

Fakultät für Maschinenwesen

Einfluss von nichtlinearem Materialverhalten auf die Entwicklung und Auswirkung von Zwischenfaserbrüchen in Verbundlaminaten

Robin Taubert

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Prof. Dr.-Ing. Volker Gümmer

Prüfer der Dissertation:

1. Prof. Dr.-Ing. Klaus Drechsler
2. Prof. Dr.-Ing. Helmut Rapp (Universität der Bundeswehr München)

Die Dissertation wurde am 23.01.2017 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 24.07.2017 angenommen.

Technische Universität München
Fakultät für Maschinenwesen
Lehrstuhl für Carbon Composites
Boltzmannstraße 15
D-85748 Garching bei München

Tel.: +49 (0) 89 / 289 – 15092

Fax.: +49 (0) 89 / 289 – 15097

Email: info@lcc.mw.tum.de

Web: www.lcc.mw.tum.de

*Suchen – das ist das Ausgehen von alten Beständen
und ein Finden-Wollen von bereits Bekanntem im Neuem.*

Finden – das ist das völlig Neue!

Alle Wege sind offen und was gefunden wird, ist unbekannt.

Es ist ein Wagnis, ein heiliges Abenteuer!

*Die Ungewissheit solcher Wagnisse können eigentlich nur jene auf sich nehmen,
die sich im Ungeborgenen geborgen wissen,
die in die Ungewissheit geführt werden,
die sich vom Ziele ziehen lassen und nicht selbst das Ziel bestimmen.*

Pablo Picasso

KURZFASSUNG

Ein umfassendes und gründliches Verständnis des Materialverhaltens ist eine Grundvoraussetzung für eine effiziente strukturelle Auslegung von multidirektionalen Faserverbundlaminaten. Die Vorhersage der Schädigungsentwicklung in laminierten Verbundstrukturen spielt dabei eine wesentliche Rolle, um das Leichtbaupotential auszuschöpfen und gleichzeitig eine schadenstolerante Gestaltung zu erreichen. Obwohl für Kreuzverbundlaminat bereits umfangreiche Anstrengungen zur Verbesserung der Schädigungsvorhersage unternommen wurden und zahlreiche Fortschritte in den letzten Jahren zu verzeichnen waren, sind die Möglichkeiten für die Auslegung von multidirektionalen Laminaten bis heute sehr eingeschränkt. Das liegt insbesondere daran, dass nichtlineare Materialprozesse in bisherigen Auslegungskonzepten weitgehend vernachlässigt werden.

In dieser Arbeit werden nichtlineare Materialprozesse charakterisiert, die für die Auslegung von multidirektionalen Laminaten relevant sind. Darüber hinaus wird der Einfluss der Nichtlinearität auf die Schädigungsentwicklung und die Schädigungsauswirkung experimentell bewertet. Dadurch kann nachgewiesen werden, dass ein laminatabhängiges Verhalten ausschließlich durch die Schädigungsentwicklung hervorgerufen wird, während die plastische Verformung, die nichtlineare Faserelastizität und die verformungsinduzierte Faserrotation materialinhärente Eigenschaften sind. Basierend auf diesen Erkenntnissen wird ein nichtlineares Konstitutivmodell zur effizienten kontinuumsmechanischen Berechnung von Faserverbundlaminaten entwickelt. Das Modell beinhaltet die Verknüpfung einzelner nichtlinearer Materialvorgänge und ermöglicht somit die Berücksichtigung von Interaktionen in Hinblick auf eine Schädigungsbewertung. Die Schädigungsauswirkung wird durch einen Ansatz der Kontinuumsschädigungsmechanik abgebildet, wodurch mehrere Schädigungsprozesse integriert werden können. Die Steifigkeitsreduktion infolge von Zwischenfaserbrüchen wird durch einen zweigeteilten diskreten Ansatz basierend auf numerischen Berechnungen an repräsentativen Volumenelementen bestimmt. Um ein kohärentes Konzept zu gewährleisten, wird ein dreidimensionales nichtlineares Materialmodell für die numerischen Studien genutzt. Damit kann erstmals gezeigt werden, dass sich der Zusammenhang zwischen der Rissdichte und der Steifigkeitsreduktion mit zunehmendem Lastniveau ändert. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass plastische Verformungen die Ausprägung des gestörten Spannungsfeldes um den Riss reduzieren und damit die rissinduzierte Steifigkeitsreduktion abnimmt. Um die Ergebnisse der Rissauswirkung in das nichtlineare Konstitutivmodell zu integrieren, wurde ein Konzept entwickelt, welches die numerische Vorbetrachtung für mögliche Zustandsbedingungen ermöglicht. Das entwickelte Modell wurde abschließend anhand der experimentellen Untersuchungen validiert. Es kann gezeigt werden, dass das Konstitutivverhalten zahlreicher von nichtlinearen Materialprozessen beeinflusster multidirektionaler Laminat korrekt vorhersagt werden kann.

ABSTRACT

A comprehensive and thorough understanding of the material behavior is a basic prerequisite for an efficient structural analysis of multi-directional laminates. The prediction of the damage accumulation in laminated composite structures is decisive to exploit the lightweight potential and to achieve a damage tolerant design. Although extensive efforts have been taken to improve the damage prediction of cross-ply laminates and there have been many developments in the last years, the possibilities for the analysis of multi-directional laminates is still rather limited. A fundamental reason is that nonlinear material processes are almost neglected in current analysis concepts.

In this work, nonlinear material processes relevant for the analysis of multi-directional laminates are characterized and the influence of the nonlinearity on the damage evolution and the damage effects are experimentally evaluated. It is shown that a laminate dependency solely emerges from damage evolution mechanisms, whereas plastic deformations, the nonlinear fiber elasticity and the deformation induced fiber rotation are material inherent properties. Based on this results, a nonlinear constitutive model for the efficient continuum analysis of fiber reinforced composites is developed. The model contains a linkage between nonlinear material mechanisms and thus enables the consideration of interactions with regard to the damage analysis. The damage effects are represented by an approach based on the continuum damage mechanics to include several damage mechanisms. The stiffness reduction due to inter-fiber cracks is determined by a discrete approach based on numerical results of representative volume elements. For a coherent modelling concept, a three-dimensional nonlinear material model is used for the numerical studies. As a result it can be shown for the first time that the relation between crack density and damage variables changes with increasing load level. The results show that with increasing load the stress recovers to far-field level within a shorter distance, and consequently the plastic deformation causes a decrease of the crack induced stiffness reduction. To provide the damage effects for the nonlinear constitutive model, a concept was developed, which enables pre-calculated numerical analyses for possible laminate and crack states. The developed model was validated using the results of the experimental investigations. It is shown that the constitutive behavior of several multidirectional laminates influenced by nonlinear material mechanisms can be successfully predicted.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	ix
Nomenklatur	xi
Abkürzungsverzeichnis	xv
1 Einführung	1
2 Experimentelle Charakterisierung von Laminaten mit Zwischenfaserbrüchen	5
2.1 Literaturübersicht	6
2.2 Probenpräparation	13
2.3 Experimentelles Vorgehen	16
2.4 Bewertung der Rissentwicklung	17
2.5 Auswertung der Laminatsteifigkeit.....	20
2.5.1 Laminatverhalten bei kontinuierlicher Belastung.....	21
2.5.2 Laminatverhalten bei zyklischer Belastung.....	21
2.6 Bestimmung der Reduktion der lokalen Einzellagensteifigkeiten.....	26
2.6.1 Konstitutivverhalten einer geschädigten Lage	27
2.6.2 Numerisches Modell für die diskrete Rissbetrachtung.....	30
2.6.3 Ergebnisse der diskreten Rissbetrachtung	37
2.6.4 Ergebnisse für die Steifigkeitsreduktion in einer Einzellage.....	40
3 Nichtlineares Konstitutivmodell.....	49
3.1 Faserrotation	51
3.2 Nichtlineare longitudinale Elastizität.....	53
3.3 Plastizität.....	56
3.4 Schädigung.....	66
4 Vorhersage der Schädigungsentwicklung	73
4.1 Literaturübersicht	74
4.2 Modell zur Zwischenfaserbruchentwicklung.....	82
4.2.1 Zwischenfaserbruchinitiierung	83
4.2.2 Zwischenfaserbruchanhäufung	85
4.3 Diffuse Mikroschädigung	88

4.4	Delamination zwischen Einzellagen	90
5	Auswirkung von Zwischenfaserbrüchen.....	93
5.1	Literaturübersicht	93
5.2	RVE Studie zur Rissauswirkung bei kontinuierlicher Belastung.....	96
5.2.1	Definition der RVEs unter Berücksichtigung von nichtlinearem Materialverhalten	97
5.2.2	Erweiterung des Nichtlinearitätsmodells für dreidimensionale Spannungszustände	99
5.3	Ergebnisse der RVE Studie mit nichtlinearem Materialverhalten	104
5.3.1	Steifigkeitsreduktion bei uniaxialer transversaler Zugverformung	104
5.3.2	Einfluss des Rissabstands	110
5.3.3	Einfluss der Faserorientierung benachbarter Lagen	112
5.3.4	Auswirkung der Interaktion von Zug- und Schubbelastung.....	114
5.4	Übertragung der diskreten Ergebnisse auf das Kontinuums- Schädigungsmodell	114
6	Simulationsergebnisse und Diskussion.....	117
7	Zusammenfassung und Ausblick	129
A	Anhang	133
a	Periodische Randbedingungen	133
b	Bestimmung der lokalen effektiven Steifigkeitskomponenten	134
c	Dreidimensionale Transformationsmatrix.....	136
B	Abbildungsverzeichnis	138
C	Tabellenverzeichnis	143
D	Veröffentlichungen.....	145
E	Betreute studentische Arbeiten	147
	Literatur	149

Nomenklatur

Koordinatensysteme

$\{x, y, z\}$	Laminat (RVE) Koordinatensystem
$\{1, 2, 3\}$	Einzellagen Koordinatensystem

Indizes

$(*)^0$	Initiale Eigenschaft
$(*)^1, (*)^2$	Lagenclusterung einfach, zweifach
$(*)^{3D}$	Dreidimensional
$(*)^c$	Druck
$(*)^{cr}$	Riss
$(*)^d$	Geschädigt
$(*)^{del}$	Delamination
$(*)^{dif}$	Diffus
$(*)^{ef}$	Effektiv
$(*)^e$	Elastisch
$(*)^{eq}$	Äquivalent
$(*)^{ini}$	Initiierung
$(*)_k$	Lagennummer
$(*)_{lam}$	Laminat
$(*)_m$	Matrix
$(*)^p$	Plastisch
$(*)_{RVE}$	Repräsentatives Volumenelement
$(*)^{sek}$	Sekante
$(*)_{sl}$	Longitudinaler Schub
$(*)^t$	Zug
$(*)^{tan}$	Tangente
$(*)_{tr}$	Transversal

Skalare

A	$[\text{mm}^2]$	Fläche
α	$[-]$	Hydrostatischer Sensitivitätsparameter
d	$[-]$	Schädigungsvariable

$d\lambda$	[-]	Plastischer Skalar
δ	[mm ⁻¹]	Rissdichte
ε	[-]	Dehnung (Skalar)
E	[GPa]	Elastizitätsmodul
\hat{E}	[GPa]	Effektiver Elastizitätsmodul
f	[MPa]	Fließfunktion
f_e	[-]	Anstrengung
F	[MPa]	Kraft (Skalar)
G_{Ic}	[kJ/mm ²]	Bruchenergie pro Einheitsfläche für Mode I
G	[GPa]	Schubmodul
\hat{G}	[GPa]	Effektiver Schubmodul
g	[MPa]	Plastisches Potential
\tilde{H}	[MPa]	Effektive Steifigkeit
k_f	[-]	Longitudinaler nicht-hooke'scher Parameter
n	[-]	Lagenanzahl im Laminat
φ	[rad,°]	Orientierungswinkel
p	[-]	Neigungsparameter
σ	[MPa]	Spannung (Skalar)
$\bar{\sigma}$	[MPa]	Wirksame Spannung (Skalar)
σ_m	[MPa]	Hydrostatische Spannung in der Matrix
s	[mm]	Rissabstand
S	[mm ²]	Oberfläche
S_l	[MPa]	Schubfestigkeit
t	[mm]	Dicke
ν	[-]	Querkontraktion
$\hat{\nu}$	[-]	Effektive Querkontraktion
V	[mm ³]	Volumen
θ	[rad,°]	Orientierungswinkel
w	[mm]	Breite
Y_t	[MPa]	Zugfestigkeit

Tensoren 1. Ordnung (Vektoren)

\mathbf{a}	[-]	Einheitsvektor der Drehachsenrichtung
$\boldsymbol{\varepsilon}$	[-]	Dehnungsvektor

$\bar{\epsilon}$	[-]	Gemittelter Dehnungsvektor
σ	[MPa]	Spannungsvektor
$\bar{\sigma}$	[MPa]	Gemittelter Spannungsvektor
$\bar{\bar{\sigma}}$	[MPa]	Wirksamer Spannungsvektor
$\tilde{\sigma}$	[MPa]	Geschädigter Spannungsvektor
n	[-]	Normaleneinheitsvektor
F	[N]	Kraftvektor
u	[mm]	Verschiebungsvektor

Tensoren 2. Ordnung (Matrizen)

ϵ	[-]	Dehnungsmatrix
σ	[MPa]	Spannungsmatrix
D	[-]	Schädigungsmatrix
I	[-]	Einheitsmatrix
M	[-]	Schädigungseinflussmatrix
Q	[MPa]	Steifigkeitsmatrix
\hat{Q}	[MPa]	Effektive Steifigkeitsmatrix
S	[MPa ⁻¹]	Nachgiebigkeitsmatrix
\hat{S}	[MPa ⁻¹]	Effektive Nachgiebigkeitsmatrix
T_θ	[-]	Transformationsmatrix

Abkürzungsverzeichnis

3D	Dreidimensional
CFK	Carbonfaserverstärkter Kunststoff
CLT	Classical laminate theory (Klassische Laminattheorie)
CNC	Computer numerical control (Rechnergestützte numerische Steuerung)
DCB	Double cantilever beam (Doppelbalken Probe)
DKB	Digitale Bildkorrelation
FE	Finite Elemente
FEM	Finite Elemente Methode
FPF	First ply failure (Rissinitiierung in einer Lage)
GFK	Glasfaserverstärkter Kunststoff
IM	Intermediate modulus (Mittlerer Steifigkeitsmodul)
LEBM	Linear-elastische Bruchmechanik
NRA	Normierter Rissabstand
OAC	Off-axis compression (Druck in einem Winkel außerhalb der Faserachse)
Prepreg	Pre-impregnated (Vor-imprägniert)
RB	Randbedingung
RVE	Repräsentatives Volumenelement
UD	Unidirektional
VCCT	Virtual crack closure technique (Virtuelle Risschließtechnik)
VUMAT	Vectorized user material (Vektorisiertes Nutzer-Material)
WWFE	World-wide failure exercise (Weltweite Versagens-Aufgabe)

1 Einführung

Im Rückblick auf die industriellen Neuentwicklungen insbesondere seit der Jahrtausendwende fällt ein deutlicher Trend auf. In kürzester Zeit wurden metallische Strukturen durch Pendants aus Faserverbundwerkstoffen ersetzt. Diese Entwicklung zeigte sich in nahezu allen industriellen Branchen. In der Luftfahrt wurde der Aluminiumrumpf durch eine Faserverbundstruktur ersetzt, im Automobilbau die Karosserie und im Radsport der Fahrradrahmen. Hochwertige Tennisschläger werden heute ebenso aus Faserverbundwerkstoffen hergestellt, wie Rotorblätter in Windkraftanlagen und moderne Hochdrucktanks. Im Grundsatz sind die Ursachen für diese Entwicklung branchenübergreifend gleich. Faserverstärkte Kunststoffe weisen bei longitudinaler Belastung in Faserrichtung eine herausragende spezifische Steifigkeit und Festigkeit auf. Da in transversaler Richtung die Eigenschaften des Polymerwerkstoffs das Verhalten des Verbunds dominieren, sind die Materialkennwerte bei Belastung in dieser Richtung vergleichsweise schlecht. Vor diesem Hintergrund werden gewöhnlich multidirektionale Faserverbunde eingesetzt, soweit keine garantierte uniaxiale Belastung in einem Bauteil vorliegt. Aus Gründen der Automatisierung und der Kosteneinsparung sind in den letzten Jahren zahlreiche Fertigungsverfahren, vor allem in der Halbzeugherstellung, entwickelt wurden. Diese erhöhen den Grad der Strukturkomplexität noch weiter, der aufgrund der Heterogenität der Faserverbunde ohnehin schon gegeben ist. Diese Komplexität stellt die Auslegung von Faserverbundstrukturen vor eine sehr große Herausforderung. Faserverbunde erfordern fertigungsabhängige Methoden zur Vorhersage der strukturellen Integrität, welche den variierenden Aufbau und die heterogenen Eigenschaften der Werkstoffe abbilden können.

Im Rahmen dieser Arbeit werden nur multidirektionale Lamine betrachtet, die durch die Ablage unterschiedlich orientierter unidirektionaler (UD) Einzellagen gefertigt werden. Anders als Metalle weisen Faserverbundlamine kein isotropes Materialverhalten und auch kein eindeutig definiertes Versagen auf. Stattdessen gibt es zahlreiche Schädigungsprozesse, wie Faser-Matrix-Ablösung, Zwischenfaserbruch, Delamination zwischen einzelnen Lagen und Faserbruch. Um die Anisotropie und die zahlreichen Schädigungsmechanismen abzubilden, ist die Entwicklung eines verlässlichen Materialmodells Grundvoraussetzung für die schadenstolerante Auslegung von Faserverbundlaminaten. Um das mechanische Potential von Faserverbundlaminaten voll ausnutzen zu können, ist es zweckmäßig, nicht-kritische Schädigungsmechanismen zu tolerieren. Solange diese Mechanismen nur zu einer Steifigkeitsreduktion in einzelnen Lagen führen, jedoch nicht zu einer Laminatentfestigung, ist die strukturelle Integrität meist nicht gefährdet. Dennoch sollten Auslegungsmodelle in der Lage sein, den Zustand eines Laminats bei jedem zu erwartenden Belastungszustand zu bewerten.

Die Aufgabe eines Materialmodells für Faserverbundlaminat ist die korrekte Vorhersage des Konstitutivverhaltens und folgt dafür stets einem gleichen Ablauf. Zunächst muss eine akkurate Steifigkeitsbewertung in den Einzellagen durchgeführt werden, um den korrekten Spannungszustand in den Lagen in Abhängigkeit der globalen Strukturbelastung zu ermitteln. Danach muss bewertet werden, ob dieser Spannungszustand in Abhängigkeit des Laminataufbaus und der Fertigungsrandbedingungen zu einer Schädigungsentwicklung führt. Wenn eine Schädigung vorhergesagt wird, muss darauffolgend bewertet werden, inwieweit sich die Schädigung auf eine Degradation der Materialkennwerte auswirkt oder die strukturelle Integration beeinflusst. Die Analyse der schädigungsinduzierten Steifigkeitsreduktion wird stark beeinflusst von anderen nichtlinearen Materialprozessen, die sich ebenfalls in den einzelnen Lagen auswirken. Diese Materialprozesse müssen interagierend bei der Berechnung des Spannungszustands betrachtet werden, um das Schädigungsrisiko bewerten zu können.

Ziele der Arbeit

Fragt man einen Ingenieur nach Anforderungen, die an ein geeignetes Auslegungsmodell zu stellen sind, fallen mit hoher Wahrscheinlichkeit folgende Schlagworte: einfache Anwendbarkeit, geringer Kalibrierungsaufwand, Verlässlichkeit, Allgemeingültigkeit. Für die Auslegung von Faserverbundlaminaten wird schnell klar, dass es nahezu unmöglich ist, alle diese Anforderungen gleichzeitig zu erfüllen.

In Abb. 1-1 sind die experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs-Verläufe von drei verschiedenen Faserverbundlaminaten dargestellt, die jeweils auf Zug bis zum Versagen belastet wurden: ein $[90]_{20}$ UD Laminat, ein $[(0/90)_4]_s$ Kreuzverbundlaminat und ein $[(90/+45/90/-45)_2]_s$ Laminat. Alle diese Laminat weisen eine Zwischenfaserbruchentwicklung auf. Während ein reines 90° Laminat mit der Rissinitiierung auch die Grenze der Belastbarkeit erreicht, ist in multidirektionalen Laminaten eine Rissanhäufung zu beobachten. Allerdings gibt es in der zu beobachteten Auswirkung der Zwischenfaserbruchentwicklung wesentliche Unterschiede. Während in dem $90^\circ/45^\circ$ Laminat eine signifikante Steifigkeitsreduktion zu erkennen ist, scheint die Rissentwicklung in dem Kreuzverbundlaminat nahezu keine Auswirkung zu haben.

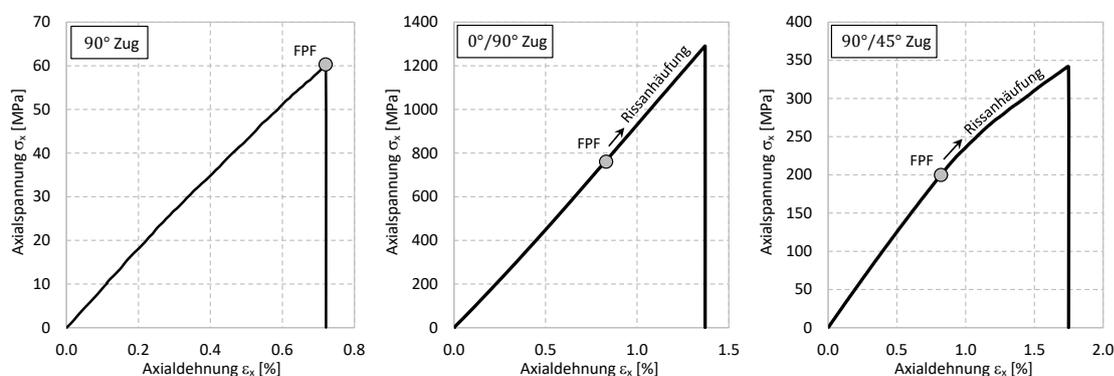


Abb. 1-1: Spannungs-Dehnungs-Verläufe verschiedener CFK IM7-8552 Laminat.

Dieses unterschiedliche Verhalten von multidirektionalen Laminaten erlaubt eine Kompromisslösung in Hinblick auf die Erfüllung der Modellanforderungen. Werden während des Einsatzes einer Struktur einzelne Lagen ausschließlich in Faserrichtung belastet, so kann linear elastisches Materialverhalten angenommen und die Auswirkung einzelner Zwischenfaserbrüche ignoriert werden. Diese Strategie, in Kombination mit einem Pauschalkriterium für die Maximaldehnung des Laminats, ist bis heute in der Faserverbundlaminatauslegung üblich. Nichtsdestotrotz ist es wichtig, die Materialprozesse, die zu einem nichtlinearen Konstitutivverhalten führen, genauer zu untersuchen. Dies ermöglicht zum einen die Erfüllung spezifischer Designanforderungen, wie zum Beispiel größere Laminatversagensdehnungen. Zum anderen kann ein umfassenderes Verständnis für das Materialverhalten gewonnen werden.

Diese Arbeit befasst sich mit den wirkenden Materialprozessen in einem multidirektionalen und beliebig belasteten Laminat. Das Ziel ist die Berücksichtigung von nichtlinearem Materialverhalten in einem Materialmodell. Während sich bisherige Modelle überwiegend auf die Vorhersagbarkeit eines $0^\circ/90^\circ$ Kreuzverbundlaminats beschränken, soll der Spannungs-Dehnungs-Verlauf auch von Laminaten wie zum Beispiel dem abgebildeten $90^\circ/45^\circ$ Aufbau vorhergesagt werden können. Die Arbeit adressiert dazu folgende Schwerpunktziele:

- ❖ Charakterisierung von Materialvorgängen, die das Konstitutivverhalten von Faserverbundlaminaten beeinflussen
- ❖ Kategorisierung der Materialprozesse hinsichtlich ihrer materialinhärenten Definitionsfähigkeit
- ❖ Entwicklung eines Materialmodells zur Auslegung von multidirektionalen Laminaten unter beliebigen Lasten
- ❖ Untersuchung des Einflusses von nichtlinearem Materialverhalten auf die Steifigkeitsreduktion infolge eines Zwischenfaserbruchs
- ❖ Integration der charakterisierten steifigkeitsbeeinflussenden Materialprozesse in das entwickelte Konstitutivmodell

Gliederung der Arbeit

In *Kapitel 2* werden Möglichkeiten zur experimentellen Charakterisierung von Schädigungsprozessen in Faserverbundlaminaten untersucht. Nach einer Literaturübersicht, werden die während dieser Arbeit durchgeführten Versuche beschrieben. Auf Basis der Versuche wird eine entwickelte Auswertemethode vorgestellt, mit deren Hilfe der Schädigungszustand in den Einzellagen in Form der Reduktion der einzelnen Materialsteifigkeitskennwerte auch bei großen Verformungen berechnet werden kann. Basierend auf der Auswertung von zyklischen Versuchen, wird der Einfluss der Dehnungsretardation und der Faserausrichtung in die Auswertung der Laminatsteifigkeit einbezogen. Mithilfe eines entwickelten diskreten RVE Ansatzes wird die Reduktion der einzelnen Lagenstei-

figkeitskomponenten bestimmt. Dadurch kann gezeigt werden, dass die Schädigungsentwicklung vom Laminataufbau abhängt, während andere Materialprozesse, die ein nichtlineares Verhalten verursachen, materialinhärent sind.

In *Kapitel 3* wird ein entwickeltes nichtlineares Kontinuumsmodell zur Auslegung von multidirektionalen Faserverbundlaminaten vorgestellt. Schwerpunkt des Ansatzes ist die effiziente numerische Simulation des Konstitutivverhaltens unter Berücksichtigung von nichtlinearen Materialprozessen. Dazu wird die Bestimmung der Faserrotation, des nichtlinearen longitudinalen Elastizitätsmoduls, der plastischer Dehnungen und der Schädigung gekoppelt. Die integrale Struktur des Konzepts und die Implementierung des Materialmodells als Kontinuumsansatz für die Anwendung in Abaqus werden gezeigt.

In *Kapitel 4* wird das entwickelte Schädigungsmodell beschrieben. Anhand einer Literaturübersicht über bisher entwickelte Ansätze wird die Problematik in der Vorhersagemöglichkeit der Schädigungsentwicklung gezeigt. Basierend auf dieser Erkenntnis wird ein semi-empirisches Schädigungsmodell zur Ermittlung der Zwischenfaserbruchentwicklung, der diffusen Mikroschädigung und der Delaminationsschädigung entwickelt.

In *Kapitel 5* wird ein Konzept entwickelt, mit dessen Hilfe die Zwischenfaserbruchauswirkung in Form einer Steifigkeitsreduktion bestimmt werden kann. Anhand einer Literaturübersicht wird gezeigt, dass sich für multidirektionale Lamine ein numerischer FE Ansatz auf Basis einer RVE Studie eignet. Erstmals werden nichtlineare Materialprozesse in die Bestimmung der Zwischenfaserbruchauswirkung miteinbezogen. An den Ergebnissen kann nachgewiesen werden, dass die Nichtlinearität eine signifikante Auswirkung auf die Steifigkeitsreduktion eines Risses hat. Es wird gezeigt, dass besonders unter Schubbelastung die Steifigkeitsreduktion mit zunehmender Belastung entscheidend abnimmt.

In *Kapitel 6* werden die Simulationsergebnisse des Materialmodells mit Ergebnissen von durchgeführten Experimenten verglichen. Es wird gezeigt, dass sowohl der Rissdichtenverlauf als auch der nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Verlauf bei vielen multidirektionalen Laminaten korrekt vorhergesagt werden kann.

2 Experimentelle Charakterisierung von Laminaten mit Zwischenfaserbrüchen

Um den Schädigungszustand in Faserverbundlaminaten experimentell zu charakterisieren werden gewöhnlich zwei unterschiedliche Methoden angewendet. Entweder wird der Spannungs-Dehnungs-Verlauf eines geschädigten Laminats ausgewertet oder die Entwicklung von Zwischenfaserbrüchen wird verfolgt. Dabei ist die Aufzeichnung des globalen Verhaltens eines Laminats unabhängig von der Schadensursache, da nur eine verschmierte Steifigkeitsreduktion ermittelt wird. Die Ursache der Steifigkeitsentwicklung kann dabei nur mutmaßlich einer spezifischen Schädigung zugeordnet werden. Insbesondere müssen auch andere Materialmechanismen beachtet werden, die zu einer Laminatnichtlinearität und damit zu einer Steifigkeitsabnahme führen können. Die Verfolgung von diskreten Schädigungsvorgängen erfordert sichtbare Phänomene und wird daher gewöhnlich auf das Zählen von Rissen beschränkt, die sich über die Gesamtdicke einer Laminatlage erstrecken. Die Untersuchung des Rissfortschritts wird meist mit einem Mikroskop durchgeführt, entweder während eines Testvorgangs mittels zerstörungsfreier Methoden oder durch das Heraussägen von repräsentativen Proben nach dem Ende eines Versuchs. Für eine sinnvolle Darstellung der Rissentwicklung, wird diese im Verhältnis zur Axialdehnung der Probe dargestellt. Dabei kann es sich um die aktuelle Dehnung während einer in-situ Risszählung handeln, oder um die Maximaldehnung in einem zyklischen Versuchsablauf. Die Darstellung der Rissdichte als Funktion der Axialdehnung ist hingegen weniger sinnvoll, besonders bei Kreuzverbunden. Der Unterschied zwischen der Axialsteifigkeit einer 0° und einer 90° orientierten Lage bewirkt eine wesentlich höhere Spannung in den longitudinalen 0° Lagen und die Axialspannung ist somit stark abhängig vom Verhältnis der beiden Winkelorientierungen. In der Literatur können einige Untersuchungen gefunden werden [1, 2], die den Einfluss der Lagendicke auf die Rissentwicklung zeigen, wobei nur die Anzahl der 90° Lagen verändert wird, die der 0° Lagen aber konstant bleibt. Im Ergebnis wird ein signifikanter Effekt der Lagendicke angedeutet, obwohl der Axialspannungsunterschied im Wesentlichen in dem veränderten Verhältnis der Lagenorientierungen begründet liegt.

Die Auswirkung einer Zwischenfaserbruchschädigung in Form einer Steifigkeitsreduktion wird gewöhnlich in einem zyklischen Testablauf ausgewertet. Dieser Testablauf bedingt allerdings, dass nur die Steifigkeit zu Beginn eines Lastzyklus bestimmt wird und nicht die in-situ Steifigkeitsreduktion zu jedem aktuellen Lastniveau während einer kontinuierlichen Belastung. Für ein Kreuzverbundlaminat mit Rissen in den 90° Lagen und angrenzenden 0° Lagen ist diese Methodik notwendig, da die Laminatsteifigkeit im Wesentlichen von den 0° Lagen bestimmt wird. Zwischenfaserbrüche in den 90° Lagen

können sich damit nicht in dem globalen Spannungs-Dehnungs-Verlauf widerspiegeln und eine Steifigkeitsreduktion ist nicht erkennbar. Für eine in-situ Auswertung eignen sich Laminat, in denen das Steifigkeitsverhältnis zwischen den Einzellagen geringer ist. In solchen Laminaten beeinflusst die Steifigkeitsreduktion durch einen Riss in einer Einzellage auch erkennbar das Konstitutivverhalten der Gesamtprobe. Eine weitere Methode für eine in-situ Bewertung des Laminatverhaltens bietet die Bestimmung des Sekanten- oder Tangentenmoduls des Laminats. Ebenfalls einen interessanten Ansatz liefern Loukil u. a. [3]. Mithilfe der elektronischen Specklemuster-Interferometrie wird eine Messung der Rissöffnungs- beziehungsweise der Rissgleitungsweite möglich, welche direkt mit einer Normal- und einer Schubsteifigkeitsreduktion in Beziehung stehen.

2.1 Literaturübersicht

In den letzten Jahrzehnten wurden zahlreiche analytische und numerische Modelle vorgestellt, welche die Anhäufung von Zwischenfaserbrüchen in Faserverbundlaminaten vorhersagen können. Im Gegensatz dazu, finden sich nur wenige experimentelle Ergebnisse, was besonders der Komplexität in der Auswertung von durchgeführten Versuchen geschuldet ist. Ein großes Problem stellt insbesondere die in-situ Inspektion von Schädigungsprozessen dar. Bei Betrachtung der gegenwärtig in der Literatur verfügbaren Testergebnisse fällt auf, dass die meisten Ergebnisse für zugbelastete Kreuzverbundlaminat zu finden sind. Das liegt an der einfachen Auswertbarkeit dieses Versuchsaufbaus, da Risse nur in Einzellagen mit reiner transversaler Zugbelastung entstehen. Testergebnisse, welche die Rissentwicklung unter einem multiaxialen Lastzustand bei großen Verformungen untersuchen, finden sich nicht in Veröffentlichungen. Nichtsdestotrotz sind die meisten bisherigen Modellentwicklungen an den hier vorgestellten experimentellen Ergebnissen validiert. Dabei fällt besonders auf, dass die Anzahl an Kalibrierungsfaktoren für die Vorhersage des Schädigungszustands häufig die Anzahl der Experimente übersteigt, auf deren Basis sie basieren. Natürlich ist es nicht herausfordernd ein Modell zu entwickeln, das nur eine sehr begrenzte Anzahl an Testergebnissen nachbilden muss. Das führt allerdings gleichzeitig dazu, dass Mechanismen, welche die Schädigungsevolution verursachen oder beeinflussen, gegenwärtig immer noch nicht ausreichend untersucht und verstanden sind.

Bei der Darstellung der Versuchsergebnisse finden sich unterschiedliche Methoden. Durch stufenweise Belastungs-Entlastungs-Zyklen kann die Steifigkeit der Proben zu jeder Neubelastung ausgewertet werden. Gleichzeitig können nach jedem Zyklus Risse in den Einzellagen gezählt werden, um die gegenwärtige Rissdichte zu bestimmen. Gleichzeitig ist die Maximallast bekannt, welche der Last des vorangegangenen Zyklus entspricht. Basierend auf diesen Aufzeichnungen während des Testablaufs, kann zum Ersten die Laminatsteifigkeit als Funktion der Rissdichte dargestellt werden. Zum Zweiten kann die Rissentwicklung in Relation zur aufgebracht Maximalspannung oder Maximaldehnung ausgewertet werden und zum Dritten kann auch die Steifigkeit als Funktion dieser Maximalbelastung abgebildet werden.

Neben Studien zur Rissentwicklung wurden auch einige experimentelle Untersuchungen zur Rissauswirkung veröffentlicht, welche die Steifigkeitsreduktion eines Laminats in Abhängigkeit der Rissdichte zeigen. Diese Art der experimentellen Schädigungscharakterisierung dient häufig der Validierung von entwickelten Materialmodellen, da die Ergebnisse das Verhältnis zwischen einem veränderten Konstitutivverhalten und der Anhäufung von Rissen wiedergeben. In Groves u. a. [4] ist die Abnahme der Axialsteifigkeit als Folge von Matrixrissen in fünf Kreuzverbundlaminaten des Carbon/Epoxid Materials AS4/3502 dargestellt. Dafür wurden stufenweise Belastungstests durchgeführt, wobei die effektiven Steifigkeiten auf Basis der Entlastungspfade der Spannungs-Dehnungs-Kurven ausgewertet wurden. Die Steifigkeitsergebnisse der Studie sind in Abb. 2-1 gezeigt, wobei die Kurven einen Mittelwertverlauf von zwei oder mehr Proben wiedergeben. Die effektive Steifigkeit wird hier im Verhältnis zur Rissdichte in der mittleren 90° Lage in der Einheit $1/\text{Inch}$ dargestellt. Ein Vergleich der $[0/90_n]_s$ Laminats (n = $\frac{1}{2}$, 1, 2, und 3) legt nahe, dass die Steifigkeitsabnahme mit ansteigendem n zunimmt. Unglücklicherweise sind die Laminataufbauten so gewählt, dass mit zunehmenden n der Anteil der Last in den 90° Lagen zunimmt und die veränderte absolute Steifigkeitsreduktion damit hauptsächlich aus dem Verhältnis zwischen den 0° und den 90° Lagen resultiert. Der Einfluss der Dicke der gerissenen Lagen kann in der gegebenen Darstellung nur für Laminats mit identischem $0^\circ/90^\circ$ Verhältnis ausgewertet werden, in diesem Fall der $[0/90]_s$ und der $[0_2/90_2]_s$ Proben. Dabei zeigt sich, dass das Laminat mit dickerer 90° Lage in der Mitte eine größere Steifigkeitsreduktion aufweist. In der Studie wird das mit der größeren Rissoberfläche begründet, welche eine zunehmenden Rissöffnungsweite bewirkt. Analog zu den Untersuchungen von Groves, zeigen Lee und Hong [5] Ergebnisse für $[0/90_5/0]$ und $[0/90_{10}/0]$ Laminats des Carbon/Epoxid Materials P3051/F05 und Adolfsson u. a. [6] Ergebnisse für $[0/90_n]_s$ Laminats (n = $\frac{1}{2}$, 1, 2, und 4) eines Glas/Epoxid Materials. Die Steifigkeitsreduktion und die Rissdichten wurden in allen experimentellen Studien mit Hilfe von zyklischen Belastungstests ermittelt. Die Risse in den einzelnen Lagen wurden an den vorher abgeschliffenen Probenrändern gezählt. Katerelos u. a. [7] präsentieren Versuchsergebnisse an Kreuzverbundlaminaten mit den Lageaufbauten $[0/90_4]_s$, $[0/90_2]_s$ und $[0_2/90_2]_s$ für das Material E-Glas/913. Gleichförmige Belastungszyklen dienten dabei für die Evaluierung der Steifigkeitsabnahme und die Rissdichte für jedes Belastungsniveau wurde mit der Raman-Laserspektroskopie bestimmt. Die Ergebnisse zeigen keinen Einfluss des Laminataufbaus auf die Rissdichtenentwicklung mit zunehmender Dehnung. Die axiale Steifigkeitsreduktion als Funktion der Anzahl der Zwischenfaserbrüche für drei verschiedene Kreuzverbunde, $[0/90_2]_s$, $[0/90_4]_s$, und $[0/90_6]_s$, zeigen Ogihara und Takeda [8]. Dafür wurden Proben des Carbon/Epoxid Materials T800/3631 verwendet. Um eine in-situ Risszählung am Mikroskop zu ermöglichen wurde eine besonders dünne (Breite = 3mm) Probengeometrie genutzt. In der Studie wurde ebenfalls eine zunehmende Steifigkeitsreduktion mit erhöhter 90° Lagendicke ermittelt, wobei dies ebenfalls in dem verringerten $0^\circ/90^\circ$ Verhältnis begründet liegt.

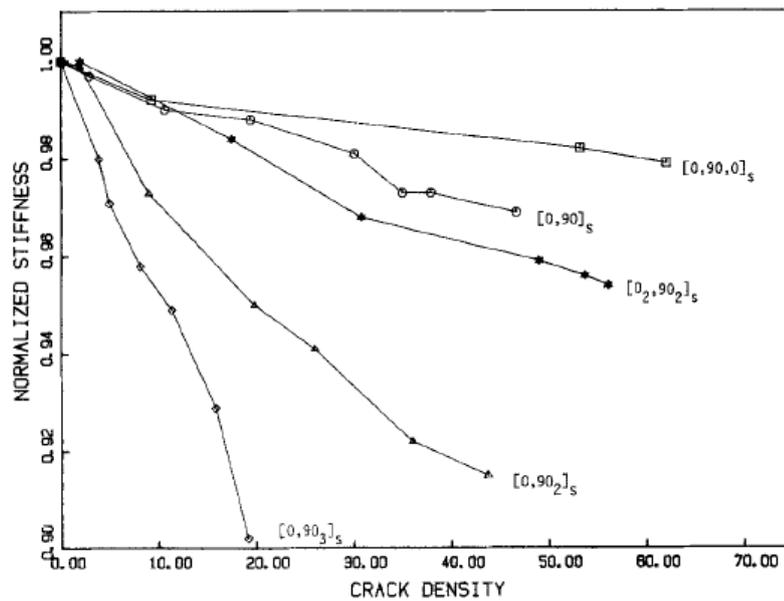


Abb. 2-1: Versuchsergebnisse zum Zusammenhang zwischen normierter Laminatsteifigkeitsreduktion und Rissdichte für Kreuzverbunde von AS4/3502 [4].

Während sich die meisten Forscher beim Thema Schädigungsevaluierung auf die Untersuchung von Kreuzverbunden spezialisierten, wurden auch einige wenige Studien zum Verhalten von anders geschichteten Laminaten veröffentlicht. In Tong u. a. [9] wird das Risswachstum in der Matrix an quasi-isotropen $[0/90/-45/+45]_s$ Laminaten aus E-Glas/Epoxid gezeigt. Die experimentellen Ergebnisse liefern dabei nicht nur Erkenntnisse über die Rissentstehung und deren Auswirkung in den 90° Lagen, sondern auch in den 45° Lagen. Die Degradation der Axialsteifigkeit infolge des Risswachstums wurde gemessen und mit den Ergebnissen eines $[0/90]_s$ Laminataufbaus verglichen. Dabei wurde festgestellt, dass die Steifigkeitsreduktion in dem Kreuzverbund größer war. Dabei muss allerdings beachtet werden, dass die Rissdichte in den 45° Lagen wesentlich geringer steigt, als in den 90° Lagen. Da der Kreuzverbund 50% transversale 90° Lagen enthält und der quasi-isotrope nur 25%, ergeben sich die zu erwartenden Unterschiede in der Steifigkeitsreduktion. In den Veröffentlichungen von Hoover u. a. [10] und Wharmby u. a. [11] werden die Ergebnisse eines symmetrischen und eines unsymmetrischen E-Glas/Epoxid Laminataufbaus verglichen. Dafür wurde ein Kreuzverbund mit $[0_2/90_6/0_2]$ Aufbau, aber auch ein $[\pm 45/90_6/\pm 45]$ Laminat und die unsymmetrischen Schichtungen $[\pm 25/90_6/0_2]$ und $[\pm 45/90_6/0_2]$ getestet. In allen Proben wurde ausschließlich in den 90° Lagen ein Risswachstum beobachtet. Eine ausführlichere Studie zur Auswirkung von Zwischenfaserbrüchen auf die Steifigkeit eines Faserverbundlaminats wurde von Varna u. a. [12–14] veröffentlicht. Zur Untersuchung der Rissentwicklung in 90° Lagen in Abhängigkeit der Orientierung der Nachbarlagen wurden $[\pm\theta/90_4]_s$ Laminat mit $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ eines Glas/Epoxid Verbunds verwendet. In einer weiteren Testreihe wurden Laminat des Typs $[0/\pm\theta/0_{1/2}]_s$ mit $\theta = 0^\circ, 55^\circ, 70^\circ$ getestet und die Steifigkeitsreduktion als Funktion der Rissdichte ausgewertet. Für $\theta = 55^\circ$ und $\theta = 70^\circ$ wurde dabei eine Rissentwicklung in den nicht in Lastrichtung orientierten Winkellagen

beobachtet. Während Zwischenfaserbrüche in 90° Lagen durch eine reine axiale Zugbelastung entstehen, herrschen in diesen Winkellagen auch Schubspannungen vor. Das ermöglichte im Rahmen dieser Studien eine Auswertung der Rissentstehung und deren Auswirkung unter kombinierten Belastungszuständen. Eine Untersuchung bei hohen Verformungen verhindern allerdings die 0° Lagen, welche eine niedrige Versagenslast der Proben verschuldeten.

Wenige Veröffentlichungen stellen die Abnahme der Laminatsteifigkeit als Funktion der aufgetragenen Belastung dar. Die Ursache dafür ist, dass daraus keine direkte Aussage über den Schädigungszustand getroffen werden kann. Der Zusammenhang zwischen Rissdichte und axialer Laminatsteifigkeit bietet die Charakterisierung der Rissauswirkung, wohingegen der Zusammenhang zwischen Rissdichte und aufgetragener Last direkt die Rissentwicklung kennzeichnet. Die Steifigkeitsreduktion als Funktion des Lastniveaus liefert eine Kombination beider Zusammenhänge, wodurch die Ergebnisse sowohl von der Rissentwicklung als auch von der Rissauswirkung abhängen. Dadurch eignen sich diese Versuchsergebnisse besonders für die Validierung eines Konstitutivmodells zur Vorhersage des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens von Laminaten mit Zwischenfaserbrüchen. In [12, 14] wird die Steifigkeitsreduktion der $[\pm\theta/90_4]_s$ und der $[0/\pm\theta/0_{1/2}]_s$ Lamine ebenfalls als Funktion der aufgetragenen Dehnung dargestellt. Des Weiteren finden sich in Highsmith und Reifsnider [15] experimentelle Ergebnisse für eine einzelne $[0/90_3]_s$ E-glas/Epoxid Probe. Die Studie zeigt die Steifigkeitsreduktion im Verhältnis zur aufgetragenen Last bei einem zyklischen Testablauf.

Als effiziente Methode zur Bestimmung des Einflusses des Laminatlagenaufbaus auf die Schädigungsentwicklung wird oftmals das Risswachstum in Abhängigkeit der aufgetragenen Laminatbelastung bestimmt. Im Allgemeinen wird die Rissdichte als Funktion der maximalen axialen Spannung oder Dehnung dargestellt, die während einer stufenweisen Belastungshistorie im vorangegangenen Lastzyklus aufgezeichnet wurde. Abhängig vom Laminataufbau erweist sich die Spannungsrelation als nicht geeignet, sobald die initiale Steifigkeit der gerissenen Lage wesentlich geringer ist, als die Steifigkeit in den anderen Lagen, wie dies bei Kreuzverbunden der Fall ist. Im Gegensatz dazu entspricht die Dehnung in allen Lagen der Axialdehnung des Laminats und eignet sich daher wesentlich besser für eine Darstellung der Rissdichte als Funktion der Belastung. Trotzdem zeigen einige Studien die Relation zwischen Rissdichte und Axialspannung. Parvizi u. a. [16] und Garret u. a. [17] zeigen Testergebnisse an $[0/90/0]$ Laminaten gefertigt aus einem E-Glas/Epoxid Material. Die 0° Lagendicken wurde in den Testreihen konstant bei 0.5 mm gehalten, während die Dicken der transversalen Lagen zwischen 0.4 mm und 4 mm variiert wurden ($t_{90} = 0.42, 0.75, 1.2, 1.5, 2.0, 2.6, 3.2, 4.0$). Dabei kamen sie zu dem Ergebnis, dass die Rissdichte bei höheren Belastungen ein Limit erreicht, deren Höhe von der Lagendicke abhängt. Während bei dicken Lagen das Plateau der Rissdichte bereits bei geringeren Lasten erreicht wurde, steigerte sich die Rissdichte bei dünnen Lagen auf einen höheren Maximalwert. Zu den gleichen Beobachtungen ge-

langten Nairn u. a. [2, 18, 19] in einer umfangreichen experimentellen Studie an Kreuzverbunden mit AS4-carbonfaserverstärktem 3501-6 Epoxid. Statische Zugversuche wurden für $[0_n/90_m]_s$ Laminats (n/m = 1/1, 1/2, 1/4, 2/1, 2/2, 2/4) mit Rissen in eingebetteten Lagen und für $[90_m/0_n]_s$ Laminats (m/n = 1/0.5, 1/1, 1/2, 1/4, 2/0.5, 2/1, 2/2, 2/4, 3/1, 3/2, 4/2) mit Rissen in einer äußeren Lage durchgeführt. Die Ergebnisse der Studie zeigen eine Sättigung des Risswachstums in dicken Lagen, während die Risse in dünnen Lagen bis zum Endversagen der Probe zunehmen. Aus einem Vergleich eines $[0/90]_s$ und eines $[90/0]_s$ Laminats folgerten die Autoren, dass die Rissentstehung in Laminaten mit außenliegender 90° Lage früher beginnt, aber Laminats mit eingebetteter 90° Lage ein höheres Riss-sättigungslevel erreichen können. Allerdings ist dabei zu beachten, dass die Dicken der 90° Lagen unterschiedlich sind. Neben den Resultaten für Kreuzverbunde werden Ergebnisse für die Rissdichtenentwicklung als Funktion der aufgetragten Axialspannung für $[\pm\theta/90]_s$ und $[90/\pm\theta]_s$ Laminats mit $\theta = 15^\circ, 30^\circ$ vorgestellt. Die Studie ist eine der umfangreichsten, die sich in der Literatur finden lassen. Leider ist das Risswachstum ausschließlich der aufgetragten Laminatspannung zugeordnet, wodurch die Studie nicht für eine experimentelle Evaluierung des Lagenaufbaueinflusses geeignet ist. Eine weitere Studie wird in Laurin u. a. [20] präsentiert, wo die Rissdichtenentwicklung im Verhältnis zur aufgetragten Spannung an einem T700/M21 Carbon/Epoxid untersucht wird. Die Versuche an $[0_2/90_n]_s$ Laminats (n = 1, 2, 4, 6) zeigen, dass die Rissdichte bis zum Endversagen der Proben nahezu linear zunimmt. In der Veröffentlichung von Sabaey u. a. [21] werden Versuche mit dem Material T800/M21 gezeigt. Die Ergebnisse sind in Abb. 2-2 dargestellt. Die durchgeführten Testreihen weisen nur auf eine geringe Abhängigkeit zwischen der Lagendicke und dem Risswachstum hin, deuten darüber hinaus aber einen entscheidenden Einfluss der Nachbarlagenorientierung an, insbesondere auf die Entstehung der ersten Risse. Versuchsergebnisse für ein GFK Material mit $[0/90_n]_s$ Aufbau (n = 2, 4, 6) werden von Okabe u. a. [22, 23] gezeigt. Die Autoren beobachteten Delaminationen an den Risspitzen der Zwischenfaserbrüche. Sie schlossen daraus, dass die Ablösung der Trennschicht verantwortlich für eine Sättigung der Rissdichte ist. Neben der Steifigkeitsauswirkung wurde in [6] ebenfalls die Rissdichtenzunahme mit zunehmender aufgetragter Dehnung untersucht. Die Autoren haben an den Laminats einen eher geringen Einfluss der Lagendicke beobachtet. Allerdings wurden die Versuchsergebnisse vor der Darstellung mithilfe eines analytischen Ansatz manipuliert, um den Einfluss der thermischen Eigenspannungen auf die Axialspannung der Probe herauszurechnen.

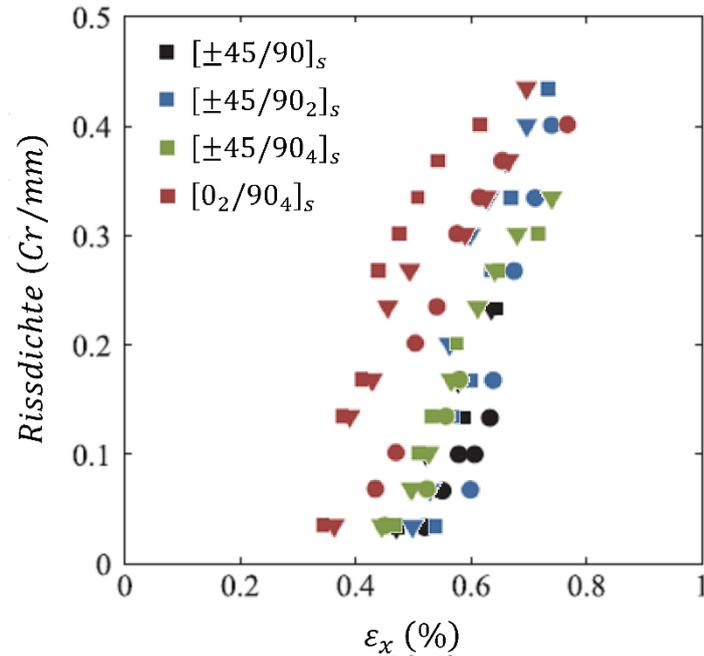


Abb. 2-2: Rissdichtenverläufe in 90° Lagen für verschiedene T800/M21 Lamine (nach [21]).

Der Einfluss des Lagenaufbaus eines Sub-Laminats, welches die Rissöffnung hemmt, wird in [12] untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass verschiedene Nachbarorientierungen von 0° , $\pm 15^\circ$ und $\pm 30^\circ$ keine Auswirkung auf die Rissentwicklung in einer 90° Lage haben, ein $\pm 40^\circ$ Sub-Laminat aber die Rissentwicklung in einer dicken 90° Lage hemmt. Die Zunahme der Rissdichte wurde auch in [9] für einen quasi-isotropen Aufbau eines E-Glas/Epoxid Laminats untersucht. Ein aufgezeigter Vergleich mit einem Kreuzverbund legt dar, dass der erste Riss in dem quasi-isotropen Lagenaufbau später entsteht und der Anstieg der Rissdichte in diesen Laminaten größer ist. Die Auswertung der Rissentwicklung, sowohl in 90° als auch 45° Lagen, ist ebenfalls ein Schwerpunkt in der Veröffentlichung von Hahn und Hwang [24]. An $[0_2/90/+45/-45]_s$ AS4/3501 Carbon/Epoxid Proben ermittelten sie eine erste Rissinitiierung in den 90° Lagen, gefolgt von der Rissentstehung in den $+45^\circ$ Lagen. Kobayashi u. a. [25] untersuchten die Rissentwicklung an $[+45/0/-45/90]_s$ und $[+45/-45/90]_s$ T800/3900 Carbon/Epoxid Laminaten. Sie beobachteten, dass sich Risse in den 90° Lagen augenblicklich über die gesamte Laminatbreite ausbreiten, während die Risse in den $\pm 45^\circ$ nicht über die gesamte Breite wachsen. In den 90° Lagen zeigte sich ein ähnliches Rissentstehungs- und Rissausbreitungsverhalten in beiden Laminattypen. Ein einzelner Lagenaufbau wurde auch von Ogi u. a. [26] an einem $[0/90_3]_s$ T700/2500 Carbon/Epoxid Laminat und von Huang u. a. [27] an einem $[0/+60_2/0/-60_2]_s$ Glas/Epoxid Laminat untersucht. Die zweite Studie ist eine der wenigen veröffentlichten Studien, in der das Risswachstum in Winkellagen mit einem kombinierten transversalen Normal- und Schubspannungszustand in den gerissenen Lagen untersucht wird. Eine weitere Studie findet sich in [13]. Boniface u. a. [28] präsentieren Ergebnisse für die Rissdichtenentwicklung als Funktion der aufgebrachten Dehnung für die Kreuzverbünde $[0_2/90]_s$, $[0/90_2]_s$ und $[0_2/90_4]_s$ des Carbon/Epoxids HTA/922, sowie für die Lamine $[0/90]_s$, und $[0_2/90_4]_s$ des Carbon/Epoxids HTA/927.

Einige interessante Versuchsergebnisse bezüglich spezifischer Einflussfaktoren werden auch von Huang u. a. [29] und von Ogihara u. a. [8] vorgestellt. Huang u. a. untersuchten den Einfluss der Fertigungsbedingungen auf die Rissentwicklung in einem $[0/90]_s$ Laminat, während Ogihara u. a. die Auswirkung hoher Temperaturen untersuchten. Deren Ergebnisse deuten darauf hin, dass mit ansteigender Temperatur eine Rissentstehung verzögert wird. Gleichzeitig beobachteten sie, dass die Zunahme der Risse unabhängig von den thermischen Bedingungen ist. Darüber hinaus identifizierten sie Delaminationen als Ursache für eine Rissättigung.

Die Literaturübersicht gibt einen Überblick über veröffentlichte Versuchsergebnisse der letzten Jahrzehnte zum Thema Rissentwicklung und Rissauswirkung in Faserverbundlaminaten. Es kann natürlich nicht garantiert werden, dass alle Veröffentlichungen erfasst sind, jedoch basiert eine Vielzahl der entwickelten Konstitutivmodelle, die sich mit dem Thema Zwischenfaserbrüche beschäftigen, auf einer Validierung mit den hier vorgestellten Testergebnissen. Auch Veröffentlichungen der Materialmodelle, welche im Rahmen des WWFEIII (Teil 3 des World Wide Failure Exercise [30]) angewendet wurden, beziehen sich auf einzelne hier präsentierte Versuchskurven.

Wie die Literaturübersicht zeigt, wurden in den letzten Jahren einige Ergebnisse veröffentlicht, jedoch fällt dabei auf, dass die durchgeführten experimentellen Studien häufig wenig umfangreich sind und nur eingeschränkte Laminataufbauten betrachten. Ebenfalls ist zu bemerken, dass viele verschiedene Verbunde von Glas- und Kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffen bewertet wurden, eine systematische Untersuchung des Zwischenfaserbruchverhaltens für ein spezifisches Material allerdings fehlt. Eine auffällige Tatsache ist die Beschränkung auf Kreuzverbundlaminat mit einer Rissentwicklung ausschließlich in den 90° Lagen. Ebenfalls finden sich in den Veröffentlichungen gegenseitig widersprüchliche Aussagen zum Einfluss des Laminataufbaus. Des Weiteren sind bisher in nahezu keiner Studie die Auswirkungen der Fertigungsbedingungen untersucht worden. Zahlreiche Einflussfaktoren und Materialvorgänge sind bisher noch nicht betrachtet worden, beispielsweise das Schädigungsverhalten bei größeren Verformungen oder das Zwischenfaserbruchverhalten in schubbelasteten Einzellagen oder bei Schub/Druck-Kombination. Gleichwohl sind einige wichtige Merkmale der Rissentwicklung und der Rissauswirkung einheitlich beobachtet worden. Dazu gehört, dass ein Riss die Steifigkeit des Laminats reduziert und die Steifigkeit des angrenzenden Sublaminats einen großen Einfluss hat. Die Entstehung von Zwischenfaserbrüchen ist dementsprechend entscheidend vom Lagenaufbau des Laminats abhängig. Diese Erkenntnisse sind wichtig für die Entwicklung eines Materialansatzes zur Vorhersage einer Rissakkumulation und deren Auswirkung auf die Steifigkeit.

Durch die signifikante Limitierung auf Kreuzverbunde, die geringe Anzahl an systematischen Testergebnissen und die Vernachlässigung von Fertigungs- und Umwelteinflüssen, sind die hier vorgestellten Versuchsergebnisse kaum ausreichend für eine akkurate Validierung eines komplexen Materialmodells. Das Problem liegt darin, dass es relativ einfach ist, ein Modell auf eine einzelne Reihe von experimentellen Versuchskurven

eines einzelnen Materials anzupassen, vor allem wenn ein Modell viele Kalibrierungsfaktoren beinhaltet. Jedoch sollten entwickelte Ansätze in der Lage sein, das Verhalten einer Vielzahl von verschiedenen Laminaten mit unterschiedlichen Belastungszuständen in den Lagen vorhersagen zu können. Nur dann kann man ihre Anwendbarkeit und Zuverlässigkeit verbessern. Weiterhin fällt auf, dass im Wesentlichen nur eine zyklische Versuchsdurchführung genutzt wurde, um eine Steifigkeitsreduktion aufgrund von Zwischenfaserbrüchen zu bewerten.

Eine große Datenbasis an Versuchsergebnissen ist notwendig, um eine kritische Bewertung der Vorhersagekraft eines Auslegungskonzepts zu ermöglichen. Aus diesem Grund ist ein entscheidender Schwerpunkt in dieser Arbeit die umfangreiche und genaue Durchführung und Auswertung von verschiedenen experimentellen Methoden zur Schädigungscharakterisierung in multidirektionalen Faserverbundlaminaten. Das soll eine breite Basis für das Verständnis der Materialvorgänge liefern, welche das Schädigungsverhalten bestimmen und beeinflussen.

2.2 Probenpräparation

Da nur wenige verlässliche und verwendbare Testergebnisse in der Literatur gefunden werden können, wurde während der vorliegenden Arbeit eine Vielzahl von Versuchen durchgeführt. Es wurden Lamine mit Kreuzverbundaufbau getestet, aber auch Lamine mit $[90/+0/90/-0]$ Aufbau und $[\pm\theta]$ Winkellamine. Damit können einige Effekte systematisch untersucht werden, die bisher in Veröffentlichungen noch keine Rolle spielten, aber entscheidend für eine Modellentwicklung sind. Der Testumfang ermöglicht die Bewertung des Einflusses verschiedener Sub-Laminat-Orientierungen auf das Zwischenfaserbruchverhalten in 90° und anders orientierten Lagen. Auch kann die Rissentstehung und die Rissauswirkung in Laminaten untersucht werden, bei denen keine Fasern in Lastrichtung orientiert sind. Diese Lamine weisen ein nichtlineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten auf, erreichen oftmals hohe Versagensdehnungen und in den Einzellagen herrscht ein kombinierter Transversal- und Schubspannungszustand. Dadurch liefern die Versuchsergebnisse auch eine Aussage über das Interaktionsverhalten der Schädigung mit anderen Materialvorgängen, welche ebenfalls ein nichtlineares Verhalten bewirken. Alle Versuchsproben wurden aus dem gleichen Material gefertigt, um eine detaillierte und verlässliche Validierung des entwickelten nichtlinearen Konstitutivmodells zu gewährleisten. Um Fertigungsrandbedingungen konstant zu halten, und eine starke Streuung der Materialparameter zu verhindern, wurden die Proben akkurat und systematisch auf die gleiche Art gefertigt. Der Ursprung der Versuchsproben war eine Rolle des unidirektionalen Carbon/Epoxid Prepregmaterials Hexcel IM7-8552 mit einer Breite von 1200 mm und einer Dicke von 0.125 mm. Das Material ist ein IM (Intermediate Modulus) kohlenstofffaserverstärktes Epoxid, welches häufig für Anwendungen in der Luftfahrt-Primärstruktur eingesetzt wird. Mit einem CNC-Schneider wurden einzelne Lagen des Prepreg-Materials entsprechend ihrer gewünschten späteren Orientierung in der Platte automatisiert ausgeschnitten. Auf einem vakuum-unterstützten

Ablagetisch wurden die einzelnen Lagen aufeinander abgelegt, um Falten und Delaminationen in den späteren Proben zu vermeiden. Beide Prozessschritte sind in Abb. 2-3 dargestellt.



Abb. 2-3: CNC-Schneiden der Prepreg-Lagen und Lagenablage vor der Konsolidierung.

Platten mit den Abmessungen 560x350 mm bzw. 280x350 mm wurden von jedem Lagenaufbau gefertigt. Die unidirektionalen Faserverbundplatten wurden in einer Thermo-Pressen konsolidiert, wobei Abstandshalter aus Stahl verwendet wurden, um eine konstante Dicke von 2.0 mm zu gewährleisten. Die Fertigungsmethode in der Thermo-Pressen zeigt Abb. 2-4. Die Probenplatten wurden entsprechend dem vom Hersteller vorgeschriebenen Aushärtezyklus hergestellt. Zunächst wurde mit einer Aufheizrate von 3°C/min auf 110°C aufgeheizt. Danach folgte eine 60 minütige Haltephase zur Harzverteilung, bevor auf 180° aufgeheizt wurde. Während der folgenden 120 min wurde die Temperatur konstant gehalten, damit das Harz vollständig aushärtet. Nach dem Aushärten, wurden die Platten mit einer Abkühlrate von 5°C/min wieder auf Raumtemperatur gebracht.

Die Auswahl der Laminataufbauten für die untersuchten Kreuzverbunde erfolgte unter dem Gesichtspunkt, dass die Dicke des Laminats und die Anzahl der einzelnen Lagenorientierungen gleich ist, um einen Lagendickeneinfluss bewerten zu können. Daher wurden die Lagenschichtungen $[(0/90)_4]_s$ und $[(0_2/90_2)_2]_s$ gewählt. Werden jeweils 2 Lagen der 0° und 90° Faserrichtung übereinander gelegt, ist dies gleichbedeutend mit einer größeren Einzellagendicke. Eine einfache Lagendicke entspricht für das verwendete Material 0.125 mm und eine zweifache Lagendicke 0.25 mm. Neben den Kreuzverbunden wurden $[(90/+30/90/-30)_2]_s$, $[(90/+45/90/-45)_2]_s$ und $[(90/+60/90/-60)_2]_s$ Lamine getestet, um den Steifigkeitseffekt der Nachbarlagen auf die Rissentwicklung zu beobachten und eine mögliche Rissinteraktion in angrenzenden Lagen zu untersuchen. Darüber hinaus wurden Versuche mit verschiedenen Winkellaminaten durchgeführt, um eine mögliche Rissentwicklung in diesen Laminaten zu bestimmen. Wenn Risse entstehen, soll deren Auswirkung auf die Steifigkeit unter einem kombinierten Belastungszustand bewertet werden. Dafür wurden Platten mit den Lagenaufbauten $[(30/-30)_4]_s$,

$[(40/-40)_4]_s$, $[(45/-45)_4]_s$ und $[(50/-50)_4]_s$ gefertigt. Um den Einfluss der Einzellagendicke abzuschätzen, wurden auch hier Lagen-Cluster geschichtet. Mit mehrfacher Lagendicke wurden die doppelt geclusterten Laminat $[(30_2/-30_2)_2]_s$, $[(40_2/-40_2)_2]_s$, $[(45_2/-45_2)_2]_s$ und $[(50_2/-50_2)_2]_s$ und das dreifach geclusterte Laminat $[(30/-30_3/+30_3/-30)]_s$ hergestellt. Des Weiteren wurden unidirektionale $[0]_{16}$ Laminat und quasi-isotrope $[(90/0//+45/-45)_2]_s$ gefertigt.



Abb. 2-4: Thermo-Press zur Herstellung der Laminatplatten.

Wisnom [31] zeigt in einer Studie, dass durch Spannungen am freien Rand der Proben (Freier-Rand-Effekt) die Gefahr von Delaminationen erhöht ist, und dadurch die mögliche Axialverformung der Probe reduziert wird. Daher wurde die Probenbreite so gewählt, dass eine Abhängigkeit des Konstitutiverhaltens von auftretenden Randdelaminationen minimiert wird. Eine breite Probengeometrie insbesondere für die Winkellaminat stellt sicher, dass die Breite nicht den Versagensmodus beeinflusst. Daraus folgt, dass die Auswirkung von Zwischenfaserbrüchen ausgewertet werden kann und ein verlässlicher Vergleich für veränderte Lagenschichtung und Lagendicke möglich ist. Aus den $\pm 30^\circ$, $\pm 40^\circ$, $\pm 45^\circ$ und $\pm 50^\circ$ Platten wurden Proben mit einer Länge von 350 mm und einer Breite von 50 mm gesägt. Die anderen Versuchsproben wurden mit den Abmessungen 250x25 mm gefertigt. Aufleimer aus glasfaserverstärktem Epoxid mit den Abmessungen 50x50 mm (bzw. 50x25 mm) und einer Dicke von 1.0 mm wurden für die Lasteinleitung an den Probenenden aufgebracht. Verschiedene Methoden zur Schädigungsevaluierung werden in der vorliegenden Arbeit angewendet, wodurch sich auch die Verwendung der einzelnen Proben aufteilt. Einige Proben wurden für die Bestimmung der Rissdichte eingesetzt und daher jeweils auf unterschiedliche Lastniveaus kontinuierlich belastet. Andere wurden zyklisch getestet, und damit infolge der stufenwei-

sen Belastungshistorie für eine zerstörungsfreie Schädigungsbewertung genutzt. Die übrigen Proben wurden kontinuierlich bis zum Endversagen belastet. Sie liefern damit das Spannungs-Dehnungs-Verhalten der Laminat.

2.3 Experimentelles Vorgehen

Die Versuche wurden an einer elektromechanischen Prüfmaschine HEGEWALD & PESCHKE INSPEKT mit einer Kraftmesszelle von 250 kN zur Aufzeichnung des Kraftsignals durchgeführt. Die Proben wurden bei einer Dehnrates der Traverse von 0.01 %/s belastet. Die Traverse wurde dabei verformungsgesteuert verfahren. Das Test-Setup und das Probendesign mit den Aufklebern ist in Abb. 2-5 gezeigt.

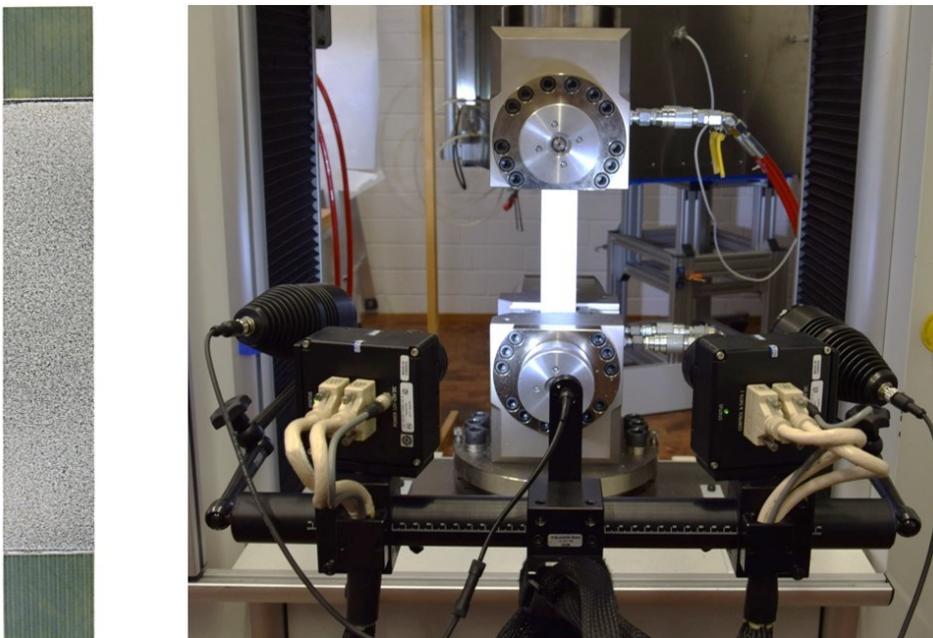


Abb. 2-5: Probendesign und Testaufbau mit Dehnungsmesssystem.

