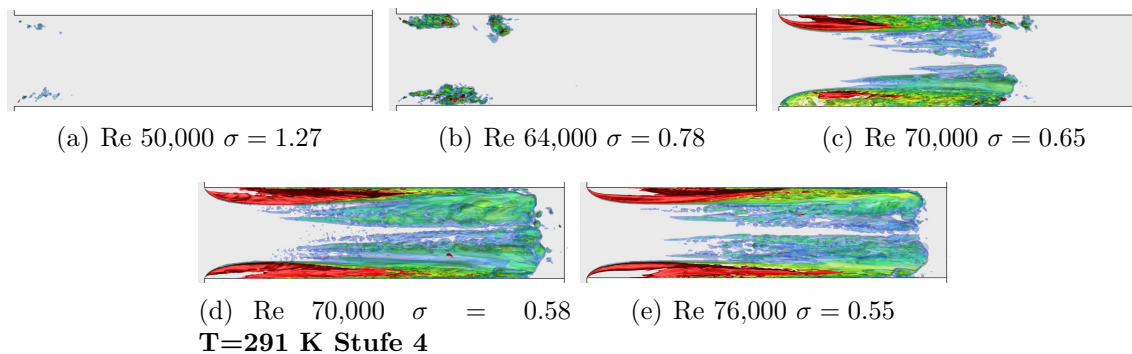
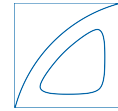


Abbildung 6.13: Dampfisoflächen in der Düse. Isoflächen bei  $\alpha = 0.9$  (rot)  $\alpha = 0.7$  (grün)  $\alpha = 0.5$  (grün)  $\alpha = 0.3$  (blau)  $\alpha = 0.1$  (blau mit Transparenz).

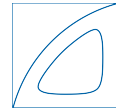
wo sie 93% beträgt. Hier ist zu beachten, dass zum Zeitpunkt der Auswertung der Dampfgehalt in der gesamten Domain noch stieg und die Kavitationslänge noch nicht auskonvergiert war. Da die Kavitationslängen in Simulation und Experiment stark voneinander abweichen, kann in diesem BP auch das Strahlverhalten nicht verglichen werden. Bei den Simulationsergebnissen von  $\text{Re } 70,000$   $\sigma = 0.65$  erscheint der Strahl, der als Isofläche des Volumenanteils Wasser  $\beta_W = 0.2$  dargestellt wird, stärker gestört als in den anderen Fällen und größere Strukturen lösen sich ab, siehe Abbildung 6.14(c).

Bei  **$\text{Re } 70,000$   $\sigma = 0.58$   $T=291$  K** bildet sich eine Dampfschicht, die über 90% der Düsenlänge einnimmt, siehe Abbildung 6.12(g) und Abbildung 6.13(d). Entsprechend der Kavitationszahl von  $\sigma = 0.58$  ist das Kavitationsverhalten ähnlich zu dem bei  $\text{Re } 76,000$   $\sigma = 0.55$   $T=293.15$  K. Anhand von Abbildung 6.14 ist ersichtlich, dass auch das Strahlverhalten eine gewisse Ähnlichkeit aufweist. In Abbildung 6.12(g) werden instantane Daten von Verfeinerungsstufe 3 gezeigt und in den Abbildungen 6.13(d) und 6.14(d) werden Ergebnisse von Verfeinerungsstufe 4 präsentiert. Die Ergebnisse der beiden Verfeinerungsstufen unterscheiden sich nur gering, was damit zusammenhängt, dass sich der Dampf volumenanteil in der gesamten Domain bei  $\text{Re } 70,000$   $\sigma = 0.58$   $T=291$  K von Verfeinerungsstufe 3 zu Verfeinerungsstufe 4 nicht ersichtlich geändert hat, siehe Abbildung 6.7.

In den Fällen  $\text{Re } 70,000$   $T=293.15$  K und  $T=291$  K sowie bei  $\text{Re } 76,000$  bilden sich in der Simulation Dampfstrukturen in der Mitte der Düse, die im Experiment nicht auftreten. In Abbildung 6.7 ist zu erkennen, dass diese wirbelartigen, in Strömungsrichtung angeordneten Dampfstrukturen in der Mitte der Düse einem Volumenanteil Dampf von  $\alpha = 0.1$  bis  $\alpha = 0.3$  entsprechen.

Bei  **$\text{Re } 76,000$   $\sigma = 0.55$**  reicht in der Simulation die Dampfschicht fast bis zum Düsenaustritt (Abbildung 6.12(h)). Der sogenannte *Hydraulic Flip*, der am Bild aus dem Experiment zu sehen ist (Abbildung 6.12(i)), tritt in der Simulation nicht auf. Als möglicher Grund hierfür ist die kurze physikalische Zeit von 4 ms in der Simulation zu nennen. Der *Hydraulic Flip* benötigt eine Zeit um sich zu entwickeln und weist dann eine bestimmte Frequenz auf.

In der Simulation wird bei  $\text{Re } 76,000$   $\sigma = 0.55$  Gas vom Austrittsbereich in die Düse gesaugt. Abbildung 6.15 zeigt die Isofläche für den Volumenanteil Gas  $\beta_G = 0.1$  in der Düse bei verschiedenen Ansichten. Das Einsaugen von Gas passiert nicht an der Düsenwand in Tiefenrichtung, an der sich die Dampfschicht ausbildet, sondern in der Mitte der Düse an der breit-seitigen Düsenwand. Physikalisch ist dieser Vorgang wie folgt begründet: Wenn



6 Simulation und Ergebnisse

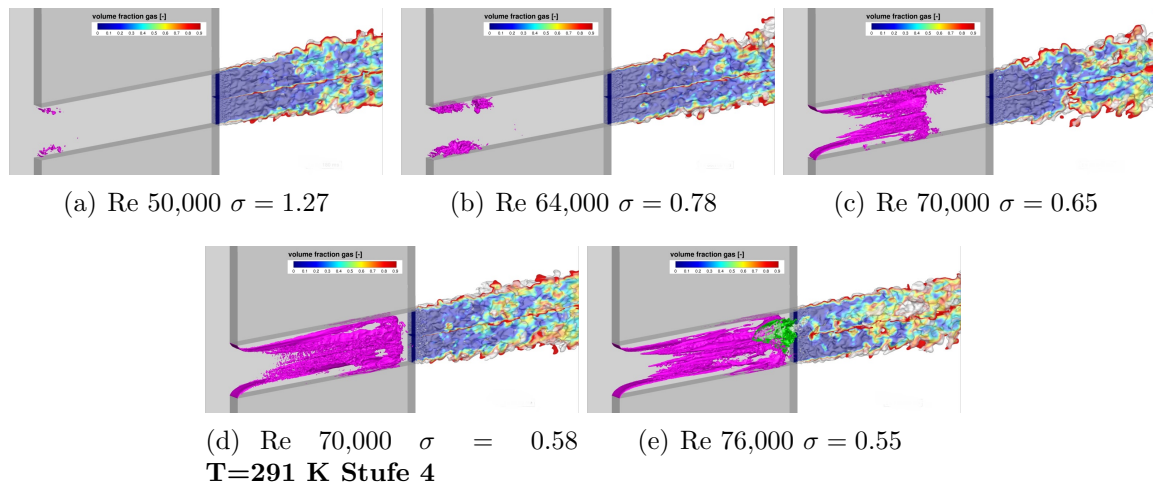


Abbildung 6.14: Instantane Simulationsergebnisse. Isofläche Dampf bei  $\alpha = 0.05$  und Kontur des Volumenanteiles Gas  $\beta_G$  mit einer Isofläche bei  $\beta_G = 0.8$ . In (d) ist das in die Düse eingesaugte Gas zu sehen  $\beta_G = 0.1$  (grün).

Dampfgebiete bis zum Düsenaustritt reichen, wird Gas in die Düse gesaugt, da der Druck im Austrittsbereich höher ist als der Druck im Dampfgebiet. Beim *Hydraulic Flip* wird ebenso Gas in die Düse gesaugt und zwischen dem Flüssigkeitsstrahl und der Düsenwand bildet sich ein Gasfilm [37], der dann dazu führt, dass der Strahl weniger stark zerstäubt wird und der Strahlwinkel abnimmt. Da der *Hydraulic Flip* in der Simulation nicht dargestellt wird, kann auch diese starke Abnahme des Strahlwinkels nicht auftreten. Dennoch wird in der Simulation der Strahlwinkel durch die Dampfschicht, die fast bis zum Düsenaustritt reicht, beeinflusst. In Abbildung 6.11 und Abbildung 6.14 scheint der Strahlwinkel in der Simulation im Fall Re 76,000  $\sigma = 0.55$  geringer und die Isofläche weniger gestört als im Fall Re 70,000  $\sigma = 0.65$ .

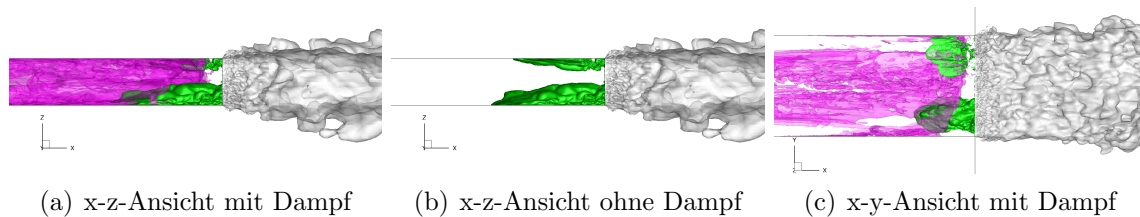
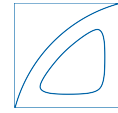


Abbildung 6.15: In die Düse eingesaugtes Gas. Re 76,000  $\sigma = 0.55$  t=111.9 ms. Dargestellt werden die Isofläche  $\alpha = 0.1$  (pink), Isofläche  $\beta_G = 0.1$  (grün) in der Düse und Isofläche  $\beta_W = 0.2$  (grau) für den Strahl außerhalb der Düse.



### 6.4.2 Kavitationslänge und Strahlwinkel

Die Kavitationslänge und der Strahlwinkel werden aus den statistisch gemittelten Daten bestimmt und mit den experimentellen Werten verglichen. Die Auswertung erfolgt bei  $Re\ 50,000$   $\sigma = 1.27$ ,  $Re\ 64,000$   $\sigma = 0.78$  und  $Re\ 76,000$   $\sigma = 0.55$  mit der in INCA aufgezeichneten Statistik. Der Zeitraum, über den gemittelt wurde, entspricht ungefähr dem in Abbildung 6.10 gekennzeichneten Zeitraum. Bei  $Re\ 70,000$  wurde keine statistische Auswertung für eine graphische Darstellung aufgezeichnet, da zum Zeitpunkt der Auswertung der Volumenanteil Dampf in der Domain noch kontinuierlich stieg. Für die untenstehenden Vergleiche wird bei  $Re\ 70,000$  ein instantaner Wert verwendet. Sou et al. [51, 50] hatten die Kavitationslängen und die Strahlwinkel aus Bildern gemessen und anschließend arithmetisch gemittelt.

Die Kavitationslänge wird anhand der Isofläche Volumenanteil Dampf  $\alpha = 0.1$  bestimmt und wie im Experiment wird die Kavitationslänge in Strömungsrichtung mit der Düsenlänge normiert  $L_{Kav}^* = \frac{L_{Kav}}{L_N}$ . In Abbildung 6.16 werden die mittleren Volumenanteile Dampf auf der Ebene  $z = 0$  und eine 3-D-Isofläche bei  $\alpha = 0.1$  dargestellt. Nur bei  $Re\ 64,000$   $\sigma = 0.78$  ändert sich die Kavitationslänge bei einem anderen Volumenanteil Dampf als Auswertekriterium. Bei  $\alpha = 0.01$  ist die Kavitationslänge  $L_{Kav}^* = 0.35$ , bei  $\alpha = 0.05$   $L_{Kav}^* = 0.29$  und bei  $\alpha = 0.1$   $L_{Kav}^* = 0.28$ . Bei  $Re\ 76,000$   $\sigma = 0.55$  und  $Re\ 70,000$   $\sigma = 0.58$   $T=291\ K$  Stufe 4 unterscheiden sich die Kavitationslängen für  $\alpha = 0.1$ ,  $\alpha = 0.05$  und  $\alpha = 0.01$  nicht wesentlich. Wie Abbildung 6.16 (a) zeigt, ist bei  $Re\ 50,000$   $\sigma = 1.27$  im statistischen Mittel ein Dampfgebiet am Rand der abgelösten Grenzschicht vorhanden. Da keine anliegende Kavitationsschicht vorliegt, wird die Kavitationslänge als 0 bewertet.

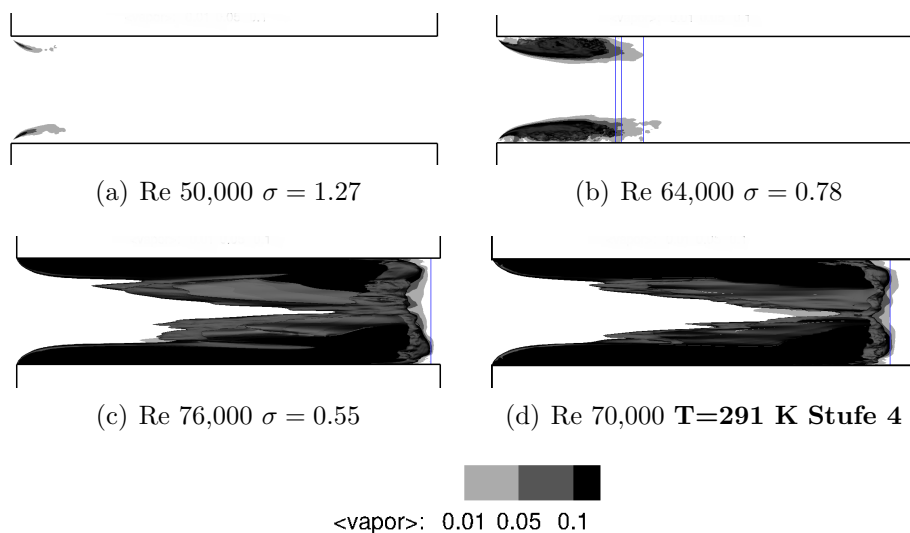
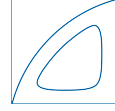


Abbildung 6.16: Kavitationslänge im statistischen Mittel auf der Ebene  $z = 0$ . Dargestellt wird der Volumenanteil Dampf und eine 3-D-Isofläche bei  $\alpha = 0.1$ . Die Kavitationslänge für den Vergleich mit dem Experiment wird bei  $\alpha = 0.1$  ausgewertet.

