



Centre of Geodetic Earth System Research

**Die GETRIS Mission – Konzeptstudie einer
zukünftigen Schwerefeldmission zur
Beobachtung von Massentransportprozessen
im System Erde**

Jakob Schlie

**CGE Report 3
2012**

Imprint

Centre of Geodetic Earth System Research (CGE), a collaboration between

Institute of Astronomical and Physical Geodesy (IAPG)

Technische Universität München

Arcisstraße 21, D-80333 München

Research Facility Satellite Geodesy (FESG)

Technische Universität München

Arcisstraße 21, D-80333 München

Commission for Geodesy and Glaciology (KEG), Geodesy Section

Bavarian Academy of Sciences and Humanities

Alfons-Goppel-Str. 11, D-80539 München

German Geodetic Research Institute (DGFI)

Alfons-Goppel-Str. 11, D-80539 München

This work is published as Number 3 in the *CGE Reports* series. An electronic version is available from <http://www.cge-munich.de>.

Impressum

Centrum für Geodätische Erdsystemforschung (CGE), eine Kooperation zwischen

Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie (IAPG)

Technische Universität München

Arcisstraße 21, D-80333 München

Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie (FESG)

Technische Universität München

Arcisstraße 21, D-80333 München

Kommission für Erdmessung und Glaziologie (KEG), Abteilung Erdmessung

Bayerische Akademie der Wissenschaften

Alfons-Goppel-Str. 11, D-80539 München

Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI)

Alfons-Goppel-Str. 11, D-80539 München

Diese Arbeit wird als Nummer 3 der Schriftenreihe „CGE Reports“ veröffentlicht. Eine elektronische Version ist unter <http://www.cge-munich.de> erhältlich.

E-mail: info@cge-munich.de

Homepage: <http://www.cge-munich.de>

München, 2012

ISSN 2195-7126

ISBN 978-3-934205-33-8

Technische Universität München
Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie
Univ.-Prof. Dr.techn. Mag.rer.nat. Roland Pail

Die GETRIS Mission – Konzeptstudie einer zukünftigen Schwerefeldmission zur Beobachtung von Massentransportprozessen im System Erde

Jakob Schlie

Master's Thesis

Abgabe: 30.09.2012

Studiengang: Geodäsie und Geoinformation (Master)

Betreuer: Univ.-Prof. Dr.techn. Mag.rer.nat. Roland Pail
Dipl.Ing. Michael Murböck

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird untersucht, inwieweit sich die GETRIS Mission („Geodesy and Time Reference in Space“) zur Bestimmung des zeitvariablen Schwerefeldes nutzen lässt. Die GETRIS Mission ist nicht primär für die Schwerefeldbestimmung geplant, sondern soll eine weltraumbasierte Zeit- und Positionsreferenz zur Verfügung stellen. Für diese Aufgabe sollen mehrere geostationäre Satelliten um die Erde positioniert werden. Mittels eines Mikrowellenmesssystems kann von diesen Satelliten aus die relative Position von tieffliegenden Satelliten hochgenau bestimmt werden. Aus den daraus abgeleiteten line-of-sight (LOS) Beschleunigungen kann das Schwerefeld bestimmt werden. Das Beobachtungskonzept kann als extreme-high-low satellite-to-satellite tracking bezeichnet werden.

Dieses Verfahren soll in dieser Arbeit simuliert werden, um beispielhaft für alle zeitvariablen Anteile, die hydrologischen Einflüsse auf das Schwerefeld zu bestimmen. Hierzu werden kreisförmige Repeatorbits für einige tieffliegende Satelliten generiert und das Schwerefeld in einem closed-loop Simulator aus den simulierten Beobachtungen abgeleitet. Zum Vergleich werden die GRACE Mission und eine Pendelmission simuliert. Außerdem wird getestet, inwieweit die Qualität der GRACE Schwerefeldlösung durch zusätzliche Messungen von den GETRIS Satelliten profitieren kann. Darüberhinaus werden verschiedene Szenarien simuliert, um den Einfluss verschiedener Parameter, wie die Anzahl der GETRIS und tieffliegenden Satelliten, auf die Schwerefeldbestimmung zu untersuchen. Die Ergebnisse zeigen, dass mit dem hier untersuchten Konzept der GETRIS Mission zeitvariable Anteile am Schwerefeld deutlich besser bestimmt werden könnten, als dies bisher mittels GRACE der Fall ist. Durch das GETRIS-Konzept allein, aber auch durch eine Kombination der GRACE Mission mit GETRIS verschwinden in den Simulationen die typischen GRACE Streifen und die Fehler sinken um eine Größenordnung. Mit genügend tieffliegenden Satelliten wäre sogar eine Bestimmung des zeitvariablen Schwerefeldes in nur fünf Tagen möglich.

Aufgrund zwischenzeitlicher Veränderungen der Systemarchitektur der GETRIS-Mission müssen zugehörige Simulationen in der Zukunft adaptiert werden, um zu untersuchen, ob das zeitvariable Schwerefeld dennoch in Zeiträumen von unter einem Monat bestimmt werden kann.

Abstract

In this thesis the feasibility of gravity field determination with the GETRIS ("Geodesy and Time Reference in Space") mission is investigated. The main goal of the GETRIS mission is to provide a space-based reference system for geodesy and an accurate time and frequency reference in space. GETRIS can also be used to determine the gravity field of the Earth. To fulfill the primary mission objective several geostationary satellites (GEOs) are located around the Earth. A microwave system is used to determine the relative position of satellites in low Earth orbits (LEOs) and GEOs with very high accuracy. Line-of-sight accelerations can be derived and the gravity field of the Earth can be estimated. This mission design can be described as extreme-high-low satellite-to-satellite tracking (sst).

This concept is simulated to retrieve the time-variable gravity field caused by temporal changes in continental hydrology. For this purpose circular repeat orbits for several LEOs are generated, and the gravity field is derived in a closed-loop simulator from the simulated observations. The GRACE mission and a pendulum mission are simulated as references. Furthermore, the possibility of enhancing GRACE results with GETRIS is also investigated. Several scenarios have been generated to analyze the influence of various parameters like the number of GETRIS satellites and the number of low Earth orbiter (LEOs).

The results show that with the investigated GETRIS mission concept, the time-variable gravity field can be observed more accurately than with the current GRACE mission. The GETRIS concept alone and also the combination of GRACE and GETRIS can be used to reduce the error amplitudes of the typical GRACE error structure by one order of magnitude.

Further simulations show that the time-variable gravity field can be determined within five days with a sufficient number of satellites.

Due to changes in the system architecture of the GETRIS mission, future simulations have to be adapted to reveal whether the time-variable gravity field can still be measured within time intervals of less than a month.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	III
Abstract	V
Inhaltsverzeichnis	VII
Abkürzungsverzeichnis	VIII
1. Einführung	1
2. Theoretische Grundlagen der satellitengestützten Schwerefeldmessung	3
2.1 Mathematische Grundlagen des Schwerefeldes	3
2.2 Bisherige und geplante Schwerefeldmissionen	8
2.3 Die GETRIS Mission	15
2.4 Inverse Modellierung - sphärisch-harmonische Analyse	19
3. Die Durchführung mit dem Missionssimulator	21
3.1 Die Durchführung	21
3.2 Funktionsweise des Simulators	25
3.3 Die Konfigurationsdatei	28
4. Datengrundlagen	33
4.1 Das Eingangsschwerefeld	33
4.2 Die zeitvariablen Daten	35
4.3 Die Satelliten und ihre Bahnen	39
4.4 Das Rauschen und der Filter	44
5. Ergebnisse	47
5.1 Sichtbereich und Anzahl der geostationären Satelliten	47
5.2 Statisches Schwerefeld	57
5.3 Zeitvariables Schwerefeld	64
6. Abschließende Betrachtungen	81
6.1 Diskussion	81
6.2 Ausblick	84
Literaturverzeichnis	87
Anhang	A-1

Abkürzungsverzeichnis

ACES	Atomic Clock Ensemble in Space
ALOS	Atmospheric Line-Of-Sight
CHAMP	Challenging Minisatellite Payload
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
ECMWF	European Centre for Medium-Range Weather Forecasts
ELT	European Laser Timing (Experiment)
ESA	European Space Agency
GEO	Geostationärer Satellit
GETRIS	Geodesy and Time Reference in Space
GFZ	GeoForschungsZentrum (Potsdam)
GGOS	Global Geodetic Observing System
GNSS	Global Navigation Satellite System
GOCE	Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer
GOCO	Gravity Observation Combination
GPS	Global Positioning System
GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment
GRAIL	Gravity Recovery and Interior Laboratory
GRS80	Geodätisches Referenzsystem 1980
HL-SST	High-Low satellite-to-satellite tracking
ICGEM	International Centre for Global Earth Models
ISS	International Space Station
JPL	Jet Propulsion Laboratory
LEO	Low Earth Orbiter
LL-SST	Low-Low Satellite-to-Satellite Tracking
LOS	Line-Of-Sight
MWL	Mikrowellenlink
NASA	National Aeronautics and Space Administration
SLR	Satellite Laser Ranging
TOA	Totale Sicht ohne Abschattung
VLBI	Very Long Baseline Interferometry

1. Einführung

Seit 2002 sind die GRACE Satelliten im Orbit, um das zeitvariable Schwerefeld zu bestimmen. Da die Mission ihre nominelle Lebensdauer schon weit überschritten hat und erste Ausfallerscheinungen auftreten, werden Konzepte für Alternativen bzw. Folgemissionen entwickelt. Einige dieser Konzepte, wie GRACE Follow-On, sind schon fest als Missionen vorgesehen, andere wiederum befinden sich noch in der frühen Konzeptphase. Eines der alternativen Konzepte ist die GETRIS Mission. Diese Mission ist nicht primär für die Schwerefeldbestimmung gedacht, sondern soll durch geostationäre Satelliten einen Zeit- und Ortsreferenzrahmen für andere Satellitenmissionen und geodätische Raumverfahren schaffen. Zwischen den geostationären GETRIS Satelliten und anderen tieffliegenden Satelliten (LEOs) soll mittels eines Mikrowellenmesssystems die exakte Entfernung gemessen und so deren Position bestimmt werden. Um die tieffliegenden Satelliten zu jedem Zeitpunkt anmessen zu können, sind mindestens zwei auf gegenüberliegenden Seiten der Erde positionierte geostationäre Satelliten notwendig. In dieser Arbeit soll untersucht werden, ob mittels dieser hochgenauen Entfernungsmessungen zwischen geostationären Satelliten und LEOs eine Bestimmung des Erdschwerefeldes möglich ist. Hinsichtlich der zeitvariablen Anteile des Schwerefeldes beschränkt sich diese Studie auf jene Anteile, die durch kontinentale Hydrologie verursacht werden.

Um dieses Ziel zu erreichen, wird in einer closed-loop Simulation die GETRIS Mission simuliert. Hierfür werden in einen vorhandenen Simulator das statische Schwerefeldmodell GOCO02S, sowie zeitvariable Schwerefelddaten aus geophysikalischen Modellen, eingelesen. Zusammen mit den Orbits von tieffliegenden Satelliten und eines simulierten Instrumentenrausches der Entfernungsmessung können dann die Entfernungsbeobachtungen simuliert werden, woraus wiederum das Schwerefeld berechnet werden kann. Im Simulator bilden hierbei Line-of-Sight Beschleunigungen (LOS) zwischen den Satelliten die Beobachtungsgröße. Die Orbits der tieffliegenden Satelliten werden an die realen Orbits der GRACE Mission, sowie des SENTINEL-1 als Beispiel für einen optischen Erdbeobachtungssatelliten, angelehnt.

Aus dem Vergleich von Eingangsdaten und Resultaten des Simulators (Soll-Ist) kann dann auf die erzielbaren Genauigkeiten und spezifischen Missionscharakteristika bei der Schwerefeldbestimmung mit GETRIS geschlossen werden.

Um die Möglichkeiten der Schwerefeldbestimmung und seiner zeitvariablen Anteile mit GETRIS zu untersuchen, wurde folgender Aufbau der Arbeit gewählt:

Kapitel 2 führt in die Darstellung des Schwerefeldes mittels Kugelflächenfunktionen ein. Anschließend werden bereits realisierte, geplante und zukünftige Konzepte von Schwerefeldmissionen vorgestellt. Daran anschließend wird die GETRIS Mission ausführlich beschrieben und ihre Unterschiede zu den anderen Missionen verdeutlicht. Abgeschlossen wird dieses theoretische Kapitel mit einem Abschnitt zum grundlegenden Vorgehen bei der Bestimmung des Schwerefeldes aus Satellitendaten.

Kapitel 3 befasst sich mit der Durchführung dieser Arbeit. Dazu wird zuerst ein Überblick über das Vorgehen bei der Auswertung und Analyse gegeben und anschließend näher auf den verwendeten Simulator und seine Konfiguration eingegangen.

Kapitel 4 gibt einen genauen Überblick über die verwendeten Daten. Begonnen wird hier mit der Beschreibung des Eingangsschwerefeldes, gefolgt von den zeitvariablen Schwerefelddaten. Daran schließt sich ein längerer Abschnitt zu den verwendeten Orbits an, gefolgt von einem kurzen Blick auf das Rauschverhalten der Beobachtungen und den benötigten Filter zur Erstellung des stochastischen Beobachtungsmodells.

Kapitel 5 zeigt die Ergebnisse der Simulationen und gibt erste Interpretationen.

Kapitel 6 fasst die Ergebnisse zusammen, welche hier ausführlich diskutiert werden. Anschließend wird ein Ausblick auf noch offene Forschungsfragen und Möglichkeiten der Schwerefeldbestimmung mit GETRIS gegeben.

2. Theoretische Grundlagen der satellitengestützten Schwerefeldmessung

In diesem Kapitel soll ein Überblick über einige grundsätzliche Möglichkeiten zur Berechnung des Erdschwerefeldes aus Satellitendaten gegeben werden. In Abschnitt 2.1 sollen dafür einige theoretische Hintergründe zum Erdschwerefeld und seiner Darstellung sowie den daraus resultierenden Messverfahren gegeben werden. Es wird dabei nicht auf alle Möglichkeiten, wie z.B. die Bestimmung aus Altimeterdaten, eingegangen, sondern sich auf die Möglichkeiten beschränkt, auf die sich die bisher realisierten drei Schwerefeldmissionen stützen bzw. gestützt haben. In Abschnitt 2.2 werden die bisherigen Missionen CHAMP, GRACE und GOCE sowie einige geplante Missionen vorgestellt. Begonnen wird dabei mit ihrem jeweiligen Messverfahren, gefolgt von ihrem Aufbau, sowie abschließend einigen Resultaten. Abschnitt 2.3 stellt dann detailliert mit der GETRIS Mission vor, besonders ihren Unterschieden im Vergleich zu den bisherigen Missionen. Abschnitt 2.4 befasst sich abschließend mit den mathematischen Grundlagen des Inversen Problems, also der Berechnung von Schwerefeldkoeffizienten aus Messungen am Satelliten. Dieser Teil bildet die Grundlage für den in Kapitel 3 beschriebenen Simulator.

2.1 Mathematische Grundlagen des Schwerefeldes

Bevor auf die verschiedenen Konzepte der Schwerefeldbestimmung mit Satelliten eingegangen wird, soll hier als Erstes eine kurze Einführung in die Darstellung des Schwerefeldes mittels Kugelflächenfunktionen gegeben werden, wie sie unter anderem in der Geodäsie üblich ist. Die Herleitung folgt dabei Hofmann-Wellenhof et al. (2005), allerdings in stark verkürzter Form.

Den Ausgangspunkt liefert das Newtonsche Gravitationsgesetz

$$F = G \frac{m_1 m_2}{l^2} \quad (2-1)$$

mit

m_1, m_2	= Massen zweier Massenpunkte [kg]
l	= Abstand der Massenpunkte [m]
G	= Gravitationskonstante = $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2)$
F	= resultierende Kraft [$\text{m} \cdot \text{kg} / \text{s}^2$]

Betrachtet man nun die Erde als System von unendlich vielen infinitesimalen Massenpunkten, so lässt sich das Gravitationspotential der Erde als Volumenintegral über alle Massen darstellen:

$$V(P) = G \iiint_v \frac{dm}{l_{PQ}} = G \iiint_v \frac{\rho(Q)}{l_{PQ}} dv(Q) \quad (2-2)$$

mit

V	= Gravitationspotential [m ² /s ²]
G	= Gravitationskonstante [m ³ /(kg*s ²)]
dm	= Massenelement [kg]
l_{PQ}	= Abstand zwischen einem Massenelement Q und dem Aufpunkt P [m]
ρ	= Dichte eines Volumenelements [kg/m ³]
dv	= Volumenelement [m ³]

Für das Potential innerhalb eines Körpers gilt die Poisson-Gleichung

$$\Delta V = -4\pi G\rho \quad (2-3)$$

wobei Δ als Laplace Operator bezeichnet wird.

Da sich die Satelliten aber im Weltraum bewegen, kann bei Vernachlässigung der Atmosphärenmassen $\rho=0$ angenommen werden und die Gleichung (2-3) wird zur Laplace-Gleichung

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2-4)$$

Funktionen, bei denen die Laplace-Gleichung zu Null wird, werden harmonische Funktionen genannt. Diese lassen sich als Reihenentwicklung von Basisfunktionen darstellen. Nach dem Übergang von kartesischen auf sphärische Koordinaten kann das Gravitationspotential dann als Potenzreihe von normierten Legendre-Polynomen dargestellt werden. Dafür sind noch einige Schritte nötig, auf die hier aber verzichtet werden soll. Es sei aber auf Hofmann-Wellenhof et al. (2005) verwiesen. Schließlich erhält man das Gravitationspotential z.B. in folgender Form:

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n P_{nm}(\cos \theta) [C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda] \quad (2-5)$$

Mit

r, θ, φ	= Radius, Kobreite und Länge des Berechnungspunktes
GM	= Gravitationskonstante * Masse der Erde
a	= Große Halbachse der Erde [m]
r	= $a+h$ = Mittlerer Erdradius + Satellitenhöhe [m]
n, m	= Grad und Ordnung

P_{nm} = vollständig normierte zugeordnete Legendre Polynome
 C_{nm}, S_{nm} = vollständig normierte Kugelfunktionskoeffizienten

Das Schwerepotential eines Körpers besteht neben dem gravitativen Anteil auch aus einem zentrifugalen Anteil, welcher abhängig von der Rotationsgeschwindigkeit des Körpers ist. Für das Schwerepotential gilt also:

$$W(r, \theta, \lambda) = V(r, \theta, \lambda) + \Phi(r, \theta) = G \iiint_v \frac{\rho}{l} dv + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \theta \quad (2-6)$$

Mit W = Schwerepotential
 V = Gravitationspotential
 Φ = Zentrifugalpotential
 ω = Rotationsgeschwindigkeit der Erde

Da die Bestimmung des Schwerefeldes im Allgemeinen nicht auf der Bestimmung des Schwerepotentials selbst, sondern auf der Messung des Störpotentials oder seiner Ableitungen beruht, definiert man das Störpotential T als Differenz zwischen dem Schwerepotential W und dem Normalpotential U in jedem Punkt.

$$T(P) = W(P) - U(P) \quad (2-7)$$

Mit dem Normalpotential

$$U(P) = U(r, \theta, \lambda) = U(r, \theta) = \frac{GM}{a} \sum_{n=0(2)}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} P_{n0}(\cos \theta) c_{n0} + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \theta \quad (2-8)$$

Hierin treten nur gerade zonale Koeffizienten (c_{n0}) auf, da das Normalpotential, bzw. das Normalschwerefeld, auf der Näherung der Erde als Rotationsellipsoid beruht. Es setzt sich, wie auch das Schwerepotential, aus einem gravitativen und einem zentrifugalen Anteil zusammen. Da die Rotationsgeschwindigkeit der Erde sehr genau bekannt ist, kann man annehmen, dass der zentrifugale Anteil in der Differenz verschwindet. Für das Störpotential ergibt sich dann, aus der Gleichung (2-7), folgender Ausdruck:

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n P_{nm}(\cos \theta) [\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda] \quad (2-9)$$

Bei bekannten Koeffizienten $\Delta C_{nm} = C_{nm} - c_{n0}$ und $\Delta S_{nm} = S_{nm}$ lässt sich daraus das Störpotential der Erde, bzw. eines anderen Körpers¹, eindeutig berechnen. Dieser Vorgang wird auch als sphärisch-harmonische Synthese bezeichnet. Die Satellitenmissionen zur Bestimmung des Schwerfeldes gehen allerdings den umgekehrten Weg, der weniger trivial ist. Durch Messungen des Störpotentials, oder seiner Ableitungen, lassen sich die Koeffizienten aus den gemessenen Werten berechnen.

Warum es dabei sinnvoll sein kann, die höheren Ableitungen des Störpotentials zu bestimmen, soll als nächstes erklärt werden. Das grundsätzliche Vorgehen zur Berechnung der Koeffizienten aus Messwerten am Satelliten wird dann in Abschnitt 2.4 dargestellt.

Ausgehend von Formel (2-9) werden nun die Ableitungen gebildet. Dabei wird hier lediglich der einfachste Fall, die Ableitung nach dem Radius r , angegeben. Als erste radiale Ableitung erhält man:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{GM}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{n+1}{r} \right) \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n P_{nm}(\cos \theta) [\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda] \quad (2-10)$$

Die zweite Ableitung nimmt folgende Form an:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{GM}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(n+1)(n+2)}{r^2} \right) \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n P_{nm}(\cos \theta) [\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda] \quad (2-11)$$

Die erste Ableitung wird auch als Schwerestörung bezeichnet, die zweite Ableitung als Schweregradient.

Man erkennt, dass sich das Potential und seine Ableitungen nur durch einen Term in der ersten Summe unterscheiden. Er enthält nur den Grad n und den Radius r bis zum Messpunkt. Dieser Term führt dazu, dass bei den Ableitungen höhere Grade n stärker in das Signal eingehen. Andererseits führt der Faktor $1/r$ bzw. $1/r^2$ dazu, dass das Signal mit dem Abstand zur Erde bei den Ableitungen noch schneller abnimmt als beim Potential selbst.

Einen guten Überblick über diese Zusammenhänge liefert das sogenannte Meissl-Rummel Schema in Abbildung 1:

¹ Im September 2011 startete die NASA die GRAIL (gravity recovery and interior laboratory) Mission zum Mond. Sie basiert im Wesentlichen auf dem GRACE Konzept und soll das Schwerfeld und die Schwereanomalien des Mondes hochgenau bestimmen. Mehr Informationen zu dieser Missionen finden sich auf den Seiten des MIT und der NASA: <http://www.moon.mit.edu/index.html>, http://www.nasa.gov/mission_pages/grail/main/index.html

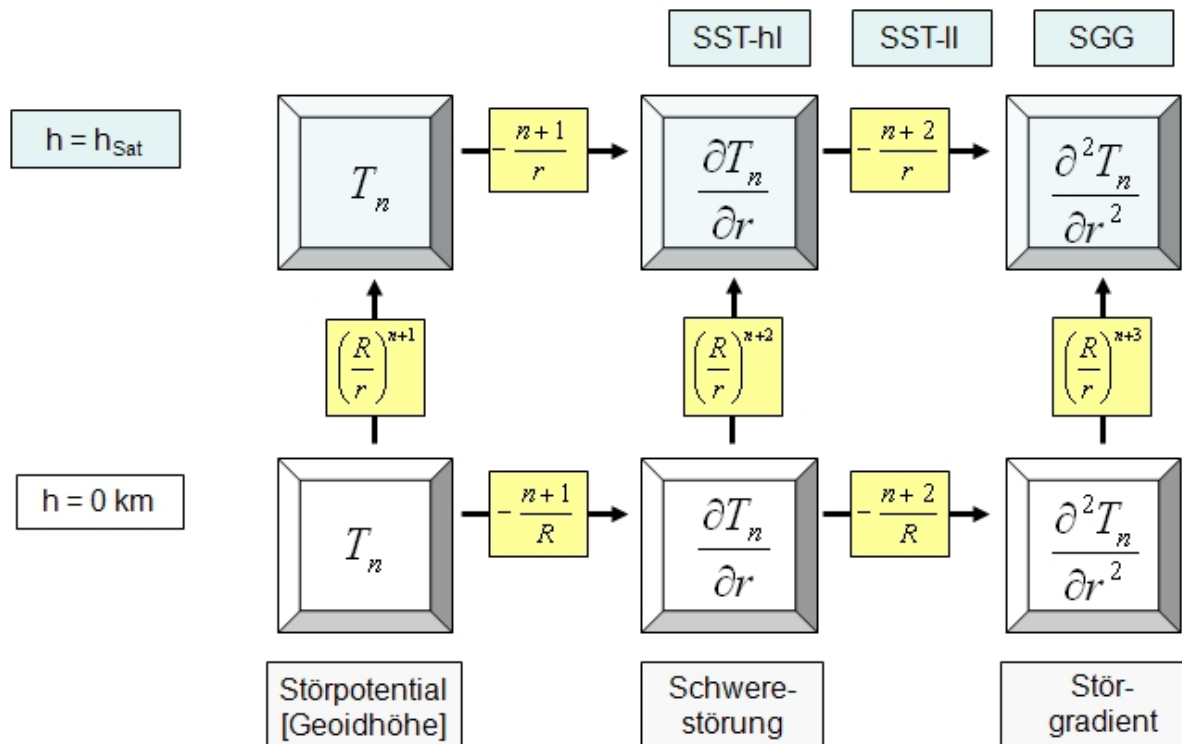


Abbildung 1: Meissl-Rummel Schema (nach Pail 2011 und Rummel 1995)

Aus diesem Schema lassen sich auch Schlüsse für den umgekehrten Weg, also die Bestimmung der Koeffizienten aus Messungen, gewinnen. Betrachtet man Abbildung 1 zunächst von unten nach oben, erkennt man, dass in allen drei Fällen der Messwert in Satellitenhöhe mit steigender Höhe ($r=R+h$) und steigenden Graden abnimmt. Die messbaren Größen werden also gedämpft. Da man möglichst viele Grade bestimmen möchte, kann hier also nur durch eine möglichst geringe Satellitenhöhe ein Gewinn erzielt werden.

Durch die Ableitungen kommt jeweils ein Faktor in die Formel, welcher hohe Grade verstärkt. In Abbildung 1 kann dies von rechts nach links betrachtet als Dämpfung der hohen Grade angesehen werden. Um also hohe Grade zu messen, sollten die Messungen möglichst auf Gradientenebene (2. Ableitungen des Gravitationspotentials V) erfolgen, oder aber auf Basis der Störbeschleunigungen (Anomalien), wie beim satellite-to-satellite tracking (sst). Die letztgenannte Möglichkeit nutzen die Missionen CHAMP, GRACE und GOCE. Sie soll, in abgewandelter Form, auch von der GETRIS Mission verwendet werden. Einen genaueren Einblick in diese Missionen liefern die folgenden Abschnitte.

2.2 Bisherige und geplante Schwerefeldmissionen

Zu den bisherigen drei Schwerefeldmissionen CHAMP, GRACE und GOCE gibt es mittlerweile eine Vielzahl von Publikationen. Da sie nicht Kernthema dieser Arbeit sind, sollen sie nur kurz beschrieben und ihre wichtigsten Charakteristika dargestellt werden. Besonderes Augenmerk soll dabei auf jene Punkte gerichtet werden, in denen sie sich von der GETRIS Mission unterscheiden, welche dann im anschließenden Abschnitt 2.3 beschrieben wird.

Der Großteil der Informationen ist auch auf den entsprechenden Internetseiten zu den Missionen zu finden, die in der Literaturliste aufgeführt sind. Außerdem bieten einige Lehrbücher eine aufbereitete Übersicht der Informationen, wie z.B. Torge und Müller (2012), oder auch Hofmann-Wellenhof et al. (2005), aus dem die meisten der folgenden Informationen entnommen sind.

CHAMP

Die „challenging minisatellite payload“ (CHAMP; Reigber et al. 2002) Mission war eine deutsche Mission unter Leitung des GeoForschungszentrum Potsdam (GFZ). Detaillierte Informationen finden sich daher auch auf der Homepage des GFZ (GFZ 2012a). Die Mission startete im Juni 2000 und flog bis September 2010. Sie erreichte damit über zehn Jahre im All, doppelt so lange wie ihre anfangs geplante Missionsdauer. Die Hauptziele der Mission waren (Hofmann-Wellenhof et al. 2005, S. 280ff.):

- Die Bestimmung des globalen Schwerefeldes, besonders der langwelligen Anteile des statischen Feldes und die zeitlichen Variationen.
- Die Bestimmung des globalen Magnetfeldes, sowohl des statischen als auch des zeitvariablen Anteils.
- Die Bestimmung von Ionosphären- und Troposphärenprofilen aus den GPS Daten.

Für diese Arbeit ist davon besonders der erste Punkt interessant. Da es sich aber um eine kombiniert Mission mit mehreren Zielen handelte, wurden die Bahnparameter nicht für die Schwerefeldbestimmung optimiert, sondern ein Kompromiss gewählt:

- Fast kreisförmiger ($e < 0,004$) und fast polarer Orbit ($i = 87^\circ$).
- Anfangshöhe 454 km.

Wie in Abschnitt 2.1 erwähnt, ist für die Schwerefeld Bestimmung eine möglichst geringe Flughöhe zu bevorzugen, da aber auch das Magnetfeld bestimmt werden sollte, kam es zu diesem Kompromiss. Über die 10-jährige Missionszeit sank die Flughöhe kontinuierlich ab, wodurch das Schwerefeld deutlich besser bestimmt werden konnte. Das Messprinzip bei

der Bestimmung des Schwerefeldes beruhte auf dem high-low (hl) sst Prinzip. Abbildung 2 verdeutlicht dies.

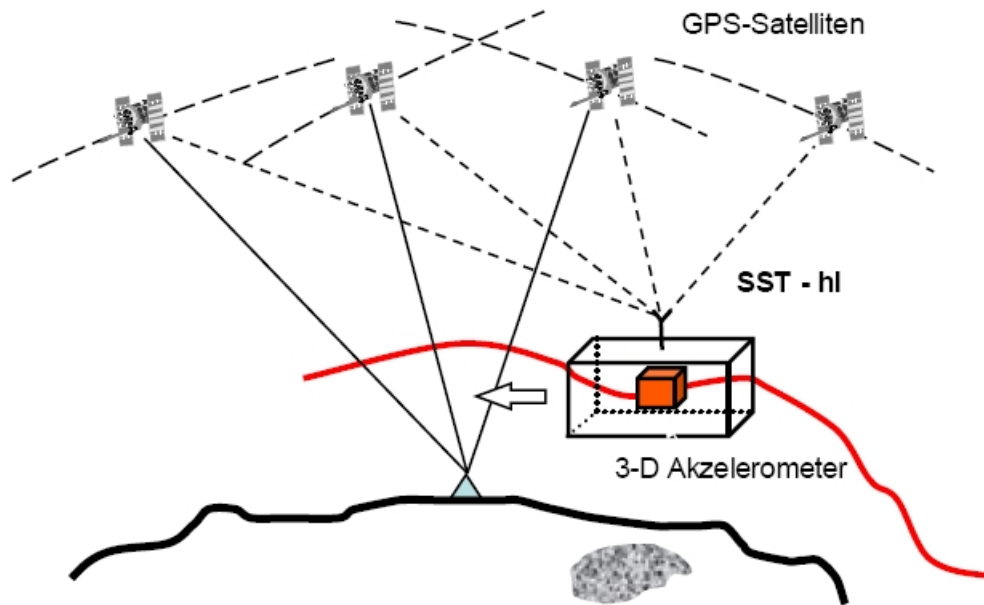


Abbildung 2: CHAMP Messprinzip (Pail 2011)

An Bord von CHAMP befanden sich dafür folgende Instrumente (Hofmann-Wellenhof et al. 2005, S.281):

- Ein Zwei-Frequenz GPS Empfänger mit mehreren Antennen für Code- und Phasenmessung.
- Ein dreiachsiges Akzelerometer, um die nicht-gravitativen Kräfte zu bestimmen (Luftwiderstand, Strahlungsdruck der Sonne, ...).
- Ein Laserreflektor für Satellite Laser Ranging (SLR), um die Orbitbestimmung vom Boden aus zu unterstützen.
- Weitere Instrumente für die anderen Missionsaufgaben und die Kontrolle des Satelliten, die hier aber nicht genauer aufgeführt werden sollen.

Durch die hl-sst Konfiguration konnte der Orbit von CHAMP über die GPS Satelliten zu jedem Zeitpunkt sehr genau bestimmt werden. Störungen im Gravitationsfeld der Erde verursachen kleine Beschleunigungen auf den Satelliten, was wiederum in den Abweichungen vom nominellen Orbit sichtbar wird. Die Bestimmung des Gravitationsfeldes beruht in diesem Fall also auf den Beschleunigungen, die auf den Satelliten wirken, bzw. aus den sich daraus ergebenden Bahnstörungen. Dies entspricht der Bestimmung auf der Ebene der ersten Ableitung des Potentials (vgl. Abbildung 1) und kann durch numerische Orbitintegration (Montenbruck und Gill 2001) oder über das „energy balance principle“ (Ilk et al. 1983, Sneeuw et al. 2002) gelöst werden. Die Vorgehensweise bei diesen Verfahren soll hier aber nicht näher beschrieben werden.

Als Ergebnisse der CHAMP Mission sind beispielsweise die EIGEN Schwerefeldmodelle zu nennen, die auch Grundlage für viele weitere Schwerefeldmodelle bildeten. Weitere Informationen hierzu finden sich auf der Homepage des ICGEM (ICGEM 2012).

GRACE

Die GRACE („gravity recovery and climate experiment“) Mission der NASA und GFZ/DLR startete im März 2002 und ist immer noch aktiv (Status: September 2012). Im Gegensatz zu CHAMP handelt es sich bei GRACE um zwei fast baugleiche Satelliten, die in einem gewissen Abstand hintereinander her fliegen und hochgenau den Abstand zwischen sich vermessen. Ihre Hauptziele sind (Hofmann-Wellenhopf et al. 2005, S. 282):

- Die Bestimmung eines hochauflösenden statischen Schwerefeldmodells
- Die Bestimmung von zeitlichen Variationen im Schwerefeld

Die wichtigsten Bahnparameter für diese Aufgaben sind:

- Fast kreisförmiger ($e < 0,005$) und fast polarer Orbit ($i = 89^\circ$)
- Anfangshöhe ~ 495 km
- Abstand zwischen den beiden Satelliten ~ 220 km

Auch bei dieser Mission nimmt die Flughöhe mit der Missionsdauer deutlich ab, sodass das Schwerefeld immer genauer bestimmt werden kann. Das Messprinzip bei GRACE ist eine low-low sst Messung, unterstützt durch high-low sst Messungen von GPS Satelliten. Abbildung 3 verdeutlicht dieses Prinzip.

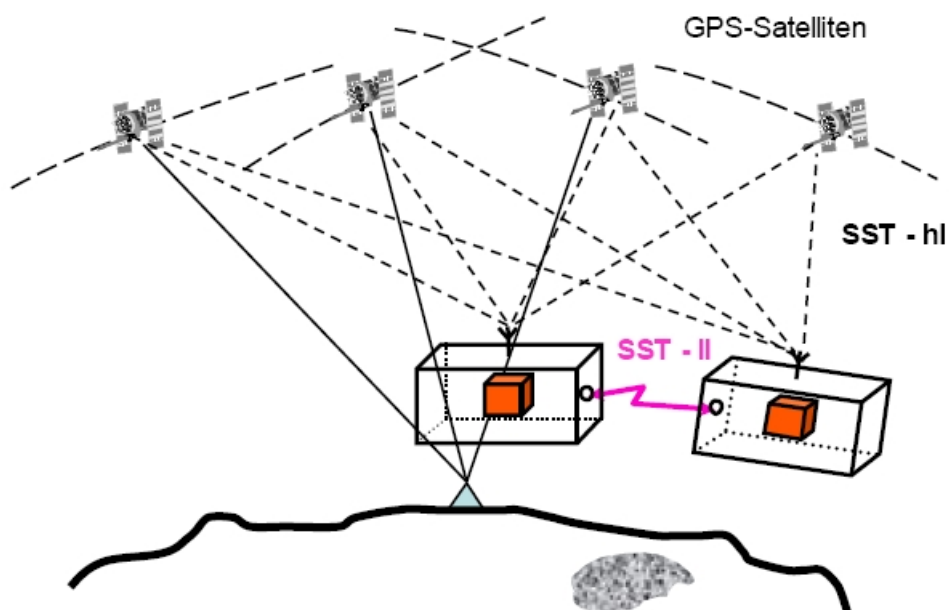


Abbildung 3: GRACE Messprinzip (Pail 2011)

Die wichtigsten Nutzlasten der GRACE Satelliten sind (Hofmann-Wellenhopf et al. 2005, S. 283):

- Ein K-Band Entfernungsmesssystem an Bord jedes GRACE Satelliten. Hiermit kann die Entfernung zwischen den beiden Satelliten mit einer Genauigkeit von ca. 1 μm bei einer Aufzeichnungsrate von 10 Hz bestimmt werden.
- Ein sehr genaues Lage- und Orbitkontrollsystem mit Kaltgas-Triebwerken, um die beiden Satelliten immer genau aufeinander auszurichten.
- GPS Empfänger, Akzelerometer, Laserreflektor und andere Instrumente wie auch bei CHAMP.

Das Messprinzip beruht wie auch bei CHAMP darauf, dass Störungen im Gravitationsfeld eine Beschleunigung auf die Satelliten ausüben. Im Fall von GRACE wird sich diese Beschleunigung zuerst auf den vorderen Satelliten auswirken und sich damit der Abstand zwischen ihnen kurzzeitig verändern. Da die low-low sst Messungen aber nur in Flugrichtung hochgenau sind und die Bewegungen in die anderen Richtungen nur mit GPS bestimmt werden, kommt es bei Schwerefeldern, die aus GRACE Daten berechnet werden, zu Streifenbildung entlang der Flugrichtung der Satelliten (vgl. Abbildung 43, Seite 61). Dieses Phänomen tritt sowohl bei statischen Feldern wie auch bei zeitvariablen auf und ist Gegenstand vieler Publikationen. Als Beispiel sei hier Han et al. (2004) genannt. Um diese Streifen zu glätten, werden Filter eingesetzt (z.B. Werth et al. 2009b), die aber auch immer etwas vom hochfrequenten Signal entfernen. Die GRACE Mission lieferte nicht nur Daten für statische Schwerefelder wie ITG-Grace2010S (Mayer-Gürr et al. 2010), sondern auch monatliche zeitvariable Felder. Die zeitvariablen Felder werden von mehreren Institutionen, wie dem GFZ und dem JPL, zur Verfügung gestellt und bilden die Grundlage für viele Forschungsarbeiten in der Klimaforschung. Besonders im Bereich der Atmosphärenforschung, der Hydrologie oder der Beobachtung der Eismassen an den Polkappen konnten viele neue Erkenntnisse gewonnen werden. Als Beispiele seien hier im Bereich der Eismassenforschung Horwath und Dietrich (2009) genannt, die einen signifikanten negativen Trend der Eismassen in der Antarktis nachweisen konnten. Auch im Bereich der Hydrologie haben die GRACE Daten zu vielen neuen Erkenntnissen geführt. GRACE konnte dabei sowohl auf globaler (z.B. Ramillien et al. 2004) als auch regionaler Ebene (z.B. Tiwari et al. 2009) zu einem besseren Verständnis des Wasserkreislaufs beitragen. Desweiteren haben die GRACE Daten die hydrologischen Modelle verbessert (Werth et al. 2009a) und es erlaubt, geophysikalische Modellzeitreihen zu erstellen (z. B. Gruber et al. 2011). Diese Modelle werden auch in dieser Arbeit verwendet, um das zeitvariable Schwerefeld zu simulieren. Näheres dazu folgt in Kapitel 4.2 und 5.