Die Dehnungsmessung erfolgte mit einem DBK-System (Digitale Bildkorrelation), wodurch die Oberflächendehnungen auf der Probe berührungslos gemessen werden konnte. Dies ermöglicht die Bestimmung der globalen longitudinalen Dehnung ϵ_x und der globalen transversalen Dehnung ϵ_y für die Berechnung der aktuellen Faserorientierung. Die Ergebnisse zweier DBK Messungen bei bestimmten Belastungsniveaus zeigt Abb. 2-6. Beide Laminataufbauten weisen eine Mittelebenen-Symmetrie auf und sind ausgeglichen. Dadurch ergibt sich in den Proben ein homogener Dehnungszustand, solange keine Schädigung auftritt. Die Dehnung auf Basis der DBK Messungen wurde gemittelt über den Bereich eines virtuellen Dehnmessstreifens mit der Oberfläche von $30 \times 20 \text{ mm}^2$ (Probenbreite von 50 mm) beziehungsweise $25 \times 17.5 \text{ mm}^2$ (Probenbreite von 25 mm). Dabei wurde ein möglichst großer Auswertebereich gewählt, um eine repräsentative homogenisierte Dehnung zu erhalten. Die Messung des DBK Systems zeigt die Unterschiede in dem Dehnungsfeld in Abhängigkeit vom Schädigungszustand. In

dem $[(90/+45/90/-45)_2]_s$ Laminat verursachen die Zwischenfaserbrüche in der Decklage lokal eine erhöhte Dehnung, da die Rissfronten nicht verbunden sind. Im Gegensatz dazu sind im Dehnungsfeld des $[(+40/-40)_4]_s$ Laminats keine Risse zu erkennen.

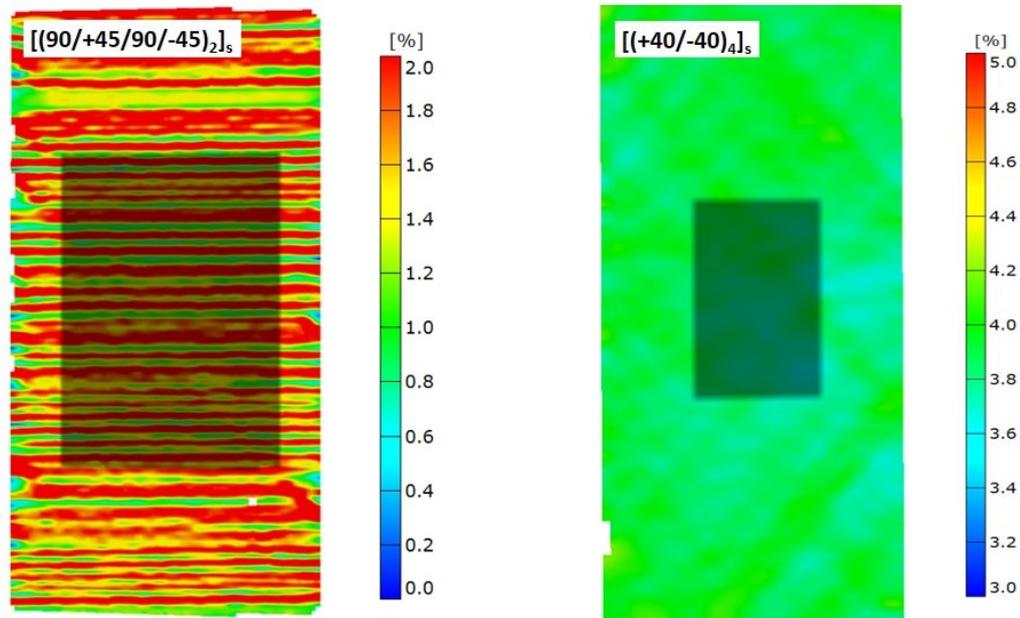


Abb. 2-6: DBK Ergebnisse der Axialdehnung für verschiedene Laminataufbauten.

2.4 Bewertung der Rissentwicklung

Die Initiierung und Ausbreitung von Zwischenfaserbrüchen in den Laminaten wurde durch die Beobachtung der Rissdichte in verschiedenen Proben untersucht. Dabei wurden die Risse anhand von Schliffbildern am Mikroskop gezählt und, um eine Relation zur Axialdehnung zu schaffen, wurde die Maximaldehnung während der kontinuierlich belasteten Proben mittels DBK ausgewertet. Die Auswertung der Rissdichte erfolgt für alle Laminatarten als Funktion der Dehnung. Die optische Auswertung der Proben ergab, dass nahezu alle Risse, die am Mikroskop ausgewertet wurden, durch die gesamte Dicke einer Einzellege verlaufen. Das deutet darauf hin, dass sich ein kritischer Anriss bei allen untersuchten Lagendicken fast augenblicklich durch die Dicke ausbreitet. Zusätzlich wurde in den Versuchen deutlich, dass nahezu alle Risse senkrecht durch die Lagen verlaufen, also orthogonal zur Lastrichtung. Wenn sich ein Riss durch die Lagendicke ausgebreitet hat, stoppt die Ausbreitung an der Grenze zur Nachbarlage. Um den Riss zu überbrücken wird die Last durch die Decklagen übertragen. Durch diese Lastumlagerung, kann die äußere Belastung weiter ansteigen, ohne dass das Laminat versagt. Da nicht alle Risse bei der gleichen Last auftreten, sondern eine gewisse stochastische Verteilung der kritischen Schwachstellen vorliegt, kommt es in der Folge zu einer Anhäufung von Zwischenfaserbrüchen. Um die Rissentwicklung zu verfolgen, wurden kleine Proben von etwa 20 mm Länge aus den Versuchslaminaten herausgesägt und für die

Untersuchung im Mikroskop in Harz eingebettet. Einen Ausschnitt einer Mikroskopaufnahme eines $\pm 45^\circ$ Laminats mit Zwischenfaserbrüchen zeigt Abb. 2-7. Die Methode der optischen Risszählung am Mikroskop bedingt die Zerstörung der Versuchsprobe, die dann nicht für einen weiteren Belastungszyklus verwendet werden kann. Dennoch liefert diese Methode eine akkuratere Auswertungsmöglichkeit, als die in-situ Betrachtung des Probenrandes, besonders auch auf Grund der höheren Auflösung der Bilder. Besonders bei Winkellaminaten entstehen darüber hinaus auch Risse an den Probenrändern, die sich nicht über die gesamte Probenbreite ausbreiten. Für diese Proben war es zweckmäßig Mikroskopaufnahmen von der Probenmitte und nahe dem Probenrand zu erstellen, um damit eine gemittelte Rissdichte bestimmen zu können. Um die Rissdichte für verschiedene Belastungsniveaus zu erhalten, wurden mehrere Proben des gleichen Laminats verwendet, die jeweils nur einmal auf die gewünschte Last verformt wurden. Um die Belastungsniveaus zu definieren, wurde zuvor ein kontinuierlicher Versuch bis zum Versagen der Probe durchgeführt, und entsprechend sinnvolle Lasten für die Untersuchung der Rissdichtenentwicklung festgelegt.

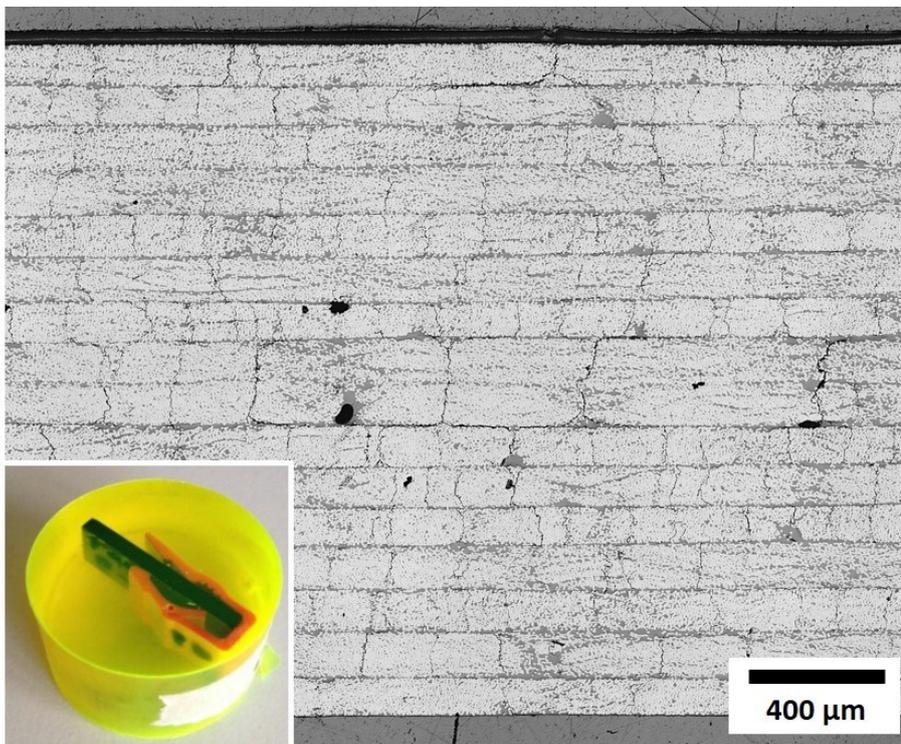


Abb. 2-7: Schliffbild eines $[(45/-45)_4]_s$ Laminats mit Zwischenfaserbrüchen.

Die Risse wurden in allen eingebetteten Lagen gezählt und dann über die Lagenanzahl gemittelt. Damit wird gewährleistet, dass die stochastische Verteilung der Risse sich nicht so stark auf die Rissdichtenergebnisse auswirkt. Die experimentellen Ergebnisse der Rissdichtenmessungen sind in Abb. 2-8 dargestellt. Im oberen Bild ist die Rissentwicklung in 90° Lagen verschiedener Laminats gezeigt. Die grauen Kreise markieren die Ergebnisse eines Kreuzverbundes mit einfach alternierender Lagendicke. Die blauen

Markierungen beschreiben die Rissdichtenentwicklung in geclusterten Lagen der Kreuzverbunde mit zweifacher Einzellagendicke. Die Ergebnisse deuten einen Unterschied in der Rissentstehung und der Rissentwicklung zwischen beiden Laminatschichtungen an. Bei Verwendung von Einzellagen mit doppelter Dicke treten erste Risse bei einer etwa 35% niedrigeren Axialdehnung auf. Gleichzeitig nimmt die Rissdichte allerdings bei den dünneren Lagen schneller zu. Für beide Kreuzverbunde wurde ein nahezu linearer Rissdichtenverlauf ermittelt. Eine Sättigung der Rissdichte, wie sie in einzelnen Veröffentlichungen insbesondere für glasfaserverstärkte Verbunde beschrieben wurde, konnte nicht ermittelt werden. Weiterhin bringen die Versuchsergebnisse die Erkenntnis, dass der Faserorientierungswinkel der Nachbarlagen nur einen geringen Einfluss auf die Rissentstehung und Rissentwicklung in den 90° Lagen hat, solange die Winkeldifferenz groß genug ist. Der Rissdichtenverlauf ist nahezu identisch, egal ob die Nachbarlagen eine Faserorientierung von 0°, 30° oder 45° aufweisen.

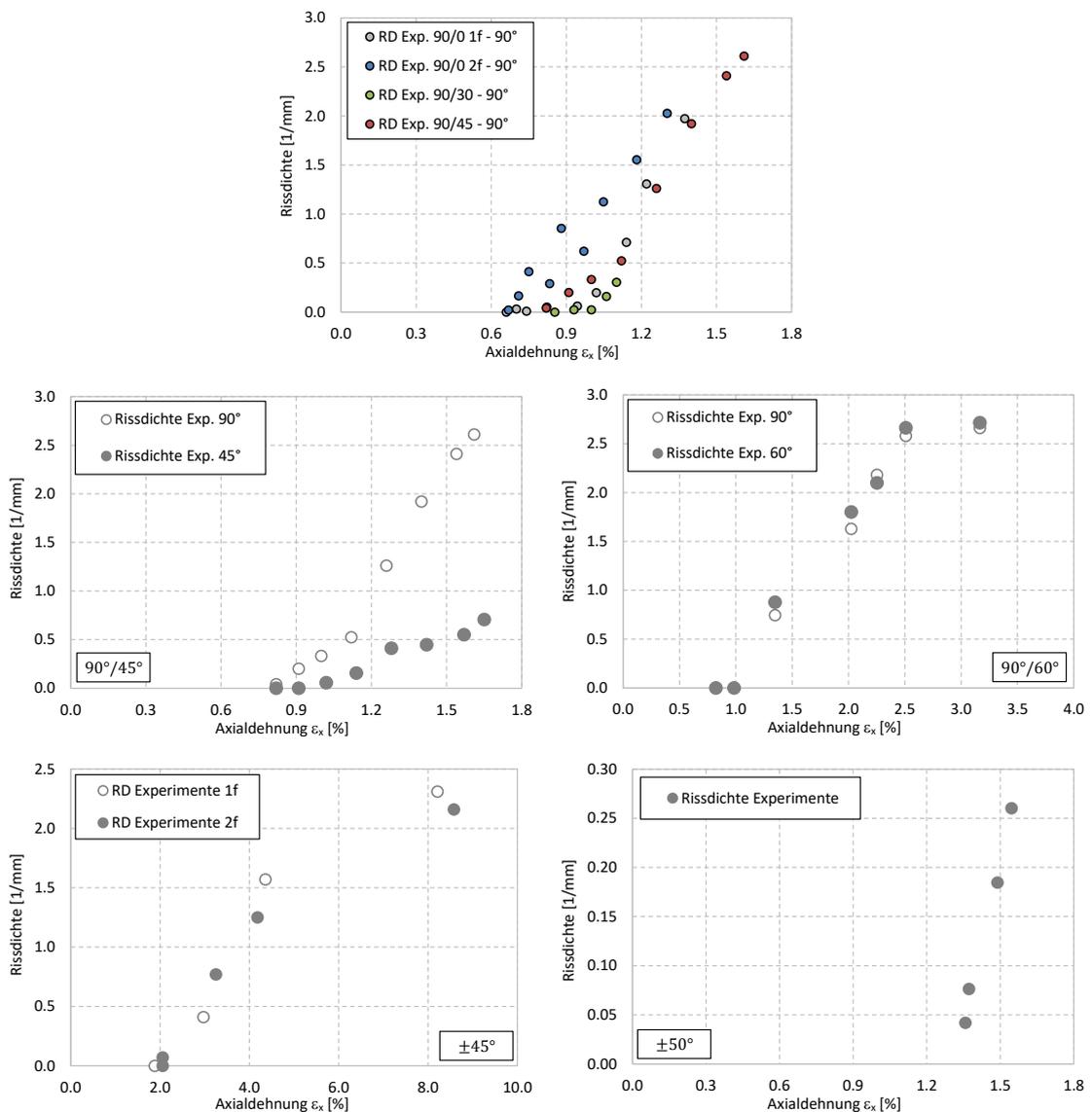


Abb. 2-8: Experimentelle Ergebnisse der Rissdichtenentwicklung in verschiedenen Laminaten.

Im Gegensatz zu den 0° und den 30° Lagen entstehen Risse auch in den 45° Lagen der 45/90 Lamine. In den 60/90 Laminaten ist die Winkeldifferenz zwischen den beiden Lagenorientierungen sehr klein. Dadurch konnte in diesen Proben ein anderes Rissverhalten beobachtet werden. Die ausgewertete Rissdichte in den 90° und den 60° Lagen entwickelt sich gleich, allerdings ergibt sich in den 90° Lagen ein signifikant anderer Verlauf, als in den anderen Laminaten mit 90° Rissentwicklung. Zusätzlich scheint eine Sättigung der Zwischenfaserbrüche aufzutreten.

Die Rissentwicklung unter einem kombinierten Spannungszustand aus transversaler Normal- und longitudinaler Schubbelastung konnte anhand der $\pm 45^\circ$ und der $\pm 50^\circ$ Lamine untersucht werden. In den 50° Lagen wurde ein linearer Verlauf der Rissdichte beobachtet, während der Anstieg der Rissdichte in den 45° Lagen mit zunehmender Dehnung abnimmt. Eine wichtige Erkenntnis ist, dass die Rissinitiation und die Rissentwicklung in den $\pm 45^\circ$ Proben unabhängig von der Lagedicke ist. Dies steht im Gegensatz zu den Beobachtungen an den Proben mit Zwischenfaserbrüchen in 90° Lagen.

2.5 Auswertung der Laminatsteifigkeit

Das Verhalten von unidirektionalen Faserverbundlaminaten, die in Faserrichtung belastet werden, wird bestimmt durch die Sprödigkeit und die hohe Steifigkeit der Fasern. Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten ist geringfügig nichtlinear in Abhängigkeit von dem Versteifungsverhalten der Fasern. Das gleiche Verhalten weisen Lamine auf, in denen die Fasern einzelner Lagen in Lastrichtung orientiert sind. Besonders bei carbonfaserverstärkten Kunststoffen (CFK), bei denen die longitudinale Fasersteifigkeit einem Vielfachen der Matrixsteifigkeit entspricht, wird das Verhalten des Kunststoffes nicht in der Axialsteifigkeit des Laminats deutlich. Unidirektionale Lamine, die unter transversalem Zug oder Schub belastet werden, weisen hingegen ein deutliches nichtlineares Verhalten auf. Dieses nichtlineare Verhalten wird insbesondere verursacht durch eine plastische Verformung des Matrixmaterials. Es wird auch in multidirektionalen Laminaten deutlich, bei denen keine Fasern in Lastrichtung orientiert sind. Diese Lamine eignen sich aus diesem Grund sehr gut für eine Bewertung von Materialvorgängen, da diese aus der in-situ Betrachtung der Spannungs-Dehnungs-Antwort deutlich werden. Das Interaktionsverhalten von nichtlinearen Materialmechanismen kann durch unterschiedliche Laminataufbauten untersucht werden. Zum Beispiel Winkellamine mit variiertem Lagenorientierung, wodurch sich einzelne Mechanismen entsprechend anders auswirken.

Die Untersuchung des Laminatverhaltens kann entweder durch kontinuierlich bis zum Versagen belastete Proben oder durch stufenweise Belastung mit Belastungs- und Entlastungszyklen erfolgen. Ein kontinuierlicher Versuchsablauf ist einfacher durchzuführen und ermöglicht bei geschickter Laminat- oder Auswertewahl eine in-situ Bewertung, die wichtig ist, um eine Wechselwirkung zwischen Schädigung und anderen nichtlinea-

ren Prozessen zu erkennen. Der zyklische Versuchsablauf wiederum bietet die Möglichkeit der separierten Betrachtung von Schädigung und anderen nichtlinearen Mechanismen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden beide Versuchsabläufe genutzt, um eine umfangreiche Basis für die Modellentwicklung zu schaffen.

2.5.1 Laminatverhalten bei kontinuierlicher Belastung

Wenn ein Laminat kontinuierlich bis zum Endversagen belastet wird, ist der Laminataufbau entscheidend dafür, ob eine Evaluierung der Schädigungsentwicklung möglich ist. Insbesondere bei Kohlefaserverbundwerkstoffen ist bei Verwendung von Fasern in Belastungsrichtung eine sehr lineare Spannungs-Dehnungs-Antwort zu erwarten. Beispielfür hierfür sind besonders Kreuzverbundlamine, ausschließlich aus 0° und 90° Lagen aufgebaut, und quasi-isotrope Laminataufbauten, mit zusätzlichen Lagen in $+45^\circ$ und -45° Richtung. In diesen Laminaten dominiert die Fasersteifigkeit in den 0° Lagen, welche wesentlich höher ist, als die Steifigkeit in transversale Richtung. Dies verhindert die Auswertung einer Steifigkeitsveränderung in den anderen Lagen. Unter Probenbelastung in Richtung der 0° Lage können Zwischenfaserbrüche in den 90° oder $\pm 45^\circ$ auftreten, bevor die 0° Lagen ihre Festigkeit erreichen, und damit das finale Versagen der Proben einleiten. Da sich diese Zwischenfaserbruchschädigung dementsprechend nur auf die Steifigkeit der 90° oder der Winkellagen auswirkt, kann eine Reduktion der Laminatsteifigkeit kaum erkannt und eine Schädigung schwer quantifiziert werden. Abhilfe kann hier die Auswertung der Sekanten- oder Tangentensteifigkeit während der kontinuierlichen Belastung schaffen. Dies erfordert jedoch ein hohes Maß an Genauigkeit insbesondere bei der Dehnungsmessung. Zusätzlich hat jegliche Nichtlinearität in der Spannungs-Dehnungs-Antwort der Probe einen Einfluss auf das Ergebnis in Abhängigkeit des gewählten Auswerte-Dehnungsintervalls. Liegen keine Fasern in Lastrichtung, ist das Verhalten stärker getrieben durch die Matrixeigenschaften und eine signifikanter ausgeprägte Nichtlinearität lässt einfacher eine Schädigungsauswertung zu. Die Bestimmung des Laminatverhaltens aus kontinuierlicher Belastung hat den Vorteil einer in-situ Bewertungsmöglichkeit der Schädigung während der Belastung, da sie die Interaktion der Schädigung mit anderen konstitutiven Effekten enthält, und deren Bewertung zulässt. Von allen untersuchten Laminaten, wurde ein Teil bis zum Endversagen kontinuierlich belastet. Zum einen um die Belastungsniveaus für zyklische Versuche zu definieren, zum anderen um eine Basis für die Validierung des entwickelten Materialmodells zu schaffen. Zusätzlich werden einige kontinuierlich bis zum Versagen belastete Proben dazu verwendet, um Materialkennwerte für IM7-8552 abzuleiten.

2.5.2 Laminatverhalten bei zyklischer Belastung

Um den Schädigungszustand in Faserverbundlaminaten zu bewerten, können die Proben am Mikroskop auf Zwischenfaserbrüche untersucht werden. Für diese Methode ist eine Zerstörung der Versuchsprobe notwendig und man ist auf makroskopisch sichtbare Schädigungsausprägungen begrenzt. Da eine Schädigung eine irreversible Reduktion

der Steifigkeit im Material bewirkt, bietet sich eine Bewertung der Schädigung auf Basis dieser Steifigkeitsabnahme an. Das hat den Vorteil, dass man damit direkt die Schädigungsauswirkung betrachtet und die Methode zerstörungsfrei ist. Allerdings misst man auch nur den Effekt in Form der effektiven Steifigkeit, muss aber über die Quelle der Steifigkeitsreduktion mutmaßen. Ebenso kann man nicht trennen, ob es sich um einen Zwischenfaserbruch, eine diffuse mikroskopische Schädigung oder eine Delamination handelt, welche die reduzierte Steifigkeit verursacht. Wenn man die Steifigkeitsreduktion auf Zwischenfaserbrüche reduziert, hat man zwei Möglichkeiten, die Auswirkung der Risse zu bewerten. Entweder wird die relative Verschiebung der Rissfronten vermessen, oder die zugehörige Steifigkeitsabnahme wird ausgewertet. In dieser Arbeit wird ein Ansatz basierend auf einer zyklischen Probenbelastung der $[\pm\theta]$ Winkellamine vorgestellt. Das reduziert die Anzahl der notwendigen Tests, insbesondere da das Ziel die effektiven über das geschädigte Material verschmierten Steifigkeitskomponenten sind. Wie aus der Literaturübersicht hervorgeht, wird meist nur die Axialsteifigkeit der Probe bewertet. Dies ist ausreichend für Kreuzverbunde, da Risse nur in 90° Lagen auftreten und damit nur die Abnahme der transversalen Steifigkeit in diesen Lagen für eine Reduktion der globalen Laminatsteifigkeit verantwortlich ist. Die Bestimmung der lokalen Steifigkeitskomponenten in den Einzellagen ermöglicht die Untersuchung der Anteile der einzelnen Steifigkeitskomponenten an der Reduktion der Laminatsteifigkeit. Die vorgestellte Auswertungsmethode der Schädigungsauswirkung ist zweckmäßig für multidirektionale Lamine, da in den Lagen ein kombinierter Belastungszustand herrscht.

Ziel der Versuche ist der Vergleich der Steifigkeiten in den einzelnen Belastungszyklen, wobei jeweils das gleiche konstitutive Verhalten im Material vorausgesetzt wird. Damit ist eine Evaluierung der Steifigkeitsreduktion in folgenden Zyklen möglich. Tritt eine Schädigung beispielsweise in Form eines Zwischenfaserbruchs auf, muss das Verhalten des Materials um den Riss dem initialen Verhalten entsprechen, damit die Steifigkeitsveränderung einzig und allein dem Riss zugeordnet werden kann. Bei der Versuchsdurchführung und deren Auswertung muss man besonders zeitabhängige Materialeinflüsse beachten. Viskoplastische Verformungen spielen bei den in der Literatur überwiegend betrachteten Kreuzverbundlaminaten kaum eine Rolle, da hier nur geringe plastische Verformungen bis zum Bruch auftreten. Eine Anpassung des gängigen Verfahrens der zyklischen Versuchsdurchführung ist für die Charakterisierung von matrixdominierten Laminataufbauten und Belastungszuständen notwendig. Daher wurde im Rahmen der Arbeit ein Ansatz entwickelt, der eine Erweiterung für diese Fälle zulässt. Die materialinhärente Zeitabhängigkeit der mechanischen Eigenschaften von Polymerwerkstoffen hat eine signifikante Auswirkung auf den Anstieg des Spannungs-Dehnungsverlaufs eines Belastungszyklus während eines stufenweisen Versuchsablaufs. Dies liegt begründet in viskosen mikromechanischen Prozessen in den Polymerketten. Die Dehnungsretardation nach vollständiger Entlastung eines $\pm 45^\circ$ Laminats mit einfacher Lagendicke, welches in dem vorangegangenen Belastungsschritt auf eine Axialdehnung von 8.09 % verformt wurde, zeigt Abb. 2-9. Nachdem der Entlastungszustand ($F_x = 0$)

erreicht wurde, nimmt die Axialdehnung in der Probe mit zunehmender Zeit ab. Das Tempo der Dehnungsretardation nimmt mit der Zeit ab und der beobachtete Verlauf deutet an, dass eine gewisse Restverformung zurückbleibt, nachdem sich ein internes mechanisches Gleichgewicht eingestellt hat. Die Zeitabhängigkeit muss genau beachtet werden, um eine sinnvolle zeitliche Folge von Belastungs- und Entlastungszyklen zu definieren. Eine gewisse Zeit der Relaxation ist notwendig, damit eine Neubelastung unter denselben mechanischen Voraussetzungen stattfindet, wie der initiale Belastungszyklus. Um den Anforderungen durch das Langzeit-Retardationsverhalten des Materials zu genügen, wurde der Versuchsablauf für etwa 500 Stunden unterbrochen, bevor eine Neubelastung der Proben erfolgte. Die Dehnungsretardation nimmt in dieser Zeit signifikant ab, da keine Last auf die Probe wirkt. Um die Retardation aufzuzeichnen wurden zwei verschiedene Ansätze verfolgt. Die ersten 10 Minuten nach der vollständigen Entlastung verblieben die Proben in dem Testaufbau und die Dehnung wurde mit Hilfe des DBK Systems aufgezeichnet. Danach wurden die Proben aus dem Versuchsaufbau entfernt und die Probenlänge wurde in vordefinierten Zeitintervallen vermessen. Aus der Längenänderung wurde dann die Axialdehnung berechnet. Übereinstimmend für alle untersuchten Proben wurde nach 500 Stunden nur noch eine geringe Veränderung der Dehnung festgestellt und der Testablauf wurde fortgesetzt. Eine zeitabhängige Beeinflussung durch den vorangegangenen Belastungs- und Entlastungszyklus auf das Spannungs-Dehnungs-Verhalten im weiteren Testablauf konnte somit verhindert werden.

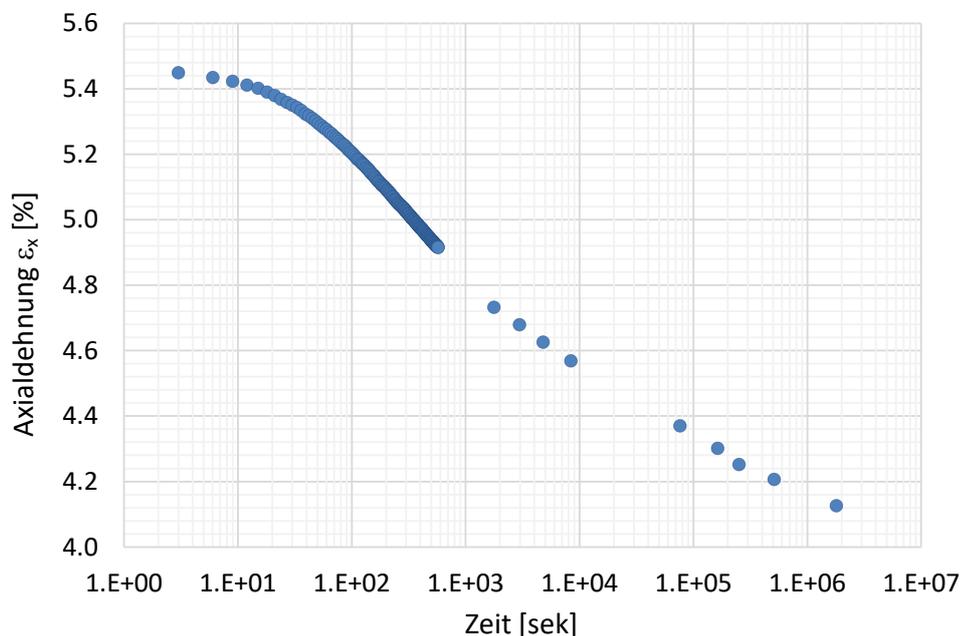


Abb. 2-9: Dehnungsretardation in einem $\pm 45^\circ$ Laminat nach Entlastung.

Verschiedene Methoden zur Bewertung einer Veränderung der Steifigkeit aus einem zyklischen Spannungs-Dehnungs-Verlauf werden in Pettersson u. a. [32] verglichen.

Ausgewertet werden können der Tangentenmodul, welcher sich aus dem initialem Anstieg der Belastungskurven ergibt, oder der Sekantenmodul, der dem Anstieg zwischen den Umkehrpunkten der zyklischen Kurven entspricht. In Abb. 2-10 wird der Spannungs-Dehnungs-Verlauf von zwei verschiedenen $\pm 45^\circ$ Proben mit einfacher Lagendicke gezeigt. Wie die Betrachtung der Kurven zeigt, resultiert die Auswertung des Sekantenmoduls in einer wesentlich höheren Steifigkeitsreduktion. Gleichzeitig ergibt sich ein Unterschied abhängig davon, ob die Steifigkeit mit Beachtung der Retardation \hat{E}_{xd}^{sek} oder ohne E_{xd}^{sek} bestimmt wird. Da beide Versuchsproben auf nahezu die gleiche maximale Spannung und Dehnung belastet wurden, würde die Auswertung auf eine zusätzliche Schädigungsakkumulation während der Retardationszeit hindeuten. Dies widerspricht allerdings dem physikalischen Verhalten während der Retardationsphase, in der eine vollständige Entlastung vorliegt. Von Chung u. a. [33] wurde gezeigt, dass Verbundwerkstoffe mit Polymermatrix im Entlastungszyklus zusätzliche plastische Dehnungen aufbauen. Um den Sekantenmodul korrekt für die Bewertung eines Schädigungszustandes zu verwenden, muss daher die Belastung und Entlastung unter annähernd statischen Bedingungen stattfinden. Die Kurven deuten darauf hin, dass trotz der geringen Dehnrate von 0.01 %/s, dieser Zustand noch nicht erreicht ist. Eine Auswertung des Tangentenmoduls ist ebenfalls nicht geeignet, da ohne Retardation kein bestimmbarer linearer Anstieg zu Beginn des Wiederbelastungszyklus besteht. In der vorgestellten Arbeit wird daher der Tangentenmodul aus dem Versuchsablauf mit Dehnungsretardation \hat{E}_{xd}^{tan} verwendet, um den Schädigungszustand zu bewerten. Im Folgenden wird der bestimmte Laminatmodul mit E_x bezeichnet.

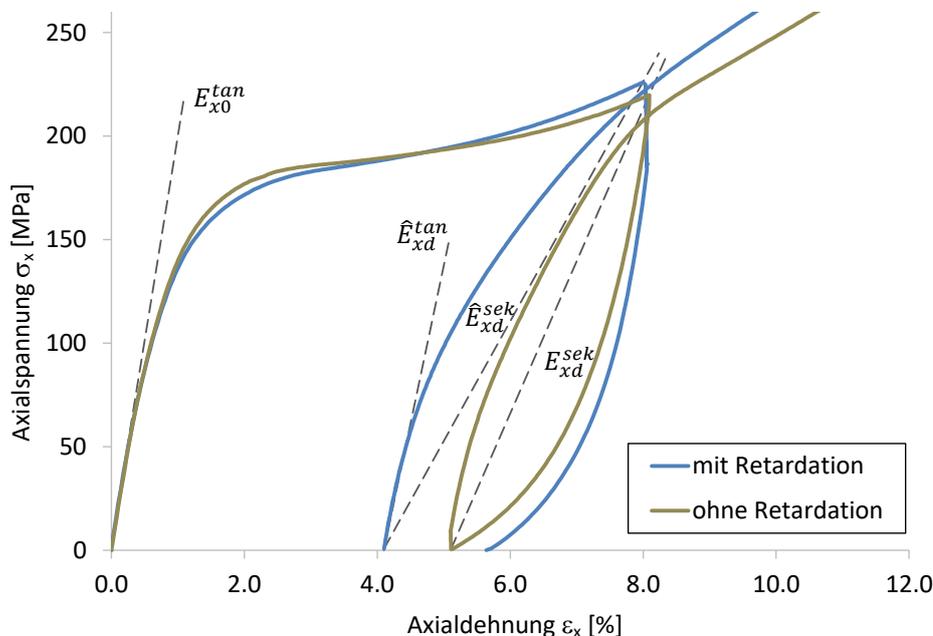


Abb. 2-10: Vergleich verschiedener Auswertemethoden zur Ermittlung der Laminatsteifigkeit.

Folgende Annahmen wurden basierend auf experimentellen Beobachtungen getroffen, um den Schädigungszustand aus den gemessenen Tangentensteifigkeiten zu bestimmen:

- a) Die Laminat zeigen ein initiales linear elastisches Verhalten zu Beginn jedes Belastungszyklus auf.
- b) Es bilden sich keine Delaminationen zwischen den geschichteten Lagen.
- c) Transversaler Druck bewirkt keine Rissentstehung und kein Schädigungswachstum.
- d) Eine homogene Rissentwicklung findet in allen Lagen statt. Das Laminat bleibt ausgeglichen und orthotrop über die gesamte Belastungshistorie hinweg.
- e) Die Auswirkung eines Risses bleibt konstant, unabhängig von dem herrschenden Spannungszustand zum Zeitpunkt seiner Entstehung.

Ein linear elastischer Spannungs-Dehnungs-Verlauf ist auf einen kleinen Bereich zu Beginn der Belastungszyklen begrenzt und verändert sich mit zunehmender Zyklenanzahl bei höherer Belastung. Daher wird die Tangentensteifigkeit in einem kleinen Dehnungsintervall unmittelbar nach der Lastaufbringung bestimmt. Für die Laminat mit $\pm 40^\circ$ und $\pm 45^\circ$ Aufbau werden die Zyklen im Bereich von 0 bis 0.1% Axialdehnung ausgewertet. Bei den $\pm 30^\circ$ und $\pm 50^\circ$ Proben wird das Dehnungsintervall auf 0 bis 0.2% Dehnung erweitert. Die Wahl der Dehnungsintervalle berücksichtigt Unterschiede in dem linear elastischen Bereich bei großen Probenverformungen. In dem ausgewerteten Intervall wurde eine hohe Bildfrequenz für eine optimale Aufzeichnung der Dehnung durch das DBK System genutzt. Dadurch wird eine mögliche Streuung in der Dehnungsfeldmessung ausgeglichen. Das Auswerteverfahren der effektiven Laminatsteifigkeiten \hat{E}_x ist exemplarisch für $\pm 45^\circ$ Laminat in Abb. 2-11 dargestellt. Für die Auswertung des Konstitutivverhaltens wurden je Probe maximal drei Belastungszyklen mit jeweils gesteigerter Last genutzt.

Bei großen Verformungen hat die Faserrotation einen substantiellen Einfluss auf das nichtlineare Materialverhalten von Faserverbunden. Eine Schubverformung ε_{12} bewirkt eine zusätzliche Rotation der Fasern. Auf Grund der ausgeprägten Anisotropie von Faserverbunden hat diese Faser-Neuorientierung einen großen Einfluss auf das Konstitutivverhalten des Laminats. Da die Axialdehnungen in einigen untersuchten Proben sehr groß werden, kann eine Vernachlässigung der Faserrotation den vorhergesagten Schädigungszustand verändern. Die zusätzliche Versteifung des Laminats könnte zu einer Fehlinterpretation der Steifigkeitsdegradation führen. Der tatsächliche Faserwinkel θ' berechnet sich entsprechend der globalen Axialdehnungen ε_x und ε_y und der initialen Faserorientierung θ^0 zu

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{(1 + \varepsilon_y)}{(1 + \varepsilon_x)} \tan \theta^0 \right]. \quad (2-1)$$

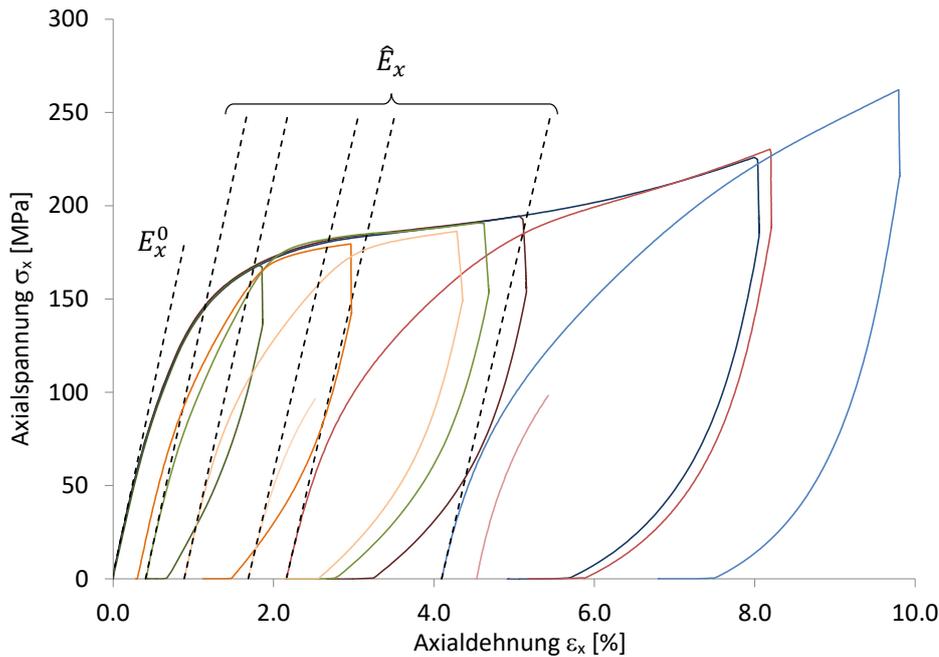


Abb. 2-11: Ermittlung der Steifigkeitsreduktion an $\pm 45^\circ$ Laminaten aus IM7-8552.

Durch die großen Verformungen in Längsrichtung unterliegen die Proben einer signifikanten Reduktion der Querschnittsfläche. Um diesen Effekt zu beachten, werden die tatsächlichen Probenabmessungen vor jedem Belastungszyklus bestimmt. Aus der aufgezeichneten Axialkraft werden damit die tatsächlichen Spannungen in der Probe bestimmt. Die Betrachtung der Faserrotation, der Veränderung der Querschnittsfläche und der zeitabhängigen Dehnungsretardation ist wichtig für die Bestimmung des Schädigungszustandes in Faserverbundlaminaten. Die hier vorgestellte Methodik ist auf Grund der Beachtung dieser Effekte in der Lage, den Schädigungszustand auch unter großen Verformungszuständen zu bewerten.

2.6 Bestimmung der Reduktion der lokalen Einzellagensteifigkeiten

Die meisten Studien zur Bestimmung der Steifigkeitsreduktion infolge von Zwischenfaserbrüchen fokussieren sich ausschließlich auf das globale Laminatverhalten. In der vorliegenden Arbeit wird ein kombinierter Versuchs- und Berechnungsansatz vorgeschlagen, der es darüber hinaus zulässt, die Reduktion einzelner Lagensteifigkeitskomponenten für verschiedene Lagenaufbauten und beliebige ebene Belastungskombinationen zu bewerten. Die direkte Bestimmung von zwei verschiedenen effektiven Lagensteifigkeitskomponenten (\hat{E}_2 und \hat{G}_{12}) auf Basis von zwei aufgezeichneten Spannungs-Dehnungs-Verläufen des Laminats ($\sigma_x - \varepsilon_x$) und ($\sigma_x - \varepsilon_y$) wäre eine Möglichkeit. Allerdings haben die experimentellen Ergebnisse gezeigt, dass diese Auswertemethode sehr sensitiv ist und akkurate Ergebnisse wurden nicht erreicht. Die Anteile der Transversal- und der Schubkomponente in einzelnen Lagen an der Reduktion der Laminatsteifigkeit

ist sehr verschieden und für die untersuchten Laminat hat insbesondere die Transversalsteifigkeit nur einen geringeren Einfluss. Durch die Sensitivität in der Messauswertung war eine direkte verlässliche Bewertung nicht möglich. Die hier vorgestellte Methode basiert daher auf einer numerischen Analyse, welche eine Bestimmung der Lagensteifigkeiten aus der Laminatsteifigkeit ermöglicht. Für die folgende Entwicklung eines Konstitutivmodells ist es notwendig, die Auswirkung von Zwischenfaserbrüchen auf Einzellageneigenschaften zu verstehen und bewerten zu können.

2.6.1 Konstitutivverhalten einer geschädigten Lage

Eine direkte Kopplung des Konstitutivverhaltens von Laminat und Einzellagen während der Schädigungsevolution ist stark eingeschränkt. Entweder wird die Reduktion der Laminatsteifigkeit ausschließlich von einem einzelnen Lagenkennwert bestimmt oder die Entwicklung der Beziehung zwischen den effektiven Lageneigenschaften ist bekannt. Die Verwendung von 0/90 Kreuzverbundlaminaten erfüllt die erste Bedingung, allerdings ist die Betrachtung auf diesen spezifischen Lagenaufbau und kleine Probenverformungen limitiert. Für Laminat mit kombiniertem Spannungszustand in den Lagen, wie sie in der vorliegenden Arbeit untersucht werden, gilt diese Annahme nicht mehr. Das Verhältnis der Steifigkeitskomponenten während einer Schädigungsprogression ist erforderlich, um die Anteile der Degradation der elastischen Materialkonstanten \hat{E}_1 , $\hat{\nu}_{12}$, \hat{E}_2 , $\hat{\nu}_{21}$, \hat{G}_{12} zu bestimmen. Es wird angenommen, dass das Schädigungswachstum in den Laminaten für Lagen mit gleicher Dicke homogen ist. Dies erlaubt die Annahme einer einheitlichen Entwicklung der effektiven Lageneigenschaften. Trotz des Schädigungswachstums wird vorausgesetzt, dass die Laminat bis zum Versagen symmetrisch, orthotrop und ausgeglichen bleiben. Dass die Schädigung ausschließlich aus Zwischenfaserbrüchen resultiert und Delaminationen nicht auftreten, sind weitere Annahmen. Basierend auf diesen Grundannahmen, kann das homogenisierte Spannungs-Dehnungsverhalten für einen ebenen Spannungszustand definiert werden:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_{xy} = \hat{\mathbf{S}}_{lam} \{\boldsymbol{\sigma}\}_{xy}, \quad (2-2)$$

wobei $\hat{\mathbf{S}}_{lam}$ die effektive Nachgiebigkeitsmatrix des Laminats einschließlich der homogenisierten Schädigung ist. Die Spannungs- und Dehnungskomponenten des Laminats in Gl. (2-3) sind definiert als Tensoren erster Ordnung. Dies ist möglich, da die Cauchy'schen Spannungs- und Dehnungstensoren zweiter Ordnung symmetrisch sind. Im Folgenden wird daher der ebene Dehnungszustand des Laminats definiert als Vektor $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_{xy} = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy})^T$ und der Spannungszustand als $\{\boldsymbol{\sigma}\}_{xy} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy})^T$. Für symmetrische und ausgeglichene Laminat kann die effektive Nachgiebigkeitsmatrix definiert werden als

$$\hat{\mathbf{S}}_{lam} = \begin{bmatrix} \hat{S}_{xx} & \hat{S}_{xy} & \hat{S}_{xz} \\ \hat{S}_{xy} & \hat{S}_{yy} & \hat{S}_{yz} \\ \hat{S}_{xz} & \hat{S}_{yz} & \hat{S}_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{E}_x} & -\frac{\hat{\nu}_{xy}}{\hat{E}_x} & 0 \\ -\frac{\hat{\nu}_{xy}}{\hat{E}_x} & \frac{1}{\hat{E}_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\hat{G}_{xy}} \end{bmatrix}. \quad (2-3)$$

Das Konstitutiverhalten des Laminats wird beschrieben durch die effektiven Einzellagensteifigkeiten:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{T}_{\theta_k}^{-1} \hat{\mathbf{S}}_k^{-1} \mathbf{T}_{\theta_k} \{\boldsymbol{\sigma}\}_{xy}, \quad (2-4)$$

wobei n die Anzahl der Lagen im Laminat und $\hat{\mathbf{S}}_k^{-1}$ die Inverse der Nachgiebigkeitsmatrix der Einzellagen ist, die wiederum der Steifigkeitsmatrix $\hat{\mathbf{Q}}_k$ entspricht. Die Transformationsmatrix \mathbf{T}_{θ_k} im ebenen Spannungszustand der Lage k ist definiert in Abhängigkeit vom aktuellen Lagenwinkel θ_k als

$$\mathbf{T}_{\theta_k} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_k & \sin^2 \theta_k & 2\sin \theta_k \cos \theta_k \\ \sin^2 \theta_k & \cos^2 \theta_k & -2\sin \theta_k \cos \theta_k \\ -\sin \theta_k \cos \theta_k & \sin \theta_k \cos \theta_k & \cos^2 \theta_k - \sin^2 \theta_k \end{bmatrix}. \quad (2-5)$$

Für die Bestimmung der Reduktion der Lagensteifigkeiten wird angenommen, dass die Zwischenfaserbrüche homogen in allen Lagen verteilt sind. Das bedeutet, dass die effektive Lagenachgiebigkeitsmatrix $\hat{\mathbf{S}}_k$ in jeder Lage des Laminats gleich ist. Diese definiert sich basierend auf den Materialkonstanten in den geschädigten Lagen:

$$\hat{\mathbf{S}}_k = \begin{bmatrix} \hat{S}_{11} & \hat{S}_{12} & \hat{S}_{16} \\ \hat{S}_{12} & \hat{S}_{22} & \hat{S}_{26} \\ \hat{S}_{16} & \hat{S}_{26} & \hat{S}_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{S}_{11}(\hat{E}_1) & \hat{S}_{12}(\hat{E}_1, \hat{\nu}_{12}) & 0 \\ \hat{S}_{12}(\hat{E}_1, \hat{\nu}_{12}) & \hat{S}_{22}(\hat{E}_2) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{S}_{66}(\hat{G}_{12}) \end{bmatrix}. \quad (2-6)$$

Mit den Gleichungen (2-2) - (2-6) kann die Kopplung der effektiven Laminat- und Lagenmodule beschrieben werden. Dementsprechend hängt die Veränderung der homogenisierten axialen Laminatsteifigkeit von der Änderung der Steifigkeitsmatrizen auf Lagenenebene ab. Wie aus Gl. (2-6) hervorgeht, können diese durch einen funktionalen Zusammenhang durch die effektiven Materialkonstanten abgebildet werden. In [34] wurde gezeigt, dass die Degradation der Materialparameter laminatabhängig ist. Parameter, wie die Rissdichte, Dicke der gerissenen Lage und Randbedingungen durch die Faserorientierung der Nachbarlage, müssen beachtet werden. Diese haben eine signifikante Auswirkung auf die effektive Steifigkeitsmatrix der Einzellagen und damit auf die sich

verändernde Beziehung zwischen den elastischen Materialkonstanten. Durch die Messung der effektiven Axialsteifigkeit auf Laminebene lässt sich nur ein homogenisiertes Verhalten des Laminats bewerten.

Durch numerische Studien konnte beobachtet werden, dass die Materialkennwerte \hat{E}_1 und $\hat{\nu}_{12}$ nicht von Zwischenfaserbrüchen beeinflusst werden. Die gleiche Beobachtung ist in Dvorak u. a. [35] dokumentiert. Die Ursache liegt in der Parallelität des Risses relativ zu den Fasern. Mit dieser Erkenntnis, kann die effektive Nachgiebigkeitsmatrix $\hat{\mathbf{S}}_k$ in Gl. (2-6) vereinfacht werden:

$$\hat{\mathbf{S}}_k = \begin{bmatrix} S_{11}^0 & S_{12}^0 & 0 \\ S_{12}^0 & \hat{S}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{S}_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1^0} & -\frac{\nu_{12}^0}{E_1^0} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}^0}{E_1^0} & \frac{1}{\hat{E}_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\hat{G}_{12}} \end{bmatrix}. \quad (2-7)$$

Daraus wird deutlich, dass nur die transversale Nachgiebigkeit und die Schubnachgiebigkeit durch eine Rissentwicklung beeinflusst werden. Für die spezifischen Fälle eines reinen transversalen Normal- oder eines reinen Schubspannungszustandes in den Lagen, kann die Einzellagensteifigkeitsreduktion direkt aus der gemessenen Laminatsteifigkeit bestimmt werden. Die Steifigkeitsreduktion in den 90° Lagen eines Kreuzverbundes mit Zwischenfaserbrüchen kann durch einen genormten uniaxialen Zugversuch gemessen werden, da ein direkter Zusammenhang zwischen \hat{E}_x und \hat{E}_2 besteht. In den 90° Lagen wirkt dabei ein reiner transversaler Zugspannungszustand.

Einige Versuche wurden entwickelt, um einen reinen Schubspannungszustand in einer Probe zu erzielen, damit \hat{G}_{12} direkt aus \hat{E}_x ausgewertet werden kann. Eine vorgestellte Testvorrichtung ist der „Rail Shear Test“ [36, 37]. Dieser Test ist sehr sensitiv gegenüber der Verformung infolge einer induzierten Biegung. Besonders bei großen Verformungen wird kein reiner Schubzustand erreicht [34]. Die Bestimmung der effektiven Steifigkeiten aus durchgeführten $\pm 45^\circ$ Zugversuchen auf Couponebene, basierend auf dem Verfahren von Rosen [38] ist ebenfalls nicht akkurat. Da eine Faserrotation einen kombinierten Spannungszustand bewirkt, beeinflusst dies ebenfalls die initiale Laminat-Lamina Steifigkeitsbeziehung. Dadurch, dass eine effektive Methode zur Messung der Schubsteifigkeitsreduktion infolge Schädigung fehlt, wurden bisher nur wenige Studien zu diesem Thema veröffentlicht. Dabei muss die Steifigkeitsmessung kritisch beurteilt werden. Eine Veränderung in den Materialeigenschaften kann ein Resultat einer Schädigung sein, aber auch in den Polymereigenschaften oder der Faserrotation begründet liegen.

In multidirektionalen Laminaten mit Winkellagen, herrscht ein kombinierter Spannungszustand in den Hauptmaterialrichtungen der Einzellagen. Eine verlässliche Aus-

wertemethodik existiert für diese Laminat- nicht. Der in der vorliegenden Arbeit vorgeschlagene numerisch-experimentelle Ansatz zur kombinierten Bestimmung von Normal- und Schubsteifigkeit ist auch für große Verformungen anwendbar. Das ist wichtig, da derzeit keine verlässlichen experimentellen Ergebnisse für die Steifigkeitsreduktion bei großen Dehnungen verfügbar sind. Der Ansatz basiert auf zwei Analysestufen, die schematisch in Abb. 2-12 dargestellt sind. Zunächst wird die Beziehung zwischen den effektiven Steifigkeitskomponenten bestimmt, wobei die Annahme getroffen wird, dass die Schädigungsevolution durch Zwischenfaserbrüche verursacht wird. Der Einfluss der Rissausprägung und des Laminataufbaus auf das Lagenkonstitutivverhalten wird durch Finite Elemente Studien an repräsentativen Volumenelementen (RVE) untersucht. Im zweiten Schritt werden die effektiven Lagensteifigkeiten aus der gemessenen Laminatsteifigkeit bestimmt. Die Komponenten der Einzellagensteifigkeit werden abhängig vom Laminat und Risseinflüssen aus den RVE Ergebnissen berechnet. Mit der diskreten Schädigungsabbildung kann eine Verbindung zwischen der Steifigkeitsdegradation auf Laminat- und Lamina-Ebene geschaffen werden.

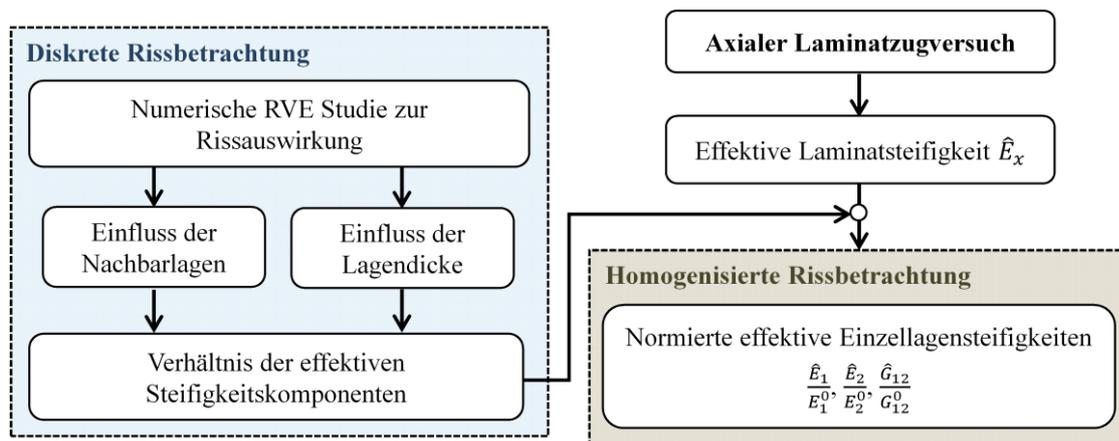


Abb. 2-12: Ansatz zur Auswertung der effektiven Einzellagensteifigkeiten.

2.6.2 Numerisches Modell für die diskrete Rissbetrachtung

Die Betrachtung diskreter Zwischenfaserbrüche in einer unidirektionalen Faserverbundlage ermöglicht die Bestimmung der Schädigungsauswirkung auf das homogenisierte Spannungs-Dehnungs-Verhalten. Im Rahmen der Arbeit werden RVEs für die Zwischenfaserbruchabbildung genutzt, um die entsprechende Auswirkung auf die effektive Steifigkeit zu messen. Während die effektiven Steifigkeitseigenschaften in einem Kontinuum ohne Riss den ungeschädigten Materialkennwerten entsprechen, reduzieren sich diese im Fall eines Zwischenfaserbruchs. Wie von einigen Autoren gezeigt [39–42], eignet sich die Methode der Finiten Elemente sehr gut für die Bestimmung des geschädigten Materialverhaltens. In dieser Arbeit werden die RVE Ergebnisse genutzt, um die Schädigungs-Steifigkeits-Beziehung auf Basis der Komponenten der effektiven Nachgiebig-

keitsmatrix $\hat{\mathbf{S}}_k$ für spezifische Laminat- und Rissausprägungen auszuwerten. Eine nachfolgende Bestimmung der degradierten Einzellagenkennwerte aus der gemessenen Laminatsteifigkeit wird möglich durch die Reduktion der Beziehungen auf einen einzelnen skalaren Zusammenhang.

Ein Schema der dreidimensionalen RVEs zeigt Abb. 2-13. Ein einzelner Riss ist in der mittleren Lage des dreilagigen RVEs modelliert, während die angrenzenden Lagen keine Risse enthalten. Wie in [43, 44] gezeigt wurde, hat die Anzahl der angrenzenden Lagen nur einen vernachlässigbaren Effekt auf die mechanischen Eigenschaften der gerissenen Lage. Für die numerische Effizienz bestehen die symmetrischen und ausgeglichenen Lagenaufbauten in den RVEs daher nur aus der mittleren Lage mit Riss und den direkt angrenzenden beiden Lagen auf der Ober- und Unterseite. Die Vernachlässigung des gesamten Sub-Laminats resultiert in nur kleinen Abweichungen, da eine Verschiebung der Rissfronten im Wesentlichen nur durch die Steifigkeitswirkung der direkt an den Risspitzen angrenzenden Lagen beeinflusst wird [41, 45].

Der Riss umfasst die gesamte Breite des RVEs und die gesamte Dicke der gerissenen Lage. Das RVE repräsentiert damit gleichmäßig verteilte und über die gesamte Probenbreite verlaufende Risse in der Einzellage mit einem konstanten Rissabstand. Die Dicke der gerissenen Lage ist mit t_c bezeichnet, s ist der Rissabstand zwischen zwei Rissen, t_{RVE} und w sind die Dicke und die Breite des RVEs.

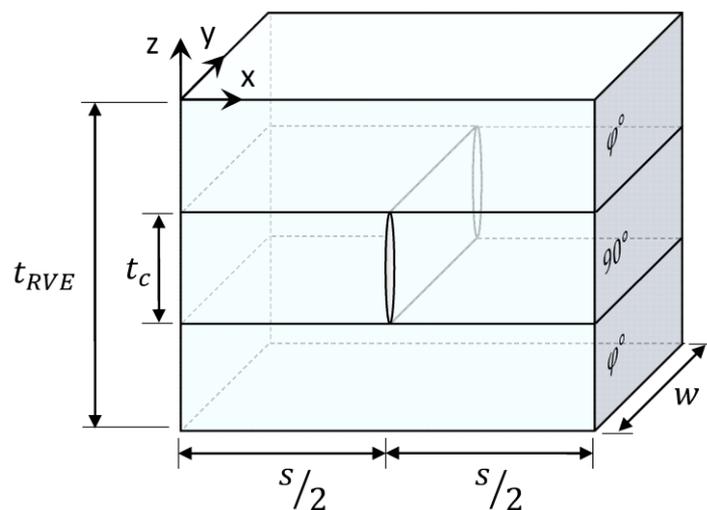


Abb. 2-13: RVE Model für eine gerissene Einzellage mit eingrenzenden Decklagen.

Das RVE repräsentiert einen Riss in der mittleren Lage, wobei das Koordinatensystem des RVEs so definiert ist, dass die Fasern in der Mittellage in y -Richtung orientiert sind. Um eine Auswertung der Studien zu vereinfachen, bleiben der Riss und damit die mittlere Lage in ihrer Ausrichtung unverändert. Der Riss bleibt somit ebenfalls in y -Richtung orientiert und damit die mittlere Lage eine 90° Lage. Dies beeinflusst nicht die Auswertung der effektiven Steifigkeitsmatrix in der Mittellage, da das Ergebnis durch

eine Koordinatentransformation in eine beliebige Richtung entsprechend dem zu untersuchenden Laminataufbau gedreht werden kann. Unterschiedliche Laminataufbauten werden durch eine Anpassung der Lagenorientierung φ der angrenzenden Lagen simuliert. Für eine umfassende Studie werden angrenzende Lagenwinkel von $\varphi = 0^\circ, 10^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ betrachtet. Daraus ergeben sich die Wickeldifferenzen im Verhältnis zur Mittellage von $\Delta\theta = 90^\circ, 80^\circ, 60^\circ, 30^\circ$. Mit einer Winkeldifferenz von 90° , können somit Laminata mit $0^\circ/90^\circ$ und $\pm 45^\circ$ Aufbau abgebildet werden. Äquivalent entsprechen 80° Differenz den Laminaten $\pm 40^\circ$ und $\pm 50^\circ$, ein $\Delta\theta = 60^\circ$ ist für $\pm 30^\circ$ und $\pm 60^\circ$, und 30° Winkeldifferenz ermöglicht die Auswertung eines $\pm 15^\circ$ und eines $\pm 75^\circ$ Laminats. Verschiedene Rissdichten wurden durch eine Anpassung der Länge der RVEs abgebildet. Die experimentellen Studien wurden für Laminata mit einfacher und doppelter Lagenstärke durchgeführt. Beide wurden ebenfalls bezüglich ihrer Rissauswirkung in den RVEs ausgewertet. Damit kann durch die Berechnung zahlreicher RVEs eine umfassende Bewertung der Beziehung zwischen Rissausbreitung und den dazugehörigen homogenisierten Materialeigenschaften der gerissenen Lage erfolgen. Entsprechend den Experimenten wurde für das Simulationsmodell das Material IM7-8552 verwendet. Der Versuchsablauf zur Messung der Laminatsteifigkeit \hat{E}_x basiert auf einer stufenweisen Belastung, wobei die Proben auf ein spezifisches vordefiniertes Lastniveau belastet wurden, gefolgt von einer vollständigen Entlastung. Nach einer Retardation erfolgte eine Neubelastung auf ein höheres Lastniveau, wobei die Laminatsteifigkeit im anfänglichen näherungsweise linearen Bereich des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs ausgewertet wurde. Dadurch kann davon ausgegangen werden, dass jegliche Steifigkeitsreduktion zwischen den ausgewerteten Lastzyklen durch eine Schädigung verursacht wird. Durch die experimentelle Steifigkeitsauswertung ausschließlich in einem kleinen initialen Dehnungsintervall, kann auch in der Simulation die Materialdefinition auf linear elastisches Materialverhalten reduziert werden. Der linear elastische Ansatz für das Material um den Riss reduziert die notwendigen Materialparameter in der Simulation erheblich und führt so zu einer guten Vergleichbarkeit des Materialverhaltens zwischen der Simulation und den Versuchen. Die Materialparameter sind in Tab. 2-1 aufgeführt. Die Finite Ele-

mente Modelle der RVEs wurden mit dem impliziten Solver Abaqus Standard berechnet. Zur Vorgabe des Materialverhaltens wurde eine Abaqus-interne linear elastische Definition genutzt.

Tab. 2-1: Materialparameter von IM7-8552 genutzt für die Berechnungen.

Longitudinale Steifigkeit	E_1^0	161.0	[GPa]	
Transversale Steifigkeit	E_2^0	9.00	[GPa]	
In-plane Querkontraktionszahl	ν_{12}^0	0.32	[-]	
In-plane Schubsteifigkeit	G_{12}^0	5.18	[GPa]	
Transversale Schubsteifigkeit	G_{23}^0	3.98	[GPa]	[46]

Es kann davon ausgegangen werden, dass die gemittelten mechanischen Eigenschaften der RVEs den gemittelten Eigenschaften der entsprechenden Lamine entsprechen. Die effektiven Lageneigenschaften werden für eine Zug-Schub und eine Druck-Schub Lastkombination ermittelt. Für eine Druck-Schub Belastung wird ein reibungsfreier Kontakt zwischen den Rissfronten definiert. Schliffbilder der Proben während verschiedener Stadien der Rissentwicklung haben gezeigt, dass nur ein einziger Rissmodus in den untersuchten Laminaten entsteht [47]. Sowohl unter Schubbelastung in der Ebene, als auch unter Druck sind alle Risse senkrecht zur Last direkt in Dickenrichtung orientiert. Der Zwischenfaserbruchzustand in zwei Proben, mit einfacher und zweifacher Lagendicke, ist in Abb. 2-14 abgebildet. Durch diese Beobachtung, können beide Lastfälle in dem gleichen RVE betrachtet und die entsprechende Steifigkeitsmatrix ausgewertet werden. Die transversale Zug- bzw. Druckbelastung und der Schub werden separiert als Verschiebungsrandbedingungen aufgebracht. Die resultierende Steifigkeitsmatrix wird dann aus den Modelergebnissen berechnet.

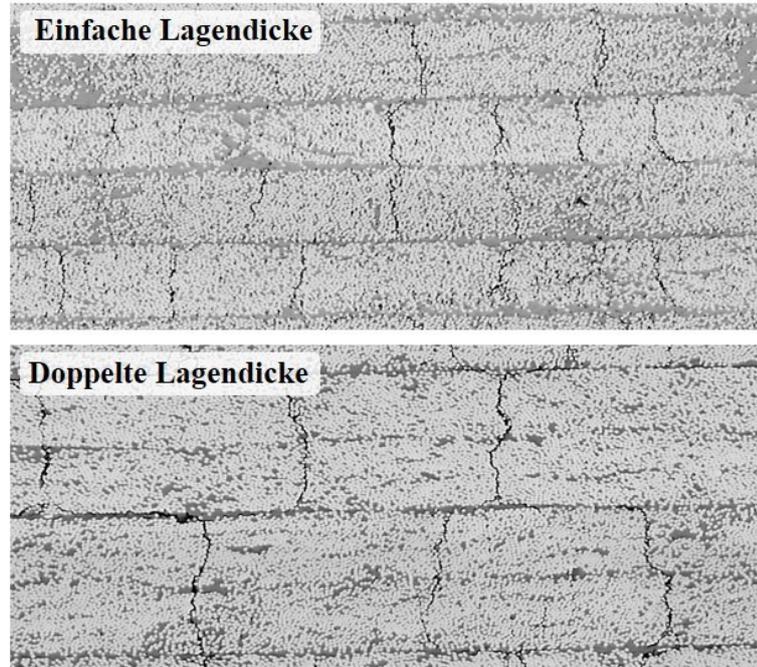


Abb. 2-14: Zwischenfaserbrüche in Laminaten mit einfacher und doppelter Lagendicke.

Die Randbedingungen an den Seiten der RVEs werden so definiert, dass die Bedingungen der Periodizität erfüllt sind. In Dickenrichtung wird die Verschiebung nicht eingeschränkt. Dementsprechend wirkt das RVE wie eingebettet in eine dünne laminierte Platte in Form einer makroskopisch einheitlichen Anordnung von Elementen. Die freie Verformbarkeit in Dickenrichtung entspricht am besten dem Verhalten eines dünnen Laminats, da ein ebener Spannungszustand realistischere Verformungen erzeugt. Eine Periodizität in Dickenrichtung würde hingegen eine unendliche Lagen-schichtung simulieren. Die periodischen Randbedingungen an den RVE Seitenflächen sind schematisch in Anhang A.a dargestellt. Eine detaillierte Beschreibung der Definition und der Wirkweise von periodischen Randbedingungen findet sich in der Literatur [48, 49].

Für die Bestimmung der effektiven Steifigkeitsmatrix der gerissenen Lage werden drei generische Verschiebungsrandbedingungen aufgebracht. Die aufgebrachten Verschiebungen $\delta \mathbf{u}$ und die resultierenden Kraftkomponenten \mathbf{F} sind in Abb. 2-15 gezeigt. Randbedingung 1 (RB1) entspricht einer Verschiebung in x-Richtung, RB2 einer Verschiebungsbedingung in y-Richtung und RB3 einer Schubverzerrung in der Ebene. Hier werden die Randbedingungen zur Bestimmung des Lagenverhaltens unter Zug gezeigt. Unter Druckbelastung werden die aufgebrachten Verschiebungen in RB1 und RB2 mit entgegengesetztem Vorzeichen aufgebracht.

