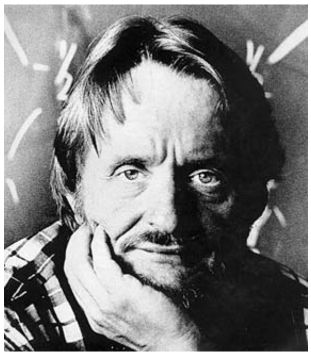

Der ist’s

von Folkmar Bornemann

In der Reigenfolge des E-Mail-Eingangs haben Herbert Pahlings, Klaus Wohlfahrt, Meinhard Peters, Hans Kiesl, Martin Traupe, Stefan Kühnlein, Rainer Schulze-Pillot, Ulf Rehmann, Friedrich Hirzebruch, Reinhard Börger und Max Neunhöffer das Rätsel [12] über die Primzahl-„Zauberei“ (Mitteilungen 3–2001) korrekt gelöst. Manche Zuschriften enthielten nur den gesuchten Namen, manche eine Literaturangabe, manche ganze Analysen. – Wie versprochen erhalten die ersten Drei einen Buchpreis, diesmal vom Vieweg-Verlag gesponsert je ein Exemplar von Alles Mathematik*, herausgegeben von M. Aigner und E. Behrends. Ich gratuliere.*

Der Erfinder dieser Zauberei ist John Horton Conway, Jahrgang 1937, sicherlich einer der originellsten Köpfe der Mathematik, Inhaber des John von Neumann-Lehrstuhls in Princeton.

Seine vielfältigen berühmten Entdeckungen, Schöpfungen und Resultate möchte ich hier gar nicht aufzählen, dafür aber seine von britischem Humor geprägte Respektlosigkeit vor akademischen Ritualen und Gepflogenheiten erwähnen. Man findet sie auch in seinen Büchern und Artikeln, wenn er zum Beispiel [3] quadratische Formen „sieht“, „hört“ und „ertastet“ und -1 zur Primzahl erklärt, weil es so viel praktischer sei. Weitere schöne Beispiele findet der Leser etwa in den empfehlenswerten Interviews [5, 10].

Die Primzahl-Zauberei hat er zunächst in Form eines Rätsels vorgestellt [1], später aber in einer Arbeit [2], die im Stil einer Produktwerbung geschrieben ist,[1] unter dem Namen PRIMEGAME analysiert. Genauer zeigt er, wie jede Minsky-Maschine (d. i. eine Alternative zur sonst so beliebten Turing-Maschine, erfunden von Marvin Minsky [7]) sich als Zahlenfolge-Programm für seinen „Bruch-Computer“ (FRACTAN) realisieren lässt: die Minsky’schen Register und Knoten werden durch Primzahlen codiert, die Werte der Register werden als zugehöriger Exponent „gespeichert“; so entstehen Zähler und Nenner der Brüche des FRACTAN-Programms.

Insbesondere lässt sich jede berechenbare Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ durch ein FRACTAN-Programm so realisieren, dass nach dem Start mit 2^n die nächste in der Zahlenfolge auftretende Zweierpotenz gerade $2^{f(n)}$ ist. Conway gibt neben PRIMEGAME noch das Beispiel PIGAME an:

$$\frac{365}{46}, \frac{29}{161}, \frac{79}{575}, \frac{679}{451}, \frac{3159}{413}, \frac{83}{407}, \frac{473}{371}, \frac{638}{355}, \frac{434}{335}, \frac{89}{235}, \frac{17}{209}, \frac{79}{122}, \frac{31}{183}, \frac{41}{115}, \frac{517}{89}, \frac{111}{83}, \frac{305}{79}, \frac{23}{73}, \frac{73}{71}, \frac{61}{67}, \frac{37}{61}, \frac{19}{59}, \frac{89}{57}, \frac{41}{53}, \frac{833}{47}, \frac{53}{43}, \frac{86}{41}, \frac{13}{38}, \frac{23}{37}, \frac{67}{31}, \frac{71}{29}, \frac{83}{19}, \frac{475}{17}, \frac{59}{13}, \frac{41}{291}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{1024}, \frac{1}{97}, \frac{89}{1}.$$

Gestartet mit 2^n liefert es als nächste Zweierpotenz 2^{π_n}, wobei π_n die n.te Nachkommastelle von π bezeichnet. Ja, Conway konstruiert sogar ein universelles FRACTAN-Programm, POLYGAME, bestehend aus nur 24 Brüchen …

Eine universelle Maschine wie FRACTAN besitzt ein unentscheidbares Halteproblem. Als Anwendung erhält Conway mühelos, dass eine naheliegende Klasse von Verallgemeinerungen des berüchtigten $3x+1$-Problems [6] unentscheidbar ist.

Sehr lesbare Analysen von PRIMEGAME finden sich in [4] und [9, pp. 30–38]. Erwähnung findet Conways Primzahl-Zauberei in einem Nachtrag zur Bonner Antrittsvorlesung von Don Zagier [11], ich selbst wurde zunächst durch ein Buch über Quantencomputer auf sie aufmerksam [8, p. 169].