GOCE

Die GOCE („gravity field and steady state ocean circulation explorer“; Drinkwater et al. 2003) Mission ist eine Mission der ESA aus dem Living Planet Programm. Sie wurde im März 2009 gestartet und befindet sich immer noch im Orbit. Ihre Missionsziele sind (ESA 2012):

- Die Bestimmung von Schwereanomalien mit einer Genauigkeit von 1 mGal.
- Die Bestimmung des Geoids mit einer Genauigkeit von 1-2 cm.
- Bei einer räumlichen Auflösung von besser als 100 km.

Dabei liegt das Hauptaugenmerk auf dem statischen Schwerfeld, die Ergebnisse können aber auch zur Verbesserung der zeitvariablen Felder benutzt werden (Pail et al. 2011b).

Um diese hohen Ziele zu erreichen, wurden folgende Orbitparameter gewählt:

- Sonnensynchroner Orbit ($i=96,5^\circ$), fast kreisförmig ($e<0,0035$)
- Flughöhe ca. 255 km

Außerdem wurden erstmals die Messungen auf Gradientenebene, also den zweiten Ableitungen des Potentials, ausgeführt. Die wichtigsten Nutzlasten an Bord des Satelliten sind dafür (Hofmann-Wellenhof et al. 2005, S. 285):

- Ein dreiaxsiges Gradiometer bestehend aus sechs Akzelerometern auf drei Achsen.
- GPS Empfänger, Laserreflektor und andere Instrumente für den Missionsbetrieb.

Das Gradiometer misst entlang jeder Achse die Beschleunigungsdifferenzen der zwei entsprechenden Testmassen (vgl. Abbildung 4). Damit lässt sich für jede Achse der Gradient der Schwerebeschleunigung berechnen, was der zweiten Ableitung des Potentials entspricht (Abbildung 1 rechts oben). Auf diese Weise konnten in Kombination mit anderen Satellitendaten schon Schwerfeldmodelle bis zum Grad 250 erstellt werden. Als Beispiel sei hier GOCO02S (Goiginger et al. 2011) erwähnt, welches später in dieser Arbeit noch verwendet wird (Kapitel 4.1).

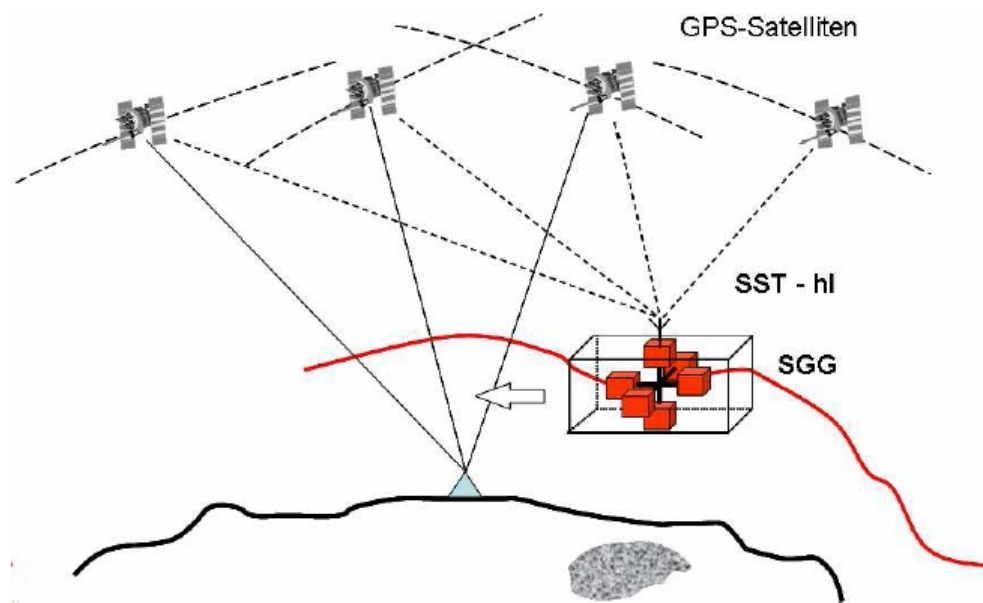


Abbildung 4: GOCE Messprinzip (Pail 2011)

Abschließend folgt noch ein kurzer Abschnitt über einige geplante Missionen und Konzepte für mögliche zukünftige Schwerefeldmissionen.

GRACE Follow-On

GRACE liefert seit über zehn Jahren monatliche Felder des zeitvariablen Schwerefeldes. Hieraus lassen sich Massenvariationen berechnen, die z.B. für aktuelle Forschungen im Bereich der Klimaveränderung benötigt werden. Um konkrete Aussagen zur Veränderung des Klimas machen zu können, sind aber möglichst lange Zeitreihen aus konsistenten Daten wichtig. Die zehn Jahre im All sind an GRACE leider nicht spurlos vorüber gegangen. Die Batterien von GRACE haben nicht mehr genug Kapazität, um alle Systeme, über lange Phasen im Erdschatten, mit Strom zu versorgen (Flechtner 2012). Um aber auch in Zukunft weiter konsistente Daten zu erhalten, wurde die Mission GRACE Follow-On geplant. Sie beruht im Wesentlichen auf dem GRACE Konzept und wird etwa den gleichen Orbit fliegen (Loomis et al. 2011). Neben der Mikrowellen-Entfernungsmessung ist als Demonstrator ein Laserinterferometer vorgesehen. Der Start ist für August 2017 geplant (Stand September 2012). Es bleibt zu hoffen, dass GRACE noch einige Jahre im Orbit übersteht und weiter Daten sammeln kann.

Für eine darauf folgende GRACE-II Mission gibt es schon einzelne Ansätze, aber noch keine konkreten Pläne.

Ein Hauptproblem bei den Schwerefeldern aus GRACE Daten sind die starken Streifen entlang der Flugrichtung. Dieses Problem tritt bei allen GRACE-ähnlichen 11-sst Konfigurationen auf. Aus diesem Grund gehen die

Planungen bei Zwei-Satelliten Missionen (Tandem-Missionen) dazu über, die Lage der Satelliten zueinander während des Fluges zu verändern, um neben der Längs- auch eine Querkomponente des Schwerfeldes hochgenau bestimmen zu können. Folgende Konzepte sind dabei im Moment Hauptforschungsgegenstand:

Pendel

Als ein Beispiel für eine Pendelmision sei der Projektvorschlag e.motion (e.motion 2009) genannt. Hierbei sollen zwei Satelliten auf fast polaren, aber leicht um die Polachse gedrehten, Bahnen fliegen. Abbildung 5 verdeutlicht dies.

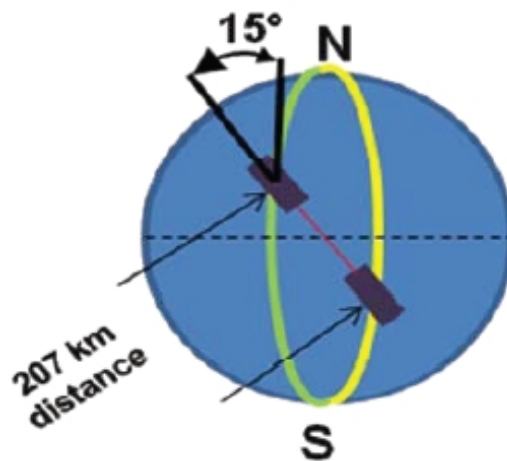


Abbildung 5: Konzept zur e.motion Satellitenkonfiguration (Gruber 2011)

Die Satelliten würden dazu ihre Ausrichtung während eines Umlaufs immer anpassen. Auf diese Weise wäre die gewünschte Querkomponente in den Messungen zu erreichen.

Cartwheel

Dies bezeichnet kein reines Missionskonzept, sondern eine mögliche Formation von Satelliten (Wiese et al. 2009). Hierbei drehen sich zwei oder mehr Satelliten auf ihrer Bahn um ihren gemeinsamen Schwerpunkt. Ähnlich einem Wagenrad (engl. cartwheel), das sich die Straße entlang bewegt. Abbildung 6 verdeutlicht dies für zwei und vier Satelliten. Diese Formation ist theoretisch für noch mehr Satelliten möglich, stellt aber sehr hohe Ansprüche an die Bahnkontrolle und Lageregelung der Satelliten.

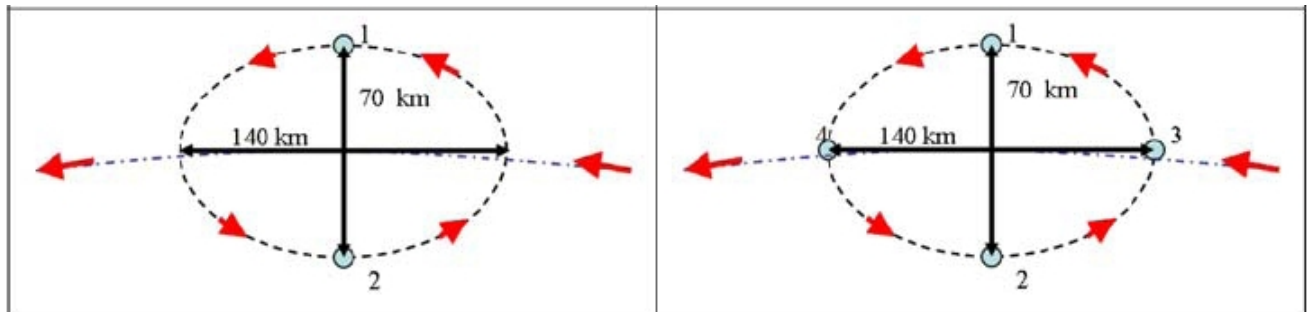


Abbildung 6: Cartwheel Formationen (Wiese et al. 2009)

Pete-Bender-Design

Eine andere Methode, um die Streifenbildung der Schwerefeldlösungen zu verhindern, ist es, die Daten mehrerer Satellitenpaare zu einer gemeinsamen Lösung zu verbinden. Das sogenannte Pete-Bender-Design (Bender et al. 2008) sieht hierzu zwei Satellitenpaare vor. Das eine Paar würde ähnlich wie GRACE auf einer nahezu polaren Umlaufbahn fliegen und von einem anderen Paar, mit einer anderen Inklination, ergänzt werden. In den Simulationen hat sich dabei eine Inklination von $\sim 72^\circ$ als günstig erwiesen (Wiese et al. 2011).

Ein weiteres Konzept, mit dem die Schwerefeldbestimmung in Zukunft möglich sein soll und auf das sich diese Arbeit stützt, ist die Schwerefeldbestimmung mittels der GETRIS Satelliten. Diese Mission wird im folgenden Abschnitt vorgestellt.

2.3 Die GETRIS Mission

In diesem Abschnitt soll ein Einblick in das Konzept und die Funktionsweise der GETRIS („Geodesy and Time Reference in Space“; GETRIS 2011) Mission gegeben werden. Dabei wird zunächst ein allgemeiner Überblick über die Idee und die Ziele der Mission gegeben und anschließend näher auf die Bereiche eingegangen, die für diese Arbeit von Bedeutung sind. Dies führt dann in Kapitel 2.4 zu einigen Grundlagen der Schwerefeldberechnung aus Satellitendaten.

Alle Informationen stammen dabei aus dem „Technical Proposal“ zur Mission (GETRIS 2011), soweit Sie nicht anderweitig gekennzeichnet sind. Wie der Name schon andeutet, geht es bei der Mission darum, eine Orts- und Zeitreferenz im Weltraum zu schaffen. Diese Ziele lassen sich in zwei Punkten zusammenfassen:“

- Ein genaues weltraum-basiertes geodätisches Bezugssystem mit Navigationsunterstützung für LEO Satelliten bereit zu stellen.

Im oberen linken Teil (grün hinterlegt) sind die technischen Nutzlasten an Bord der GETRIS Satelliten dargestellt.

- ACES Modul: Das „Atomic Clock Ensemble in Space“ (ACES) Modul mit seinem angeschlossenen Mikrowellenlink (MWL) bildet hierbei das Kernstück der Nutzlast. Es basiert auf dem ACES Projekt (Hess 2010) und soll 2013 auf der ISS in Betrieb genommen werden. Das Modul besteht im Wesentlichen aus einer Laser-gekühlten Cäsium Atomuhr, einem speziellen Wasserstoffmaser und einem Mikrowellenlink zur präzisen Zeit- und Frequenzübertragung (Cacciapuoti et al. 2009). Abbildung 8 verdeutlicht das Funktionsprinzip, wie es auf der ISS umgesetzt werden soll. Für die GETRIS Satelliten könnte es ohne größere Änderungen übernommen werden.



Abbildung 8: Das ACES Modul an Bord der ISS (Cacciapuoti 2009)

- VLBI beacon: Dieses Modul sendet ein Radiowellensignal aus, das von VLBI Antennen auf der Erde empfangen werden kann und somit eine hochgenaue Positionsbestimmung der GETRIS Satelliten ermöglicht. Das Messprinzip unterscheidet sich dabei nicht von den VLBI Messungen zu Quasaren und wird schon seit den späten 1970ern für die Navigation von interplanetaren Satellitenmissionen verwendet. Näheres zum Messprinzip findet sich in Martín-Mur et al. (2006). Mit diesem Verfahren können Genauigkeiten von 0,06 ns bzw. 2,25 nrad erreicht werden (Bagri et al. 2009).
- Laserreflektor: Dieser dient neben den anderen Verfahren zur genauen Positionsbestimmung bzw. Positionsüberprüfung des Satelliten mittels SLR.
- Laser Timing Receiver: Dieser ist Teil des ELT („European Laser Timing“) Experiments (Schreiber et al. 2009) und soll die

Zeitübertragung auf optischem Weg untersuchen. Im Vergleich zum Mikrowellenlink des ACES Moduls ist die optische Übertragung nicht durch die Elektronendichte in der Troposphäre und Ionosphäre gestört und könnte so eine genauere Übertragung ermöglichen. Erste Tests auf der Erde ergaben eine Verbesserung der Genauigkeit bei der Übertragung um den Faktor 40 (Schreiber et al. 2010).

- Laser Communication Terminal „Ranging and Time Transfer add-on Box“ (LCT). Dieses Modul bildet das Kernstück der GEO-LEO Entfernungsmessung und damit auch die Basis für die Schwerefeldbestimmung aus den GETRIS Daten. Eine hohe Genauigkeit kann dabei erreicht werden, da die Signale größtenteils nicht den Weg durch Troposphäre und Ionosphäre nehmen müssen. Außerdem handelt es sich um eine Mehrfrequenzverbindung im S-Band, Ku-Band und optischen Frequenzbereich, die eine Genauigkeit von $1 \mu\text{m}$ ermöglicht, wie sie auch bei GRACE erreicht wird.

Damit sind die wichtigsten Elemente an Bord der GETRIS Satelliten beschrieben. An Bord des LEO Satelliten ist nur ein kleiner Teil dieser Technik nötig. Lediglich das zuletzt beschriebene LCT „Ranging and Time Transfer add-on box“ ist hierbei erforderlich. Dieses Modul wiegt unter 5 kg und benötigt lediglich 5 W^2 . Neben diesem Modul ist an Bord des LEO nur ein GNSS Empfänger und ein Akzelerometer zur Bestimmung der nicht-gravitativen Kräfte nötig.

Das Grundprinzip der Schwerefeldbestimmung basiert auf dem high-low sst Verfahren, ähnlich der CHAMP Mission. In diesem Fall kann man sogar von einem extreme-high-low sst Verfahren sprechen, da die GETRIS Satelliten eine noch 10000 km höhere Bahn als die GNSS Satelliten haben. Da von einem geostationären Satelliten aus gesehen ein Teil der LEO Bahn immer durch die Erde abgeschattet wird, ist es nötig, mindestens zwei GETRIS Satelliten im Orbit zu haben, die sich auf entgegengesetzten Seiten der Erde befinden. Nur so kann die Bahn des LEO Satelliten zu jedem Zeitpunkt hochgenau bestimmt werden. Abbildung 9 verdeutlicht dies.

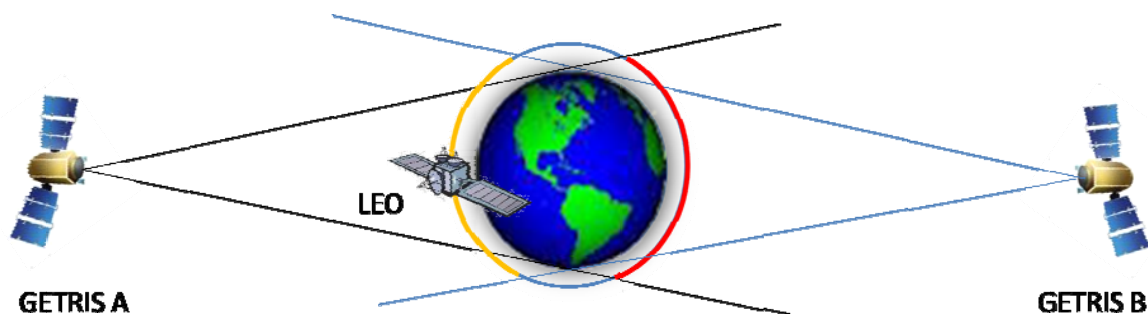


Abbildung 9: Mögliche GETRIS Konfiguration

²Zum Vergleich: Die Solarzellen von GOCE liefern mit ca. 9 m^2 etwa 1300 W (ESA 2012). Für das LEO-LCT wäre also nur eine „zusätzliche“ Solarzellenfläche von etwa $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ nötig.

Über die hochgenaue Entfernungsmessung kann dann die Abweichung des LEO Satelliten von seiner nominellen Bahn, bzw. die auf sie wirkenden Störbeschleunigungen, bestimmt werden und hieraus das Schwerfeld berechnet werden. Hierbei kann die radiale Komponente der Entfernungsmessung deutlich besser bestimmt werden, als bei der GRACE Mission, die tangential zum Erdradius die Entfernungsänderungen misst.

Wie dies mathematisch möglich ist, soll nun im nächsten Abschnitt ausführlich erklärt werden.

2.4 Inverse Modellierung – sphärisch-harmonische Analyse

Bei der sphärisch-harmonischen Analyse werden, ausgehend von den Beobachtungen des Satelliten, die Koeffizienten des Schwerfeldes (ΔC_{nm} , ΔS_{nm}) bestimmt. Typischerweise werden dabei aus mehreren Millionen Beobachtungen einige tausend Koeffizienten ($[n_{\max}+1]^2$) bestimmt. Die Lösung dieses deutlich überbestimmten Gleichungssystems erfolgt dabei oft mittels einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate, also einem Gauß-Markov Modell. Allgemein wird es bei n Beobachtungen und u Unbekannten folgendermaßen geschrieben (Jäger et al. 2005, S.4ff.):

$$Ax = l + v \quad (2-12)$$

mit $E\{v\} = 0$ und $Q_v = Q_{ll} = \sigma^2 P^{-1}$

mit	A	= Design-Matrix der Koeffizienten ($n \times u$)
	x	= Vektor der Unbekannten ($u \times 1$)
	l	= Vektor der Beobachtungen ($n \times 1$)
	v	= Zufallsvektor der Beobachtungsfehler ($n \times 1$)
	$E\{\cdot\}$	= Erwartungswert
	Q_v	= Varianz-Kovarianzmatrix der Beobachtungsfehler
	Q_{ll}	= Varianz-Kovarianzmatrix der Beobachtungen
	σ^2	= Varianz der Gewichtseinheit
	P	= Gewichtsmatrix der Beobachtungen

Ziel ist es nun, die Quadratsumme der Verbesserungen zu minimieren:

$$v^T P v = \text{minimal} \quad (2-13)$$

Dazu wird die Lagrangesche Funktion gebildet und die Ableitungen der Lagrangeschen Multiplikatoren gleich Null gesetzt. Durch Kombination dieser Gleichungen erhält man dann die Bestimmungsgleichung für die Unbekannten

$$\hat{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P l \quad (2-14)$$

Der Term $A^T P A$ wird dabei als Normalgleichungsmatrix bezeichnet. Durch Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes erhält man aus Gleichung (2-14) die Varianz-Kovarianzmatrix der Unbekannten:

$$Q_{xx} = \sigma^2 (A^T P A)^{-1} \quad (2-15)$$

Außerdem lässt sich die Varianz der Gewichtseinheit aus den Verbesserungen v schätzen:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{v^T P v}{n - u} \quad (2-16)$$

Das Ausgleichungsverfahren kann auf allen Ebenen des Meissl-Rummel Schemas (Abbildung 1) angewendet werden. Die Art der Beobachtungen ist dabei vom Beobachtungsverfahren abhängig. Es lassen sich also eine Vielzahl von verschiedenen Beobachtungsgleichungen aufstellen. So gilt zum Beispiel, ausgehend von Formel (2-9), für das Störpotential:

$$\underbrace{l+v}_{\text{Beobachtungen am Satelliten}} = \frac{GM}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n P_{nm}(\cos \theta) \left[\underbrace{\Delta C_{nm}}_{\text{Unbekannte Koeffizienten}} \cos m\lambda + \underbrace{\Delta S_{nm}}_{\text{Unbekannte Koeffizienten}} \sin m\lambda \right] \quad (2-17)$$

Neben der Beobachtungsgleichung und ihren Ableitungen wird für die Lösung der Ausgleichung noch eine a-priori Varianz-Kovarianzmatrix benötigt, die die Genauigkeit der Einzelbeobachtungen enthält. Im einfachsten Fall werden die Beobachtungen als unkorreliert und gleichgenau angenommen. Die Matrix nimmt damit die Form einer Diagonalmatrix an. Werden Daten aus verschiedenen Quellen oder Messverfahren verwendet, können hier Gewichtungen in Abhängigkeit von den Messverfahren eingeführt werden. Bei korrelierten Daten steigt die Anzahl der nötigen Rechenoperationen deutlich und es werden effiziente numerische Verfahren benötigt, um die großen Datenmengen zu bewältigen. Mittlerweile haben sich für die verschiedenen Missionen eine Vielzahl von Auswerteverfahren an verschiedenen Standorten etabliert. Einen Überblick über drei Verfahren für GOCE liefern Pail et al. (2011a).

Im Fall der GETRIS Mission messen die Satelliten direkt die Entfernung zu den tieffliegenden Satelliten. Da sie mit einer Rate von zehn Beobachtungen pro Sekunde messen, können aus den Messungen die Geschwindigkeit und auch die Beschleunigungen entlang der Sichtlinie (LOS) bestimmt werden. Auf Basis der auftretenden Störbeschleunigungen kann die Ausgleichung berechnet und die Koeffizienten bestimmt werden.

Dieser Weg wird in der vorliegenden Arbeit verfolgt und im numerischen Simulator umgesetzt. Dies soll im nächsten Kapitel erläutert werden.

3. Die Durchführung mit dem Missionssimulator

In diesem Kapitel wird die Durchführung der Simulation und der Auswertung beschrieben. In Abschnitt 3.1 wird ein Überblick über das Vorgehen und die dafür benötigten Daten gegeben. In Abschnitt 3.2 wird anschließend die Funktionsweise des verwendeten Simulators näher beschrieben und in Abschnitt 3.3 ein Einblick in die Konfiguration des Simulators und die verwendeten Parameter geliefert. In Kapitel 4 werden dann die für den Simulator nötigen Eingangsdaten genauer beschrieben, bevor in Kapitel 5, beginnend mit einer Übersicht über die simulierten Szenarien, die Ergebnisse beschrieben werden.

3.1 Die Durchführung

Aus der in Kapitel 1 dargestellten Zielsetzung dieser Arbeit folgen die wesentlichen Rahmenbedingungen für die Durchführung der Simulation und der Arbeit im Allgemeinen. Es wird die GETRIS Mission simuliert und in einer closed-loop Simulation, aus simulierten Messdaten, das statische /zeitvariable Schwerfeld der Erde bestimmt und aus letzterem die hydrologischen Einflüsse abgeleitet.

Ausgangspunkt bildet der vorhandene Missionssimulator (Pail, Mayerhofer 2009). Dieser Simulator arbeitet nach dem Prinzip einer closed-loop Simulation, d.h. es wird ein Eingangsschwerfeld eingelesen und der Simulator liefert am Ende wieder annähernd dieses Schwerfeld als Ausgabe. Aus den Unterschieden zu den Eingangsdaten können so Informationen über die Leistungsfähigkeit der simulierten Mission gewonnen werden. Abbildung 10 verdeutlicht das Vorgehen. In rot sind hier die Arbeitsschritte bei der Simulation eines statischen Feldes dargestellt. Bei der Simulation mit zeitvariablen Daten kommen am Ende zwei weitere Arbeitsschritte hinzu (blau unterlegt). Die einzelnen Arbeitsschritte werden im Folgenden noch einmal genauer beschrieben.

Als Eingangsschwerfeld wurde das GOCO02S Modell gewählt. Dieses Schwerfeld wird in Kapitel 4 näher beschrieben, ebenso wie die zeitvariablen Daten und das Rauschverhalten. Datengrundlage für die im Simulator benötigten Orbits bildete zum einen der in Kapitel 2 beschriebene Planungsstand der GETRIS Mission, zum anderen eine GRACE ähnliche Mission, sowie eine Pendelmission und eine typische Erdbeobachtungsmission (SENTINEL-1). Die genaue Berechnung der Orbits wird ebenfalls in Kapitel 4 beschrieben.

Die Ausgabe des Simulators ist ein vollständiges Schwerfeld. Um die Güte der GETRIS Mission, bzw. anderer simulierter Missionen, beurteilen zu können, wird hiervon das statische Eingangsschwerfeld abgezogen. Im statischen Fall sollten jetzt die differenziellen Koeffizienten sehr

klein sein. In dem noch vorhandenen differenziellen Schwerfeld lassen sich missionsspezifische Unterschiede erkennen. In der Simulation mit zeitvariablen Daten sind diese Anteile nach dem Abziehen des statischen Eingangsfeldes noch vorhanden. Die Schwerfeldunterschiede setzen sich also aus der hier untersuchten kontinentalen Hydrologie und, wie auch beim statischen Feld, missionsspezifischen Unterschieden zusammen. Will man wieder einen Blick auf die missionstypische Fehlerverteilung werfen, kann man hiervon noch das mittlere zeitvariable Schwerfeld aus den Eingangsdaten abziehen. Je nachdem, ob die zeitvariablen Daten oder die Restfehler überwiegen, kann so das zeitvariable Schwerfeld bestimmt werden. Die Simulation zeigt damit, ob und mit welcher Güte das mittlere zeitvariable Schwerfeld im Beobachtungszeitraum bestimmt werden kann.

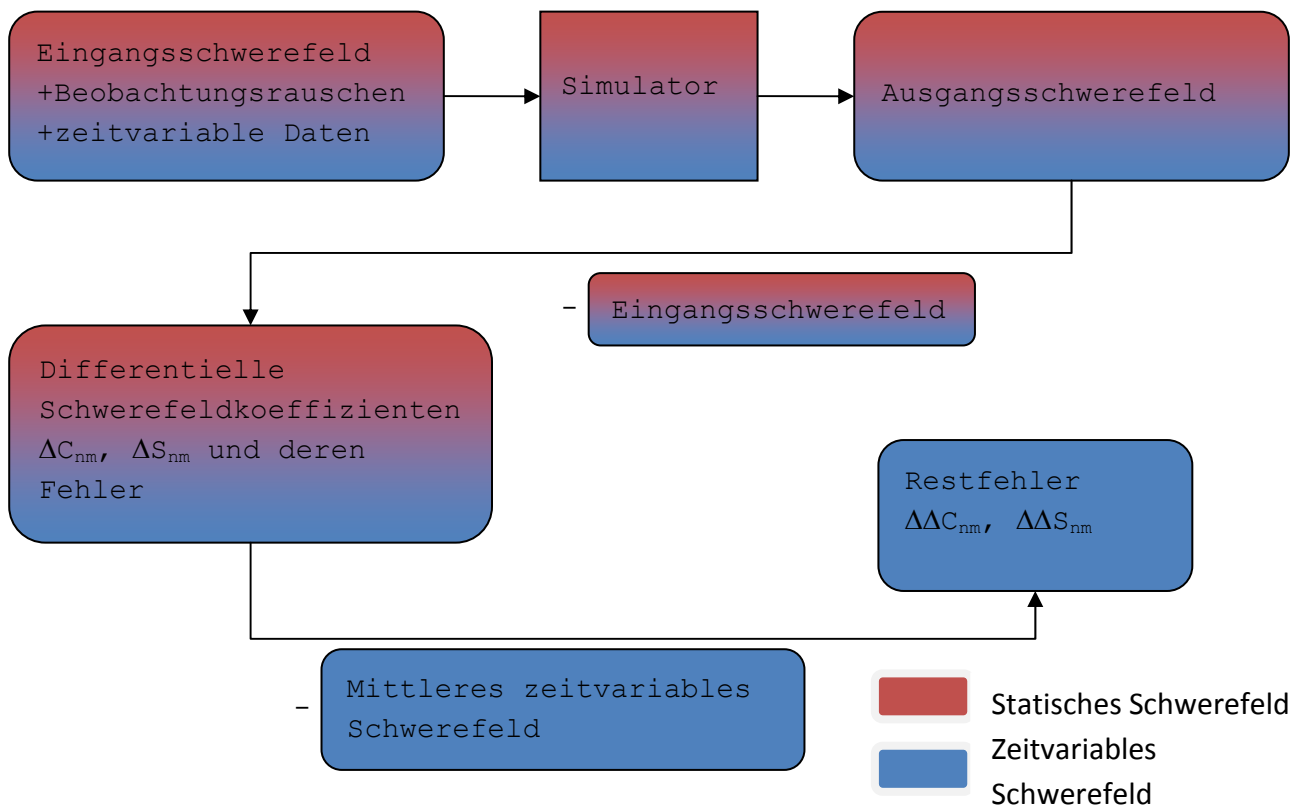


Abbildung 10: Durchführungsprinzip der Arbeit

Zu Beginn werden zwei Parameter untersucht, die bei der GETRIS Mission in gewissen Grenzen wählbar sind. Der erste Parameter ist der Sichtbereich der GETRIS Satelliten. Wie in Abbildung 9 angedeutet, können die GETRIS Satelliten die Bahn der tieffliegenden Satelliten nicht zu jedem Zeitpunkt sehen, da sie teilweise von der Erde abgeschattet werden. Untersucht werden hierbei vier verschiedene Konfigurationen, die in Abbildung 11 dargestellt sind. Die totale Sicht auf den tieffliegenden Satelliten ohne Abschattung durch die Erde (Konfiguration I) ist praktisch nicht möglich, soll aber als Referenz dienen. Die Sicht bis zur Koordinatennullachse (II) ist eine weitere

theoretische Untersuchung, die zeigt, welchen Einfluss es auf die Gesamtlösung hat, wenn die Sichtbereiche der GETRIS Satelliten sich nicht überlappen. Die direkte Sicht entlang der Erde (III) und die Sicht entlang der Atmosphäre in 200 km Höhe (IV) stellen deutlich realistischere Situationen dar. In 200 km Höhe beträgt die Dichte der Atmosphäre nur noch etwa 10^{-9} der Dichte am Erdboden. Für die Signalausbreitung spielt die Restatmosphäre so gut wie keine Rolle mehr, weshalb dies für die Simulation als Rand der Atmosphäre angesehen werden soll.

Simuliert wird jeweils GRACE A, beobachtet von zwei geostationären Satelliten über einen Zeitraum von 27 Tagen. Zeitvariable Daten werden dabei nicht berücksichtigt.

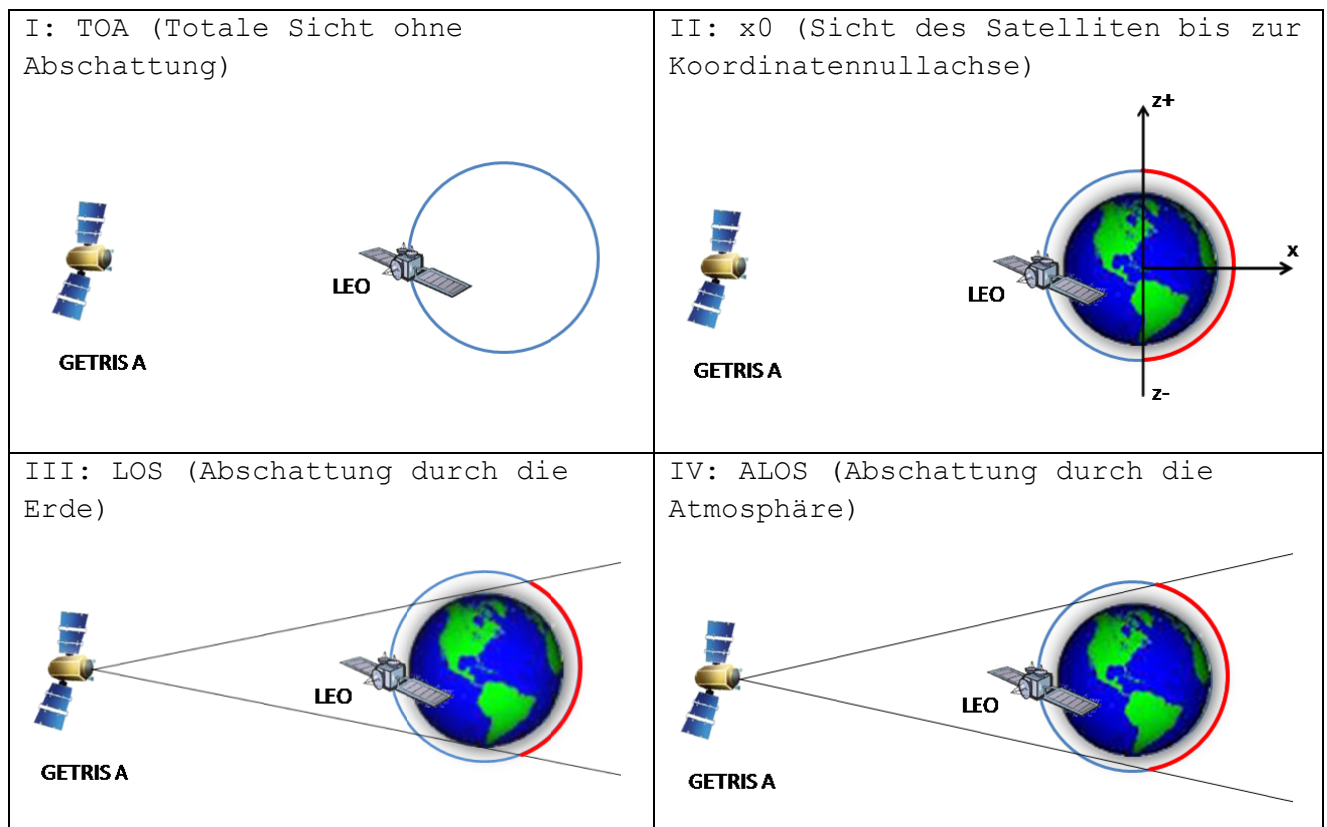


Abbildung 11: Sichtbarkeit der LEOs

Der zweite sehr entscheidende Parameter ist die Anzahl der geostationären Satelliten. Hierbei werden für GRACE A und den SENTINEL Satelliten die Lösungen für jeweils zwei und vier geostationäre Satelliten simuliert.

Anschließend werden Simulationen zum statischen Schwerfeld gerechnet. Hierbei dienen eine simulierte GRACE Mission und eine Pendelmission, bestehend aus dem Satelliten GRACE A und einem weiteren Satelliten, als Vergleichsmissonen. Für die GETRIS Mission werden Simulationen für zwei GETRIS Satelliten mit GRACE A und dem SENTINEL Satelliten berechnet. Außerdem wird eine Kombination mit der reinen GRACE Lösung gebildet. Auf

eine Kombination von GETRIS und der Pendelmission wird verzichtet, da die Pendelmission bisher selbst nur ein mögliches zukünftiges Konzept darstellt.

Die berechneten Schwerefelder werden anschließend miteinander verglichen und spezifische Charakteristika der Lösungen betrachtet.

Der nächste Block an Simulationen widmet sich dem zeitvariablen Schwerefeld. Dazu werden zeitvariable Schwerefelddaten, verursacht durch die kontinentale Hydrologie, mit in den Simulator geladen und die gleichen Missionen wie im letzten Arbeitsschritt simuliert. Zunächst werden die Simulatorergebnisse mit dem mittleren zeitvariablen Schwerefeld verglichen. Dies liefert Informationen darüber, wie gut die Missionen zur Bestimmung des zeitvariablen Schwerefeldes genutzt werden können. Anschließend wird das mittlere zeitvariable Feld abgezogen und ein Blick auf die missionsspezifische Fehlerverteilung geworfen.

Die letzte Gruppe der Simulationen prüft die Möglichkeit, das Schwerefeld und seine zeitvariablen Anteile in kürzeren Zeiträumen zu bestimmen. Hierfür sind mehr tieffliegende Satelliten nötig, weshalb jeweils für fünf GRACE A und fünf SENTINEL Satelliten und deren Kombination, also insgesamt zehn Satelliten, die Lösung gerechnet wird. Die Orbits der Satelliten werden hierfür leicht verändert (siehe Kapitel 4.3). Die Simulationen werden dann für Missionsperioden von zehn und fünf Tagen berechnet.

Tabelle 1 fasst die gerechneten Simulationen zusammen. Hellgrau hinterlegt sind dabei jeweils jene Parameter, die geändert werden.

Satellit	Anzahl der GEOs	Sichtbereich	Zeitvariable Daten	Missionsdauer [Tage]
Sichtbereich der GETRIS Satelliten/Abschattungstest				
GRACE A	2	TOA	---	27
GRACE A	2	x0	---	27
GRACE A	2	LOS	---	27
GRACE A	2	ALOS	---	27
Untersuchung zur Anzahl der GEOs				
GRACE A	2	LOS	---	27
GRACE A	4	LOS	---	27
SENTINEL	2	LOS	---	27
SENTINEL	4	LOS	---	27
Bestimmung des statischen Schwerefeldes				
GRACE A GRACE B	---	---	---	27
GRACE A PENDEL	---	---	---	27
GRACE A	2	LOS	---	27
GRACE A GRACE B	2	LOS	---	27
SENTINEL	2	LOS	---	27

Bestimmung des zeitvariablen Feldes				
GRACE A GRACE B	---	---	Ja	27
GRACE A PENDEL	---	---	Ja	27
GRACE A	2	LOS	Ja	27
GRACE A GRACE B	2	LOS	Ja	27
SENTINEL	2	LOS	Ja	27
Bestimmung des zeitvariablen Feldes mit mehr Satelliten in kürzerer Zeit				
5 x SENTINEL	2	LOS	Ja	10
5 x GRACE A	2	LOS	Ja	10
5 x GRACE A 5 x SENTINEL	2	LOS	Ja	10
5 x SENTINEL	2	LOS	Ja	5
5 x GRACE A	2	LOS	Ja	5
5 x GRACE A 5 x SENTINEL	2	LOS	Ja	5

Tabelle 1: Gesamtübersicht der simulierten Szenarien

3.2 Funktionsweise des Simulators

In diesem Abschnitt wird die Funktionsweise des verwendeten Simulators beschrieben. Dabei wird in diesem Abschnitt die grundsätzliche Funktionsweise behandelt und daran anschließend in Abschnitt 3.3 die Konfiguration des Simulators anhand der entsprechenden Konfigurationsdatei erläutert.