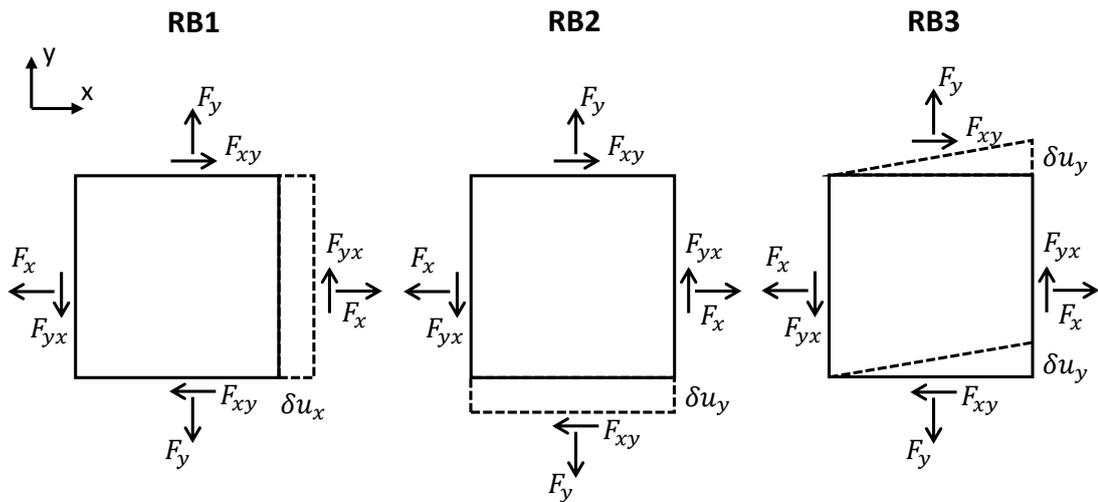


Abb. 2-15: Schema der aufgebracht Verschiebungsrandbedingungen und resultierende Kräfte in den RVE Modellen.

Die Verformungen im RVE und die entsprechend resultierenden lokalen Spannungen unter reiner Zugbelastung in x-Richtung RB1 und Schubbelastung RB3 sind schematisch in Abb. 2-16 gezeigt. Unter RB1 öffnet sich der Riss und die Rissfronten übertragen keine Last in x-Richtung mehr. Die Spannungen in der mittleren 90° Lage in globale x-Richtung (σ_2) verschwinden an den Risskanten und nehmen dann zum Rand des RVEs wieder zu. Dasselbe verursacht eine Rissgleitung unter Schubbelastung. An den Rissfronten bilden sich keine Schubspannungen σ_{12} . Durch die Störung im Spannungsfeld und die abgeminderten Spannungen am Riss reduziert sich die Steifigkeit des RVEs.

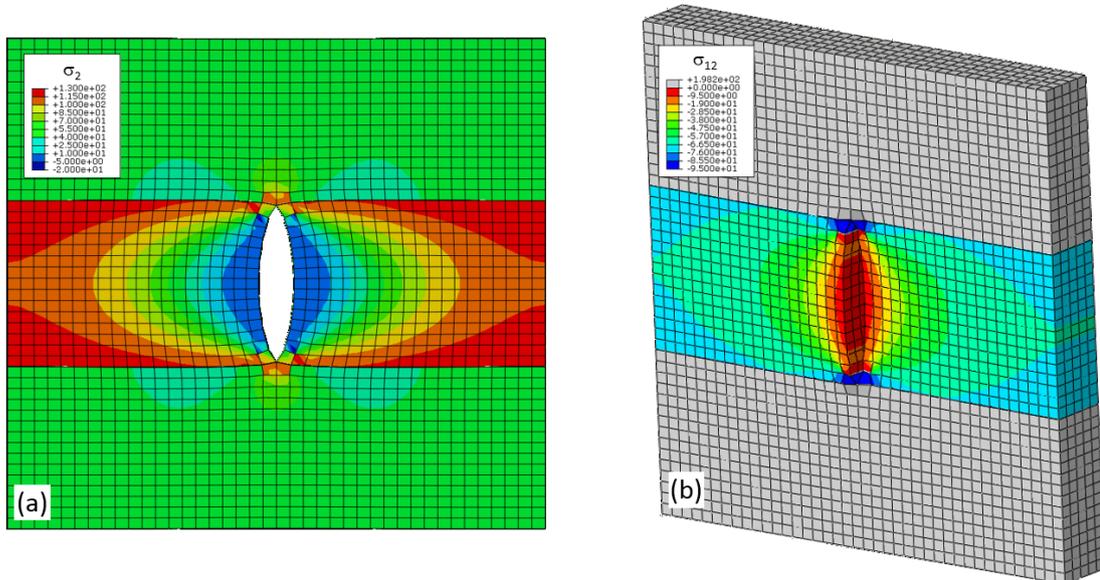


Abb. 2-16: Verformung und lokale Spannungen für a) RB1 und b) RB3.

Für die Auswertung der effektiven Steifigkeitsmatrix wird die gerissene Lage als homogenes Kontinuum mit effektiven Materialeigenschaften betrachtet. Um die gerissene homogenisierte Einzellage zu beschreiben, werden die makroskopischen Spannungen und Dehnungen über das Volumen des RVEs gemittelt abgeleitet. Die Methode der Volumen-Mittelung von makroskopischen Spannungen und Dehnungen ist detailliert in [50] beschrieben. Es gilt:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij}(x, y, z) dV, \quad (2-8)$$

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij}(x, y, z) dV = \frac{1}{2V} \int_S (u_i n_i + u_j n_j) dS, \quad (2-9)$$

wobei V das Volumen und S die Begrenzungsrandfläche des RVE ist, \mathbf{u} ist die Verschiebung am RVE Rand und \mathbf{n} ist der Normaleneinheitsvektor. In dem angenommenen Fall eines einzelnen Schädigungsmodus mit Rissen senkrecht zu den Fasern können die gemittelten Spannungs- und Dehnungsinformationen entsprechend Tab. 2-2 den RVE Simulationen entnommen werden. Für die Auswertung der makroskopischen Spannungen und Dehnungen in Tab. 2-2 auf Basis der Kräfte und Verschiebungen am RVE sind die ermittelten über das Volumen gemittelten Größen in Vektordefinition überführt. Die Möglichkeit ergibt sich aus der symmetrischen Anordnung des Dehnungs- und Spannungstensors zweiter Ordnung.

Tab. 2-2: Gemittelte Makro-Dehnungs-/Spannungskomponenten in der RVE Studie.

		RB1	RB2	RB3
	$\bar{\varepsilon}_x$	$\left(\frac{\delta u_x}{s}\right)^t, \left(-\frac{\delta u_x}{s}\right)^c$	0	0
Gemittelte Dehnung	$\bar{\varepsilon}_y$	0	$\left(\frac{\delta u_y}{w}\right)^t, \left(-\frac{\delta u_y}{w}\right)^c$	0
	$\bar{\varepsilon}_{yx} = \bar{\varepsilon}_{xy}$	0	0	$\frac{\delta u_y}{2s}$
	$\bar{\sigma}_x$	$\frac{F_x}{t_{RVE} w}$	0	0
Gemittelte Spannung	$\bar{\sigma}_y$	0	$\frac{F_y}{t_{RVE} s}$	0
	$\bar{\sigma}_{yx} = \bar{\sigma}_{xy}$	0	0	$\frac{F_{yx}}{t_{RVE} s}$

2.6.3 Ergebnisse der diskreten Rissbetrachtung

Aus den makroskopischen Spannungen und Dehnungen im Model wird die effektive RVE Steifigkeitsmatrix $\widehat{\mathbf{Q}}_{RVE}^{t,c}$ bestimmt. Die effektive Nachgiebigkeitsmatrix der gerissenen Mittellage wird dann durch Abzug der Steifigkeitsanteile der Nachbarlagen berechnet:

$$\widehat{\mathbf{S}}_c = \left([\mathbf{T}(90^\circ)] \left(\widehat{\mathbf{Q}}_{RVE}^{t,c} \frac{t_{RVE}}{t_c} - [\mathbf{T}(\varphi)]^{-1} \mathbf{Q}^0 [\mathbf{T}(\varphi)]^{-T} \frac{t_{RVE} - t_c}{t_c} \right) [\mathbf{T}(90^\circ)]^T \right)^{-1}, \quad (2-10)$$

mit

$$\widehat{\mathbf{Q}}_{RVE}^{t,c} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\bar{\sigma}_x^{t,c}}{\bar{\varepsilon}_x^{t,c}} \right)_{BC1} & \left(\frac{\bar{\sigma}_x^{t,c}}{\bar{\varepsilon}_y^{t,c}} \right)_{BC2} & \left(\frac{\bar{\sigma}_x^{t,c}}{\bar{\varepsilon}_{yx}^{t,c}} \right)_{BC3} \\ \left(\frac{\bar{\sigma}_y^{t,c}}{\bar{\varepsilon}_x^{t,c}} \right)_{BC1} & \left(\frac{\bar{\sigma}_y^{t,c}}{\bar{\varepsilon}_y^{t,c}} \right)_{BC2} & \left(\frac{\bar{\sigma}_y^{t,c}}{\bar{\varepsilon}_{yx}^{t,c}} \right)_{BC3} \\ \left(\frac{\bar{\sigma}_{yx}^{t,c}}{\bar{\varepsilon}_x^{t,c}} \right)_{BC1} & \left(\frac{\bar{\sigma}_{yx}^{t,c}}{\bar{\varepsilon}_y^{t,c}} \right)_{BC2} & \left(\frac{\bar{\sigma}_{yx}^{t,c}}{\bar{\varepsilon}_{yx}^{t,c}} \right)_{BC3} \end{bmatrix}, \quad (2-11)$$

der initialen Steifigkeitsmatrix des ungeschädigten Materials

$$\mathbf{Q}^0 = \begin{bmatrix} \frac{E_1^0}{1 - \nu_{21}^0} & \frac{\nu_{21} E_1^0}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0} & 0 \\ \frac{\nu_{21} E_1^0}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0} & \frac{E_2^0}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0} & 0 \\ 0 & 0 & 2G_{12}^0 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

und der Transformationsmatrix \mathbf{T} wie sie in Gl. (2-5) definiert wurde. Da angenommen wird, dass die Risse gleichmäßig in allen Lagen verteilt sind, wird die Nachgiebigkeitsmatrix jeder Lage $\widehat{\mathbf{S}}_k$, entsprechend Gl. (2-7), durch die aus den RVE Ergebnissen ermittelte Nachgiebigkeitsmatrix $\widehat{\mathbf{S}}_c$, repräsentiert.

Die Ergebnisse der RVE Studie für den effektiven transversalen Steifigkeitsmodul \widehat{E}_2 der gerissenen Lage ist in Abb. 2-17 gezeigt. Die Ergebnisse für das Material IM7-8552 sind normiert mit dem ungeschädigten Modul E_2^0 . Der effektive Steifigkeitsmodul wird aus der effektiven Nachgiebigkeitsmatrix der Einzellage in Gl. (2-10) als $\widehat{E}_2 = \widehat{\mathbf{S}}_{22}^{-1}$ bestimmt.

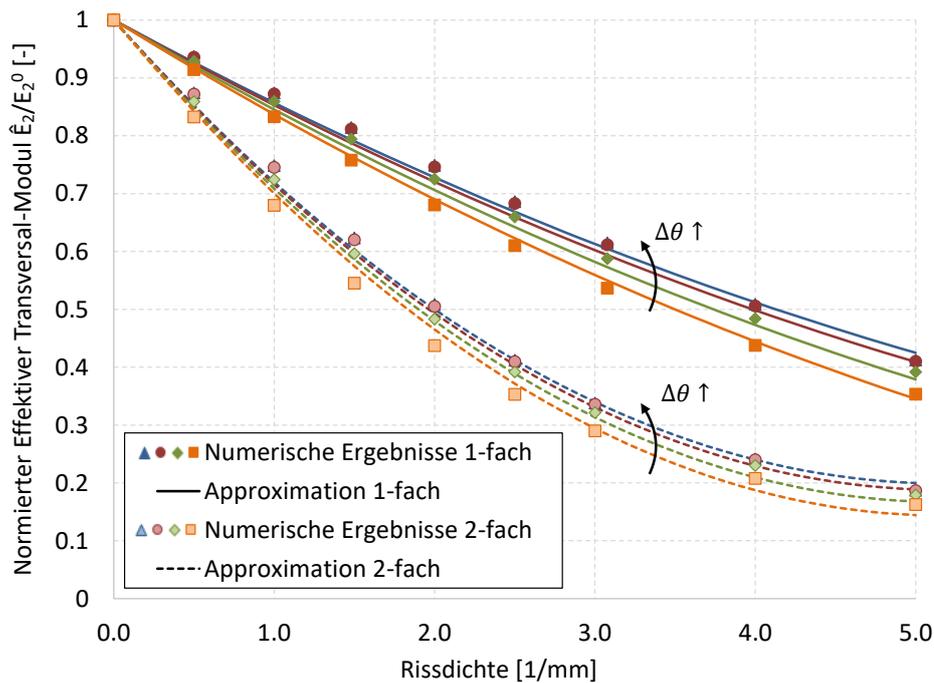


Abb. 2-17: Normierter effektiver transversaler E-Modul in Abhängigkeit von der Winkeldifferenz.

Aus den Kurven geht hervor, dass der Modul mit zunehmender Rissdichte abnimmt. Gleichzeitig variiert das Verhalten für Aufbauten mit einfacher und zweifacher Lagenstärke. Eine Veränderung der nichtlinearen Gestalt der Kurven resultiert aus der Lagenorientierung der Nachbarlagen. Die numerischen Ergebnisse bilden Winkeldifferenzen $\Delta\theta = 90^\circ, 80^\circ, 60^\circ, 30^\circ$ ab. Bei einem $0^\circ/90^\circ$ Laminat entspricht die Winkeldifferenz 90° und der Widerstand gegen eine Rissöffnung ist maximal. Der richtungsabhängige Steifigkeitsunterschied in Lastrichtung zwischen den Lagen verändert den Widerstand gegenüber einer Rissöffnung. Dies ergibt das beobachtete Merkmal, dass mit zunehmender Winkeldifferenz die transversale Steifigkeitsreduktion sinkt.

Die RVE Berechnungen wurden für einige definierte Rissdichten durchgeführt, um die entsprechenden normierten transversalen Steifigkeitsreduktionen zu ermitteln. Für eine kontinuierliche Beschreibung des Zusammenhangs zwischen dem effektiven Lagenmodul und der Rissdichte, wurde ein Kurven-Fit ermittelt. Die Veränderung des transversalen Steifigkeitsmoduls ist durch Gl. (2-13) abgebildet, wobei angenommen wird, dass die Rissdichte δ und die Winkeldifferenz zwischen den Lagen $\Delta\theta$ nicht-interagierend sind:

$$\frac{\hat{E}_2}{E_2^0} = \{F(\delta)\}\{F(\Delta\theta)\} = \{A_{tr}(\delta)^2 + B_{tr}(\delta)\}\{1 + C_{tr} \cos(\Delta\theta)\} + 1. \quad (2-13)$$

Die Parameter A_{tr} , B_{tr} und C_{tr} wurden durch einen Fit der einzelnen RVE Ergebnisse aus Abb. 2-17 ermittelt. Die Dicke der gerissenen Lage ist ein diskreter Wert und damit kein kontinuierlicher Einflussfaktor. Dadurch werden die Parameter in Gl. (2-13) jeweils

für einfache und zweifache Lagendicke ermittelt. Die Parameter sind in Tab. 2-3 zusammengefasst.

Tab. 2-3: Kurven-Fit Parameter zur Bestimmung der effektiven transversalen Steifigkeit.

	A_{tr}	B_{tr}	C_{tr}
Einfache Lagendicke	0.007	-0.15	0.16
Zweifache Lagendicke	0.03	-0.31	0.08

Die Ergebnisse der RVE Studie für den effektiven Schubmodul \hat{G}_{12} normiert mit dem ungeschädigten Schubmodul G_{12}^0 wird in Abb. 2-18 gezeigt. Anders als bei der Auswertung der transversalen Steifigkeit zeigt sich, dass mit zunehmender Winkeldifferenz zwischen gerissener und angrenzender Lage, die Reduktion der Schubsteifigkeit ansteigt. Der Grund ist der abnehmende Widerstand gegen Abgleiten der Rissfronten unter Schubbelastung. Der parametrische Fit zur Beschreibung der Veränderung des Schubmoduls folgt zu

$$\frac{\hat{G}_{12}}{G_{12}^0} = \{F(\delta)\}\{F(\Delta\theta)\} = \{A_{sl}(\delta)^2 + B_{sl}(\delta)\}\{1 + C_{sl} \cos(\Delta\theta)\} + 1. \quad (2-14)$$

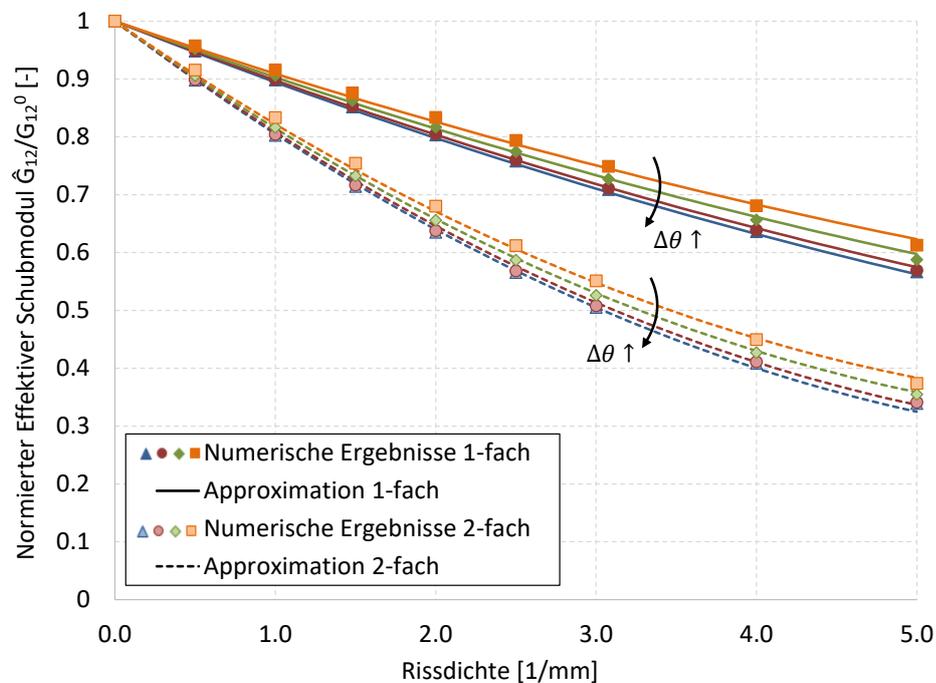


Abb. 2-18: Normierter effektiver Schubmodul in Abhängigkeit von der Winkeldifferenz.

Die Parameter A_{sl} , B_{sl} und C_{sl} , welche in Tab. 2-4 gezeigt sind, wurden für eine kontinuierliche Abbildung der Schubsteifigkeit aus den RVE Ergebnissen ermittelt.

Tab. 2-4: Kurven-Fit Parameter zur Bestimmung der effektiven Schubsteifigkeit.

	A_{sl}	B_{sl}	C_{sl}
Einfache Lagendicke	0.0045	-0.11	-0.16
Doppelte Lagendicke	0.015	-0.21	-0.10

2.6.4 Ergebnisse für die Steifigkeitsreduktion in einer Einzellage

Aus den RVE Ergebnissen können der effektive transversale Steifigkeitsmodul und der effektive Schubmodul einer gerissenen Lage in Abhängigkeit von der Rissdichte ermittelt werden. Wenn in den Einzellagen eines Laminats ein kombinierter Spannungszustand auftritt sind diese beiden Module verantwortlich für das globale axiale Probenverhalten, da sie die axiale Laminatsteifigkeit \hat{E}_x bestimmen. Abhängig vom Belastungs- und Risszustand verändert sich der Anteil der Reduktion von \hat{E}_2 und \hat{G}_{12} an der Laminatsteifigkeitsreduktion. Das Konstitutivverhalten einer gerissenen Lage kann durch die Nachgiebigkeitsmatrix in Gl. (2-7) beschrieben werden, wobei $\hat{E}_2/E_2^0 = S_{22}^0/\hat{S}_{22}$ und $\hat{G}_{12}/G_{12}^0 = S_{66}^0/\hat{S}_{66}$ gilt. Um die sich verändernden effektiven Lamina-Module aus einer einzelnen kontinuierlich gemessenen Laminatsteifigkeit zu bestimmen, ist es notwendig einen kontinuierlichen Zusammenhang zwischen der transversalen Steifigkeit und der Schubsteifigkeit zu kennen. Indem ein Bezug zwischen der Veränderung der beiden Module auf Lagenebene in Abhängigkeit von der Rissdichte geschaffen wird, kann die Beziehung zwischen effektiver Steifigkeit auf Lagen- und auf Laminebene auf einen einzelnen skalaren Zusammenhang reduziert werden. Die funktionale Beschreibung des effektiven Modulverhältnisses wird von den Ergebnissen aus den RVE Rechnungen abgeleitet. Der Zusammenhang in Form der normierten Nachgiebigkeitskomponenten ist in Abb. 2-19 gezeigt. Die Markierungen repräsentieren die diskreten Ergebnisse aus den RVEs. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass die Lagendicke keinen Einfluss auf das Verhältnis der beiden Nachgiebigkeiten hat. Diese Eigenschaft des geschädigten Laminatverhaltens kann genutzt werden, um die Anzahl der notwendigen Parameter für einen Kurven-Fit zu reduzieren. Da kein Einfluss der Dicke der gerissenen Lage beobachtet werden konnte, bleibt nur die Faserwinkeldifferenz zwischen gerissener und angrenzender Lage zur Beschreibung einer funktionalen Ableitung des Zusammenhangs zwischen transversaler Nachgiebigkeit und Schubnachgiebigkeit.

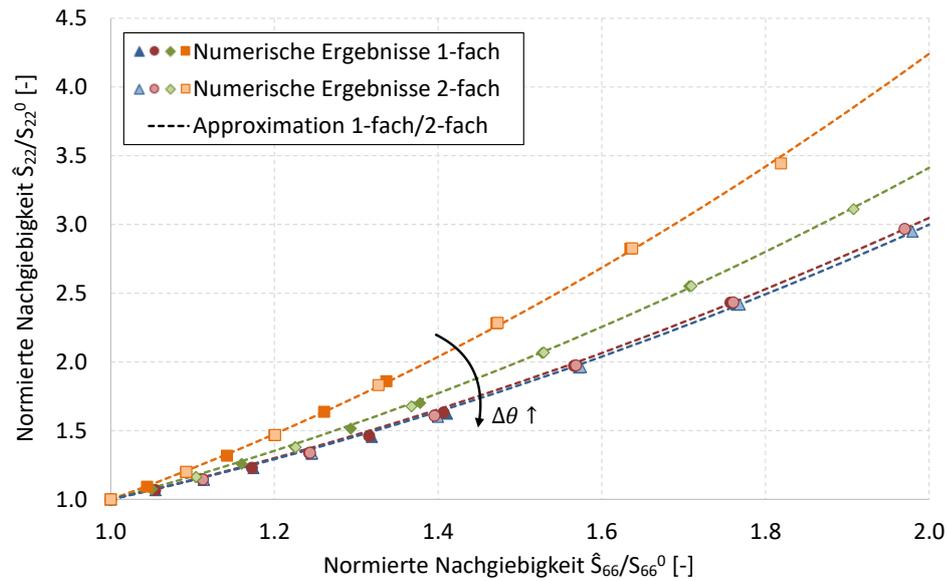


Abb. 2-19: Zusammenhang der normierten effektiven Lagennachgiebigkeiten für IM7-8552.

Die normierte effektive transversale Nachgiebigkeit wird durch folgenden Ausdruck als Funktion der normierten effektiven Schubsteifigkeit und der Winkeldifferenz definiert:

$$\frac{\hat{S}_{22}}{S_{22}^0} = \left\{ A' \left(\frac{\hat{S}_{66}}{S_{66}^0} \right)^2 + B' \left(\frac{\hat{S}_{66}}{S_{66}^0} \right) - (A' + B') \right\} \{1 + C' \cos(\Delta\theta)^2\} + 1. \quad (2-15)$$

Durch einen Kurven-Fit der Ergebnisse wurden die Parameter für das Material IM7-8552 als $A' = 0.666$ und $C' = 0.83$ gefunden. Der lineare Term konnte für die untersuchten Bedingungen vernachlässigt werden ($B' = 0$). Der hier gezeigte Zusammenhang wird genutzt für die Berechnung der Steifigkeiten auf Lagenebene basierend auf der Laminatmessung, wenn in den Einzellagen eine Zugbelastung vorherrscht. Unter Druckbelastung werden die Rissfronten durch die Belastung geschlossen. Aus den RVE Studien konnte für diesen Zustand in den Lagen ermittelt werden, dass $\hat{S}_{22} = S_{22}^0$ beziehungsweise $\hat{E}_2 = E_2^0$ gilt.

Die Studie bietet mit dieser Fit-Funktion eine kontinuierliche Information über die Kopplung der Degradation von Transversal- und Schubsteifigkeit, um die effektiven Einzellagenmodule aus der gemessenen Laminatsteifigkeit zu bestimmen. In Abhängigkeit von der Faserrichtung der Lagen erzeugt eine Probenaxialbelastung eine Normalspannung parallel und senkrecht zu den Fasern und eine Schubspannung in der Ebene. Wenn der Spannungszustand in der Lage aus einer transversalen Zug- und/oder Schubkomponente besteht, entstehen neue Risse. Entsprechend der Änderung der Lagennachgiebigkeiten in Gl. (2-7) und mittels der klassischen Laminattheorie (CLT) in Gl. (2-2)-(2-6), besteht eine Verbindung zwischen dem lokalen Lagenverhalten und dem globalen Konstitutivverhalten des Laminats. Obwohl das Konzept der Einbeziehung von

diskreten RVE Ergebnissen für verschiedenartige symmetrische Laminat mit den Schichtungen $\pm 30^\circ$, $\pm 40^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm 50^\circ$ untersucht. Wie man Abb. 2-20 entnehmen kann, besteht der Spannungszustand in den Lagen für $\pm 30^\circ$ und $\pm 40^\circ$ Laminat aus transversalem Druck und Schub. Für das $\pm 50^\circ$ Laminat setzen sie sich aus transversalem Zug und Schub zusammen. Für diese Laminat bleibt das Vorzeichen der transversalen Normalspannung bis zum Bruch der Proben gleich, auch wenn eine Faserrotation den Winkel der Lagen verändert. Das $\pm 45^\circ$ Laminat erfährt zu Beginn eine transversale Zugspannung, welche sich aber durch die Faser-Neuorientierung zu einer transversalen Druckspannung verändert.

In Abhängigkeit von den sich entwickelnden transversalen Spannungen, sind unterschiedliche Gleichungen zur Lösung der Steifigkeiten auf Lagenebene erforderlich. Der Zusammenhang der Laminatnachgiebigkeit in Gl. (2-3) und der Summation der Nachgiebigkeiten über alle Lagen ($k=1 \dots n$) in Gl. (2-4) ergibt

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{E}_x} & -\frac{\hat{\nu}_{xy}}{\hat{E}_x} & 0 \\ -\frac{\hat{\nu}_{xy}}{\hat{E}_x} & \frac{1}{\hat{E}_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\hat{G}_{xy}} \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{T}_{\theta k}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1^0} & -\frac{\nu_{12}^0}{E_1^0} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}^0}{E_1^0} & \frac{1}{E_2^0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\hat{G}_{12}^k} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{T}_{\theta k}. \quad (2-16)$$

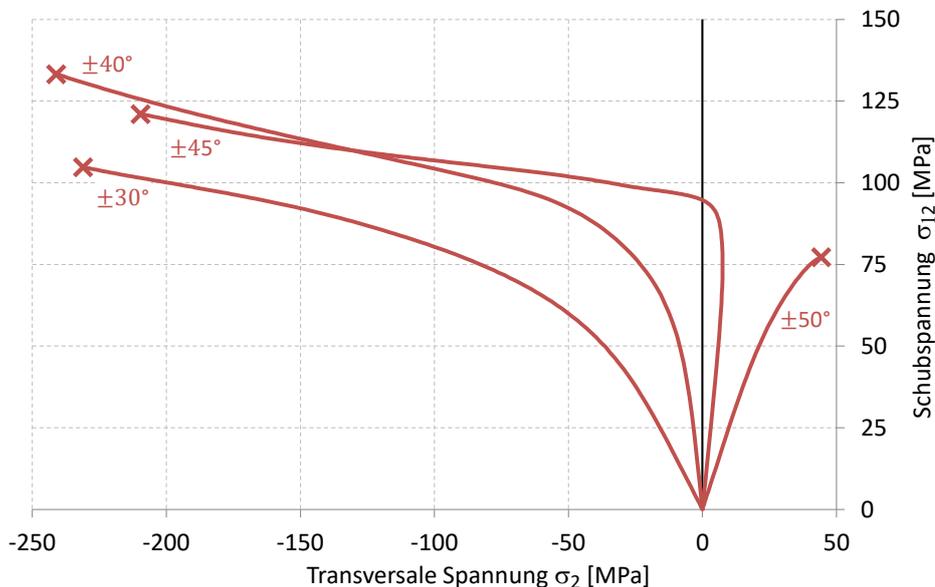


Abb. 2-20: Ausgewertete experimentelle lokale Spannungsentwicklung in den Lagen verschiedener Winkellaminat unter axialer Zugbelastung [47].

Für Laminat mit einfacher Lagendicke gilt entsprechend den Experimenten $n = 16$ und für Laminat mit doppelter Lagendicke $n = 8$. Zur Vereinfachung der Lösung wird eine

homogene Steifigkeitsreduktion in allen Lagen des Laminats angenommen. Unter Beachtung der Faserrotation folgen die degradierten Steifigkeiten für transversalen Druck als:

$$\frac{\hat{E}_1}{E_1^0} = 1, \quad \frac{\hat{E}_2}{E_2^0} = 1, \quad \frac{\hat{G}_{12}}{G_{12}^0} = \frac{1}{\hat{S}_{66}(E_1^0, E_2^0, \nu_{12}^0, \hat{E}_x, \theta') G_{12}^0}. \quad (2-17)$$

Da nur \hat{G}_{12} für die Reduktion der Laminatsteifigkeit verantwortlich ist, kann eine Lösung direkt gefunden werden. Für den Fall, dass transversaler Zug in den Lagen herrscht, kann das Gleichungssystem zur Lösung der reduzierten Materialeigenschaften folgendermaßen aufgestellt werden:

$$\frac{\hat{E}_1}{E_1^0} = 1, \quad \frac{\hat{E}_2}{E_2^0} = \frac{1}{\frac{\hat{S}_{22}}{S_{22}^0} \left(\frac{\hat{G}_{12}}{G_{12}^0} \right)}, \quad \frac{\hat{G}_{12}}{G_{12}^0} = \frac{1}{\hat{S}_{66}(E_1^0, \hat{E}_2, \nu_{12}^0, \hat{E}_x, \theta') G_{12}^0}, \quad (2-18)$$

mit

$$\frac{\hat{S}_{22}}{S_{22}^0} \left(\frac{\hat{G}_{12}}{G_{12}^0} \right) = \left\{ A' \left(\frac{G_{12}^0}{\hat{G}_{12}} \right)^2 + B' \left(\frac{G_{12}^0}{\hat{G}_{12}} \right) - (A' + B') \right\} \{1 + C' \cos(2\theta')^2\} + 1. \quad (2-19)$$

Im Gegensatz zu Druck, müssen die effektiven Steifigkeiten \hat{E}_2 und \hat{G}_{12} unter Zug zusammenhängend bestimmt werden. Dieses Problem kann mit Hilfe eines iterativen Ansatzes gelöst werden. Für transversale Zugspannung kann der Ausdruck für \hat{S}_{22}/S_{22}^0 durch Gl. (2-19) ersetzt werden. Eingesetzt in die Gleichung für \hat{G}_{12}/G_{12}^0 kann die effektive Schubsteifigkeit der Einzellagen berechnet werden. Notwendige Parameter sind die ungeschädigten Materialkennwerte, die gemessene Laminatsteifigkeit und die Parameter A' , B' und C' (0.666, 0, 0.83), welche durch die RVE Studie bestimmt wurden. Die ungeschädigten Materialeigenschaften von IM7-8552 sind in Tab. 2-1 aufgeführt. Der aktuelle Faserwinkel θ' wird durch die experimentellen Ergebnisse entsprechend Gl. (2-1) bestimmt. Das detaillierte Lösungssystem für die Gleichungen (2-17) und (2-18) ist in Anhang A.b gezeigt.

Die Ergebnisse der normierten effektiven Steifigkeiten der Einzellagen, der normierte Schub- \hat{G}_{12}/G_{12}^0 und der Transversalmodul \hat{E}_2/E_2^0 , sind in Abb. 2-21, Abb. 2-22 und Abb. 2-23 gezeigt. Der Verlauf der degradierten Steifigkeiten ist hier als Funktion der maximalen Axialdehnung angegeben, welche im jeweils vorangegangenen Belastungszyklus erreicht wurde.

Die Auswertung der $\pm 30^\circ$ und $\pm 40^\circ$ Lamine deutet darauf hin, dass sowohl bei einfacher Lagendicke als auch bei zweifacher Lagendicke keine Schädigung bis zum Endversagen der Proben entsteht. Der Spannungszustand in den Lagen setzt sich aus transversalem Druck und Schub zusammen, weshalb nur die effektive Schubsteifigkeit in den

Lagen bestimmt wurde. Während aller getesteten Zyklen entspricht die effektive Steifigkeit der initialen Steifigkeit des Materials. Um die Ergebnisse der Auswertung zu bestätigen, wurden nachfolgend von einigen ausgewählten Proben Schliffbilder angefertigt. Dabei wurden keine Zwischenfaserbrüche in den Lagen gefunden, was bestätigt, dass tatsächlich keine Schädigung auftritt und die Auswertemethodik verlässliche Ergebnisse liefert.

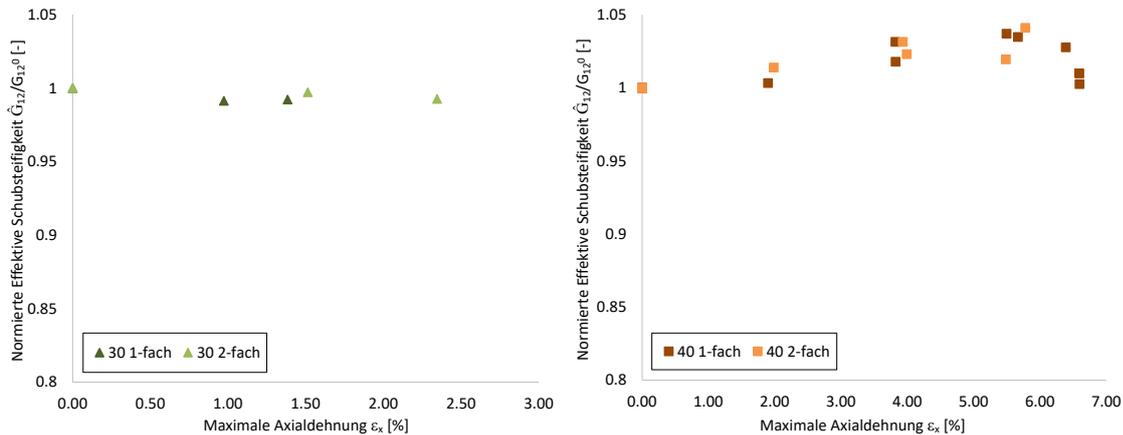


Abb. 2-21: Experimentelle Ergebnisse der normierten effektiven Schubsteifigkeit \hat{G}_{12}/G_{12}^0 der Einzellagen eines $\pm 30^\circ$ und $\pm 40^\circ$ Laminats.

Die Ergebnisse der $\pm 45^\circ$ Proben weisen hingegen auf eine ausgeprägte Schädigungsentwicklung hin. Schliffbilder zeigten für diese Laminatschichten auch eine Anhäufung von Zwischenfaserbrüchen. Eine Rissakkumulation verursacht den ermittelten Abfall der normierten effektiven Transversal- und Schubsteifigkeitskomponente. Eine konstante normierte Steifigkeit von 1 bis zu einer maximalen Axialdehnung von 2% wurde sowohl bei einfacher Lagenstruktur als auch bei zweifacher Lagenstruktur ermittelt. Bei höheren Axialdehnungen nimmt die effektive Steifigkeit ab, was darauf hindeutet, dass dann Risse entstehen. Der Verlauf der normierten Steifigkeiten in Abb. 2-22 lässt darauf schließen, dass für beide Schichtungsvarianten die Rissinitiationsdehnung gleich ist. Ein Einfluss der Lagendicke auf die Entstehung der ersten Risse kann aus den Ergebnissen nicht ermittelt werden. Mit Erreichen höherer Axialdehnungen nimmt die Schädigung in den Lagen zu. Dabei zeigt sich, dass die effektive Transversal- und Schubsteifigkeit bei den Proben mit doppelter Lagendicke schneller abnimmt. Einige Markierungen der ausgewerteten Transversalsteifigkeit sind nur als umrandete Kreise dargestellt. Diese Darstellung wurde gewählt, da diese Zustände nur bei transversaler Zugbelastung relevant sind und diese nur in dem zyklischen Versuchsablauf auftreten. Bei größeren Verformungen wechselt der Spannungszustand in den Lagen von Zug auf Druck. Dieser Übergang wird bei kontinuierlicher Belastung nur einmal durchlaufen, während bei stufenweisen Belastungen infolge der Entlastung der Übergang in jedem Zyklus stattfindet. Die Messung der Laminatsteifigkeit erfolgt dadurch immer in einem kombinierten Zug-/Schubzustand. Die entstandenen Risse in einem vorangegangenen Zyklus unter Druck-

/Schubbelastung beeinflussen daher darauffolgend die Auswertung der Tangentensteifigkeit bei Neubelastung. Bei kontinuierlicher Belastung kann nach dem Übergang auf Druckbelastung keine Reduktion der transversalen Steifigkeit stattfinden, da die Rissfronten zusammengedrückt werden und die Last übertragen wird.

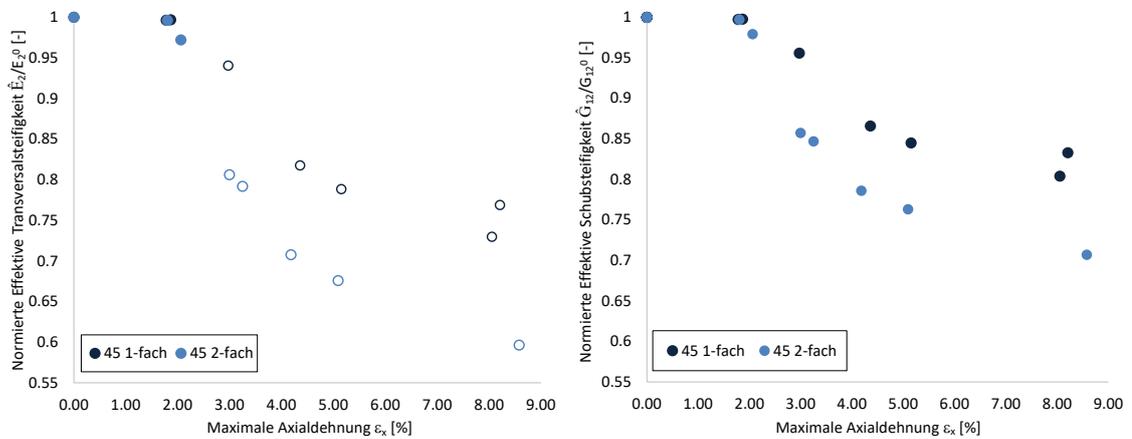


Abb. 2-22: Experimentelle Ergebnisse der normierten effektiven Steifigkeiten \hat{E}_2/E_2^0 und \hat{G}_{12}/G_{12}^0 der Einzellen eines $\pm 45^\circ$ Laminats.

Bei den $\pm 50^\circ$ Laminaten weist die Auswertung ebenfalls auf eine Schädigung hin. Die Steifigkeitsreduktion beschränkt sich bei diesen Proben aber auf einen kleinen Bereich der Axialdehnung kurz vor der Versagensdehnung. Das deutet darauf hin, dass die Rissentstehung das finale Versagen einleitet. Den gleichen Rückschluss gaben auch Schlibbilder, die nur vereinzelte Zwischenfaserbrüche beobachten ließen.

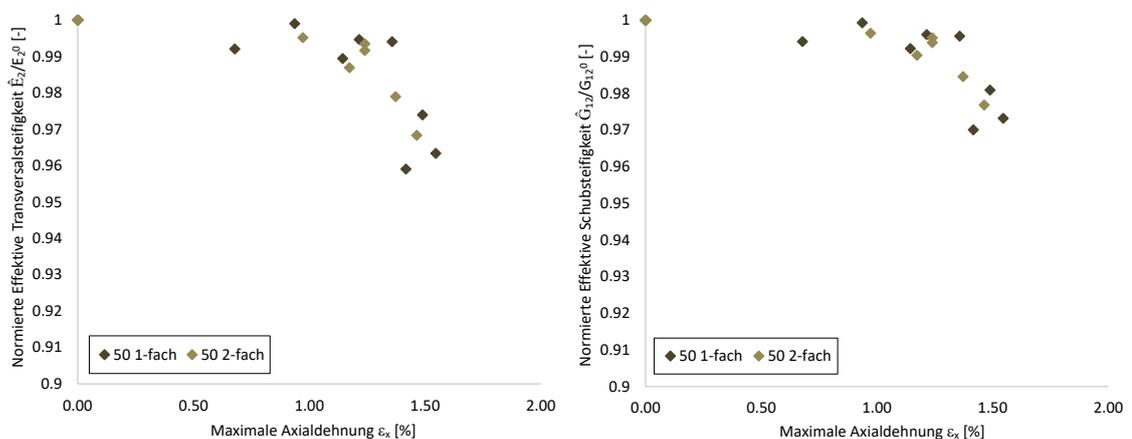


Abb. 2-23: Experimentelle Ergebnisse der normierten effektiven Steifigkeiten \hat{E}_2/E_2^0 und \hat{G}_{12}/G_{12}^0 der Einzellen eines $\pm 50^\circ$ Laminats.

Abb. 2-24 zeigt den Einfluss der Faserrotation auf die Auswertung der effektiven Schubsteifigkeit eines $\pm 40^\circ$ Laminats (oFR – ohne Faserrotation, mFR – mit Faserrotation). Diese Laminare erreichen große Verformungen vor dem Endversagen, wodurch sich die Fasern in Richtung der aufgebracht Last ausrichten. Die getesteten $\pm 40^\circ$ Laminare weisen eine verformungsinduzierte Faserrotation von etwa 6° auf. Es tritt dadurch mit zunehmender Belastung eine Versteifung auf, welche einen signifikanten

Anstieg des Steifigkeitsverhältnisses \hat{E}_x/E_x^0 bewirkt. Dies muss bei der Auswertung der Lagensteifigkeiten beachtet werden. Wie die Abbildung zeigt, würde der vorhergesagte effektive Schubmodul ohne die Beachtung der Faserrotation über die initiale Schubsteifigkeit des ungeschädigten Materials ansteigen. Das ist im physikalischen Sinne unmöglich. Mit Beachtung der Faserrotation verläuft der effektive Modul nahezu äquivalent zu dem initialen Materialkennwert, man ermittelt somit keine Schädigung.

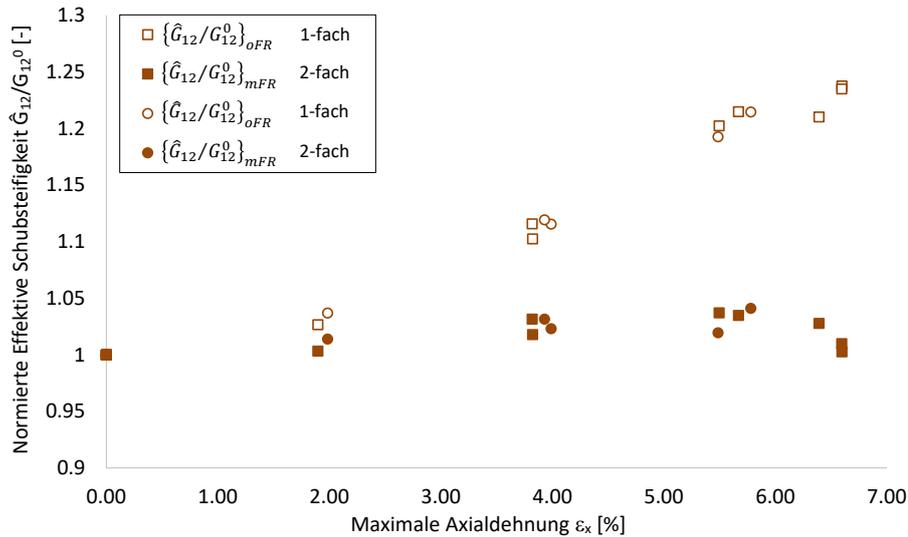


Abb. 2-24: Vergleich der ausgewerteten normierten Schubsteifigkeiten eines $\pm 40^\circ$ Laminats in Abhängigkeit von der Beachtung der Faserrotation.

Um die Abhängigkeit von laminataufbauabhängigen Materialprozessen zu untersuchen, werden die Ergebnisse der Steifigkeitsreduktion mit experimentellen Versuchskurven von kontinuierlich bis zum Endversagen belasteten Proben verglichen. Ein Vergleich der Spannungs-Dehnungs-Verläufe von $\pm 40^\circ$ und $\pm 45^\circ$ Laminaten in Abb. 2-25 zeigt, dass nur die $\pm 45^\circ$ Proben einen unterschiedlichen Verlauf abhängig von einfacher oder zweifacher Lagendicke besitzen. Die $\pm 45^\circ$ Lamine weisen eine starke Steifigkeitsreduktion verursacht durch die Zwischenfaserbrüchanhäufung auf. Für die $\pm 40^\circ$ Proben konnte keine Schädigung beobachtet werden. Bei diesem Laminataufbau besteht gleichzeitig keine Abhängigkeit der Nichtlinearität von der Clusterart. Beide Lamine weisen in den Lagen einen großen Schubspannungsanteil auf, wodurch eine signifikante Nichtlinearität aus plastischer Verformung resultiert. Damit folgt aus den Ergebnissen der $\pm 45^\circ$ Winkellamine, dass die unterschiedliche Ausprägung des nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Verlaufs aus der unterschiedlich starken Schubsteifigkeitsreduktion infolge der Schädigung resultiert. Schädigungsprozesse sind somit die einzige Quelle für eine Änderung der Nichtlinearität. Damit muss die Schädigung als laminatabhängige Eigenschaft betrachtet werden. Im Gegensatz dazu, unterliegen andere Quellen für nichtlineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten keinem Einfluss des Laminataufbaus. Somit sind das plastische Verhalten und die Faserrotation materialinhärent. Für eine Simulation des Konstitutivverhaltens eines Laminats müssen Schädigungsentwicklung und

Schädigungsauswirkung somit in Abhängigkeit von dem Laminataufbau bestimmt werden.

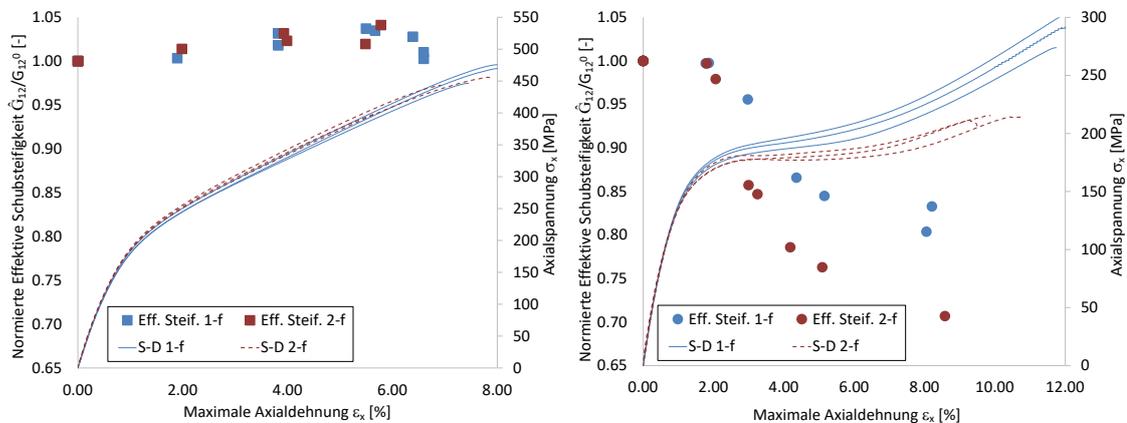


Abb. 2-25: Zusammenhang zwischen lagendickenabhängiger Steifigkeitsreduktion und dem resultierenden Spannungs-Dehnungs-Verlauf eines $\pm 40^\circ$ und $\pm 45^\circ$ Laminats.

Das angewendete Konzept der zweigeteilten Auswertung des experimentell bestimmten stufenweisen Spannungs-Dehnungs-Verlaufs mithilfe einer diskreten Rissbetrachtung ermöglicht die einfache Bestimmung sowohl der transversalen als auch der Schubsteifigkeitsreduktion in einzelnen Lagen eines Laminats. Diese Größen sind nicht direkt messbar, aber als Validierungsbasis für die Entwicklung eines Materialmodells für die Vorhersage des Konstitutivverhaltens bei einer Schädigungsentwicklung unerlässlich. Durch die Beachtung der nichtlinearen Materialprozesse in der Auswertung der gemessenen Laminatsteifigkeit ist es möglich, eine verlässliche Aussage darüber zu treffen, welche Nichtlinearitätsprozesse laminatabhängig sind und welche als materialinhärent betrachtet werden können. Gleichwohl wurden einige Annahmen getroffen, um diese Auswertung zu ermöglichen. Um die Auswertung zu vereinfachen, wird bei den $\pm 45^\circ$ Laminaten keine Delamination bei der Bestimmung des Verhältnisses der transversalen Normal- und der Schubsteifigkeit betrachtet. Wie angefertigte Schlißbilder zeigten, treten lokale Lagenablösungen allerdings bei großen Verformungen auf. Für eine exakte diskrete Betrachtung, müsste ebenfalls die genaue stufenweise Belastungshistorie nachgebildet werden. Die Simulation der zyklischen Ergebnisse erfordert jedoch einen viskoplastischen Ansatz, da das Verhalten in den Entlastungsphasen und während der Dehnungsretardation abgebildet werden muss, um das genaue Materialverhalten zu Beginn des neuen Belastungszyklus zu kennen. Ein solches viskoplastisches Materialgesetz wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht entwickelt. Trotz dieser Vereinfachungen können die Ergebnisse als verlässlich und der Fehler als gering angesehen werden.

3 Nichtlineares Konstitutivmodell

Das Konstitutivverhalten von multidirektionalen Faserverbundlaminate wird durch Materialprozesse in den geschichteten Lagen unter Einfluss von Interaktionen zwischen den Einzellagen bestimmt. Sind einzelne Lagen nicht in Faserrichtung orientiert, wirken Transversal- und Schubspannungen, wodurch die Eigenschaften der Matrix einen zunehmenden Einfluss auf das globale Verhalten erhalten. Dabei wirken verschiedene Materialprozesse, die nichtlineares Materialverhalten hervorrufen. In dieser Arbeit wird ein entwickeltes nichtlineares Konstitutivmodell vorgestellt, welches in der Lage ist, die Schädigung gekoppelt mit anderen Nichtlinearitätsmechanismen abzubilden. Die darin enthaltenen Ansätze bestimmen interaktiv die Auswirkung folgender nichtlinearer Materialprozesse auf das globale Laminatverhalten:

- 1. Verformungsinduzierte Faserausrichtung**
Die Fasern richten sich in Abhängigkeit von der Verformungsrichtung aus.
- 2. Nichtlineare longitudinale Elastizität**
Kohlenstofffasern weisen eine lastabhängige Steifigkeitsveränderung auf.
- 3. Plastizität im Matrixmaterial**
Plastische Fließvorgänge in der Matrix führen zu einem Erweichen.
- 4. Schädigung vor dem Endversagen der Probe**
Eine diffuse Mikroschädigung, Delaminationen und Zwischenfaserbrüche führen zu einer Steifigkeitsreduktion.

Das Konstitutivmodell, dessen schematischen Ablauf Abb. 3-1 zeigt, basiert auf einer ganzheitlichen Laminatbeschreibung für einen ebenen Spannungszustand. Das Konstitutivgesetz ist als nutzer-definiertes Materialmodell VUMAT für Abaqus programmiert. Durch die ganzheitliche Laminatbeschreibung, kann es somit in Kombination mit rechenzeiteffizienten Schalenelementen benutzt werden. Ein weiterer Vorteil dieses Ansatzes ist die in-situ Betrachtungsmöglichkeit der Interaktion der einzelnen Lagen. Einflüsse des Laminataufbaus auf das Konstitutivverhalten der einzelnen Lagen können abgebildet werden, da eine Kopplung direkt im Rahmen des Modells besteht. Die Übertragung des Konstitutivverhaltens zwischen Laminat und Einzellagenebene erfolgt mittels Klassischer Laminattheorie. Aus den globalen Dehnungen $\{\epsilon_k\}_{xy}$ des Laminats werden zu Beginn durch eine Transformationsbeziehung die lokalen Dehnungen in den Einzellagen bestimmt. Der Index k wird eingeführt, um eine betrachtete Lage im Laminat zu definieren. Nach der Bestimmung des Konstitutivverhaltens auf Lagenebene, werden im Anschluss die globalen Laminatspannungen $\{\sigma_k\}_{xy}$ aus den Einzellagenspannungen be-

rechnet. In der hier vorgestellten Form besteht eine Limitierung auf symmetrische Laminataufbauten, da nur die Membran-Eigenschaften des Laminats berechnet werden. Das Materialmodell zur numerischen Bestimmung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens ist als inkrementeller Ansatz für eine explizite Zeitintegration formuliert. Das explizite Modell hat den Vorteil, dass es ausgeprägtes nichtlineares Verhalten stabil abbilden kann, während bei einem impliziten Lösungsverfahren oftmals Konvergenzprobleme eine Lösung verhindern.

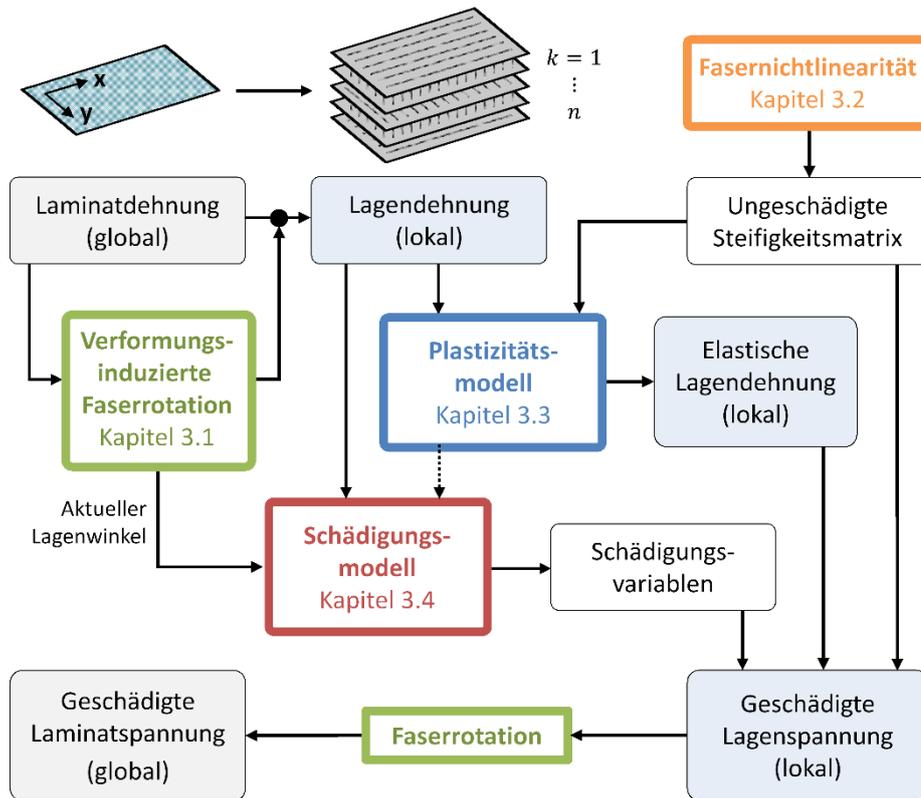


Abb. 3-1: Schema des nichtlinearen Konstitutivmodells.

Da das Modell in der dargestellten Form die relevanten nichtlinearen Materialprozesse interaktiv bestimmt, ist es in der Lage das Konstitutivverhalten einer Vielzahl von Laminataufbauten vorherzusagen. Es ermöglicht die Vorhersage des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens auch bei großen Strukturverformungen. Ein großer Vorteil ist ebenfalls, dass Lamine ausgelegt werden können, bei denen in einzelnen Lagen ein Schubspannungszustand herrscht, was in multidirektionalen Laminaten überwiegend der Fall ist. Im Kontext der Schädigungsbewertung ermöglicht das Modell eine genaue Bestimmung der Spannungen in den Einzellagen zum Zeitpunkt der Rissentstehung. Des Weiteren kann die Steifigkeitsauswirkung verschiedener nichtlinearer Materialmechanismen mit der Steifigkeitsreduktion infolge der Schädigungsentwicklung physikalisch basiert überlagert werden. Zwischenfaserbruchschädigung tritt gewöhnlich in Lagen auf, bei denen die Last- und die Faserrichtung nicht gleich sind. Es treten kombinierte Spannungszustände aus Zug und Schub auf, die jeweils eine andere Auswirkung auf die

Entstehung und die Auswirkung von Rissen haben. Die genaue Vorhersage der Komponenten des lokalen Spannungsvektors ist daher entscheidend. Die einzelnen Ansätze zur Bestimmung der Auswirkung der einzelnen Materialmechanismen auf das Konstitutivverhalten werden in den folgenden Abschnitten detailliert beschrieben.

3.1 Faserrotation

Die Bedeutung der Betrachtung des Steifigkeitseinflusses durch die verformungsinduzierte Faserrotation wurde bereits bei der experimentellen Auswertung des Laminatverhaltens gezeigt. Der Versteifungseffekt der Faserausrichtung durch große Deformationen ist Gegenstand in einigen Veröffentlichungen, die diesen materialintrinsic Mechanismus von Faserverbunden beschreiben [51–53]. Im Rahmen eines Konstitutivmodells muss die Faserrotation beachtet werden, da eine Vernachlässigung des Prozesses zu einer Veränderung des vorhergesagten Spannungs-Dehnungs-Verhaltens führen würde. Nur durch die korrekte Bewertung der tatsächlichen lokalen Dehnungen in den einzelnen Lagen, können die wahren Spannungen ermittelt und eine korrekte Schädigungsbewertung ermöglicht werden. Zusätzlich beeinflusst die Faserrotation die Bewertung des nichtlinearen Verhaltens eines Laminats, wodurch eine Vernachlässigung zu einer Fehlinterpretation des Einflusses anderer nichtlinearer Materialprozesse führen kann.

Die Berechnung des Konstitutivverhaltens erfolgt auf Lagenebene durch die Bestimmung der Spannungen auf Basis der Dehnungen im jeweiligen Faser-Matrix-Koordinatensystem der Einzellagen. Die Faserrotation wird dabei in der Übertragung von globalen zu lokalen Dehnungen beziehungsweise von lokalen zu globalen Spannungen betrachtet (Transfer zwischen Laminat- und Lagenebene). Das Problem stellt dabei die verschmierte Betrachtung der Materialeigenschaften dar. Durch den Aufbau aus Fasern eingebettet in eine Harzmatrix, weisen Faserverbunde eine materialinhärente Orthotropie auf. Die orthotropen Eigenschaften im Faser-Matrix-Verbund werden in Abaqus als Material zugewiesen. Während einer Schubverzerrung einer Lage werden durch Abaqus die Starrkörperverschiebungen im Element ausgeglichen, wodurch die initiale Orthotropierichtung auch bei Verzerrung des Elements beibehalten wird. Durch die Definition der Materialeigenschaften kann die schubverformungsinduzierte Faserneuausrichtung (Schubverformung im Faser-Matrix-Koordinatensystem) jedoch keine Änderung der Orthotropierichtung bewirken, da die Orthotropierichtung nur auf Basis des Elementkoordinatensystems ausgerichtet wird. Die Ausrichtung der Faser wird im Rahmen des Konstitutivmodells berechnet und in die Bestimmung der Dehnungen und Spannungen entsprechend des tatsächlichen Faser-Matrix-Koordinatensystems einbezogen. Die schematische Darstellung des Problems und die Lösung im vorgestellten Konstitutivmodell sind in Abb. 3-2 dargestellt.

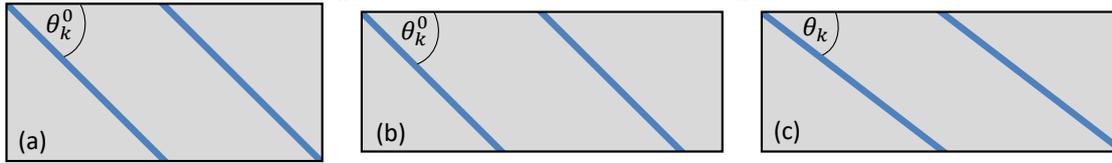


Abb. 3-2: Faserrotation im Konstitutivmodell: a) initiale Faserorientierung, b) Faserorientierung in Abaqus bei Axialverformung, c) tatsächliche und im Modell bestimmte Faserorientierung.

Ziel des Materialmodells ist die globale Berechnung des Konstitutivverhaltens eines Faserverbundlaminats auf Basis von Schalenelementen in Abaqus. Da das Laminat aus mehreren Einzellagen bestehen kann, deren jeweiliges Verhalten eine Auswirkung auf das Laminatverhalten hat, wird das Konstitutivverhalten unter Betrachtung der genannten nichtlinearen Materialprozesse auf Lagenebene ausgewertet. Da das Modell für die Anwendung in einer expliziten Zeitintegration implementiert wurde, ist es inkrementell formuliert. Zunächst werden die Lagendehnungen aus der Laminatdehnung bestimmt. Da von einer idealen Verbindung zwischen den Lagen ausgegangen werden kann, gilt für das Dehnungsinkrement im Laminat-Koordinatensystem in jedem Zeitschritt

$$\{d\boldsymbol{\varepsilon}_k\}_{xy} = \{d\boldsymbol{\varepsilon}_{lam}\}_{xy}. \quad (3-1)$$

Um die Lagendehnung im lokalen Faser-Matrix-Koordinatensystem zu bestimmen, werden die Dehnungsinkremente rotiert. Um den Rotationswinkel zu bestimmen, ist zum einen der Lagenwinkel im Laminat entscheidend, zum anderen aber auch die verformungsinduzierte Lagenrotation. Der Winkel der Faserrotation ergibt sich aus der Schubverformung der Lage im Materialkoordinatensystem von Abaqus. Damit berechnet sich der Winkel der Dehnungstransformation auf Basis des Schichtungswinkels θ_k^0 und der über die Zeitschritte aufsummierten lokalen Schubdehnung zu

$$\theta_k = \theta_k^0 + \arctan(\varepsilon'_{12k}). \quad (3-2)$$

Da zunächst nur die globalen Dehnungen im Laminatkoordinatensystem als Input des FE Programms zur Verfügung stehen, wird die Schubdehnung der Einzellagen in Abhängigkeit von diesen berechnet:

$$\varepsilon'_{12k} = -s(\theta_k^0)c(\theta_k^0)\varepsilon_{x_k} + s(\theta_k^0)c(\theta_k^0)\varepsilon_{y_k} + (c^2(\theta_k^0) - s^2(\theta_k^0))\varepsilon_{xy_k}, \quad (3-3)$$

wobei $s = \sin$ und $c = \cos$ gilt. Um die lokalen Dehnungsinkremente im tatsächlichen Faser-Matrix-Koordinatensystem der Lagen zu erhalten, wird eine Transformationsmatrix entsprechend Gl. (2-5) genutzt. Die lokalen Dehnungen ergeben sich durch die Transformation entsprechend dem Rotationswinkel aus Lagenorientierung und verformungsinduzierter Faserrotation zu

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_{12} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} c^2(\theta_k) & s^2(\theta_k) & 2s(\theta_k)c(\theta_k) \\ s^2(\theta_k) & c^2(\theta_k) & -2s(\theta_k)c(\theta_k) \\ -s(\theta_k)c(\theta_k) & s(\theta_k)c(\theta_k) & c^2(\theta_k) - s^2(\theta_k) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\varepsilon_{xy} \end{pmatrix}_k. \quad (3-4)$$

Durch die Bestimmung der Dehnungsinkremente der Einzellagen im jeweiligen Zeitschritt können die Gesamtdehnungen durch Summation berechnet werden. Die Bestimmung des Spannungszustandes im Faser-Matrix-Koordinatensystem erfolgt durch die Anwendung des Konstitutivmodells, wie es in Abb. 3-1 abgebildet ist. Als Resultat werden die lokalen geschädigten Spannungsinkremente $(d\tilde{\sigma}_1, d\tilde{\sigma}_2, d\tilde{\sigma}_{12})^T_k$ in den einzelnen Lagen bestimmt. Durch die Transformationsmatrix können diese Spannungsinkremente wieder in das globale Element-Koordinatensystem rotiert werden. Hierbei muss erneut die verformungsinduzierte Faserrotation beachtet werden. Während diese bei der Dehnungstransformation als zusätzlicher Rotationswinkel eingeht, muss sie bei der Spannungstransformation wieder herausgerechnet werden, um den Eingangsdehnungen des FE Programms zu entsprechen. Dazu wird die Transformationsmatrix mit dem tatsächlichen Lagenwinkel θ_k aber mit entgegengesetztem Vorzeichen definiert. Die Lagen Spannungsinkremente im Laminatkoordinatensystem ergeben sich als

$$\begin{pmatrix} d\tilde{\sigma}_x \\ d\tilde{\sigma}_y \\ d\tilde{\sigma}_{xy} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} c^2(\theta_k) & s^2(\theta_k) & -2s(\theta_k)c(\theta_k) \\ s^2(\theta_k) & c^2(\theta_k) & 2s(\theta_k)c(\theta_k) \\ s(\theta_k)c(\theta_k) & -s(\theta_k)c(\theta_k) & c^2(\theta_k) - s^2(\theta_k) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d\tilde{\sigma}_1 \\ d\tilde{\sigma}_2 \\ d\tilde{\sigma}_{12} \end{pmatrix}_k. \quad (3-5)$$

Durch die Einschränkung auf symmetrische Lagenaufbauten und einem angenommenen ebenen Spannungszustand können die Spannungsinkremente des Laminats schlussendlich durch die Summation der geschädigten Lagen Spannungsinkremente berechnet werden:

$$\{d\sigma_{lam}\}_{xy} = \frac{1}{t_{lam}} \int_0^{t_{lam}} \{d\tilde{\sigma}_k\}_{xy} = \frac{1}{t_{lam}} \sum_{k=1}^n t_k \{d\tilde{\sigma}_k\}_{xy}. \quad (3-6)$$

Eine Validierung des Ansatzes zur verformungsinduzierten Faserrotation wurde in [47] für verschiedene Winkellamine veröffentlicht. Dabei zeigte sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der numerisch bestimmten Faserrotation im Modell und experimentell gemessenen Ergebnissen mit dem eingesetzten DBK System.

3.2 Nichtlineare longitudinale Elastizität

Die durchgeführten Experimente basieren auf dem Material IM7-8552, einem kohlenstofffaserverstärktem Epoxid. Eine materialinhärente Eigenschaft von Kohlenstofffasern ist das nicht-hooke'sche Spannungs-Dehnungs-Verhalten [54–59]. Ein Konstitutivmodell zur Abbildung des Materialverhaltens in Verbundlaminaten muss zwingend die

Veränderung des longitudinalen Steifigkeitsmoduls in Abhängigkeit vom Belastungsniveau beachten. Die Ursache für die Versteifung mit zunehmender Belastung in Längsrichtung der Fasern liegt an der mikroskopisch anisotropen Struktur der Kohlenstofffasern. Durch eine longitudinale Zuglast verbessert sich die Orientierung der unregelmäßig orientierten Kristalle, wodurch die Steifigkeit zunimmt. Das nichtlineare longitudinale Spannungs-Dehnungs-Verhalten wird bestimmt durch einen empirischen Ansatz, wobei die Steifigkeit als Funktion der Dehnung in Längsrichtung berechnet wird. Die belastungsabhängige Versteifung ist eine Eigenschaft der Kohlenstofffaser. Das Epoxidharz ist isotrop und weist dieses Merkmal nicht auf. Dadurch muss der funktionale Zusammenhang zwischen Längssteifigkeit und Dehnung in Abhängigkeit des Faservolumengehalts bestimmt werden. Da für die Bestimmung im Rahmen dieser Arbeit sowohl für die Kalibrierung an reinen unidirektionalen 0° Laminaten, als auch für alle anderen Lamine das gleiche Prepreg Material verwendet wurde, ist der Ansatz zulässig. Der Steifigkeitsmodul in Faserrichtung einer Einzellage k wächst proportional mit der Zugdehnung und sinkt äquivalent bei einer Druckdehnung [56]:

$$E_{1k} = E_1^0 (1 + k_f \varepsilon_{1k}), \quad (3-7)$$

wobei E_1^0 der initiale Modul des Materials ist und der Parameter k_f die Steifigkeitsveränderung infolge einer longitudinalen Dehnung ε_{1k} in der Lage bestimmt. Das nicht-hooke'sche Verhalten ist reversibel, somit weisen Belastung und Entlastung denselben Verlauf im Spannungs-Dehnungs-Diagramm auf [60]. Aus diesem Grund eignet sich ein nicht-hooke'scher elastischer Materialansatz. Die Bestimmung des korrekten effektiven Fasermoduls ist entscheidend, um in einer Simulation korrekt die veränderte ungeschädigte und geschädigte Steifigkeitsmatrix zu bestimmen. Nur dadurch ist es möglich, den Spannungs-Dehnungs-Verlauf von Laminaten bei kontinuierlicher Belastung vorherzusagen. Der notwendige Parameter für IM7-8552 wird anhand von uniaxial belasteten unidirektionalen 0° Proben bestimmt, die aus 16 Einzellagen des Prepreg-Materials aufgebaut sind. Dabei wird aus dem Spannungs-Dehnungs-Verlauf der Sekantenmodul ausgewertet, da dieser eine ausreichende Sensitivität für eine Auswertung des nicht-hooke'schen Parameters liefert. Eine Kalibrierung auf Basis der globalen Spannungs-Dehnungs-Antwort der Proben erwies sich hingegen als zu ungenau. Die Bestimmung des Parameters k_f zeigt Abb. 3-3. Hierin stellen die Markierungen die experimentell gemessenen Sekantenmodule dar und die durchgezogene Linie beschreibt den Verlauf des Sekantenmoduls aus dem vorgeschlagenen dehnungsbasierten Ansatz. Der longitudinale Sekantenmodul ist normiert betrachtet, bezogen auf den initialen Elastizitätsmodul in Faserrichtung (E_1^{sek} / E_1^0).