Die ermittelten Kavitationslängen werden über die Reynoldszahl  $Re$  und die Kavitationszahl  $\sigma$  in Abbildung 6.17 gemeinsam mit den experimentellen Kavitationslängen [50] dargestellt. Die Kavitationsregime *keine Kavitation*, *sich entwickelnde Kavitation* und der Bereich mit einer normierten Kavitationslänge von fast 1 können sehr gut wiedergegeben werden. Eine Kavitationslänge von 80 bis 90 %, die charakteristisch für Superkavitation ist,



wird in der Simulation nicht erreicht. Hier ist zu beachten, dass bei  $Re\ 70,000$   $\sigma = 0.65$  der Volumenanteil Dampf die Tendenz zeigt weiter zu steigen, siehe Abbildung 6.10. Des Weiteren wurden im Experiment für die LDA-Messung dem Wasser Partikel beigegeben und Vergleichsmessungen [51] zeigten, dass durch diese Partikel die Kavitationslänge um bis zu 8% steigen kann. Die Kavitationslänge bei  $Re\ 70,000$  ist aktuell um ungefähr 15 % zu gering. Bei  $Re\ 70,000$   $T=291\ K$  wurden die Daten von Verfeinerungsstufe 4 ausgewertet. Die Kavitationslänge bei  $Re\ 70,000$   $T=291\ K$  ist größer als im Experiment bei  $Re\ 70,000$   $T=293\ K$ . Eine Zunahme der Kavitationslänge bei gleichbleibender Reynoldszahl und sinkender Temperatur tritt auch im Experiment [50] auf. Durch die niedrigere Temperatur liegt eine höhere Viskosität vor und damit bei gleichbleibender  $Re$  eine höhere Geschwindigkeit, die zu einer stärkeren Kavitationsneigung führt.

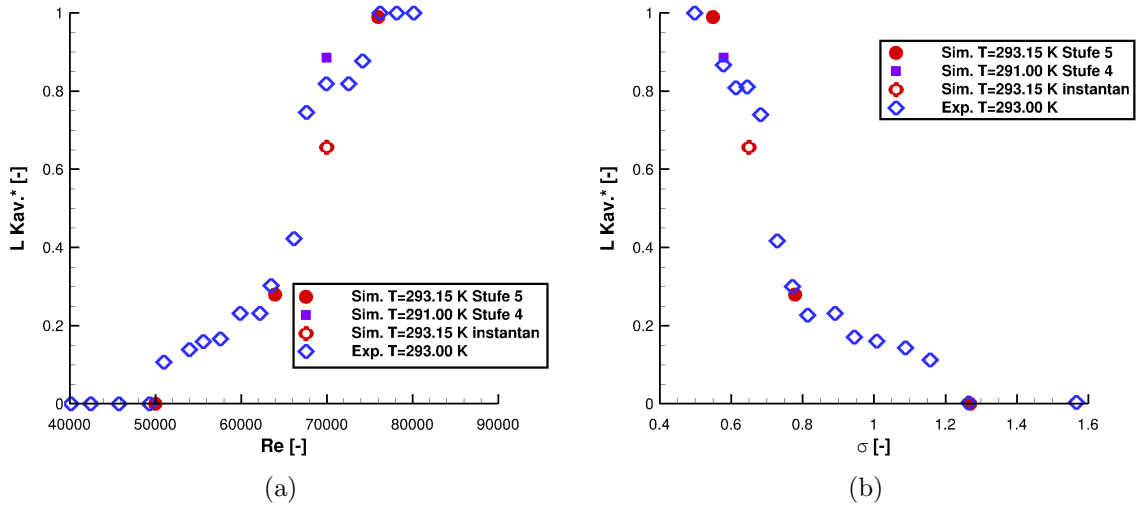


Abbildung 6.17: Normierte Kavitationslänge  $L_{Kav.*}$  über Reynoldszahl  $Re$  (a) und Kavitationszahl  $\sigma$  (b). Die experimentellen Daten sind aus [50] entnommen. Auswertekriterium für die Kavitationlänge in der Simulation ist die Isofläche Volumenanteil Dampf  $\alpha = 0.1$  im statistischen Mittel. Bei  $Re\ 70,000$   $\sigma = 0.65$  wird ein instantaner Werte verwendet.

Für die Bestimmung des Strahlwinkels wird ein bestimmter Volumenanteil Gas  $\beta_G$  festgelegt. Der Volumenanteil Wasser ist im Strahlbereich  $\beta_W = 1 - \beta_G$ . Abbildung 6.4.2 zeigt den Volumenanteil Gas  $\beta_G$  im statistischen Mittel auf der Ebene  $z = 0$  bei den verschiedenen BP. In Tabelle 6.5 sind die Winkel für verschiedene Auswerteverfahren angeführt. Die Winkel werden für die beiden Volumenanteile Gas  $\beta_G = 0.9$  und  $\beta_G = 0.8$  an den Positionen  $5\ mm$  und  $15\ mm$  nach Düsenaustritt auf beiden Seiten ( $y > 0$  und  $y < 0$ ) bestimmt. Vergleiche mit den experimentellen Werten zeigen, dass die Winkel bei  $\beta_G = 0.8$  bei keiner Kavitation und beginnender Kavitation besser mit dem experimentellen Strahlwinkel übereinstimmen. Eine Auswertung näher am Düsenaustritt führt zu größeren Strahlwinkel. Des Weiteren ist eine Asymmetrie im Strahl zu erkennen. Hier ist zu beachten, dass die Mittelung über einen sehr kurzen Zeitraum erfolgt ist. Für den Vergleich mit dem Experiment in Abbildung 6.4.2 wird der Winkel mit dem Kriterium Volumenanteil Wasser  $\beta_W = 0.2$  (Volumenanteil Gas  $\beta_G = 0.8$ )  $15\ mm$  nach Düsenaustritt bei  $y > 0$  auf der Ebene  $z = 0$  ermittelt.



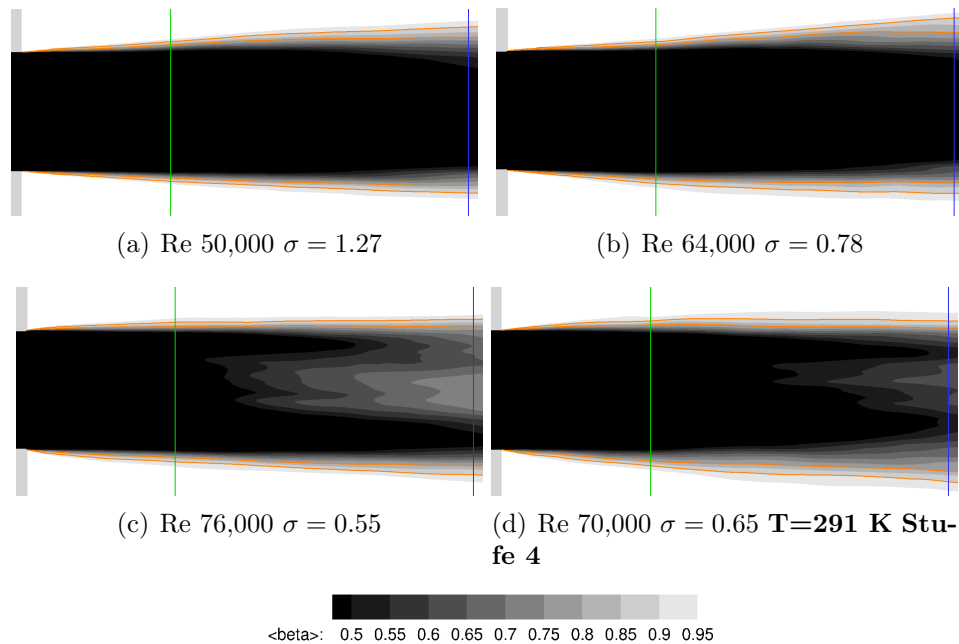
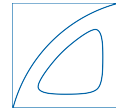


Abbildung 6.18: Strahl im statistischen Mittel auf der Ebene  $z = 0$ . Dargestellt wird der Volumenanteil Gas mit Konturlinien bei  $\beta_G = 0.8$  und  $\beta_G = 0.9$  sowie mit einer Linie bei  $x = 5 \text{ mm}$  (grün) und einer bei  $x = 15 \text{ mm}$  (blau). Der Winkel wird für den Vergleich mit dem Experiment bei  $x = 15 \text{ mm}$  (blaue Linie) und  $\beta_G = 0.8$  ausgewertet. In Tabelle 6.5 werden die unterschiedlichen Winkel aufgelistet.

Tabelle 6.5: Strahlwinkel mit unterschiedlichen Auswertekriterien.  $x^*$  bezeichnet den Abstand vom Düsenaustritt. *inst.* steht als Abkürzung für instantaner Wert.

$x^* =$	5 mm	5 mm	5 mm	5 mm	15 mm	15 mm	15 mm	15 mm
$\beta_G =$	0.9	0.9	0.8	0.8	0.9	0.9	0.8	0.8
$y$	<i>pos.</i>	<i>neg.</i>	<i>pos.</i>	<i>neg.</i>	<i>pos.</i>	<i>neg.</i>	<i>pos.</i>	<i>neg.</i>
Re 50,000	4.00°	3.89°	2.78°	2.65°	3.21°	2.79°	1.90°	1.83°
Re 64,000	3.42°	4.98°	2.27°	3.34°	4.22°	2.95°	2.31°	1.59°
Re 70,000 inst.							3.35°	
Re 76,000	3.05°	4.61°	1.41°	2.88°	0.91°	3.20°	0.57°	2.03°
Re 70,000 <sub>T=291</sub>	3.60°	6.09°	2.10°	4.27°	1.20°	4.07°	0.30°	2.71°

Die Strahlwinkel aus dem Experiment und der Simulation werden in Abbildung 6.4.2 gegenübergestellt. Bei einer geringen normierten Kavitationslänge sowie bei einer normierten Kavitationslänge nahe 1 stimmen die experimentellen und die simulativ ermittelten Strahlwinkel überein. Dabei ist zu beachten, dass das Auswertekriterium mit den experimentellen Strahlwinkeln bei geringer Kavitationslänge validiert wurde. Im Experiment [50] kommt es bei einer normierten Kavitationslänge von ungefähr 80 % zu einer starken Winkelzunahme. Diese Kavitationslänge wird in der Simulation bis zum Zeitpunkt der Auswertung nicht erreicht.

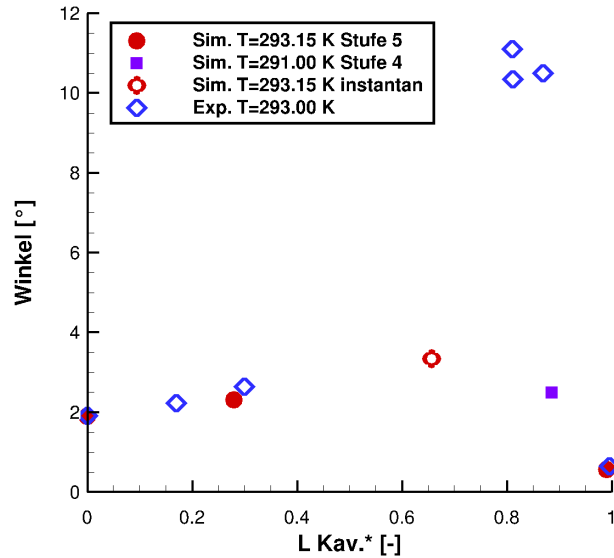
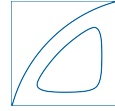


Abbildung 6.19: Strahlwinkel über normierte Kavitationslänge  $L_{Kav}^*$ . Die experimentellen Daten sind aus [50] entnommen. Auswertekriterium für den Strahlwinkel in der Simulation ist der Volumenanteil Wasser  $\beta_W = 0.2$  (Volumenanteil Gas  $\beta_G = 0.8$ ) 15 mm nach Düsenaustritt bei  $y > 0$  auf der Ebene  $z = 0$ . Bei  $Re$  70,000  $\sigma = 0.65$  wird ein instantaner Werte verwendet.

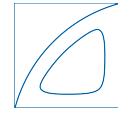
### 6.4.3 Analyse und quantitativer Vergleich der mittleren Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsfluktuationen

Im Folgenden werden die mittleren Geschwindigkeiten und die Geschwindigkeitsfluktuationen an verschiedenen  $x$ -Positionen in der Düse analysiert und mit den Daten aus dem Experiment [51, 50] verglichen. Die experimentellen Daten wurden mit Laser-Doppler-Geschwindigkeitsmessungen bei  $T=291$  K bestimmt. Um mit dem Experiment vergleichbare Daten zu bekommen, wurden in der Simulation *Probes* verwendet. Die Bestimmung der Daten aus der Simulation wird im Detail in Abschnitt 6.3.2 beschrieben. Wie im Experiment werden die quadratischen Mittelwerte (*root mean square RMS*) der Geschwindigkeitsfluktuationen für die Auswertung berechnet. Die statistische Auswertung erfolgt über den in Abbildung 6.10 gekennzeichneten Zeitraum. Die Referenztemperatur in der Simulation ist  $T=293.15$  K.