Bei dem Simulator handelt es sich um einen closed-loop Simulator. Abbildung 12 verdeutlicht die Funktionsweise, wobei in blau die Eingangsdaten, in rot Arbeitsschritte des Simulators und in orange die Ausgabedaten dargestellt sind.

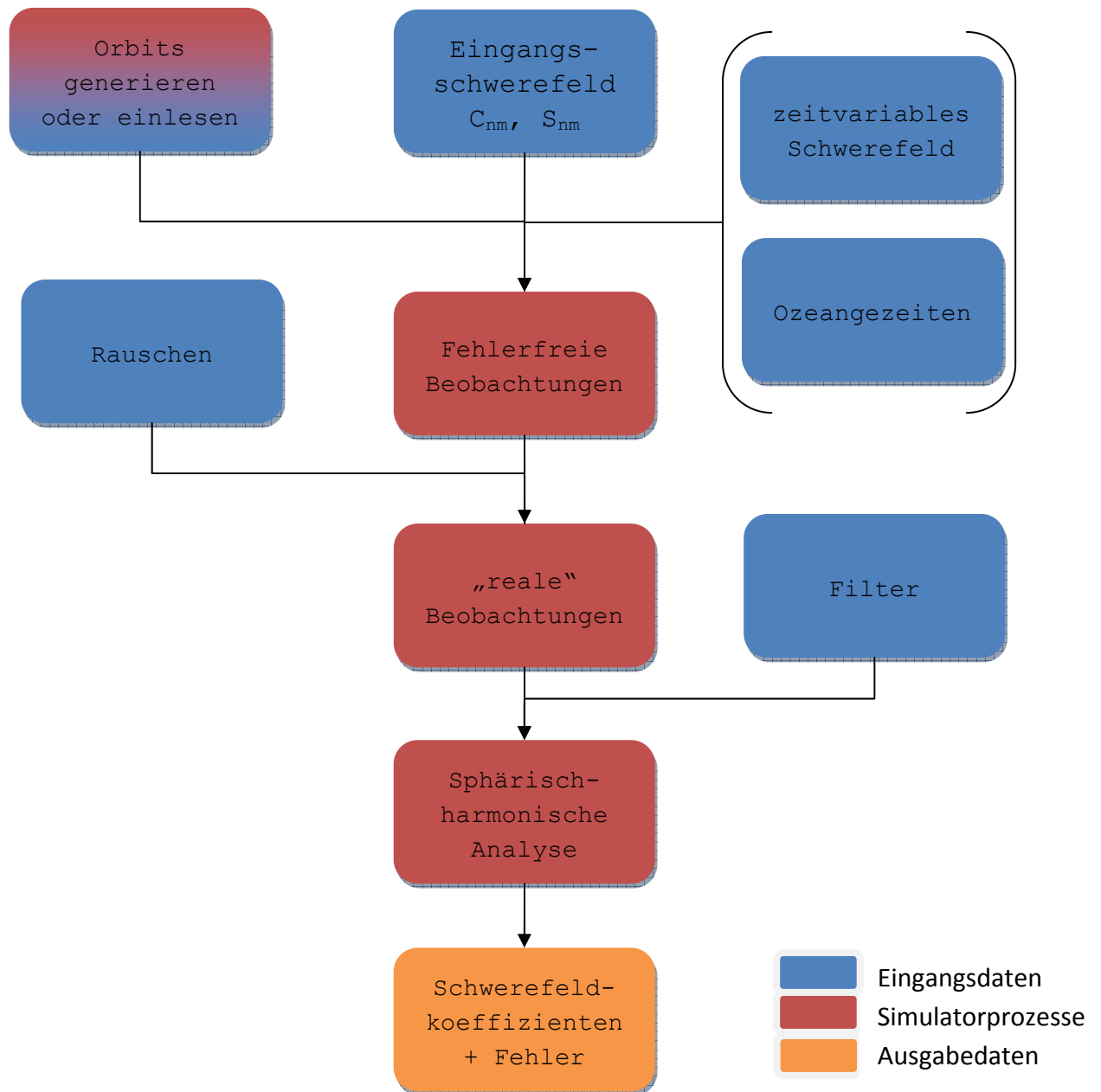


Abbildung 12: Funktionsweise des Missionssimulators

Die Grundlage für die Simulation bilden das Eingangsschwerefeld und die Orbits der Satelliten. Die Orbits können wahlweise im Simulator erstellt oder eingelesen werden. Bei der Verwendung von LOS Beschleunigungen zwischen mehreren Satelliten als Beobachtungsgröße müssen die Orbits eingelesen werden, da der Simulator nur auf die Berechnung eines Orbits ausgelegt ist. Dieser Weg wird in dieser Arbeit beschrieben. Wie die erforderlichen Orbits erstellt werden, ist in Abschnitt 4.3 erläutert. In die Simulation können darüber hinaus auch zeitvariable Anteile des Schwerefeldes und ein Gezeitenmodell eingegeben werden.

In einem ersten Schritt berechnet der Simulator fehlerfreie Beobachtungen zu allen Orbitpositionen des Satelliten. Die Art der Beobachtungen kann dabei gewählt werden. So steht, neben den verwendeten line-of-sight Beschleunigungen, z.B. auch das Potential als Beobachtungstyp zur Auswahl. Mehr zu den verschiedenen Beobachtungstypen folgt in Abschnitt 3.3. Bei Verwendung der LOS Beschleunigungen werden zunächst die Beschleunigungen auf jeden Satelliten, die durch das Eingangsschwerefeld und die zeitvariablen Schwerefeldanteile verursacht werden, im erdfesten System berechnet. Entlang der LOS wird dann ein neues Koordinatensystem ausgerichtet. In dieses Koordinatensystem werden die Beschleunigungen der beiden Satelliten transformiert und die Differenz gebildet. Für den Satelliten A ergibt sich die Störbeschleunigung als Ableitung des Potentials (Pail 2011, S.99):

$$a_i^A = \frac{\partial V}{\partial x_i^A} = V_i^A \quad (3-1)$$

Ebenso für den Satelliten B :

$$a_i^B = \frac{\partial V}{\partial x_i^B} = V_i^B \quad (3-2)$$

Die Beobachtungsgleichung ergibt sich aus der Differenz damit zu:

$$\frac{V_i^B - V_i^A}{x_j^B - x_j^A} = \frac{\Delta V_i}{\Delta x_j} \quad (3-3)$$

Δx_j ist hierbei die Basislinie zwischen den Satelliten. Ausgehend von diesen Beobachtungen beginnt dann, wie unter 2.4 beschrieben, die sphärisch-harmonische Analyse. Auf die fehlerfreien Beobachtungen wird als nächstes ein Rauschen addiert, um „reale“ Beobachtungen zu erhalten. Die Art des Rauschens hängt dabei sehr stark vom Messinstrument ab und ist daher, in dieser frühen Planungsphase, nicht genau bekannt. Es wird daher für den Anfang weißes Rauschen angenommen. In Gleichung (2-14) wird dann der Filter auf die A -Matrix und die Beobachtungen l angewendet, um das Rauschverhalten als stochastisches Modell P im Normalgleichungssystem einzuführen. Anschließend wird die Bestimmungsgleichung der Unbekannten aufgestellt, wobei hier auch die Normalgleichungen von verschiedenen Satelliten kombiniert werden können, um eine gemeinsame Schwerefeldlösung zu erhalten. Als Ergebnis erhält man daraus die Koeffizienten des Schwerefeldes mit ihren Fehlern. Je nach gewählten Missionsparametern entspricht dieses Schwerefeld mehr oder weniger dem Eingangsschwerefeld, woran sich missionsspezifische Charakteristika bei der Schwerefeldbestimmung erkennen lassen.

Die genaue Bedienung des Simulators wird jetzt anhand der Konfigurationsdatei an einem Beispiel beschrieben.

3.3 Die Konfigurationsdatei

In dieser Datei werden vom Benutzer die wichtigsten Variablen deklariert, sowie die Pfade zu den Eingangs- und Ausgabedaten definiert. Im folgenden Abschnitt soll ein kurzer Überblick über diese Datei gegeben werden. In diesem Kapitel wird dabei auf die Variablen und die unterschiedlichen Einstellungen zur Berechnung des Schwerfeldes eingegangen. Im daran anschließenden Kapitel 4 werden die verwendeten Eingangsdaten näher beschrieben.

Um die Übersichtlichkeit zu wahren, werden als Zwischenüberschriften die englischen Bezeichnungen der Parameter verwendet, wie sie rechts als Kommentar in der Konfigurationsdatei stehen. Einstellungen, die lediglich der Ausgabe von Daten und Ergebnissen dienen, werden hierbei nicht weiter beschrieben.

```

% =====
% GLOBAL PARAMETERS
% =====
.F.                                ! block-wise adjustment
0 60                               ! lmin,lmax - Signal
0 60                               ! lmin,lmax - Adjustment
~/MissionSimulator/dataMS/GOCO02S.icgem ! File name Earth model
.T.                                ! include temp.var. signal
0 60                               ! lmin,lmax - temp.var.signal
/naslx/ptmp/5/lu28xoj2/shs_H/01/    ! File path temp.var. model
.F.                                ! include ocean tide signal
0 50                               ! lmin,lmax - ocean tide
~/MissionSimulator/dataMS/ANC_TID_2I/otides_GOT00_2.dat ! File name ocean tide model
1 1 1 1 1 1 1 1                   ! Otide: Q1|O1|P1|K1|N2|M2|S2|K2
.F.                                ! write orbits
.F.                                ! write signals
.T.                                ! write ATA, ATL
.F.                                ! compute residuals
~/MissionSimulator/OUTPUT/        ! Path: Output
coeff_temp_27d.dat                ! Output coefficients
grd_temp_27d.dat                  ! Output grid
% =====
% No. of Satellites
% =====
1                                  ! No. of satellites
% =====
% Satellite 1
% =====
Sat001                             ! Sat.ID (6 chars.)
15                                 ! No. days
500                                ! No. revs
100000                             ! No. data
6733928.00D0                       ! sat.rad.
89.5D0                              ! incl.
0                                   ! shift by no. of points
0.D0                                ! shift in long. LAM [deg]
2001,1,1,0,0,0,0,0                ! Start time
4                                   ! observation type
.T.                                ! opt. read orbit from file
~/MissionSimulator/dataMS/MSorbit_25d_erf_PEND1_01.dat ! file: orbit 1
~/MissionSimulator/dataMS/MSorbit_25d_erf_PEND1_02.dat ! file: orbit 2

```

```

.T.                                     ! opt. apply noise
/naslx/ptmp/5/lu28xoj2/MS_input_data/white_noise_5em9_25d.dat      ! file: noise time series
~/MissionSimulator/dataMS/filter_wn_5em9.dat                       ! file: filter
% =====
% Additional NEQs
% =====
0                                     ! No. of additional NEQs
~/MissionSimulator/OUTPUT/ata_grac_f30.dat
~/MissionSimulator/OUTPUT/atl_grac_f30.dat
~/MissionSimulator/OUTPUT/ata_geos_shad_f30.dat
~/MissionSimulator/OUTPUT/atl_geos_shad_f30.dat

```

Tabelle 2: Beispiel einer Konfigurationsdatei

Im ersten Abschnitt der Konfigurationsdatei werden die globalen Parameter festgelegt.

Block-wise adjustment

Als erstes muss entschieden werden, ob die Berechnung blockweise oder mit voller Normalgleichungsmatrix erfolgen soll. Die blockweise Berechnung kann in vielen Fällen brauchbare Ergebnisse liefern und ist deutlich schneller als die volle Lösung, da hier die Normalgleichungen deutlich weniger besetzte Elemente aufweisen. Allerdings werden hierbei die Informationen in den Nebendiagonalelementen vernachlässigt.

Bei einem maximalen Grad von 60 ergeben sich $(n+1)^2=3721$ Unbekannte und damit eine Normalgleichungsmatrix mit fast 14 Millionen Einträgen. Voll besetzt ist die Größe der Matrix etwa 100 MByte, in Block-Diagonalstruktur nur noch etwa 0,5 MByte (vgl. Gruber 2009 S. 40/41). Diese Zahlen lassen schon erahnen, welche Zeitersparnis die blockweise Lösung bringen kann. Allerdings ist die blockweise Berechnung an einige Bedingungen an die Beobachtungen geknüpft. Diese Bedingungen gehen auf den Mathematiker von Neumann zurück und sind übersichtlich in Gruber (2009) zusammengestellt. Die Bedingung, die eine Verwendung der Block-Diagonal Technik in dem hier untersuchten Szenario verhindert, ist die folgende:

„B2: Der Datensatz muss in einem gleichmäßigen Gitter mit gleichen Längenintervallen und Äquatorsymmetrie vorliegen.“

Dieser Punkt, wie auch die anderen hier nicht genannten, ist für die Beobachtungen auf einem strengen Repeat-Orbit erfüllt. Solche Orbits werden hier zwar generiert, bei der GETRIS Konfiguration ist dieser Punkt aber dennoch nicht erfüllt, da durch die LOS Beobachtungen, von einem geostationären Satelliten aus, immer nur ein Teil des Orbits des tieffliegenden Satelliten erfasst werden kann. Damit ist kein gleichmäßiges Gitter an Beobachtungen vorhanden und es muss auf die volle Berechnung der Normalgleichungsmatrix zurückgegriffen werden.

Bei der heutigen Rechenkapazität ist dieses große System aber auch in endlicher Zeit lösbar.

Lmin, lmax -Signal/Adjustment

Hier wird der minimale und maximale Grad des Signals bzw. der zu berechnenden Lösung angegeben. Für das Signal und die Parametrisierung sollten hierbei die gleichen Grade gewählt werden, da sonst die Informationen der hohen Signalgrade zu Fehlern in den letzten Graden der Lösung führt. Die Koeffizienten sollten immer von Grad 0 an bestimmt werden, lediglich der maximale Grad kann mehr oder weniger frei gewählt werden.

Aktuelle Satellitenmodelle des Schwerefeldes werden bis zu maximalen Graden von etwa 250 gerechnet. Kombinationsmodelle werden bis zu einem Grad von 2500 berechnet. Da diese Arbeit aber nur eine erste Simulation zu den Möglichkeiten der GETRIS Mission darstellt, ist ein besonders hoher Grad nicht erforderlich. Außerdem sollen hier speziell hydrologische Einflüsse untersucht werden. Diese Einflüsse auf das Schwerefeld sind hauptsächlich in den unteren Graden zu bemerken (vgl. Abbildung 15). Aus diesen Gründen und unter Berücksichtigung der Rechenzeit wurde hier ein maximaler Grad von 60 gewählt.

File name Earth model

Hier ist der Pfad zum gewählten statischen Eingangsschwerefeld anzugeben. In diesem Fall wurde das Modell GOCO02S verwendet, welches in Abschnitt 4.1 näher beschrieben wird.

Include temp. var. signal

An diesem Punkt wird festgelegt, ob ein zeitlich variables Signal in die Berechnung einfließen soll. Dieses Signal besteht hauptsächlich aus Veränderungen in der Atmosphäre, der Hydrologie, den Ozeanen und den Eismassen.

Für den ersten Teil der Berechnungen, das statische Schwerefeld, wurde dieser Teil nicht verwendet. Bei den Berechnungen zum zeitlich variablen Feld wurden hier hydrologische Daten bis zum Grad 60 eingeführt. Genaueres zu diesen Daten folgt in Abschnitt 4.2.

Include ocean tide model

Hier kann eingestellt werden, ob ein Ozeangezeitenmodell verwendet werden soll. Dabei kann noch spezifiziert werden, welche Gezeiten berücksichtigt werden sollen. Es können z.B. nur die Gezeiten, die durch den Mond verursacht werden, berücksichtigt werden. Wird ein Gezeitenmodell verwendet, kann wieder der maximale Grad angegeben werden. Auch hier empfiehlt es sich wieder, den gleichen maximalen Grad wie bisher zu verwenden, falls das Modell diesen liefert.

In dieser Arbeit wird kein Gezeitenmodell angebracht, da dies durch eventuelles Aliasing die Interpretation der relevanten Ergebnisse erschweren würde.

Die restlichen Einstellungen dieses Abschnitts beziehen sich lediglich darauf, welche Daten ausgegeben und wo sie gespeichert werden sollen. Im nächsten Abschnitt der Konfigurationsdatei werden die Orbits der Satelliten definiert bzw. eingelesen. Da in dieser Arbeit die Orbits extern berechnet und dann eingelesen wurden, wird hier nur auf die dafür wichtigen Parameter eingegangen.

No. of satellites

Hier kann die Anzahl der Satelliten angegeben werden, für die die Beobachtungen berechnet werden sollen. Dabei zählt auch ein Satellitenpaar nur als ein Satellit. Für jeden Satelliten sind dann die folgenden Zeilen auszufüllen.

Sollen nur die schon zuvor berechneten Normalgleichungsmatrizen verschiedener Satellitenpaare miteinander zu einer gemeinsamen Lösung verknüpft werden, ist es auch möglich hier „0“ einzugeben. Mehr dazu folgt im letzten Teil der Konfigurationsdatei.

Sat.ID (6 chars.)

Hier muss ein eindeutiger Name für den Satelliten bzw. das Satellitenpaar vergeben werden.

No. data

Auch wenn die Satellitenbahnen eingelesen und nicht vom Simulator selber erstellt werden, ist es wichtig, hier die richtige Anzahl der Datenpunkte einzugeben. Für die Berechnungen wurden Daten mit zehn Sekunden Sampling verwendet. Ein kürzeres Intervall würde zwar zu geringfügig besseren Ergebnissen führen, aber der Rechenaufwand wäre ungleich höher.

Observation type

An dieser Stelle wird bestimmt, welche Art von Beobachtungen simuliert werden sollen. Folgende Möglichkeiten stehen dabei zur Verfügung:

Parameter	Beobachtungstyp
1	Potential V [m^2/s^2]
2	Radiale Beschleunigung V_r [m/s^2]
3	Radialer Gradient V_{rr} [$1/s^2$]
4	LOS Beschleunigungen [m/s^2]

Tabelle 3: Simulierbare Beobachtungstypen

Die Auswahl des Beobachtungstyps ergibt sich hierbei aus dem verwendeten Messverfahren. Wie in Kapitel 2.3 beschrieben, verwendet die GETRIS Mission ein Mikrowellenentfernungsmesssystem, dessen Messungen im Simulator als LOS Beschleunigungen ausgewertet werden.

Opt. read orbit from file

Wie bereits erwähnt, werden in dieser Arbeit die Orbits nicht vom Simulator selber erstellt, sondern eingelesen. Deswegen wird diese Option gewählt und in den darauf folgenden Zeilen der Pfad zu den Dateien angegeben. Welche Orbits im Einzelnen verwendet werden und wie diese erstellt werden, ist in Kapitel 4.3 ausführlich beschrieben.

Opt. apply noise / file: filter

Hier folgt die Entscheidung, ob auf die Beobachtungen ein Rauschen aufbracht werden soll. Um realistische Ergebnisse zu erhalten, ist dies in jedem Fall nötig. In der nächsten Zeile kann dann der Pfad zur Datei, die das Rauschen als Zeitreihe enthält, angegeben werden. Diese Datei muss in ihrer Länge genau der Anzahl der Datenpunkte der Orbitfiles entsprechen, die unter dem Punkt „No. Data“ angegeben wurde.

Wird Rauschen auf die Daten angebracht, muss auch ein Filter verwendet werden; die Datei mit dem Filter kann hier ausgewählt werden.

Genauere Informationen zum Rauschen und dem dazugehörigen Filter sind in Kapitel 4.4 zu finden.

No. of additional NEQs

Im letzten Teil der Konfigurationsdatei können zusätzliche Normalgleichungsmatrizen eingelesen werden. Die ist wichtig, wenn die Beobachtungen von mehreren Satelliten oder Satellitenpaaren zu einer gemeinsamen Schwerefeldlösung verknüpft werden sollen. Von dieser Methode wird in dieser Arbeit gebraucht gemacht, da aufgrund der LOS Beobachtungen und der Abschattung durch die Erde eine brauchbare Schwerefeldlösung aus einer GETRIS-LEO Konfiguration nicht möglich ist.

4. Datengrundlagen

In diesem Abschnitt werden alle wichtigen Eingabedaten des Simulators genauer betrachtet. Dabei wird jeweils beschrieben, wofür diese Daten bei der Berechnung des Schwerfeldes wichtig sind, wie die Daten entstanden sind und warum die Entscheidung gerade auf diese Daten als Grundlage der Simulationen fiel.

4.1 Das Eingangsschwerfeld

Wie in Kapitel 3 beschrieben, wird für die closed-loop Simulation ein statisches Eingangsschwerfeld benötigt. Die Wahl fiel hierbei auf das Modell GOCO02S, das im Rahmen des ESA GOCE Data AO Projekts entstanden ist. Daran beteiligt waren das Institut für Theoretische Geodäsie und Satellitengeodäsie der TU Graz, das Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie der TU München, das Institut für Weltraumforschung der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, das Astronomische Institut der Universität Bern und das Institut für Geodäsie und Geoinformation der Universität Bonn.

Der Name „GOCO“ steht dabei für „Gravity Observation COmbination“, es handelt sich also um ein Kombinationsmodell der Daten aus verschiedenen Quellen. „02“ bezeichnet die 2. Version und „S“ bedeutet, dass es sich um ein Modell nur aus Satellitendaten handelt.

Dieses Modell war zu Beginn dieser Arbeit das neueste und genaueste frei verfügbare Schwerfeldmodell und wurde daher als Grundlage für die Simulation gewählt. Die Daten, in Form von sphärisch-harmonischen Koeffizienten bis Grad und Ordnung 250, sowie die wichtigsten Informationen dazu, sind frei im Internet auf der Homepage des ICGEM (ICGEM 2012) verfügbar.

Die weiteren Informationen zu diesem Modell stammen von der dazugehörigen Homepage (www.goco.eu), sowie von den Folien zur Vorstellung des Modells auf der Tagung der EGU 2011 (Goiginger et al. 2011).

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die verwendeten Daten für das Kombinationsmodell.

Datentyp	Auflösung (maximaler Grad)	Zeitspanne der Daten
ITG-Grace2010s	180	7 Jahre
GOCE SST	110	12 Monate
GOCE SGG	250	8 Monate
CHAMP	120	8 Jahre
SLR	5	5 Jahre von 5 Sat.
Kaula Regularisierung	180-250	-

Tabelle 4: Datengrundlage für GOCO02S (nach Goiginger et al. 2011)

Aus den Beobachtungsgleichungen der verschiedenen Verfahren wurden jeweils die Normalgleichungsmatrizen erstellt und diese miteinander kombiniert. Bei der Kombination wurde dabei eine Gewichtung eingeführt, um eine möglichst optimale Lösung zu erhalten. Die Kombination erfolgte so, dass die Stärken jeder Messmethode, bzw. jedes Modells, optimal genutzt wurden. So sind z.B. die GRACE Daten in den Graden bis 120 sehr dominant, wohingegen die GOCE SGG Daten in den Graden 140-220 dominieren. Abbildung 13 zeigt hierzu die prozentualen Anteile der Komponenten an der Gesamtlösung pro Grad und Ordnung.

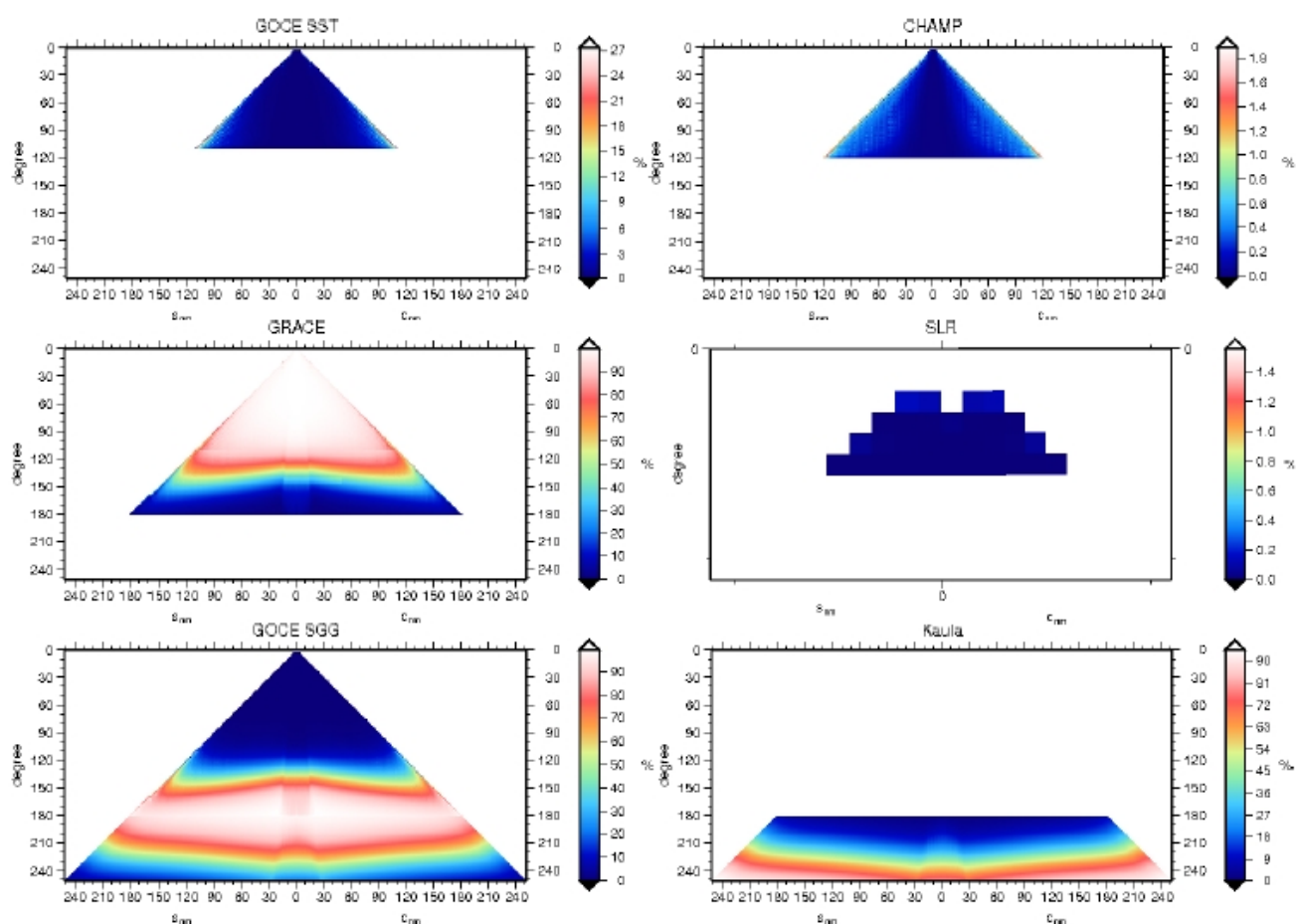


Abbildung 13: Anteile der Messverfahren zum GOCO02S Modell (Goiginger et al. 2011)

Auf diese Weise wurde ein sehr genaues Schwerfeldmodell der Erde berechnet, welches besonders in Gebieten, in denen keine terrestrischen Messungen vorhanden sind, zu einem enorm verbesserten Modell geführt hat. Abbildung 14 zeigt ein Geoidhöhenbild, erstellt aus den GOCO02S Schwerfeldkoeffizienten. Die Feinheiten in den Geoidhöhen können dabei aufgrund der globalen Auflösung nicht gesehen werden, gute Detailabbildungen finden sich aber unter anderem bei Goiginger et al. (2011).

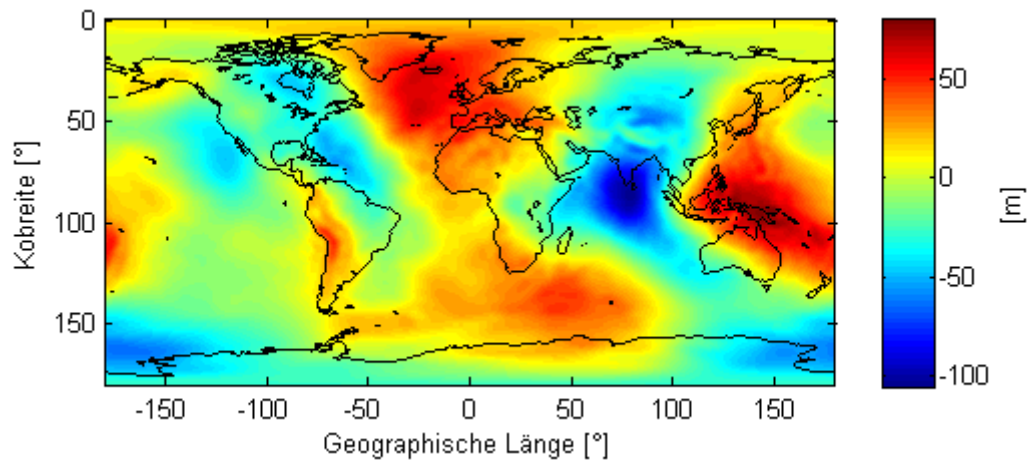


Abbildung 14: Geoidhöhen von GOC002S

Da GOCE allerdings nur den statischen Anteil, bzw. sehr langperiodische Änderungen, des Schwerefeldes bestimmen kann, werden für die Simulationen mit zeitvariablen Feld Daten aus einer anderen Quelle benötigt.

4.2 Die zeitvariablen Daten

Das Schwerefeld der Erde ist einer Vielzahl von Prozessen unterworfen, die ununterbrochen zu leichten Veränderungen führen. Diese Prozesse oder auch zeitvariablen Einflüsse auf das Schwerefeld unterscheidet man im Allgemeinen nach ihren Ursachen. Vernachlässigt man die Gezeiten, entstehen die zeitlichen Variationen im Schwerefeld hauptsächlich durch Atmosphäre, Ozeane, Hydrologie, Eismassen und die feste Erde.

Der Einfluss der Atmosphäre und Ozeane ist dabei sehr stark vom Tag/Nacht Zyklus und den Jahreszeiten abhängig. Diese Anteile sind sehr periodisch und somit gut zu simulieren. Die Eismassen sind auf kurzen Zeitskalen hauptsächlich von den Jahreszeiten beeinflusst, unterliegen zusätzlich aber einem säkularen Trend, verursacht durch die Klimaerwärmung. Der Anteil, der durch die feste Erde hervorgerufen wird, wird auf kurzen Zeitskalen von starken Erdbeben verursacht, auf langen Zeitskalen durch die postglaziale Hebung. Der Einfluss der Hydrologie ist lokal schwer zu erfassen. Er kann regional sehr stark variieren und unterliegt, wegen der lokalen Wetterabhängigkeit, deutlich weniger den üblichen Zyklen als die anderen Einflüsse. Global gesehen unterliegt die Hydrologie aber auch einem jahreszeitlichen Trend. Genaue Modelle zur Simulation der Hydrologie basieren daher auf Wetterdaten, um die Niederschlagsmenge und Verdunstung zu bestimmen, und auf Messungen des Zu- und Abflusses von Wasser in begrenzten Gebieten. Besonders im Bereich der globalen Hydrologie ist daher durch Schwerefeldmessungen eine Verbesserung der bestehenden Modelle möglich. Diese Arbeit beschränkt sich daher auf den Einfluss der Hydrologie als zeitvariablen Anteil am Schwerefeld.

Im Rahmen der ESA Studie „Monitoring and Modelling individual Sources of Mass Distribution and Transport in the Earth System by Means of Satellites“ entstanden dafür Zeitreihen aus geophysikalischen Modellen (Gruber et al. 2011). Grundlage für die Berechnung der zeitvariablen Anteile bildeten hierbei geophysikalische Modelle des jeweiligen Anteils. Diese Modelle wurden über gleiche Rahmenbedingungen (forcing) und den Wasseraustausch zwischen den einzelnen Systemen verbunden. Die Rahmenbedingungen lieferten Klimadaten des ECMWF, Grundlage für die Berechnungen der Hydrologie war das globale hydrologische Modell PCR-GLOBWB (Van Beek und Bierkens 2009). Die Ergebnisse der Simulationen stehen in Form von Schwerfeldkoeffizienten bis zum Grad 180 für die Jahre 1995 bis 2006 in 6-stündiger Auflösung zur Verfügung.

Für die Berechnungen des zeitvariablen Schwerfeldes in Kapitel 5.3 werden davon jedoch nur die hydrologischen Daten verwendet. Diese sollen daher hier näher untersucht werden.

Abbildung 15 zeigt, welche Anteile der Hydrologie bisher mit GRACE bestimmt werden können.

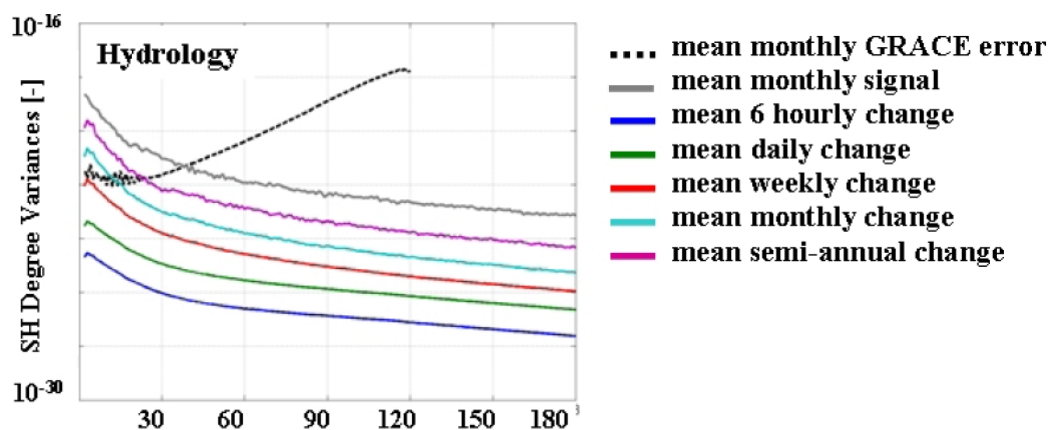


Abbildung 15: Einfluss der Hydrologie auf das Schwerfeld (Gruber et al. 2011)

Man erkennt, dass mit GRACE lediglich das mittlere monatliche Signal und seine Veränderung über das Jahr beobachtet werden können. Änderungen unterhalb von einem Monat können mit GRACE nicht erfasst werden. Ob dies mit GETRIS möglich wäre, soll in Kapitel 5 untersucht werden. Interessant ist daher ein genauerer Blick auf die hydrologischen Daten. Abbildung 16 zeigt die globale Veränderung des Schwerfeldes, in Form von Geoidhöhen, über vier Wochen. Jede Graphik zeigt den Einfluss der Hydrologie nach jeweils sieben Tagen.

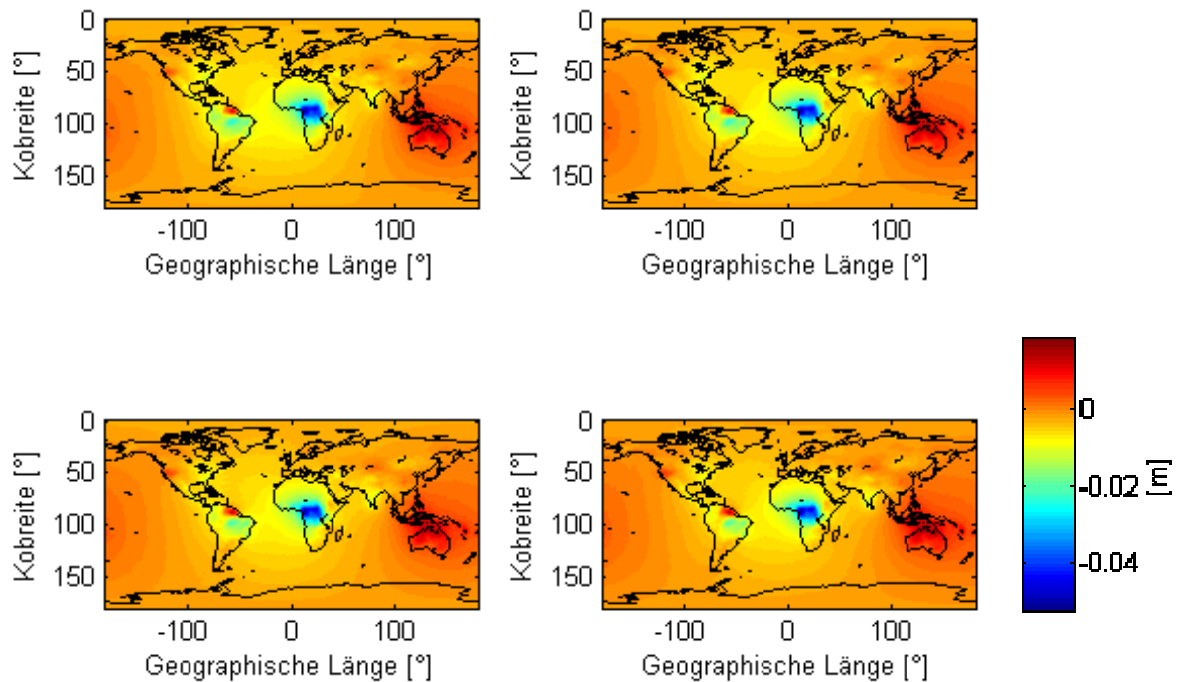


Abbildung 16: Veränderung des hydrologischen Signals über 28 Tage

Man sieht, dass der Einfluss der Hydrologie innerhalb eines Monats nur sehr gering ist, lediglich vereinzelt lassen sich lokal kleine Veränderungen erkennen (z.B. im Nordwesten Südamerikas). Bildet man den globalen Mittelwert für jeden vorhandenen Zeitpunkt und trägt diesen für den untersuchten Monat auf, wird allerdings ein deutlicher Anstieg im hydrologischen Einfluss erkennbar (Abbildung 17).

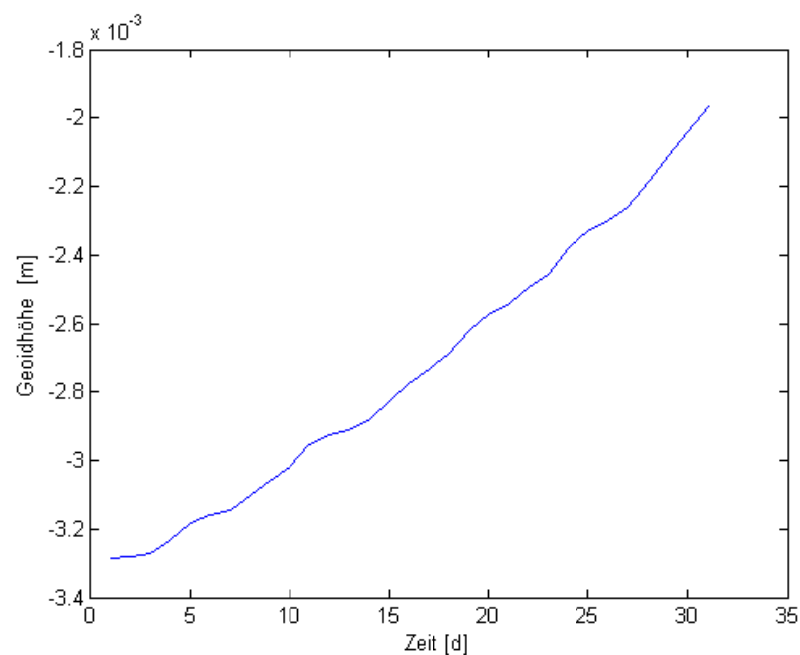


Abbildung 17: Globaler Hydrologischer Anstieg im Januar 2001

Dieser Anstieg stellt den Anfang eines sehr langperiodischen Signals dar. Da er aber über den Monat gesehen nur etwas über 1 mm ausmacht, ist er in den Bildern der Abbildung 16 so gut wie nicht zu erkennen. Neben dem dominanten Trend scheint es auch kleinere periodische Schwankungen zu geben. Da die Hydrologie aber regional sehr unterschiedlich ausfällt, sollen hier nur exemplarisch zwei verschiedene Orte betrachtet werden. Neben dem Signal zeigen die folgenden Abbildungen auch das Frequenzspektrum der Hydrologie.