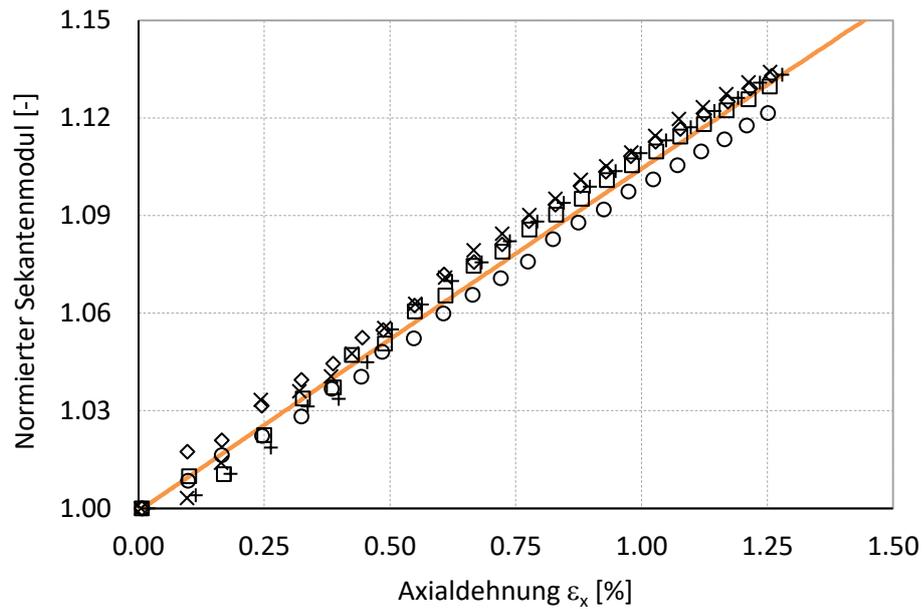


Abb. 3-3: Bestimmung des nicht-hooke'schen longitudinalen E-Moduls am Sekantenmodul unidirektionaler 0° Laminats.

Den Einfluss des ansteigenden longitudinalen Elastizitätsmoduls bei ansteigender Belastung auf die Simulation von unidirektionalen 0° -Laminats zeigt Abb. 3-4. Der Vergleich mit dem Simulationsergebnis bei linearer Annahme des longitudinalen Moduls verdeutlicht die signifikante Versteifung bei Belastungen in Faserrichtung. Mit dem Ansatz aus Gl. (3-7) kann der experimentelle Spannungs-Dehnungs-Verlauf der 0° -Zugversuche hingegen sehr gut vorhergesagt werden.

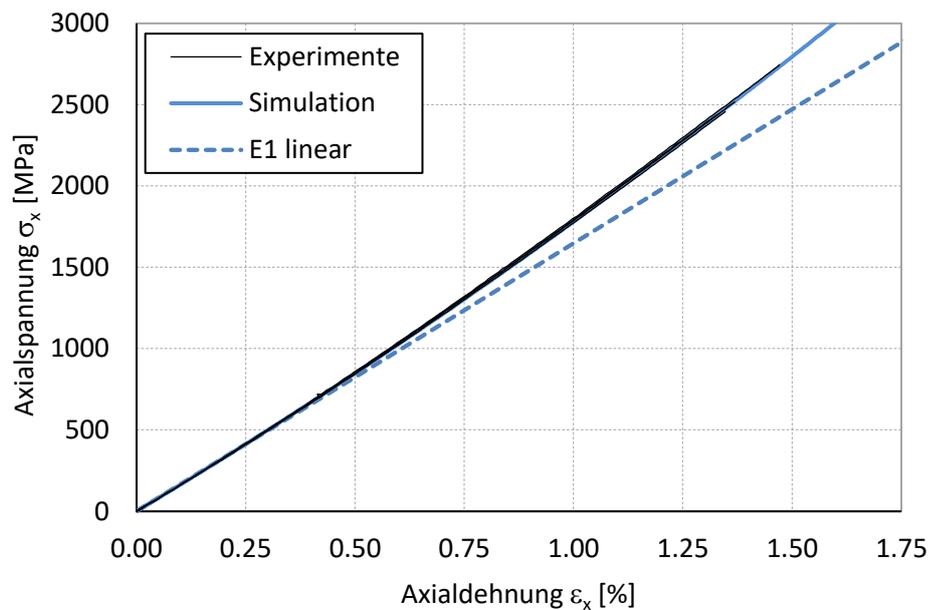


Abb. 3-4: Auswirkung des nicht-hooke'schen longitudinalen E-Moduls auf die Spannungs-Dehnungs-Vorhersage eines unidirektionalen 0° Laminats.

3.3 Plastizität

Das im Rahmen dieser Arbeit untersuchte IM7-8552 Material enthält im ausgehärteten Zustand einen Matrixanteil von etwa 40%. Dieses duroplastische Polymermaterial besitzt die Eigenschaft unter Krafteinwirkung plastisch zu fließen wodurch auch nach der Entlastung des Faserverbundes eine irreversible Formveränderung verbleibt. Dieses Phänomen wird verursacht durch eine Streckung und ein Entknäulen der Polymerketten. Eine plastische Verformung wird bei Betrachtung eines ebenen Spannungszustands im Wesentlichen durch die transversale Normalspannung σ_2 und die longitudinale Schubspannung σ_{12} hervorgerufen. Ziel des Ansatzes zur Abbildung der Plastizität ist die korrekte Vorhersage der plastischen Dehnungen auf Basis dieser Spannungskomponenten. Entscheidend dabei ist es, eine Auswirkung einer Spannungsinteraktion sowie eines hydrostatischen Druckzustands auf das Fließverhalten zu untersuchen. Zur Einbindung des Plastizitätsmodells in den Ablauf des globalen nichtlinearen Konstitutivmodells für beliebige symmetrische Lamine muss die Akkumulation plastischer Dehnungen unter multiaxialen Spannungszuständen in den Lagen bestimmt werden. Gegenwärtige Plastizitätsmodelle für Faserverbundwerkstoffe basieren im Wesentlichen auf dem Fließkriterium nach Hill [61], welches das Fließgesetz rein auf Basis des deviatorischen Spannungstensors definiert oder dem Fließkriterium von Drucker-Prager [62], welches zusätzlich noch den Einfluss hydrostatischer Spannungszustände einbezieht. Die Theorie beider Kriterien basiert auf einem vollständig interagierendem Verhalten der beteiligten Spannungskomponenten. Sowohl das Hill-Kriterium, als auch das Drucker-Prager-Kriterium können in ihrer Definition auf orthotrope Werkstoffe, wie zum Beispiel Faserverbunde, angewendet werden. Beide gehen davon aus, dass alle Spannungskomponenten den plastischen Fluss beeinflussen, wobei sich die Fließkurve des Hill-Kriteriums aus einer reinen quadratischen Spannungsinteraktion ergibt. Um den Einfluss der jeweiligen Spannungskomponente auf die Fließkurve zu definieren, müssen in experimentellen Versuchen Parameter bestimmt werden. Für die Fließkurve des Hill-Kriteriums sind 6 Parameter nötig, die in 6 Versuchen ermittelt werden können. Um das Verhalten einer Faserverbundlage zu beschreiben, wird in Faserrichtung gewöhnlich linear elastisches Verhalten vorausgesetzt. Darüber hinaus kann eine transversale Isotropie angenommen werden. In [63] wird dafür ein Modell vorgestellt, welches vereinfachend zu Hill's Ansatz nur noch 2 zu bestimmende Parameter enthält. Ein Modell für ebene Spannungszustände basierend auf einem einzigen Parameter stellen Sun u. a. in [64, 65] vor, wobei sie einzelne Parameter des Hill Kriteriums als materialintrinsisch für Faserverbunde spezifizieren und daher keine experimentelle Bestimmung dafür benötigen. Um das Verfestigungsverhalten einer Einzellage zu definieren, schlagen sie eine einzelne Masterkurve vor. Für deren Kalibrierung dienen verschiedene uniaxiale Zugversuche an unidirektionalen Proben, welche in unterschiedlichen Winkeln belastet werden. Spencer [66] schlägt ein Kriterium basierend auf deviatorischen Spannungsinvarianten vor, da er eine Unabhängigkeit von hydrostatischen Spannungszuständen voraussetzt.

Auch nutzt er für die Definition der Fließregel nur Spannungsinvarianten, die unabhängig von der Faserspannung sind, wodurch der Betrag des plastischen Flusses nicht durch longitudinale Normalspannungen beeinflusst wird. Ein Plastizitätsgesetz für dreidimensionale Spannungszustände in Faserverbunden wird in [67] vorgestellt. Dort wird eine hydrostatische Sensitivität der Fließregel erreicht, indem eine Invariante einbezogen wird, die einen linearen nicht-deviatorischen Spannungsterm in transversale Richtung enthält. Dadurch kann das unterschiedliche Fließverhalten in Abhängigkeit von hydrostatischem Druckspannungs- bzw. Zugspannungszustand beachtet werden. Der Einfluss hydrostatischen Drucks auf das plastische Verhalten von Polymeren wurde experimentell in [68] untersucht. Ein weiteres Fließkriterium für faserverstärkte Polymere wurde in [69] veröffentlicht. Darin wird ein angepasstes Drucker-Prager-Modell vorgeschlagen, welches eine Variabilität der hydrostatischen Sensitivität und ein linear elastisches Verhalten in Faserrichtung enthält. Ein weiterer Modellierungsansatz wurde von Flat-scher u. a. [70] für einen ebenen Spannungszustand entwickelt. Dieser unterscheidet zwischen zwei verschiedenen Mechanismen, welche eine plastische Dehnungsakkumulation hervorrufen, zum einen infolge einer longitudinalen Schub- und zum anderen infolge einer transversalen Normalspannung. Beide Mechanismen werden separat einer spezifischen Schubebene zugeordnet, die sich entsprechend den Bruchebenen des Puck'schen Versagenskriterium für unidirektionale Faserverbunde orientieren. Für beide Mechanismen werden eine separierte Fließregel und ein zugeordnetes Fließverhalten bestimmt.

Für das reine Polymer ist es experimentell erwiesen, dass eine Interaktion der Spannungsterme σ_2 und σ_{12} den Betrag des plastischen Flusses beeinflusst. Für Faserverbunde mit einem hohen Faseranteil werden die Fließvorgänge hingegen abhängig von der Lastrichtung stark separiert, da diese zwischen den Fasern auf unterschiedlichen Ebenen stattfinden. Eine einheitliche Meinung herrscht in der Literatur darüber, dass eine Druckspannung das Schubabgleiten verzögert und damit die Festigkeit ansteigt. Im Gegensatz dazu gibt es keinen verlässlichen experimentellen Nachweis, ob eine transversale Normalspannung die Nichtlinearität im Spannungs-Dehnungs-Verlauf unter Schub beeinflusst. Einige Veröffentlichungen zeigen experimentelle Auswertungen, die einen Einfluss erkennen lassen [71, 72], während andere Veröffentlichungen diesen Einfluss nicht beobachtet haben [73–75]. Allerdings muss an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass die Bestimmung dieses Einflusses von der Auswertemethodik der Versuche abhängt und diese stark von anderen Einflüssen, wie der Faserrotation, verfälscht sein kann. Testergebnisse von Swanson u. a. [73] für das Carbon/Epoxid Material AS4-55A sind in Abb. 3-5 gezeigt. Die Resultate lassen keinen Einfluss von σ_2 auf die Schub-nichtlinearität erkennen.

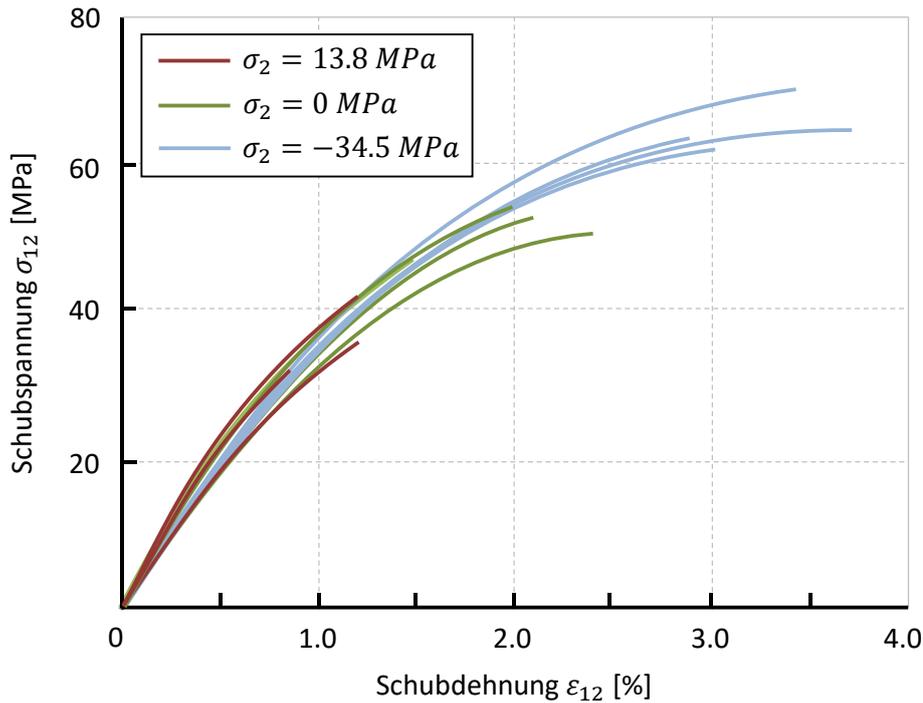


Abb. 3-5: Einfluss einer transversalen Normalspannung auf den nichtlinearen Schub-Spannungs-Dehnungs-Verlauf von AS4-55A [nach [73]].

Das hier vorgeschlagene Plastizitätsmodell enthält ein unabhängiges Fließgesetz in der Annahme, dass es bei hohen Faservolumengehalten nahezu keine Interaktion zwischen transversalen Normal- und longitudinalen Schubspannungen gibt. Physikalisch betrachtet bedeutet dies, dass in Reaktion auf eine Schubspannung σ_{12k} die Fasern und die Matrix entlang der Fasern abgleiten, während das Fließen unter transversaler Normalspannung σ_{2k} senkrecht zu den Fasern stattfindet. Die unterschiedlichen Fließprozesse sind in Abb. 3-6 schematisch dargestellt.

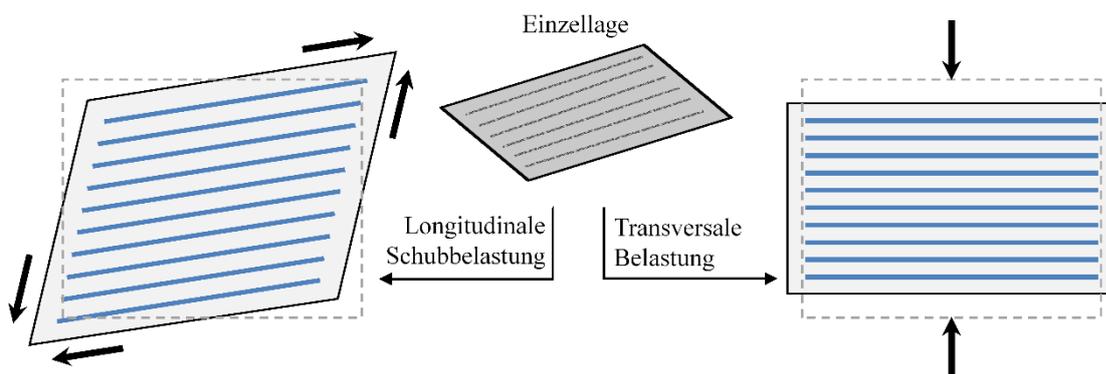


Abb. 3-6: Verschiedene Fließvorgänge in einer Einzellege in Abhängigkeit der Belastung.

Als Input für das Plastizitätsmodell dienen die rotierten Dehnungsinkremente in den Einzellegen welche mittels Gl. (3-4) ermittelt werden. Es wird davon ausgegangen, dass

das Dehnungsinkrement $d\boldsymbol{\varepsilon}_k$ linear in den elastischen Anteil $d\boldsymbol{\varepsilon}_k^e$ und den plastischen Anteil $d\boldsymbol{\varepsilon}_k^p$ zerlegt werden kann:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_k = d\boldsymbol{\varepsilon}_k^e + d\boldsymbol{\varepsilon}_k^p. \quad (3-8)$$

Der plastische Anteil des Dehnungsinkrements wird in dem unabhängigen Fließgesetz entweder durch die transversale Plastizität oder durch die longitudinale Schubplastizität kontrolliert. Dazu wird eine unabhängige nicht-assoziierte Fließregel angewendet, welche sich entsprechend der plastischen Potentiale g_{tr} und g_{sl} definiert zu

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_k^p = \left(d\varepsilon_{tr1}^p, d\varepsilon_{tr2}^p, d\varepsilon_{sl12}^p \right)_k^T = \left(d\lambda_{tr} \frac{\partial g_{tr}}{\partial \sigma_1}, d\lambda_{tr} \frac{\partial g_{tr}}{\partial \sigma_2}, d\lambda_{sl} \frac{\partial g_{sl}}{\partial \sigma_{12}} \right)_k^T. \quad (3-9)$$

Dabei sind $d\lambda_{tr}$ und $d\lambda_{sl}$ nicht-negative plastische Skalare, die den Betrag des plastischen transversalen Dehnungsinkrements und des Schubdehnungsinkrements definieren. Da Polymerwerkstoffe von hydrostatischen Druckzuständen beeinflusst werden, ist das Fließverhalten einer Faserverbundlage abhängig davon, ob ein Druck- oder Zugzustand im Matrixmaterial herrscht. In verschiedenen experimentellen Studien in der Literatur wurde das Phänomen der hydrostatischen Sensitivität bei gleichzeitig allseitigem Druck ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) untersucht [76–81]. Da der hydrostatische Einfluss auf das plastische Verhalten der Einzellage durch das Matrixmaterial bedingt ist, wird die Fließbedingung definiert durch die Fließfunktion

$$f_{tr} = \sigma_{tr}^{ef} = |\sigma_{2k}| + \frac{\alpha_{tr}}{3} \left(\frac{E_m}{E_{1k}} \sigma_{1k} + \sigma_{2k} \right), \quad (3-10)$$

wobei E_m die Steifigkeit des Matrixmaterials und α_{tr} der transversale hydrostatische Sensitivitätsparameter sind. Ein einfaches mikromechanisches Modell basierend auf der Mischungsregel wird genutzt, um die longitudinale Spannungskomponente in der Matrix entsprechend dem Verhältnis aus Harzsteifigkeit und Einzellagensteifigkeit zu berechnen. Das Verfestigungsverhalten des Faserverbundmaterials in den beiden Fließrichtungen wird durch die Beziehung der jeweiligen effektiven plastischen Dehnungen zu den effektiven Spannungen charakterisiert und entsprechend in Masterkurven vorgegeben. In dem hier vorgeschlagenen Plastizitätsmodell wird die effektive transversale Spannung σ_{tr}^{ef} äquivalent zur Fließfunktion definiert.

Es wird davon ausgegangen, dass der plastische Fluss keinen Einfluss auf die Volumenänderung des Materials hat. Dementsprechend wird die Funktion für das plastische Potential für eine transversale Spannung definiert als

$$g_{tr} = |\sigma_{2k}|. \quad (3-11)$$

Mit der entsprechenden nicht-assoziierten Fließregel kann das Spannungsinkrement mit Hilfe des plastischen Potentials g_{tr} berechnet werden:

$$d\sigma_{trk} = \mathbf{Q}^0_k (d\boldsymbol{\varepsilon}_k - d\boldsymbol{\varepsilon}_{trk}^p) = \mathbf{Q}^0_k \left(d\boldsymbol{\varepsilon}_k - \frac{\partial g_{tr}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_k} d\lambda_{trk} \right), \quad (3-12)$$

wobei $d\boldsymbol{\sigma}_{trk} = (d\sigma_{1k}, d\sigma_{2k}, 0)^T$ die von der transversalen Plastizität beeinflussten Lagenspannungen sind und \mathbf{Q}^0_k die ungeschädigte elastische Steifigkeitsmatrix darstellt (wobei der nichtlineare longitudinale Elastizitätsmodul E_{1k} für die Bestimmung genutzt wird). Für die Berechnung der Spannungsinkremente muss der transversale plastische Skalar $d\lambda_{tr}$ bestimmt werden. Während der plastischen Deformation muss der momentane Spannungszustand immer auf dem Rand der Fließfläche verbleiben. Um dies während der Verformung zu gewährleisten, muss die Konsistenzbedingung erfüllt sein. Sie ergibt sich für eine transversale Verformung zu

$$\frac{\partial f_{tr}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_k} d\boldsymbol{\sigma}_k = - \frac{\partial f_{tr}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{tr}^{ef}} d\boldsymbol{\varepsilon}_{tr}^{ef}, \quad (3-13)$$

wobei $d\boldsymbol{\varepsilon}_{tr}^{ef}$ die inkrementelle effektive plastische Dehnung ist. Diese wird definiert als

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{tr}^{ef} = \sqrt{d\boldsymbol{\varepsilon}_{trk}^p : d\boldsymbol{\varepsilon}_{trk}^p}. \quad (3-14)$$

Mit den Gleichungen (3-12) und (3-13) folgt für den transversalen plastischen Skalar

$$d\lambda_{trk} = \frac{\frac{\partial f_{tr}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_k} \mathbf{Q}^0_k d\boldsymbol{\varepsilon}_k}{\tilde{H}_{tr}^p \sqrt{\frac{\partial g_{tr}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_k} : \frac{\partial g_{tr}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_k} + \frac{\partial f_{tr}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_k}^T \mathbf{Q}^0_k \frac{\partial g_{tr}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_k}}}, \quad (3-15)$$

wobei $\tilde{H}_{tr}^p = \partial \sigma_{tr}^{ef} / \partial \boldsymbol{\varepsilon}_{tr}^{ef}$ die Ableitung aus effektiver Spannung und effektiver plastischer Dehnung ist. Diese wird aus dem Anstieg der entsprechend als Input zu definierenden Masterkurve bestimmt. Die transversale Masterkurve ist in Abb. 3-7 zusammen mit den Modellergebnissen des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs für uniaxiale Druck- und reine Zugbelastung dargestellt. Es zeigt sich, dass durch die hydrostatische Sensitivität die plastischen Verformungen unter Zug stärker sind. Allerdings wird unter uniaxialer Zugbelastung kaum ein Fließen erreicht, da die Zugfestigkeit des unidirektionalen Materials im Vergleich zur Druckfestigkeit wesentlich niedriger ist. In einem Laminat können hingegen wesentlich höhere Dehnungen in den 90° Lagen erreicht werden. Solange die Decklagen die Integrität des Laminats aufrechterhalten können, findet in den transversalen Lagen eine Zwischenfaserbruchanhäufung statt, wobei gleichzeitig höhere Zugbelastungen möglich sind.

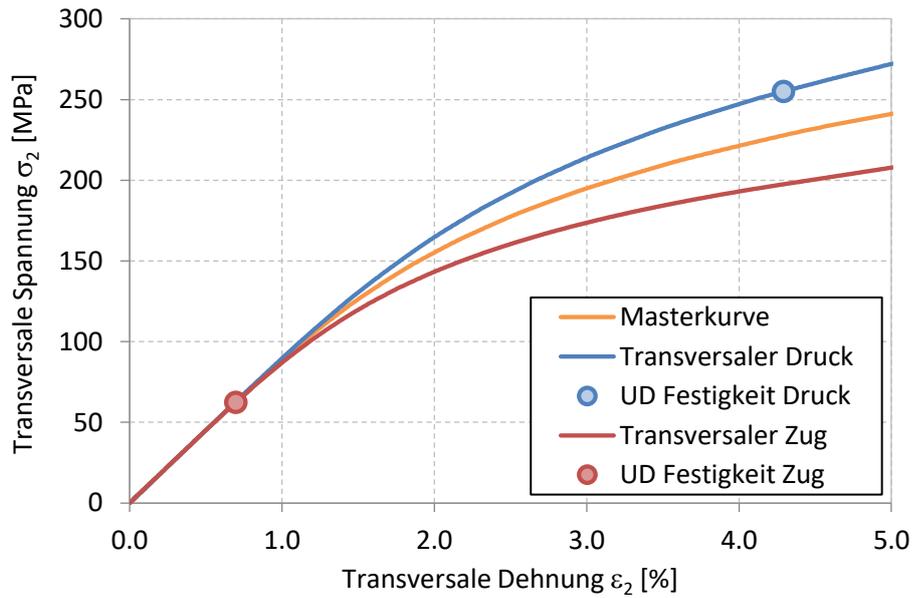


Abb. 3-7: Transversale effektive Spannungs-Dehnungs-Masterkurve und uniaxiales Verhalten unter Druck und Zug für IM7-8552 (Druck mit umgekehrtem Vorzeichen).

Um die durch longitudinale Schubspannungen hervorgerufene plastische Deformation zu beschreiben, wird eine weitere Fließfunktion eingeführt:

$$f_{sl} = \sigma_{tr}^{ef} = |\sigma_{12k}| + \frac{\alpha_{sl}}{3} \left(\frac{E_m}{E_1} \sigma_{1k} + \sigma_{2k} \right). \quad (3-16)$$

Das entsprechende plastische Potential für longitudinale Schubspannungen ist

$$g_{sl} = |\sigma_{12k}|. \quad (3-17)$$

Um der Unabhängigkeit der Fließprozesse zu genügen, muss unter plastischer Schubverformung eine andere Konsistenzbedingung erfüllt sein. Diese ist in Abhängigkeit der longitudinalen Schubfließfunktion

$$\frac{\partial f_{sl}}{\partial \sigma_k} d\sigma_k = - \frac{\partial f_{sl}}{\partial \epsilon_{sl}^{ef}} d\epsilon_{sl}^{ef}, \quad (3-18)$$

wobei $d\epsilon_{sl}^{ef} = \sqrt{d\epsilon_{slk}^p : d\epsilon_{slk}^p}$ die inkrementelle effektive plastische Schubdehnung ist.

Wie bei der transversalen Plastizität wird eine nicht-assozierte Fließregel angenommen. Dadurch lässt sich das longitudinale Spannungsinkrement definieren als

$$d\sigma_{slk} = (0,0, d\sigma_{12})^T_k = \mathbf{Q}^0_k \left(d\epsilon_k - \frac{\partial g_{sl}}{\partial \sigma_k} d\lambda_{slk} \right). \quad (3-19)$$

Der Betrag des plastischen Flusses wird äquivalent durch einen longitudinalen plastischen Skalar berechnet. Dieser ergibt sich aus Gl. (3-18) und (3-19) und in Abhängigkeit der Komponenten des transversalen Spannungsinkrements zu

$$d\lambda_{sl_k} = \frac{\frac{\alpha_{sl}}{3} \left(\frac{E_m}{E_{1k}} d\sigma_{1k} + d\sigma_{2k} \right) + Q_{66}^0 (\text{sgn}(\sigma_{12k}) d\varepsilon_{12k})}{\tilde{H}_{sl}^p \sqrt{\frac{\partial g_{sl}}{\partial \sigma_k} : \frac{\partial g_{sl}}{\partial \sigma_k}} + \frac{\partial f_{sl}^T}{\partial \sigma_k} Q_k^0 \frac{\partial g_{sl}}{\partial \sigma_k}}. \quad (3-20)$$

Der Zusammenhang zwischen longitudinaler effektiver Spannung und Dehnung wird aus der Schubplastizitäts-Masterkurve bestimmt. Der Verlauf der Masterkurve für das Material IM7-8552 ist in Abb. 3-8 dargestellt.

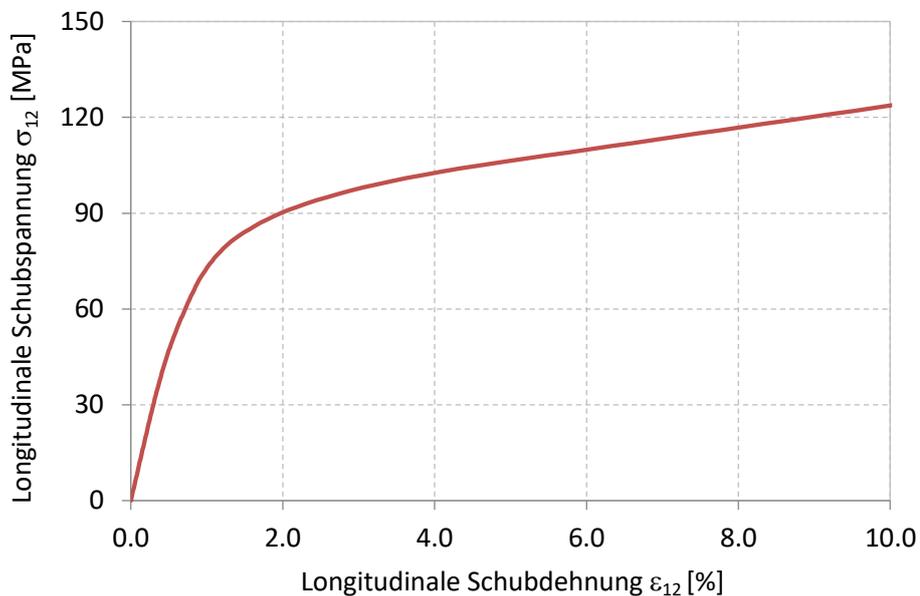


Abb. 3-8: Masterkurve für longitudinale Schubplastizität für das Material IM7-8552.

Mittels der plastischen Skalare $d\lambda_{tr_k}$ und $d\lambda_{sl_k}$ können die plastischen Dehnungen unter einem multiaxialen Spannungszustand mittels Gl. (3-9) berechnet werden. Die elastischen Dehnungen der Einzellage im Faser-Matrix-Koordinatensystem berechnen sich schließlich aus den rotierten totalen Dehnungsincrementen und den ermittelten plastischen Dehnungsincrementen zu

$$\{d\varepsilon_k^e\}_{12} = \{d\varepsilon_k - d\varepsilon_k^p\}_{12} = (d\varepsilon_1^e, d\varepsilon_2^e, d\varepsilon_{12}^e)^T_k. \quad (3-21)$$

Diese dienen als Eingangsgrößen für das Schädigungsmodell, welches im Anschluss eine mögliche Schädigung ermittelt und auf dieser Basis die geschädigten Spannungsincremente berechnet. Die schematische Darstellung des Ablaufs der Berechnung der elastischen Dehnungen im Rahmen des Plastizitätsansatzes und dessen Einbindung in das Modell zur Vorhersage des Konstitutivverhaltens von Faserverbundlaminaten zeigt Abb. 3-9.

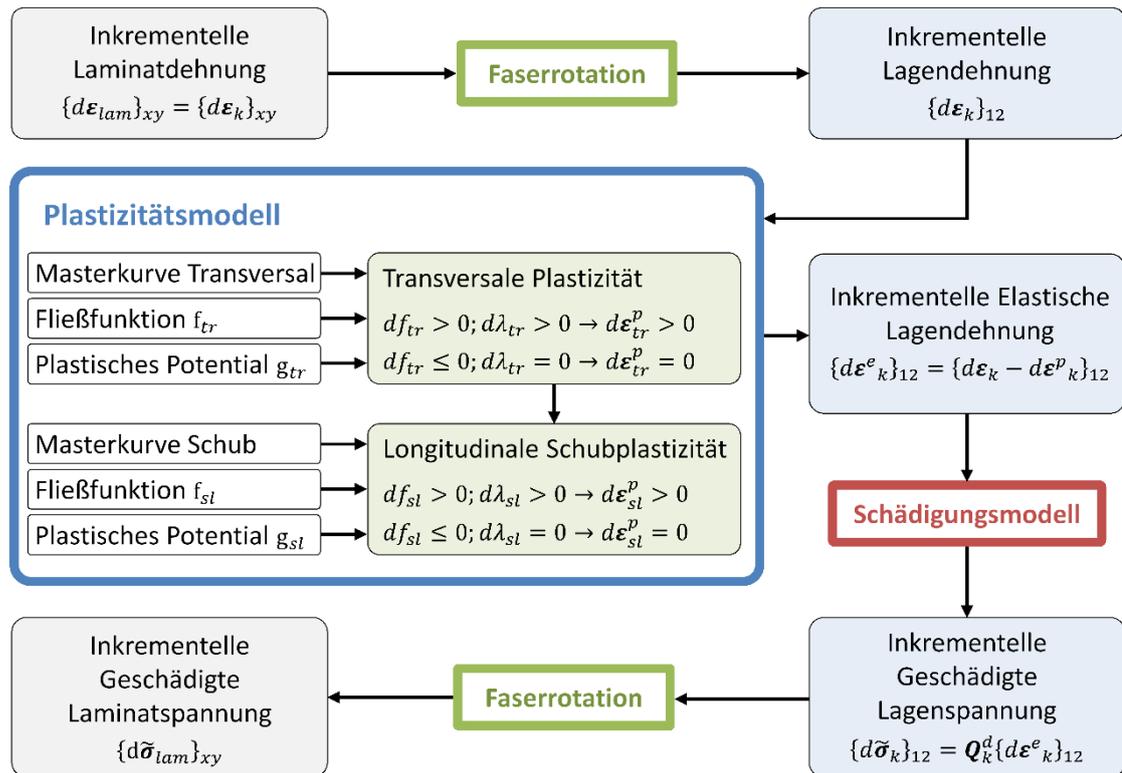


Abb. 3-9: Einbindung des Plastizitätsmodells im nichtlinearen Konstitutivmodell.

Ein entscheidender Faktor für die Verlässlichkeit des Plastizitätsmodells ist die korrekte Bestimmung der notwendigen Materialparameter. Ziel des Modells ist es, mit möglichst wenigen zu kalibrierenden Faktoren die plastischen Verformungen aufgrund von multi-axialen Spannungszuständen in den Lagen akkurat abzubilden. Dafür müssen zum einen die hydrostatischen Sensitivitätsparameter und zum anderen die Masterkurven jeweils für beide Fließvorgänge in transversale und longitudinale Richtung bestimmt werden. Um den Einfluss hydrostatischen Drucks auf das plastische Fließen zu ermitteln, sind aufwendige experimentelle Testvorrichtungen nötig. In [76] wird ein Verfahren vorgestellt, bei dem Druckversuche an unidirektionalen 90° und 45° Laminaten in einem Hochdruckkessel unter Einwirkung von Öl ausgeführt wurden. Als Material wurde das Prepreg Scotchply SP-319 von 3M genutzt, welches aus der Kohlenstofffaser T300 mit 60% Volumenanteil und dem Epoxidharz PR-319 besteht. Da äquivalente Versuche mit dem Material IM7-8552 nicht vorliegen und im Rahmen der Arbeit auch nicht durchgeführt wurden, werden die hydrostatischen Sensitivitätsparameter an dem Scotchply Material ermittelt und aufgrund der ähnlichen Zusammensetzung für das Material IM7-8552 übernommen. Um ein anderes Material zu charakterisieren, müssten gegebenenfalls die vorgeschlagenen Experimente durchgeführt werden. Die Auswertung der Experimente zur Bestimmung von α_{tr} und α_{sl} erfolgt mit Hilfe einer numerischer Analyse. Zunächst werden die Masterkurven für transversale und longitudinale Plastizität aus Ergebnissen unter Atmosphärendruck bestimmt. In einem FE-Modell werden dann die Randbedingungen in zwei Schritten angelegt. In einem ersten Schritt, wird zunächst der

hydrostatische Druck auf alle Oberflächen des Modells aufgebracht und in einem zweiten Schritt werden die Ober- und Unterseite des Modells mit einem Druck belastet. Durch eine iterative Annäherung werden schließlich passende hydrostatische Parameter ermittelt, mit denen die vorliegenden mit Hochdruck belasteten Spannungs-Dehnungs-Verläufe der Drucktests bestmöglich getroffen werden können. Abb. 3-10 zeigt die Versuchs- und die Simulationsergebnisse der 90° und der 45° Druckproben mit dem Material SP-319 unter verschiedenen hydrostatischen Drücken. Durch die korrekte numerische Bestimmung der Kurvenverläufe wird davon ausgegangen, dass die hydrostatischen Sensitivitätsparameter korrekt ermittelt wurden.

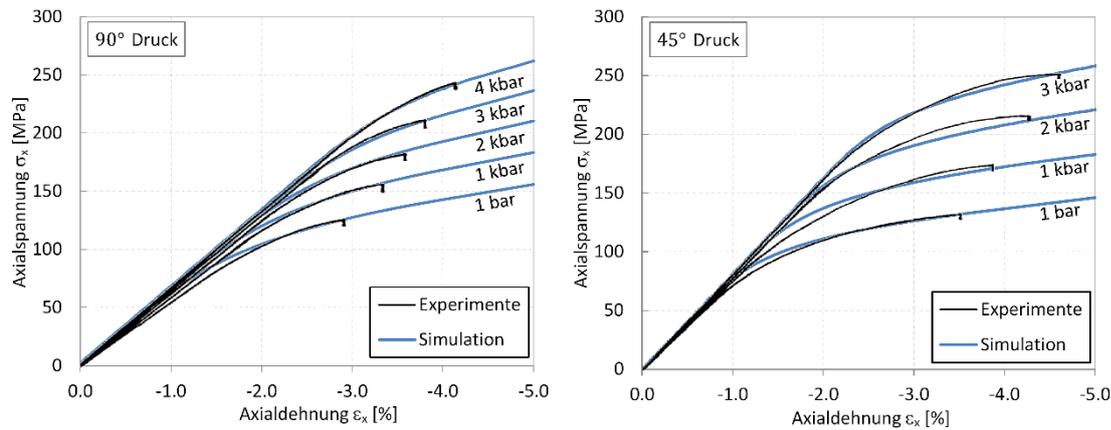


Abb. 3-10: Korrelation von Versuchs- und Simulationsergebnissen an Experimenten unter hydrostatischem Druck mit dem Material Scotchply SP-319 (Experimente [76]).

Zusätzlich zu den hydrostatischen Parametern für transversale und longitudinale Belastung müssen die beiden Masterkurven für ein spezifisches Material ermittelt werden. Einen entscheidenden Einfluss auf die Genauigkeit der Modellergebnisse hat die korrekte Bestimmung des materialinhärenten Verfestigungsverhaltens in Form der Masterkurven für das effektive Spannungs-Dehnungs-Verhalten. Die transversale Masterkurve kann aus einem uniaxialen Druckversuch an einem unidirektionalen 0° Laminat kalibriert werden. Ein Druckversuch ist notwendig, da die Festigkeit wesentlich höher ist als unter Zug und daher das repräsentative Fließverhalten bis zu einer höheren Dehnung ausgewertet werden kann. Allerdings entspricht die Druckkurve nicht genau der Masterkurve, da diese durch die hydrostatische Sensitivität beeinflusst wird. Dementsprechend muss zunächst der transversale hydrostatische Parameter bestimmt werden, um den Verlauf der Masterkurve dann im nächsten Schritt iterativ aus dem Druckversuch zu kalibrieren. Um die longitudinale Schubmasterkurve direkt zu bestimmen, wäre ein reiner Schubzustand in einem Versuchsablauf notwendig. Da in einigen Laminataufbauten große Schubverformungen erreicht werden können, ist es erforderlich, die Masterkurve auch bei hohen Dehnungen korrekt zu ermitteln. Wie weiter oben bereits dargestellt, gibt es leider keine verlässliche Testvorrichtung, um einen reinen Schubzustand bis zu hohen Verformungen zu erhalten. Ein vorgeschlagenes Verfahren entsprechend der Norm ASTM D 3518 [82] basiert auf der Auswertung eines $\pm 45^\circ$ Laminats. Allerdings

ist es limitiert auf geringe Verformungen, da durch eine Faserrotation der Anteil der transversalen Normalspannung zunimmt und eine Schädigungsentwicklung den Spannungs-Dehnungs-Verlauf beeinflusst. Eine Möglichkeit die Masterkurve bis zu hohen Schubdehnungen zu ermitteln bietet eine $\pm 40^\circ$ Probe. Wie gezeigt wurde, wird deren Spannungs-Dehnungs-Verhalten nicht durch eine Schädigung beeinflusst. Da allerdings kein reiner Schubspannungszustand in den Lagen herrscht und auch eine Faserrotation die Steifigkeit verändert, muss die Schubmasterkurve aus dem Ergebnis iterativ kalibriert werden. Die Masterkurve wird dazu solange angepasst, bis in Abhängigkeit des davor bestimmten longitudinalen hydrostatischen Parameters der Verlauf des $\pm 40^\circ$ Laminats numerisch nachgebildet werden kann. Trotz der wenigen notwendigen Materialparameter ist es entscheidend, das entwickelte Plastizitätsgesetz umfassend zu validieren. Da besonders die Interaktion mit anderen nichtlinearen Materialprozessen zu Fehlinterpretationen der physikalischen Ursachen eines nichtlinearen Verlaufs führen kann, ist es wichtig verschiedene Laminats mit unterschiedlichen Spannungs-kombinationen in den Einzellagen zu untersuchen. Zunächst werden nur Versuchs- und Simulationsergebnisse betrachtet, die nicht durch Schädigung beeinflusst wurden. Einen Vergleich der Spannungs-Dehnungs-Verläufe aus Experiment und Simulation für ein zugbelastetes $\pm 40^\circ$ Laminat und ein druckbelastetes unidirektionales 90° Laminat [75] zeigt Abb. 3-11. Beide nichtlineare Verläufe können sehr gut numerisch nachgebildet werden, da diese Laminats zur Kalibrierung der Masterkurven genutzt wurden.

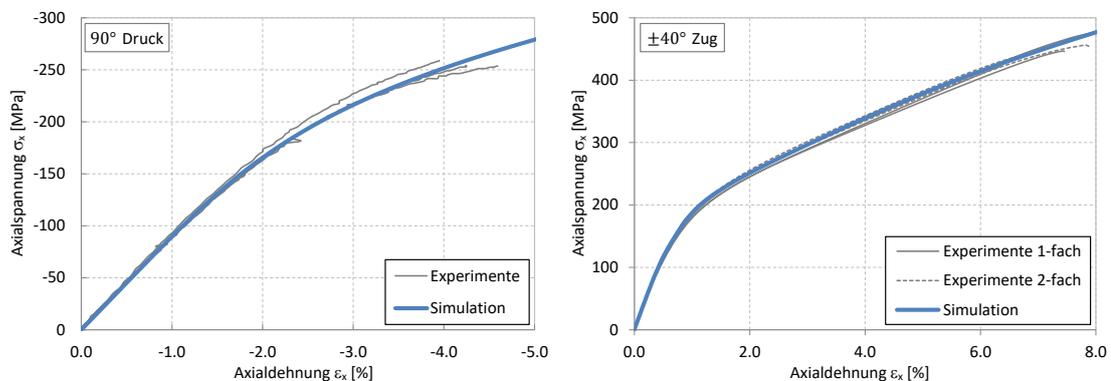


Abb. 3-11: Axialer Spannungs-Dehnungs-Verlauf von Experimenten und Simulationen für IM7-8552.

Weitere Versuchs- und Simulationsergebnisse von Laminats, die kontinuierlich bis zum Versagen belastet wurden sind in Abb. 3-12 dargestellt. Allgemein zeigt sich eine sehr gute Korrelation zwischen den experimentellen und den numerischen Ergebnissen. Da das Werkstoffverhalten einer Faserverbundlage in longitudinaler Richtung durch das Fasermaterial dominiert wird, in transversaler Richtung hingegen wesentlich von dem Matrixmaterial, reagiert die Lage bei longitudinaler Normalbelastung mit einem Verfestigen infolge des nicht-hooke'schen Fasermoduls und bei transversaler Belastung mit einem Erweichen infolge des plastischen Fließens der Matrix. Besonders gut wird diese Interaktion bei kombinierten Spannungszuständen im Vergleich des $\pm 15^\circ$ und des $\pm 30^\circ$

Laminats deutlich. Durch die Interaktion der Faserversteifung und der Plastizität in der Matrix ergibt sich in dem $\pm 15^\circ$ ein Laminatsteifigkeitsanstieg, während die Laminatsteifigkeit in dem $\pm 30^\circ$ Laminat mit zunehmender Belastung abnimmt. Beide Materialprozesse können interaktiv auf Basis des vorgeschlagenen Konstitutivmodells korrekt bestimmt werden. Die experimentellen Verläufe von unidirektionalen Proben [75], die in Winkeln von 15° , 30° , 45° und 75° unter Druck belastet wurden, können ebenfalls sehr gut mit dem Konstitutivmodell simuliert werden.

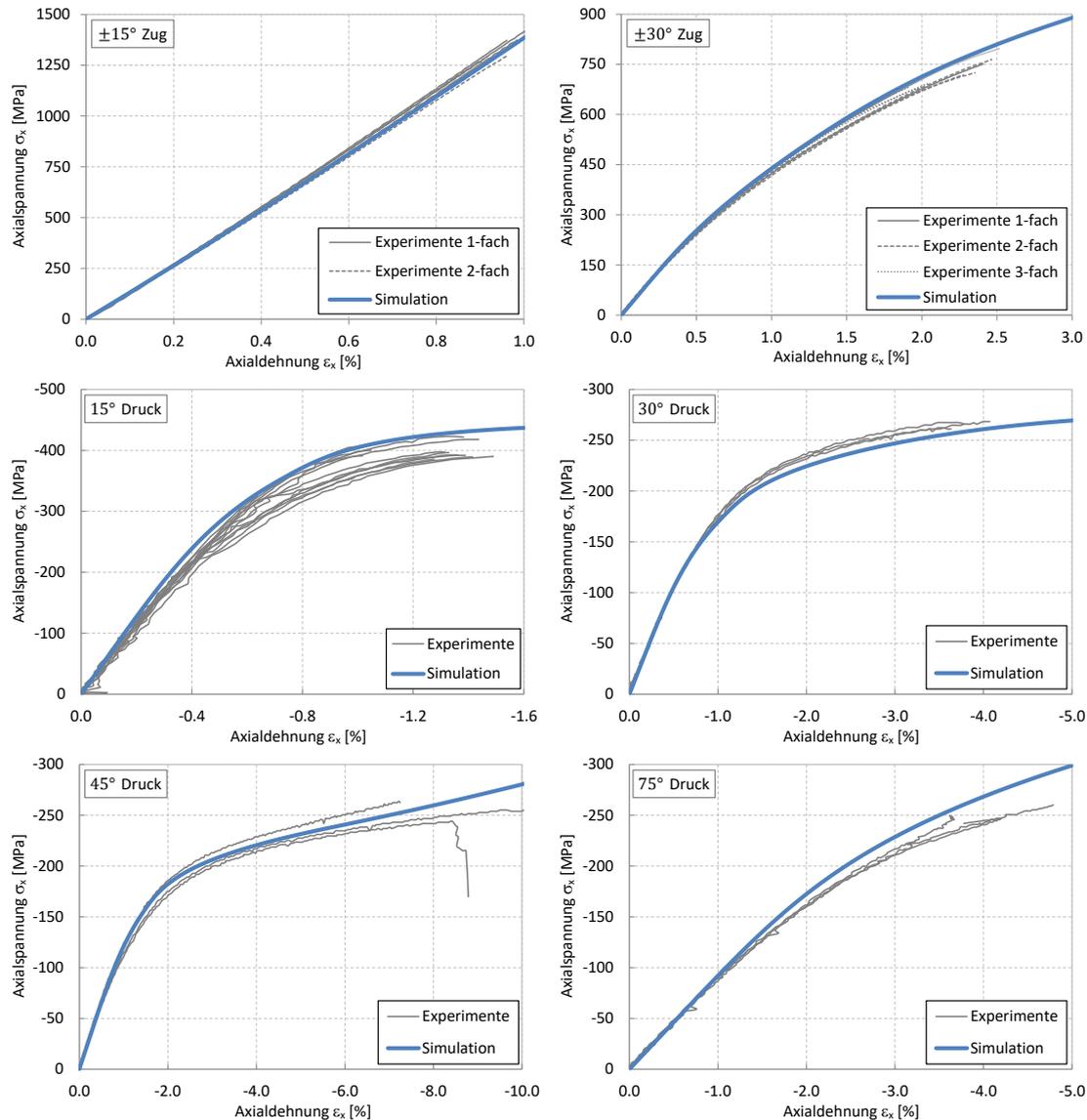


Abb. 3-12: Spannungs-Dehnungs-Verlauf verschiedener zugbelasteter $\pm\theta$ -Laminats und unidirektionaler nicht in Faserrichtung druckbelasteter Laminats (OAC) aus IM7-8552.

3.4 Schädigung

Die Entwicklung von Zwischenfaserbrüchen in einzelnen Lagen eines betrachteten Laminats muss nicht zwangsläufig zum Verlust der strukturellen Integrität eines Bauteils

führen. Dies gilt, solange andere Lagen die globale Lastübertragung weiterhin gewährleisten können. Im Bereich der Laminatverfestigung, also dem Bereich in dem eine Laststeigerung des Laminats möglich ist, führen Schädigungsprozesse jedoch zu einer Reduktion der Steifigkeit in den betroffenen Lagen. Das Schädigungswachstum und dessen Auswirkung auf die Steifigkeit müssen demnach zwingend korrekt bestimmt werden, um das Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Laminats vorherzusagen. Da der hier vorgestellte Ansatz der Konstitutivmodellierung auch auf Faserverbunde auf struktureller Ebene anwendbar sein soll, ist eine diskrete Abbildung der Zwischenfaserbrüche nicht geeignet. Aus diesem Grund wird ein Konzept gewählt, welches auf einer verschmierten Schädigungsbetrachtung basiert. Die Theorie dieser Ansätze wurde bereits vor einigen Jahrzehnten entwickelt und unter dem Begriff der Kontinuumsschädigung zusammengefasst. Durch die Definition eines Schädigungsmodells auf Basis der Kontinuumsschädigungsmechanik lassen sich die reduzierten homogenisierten Steifigkeiten von Laminaten beschreiben. Es ist damit möglich, die Auswirkungen der physikalischen Versagensphänomene auf das konstitutive Verhalten eines angenommenen Kontinuums auf Einzellagen-Ebene mathematisch zu beschreiben.

Zur Beschreibung der Schädigungsentwicklung in dem entwickelten Modell werden einige Annahmen getroffen, welche für die Zwischenfaserbruchentwicklung in einzelnen Lagen eines Faserverbundlaminats als wirksam gelten können:

- Das geschädigte Material kann als Kontinuum betrachtet werden
- Die Schädigung kann durch eine progressive Minderung einzelner Komponenten der Steifigkeitsmatrix abgebildet werden
- Die Schädigung wird als messbare Zustandsgröße zur Beschreibung eines momentanen Zustands eines physikalischen Systems angesehen

Für ein eindimensional homogen geschädigtes Material kann zur Definition der Schädigung folgender skalarer Zusammenhang beschrieben werden [83]:

$$d = \frac{A_d}{A} \quad \text{mit } 0 \leq d \leq 1, \quad (3-22)$$

wobei A die betrachtete Oberfläche des Kontinuumselements ist und A_d die Fläche der Schädigung innerhalb der Fläche A beschreibt. Somit ergibt sich für $d = 0$ der ungeschädigte und für $d = 1$ der vollständig geschädigte Zustand des Elements. Bei Zwischenfaserbrüchen kann davon ausgegangen werden, dass keine Lastübertragung über die geschädigte Fläche stattfindet. Damit ergibt sich die wirksame Spannung $\bar{\sigma}$ aus dem Widerstand gegen die aufgebrachte Kraft bezogen auf den Querschnitt $A - A_d$ [84]. Für einen eindimensionalen uniaxialen Belastungsfall ergibt sich damit in einem betrachteten Kontinuumselement

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{A - A_d} = \frac{\sigma}{1 - d}. \quad (3-23)$$

Die Spannung σ ergibt sich aus dem Verhältnis der aufgetragenen Kraft und der gesamten Oberfläche des Elements A .

Zur Beschreibung der Materialdegradation wird das Modell der wirksamen Spannung in Verbindung mit der Annahme der Dehnungsäquivalenz [85, 86] angewendet. Für einen eindimensionalen Fall besagt dieses Modell, dass die Dehnung ε , verknüpft mit der ungeschädigten Materialsteifigkeit E und belastet unter der wirksamen Spannung $\bar{\sigma}$, der Dehnung des geschädigten Materials entspricht, verknüpft mit der geschädigten Materialsteifigkeit $E(1 - d)$ und belastet mit der Spannung σ :

$$\varepsilon = \frac{\bar{\sigma}}{E} = \frac{\sigma}{E(1 - d)}. \quad (3-24)$$

Um die Definition der Kontinuumsschädigung im Rahmen des Modells anzuwenden, ist eine Beschreibung für den ebenen Spannungszustand notwendig. In Erweiterung von Gl. (3-23) ergibt sich für den mehrdimensionalen Fall

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{M}(\mathbf{D})\boldsymbol{\sigma}. \quad (3-25)$$

Die makroskopischen Spannungen bezogen auf die Querschnittsfläche einer Lage und die wirksamen Spannungen im Material werden durch die Vektoren $\boldsymbol{\sigma}$ und $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ definiert. Die Schädigung wird beschrieben durch die Schädigungseinflussmatrix $\mathbf{M}(\mathbf{D})$ auf Basis der Schädigungsmatrix \mathbf{D} . Die Konstitutivbeziehung des homogenisierten geschädigten Materials ergibt sich gleichzeitig durch Einführung der ungeschädigten Nachgiebigkeitsmatrix zu

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{M}(\mathbf{D})\mathbf{S}^0\boldsymbol{\sigma}. \quad (3-26)$$

Mit einer in der Literatur oftmals getroffenen Annahme der in alle Richtungen ungekoppelten Schädigung, lässt sich eine rational sinnvolle Schädigungseinflussmatrix $\mathbf{M}(\mathbf{D})$ definieren als [87–92]

$$\mathbf{M}(\mathbf{D}) = (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1}, \quad (3-27)$$

wobei \mathbf{I} die Einheitsmatrix ist. In der vorliegenden Arbeit wird die Dehnungs-Spannungs-Beziehung einer geschädigten Einzellage mittels Gl. (2-7) mit den effektiven geschädigten Nachgiebigkeiten $\hat{S}_{22}(\hat{E}_2)$ und $\hat{S}_{66}(\hat{G}_{12})$ beschrieben. Es wurde bereits gezeigt, dass die Materialkennwerte \hat{E}_1 und $\hat{\nu}_{12}$ nicht von Zwischenfaserbrüchen beeinflusst werden. Damit lässt sich die Nachgiebigkeitsmatrix einer Einzellage mittels der irreversiblen Schädigungsvariablen \hat{d}_{22k} und \hat{d}_{66k} und den ungeschädigten Materialeigenschaften beschreiben:

$$\mathbf{S}^d_k = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{1k}} & -\frac{\nu_{12}^0}{E_{1k}} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}^0}{E_{1k}} & \frac{1}{E_2^0(1-\hat{d}_{22k})} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}^0(1-\hat{d}_{66k})} \end{bmatrix}, \quad (3-28)$$

wobei E_{1k} die Veränderung des initialen longitudinalen Elastizitätsmoduls E_1^0 einer Einzellage auf Grund einer aufgebrachten Belastung beinhaltet. Die Konstitutivbeziehung in Gl. (3-26) gilt unter der Annahme von linear elastischem Materialverhalten. Im allgemeinen Kontext eines gekoppelten elasto-plastischen-Schädigungs-Ansatzes [93–97] ergibt sich somit für die inkrementelle Spannungs-Dehnungs-Beziehung mittels der geschädigten Steifigkeitsmatrix \mathbf{Q}^d_k :

$$\begin{pmatrix} d\tilde{\sigma}_1 \\ d\tilde{\sigma}_2 \\ d\tilde{\sigma}_{12} \end{pmatrix}_k = \mathbf{Q}^d_k \begin{pmatrix} d\varepsilon_1 - d\varepsilon_1^p \\ d\varepsilon_2 - d\varepsilon_2^p \\ d\varepsilon_{12} - d\varepsilon_{12}^p \end{pmatrix}_k, \quad (3-29)$$

wobei das totale Dehnungsinkrement in einen elastischen und einen plastischen Anteil aufgeteilt wurde und damit $d\varepsilon_k^e = d\varepsilon_k - d\varepsilon_k^p$ gilt. Die plastischen Dehnungen werden durch das Plastizitätsmodell im Rahmen des nichtlinearen Konstitutivmodells berechnet. Die Steifigkeitsreduktion als Folge von Zwischenfaserbrüchen wird in einer diskreten Abbildung anhand von RVE Rechnungen bestimmt. Hierbei wird die geschädigte Steifigkeitsmatrix nicht durch die Invertierung der Nachgiebigkeit in Gl. (3-28) definiert. Durch die Definition der Randbedingungen wird zur besseren Berechnung eine andere Zuordnung der Schädigungsvariablen genutzt. Die geschädigte Steifigkeitsmatrix wird eingeführt als

$$\mathbf{Q}^d_k = \begin{bmatrix} Q_{11}^d(d_{22})_k & (1-d_{22k})Q_{12}^0 & 0 \\ (1-d_{22k})Q_{12}^0 & (1-d_{22k})Q_{22}^0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-d_{66k})Q_{66}^0 \end{bmatrix}, \quad (3-30)$$

wobei dies der besseren Auswertung der RVE Ergebnisse dient, die Schädigung aber äquivalent definiert ist. Neben $d_{66k} = \hat{d}_{66k}$ gilt für die Reduktion der transversalen Steifigkeit

$$d_{22k} = 1 - \frac{(1 - \hat{d}_{22k})(1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0)}{1 - (1 - \hat{d}_{22k})\nu_{12}^0 \nu_{21}^0}. \quad (3-31)$$

Die Schädigungsvariablen d_{22k} und d_{66k} charakterisieren die Reduktion der initialen Steifigkeitsmatrixkomponenten Q_{22}^0 und Q_{66}^0 einer Einzellage. Dabei gilt, dass mit zunehmender Schädigungsvariable die effektive Steifigkeit sinkt. Die Reduktion von Q_{12}^0 infolge einer Rissentwicklung kann ebenfalls durch d_{22k} beschrieben werden. Der transversale Elastizitätsmodul E_2 und die Querkontraktionszahl ν_{21} verringern sich durch Risse gleichmäßig. Durch die Definition der homogenisierten Steifigkeitsmatrix in Gl. (3-30) folgt für die Degradation der Materialeigenschaften:

$$\begin{aligned} E_{2k}^d &= E_2^0 \left(1 - \frac{d_{22k}(1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0)}{1 - d_{22k}\nu_{12}^0 \nu_{21}^0} \right), \\ \nu_{21k}^d &= \nu_{21}^0 \left(1 - \frac{d_{22k}(1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0)}{1 - d_{22k}\nu_{12}^0 \nu_{21}^0} \right). \end{aligned} \quad (3-32)$$

Dementsprechend ergibt sich für Q_{11}^d die Abhängigkeit von d_{22k} und den initialen Materialparametern durch

$$Q_{11}^d(d_{22})_k = \frac{E_{1k}}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21k}^d}. \quad (3-33)$$

Um das Spannungs-Dehnungs-Verhalten einer Einzellage mit einer Akkumulation von Zwischenfaserbrüchen vorherzusagen, muss die Entwicklung der beiden Schädigungsvariablen d_{22k} und d_{66k} mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden. Für die Berechnung der Schädigungsvariablen ist entscheidend, ob eine Rissanhäufung in Einzelagen im globalen Verfestigungsbereich des Laminats oder die Entfestigung des gesamten Laminats abgebildet werden soll. Solange das Laminat trotz Entwicklung von Zwischenfaserbrüchen mit zunehmender Verformung die aufgenommene Last steigern kann, wirken sich die Risse auf die Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungs-Kurve aus und interagieren dabei mit anderen nichtlinearen Materialprozessen. Die korrekte Bestimmung der Steifigkeitsreduktion einzelner Lagen ist dabei entscheidend für die korrekte Vorhersage des Laminatverhaltens. Um im Entfestigungsbereich den finalen Durchbruch numerisch zu simulieren, wird ein Verlauf der Schädigungsvariablen energiebasiert kalibriert und damit eine physikalisch korrekte Rissausbreitung unabhängig von der Diskretisierung abgebildet. Ziel der Ansätze ist es, eine Äquivalenz zwischen der dissipierten Energie durch ein reales Risswachstum und der Energie zur Deterioration der Finiten Elemente gleicher Länge herzustellen [98–101]. Um dazu nicht an eine bestimmte Elementabmessung gebunden zu sein, wird der Schädigungsfortschritt so kalibriert, dass die Fläche unter der Spannungs-Dehnungs-Kurve der Elemente jeweils einer experimentell ermittelten materialabhängigen Bruchenergie multipliziert mit der

Elementlänge entspricht. Dadurch wird der Gradient des Abstiegs im Entfestigungsbereich des Laminats entsprechend der Elementgröße bestimmt und die Degradation über den Verlauf der Schädigungsvariablen gesteuert. Ein solcher Ansatz ist allerdings limitiert auf Vorgänge, bei denen ein Riss zu einer vollständigen Spannungsentlastung führt [102]. Die Auswirkung einer Rissanhäufung in einzelnen Lagen kann damit nicht abgebildet werden. Den Unterschied in der Auswirkung eines energiebasierten Entfestigungsansatzes in der Simulation eines Durchrisses und einer Rissanhäufung zeigt Abb. 3-13. Dort ist die Bestimmung der Schädigungsvariable in Abhängigkeit der FE-Netzfeinheit für ein grobes und ein feines Netz dargestellt. Der Spannungs-Dehnungs-Verlauf und damit der Verlauf der Schädigungsvariable in einem energiebasierten Entfestigungsgesetz wird über eine ermittelte Bruchenergie kalibriert. Durch die Steuerung der Degradation über die Bruchenergie in Kombination mit der charakteristischen Elementlänge kann das Bruchverhalten einer 90° Lage mit Loch unabhängig von der Netzfeinheit korrekt abgebildet werden. In Netz 1 ist die vollständige Entfestigung bei einer geringeren Dehnung erreicht als bei Netz 2. Dadurch bleibt die lokalisierende Entfestigungszone bei beiden Netzen gleich und ein Durchriss würde bei der gleichen globalen Last vorausgesagt. Um die Auswirkung einer Rissanhäufung in einer 90° Lage eines $[0/90/0]$ Laminats zu bestimmen, ist ein energiebasierter Ansatz hingegen ungeeignet, da das Ziel die exakte Bestimmung der Steifigkeitsreduktion in den Elementen der mittleren 90° Lage ist. Da die Dehnung wesentlich von den 0° Lagen abhängt, ist die berechnete homogenisierte Steifigkeitsreduktion bei dem groben Netz 2 größer. Um diese Elementgrößenabhängigkeit zu verhindern, muss hier ein spannungs- oder dehnungsbasierter Ansatz gewählt werden, der die Schädigungsvariable auch in Abhängigkeit der anderen Lagen im Laminat bestimmt.

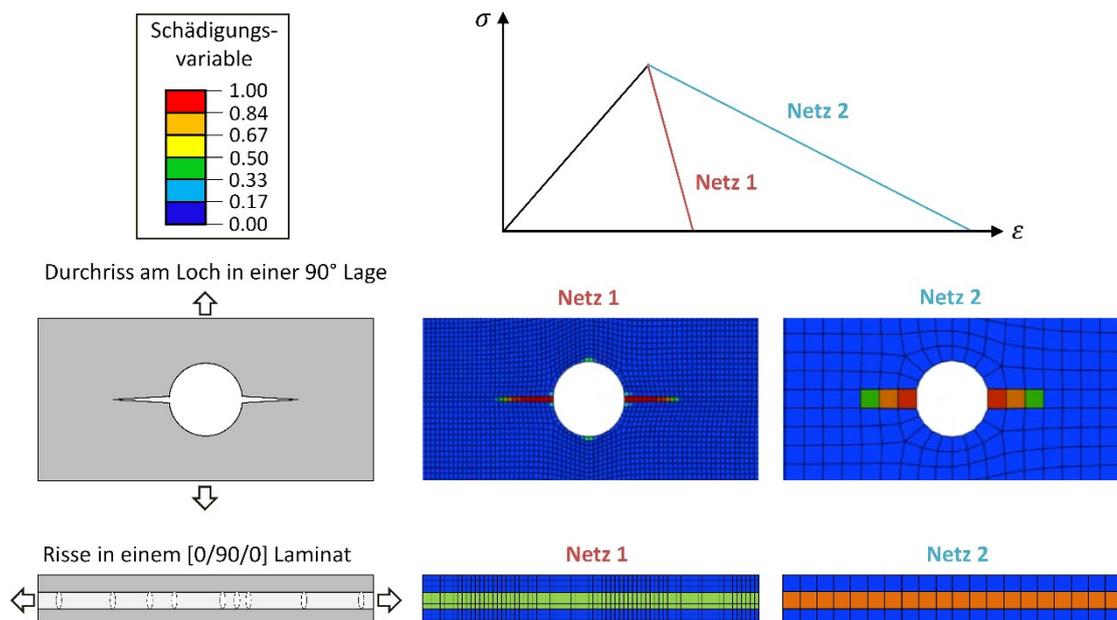


Abb. 3-13: Auswirkung einer energiebasierten Entfestigung für unterschiedliche Schädigungsphänomene und Netzfeinheit.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein zweigeteilter Ansatz entwickelt, der einerseits die Zwischenfaserbruchanhäufung bestimmt, und andererseits deren Auswirkung auf die Steifigkeit einzelner Lagen berechnet. Die Einbindung des Schädigungsmodells in das gesamte Konzept des nichtlinearen Konstitutivmodells zeigt Abb. 3-14. Ziel des Schädigungsmodells ist die Bestimmung der geschädigten Steifigkeitsmatrix jeder Lage im Laminat. Dafür werden die Schädigungsvariablen auf Grund verschiedener Schädigungsphänomene berechnet. Das Anwachsen der Schädigungsvariablen wird im physikalischen Sinne wesentlich durch die Entwicklung von Zwischenfaserbrüchen bestimmt. Aus diesem Grund wird auf Basis der Eingangsgrößen des Schädigungsmodells (Lagendehnungen und Lagenorientierungen) die Zunahme der Rissdichte berechnet. Die einzelnen Schritte zur Ermittlung der inkrementellen geschädigten Lagenspannungen in Form eines Schädigungsentwicklungs- und eines Schädigungsauswirkungsansatzes werden in den folgenden Kapiteln detailliert beschrieben.