Zu Beginn werden die mittlere Geschwindigkeit in Strömungsrichtung und die quadratischen Mittelwerte der Geschwindigkeitsfluktuationen am Einlass mit den experimentellen Werten verglichen. Anschließend wird jeder BP diskutiert und die mittleren Geschwindigkeiten und die Geschwindigkeitsfluktuationen auf der Mittelebene ( $z = 0$ ) werden visualisiert. Da die Fluktuationen und die lateralen Geschwindigkeiten am Düsenauslass nach Sou et al. [50] entscheidend für die Strahlaufweitung sind, werden diese für ausgewählte BP in Abschnitt 6.4.3 analysiert.

Die  $x$ -Positionen, an denen die Geschwindigkeiten und die Geschwindigkeitsfluktuationen ausgewertet werden, sind in Abbildung 6.20 markiert. Die Düsenlänge in Strömungsrichtung





ist  $16 \text{ mm}$ .  $y$  ist in der Mitte der Düse  $0$  und an der Düsenwand  $\pm 2 \text{ mm}$ . Für die Auswertung wird die Symmetrie ausgenutzt und nur  $y = 0$  bis  $2 \text{ mm}$  ausgewertet.  $\langle u \rangle$  bezeichnet die mittlere Geschwindigkeit in Strömungsrichtung ( $x$ -Richtung),  $\langle v \rangle$  die mittlere Geschwindigkeit in laterale Richtung ( $y$ -Richtung),  $u'$  den RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung und  $v'$  den RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen in laterale Richtung.

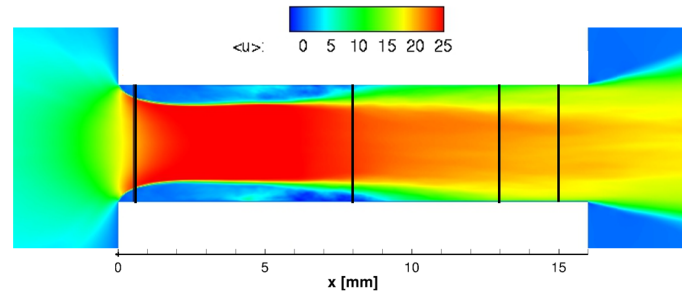


Abbildung 6.20:  $x$ -Positionen in der Düse für die Auswertung.

### Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsfluktuationen am Düseneinlass

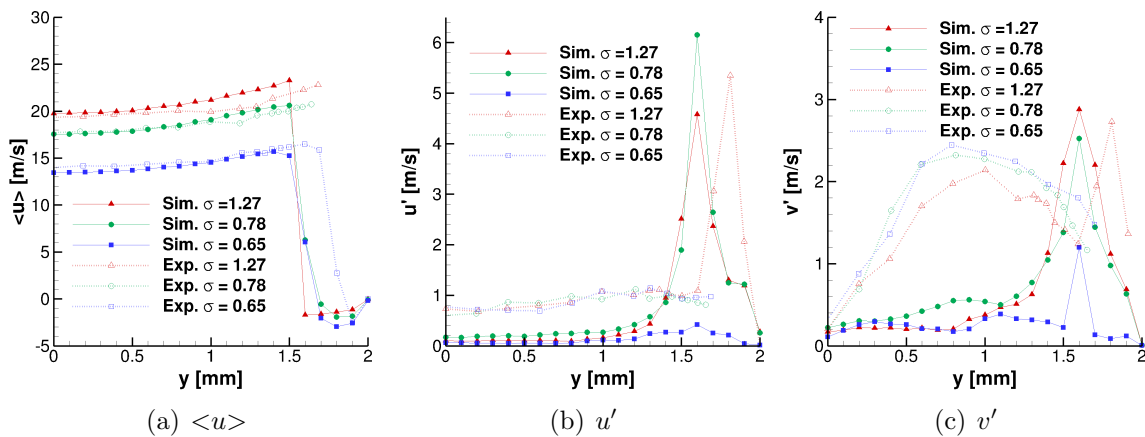
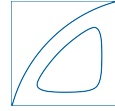


Abbildung 6.21: Vergleich der mittleren Geschwindigkeiten  $\langle u \rangle$  und der RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$  und  $v'$  am Düseneinlass bei  $x=0.5 \text{ mm}$ . Die Daten des Experiments sind aus [51].

In den Diagrammen in Abbildung 6.21 werden  $\langle u \rangle$ ,  $u'$  und  $v'$  mit den Daten aus dem Experiment [50] am Düseneinlass bei  $x = 0.5 \text{ mm}$  verglichen. Abbildung 6.21 (a) zeigt, dass die mittleren Geschwindigkeiten  $\langle u \rangle$  am Düseneinlass in der Simulation und im Experiment gut übereinstimmen.

Anhand des Verlaufes von  $\langle u \rangle$  ist zu erkennen, dass die Strömung am Düseneinlass ablöst und es zu einer Rückströmung kommt. Sou et al. [51] konnten diese Rückströmung nur bei  $\sigma = 1.27$  messen. Beim Experiment war es nicht möglich, im Dampfgebiet zu messen.



In der Simulation befindet sich der Rand der abgelösten Grenzschicht um ungefähr  $0.2\text{ mm}$  weiter in Richtung Düsenmitte als beim Experiment. Diese Verschiebung um  $0.2\text{ mm}$  ist sowohl in  $\langle u \rangle$  als auch im Verlauf der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$  und  $v'$  zu erkennen.

Die RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$  und  $v'$  sind in der Simulation deutlich geringer als im Experiment. Im Experiment liegt  $u'$  in der Mitte der Düse bei ungefähr  $0.8\text{ m/s}$  und in der Simulation unter  $0.2\text{ m/s}$ . Die RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen in laterale Richtung  $v'$  sind im Experiment bis zu  $2.5\text{ m/s}$  und weisen einen parabolischen Verlauf auf, der bei ungefähr  $y = 1\text{ mm}$  ein Maximum erreicht. Die ermittelten Fluktuationen in der Simulation sind in der Mitte der Düse kleiner als  $1\text{ m/s}$  und nehmen am Rand der abgelösten Grenzschicht ein Maximum an.

### Re 50,000 $\sigma = 1.27$

In Abbildung 6.22 werden die Daten für Re 50,000  $\sigma = 1.27$  an verschiedenen x-Positionen dargestellt. Zusätzlich werden  $\langle u \rangle$ ,  $\langle v \rangle$ ,  $u'$  und  $v'$  und Konturlinien für Volumenanteil Dampf auf der Mittelebene ( $z = 0$ ) in Abbildung 6.28 visualisiert.

Die Verteilungen der mittleren Geschwindigkeiten in Strömungsrichtung  $\langle u \rangle$  stimmen gut mit den experimentellen überein. Ab  $x = 8.0\text{ mm}$  verläuft die Verteilung der Geschwindigkeit  $\langle u \rangle$  gleichmäßig über die gesamte Düsenbreite. Die RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$  und  $v'$  sind über die gesamte Düsenlänge zu gering. Dies ist vermutlich durch die schon zu geringe Turbulenz am Düseneintritt bedingt. Der Verlauf der Fluktuationen in Strömungsrichtung ist in der Simulation ähnlich zu dem im Experiment. Die Fluktuationen nehmen von Düseneinlass  $x = 0.5\text{ mm}$  bis zur Mitte der Düse  $x = 8.0\text{ mm}$  zu. Bei  $x = 13\text{ mm}$  sind die Fluktuationen gleichmäßig über die Düse verteilt und in der Nähe der Düsenwand geringer als bei  $x = 8.0\text{ mm}$ .

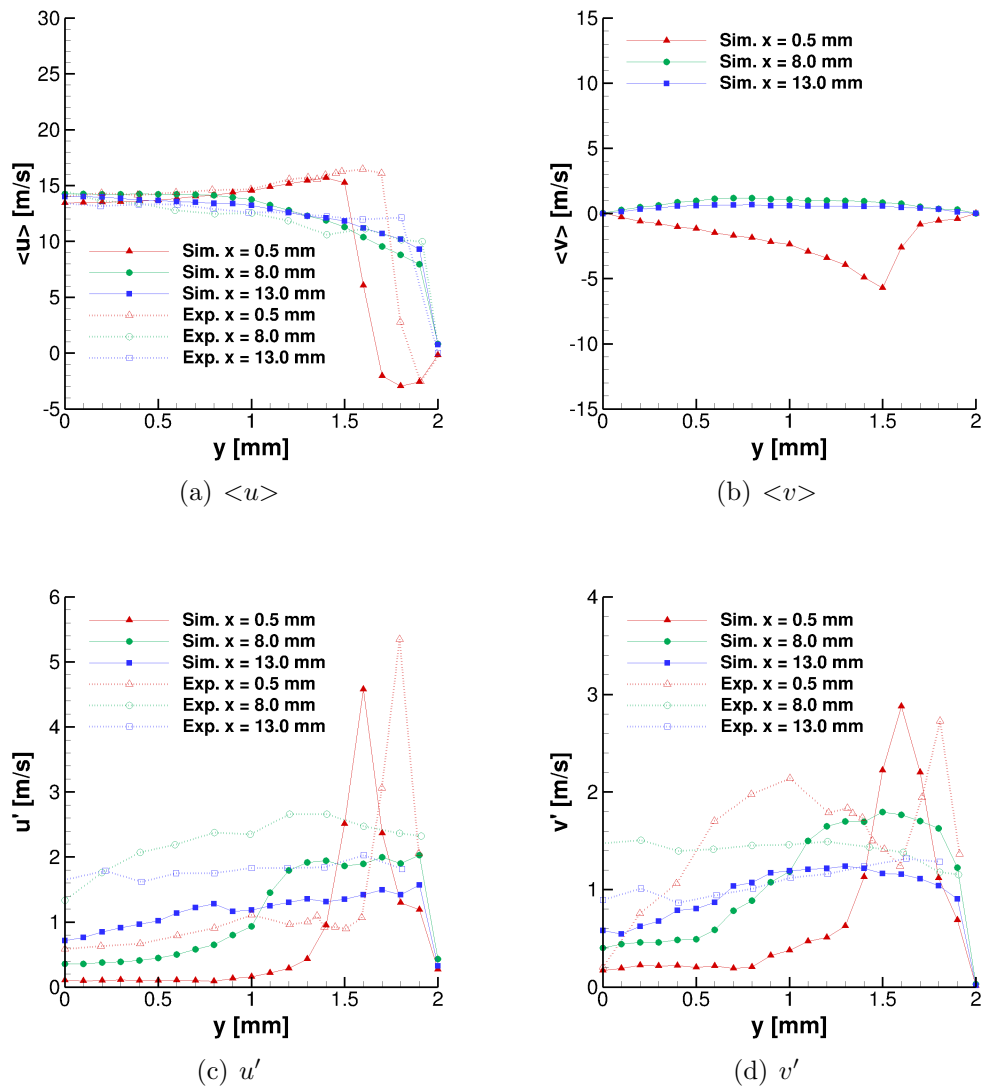
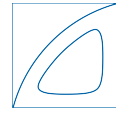


Abbildung 6.22:  $Re = 50,000$ ,  $\sigma = 1.27$ . Mittleren Geschwindigkeit  $\langle u \rangle$ ,  $\langle v \rangle$  und der RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$ ,  $v'$ . Statistische Auswertung der Simulationsergebnisse über 4 ms. Die experimentellen Daten für (a) und (c) sind aus [51] und für (d) aus [50] entnommen.

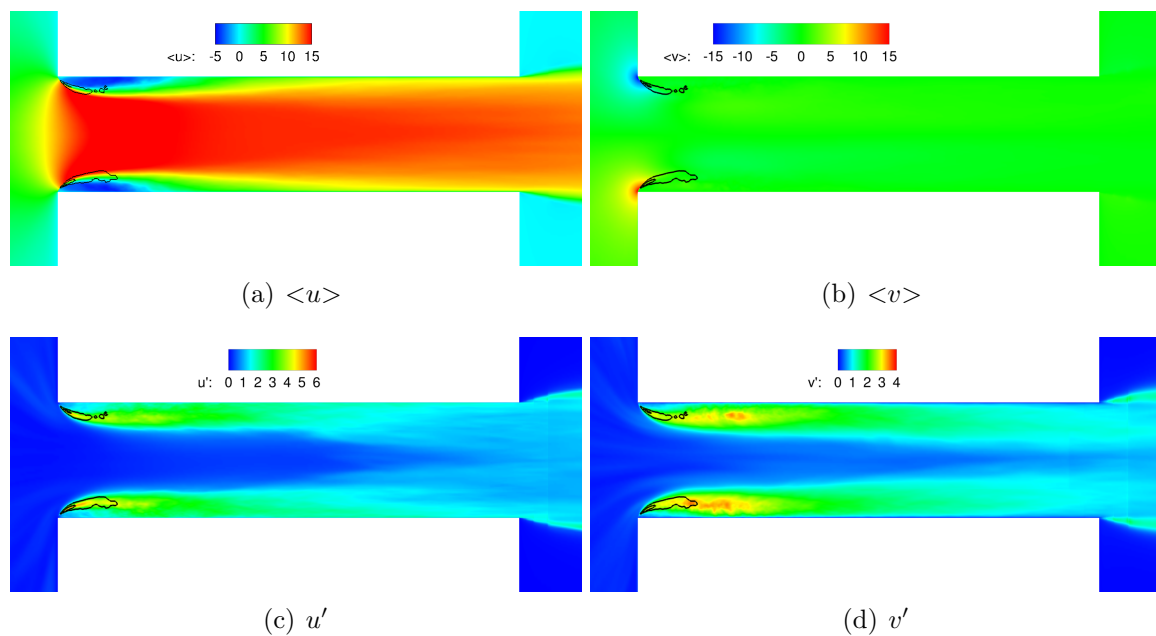
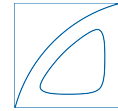
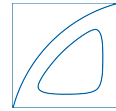


Abbildung 6.23:  $Re = 50,000$   $\sigma = 1.27$ . Mittlere Geschwindigkeiten und RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen auf der Mittelebene ( $z = 0$ ) sowie Konturlinien bei den Volumenanteilen Dampf  $\alpha = 0.01$  und  $\alpha = 0.1$ .