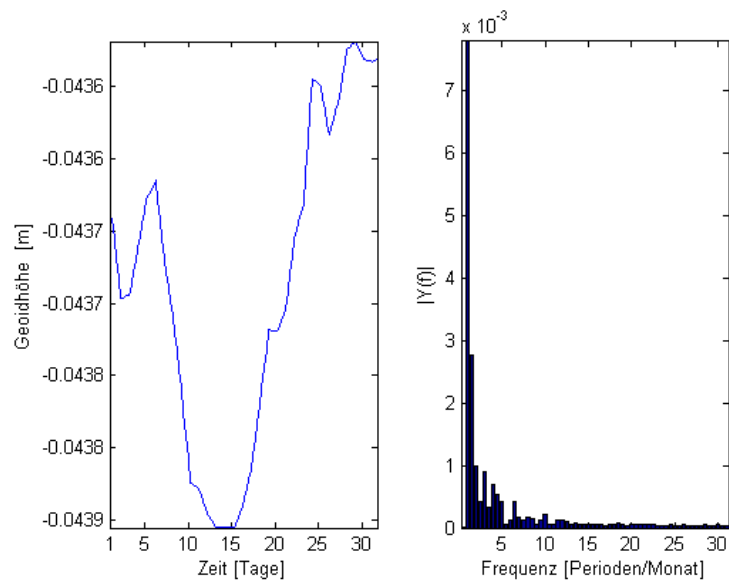


Abbildung 18: Hydrologisches Signal und Frequenzspektrum eines Ortes in Zentralafrika (4° N, 20° O)

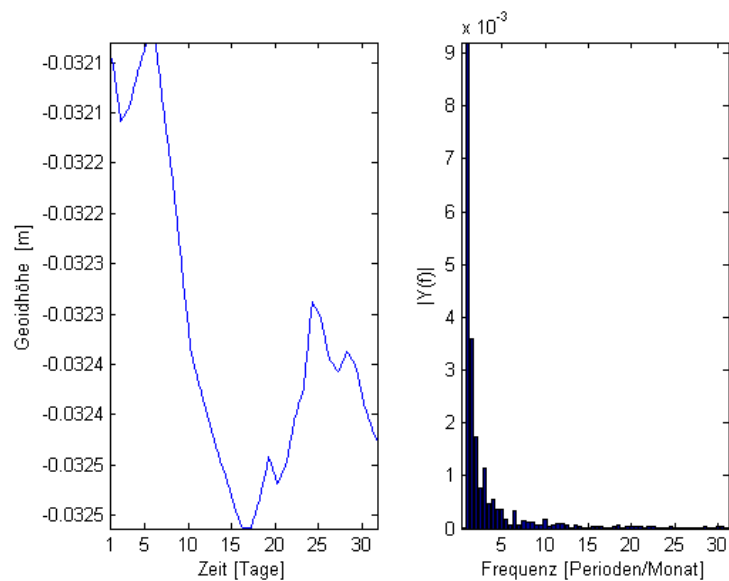


Abbildung 19: Hydrologisches Signal und Frequenzspektrum eines Ortes in Zentralafrika (4° N, 29° O)

Man erkennt ein sehr dominantes monatliches Signal. Andere Perioden zeigen im Vergleich nur sehr kleine Amplituden.

Für die Berechnung des Schwerfeldes sind die nur schwach ausgeprägten Perioden von Vorteil, da periodische Signale in den zeitvariablen Daten, in Verbindung mit den periodischen Satellitenbahnen, zu unerwünschten Aliasing Effekten führen könnten.

Über die Perioden der Satellitenbahnen und wie die Bahnen erstellt werden, handelt der nächste Abschnitt.

4.3 Die Satelliten und ihre Bahnen

Neben dem eigentlichen Messverfahren und damit dem Beobachtungstyp sind die Orbits der Satelliten der wichtigste wählbare Parameter bei der satellitengestützten Schwerfeldmessung. Aus diesem Grund folgt nun ein längeres Kapitel, welche Orbits für die Berechnungen gewählt und wie sie erstellt wurden.

Wie in Kapitel 2.3 beschrieben, sollen für die GETRIS Mission mehrere geostationäre Satelliten im All positioniert werden, sodass tief fliegende Satelliten immer mindestens zu einem davon Sichtkontakt haben. Zuerst wird daher näher auf die geostationären Satelliten eingegangen, danach folgen die tieffliegenden Satelliten.

Da für die Satellitenbahnen die Parameter des verwendeten Referenzellipsoids eine entscheidende Rolle spielen, sollen diese hier kurz genannt werden. Tabelle 5 zeigt die verwendeten Konstanten des GRS80 Ellipsoids (J_2 , ω) und des GOCO02S Schwerfeldmodells (a , GM).

Große Halbachse der Erde (a)	[m]	6.3781363e6
Gravitationskonstante*Masse der Erde (GM)	[m ³ /s ²]	3.986004415e14
Abplattungsparameter ($J_2 = -C_{20}$)	[]	1.08263e-3
Rotationsgeschwindigkeit der Erde (ω)	[rad/s]	7.292115e-5

Tabelle 5: Parameter des GRS80 und GOCO02S

Die geostationären Satelliten

Die reale Orbitdefinition von geostationären Orbits ist aufgrund des inhomogenen und zeitvariablen Erdschwerfeldes, der Einflüsse von Sonne, Mond und weiteren Störkräften sehr komplex. Vernachlässigt man aber diese Einflüsse, was ohne großen Genauigkeitsverlust auf das Endresultat der Simulation getan werden kann, und betrachtet die Erde als ideales Rotationsellipsoid, lässt sich mathematisch sehr einfach der Satellitenorbit bestimmen. Damit ein Satellit auf einer geostationären Umlaufbahn bleibt, muss sich der Satellit in der Äquatorebene und in einer bestimmten Höhe über der Erde befinden, andernfalls würde sich die Lage der Bahnebene des Satelliten verändern, oder der Satellit würde absinken/ansteigen. Die Höhe lässt sich in diesem Fall einfach

bestimmen, da sich auf der Satellitenbahn die Anziehungskraft der Erde und die Zentrifugalkraft genau aufheben müssen.

$$G \frac{m_s M_E}{a_s^2} = m_s \omega_E^2 a_s \quad (4-1)$$

Daraus ergibt sich der Radius mit dem Werten aus Tabelle 5 zu:

$$a_s = \sqrt[3]{\frac{GM_E}{\omega_E^2}} \approx 42164,173 \text{ km} \quad (4-2)$$

Damit ist die Position eines geostationären Satelliten nahezu festgelegt, es sind lediglich kleine Abweichungen möglich. Um einen konkreten Wert für die Bahnhöhe der geostationären Satelliten zu bekommen, wird hier der Wert eines sich im Orbit befindenden Satelliten benutzt. Der Telekommunikationssatellit Astra 1d hat eine große Bahnhalbachse von 42157 km und soll hier als Referenz dienen.

Damit ist nur noch der Ort wählbar, an dem der Satellit über dem Äquator stehen soll. In dieser Arbeit werden in den verschiedenen Berechnungen Satelliten bei 0°, 90° Ost, 180° und 90° West geographischer Länge verteilt. Bei Simulationen mit zwei geostationären Satelliten sind diese bei 0° und 180° Länge. Da der verwendete Simulator im erdfesten System rechnet, sind die Orbits der geostationären Satelliten also recht einfach zu erstellen. Tabelle 6 zeigt den Anfang einer Beispieldatei für einen geostationären Orbit.

662342400.000000	42157000.000	0.000	0.000
662342409.999906	42157000.000	0.000	0.000
662342419.999812	42157000.000	0.000	0.000
662342429.999718	42157000.000	0.000	0.000
662342439.999624	42157000.000	0.000	0.000
:	:	:	:

Tabelle 6: Beispiel eines Orbitfiles (GEO)

In der ersten Spalte befindet sich die Zeit in GPS Sekunden. Man erkennt, dass die Intervalle nicht genau 10 Sekunden betragen. Dies ist auf die Orbits der tieffliegenden Satelliten zurück zu führen, da diese mit einer genauen Anzahl an Datenpunkten auf einem exakten repeat Orbit generiert werden und so die 10-sekündige Auflösung nicht genau eingehalten werden kann. Auf die weitere Berechnung hat dies aber keinen Einfluss. Die Spalten 2,3, und 4 geben die X, Y und Z Koordinate des Satelliten im erdfesten System an. Der Beispielsatellit befindet sich also genau über dem Schnittpunkt von Nullmeridian und Äquator mit einer großen Bahnhalbachse von 42157 km.

Die tieffliegenden Satelliten

Die Bahnen der LEOs werden für die verschiedenen Simulationen in dieser Arbeit benötigt. Insgesamt werden vier Orbits und leichte Abwandlungen davon verwendet. Die ersten beiden Orbits entsprechen etwa denen der beiden GRACE Satelliten. Der Satellit auf dem dritten Orbit bildet, zusammen mit dem ersten GRACE Satelliten, die Grundlage für eine Pendelmission. Der vierte Orbit ist der eines typischen Erdbeobachtungssatelliten und hält sich nah am Orbit des SENTINEL-1.

Zum einen dienen die Mission GRACE und die Pendelmission als Referenz zum Beurteilen der Ergebnisse, zum anderen dienen die Satelliten dieser Missionen, und der SENTINEL Satellit, als Testobjekte für Bestimmung des zeitvariablen Feldes mittels GERTRIS.

Im ersten Schritt werden die Bahnparameter (Keplerparameter) dabei, ausgehend von den realen Werten, so angepasst, dass sich ein exakter Repeatorbit auf einer kreisförmigen Umlaufbahn ergibt. Dies geschieht iterativ, ähnlich dem weiter unten beschriebenen Verfahren der Ephemeridenrechnung, soll hier aber nicht näher erläutert werden. Die exakten Repeatorbits haben den Vorteil, dass so immer die gleiche Anzahl an Umläufen pro Wiederholungsbahn auftreten. Handelt es sich nicht um einen exakten Repeatorbit, kann es bei bestimmten Höhen passieren, dass die Bodenspur sich nicht so oft wiederholt, wie eigentlich erwünscht. In der Praxis können aus verschiedenen Messungen über exakt dem gleichen Punkt Rückschlüsse auf die Qualität der Bahn gezogen werden.

Die zeitliche Veränderung der Bahnelemente wird weitestgehend vernachlässigt. Basierend auf der Störungsrechnung 1. Ordnung für die oskulierenden Bahnelemente wird bei der Bahnbestimmung lediglich die Veränderung der Lage des aufsteigenden Bahnknotens (Ω) berücksichtigt. Es wird also die zeitliche Veränderungen $\Omega(t)$ in Abhängigkeit von den konstanten Bahnelementen berücksichtigt. Die meisten Bahnelemente ändern sich nur wenig und periodisch mit dem Satellitenumlauf, die Lage des Bahnknotens unterliegt aber einem säkularen Trend. Der Ursprung dieses Trends ist die Präzessionsbewegung der Satellitenbahn aufgrund der Abplattung der Erde. Da die Satellitenbahn gegenüber dem Äquator geneigt ist (für $i \neq 0^\circ$), wirkt auf sie eine Kraft, die die Bahn in die Äquatorebene kippen will. Durch diese Kraft wird ein Drehmoment erzeugt, welches die Bahn zum Rotieren bringt und so das Kippen der Bahn verhindert. Dies führt zu einer rückläufigen Bewegung des aufsteigenden Bahnknotens bei Inklinationen $< 90^\circ$ und zu einer vorwärts gerichteten Bewegung bei Inklinationen über $> 90^\circ$.

Abbildung 20 zeigt die Keplerelemente und Tabelle 7 die Bahnparameter der verwendeten Satelliten.

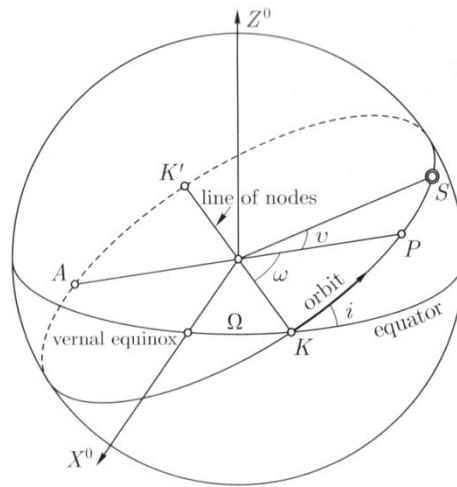


Abbildung 20: Keplerelemente (Hofmann-Wellenhof et al. 2005, S.258)

In der Tabelle entsprechen die Orbits der Satelliten GRACE A und B sowie SENTINEL wie schon erwähnt nicht exakt den realen Orbits, sollen hier aber weiterhin so bezeichnet werden.

Bei den Simulationen mit mehreren GRACE bzw. SENTINEL Satelliten wird die Lage des aufsteigenden Bahnknotens so verändert, dass die Satellitenbahnen sich gleichmäßig im Raum um die Erde verteilen.

Beobachtungs-/Bahnparameter	Einheit	GRACE A	GRACE B	PENDULUM	SENTINEL
Anzahl der Tage		27	27	27	27
Anzahl der Umläufe		413	413	413	392
Bahnhöhe h	[km]	470	470	470	710
Inklination i	[$^{\circ}$]	89	89	89	98.2
Exzentrizität e	[]	0	0	0	0
Länge des aufsteigenden Bahnknotens Ω	[$^{\circ}$]	0	0	0.367	0
Anfängliche mittlere Anomalie M	[$^{\circ}$]	0	-1.673	-1.673	0
Argument des Perigäums ω	[$^{\circ}$]	0	0	0	0
Sampling	[s]	10	10	10	10
Veränderung der Lage des aufsteigenden Bahnknotens $\dot{\Omega}$	[$^{\circ}$ /Tag]	-0.136	-0.136	-0.136	0.982
Umlaufzeit T	[s]	5630.9	5630.9	5630.9	5951.0
Dauer	[Tagen]	26.916	26.916	26.916	27.000
Rauschniveau σ (vgl. Abschnitt 4.4)	[m/s ²]	5e-9	5e-9	5e-9 (1e-10)	5e-9

Tabelle 7: Bahnparameter der tieffliegenden Satelliten

Aus diesen Bahnparametern werden die Orbits für den Untersuchungszeitraum generiert. Dies geschieht in Matlab über den dabei

üblicher Weise verwendeten Formelsatz, der hier kurz geschildert werden soll. Er findet sich in den gängigen Büchern zur Orbitmechanik, z.B. Beutler 2005, S. 143.

1. Berechnung der mittleren Bewegung n und der mittleren Anomalie M

$$n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \quad (4-3)$$

$$M(t) = n \cdot (t - T_0) \quad (4-4)$$

2. Iterative Lösung der Keplergleichung, um die exzentrische Anomalie E zu bestimmen

$$M = E - e \sin E \quad (4-5)$$

3. Berechnung der wahren Anomalie ν aus

$$\tan \frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \quad (4-6)$$

4. Berechnung des Betrag des Radiusvektors

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \nu} \quad (4-7)$$

5. Bestimmung des Radiusvektors im bahnfesten System

$$r_b = r(\cos \nu, \sin \nu, 0) \quad (4-8)$$

6. Rotation ins erdfeste Äquatorsystem

$$r(t) = R_3(-(\Omega + \Omega(t))) R_1(-i) R_3(-\omega) r_b \quad (4-9)$$

Die so erstellten Satellitenorbits decken allerdings die gesamte Satellitenbahn ab. Wie in Abbildung 9 erkennbar, wird bei der GETRIS Konfiguration aber ein Teil der Bahn durch die Erde abgeschattet. Aus diesem Grund wird dieser Teil der Bahnen bei den entsprechenden Berechnungen abgeschnitten. Welcher Teil dies genau ist zeigte Abbildung 11 und welchen Einfluss dies auf die Berechnungen hat, wird am Anfang von Kapitel 5 gezeigt.

An den berechneten Orbitpositionen können dann, wie in Kapitel 3 beschrieben, die Beobachtungen simuliert werden.

Um reale Beobachtungen zu erhalten, muss dabei ein Rauschen auf die Beobachtungen angebracht werden. Wie dies funktioniert und welcher Filter dazu zum Einsatz kommt, wird im nächsten Kapitel beschrieben.

4.4 Das Rauschen und der Filter

Ein Vorteil der closed-loop Simulation ist, dass hierbei auch die Beobachtungen simuliert und in der Ausgleichung berücksichtigt werden. So ergeben sich realistische Fehler für die Schwerfeldkoeffizienten. Hierfür muss an die Beobachtungen ein Rauschen angebracht und anschließend entsprechend gefiltert werden. In die Ausgleichung fließen die Fehler durch Addition des Rauschens auf die simulierten Beobachtungen l , sowie deren Statistik über die Gewichtsmatrix der Beobachtungen P ein.

Die genaue Art des Rauschens und damit der Inhalt der P -Matrix hängt von den verwendeten Messinstrumenten und ihren spezifischen Eigenschaften ab. Da diese aber in diesem frühen Stadium der Mission noch nicht genau bekannt sind, wird in diesem Fall von einem weißen Rauschen und unkorrelierten Beobachtungen ausgegangen. Über die Rauschzeitreihe und den Filter wird hier also einfach die P -Matrix als Diagonalmatrix gefüllt.

Auch das Rauschniveau σ kann noch nicht exakt angegeben werden, da es von der Genauigkeit der Entfernungsmessungen zwischen den Satelliten und anderen Faktoren abhängt. Für GETRIS ist es das Ziel eine LOS Messgenauigkeit von $1\mu\text{m}$ zu erreichen. Dies liegt im Bereich von bekannten Werten, wie sie bei GRACE auftreten oder wie sie für eine Pendelmission möglich sind. Über empirische Simulationen und den Vergleich mit bekannten Werten für GRACE wurde so das Rauschniveau für die GRACE Simulation auf $5 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}^2$, für die Pendelmission auf $1 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$ geschätzt. Um die Ergebnisse besser vergleichen zu können, wird hier bei allen Simulationen $5 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}^2$ angenommen. Die Zahlenwerte finden sich in der letzten Zeile von Tabelle 7.

In Fällen, in denen kein weißes Rauschen verwendet wird, fällt dem Filter eine größere Aufgabe zu. Im Simulator wird ein sogenannter ARMA-Filter („autoregressive moving average“) verwendet. Anschaulich läuft der Filter über die verrauschte Datenzeitreihe $f(k)$, wobei er den neuen Wert $g(k)$ zu einem Zeitpunkt k aus seinem verrauschten Wert und n vorherigen Werten der ursprünglichen und der gefilterten Zeitreihe bestimmt.

Mathematisch kann der Filter wie folgt dargestellt werden (nach Proakis et al., S. 837):

$$g(k) = \sum_{i=0}^{n_b} b_i f[k-i] - \sum_{i=1}^{n_a} a_i g[k-i] \quad (4-10)$$

mit

$g(k)$ = Filterausgabe zum Zeitpunkt k
 n_a, n_b = Ordnungen des Filters
 a_i, b_i = Filterkoeffizienten
 $f(k)$ = Eingangssignal zum Zeitpunkt k

Die Funktionsweise des Filters mit Grad 2 wird noch einmal durch die folgende Formel verdeutlicht.

$$g(k) = b_0 f(k) + b_1 f(k-1) + b_2 f(k-2) - a_1 g(k-1) - a_2 g(k-2) \quad (4-11)$$

Die maximalen Ordnungen des Filters und die Filterkoeffizienten müssen dabei eingegeben werden. Die maximalen Ordnungen können frei gewählt werden, wobei sie, wie der gesamte Filter, an das verwendete Rauschen angepasst sein müssen. Im Fall des weißen Rauschens reicht ein Filter von Grad Null. Der Koeffizient a_0 ist dabei als 1 definiert und der Koeffizient b_0 ergibt sich aus dem Rauschniveau der Messreihe als $1/\sigma$. Aus programmtechnischen Gründen ist ein minimaler Grad von zwei erforderlich, daher werden die weiteren Filterkoeffizienten mit Nullen gefüllt.

Die Filterdatei um weißes Rauschen von $5 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}^2$ zu filtern, hat dann folgendes Aussehen:

2	2
1.0D+00	2.0D+08
0.0D+00	0.0D+00
0.0D+00	0.0D+00

Tabelle 8: Beispiel für eine ARMA-Filterdatei

In der ersten Zeile stehen die beiden Ordnungen (n und m) des Filters, danach folgen jeweils die Koeffizienten a und b für die Ordnungen 0,1 und 2.

Damit sind alle wichtigen Methoden und Daten beschrieben, um die Ergebnisse der Simulationen im nächsten Kapitel nachvollziehen zu können.

5. Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse vorgestellt und interpretiert. Wie die Ergebnisse erzielt wurden, ist in Kapitel 3 beschrieben und soll hier nicht noch einmal ausgeführt werden. Den Ergebnissen der einzelnen Untersuchungen ist aber jeweils eine Tabelle mit den wichtigsten Parametern voran gestellt.

5.1 Sichtbereich und Anzahl der geostationären Satelliten

Sichtbereich der GETRIS Satelliten/Abschattungstest				
Satellit	Anzahl der GEOs	Sichtbereich	Zeitvariable Daten	Missionsdauer [Tage]
GRACE A	2	TOA	---	27
GRACE A	2	x0	---	27
GRACE A	2	LOS	---	27
GRACE A	2	ALOS	---	27

Tabelle 9: Parameter zum Sichtbereich der Satelliten

Koeffizienten

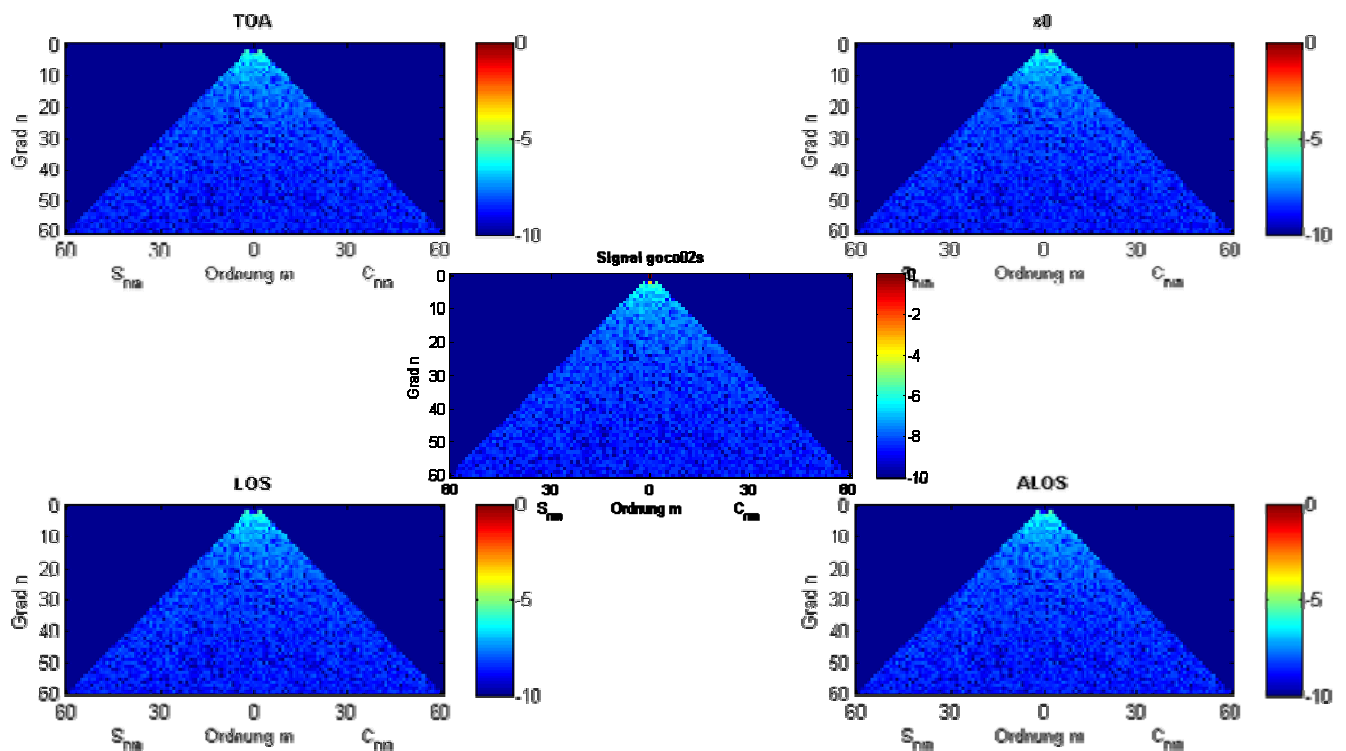


Abbildung 21: Gerechnete Koeffizienten bei verschiedenen Sichtbereichen

Wie aus Abbildung 21 ersichtlich wird, können die Koeffizienten des Schwerefeldes, unabhängig vom Sichtbereich der geostationären Satelliten, sehr gut bestimmt werden. Abbildung 22 zeigt die zu den Koeffizienten gehörenden Fehler aus der Schwerefeldlösung.

Fehler der Koeffizienten

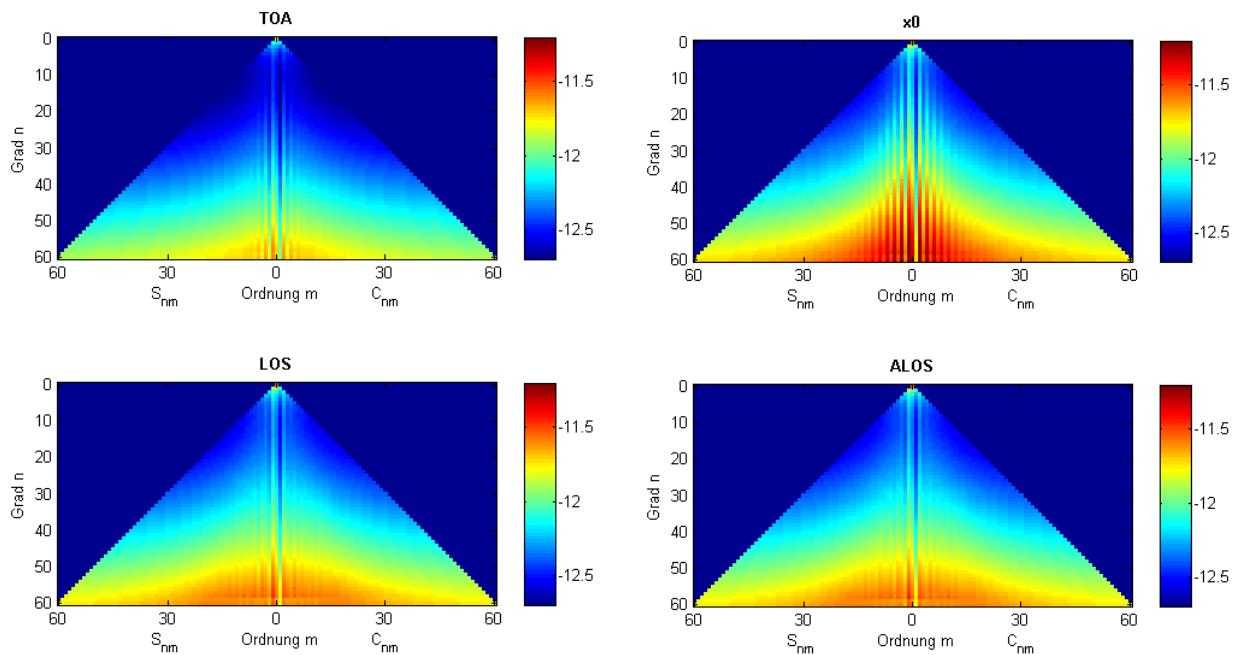


Abbildung 22: Fehler der Koeffizienten in Abhängigkeit vom Sichtbereich in logarithmischer Darstellung

Die Fehler der Koeffizienten sind in allen Fällen im Bereich von 10^{-11} bis 10^{-13} . Die niedrigen Grade können dabei in allen Fällen besser bestimmt werden als die hohen Grade. Der Vergleich der vier Methoden zeigt teilweise aber deutliche Unterschiede. Besonders bei der Sicht bis zur Koordinatenachse, also ohne Überlappung der Sichtbereiche, fallen die Fehler höher aus als bei den anderen Lösungen. Die Lösung ohne Abschattung ist wie erwartet etwas besser als die der LOS und ALOS Lösung.

Auffällig sind die sichtbaren senkrechten Muster in den niedrigen Ordnungen. Besonders auffällig ist dies bei der x0 Lösung. Da dieses Phänomen bei einer reinen GRACE Lösung nicht auftritt (vgl. Abbildung 37), muss es durch die Kombination der Normalgleichungsmatrizen, oder das GETRIS Messprinzip an sich, entstehen.

Abbildung 23 zeigt daher die Fehler der Koeffizienten bei der Simulation von GRACE A mit nur einem geostationären Satelliten bei 0° Länge und totaler Sicht ohne Abschattung.

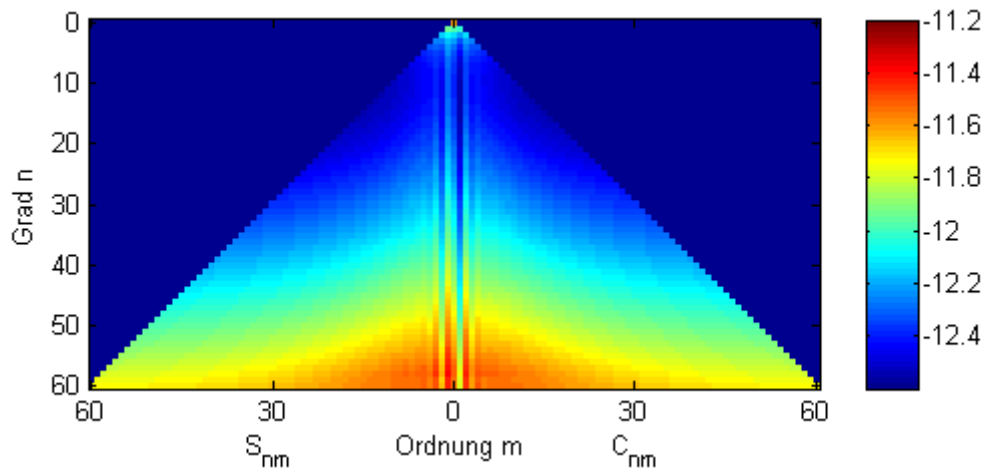


Abbildung 23: Fehler der Koeffizienten, GRACE A, 1 GEO (0°), TOA

Da auch hier die senkrechten Streifen zu erkennen sind, kann als Ursache die Kombination von Normalgleichungen ausgeschlossen werden, da dies in diesem Fall nicht gemacht wurde.

Anscheinend können die zonalen ungeraden Cosinuskoeffizienten (C_{n1} , C_{n3} , ...) besser bestimmt werden, sowie die geraden Sinuskoeffizienten (S_{n2} , S_{n4} , ...). Ob dies von der geographischen Lage des geostationären Satelliten abhängt, soll jetzt geprüft werden. Abbildung 24 zeigt daher die Fehler der Koeffizienten bei einem geostationären Satelliten auf 90° Länge.

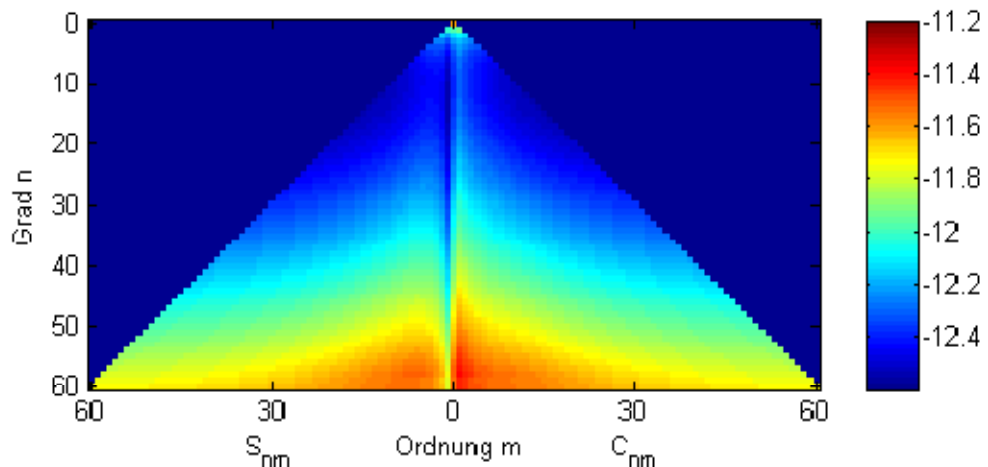


Abbildung 24: Fehler der Koeffizienten, GRACE A, 1 GEO (90°), TOA

Hier zeigt sich ein anderes Muster in den zonalen Koeffizienten. Die niedrigen Sinuskoeffizienten können deutlich besser bestimmt werden, als die Cosinuskoeffizienten. Dies lässt sich erklären, wenn man einen Blick auf die Sinusbasisfunktion der Kugelflächenfunktionen wirft.

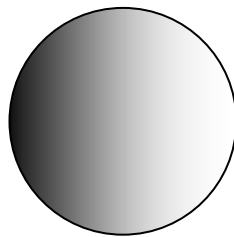


Abbildung 25: Basisfunktion für S_{11} der Kugelflächenentwicklung

Abbildung 25 zeigt die Sinusbasisfunktion der Kugelflächenentwicklung von Ordnung 1. Auf der schwarzen Seite beträgt der Wert -1 , auf der weißen Seite 1 . Die Nullstelle verläuft in dieser Darstellung senkrecht in der Mitte. Der geostationäre Satellit bei 0° Länge blickt, wie hier dargestellt, auf die Kugel. Er ist also genau senkrecht über der Nullstelle der Funktion. Kleine Veränderungen führen hier dazu, dass eine andere Basisfunktion gewählt wird. Andererseits können die Cosinusbasisfunktionen hier sehr gut bestimmt werden, da sie um 90° verschoben sind, und der Satellit hier genau über dem Minimum steht. Betrachtet man den Fall des geostationären Satelliten bei 90° Länge, so steht dieser in der Abbildung 25 rechts. Durch den direkten Blick auf das Maximum der Kugelflächenfunktion spielen kleine Abweichungen hier kaum eine Rolle. Die Koeffizienten können sicher bestimmt werden. Anders ist es in diesem Fall bei den Cosinuskoeffizienten, da der Satellit hier wieder über der Nullstelle steht.

Für den nächsten Auswertungsschritt werden die Gradvarianzen und Fehlergradvarianzen nach folgenden Formeln berechnet:

Gradvarianzen:

$$c_n^2 = \sum_{m=0}^n (c_{nm}^2 + s_{nm}^2) \quad (5-1)$$

Fehlergradvarianzen:

$$\sigma_n^2 = \sum_{m=0}^n (\sigma^2(c_{nm}) + \sigma^2(s_{nm})) \quad (5-2)$$

In den Abbildungen der Gradvarianzen werden zusätzlich zum Vergleich die Kaula Näherung (Kaula 1966), die Gradvarianzen des Eingangsschwerfeldes, sowie das zeitvariable Hydrologiesignal eingetragen.

Gradvarianzen

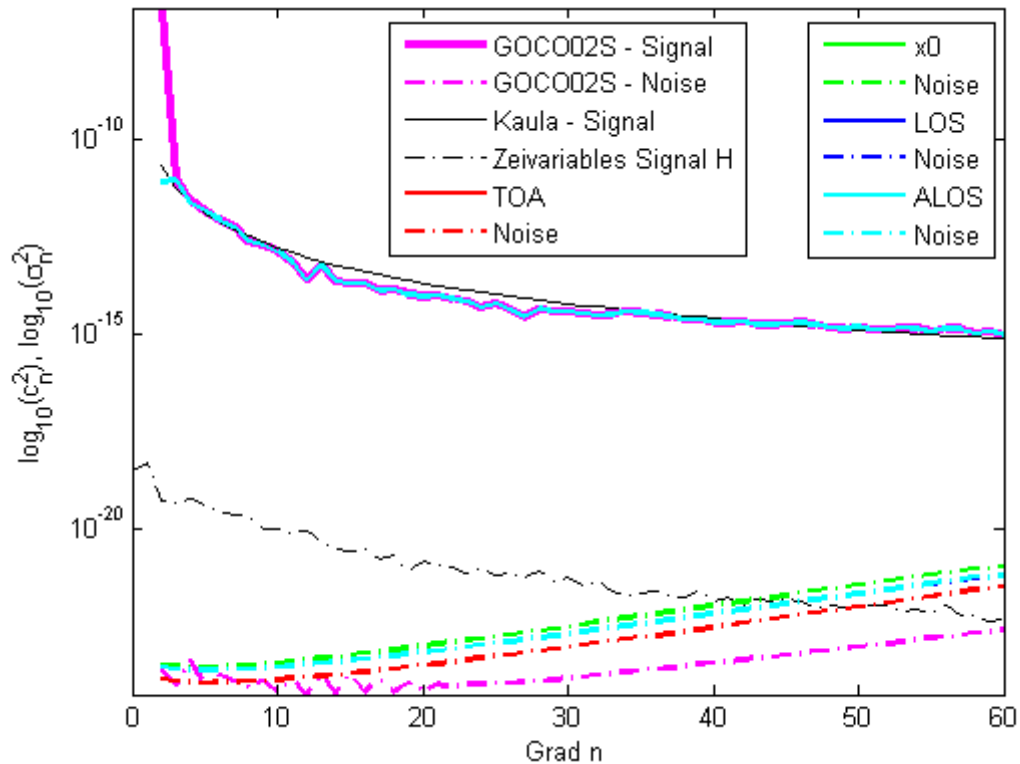


Abbildung 26: Signal- und Fehlergradvarianzen zum Abschattungstest

Die Signalkurven (TOA, x0, LOS, ALOS) liegen hier alle übereinander. Somit stimmen die Signale alle sehr gut mit dem Eingangssignal übereinstimmen. Bei den Fehlern ist ein deutlicher Unterschied zu erkennen. Die Gradvarianzen der LOS Lösung haben dabei fast die gleichen Werte wie die ALOS Lösung, wobei bei der LOS Lösung Streueffekte durch die Atmosphäre vernachlässigt werden. Die folgende Abbildung zeigt im Detail den geringen Unterschied.