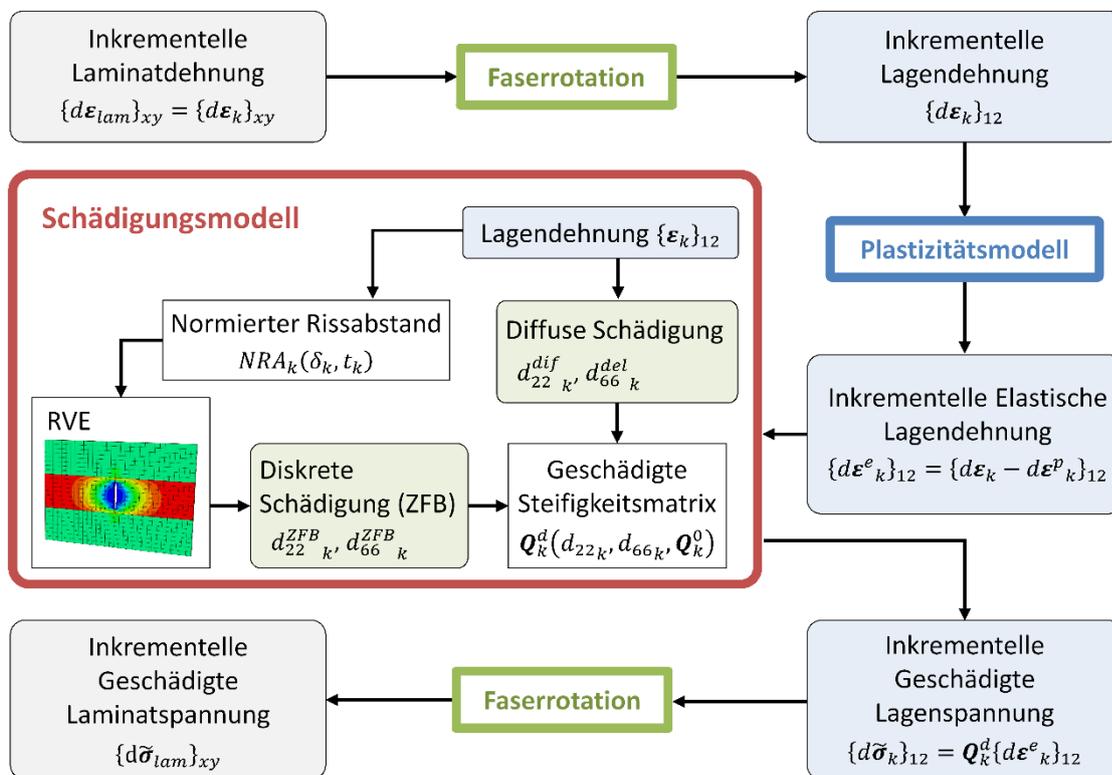


Abb. 3-14: Einbindung des Schädigungsmodells im globalen nichtlinearen Konstitutivansatz.

4 Vorhersage der Schädigungsentwicklung

Die Schädigungsentwicklung in Faserverbundlaminaten wird unterteilt in die Initiierung und die Ausbreitung von mikroskopischen und makroskopischen Schädigungsphänomenen. Da in multidirektionalen Laminaten verschiedenste Schädigungsmechanismen aufgrund unterschiedlichster Ursachen auftreten, ist die Aufgabe eines Schädigungsansatzes, deren Entwicklung vorherzusagen. Die Ausbildung einer Schädigung, beispielsweise eines Zwischenfaserbruchs, ist kein verschmiertes Materialproblem, sondern entspringt einem sehr lokalen Materialzustand. Dadurch ist die Bestimmung der Schädigungsentwicklung sehr schwierig. Die Entstehung und die Ausbreitung der Schädigung werden bestimmt durch die Verteilung von Schwachstellen im Laminat [103]. Deren Lokalisierung und die Einschätzung von Interaktionen sind unerlässlich, um eine Bewertung der physikalischen Vorgänge während der Schädigungsentwicklung zu erreichen. Wo und bei welchem Belastungszustand ein Schädigungsphänomen in einem Laminat auftritt, wird durch Fertigungsfaktoren beeinflusst. Diese sind derzeit noch kaum vorhersagbar und erfordern eine sehr detaillierte Betrachtung der Materialvorgänge während der Fertigung, um den genauen mechanischen Zustand zum Zeitpunkt der Anwendung eines Bauteils abzuschätzen. Dazu zählen beispielsweise die Art der Konsolidierung und die Randbedingungen des Aushärtezyklus wie in Huang u. a. [29] gezeigt wird. Weiterhin spielen komplexe Verknüpfungen von thermo-mechanischen und umgebungsbedingten Lasten während der Betriebsdauer eine wichtige Rolle bei der Entstehung und Ausbreitung der Schädigung. Entscheidend für die Entwicklung eines Schädigungsmodells ist die Tatsache, dass die stochastische Natur der Schädigungsentwicklung in Faserverbundlaminaten nicht nur auf einer Zufälligkeit von Materialeigenschaften basiert. Für die Entstehung der Variabilität der Materialeigenschaften ist die Fertigung des Bauteils sehr entscheidend und muss daher in die Beschreibung der Zufälligkeit mit einbezogen werden. Das macht die Entwicklung eines Modells zur Schadensprogression schwierig und mathematische Ansätze nur sehr bedingt universell anwendbar. Mithilfe von probabilistischen mathematischen Ansätzen können die physikalischen Prozesse während der Schädigungsentwicklung näherungsweise abgebildet werden, jedoch ist die erneute Ermittlung der Materialparameter bei wechselnden Fertigungsbedingungen und Laminatkonfigurationen unerlässlich.

Im folgenden Abschnitt werden bisherige Ansätze zur Vorhersage einer Schädigungsentwicklung untersucht. Dabei werden auch die Einbeziehung der genannten Einflussfaktoren und die Anwendbarkeit für beliebige multidirektionale Lamine untersucht. Daraufhin wird ein im Rahmen dieser Arbeit entwickelter Ansatz zur Vorhersage der Schädigungsentwicklung vorgestellt.

4.1 Literaturübersicht

In den letzten Jahrzehnten wurden zahlreiche Modelle zur Bestimmung der Schädigungsentwicklung entwickelt die sich grob in zwei Gruppen einteilen lassen. Zum einen Modelle, die auf einer verschmierten Schädigungsbetrachtung basieren und zum anderen Modelle, die eine diskrete Zwischenfaserbruchanhäufung bestimmen. Während verschmierte Ansätze direkt die Steifigkeitsreduktion in Form der Schädigungsvariablen definieren, unterscheiden diskrete Ansätze zwischen der Berechnung der Zunahme von Rissen und deren Steifigkeitsauswirkung.

Ein Konzept zur verschmierten Bestimmung der Schädigungsvariablen wird in Vyas u. a. [104] vorgestellt, wobei diese schrittweise so angepasst werden, dass der resultierende Spannungszustand genau eine vorgegebene Bruchbedingung erfüllt. Damit kann nicht nur die Schädigungsanhäufung, sondern gleichzeitig auch die Schädigungsinitiierung bestimmt werden. Weitere verschmierte Konzepte basieren darauf, einen definierten Verlauf der Schädigungsvariablen in Abhängigkeit der Anstrengung in den einzelnen Lagen vorzugeben [94, 105–109]. Die Schädigungsinitiierung wird im Wesentlichen auf Basis eines spannungs- oder dehnungsbasierten Ansatzes oder eines Energiekriteriums bestimmt. Diese werden nachfolgend im Kontext der separierenden Konzepte vorgestellt. Die Steifigkeitsreduktion ist sehr abhängig vom Laminataufbau und den Fertigungsbedingungen und gleichzeitig sehr schwierig experimentell zu bestimmen [20, 110]. Eine sehr akkurate Kalibrierung des Schädigungsverlaufs entsprechend der Randbedingungen ist dadurch entscheidend für die Anwendung dieser Modelle. Nichtsdestotrotz ist die direkte Bestimmung der Schädigungsvariablen auf Basis der anliegenden Belastung verlockend, da diese gleichzeitig eine Entwicklung der Schädigungsphänomene und deren Auswirkung auf die Steifigkeit enthält.

Eine Vielzahl von Modellen trennt die Bestimmung der Schädigungsentwicklung von der Vorhersage der Schädigungsauswirkung. Die diskrete Betrachtung beschränkt sich dabei im Wesentlichen auf die Vorhersage einer Akkumulation von Zwischenfaserbrüchen. Die Vorhersage der Zwischenfaserbruchentwicklung in einer Einzellage eines Faserverbundlaminats erfordert sowohl die korrekte Bestimmung der Rissinitiierung, als auch der Rissanhäufung. Modelle zur diskreten Berechnung der Rissentwicklung lassen sich allgemein in zwei verschiedene Kategorien unterteilen. Die Kategorie der spannungsbasierten Ansätze prognostiziert die Bildung eines Risses anhand der Materialfestigkeit, sobald ein Spannungszustand einem definierten Kriterium genügt. Die Kategorie der energiebasierten Ansätze hingegen sagt eine Rissbildung voraus, wenn die Energiefreisetzung durch die Entstehung des Risses die kritische Energiefreisetzungsrage erreicht. Im Folgenden werden einzelne Ansätze zur Bestimmung der Rissinitiierung und Rissanhäufung genauer vorgestellt.

Zur Bestimmung der Rissinitiierung, wird häufig ein spannungs- oder dehnungsbasierter Ansatz in Abhängigkeit einer mutmaßlich materialintrinsischen Festigkeitsgröße ge-

nutzt. Dabei wird die Rissinitiierung gewöhnlich auf Basis entwickelter Versagenskriterien für unidirektionale Faserverbundwerkstoffe bestimmt [70, 106, 111]. Experimente in [103] und auch im Rahmen dieser Arbeit haben allerdings gezeigt, dass die Ausbildung eines Zwischenfaserbruchs von der Lagendicke abhängt. Daher ist die transversale Festigkeit einer unidirektionalen Probe nicht für Lamine mit beliebiger Lagendicke anwendbar. Für Kreuzverbund-Lamine präsentierten Dvorak u. a. [35] einen Ansatz bekannt als „Initiales Defekt-Konzept“ [103, 112], bei dem die Rissinitiierung basierend auf der linear elastischen Bruchmechanik (LEBM) bewertet wird. Unter Verwendung einer kritischen Energiefreisetzungsrate G_{Ic} für Mode I kann für Kreuzverbunde mit der Gleichung

$$Y_t^* = \sqrt{\frac{4G_{Ic}E_1E_2}{\pi t_k(E_1 - E_2\nu_{12}^2)}} \quad (4-1)$$

eine von der Lagendicke abhängige Festigkeit für eine Einzellage bestimmt werden. Dieser Ansatz wird beispielsweise in [104, 113] genutzt. Flaggs u. a. [114] beobachteten an experimentellen Ergebnissen, dass die transversale Festigkeit signifikant von der Orientierung der benachbarten Lagen abhängt. Um diesem Effekt Rechnung zu tragen, wurde in [21] eine entsprechende Erweiterung von Gl. (4-1) um einen kalibrierten Faktor definiert. Zur Betrachtung mikromechanischer Einflüsse, wurde in [115, 116] die Vorhersagbarkeit der Zwischenfaserbruchinitiierung auf Faser-Matrix Ebene untersucht. Allerdings ist die Bestimmung von Materialeigenschaften auf dieser Ebene sehr schwierig. Zahlreiche Einflussgrößen bestimmen den Zeitpunkt, ab dem ein beispielsweise durch thermische Eigenspannungen vorhandener oder entstandener Mikroriss instabil in Dickenrichtung wächst. Die große Herausforderung eines auf der LEBM basierenden Ansatzes zur Rissinitiierung ist die Bestimmung der kritischen Energiefreisetzungsrate, welche für das instabile Mikrorisswachstum notwendig ist.

Zur Vorhersage der Zwischenfaserbruchanhäufung gibt es die Möglichkeit, einen verschmierten und im Wesentlichen empirischen Ansatz zu wählen, oder eine diskrete Abbildung eines Risses mit der Bewertung des Spannungsfeldes um den Riss. Zur ersten Gruppe von Ansätzen lassen sich die Modelle in [51, 70, 108, 117] einordnen. Dort wird ein spannungsbasierter Ansatz in Abhängigkeit der homogenisierten geschädigten Lagenspannungen genutzt. Die Ansätze benötigen dafür empirisch ermittelte Parameter, welche die Rissanhäufungsrate bestimmen. Ein vergleichbarer Ansatz wird von Ladèveze u. a. [118–120], Carrere u. a. [1, 20, 121] und Ribeiro u. a. [122] vorgestellt, wobei die Rissakkumulation in Abhängigkeit der globalen Dehnungsenergie der geschädigten Lage vorhergesagt wird. Im Fall eines ebenen Spannungszustandes ist die Dehnungsenergiegedichte einer geschädigten Lage

$$G_e = \frac{\sigma_1^2}{2(1-d_{11})E_1} + \frac{\sigma_2^2}{2(1-d_{22})E_2} - \frac{\nu_{12}}{E_1}\sigma_1\sigma_2 + \frac{\sigma_{12}^2}{2(1-d_{66})G_{12}}. \quad (4-2)$$

Die Energiedissipation infolge von Schädigungsvorgängen ergibt sich entsprechend der Gleichung

$$\dot{\Omega} = \frac{\partial G_e}{\partial d_{11}} \dot{d}_{11} + \frac{\partial G_e}{\partial d_{22}} \dot{d}_{22} + \frac{\partial G_e}{\partial d_{66}} \dot{d}_{66} = y_1 \dot{d}_{11} + y_2 \dot{d}_{22} + y_6 \dot{d}_{66}, \quad (4-3)$$

wobei y_1 , y_2 und y_6 die thermodynamischen Kräfte sind, welche zugeordnet zu den einzelnen Modi die Schädigung bestimmen. Auf dieser Basis werden in den genannten Ansätzen die Schädigungsinitiierung und die Schädigungsprogression auf Basis der thermodynamischen Kräfte beschrieben. In [120] wird ein Modell zur Bestimmung einer diffusen Schädigung, einer transversalen Zwischenfaserbruchentwicklung, Delaminationen und einer longitudinalen Faserbruchentwicklung präsentiert. Dazu sind allerdings zusammen 15 Parameter aus experimentellen repräsentativen Versuchen zu kalibrieren. Eine Gleichung auf Basis der thermodynamischen Kräfte zur Berechnung der über die Dicke normierten Zwischenfaserbruchdichte in einer Einzellage ist in [20] definiert:

$$\bar{\rho} = h(1 - \bar{\mu})[\alpha_I \langle y_I - y_I^0 \rangle^n + \alpha_{II} \langle y_{II} - y_{II}^0 \rangle^n + \alpha_{III} \langle y_{III} - y_{III}^0 \rangle^n], \quad (4-4)$$

mit

$$\bar{\mu} = \langle a_n \bar{\rho}^2 + h b_n \bar{\rho} \rangle. \quad (4-5)$$

Dabei ist h die Lagendicke und $\langle * \rangle$ die „Macaulay Klammer“. Es wird von einem generellen Zusammenhang zwischen der Rissdichtenrate und der Delaminationsrate $\bar{\mu}$ ausgegangen, der durch einen quadratischen Ansatz definiert wird. Die thermodynamischen Kräfte y_I , y_{II} und y_{III} ergeben sich auf Basis der wirksamen Spannungskomponenten σ_2 , σ_{12} und σ_{23} , wobei die jeweiligen Rissinitiierungskräfte y_I^0 , y_{II}^0 und y_{III}^0 bei dicken Lagen anhand eines spannungsbasierten Kriteriums auf Basis von UD-Festigkeiten berechnet werden und bei dünnen Lagen vorgegeben werden müssen. Die Parameter α_I , α_{II} , α_{III} , n , a_n und b_n sind Materialparameter, welche ebenfalls kalibriert werden müssen. Die Anwendbarkeit des Modells in [20] wird an $[0/90_n]_s$ Laminaten ($n = 1/2, 1, 2$, und 3) gezeigt, an denen allerdings auch die Materialparameter kalibriert wurden.

Neben den Ansätzen, in denen die Zwischenfaserbruchanhäufung verschmiert berechnet wird, gibt es Versuche, diese auf Basis einer diskreten Betrachtung zu ermitteln. Diese Gruppe von Modellen ist als mikromechanischer Ansatz bekannt. Der Ansatz basiert auf der LEBM und wird daher aufgrund der linear elastischen Materialannahmen überwiegend für die Vorhersage der Rissentwicklung in Kreuzverbund-Laminaten angewendet, um die Rissentwicklung in 90° Lagen vorherzusagen. Basierend auf der Energiebilanz

zur Bildung eines neuen Risses zwischen existierenden Rissen, kann ein energiebasiertes Kriterium für die Zwischenfaserbruchanhäufung definiert werden. Das Problem zeigt Abb. 4-1, wobei davon ausgegangen wird, dass sich der neue Riss äquidistant zwischen zwei bestehenden Rissen bildet. Die abgebildete Axiallast ergibt in der 90° Lage eine Spannung in 2-Richtung und in den 0° Lagen eine Spannung in 1-Richtung der Lagen, wobei die 1-Richtung der Faserrichtung in den Lagen entspricht. Auf Basis der LEBM kann man für die Bildung eines Zwischenfaserbruches in einer uniaxial belasteten 90° Lage ein Kriterium definieren als [123]

$$d\Gamma \geq G_{Ic}dS, \quad (4-6)$$

wobei dS die Bruchfläche des neuentstandenen Risses ist. Die Änderung der potentiellen Energie des repräsentativen Systems $d\Gamma$ unter Vernachlässigung von thermischen Lasten setzt sich zusammen aus der Differenz der Änderung der inneren Dehnungsenergie des Systems und der Arbeit, die durch die äußeren Kräfte verrichtet werden muss, um das System von dem ungeschädigten Zustand in den geschädigten Zustand zu überführen. Die Theorie der energiebasierten Modelle besagt, dass ein neuer Riss entsteht, sobald die Dehnungsenergiefreisetzung infolge der Rissentwicklung die kritische Energiefreisetzungsrates erreicht [124]. Entscheidend für die Anwendung der Energiemethode sind die Lösung des Randwertproblems und die akkurate Vorhersage des lokalen Spannungsfeldes um den Riss, damit die potentielle Energie des repräsentativen Elements bestimmt werden kann.

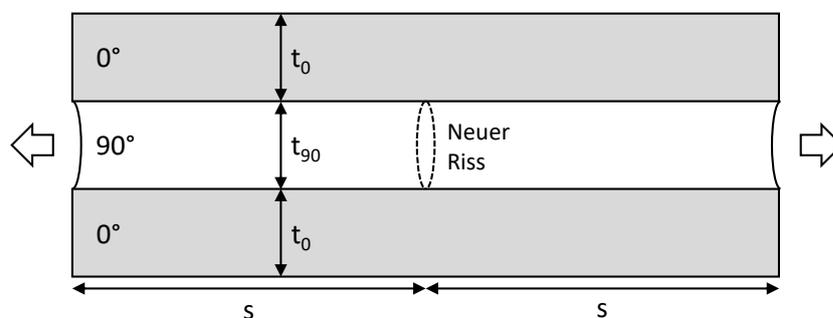


Abb. 4-1: Rissentwicklung zwischen bestehenden Rissen in einer 90° Lage eines Laminats.

In den letzten Jahren wurden einige analytische Modelle basierend auf dem Variationsprinzip zur Minimierung der potentiellen Energie entwickelt, mit deren Hilfe die Rissentwicklung in einer 90° Lage eines Kreuzverbundlaminates bestimmt werden kann [123–130]. Neben dem Variationsprinzip, kann das Spannungsfeld mit Hilfe der „Shear-Lag“ Theorie gelöst werden. Von Laws und Dvorak [131] wurde ein entsprechendes Kriterium auf Basis der LEBM entwickelt. Für einen Kreuzverbund und unter der Annahme, dass ein neuer Riss mittig zwischen zwei vorhandenen Rissen entsteht ergibt sich mit dem „Shear-Lag“ Ansatz für das Problem in Abb. 4-1

$$\frac{1}{2} t_{90} \left(E_1 t_0 + \frac{1}{2} t_{90} E_2 \right) \left(\sigma_2^{90} + \frac{E_2}{E_1} \sigma_a \right)^2 = G_{IC}, \quad (4-7)$$

wobei σ_a die äußere am Laminat anliegende Spannung und β der „Shear-Lag“ Parameter ist. Der Wert von β bestimmt die Rate der Spannungsübertragung von der 90° auf die 0° Lage. Er hängt dadurch von Annahmen hinsichtlich der Schubdehnungsverteilung in den Lagen, beziehungsweise in der virtuellen Trennschicht zwischen den Lagen ab [132]. Das Modell in [131] ist an einem $[0/90_3]_s$ E-Glas/Epoxid und an drei $[0_n/90_m]_s$ Carbon/Epoxid Laminaten ($n/m = 2/1, 2/2, 2/3$) validiert. Gleichzeitig wird die Sensitivität verschiedener angenommener kritischer Energiefreisetzungsraten G_{IC} auf die vorhergesagte Rissanhäufung untersucht.

Durch die Anwendung der „Virtual Crack Closure Technique“ (VCCT [133]) und damit ebenfalls basierend auf der LEBM wurde in [12, 14, 40, 134, 135] ein diskreter bruchmechanischer Ansatz zur Bestimmung der Zwischenfaserbruchanhäufung entwickelt. Entsprechend der Grundannahme der VCCT, bildet sich ein neuer Riss, sobald die Arbeit die nötig ist um den Riss zu schließen, größer ist als die kritische Energiefreisetzungsrates. In [136] wird das Konzept genauer vorgestellt. Ausgangspunkt ist ein geöffneter Riss in einer Lage k entsprechend Abb. 4-2, auf dessen Rissfront eine Kraft dF_2 aufgebracht wird, um den Riss zu schließen. Im geöffneten Zustand ist die Rissfront spannungsfrei und nach der Verschiebung um u_2 ist die Spannung am geschlossenen Riss σ_{T0} . Für den Fall, dass der Rissabstand relativ groß ist, sodass die Risse nicht interagieren, gilt für die Arbeit um den Riss zu schließen

$$dW_2 = \frac{1}{2} u_2^{(k)}(z) dF_2 = \frac{1}{2} \sigma_{T0}^{(k)} u_2^{(k)}(z) dz. \quad (4-8)$$

Um beide Rissfronten zu schließen beträgt die notwendige Arbeit

$$W_2 = 2 \frac{1}{2} \sigma_{T0}^{(k)} \int_{-\frac{t_k}{2}}^{+\frac{t_k}{2}} u_2^{(k)}(z) dz = \sigma_{T0}^{(k)} u_{2a}^{(k)} t_k, \quad (4-9)$$

wobei $u_{2a}^{(k)}$ die über die Dicke der 90° Lage gemittelte Rissöffnungsweite ist. Wenn ein Riss mittig zwischen zwei existierenden äquidistanten Rissen entsprechend Abb. 4-1 entsteht, verdoppelt sich die Anzahl der Risse von N auf $2N$. Um alle Rissfronten zu schließen muss die Arbeit $W_{2N \rightarrow 0}$ aufgebracht werden [12]:

$$W_{2N \rightarrow 0} = W_{2N \rightarrow N} + W_{N \rightarrow 0}. \quad (4-10)$$

Damit ergibt sich für die aufgebrachte Arbeit um die Rissdichte zu verdoppeln

$$W_{2N \rightarrow N} = \sigma_{T0}^{(k)} t_{90} \left[2u_{2a}^{(k)}(s) - u_{2a}^{(k)}(2s) \right], \quad (4-11)$$

wobei $u_{2a}^{(k)}(s)$ die gemittelte Rissöffnung bei Rissabstand s und $u_{2a}^{(k)}(2s)$ die gemittelte Rissöffnung bei Rissabstand $2s$ beschreibt. Als Kriterium für die Rissbildung wird die notwendige Arbeit zur Risschließung mit der kritischen Energiefreisetzung verglichen

$$W_2 = G_{Ic} t_{90}. \quad (4-12)$$

Unter der Annahme, dass $\sigma_{T0}^{(k)}$ der ungestörten Spannung in der 90° Lage entspricht, erhält man durch einsetzen von Gl. (4-11) in (4-12) einen direkten Zusammenhang zwischen der Belastung und der Rissdichte. Die Veröffentlichungen zu diesem Ansatz schlagen eine Berechnung der Rissöffnungsweite in Abhängigkeit der Rissdichte durch FEM-Rechnungen an repräsentativen Volumenelementen vor. Dafür wird eine normierte Rissöffnungsweite eingeführt als

$$u_{2an}^{(k)} = u_{2a}^{(k)} \frac{E_2}{\sigma_{T0}^{(k)} t_{90}}. \quad (4-13)$$

In [137] wird gezeigt, dass die normierte Rissöffnungsweite eine laminatabhängige Größe ist, abhängig von der gerissenen Lage und der Faserorientierung der Nachbarlage. Anhand von FE Studien mit linear elastischen Materialannahmen werden Fit-Parameter vorgestellt, mit denen die Rissöffnungsweiten während einer Rissentwicklungsstudie für ein spezifisches Material berechnet werden können. Das Modell wurde auch für die Rissentwicklung in multidirektionalen Laminaten weiterentwickelt und ein Rissentwicklungskriterium für kombinierte Moden definiert, wobei ebenfalls von linear elastischem Materialverhalten bei multiaxialen Spannungszuständen ausgegangen wird.

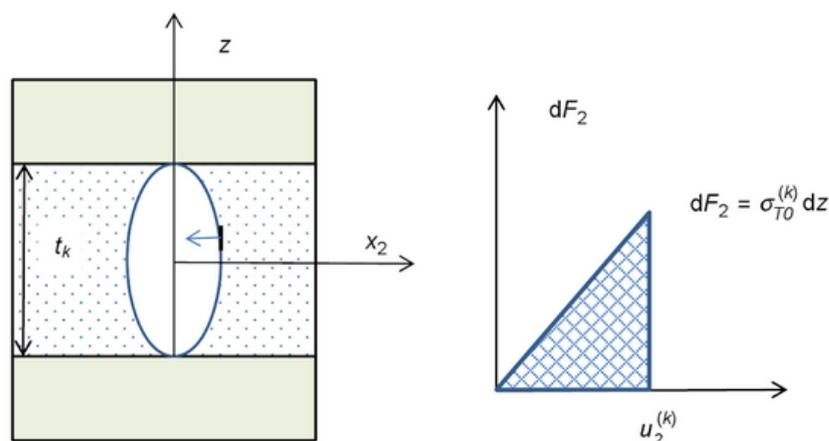


Abb. 4-2: Schematische Darstellung der Kraftaufwendung, um die Rissfront hin zu einem geschlossenen Riss zu verschieben [136].

Die Anwendung eines energiebasierten diskreten Ansatzes zur Abschätzung der Zwischenfaserbruchanhäufung erfordert die genaue Bestimmung der kritischen Energiefreisetzungsrates, die zur Bildung eines Risses während der Rissakkumulation notwendig ist. Die dissipierte Energie eines Risses in einer uniaxial belasteten 90° Lage eines Laminats entspricht nicht der kritischen Energiefreisetzungsrates G_{Ic} , wie sie mit Hilfe eines standardisierten Verfahrens zur Bestimmung der Risszähigkeit (z.B. DCB – Versuch) ermittelt werden kann [135]. Daher muss sie entsprechend an einem repräsentativen Laminat kalibriert werden. Uneinigkeit in der Literatur herrscht darüber, inwieweit die Energiefreisetzungsrates zur Öffnung eines weiteren Risses konstant bleibt. In [138, 139] wird ein konstanter Wert für G_{Ic} angenommen, um den Rissdichtenverlauf in einem Kreuzverbundlaminat zu bestimmen. Experimentelle Ergebnisse [6, 7] deuten hingegen an, dass die dissipierte Energie mit zunehmender Rissdichte ansteigt. Aus diesem Grund wird in [135] für das Energiekriterium die notwendige Arbeit zur Rissentwicklung nicht allein auf das betrachtete System des RVEs in Abb. 4-1 zurückgeführt, sondern auf alle energiedissipierenden Prozesse in der Historie der Rissentwicklung. Dass die Rissfronten bei der Entstehung des Risses nicht umgehend spannungsfrei sind, sondern weitere Energie dissipiert während ein weiterer Riss entsteht, wird in einem ansteigenden Verlauf der kritischen Energiefreisetzungsrates abgebildet. In [140, 141] wird die kritische Energiefreisetzungsrates in Abhängigkeit von der Rissdichte ρ definiert als

$$G_{Ic} = G_{Ic}^0 + G_{Icr}(1 + e^{-r\rho}), \quad (4-14)$$

wobei G_{Ic}^0 die initiale Energiefreisetzungsrates und G_{Icr} und r entsprechend dem Material zu kalibrierende Parameter sind. Eine weitere Möglichkeit der empirischen Kalibrierung des G_{Ic} Verlaufs an einem Referenzlaminat zeigen Katerelos u. a. [7] auf Basis eines linear elastischen analytischen Ansatzes. Mit Hilfe dieses kalibrierten Verlaufs konnten für weitere ähnliche Kreuzverbundlaminats gute Korrelationen mit experimentell gemessenen Rissdichtenverläufen erreicht werden.

Das stochastische Verhalten der Zwischenfaserbruchentwicklung ist ein weiterer Aspekt, der bei einer Modellentwicklung beachtet werden muss [142, 143]. Die Ursache liegt in der Verteilung von initialen Schwachstellen. Diese verteilen sich aufgrund der materialinhärenten Streuung der Eigenschaften von Fasern und Matrix, aber auch aufgrund der zufälligen Verteilung von fertigungsbedingten Defekten. Um die probabilistische Verteilung der Schwachstellen in der Voraussage der Rissentwicklung mit einzubeziehen, wurden in den letzten Jahren einige Modelle vorgestellt, welche die treibenden Größen der Rissentwicklung (Spannung oder Energie) mit einer statistischen Verteilung in der Analyse einführen. In [29, 144] wird angeführt, dass für die Analyse der Auswirkung von Fertigungsdefekten ein Ansatz auf Basis der Festigkeit geeigneter ist. Dies wird damit begründet, dass die Größe und die Verteilung der Fertigungsdefekte unbekannt sind. Die Verteilung basiert dabei im Wesentlichen auf einem Weibull-Ansatz. Konzepte mit einer zufälligen Verteilung der Festigkeiten wurden in [26, 29, 145–147]

vorgestellt und stochastische Verteilungen der kritischen Energiefreisetzungsraten wurden in [112, 140, 148, 149] gezeigt. Die Parameter für die Definition der Weibull-Verteilung müssen dazu anhand von repräsentativen Laminaten kalibriert werden. Die Ergebnisse in [140] zeigen, dass in Abhängigkeit der Einzellagendicke in Laminaten unterschiedliche Faktoren für die Weibull-Verteilungsfunktion gewählt werden müssen. Eine statistische transversale Festigkeit wird in [29] definiert als

$$P_S = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma}{\sigma^0} \right)^m \right], \quad (4-15)$$

wobei σ^0 und m die Weibull-Konstanten in Form der charakteristischen Festigkeit und des Formparameters sind. Der Ansatz geht davon aus, dass die Defekte in den Einzellagen der verwendeten Laminare in einem Bauteil homogen verteilt sind und daher ein homogenisierter Weibull-Ansatz materialinhärent definiert werden kann. Die Zufälligkeit der Rissentwicklung ist daher nur in Abhängigkeit des Materials zu betrachten und die Weibull-Faktoren können an einem repräsentativen Laminat ermittelt werden ohne nähere Information zu den Fertigungsbedingungen. An einem einzelnen Laminat wird gezeigt, dass dieses Modell in seiner mathematischen Formulierung in der Lage ist, den Rissdichtenverlauf nachzubilden.

Die Schwierigkeiten in der Vorhersagbarkeit der Rissentwicklung zeigt sich in den Ergebnissen der dritten weltweiten Versagens-Aufgabe (WWFE3 – World Wide Failure Exercise 3 - 2013). Dazu wurden weltweit Forscher eingeladen, mit ihren Modellen eine Blindvorhersage für das Schädigungsverhalten von verschiedenen Laminaten durchzuführen. Exemplarisch sind die Vorhersagen für die Zwischenfaserbruchentwicklung in der 90° Lage eines [0/90/0] Glasfaser/Epoxid-Verbundes in Abb. 4-3 dargestellt. Auch wenn bislang noch keine experimentellen Ergebnisse veröffentlicht wurden, zeigen die Modellvorhersagen, dass keine konsistenten Ergebnisse der Ansätze existieren. Die Vorhersagen der Rissinitiierungsdehnung schwanken um 1850% und die prognostizierten maximalen Rissdichten schwanken um 280%. Allerdings wurden in der Aufgabenstellung [150] keine näheren Angaben zur Fertigung der Proben gemacht und keine Ergebnisse für repräsentative Laminare geliefert. Eine sinnvolle Möglichkeit der Blindvorhersage der Rissentwicklung ist damit anzuzweifeln und der Nutzen der Ergebnisse im Rahmen des WWFE3 fraglich.

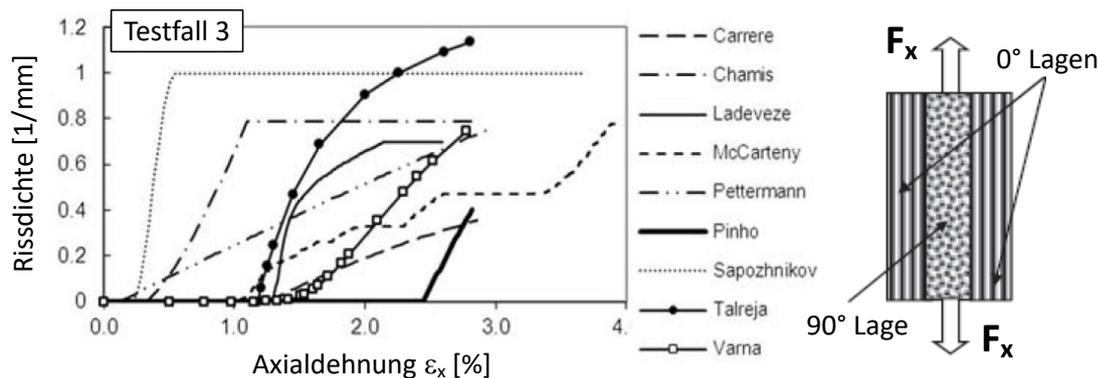


Abb. 4-3: Modellvorhersagen der Rissentwicklung im Rahmen des WWFE3 [30].

Die Literaturstudie zu Schädigungsentwicklungsansätzen zeigt, dass die Modelle im Allgemeinen von der Kalibrierung sehr vieler Parameter abhängen. Diese müssen besonders für die Definition der Rissinitiierung und der Rate der Zwischenfaserbruchanhäufung die Einflüsse des Laminataufbaus und des Fertigungsverfahrens beinhalten. Besonders der Einfluss der Fertigung auf die Variabilität der Materialparameter ist noch weitgehend unerforscht. Inwieweit bei konstanten Fertigungsrandbedingungen die stochastische Natur der Schädigungsentwicklung materialinhärent ist und damit die Rissentwicklung ohne Wissen der genauen Herstellung beschrieben werden kann, erfordert noch weitreichende experimentelle Untersuchungen. Der derzeitige Wissensstand zur Vorhersage der Rissentwicklung erfordert das Vorliegen eines Referenzlaminats, an dem die stochastische Verteilung kalibriert werden kann. Wenn die Fertigungsbedingungen genauer bekannt sind, wäre es denkbar die Zufälligkeit aus einer Prozessanalyse zu überführen. Derzeitige Forschungsansätze in der Prozesssimulation sind bisher noch nicht verlässlich genug, um sie in ein Modell zur Vorhersage der Schädigungsentwicklung einzubinden.

Zur Vereinfachung der Rissdichtenbestimmung wurde im Rahmen dieser Arbeit ein dehnungsbasierter semi-empirischer Ansatz entwickelt. Das dehnungsbasierte Modell hat den Vorteil, dass es nicht auf linear elastischen Annahmen der LEBM basiert. Damit ist es möglich die Rissdichten auch bei signifikanter plastischer Verformung in einer Einzellage zu bestimmen. Es ist somit geeignet für die Bestimmung des Konstitutivverhaltens von multidirektionalen Laminaten mit Zwischenfaserbrüchen und mit kombinierten Spannungszuständen in den Einzellagen.

4.2 Modell zur Zwischenfaserbruchentwicklung

Die Entstehung von Zwischenfaserbrüchen in einzelnen Lagen eines Laminats kann einen entscheidenden Einfluss auf das Spannungs-Dehnungs-Verhalten und die strukturelle Integrität eines Bauteils haben. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Schädigungsmodell entwickelt das auch die Zwischenfaserbruchanhäufung und deren Auswirkung

auf die Steifigkeit bestimmt. In dieser Arbeit wurde experimentell gezeigt, dass die Festigkeit keine materialinhärente Eigenschaft ist, sondern einer signifikanten Abhängigkeit vom Laminataufbau unterliegt. Um das Versagen in unidirektionalen Laminaten abzuschätzen, können klassische Kriterien genutzt werden, die auf Basis von Festigkeitswerten eine Versagenswahrscheinlichkeit beurteilen. Dies ist möglich, da die Festigkeitskennwerte ebenfalls leicht an unidirektionalen Laminaten gemessen werden können und nur eine Bewertung eines mehrachsigen Spannungszustandes nötig ist. Im übertragenen Sinne bedeutet dies allerdings, dass bei einem multiaxialen Laminat die Rissinitiierung und die Rissausbreitung ebenfalls an genau diesem Laminat gemessen werden müssen, da ein anderer Laminataufbau diese Kennwerte signifikant verändert. Ebenfalls muss darauf geachtet werden, dass die Fertigungsbedingungen der Proben, an denen die Schädigungsentwicklungskennwerte ermittelt werden, denen entsprechen, die bei der Herstellung eines auszulegenden Bauteils herrschen. Andernfalls könnten die veränderten Fertigungsrandbedingungen andere Rissentwicklungsgrenzlasten in dem Bauteil hervorrufen. In dieser Arbeit wird ein semi-empirischer Ansatz zur Bestimmung der Rissdichtenentwicklung vorgeschlagen. Dabei wird untersucht, welche verschiedenen Laminataufbauten ausgewertet werden müssen, um ausreichend Kennwerte für die Auslegung beliebiger symmetrischer multiaxialer Lamine zu erhalten. Dies soll ebenfalls dazu dienen, um erstmals abschätzen zu können, inwieweit die Kennwerte an Laminaten mit uniaxialen belasteten Einzellagen ermittelt werden können, um diese dann für die Auslegung von kombinierten Lagenspannungszuständen zu nutzen.

4.2.1 Zwischenfaserbruchinitiierung

Auf Grund thermo-mechanischer Prozesse während der Konsolidierung entstehen Schwachstellen im Laminat, an denen später während der Betriebszeit die ersten Risse entstehen. Dieser Einfluss muss in einem Ansatz zur Vorhersage der Zwischenfaserbruchinitiierung beachtet werden. Bei geringer Lagendicke ist ein weiterer wichtiger Aspekt die Behinderung der Ausbreitung eines mikroskopischen Anrisses durch den Einfluss der Nachbarlagen. Wann ein Zwischenfaserbruch durch die gesamte Lagendicke wächst, hängt wesentlich von der Faserrichtung der Decklagen ab. Dieses Phänomen muss ebenfalls in einem diskreten Zwischenfaserbruchmodell abgebildet werden. Ein Ansatz auf Basis der kritischen Energiefreisetzungsrate für die Bestimmung der kritischen Rissinitiierungslast ermöglicht die Beachtung der Abhängigkeit von der Lagendicke. Das Spannungsniveau bei der Rissinitiierung in einem Laminat mit einfacher Lagenschichtung ist nach Gl. (4-1) um Faktor $\sqrt{2}$ größer im Vergleich zu einem Laminat mit zweifacher Lagendicke. Die Experimente im Rahmen der hier durchgeführten Studie bestätigen dies im Fall von Kreuzverbundlaminaten. Damit könnten basierend auf einer gemessenen Rissinitiierungsdehnung, diese für eine andere Lagendicke abgeschätzt werden. Ein Ansatz basierend auf der linear elastischen Bruchmechanik ist allerdings auf linear elastisches Materialverhalten limitiert. Er gilt nur für geringe Dehnungen und annähernd reine Zugspannungen in der geschädigten Lage. Gerade bei reinem Schub zeigte sich, dass

ein solches Modell nicht anwendbar ist, da die Rissinitiierung bereits bei großen plastischen Dehnungen geschieht. Weiterhin bietet sich ein Ansatz auf Basis der kritischen Energiefreisetzungsrates nur an, wenn bereits für eine Lagendicke die Rissinitiierungslast ermittelt werden konnte, da diese nur bei gleichen Fertigungsrandbedingungen auf eine andere Lagendicke übertragbar ist. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein empirischer Ansatz zur Abschätzung der Laminatschädigungsinitiierung genutzt. Dazu wird im Schädigungsmodell ein Ansatz nach dem Kriterium von Puck [151, 152] gewählt, um eine Zwischenfaserbruchinitiierung bei kombinierter transversaler Normalspannung und longitudinaler Schubspannung zu ermitteln. Diese wird vorhergesagt, sobald die Gleichung zur Berechnung der Anstrengung den Wert 1 überschreitet. Sie ist abhängig davon, ob ein Zug- oder Druckzustand in der Matrix vorherrscht:

$$\begin{aligned} \sigma_{2k} \geq 0: f_{e_k}^t &= \sqrt{\left[\left(\frac{1}{Y_t^*} - \frac{p_{12}^t}{S_l^*}\right) \sigma_{2k}\right]^2 + \left(\frac{\sigma_{12k}}{S_l^*}\right)^2} + \frac{p_{12}^t}{S_l^*} \sigma_{2k} \\ \sigma_{2k} < 0: f_{e_k}^c &= \sqrt{\left(\frac{p_{12}^c}{S_l^*} \sigma_{2k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12k}}{S_l^*}\right)^2} + \frac{p_{12}^c}{S_l^*} \sigma_{2k} \end{aligned} \quad (4-16)$$

wobei Y_t^* die Rissinitiierungsspannung unter uniaxialer Zugbelastung und S_l^* die Rissinitiierungsspannung unter uniaxialer Schubbelastung ist. Die Parameter p_{12}^t und p_{12}^c beschreiben die Neigung der Schädigungsinitiierungskurve und wurden entsprechend den Empfehlungen von Puck definiert [152]. Die Rissinitiierungsspannungen werden an repräsentativen Laminataufbauten gemessen und enthalten somit den Einfluss der Lagendicke und der Fertigungsrandbedingungen. Die Werte für die Rissinitiierungsspannungen können aus der experimentellen Auswertung der Rissdichten in Abb. 2-8 ermittelt werden. Dort zeigte sich an einem Kreuzverbundlaminat mit Rissen in den 90° Lagen und dementsprechend reiner transversaler Zugbelastung, dass eine starke Abhängigkeit der Initiierungsspannung von der Lagendicke besteht. Im Gegensatz dazu ist der Dehnungszustand bei Rissbeginn in den $\pm 45^\circ$ Laminaten, mit nahezu reiner Schubbelastung, unabhängig von einfacher oder zweifacher Lagenclusterung. Das bedeutet, dass für einfache und zweifache Lagendicke unterschiedliche Rissinitiierungszugspannungen Y_t^* gewählt werden müssen, für S_l^* hingegen der gleiche Wert angenommen werden kann. Gleichzeitig wurde an den Versuchsergebnissen ermittelt, dass für die Rissinitiierungsschubspannung die Schubfestigkeit des Materials angenommen werden kann. Ebenso kann die Rissinitiierungszugspannung bei doppelter Lagendicke mit der Zugfestigkeit, welche an unidirektionalen Laminaten ermittelt wurde, bestimmt werden. Einzig bei einfacher Lagendicke und Zugbelastung in den Einzellagen muss eine an den Kreuzverbunden gemessene Grenzspannung definiert werden. Die Rissinitiierungsenveloppen bei einfacher und doppelter Lagenclusterung für das betrachtete Material IM7-8552 zeigt Abb. 4-4. Da bei kombiniertem Druck/Schub die Initiierung entsprechend dem UD-Verhalten angenommen wird, wurden Ergebnisse von unidirektionalen Druckversuchen (OAC - Off-Axis-Compression) aus [75] mit dem Material IM7-8552 genutzt,

um den Kurvenverlauf zu kalibrieren. Obwohl für das untersuchte Material einige Rissinitiationsspannungen mit den Materialfestigkeiten übereinstimmen, kann dies nicht allgemeingültig auf andere Materialien übertragen werden. Daher ist es zweckmäßig, für eine Materialcharakterisierung jeweils $0^\circ/90^\circ$ Kreuzverbundlaminare und $\pm 45^\circ$ Winkellaminare jeder eingesetzter Lagendicke zu untersuchen. Damit können allerdings nicht nur die Rissinitiationsspannungen beobachtet werden, sondern gleichzeitig auch die Rate der Rissanhäufung. Darüber hinaus sollten in strukturellen Anwendungen keine Lagen gleicher Orientierung gehäuft übereinander geschichtet werden. Dies würde zum einen die mögliche Belastung bis zur Bildung erster Zwischenfaserbrüche reduzieren und zum anderen Delaminationen an den Rändern befördern. Eine Auswertung einfacher und doppelter Lagenclusterung sollte daher für die meisten Anwendungsfälle ausreichen.

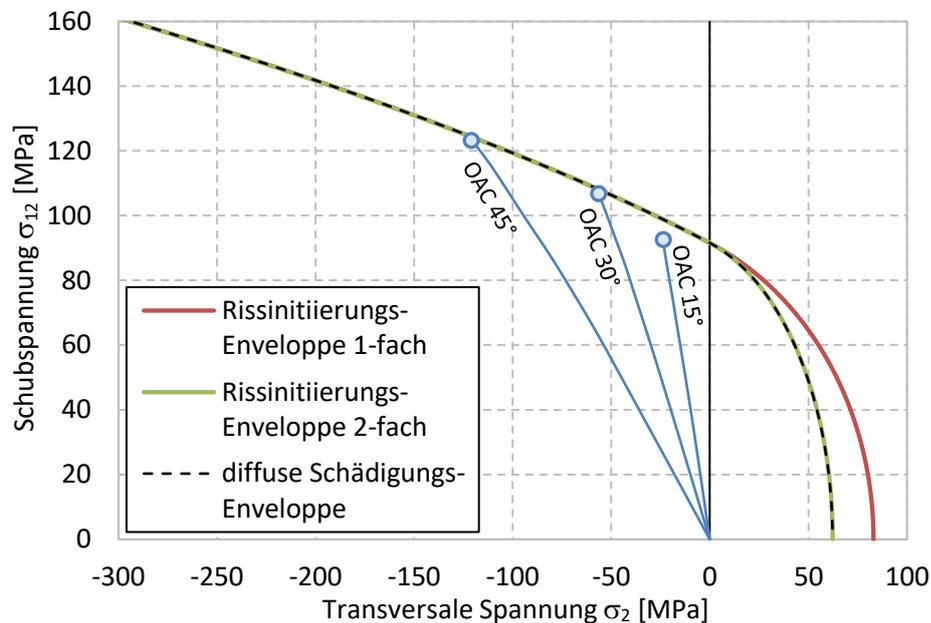


Abb. 4-4: Schädigungsentwicklungsenveloppen für das Material IM7-8552.

4.2.2 Zwischenfaserbruchanhäufung

Auf die Abhängigkeit der Zwischenfaserbruchanhäufung von mikromechanischen Bedingungen deuten zahlreiche experimentelle Studien hin, die zeigen, dass die Bildung jedes neuen Risses einen Anstieg der aufgetragenen Dehnung erfordert. Auch die Rissanhäufung wird beeinflusst von der Verteilung lokaler Defekte und unterliegt damit einer stochastischen Natur, welche zu einem erheblichen Teil durch die Fertigung induziert wurde. In dem hier vorgestellten Konstitutivmodell wird zur Bestimmung der Zwischenfaserbruchanhäufung ein empirischer Ansatz auf Basis der Einzellagendehnung genutzt. Die Materialparameter werden dazu an einem Kreuzverbund und einem $\pm 45^\circ$ Winkellaminat bestimmt. Dieses Vorgehen ermöglicht bei konstanten Fertigungsbedingungen die Einsparung einer komplizierten Kalibrierung von stochastischen Faktoren

und damit die Unabhängigkeit von Einflüssen des Herstellverfahrens. Des Weiteren kann die Übertragbarkeit des Ansatzes auf Laminats mit kombinierten Spannungszuständen in einzelnen Lagen untersucht werden. Die Gründe, warum ein dehnungsbasierter und kein spannungsbasierter Ansatz genutzt wird, zeigt Abb. 4-5. Infolge der großen plastischen Verformungen, die besonders ein $\pm 45^\circ$ Laminat wegen der hohen Schublasten in den Lagen aufweist, weicht das Laminatverhalten im Spannungsraum stark von dem Verhalten im Dehnungsraum ab. Vergleicht man den Spannungsverlauf mit der Rissinitiationsenveloppe wird deutlich, dass die Anstrengung und das Spannungskrement nach dem Durchdringen der Enveloppe bereits kurz nach Zwischenfaserbruchinitiation abnehmen würde. Es würde keine zusätzliche Schädigung vorhergesagt werden, was den experimentellen Ergebnissen an den $\pm 45^\circ$ Laminaten widerspricht. Im Gegensatz dazu nimmt das Dehnungskrement auf Grund zunehmender plastischer Verformung zu und eignet sich daher wesentlich besser als Treiber für die Zwischenfaserbruchanhäufung. Zusätzlich zeigen experimentelle Untersuchungen, dass ein Risswachstum auch bei zunehmender Dehnung trotz konstanter Spannung stattfindet.

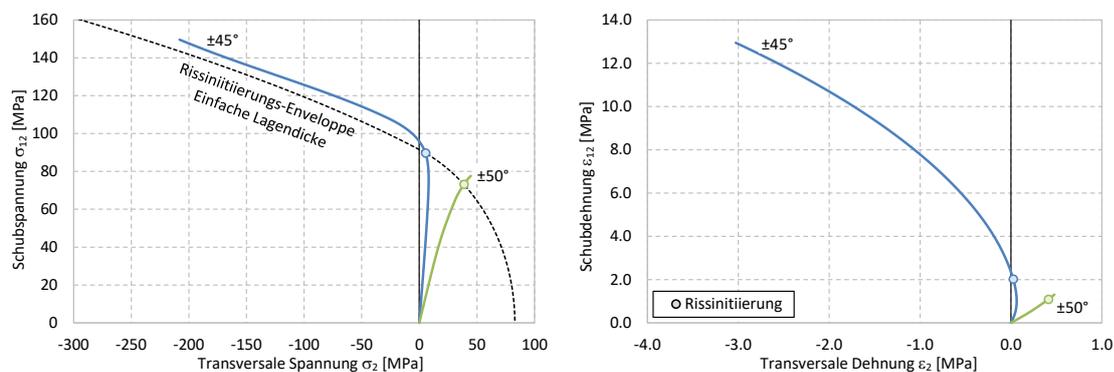


Abb. 4-5: Verhalten eines $[(+45/-45)_4]_s$ und eines $[(+50/-50)_4]_s$ Laminats im Spannungs- bzw. Dehnungsraum.

Die Berechnung der Anstrengung und des kritischen Spannungskrements nach Durchdringen der Rissinitiationskurve erfolgt entsprechend der Gl. (4-16). Das kritische Zug- und Schubdehnungskrement, welches eine Rissentwicklung induziert, berechnet sich nach dem Vorgehen, welches in Abb. 4-6 gezeigt wird. Die Bezeichnung kritisches Dehnungskrement bezieht sich dabei auf die Dehnung, welche die Probe aufgebaut hat, nachdem sie die Versagensenveloppe durchdrungen hat. Für eine uniaxiale transversale Zugbelastung kann man sich den Ablauf für die Bestimmung des Dehnungskrements leicht veranschaulichen. Wenn ein Zugspannungszustand erreicht wird, der größer ist als die Zugfestigkeit ($\sigma_{2k} > Y_t^*$), wird die Anstrengung größer als 1 ($f_e^t = \sigma_{2k}/Y_t^*$). Das versagensinduzierende Dehnungskrement wird dann dadurch bestimmt, dass von der aktuellen Gesamtdehnung (elastischer und plastischer Dehnungsanteil) die Gesamtdehnung abgezogen wird, welche die Probe bis zum Durchdringen der Versagensenveloppe aufgebaut hat:

$$\Delta \varepsilon_{2k} = \varepsilon_{2k}(\sigma_{2k}) - \varepsilon_{2k}(\sigma_{2k} / f_{e_k}^t) = \varepsilon_{2k}(\sigma_{2k}) - \varepsilon_{2k}(Y_t^*). \quad (4-17)$$

Dieser Ansatz kann auf kombinierte Zug-/Schubspannungszustände übertragen werden, indem das Verfahren wie in Abb. 4-6 dargestellt, erweitert wird. Das Spannungsinkrement wird dabei ebenfalls aus der Differenz des aktuellen Spannungsvektors und dem Spannungsvektor berechnet, an dem bei linearer Betrachtung die Versagensenveloppe gekreuzt wird. Die Berechnung des Dehnungsinkrements $\Delta \varepsilon_{2k}$ erfolgt dann aus dem Spannungsinkrement $\Delta \sigma_{2k}$.

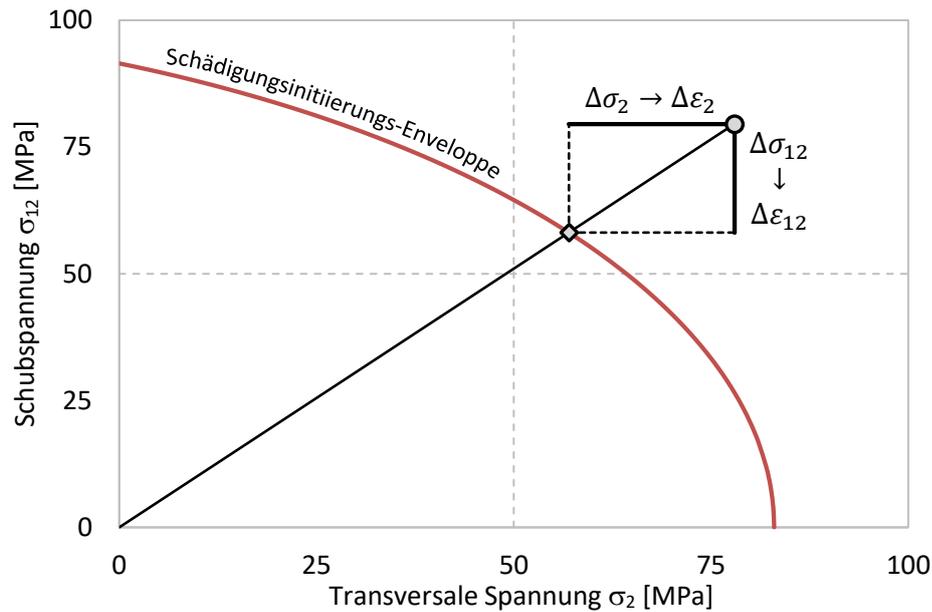


Abb. 4-6: Ansatz zur Bestimmung des schädigungsinduzierenden Dehnungsinkrements.

Es wird angenommen dass bei transversaler Druckspannung in einer Einzellage ein Risswachstum ausschließlich durch ein zunehmendes Schubdehnungsinkrement verursacht wird. Solange das Verhältnis aus Rissabstand und Lagendicke konstant bleibt, ist die Steifigkeitsreduktion in einer Lage mit Zwischenfaserbrüchen gleich. Daher wird die nützliche Definition des normierten Rissabstands (NRA) eingeführt, welcher sich aus dem Rissabstand geteilt durch die Lagendicke (s/t_k) bestimmt. Das entwickelte Schädigungsmodell berechnet den normierten Rissabstand anhand der kritischen Dehnungsinkremente in Abhängigkeit davon, ob eine transversale Zug- oder Druckspannung wirkt. Der NRA bei kombiniertem Dehnungszustand wird folgendermaßen bestimmt:

$$\sigma_{2k} \geq 0: NRA_k = \frac{1}{\sqrt{(f_{22}^{cr} \Delta \varepsilon_{2k})^2 + (f_{12}^{cr} \Delta \varepsilon_{12k})^2} t_k} \quad (4-18)$$

$$\sigma_{2k} < 0: NRA_k = \frac{1}{f_{12}^{cr} \Delta \varepsilon_{12k} t_k}$$

wobei die Parameter f_{22}^{cr} und f_{12}^{cr} die Rate der Rissanhäufung bestimmen. Die Kalibrierung der Parameter erfolgt über die Messung des Rissdichtenverlaufs eines Kreuzverbundlaminats und eines $\pm 45^\circ$ Winkellaminats. Die Bestimmung in Abhängigkeit der Lagedicke ist unerlässlich. Damit kann der Rissfortschritt in Einzellagen mit kombinierten Normal- und Schubspannungen bestimmt werden. Durch den vorgestellten Ansatz zur Bestimmung der Zwischenfaserbruchanhäufung ist es innerhalb des Schädigungsmodells möglich, die Rissdichte zu bestimmen. Nachfolgend wird die Auswirkung der Zwischenfaserbrüche auf die Komponenten der Steifigkeitsmatrix der Einzellagen bestimmt. Dazu wird ein diskreter Ansatz auf Basis von RVEs verwendet, der die Schädigungsvariablen in Abhängigkeit der Eingangsgrößen (Laminataufbau und Dehnungszustand) bestimmt. Der ermittelte NRA dient somit als Eingangsgröße für die Berechnung der Steifigkeitsreduktion. Das Vorgehen zur Berechnung der Zwischenfaserbruchauswirkung auf die Steifigkeit unter Berücksichtigung von nichtlinearem Materialverhalten ist in Kapitel 5 detailliert beschrieben.

4.3 Diffuse Mikroschädigung

Diffuse Schädigungsphänomene treten auf mikroskopischer Ebene auf und sind daher, anders als ein Riss durch die Dicke einer Faserverbundlage, nur schwer zu detektieren. Diffuse mikroskopische Schädigungsphänomene sind beispielsweise eine Faser-Matrix-Ablösung oder Mikrorisse. Diese wirken sich bereits auf die Steifigkeit aus, da über diese Defektstellen keine Last mehr übertragen werden kann. Zusätzlich sind sie oftmals der Ausgangspunkt der Entstehung von makroskopischen Schädigungsphänomenen. Eine Ablösung des Matrixmaterials von den Fasern zu Beginn der Schädigungsentwicklung zeigt Abb. 4-7. Das Schlibbild macht deutlich, dass die diffuse Schädigung nur sehr schwer quantifizierbar ist. Damit ist ein Ansatz, der die physikalische Ausprägung beschreibt, nicht geeignet. Zur Bestimmung der Auswirkung der mikroskopischen Schädigung wird daher ein verschmierter Ansatz genutzt, der die Steifigkeitsreduktion direkt abschätzt. Es wird angenommen, dass sich die diffuse Schädigung durch eine transversale Normal- oder eine longitudinale Schubspannung innerhalb des Matrixmaterials ausbildet. Eine Kombination beider Spannungskomponenten führt damit ebenfalls zu einer Mikroschädigung. Die Entwicklung und die Auswirkung der diffusen Schädigung unter transversaler Belastung sind materialinhärent. Damit können die Schädigungsvariablen zur Beschreibung der Steifigkeitsreduktion unabhängig vom Laminataufbau berechnet werden. Es wird weiterhin angenommen, dass für deren Entstehung und Wachstum die Zwangsbedingungen durch die Nachbarlagen keine Rolle spielen. Auf Basis von $\pm 45^\circ$ Winkellaminaten wurde ermittelt, dass unter reiner Schubbelastung keine Auswirkung in Form einer Schubsteifigkeitsminderung auftritt. Grund hierfür könnte die Plastifizierung der lokalen Mikroschädigungsphänomene sein. Durch eine starke lokale plastische Verformung um die Mikroschädigung, wird das plastische Fließen der umliegenden Bereiche verringert, wodurch sich in Summe keine erkennbare Steifigkeitsreduktion ergibt. Der Ansatz zur Beschreibung der Mikroschädigungsentwicklung ist daher so definiert,

dass nur die lokalen transversalen Dehnungen einen Einfluss auf die Evolution der Mikroschädigung haben. Dementsprechend ergibt sich keine Auswirkung auf eine Minderung der Schubsteifigkeit.

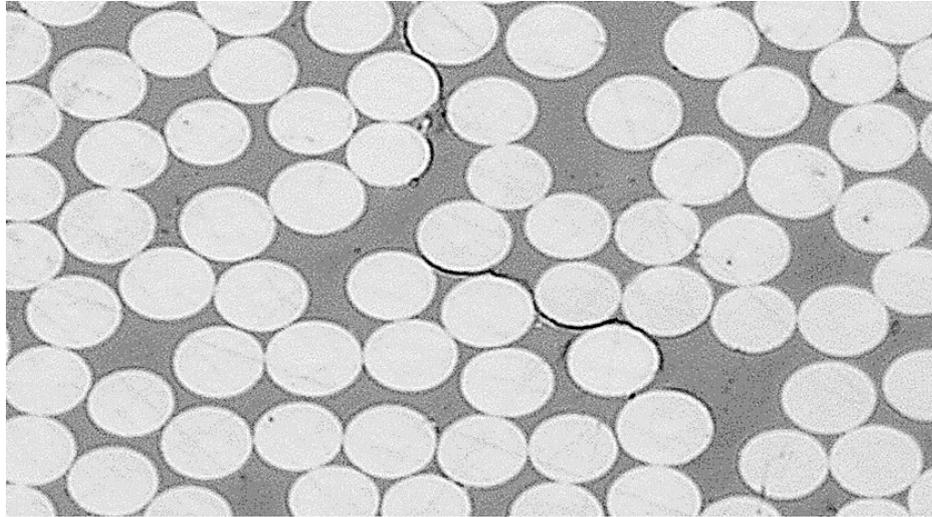


Abb. 4-7: Diffuse mikroskopische Schädigung in einer Faserverbundlage.

Das Modell zur Vorhersage des Steifigkeitseinflusses der diffusen Schädigung basiert auf einem spannungsbasierten Ansatz zur Bestimmung des Schädigungsbeginns und einem dehnungsbasierten Ansatz für die Schädigungsausbreitung. Abb. 4-4 zeigt ebenfalls die Versagensenveloppe für die diffuse Schädigungsinitiierung unter kombinierter Normal- und Schubspannung. Da die experimentellen Ergebnisse andeuten, dass die diffuse Schädigung materialinhärent ist, wird die Initiierungsspannung entsprechend der gemessenen uniaxialen Festigkeiten von UD Proben definiert. Zur Abschätzung des Schädigungsbeginns bei kombinierten Spannungszuständen wird erneut das Puck Kriterium gewählt. Die Funktion für die Beschreibung der Versagensenveloppe berechnet sich abhängig davon, ob ein Zug- oder Druckzustand im Matrixmaterial auftritt. Die Anstrengungsfunktion ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \sigma_{2k} \geq 0: f_{e_k}^t &= \sqrt{\left[\left(\frac{1}{Y_t} - \frac{p_{12}^t}{S_l}\right) \sigma_{2k}\right]^2 + \left(\frac{\sigma_{12k}}{S_l}\right)^2} + \frac{p_{12}^t}{S_l} \sigma_{2k} \\ \sigma_{2k} < 0: f_{e_k}^c &= \sqrt{\left(\frac{p_{12}^c}{S_l} \sigma_{2k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12k}}{S_l}\right)^2} + \frac{p_{12}^c}{S_l} \sigma_{2k}, \end{aligned} \quad (4-19)$$

wobei Y_t die Zugfestigkeit eines transversal belasteten unidirektionalen Laminats und S_l der Schubfestigkeit des Materials ist. Anders als bei diskreten Zwischenfaserbrüchen ist die Grenzlast für die Initiierung ein materialinhärenter Kennwert. Die Schädigungsinitiierungskurve wird dazu genutzt, um abzuschätzen, ob unter den gegebenen Spannungen in einer Einzellage eine diffuse Schädigung entsteht oder nicht. Der Beginn der mikroskopischen Schädigung wird dabei detektiert, sobald ein Spannungszustand außerhalb

der Enveloppe erreicht wird und dementsprechend die Anstrengung $f_{e_k}^t$ oder $f_{e_k}^c$ einen Wert größer als 1 annimmt.

Die Entwicklung der diffusen Schädigung wird verschmiert bestimmt, indem die Steifigkeitsreduktion in Abhängigkeit von der Belastung in den Einzellagen berechnet wird. Das gewählte Modell basiert nicht direkt auf dem berechneten Anstrengungswert, sondern degradiert dehnungsbasiert die Steifigkeiten. Ein Ansatz basierend auf der Anstrengung beziehungsweise auf den Lagenspannungen ergab keine zufriedenstellenden Ergebnisse. Dies ist besonders dem Umstand geschuldet, dass auch Lamine experimentell ausgewertet wurden, die sich infolge einer starken Plastifizierung noch signifikant verformen, wobei allerdings kaum zusätzliche Spannungen erreicht werden. Daher wurde in diesem Modell ebenfalls ein semi-empirischer Ansatz auf Basis der Dehnung genutzt. Da keine diffuse Schädigungsauswirkung unter Schub beobachtet wurde, wird lediglich eine Schädigungsvariable $d_{22_k}^{dif}$ bestimmt. Zur verschmierten Beschreibung der Steifigkeitsreduktion durch die diffuse Schädigung einer Einzellage wird diese durch einen einfachen funktionalen Zusammenhang auf Basis des kritischen Zugdehnungsinkrements und eines Faktors f_{22}^{dif} ermittelt:

$$d_{22_k}^{dif} = f_{22}^{dif} \Delta \varepsilon_{2k}. \quad (4-20)$$

Der Faktor f_{22}^{dif} ist ein Materialparameter, der anhand von Versuchsergebnissen aus einem Kreuzverbundlaminat kalibriert wird. Die Zunahme der Schädigungsvariable $d_{22_k}^{dif}$ ist irreversibel und es wird definiert, dass sie einen Maximalwert von 0.4 nicht überschreitet.

4.4 Delamination zwischen Einzellagen

Unter bestimmten Belastungszuständen und infolge großer Verformungen können Delaminationen zwischen einzelnen Lagen in einem Laminat auftreten. In den untersuchten Kreuzverbundlaminaten konnten keine Delaminationen beobachtet werden. Im Gegensatz dazu wurden in den $\pm 45^\circ$ Laminaten bei großen Dehnungen und vorwiegend ausgehend von den Risspitzen existierender makroskopischer Zwischenfaserbrüche Lagenablösungen festgestellt. Abb. 4-8 macht deutlich, dass die Ablösung der Trennschicht in einem Laminat mit zweifacher Lagenclusterung ausgeprägter ist. Die Ursache dafür liegt in der größeren Rissgleitungsweite und den damit verbundenen stärker ausgeprägten interlaminaren Spannungen an den Risspitzen. Die Delaminationen in der Trennschicht führen zu einer signifikanten Reduktion der Schubsteifigkeit der betroffenen Lagen.

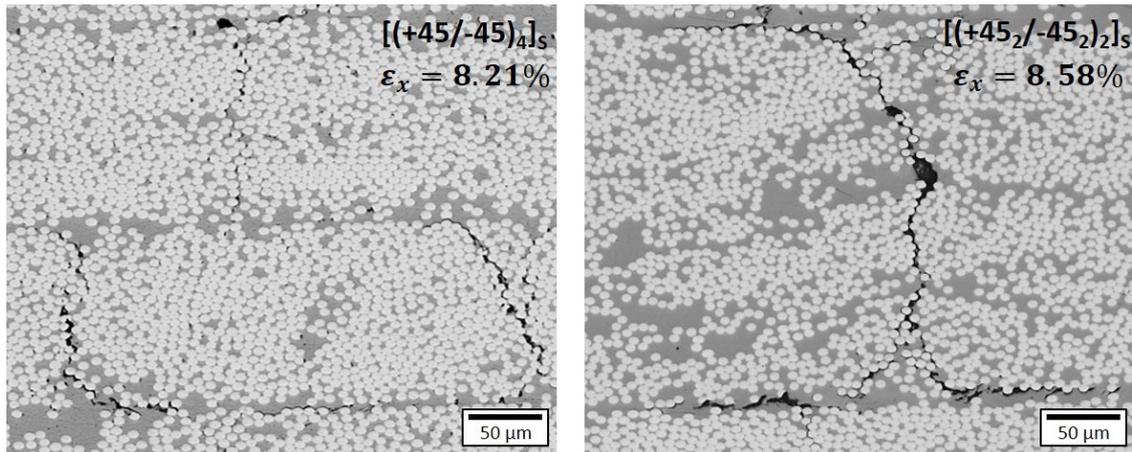


Abb. 4-8: Delaminationen in $\pm 45^\circ$ Laminaten mit einfacher und zweifacher Lagendicke.

Um den Einfluss der Delaminationen auf die Schubsteifigkeitsreduktion zu untersuchen, wurden RVEs mit diskret modellierter Ablöselänge ausgewertet. Die Ergebnisse der Schädigungsvariable d_{66} bei linear elastischem Materialverhalten und für verschiedene Delaminationslängen zeigt Abb. 4-9. Repräsentativ für die Rissdichte wurden die Ergebnisse für einen normierten Rissabstand von 4 bestimmt. Die Ergebnisse belegen, dass bereits eine kleine lokale Delaminationszone die Schubsteifigkeit einer Lage zusätzlich zur Auswirkung des Zwischenfaserbruchs entscheidend absenkt. Der Effekt resultiert aus einer größeren Beeinflussung des gestörten Spannungsfelds um den Riss. Durch das Verhindern der Lastübertragung zwischen den Lagen infolge der Trennung der Lagen erhöht sich die Steifigkeitsreduktion.