**Re 64,000  $\sigma = 0.78$** 

Für Re 64,000  $\sigma = 0.78$  sich entwickelnde Kavitation werden  $\langle u \rangle$ ,  $\langle v \rangle$ ,  $u'$  und  $v'$  in Abbildung 6.24 gezeigt. Dabei werden  $u'$  und  $v'$  mit den experimentellen Daten verglichen. Abbildung 6.25 zeigt  $\langle u \rangle$ ,  $\langle v \rangle$ ,  $u'$  und  $v'$  sowie Konturlinien für den Volumenanteil Dampf auf der Mittelebene ( $z = 0$ ).

Wie in den anderen BP liegen die RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen unter den im Experiment gemessenen Werten. In der Simulation nehmen bei  $x = 0.5 \text{ mm}$  die RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$  und  $v'$  am Rand der abgelösten Grenzschicht ein Maximum an. Im Experiment wurde dieser sprunghafte Anstieg nicht erfasst.

Sou et al. zeigten mit ihren Messungen, dass die Turbulenz am Ende der Kavitationszone bei  $x = 8.83 \text{ mm}$  zunimmt. Die RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen steigen im Experiment und in der Simulation von  $x = 0.5 \text{ mm}$  bis  $x = 8.83 \text{ mm}$  stark an. Danach nehmen sie wieder ab. Obwohl die Fluktuationen  $v'$  in der Simulation am Düsenanlass deutlich geringer sind als im Experiment, werden am Düsenauslass in der Nähe der Wand die experimentellen Werte erreicht.

Die Zunahme der Geschwindigkeitsfluktuationen durch die Kavitation ist in Abbildung 6.25 gut zu sehen. Die RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung sind am Rand des Gebietes, in dem im statistischen Mittel  $\alpha \geq 0.1$  vorliegt, maximal. Die Fluktuationen in laterale Richtung nehmen stromab im Gebiet  $\alpha = 0.1$  zu und sind an der Düsenwand zwischen den beiden Konturlinien  $\alpha = 0.1$  und  $\alpha = 0.01$  stark erhöht.

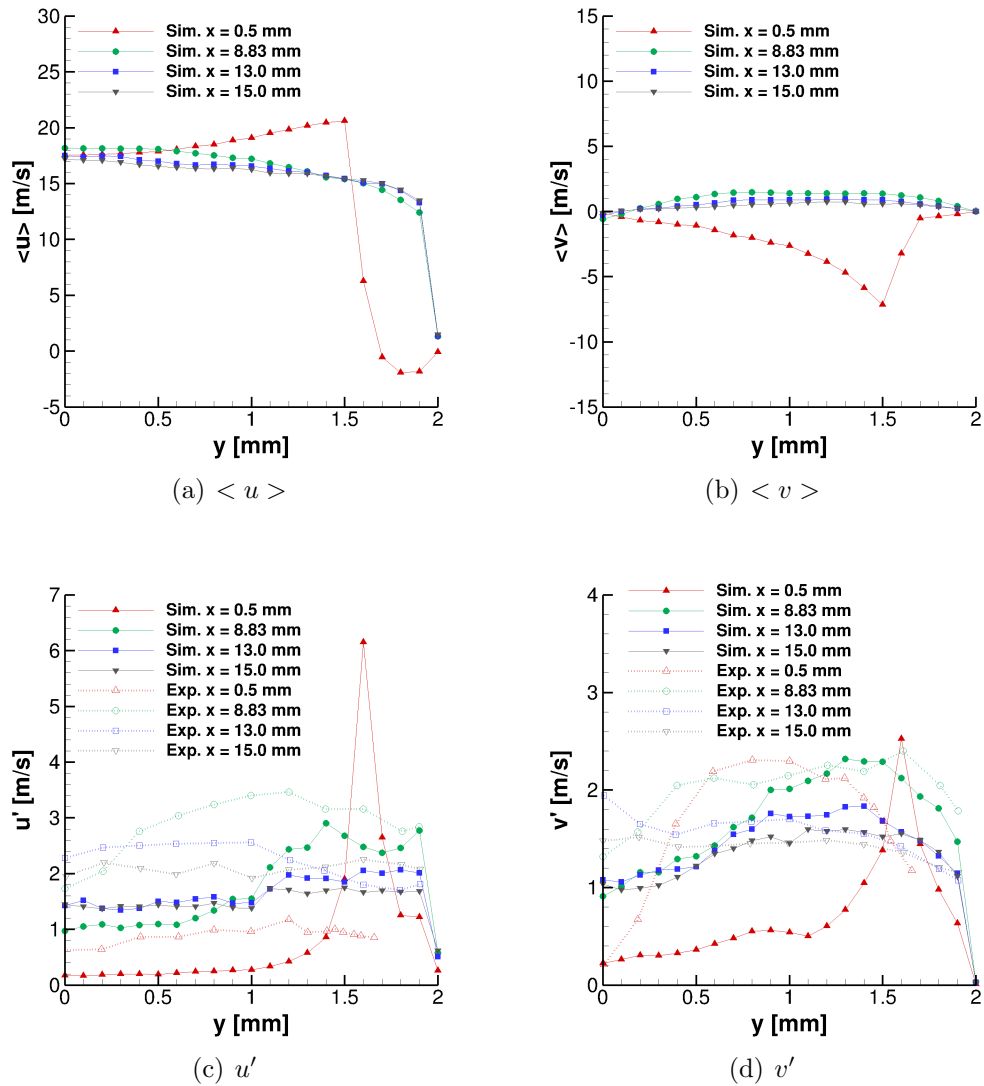
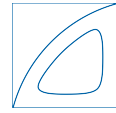


Abbildung 6.24:  $Re\ 64,000\ \sigma = 0.78$ . Mittlere Geschwindigkeit  $\langle u \rangle$ ,  $\langle v \rangle$  und der RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$ ,  $v'$ . Statistische Auswertung der Simulationsergebnisse von  $88.5\ ms$  bis  $91.4\ ms$ . Die experimentellen Daten sind aus [51] entnommen.

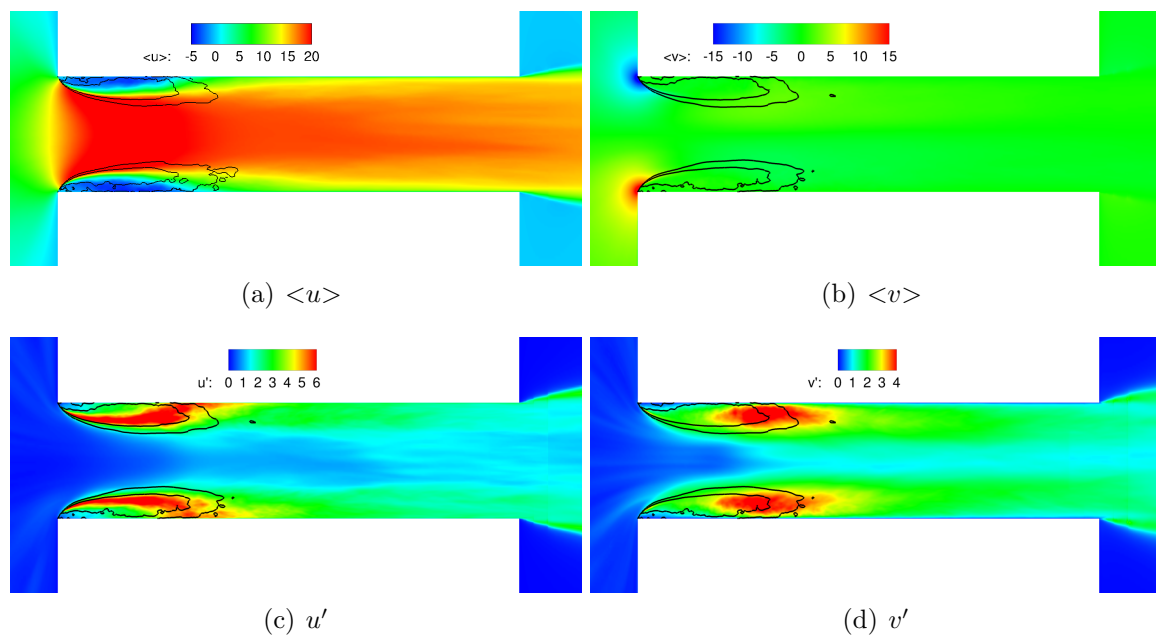
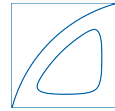
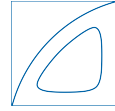


Abbildung 6.25:  $Re = 64,000$   $\sigma = 0.78$ . Mittlere Geschwindigkeiten und RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen auf der Mittelebene ( $z = 0$ ) sowie Konturlinien bei den Volumenanteilen Dampf  $\alpha = 0.01$  und  $\alpha = 0.1$ . In (a) ist der Zeitraum über den gemittelt wurde um  $0.5 \text{ ms}$  länger als in (b), (c) und (d) und daher verlaufen die Isolinien Dampf etwas anders.

**Re 70,000  $\sigma = 0.65$** 

In Abbildung 6.26 werden  $\langle u \rangle$ ,  $\langle v \rangle$ ,  $u'$  und  $v'$  von Re 70,000  $\sigma = 0.65$  mit den Daten aus dem Experiment verglichen. Hier ist zu beachten, dass zum Zeitpunkt der Auswertung in der Simulation der **Dampfgehalt noch nicht auskonvergiert war**. Die statistische Auswertung der *Probes* wurde von 85 bis 86 *ms* durchgeführt. Bei Re 70,000 wurde noch nicht mit einer statistischen Auswertung gestartet, die es ermöglicht, statistische Daten wie in den anderen BP zu visualisieren.

Die mittleren Geschwindigkeiten  $\langle u \rangle$  und  $\langle v \rangle$  liegen in der Simulation und im Experiment im selben Wertebereich und weisen ähnliche Verläufe auf.  $\langle u \rangle$  ist am Düsenauslass ( $x = 15 \text{ mm}$ ) in der Simulation über die gesamte Düsenbreite höher als im Experiment.  $\langle v \rangle$  ist an den Positionen  $x \geq 8 \text{ mm}$  in der Simulation um  $2 - 3 \text{ m/s}$  größer als im Experiment. Die Geschwindigkeitsfluktuationen sind deutlich geringer als im Experiment, zeigen aber dieselbe Tendenz. Zum Düsenaustritt hin nehmen die Fluktuationen zu. Besonders zu beachten sind die Verläufe der Fluktuationen bei  $x = 13 \text{ mm}$  und  $x = 15 \text{ mm}$ . Die ermittelten Fluktuationen in der Simulation erscheinen im Verlauf ähnlich zu denen im Experiment, aber um einen Versatz parallel verschoben.



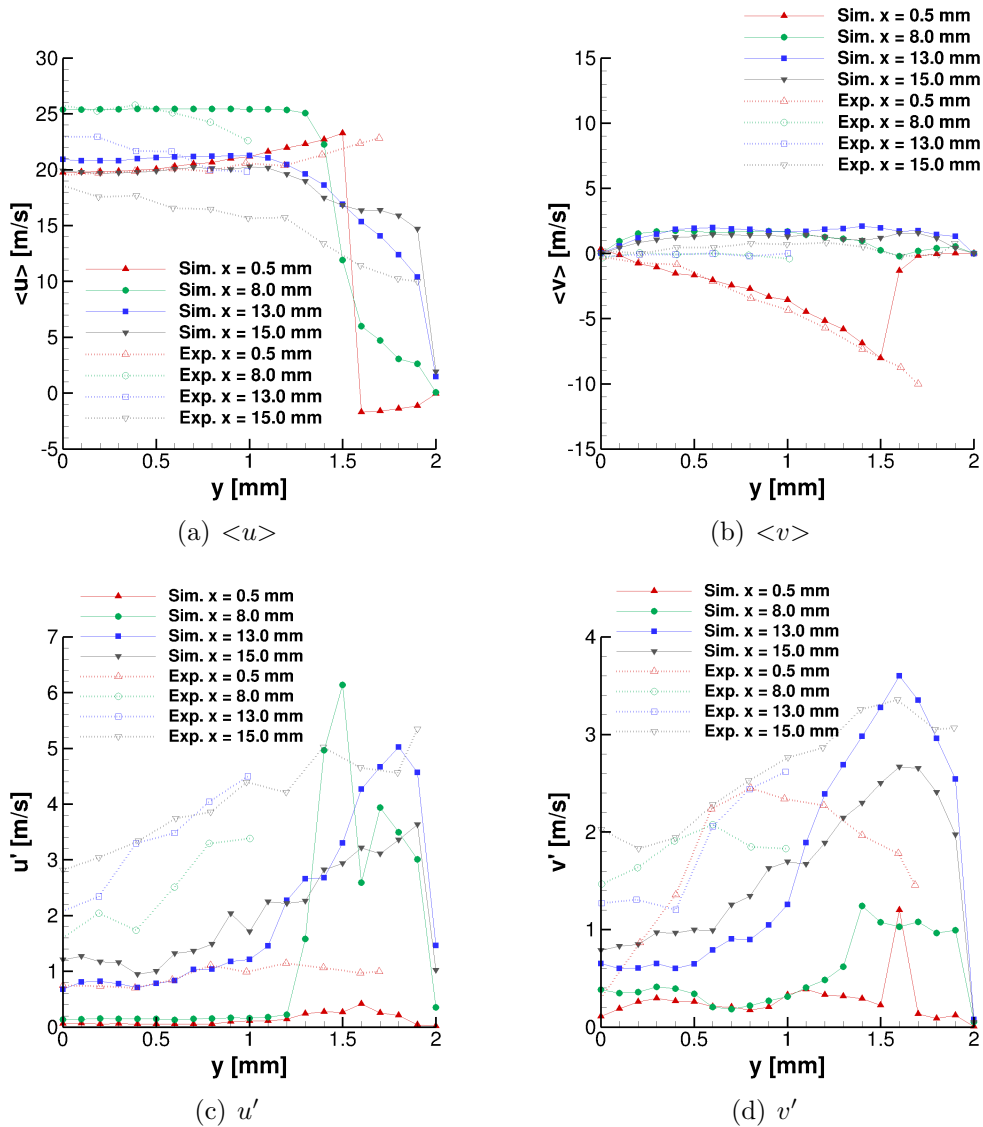
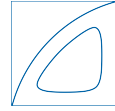
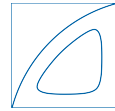


Abbildung 6.26:  $Re = 70,000$   $\sigma = 0.65$ . Mittlere Geschwindigkeit  $\langle u \rangle$ ,  $\langle v \rangle$  und der RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$ ,  $v'$ . Statistische Auswertung der Simulationsergebnisse von  $85 \text{ ms}$  bis  $86 \text{ ms}$ . Zum Zeitpunkt der Auswertung war in der Simulation der Dampfgehalt noch nicht auskonvergiert. Die experimentellen Daten sind aus [51] entnommen.