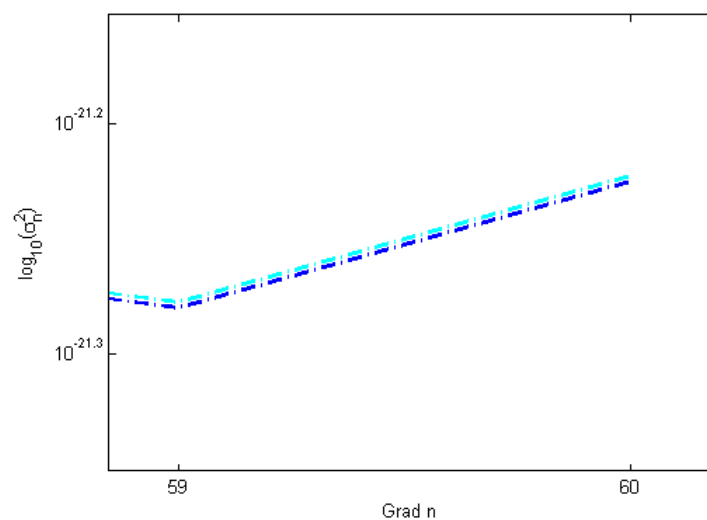


Abbildung 27: Fehlergradvarianzen Zoom

Der Unterschied in den Fehlergradvarianzen ist im Wesentlichen auf die Anzahl der Beobachtungen zurück zu führen, die in die Lösung einfließen. Tabelle 10 zeigt hierzu die Anzahl der Beobachtungen.

Beobachtungsart	Anzahl der Beobachtungen N	Prozentual
Totale Sicht ohne Abschattung durch die Erde (TOA)	466560	100%
Sicht bis zum 90°/270°-Meridian(x0)	233280	50%
Line-of-sight entlang der Erde (LOS)	316146	67,76%
Line-of-sight entlang der Atmosphäre, $r_E+200\text{km}$ (ALOS)	315226	67,56%

Tabelle 10: Sichtfeld der GETRIS Satelliten

Die Genauigkeit einer Lösung aus mehreren Beobachtungen wird im Falle unkorrelierter gleichgenauer Beobachtungen mit $\frac{1}{\sqrt{N-1}}$ besser. Dies gilt auch für diese Simulationen.

Geoidhöhen

Neben der reinen Größe der Fehlergradvarianzen liefert ein Blick auf die Fehlerverteilung in Form von Geoidhöhen wertvolle Informationen. Hierfür sind die folgenden vier Abbildungen gleich skaliert.

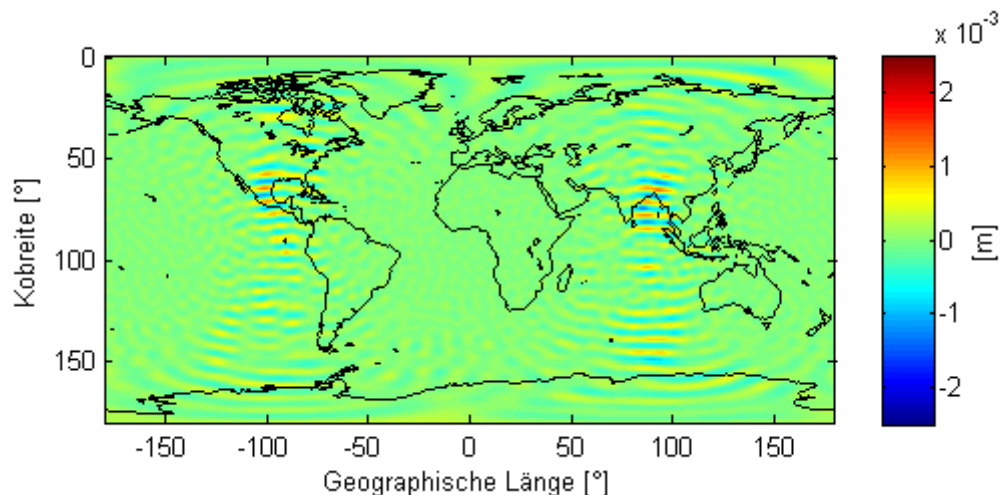


Abbildung 28: Geoidhöhen der Fehler, GRACE A, 2 GEOs, TOA

Abbildung 28 zeigt, dass sich die Fehler bei dieser Lösung nur im Bereich um einen Millimeter bewegen. Ihre Verteilung ist dabei nicht zufällig, sondern sehr symmetrisch. Dies kommt daher, dass die radiale Komponente des Schwerefeldes am Rand des GETRIS Sichtbereiches deutlich schlechter bestimmt werden kann. Die GETRIS Satelliten bei 0° und 180°

Länge können radiale Bahnänderungen im Bereich von 90° Ost und 90° West schlechter erfassen.

Abbildung 29 zeigt ein ähnliches Verhalten für die Konfiguration x0.

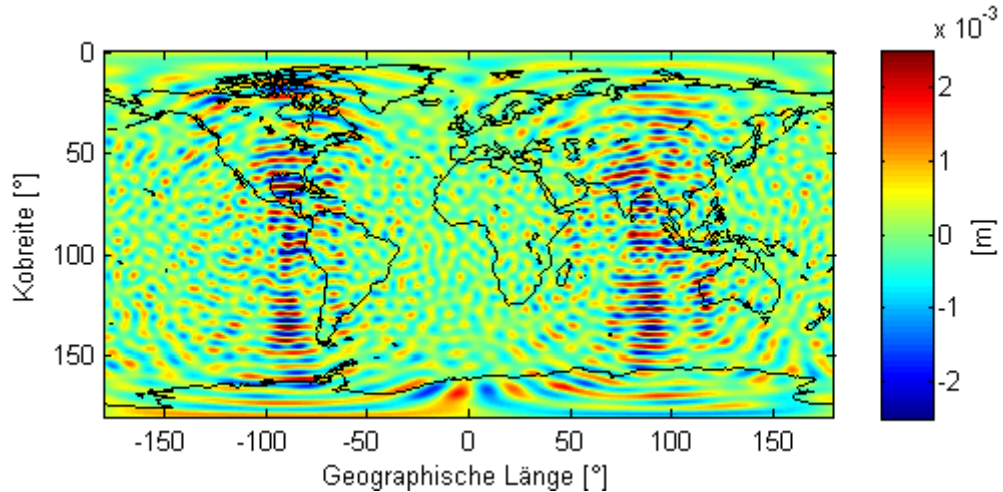


Abbildung 29: Geoidhöhen der Fehler, GRACE A, 2 GEOs, x0

In diesem Fall sind die Fehler insgesamt etwa um den Faktor drei größer. Besonders im Randbereich des GETRIS Sichtfeldes treten hier größere Fehler auf, da keine Überlappung der Sichtbereiche vorhanden ist.

Die beiden Abbildungen 30 und 31 zeigen die Ergebnisse der LOS und der ALOS Beobachtungen.

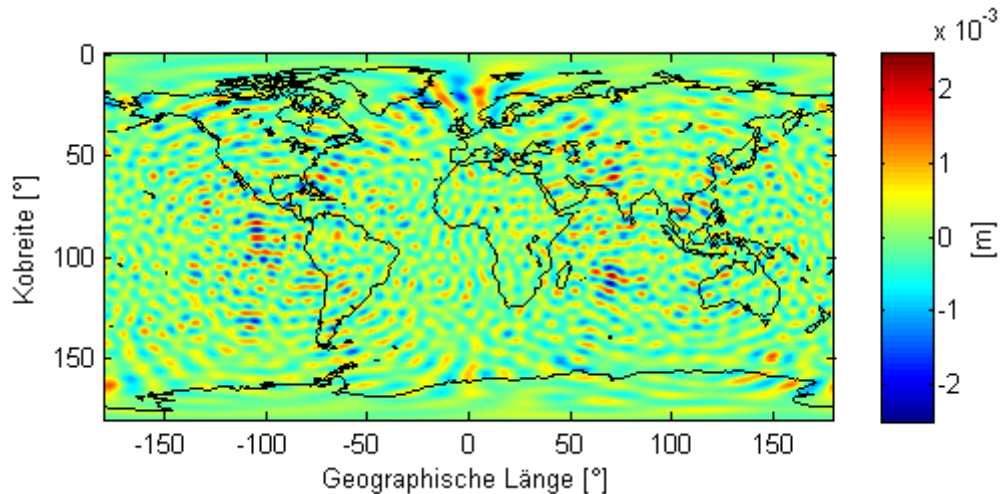


Abbildung 30: Geoidhöhen der Fehler, GRACE A, 2 GEOs, LOS

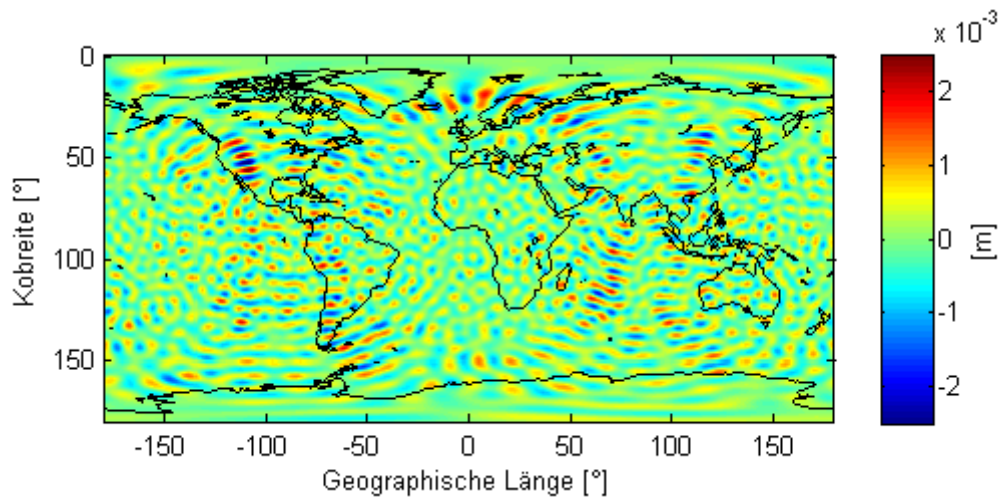


Abbildung 31: Geoidhöhen der Fehler, GRACE A, 2 GEOs, ALOS

In diesen Fällen betragen die maximalen absoluten Fehler etwa 2,5 mm. Die Verteilung der Fehler ist ähnlich wie in den ersten Fällen. Die LOS Lösung liefert insgesamt ein etwas besseres Ergebnis, wobei dies aber nur bei Vernachlässigung der Atmosphäre gilt.

Die LOS soll bei den folgenden Untersuchungen als bester realistischer Sichtbereich angenommen werden.

Untersuchung zur Anzahl der GEOs				
Satellit	Anzahl der GEOs	Sichtbereich	Zeitvariable Daten	Missionsdauer [Tage]
GRACE A	2	LOS	---	27
GRACE A	4	LOS	---	27
SENTINEL	2	LOS	---	27
SENTINEL	4	LOS	---	27

Tabelle 11: Parameter zur Anzahl der GEOs

Da die Koeffizienten des Schwerefeldes schon mit zwei geostationären Satelliten sehr gut bestimmt werden konnten, soll bei den folgenden Ergebnissen auf deren Darstellung verzichtet und direkt ein Blick auf die Fehler der Koeffizienten geworfen werden. Dies wird nur am Beispiel von GRACE A gezeigt, für den SENTINEL Satelliten gilt im Wesentlichen das Gleiche.

Fehler der Koeffizienten

Die Abbildungen 32 und 33 zeigen die Koeffizientenfehler von GRACE A bei Verwendung von zwei bzw. vier GEOs.

Für den Vergleich sind beide Abbildungen gleich skaliert.

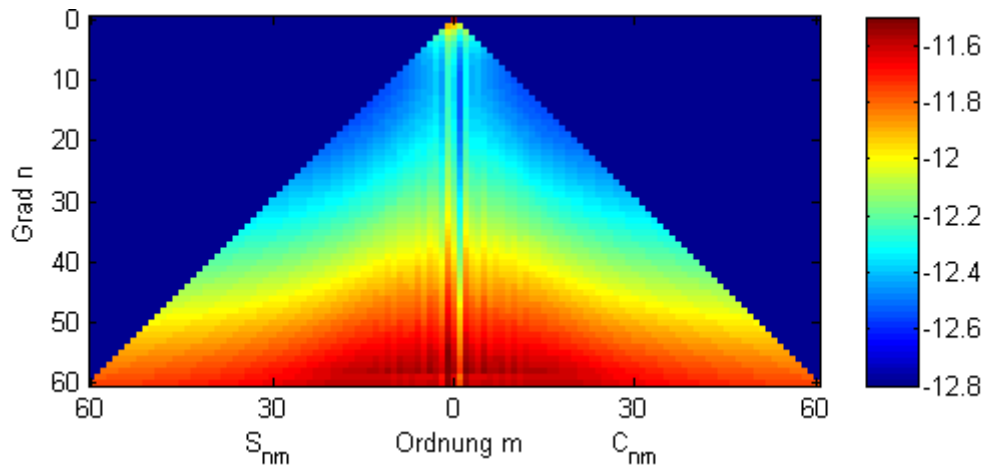


Abbildung 32: Fehler der Koeffizienten, GRACE A, 2 GEOS

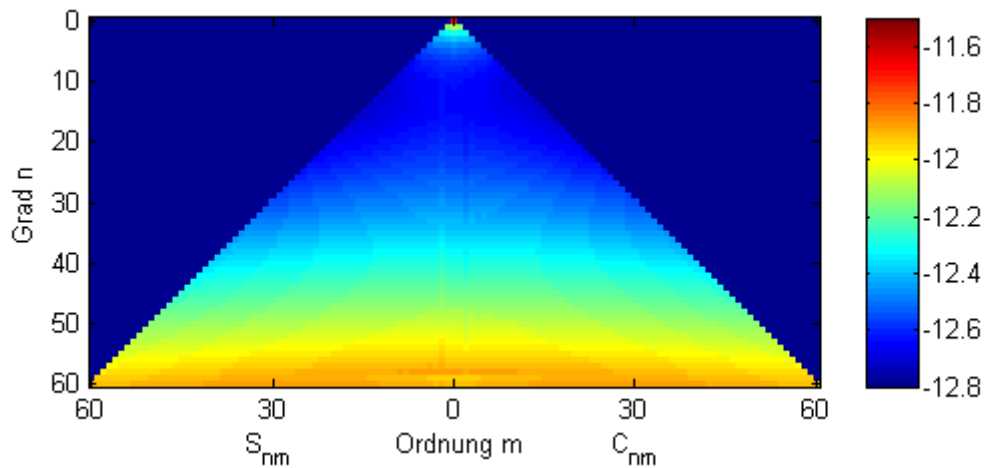


Abbildung 33: Fehler der Koeffizienten, GRACE A, 4 GEOS

Durch die Verwendung von vier anstatt zwei geostationären Satelliten werden die Fehler deutlich kleiner. Besonders die zonalen Fehler nehmen deutlich ab und die senkrechten Steifen sind fast vollständig verschwunden. Durch die Verwendung von mehr als zwei geostationären Satelliten lassen sich also auch die niedrigen Ordnungen sehr gut bestimmen.

Gradvarianzen

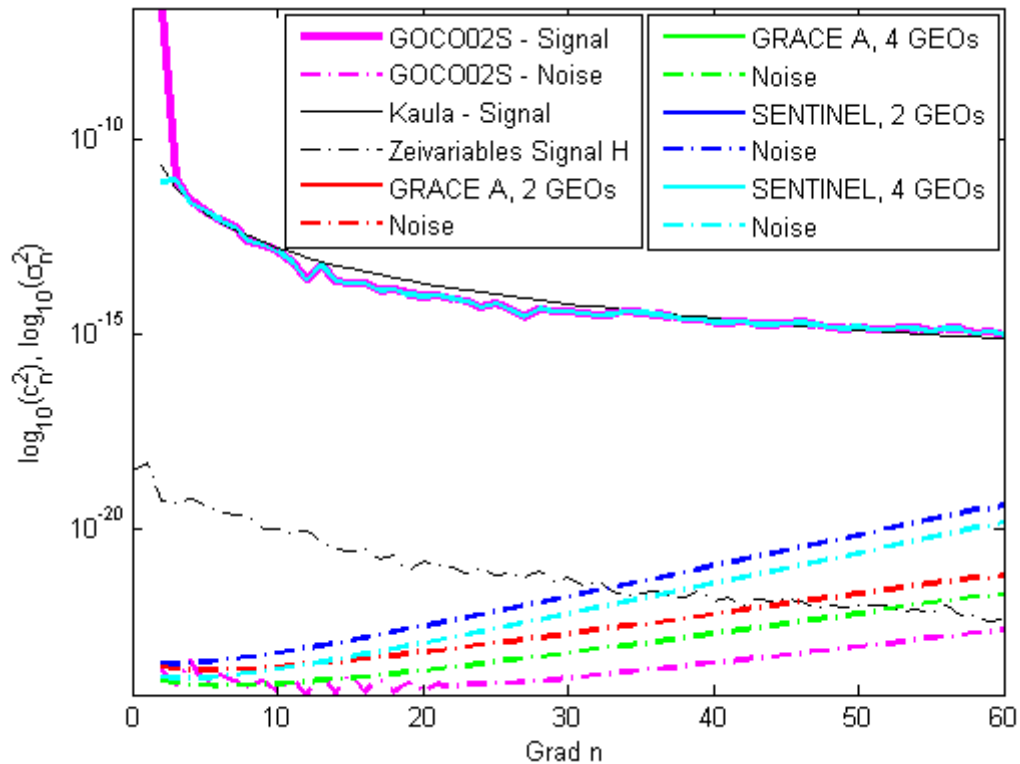


Abbildung 34: Signal- und Fehlergradvarianzen zur Anzahl der GEOs

Die Fehlergradvarianzen zeigen ebenfalls, dass durch die Verwendung von mehr geostationären Satelliten die Werte deutlich besser werden. Dies hängt wiederum mit der Anzahl der Beobachtungen zusammen, die Fehlerkurven werden also einfach nach unten skaliert.

Geoidhöhen

Die folgenden Abbildungen 35 und 36 zeigen die Fehlerverteilungen für zwei bzw. vier GEOs als Geoidhöhen bei gleicher Skalierung.

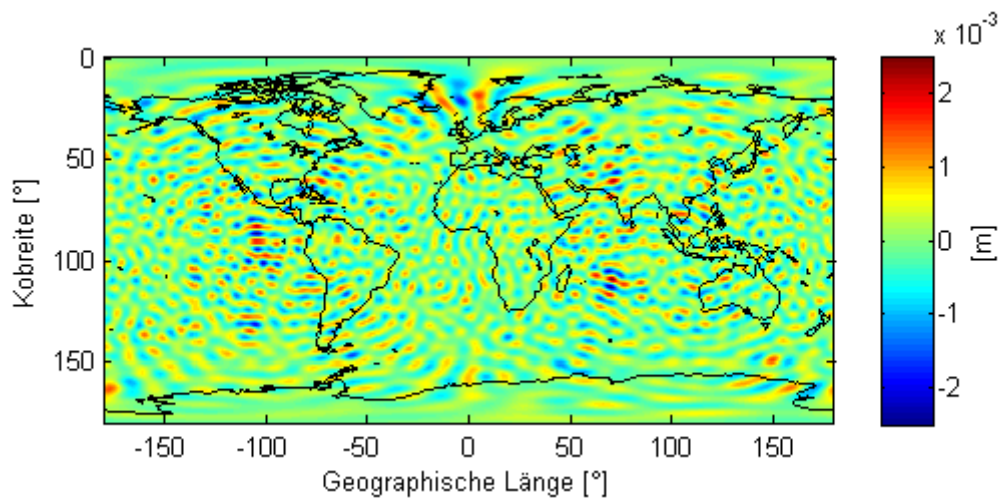


Abbildung 35: Geoidhöhen der Fehler, GRACE A, 2 GEOs

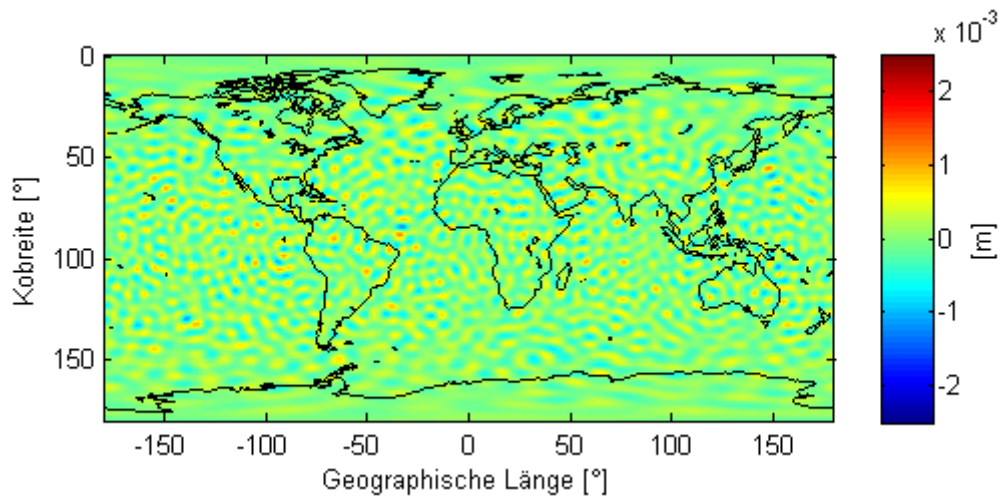


Abbildung 36: Geoidhöhen der Fehler, GRACE A, 4 GEOs

Durch die Verdopplung der Anzahl der geostationären Satelliten und die gleichmäßige Verteilung um die Erde spielen die Randeffekte des Sichtbereiches nun keine Rolle mehr. Jeder der vier geostationären Satelliten trägt zur Lösung die genauen Messungen aus seinem zentralen Sichtfeld bei.

Insgesamt ergibt sich eine deutliche Verbesserung in der Amplitude der Fehler, besonders eine sehr homogene und zufällige Fehlerverteilung.

Für die folgenden Simulationen werden dennoch nur zwei geostationäre Satelliten verwendet. Zum Einen ist dies der realistischere Fall im Hinblick auf die Realisierung der Mission, da bei geostationären Satelliten die Kosten sehr hoch sind. Zum Anderen ist der Aufwand für die Simulation bei zwei Satelliten nur halb so groß und erlaubt dennoch eine gute Abschätzung der Möglichkeiten von GETRIS.

5.2 Statisches Schwerfeld

Bestimmung des statischen Schwerfeldes				
Satellit	Anzahl der GEOs	Sichtbereich	Zeitvariable Daten	Missionsdauer [Tage]
GRACE AB	---	---	---	27
PENDEL	---	---	---	27
GRACE A	2	LOS	---	27
GRACE AB	2	LOS	---	27
SENTINEL	2	LOS	---	27

Tabelle 12: Parameter zum statischen Schwerfeld

Fehler der Koeffizienten

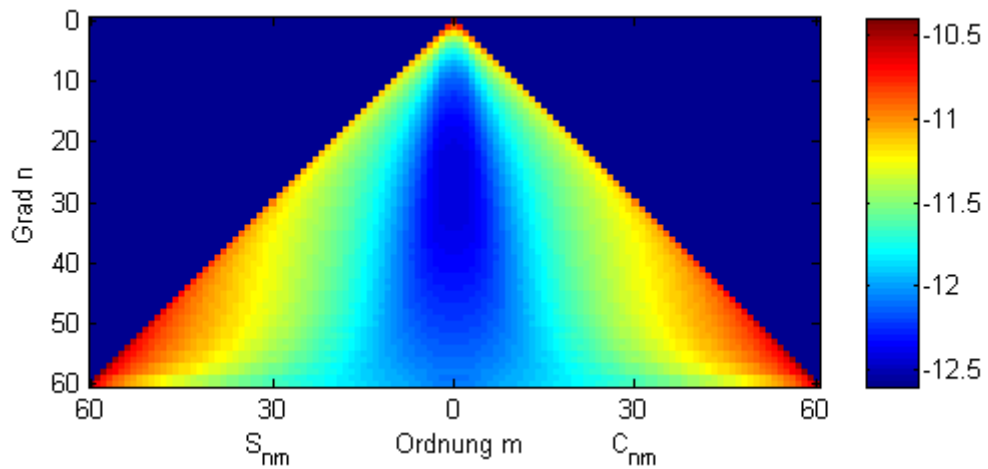


Abbildung 37: Fehler der Koeffizienten, GRACE AB

Abbildung 37 zeigt das typische Fehlerverhalten der GRACE Mission. Durch die hintereinander her fliegenden Satelliten können die zonalen Koeffizienten deutlich besser bestimmt werden als die übrigen.

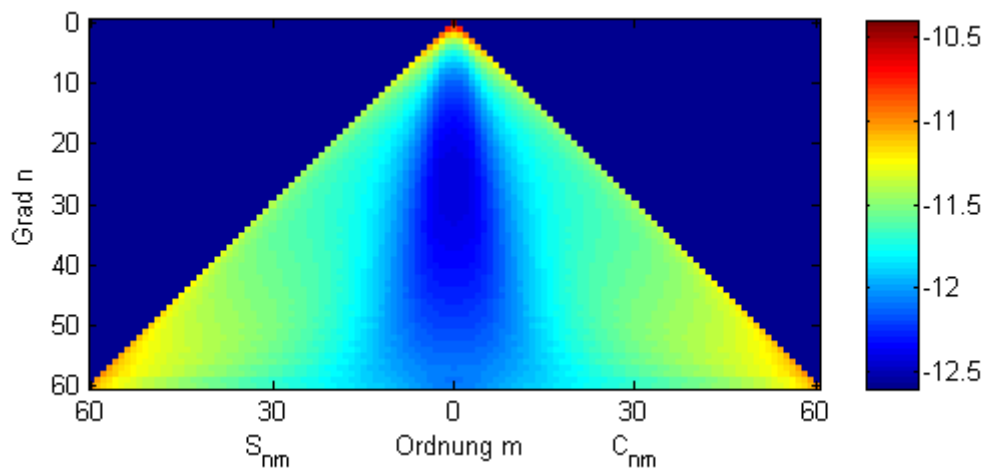


Abbildung 38: Fehler der Koeffizienten, PENDEL

Bei der Pendelmission (Abbildung 38) können die sektoriellen und tesseralen Koeffizienten deutlich besser bestimmt werden als bei GRACE. Hier kommt die Querkomponente zur Flugrichtung der Satelliten zum Tragen.

Abbildung 39 zeigt bei gleicher Skalierung die Fehler für GRACE A mit zwei geostationären Satelliten.

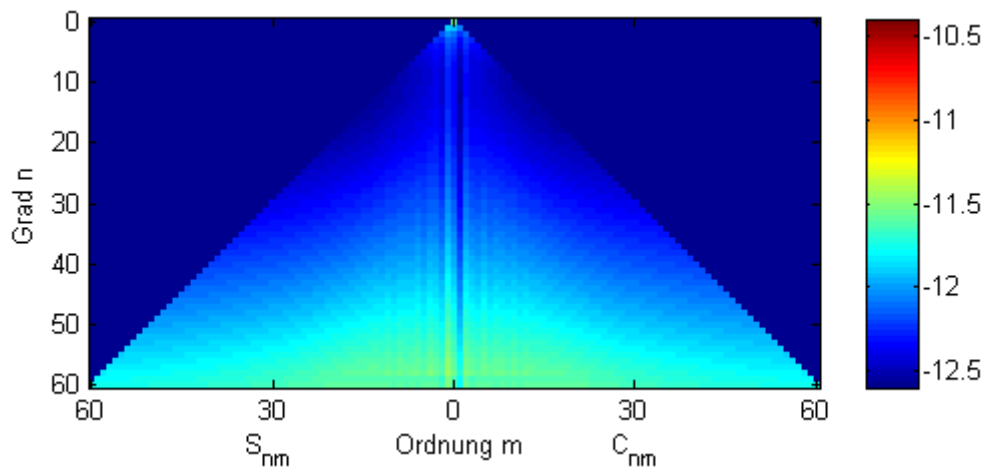


Abbildung 39: Fehler der Koeffizienten, GRACE A, 2 GEOs

Bei dieser Konfiguration ist eine deutliche Verbesserung zu erkennen. Dafür ist vor allem die radiale Komponente der Entfernungsmessung verantwortlich. Damit kann die radiale Komponente des Schwerefeldes bei der GETRIS Konfiguration deutlich besser bestimmt werden als mit GRACE, da hier die Messungen tangential zum Erdradius erfolgen. Lediglich bei hohen zonalen Graden bleiben die Fehler etwas größer als zuvor.

Die Kombination von GRACE AB mit zwei geostationären Satelliten zeigt die folgende Abbildung 40. Im Bereich der zonalen Koeffizienten profitiert sie von der GRACE Lösung, in anderen Bereichen überwiegt der GETRIS Anteil. Insgesamt fallen die Fehler deutlich geringer aus als bei den vorherigen drei Abbildungen.

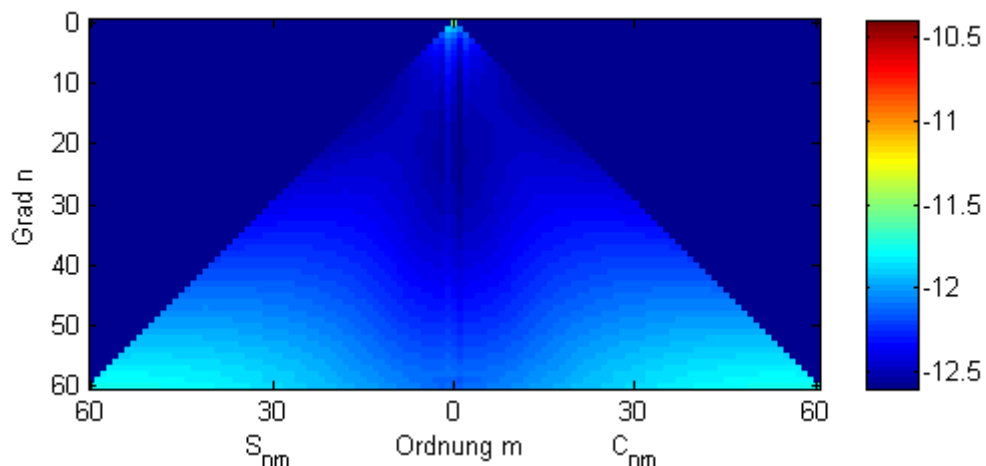


Abbildung 40: Fehler der Koeffizienten, GRACE AB, 2 GEOs

Im Vergleich zu Abbildung 39 von GRACE A zeigt Abbildung 41 die Fehler der Koeffizienten bei einem deutlich höher fliegenden SENTINEL Satelliten. Die Fehler sind deutlich größer als bei allen anderen Simulationen. Lediglich im Vergleich zur GRACE AB und PENDEL Lösung sind

die Fehler bei niedrigen Graden und tesseralen Koeffizienten etwas geringer. Der Grund für dieses Ergebnis liegt in der deutlich höheren Flughöhe des Satelliten. Dies erlaubt nicht, die höheren Koeffizienten so genau zu bestimmen, wie es mit den anderen Missionen möglich ist.

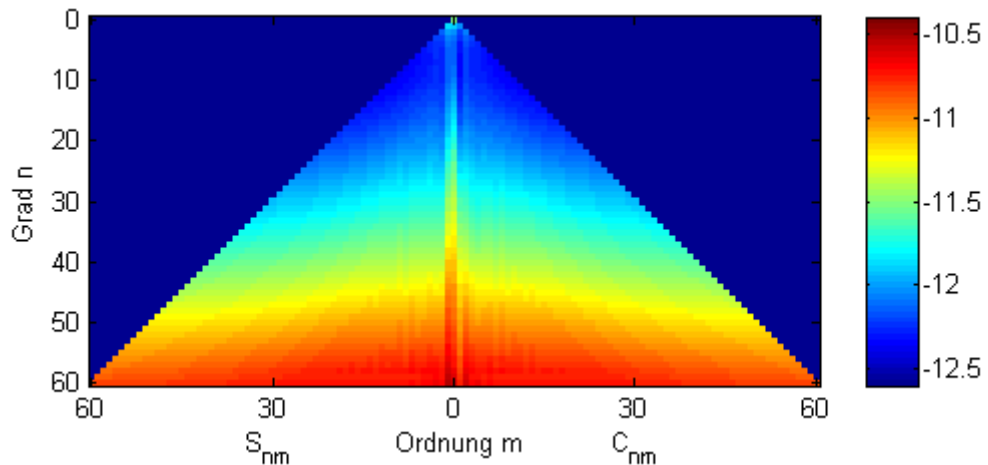


Abbildung 41: Fehler der Koeffizienten, SENTINEL, 2 GEOs

Gradvarianzen

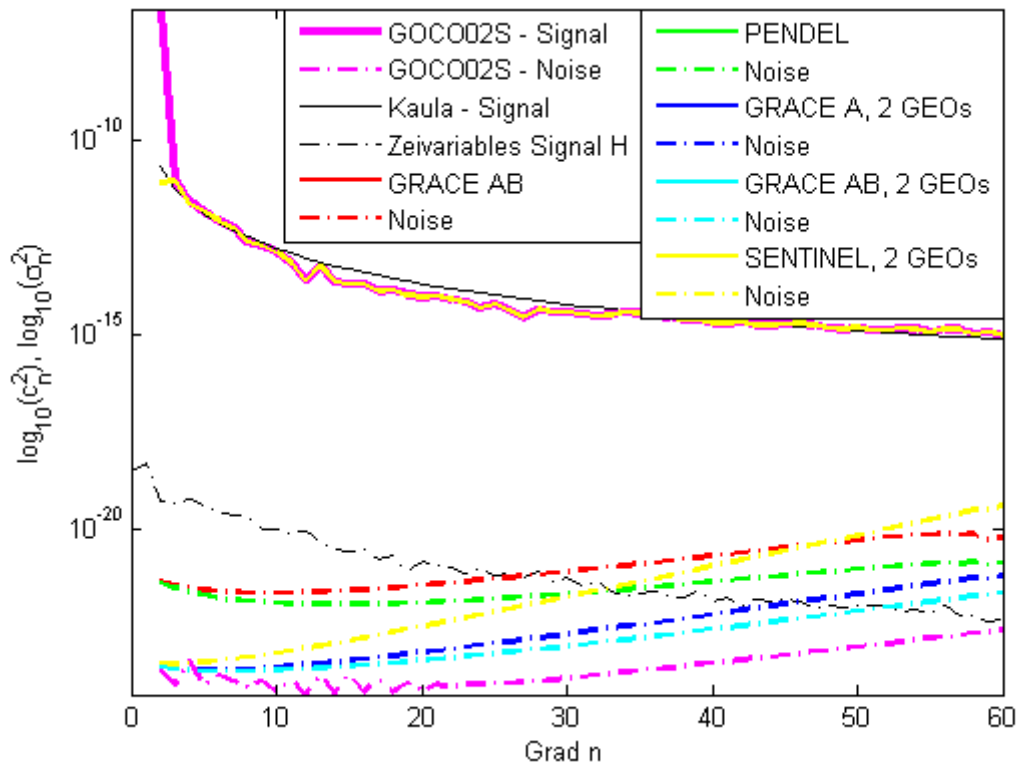


Abbildung 42: Signal- und Fehlergradvarianzen zum statischen Schwerefeld

Die Gradvarianzen belegen noch einmal das zuvor Gesagte. Die Fehlergradvarianzen der SENTINEL Mission sind für niedrige Grade noch

geringer als bei der reinen GRACE und der Pendelmission, werden aber bei hohen Graden schnell größer. Insgesamt sind die Fehler bei der kombinierten GRACE AB - GETRIS Lösung am geringsten. Betrachtet man die Steigung der Fehlerkurven, könnte für deutlich höhere Grade auch eine Kombination aus Pendelmission und GETRIS sehr gute Ergebnisse liefern.

Geoidhöhenbilder

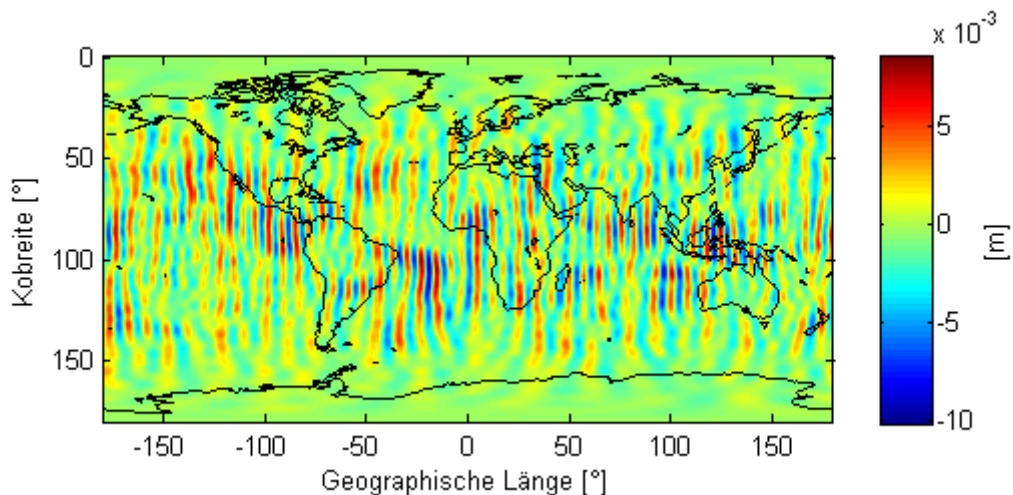


Abbildung 43: Geoidhöhen der Fehler, GRACE AB

Die Abbildung 43 zeigt das typische GRACE Fehlerbild. Entlang der Flugrichtung der Satelliten sind deutliche Streifen zu erkennen, die bei GRACE meist im Postprocessing durch Filter entfernt werden. Der Grund hierfür liegt in der hochgenauen Entfernungsmessung zwischen den Satelliten ausschließlich entlang ihrer Flugrichtung.

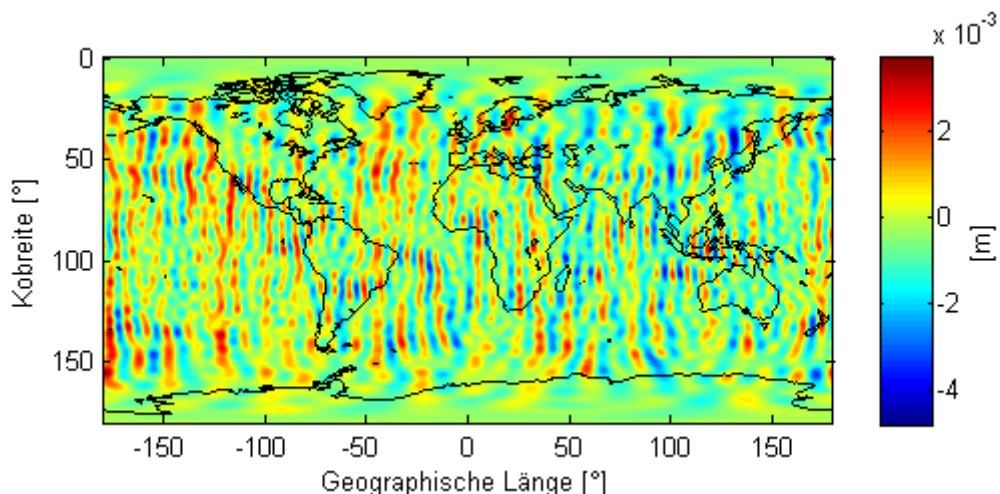


Abbildung 44: Geoidhöhen der Fehler, PENDEL

Bei der Pendelmission treten diese Streifen ebenfalls auf, sind jedoch etwas breiter und etwa um den Faktor zwei kleiner. Je nach Orbitkonfiguration treten bei anderen Pendelmissionen auch andere

Fehlerverteilungen, wie z.B. deutlich sichtbare waagerechte Streifen im Falle zweier parallel umlaufender Satelliten, auf.