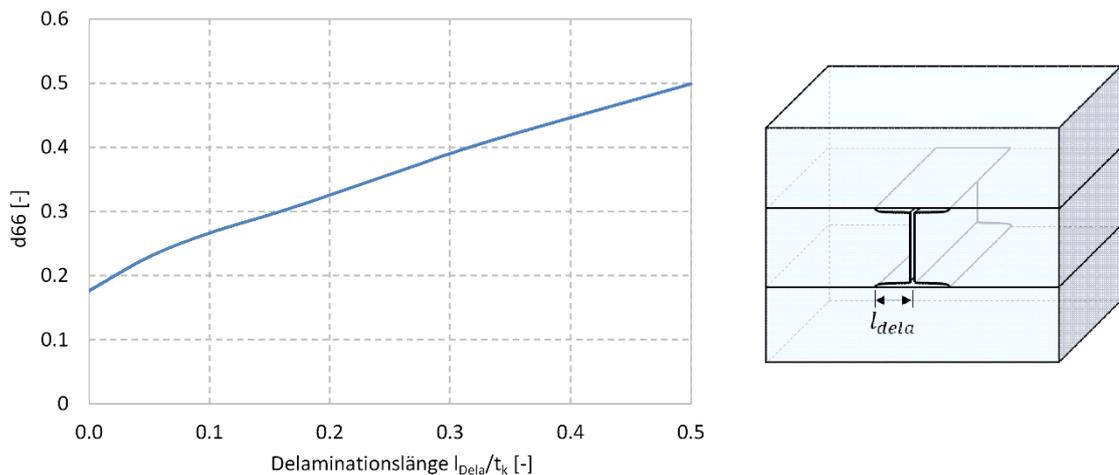


Abb. 4-9: Einfluss der Delaminationslänge auf die Schädigungsvariable d_{66} bei einem NRA=4.

Wie bei der diffusen Schädigung ist eine genaue Quantifizierung der Delaminationsflächen nicht möglich, da diese nur lokal und in Abhängigkeit von vorhandenen Rissen entstehen. Daher wird ein Ansatz gewählt, der die Schädigungsvariable und damit die

Auswirkung der Delamination direkt bestimmt. Die Schädigungsvariable wird in Abhängigkeit der Schubdehnung in der Lage berechnet. Die Delaminationsschädigung folgt durch die Gleichung

$$d_{66\ k}^{del} = \frac{f_{12}^{del} (\varepsilon_{12\ k} - \varepsilon_{12}^{del\ ini})}{NRA_k}, \quad (4-21)$$

wobei $\varepsilon_{12}^{del\ ini}$ die Schubdehnung ist, bei der eine Delamination initiiert wird. Der Parameter f_{12}^{del} beschreibt den Anstieg der Steifigkeitsreduktion infolge der Delamination mit zunehmender Schubdehnung. Beide Kennwerte können anhand eines $\pm 45^\circ$ Laminats kalibriert werden. Durch die Einbeziehung des normierten Rissabstands der betrachteten Einzellage wird die erhöhte Delaminationsneigung bei ansteigender Rissdichte und die Abhängigkeit von der Lagendicke berücksichtigt.

5 Auswirkung von Zwischenfaserbrüchen

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Schädigungsmodell auf Basis der diskreten Zwischenfaserbruchbetrachtung entwickelt. Damit ist es für die Übertragung der Ergebnisse auf das homogenisierte Kontinuumsmodell notwendig, nach der Bestimmung der Zwischenfaserbruchdichte (NRA) die entsprechende Auswirkung der Zwischenfaserbrüche in Form einer Steifigkeitsreduktion zu bestimmen. In der Literatur finden sich dafür analytische [43, 130, 153–155] oder numerische [6, 20, 34, 40, 41] Ansätze. Der entscheidende Faktor für die Verlässlichkeit eines Ansatzes ist die korrekte Abbildung des gestörten Spannungsfeldes um einen Riss. Dies beinhaltet dementsprechend auch die richtige Definition des Konstitutivverhaltens, um die lokalen Spannungen berechnen zu können. Der Vorteil einer diskreten Betrachtung der Zwischenfaserbruchauswirkung ist die detaillierte Berücksichtigung des Einflusses der benachbarten Lagen und der Lagendicke. Bisherige Konzepte zur Analyse der reduzierten Steifigkeiten können in verschiedene Gruppen untergliedert werden. Die grundsätzliche Idee hinter allen Konzepten ist die Bestimmung der Steifigkeitsdegradation als Funktion der Rissdichte in den Einzellagen. Alle bisherigen Modelle basieren dabei auf linear elastischen Materialannahmen zur Beschreibung des Konstitutivverhaltens der diskreten Zustände im Material um einen Riss. Die grundlegenden Ansätze zur Bestimmung der Steifigkeitsreduktion werden im Folgenden exemplarisch für ein [0/90/0] Kreuzverbundlaminat genauer beschrieben.

5.1 Literaturübersicht

Die einfachste Methode zur Beschreibung der Steifigkeitsreduktion ist das sogenannte „Ply Discount“ Konzept [156, 157]. Dieser einfache Ansatz basiert darauf, nach der Detektion eines Zwischenfaserbruchs, die transversale Steifigkeit dieser Lage auf einen Wert nahe Null zu setzen. Die Vernachlässigung der Reststeifigkeit einer gerissenen Lage führt zu einer konservativen Bewertung der verbleibenden Steifigkeit des gerissenen Laminats. Allerdings ist diese Methode sehr ungenau in der Bestimmung des Konstitutivverhaltens und damit wenig verlässlich für die Anwendung.

Eine einfache analytische Methode, um den Spannungsübergang von einer gerissenen 90° Lage auf die umliegenden 0° Lagen zu betrachten, bieten die Ansätze auf Basis der „Shear-Lag“ Methode [110]. Die Methode basiert auf der Annahme, dass die Lastübertragung zwischen den benachbarten Lagen in einer Schubschicht stattfindet. Wie in Abb. 5-1 gezeigt ist, wird gewöhnlich eine über die Dicke der gerissenen Lage konstante Normalspannung angenommen. Aus der Spannungsauswertung und der Annahme von li-

near elastischem Materialverhalten, kann die effektive Steifigkeit eines [0/90/0] Laminats bestimmt werden. Unter der Annahme, dass die Spannungen am Rand des repräsentativen Elements und damit an den Rissfronten verschwinden, ergibt sich nach [158]

$$\frac{1}{\hat{E}_x} = \frac{1}{E_x^0} \left(1 + \frac{t_{90} E_2 \tanh\left(\beta \frac{S}{2}\right)}{t_0 E_1 \beta \frac{S}{2}} \right), \quad (5-1)$$

wobei β der „Shear-Lag“-Parameter ist. Der Parameter ist abhängig von der Annahme der Schubübertragung in der Schubschicht. Eine gängige Annahme ist, dass die Schubdehnung in der 0° Lage Null ist und sich die Verformung in der 90° Lage linear über die Dicke ändert [17, 148]. In diesem Fall gilt

$$\beta^2 = G_{23} \left(1 + \frac{t_0 E_1 + \frac{t_{90}}{2} E_2}{t_0 E_1 E_2} \right), \quad (5-2)$$

Eine andere Annahme geht ebenfalls von keiner Schubdehnung in der 0° Lage und einer parabolischen Verformung in Dickenrichtung der 90° Lage aus [159, 160]:

$$\beta^2 = 3G_{23} \left(1 + \frac{t_0 E_1 + \frac{t_{90}}{2} E_2}{t_0 E_1 E_2} \right), \quad (5-3)$$

Die korrekte Definition des „Shear-Lag“-Parameters lässt sich nicht inhärent bestimmen, sondern muss anhand von Versuchsergebnissen kalibriert werden.

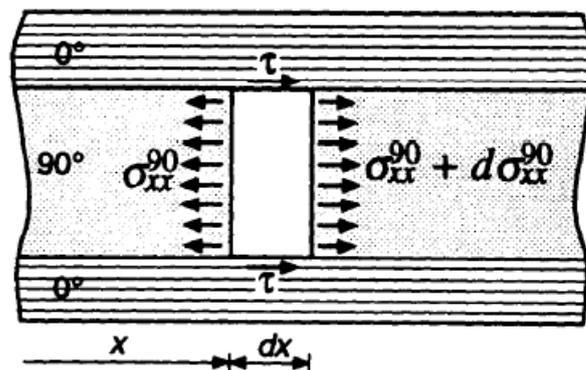


Abb. 5-1: Spannungen in einer 90° Lage mit Riss entsprechend der „Shear-Lag“ Theorie [110].

Ein weiteres Konzept zur Auswertung der Zwischenfaserbruchschädigung basiert auf der Variationsrechnung zur Bestimmung des Minimums der komplementären potentiellen Energie. Von Hashin [126, 161] wird ein Ansatz vorgestellt, um durch die Lösung des 2-dimensionalen Randwertproblems des repräsentativen Elements zwischen zwei

Rissen die Steifigkeitsreduktion eines Kreuzverbundlaminats zu berechnen. Eine Erweiterung des Ansatzes von Hashin für die Lösung des Problems und der Spannungsfeldauswertung an multidirektionalen Laminaten wird in [130] gezeigt. Allerdings liegen der Lösung der Steifigkeitsreduktion linear elastische Annahmen zu Grunde. Ähnlich dem Modell von Hashin nutzen McCartney u. a. [127, 128, 162] eine Formulierung unter der Annahme eines ebenen Dehnungszustandes. Zur besseren Abbildung des variierenden Spannungsfeldes über die Lagendicke, wird eine Faserverbundeinzellage in kleine Sub-Systeme über die Dicke geteilt. An diesen Schichten werden jeweils Gleichgewichtsbedingungen angesetzt, um das jeweilige Spannungsfeld zu bestimmen.

Ein weiterer Ansatz zur Berechnung der Steifigkeitsreduktion basiert auf der Anwendung der klassischen Laminattheorie und der Betrachtung der Rissausprägung in Form einer Rissöffnungsweite [12, 154, 163]. In Varna u. a. [164] ist ein Ansatz unter der Annahme von linear elastischem Materialverhalten für die Reduktion der Laminataxialsteifigkeit angegeben als:

$$\frac{1}{\hat{E}_x} = \frac{1}{E_x^0} \left(1 + 2 \frac{t_{90}}{st_{lam}} u_{2an}^{(90)} \frac{E_2}{E_x^0} \frac{(1 - \nu_{12}\nu_{xy}^0)^2}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})^2} \right), \quad (5-4)$$

wobei $u_{2an}^{(90)}$ die normierte Öffnungsweite der Risse in der 90° Lage ist und entsprechend Gl. (4-13) definiert wird. Um die Steifigkeitsreduktion zu berechnen, muss die Rissöffnungsweite für einen spezifischen Risszustand bestimmt werden. Dazu werden numerische [134, 137, 154, 165] oder experimentelle [3] Methoden vorgeschlagen. Der Vorteil liegt darin, dass die Rissöffnungsweite eine diskrete Größe der Rissmorphologie ist und daher durch Messungen direkt für die Kalibrierung eines Ansatzes genutzt werden kann.

In den letzten Jahren wurden verstärkt Konzepte auf Basis von numerischen Ansätzen entwickelt, wobei im Wesentlichen die FEM genutzt wird. Einige Ansätze basieren auf einer zweidimensionalen Betrachtung [4, 9, 166] unter der Annahme eines ebenen Spannungs- oder Dehnungszustands in dem Laminat. Andere modellieren dreidimensionale RVEs zur Abbildung des korrekten Spannungszustands in den Lagen [20, 34, 40, 110, 167]. Der Vorteil von numerischen Methoden ist die Genauigkeit des berechneten Spannungsfeldes. Darüber hinaus können Probleme mit mehreren Rissen unterschiedlicher Orientierung und unterschiedlicher Anzahl in den Einzellagen gelöst werden. Ein Nachteil gegenüber den oben beschriebenen analytischen Konzepten ist der größere Rechenaufwand und damit die Schwierigkeit, die Konzepte in eine strukturelle Auslegung zu integrieren.

Alle bisher veröffentlichten Ansätze, die Steifigkeitsreduktion analytisch oder numerisch zu lösen, basieren auf linear elastischen Annahmen. Die Definition von linear elastischem Materialverhalten in den RVEs reduziert die Komplexität der Lösung, ist jedoch besonders unter Schubbelastung nicht geeignet, um die Steifigkeitsreduktion korrekt zu berechnen. Somit sind die bisher beschriebenen Ansätze im Allgemeinen nur für die

Auslegung von Kreuzverbundlaminaten mit Rissen in 90° Lagen verlässlich. Für multidirektionale Lamine bzw. bei signifikanten Verformungen müssen nichtlineare Materialprozesse beachtet werden. Die Integration eines nichtlinearen Materialansatzes in die beschriebenen analytischen Methoden erschwert wesentlich die Lösungsmöglichkeit der mechanischen Gleichgewichtsbedingungen. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher ein numerischer Ansatz zur Lösung der Steifigkeitsreduktion genutzt. In den folgenden Abschnitten wird dieser genauer vorgestellt und gezeigt, wie die Ergebnisse effizient in das nichtlineare Konstitutivmodell eingebunden werden können.

5.2 RVE Studie zur Rissauswirkung bei kontinuierlicher Belastung

Das entwickelte Konstitutivmodell betrachtet die Zwischenfaserbruchentwicklung und die Zwischenfaserbruchauswirkung diskret in seiner vorhandenen Ausprägung. Die diskrete Rissbetrachtung ermöglicht eine genaue Bewertung der Rissauswirkung auf das umliegende Spannungsfeld und damit eine verlässliche Bestimmung der Steifigkeitsreduktion. Um die Ergebnisse der diskreten Steifigkeitsanalyse in das verschmierte nichtlineare Kontinuumsmodell zur Laminatanalyse integrieren zu können, müssen die Materialannahmen in beiden Modellen gleich sein. Ein kohärentes Konzept erfordert somit eine nichtlineare Materialannahme in den diskreten RVEs. Das Konzept zur Berechnung der geschädigten Laminatspannungen ist in Abb. 5-2 dargestellt. Zum einen wird ein nichtlineares Materialmodell im Rahmen des globalen Kontinuumsansatzes genutzt, um die plastischen Dehnungen in den Einzellagen zu berechnen. Zum anderen wird das Nichtlinearitätsmodell aber auch dafür genutzt, um in RVE Rechnungen die geschädigte Steifigkeitsmatrix zu bestimmen. Dieses Konzept unterscheidet sich von den bisher veröffentlichten diskreten Konzepten mit linear elastischen Annahmen. Um Lamine auslegen zu können in denen nichtlineare Materialprozesse wirken, ist ein Nichtlinearitätsmodell entscheidend. Insbesondere plastische Verformungen bewirken, dass die linear elastisch berechneten Schädigungsvariablen mit zunehmender Belastung von der Realität abweichen. Durch die nichtlinearen RVEs werden die belastungsbezogenen Schädigungsvariablen in Abhängigkeit des normierten Rissabstands und der jeweiligen Randbedingungen berechnet. Diese werden im Folgenden in das Kontinuumsmodell integriert, um die geschädigten Spannungen zu berechnen. Die Untersuchungen auf Basis der RVEs erfolgen für das Material IM7-8552. Es kann aber davon ausgegangen werden, dass die gewonnenen Erkenntnisse auf weitere Glas- bzw. Kohlenstofffaserverbundmaterialien mit duroplastischer oder thermoplastischer Matrix übertragbar sind.

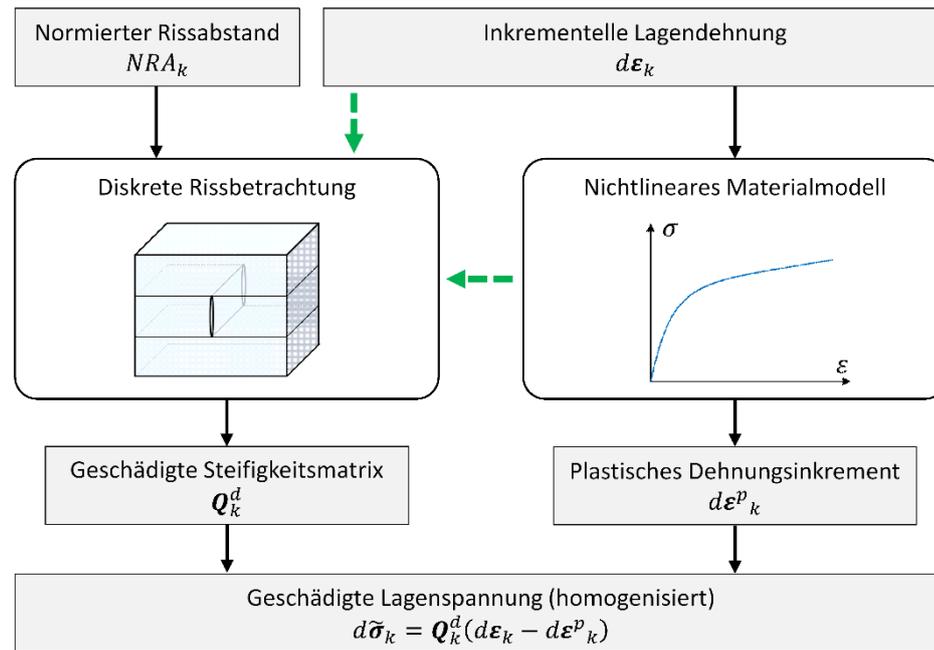


Abb. 5-2: Kohärentes Konzept zur homogenisierten Integration einer berechneten Rissauswirkung in einem RVE.

5.2.1 Definition der RVEs unter Berücksichtigung von nichtlinearem Materialverhalten

Um die Steifigkeitsreduktion zu berechnen werden analog zu Kapitel 2.6 numerische RVE Modelle ausgewertet. Da sie bisher nur für die Auswertung der initialen Belastung in einer zyklischen Versuchsdurchführung genutzt wurden, war eine linear elastische Materialannahme hinreichend genau. Im Folgenden sollen die RVE Ergebnisse genutzt werden, um eine Zwischenfaserbruchauswirkung unter kontinuierlicher Belastung zu ermitteln. Bei größeren Lasten steigt der Einfluss der nichtlinearen Materialprozesse auf das lokale Spannungsfeld um den Riss. Aus diesem Grund wird zusätzlich zur dreidimensionalen Modellierung der RVEs ein dreidimensionales Nichtlinearitätsmodell implementiert. Dieses wird als Abaqus Subroutine VUMAT für die Bestimmung des Konstitutivverhaltens in der expliziten Berechnung der RVEs genutzt. Der Aufbau der RVEs erfolgt entsprechend der Abb. 2-13 mit einem Riss in der mittleren Lage. Erneut werden nur die beiden angrenzenden Lagen modelliert, deren Orientierung entsprechend dem zu untersuchenden Laminat angepasst wird. Die Orientierung der Decklagen ist gleich, um einen symmetrischen Laminataufbau zu gewährleisten und eine Verschiebungs-Biege-Kopplung zu verhindern. Um den Einfluss der Lagendicke auf die Steifigkeitsreduktion zu untersuchen, werden RVEs mit verschiedenen normierten Rissabständen modelliert. Es wird angenommen, dass sich die Zwischenfaserbrüche über die gesamte Dicke der mittleren Lage erstrecken. Ebenso verläuft der Riss über die gesamte Breite und ist parallel zur yz -Ebene gerichtet. Es wird eine äquidistante Rissanhäufung modelliert,

womit der Rissabstand konstant s beträgt. An den Seitenflächen der RVEs werden periodische Randbedingungen definiert. Da Lamine meist sehr dünn sind, wird die Verschiebung in Dickenrichtung nicht eingeschränkt.

Die Schädigungsvariablen werden aus den aufgetragenen Dehnungen und den resultierenden Spannungen berechnet. Dazu werden die über das Volumen gemittelten makroskopischen Dehnungen und Spannungen im FE Modell ermittelt. Der Einfluss des Risses auf die Steifigkeit der Nachbarlagen wird in die Schädigungsvariablen der gerissenen Lage inkludiert. Damit wird sichergestellt, dass die Rissauswirkung im Kontinuumsmodell die gleiche ist. Anders als in dem dreidimensionalen diskreten RVE, wird dort nur eine einzelne Lage degradiert.

Die kontrollierenden Makro-Dehnungen werden durch aufgetragene Verschiebungsrandbedingungen auf die vier vertikalen Seitenflächen erzeugt. Eine Dehnung ε_y entspricht in der mittleren Lage einer Dehnung in Faserrichtung. Es kann angenommen werden, dass diese Dehnung im Laminat im Verhältnis zu den anderen Dehnungskomponenten sehr klein ist. Daher wird in der RVE Studie eine Verformung in y -Richtung verhindert. Die folgenden gemittelten makroskopischen Dehnungszustände werden in drei verschiedenen Lastfällen betrachtet:

- (a) uniaxiale Zugbelastung $(\varepsilon_x \ 0 \ 0)^T$,
- (b) uniaxiale Schubbelastung in der xy -Ebene $(0 \ 0 \ \varepsilon_{xy})^T$ und
- (c) kombinierte Zug- und Schubbelastung $(\varepsilon_x \ 0 \ \varepsilon_{xy})^T$.

Lastfall (c) ermöglicht die Betrachtung der Interaktion der Schädigungsvariablen d_{22} und d_{66} infolge gekoppelter hydrostatischer Effekte bei kombinierter Zug- und Schubbelastung. Die Auswirkung des diskreten Risses wird durch das Verhältnis der gemittelten makroskopischen Dehnungen und Spannungen eines ungeschädigten und eines geschädigten RVEs ermittelt. Entsprechend den Belastungsrandbedingungen sind die Dehnungen unabhängig vom Schädigungszustand gleich. Allerdings verursacht der Riss einen Unterschied in den resultierenden Spannungen $\Delta\sigma$. Entsprechend des Lastfalls, wird eine transversale Zug- oder longitudinale Schubspannungsdifferenz $\Delta\sigma_x$ und $\Delta\sigma_{xy}$ ausgewertet. Die Bestimmung der Schädigungsvariablen der RVEs erfolgt aus dem Vergleich der gemittelten RVE Spannungsdifferenz und dem ungeschädigten Materialverhalten. Damit wird erreicht, dass die Auswirkung der Spannungsdifferenz zwischen den RVEs auf die Degradation einer Einzellage in der Kontinuumsbetrachtung übertragen werden kann. Die Spannungen des ungeschädigten Kontinuums bei gleichen Dehnungen werden mit σ_x^{90} und σ_{xy}^{90} für die transversale Zug- und die longitudinale Schubspannung bezeichnet. Die Schädigungsvariablen werden entsprechend den einzelnen Lastfällen folgendermaßen berechnet:

- (a) $d_{22} = \Delta\sigma_x / \sigma_x^{90}$, $d_{66} = 0$,
- (b) $d_{22} = 0$, $d_{66} = \Delta\sigma_{xy} / \sigma_{xy}^{90}$,

$$(c) d_{22} = \Delta\sigma_x/\sigma_x^{90}, \quad d_{66} = \Delta\sigma_{xy}/\sigma_{xy}^{90}.$$

Die Schädigungsvariablen beschreiben die Steifigkeitsreduktion durch die Zwischenfaserbruchentwicklung und werden in das Kontinuumsschädigungsmodell integriert.

5.2.2 Erweiterung des Nichtlinearitätsmodells für dreidimensionale Spannungszustände

Die Genauigkeit der ermittelten Steifigkeitsreduktion auf Basis der RVEs hängt entscheidend von dem berechneten lokalen Spannungsfeld um den Riss ab. Um das Konstitutivverhalten korrekt abzubilden, wird der zweidimensional formulierte Nichtlinearitätsansatz aus den Abschnitten 3.1 bis 3.3 auf eine dreidimensionale Formulierung erweitert. Dabei werden die gleichen Grundannahmen hinsichtlich der Trennung der transversalen und longitudinalen Fließvorgänge und der hyperelastischen Sensitivität getroffen. Das Nichtlinearitätsmodell für die RVE Studie beinhaltet die nicht-hooke'sche Faserelastizität, die dreidimensionalen plastischen Dehnungen und die verformungsinduzierte Faserausrichtung infolge der lokalen longitudinalen Schubkomponenten in der 12- und der 13-Ebene. Im Folgenden werden die Erweiterungen im Verhältnis zur zweidimensionalen Formulierung beschrieben. Die Berechnung der longitudinalen nichtlinearen Elastizität erfolgt analog zu dem Vorgehen in Kapitel 3.2 durch den definierten dehnungsbasierten empirischen Ansatz. Da die Fasernichtlinearität sich nur in Faserrichtung auswirkt, ändert sich der Ansatz für die dreidimensionale Formulierung nicht.

Faserrotation

Das Materialkoordinatensystem (1', 2', 3') in Abaqus vernachlässigt die sich verändernde Orthotropierichtung, die aufgrund einer Faserrotation entsteht. Für eine korrekte Definition des Konstitutivmodells müssen daher die lokalen Dehnungsinkremente des FE Systems rotiert werden. Anders als in der zweidimensionalen Definition des Laminat-Kontinuumsansatzes ist das initiale Materialkoordinatensystem bereits entsprechend der initialen Ausrichtung der Lagen im RVE definiert. Dadurch ergibt sich der Rotationswinkel θ in der dreidimensionalen Betrachtung ausschließlich aus den lokalen Schubdehnungen des Materialkoordinatensystems in Abaqus ε'_{12} und ε'_{13} zu

$$\theta = \arctan\sqrt{(\varepsilon'_{12})^2 + (\varepsilon'_{13})^2}. \quad (5-5)$$

Die Orientierung der Rotationsachse wird definiert durch den Vektor

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon'_{13}/\sqrt{(\varepsilon'_{12})^2 + (\varepsilon'_{13})^2} \\ \varepsilon'_{12}/\sqrt{(\varepsilon'_{12})^2 + (\varepsilon'_{13})^2} \end{pmatrix}. \quad (5-6)$$

Die dreidimensionale Transformationsmatrix ergibt sich dann mit dem Rotationswinkel θ und dem Orientierungsvektor \mathbf{a} zu

$$\mathbf{T}_{\theta}^{3D}(\mathbf{a}, \theta) = \begin{bmatrix} T_{11}^{3D} & T_{12}^{3D} & T_{13}^{3D} & T_{14}^{3D} & T_{15}^{3D} & T_{16}^{3D} \\ T_{21}^{3D} & T_{22}^{3D} & T_{23}^{3D} & T_{24}^{3D} & T_{25}^{3D} & T_{26}^{3D} \\ T_{31}^{3D} & T_{32}^{3D} & T_{33}^{3D} & T_{34}^{3D} & T_{35}^{3D} & T_{36}^{3D} \\ T_{41}^{3D} & T_{42}^{3D} & T_{43}^{3D} & T_{44}^{3D} & T_{45}^{3D} & T_{46}^{3D} \\ T_{51}^{3D} & T_{52}^{3D} & T_{53}^{3D} & T_{54}^{3D} & T_{55}^{3D} & T_{56}^{3D} \\ T_{61}^{3D} & T_{62}^{3D} & T_{63}^{3D} & T_{64}^{3D} & T_{65}^{3D} & T_{66}^{3D} \end{bmatrix}. \quad (5-7)$$

Die einzelnen Komponenten der dreidimensionalen Rotationsmatrix sind in Anhang A.c angegeben. Wird der Fall $\varepsilon'_{13} = 0$ betrachtet, ergibt sich die Rotation um den Winkel $\theta = \arctan(\varepsilon'_{12})$ und die Rotationsachse mit dem Orientierungsvektor $\mathbf{a} = (0 \ 0 \ 1)^T$. Es folgt die bekannte dreidimensionale Transformationsmatrix

$$\mathbf{T}_{\theta}^{3D} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 0 & 2cs & 0 & 0 \\ s^2 & c^2 & 0 & -2cs & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -cs & cs & 0 & (s^2 + c^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & -s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s & c \end{bmatrix}, \quad (5-8)$$

wobei $s = \sin(\theta)$ und $c = \cos(\theta)$ gilt. In dem numerischen expliziten Lösungsverfahren wird das dreidimensionale Dehnungsinkrement im nicht rotierten Zustand in das reale Faser-Matrix-Koordinatensystem rotiert:

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{T}_{\theta}^{3D} d\boldsymbol{\varepsilon}'. \quad (5-9)$$

Im Anschluss an die Konstitutivberechnungen zur Bestimmung der lokalen Spannungen werden diese wieder in das Materialkoordinatensystem von Abaqus zurück rotiert:

$$d\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{T}_{-\theta}^{3D} d\boldsymbol{\sigma}. \quad (5-10)$$

Plastizitätsmodell

Das dreidimensionale Plastizitätsmodell soll das Verhalten von kohlenstofffaserverstärkten Harzen mit hohem Faservolumenanteil abbilden. Damit gilt wieder die Annahme, dass die Fließvorgänge unter longitudinaler und transversaler Belastung nicht interagieren. Unter longitudinaler Schubbelastung (σ_{12}, σ_{13}) gleiten Fasern und Matrix longitudinal, und unter transversaler Belastung ($\sigma_2, \sigma_3, \sigma_{23}$) orthogonal zu den Fasern. Das gesamte Dehnungsinkrement lässt sich definieren als Summe aus elastischem Dehnungsinkrement und plastischem Dehnungsinkrement:

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^e + d\boldsymbol{\varepsilon}^p, \quad (5-11)$$

wobei das plastische Dehnungsinkrement definiert ist als

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \left(d\varepsilon_{tr1}^p, d\varepsilon_{tr2}^p, d\varepsilon_{tr3}^p, d\varepsilon_{sl12}^p, d\varepsilon_{sl13}^p, d\varepsilon_{tr23}^p \right)^T. \quad (5-12)$$

Die Fließfunktion für die transversale Plastizität wird unter dreidimensionalen Spannungszuständen allgemein definiert als

$$f_{tr} = \sigma_{tr}^{ef} = \sigma_{tr}^{eq} + \alpha_{tr} \sigma_m, \quad (5-13)$$

wobei σ_{tr}^{eq} die transversale äquivalente Dehnung, α_{tr} der transversale hydrostatische Sensitivitätsparameter und σ_m die hydrostatische Spannung in dem Matrixmaterial sind. Unidirektionale Faserverbundlagen weisen ein transversal isotropes Materialverhalten orthogonal zur Faser (1-Richtung) auf. Während die plastische Verformung in longitudinale und transversale Richtung unabhängig voneinander ist, findet dadurch eine Interaktion der transversalen Spannungskomponenten bei dem transversalen Fließvorgang statt. Zur Beschreibung der Interaktion wird das Tresca Kriterium genutzt. Dieses gewährleistet, dass keine plastische Volumenänderung unter reinen hydrostatischen Belastungszuständen auftritt [168]. Die transversale äquivalente plastische Spannung ergibt sich mit dem Tresca Kriterium als

$$\sigma_{tr}^{eq} = \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\sigma_2\sigma_3 + 4\sigma_{23}^2}. \quad (5-14)$$

Die hydrostatische Spannung in der Matrix σ_m ergibt sich als Erweiterung von Gl. (3-10) zu

$$\sigma_m = \frac{1}{3} \left(\frac{E_m}{E_1} \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \right). \quad (5-15)$$

Es wird davon ausgegangen, dass der plastische Fluss keinen Einfluss auf die Volumenänderung des Materials hat. Daher wird das transversale plastische Potential, wie bei der Betrachtung des ebenen Spannungszustands, entsprechend der äquivalenten Spannung festgelegt:

$$g_{tr} = \sigma_{tr}^{eq}. \quad (5-16)$$

Die inkrementelle effektive plastische Dehnung $d\varepsilon_{tr}^{ef}$ wird definiert als

$$d\varepsilon_{tr}^{ef} = \frac{1}{2} \sqrt{d\boldsymbol{\varepsilon}_{tr}^p : d\boldsymbol{\varepsilon}_{tr}^p}. \quad (5-17)$$

Die Definition gewährleistet, dass bei uniaxialer Belastung die äquivalente Dehnung der entsprechenden plastischen Dehnung in dieser Richtung entspricht. Beispielsweise ergibt sich bei reiner transversaler Normalspannung in 2-Richtung ($d\sigma_2 \neq 0$, $d\sigma_3 = 0$, $d\sigma_{23} = 0$) der Dehnungszustand ($d\varepsilon_2 = -d\varepsilon_3$, $d\varepsilon_{23} = 0$) und damit $d\varepsilon_{tr}^{ef} = d\varepsilon_2^p$.

Um die Plastizität unter longitudinalen Schubspannungen zu beschreiben, wird die Fließfunktion definiert als

$$f_{sl} = \sigma_{sl}^{ef} = \sigma_{sl}^{eq} + \alpha_{sl} \sigma_m, \quad (5-18)$$

wobei für die äquivalente longitudinale Schubspannung eine quadratische Interaktion definiert ist:

$$\sigma_{sl}^{eq} = \sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}. \quad (5-19)$$

Die hydrostatischen Sensitivitätsparameter α_{tr} und α_{sl} bestimmen den Einfluss der hydrostatischen Spannungen auf das Fließverhalten. Wie die Parameter hergeleitet werden können und deren Kalibrierung für das Material IM7-8552 auf Basis von Ergebnissen für Scotchply SP-319, wurde bereits in Kapitel 3.3 gezeigt. Das plastische Potential bei longitudinaler Schubplastizität zur Definition des plastischen Flusses ist definiert als

$$g_{sl} = \sigma_{sl}^{eq}, \quad (5-20)$$

und die inkrementelle effektive plastische Dehnung entsprechend der zweidimensionalen Formulierung als

$$d\varepsilon_{sl}^{ef} = \sqrt{d\varepsilon_{sl}^p \cdot d\varepsilon_{sl}^p}.$$

Damit ergibt sich der Betrag des plastischen Flusses entsprechend der Skalare

$$d\lambda_{tr} = \frac{2 \frac{\partial f_{tr}}{\partial \sigma} \mathbf{Q}^0 d\varepsilon}{\frac{1}{2} \tilde{H}_{tr}^p \sqrt{\frac{\partial g_{tr}}{\partial \sigma} \cdot \frac{\partial g_{tr}}{\partial \sigma} + \frac{\partial f_{tr}}{\partial \sigma}^T \mathbf{Q}^0 \frac{\partial g_{tr}}{\partial \sigma}}}, \quad (5-21)$$

und

$$d\lambda_{sl} = \frac{\frac{1}{3} \alpha_{sl} \left(\frac{E_m}{E_1} d\sigma_1 + d\sigma_2 + d\sigma_3 \right) + \frac{Q_{66}^0}{\sigma_{sl}^{eq}} (\sigma_{12} d\varepsilon_{12} + \sigma_{13} d\varepsilon_{13})}{\tilde{H}_{sl}^p \sqrt{\frac{\partial g_{sl}}{\partial \sigma} \cdot \frac{\partial g_{sl}}{\partial \sigma} + \frac{\partial f_{sl}}{\partial \sigma}^T \mathbf{Q}^0 \frac{\partial g_{sl}}{\partial \sigma}}}. \quad (5-22)$$

Dabei ist \mathbf{Q}^0 die dreidimensionale ungeschädigte Steifigkeitsmatrix. Die Berechnung der plastischen Dehnungen bei transversalen oder longitudinalen Spannungen ergibt sich entsprechend der nicht-assozierten Fließregel zu

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \left(0, \frac{\partial g_{tr}}{\partial \sigma_2} d\lambda_{tr}, \frac{\partial g_{tr}}{\partial \sigma_3} d\lambda_{tr}, \frac{\partial g_{sl}}{\partial \sigma_{12}} d\lambda_{sl}, \frac{\partial g_{sl}}{\partial \sigma_{13}} d\lambda_{sl}, \frac{\partial g_{tr}}{\partial \sigma_{23}} d\lambda_{tr} \right)^T, \quad (5-23)$$

Die Masterkurven zur Bestimmung des Erweichungsverhaltens entsprechend des Zusammenhangs von effektiven Dehnungen und Spannungen unter transversalen und longitudinalen Spannungszuständen entsprechen den ermittelten Kurven im zweidimensionalen Fall. Diese wurden für das Material IM7-8552 in Abb. 3-7 und Abb. 3-8 gezeigt. Die übrigen Materialeigenschaften, welche für die RVE Studie zur Auswertung der Schädigungsvariablen genutzt wurden, sind in Tab. 5-1 definiert. Die mit (*) markierten Kennwerte wurden bereits in Tab. 2-1 definiert und für die RVE Auswertung der zyklischen Versuchsdurchführung genutzt. Die zusätzlichen Materialparameter und die Masterkurven sind notwendig, um die nichtlinearen Materialprozesse abzubilden.

Tab. 5-1: Materialeigenschaften von IM7-8552 für die Bestimmung der Rissauswirkung.

Longitudinale Steifigkeit*	E_1^0	161.0	[GPa]	
Longitudinaler nicht-hooke'scher Parameter	k_f	23	[-]	
Transversale Steifigkeit*	E_2^0	9.00	[GPa]	
In-plane Querkontraktionszahl*	ν_{12}^0	0.32	[-]	
In-plane Schubsteifigkeit*	G_{12}^0	5.18	[GPa]	
Transversale Schubsteifigkeit*	G_{23}^0	3.98	[GPa]	[46]
Steifigkeit Reinharz (8552)	E_m	4.08	[GPa]	[150]
Transversaler hydrostatischer Sensitivitätsparameter	α_{tr}	0.42	[-]	
Longitudinaler hydrostatischer Sensitivitätsparameter	α_{sl}	0.249	[-]	

5.3 Ergebnisse der RVE Studie mit nichtlinearem Materialverhalten

Je nach Belastungszustand und dem Verhältnis aus Schub- und Zugbelastung ergibt sich ein anderer Einfluss des nichtlinearen Materialverhaltens auf die Reduktion der Steifigkeit einer Einzellage. Dies liegt im Wesentlichen an dem unterschiedlichen plastischen Fließverhalten in Abhängigkeit der Lastrichtung. Anders als in bisherigen Studien, in denen linear elastisches Materialverhalten in den Lagen angenommen wurde, bewirkt die Nichtlinearität, dass sich der Zusammenhang zwischen einem Zwischenfaserbruch und dessen Steifigkeitsauswirkung mit zunehmender Last verändert. Die Schädigungsvariablen sind somit abhängig vom Belastungszustand und werden in den folgenden Abschnitten als Funktion der transversalen Zugdehnung und der longitudinalen Schubdehnung dargestellt. Im Folgenden werden einige RVE Ergebnisse gezeigt, die den Einfluss der nichtlinearen Materialprozesse und des veränderten Laminataufbaus exemplarisch zeigen. Die Makro-Dehnungen und Spannungen sind dazu im Materialkoordinatensystem der mittleren Lage angegeben, da sich die Schädigungsvariablen auf diese Lage beziehen. Die 1-Richtung gibt die Faserrichtung an, die 2-Richtung bezieht sich auf die Transversal- und die 3-Richtung auf die Dickenrichtung. Da die mittlere Lage konstant eine 90° Orientierung aufweist, entsprechen die 1-, 2-, 3-Richtungen den y-, x-, z-Richtungen in der Koordinatendefinition der RVEs. In den angrenzenden Lagen richtet sich das Verhältnis zwischen dem RVE Koordinatensystem und dem lokalen Lagenkoordinatensystem nach dem Orientierungswinkel φ .

5.3.1 Steifigkeitsreduktion bei uniaxialer transversaler Zugverformung

Die Rissauswirkung unter uniaxialem transversalem Zug wird exemplarisch an einem RVE mit Kreuzverbund bestehend aus einer mittleren gerissenen 90° Lage und Decklagen mit 0° Faserorientierung untersucht. Die Lastdefinition entspricht dem Lastfall a). Die Ergebnisse des RVEs sind für ein NRA von 4 ausgewertet, was bei dem verwendeten Material und einem Laminat mit einfacher Lagenschichtung einer Rissdichte von 2/mm entspricht. Eine uniaxiale Zugverformung führt zu einer Öffnung der Rissfronten, wie in Abb. 2-16 dargestellt. Diese Rissöffnung wird durch die Steifigkeitswirkung der Nachbarlagen behindert. Abb. 5-4 zeigt einen Vergleich des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs der mittleren 90° Lage, welcher sich durch die beschriebene Auswertemethodik auf Basis des Verhaltens des RVEs ergibt. Dargestellt ist ein Vergleich des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs einer ungeschädigten Lage und einer Lage mit Zwischenfaserbruch. In diesem Fall entspricht der Verlauf der ungeschädigten Lage dem nichtlinearen ungeschädigten transversalen Materialverhalten. Durch den Riss im RVE entsteht eine Störung des lokalen Spannungsfeldes und die Lastübertragung muss im Bereich des Risses durch die angrenzenden 0° Lagen übernommen werden. Der Verbund der 3 Lagen kann

damit nicht mehr die gleichen Axialspannungen aufnehmen, wie der ungeschädigte Verbund. Dadurch ist die transversale Zugspannung bei gleicher Zugdehnung geringer. Dementsprechend reduziert sich auch die Steifigkeit.

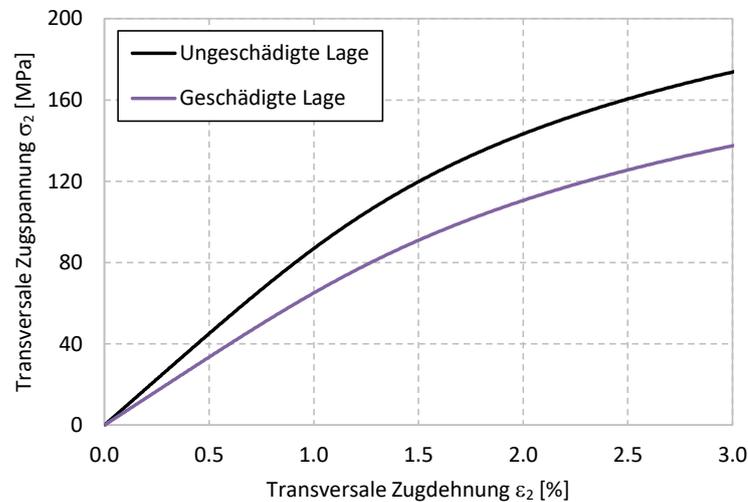


Abb. 5-3: Spannungs-Dehnungs-Verlauf bei uniaxialer transversaler Zugverformung einer ungeschädigten und geschädigten 90° Lage in einem [0/90/0] Laminat.

Die Reduktion der Steifigkeit zwischen dem ungeschädigten und geschädigten RVE entspricht der Schädigungsvariable d_{22} . Diese ist in Abb. 5-4 als Funktion der transversalen Dehnung abgebildet. Mit zunehmender transversaler Dehnung nimmt die Schädigungsvariable leicht ab. Dies wird verursacht durch das plastische Materialverhalten, das zu einem abnehmenden Einfluss des Risses auf das umliegende Spannungsfeld führt. Lokale σ_{23} Spannungen an den Rissfronten im Bereich der Risspitzen tragen zusätzlich zur Reduktion der Schädigungsvariable bei, da diese Spannungen plastisches Fließen verstärken.

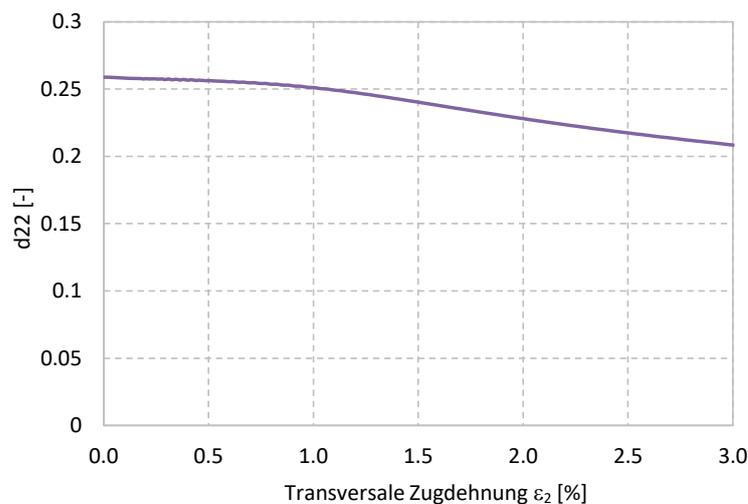


Abb. 5-4: Schädigungsvariable d_{22} bei uniaxialer Zugverformung eines [0/90/0] Laminats mit einem NRA=4.

Der nahezu konstante Verlauf der Schädigungsvariablen unter transversaler Belastung deutet darauf hin, dass die Beachtung nichtlinearen Materialverhaltens nur einen geringen Einfluss auf die Definition der Schädigungsauswirkung in einer Kontinuumsmodellierung hat. Linear elastische Materialannahmen für die RVE Rechnungen würden eine konstante Schädigungsvariable unabhängig von dem Dehnungsniveau vorhersagen, äquivalent zu dem Wert bei 0% transversaler Dehnung. Wie die Auswertung mit nichtlinearer Materialbeschreibung zeigt, reduziert sich die Schädigungsvariable bei 3% Dehnung um etwa 20%. Allerdings werden in strukturellen Anwendungen häufig Kreuzverbunde oder ein quasi-isotroper Verbund genutzt. Die Mehrzahl der eingesetzten Kohlefaserverbundwerkstoffe erreicht bei diesen Laminataufbauten eine Versagensdehnung von selten mehr als 1.5%. Auch wenn sich Risse in einzelnen Lagen bereits bei wesentlich geringeren Dehnungen entwickeln, ist für die Vorhersage des Konstitutivverhaltens dieser Lamine unter reiner transversaler Zugbelastung der Einfluss nichtlinearen Materialverhaltens auf die Rissauswirkung nahezu vernachlässigbar. Für den Fall des uniaxial belasteten Kreuzverbundes mit reinem transversalem Zug in Lagen mit Zwischenfaserbrüchen ist der Fehler der bisherigen in der Literatur vorgestellten linear elastischen Modelle zur diskreten Rissbewertung relativ gering.

Die Vorhersage der Rissauswirkung unter Schubbelastung war bisher nur selten Gegenstand von Untersuchungen. Dementsprechend wurde die Schubsteifigkeitsreduktion in vorhandenen Modellen häufig vernachlässigt. In dieser Arbeit wird die Steifigkeitsreduktion einer kohlefaserverstärkten Lage mit Riss in Abhängigkeit einer uniaxialen longitudinalen Schubdehnung an einem RVE mit $0^\circ/90^\circ/0^\circ$ Kreuzverbundaufbau untersucht. Dies geschieht mit Hilfe einer Verschiebungsaufbringung entsprechend dem Lastfall b). Ein Vergleich des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs einer ungeschädigten und einer geschädigten 90° Lage ist in Abb. 5-5 dargestellt. Die Ergebnisse zeigen, dass die erzielten Spannungen in dem geschädigten RVE niedriger sind, diese sich aber mit zunehmender Dehnung den ungeschädigten Spannungen annähern. Dies spiegelt sich in Abb. 5-6 im Verlauf der Schädigungsvariable d_{66} wider, die mit zunehmender Schubdehnung signifikant abnimmt. Unter longitudinaler Schubbelastung reduziert das nichtlineare Materialverhalten entscheidend die rissinduzierte Steifigkeitsreduktion bereits bei niedrigen Schubdehnungen. Mit zunehmender Verformung nimmt die Schubsteifigkeit des Materials sowohl in der ungeschädigten als auch der geschädigten Lage infolge plastischen Fließens ab. Allerdings zeigen die RVE Ergebnisse, dass die Schubsteifigkeitsreduktion im Fall eines Zwischenfaserbruchs in der 90° Lage geringer ausfällt und sich damit ein stark nichtlinearer Zusammenhang zwischen Schubdehnung und der Schädigungsvariable d_{66} ergibt. Ein konstanter Zusammenhang, den gewöhnlich genutzte linear elastische Annahmen vorhersagen würden, hätte eine falsche Steifigkeitsbewertung besonders bei größeren Verformungen zur Folge.

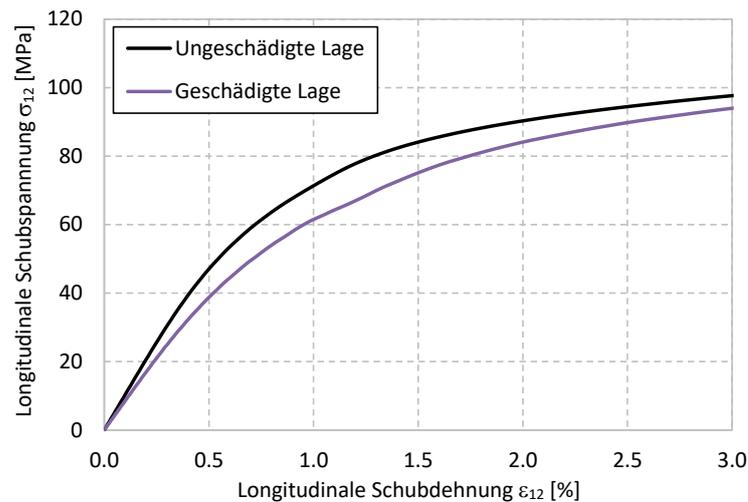


Abb. 5-5: Spannungs-Dehnungs-Verlauf bei uniaxialer longitudinaler Schubverformung einer ungeschädigten und geschädigten 90° Lage in einem $[0/90/0]$ Laminat.

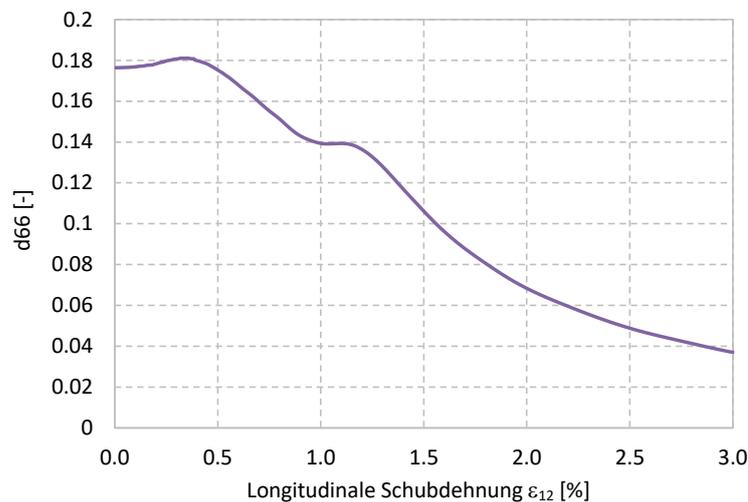


Abb. 5-6: Schädigungsvariable d_{66} bei uniaxialer Schubverformung eines $[0/90/0]$ Laminats mit einem $NRA=4$.

Um die Gründe für den erheblichen Abfall der Steifigkeitsvariable unter Schub zu ermitteln, wird im Rahmen der RVE Studie der lokale Spannungszustand um den Riss analysiert. Abb. 5-7 zeigt die normierte Schubspannungsverteilung in der 1-2-Ebene, und damit wie weit sich die Störung des Risses im Spannungsfeld zwischen den Rissen auswirkt. Für zwei unterschiedliche Dehnungsniveaus sind jeweils die Schubspannungen normiert über die Schubspannungen dargestellt, die außerhalb der Einflusszone des Risses wirken. Durch den Riss kann keine Last über die Rissfronten übertragen werden, wodurch die Spannungen direkt an der Rissfront Null sind. Die obere Abbildung zeigt die normierten Schubspannungen bei einer Schubdehnung von 0.04%, während die untere Abbildung die Schubspannungen bei 2.17% Dehnung zeigt. Die Dehnungsniveaus und die Schubsteifigkeit, welche das ungeschädigte Material um den Riss herum bei

diesen Dehnungsniveaus besitzt, ist auf der rechten Seite von Abb. 5-8 durch die kreisförmige blaue und rote Markierung dargestellt. Da die Last nicht über die Rissfronten übertragen werden kann, wird diese über die angrenzenden Lagen übertragen. Durch die hohe Schubsteifigkeit bei dem niedrigen Lastniveau, beeinflusst der Riss die Spannung auch noch weit entfernt von den Rissfronten. Bei höheren Dehnungen wird das Materialverhalten unter longitudinalem Schub stark nichtlinear und Spannungskonzentrationen am Riss induzieren lokal hohe plastische Verformungen. Daraus folgt, dass sich die Spannungen in der gerissenen Lage in kürzerer Distanz wieder auf die Far-Field Spannungen aufbauen. Als „Far-Field Spannung“ wird die ungestörte Spannung definiert, die außerhalb des Einflussbereichs eines Risses herrscht.

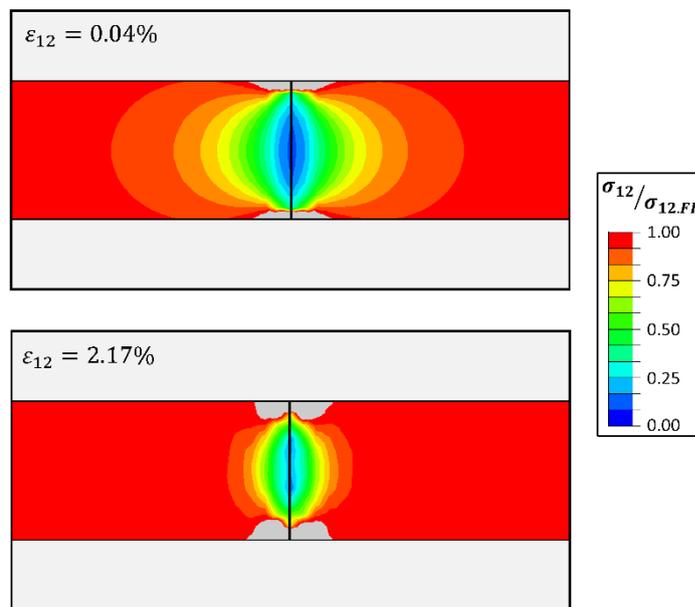


Abb. 5-7: Normierte Spannungsverteilung in der mittleren gerissenen Lage für zwei unterschiedliche Schubdehnungsniveaus ($\sigma_{12,FF}$ – Far-Field Schubspannung).

Den gleichen Effekt verdeutlicht noch einmal Abb. 5-8, in der die normierte Schubspannungsverteilung für beide betrachtete Dehnungsniveaus als Funktion der x-Position im RVE dargestellt ist. Wie sich deutlich zeigt, erweitert sich mit zunehmender Dehnung das Plateau zwischen benachbarten Rissen, in dem die Far-Field Spannungen wieder hergestellt sind. Dementsprechend ist die homogenisierte Steifigkeitsreduktion infolge des Risses bei höheren Lastniveaus geringer. Die Schädigungsvariable d_{66} in einer verschmierten Betrachtung des Zwischenfaserbruchs sinkt. Trotz gleicher Rissmorphologie verändert sich somit trotzdem die Schädigungsauswirkung in Abhängigkeit der Belastung. Dementsprechend muss auch die effektive Steifigkeitsmatrix \mathbf{Q}_k^d einer gerissenen Einzellage entsprechend des Lastniveaus bestimmt werden.

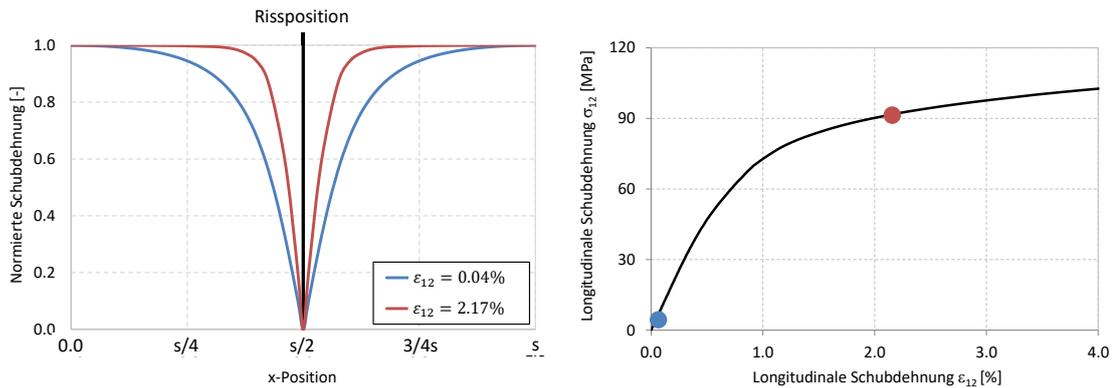


Abb. 5-8: Verteilung der normierten Schubspannung für zwei unterschiedlichen Schubdehnungsniveaus.

In Abb. 5-6 wird ebenfalls deutlich, dass das nichtlineare Verhältnis zwischen der Schädigungsvariable d_{66} und der Schubdehnung ε_{12} nicht monoton verläuft. Bei geringer Zunahme der Schubdehnung nimmt die Schädigungsvariable zunächst leicht zu. Dieser Effekt wird verursacht durch eine Spannungsüberhöhung an der Risspitze, die zu einer plastischen Verformung in den Nachbarlagen führt. Damit verbunden ist der Anstieg der Schädigungsvariable. Mit weiter zunehmender Dehnung dominiert die generelle Abnahme der Schädigungsvariable, aufgrund der plastischen Verformung um den Riss in der mittleren Lage. Ab einem Dehnungsniveau von 1.2% wird ein erneuter Anstieg in dem Kurvenverlauf deutlich. Dafür sind ebenfalls die lokal am Riss überhöhten Spannungen in den Nachbarlagen verantwortlich. Da der Gradient der effektiven Schubspannungs-Schubdehnungs-Kurve (Masterkurve) bei 1% Schubdehnung stark abfällt, verursacht die Spannungsüberhöhung, die sich nun durch die gesamte Dicke der Nachbarlagen erstreckt eine ausgeprägte plastische Verformungszone. Diese Plastifizierung findet im ungeschädigten RVE nicht statt, da das globale Dehnungsniveau noch geringer ist. In diesem Fall ist die Schubsteifigkeit in der Nachbarlage homogen und vom Betrag wesentlich höher. Da der Einfluss der Nachbarlage in die Bestimmung der Schädigungsvariable der gerissenen Lage eingeht, führt die Ausbildung der plastischen Zone in den Nachbarlagen zu einem Anstieg der Schädigungsvariable.

Den Unterschied zwischen linear elastischen und nichtlinearen Materialannahmen bei transversaler Zug- und longitudinaler Schubbelastung zeigt Abb. 5-9. Die Diagramme zeigen exemplarisch die RVE Ergebnisse bei einem NRA von 4. Bei linear elastischer Materialdefinition sind die ermittelten Schädigungsvariablen über die Dehnung konstant. Bei Beachtung der nichtlinearen Materialprozesse ergibt sich ein nichtlinearer Verlauf der Schädigungsvariablen über die Zug- bzw. Schubdehnung. Besonders unter Schubbelastung wird deutlich, dass die Definition nichtlinearen Materialverhaltens entscheidend ist, da bereits ab 0.5% Schubdehnung, die Steifigkeitsreduktion aufgrund des Risses signifikant abnimmt. Es wurde bereits erwähnt, dass in der Literatur bisher nur zyklische Versuche zur Bewertung der Steifigkeitsreduktion veröffentlicht wurden. In diesem Fall werden nur die Anfangsbereiche der Belastung betrachtet, in denen im Material ein linear elastisches Materialverhalten angenommen werden kann. Alle bisher

entwickelten Modelle zur diskreten Rissbetrachtung beruhen auf solchen Versuchsergebnissen. Aus diesem Grund war die nichtlineare Auswertung der Schädigungsvariablen bisher nicht notwendig. In der vorliegenden Arbeit werden allerdings auch multidirektionale Lamine betrachtet, die aufgrund der Zwischenfaserbruchanhäufung eine starke Nichtlinearität aufweisen. Dadurch kann das Materialverhalten bzw. die Rissauswirkung auch bei kontinuierlicher Belastung, während des gesamten Verlaufs bis zum Probenversagen verstanden und in dem Modell abgebildet werden. Für die korrekte Abbildung des Konstitutivverhaltens unter kontinuierlicher Belastung ist die Untersuchung des Einflusses nichtlinearen Materialverhaltens entscheidend, da ein direkter Zusammenhang zwischen der Rissdichte und der Steifigkeitsreduktion nicht gegeben ist.

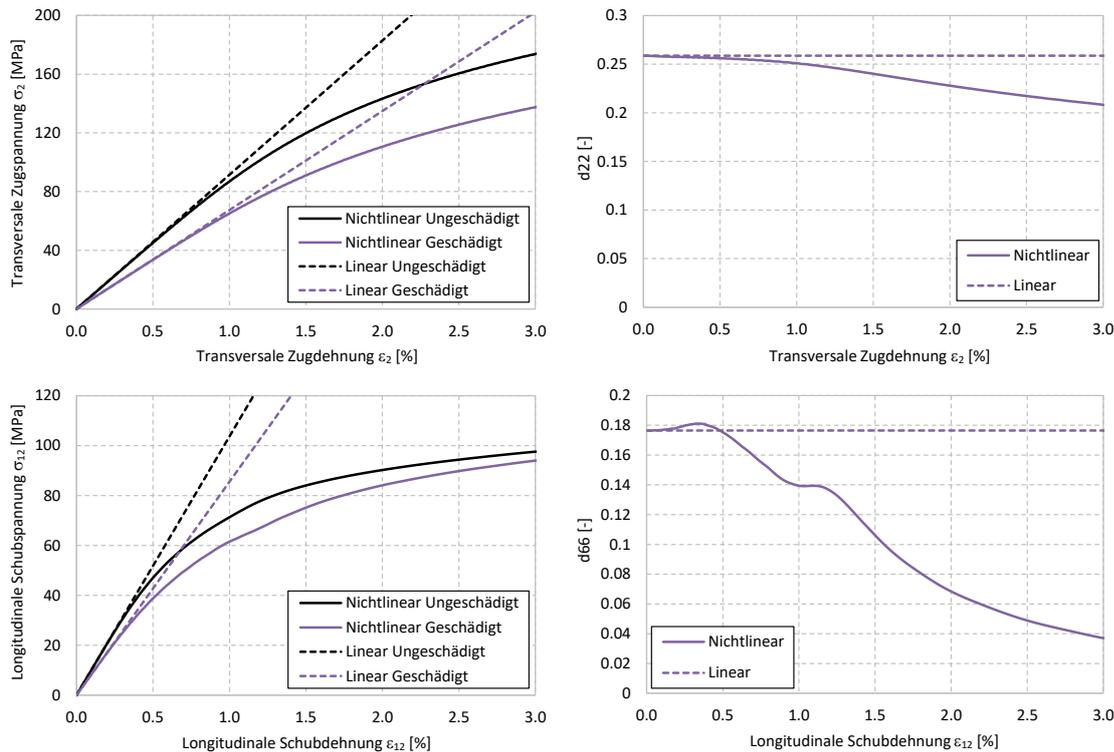


Abb. 5-9: Einfluss der Nichtlinearität auf die Spannungs-Dehnungs-Verläufe bei Zug- und Schubbelastung und die entsprechenden Schädigungsvariablen für ein NRA=4.

5.3.2 Einfluss des Rissabstands

Für linear elastische Materialannahmen wurde der Einfluss der Interaktion zwischen einzelnen Rissen in einer Lage bereits untersucht und veröffentlicht [20,37]. Die Bestimmung des lokalen Spannungsfeldes zwischen den Rissen ist in diesem Fall besonders notwendig, um den Einfluss der Störung des Spannungsfeldes auf die Lastübertragung abzuschätzen. In [154] wurde aus numerischen Untersuchungen für CFK ein NRA-Limit von 2.5 abgeleitet. Wenn der Rissabstand kleiner ist als das Zweieinhalbfache der Lagendicke, dann interagieren Risse miteinander und die Far-Field Spannung wird nicht mehr erreicht. Das Spannungsfeld wird dann auch mittig zwischen zwei Rissen von diesen gestört. Da sich dann das Spannungsfeld zwischen den Rissen in Abhängigkeit vom

Rissabstand verändert, kann die Schädigungsvariable nicht mehr entsprechend dem Rissabstand linear skaliert werden. Um das Interaktionsverhalten in Abhängigkeit von nichtlinearem Materialverhalten zu untersuchen, wurden RVE Rechnungen für verschiedene Rissabstände durchgeführt. Die Auswirkung auf die Reduktion der Transversal- und der Schubsteifigkeit wurde für NRAs zwischen 1 und 16 ausgewertet. Wie Abb. 5-10 und Abb. 5-11 zeigen, erhöht sich die Schädigungsvariable erwartungsgemäß mit Zunahme des NRA. Für eine konstante Lagendicke ist ein größerer NRA gleichbedeutend mit einer geringeren Rissdichte. Die Rissöffnung und die Rissgleitung vergrößern sich und damit auch die Schädigungsvariable des homogenisiert betrachteten Volumens.

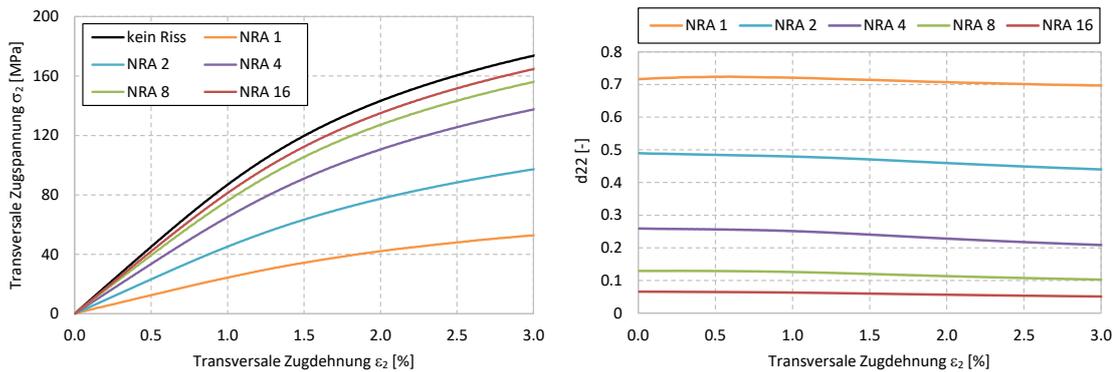


Abb. 5-10: Transversaler Zugspannungs-Dehnungs-Verlauf einer geschädigten Lage für verschiedene NRA (links) und die entsprechenden Schädigungsvariablen d_{22} (rechts).

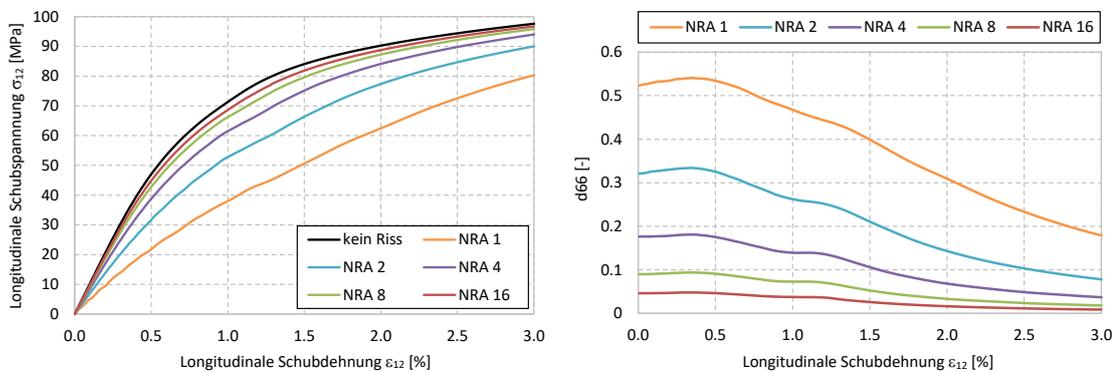


Abb. 5-11: Longitudinaler Schubspannungs-Dehnungs-Verlauf einer geschädigten Lage für verschiedene NRA (links) und die entsprechenden Schädigungsvariablen d_{66} (rechts).

Für einen geeigneteren Vergleich wird eine normierte Betrachtung der Schädigungsvariable definiert (Schädigungsvariable multipliziert mit NRA). In Abb. 5-12 wird deutlich, dass die Verläufe dieser Variablen besonders für größere Rissabstände identisch sind. Identische Kurvenverläufe bedeuten dabei, dass an den Rändern des RVE wieder Far-Field Bedingungen hergestellt sind. Nur für geringe NRA (NRA=1 entspricht einem Rissabstand gleich der Lagendicke) erstreckt sich das gestörte Spannungsfeld bis über die Mitte zwischen zwei Rissen und eine Auswirkung aus der Interaktion resultiert.

Durch nichtlineares Materialverhalten verändert sich die Interaktion der Risse mit zunehmender Belastung. Unter longitudinalem Schub nähern sich die Verläufe der Schädigungsvariable d_{66} für alle NRA einander an. Ursache ist erneut die zunehmende plastische Verformung, wodurch sich die Einflusszone auf das Spannungsfeld um den Riss reduziert und damit auch für kleinere Rissabstände eine Interaktion der Risse verhindert wird. Aus den RVE Ergebnissen folgt, dass der Einfluss der Rissdichte auf die Steifigkeitsreduktion in CFK Laminaten vereinfachend auf einen linearen Zusammenhang reduziert werden kann. In den durchgeführten Versuchen wurde in keinem Laminat ein NRA kleiner als 1.5 erreicht. Für das gleiche Lastniveau sind die Schädigungsvariablen damit proportional zum NRA.