**Re 76,000  $\sigma = 0.55$** 

Für Re 76,000  $\sigma = 0.55$  wurden im Experiment keine Geschwindigkeitsmessungen durchgeführt. In Abbildung 6.27 werden die Daten aus der Simulation an den x-Positionen dargestellt und Abbildung 6.28 zeigt  $\langle u \rangle$ ,  $\langle v \rangle$ ,  $u'$  und  $v'$  sowie Konturlinien für den Volumenanteil Dampf auf der Mittelebene ( $z = 0$ ).

Bei diesem BP wurde im Experiment der *Hydraulic Flip* beobachtet. In der Simulation reicht das Dampfgebiet bei Re 76,000 bis ungefähr 99% der Düsenlänge und es wird Gas vom Austrittsbereich in die Düse gesaugt. In dem Verlauf von  $\langle u \rangle$  und  $u'$  bei  $x = 15 \text{ mm}$  ist dies durch die geringere mittlere Geschwindigkeit und die größeren Fluktuationen zu erkennen.

Die Geschwindigkeitsfluktuationen in diesem BP sind bis kurz vor dem Düsenaustritt ( $x = 15 \text{ mm}$ ) sehr gering. Wie auch in Abbildung 6.28 zu erkennen, nehmen die Fluktuationen erst in der Nähe des Düsenaustrittes, nach den Dampfgebieten, zu.

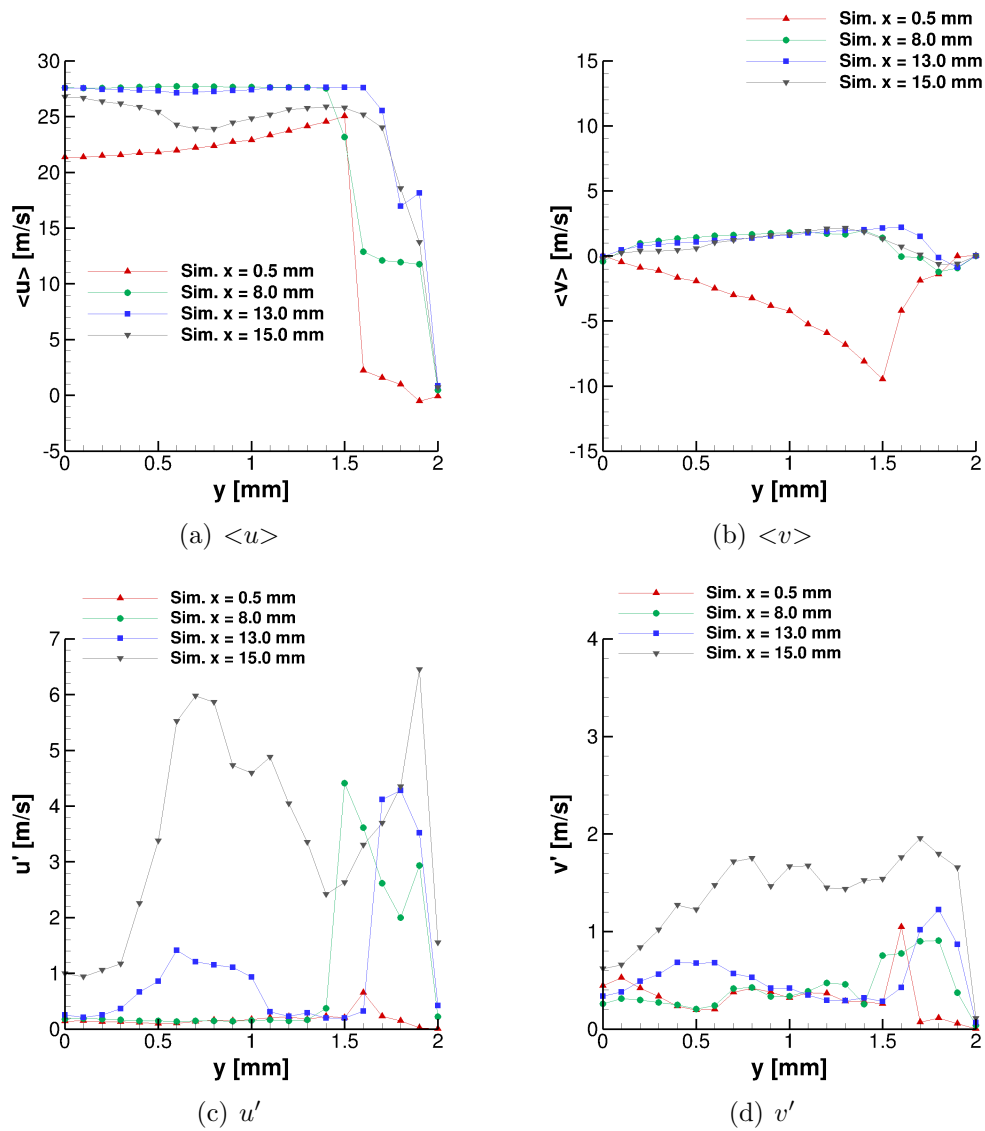
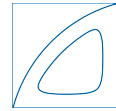


Abbildung 6.27:  $Re = 76,000$   $\sigma = 0.55$ . Mittlere Geschwindigkeit  $\langle u \rangle$ ,  $\langle v \rangle$  und der RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$ ,  $v'$ . Statistische Auswertung der Simulationsergebnisse von  $109.5$  ms bis  $111.5$  ms.

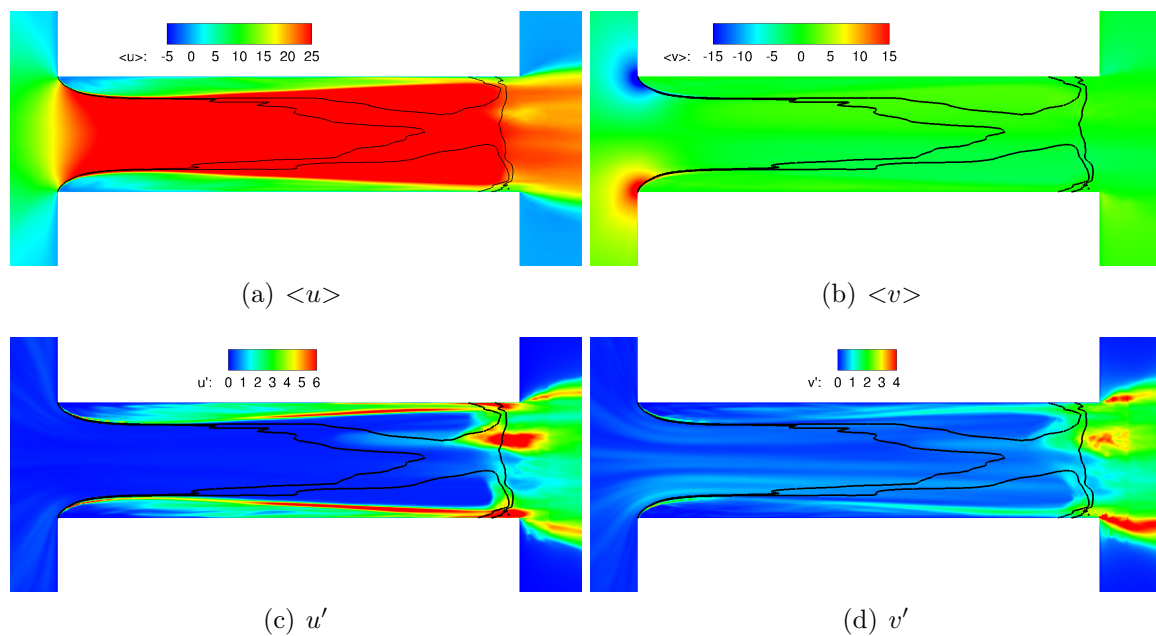
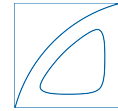
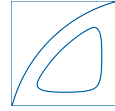


Abbildung 6.28:  $Re\ 76,000\ \sigma = 0.55$ . Mittlere Geschwindigkeiten und RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen auf der Mittelebene ( $z = 0$ ) sowie Konturlinien bei den Volumenanteilen Dampf  $\alpha = 0.01$  und  $\alpha = 0.1$ .



### Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsfluktuationen am Auslass für ausgewählte BP

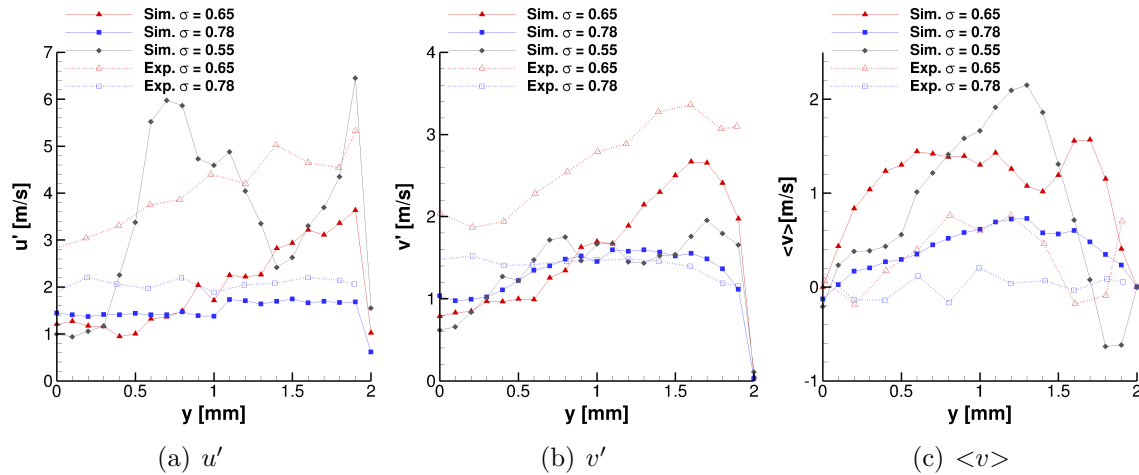
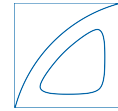


Abbildung 6.29: Vergleich der RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$  und  $v'$  und der lateralen Geschwindigkeit  $\langle v \rangle$  am Düsenaustritt bei  $x = 15 \text{ mm}$ . Die Daten für das Experiment sind aus [51] entnommen.

Abbildung 6.29 zeigt die RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$  und  $v'$  sowie die laterale Geschwindigkeit  $\langle v \rangle$  am Düsenaustritt bei  $x = 15 \text{ mm}$  für die BP  $\sigma = 0.65$  und  $\sigma = 0.78$  in der Simulation und im Experiment [51, 50]. Zusätzlich sind auch die Daten von  $\sigma = 0.55$  aus der Simulation dargestellt.