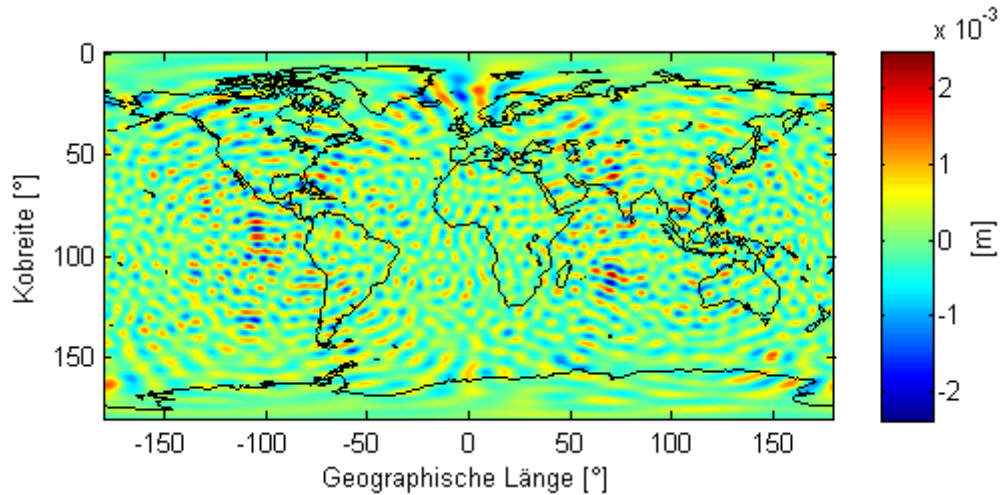


Abbildung 45: Geoidhöhen der Fehler, GRACE A, 2 GEOS

Die Fehler bei der Lösung aus GRACE A und zwei geostationären Satelliten (Abbildung 45) sind noch einmal etwa um den Faktor zwei kleiner. Die Fehler zeigen hier kein Streifenmuster mehr, sondern sind entlang des Randes des Sichtbereiches der geostationären Satelliten angeordnet, wie bereits in Abschnitt 5.1 beschrieben.

Die Kombination von GRACE AB und zwei geostationären Satelliten zeigt Abbildung 46.

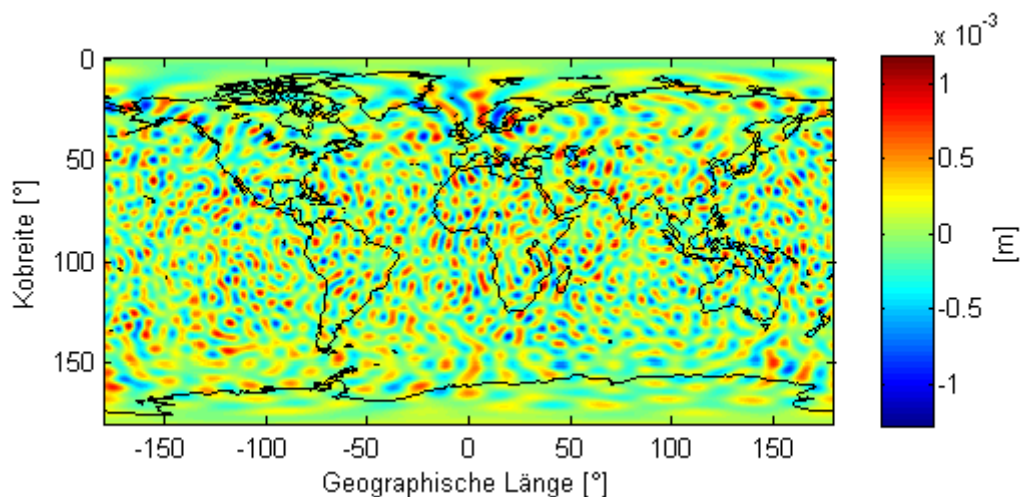


Abbildung 46: Geoidhöhen der Fehler, GRACE AB, 2 GEOS

Hier verringert sich die Größe der Fehler noch einmal um den Faktor zwei und beträgt damit nur noch etwa einen Millimeter. Ein Muster in der Fehlerverteilung ist kaum noch zu erkennen.

Die Fehler beim SENTINEL (Abbildung 47) sind deutlich größer als die der anderen Simulationen.

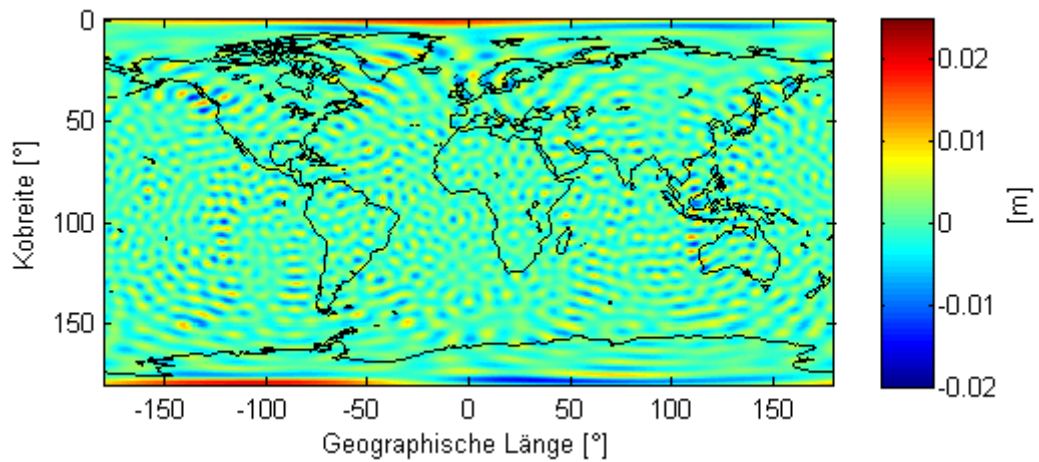


Abbildung 47: Geoidhöhen der Fehler, SENTINEL, 2 GEOs

Besonders im Bereich der Polkappen sind durch das Polarloch die Fehler sehr groß. Auch hier zeigen sich größere Fehler entlang des Randes des Sichtbereiches der geostationären Satelliten.

Einen Überblick darüber, wie sich die Amplituden der Fehler zueinander verhalten, verdeutlicht die Darstellung der unterschiedlichen Konfigurationen bei gleicher Skalierung (Abbildung 48).

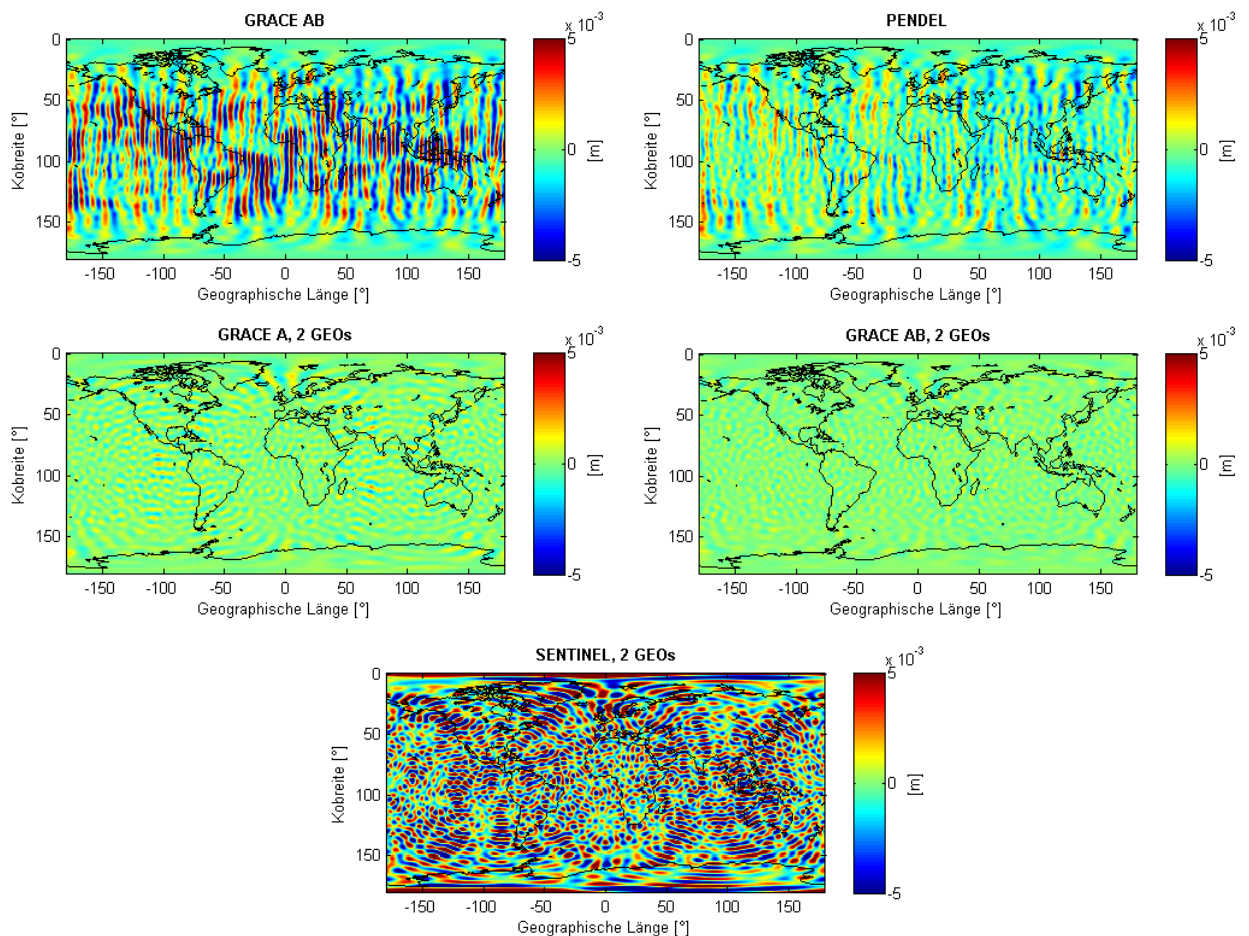


Abbildung 48: Übersicht über die Fehler bei gleicher Skalierung

Ein qualitatives Maß als die Bilder der Fehler geben die Standardabweichungen der Geoidhöhendifferenzen an. Die Polarlöcher wurden dabei ausgespart, um nur den real beobachtbaren und damit bestimmbar Teil zu bewerten. Außerdem wird eine breitenabhängige Gewichtung vorgenommen.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{\varphi} \left(\sum_{\lambda} (N(\varphi, \lambda) - \bar{N})^2 \cdot \cos(\varphi) \right) \cdot \Delta\varphi \cdot \Delta\lambda}{A}} \quad (5-1)$$

mit σ = Standardabweichung [m]
 φ, λ = Breite und Länge
 $N(\varphi, \lambda)$ = Matrix der Geoidhöhen
 \bar{N} = Mittlere Geoidhöhe (ebenfalls breitenabhängig Gewichtet)
 $\Delta\varphi, \Delta\lambda$ = Breiten- und Längenintervall [°] · $\frac{\pi}{180}$
 A = Fläche über die Summiert wird = $4 \cdot \pi \cdot \sin(\varphi_{\max})$

Simulation	Standardabweichung [mm]
GRACE AB	2,240
PENDEL	1,045
GRACE A, 2 GEOs	0,473
GRACE AB, 2 GEOs	0,302
SENTINEL, 2 GEOs	3,083

Tabelle 13: Standardabweichungen der statischen Schwerefeldlösungen

Auch hier zeigt sich, wie gut die mit der GETRIS Konfiguration simulierten Ergebnisse sind. Besonders bei der Beobachtung der tieffliegenden GRACE Satelliten mit den GETRIS Satelliten liegen die Standardabweichungen fast eine Größenordnung unter jenen der anderen Lösungen.

5.3 Zeitvariables Schwerefeld

In diesem Abschnitt werden zu Beginn die gleichen Missionskonfigurationen untersucht wie im statischen Fall, lediglich die durch die Hydrologie verursachten Änderungen im Schwerefeld werden zusätzlich berücksichtigt.

Bestimmung des zeitvariablen Schwerefeldes				
Satellit	Anzahl der GEOs	Sichtbereich	Zeitvariable Daten	Missionsdauer [Tage]
GRACE AB	---	---	Ja	27
PENDEL	---	---	Ja	27
GRACE A	2	LOS	Ja	27
GRACE AB	2	LOS	Ja	27
SENTINEL	2	LOS	Ja	27

Tabelle 14: Parameter zum zeitvariablen Schwerefeld

Abbildung 49 zeigt das mittlere zeitvariable Schwerefeld im Untersuchungszeitraum verursacht durch die Hydrologie (H).

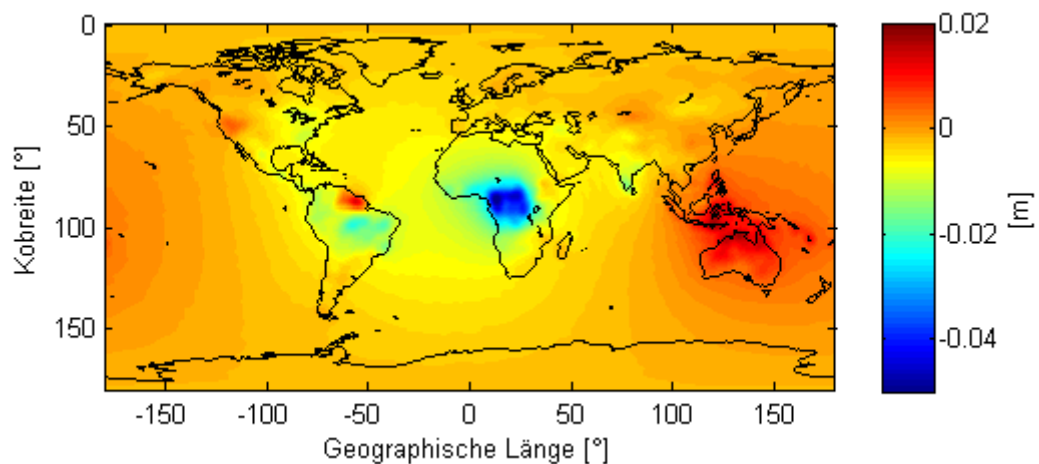


Abbildung 49: Mittleres Schwerefeld verursacht durch die Hydrologie (27 Tage)

Man erkennt deutlich den Einfluss auf das Schwerefeld, besonders in den äquatorialen Regionen. Hier beträgt der Einfluss fast 5 cm, ist aber aufgrund dieser geringen Amplitude in den gerechneten Geoidlösungen (Abbildung 50) nicht direkt sichtbar.

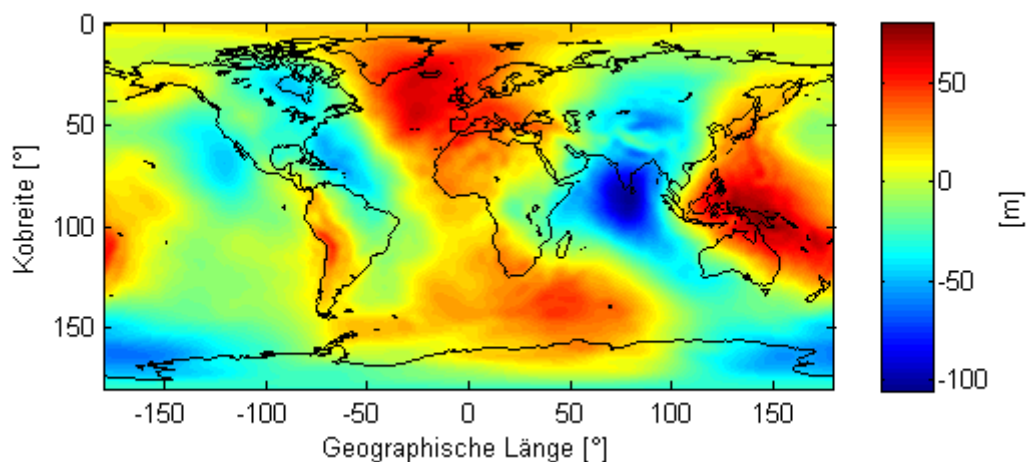


Abbildung 50: Geoidhöhen, GRACE AB + H

Da der Einfluss der Hydrologie auf das Geoid bzw. die Schwerefeldkoeffizienten und ihre Fehler sehr gering ist, werden diese hier nicht noch einmal als Abbildungen dargestellt, da sie sich nicht sichtbar von denen im statischen Fall unterscheiden. Erst in den Differenzen werden die Unterschiede sichtbar.

Wie in Kapitel 3 beschrieben, wird von den berechneten Geoidhöhen in einem ersten Schritt das statische Eingangsfeld abgezogen. Abbildung 51 zeigt das Ergebnis für die GRACE AB Lösung.

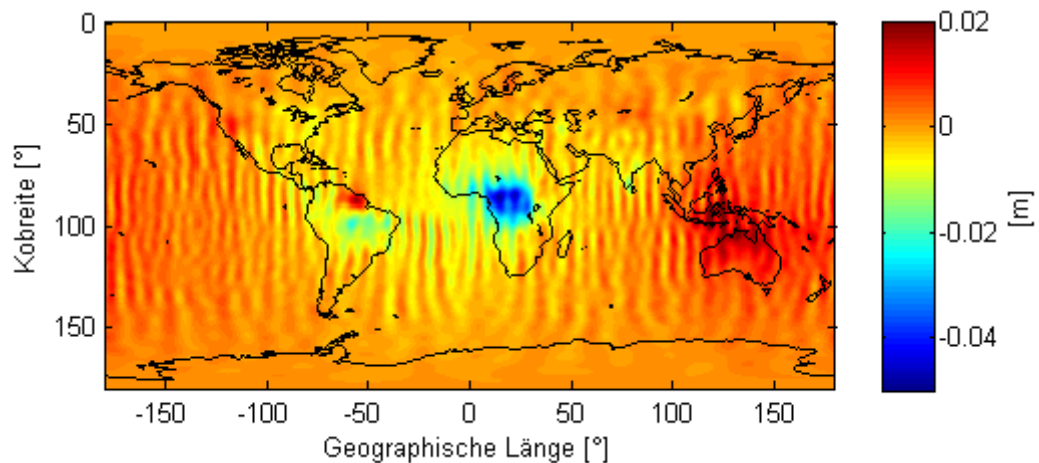


Abbildung 51: Geoidhöhen, GRACE AB +H -GOCO02S

Man erkennt deutlich das mittlere Schwerefeld der Hydrologie aus Abbildung 49, allerdings überlagert von typischen GRACE Fehlerstrukturen. Dies entspricht in etwa den zurzeit bestimmbar zeitvariablen Feldern aus der GRACE Mission. In der Praxis werden dann die Streifen im Postprocessing werden dann die Streifen durch einen Filter geglättet, um so die zeitvariablen Felder zu erhalten.

Nach Abzug des mittleren zeitvariablen Feldes (H_{mean}) ergeben sich die Restfehler.

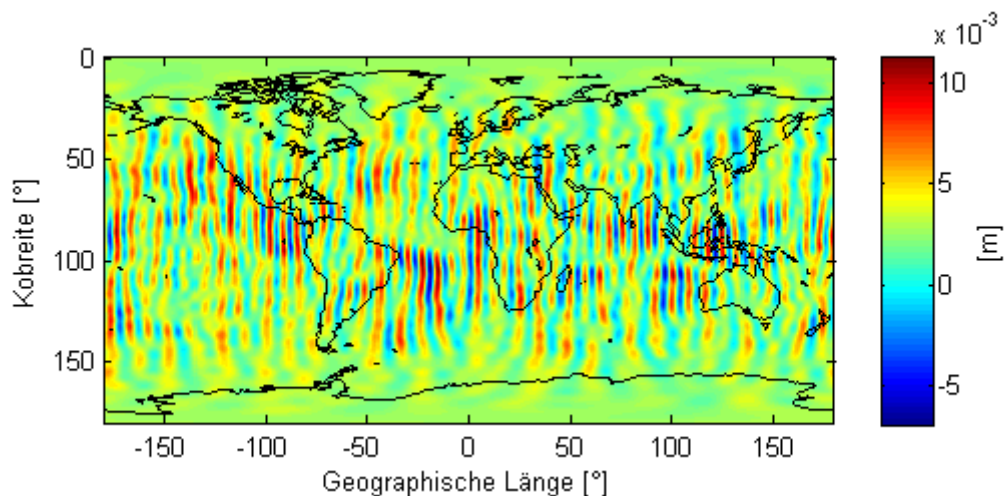


Abbildung 52: Geoidhöhen, GRACE AB +H -GOCO02S - H_{mean}

Es sind wieder die typischen GRACE-Streifen zu erkennen. Im Vergleich zum statischen Fall (Abbildung 43) haben sich die Fehler nur leicht verändert.

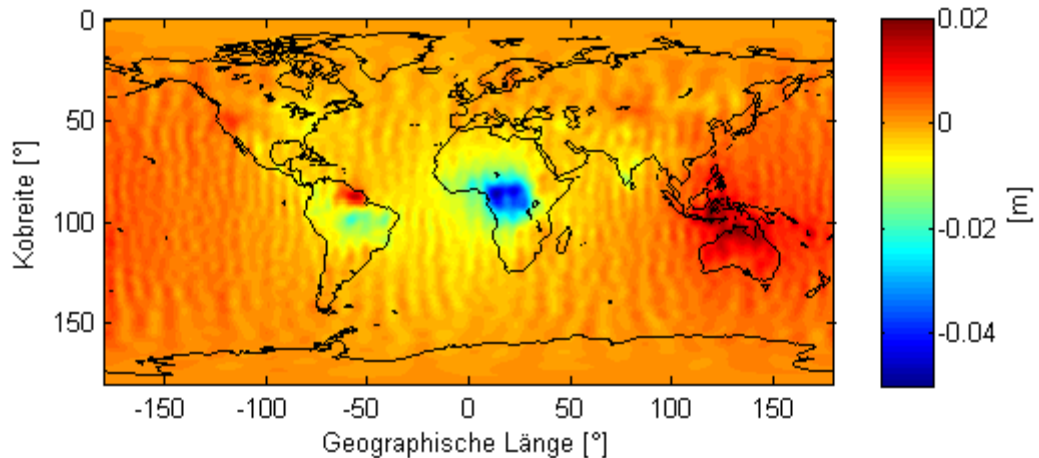


Abbildung 53: Geoidhöhen, PENDEL +H -GOCO02S

Mit der Pendelmission ist eine Bestimmung des zeitvariablen Feldes, innerhalb von 27 Tagen, gut möglich (Abbildung 53). Man sieht kleine Fehlerstrukturen und leichte Streifen in der Lösung, die aber mit entsprechenden Filtern auch beseitigt werden können. Dies führt natürlich auch zu einem geringen Verlust an Informationen.

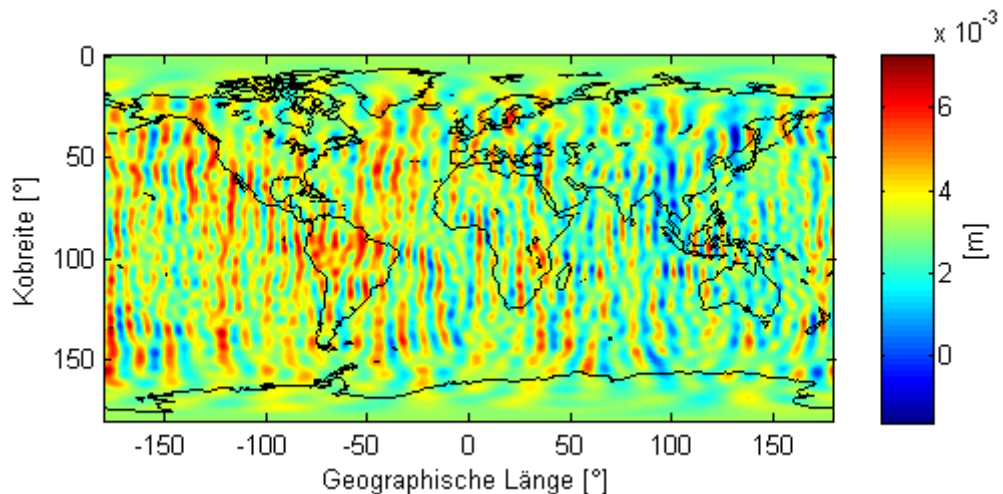


Abbildung 54: Geoidhöhen, PENDEL +H -GOCO02S -H_mean

Nach Abzug des mittleren zeitvariablen Feldes bleiben die schon bekannten Streifen zurück. Im Vergleich zu statischen Fall (Abbildung 44) haben sich diese ebenfalls nur leicht verändert.

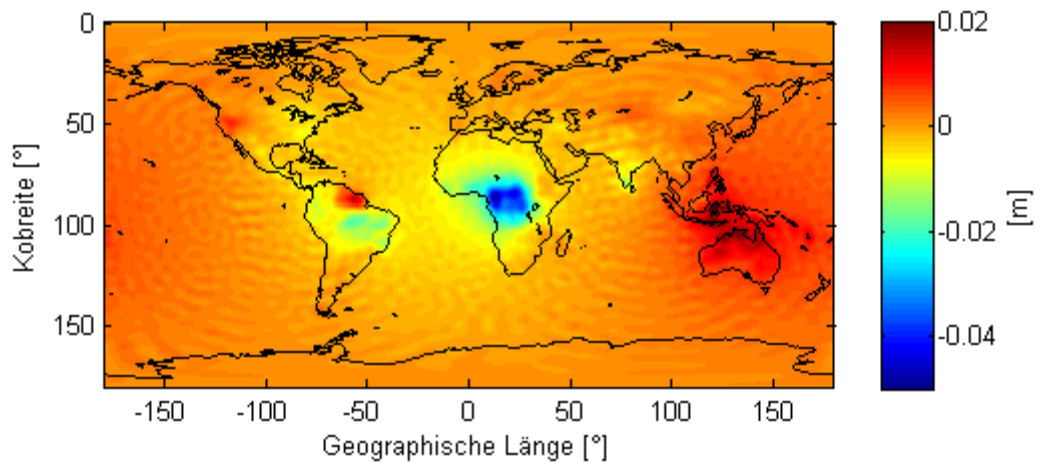


Abbildung 55: Geoidhöhen, GRACE A, 2 GEOS +H -GOCO02S

Abbildung 55 zeigt die Beobachtung von GRACE A mit zwei geostationären Satelliten. Dies liefert ein sehr gutes Ergebnis. Das mittlere zeitvariable Feld kann sehr gut rekonstruiert werden und die Restfehler, nach Abzug des mittleren Feldes, liegen fast eine Größenordnung unter der des zeitvariablen Feldes (Abbildung 56).

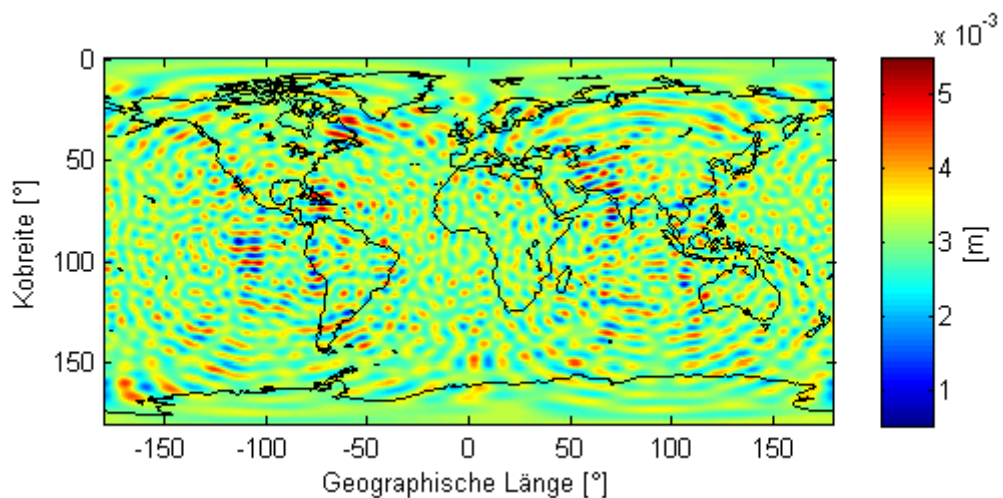


Abbildung 56: Geoidhöhen, GRACE A, 2 GEOS +H -GOCO02S -H_mean

Noch besser wird das Ergebnis bei der Kombination der GRACE AB Lösung mit zwei geostationären Satelliten, das die Abbildung 57 und Abbildung 58 zeigen.

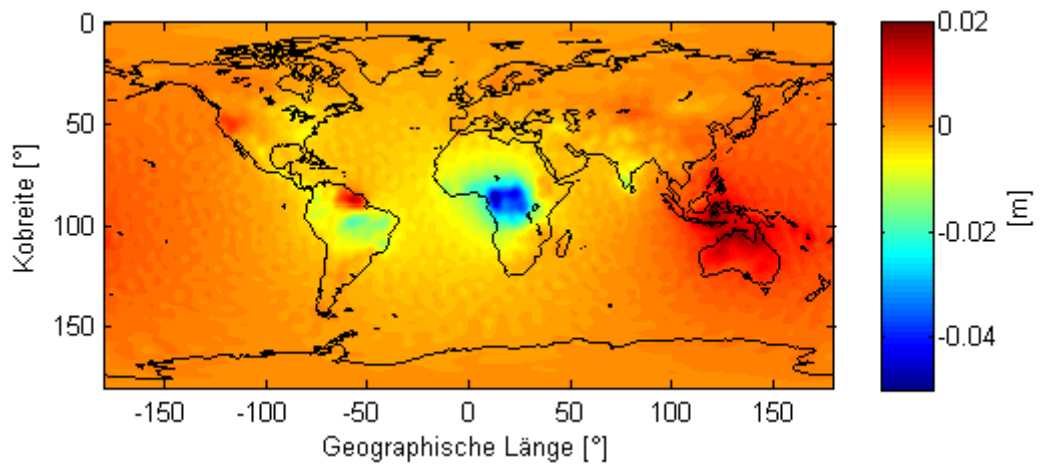


Abbildung 57: Geoidhöhen, GRACE AB, 2 GEOS +H -GOCO02S

In diesem Fall überwiegt der zeitvariable Anteil deutlich. Fehlerstrukturen sind kaum noch zu erkennen. Wie die folgende Abbildung 57 zeigt, sind die Fehler etwa eine Größenordnung kleiner als das mittlere zeitvariable Signal.

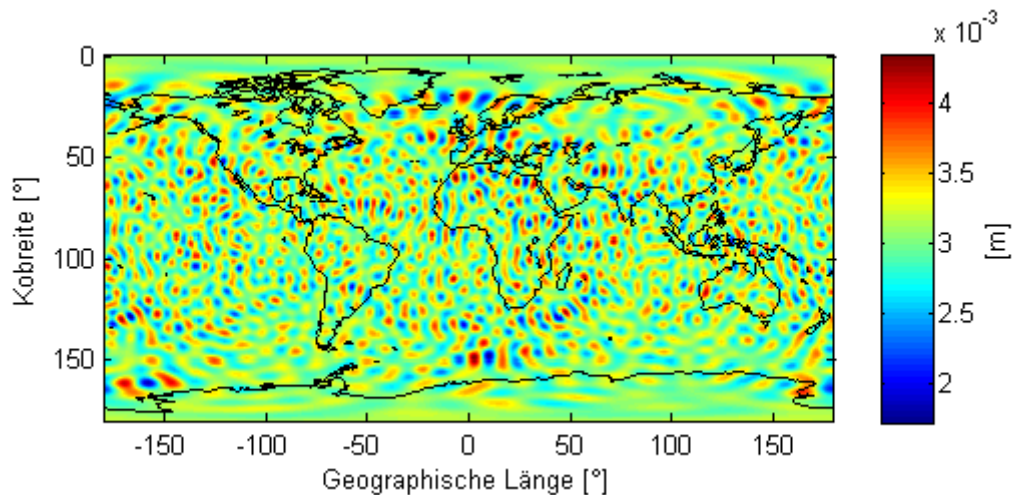


Abbildung 58: Geoidhöhen, GRACE AB, 2 GEOS +H -GOCO02S -H_mean

Ein anderes Bild liefern die Abbildungen 59 und 60.

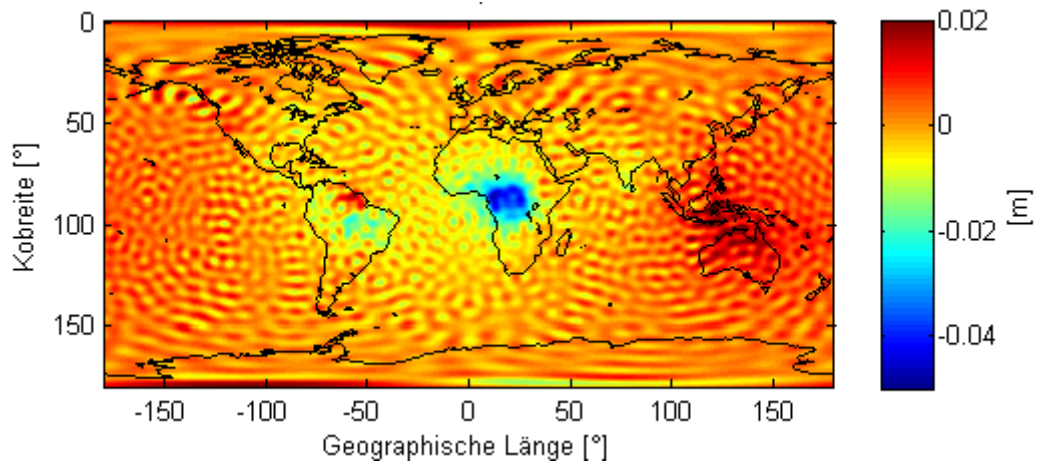


Abbildung 59: Geoidhöhen, SENTINEL, 2 GEOS +H -GOCO02S

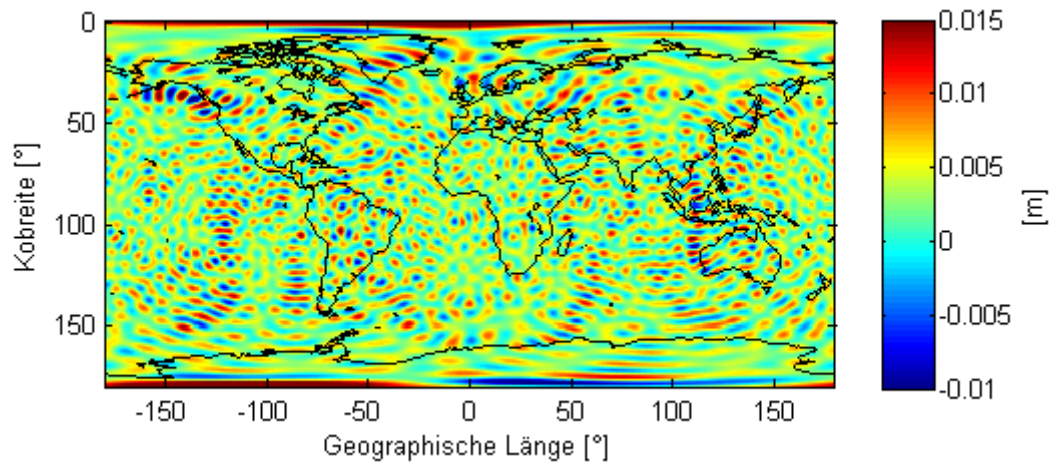


Abbildung 60: Geoidhöhen, SENTINEL, 2 GEOS +H -GOCO02S -H_mean

Die Lösung aus einem SENTINEL und zwei geostationären Satelliten hat deutlich größere Fehler. Eine Rekonstruktion des zeitvariablen Signals ist aber auch hier bis zu einem gewissen Grad möglich, da die Fehler sehr zufällig verteilt sind und somit leicht mit einem Tiefpassfilter geglättet werden können.

Tabelle 15 zeigt zusammenfassend die Standardabweichungen der Restfehler der zeitvariablen Simulationen. Hier gilt im Wesentlichen das Gleiche wie schon im statischen Fall.

Simulation	Standardabweichung [mm]
GRACE AB	2,237
PENDEL	1,045
GRACE A, 2 GEOS	0,508
GRACE AB, 2 GEOS	0,316
SENTINEL, 2 GEOS	3,188

Tabelle 15: Standardabweichungen der zeitvariablen 27-Tages-Schwerefeldlösungen

Ob mit mehr Satelliten eine Bestimmung des zeitvariablen Anteils auch in kürzeren Perioden möglich ist, wird im letzten Abschnitt untersucht.

Bestimmung des zeitvariablen Feldes mit mehr Satelliten in kürzerer Zeit				
Satellit	Anzahl der GEOs	Sichtbereich	Zeitvariable Daten	Missionsdauer [Tage]
5 x SENTINEL	2	LOS	Ja	10
5 x GRACE A	2	LOS	Ja	10
5 x GRACE A 5 x SENTINEL	2	LOS	Ja	10
5 x SENTINEL	2	LOS	Ja	5
5 x GRACE A	2	LOS	Ja	5
5 x GRACE A 5 x SENTINEL	2	LOS	Ja	5

Tabelle 16: Parameter zur Bestimmung des kurzzeitigen hydrologischen Signals

Abbildung 61 zeigt das mittlere zeitvariable Signal über die zehn simulierten Tage. Verglichen mit dem mittleren Feld über 27 Tage (Abbildung 49) zeigen sich nur kleine Unterschiede.

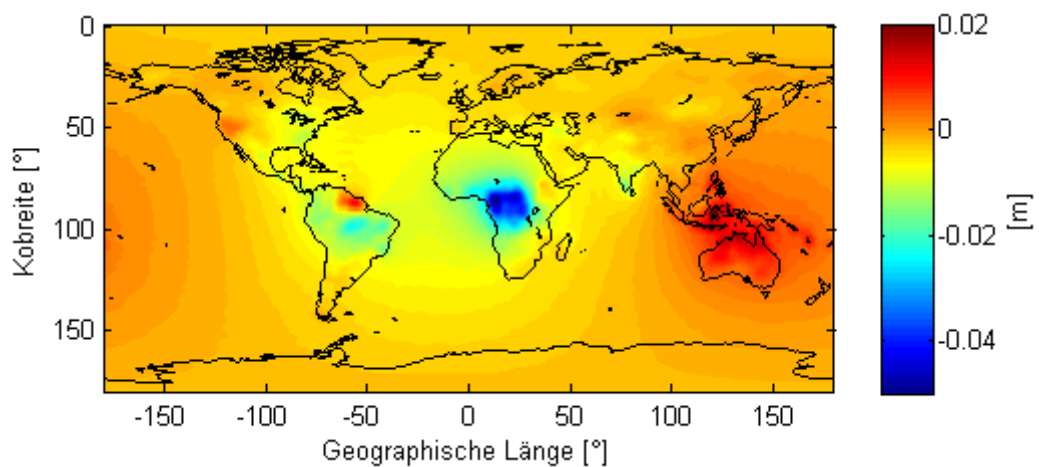


Abbildung 61: Mittleres Schwerefeld verursacht durch die Hydrologie (10 Tage)

Die folgende Abbildung 62 zeigt zum Vergleich die Lösung der reinen GRACE Mission. Bei nur zehntägiger Beobachtungsdauer kommen die Streifen noch deutlicher heraus, als dies bei 27 Tagen Beobachtungsdauer in Abbildung 51 der Fall war. Diese Streifen lassen sich jetzt nicht mehr ohne erheblichen Signalverlust heraus filtern und erlauben aus den GRACE Daten somit nicht die Bestimmung von zeitvariablen Schwerefeldern in sehr kurzen Zeiträumen.