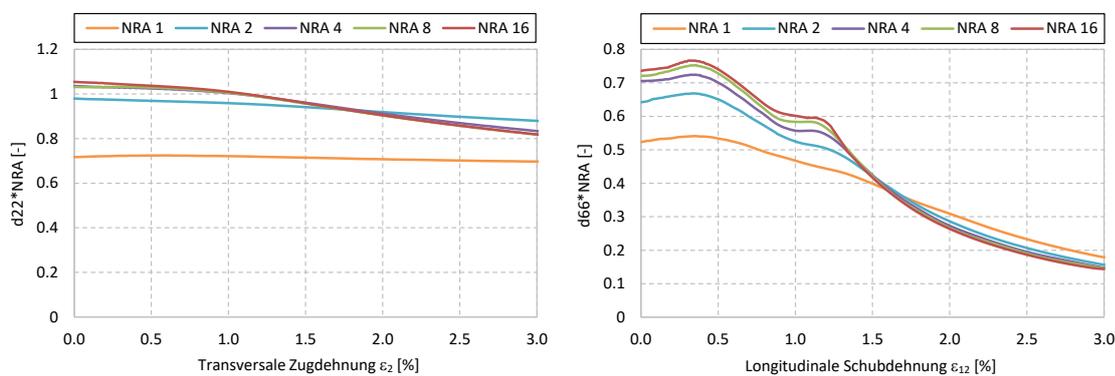


Abb. 5-12: Normierte longitudinale Schub- und transversale Zugschädigungsvariable.

5.3.3 Einfluss der Faserorientierung benachbarter Lagen

Der Einfluss der Faserorientierung angrenzender Lagen auf die Steifigkeitsvariablen unter uniaxialer Belastung und für ein NRA von 4 ist in Abb. 5-13 dargestellt. Bei uniaxialer transversaler Zugbelastung nimmt die Schädigungsvariable d_{22} mit zunehmender Winkeldifferenz zu. Mit der Orientierung einer benachbarten Lage wird das Öffnungs- und Abgleitverhalten der Rissfronten beeinflusst. Die Rissöffnung wird am stärksten behindert, wenn die Fasern der benachbarten Lagen senkrecht zum Riss gerichtet sind. Das entspricht in den RVE Studien einer Lagenorientierung von 0° und dementsprechend einer Winkeldifferenz in Relation zur gerissenen Lage von 90° . Für andere Winkelunterschiede wirken in der benachbarten Lage kombiniert transversale Normal- und longitudinale Schubspannungen. Dadurch steigert sich die Rissöffnungsweite und damit gleichbedeutend die Nachgiebigkeit in der homogenisierten Betrachtung. Bei hohen Dehnungen sinkt die Schädigungsvariable d_{22} für große Winkeldifferenzen und steigt für kleine Winkeldifferenzen. Bei kleinen Winkeldifferenzen und einer damit verbundenen Zug- und Schubbelastung in den Nachbarlagen, verursachen lokal hohe plastische Verformungen eine Steifigkeitsreduktion in diesen angrenzenden Lagen, wodurch sich die Schädigungsvariable erhöht. Dieser Effekt wird zusätzlich verstärkt durch Normal-

und Schubspannungen in Dickenrichtung an den Risspitzen, welche das Fließverhalten ebenfalls beeinflussen.

Für die Auswertung der Steifigkeitsreduktion unter longitudinaler Schubbelastung ist die Beachtung der Faserorientierung der Nachbarlagen in Relation zum Riss ebenfalls entscheidend. Im Gegensatz zur Rissöffnung, wird ein Abgleiten der Rissfronten nicht bei einem angrenzenden Lagenwinkel von 0° am stärksten behindert, sondern bei Faserwinkeln, die größer sind. Damit sinkt mit zunehmendem Winkel der angrenzenden Lage die Schädigungsvariable d_{66} für eine spezifische Schubdehnung ab. Negative Winkel in der Nachbarlage entsprechen einer Zugbelastung in Faserrichtung in diesen Lagen. Die hohe longitudinale Steifigkeit, die in Faserrichtung wirkt, bietet in diesem Fall einen signifikanten Widerstand gegen die Schubverformung des RVEs. Der Einfluss der Fasersteifigkeit nimmt mit zunehmenden negativen Winkeln zu und es ergibt sich die Abnahme der Steifigkeitsreduktion. Eine Erhöhung des Schublastniveaus bewirkt den beschriebenen Effekt der Abnahme der Schädigungsvariable, allerdings zeigen die Ergebnisse, dass dann auch der Einfluss des Nachbarlagenwinkels verschwindet und sich die Kurvenverläufe der Schädigungsvariable d_{66} einander angleichen. Positive Winkel der Nachbarlagen bewirken bei reiner Schubbelastung im RVE eine Zug-Schub-Kombination in den angrenzenden Lagen. Durch die hydrostatische Sensitivität des Fließverhaltens, werden unter Zug größere plastische Verformungen lokal am Riss in den Nachbarlagen erreicht. Dadurch sinkt dort die Steifigkeit ab und die verschmiert betrachtete Schädigungsvariable, welche auch die Rissauswirkung in den Nachbarlagen enthält, steigt an. Nachbarlagenwinkel größer als 10° wurden nicht ausgewertet. Bei solchen Lagenwinkeln ist die Anstrengung in der Nachbarlage größer, als in der Lage, in der der diskrete Riss modelliert ist. Dadurch würde sich ein Zwischenfaserbruch in der mittleren Lage erst nach der Rissentstehung in den Nachbarlagen bilden. Somit wäre die Auswertung eines solchen Zustandes physikalisch nicht sinnvoll und wird hier auch nicht betrachtet.

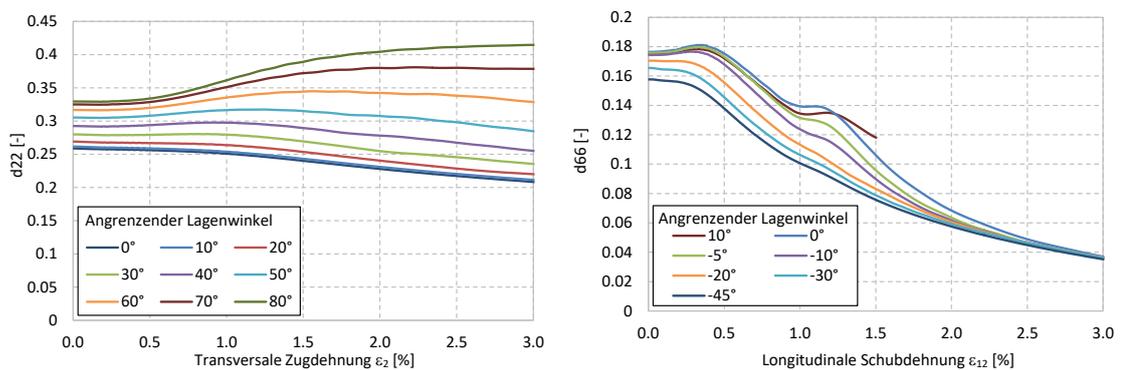


Abb. 5-13: Schädigungsvariablen d_{22} (links) und d_{66} (rechts) einer Risslage mit $NRA=4$ und verschiedener benachbarter Lagenwinkel.

5.3.4 Auswirkung der Interaktion von Zug- und Schubbelastung

Die Auswirkung einer Lastinteraktion wird durch das Aufbringen einer kombinierten transversalen Zug- und einer longitudinalen Schubverformung entsprechend Lastfall c) untersucht. Beispielhaft werden dafür die Ergebnisse an $[0/90/0]$ RVEs mit einem normierten Rissabstand von 4 ausgewertet. Abb. 5-14 zeigt, dass die transversale Steifigkeitsreduktion nicht durch eine zusätzliche Überlagerung mit einer Schublast beeinflusst wird. Im Gegensatz dazu, nimmt die Schädigungsvariable d_{66} mit zunehmender Schubdehnung und bei überlagertem Zug ab. Der Grund dafür ist die hydrostatische Sensitivität des Epoxidharzes und die damit verbundene Veränderung der plastischen Verformung des Materials im Bereich des Risses. Die Auswirkung einer Zugspannung auf die Masterkurve für das transversale Fließverhalten zeigte, dass dadurch größere plastische Verformungen aufgebaut werden. Die damit verbundene geringere Einflusszone des Risses auf das Spannungsfeld um die Rissfronten bewirkt die ermittelte und hier abgebildete Abnahme der Schubschädigungsvariable.

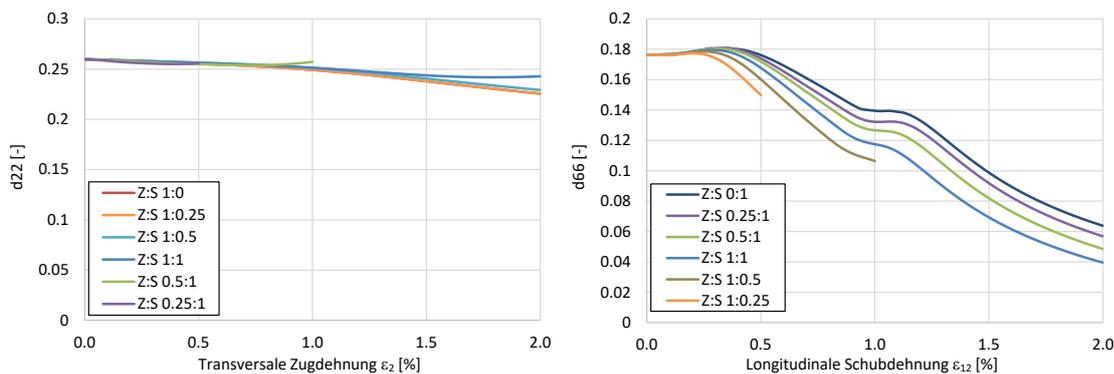


Abb. 5-14: Schädigungsvariablen d_{22} (links) und d_{66} (rechts) einer gerissenen Lage mit $NRA=4$ und verschiedener Zug-Schub Lastkombinationen (Z:S – Zug:Schub Verhältnis).

5.4 Übertragung der diskreten Ergebnisse auf das Kontinuums-Schädigungsmodell

Um das Konstitutivverhalten eines Faserverbundlaminats zu bestimmen, ist es zweckmäßig einen homogenisierten Kontinuumschädigungsansatz auf Basis von Schädigungsvariablen zu nutzen. Wie die nichtlinearen Materialprozesse in dem Kontinuumsmodell integriert sind, wurde in Kapitel 3 gezeigt. Um die Steifigkeitsreduktion infolge einer Schädigung zu definieren, müssen die Schädigungsvariablen für das Modell bestimmt werden. Neben einer empirischen Definition der Auswirkung der diffusen Mikroschädigung und von Delaminationen, wird ein Ansatz auf Basis der RVEs genutzt, um die Auswirkung von Zwischenfaserbrüchen zu bestimmen. Um die gleichen nichtlinearen Materialprozesse auch in den numerischen RVE Studien abzubilden, werden diese

auch für die Berechnung der Schädigungsvariablen durch die Verwendung des dreidimensionalen Nichtlinearitätsmodells einbezogen. Dieses kohärente Vorgehen in der diskreten und der verschmierten Modellierung ist notwendig, um eine Anwendung des Modells auch bei großen Verformungen und Schubspannungen in einzelnen Lagen nutzen zu können. Wie in den vorangegangenen Abschnitten gezeigt wurde, führen die nichtlinearen Materialmechanismen zu einer starken Abhängigkeit der Steifigkeitsreduktion von dem Belastungszustand in den einzelnen Lagen. Da sich die Schädigungsvariablen mit einer Laststeigerung verändern, müssten diese im Rahmen der Anwendung des Kontinuumsmodells zu jedem Zeitschritt neu berechnet werden. Die diskrete Bestimmung der Steifigkeitsmatrix infolge einer Rissentwicklung wäre damit sehr zeitaufwendig. Um dies zu verhindern, ist es sinnvoll, die Schädigungsvariablen durch umfangreiche RVE Studien im Voraus zu berechnen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dies für das Material IM7-8552 und für potentielle Zustände des Laminataufbaus, des Belastungszustands und der Rissdichte durchgeführt.

Bisher wurden nur einige Ergebnisse der nichtlinearen RVE Studien gezeigt. Um alle möglichen Zustände abzubilden, wurde eine umfassende Ergebnismatrix der Schädigungsvariablen d_{22} und d_{66} in Abhängigkeit der Zug- und Schubdehnung, der Interaktion dieser beiden Dehnungen und des Winkels der Nachbarlagen erstellt. Verschiedene Rissdichten wurden nicht mehr betrachtet, sondern nur ein NRA von 4, welches allerdings repräsentativ für alle aufgetretenen Rissabstände ist. Wie gezeigt wurde, ändern sich die Schädigungsvariablen nur direkt proportional mit der Rissdichte.

Als Einflussgrößen für die Bestimmung der Schädigungsvariablen bleiben damit die Winkeldifferenz zur Nachbarlage, die longitudinale Schubdehnung und die transversale Zugdehnung. Entsprechend dieser Größen werden systematische RVE Rechnungen durchgeführt. Um später aus den gewonnenen Schädigungsvariablen interpolieren zu können, muss die Variation der Einflussgrößen sinnvoll gewählt werden. Um den Rechenaufwand in Grenzen zu halten, aber dennoch hinreichend viele Schädigungsvariablen zu bestimmen, werden folgende Zustände für das Material IM7-8552 berechnet:

Zugdehnung/Schubdehnung (100 Stufen):	Gleichmäßig zwischen 0% und 3% Dehnung
Zug:Schub Dehnungsverhältnis (7 Stufen):	0:1, 0.25:1, 0.5:1, 1:1, 1:0.5, 1:0.25, 1:0
Winkeldifferenz Decklage (17 Stufen):	-80°, -70°, -60°, -50°, -40°, -30°, -20°, -10°, 0°, 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°

Für die Bestimmung des Verlaufs der $\pm 45^\circ$ Laminats und des 90/60/90 Laminats wurde das Schubdehnungs- bzw. Zugdehnungsintervall entsprechend erweitert. Die berechneten Datenpunkte der Schädigungsvariablen aus den RVE Ergebnissen werden direkt als

Datenmatrix in die VUMAT des nichtlinearen Kontinuumsmodells integriert. Entsprechend dem Lagenzustand während der Laminatauslegung hinsichtlich Dehnung und Laminataufbau werden die Schädigungsvariablen mittels trilinearem Interpolationsverfahren ermittelt. Damit kann die geschädigte Steifigkeitsmatrix jeder Einzellage integriert in dem nichtlinearen Konstitutivmodell zur Laminatauslegung berechnet werden. Wenn die Lagenorientierung der angrenzenden Lagen unterschiedlich ist, werden die Schädigungsvariablen unabhängig für beide Decklagenwinkel bestimmt. Um Rechenaufwand für die dreidimensionale RVE Studie zu sparen, wird davon ausgegangen, dass der jeweilige Winkel auf beiden Seiten vorliegt und sich damit entsprechende Schädigungsvariablen an einem symmetrischen RVE bestimmen lassen. Um die Steifigkeitsreduktion der betreffenden Lage zu bestimmen, wird ein Mittelwert aus beiden Schädigungsvariablen gebildet. Im Gegensatz zu einer eingebetteten Lage vergrößert sich die Rissöffnungs- und Rissgleitungsweite einer außenliegenden Lage. Die Ursache ist die fehlende Behinderung durch eine Decklage auf einer Seite. Vereinfachend wird angenommen, dass die Steifigkeitsreduktion einer solchen Lage, der Steifigkeitsreduktion einer eingebetteten Lage mit doppelter Lagendicke entspricht. Zusätzlich zur Steifigkeitsreduktion der diskreten Zwischenfaserbruchschädigung werden die Schädigungsvariablen für die diffuse Schädigung und die Delaminationsschädigung berechnet (Kapitel 4.3 und 4.4). Die diffuse Schädigung wird bei transversaler Belastung zur bestimmten Zwischenfaserbruchschädigungsvariable d_{22k}^{cr} addiert. Die Schädigungsvariable zur Beschreibung der Delaminationsauswirkung wird bei einer Schubdehnung oberhalb der Delaminationsinitiierungsdehnung zur Zwischenfaserbruchschädigungsvariable d_{66k}^{cr} addiert. Damit ergibt sich im Kontinuumsmodell bei einer eingebetteten Lage:

$$\begin{aligned} d_{22k} &= d_{22k}^{cr} + d_{22k}^{dif}, \\ d_{66k} &= d_{66k}^{cr} + d_{66k}^{del}. \end{aligned} \quad (5-24)$$

Für eine äußere Lage folgt entsprechend:

$$\begin{aligned} d_{22k} &= d_{22k}^{cr}(t_{zweifach}) + d_{22k}^{dif}, \\ d_{66k} &= d_{66k}^{cr}(t_{zweifach}) + d_{66k}^{del}. \end{aligned} \quad (5-25)$$

Mit den Schädigungsvariablen kann die geschädigte Steifigkeitsmatrix jeder Einzellage berechnet werden. Zusammen mit den berechneten inkrementellen elastischen Dehnungen werden damit anschließend die lokalen geschädigten Spannungsinkremente $(d\tilde{\sigma}_1, d\tilde{\sigma}_2, d\tilde{\sigma}_{12})^T_k$ entsprechend Gl. (3-29) berechnet.

6 Simulationsergebnisse und Diskussion

Im Rahmen der experimentellen Schädigungscharakterisierung wurden zahlreiche Laminat ausgewertet, die eine Zwischenfaserbruchentwicklung aufweisen. Diese sollen an dieser Stelle dazu dienen, die Anwendbarkeit des entwickelten nichtlinearen Kontinuumsmodells zu bewerten. Bisher wurden in der Literatur überwiegend Testergebnisse an Laminaten vorgestellt, die zur Auswertung der Zwischenfaserbruchauswirkung eine zyklische Versuchsdurchführung erfordern. Demgegenüber wurde in der vorliegenden Arbeit in der Auswahl der Laminat Wert darauf gelegt, eine Auswertung bei kontinuierlicher Belastung bis zum Versagen zu gewährleisten. Dies ermöglicht eine Materialmodellentwicklung die näher an den Erfordernissen der strukturellen Auslegung liegt, bedingt aber die akkurate Abbildung vieler nichtlinearer Materialprozesse. Mit dem Materialmodell werden zum einen die Rissdichtenverläufe als Funktion der Dehnung bestimmt und zum zweiten die Spannungs-Dehnungs-Verläufe der Proben. Folgende Laminataufbauten mit dem Material IM7-8552 wurden mit Hilfe des Modells simuliert: $[(0/90)_4]_s$, $[(0_2/90_2)_2]_s$, $[(90/+30/90/-30)_2]_s$, $[(90/+45/90/-45)_2]_s$, $[(90/+60/90/-60)_2]_s$, $[(45_2/-45_2)_2]_s$, $[(45/-45)_4]_s$ und $[(50/-50)_4]_s$.

Das vorgeschlagene Modell basiert auf der Theorie der Kontinuumsschädigungsmechanik. Die empirischen Ansätze zur Vorhersage der Schädigungsentwicklung bestehen aus der Bestimmung der Rissinitiierung und Rissanhäufung und der Vorhersage diffuser Schädigungsprozesse in Form einer Mikroschädigung und einer Delaminationsschädigung. Diese Ansätze wurden in Kapitel 4 vorgestellt. Zur Berechnung der Schädigungsvariablen auf Grund der Zwischenfaserbruchentwicklung wurde ein diskreter Ansatz entwickelt. Auf Basis der bestimmten Rissdichte, dem Belastungszustand und dem Laminataufbau werden die entsprechenden Schädigungsvariablen aus einer für IM7-8552 erstellten Datenmatrix ausgewertet. Dazu wurden RVE Rechnungen mit diskreter Rissmodellierung durchgeführt. Auf Basis der Ergebnisse wurde die Rissauswirkung unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens ausgewertet. Die dafür entwickelte Methodik wurde in Kapitel 5 beschrieben. Andere Materialprozesse, die nichtlineares Laminatverhalten verursachen, sind ebenfalls integral in dem Kontinuumsansatz eingebunden. Die implementierten Ansätze der VUMAT wurden in Abschnitt 3.1 bis 3.3 vorgestellt. Entsprechend der auftretenden Mechanismen werden in dem Materialmodell die Auswirkung der verformungsinduzierten Faserrotation, der nichtlinearen longitudinale Elastizität und der Plastizität bestimmt.

Für die Anwendung des Konstitutivmodells müssen die Kennwerte des Materials IM7-8552 bestimmt werden. Wie in der experimentellen Studie ermittelt werden konnte, ist

die Schädigungsentwicklung abhängig vom Laminataufbau, während die anderen Nicht-linearitätsmechanismen als materialinhärent angesehen werden können. Demzufolge müssen zahlreiche Schädigungskennwerte in Abhängigkeit der Einzellagendicke der untersuchten Lamine kalibriert werden. Die Kennwerte für IM7-8552 sind in Tab. 6-1 zusammengefasst. Darüber hinaus werden die Masterkurven für die transversale und longitudinale Plastizität und die Materialparameter aus Tab. 5-1 für die Simulationen verwendet. Die Initiierungsspannungen und die Schädigungsparameter zur Bestimmung der Schädigungsprogression sind an den Kreuzverbundlaminaten mit 0° und 90° Lagen und den $\pm 45^\circ$ Laminaten kalibriert. Die Simulation der anderen Lamine soll zeigen, inwieweit die Parameter ausreichen, um die Schädigungsentwicklung auch in weiteren Proben mit kombinierten Spannungszuständen in den Einzellagen vorherzusagen. Eine Studie mit einem solch breiten Spektrum an Laminataufbauten wurde bislang noch nicht veröffentlicht.

Tab. 6-1: Schädigungskennwerte von IM7-8552.

Initiierungsspannung Diffuse Schädigung Zug	Y_t	62.3	[MPa]	
Rissinitiierungsspannung Zug t_{einfach}	Y_t^1	83	[MPa]	
Rissinitiierungsspannung Zug t_{zweifach}	Y_t^2	62.3	[MPa]	
Initiierungsspannung Schub	S_l	91.5	[MPa]	
Neigungsparameter Enveloppe Zug	p_{12}^t	0.32	[-]	[71]
Neigungsparameter Enveloppe Druck	p_{12}^c	0.32	[-]	[71]
Parameter Diffuse Schädigungsentwicklung	f_{22}^{dif}	50	[-]	
Parameter Rissentwicklung Transversal t_{einfach}	f_{22}^{cr1}	440	[-]	
Parameter Rissentwicklung Transversal t_{zweifach}	f_{22}^{cr2}	325	[-]	
Parameter Rissentwicklung Schub	f_{12}^{cr}	42	[-]	
Schubdehnung Delaminationsinitiierung	$\varepsilon_{12}^{delIni}$	3.5	[%]	
Parameter Delaminationsentwicklung	f_{12}^{del}	3	[-]	

Zunächst werden die Kreuzverbundlamine $[(0/90)_4]_s$ und $[(0_2/90_2)_2]_s$ ausgewertet. Ein Vergleich der experimentellen und der simulierten Rissentwicklungen zeigt Abb. 6-1. Da die Rissinitiierung und die Rissanhäufung bei uniaxialer Belastung im Rahmen des

empirischen Ansatzes an diesen beiden Laminataufbauten kalibriert wurde, kann die Rissentwicklung in den 90° Lagen sehr gut bestimmt werden. Da die Risse nur in den 90° Lagen auftreten, steigt die lokale transversale Dehnung in den Lagen proportional mit der Axialdehnung der Probe. Dementsprechend wird durch das Schädigungsmodell in den 90° Lagen ein linearer Anstieg der Rissdichte vorhergesagt. Dies stimmt sehr gut mit den experimentellen Ergebnissen überein. Eine Rissättigung, wie sie teils in Versuchen an glasfaserverstärkten Kunststoffen beobachtet wurde, wird weder in den Experimenten an IM7-8552 noch in der Simulation erreicht.

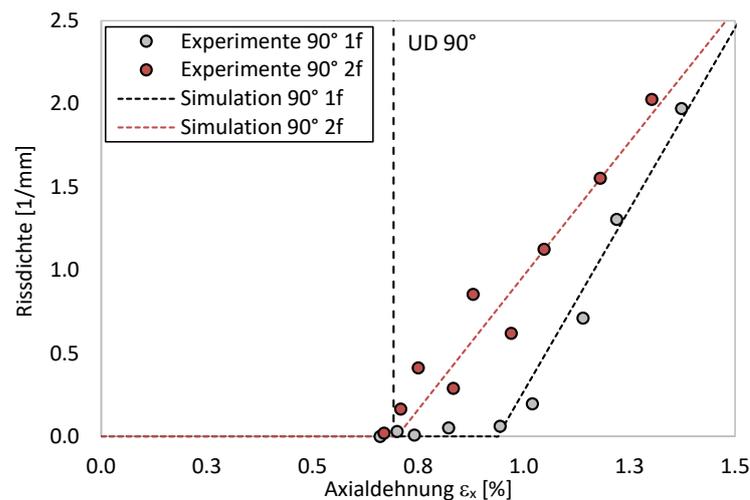


Abb. 6-1: Rissdichtenverlauf aus Experimenten und Simulation für 0/90 Kreuzverbundlaminare mit einfacher (1f) und zweifacher Lagendicke (2f).

Einen Vergleich des experimentellen und des simulierten Steifigkeitsverlaufs der Kreuzverbundlaminare zeigt Abb. 6-2. Die direkte Auswertung des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs eines CFK-Kreuzverbundes mit gleicher Anzahl an 0° und 90° Lagen ermöglicht keine Auswertung der Steifigkeitsreduktion infolge von Rissen, da der Axialsteifigkeitsunterschied zu groß ist. Die hier vorgestellte Auswertung der normierten Sekantensteifigkeit ermöglicht die in-situ Bewertung der Schädigungsauswirkung bei kontinuierlicher Belastung. Die Ergebnisse lassen deutlich erkennen, dass die Steifigkeit mit zunehmender Dehnung kontinuierlich steigt. Dieser Effekt liegt an dem nichtlinearen longitudinalen Elastizitätsmodul, der einen Steifigkeitsanstieg in den 0° Lagen verursacht. Gewöhnlich vernachlässigen Modelle zur Auslegung von Faserverbundlaminaten diese CFK Materialeigenschaft und gehen von einem linear elastischen E_1 aus. Im Ergebnis führt das zu einer deutlichen Unterschätzung der Steifigkeit bei größerer Belastung. Mit dem entwickelten Konstitutivmodell kann der Verlauf der normierten Sekantensteifigkeit im Anfangsbereich sehr gut simuliert werden. Infolge von Schädigungsprozessen wird ab etwa 0.7% Axialdehnung ein deutlicher Abfall der bis dahin proportional wachsenden Steifigkeit deutlich. Entsprechend dem ermittelten Rissdichtenverlauf und der berechneten transversalen Schädigungsvariable aus der diskreten RVE Studie, wird in der Simulation ebenfalls ein Steifigkeitsabfall vorhergesagt. Allerdings fällt

der simulierte Steifigkeitsverlauf bei zweifacher Lagendicke ebenfalls bei etwa 0.7% Axialdehnung ab, während er bei einfacher Lagendicke erst bei etwa 0.95% abfällt. Die Erkenntnis, dass bei korrekter Rissdichtenprognose der Steifigkeitsverlauf nicht korrekt wiedergegeben werden kann, führte zur Definition der diffusen Mikroschädigung. In Kombination mit der Steifigkeitsreduktion der diffusen Mikroschädigung, die materialinhärent definiert ist, können die Steifigkeitsverläufe beider Kreuzverbundlaminat sehr gut simuliert werden. Der zweite „Knick“ in der Steifigkeitskurve des Laminats mit zweifacher Lagendicke liegt daran, dass die Schädigungsvariable d_{22} in den 90° Lagen den Wert Eins erreicht. Die 90° Lagen tragen damit nicht mehr zur Axialsteifigkeit des Laminats bei. Damit ist die rissinduzierte kontinuierliche Steifigkeitsreduktion beendet und die Steifigkeit wächst wieder äquivalent zur nichtlinearen Versteifung der 0° Lagen.

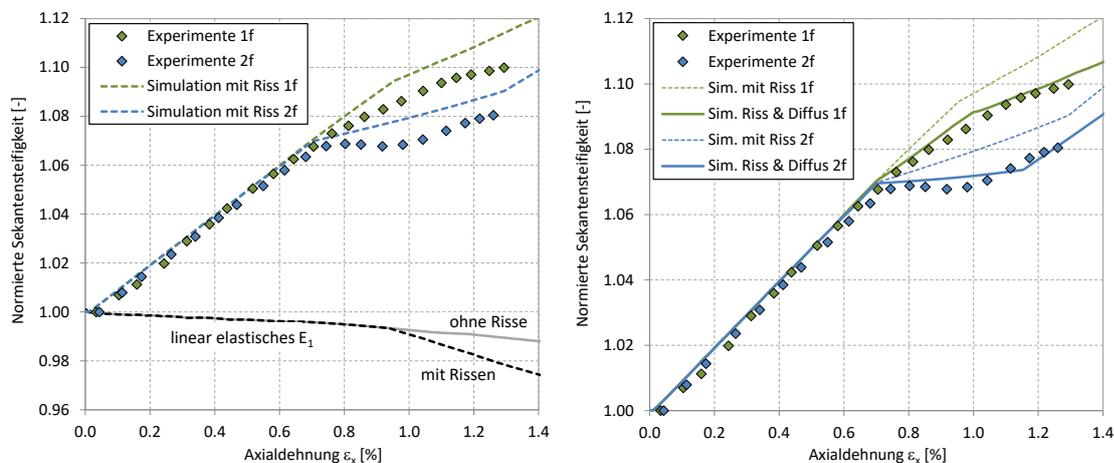


Abb. 6-2: Spannungs-Dehnungs-Verlauf aus Experimenten und Simulation für 0/90 Kreuzverbundlaminat mit einfacher (1f) und zweifacher Lagendicke (2f).

Die Rissdichtenentwicklung in dem $[(90/+30/90/-30)_2]_s$ und dem $[(90/+45/90/-45)_2]_s$ zeigt Abb. 6-3. In dem 90/30 Laminat traten Risse nur in den 90° Lagen auf, während in dem 90/45 Laminat auch in den 45° Lagen Risse beobachtet wurden. Die Simulationsergebnisse geben dies ebenfalls wieder. Die Rissdichtenverläufe in den 90° Lagen können sehr gut vorhergesagt werden, während die 45° Risse zu Beginn der Rissanhäufung etwas unterschätzt werden. Ein Grund könnte der Einfluss der direkt angrenzenden 90° Lagen mit ihrer Rissakkumulation sein. Während das Modell die Rissinitiierung in den 45° Lagen bei einer höheren Axialdehnung voraussagt, zeigen die experimentellen Auswertungen, dass sie bereits gleichzeitig mit der Rissinitiierung der 90° Lagen stattfindet. In den 45° Lagen herrscht ein kombinierter Spannungszustand aus transversalen Normal- und Schubspannungen. Für diesen Zustand wird durch das Modell ein linearer Verlauf der Rissdichte simuliert, was gut mit den experimentellen Ergebnissen korreliert. Der Spannungs-Dehnungs-Verlauf des 90/30 Laminats ist nahezu linear, während die 90/45 Probe eine signifikante Nichtlinearität bis zum Bruch aufweist. Der Spannungs-Dehnungs-Verlauf beider Laminataufbauten kann mit dem vorgeschlagenen Konstitutivmodell sehr gut simuliert werden.

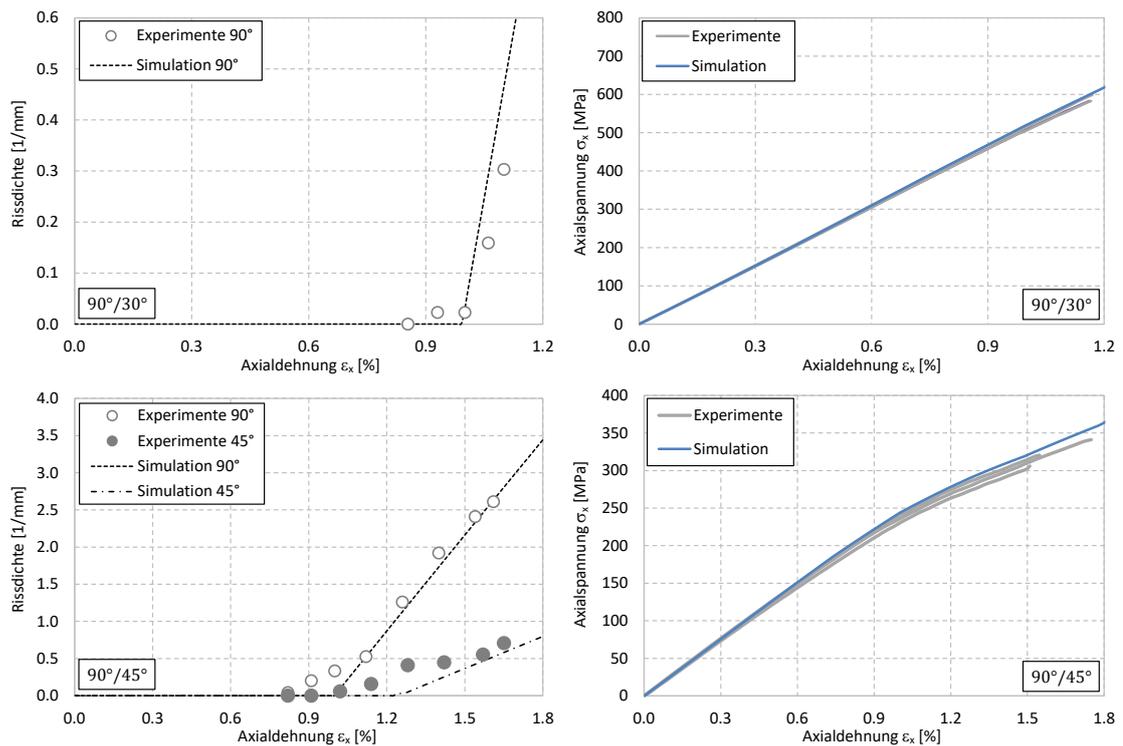


Abb. 6-3: Experimentelle und simulierte Ergebnisse für die Rissdichte und den Spannungs-Dehnungs-Verlauf in 90/30 und 90/45 Laminaten.

Ein $\pm 45^\circ$ Laminat weist zu Beginn der Belastung eine reine Schubbelastung in den Einzellagen auf. Mit zunehmender Belastung und der verformungsinduzierten Faserrotation tritt neben dem Schub zunächst eine Zugspannung auf, die sich bei weiterer Belastung in eine Druckspannung wandelt. Die $\pm 50^\circ$ Laminare weisen bis zum Bruch einen kombinierten Spannungszustand aus Schub- und Zugspannung auf. Die experimentellen Ergebnisse und die vom Modell vorhergesagten Rissdichtenverläufe und Spannungs-Dehnungs-Verläufe beider Laminare zeigt Abb. 6-4. In beiden Laminaten sind keine Fasern in Lastrichtung orientiert und dadurch tritt eine signifikante Ausprägung der Nichtlinearität insbesondere durch die Schubplastizität auf. Der lineare Rissdichtenverlauf in dem $\pm 50^\circ$ Laminat kann korrekt vorhergesagt werden. Ebenso korreliert der nichtlineare Rissdichtenverlauf in den 45° Lagen sehr gut mit den experimentellen Ergebnissen. Ab etwa 6.5% wird eine Rissättigung vorhergesagt. Die Ergebnisse der Laminare mit einfacher und zweifacher Lagendicke deuten ebenso ein solches Plateau an. Im Gegensatz zu den Kreuzverbundlaminaten wird dabei kein Unterschied in der Rissinitiierungsdehnung in Abhängigkeit von der Lagendicke prognostiziert. Ebenso ist der simulierte Verlauf beider Lagendicken annähernd gleich. Die experimentellen Ergebnisse deuten auf eine solche Lagendickenunabhängigkeit hin. Obwohl die Rissdichten gleich sind, sind die Spannungs-Dehnungs-Verläufe beider $\pm 45^\circ$ Laminare unterschiedlich. Da die anderen nichtlinearen Materialprozesse materialinhärent sind, liegt die Ursache wie bereits evaluiert in der unterschiedlichen Schädigungsauswirkung. Mit den Ergebnissen der

Zwischenfaserbruchauswirkung entsprechend der RVE Studie und der Delaminationschädigung können die Spannungs-Dehnungs-Verläufe des Laminats mit einfacher und mit zweifacher Lagendicke sehr gut wiedergegeben werden. Ebenso gut kann die nicht-lineare Steifigkeitsentwicklung der $\pm 50^\circ$ Laminats vorhergesagt werden. Besonders bei den $\pm 45^\circ$ Laminaten wird deutlich, dass das Modell in der Lage ist, die Interaktion verschiedener nichtlinearer Materialprozesse abzubilden. In diesen Laminaten spielen die Steifigkeitsreduktion infolge der Schädigungsentwicklung, die Steifigkeitsreduktion durch plastisches Fließen und die Versteifung durch die Faserausrichtung jeweils eine große Rolle. Alle Prozesse wirken sich signifikant auf den Spannungs-Dehnungs-Verlauf bis zur Bruchdehnung von bis zu 12% aus, und können mit dem Konstitutivmodell in ihrer Interaktion akkurat genug vorhergesagt werden.

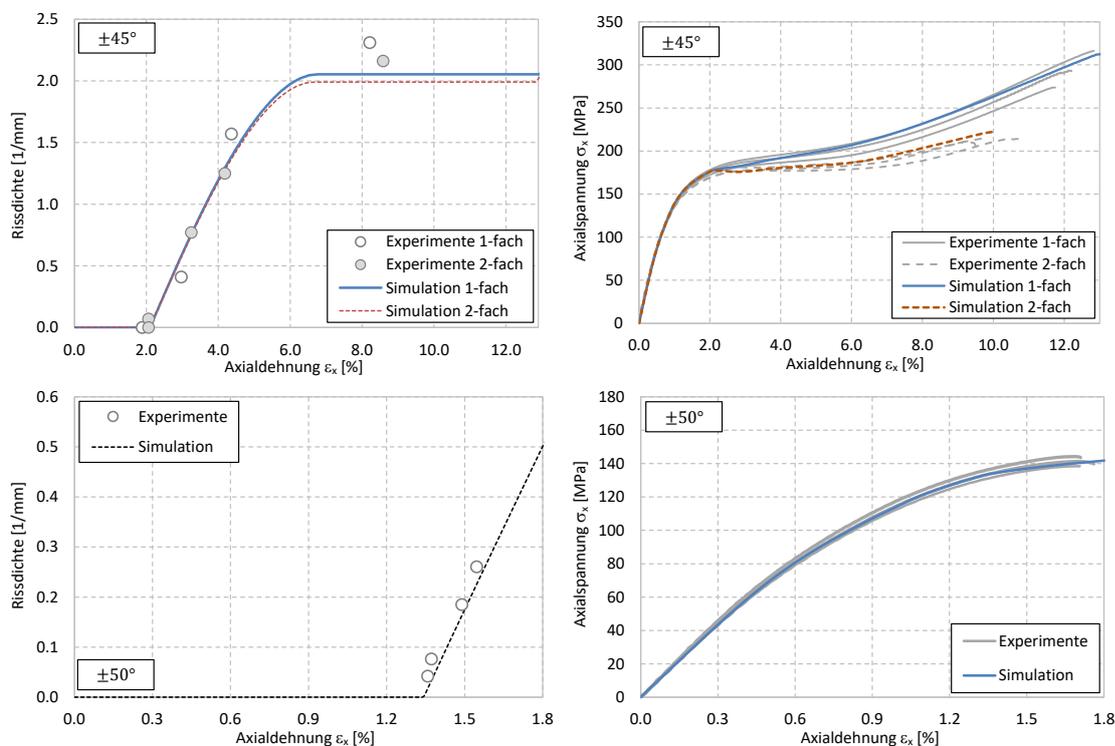


Abb. 6-4: Experimentelle und simulierte Ergebnisse für die Rissdichte und den Spannungs-Dehnungs-Verlauf in ± 45 und ± 50 Laminaten.

Die Modellergebnisse für die Rissdichte und die Zusammensetzung der Schubschädigungsvariable d_{66} des $\pm 45^\circ$ Laminats mit einfacher Lagendicke zeigt Abb. 6-5. Die summierte Schädigungsvariable (d_{66} Gesamt) entsprechend der Gl. (5-24) ergibt sich aus den Anteilen durch die Auswirkung der Zwischenfaserbrüche (d_{66} Riss) und der Delaminationsschädigung (d_{66} Delam.). An dem Kurvenverlauf der Risschädigung ist deutlich zu erkennen, dass die Schädigungsvariable ab 4% Axialdehnung wieder abnimmt, obwohl die Rissdichte weiter zunimmt. Der Grund ist die abnehmende Auswirkung der Risse infolge der zunehmenden plastischen Verformung, da die Lagen überwiegend auf Schub belastet sind. Gleichzeitig steigt die Delaminationsschädigung stark an und erreicht bei etwa 7% Axialdehnung einen größeren Wert als die Risschädigung. Kurz vor

dem Versagen der Probe, wird die Steifigkeitsreduktion nahezu ausschließlich von der Delamination getrieben. Die Zwischenfaserbrüche haben nahezu keinen Einfluss mehr auf die Schubsteifigkeitsreduktion in den Lagen des Laminats.

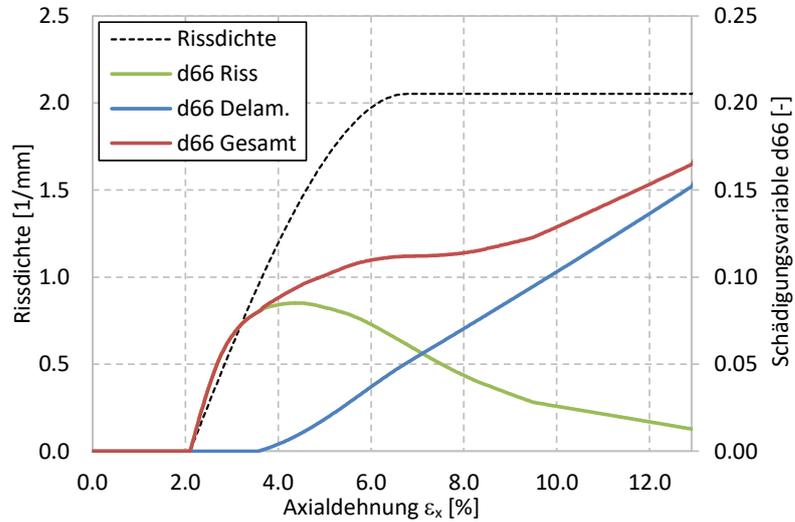


Abb. 6-5: Vorhersagen des Schädigungsmodells für das $\pm 45^\circ$ Laminat mit einfacher Legenstärke.

Die Komplexität und die damit verbundenen Schwierigkeiten in der Schädigungsauslegung von Faserverbundlaminaten zeigt Abb. 6-6. Dargestellt sind die Rissdichtenverläufe aus dem Experiment und der Simulation und die entsprechenden Spannungs-Dehnungs-Verläufe eines $[(90/+60/90/-60)_2]_s$ Laminats.

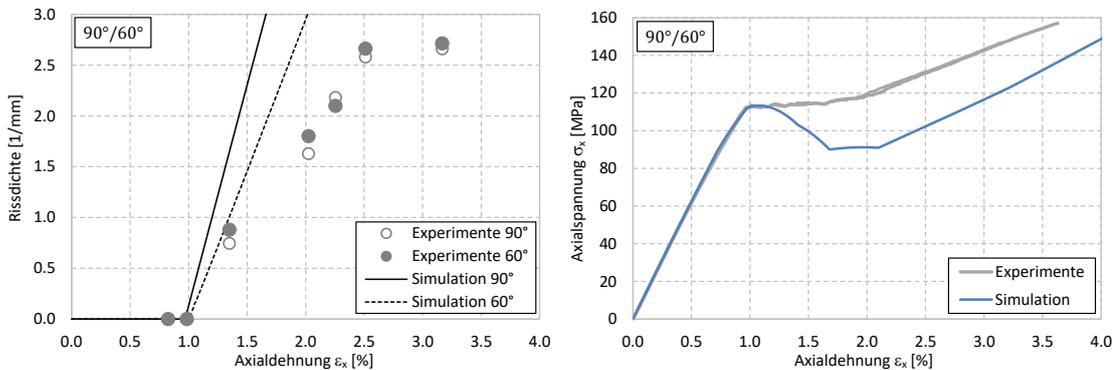


Abb. 6-6: Experimentelle und simulierte Ergebnisse für die Rissdichte und den Spannungs-Dehnungs-Verlauf in einem 90/60 Laminat.

In den 90° Lagen orientiert sich der vorhergesagte Rissdichtenverlauf an dem Kreuzverbundlaminat, das zur Kalibrierung der Rissanhäufungsrate genutzt wurde. Im Gegensatz dazu, ist in den 90° Lagen des 90/60 Laminats eine wesentlich geringere Zunahme der Rissdichte zu beobachten. Auch in den 60° Lagen wird eine zu hohe Rissdichtenrate prognostiziert. In diesen Lagen herrscht ein kombinierter Zug- und Schubspannungszustand. Bei der Rissinitiierung hingegen korrelieren die Ergebnisse aus der Simulation

und den Versuchen für beide Lagenorientierungen. Dementsprechend kann auch der plötzliche starke Steifigkeitsverlust bei etwa 1% Axialdehnung korrekt bestimmt werden. Dieser wird allerdings aufgrund der zu hohen Rissdichtenzunahme ebenfalls als zu hoch vorhergesagt. Die simulierte Entfestigung des Laminats tritt in Realität nicht auf. Die Ergebnisse zeigen die Einschränkung des Modells hinsichtlich der Vorhersagbarkeit der Schädigungsentwicklung. Im Gegensatz zu den bisher betrachteten Laminaten, ist in diesem Laminat ein weiterer Mechanismus entscheidend für die Rissentwicklung. Aufgrund der Orientierung der Einzellagen des Laminataufbaus herrschen in beiden Lagen hohe transversale Zugspannungen. Diese führen bei Rissen in den 90° Lagen gleichzeitig auch zu einer Rissentstehung in den 60° Lagen. Diese Risse verlaufen allerdings nicht durch die gesamte Breite des Laminats sondern bilden sich sehr lokal an den 90° Rissen aus. Dieser Effekt wurde in [169] an dem CFK Material IM600/#133 untersucht. Eine Röntgenaufnahme der Rissentwicklung in einem Laminat mit angrenzenden 90° und 60° Lagen zeigt Abb. 6-7. Gleichzeitig mit der Ausbildung der 60° Risse, wird die Risszunahme in beiden Lagenorientierungen gehemmt. Da dieser Effekt in einem Kreuzverbundlaminat nicht auftritt, kann er durch das vorgeschlagene empirische Modell nicht abgebildet werden. Um dieses spezielle Verhalten der Rissentwicklung in multidirektionalen Laminaten abzubilden, muss die Interaktion der Rissentstehung genauer experimentell charakterisiert werden. Bisher ist nicht bekannt unter welchen Randbedingungen eine solch lokalisierte Mikrorissentwicklung zu erwarten ist. Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Modell für die Zwischenfaserbruchentwicklung ist auf multidirektionale Laminataufbauten beschränkt, in denen keine signifikante Interaktion der Risse in verschiedenen Lagen zu erwarten ist.

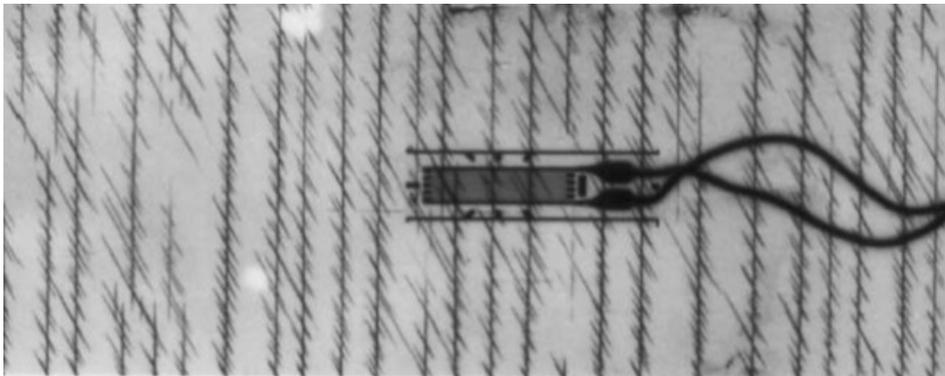


Abb. 6-7: Röntgenaufnahme der Rissentwicklung eines $[0/60_z/90]_s$ Laminats [169].

Die Analyse der Rissauswirkung anhand der RVE Ergebnisse ist an die periodischen Randbedingungen der RVEs geknüpft. Diese wurden definiert, um eine Rissausbreitung über die gesamte Probenbreite abzubilden. In den 60° Lagen ist das nicht der Fall. Trotzdem soll die Anwendbarkeit des entwickelten Konzepts für die Bestimmung der Rissauswirkung untersucht werden. Dabei wird angenommen, dass die Länge der Risse hinreichend groß ist, um eine Periodizität zu erfüllen. Weiterhin wird angenommen, dass

die experimentell ermittelte Rissdichte repräsentativ für die gesamte Probe ist. Dies deutet Abb. 6-7 an, da die Rissentwicklung zwar lokal an den 90° Zwischenfaserbrüchen stattfindet, jedoch homogen über die gesamte Probe. Entsprechend wird eine weitere Simulation durchgeführt, bei der jedoch die Rissdichten in den 90° und den 60° Lagen vorgegeben wird. Bei gleich angenommenem Rissdichtenverlauf für beide Orientierungen ergibt sich der Spannungs-Dehnungs-Verlauf, wie er in Abb. 6-8 dargestellt ist. Das Ergebnis zeigt, dass die Steifigkeitsreduktion infolge der Schädigung auch in dem 90/60 Laminat korrekt vorhergesagt werden kann.

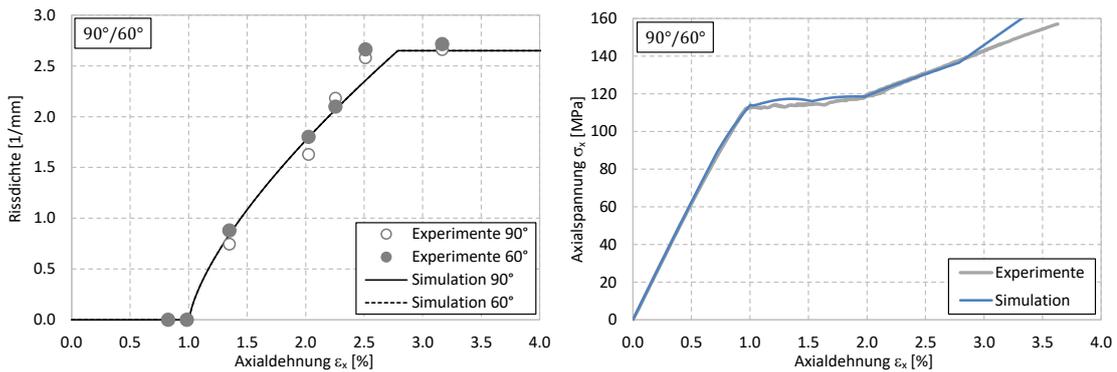


Abb. 6-8: Ergebnisvergleich für das 90/60 Laminat bei vorgegebener Rissdichte.

Entscheidend für ein Materialmodell zur Strukturauslegung ist seine Anwendbarkeit für verschiedenste Laminataufbauten und Belastungszustände. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dazu besonderer Wert auf die Vorhersagefähigkeit bei kontinuierlicher Laminatbelastung gelegt. Bisherige Modelle in der Literatur wurden fast ausschließlich an Kreuzverbundlaminaten mit Rissen nur in den 90° Lagen validiert. Zusätzlich wurde die Steifigkeitsreduktion nur mit einer stufenweisen Versuchsdurchführung getestet. Dementsprechend mussten bisherige Modelle nur den Anfangsbereich der jeweiligen Belastungszyklen abbilden können. Unter diesen Voraussetzungen ist ein linear elastisches Materialmodell ausreichend. In dieser Arbeit wurden die Anforderungen an das Materialmodell hinsichtlich der Abbildung einzelner Materialprozesse wesentlich höher gesetzt.

Aus Abb. 1-1 werden erneut die Spannungs-Dehnungs-Verläufe des [(0/90)₄]_s und des [(90/+45/90/-45)₂]_s Laminats betrachtet. Die entsprechenden Simulationen des Konstitutivverhaltens mit und ohne Beachtung der Schädigung und bei linear elastischen Materialannahmen zeigt Abb. 6-9. Zusätzlich sind die Ergebnisse eines quasi-isotropen [(90/0/+45/-45)₂]_s und eines [(+45/-45)₄]_s Laminataufbaus dargestellt. Für die geschädigten und ungeschädigten Simulationen wurden die anderen nichtlinearen Materialprozesse jeweils berücksichtigt. Hierbei zeigt sich deutlich der Validierungsvorteil von Laminaten ohne Fasern in Lastrichtung, da diese wesentlich sensitiver auf Veränderungen im Materialmodell reagieren. Die einzelnen Komponenten des Kontinuumsmodells können dadurch wesentlich besser validiert werden. Während es bei dem Kreuzverbund und dem quasi-isotropen Aufbau für die Simulation des globalen Konstitutivverhaltens

kaum eine Rolle spielt, ob die Schädigungsentwicklung und die Schädigungsauswirkung korrekt abgebildet sind, hat es bei dem $90^\circ/45^\circ$ und dem $\pm 45^\circ$ Laminat einen signifikanten Einfluss. Gerade an dem Kreuzverbund zeigt sich, dass die Steifigkeitsauswirkung durch den nichtlinearen Longitudinalmodul entscheidender ist, als die Auswirkung durch die Schädigung. Die Ergebnisse zeigen damit die Notwendigkeit von experimentellen Untersuchungen an kontinuierlich belasteten Proben. Diese sind unerlässlich, da in einem Materialmodell für strukturelle Anwendungen im Wesentlichen die korrekte Bestimmung der Steifigkeitsreduktion über eine Anwendbarkeit des Modells entscheidet. Die Spannungs-Dehnungs-Verläufe verdeutlichen darüber hinaus sehr gut, dass es sinnvoll ist, in Abhängigkeit des auszulegenden Laminataufbaus zu entscheiden, ob nichtlineare Materialprozesse berücksichtigt werden sollten. Besonders für einen Kreuzverbund und ein quasi-isotropes Laminat kann die Steifigkeitsentwicklung auch mit linear elastischen Materialannahmen hinreichend genau vorhergesagt werden. Ebenfalls ist die Abweichung gering, wenn die Schädigungsentwicklung und die Schädigungsauswirkung nicht oder nicht korrekt bestimmt werden. Damit sind diese Laminatarten hinsichtlich Auslegungsfehlern wesentlich robuster.

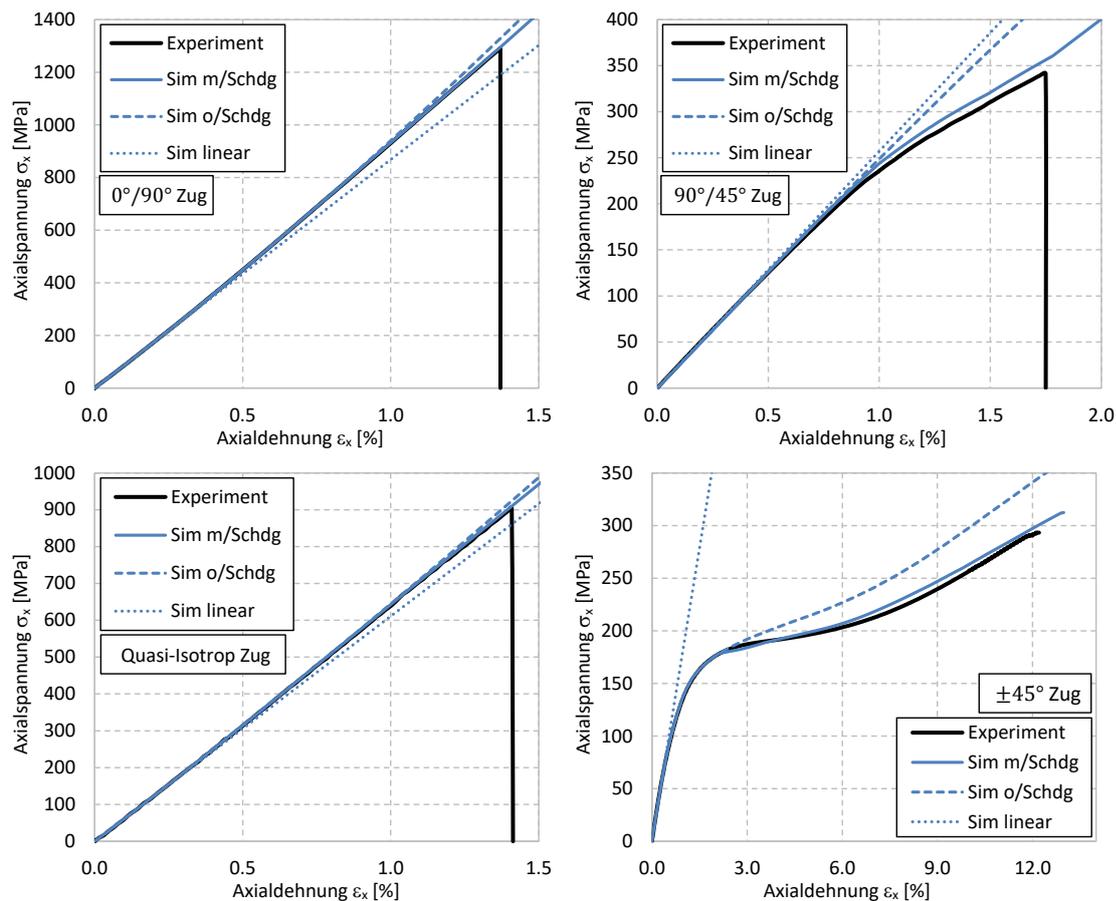


Abb. 6-9: Simulationen des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs in Abhängigkeit der Materialannahmen für verschiedene multidirektionale Laminatarten (o/Schdg – ohne Schädigung, m/Schdg - mit Schädigung).

Die Ergebnisse der $90^\circ/45^\circ$ und $\pm 45^\circ$ Laminat reagieren unterschiedlich sensitiv auf die Berücksichtigung verschiedener nichtlinearer Materialprozesse. Für den $90^\circ/45^\circ$ Aufbau ist die korrekte Vorhersage der Steifigkeitsreduktion infolge Schädigung entscheidend. Im Gegensatz dazu führt die akkurate Vorhersage der Plastizität und der Faserausrichtung bei einem $\pm 45^\circ$ Aufbau zu einer signifikanten Auslegungsverbesserung. In diesen Winkellaminaten ist der Fehler bei linear elastischen Materialannahmen besonders groß.

Eine zusammenfassende Bewertung der Simulationsergebnisse des Modells zeigt, dass die Schädigungsauswirkung in multidirektionalen Laminaten mit dem vorgeschlagenen Kontinuumsmodell simuliert werden kann. Ebenso kann die Auswirkung anderer Materialprozesse, die ein nichtlineares Laminatverhalten verursachen, sehr gut abgebildet werden. Die Schädigungsentwicklung hingegen kann nur eingeschränkt vorhergesagt werden und ist entscheidend von der akkuraten Bestimmung der Schädigungsentwicklungsparameter abhängig.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Der Fokus der Arbeit war die Untersuchung des Einflusses von nichtlinearen Materialprozessen auf die Schädigungsentwicklung und die Schädigungsauswirkung in Faserverbundlaminaten. Anhand der erzielten Ergebnisse wurde gezeigt, dass die Berücksichtigung von nichtlinearem Materialverhalten sowohl für die experimentelle Bewertung als auch die Auslegung zahlreicher multidirektionaler Lamine entscheidend ist. Es wurden verschiedenste Lamine getestet und unterschiedliche Auswertungsstrategien zur Bewertung der Schädigungsentwicklung und der Schädigungsauswirkung angewendet. In besonderem Umfang wurden Lamine ohne Fasern in Lastrichtung untersucht, die dadurch eine höhere Sensitivität gegenüber nichtlinearen Materialvorgängen aufweisen. Diese eigneten sich sehr gut, um einzelne Mechanismen zu charakterisieren, die eine Nichtlinearität der Laminatsteifigkeit verursachen. Im Rahmen der Arbeit wurde ein Konzept entwickelt, mit dessen Hilfe es möglich ist, sowohl die Transversal- als auch die Schubsteifigkeitsreduktion in einzelnen Lagen eines multidirektionalen Laminats zu ermitteln. Dazu enthält das vorgestellte Konzept eine diskrete Zwischenfaserbruchmodellierung in Form von numerischen RVEs. Die experimentelle Auswertung hat gezeigt, dass besonders das zeitabhängige Verhalten und die Faserausrichtung die Steifigkeitsbewertung beeinflussen können. Um die lokale Reduktion der Steifigkeitskomponenten auf Basis einer gemessenen Laminatsteifigkeit zu berechnen, musste deren Einfluss auf die Testergebnisse ausgeschlossen werden. Für die korrekte Auswertung wurde eine Methodik zur Anpassung der gängigen zyklischen Versuchsdurchführung entwickelt. Durch die Berücksichtigung von anderen nichtlinearen Materialprozessen konnte die reine schädigungsinduzierte Steifigkeitsreduktion bestimmt werden. Ein sehr umfangreiches Testprogramm lieferte wichtige Erkenntnisse für die Kategorisierung der Materialeigenschaften hinsichtlich ihrer materialinhärenten Einordnung. Anhand der Ergebnisse von $\pm 45^\circ$ Winkellaminaten mit unterschiedlichen Lagendicken wurde gezeigt, dass die Schädigungsauswirkung entscheidend vom Laminataufbau beeinflusst wird. Durch die Versuchsergebnisse weiterer Laminataufbauten konnte darüber hinaus nachgewiesen werden, dass andere nichtlineare Prozesse materialinhärent sind. Dies gilt für das plastische Fließverhalten ebenso wie für den nicht-hooke'schen longitudinalen Elastizitätsmodul und die Faserrotation.

Anhand der Rissdichtenentwicklung in Kreuzverbundlaminaten konnte gezeigt werden, dass nicht nur die Rissauswirkung, sondern auch die Rissentwicklung unter reiner transversaler Zugbelastung laminatabhängig ist. Um eine ausreichende Basis für die Entwicklung eines Materialmodells zu ermöglichen, wurden vor allem Tests durchgeführt, die eine Bewertung der Auswirkung und der Interaktion einzelner nichtlinearer Material-

prozesse zulassen. Daher wurden zahlreiche Lamine verwendet, die eine hohe Sensitivität für matrixdominierende Materialvorgänge aufweisen. Der Einfluss der Nichtlinearität konnte dadurch direkt anhand des axialen Spannungs-Dehnungs-Verlaufs der Lamine evaluiert werden. Im Gegensatz zu bisherigen Modellen, konnte damit gezeigt werden, dass das entwickelte Materialmodell in der Lage ist, die Steifigkeitsauswirkung einzelner Materialprozesse auch bei kontinuierlicher Belastung abzubilden. Zur Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens wurde ein Kontinuumsmodell entwickelt, das die Auswirkung der verformungsinduzierten Faserrotation, der plastischen Fließvorgänge, der nichtlinearen Longitudinalsteifigkeit und der Schädigung berechnet. Das Modell wurde für die explizite Berechnung in einem nutzer-definierten Materialmodell für Abaqus implementiert. Der Ansatz für die nichtlineare Steifigkeit in Faserrichtung wurde empirisch als Funktion der longitudinalen Dehnung umgesetzt und an 0° UD Proben kalibriert. Der Ansatz für die Faserrotation transformiert die Dehnungen und Spannungen entsprechend der Faserausrichtung und gleicht damit die fehlende Orthotropie bei einer Schubverzerrung der finiten Elemente in Abaqus aus. Das Plastizitätsmodell enthält einen zweigeteilten unabhängigen Ansatz für Fließvorgänge unter transversaler und longitudinaler Belastung. Es basiert auf einer Formulierung entsprechend der Annahme einer isotropen Verfestigung und einer nicht-assoziierten Fließregel. Darüber hinaus wurde ein Konzept zur Bestimmung der Schädigungsauswirkung integriert, welches auf einer diskreten Betrachtung der Zwischenfaserbrüche und einer verschmierten Betrachtung von diffuser Mikroschädigung und Delaminationsschädigung basiert. Entgegen den meisten bisherigen Entwicklungen, ist das Modell auch für multidirektionale Lamine anwendbar. In diesen herrschen in einzelnen Lagen kombinierte Spannungszustände, wodurch es einen entscheidenden Einfluss von nichtlinearem Materialverhalten auf die Schädigung gibt. In einer Literaturrecherche konnte gezeigt werden, dass alle bisherigen Modelle für die diskrete Vorhersage der Schädigung auf linear elastischen Annahmen basieren. Die dafür entwickelten analytischen und numerischen Ansätze sind daher nicht für multidirektionale Lamine verwendbar. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Zwischenfaserbruchentwicklung durch einen empirischen Ansatz bestimmt und die Zwischenfaserbruchauswirkung mit Hilfe einer numerischen Methode. Der empirische Ansatz zur Berechnung der Rissdichte basiert auf den Lagendehnungen und experimentell an Laminaten ermittelten Parametern zur Bestimmung der Rissinitiierungslast und der Rissanhäufungsrate. Die empirische Kalibrierung erfolgte an Laminaten mit einer nahezu uniaxialen transversalen Zug- bzw. longitudinalen Schubbelastung in den gerissenen Einzellagen. Zur Ermittlung der Rissinitiierung und der Rissanhäufung bei kombinierten Belastungszuständen in den Lagen, wurde das Kriterium nach Puck genutzt. Auf Basis der ermittelten Rissdichte wurde die Steifigkeitsreduktion in den Einzellagen bestimmt. Dafür wurde eine numerische RVE Analyse durchgeführt. Um ein kohärentes Konzept zur Bestimmung der Schädigungsauswirkung im Rahmen des nichtlinearen Konstitutivmodells zu gewährleisten, beinhalteten die RVEs nichtlineare Materialannahmen. In einer RVE Studie wurde gezeigt, dass sich das nichtlineare Materialverhalten signifikant auf die Steifigkeitsreduktion eines

Risses auswirkt. Besonders unter longitudinaler Schubbelastung konnte gezeigt werden, dass die Plastizität zu einer verringerten Störung des Spannungsfeldes um den Riss führt. Mit zunehmender Belastung wird die Steifigkeitsreduktion eines Risses somit geringer. Dieser Effekt konnte ebenfalls bei uniaxialer transversaler Zugbelastung nachgewiesen werden, allerdings in geringerem Maße. Darüber hinaus wurde gezeigt, dass der Lagenwinkel der Nachbarlagen und das Zug-Schub-Dehnungsverhältnis einen Einfluss auf die nichtlineare Zwischenfaserbruchauswirkung haben. Um die Ergebnisse der RVE Studie zu nutzen, wurde ein Konzept vorgestellt, wie diese in den Ablauf des Kontinuumsmodells integriert werden können. Dafür wurden die Schädigungsvariablen in einem vorgelagerten Schritt ermittelt und im Rahmen des Konstitutivmodells abgerufen.

Um die Anwendbarkeit des nichtlinearen Konstitutivmodells zu validieren, wurden die Rissdichtenverläufe und die Spannungs-Dehnungs-Kurven der experimentell charakterisierten Lamine simuliert. Die Validierung zeigte deutlich, dass die Ergebnisse aus den Versuchen und den Simulationen sehr gut korrelieren. Es wurde gezeigt, dass die größten Schwierigkeiten in der Voraussage der Zwischenfaserbruchentwicklung liegen, die Schädigungsauswirkung hingegen zufriedenstellend vorhergesagt werden kann. Die Schwächen liegen dabei in dem empirischen Modell, welches nur Materialeffekte beachten kann, die auch in den zur Kalibrierung genutzten Laminen auftraten. Allerdings hat die Literaturstudie gezeigt, dass für eine korrekte Berechnung der Rissentwicklung die fertigungsbedingten Randbedingungen entscheidend sind und eine signifikante Interaktion der Risse in unterschiedlichen Lagen die Rissentwicklung wesentlich beeinflusst. Die Auswirkung dieser Prozesse in ein Auslegungsmodell für Faserverbundlamine zu integrieren wird eine entscheidende Herausforderung für die Zukunft darstellen.