1 Die Zwischenüberschriften lauten: Your Free Samples of FRACTAN; The Catalogue; Avoid Brand X; Only FRACTAN Has These Star Qualities; Your PRIMEGAME Guarantee!; FRACTAN – Your Free Introductory Offer; Beginner’s Guide to FRACTAN Programming; How to Use the FRACTAN-1 Model; Your PIGAME Guarantee; How to Use Our Universal Program; Applications, Improvements, Acknowledgements.
Hier findet sich auch das von mir im Rätsel erwähnte Zitat. In [2, p. 9] heißt es: “In some ways, it is a pity to remove some of the mystery from our programs such as PRIMEGAME. However, it is well said [2] that ‘A mathematician is a conjurer who gives away his secrets,’ so we’ll now prove Theorem 1.’” Die angegebene Literaturstelle entpuppt sich als genau die gleiche Arbeit: die einzige mir bekannte selbst-referenzielle Zitation in der Mathematik.

Literatur

[1] John H. Conway, Problem 2.4, Math. Intelligencer, 1980-3, p. 45.
[2] John H. Conway, *FRACTAN: a simple universal programming language for arithmetic*, in: T. M. Cover and B. Gopinath, eds., Open Problems in Communication and Computation, Springer-Verlag, New York, 1987, pp. 4–26.
[3] John H. Conway, *The Sensual (quadratic) Form*, MAA, Washington, 1997.
[4] Richard K. Guy, *Conway's prime producing machine*, Math. Mag. 56, 1983, pp. 26–33.
[5] István Hargittai, *John Conway – mathematician of symmetry and everything else*, Math. Intelligencer, 2001–2, pp. 6–14.
[6] Jeffrey C. Lagarias, *The* $3x + 1$ *problem and its generalizations*, Am. Math. Mon. 92, 1985, pp. 3–23.
[7] Marvin L. Minsky, *Computation: Finite and Infinite Machines*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1967.
[8] Michael A. Nielsen und Isaac L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
[9] Dominic Olivastro, *Das chinesische Dreieck: Die kniffligsten mathematischen Rätsel aus 10000 Jahren*, Droemer Knaur, München 1995.
[10] Charles Seife, *Mathemagician*, `http://www.users.cloud9.net/~cgseife/conway.html`
[11] Don Zagier, *Die ersten 50 Millionen Primzahlen*, in: Lebendige Zahlen, Birkhäuser, Basel, 1981, pp. 39–75.
[12] `http://www.math.tu-berlin.de/~mdmv/2001-3/raetsel.nb`

Adresse des Autors
Prof. Dr. Folkmar Bornemann
Technische Universität München
80290 München
`bornemann@ma.tum.de`

IuK 2002 – Call for Papers

Der 8. Kongress der IuK-Initiative der Wissenschaftlichen Fachgesellschaften in Deutschland wird vom 10.–13. März 2002 an der Universität Ulm stattfinden. Er wird ausgerichtet vom Verband Deutscher Biologen und biowissenschaftlicher Fachgesellschaften (vdbiol) mit Unterstützung der Gesellschaft für Biologische Systematik (GfBS). Das Rahmenthema lautet „Offene Systeme für die Kommunikation in Wissenschaft und Forschung".

Schwerpunktthemen: ◦ Session 1: Von Rohdaten zur Erkenntnis (Chair Kaupp) ◦ Session 2: Multimedia in der Lehre (Chair Gauglitz) ◦ Session 3: Wissenschaftliche Portale (Chair Bowman) ◦ Session 4: Informationsverbünde und virtuelle Fachbibliotheken (Chair Krause) ◦ Session 5: Der elektronische Mensch: Welche Veränderungen bewirkt die Digitalisierung der Umwelt? (Chair Weichselgartner) ◦ Session 6: Informationskompetenz in Wissenschaft und Öffentlichkeit (Chair Weisel) ◦ Session 7: Elektronisches Publizieren (Chair Görlitz) ◦ Session 8: Dokumentation von Information: Probleme und Lösungen (Chair Haas) ◦ Session 9: IuK-Themen in den Biowissenschaften (Chair Wolloßek) ◦ Session 10: Juristische Aspekte von Informationssystemen (Chair Schwänzl)

Zur Session 5 „Der elektronische Mensch: ..." ist eine Podiumsdiskussion geplant. Das Podium wird Thesen der IuK-Initiative diskutieren und mit Vertretern aus Wissenschaft, Politik und Wirtschaft besetzt sein.

Wir bitten um die Zusendung von Kurzfassungen zum Rahmenthema, das nicht einschränkend, sondern als Anregung intendiert ist, oder zu einer der Sessionen. Alle eingegangenen Beiträge unterliegen einer Begutachtung. Für Referate sind 20 Minuten einschließlich Diskussion vorgesehen. Poster-Präsentationen und Demonstrationen sind sehr willkommen. Bitte senden Sie Ihre Beiträge möglichst umgehend, spätestens jedoch bis zum 15. Januar 2002, an `iuk2002@vdbiol.de`. Weitere Informationen im Internet unter `http://www.vdbiol.de/IuK2002`.