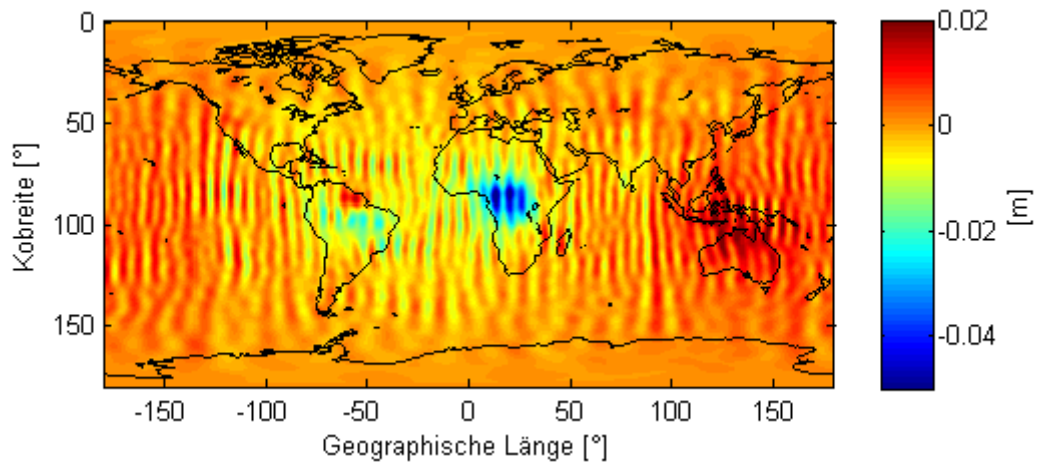


Abbildung 62: Geoidhöhen, GRACE AB +H -GOCO02S

Die Beobachtung von fünf SENTINEL Satelliten (Abbildungen 63 und 64) erhöht die Anzahl der Beobachtungen und verdichtet die zeitliche Abdeckung der Erdoberfläche, allerdings reicht die Bahnhöhe der Mission nicht aus, um auch hohe Grade des zeitvariablen Signals gut zu bestimmen. Der globale Einfluss der Hydrologie ist gut zu erkennen, lokal überwiegen aber die hochfrequenten Fehler, wie sie in Abbildung 64 noch einmal zu erkennen sind. Im Gegensatz zu den GRACE Fehlern lassen sich die hochfrequenten relativ zufällig verteilten Fehler sehr gut filtern. So sind vermutlich auch hier gute Ergebnisse bei der Bestimmung des zeitvariablen Schwerefeldes erreichbar.

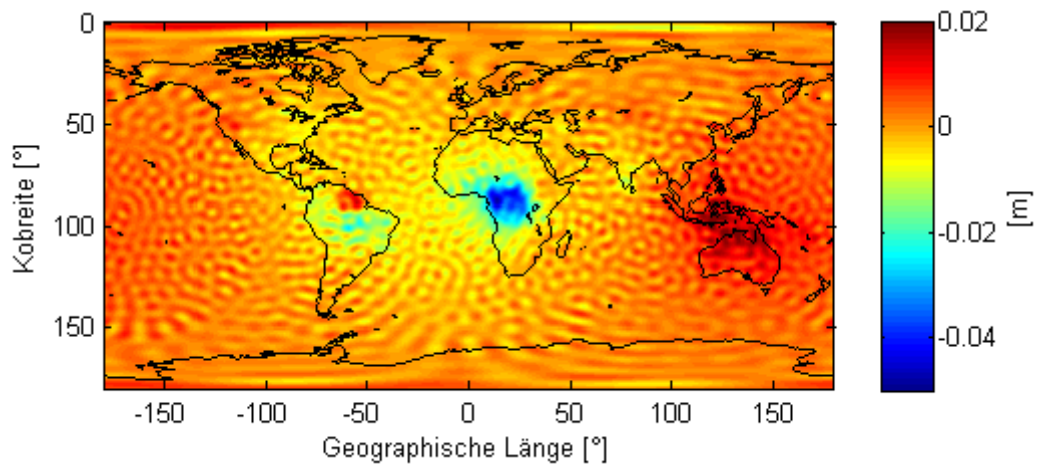


Abbildung 63: Geoidhöhen, 5 SENTINEL, 2 GEOS +H -GOCO02S

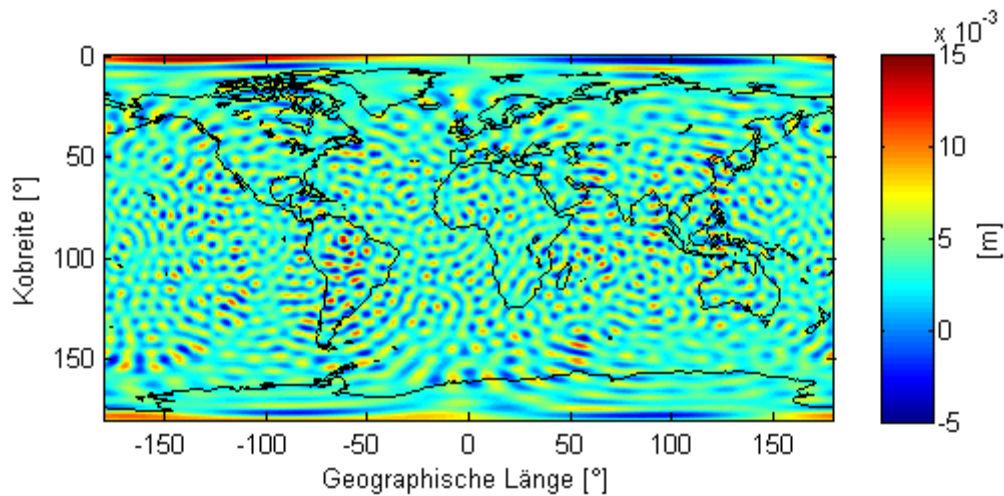


Abbildung 64: Geoidhöhen, 5 SENTINEL, 2 GEOS +H -GOCO02S -H_mean

Mit mehreren GRACE A Satelliten und zwei GEOS lässt sich das zeitvariable Schwerfeld auch in zehn Tagen sehr gut bestimmen, wie die folgenden Abbildungen 65 und 66 zeigen.

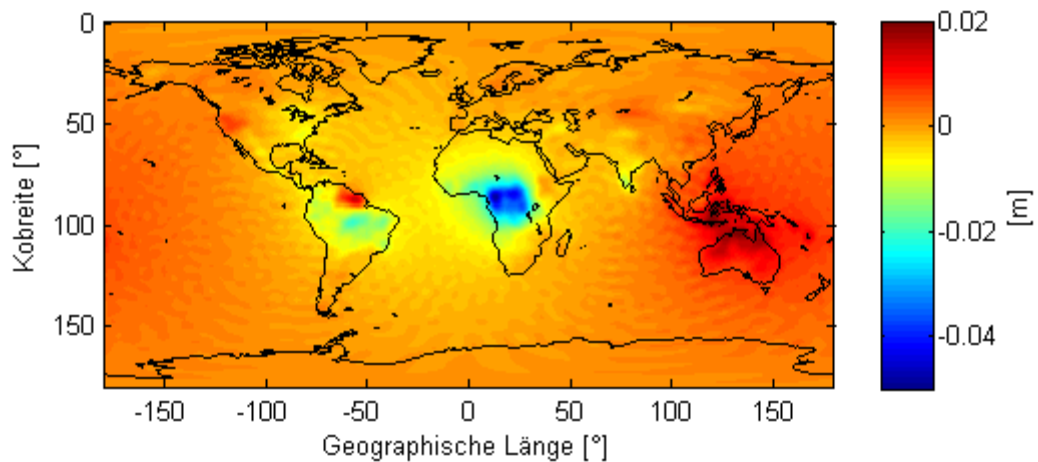


Abbildung 65: Geoidhöhen, 5 GRACE A, 2 GEOS +H -GOCO02S

Nach Abzug des mittleren zeitvariablen Feldes bleiben Fehler zurück, deren Verteilung der typischen GETRIS Fehlerverteilung entspricht (Abbildung 66).

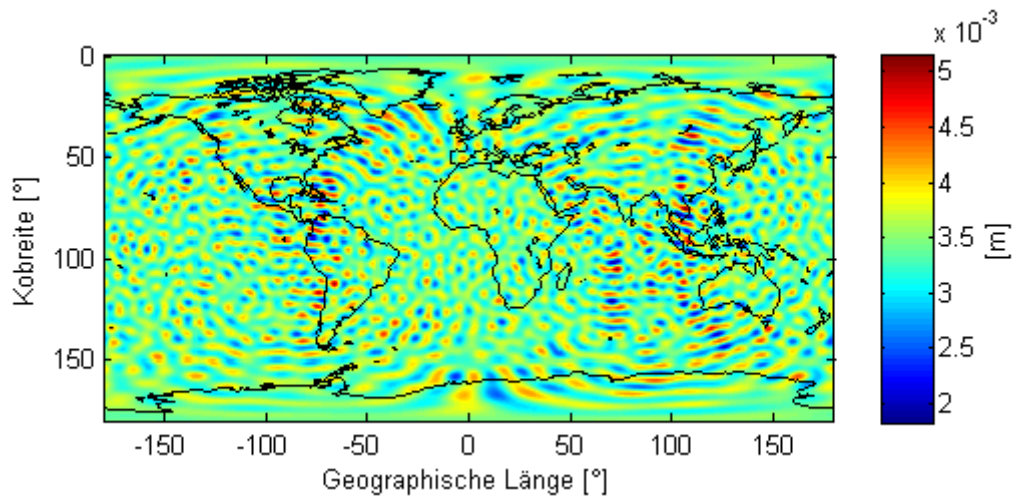


Abbildung 66: Geoidhöhen, 5 GRACE A, 2 GEOS +H -GOCO02S -H_mean

Die Abbildung 67 und Abbildung 68 zeigen die Ergebnisse einer Kombination von fünf GRACE A und fünf SENTINEL Satelliten, beobachtet von zwei geostationären Satelliten.

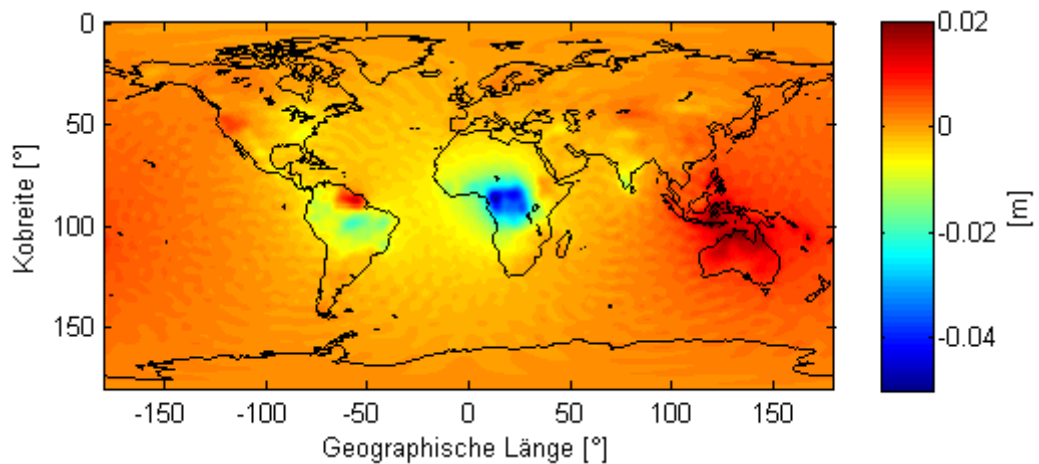


Abbildung 67: Geoidhöhen, 5 GRACE A, 5 SENTINEL, 2 GEOS +H -GOCO02S

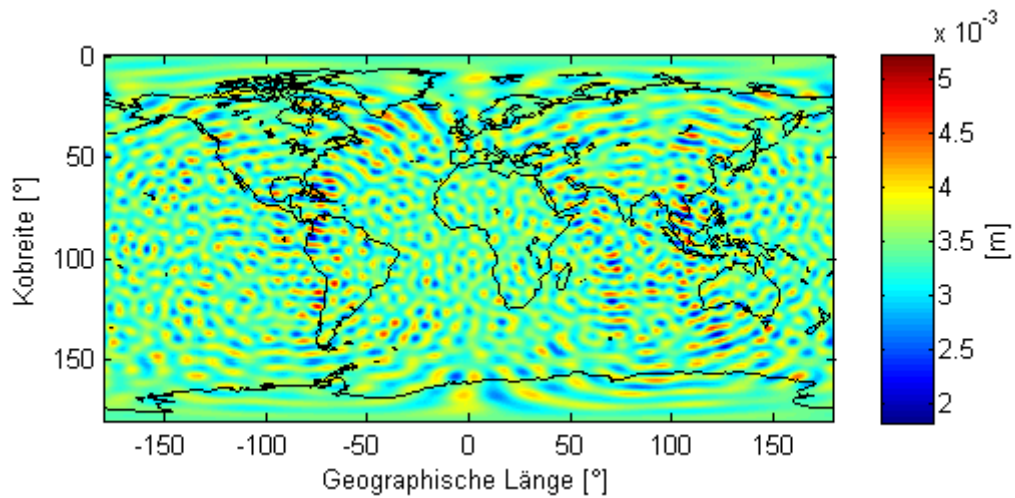


Abbildung 68: Geoidhöhen, 5 GRACE A, 5 SENTINEL, 2 GEOs +H -GOCO02S -H_mean

Sowohl in der Lösung mit zeitvariablem Signal (Abbildung 67) als auch in den Restfehlern (Abbildung 68) überwiegt der Einfluss der GRACE Satelliten. Die SENTINEL Satelliten können aufgrund ihrer Flughöhe nur wenig zur Lösung beitragen. Lediglich bei den niedrigen Graden sind die Fehler etwas geringer, wie es in der folgenden Abbildung 69 der Gradvarianzen deutlich wird.

Gradvarianzen

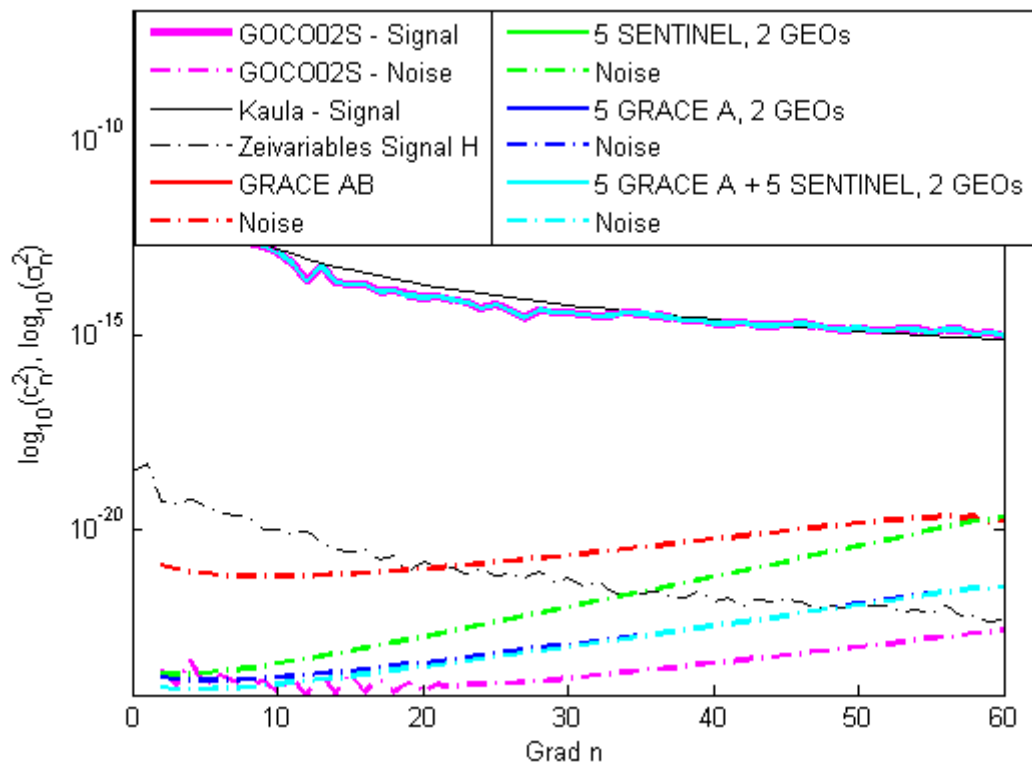


Abbildung 69: Gradvarianzen der zeitvariablen 10-Tages-Lösungen

Die Standardabweichungen der Simulationen zeigen dies auch noch einmal deutlich.

Simulation	Standardabweichung [mm]
GRACE AB	3,631
5 SENTINEL, 2 GEOs	2,222
5 GRACE A, 2 GEOs	0,364
5 GRACE A, 5 SENINTEL, 2 GEOs	0,353

Tabelle 17: Standardabweichungen der zeitvariablen 10-Tages-Schwerefeldlösungen

Die Kombination der GRACE A und SENTINEL Satelliten profitiert hier nur wenig von den SENTINELs. Auch wird hier noch einmal deutlich, dass eine hohe Anzahl an Satelliten auf einem niedrigen GRACE Orbit sehr gute Ergebnisse liefert, die eine Größenordnung besser sind, als die reine GRACE Lösung.

Wird die Missionsdauer noch einmal halbiert, ergibt sich für fünf Tage folgendes mittleres Schwerfeld.

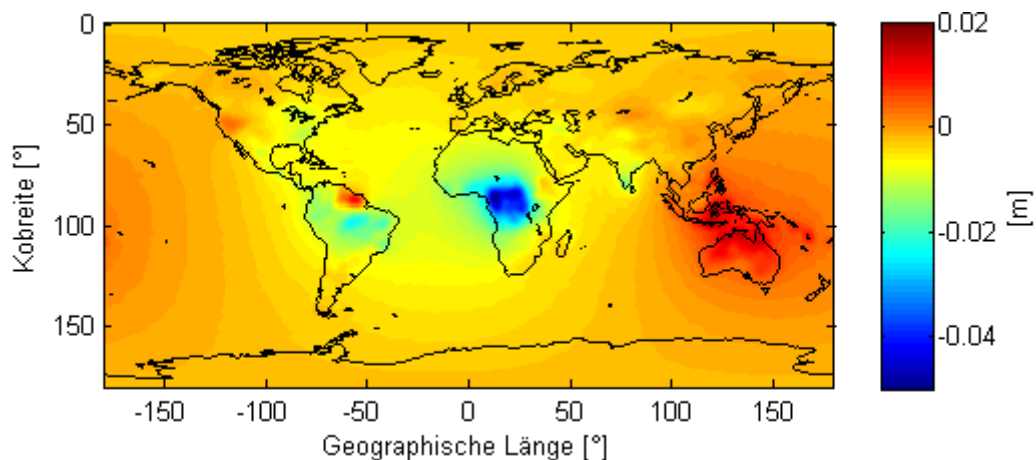


Abbildung 70: Mittleres Schwerfeld verursacht durch die Hydrologie (5 Tage)

Mit fünf SENTINEL Satelliten (Abbildung 71 und Abbildung 72), ist die Bestimmung des zeitvariablen Schwerfeldes jetzt nur noch sehr schwer möglich. Die Fehler sind deutlich größer und auch mit entsprechenden Filtern wird hier eine Bestimmung des zeitvariablen Schwerfeldes kaum noch möglich sein.

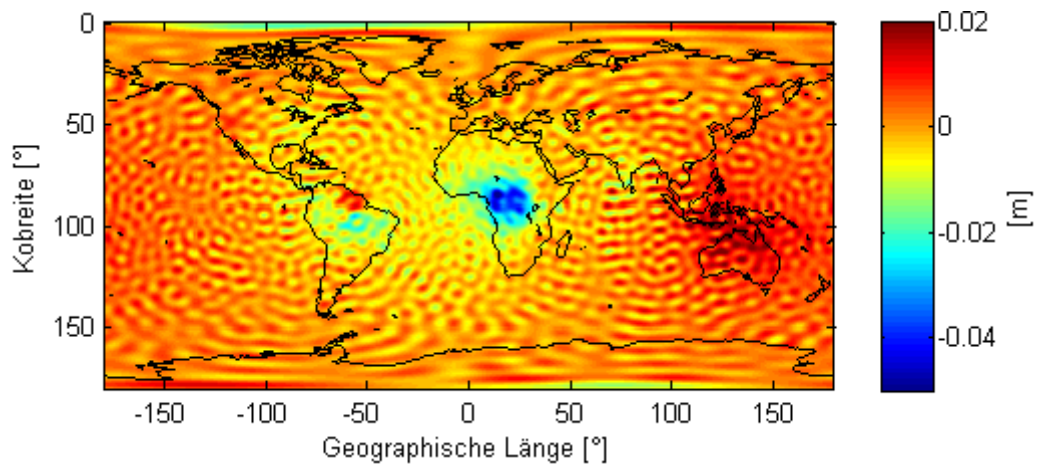


Abbildung 71: Geoidhöhen, 5 SENTINEL, 2 GEOS +H -GOCO02S

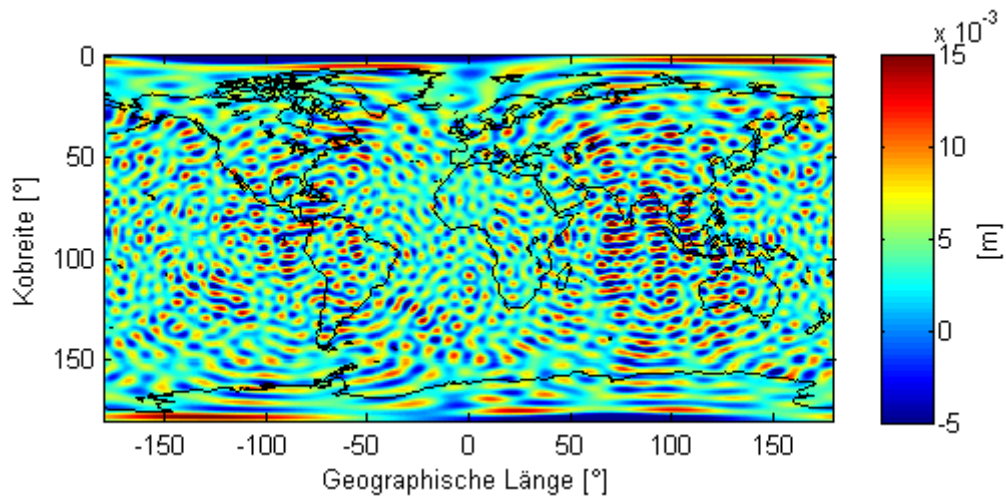


Abbildung 72: Geoidhöhen, 5 SENTINEL, 2 GEOS +H -GOCO02S -H_mean

Vergleicht man die Fehler in Abbildung 72 mit den Fehlern der 10-Tages-Lösung (Abbildung 64, Seite 73), so erkennt man eine deutliche Steigerung in der Amplitude der Fehler, vor allem in den Randbereichen der GETRIS Sichtfelder. In diesem Fall könnten mehr GETRIS Satelliten wahrscheinlich die Fehler deutlich verringern und eine Rekonstruktion des hydrologischen Signals möglich machen.

Bei der Simulation mit fünf GRACE A Satelliten kann, auch bei nur fünftägiger Missionsdauer, noch sehr gut das zeitvariable Schwerefeld bestimmt werden (Abbildung 73).

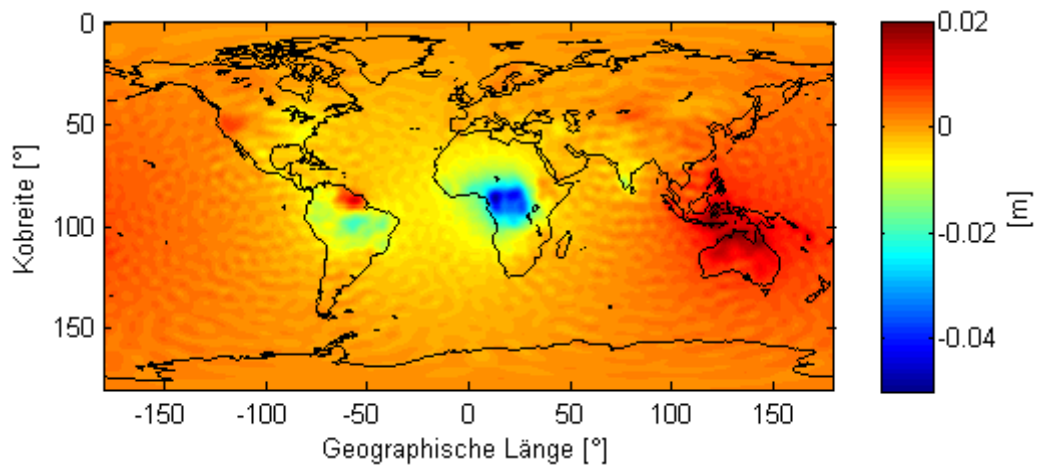


Abbildung 73: Geoidhöhen, 5 GRACE A, 2 GEOS +H -GOCO02S

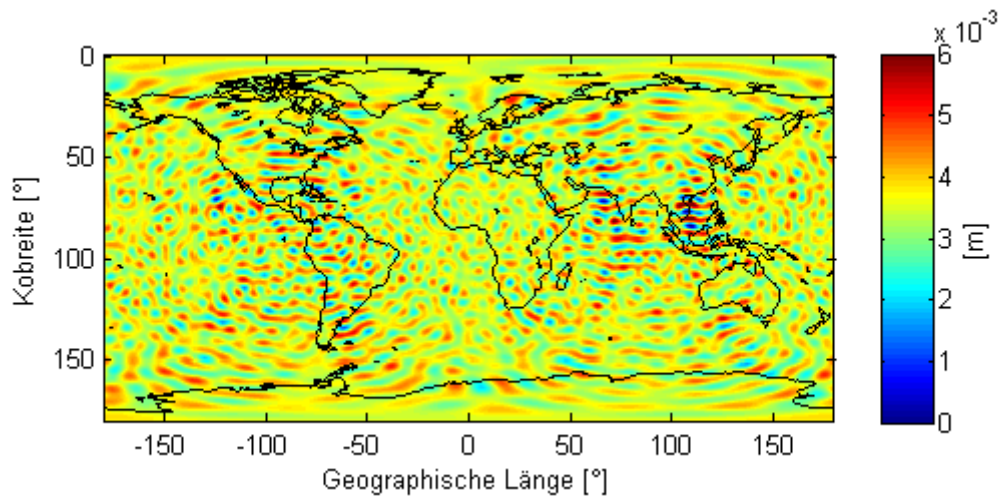


Abbildung 74: Geoidhöhen, 5 GRACE A, 2 GEOS +H -GOCO02S -H_mean

Nach Abzug des mittleren zeitvariablen Schwerefeldes bleiben Restfehler von unter einem Zentimeter, was das sehr gute Ergebnis unterstreicht (Abbildung 74).

Die Kombination von fünf GRACE A und 5 SENTINEL Satelliten mit zwei geostationären Satelliten (Abbildung 75 und 76) führt wieder zu keiner deutlich sichtbaren Verbesserung der Ergebnisse im Vergleich zur Lösung aus 5 GRACE A Satelliten.

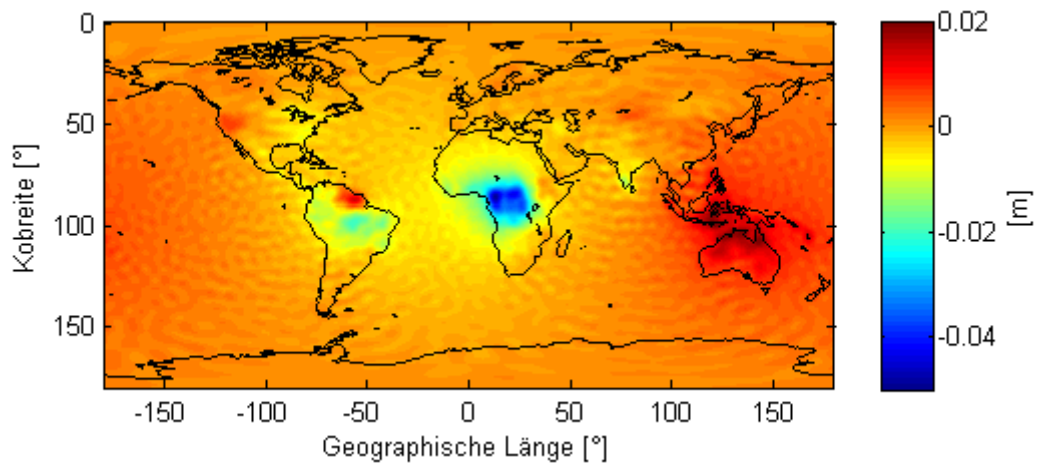


Abbildung 75: Geoidhöhen, 5 GRACE A, 5 SENTINEL, 2 GEOS +H -GOCO02S

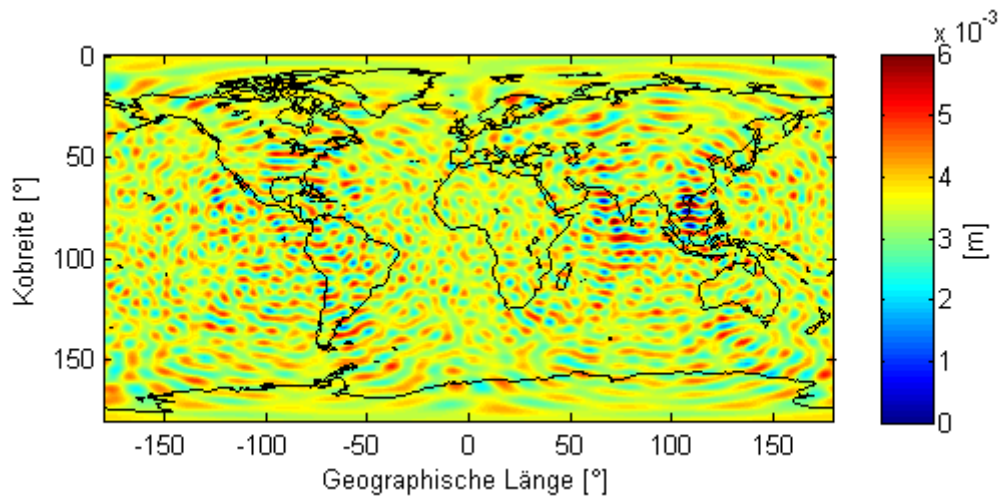


Abbildung 76: Geoidhöhen, 5 GRACE A, 5 SENTINEL, 2 GEOS +H -GOCO02S -H_mean

Gradvarianzen

In den Gradvarianzen wird noch einmal deutlich, dass die SENTINEL Lösung das zeitvariable Signal nur noch in den unteren Graden gut erfassen kann. Die reine GRACE Lösung kann hier nur noch die niedrigsten Grade des zeitvariablen Feldes erfassen. Die kombinierte Lösung profitiert nur in den niedrigen Graden von den SENTINEL Satelliten.

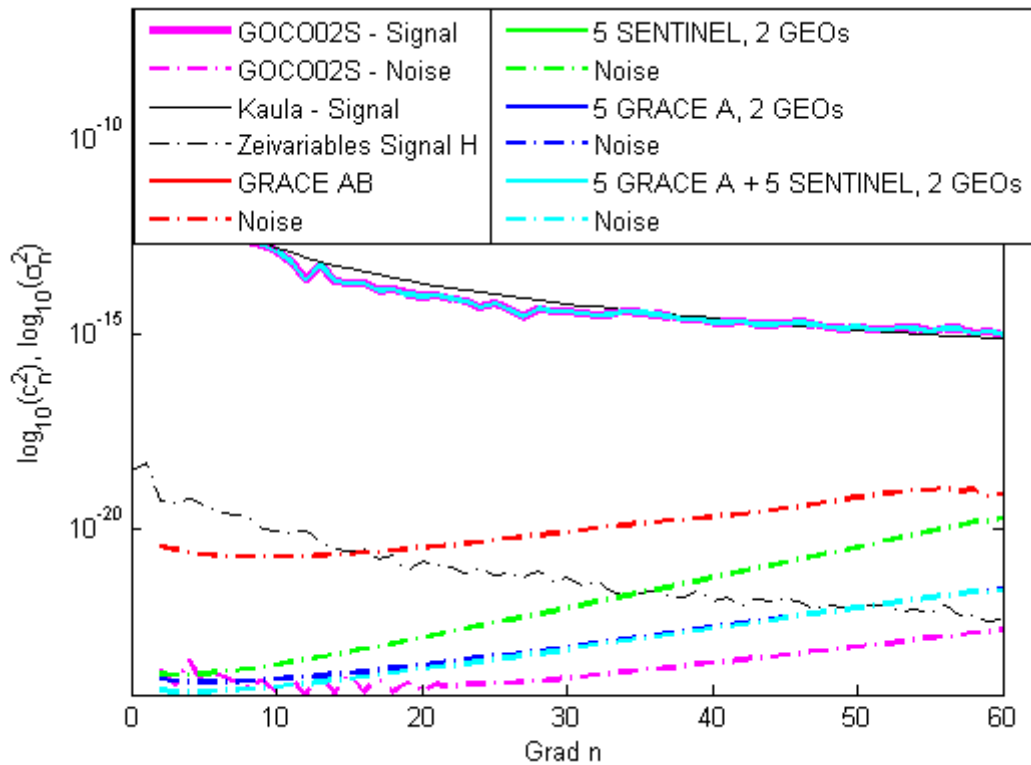


Abbildung 77: Gradvarianzen der zeitvariablen 5-Tages-Lösungen

Tabelle 18 zeigt die Standardabweichungen der 5-Tages-Lösungen im Vergleich mit den 10-Tages-Lösungen.

Simulation	Standardabweichung [mm] 5-Tages-Lösung	Standardabweichung [mm] 10-Tages-Lösung
GRACE AB	7,363	3,631
5 SENTINEL, 2 GEOs	3,517	2,222
5 GRACE A, 2 GEOs	0,583	0,364
5 GRACE A, 5 SENTINEL, 2 GEOs	0,574	0,353

Tabelle 18: Standardabweichungen der Simulationen mit 5 und 10 Tagen Dauer

In allen Fällen hat eine Halbierung der Missionsdauer die Standardabweichungen fast verdoppelt. Dies ist größtenteils auf die Halbierung der Anzahl der Beobachtungen zurückzuführen. Die 5-Tages-Lösungen liegen damit aber immer noch unter 1 cm Standardabweichung, womit eine Bestimmung des zeitvariablen Schwerfeldes über das Postprocessing im Bereich von weit unter 1 cm möglich sein sollte.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse und die daraus gezogenen Schlussfolgerungen für die Bestimmung des zeitvariablen Schwerfeldes mit GETRIS sowie die GETRIS Mission als solche werden nun im abschließenden Kapitel dargestellt.

6. Abschließende Betrachtungen

In diesem letzten Kapitel wird im ersten Abschnitt ein Überblick über den in dieser Arbeit beschrittenen Weg gegeben und ausführlich auf die Ergebnisse und ihre Bedeutung für die Schwerefeldbestimmung eingegangen. Daran anschließend wird in Abschnitt 6.2 ein Ausblick auf weitere Forschungsfragen und die Entwicklung der GETRIS Mission gegeben.

6.1 Diskussion

Ziel dieser Arbeit war es zu untersuchen, ob mit dem Konzept der GETRIS Mission eine genaue Bestimmung des Schwerefeldes in der Zukunft möglich sein könnte. Besonders sollte dabei die Möglichkeit untersucht werden, zeitvariable Schwerefelder, verursacht durch kontinentale Hydrologie, zu bestimmen.

In Kapitel 2 wurde dazu eine theoretische Einführung in die Darstellung und Bestimmung des Schwerefeldes gegeben. Aus dem Schwerepotential wurde auf das Störpotential geschlossen und dessen Ableitungen im Meissl-Rummel-Schema dargestellt. Hierin ließen sich die Messverfahren der bisherigen Schwerefeldmissionen und auch der geplanten GETRIS Mission einordnen. Den bisherigen und geplanten Schwerefeldmissionen widmete sich Abschnitt 2.2. Er zeigte, dass von den bisherigen Schwerefeldmissionen nur GRACE zeitvariable Anteile am Schwerefeld erfassen kann. Außerdem wurde deutlich, dass auch für die nahe Zukunft keine Schwerefeldmissionen geplant sind, die das zeitvariable Feld in deutlich kürzeren Zeiträumen als einem Monat direkt erfassen können. Eine Mission, die dieses Ziel erreichen könnte, ist die GETRIS Mission, wie sie im Abschnitt 2.3 vorgestellt wurde. Auch wenn ihr primäres Ziel die Schaffung einer Zeit- und Positionsreferenz ist, so lassen sich mit ihrer Hilfe auch Schwerefelder bestimmen. Durch die Verwendung der Entfernungsmessungen von geostationären Satelliten zu tieffliegenden Satelliten kann aus den Beschleunigungsdifferenzen auf die Störbeschleunigungen und damit schließlich das Schwerefeld geschlossen werden. Das Messkonzept kann dabei als extreme-high-low satellite-to-satellite tracking bezeichnet werden. Besonders interessant ist dabei, dass anders als bei GRACE die Entfernungsmessungen größtenteils die radiale Komponente des Schwerefeldes erfasst, die somit sehr viel besser bestimmt werden kann als mit GRACE.

Abschnitt 2.4 führte in die Inverse Modellierung und die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate ein, wie sie auch im Missionssimulator verwendet wird.

Kapitel 3 befasste sich mit der Durchführung dieser Arbeit. Neben der Durchführungs- und Auswertestrategie wurden hier auch wichtige Parameter wie die Eingangsdaten festgelegt. In Abschnitt 3.2 wurde der closed-loop

Simulator und seine wichtigsten Eigenschaften beschrieben und daran anschließend die Konfiguration veranschaulicht.

In Kapitel 4 wurden die verwendeten Eingangsdaten ausführlich beschrieben. War das verwendete Eingangsschwerefeld GOCO02S zum Beginn dieser Arbeit noch das neueste frei verfügbare, so gibt es mittlerweile mehr als eine Hand voll neuerer Modelle. Da die Genauigkeit des Referenzmodells aber keinen Einfluss auf die Genauigkeit der Resultate hat, hat dies keinen Einfluss auf diese Arbeit. Bei der Auswahl der in Abschnitt 4.2 beschriebenen zeitvariablen Daten gab es keine wirklichen Alternativen. Zwar werden aus GRACE Daten auch zeitvariable Schwerfelder für kürzere Zeiträume abgeleitet, eine 6-stündige Auflösung, wie bei den hier verwendeten Daten, kann so aber nicht erreicht werden. Die Auswahl der tieffliegenden Satelliten bzw. ihrer Orbits ließ den deutlich größten Spielraum. Um realistische und zumindest theoretisch realisierbare Lösungen zu erhalten, wurde hier auf die Orbits von bereits vorhandenen Missionen zurück gegriffen. Die Orbits der GRACE und SENTINEL-1 Mission sind dabei beispielhaft für einen sehr tief fliegenden Satelliten und eine typische optische Erdbeobachtungsmission.

Beim Rauschverhalten der Beobachtungen musste aus Mangel an genauen Instrumentenspezifikationen und ihrem Einfluss auf die Messungen auf weißes Rauschen zurück gegriffen werden. Das verwendete Rauschniveau von $\sigma = 5 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}^2$ wurde aus der angezielten Entfernungsmessgenauigkeit der GETRIS Mission von $1 \mu\text{m}$ empirisch abgeleitet, wie es bei GRACE erreicht werden kann. Andere Arbeiten zeigten inzwischen, dass das Rauschniveau sehr optimistisch gewählt wurde und wahrscheinlich eher höher liegt. Eine Veränderung des Rauschniveaus bewirkt in den Ergebnissen eine gleichmäßige Skalierung. Der benötigte zum Rauschverhalten passende Filter war bereits im Missionssimulator implementiert und benötigte keine Veränderung.