In bisherigen Modellen, ebenso wie in dem hier vorgestellten, sind die Genauigkeit und damit die Anwendbarkeit des Modells abhängig von kalibrierten Schädigungsparametern, die an repräsentativen Laminen bestimmt werden müssen. Doch warum ist es so schwierig, die Schädigungsentwicklung in einem multidirektionalen Laminat vorherzusagen? Das Problem ist, dass die Eigenschaft eines Laminats, die bestimmt wann ein Riss entsteht, keine materialinhärente Kenngröße darstellt. Berechnet man, wie in der Industrie weitgehend üblich, die Rissentwicklung nur auf Basis der UD Festigkeiten, vernachlässigt man zahlreiche entscheidende Einflüsse. Diese sind die Interaktion von Rissen in verschiedenen Lagen, das Zusammenwirken verschiedener Schädigungsmechanismen (Delamination zwischen Lagen treten in UD Laminen nicht auf) und der Einfluss des Laminataufbaus in Form der Lagendicke und des Decklagenwinkels. Ebenso vernachlässigt man den Einfluss von Fertigungsrandbedingungen (zum Beispiel Eigenspannungen im multidirektionalen Laminat) und das die stochastische Natur der Schädigungsentwicklung nicht nur durch eine Variabilität von Faser und Matrix entsteht, sondern vor allem durch die Zufälligkeit in dem Herstellungsprozess (Porenverteilung und unterschiedliche Faser-Matrix-Anbindungseigenschaften werden durch die Druckverteilung während der Konsolidierung und der Ablage beispielsweise in einem

„Automated Fiber Placement“ Prozess festgelegt). Um die Schädigungsentwicklung tatsächlich vorhersagen zu können, müssen diese Einflussgrößen in die Berechnung einbezogen werden. Dies stellt eine riesige Herausforderung dar und erfordert vor allem wesentliche Fortschritte in der Prozesscharakterisierung und Prozesssimulation. Gleichwohl muss ein allgemeines Bewusstsein dafür gewonnen werden, dass die experimentell ermittelte UD Einzellagenfestigkeit keine Aussagekraft für die Rissentwicklung in einem Laminat hat.

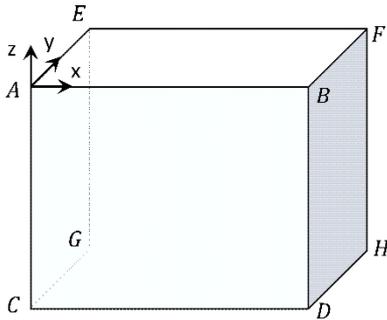
Eine Festigkeitsauslegung hängt allerdings sehr stark von der generellen Auslegungsstrategie ab. Häufig ist das Ziel, Zwischenfaserbrüche in einzelnen Lagen einer Struktur generell auszuschließen. Die Untersuchungen zeigen, dass dafür die empirische Kalibrierung der Rissinitiierungsenvolpe ausreicht, da damit eine Initiierungslast bei jeglichen Spannungskombinationen vorhergesagt werden kann. Für die Kalibrierung sind Laminattests an Kreuzverbundlaminaten für jede eingesetzte Lagendicke und an einem $\pm 45^\circ$ Laminat mit einfacher Lagendicke ausreichend. Die ermittelten Zwischenfaserbruchinitiierungslasten genügen, um multidirektionale Lamine darauf auszulegen, dass keine Zwischenfaserbrüche auftreten.

Ein weiterer Punkt, der in dieser Arbeit nicht behandelt wurde, ist die Bewertung der strukturellen Integrität in Abhängigkeit von nichtlinearen Materialprozessen. Ziel eines Auslegungsmodells darf nicht nur die Vorhersage der Schädigungsentwicklung und der Schädigungsauswirkung sein. Notwendig ist unbedingt auch eine Aussage dazu, inwieweit Risse die Endfestigkeit eines Laminats beeinflussen, da dies die Auslegung hinsichtlich der strukturellen Integrität von Faserverbundstrukturen nachhaltig prägt. Für die Bewertung der Schadenstoleranz, die „Crash“-Auslegung und die Ausschöpfung des Leichtbaupotentials ist das in Zukunft unerlässlich. Untersuchungen [170] haben gezeigt, dass die Versagensfestigkeit vieler Lamine mit heute verfügbaren Modellen nicht bestimmt werden kann und die Auslegung mit klassischen UD Festigkeitskriterien nicht konservativ ist. Allerdings können oft auch einfache Ansätze für die Bewertung der Laminatfestigkeit gewählt werden. Diese Vereinfachung ist vor allem dann möglich, wenn garantiert werden kann, dass ausreichend Fasern in die versagensrelevante Belastungsrichtung orientiert sind. In Anbetracht der Schwierigkeiten in der Voraussage der Schädigungsentwicklung ist in diesem Fall ein Pauschalkriterium auf Basis der zu erwartenden Laminatmaximaldehnung durchaus sinnvoll für die Auslegung. Nichtlineare Materialprozesse in der Matrix wirken sich ebenso wie eine Zwischenfaserbruchentwicklung nur sehr gering auf die Axialsteifigkeit und auch auf die strukturelle Integrität dieser Lamine aus. Damit kann das Laminat mit Hilfe einer Axialdehnungsgrenze unterhalb der Versagensdehnung der Fasern hinreichend genau und konservativ ausgelegt werden.

A Anhang

a Periodische Randbedingungen

Im Folgenden sind die Formeln definiert, um die Periodizität der RVEs zu gewährleisten. Die Bezeichnung „Flächen“ und „Kanten“ bezieht sich auf alle Knoten in dem entsprechenden Bereich. $\Delta \mathbf{u}^{CD}$ beschreibt einen Verschiebungsvektor, der als Randbedingung am RVE aufgebracht wird. Die Komponenten dieses Vektors können den Wert Null annehmen.



Flächen:

$$u_x^{BDHF} - u_x^{ACGE} - \Delta u_x^{CD} = 0$$

$$u_y^{BDHF} - u_y^{ACGE} - \Delta u_y^{CD} = 0$$

$$u_z^{BDHF} - u_z^{ACGE} - \Delta u_z^{CD} = 0$$

$$u_x^{ACDB} - u_x^{EGHF} - \Delta u_x^{CD} = 0$$

$$u_y^{ACDB} - u_y^{EGHF} - \Delta u_y^{CD} = 0$$

$$u_z^{ACDB} - u_z^{EGHF} - \Delta u_z^{CD} = 0$$

Kanten:

$$u_x^{BD} - u_x^{AC} - \Delta u_x^{CD} = 0$$

$$u_z^{BD} - u_z^{AC} - \Delta u_z^{CD} = 0$$

$$u_x^{HF} - u_x^{GE} - \Delta u_x^{CD} = 0$$

$$u_z^{HF} - u_z^{GE} - \Delta u_z^{CD} = 0$$

$$u_y^{DB} - u_y^{HF} - \Delta u_y^{CD} = 0$$

$$u_y^{CA} - u_y^{GE} - \Delta u_y^{CD} = 0$$

b Bestimmung der lokalen effektiven Steifigkeitskomponenten

In der vorgestellten Arbeit wird ein Konzept zur Bestimmung der normierten effektiven Transversal- \hat{E}_2/E_2^0 und Schubsteifigkeit \hat{G}_{12}/G_{12}^0 vorgeschlagen. In einzelnen Lagen eines Faserverbundlaminats mit einem kombinierten Transversal- und Schubspannungszustand sind diese beiden Steifigkeitskomponenten verantwortlich für das Verhalten der globalen axialen Laminatsteifigkeit und werden daher in Abhängigkeit von \hat{E}_x , der aktuellen Faserorientierung und den initialen Materialeigenschaften bestimmt.

Wenn ein kombinierter Druck- und Schubspannungszustand wirkt ($\hat{E}_2 = E_2^0$):

$$\frac{\hat{G}_{12}}{G_{12}^0} = -\frac{a}{b}$$

mit

$$a = E_1^0 [4E_1^0 E_2^0 - 3E_1^0 \hat{E}_x - 3E_2^0 \hat{E}_x \nu_{12}^0 + 4(E_1^0 - E_2^0) \hat{E}_x \cos 2\theta' + (4E_1^0 E_2^0 - E_1^0 \hat{E}_x - E_2^0 \hat{E}_x + 2E_2^0 \hat{E}_x \nu_{12}^0) \cos 4\theta']$$

$$b = G_{12}^0 [E_1^{02} + E_2^0 \hat{E}_x \nu_{12}^{02} + E_1^0 (E_2^0 - \hat{E}_x + 2E_2^0 \nu_{12}^0)] 8 \sin^2 2\theta'$$

Wenn ein kombinierter Zug- und Schubspannungszustand wirkt ($\hat{E}_2 \neq E_2^0$):

Ein iteratives Lösungsverfahren wird für die Bestimmung von \hat{E}_2/E_2^0 und \hat{G}_{12}/G_{12}^0 genutzt. Die Lösung basiert auf Gl. (2-18) mit den Fit-Parametern welche für IM7-8552 bestimmt wurden.

Es gelten die beiden Bedingungen:

$$\left(\frac{\hat{E}_2}{E_2^0}\right)_1 = \frac{1}{\left\{0.666 \left(\frac{G_{12}^0}{\hat{G}_{12}}\right)^2 - 0.666\right\} \{1 + 0.83 \cos^2 2\theta'\} + 1}$$

und

$$\left(\frac{\hat{E}_2}{E_2^0}\right)_2 = -\frac{c}{d}$$

mit

$$\begin{aligned}
c &= 4E_1^0 E_2^0 \left[-4\hat{E}_x + 4E_1^0 - E_1^0 \hat{E}_x \frac{1}{\hat{G}_{12}} \right. \\
&\quad \left. + \left(-4\hat{E}_x + 4E_1^0 - E_1^0 \hat{E}_x \frac{1}{\hat{G}_{12}} \right) \cos 2\theta' \right] \sin^2 2\theta' \\
d &= 4E_1^0 + 4E_1^{0^2} \frac{1}{\hat{G}_{12}} - 3E_1^0 \hat{E}_x \frac{1}{\hat{G}_{12}} + 8E_1^0 \nu_{12}^0 - 2E_1^0 \nu_{12}^0 \hat{E}_x \frac{1}{\hat{G}_{12}} + 4\hat{E}_x \nu_{12}^{0^2} \\
&\quad - 4E_1^0 \hat{E}_x \frac{1}{\hat{G}_{12}} \cos 2\theta' \\
&\quad + \left[4E_1^{0^2} \frac{1}{\hat{G}_{12}} - 4\hat{E}_x \nu_{12}^{0^2} - 4E_1^0 - 8E_1^0 \nu_{12}^0 \right. \\
&\quad \left. + E_1^0 \hat{E}_x \frac{1}{\hat{G}_{12}} (2\nu_{12}^0 - 1) \right] \cos 4\theta'
\end{aligned}$$

Initiierung des Iterationsprozesses:

- Definition des Initiierungswertes für \hat{G}_{12}
- Setze $tol = 10^{-10}$

$$R = \begin{pmatrix} \hat{E}_2 \\ E_2^0 \end{pmatrix}_1 - \begin{pmatrix} \hat{E}_2 \\ E_2^0 \end{pmatrix}_2.$$

Iterationsprozess:

- Neudefinition \hat{G}_{12} solange $|R| > tol$
- Neuberechnung R

c Dreidimensionale Transformationsmatrix

Die dreidimensionale Transformationsmatrix ermöglicht die Rotation des inkrementellen Dehnungs- und Spannungsvektors in dem nutzer-definierten Materialmodell für die RVEs in Kapitel 5.

$$\mathbf{T}_\theta^{3D} = \begin{bmatrix} T_{11}^{3D} & T_{12}^{3D} & T_{13}^{3D} & T_{14}^{3D} & T_{15}^{3D} & T_{16}^{3D} \\ T_{21}^{3D} & T_{22}^{3D} & T_{23}^{3D} & T_{24}^{3D} & T_{25}^{3D} & T_{26}^{3D} \\ T_{31}^{3D} & T_{32}^{3D} & T_{33}^{3D} & T_{34}^{3D} & T_{35}^{3D} & T_{36}^{3D} \\ T_{41}^{3D} & T_{42}^{3D} & T_{43}^{3D} & T_{44}^{3D} & T_{45}^{3D} & T_{46}^{3D} \\ T_{51}^{3D} & T_{52}^{3D} & T_{53}^{3D} & T_{54}^{3D} & T_{55}^{3D} & T_{56}^{3D} \\ T_{61}^{3D} & T_{62}^{3D} & T_{63}^{3D} & T_{64}^{3D} & T_{65}^{3D} & T_{66}^{3D} \end{bmatrix}$$

Mit $c = \cos(\theta)$, $s = \sin(\theta)$ und dem Orientierungseinheitsvektor der Rotationsachse $\mathbf{a} = \{0, a_2, a_3\}$ ergeben sich die einzelnen Komponenten der Transformationsmatrix:

$$T_{11}^{3D} = c^2$$

$$T_{12}^{3D} = (a_3 s)^2$$

$$T_{13}^{3D} = (-a_2 s)^2$$

$$T_{14}^{3D} = 2a_3 c s$$

$$T_{15}^{3D} = -2a_3 a_2 s^2$$

$$T_{16}^{3D} = -2a_2 c s$$

$$T_{21}^{3D} = (-a_3 s)^2$$

$$T_{22}^{3D} = (a_2^2(1-c) + c)^2$$

$$T_{23}^{3D} = (a_2 a_3(1-c))^2$$

$$T_{24}^{3D} = 2(a_2^2(1-c) + c)(-a_3 s)$$

$$T_{25}^{3D} = 2(a_2^2(1-c) + c)a_2 a_3(1-c)$$

$$T_{26}^{3D} = 2a_2 a_3(1-c)(-a_3 s)$$

$$T_{31}^{3D} = (a_2 s)^2$$

$$T_{32}^{3D} = (a_2 a_3(1-c))^2$$

$$T_{33}^{3D} = (a_3^2(1-c) + c)^2$$

$$T_{34}^{3D} = 2(a_2 a_3(1-c))(a_2 s)$$

$$T_{35}^{3D} = 2(a_2 a_3 (1 - c))(a_3^2 (1 - c) + c)$$

$$T_{36}^{3D} = 2(a_3^2 (1 - c) + c)(a_2 s)$$

$$T_{41}^{3D} = -a_3 c s$$

$$T_{42}^{3D} = a_3 s (a_2^2 (1 - c) + c)$$

$$T_{43}^{3D} = -a_2 s (a_2 a_3 (1 - c))$$

$$T_{44}^{3D} = ((a_3 s)(-a_3 s) + c(a_2^2 (1 - c) + c))$$

$$T_{45}^{3D} = ((a_2^2 (1 - c) + c)(-a_2 s) + (a_2 a_3 (1 - c))(a_3 s))$$

$$T_{46}^{3D} = ((-a_3 s)(-a_2 s) + c a_2 a_3 (1 - c))$$

$$T_{51}^{3D} = -a_3 a_2 s^2$$

$$T_{52}^{3D} = (a_2^2 (1 - c) + c) a_2 a_3 (1 - c)$$

$$T_{53}^{3D} = (a_2 a_3 (1 - c))(a_3^2 (1 - c) + c)$$

$$T_{54}^{3D} = ((a_2 s)(a_2^2 (1 - c) + c) - a_3^2 a_2 s (1 - c))$$

$$T_{55}^{3D} = ((a_2 a_3 (1 - c))^2 + (a_2^2 (1 - c) + c)(a_3^2 (1 - c) + c))$$

$$T_{56}^{3D} = (a_2^2 a_3 s (1 - c) - a_3 s (a_3^2 (1 - c) + c))$$

$$T_{61}^{3D} = a_2 c s$$

$$T_{62}^{3D} = a_2 a_3^2 s (1 - c)$$

$$T_{63}^{3D} = -a_2 s (a_3^2 (1 - c) + c)$$

$$T_{64}^{3D} = ((a_2 s)(a_3 s) + c(a_2 a_3 (1 - c)))$$

$$T_{65}^{3D} = ((a_2 a_3 (1 - c))(-a_2 s) + (a_3^2 (1 - c) + c)(a_3 s))$$

$$T_{66}^{3D} = ((a_2 s)(-a_2 s) + c(a_3^2 (1 - c) + c))$$

B Abbildungsverzeichnis

Abb. 1-1: Spannungs-Dehnungs-Verläufe verschiedener CFK IM7-8552 Lamine.	2
Abb. 2-1: Versuchsergebnisse zum Zusammenhang zwischen normierter Laminatsteifigkeitsreduktion und Rissdichte für Kreuzverbunde von AS4/3502 [4].	8
Abb. 2-2: Rissdichtenverläufe in 90° Lagen für verschiedene T800/M21 Lamine (nach [21]).	11
Abb. 2-3: CNC-Schneiden der Prepreg-Lagen und Lagenablage vor der Konsolidierung.	14
Abb. 2-4: Thermo-Pressen zur Herstellung der Laminatplatten.	15
Abb. 2-5: Probandendesign und Testaufbau mit Dehnungsmesssystem.	16
Abb. 2-6: DBK Ergebnisse der Axialdehnung für verschiedene Laminataufbauten.	17
Abb. 2-7: Schliffbild eines [(45/-45) ₄] _s Laminats mit Zwischenfaserbrüchen.	18
Abb. 2-8: Experimentelle Ergebnisse der Rissdichtenentwicklung in verschiedenen Laminaten.	19
Abb. 2-9: Dehnungsretardation in einem ±45° Laminat nach Entlastung.	23
Abb. 2-10: Vergleich verschiedener Auswertemethoden zur Ermittlung der Laminatsteifigkeit.	24
Abb. 2-11: Ermittlung der Steifigkeitsreduktion an ±45° Laminaten aus IM7- 8552.	26
Abb. 2-12: Ansatz zur Auswertung der effektiven Einzellagensteifigkeiten.	30
Abb. 2-13: RVE Modell für eine gerissene Einzellage mit eingrenzenden Decklagen.	31
Abb. 2-14: Zwischenfaserbrüche in Laminaten mit einfacher und doppelter Lagendicke.	34
Abb. 2-15: Schema der aufgetragenen Verschiebungsrandbedingungen und resultierende Kräfte in den RVE Modellen.	35
Abb. 2-16: Verformung und lokale Spannungen für a) RB1 und b) RB3.	35
Abb. 2-17: Normierter effektiver transversaler E-Modul in Abhängigkeit von der Winkeldifferenz.	38
Abb. 2-18: Normierter effektiver Schubmodul in Abhängigkeit von der Winkeldifferenz.	39

Abb. 2-19: Zusammenhang der normierten effektiven Lagennachgiebigkeiten für IM7-8552.	41
Abb. 2-20: Ausgewertete experimentelle lokale Spannungsentwicklung in den Lagen verschiedener Winkellaminats unter axialer Zugbelastung [47].	42
Abb. 2-21: Experimentelle Ergebnisse der normierten effektiven Schubsteifigkeit \hat{G}_{12}/G_{12}^0 der Einzellagen eines $\pm 30^\circ$ und $\pm 40^\circ$ Laminats.	44
Abb. 2-22: Experimentelle Ergebnisse der normierten effektiven Steifigkeiten \hat{E}_2/E_2^0 und \hat{G}_{12}/G_{12}^0 der Einzellagen eines $\pm 45^\circ$ Laminats.	45
Abb. 2-23: Experimentelle Ergebnisse der normierten effektiven Steifigkeiten \hat{E}_2/E_2^0 und \hat{G}_{12}/G_{12}^0 der Einzellagen eines $\pm 50^\circ$ Laminats.	45
Abb. 2-24: Vergleich der ausgewerteten normierten Schubsteifigkeiten eines $\pm 40^\circ$ Laminats in Abhängigkeit von der Beachtung der Faserrotation.	46
Abb. 2-25: Zusammenhang zwischen lagendickenabhängiger Steifigkeitsreduktion und dem resultierenden Spannungs-Dehnungs-Verlauf eines $\pm 40^\circ$ und $\pm 45^\circ$ Laminats.	47
Abb. 3-1: Schema des nichtlinearen Konstitutivmodells.	50
Abb. 3-2: Faserrotation im Konstitutivmodell: a) initiale Faserorientierung, b) Faserorientierung in Abaqus bei Axialverformung, c) tatsächliche und im Modell bestimmte Faserorientierung.	52
Abb. 3-3: Bestimmung des nicht-hooke'schen longitudinalen E-Moduls am Sekantenmodul unidirektionaler 0° Laminats.	55
Abb. 3-4: Auswirkung des nicht-hooke'schen longitudinalen E-Moduls auf die Spannungs-Dehnungs-Vorhersage eines unidirektionalen 0° Laminats.	55
Abb. 3-5: Einfluss einer transversalen Normalspannung auf den nichtlinearen Schub-Spannungs-Dehnungs-Verlauf von AS4-55A [nach [73]].	58
Abb. 3-6: Verschiedene Fließvorgänge in einer Einzelle in Abhängigkeit der Belastung.	58
Abb. 3-7: Transversale effektive Spannungs-Dehnungs-Masterkurve und uniaxiales Verhalten unter Druck und Zug für IM7-8552 (Druck mit umgekehrtem Vorzeichen).	61
Abb. 3-8: Masterkurve für longitudinale Schubplastizität für das Material IM7-8552.	62

Abb. 3-9: Einbindung des Plastizitätsmodells im nichtlinearen Konstitutivmodell.....	63
Abb. 3-10: Korrelation von Versuchs- und Simulationsergebnissen an Experimenten unter hydrostatischem Druck mit dem Material Scotchply SP-319 (Experimente [76]).	64
Abb. 3-11: Axialer Spannungs-Dehnungs-Verlauf von Experimenten und Simulationen für IM7-8552.....	65
Abb. 3-12: Spannungs-Dehnungs-Verlauf verschiedener zugbelasteter $\pm\theta$ -Laminare und unidirektionaler nicht in Faserrichtung druckbelasteter Laminare (OAC) aus IM7-8552.	66
Abb. 3-13: Auswirkung einer energiebasierten Entfestigung für unterschiedliche Schädigungsphänomene und Netzfeinheit.	71
Abb. 3-14: Einbindung des Schädigungsmodells im globalen nichtlinearen Konstitutivansatz.	72
Abb. 4-1: Rissentwicklung zwischen bestehenden Rissen in einer 90° Lage eines Laminats.	77
Abb. 4-2: Schematische Darstellung der Kraftaufwendung, um die Rissfront hin zu einem geschlossenen Riss zu verschieben [136].	79
Abb. 4-3: Modellvorhersagen der Rissentwicklung im Rahmen des WWFE3 [30].	82
Abb. 4-4: Schädigungsinitiierungsenveloppen für das Material IM7-8552.	85
Abb. 4-5: Verhalten eines $[(+45/-45)_4]_S$ und eines $[(+50/-50)_4]_S$ Laminats im Spannungs- bzw. Dehnungsraum.	86
Abb. 4-6: Ansatz zur Bestimmung des schädigungsinduzierenden Dehnungsinkrements.	87
Abb. 4-7: Diffuse mikroskopische Schädigung in einer Faserverbundlage.	89
Abb. 4-8: Delaminationen in $\pm 45^\circ$ Laminaten mit einfacher und zweifacher Lagendicke.	91
Abb. 4-9: Einfluss der Delaminationslänge auf die Schädigungsvariable d_{66} bei einem $NRA=4$	91
Abb. 5-1: Spannungen in einer 90° Lage mit Riss entsprechend der „Shear-Lag“ Theorie [110].	94
Abb. 5-2: Kohärentes Konzept zur homogenisierten Integration einer berechneten Rissauswirkung in einem RVE.	97

Abb. 5-3: Spannungs-Dehnungs-Verlauf bei uniaxialer transversaler Zugverformung einer ungeschädigten und geschädigten 90° Lage in einem [0/90/0] Laminat.....	105
Abb. 5-4: Schädigungsvariable d_{22} bei uniaxialer Zugverformung eines [0/90/0] Laminats mit einem NRA=4.....	105
Abb. 5-5: Spannungs-Dehnungs-Verlauf bei uniaxialer longitudinaler Schubverformung einer ungeschädigten und geschädigten 90° Lage in einem [0/90/0] Laminat.....	107
Abb. 5-6: Schädigungsvariable d_{66} bei uniaxialer Schubverformung eines [0/90/0] Laminats mit einem NRA=4.....	107
Abb. 5-7: Normierte Spannungsverteilung in der mittleren gerissenen Lage für zwei unterschiedliche Schubdehnungsniveaus ($\sigma_{12,FF}$ – Far-Field Schubspannung).....	108
Abb. 5-8: Verteilung der normierten Schubspannung für zwei unterschiedlichen Schubdehnungsniveaus.....	109
Abb. 5-9: Einfluss der Nichtlinearität auf die Spannungs-Dehnungs-Verläufe bei Zug- und Schubbelastung und die entsprechenden Schädigungsvariablen für ein NRA=4.....	110
Abb. 5-10: Transversaler Zugspannungs-Dehnungs-Verlauf einer geschädigten Lage für verschiedene NRA (links) und die entsprechenden Schädigungsvariablen d_{22} (rechts).....	111
Abb. 5-11: Longitudinaler Schubspannungs-Dehnungs-Verlauf einer geschädigten Lage für verschiedene NRA (links) und die entsprechenden Schädigungsvariablen d_{66} (rechts).....	111
Abb. 5-12: Normierte longitudinale Schub- und transversale Zugschädigungsvariable.....	112
Abb. 5-13: Schädigungsvariablen d_{22} (links) und d_{66} (rechts) einer Risslage mit NRA=4 und verschiedener benachbarter Lagenwinkel.....	113
Abb. 5-14: Schädigungsvariablen d_{22} (links) und d_{66} (rechts) einer gerissenen Lage mit NRA=4 und verschiedener Zug-Schub Lastkombinationen (Z:S – Zug:Schub Verhältnis).....	114
Abb. 6-1: Rissdichtenverlauf aus Experimenten und Simulation für 0/90 Kreuzverbundlaminare mit einfacher (1f) und zweifacher Lagendicke (2f).....	119
Abb. 6-2: Spannungs-Dehnungs-Verlauf aus Experimenten und Simulation für 0/90 Kreuzverbundlaminare mit einfacher (1f) und zweifacher Lagendicke (2f).....	120

Abb. 6-3: Experimentelle und simulierte Ergebnisse für die Rissdichte und den Spannungs-Dehnungs-Verlauf in 90/30 und 90/45 Laminaten.	121
Abb. 6-4: Experimentelle und simulierte Ergebnisse für die Rissdichte und den Spannungs-Dehnungs-Verlauf in ± 45 und ± 50 Laminaten.	122
Abb. 6-5: Vorhersagen des Schädigungsmodells für das $\pm 45^\circ$ Laminat mit einfacher Lagendicke.	123
Abb. 6-6: Experimentelle und simulierte Ergebnisse für die Rissdichte und den Spannungs-Dehnungs-Verlauf in einem 90/60 Laminat.	123
Abb. 6-7: Röntgenaufnahme der Rissentwicklung eines $[0/60_2/90]_s$ Laminats [169].	124
Abb. 6-8: Ergebnisvergleich für das 90/60 Laminat bei vorgegebener Rissdichte.	125
Abb. 6-9: Simulationen des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs in Abhängigkeit der Materialannahmen für verschiedene multidirektionale Lamine (o/Schdg – ohne Schädigung, m/Schdg - mit Schädigung).....	126

C Tabellenverzeichnis

Tab. 2-1: Materialparameter von IM7-8552 genutzt für die Berechnungen.	33
Tab. 2-2: Gemittelte Makro-Dehnungs-/Spannungskomponenten in der RVE Studie.	36
Tab. 2-3: Kurven-Fit Parameter zur Bestimmung der effektiven transversalen Steifigkeit.	39
Tab. 2-4: Kurven-Fit Parameter zur Bestimmung der effektiven Schubsteifigkeit.	40
Tab. 5-1: Materialeigenschaften von IM7-8552 für die Bestimmung der Rissauswirkung.	103
Tab. 6-1: Schädigungskennwerte von IM7-8552.	118

D Veröffentlichungen

Zeitschriftenartikel

- [P1] R. Taubert, U. Mandel und R. Hinterhölzl, “Study of layup influences on the nonlinear behavior of composites by evaluation of ply stiffness reduction”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 79, pp. 63–73, 2015.
- [P2] R. Taubert, U. Mandel und M. Hartmann, “Influence of nonlinear material behavior on the effect of inter-fiber cracks in composite laminates”, *Journal of Composite Materials*, vol. 51, pp. 3819–3833, 2017.
- [P3] A. Altmann, R. Taubert, U. Mandel, R. Hinterhölzl und K. Drechsler, “A continuum damage model to predict the influence of ply waviness on stiffness and strength in ultra-thick unidirectional Fiber-reinforced Plastics”, *Journal of Composite Materials*, vol. 50, pp. 2739–2755, 2016.
- [P4] U. Mandel, R. Taubert und R. Hinterhölzl, “Mechanism based nonlinear constitutive model for composite laminates subjected to large deformations”, *Composite Structures*, vol. 132, pp. 98–108, 2015.
- [P5] U. Mandel, R. Taubert und R. Hinterhölzl, “Laminate damage model for composite structures”, *Composite Structures*, vol. 136, pp. 441–449, 2016.
- [P6] U. Mandel, R. Taubert und R. Hinterhölzl, “Three-dimensional nonlinear constitutive model for composites”, *Composite Structures*, vol. 142, pp. 78–86, 2016.

Konferenzbeiträge

- [K1] R. Taubert, U. Mandel und R. Hinterhölzl, “Influence of the Stacking Sequence on the Nonlinear Material Behavior of Composite Laminates Related to Large Deformations”, ICCST 10, Lissabon, September 2015.
- [K2] U. Mandel, R. Taubert und R. Hinterhölzl, “Mechanical behavior of angle-ply laminates”, ECCM 17, München, Juni 2016.

E Betreute studentische Arbeiten

- [S1] M. Heber, „Implementation of a post-process for the recovery of interlaminar normal stress in composite shell elements with Abaqus“, Diplomarbeit, Lehrstuhl für Carbon Composites, TUM, 2013.
- [S2] F. Haslinger, „Konstruktive Auslegung der Rumpf-Tragflächen-Verbindung eines Unmanned Aerial Systems“, Diplomarbeit in Kooperation mit CADCON, Lehrstuhl für Carbon Composites, TUM, 2013.
- [S3] F. Wilke, „Simulation von UD-Materialverhalten an Einheitszellen mit stochastischer Faserverteilung“, Diplomarbeit, Hochschule München, 2014.
- [S4] S. Müller, „Erstellung eines Finiten Elemente Modells für einen CFK Raketenbooster“, Semesterarbeit, Lehrstuhl für Carbon Composites, TUM, 2014.
- [S5] M. Volk, „Konstruktion einer Ablegevorrichtung für Faserverbundlaminat“, Bachelorarbeit, Lehrstuhl für Carbon Composites, TUM, 2014.
- [S6] F. Ellensohn, „Numerische Untersuchung laminatabhängiger Materialparameter beim Versagen von Faserverbundwerkstoffen“, Semesterarbeit, Lehrstuhl für Carbon Composites, TUM, 2014.
- [S7] H. Bucsenez, „Durchführung und Auswertung von Versuchen an CFK Lamina-ten“, Semesterarbeit, Lehrstuhl für Carbon Composites, TUM, 2014.
- [S8] C. Li, „Experimentelle Untersuchung der Schädigungsentwicklung in Faserverbundlaminaten“, Semesterarbeit, Lehrstuhl für Carbon Composites, TUM, 2015.
- [S9] L. Hege, „Konstruktion eines Thermoplast CFK-Druckgastanks für die Anwendung in einer Rakete“, Bachelorarbeit, Lehrstuhl für Carbon Composites, TUM, 2015.
- [S10] M. Schroll, „Entwicklung und Auslegungsmethodik für Faserverbundkunststoff-Lochleibungslaminat hinsichtlich statischer und zyklischer Belastung“, nicht-öffentliche Masterarbeit in Kooperation mit Airbus Helicopters, Lehrstuhl für Carbon Composites, TUM, 2016 gesperrt bis 2019.
- [S11] G. Illenberger, „Auslegung eines Experimentalmoduls aus thermoplastischem Faserverbundwerkstoff für eine Höhenforschungsrakete“, Bachelorarbeit, Lehrstuhl für Carbon Composites, TUM, 2016.
- [S12] K. Lerch, „Subkomponentenversuche zur Ermittlung des Schädigungsverhaltens eines Hubschrauber-Hochleistungsrotorblattes unter dynamischen Lasten“, Bachelorarbeit, Lehrstuhl für Carbon Composites, TUM, 2016.

Literatur

- [1] N. Carrere, F. Laurin, and J.-F. Maire, “Micromechanical-based hybrid mesoscopic three-dimensional approach for non-linear progressive failure analysis of composite structures--Part B: Comparison with experimental data”, *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 6-7, pp. 743–762, 2013.
- [2] J. A. Nairn, S. Hu, and J. S. Bark, “A critical evaluation of theories for predicting microcracking in composite laminates”, *Journal of Material Science*, vol. 28, no. 18, pp. 5099–5111, 1993.
- [3] M. S. Loukil, Z. Ayadi, and J. Varna, “ESPI analysis of crack face displacements in damaged laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 94, pp. 80–88, 2014.
- [4] S. E. Groves, C. E. Harris, A. L. Highsmith, D. H. Allen, and R. G. Norvell, “An experimental and analytical treatment of matrix cracking in cross-ply laminates”, *Experimental Mechanics*, vol. 27, no. 1, pp. 73–79, 1987.
- [5] J. Lee and C. Hong, “Refined two-dimensional analysis of cross-ply laminates with transverse cracks based on the assumed crack opening deformation”, *Composites Science and Technology*, vol. 46, no. 2, pp. 157–166, 1993.
- [6] E. Adolfsson and P. Gudmundson, “Matrix crack initiation and progression in composite laminates subjected to bending and extension”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 36, no. 21, pp. 3131–3169, 1999.
- [7] D. Katerelos, J. Varna, and C. Galiotis, “Energy criterion for modelling damage evolution in cross-ply composite laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 68, no. 12, pp. 2318–2324, 2008.
- [8] S. Ogiwara and N. Takeda, “Interaction between transverse cracks and delamination during damage progress in CFRP cross-ply laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 54, no. 4, pp. 395–404, 1995.
- [9] J. Tong, F. J. Guild, S. L. Ogin, and P. A. Smith, “On matrix crack growth in quasi-isotropic laminates—I. Experimental investigation”, *Composites Science and Technology*, vol. 57, no. 11, pp. 1527–1535, 1997.
- [10] J. W. Hoover, D. Kujawski, and F. Ellyin, “Transverse cracking of symmetric and unsymmetric glass-fibre/epoxy-resin laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 57, no. 11, pp. 1513–1526, 1997.
- [11] A. Wharmby, “Observations on damage development in fibre reinforced polymer laminates under cyclic loading”, *International Journal of Fatigue*, vol. 25, no. 5, pp. 437–446, 2003.

- [12] R. Joffe, A. Krasnikovs, and J. Varna, “COD-based simulation of transverse cracking and stiffness reduction in [S/90n]s laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 61, no. 5, pp. 637–656, 2001.
- [13] J. Varna, “Damage in composite laminates with off-axis plies”, *Composites Science and Technology*, vol. 59, no. 14, pp. 2139–2147, 1999.
- [14] J. Varna, R. Joffe, and R. Talreja, “A synergistic damage-mechanics analysis of transverse cracking in [$\pm\theta/904$]s laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 61, no. 5, pp. 657–665, 2001.
- [15] A. L. Highsmith and K. L. Reifsnider, “Stiffness-Reduction Mechanisms in Composite Laminates” in *Damage in Composite Materials: Basic Mechanisms, Accumulation, Tolerance, and Characterization*, K. L. Reifsnider, Ed, 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959: ASTM International, 1982, 103-103-15.
- [16] A. Parvizi and J. E. Bailey, “On multiple transverse cracking in glass fibre epoxy cross-ply laminates”, *J Mater Sci*, vol. 13, no. 10, pp. 2131–2136, 1978.
- [17] K. W. Garrett and J. E. Bailey, “Multiple transverse fracture in 90° cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester”, *J Mater Sci*, vol. 12, no. 1, pp. 157–168, 1977.
- [18] S. Hu, J. S. Bark, and J. A. Nairn, “On the phenomenon of curved microcracks in [(S)/90n]s laminates: Their shapes, initiation angles and locations”, *Composites Science and Technology*, vol. 47, no. 4, pp. 321–329, 1993.
- [19] J. A. Nairn and S. Hu, “The formation and effect of outer-ply microcracks in cross-ply laminates: A variational approach”, *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 41, no. 2, pp. 203–221, 1992.
- [20] F. Laurin, N. Carrere, C. Huchette, and J.-F. Maire, “A multiscale hybrid approach for damage and final failure predictions of composite structures”, *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 20-21, pp. 2713–2747, 2013.
- [21] T. A. Sebaey, J. Costa, P. Maimí, Y. Batista, N. Blanco, and J. A. Mayugo, “Measurement of the in situ transverse tensile strength of composite plies by means of the real time monitoring of microcracking”, *Composites Part B: Engineering*, vol. 65, pp. 40–46, 2014.
- [22] T. Okabe, H. Sekine, J. Noda, M. Nishikawa, and N. Takeda, “Characterization of tensile damage and strength in GFRP cross-ply laminates”, *Materials Science and Engineering: A*, vol. 383, no. 2, pp. 381–389, 2004.
- [23] T. Okabe, M. Nishikawa, and N. Takeda, “Numerical modeling of progressive damage in fiber reinforced plastic cross-ply laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 68, no. 10-11, pp. 2282–2289, 2008.

- [24] H. T. Hahn and D. G. Hwang, "Failure Characterization of a Graphite/Epoxy Laminate Through Proof Testing" in *Composite materials: Testing and design*, G. W. Parker, Ed, 1982, 247-247-27.
- [25] S. Kobayashi, S. Ogihara, and N. Takeda, "Experimental characterization of the effects of stacking sequence on the transverse crack behavior in quasi-isotropic interleaved CFRP laminates", *Advanced Composite Materials*, vol. 9, no. 3, pp. 241–251, 2000.
- [26] K. Ogi, S. Yashiro, M. Takahashi, and S. Ogihara, "A probabilistic static fatigue model for transverse cracking in CFRP cross-ply laminates", *Composites Science and Technology*, vol. 69, no. 3-4, pp. 469–476, 2009.
- [27] Y. Huang and R. Talreja, "Statistical analysis of oblique crack evolution in composite laminates", *Composites Part B: Engineering*, vol. 65, pp. 34–39, 2014.
- [28] L. Boniface, P. A. Smith, M. G. Bader, and A. H. Rezaifard, "Transverse Ply Cracking in Cross-Ply CFRP Laminates--Initiation or Propagation Controlled?", *Journal of Composite Materials*, vol. 31, no. 11, pp. 1080–1112, 1997.
- [29] Y. Huang, J. Varna, and R. Talreja, "Statistical methodology for assessing manufacturing quality related to transverse cracking in cross ply laminates", *Composites Science and Technology*, vol. 95, pp. 100–106, 2014.
- [30] A. Kaddour, M. Hinton, P. Smith, and S. Li, "A comparison between the predictive capability of matrix cracking, damage and failure criteria for fibre reinforced composite laminates: Part A of the third world-wide failure exercise", *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 20-21, pp. 2749–2779, 2013.
- [31] M. R. Wisnom, "Size effects in the testing of fibre-composite materials", *Composites Science and Technology*, vol. 59, no. 13, pp. 1937–1957, 1999.
- [32] K. B. Pettersson, J. M. Neumeister, E. Kristofer Gamstedt, and H. Öberg, "Stiffness reduction, creep, and irreversible strains in fiber composites tested in repeated interlaminar shear", *Composite Structures*, vol. 76, no. 1-2, pp. 151–161, 2006.
- [33] K. Chung and H. Ryou, "Development of viscoelastic/rate-sensitive-plastic constitutive law for fiber-reinforced composites and its applications. Part I: Theory and material characterization", *Composites Science and Technology*, vol. 69, no. 2, pp. 284–291, 2009.
- [34] J. X. Tao and C. T. Sun, "Effect of Matrix Cracking on Stiffness of Composite Laminates", *Mech. of Adv. Mat. & Structures*, vol. 3, no. 3, pp. 225–239, 1996.

- [35] G. J. Dvorak and N. Laws, “Analysis of Progressive Matrix Cracking In Composite Laminates II. First Ply Failure”, *Journal of Composite Materials*, vol. 21, no. 4, pp. 309–329, 1987.
- [36] S. M. Mohseni Shakib and S. Li, “Modified three rail shear fixture (ASTM D 4255/D 4255M) and an experimental study of nonlinear in-plane shear behaviour of FRC”, *Composites Science and Technology*, vol. 69, no. 11-12, pp. 1854–1866, 2009.
- [37] G. Yaniv, I. Daniel, and J. W. Lee, “Method for monitoring in-plane shear modulus in fatigue testing of composites”, *Test methods and design allowables for fibrous composites*, vol. 2, pp. 276–284, 1989.
- [38] B. W. Rosen, “A Simple Procedure for Experimental Determination of the Longitudinal Shear Modulus of Unidirectional Composites”, *Journal of Composite Materials*, vol. 6, no. 3, pp. 552–554, 1972.
- [39] B. Pradhan, N. Venu Kumar, and N. Rao, “Stiffness degradation resulting from 90° ply cracking in angle-ply composite laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 59, no. 10, pp. 1543–1552, 1999.
- [40] C. V. Singh and R. Talreja, “Evolution of ply cracks in multidirectional composite laminates”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 47, no. 10, pp. 1338–1349, 2010.
- [41] V. Akula and M. R. Garnich, “Effective ply and constituent elastic properties for cracked laminates”, *Composites Part B: Engineering*, vol. 43, no. 5, pp. 2143–2151, 2012.
- [42] J. Noh and J. Whitcomb, “Effect of Various Parameters on the Effective Properties of a Cracked Ply”, *Journal of Composite Materials*, vol. 35, no. 8, pp. 689–712, 2001.
- [43] J. Zhang and K. P. Herrmann, “Stiffness degradation induced by multilayer intralaminar cracking in composite laminates”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 30, no. 5, pp. 683–706, 1999.
- [44] K. Srirengan and J. D. Whitcomb, “Finite Element Based Degradation Model for Composites with Transverse Matrix Cracks”, *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 11, no. 2, pp. 113–123, 1998.
- [45] C. V. Singh and R. Talreja, “Analysis of multiple off-axis ply cracks in composite laminates”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 45, no. 16, pp. 4574–4589, 2008.
- [46] E. A. Armanios, B. B. Ronald, W. W. Dale, T. K. O’Brien, and R. Krueger, “Analysis of Flexure Tests for Transverse Tensile Strength Characterization of Unidirectional Composites”, *J. Compos. Technol. Res*, vol. 25, no. 1, p. 11231, 2003.

- [47] U. Mandel, R. Taubert, and R. Hinterhölzl, “Mechanism based nonlinear constitutive model for composite laminates subjected to large deformations”, *Composite Structures*, vol. 132, pp. 98–108, 2015.
- [48] J. D. Whitcomb, C. D. Chapman, and X. Tang, “Derivation of Boundary Conditions for Micromechanics Analyses of Plain and Satin Weave Composites”, *Journal of Composite Materials*, vol. 34, no. 9, pp. 724–747, 2000.
- [49] Z. Xia, Y. Zhang, and F. Ellyin, “A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, no. 8, pp. 1907–1921, 2003.
- [50] C. T. Sun and R. S. Vaidya, “Prediction of composite properties from a representative volume element”, *Composites Science and Technology*, vol. 56, no. 2, pp. 171–179, 1996.
- [51] C. Herakovich, “Damage evolution in $[\pm 45]_s$ laminates with fiber rotation”, *Composites Science and Technology*, vol. 60, no. 15, pp. 2781–2789, 2000.
- [52] J. D. Fuller and M. R. Wisnom, “Pseudo-ductility and damage suppression in thin ply CFRP angle-ply laminates”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 69, pp. 64–71, 2015.
- [53] C. Sun, “The effect of deformation-induced change of fiber orientation on the non-linear behavior of polymeric composite laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 60, no. 12-13, pp. 2337–2345, 2000.
- [54] G. J. Curtis, J. M. Milne, and W. N. Reynolds, “Non-Hookean Behaviour of Strong Carbon Fibres”, *Nature*, vol. 220, no. 5171, pp. 1024–1025, 1968.
- [55] I. M. Djordjevic, D. R. Sekulic, M. N. Mitric, and M. M. Stevanovic, “Non-Hookean Elastic Behavior and Crystallite Orientation in Carbon Fibers”, *Journal of Composite Materials*, vol. 44, no. 14, pp. 1717–1727, 2010.
- [56] M. Shioya, E. Hayakawa, and A. Takaku, “Non-hookean stress-strain response and changes in crystallite orientation of carbon fibres”, *Journal of Material Science*, vol. 31, no. 17, pp. 4521–4532, 1996.
- [57] N. Toyama and J. Takatsubo, “An investigation of non-linear elastic behavior of CFRP laminates and strain measurement using Lamb waves”, *Composites Science and Technology*, vol. 64, no. 16, pp. 2509–2516, 2004.
- [58] W. H. van Dreumel and J. L. Kamp, “Non Hookean Behaviour in the Fibre Direction of Carbon-Fibre Composites and the Influence of Fibre Waviness on the Tensile Properties”, *Journal of Composite Materials*, vol. 11, no. 4, pp. 461–469, 1977.

- [59] T. Ishikawa, M. Matsushima, and Y. Hayashi, “Hardening non-linear behaviour in longitudinal tension of unidirectional carbon composites”, *J Mater Sci*, vol. 20, no. 11, pp. 4075–4083, 1985.
- [60] I. Djordjevic, D. Sekulic, and M. Stevanovic, “Non-linear elastic behavior of carbon fibres of different structural and mechanical characteristic”, *J. Serb. Chem. Soc*, vol. 72, no. 5, pp. 513–521, 2007.
- [61] R. Hill, *The mathematical theory of plasticity*. Oxford, New York: Clarendon Press; Oxford University Press, 1998.
- [62] D. C. Drucker and W. Prager, “Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design”, *Quarterly of Applied Mathematics*, vol. 10, no. 2, pp. 157–165, 1952.
- [63] M. Xie, “A plasticity model for unidirectional composite materials and its applications in modeling composites testing”, *Composites Science and Technology*, vol. 54, no. 1, pp. 11–21, 1995.
- [64] C. T. Sun and J. L. Chen, “A Simple Flow Rule for Characterizing Nonlinear Behavior of Fiber Composites”, *Journal of Composite Materials*, vol. 23, no. 10, pp. 1009–1020, 1989.
- [65] C. T. Sun and K. J. Yoon, “Elastic-Plastic Analysis of AS4/PEEK Composite Laminate Using a One-Parameter Plasticity Model”, *Journal of Composite Materials*, vol. 26, no. 2, pp. 293–308, 1992.
- [66] A. J. M. Spencer, *Continuum theory of the mechanics of fibre-reinforced composites*. Wien, New York: Springer-Verlag, 1984.
- [67] M. Vogler, R. Rolfes, and P. P. Camanho, “Modeling the inelastic deformation and fracture of polymer composites – Part I: Plasticity model”, *Mechanics of Materials*, vol. 59, pp. 50–64, 2013.
- [68] R. Raghava, R. M. Caddell, and G. S. Y. Yeh, “The macroscopic yield behaviour of polymers”, *J Mater Sci*, vol. 8, no. 2, pp. 225–232, 1973.
- [69] G. M. Vyas, S. T. Pinho, and P. Robinson, “Constitutive modelling of fibre-reinforced composites with unidirectional plies using a plasticity-based approach”, *Composites Science and Technology*, vol. 71, no. 8, pp. 1068–1074, 2011.
- [70] T. Flatscher and H. E. Pettermann, “A constitutive model for fiber-reinforced polymer plies accounting for plasticity and brittle damage including softening – Implementation for implicit FEM”, *Composite Structures*, vol. 93, no. 9, pp. 2241–2249, 2011.
- [71] A. Puck, “Failure Analysis of FRP Laminates by Means of Physically Based Phenomenological Models”, *Composites Science and Technology*, vol. 58, no. 7, pp. 1045–1067, 1998.

- [72] T. Vogler and S. Kyriakides, “Inelastic behavior of an AS4/PEEK composite under combined transverse compression and shear. Part I: Experiments”, *International Journal of Plasticity*, vol. 15, no. 8, pp. 783–806, 1999.
- [73] S. R. Swanson, M. J. Messick, and Z. Tian, “Failure of Carbon/Epoxy Lamina Under Combined Stress”, *Journal of Composite Materials*, vol. 21, no. 7, pp. 619–630, 1987.
- [74] S.-C. Hung and K. M. Liechti, “Nonlinear Multiaxial Behavior and Failure of Fiber-Reinforced Composites” in *STP*, vol. 1357, *Time dependent and nonlinear effects in polymers and composites*, R. A. Schapery and C. T. Sun, Eds, W. Conshocken, Pa.: Astm, 2000, 176-176-47.
- [75] H. Koerber, J. Xavier, and P. P. Camanho, “High strain rate characterisation of unidirectional carbon-epoxy IM7-8552 in transverse compression and in-plane shear using digital image correlation”, *Mechanics of Materials*, vol. 42, no. 11, pp. 1004–1019, 2010.
- [76] K. D. Pae and K. Y. Rhee, “Effects of hydrostatic pressure on the compressive behavior of thick laminated 45 ° and 90 ° unidirectional graphite-fiber/epoxy-matrix composites”, *Composites Science and Technology*, vol. 53, no. 3, pp. 281–287, 1995.
- [77] E. S. Shin and K. D. Pae, “Effects of Hydrostatic Pressure on In-Plane Shear Properties of Graphite/Epoxy Composites”, *Journal of Composite Materials*, vol. 26, no. 6, pp. 828–868, 1992.
- [78] E. S. Shin and K. D. Pae, “Effects of Hydrostatic Pressure on the Torsional Shear Behavior of Graphite/Epoxy Composites”, *Journal of Composite Materials*, vol. 26, no. 4, pp. 462–485, 1992.
- [79] K. Y. Rhee and K. D. Pae, “Effects of Hydrostatic Pressure on the Compressive Properties of Laminated, 0 Unidirectional, Graphite Fiber/Epoxy Matrix Thick-Composite”, *Journal of Composite Materials*, vol. 29, no. 10, pp. 1295–1307, 1995.
- [80] C. P. R. Hoppel, T. A. Bogetti, and J. W. Gillespie, “Literature Review-Effects of Hydrostatic Pressure on the Mechanical Behavior of Composite Materials”, *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 8, no. 4, pp. 375–409, 1995.
- [81] P. J. Hine, R. A. Duckett, A. S. Kaddour, M. J. Hinton, and G. M. Wells, “The effect of hydrostatic pressure on the mechanical properties of glass fibre/epoxy unidirectional composites”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 36, no. 2, pp. 279–289, 2005.
- [82] *Standard test method for in-plane shear response of polymer matrix composite materials by tensile test of a ±45° laminate*, ASTM 3518/D3518M-13, 2013.

- [83] L. M. Kachanov, "On the Time to Rupture under Creep Conditions", *Izv. Acad. Nauk SSSR*, no. 8, pp. 26–31, 1958.
- [84] Y. N. Rabotnov, "Creep rupture" in *International Union of Theoretical and Applied Mechanics, Applied mechanics: Proceedings of the Twelfth International Congress of Applied Mechanics, Stanford University, August 26-31, 1968*, M. Hetényi and W. G. Vincenti, Eds, Berlin: Springer, 1969, pp. 342–349.
- [85] J. Lemaitre, "How to use damage mechanics", *Nuclear Engineering and Design*, vol. 80, no. 2, pp. 233–245, 1984.
- [86] J. Lemaitre, "A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture", *J. Eng. Mater. Technol*, vol. 107, no. 1, p. 83, 1985.
- [87] J. Lemaitre, *A course on damage mechanics*, 2nd ed. Berlin, New York: Springer, 1996.
- [88] J. Lemaitre, "Coupled elasto-plasticity and damage constitutive equations", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 51, no. 1-3, pp. 31–49, 1985.
- [89] D. Krajcinovic, "Damage mechanics", *Mechanics of Materials*, vol. 8, no. 2-3, pp. 117–197, 1989.
- [90] D. Krajcinovic, *Damage mechanics*. Amsterdam: Elsevier, 1996.
- [91] J. W. Ju, "Isotropic and Anisotropic Damage Variables in Continuum Damage Mechanics", *J. Eng. Mech*, vol. 116, no. 12, pp. 2764–2770, 1990.
- [92] C. L. Chow and J. Wang, "An anisotropic theory of elasticity for continuum damage mechanics", *Int J Fract*, vol. 33, no. 1, pp. 3–16, 1987.
- [93] F. Armero and S. Oller, "A general framework for continuum damage models. I. Infinitesimal plastic damage models in stress space", *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37, no. 48-50, pp. 7409–7436, 2000.
- [94] E. J. Barbero and P. Lonetti, "An Inelastic Damage Model for Fiber Reinforced Laminates", *Journal of Composite Materials*, vol. 36, no. 8, pp. 941–962, 2002.
- [95] M. Olsson and M. Ristinmaa, "Damage Evolution in Elasto-Plastic Materials - Material Response Due to Different Concepts", *International Journal of Damage Mechanics*, vol. 12, no. 2, pp. 115–139, 2003.
- [96] J. F. Shao, Y. Jia, D. Kondo, and A. S. Chiarelli, "A coupled elastoplastic damage model for semi-brittle materials and extension to unsaturated conditions", *Mechanics of Materials*, vol. 38, no. 3, pp. 218–232, 2006.

- [97] C. L. Tham, Z. Zhang, and A. Masud, “An elasto-plastic damage model cast in a co-rotational kinematic framework for large deformation analysis of laminated composite shells”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 194, no. 21-24, pp. 2641–2660, 2005.
- [98] W. A. M. Brekelmans and J. H. P. de Vree, “Reduction of mesh sensitivity in continuum damage mechanics”, *Acta Mechanica*, vol. 110, no. 1-4, pp. 49–56, 1995.
- [99] M. V. Donadon, L. Iannucci, B. G. Falzon, J. M. Hodgkinson, and S. de Almeida, “A progressive failure model for composite laminates subjected to low velocity impact damage”, *Computers & Structures*, vol. 86, no. 11-12, pp. 1232–1252, 2008.
- [100] P. Maimí, P. P. Camanho, J. A. Mayugo, and C. G. Dávila, “A continuum damage model for composite laminates: Part I – Constitutive model”, *Mechanics of Materials*, vol. 39, no. 10, pp. 897–908, 2007.
- [101] L. Raimondo, L. Iannucci, P. Robinson, and P. T. Curtis, “A progressive failure model for mesh-size-independent FE analysis of composite laminates subject to low-velocity impact damage”, *Composites Science and Technology*, vol. 72, no. 5, pp. 624–632, 2012.
- [102] B. Y. Chen, T. E. Tay, P. M. Baiz, and S. T. Pinho, “Numerical analysis of size effects on open-hole tensile composite laminates”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 47, pp. 52–62, 2013.
- [103] A. Wang and F. W. Crossman, “Initiation and Growth of Transverse Cracks and Edge Delamination in Composite Laminates Part 1. An Energy Method”, *Journal of Composite Materials*, vol. 14, no. 1, pp. 71–87, 1980.
- [104] S. Pinho, G. Vyas, and P. Robinson, “Response and damage propagation of polymer-matrix fibre-reinforced composites: Predictions for WWFE-III Part A”, *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 20-21, pp. 2595–2612, 2013.
- [105] H. M. Deuschle and A. Puck, “Application of the Puck failure theory for fibre-reinforced composites under three-dimensional stress: Comparison with experimental results”, *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 6-7, pp. 827–846, 2013.
- [106] A. Forghani, N. Zobeiry, A. Poursartip, and R. Vaziri, “A structural modelling framework for prediction of damage development and failure of composite laminates”, *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 20-21, pp. 2553–2573, 2013.
- [107] U. Edlund and P. Volgers, “A composite ply failure model based on continuum damage mechanics”, *Composite Structures*, vol. 65, no. 3-4, pp. 347–355, 2004.

- [108] C. Schuecker and H. E. Pettermann, “Constitutive ply damage modeling, FEM implementation, and analyses of laminated structures”, *Computers & Structures*, vol. 86, no. 9, pp. 908–918, 2008.
- [109] K. V. Williams, R. Vaziri, and A. Poursartip, “A physically based continuum damage mechanics model for thin laminated composite structures”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, no. 9, pp. 2267–2300, 2003.
- [110] J.-M. Berthelot, P. Leblond, A. El Mahi, and J.-F. Le Corre, “Transverse cracking of cross-ply laminates: Part 1. Analysis”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 27, no. 10, pp. 989–1001, 1996.
- [111] C. C. Chamis, F. Abdi, M. Garg, L. Minnetyan, H. Baid, D. Huang, J. Housner, and F. Talagani, “Micromechanics-based progressive failure analysis prediction for WWFE-III composite coupon test cases”, *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 20-21, pp. 2695–2712, 2013.
- [112] A. Wang, P. C. Chou, and S. C. Lei, “A Stochastic Model for the Growth of Matrix Cracks in Composite Laminates”, *Journal of Composite Materials*, vol. 18, no. 3, pp. 239–254, 1984.
- [113] P. P. Camanho, C. G. Dávila, S. T. Pinho, L. Iannucci, and P. Robinson, “Prediction of in situ strengths and matrix cracking in composites under transverse tension and in-plane shear”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 37, no. 2, pp. 165–176, 2006.
- [114] D. L. Flagg and M. H. Kural, “Experimental Determination of the In Situ Transverse Lamina Strength in Graphite/Epoxy Laminates”, *Journal of Composite Materials*, vol. 16, no. 2, pp. 103–116, 1982.
- [115] M. Herráez, D. Mora, F. Naya, C. S. Lopes, C. González, and J. LLorca, “Transverse cracking of cross-ply laminates: A computational micromechanics perspective”, *Composites Science and Technology*, vol. 110, pp. 196–204, 2015.
- [116] T. Okabe, H. Imamura, Y. Sato, R. Higuchi, J. Koyanagi, and R. Talreja, “Experimental and numerical studies of initial cracking in CFRP cross-ply laminates”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 68, pp. 81–89, 2015.
- [117] C. Schuecker and H. E. Pettermann, “A continuum damage model for fiber reinforced laminates based on ply failure mechanisms”, *Composite Structures*, vol. 76, no. 1-2, pp. 162–173, 2006.
- [118] P. Ladeveze and G. Lubineau, “An enhanced mesomodel for laminates based on micromechanics”, *Composites Science and Technology*, vol. 62, no. 4, pp. 533–541, 2002.

- [119] P. Ladevèze and G. Lubineau, “On a damage mesomodel for laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 61, no. 15, pp. 2149–2158, 2001.
- [120] F. Daghia and P. Ladeveze, “Identification and validation of an enhanced mesomodel for laminated composites within the WWFE-III”, *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 20-21, pp. 2675–2693, 2013.
- [121] N. Carrere, F. Laurin, and J.-F. Maire, “Micromechanical-based hybrid mesoscopic 3D approach for non-linear progressive failure analysis of composite structures”, *Journal of Composite Materials*, vol. 46, no. 19-20, pp. 2389–2415, 2012.
- [122] M. L. Ribeiro, V. Tita, and D. Vandepitte, “A new damage model for composite laminates”, *Composite Structures*, vol. 94, no. 2, pp. 635–642, 2012.
- [123] J. Varna and L. A. Berglund, “A Model for Prediction of the Transverse Cracking Strain in Cross-Ply Laminates”, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 11, no. 7, pp. 708–728, 1992.
- [124] J. Ye, D. Lam, and D. Zhang, “Initiation and propagation of transverse cracking in composite laminates”, *Computational Materials Science*, vol. 47, no. 4, pp. 1031–1039, 2010.
- [125] P. Johnson and F.-K. Chang, “Characterization of Matrix Crack-Induced Laminate Failure- Part II: Analysis and Verifications”, *Journal of Composite Materials*, vol. 35, no. 22, pp. 2037–2074, 2001.
- [126] Z. Hashin, “Analysis of cracked laminates: A variational approach”, *Mechanics of Materials*, vol. 4, no. 2, pp. 121–136, 1985.
- [127] L. McCartney, “Predicting Transverse Crack Formation in Cross-Ply Laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 58, no. 7, pp. 1069–1081, 1998.
- [128] L. McCartney, “Derivations of energy-based modelling for ply cracking in general symmetric laminates”, *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 20-21, pp. 2641–2673, 2013.
- [129] W. S. Johnson, J. E. Masters, P. A. Lagace, J. Varna, and L. Berglund, “Multiple Transverse Cracking and Stiffness Reduction in Cross-Ply Laminates”, *J. Compos. Technol. Res*, vol. 13, no. 2, p. 97, 1991.
- [130] V. Vinogradov and Z. Hashin, “Variational analysis of cracked angle-ply laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 70, no. 4, pp. 638–646, 2010.
- [131] N. Laws and G. J. Dvorak, “Progressive Transverse Cracking In Composite Laminates”, *Journal of Composite Materials*, vol. 22, no. 10, pp. 900–916, 1988.

- [132] J. Varna and R. Talreja, "Integration of Macro- and MicroDamage Mechanics for the Performance Evaluation of Composite Materials", *Mech Compos Mater*, vol. 48, no. 2, pp. 145–160, 2012.
- [133] R. Krueger, "Virtual crack closure technique: History, approach, and applications", *Appl. Mech. Rev.*, vol. 57, no. 2, p. 109, 2004.
- [134] J. Varna, "Modelling mechanical performance of damaged laminates", *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 20-21, pp. 2443–2474, 2013.
- [135] C. V. Singh and R. Talreja, "A synergistic damage mechanics approach to mechanical response of composite laminates with ply cracks", *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 20-21, pp. 2475–2501, 2013.
- [136] P. W. R. Beaumont, C. Soutis, and A. Hodzic, *Structural integrity and durability of advanced composites: Innovative modelling methods and intelligent design*. Cambridge, UK: Woodhead Publishing, 2015.
- [137] J. Varna, "Physical interpretation of parameters in synergistic continuum damage mechanics model for laminates", *Composites Science and Technology*, vol. 68, no. 13, pp. 2592–2600, 2008.
- [138] E. J. Barbero and F. A. Cosso, "Determination of material parameters for discrete damage mechanics analysis of carbon-epoxy laminates", *Composites Part B: Engineering*, vol. 56, pp. 638–646, 2014.
- [139] S. Liu and J. A. Nairn, "The Formation and Propagation of Matrix Microcracks in Cross-Ply Laminates during Static Loading", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 11, no. 2, pp. 158–178, 1992.
- [140] J. Montesano and C. V. Singh, "Predicting evolution of ply cracks in composite laminates subjected to biaxial loading", *Composites Part B: Engineering*, vol. 75, pp. 264–273, 2015.
- [141] J. Zhang, J. Fan, and C. Soutis, "Analysis of multiple matrix cracking in [$\pm\theta$ m/90n]s composite laminates. Part 2: Development of transverse ply cracks", *Composites*, vol. 23, no. 5, pp. 299–304, 1992.
- [142] H. Fukunaga, T.-W. Chou, P. Peters, and K. Schulte, "Probabilistic Failure Strength Analyses of Graphite/Epoxy Cross-Ply Laminates", *Journal of Composite Materials*, vol. 18, no. 4, pp. 339–356, 1984.
- [143] V. V. Silberschmidt, "Matrix cracking in cross-ply laminates: Effect of randomness", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 36, no. 2, pp. 129–135, 2005.
- [144] R. Talreja, "Studies on the failure analysis of composite materials with manufacturing defects", *Mech Compos Mater*, vol. 49, no. 1, pp. 35–44, 2013.

- [145] P. Peters, “The Strength Distribution of 90 Plies in 0/90/0 Graphite-Epoxy Laminates”, *Journal of Composite Materials*, vol. 18, no. 6, pp. 545–556, 1984.
- [146] N. Jagannathan, S. Gururaja, and C. M. Manjunatha, “Probabilistic strength based matrix crack evolution in multi-directional composite laminates”, *Composites Part B: Engineering*, vol. 87, pp. 263–273, 2016.
- [147] J.-M. Berthelot and J.-F. Le Corre, “Statistical analysis of the progression of transverse cracking and delamination in cross-ply laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 60, no. 14, pp. 2659–2669, 2000.
- [148] P. W. Manders, T.-W. Chou, F. R. Jones, and J. W. Rock, “Statistical analysis of multiple fracture in 0°/90°/0° glass fibre/epoxy resin laminates”, *J Mater Sci*, vol. 18, no. 10, pp. 2876–2889, 1983.
- [149] P. Gudmundson and J. Alpman, “Initiation and growth criteria for transverse matrix cracks in composite laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 60, no. 2, pp. 185–195, 2000.
- [150] A. Kaddour, M. Hinton, P. Smith, and S. Li, “Mechanical properties and details of composite laminates for the test cases used in the third world-wide failure exercise”, *Journal of Composite Materials*, vol. 47, no. 20-21, pp. 2427–2442, 2013.
- [151] A. Puck, *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten: Modelle für die Praxis*. München, Wien: Hanser, 1996.
- [152] A. Puck and H. Schürmann, “Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models”, *Composites Science and Technology*, vol. 62, no. 12-13, pp. 1633–1662, 2002.
- [153] H. Zhang and L. Minnetyan, “Prediction of Effective Stiffness in [Theta_m/90n]s Laminates due to Transverse Cracking”, *Journal of Composite Materials*, vol. 41, no. 1, pp. 89–109, 2006.
- [154] P. Lundmark, “Constitutive Relationships for Laminates with Ply Cracks in In-plane Loading”, *International Journal of Damage Mechanics*, vol. 14, no. 3, pp. 235–259, 2005.
- [155] M. Kashtalyan and C. Soutis, “Analysis of composite laminates with intra- and interlaminar damage”, *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 41, no. 2, pp. 152–173, 2005.
- [156] W. S. Johnson, J. E. Masters, T. K. O'Brien, D. M. Blackketter, D. E. Walrath, and A. C. Hansen, “Modeling Damage in a Plain Weave Fabric-Reinforced Composite Material”, *J. Compos. Technol. Res*, vol. 15, no. 2, p. 136, 1993.

- [157] J. M. Whitney, “On the ‘ply discount method’ for determining effective thermo-elastic constants of laminates containing transverse cracks”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 36, no. 10, pp. 1347–1354, 2005.
- [158] J. A. Nairn and D. A. Mendels, “On the use of planar shear-lag methods for stress-transfer analysis of multilayered composites”, *Mechanics of Materials*, vol. 33, no. 6, pp. 335–362, 2001.
- [159] J. E. Bailey, P. T. Curtis, and A. Parvizi, “On the Transverse Cracking and Longitudinal Splitting Behaviour of Glass and Carbon Fibre Reinforced Epoxy Cross Ply Laminates and the Effect of Poisson and Thermally Generated Strain”, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 366, no. 1727, pp. 599–623, 1979.
- [160] P. A. Smith and J. R. Wood, “Poisson's ratio as a damage parameter in the static tensile loading of simple crossply laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 38, no. 1, pp. 85–93, 1990.
- [161] Z. Hashin, “Analysis of stiffness reduction of cracked cross-ply laminates”, *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 25, no. 5-6, pp. 771–778, 1986.
- [162] L. McCartney, “Comparison of models for transverse ply cracks in composite laminates”, *Composites Science and Technology*, vol. 60, no. 12-13, pp. 2347–2359, 2000.
- [163] R. Joffe, “Analytical modeling of stiffness reduction in symmetric and balanced laminates due to cracks in 90° layers”, *Composites Science and Technology*, vol. 59, no. 11, pp. 1641–1652, 1999.
- [164] J. Varna and M. S. Loukil, “Effective transverse modulus of a damaged layer: Potential for predicting symmetric laminate stiffness degradation”, *Journal of Composite Materials*, 2016.
- [165] P. Lundmark and J. Varna, “Modeling Thermo-Mechanical Properties of Damaged Laminates”, *KEM*, vol. 251-252, pp. 381–388, 2003.
- [166] A. Krasnikovs and J. Varna, “Transverse cracks in cross-ply laminates. 1. Stress analysis”, *Mech Compos Mater*, vol. 33, no. 6, pp. 565–582, 1997.
- [167] F. J. Guild, S. L. Ogin, and P. A. Smith, “Modelling of 90 Ply Cracking in Crossply Laminates, Including Three-Dimensional Effects”, *Journal of Composite Materials*, vol. 27, no. 7, pp. 646–667, 1993.
- [168] U. Mandel, R. Taubert, and R. Hinterhölzl, “Three-dimensional nonlinear constitutive model for composites”, *Composite Structures*, vol. 142, pp. 78–86, 2016.

-
- [169] T. Yokozeki, T. Aoki, T. Ogasawara, and T. Ishikawa, “Effects of layup angle and ply thickness on matrix crack interaction in contiguous plies of composite laminates”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 36, no. 9, pp. 1229–1235, 2005.
- [170] U. Mandel, R. Taubert, and R. Hinterhölzl, “Laminate damage model for composite structures”, *Composite Structures*, vol. 136, pp. 441–449, 2016.

„Oft, während ich hier sitze, immer öfter wundert es mich, warum wir nicht einfach aufbrechen – wohin?“

*Es genügte, wenn man den Mut hätte,
jene Art von Hoffnung abzuwerfen, die
nur Aufschub bedeutet, Ausrede gegen-
über der Gegenwart, die verfängliche
Hoffnung auf den Feierabend und das
Wochenende, die lebenslängliche Hoff-
nung auf das nächste Mal, auf das Jen-
seits*

–

*es genügte, den Hunderttausend ver-
sklavter Seelen, die jetzt an ihren Pült-
chen hocken, diese Art von Hoffnung aus-
zublasen:*

*Groß wäre das Entsetzen,
groß und wirklich die Verwandlung.*

Max Frisch