Im Experiment tritt *Superkavitation* bei  $\sigma = 0.65$  auf.  $u'$ ,  $v'$  und  $\langle v \rangle$  sind im Experiment am Düsenaustritt bei  $\sigma = 0.65$  größer als bei  $\sigma = 0.78$  (*Sich entwickelnde Kavitation*). Aus diesem Grund gehen Sou et al. [50] davon aus, dass die erhöhten Geschwindigkeitsfluktuationen und die größere laterale Geschwindigkeit am Düsenaustritt die dominanten Mechanismen für die Strahlzunahme sind. *Superkavitation* und die dabei auftretende starke Winkelzunahme konnten bis jetzt bei der Simulation nicht dargestellt werden. In der Simulation werden die im Experiment bei Superkavitation gemessenen Werte nicht erreicht.  $u'$  zeigt bei  $\sigma = 0.55$  zweimal eine Überhöhung und überschreitet dort die im Experiment gemessenen  $u'$ . Die Überhöhung bei ungefähr  $0.8 \text{ mm}$  ist vermutlich durch das einströmende Gas bedingt. Diese Maxima in  $u'$  führen zu keiner Zunahme des Strahlwinkels, da bei  $\sigma = 0.55$  keine Strahlaufweitung auftritt (siehe Abschnitt 6.4.2). Wie im Experiment sind in der Simulation bei  $\sigma = 0.65$  die Fluktuationen  $u'$  und  $v'$  an der Düsenwand größer als bei  $\sigma = 0.78$  und die laterale Geschwindigkeit ist bei  $\sigma = 0.65$  über die gesamte Düsenbreite größer als bei  $\sigma = 0.78$ . Hier ist zu beachten, dass die Daten von  $\sigma = 0.65$  ausgewertet wurden, als die Simulation noch nicht auskonvergiert war. Aktuell können die derzeitigen Ergebnisse nur zusammengefasst werden zu: Bei  $\sigma = 0.65$  ist  $v'$  und  $\langle v \rangle$  in der Nähe der Düsenwand größer als bei  $\sigma = 0.78$  und auch bei  $\sigma = 0.55$  und der instantane Strahlwinkel von  $\sigma = 0.65$  ist größer als der mittlere Strahlwinkel bei  $\sigma = 0.78$  und bei  $\sigma = 0.55$ .



### 6.4.4 Instantane Geschwindigkeiten in der Düse

Abbildung 6.30 zeigt die Geschwindigkeiten in Strömungsrichtung zu einem instantanen Zeitpunkt. In den BP Re 50,000  $\sigma = 1.27$  und Re 64,000  $\sigma = 0.78$  bildet sich nach dem Wiederanlegen der abgelösten Strömung eine turbulente Grenzschicht. In den beiden stärker kavitierenden Fällen Re 70,000  $\sigma = 0.65$  und Re 76,000  $\sigma = 0.55$  dämpft die anliegende Dampfschicht an der Wand die Turbulenz. Beim BP Re 76,000  $\sigma = 0.55$  führt die Dampfschicht, die fast bis zum Düsenaustritt reicht, dazu, dass sich erst kurz vor Düsenaustritt eine zerfallsfördernde Grenzschicht ausbildet. Der Bereich mit erhöhter Geschwindigkeit im Strahl erscheint bei Re 76,000  $\sigma = 0.55$  nicht so aufgefächert wie in den anderen BP. Bei Re 76,000  $\sigma = 0.55$  sind auch die negativen Geschwindigkeiten am Auslass zu erkennen, wo Gas in die Düse gesaugt wird.

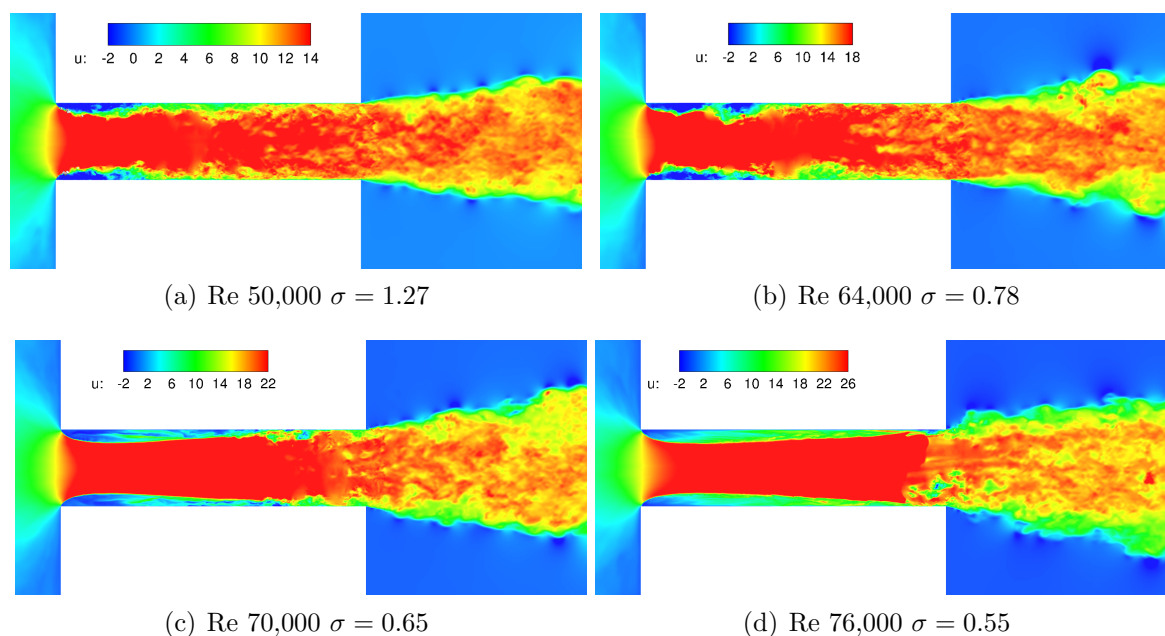


Abbildung 6.30: Geschwindigkeit  $u$  in Strömungsrichtung auf der Mittelebene ( $z = 0$ ).

### 6.4.5 Kollapse

Abbildung 6.31 zeigt die Aufzeichnungen des Kollaps-Detektors, welcher in Abschnitt 6.3.3 beschrieben wird. Jede Kugel stellt einen Kollaps dar und die Größe und Farbe der Kugel entspricht dem auftretenden Maximaldruck des detektierten Kollapses. Dargestellt werden alle Kollapse mit einem Maximaldruck größer als  $1 \cdot 10^7 Pa$ , die während der Simulation auf Verfeinerungsstufe 5 detektiert wurden.

Bei Re=50,000  $\sigma = 1.27$  bilden sich Dampfblasen am Düseneinlass und Blasenkolllapse im Eintrittsbereich werden aufgezeichnet. Die maximalen Drücke sind bis zu  $4 \cdot 10^7 Pa$ , welche im Vergleich zu den anderen BP gering sind. Im BP Re 64,000  $\sigma = 0.78$  treten viele Kollapse mit unterschiedlich hohen Maximaldrücken im vorderen Bereich der Düse auf. Besonders auffällig sind die detektierten Kollapse direkt an der Einströmkante. Wird die Kavitationsneigung erhöht, verschiebt sich das Gebiet der Kollapse in Richtung Düsenaustritt wie bei Re 70,000  $\sigma = 0.65$ . Bei Re 70,000  $\sigma = 0.65$  und Re 64,000  $\sigma = 0.78$  werden Kollapse

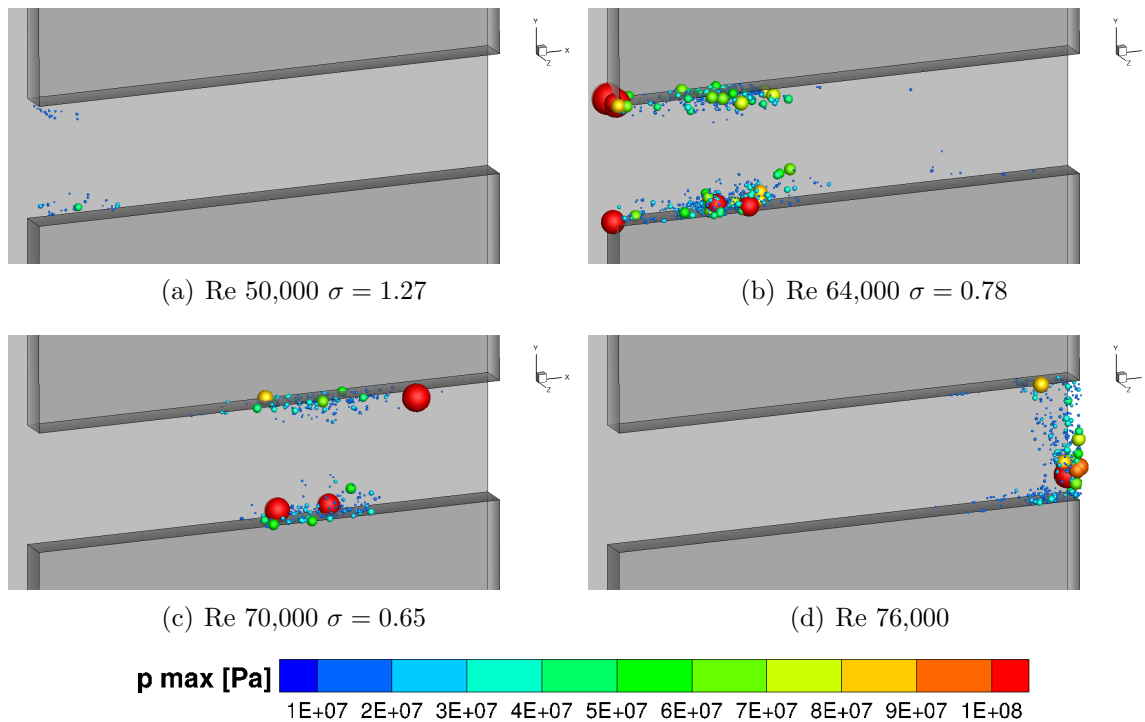
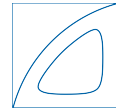


Abbildung 6.31: Blasenkollapse. Dargestellt werden alle Kollapse mit einem Maximaldruck größer als  $1 \cdot 10^7 Pa$ , die während der Simulation auf Verfeinerungsstufe 5 detektiert wurden.

mit maximalen Drücken über  $1 \cdot 10^8 Pa$  aufgezeichnet. Wenn das Dampfgebiet die gesamte Düsenlänge umfasst, wie es bei Re 76,000  $\sigma = 0.55$  der Fall ist, werden die Kollapse kurz vor Düsenaustritt detektiert. In keinem der BP werden Kollapse im Austrittsbereich erfasst.

Abbildung 6.32 zeigt die Position der Kollapse für die BP Re 70,000  $\sigma = 0.65$  und Re 76,000  $\sigma = 0.55$  in einer  $x-y$ -Ansicht. Anhand der veröffentlichten Bilder des Experiments [50] ist ersichtlich, dass dort bei Superkavitation Blasenkollapse im Bereich 13 bis 16 mm nach Düseninlass aufgetreten sind. Sou et al. [50] gehen davon aus, dass die Kollapse in der Nähe des Düsenaustrittes zu einer hohen Turbulenzintensität führen und damit die Bildung von Ligamenten beeinflussen. In der Simulation werden bei Re 70,000  $\sigma = 0.65$  Kollapse 8 bis 13 mm nach Düseninlass detektiert. Der Einfluss der Blasenkollapse in diesem Bereich auf die Strahlaufweitung und die Ligament-Bildung kann noch nicht beurteilt werden. Bei Re 76,000  $\sigma = 0.55$  treten die Kollapse 15 bis 16 mm nach Düseninlass auf. In dem Abschnitt 6.4.2 wurde gezeigt, dass es bei Re 76,000  $\sigma = 0.55$  zu keiner Zunahme des Strahlwinkels kommt. Infolgedessen führen die Blasenkollapse direkt am Düsenauslass bei der Simulation zu keiner Strahlaufweitung.

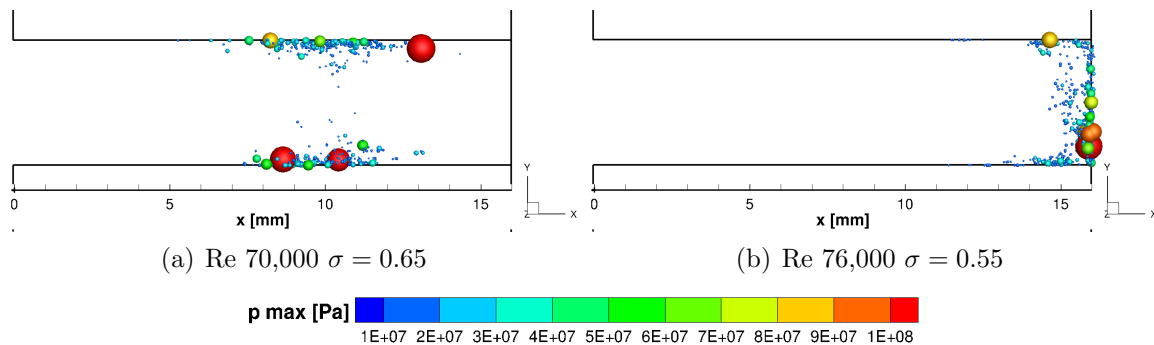
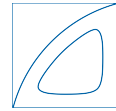


Abbildung 6.32: Blasenkolllapse in x-y-Ansicht. Dargestellt werden alle Kolllapse mit einem Maximaldruck größer als  $1 \cdot 10^7\ Pa$ , die während der Simulation auf Verfeinerungsstufe 5 detektiert wurden.

### 6.4.6 Interaktion der Turbulenz in der Düse und Kavitationsgebiete

In kavitierenden Düsenströmungen treten kohärente wirbelartige Strukturen in Interaktion mit unterschiedlichen Kavitationsmechanismen auf. Wie in Kapitel 1 beschrieben, kann es in Wirbelzentren aufgrund des Druckminimums zu Wirbelkavitation kommen. Andererseits werden die Wirbelstrukturen durch große Dampfgebiete beeinflusst.

Die Identifikation der Wirbel erfolgt mit dem  $\lambda_2$ -Kriterium [31]. Negative  $\lambda_2$ -Werte sind Indikatoren für Wirbelgebiete. In Abbildung 6.33 werden Isoflächen für  $\lambda_2$ -Werte mit der Geschwindigkeitskontur dargestellt. Für denselben Zeitpunkt sind auch die Isoflächen der Dampfgebiete zu sehen.

In allen BP bilden sich in der Mitte der Düse Wirbel in Strömungsrichtung. Durch die Beschleunigung in der Düse werden die Wirbel gestreckt und die Wirbelintensität nimmt zu. Nach den Dampfgebieten bilden sich klein-skalige Wirbelstrukturen. Außerhalb der Düse werden die Wirbelstrukturen größer.

Bei  $Re\ 50,000\ \sigma = 1.27$  bilden sich am Rand der abgelösten Grenzschicht kleine Wirbelstrukturen in Tiefenrichtung. Bei diesen kommt es zur Dampf Bildung. Die BP  $Re\ 50,000\ \sigma = 1.27$  und  $Re\ 64,000\ \sigma = 0.78$  zeigen kleine Wirbelstrukturen im Rückströmgebiet. Im Gegensatz dazu werden bei  $Re\ 70,000\ \sigma = 0.65$  und  $Re\ 76,000\ \sigma = 0.55$  die Wirbelstrukturen durch den Dampf gedämpft und in den Dampfgebieten sind keine zu sehen. Bei  $Re\ 76,000\ \sigma = 0.55$  ist das Gebiet, in dem Gas in die Düse strömt, anhand der negativen Strömungsgeschwindigkeiten zu erkennen.



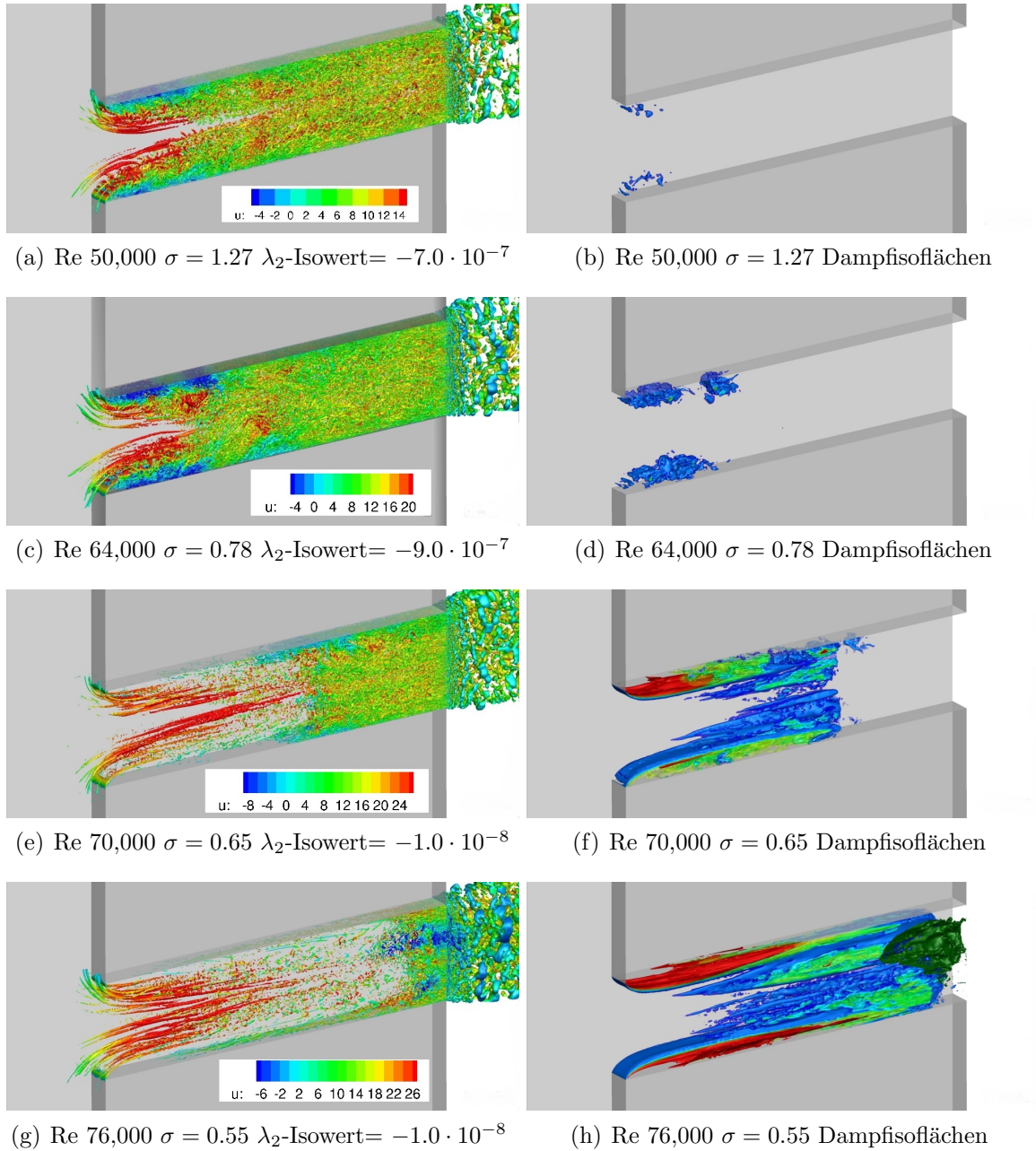
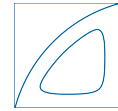
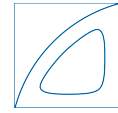


Abbildung 6.33:  $\lambda_2$ -Isoflächen mit Geschwindigkeitskontur links und Dampfisofflächen rechts. Isoflächen Dampf bei  $\alpha = 0.9$  (rot)  $\alpha = 0.7$  (grün)  $\alpha = 0.5$  (grün)  $\alpha = 0.3$  (blau)  $\alpha = 0.1$  (blau). In (h) ist zusätzlich die Isofläche  $\beta_G = 0.1$  (dunkelgrün) dargestellt.



## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein thermodynamisches Modell für einen homogenen Mischungsansatz zur Simulation kavitierender Strömungen um die zusätzliche Komponente nicht kondensierbaren Gases erweitert. Das homogene Wasser-Dampf-Gas-Gemisch wurde dazu mit einer gekoppelten Mischungszustandsgleichung beschrieben.

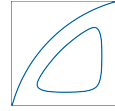
Für den Massentransport und den Transport von freiem Gas, welches als Skalar berücksichtigt wurde, wurden verschiedene Transportschemata auf Einhaltung der skalaren Grenzen, numerische Diffusion, Stabilität bei großen Dichte- und Druckgradienten und Kompatibilität mit dem thermodynamischen Modell getestet. Auf Basis der hierbei gewonnenen Erkenntnisse wurde der Van-Albada-Limiter 2. Ordnung für die Rekonstruktion der Dichte und des Massenanteiles Gas in der 3-D-Simulation verwendet, da dieser eine geringe numerische Diffusion bei gleichzeitig hoher Stabilität aufweist.

Zur Validierung des Modells wurde ein von Sou et al. [51, 50] experimentell untersuchter Testfall der Einspritzung eines kavitierenden Wasserstrahles in Umgebungsluft herangezogen. Hierbei wurden die von Sou et al. [51, 50] beobachteten Kavitationsverhalten *Keine Kavitation* (Re 50,000), *Sich entwickelnde Kavitation* (Re 64,000), *Superkavitation* (Re 70,000) und *Hydraulic Flip* (Re 76,000) mit einer kompressiblen LES numerisch nachgestellt. Die zeitlich gemittelten Kavitationslängen und Strahlwinkel aus der Simulation und dem Experiment stimmten – mit Ausnahme des noch nicht konvergierten BP *Superkavitation* – gut überein. Damit wurde demonstriert, dass mit dem verwendeten homogenen Mischungsmodell das im Experiment aufgetretene Kavitations- und Strahlverhalten wiedergegeben werden kann. Inwiefern die bei Superkavitation beobachtete Winkelzunahme numerisch nachgebildet werden kann, ist noch offen. Mit dem homogenen Mischungsmodell wurde auch das physikalisch bedingte Einsaugen von Gas in die Düse bei starker Kavitation nachgewiesen. Die implizite LES war zudem in der Lage die Zunahme der Turbulenz nach den Kavitationsgebieten zu zeigen, wobei aber in der LES die quadratischen Mittelwerte der Geschwindigkeitsfluktuationen geringer waren als im Experiment.

Einige Simulationen waren bei Abgabe der Arbeit noch nicht abgeschlossen und wurden daher als vorläufige Ergebnisse präsentiert. Nach Abschluss der Simulationen können darauf aufbauend weiterführende Analysen durchgeführt werden. Besonders interessant werden dabei die Ergebnisse des BP Re 70,000 sein, in dem beim Experiment Superkavitation auftrat.

In zukünftigen Untersuchungen könnten unter anderem die Auswirkungen der Kollapse auf das Strahlverhalten weiter analysiert werden und dabei auch Vergleiche zwischen Simulation und Experiment durchgeführt werden. Mit den derzeitigen Ergebnissen konnte gezeigt werden, dass Kollapse sehr nahe am Düsenaustritt in der Simulation bisher zu keiner Strahlaufweitung führten. Die vorliegende Gitter-Abhängigkeit des Kollaps-Druckes [41] könnte bei weiteren Untersuchungen durch eine entsprechende Skalierung nach [41] vermieden werden.

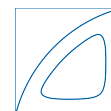
Bei dem für die Simulation verwendeten Gitter wurde keine ausreichende Wandauflösung erzielt. Der  $y^+$ -Wert in der Düse lag in der Größenordnung  $\mathcal{O}(10^2)$  auf dem feinsten Gitter, was für eine reibungsbehaftete Simulation ohne Wandmodell zu hoch ist. Eine bessere Wandauflösung, die in einer erheblich größeren Anzahl an Zellen resultieren würde, ist von den Ressourcen her nicht möglich. In zukünftigen Arbeiten könnte daher der Einsatz eines Wandmodells untersucht werden.



Die Geschwindigkeitsfluktuationen am Düsen Eintritt waren in der Simulation deutlich geringer als im Experiment. Dies ist vermutlich auf die Einlassrandbedingung und den Simulationsaufbau zurückzuführen. Am Einlass wurde nur ein laminares doppelparabolisches Geschwindigkeitsprofil vorgegeben. Da der Einströmbereich mit einer Länge von etwas mehr als zwei Düsenlängen gewählt wurde, konnte sich die turbulente Strömung bis zum Düsen Eintritt nicht komplett ausbilden. In weiterführenden Arbeiten könnten daher die Einströmrandbedingung optimiert und beispielsweise wie in [49] eine Vorsimulation für die Strömungsrandbedingungen am Einlass durchführt werden. Sou et al. [49] simulierten vorab die Strömung in einem Ausschnitt des Einströmbereiches mit periodischen Randbedingungen solange, bis eine quasi stationäre turbulente Strömung vorlag. Das so erhaltene Geschwindigkeitsfeld wurde anschließend als Randbedingung für die Simulation der Düsenströmung verwendet. Damit erzielten Sou et al. [49] vor der Düse RMS der Geschwindigkeitsfluktuationen in guter Übereinstimmung mit experimentellen Daten aus LDA-Messungen. Der Aufwand dieser Vorsimulation ist nicht zu unterschätzen. In [49] wurde  $3/4$  der Simulationszeit genutzt um die Einströmrandbedingungen zu bestimmen und  $1/4$  der Zeit für die Simulation der Düsenströmung.

Zukünftige Untersuchungen zu dem thermodynamischen Modell könnten sich zudem mit der Modellierung der Viskosität auseinandersetzen. In der durchgeführten Simulation wurde die mittlere Viskosität der Wasser-Dampf-Gas-Mischung anhand der Volumenanteile linear interpoliert. Hingegen in [16, 29, 11] wurde auch der Einfluss der Dampfblasen auf die Viskosität mit einem entsprechenden Ansatz berücksichtigt.

Im verwendeten thermodynamischen Modell wurde das Ausgasen von in der Flüssigkeit gelöstem Gas vernachlässigt. Das in Flüssigkeiten gelöste Gas kann zum Beispiel durch eine lokale Übersättigung der Flüssigkeit, hervorgerufen durch eine Druckabsenkung, freigesetzt werden und dann als freier Gasanteil großen Einfluss auf das Kollapsverhalten [53] oder die Kavitationsdynamik [17] haben. Ein logischer nächster Schritt ist daher das thermodynamische Modell um den Massenanteil von gelöstem Gas und Mechanismen zur Gasfreisetzung zu erweitern.

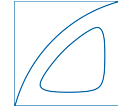


## Literaturverzeichnis

- [1] AHMAD, Z. ; KOTHYARI, U. C.: Time-line cubic spline interpolation scheme for solution of advection equation. In: *Computers & Fluids* 30 (2001), S. 737–752 4.4.3.1
- [2] ALBADA, G. van ; LEER, B. van ; ROBERTS, W. W. J.: A comparative study of computational methods in cosmic gas dynamics. In: *Astronomy and Astrophysics* 108 (1982), Nr. 1, S. 76–84 3.4, 4.3
- [3] BEFRUI, B. ; CORBINELLI, G. ; D’ONOFRIO, M. ; VARBLE, D. : GDI multi-hole injector internal flow and spray analysis / SAE Technical Paper. 2011. – Forschungsbericht 1.1.1
- [4] BENSOW, R. E. ; BARK, G. : Implicit LES predictions of the cavitating flow on a propeller. In: *Journal of Fluids Engineering* 132 (2010), Nr. 4, S. 041302 2.2.2
- [5] BLOKKEEL, G. ; BARBEAU, B. ; BORGHI, R. : A 3D Eulerian model to improve the primary breakup of atomizing jet / SAE Technical Paper. 2003. – Forschungsbericht 1.1.1
- [6] BUTTENBENDER, J. : *Über die Dynamik von Kavitationswolken*, Technische Universität Darmstadt, Diss., 2012 1.1
- [7] CĀDA, M. : *Compact Third-Order Limiter Functions for Finite Volume Methods*, ETH Zurich, Dissertation, 2009 4.3
- [8] DANTECDYNAMICS: *Datasheet - FlowExplorer compact LDA Flow velocity and turbulence measurements.* <http://www.dantecdynamics.com/products-and-services/flowexplorer-lda-system-for-1-2-or-3-velocity-component-measurements> (27.08.2014), 6.3.2
- [9] DANTECDYNAMICS: *Power point Laser Doppler Anemometry.* <http://www.dantecdynamics.com/products-and-services/flowexplorer-lda-system-for-1-2-or-3-velocity-component-measurements> (27.08.2014) : Internet, abgerufen am 27.08.2014, 6.8(a)
- [10] DESJARDINS, O. ; PITSCH, H. : Detailed numerical investigation of turbulent atomization of liquid jets. In: *Atomization and Sprays* 20 (2010), Nr. 4 1.1.1
- [11] DITTAKAVI, N. ; CHUNekar, A. ; FRANKEL, S. : Large eddy simulation of turbulent-cavitation interactions in a Venturi nozzle. In: *Journal of Fluids Engineering* 132 (2010), Nr. 12, S. 121301 1.1.1, 7
- [12] DUKE, D. ; SCHMIDT, D. P. ; NEROORKAR, K. ; KASTENGREN, A. ; POWELL, C. : High-resolution large eddy simulations of cavitating gasoline–ethanol blends. In: *International Journal of Engine Research* 14 (2013), Nr. 6, S. 578–589 1.1.1

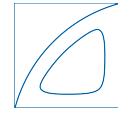


- [13] DUKE, D. ; SWANTEK, A. ; TILOCCO, Z. ; KASTENGREN, A. ; FEZZAA, K. ; NEROORKAR, K. ; MOULAI, M. ; POWELL, C. ; SCHMIDT, D. P.: X-ray Imaging of Cavitation in Diesel Injectors / SAE Technical Paper. 2014. – Forschungsbericht 1.1.1
- [14] DUKOWICZ, J. K.: A particle-fluid numerical model for liquid sprays. In: *Journal of Computational Physics* 35 (1980), Nr. 2, S. 229–253 1.1.1
- [15] EBERHARDT, S. : *Numerische Simulation kavitierender Strömungen sowie Entwicklung und Bewertung von Nichtgleichgewichtsmodellen*, Technische Universität München, Fakultät Maschinenwesen, Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungsmechanik, Diplomarbeit, 2011 (document), 2.2, 2.4, 2.2.1.1
- [16] EGERER, C. ; HICKEL, S. ; SCHMIDT, S. ; ADAMS, N. A.: Large-eddy simulation of turbulent cavitating flow in a micro channel. In: *Physics of Fluids* accepted for publication (2014) 1.1.1, 2.2, 2.2.1, 2.2.1.1, 3.4, 6.1.2, 7
- [17] FRANC, J.-P. ; MICHEL, J.-M. : *Fundamentals of cavitation*. Bd. 76. Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands, 2004 1.1, 7
- [18] GODUNOV, S. K.: A Finite Difference Method for the Numerical Computation of Discontinuous Solutions of the Equations of Fluid Dynamics. In: *Mat. Sb.* 47 (1959), S. 357–393 4
- [19] GOTTLIEB, S. ; SHU, C.-H. : Total variation diminishing Runge-Kutta schemes. In: *Mathematics of Computation* 67 (1998), Nr. 221, S. 73–85 3.5
- [20] HARTEN, A. ; LAX, P. ; LEER, B. v.: On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws. In: *SIAM review* 25 (1983), Nr. 1, S. 35–61 3.4
- [21] HERRMANN, M. : On simulating primary atomization using the refined level set grid method. In: *Atomization and Sprays* 21 (2011), Nr. 4, S. 283 1.1.1
- [22] HERRMANN, M. ; BLANQUART, G. ; RAMAN, V. : Flux Corrected Finite Volume Scheme for Preserving Scalar Boundedness in Reacting Large-Eddy Simulations. In: *AIAA Journal* 44 (2006), December, Nr. 12, S. 2879–2886 4.1, 4.4.1, 4.4.1
- [23] HICKEL, S. : *Implicit turbulence modeling for large-eddy simulation*, Technische Universität München, Diss., 2007 3.3
- [24] HICKEL, S. : *Skriptum Angewandte CFD*. Technische Universität München, 2013 6.1.3
- [25] HICKEL, S. ; ADAMS, N. A.: A proposed simplification of the adaptive local deconvolution method. In: *European Series in Applied and Industrial Mathematics* 16 (2006), S. 66–76 1.1.1, 3.3
- [26] HICKEL, S. ; ADAMS, N. A. ; DOMARADZKI, J. A.: An adaptive local deconvolution method for implicit LES. In: *Journal of Computational Physics* 213 (2006), Nr. 413–436 1.1.1
- [27] HICKEL, S. ; LARSSON, J. : An adaptive local deconvolution model for compressible turbulence. In: *Proceedings of the Summer Program 2008, Center for Turbulence Research* (2008) 3.4

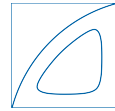


- [28] HICKEL, S. ; LARSSON, J. : On implicit turbulence modeling for LES of compressible flows. In: ECKHARDT, B. (Hrsg.): *Advances in Turbulence XII* Bd. 132. Springer Berlin Heidelberg, 2009. – ISBN 978–3–642–03084–0, S. 873–875 3.3
- [29] HICKEL, S. ; MIHATSCH, M. ; SCHMIDT, S. J.: Implicit Large Eddy Simulation of Cavitation in Micro Channel Flows. In: *WIMRC 3rd International Cavitation Forum*, 2011 1.1.1, 2.2, 2.2.1.1, 7
- [30] ISHIMOTO, J. : Integrated Computation of Micro-Cavitation in Gasoline Injector Atomization. In: *ICLASS (2009)* 1.1.1
- [31] JEONG, J. ; HUSSAIN, F. : On the identification of a vortex. In: *J. Fluid Mech.* 285 (1995), S. 6994 6.4.6
- [32] JIA, M. ; XIE, M. ; LIU, H. ; LAM, W.-H. ; WANG, T. : Numerical simulation of cavitation in the conical-spray nozzle for diesel premixed charge compression ignition engines. In: *Fuel* 90 (2011), Nr. 8, S. 2652–2661 1.1.1
- [33] JIANG, G. S. ; SHU, C. W.: Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes. In: *Journal of computational physics* 126 (1996), S. 202–228 4.1, 4.3, 4.4.1
- [34] KOMATSU, T. ; OHGUSHI, K. ; ASAI, K. : Refined numerical scheme for advective transport in diffusion simulation. In: *Journal of Hydraulic Engineering* 123 (1997), Nr. 1, S. 41–50 4.4.3, 4.4.3.1, 4.4.3.2
- [35] KOREN, B. : *A robust upwind discretisation method for advection, diffusion and source terms*. Braunschweig: Vieweg : Vreugdenhil, C. B.; Koren, B., Numerical Methods for AdvectionDiffusion Problems, 1993 (ISBN 3-528-07645-3) 4.3
- [36] LAUER, E. ; HU, X. Y. ; HICKEL, S. ; ADAMS, N. A.: Numerical modelling and investigation of symmetric and asymmetric cavitation bubble dynamics. In: *Computers & Fluids* 69 (2012), S. 1–19 2.2.1
- [37] LEICK, P. : *Quantitative Untersuchungen zum Einfluss von Düsengeometrie und Gasdichte auf den Primärzerfallsbereich von Dieselsprays*, Technische Universität, Diss., 2008 1.1, 1.1, 6
- [38] LEONARD, B. P.: A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. In: *Computer methods in applied mechanics and engineering* 19 (1979), Nr. 1, S. 59–98 4.1, 4.3
- [39] MÉNARD, T. ; TANGUY, S. ; BERLEMONT, A. : Coupling level set/VOF/ghost fluid methods: Validation and application to 3D simulation of the primary break-up of a liquid jet. In: *International Journal of Multiphase Flow* 33 (2007), Nr. 5, S. 510–524 1.1.1
- [40] MIHATSCH, M. S. ; SCHMIDT, S. J. ; THALHAMER, M. ; ADAMS, N. A.: Numerical prediction of erosive collapse events in unsteady compressible cavitating flows. In: *Computational Methods in Marine Engineering IV Marine 2011* (2011), S. 499–510. – edited by L. Eca, E. Onate, J. Garcia, T. Kvamsdal, and P. Bergan (International Center for Numerical Methods in Engineering, Lisbon, Portugal, 2011) 6.3.3





- [41] MIHATSCH, M. S. ; SCHMIDT, S. J. ; THALHAMER, M. ; ADAMS, N. A.: Quantitative Prediction of Erosion Aggressiveness through Numerical Simulation of 3-D Unsteady Cavitating Flows. In: *CAV2012 - Proceedings of the 8th International Symposium on Cavitation* (2012) 7
- [42] PETITPAS, F. ; MASSONI, J. ; SAUREL, R. ; LAPEBIE, E. ; MUNIER, L. : Diffuse interface model for high speed cavitating underwater systems. In: *International Journal of Multiphase Flow* 35 (2009), Nr. 8, S. 747–759 1.1.1
- [43] PETTI, M. ; BOSA, S. : Accurate shock-capturing finite volume method for advection-dominated flow and pollution transport. In: *Computers & Fluids* 36 (2006), S. 455–466 4.1, 4.4.3.1
- [44] SAUREL, R. ; PETITPAS, F. ; ABGRALL, R. : Modelling phase transition in metastable liquids: application to cavitating and flashing flows. In: *Journal of Fluid Mechanics* 607 (2008), S. 313–350 1.1.1
- [45] SCHMIDT, S. J.: *Grafik: Verlauf der Gleichgewichtsschallgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Dampfvolumentanteils ( $T = 293.15K$ )*. Persönlicher Kontakt, 2014 (document), 2.3
- [46] SEZAL, I. H.: *Compressible Dynamics of Cavitating 3-D Multi-Phase Flows*, Technische Universität München, Lehrstuhl für Fluidmechanik Fachgebiet Gasdynamik, Diss., 2009 2.2.1.1, 2.2.1.1, 2.2.1.1, 3.4
- [47] SHAMS, E. ; FINN, J. ; APTE, S. V.: A numerical scheme for Euler–Lagrange simulation of bubbly flows in complex systems. In: *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 67 (2011), Nr. 12, S. 1865–1898 1.1.1
- [48] SINGHAL, A. K. ; ATHAVALE, M. M. ; LI, H. ; JIANG, Y. : Mathematical basis and validation of the full cavitation model. In: *Journal of fluids engineering* 124 (2002), Nr. 3, S. 617–624 1.1.1, 2.2.1
- [49] SOU, A. ; BIÇER, B. ; TOMIYAMA, A. : Numerical Simulation of Incipient Cavitation Flow in a Nozzle of Fuel Injector. In: *Computers & Fluids* (2014) 1.1.1, 7
- [50] SOU, A. ; HOSOKAWA, S. ; TOMIYAMA, A. : Effects of cavitation in a nozzle on liquid jet atomization. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007), S. 3575–3582 (document), 1, 1.1, 1.1, 1.1, 1.1.2, 5, 5.1, 5.1, 5.2, 5.2, 5.3, 5.2, 6.1.1, 6.1.2, 6.1.2, 6.3.2, 6.3.2, 6.4.1, 6.11(b), 6.11, 6.4.1, 6.12, 6.4.2, 6.4.2, 6.17, 6.4.2, 6.19, 6.4.3, 6.4.3, 6.22, 6.4.3, 6.4.5, 7
- [51] SOU, A. ; TOMIYAMA, A. ; HOSOKAWA, S. ; NIGORIKAWA, S. ; MAEDA, T. : Cavitation in a Two-Dimensional Nozzle and Liquid Jet Atomization (LDV Measurement of Liquid Velocity in a Nozzle). In: *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineering* 72 (2006), Nr. 714, S. 521–527 (document), 1.1, 1.1, 1.1.2, 5, 5.1, 5.1, 5.2, 6.1.1, 6.1.2, 6.1.2, 6.3.2, 6.3.2, 6.9(a), 6.4.1, 6.4.2, 6.4.2, 6.4.3, 6.21, 6.4.3, 6.22, 6.24, 6.26, 6.29, 6.4.3, 7
- [52] SWEBY, P. K.: High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. In: *SIAM journal on numerical analysis* 21 (1984), Nr. 5, S. 995–1011 (document), 4.2, 4.1



- [53] TINGUELY, M. ; OBRESCHKOW, D. ; KOBEL, P. ; DORSAZ, N. ; DE BOSSET, A. ; FARHAT, M. : Energy partition at the collapse of spherical cavitation bubbles. In: *Physical Review E* 86 (2012), Nr. 4, S. 046315 7
- [54] TORO, E. F.: *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics : a practical introduction*. 3rd Edition. Springer, 2009 4.2, 4.2, 4.4.2
- [55] UNIVERSITY-ILLINOIS: <http://vtchl.illinois.edu/facilities/experimental/ldv>. Internet, abgerufen am 27.08.2014, 2014 6.8(b)
- [56] WALTHER, J. : *Quantitative Untersuchungen der Innenströmung in kavitierenden Dieseleinspritzdüsen*, TU Darmstadt, Diss., 2002 1.1
- [57] WANG, Y. ; QIUA, L. ; REITZA, R. D. ; DIWAKARB, R. : Simulating cavitating liquid jets using a compressible and equilibrium two-phase flow solver. In: *International Journal of Multiphase Flow* 63 (2014), S. 52–67 1.1.1
- [58] YUAN, W. ; SAUER, J. ; SCHNERR, G. H.: Modeling and computation of unsteady cavitation flows in injection nozzles. In: *Editions scientifiques et médicales Elsevier SAS.*, 2 (2001), S. 383–394 2.2.2