Kapitel 5 begann mit den Ergebnissen zum Sichtbereich der geostationären Satelliten. Hier zeigte sich, dass bereits mit einem tieffliegenden Satelliten sehr gute Ergebnisse bei der Bestimmung der Schwerfeldkoeffizienten bis Grad und Ordnung 60 erreicht werden können. Auch die Fehler der Koeffizienten waren insgesamt sehr gering, es fiel aber deutlich ein Streifenmuster in den niedrigen Ordnungen auf. Durch die Abschattung der Erde, mit oder ohne Atmosphäre, stiegen die Fehler der Koeffizienten nur wenig im Vergleich zur Lösung ohne Abschattung. Das senkrechte Streifenmuster in der Darstellung der Fehler der Koeffizienten konnte auf das GETRIS Messprinzip und die Kugelflächenfunktionen zurück geführt werden. Ein anderer Effekt des Messprinzips wurde in der Darstellung der Fehler als Geoidhöhen erkennbar. Die Fehler steigen zum Rand des Sichtbereiches der geostationären Satelliten deutlich an. Dies ließ sich damit erklären, dass die radiale Komponente des Schwerfeldes hier deutlich schlechter bestimmbar ist.

Um diese beiden Effekte zu minimieren, ist eine größere Anzahl an geostationären Satelliten notwendig. Dies zeigte sich in den Untersuchungen zur Anzahl der geostationären Satelliten. In den Dreiecksplots der Fehler verschwanden die Steifen fast vollständig bei der Verwendung von vier statt zwei geostationären Satelliten. In der Darstellung als Geoidhöhen traten die Randeffekte ebenfalls nicht mehr auf, da diese Bereiche gut von einem anderen geostationären Satelliten beobachtet werden konnten. Zusätzlich folgt aus der größeren Zahl an Satelliten eine größere Zahl an Beobachtungen, die die Amplitude der Fehler allgemein senkte.

Bei den Simulationen zum statischen Schwerfeld zeigte sich bereits das Potential der GETRIS Mission. Im Vergleich zur GRACE und Pendelmission konnten die Koeffizienten deutlich besser bestimmt werden. Im Bereich der sektoriellen Koeffizienten waren die Fehler bei GETRIS deutlich geringer, lediglich die zonalen Koeffizienten können mit den ll-sst Methoden besser bestimmt werden. Die besten Ergebnisse ließen sich mit der Kombination der GRACE Mission und der zusätzliche Messung von den geostationären Satelliten zu GRACE A erreichen. Die Bestimmung der Koeffizienten profitierte hier von den Stärken beider Konzepte. Im Geoidhöhenbild der Fehler zeigte sich hierbei außerdem, dass die GETRIS Mission die typischen GRACE Streifenmuster vollständig verschwinden lässt und somit keine nachträgliche Filterung mehr nötig ist. Die Geoidhöhenfehler konnten so um eine Größenordnung verringert werden. Die Simulation der SENTINEL Mission zeigte deutlich, dass die Bahnhöhe des tieffliegenden Satelliten ein entscheidender Parameter für die Qualität der Lösung ist. Die Ergebnisse dieser Simulation wiesen deutlich größere Fehler auf.

Die Simulationen zum zeitvariablen Schwerfeld über 27 Tage zeigten ein ähnliches Bild. Das zeitvariable Schwerfeld konnte in fast allen Simulationen bis zu Grad 50 sehr gut bestimmt werden. Lediglich beim SENTINEL Satelliten reichte die Bahnhöhe nicht aus, um das Hydrologiesignal auch in hohen Graden deutlich von den Fehlern zu trennen. Die Kombination von GRACE und GETRIS konnte auch hier die GRACE-typischen Fehler verhindern und die besten Ergebnisse liefern. Dies führte zu der Entscheidung, auch kürzere Zeiträume zu untersuchen. Bei den Simulationen über zehn Tage wurde deutlich, dass mit einer größeren Zahl an tieffliegenden Satelliten das zeitvariable Schwerfeld noch sehr gut bestimmt werden kann. Allerdings wurde auch hier sichtbar, dass durch die Bahnhöhe des SENTINEL die Bestimmung des zeitvariablen Feldes deutlich schlechter möglich ist. Mit mehreren GRACE Satelliten und der Kombination von GRACE und SENTINEL Satelliten konnte das zeitvariable Feld sehr genau bestimmt werden und selbst nach Abzug des mittleren zeitvariablen Feldes blieben nur Restfehler von wenigen Millimetern.

Durch die weitere Verkürzung des Beobachtungszeitraums auf fünf Tage konnte das zeitvariable Schwerfeld mit den SENTINEL Satelliten nur noch sehr ungenau bestimmt werden. Mit den GRACE Satelliten und der

Kombination beider Typen war dies aber weiterhin sehr gut möglich. Die Restfehler lagen immer noch deutlich unter einem Zentimeter.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Bestimmung des Schwerefeldes und der zeitvariablen Anteile, verursacht durch kontinentale Hydrologie, mit dem in dieser Arbeit untersuchten Konzept, und bei geeigneten Randbedingungen, sehr gut möglich ist.

Ob dies in Zukunft tatsächlich möglich sein wird, soll im abschließenden Ausblick diskutiert werden.

6.2 Ausblick

Da während der Durchführung dieser Arbeit die Planung am GETRIS Konzept natürlich nicht stillstand, ergaben sich einige Änderungen am Grundkonzept der Mission. Diese Änderungen konnten leider nicht mehr direkt in diese Arbeit überführt werden, sie sollen hier aber kurz dargestellt und als Grundlage für den weiteren Ausblick dienen. Daneben wird auch ihr Einfluss auf die Ergebnisse dieser Arbeit erläutert.

Zum neuen Missionskonzept befinden sich zwei erste Simulationen im Anhang.

Statt eines multi-direktionalen Mikrowellenlinks zwischen den GETRIS und den tieffliegenden Satelliten ist im neuen Konzept eine Laserverbindung geplant. Diese ist deutlich genauer in der Entfernungsmessung, hat aber zur Folge, dass die beiden Satelliten für die Datenübertragung bzw. Entfernungsmessung aufeinander ausgerichtet werden müssen. Hierdurch ist nur noch eine eins zu eins Verbindung möglich. Es kann also nicht die Entfernung zu mehreren tieffliegenden Satelliten gleichzeitig gemessen werden, wie bei den Simulationen mit mehreren tieffliegenden Satelliten angenommen wurde. Die Genauigkeit des Instruments soll dabei aber bei dem in dieser Arbeit verwendeten $1 \mu\text{m}$ (entsprechend einem Rauschniveau von $5 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}^2$) bleiben. Da die GETRIS Satelliten hauptsächlich ein Zeit- und Positionssignal übertragen sollen, sieht das Konzept außerdem vor, alle fünf Minuten einen anderen tieffliegenden Satelliten anzuzielen. Damit ergeben sich für die Schwerefeldbestimmung keine langen Bahnbögen mehr, sondern ein Flickenteppich aus fünfminütigen Bahnbogenstücken.

Die dauerhafte Bahnbestimmung eines Satelliten, wie sie in dieser Arbeit in allen Simulationen angenommen wurde, ist damit nicht mehr möglich.

Die Simulationen, bei denen ein Satellit beobachtet wurde, sind damit in ihrer hier gezeigten Form nicht mehr korrekt. Nimmt man aber an, dass es eine genügend große Anzahl an tieffliegenden Satelliten auf einem sehr ähnlichen Orbit gibt, dann spielt das neue Beobachtungskonzept nur eine geringe Rolle. Die Beobachtungspunkte würden dann zwar nicht mehr auf einem homogenen Orbit liegen, die Anzahl der Beobachtungen und ihre

Verteilung wären aber sehr ähnlich. Somit wären fast die gleichen Ergebnisse zu erzielen. Um dies zu untersuchen, sollten in jedem Fall neue Simulationen mit kurzen Bahnbogenstücken gerechnet werden.

Die Simulationen zu kürzeren Zeiträumen mit mehreren Satelliten sind nach dem neuen Konzept nicht mehr möglich und auch ähnliche Konfigurationen können nicht mehr zur Schwerefeldbestimmung benutzt werden. Hier sollte in Zukunft untersucht werden, ob das Bestimmen des zeitvariablen Feldes in kürzeren Zeiträumen dennoch möglich ist. Ansätze hierzu wären die Kombination von dauerhaft messenden Schwerefeldmissionen mit wiederholten Messungen zu den GETRIS Satelliten. Dafür würde sich eine Kombination der GRACE Mission und GETRIS, sowie der möglichen Pendelmissionen und GETRIS eignen.

Zukünftige Simulationen sollten also nur noch mit Bahnbogenstücken und verschiedenen tieffliegenden Satelliten rechnen. Dabei sollte auch eine realistische Verteilung der Satelliten bezüglich ihrer Bahnhöhe berücksichtigt werden. Wie gezeigt, lassen sich mit sehr tieffliegenden Satelliten ($h < 500\text{km}$) deutlich bessere Ergebnisse erzielen, die Anzahl im Verhältnis zur Gesamtzahl aller tieffliegenden Satelliten ($h < 1000\text{km}$) ist aber eher gering. In diesem Zusammenhang ist auch interessant, inwieweit mit dem GETRIS Konzept höhere Grade des Schwerefeldes bestimmt werden können.

Ein weiterer Punkt für zukünftige Simulationen ist der Einfluss der anderen zeitvariablen Effekte. Diese treten teilweise sehr periodisch auf und könnten zu unerwünschten Aliasing-Effekten führen, außerdem ist eine Trennung der Effekte aus dem gemessenen Schwerefeld in der Realität kaum möglich und sollte daher in den Simulationen so berücksichtigt werden.

In einem späteren Stadium der Planung sollten Simulationen mit realistischen Fehlermodellen gerechnet werden. Dies kann noch einmal erheblichen Einfluss auf die Lösungen haben. Um die Fehler durch die so benannten typischen GETRIS Fehlerstrukturen zu minimieren, sollten Simulationen zur Anzahl und auch Verteilung der GETRIS Satelliten erfolgen. Wie die Simulationen schon zeigten, sollten hierbei möglichst mehr als zwei geostationäre Satelliten verwendet werden, um die Randeffekte des Sichtbereiches zu vermeiden. Eine Möglichkeit, mit nur zwei GETRIS Satelliten trotzdem gute Ergebnisse zu erzielen, wäre hier die Satelliten so zu positionieren, dass die Fehlerstrukturen in Gebieten auftauchen, in denen es sehr viele alternative Datenquellen gibt. So könnte ein Kombinationsmodell die Fehler eliminieren. In Kombination mit einer größeren Anzahl an tieffliegenden Satelliten könnten so vermutlich auch die zeitvariablen Schwerefeldänderungen in kurzen Zeiträumen bestimmt werden. Hierbei könnte auch die Filterung der hochfrequenten, relativ zufälligen Fehler, noch einen erheblichen Genauigkeitsgewinn bringen, was aber weiterer Untersuchungen bedarf.

Zum Abschluss lässt sich sagen, dass eine Realisierung der GETRIS Mission mit möglichst vielen geostationären Satelliten einen großen Gewinn für die Schwerefeldbestimmung und die geodätische Forschung bedeuten würde. Auch im Hinblick auf GGOS und die anderen Geowissenschaften ist eine Verwirklichung des Konzepts anzustreben. Es bleibt zu hoffen, dass in diesem Fall die wissenschaftlichen Interessen über die finanziellen Bedenken gestellt werden.

Literaturverzeichnis

Bagri, D. S.; Majid, W. (2009): Accurate spacecraft angular position from DSN VLBI phases using X-band telemetry or DOR tones. In: 2009 IEEE Aerospace conference: IEEE, S. 1-7.

Bender, P. L.; Wiese, D. N.; Nerem, R. S. (2008): A possible dual-GRACE mission with 90 degree and 63 degree inclination orbits. In: Proceedings of the third international symposium on formation flying, missions and technologies. ESA/ESTEC, Noordwijk, S. 1-6.

Beutler, G. (2005): Methods of celestial mechanics. Band I: Physical, Mathematical and Numerical Principles. 1. Auflage. Berlin; Heidelberg; New York: Springer.

Cacciapuoti, L.; Salomon, Ch. (2009): Space clocks and fundamental tests: The ACES experiment. In: The European Physical Journal - Special Topics, 172, S. 57-68. Online verfügbar unter <http://dx.doi.org/10.1140/epjst/e2009-01041-7>.

Drinkwater, M. R.; Floberghagen, R.; Haagmans, R; Muzi, D.; Popescu, A. (2003): GOCE: ESA's first earth explorer core mission. In: Beutler, G. et al (ed) Earth gravity field from space—from sensors to earth science, space sciences series of ISSI, 18. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, S. 419-432, ISBN: 1-4020-1408-2.

e.motion (2009): e.motion - Earth System Mass Transport Mission. Proposal for Earth Explorer Opportunity Mission EE-8. In Response to Call for Proposals for Earth Explorer Opportunity Mission EE-8 (ESA/EXPLORER/COM-3/EE-8 October 2009).

ESA (2012): Homepage der ESA über GOCE. <http://www.esa.int/SPECIALS/GOCE/index.html>. Letzter Aufruf: 29.09.2012.

Flechtner, F. M. (2012): Status GRACE, GRACE-FO und LOTSE Präsentation. Statusseminar GEOTECHNOLOGIEN "Weltraum Phase III", Potsdam, 24.05.2012.

GETRIS (2011): Geodesy and Time Reference in Space - GETRIS. Technical Proposal. In response to ESA Invitation to Tender AO/1-6311-2010/F/WE

GFZ (2012a): Homepage des GFZ Potsdam über CHAMP. <http://op.gfz-potsdam.de/champ>. Letzter Aufruf: 29.09.2012.

GFZ (2012b): Homepage des GFZ Potsdam über GRACE. <http://www.gfz-potsdam.de/portal/Struktur/Department+1/sec12/projects/grace>. Letzter Aufruf: 29.09.2012.

Goiginger, H.; Hoeck, E.; Rieser, D.; Mayer-Guerr T.; Maier, A.; Krauss, S.; Pail, R.; Fecher, T.; Gruber, T.; Brockmann, J. M.; Krasbutter, I.; Schuh, W.-D.; Jaeggi, A.; Prange, L.; Hausleitner, W.; Baur, O.; Kusche, J. (2011): The combined satellite-only global gravity field model GOCO02S. Presented at the 2011 General Assembly of the European Geosciences Union, Vienna, Austria, April 4-8, 2011.

Gruber, T. (2009): Globale Schwerefeldmodelle und Anwendungen, Aktuelle Satellitenmissionen. Vorlesungsskript. München: Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Technische Universität München.

Gruber, T.; Bamber, J. L.; Bierkens, M. F. P.; Dobslaw, H.; Murböck, M.; Thomas, M. et al. (2011): Simulation of the time-variable gravity field by means of coupled geophysical models. In: Earth System Science Data 3(1), S. 19-35. Online verfügbar unter <http://www.earth-syst-sci-data.net/3/19/2011/>.

Hess, M. P.; Kehrer, J.; Kufner, M.; Durand, S.; Hejc, G.; Fruhauf, H. et al. (2011): ACES MWL status and test results. In: 2011 Joint Conference of the IEEE International Frequency Control and the European Frequency and Time Forum (FCS), S. 1-8. Online verfügbar unter <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5977727>.

Hofmann-Wellenhof, B.; Moritz, Helmut (2005): Physical Geodesy. 2. Auflage. Wien; New York: SpringerWienNewYork.

Horwath, M.; Dietrich, R. (2009): Signal and error in mass change inferences from GRACE: the case of Antarctica. In: Geophysical Journal International, 177(3), S. 849-864. Wiley, ISSN 0956-540X, DOI: 10.1111/j.1365-246X.2009.04139.x, 2009.

ICGEM (2012): Homepage des International Centre for Global Earth Models (ICGEM) am GFZ Potsdam. <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>. Letzter Aufruf: 29.09.2012.

Ilk, K. H.: Formulierung von Energieaustauschbeziehungen zur Ausmessung des Gravitationsfeldes. In: Die Arbeiten des Sonderforschungsbereichs 78 Satellitengeodäsie der Technischen Universität München im Jahre 1982, Schneider, M. (ed.), Astronomisch-Geodätische Arbeiten der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung, Nr. 43, 1983.

Jäger, R. R.; Müller, T.; Saler, H.; Schwäble, R. (2005): Klassische und robuste Ausgleichungsverfahren. Ein Leitfaden für Ausbildung und Praxis von Geodäten und Geoinformatikern. Heidelberg: Wichmann.

Kaula, W. M. (1966): Theory of satellite geodesy applications of satellites to geodesy. Waltham, Mass: Blaisdell Pub. Co.

Loomis, B.; Nerem, R.; Luthcke, S.: Simulation study of a follow-on gravity mission to GRACE. In: Journal of Geodesy, S. 1-17. Online verfügbar unter <http://dx.doi.org/10.1007/s00190-011-0521-8>.

Martín-Mur, T.; Antreasian, P.; Border, J.; Benson, J.; Dhawan, V.; Fomalont, E.; Graat, E.; Jacobson, R.; Lanyi, G.; McElrath, T.; Romney, J.; Walker, C. (2006): Use of Very Long Baseline Array interferometric data for spacecraft navigation. Online verfügbar unter <http://trs-new.jpl.nasa.gov/dspace/bitstream/2014/39896/1/06-1178.pdf>.

Mayer-Gürr, T.; Kurtenbach, E.; Eicker, .; Kusche, J. (2010): The ITG-Grace2010 gravity field model. (submitted) In: Geophysical Research Letters, submitted. Jg. 2011. Daten und Informationen online verfügbar unter:
<http://www.igg.uni-bonn.de/apmg/index.php?id=itg-grace2010,%202010>;
Letzter Aufruf: 29.09.2012.

Montenbruck, O.; Gill, E. (2001): Satellite Orbits - Models, Methods and Applications. Heidelberg: Springer.

Nothnagel, A. (2010): Space-time reference systems for monitoring global change and for precise navigation. Frankfurt am Main: Verl. des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie (Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 44.

Pail, R. (2011): Globales Geodätisches Beobachtungssystem (GGOS). Vorlesungsskript. Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Technische Universität München.

Pail, R.; Bruinsma, S.; Migliaccio, F.; Förste, C.; Goiginger, H.; Schuh, W.-D.; Höck, E.; Reguzzoni, M.; Brockmann, J. M.; Abrikosov, O.; Veicherts, M.; Fecher, T.; Mayrhofer, R.; Krasbutter, I.; Sansò, F.; Tscherning, C. C. (2011a): First GOCE gravity field models derived by three different approaches. In: Journal of Geodesy, 85(11), S. 819-843, Springer, ISSN 0949-7714, DOI: 10.1007/s00190-011-0467-x, 2011.

Pail, R.; Fecher, T.; Jäggi, A.; Goiginger, H. (2011b): Can GOCE help to improve temporal gravity field estimates? In: Ouwehand, L. (Hg.):

Proceedings of the 4th International GOCE User Workshop, ESA Publication SP-696: ESA/ESTEC. Online verfügbar unter http://www.spacebooks-online.com/product_info.php?cPath=104&products_id=17254.

Pail, R.; Mayrhofer, R.: Satellite formations for the reduction of temporal (tidal) aliasing effects. IAG 2009, Geodesy for Planet Earth, Buenos Aires, 31.08.2009.

Proakis, J. G.; Manolakis, D. G. (2007): Digital signal processing. 4. Aufl. Upper Saddle River, N.J: Pearson Prentice Hall.

Ramillien, G.; Cazenava, A.; Brunau, O. (2004): Global time variations of hydrological signals from GRACE satelliten gravimetry. In: Geophysical Journal International, 158(3), S. 813-826, DOI: 10.1111/j.1365-246X.2004.02328.x.

Reigber, Ch.; Luehr, H.; Schwintzer, P. (2002): CHAMP Mission Status. In: Advances in Space Research, 30(2), S. 129-134, 2002.

Rummel, R.; van Gelderen, M. 1995: Meissl scheme - spectral characteristics of physical geodesy; In: manuscripta geodaetica, 20(5), S. 379-385. Springer. ISSN 0340-8825.

Schreiber, U.; Prochazka, I.; Lauber, P.; Hugentobler, U.; Schafer, W.; Cacciapuoti, L.; Nasca, R. (2009): The european laser timing (ELT) experiment on-board ACES. In: 2009 Joint with the 22nd European Frequency and Time forum. IEEE International Frequency Control Symposium, S. 594-599. Online verfügbar unter <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5168251>.

Schreiber, K.U.; Prochazka, I.; Lauber, P.; Hugentobler, U.; Schafer, W.; Cacciapuoti, L.; Nasca, R. (2010): Ground-based demonstration of the European Laser Timing (ELT) experiment. In: Ferroelectrics and Frequency Control Ultrasonics, 57(3), S. 728-737. Online verfügbar unter <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5422519>.

Sneeuw, N.; Gerlach, C.; Svehla, D.; Gruber, C. (2002): A first attempt at time variable gravity recovery from CHAMP using the energy balance approach. In: Tziavos, I. N. (eds.) Gravity and Geoid: Proceedings of 3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission, Thessaloniki, 2002, S. 237-242.

Tiwari, V. M.; Wahr, J.; Swenson, S. (2009): Dwindling groundwater resources in northern India, from satellite gravity observations; *Geophysical Research Letters*, 36, L18401, doi:10.1029/2009GL039401.

Torge, W.; Müller, J. (2012): *Geodesy*. 4. Auflage. Berlin: De Gruyter.

Van Beek, L. P. H.; Bierkens, M. F. P. (2008): *The Global Hydrological Model PCR-GLOBWB: Conceptualization, Parameterization and Verification*. Report. Department of Physical Geography, Utrecht University, Utrecht, The Netherlands. Online verfügbar unter <http://vanbeek.geo.uu.nl/suppinfo/vanbeekbierkens2009.pdf>.
Letzter Aufruf: 29.09.2012.

Werth, S.; Güntner, A.; Petrovic, S.; Schmidt, R. (2009a): Integration of GRACE mass variations into a global hydrological model. In: *Earth and Planetary Science Letters*, 277(1-2), S. 166-173.

Werth S.; Güntner A.; Schmidt R.; Kusche J. (2009b): Evaluation of GRACE filter tools from a hydrological perspective. In: *Geophysical Journal International*, 179(3), S. 1499-1515.
doi:10.1111/j.1365-246X.2009.04355.x.

Wiese, D. N.; Folkner, W. M.; Nerem, R. S. (2009): Alternative mission architectures for a gravity recovery satellite mission. In: *Journal of Geodesy*, 83(6), S. 569-581.

Wiese, D. N.; Nerem, R. S.; Lemoine, F. G. (2011): Design considerations for a dedicated gravity recovery satellite mission consisting of two pairs of satellites. In: *Journal of Geodesy*, 86(2), (2012), S. 81-98, DOI: 10.1007/s00190-011-0493-8.

Anhang

Für das neue GETRIS Missionsdesign sollen hier noch zwei Simulationen vorgestellt werden.

Für die erste Simulation wurden insgesamt zehn tieffliegende Satelliten über zehn Tage betrachtet und die Rekonstruierbarkeit des zeitvariablen Schwerefeldsignals untersucht. Hierzu wurden mehrere Satellitenbahnen, die auf dem GRACE und dem SENTINEL Orbit beruhen, generiert. Da im Erdorbit deutlich mehr Satelliten auf höheren Bahnen (~ 700 km), als auf niedrigen Bahnen (~ 400 km) fliegen, wurden hier zwei GRACE-ähnliche und acht SENTINEL-ähnliche Bahnen gewählt. Um eine annähernd gleichmäßige Überdeckung zu erhalten, wurden die Bahnen zu Anfang gleichmäßig um die Erde verteilt. Tabelle 19 zeigt die anfängliche Verteilung. Die anderen Bahnparameter wurden wie bisher gewählt (vgl. Tabelle 7).

Satellit	Länge des aufsteigenden Bahnknotens Ω [°]
GRACE 1	0
SENTINEL 1	36
SENTINEL 2	72
SENTINEL 3	108
SENTINEL 4	144
GRACE 2	180
SENTINEL 5	216
SENTINEL 6	252
SENTINEL 7	288
SENTINEL 8	324

Tabelle 19: Anfängliche Verteilung der LEOs

Von zwei geostationären GETRIS Satelliten aus wurden diese Satelliten nacheinander je fünf Minuten lang beobachtet. War ein Satellit zu einem Zeitpunkt nicht sichtbar wurde ein anderer ausgewählt. Die Reihenfolge, in der die LEOs beobachtet wurden, wurde dabei zufällig bestimmt, da es durch die gleichmäßige Verteilung der Satelliten um die Erde in Verbindung mit einer gleichbleibenden Beobachtungsreihenfolge zu starken Aliasing Effekten kommen kann.

Die Abbildungen Abbildung 78 und Abbildung 79 zeigen das berechnete zeitvariable Schwerefeld und die Restfehler nach Abzug des mittleren zeitvariablen Schwerefelds.

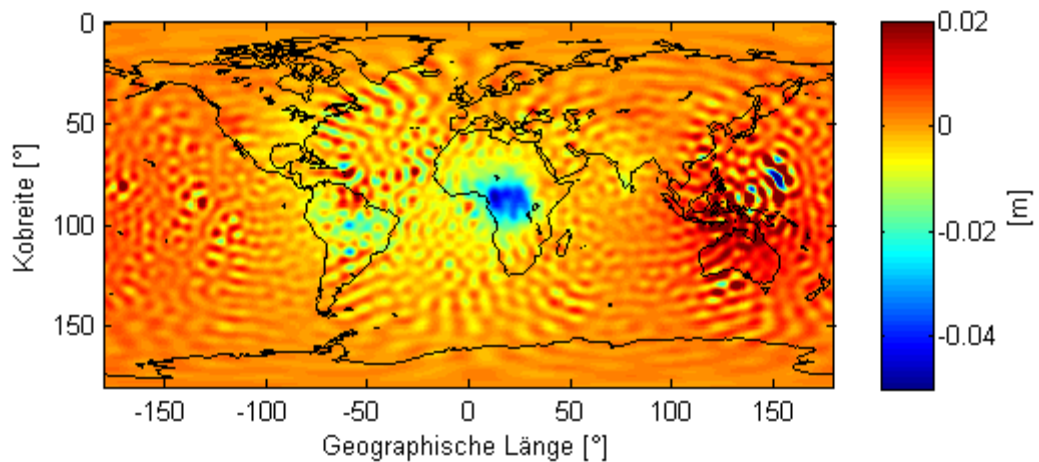


Abbildung 78: Geoidhöhen, 10 Satelliten, 2 GEOS +H -GOCO02S

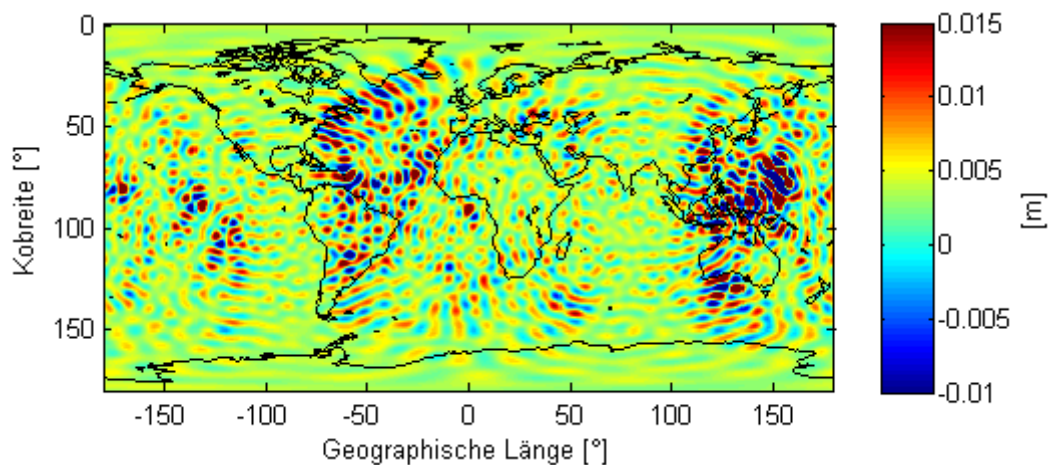


Abbildung 79: Geoidhöhen, 10 Satelliten, 2 GEOS +H -GOCO02S -H_mean

Das zeitvariable Schwerfeld kann zwar global gesehen noch relativ gut rekonstruiert werden (Abbildung 78), allerdings ergeben sich lokal sehr große Fehler. Dies wird auch in Abbildung 79 deutlich. Da die Fehler aber relativ zufällig verteilt sind, können sie in weiten Teilen sehr einfach durch Filter verringert werden. In einigen Gebieten wird dies aber wahrscheinlich nicht möglich sein. Diese großen lokalen Fehler sind vermutlich darauf zurück zu führen, dass es in diesen Bereichen zu wenig Beobachtungen, besonders zu den tieffliegenden GRACE Satelliten, gab.

Tabelle 20 zeigt die Standardabweichung, die etwas höher ausfällt, als die Werte zum zeitvariablen Schwerfeld (Tabelle 15, S. 70).

Simulation	Standardabweichung [mm]
10 LEOs, 2 GEOS	4,602

Tabelle 20: Standardabweichung der Restfehler

Zum Vergleich was bisher mit GRACE möglich ist, zeigt Abbildung 80 wie gut eine reine GRACE AB Lösung das zeitvariable Schwerfeld in zehn Tagen bestimmen kann. Hier sind deutlich die Fehlerstreifen zu erkennen.

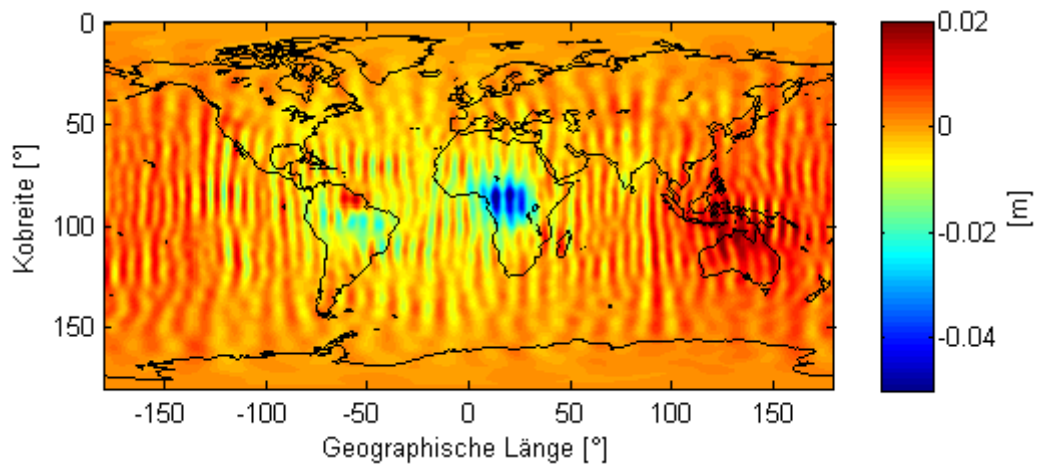


Abbildung 80: Geoidhöhen, GRACE AB +H -GOCO02S

Anhand der zweiten Simulation soll gezeigt werden, ob mit einer zusätzlichen zeitweisen Beobachtung der GRACE Satelliten von zwei GETRIS Satelliten aus, die Ergebnisse verbessert werden können. Hierzu wurde die reine GRACE Lösung mit Beobachtungen von zwei GETRIS Satelliten kombiniert, die jeweils nach einer Stunde fünf Minuten lang GRACE A beobachteten. War der Satellit zu diesem Zeitpunkt nicht sichtbar, wurde keine Beobachtung vorgenommen. Abbildung 81 zeigt das erhaltene zeitvariable Schwerfeld.

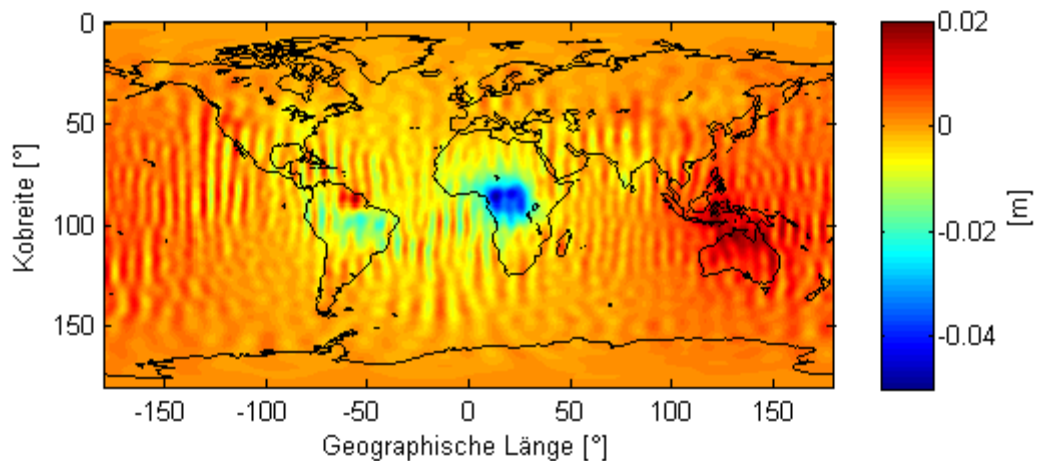


Abbildung 81: Geoidhöhen, GRACE AB, 2 GEOS 5min/65min +H -GOCO02S

In einigen Bereichen ist hier eine deutliche Reduktion der GRACE Fehleramplituden zu erkennen. Besonders in Zentralafrika und vor der Westküste Südamerikas wird dies deutlich. Die Erklärung für diese örtliche Verbesserung liegt in der Verteilung der GETRIS Beobachtungspunkte, wie die folgenden Abbildungen zeigen. Die Abbildung 82 und 84 zeigen dabei Restfehler nach Abzug des mittleren zeitvariablen Signals, Abbildung 83 die Positionen des GRACE A Satelliten zu den Zeitpunkten der Beobachtungen der beiden GETRIS Satelliten.

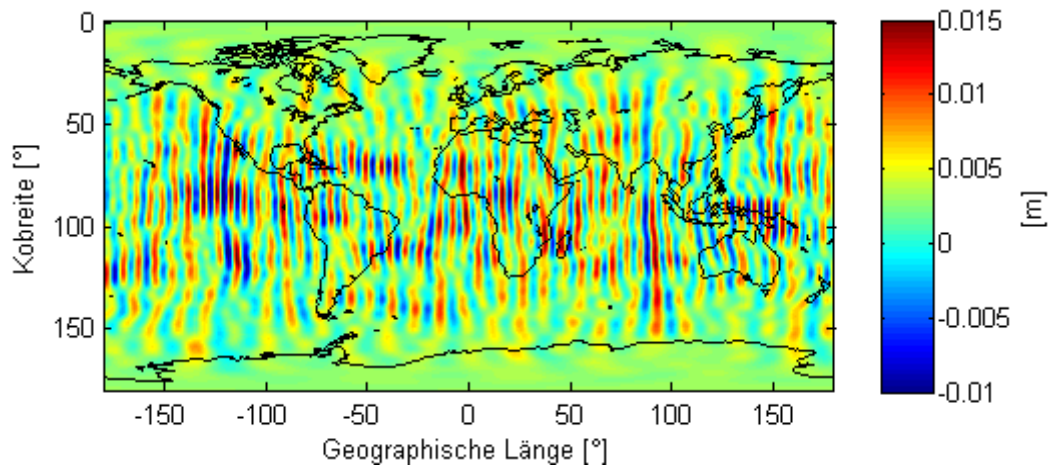


Abbildung 82: Geoidhöhen, GRACE AB +H -GOCO02S -H_mean

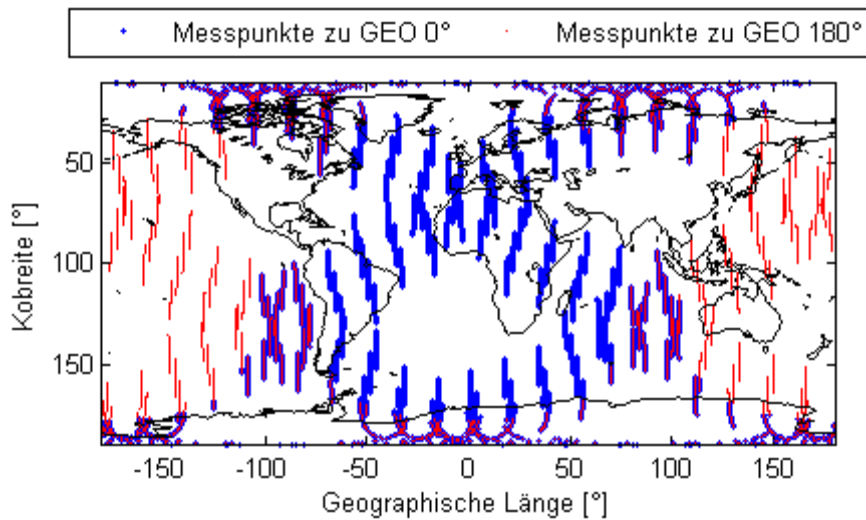


Abbildung 83: Orbitpositionen der GEO-LEO Beobachtungen

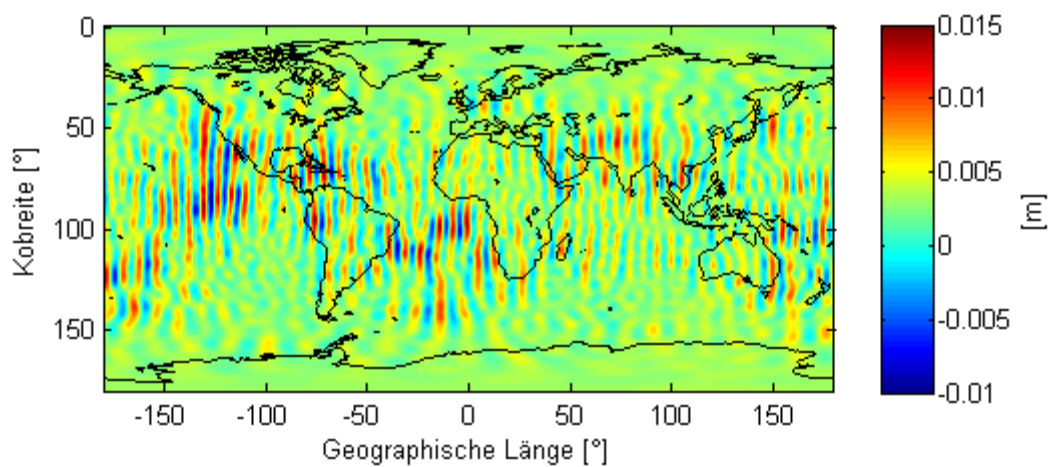


Abbildung 84: Geoidhöhen, GRACE AB, 2 GEOs 5min/65min +H -GOCO02S -H_mean

Man erkennt deutlich den Zusammenhang zwischen GETRIS Beobachtungspunkten und einem kleineren Restfehler an diesen Stellen.

Auch global gesehen verbessert die Kombination das Ergebnis, wie Tabelle 21 anhand der Standardabweichungen zeigt.

Simulation	Standardabweichung [mm]
GRACE AB	3,631
GRACE AB, 2 GEOs 5min/65min	2,593

Tabelle 21: Standardabweichungen der GRACE und GRACE-GETRIS Restfehler

Zum Abschluss noch ein Blick auf die Fehler der Koeffizienten (Abbildung 85) und die Gradvarianzen (Abbildung 86).

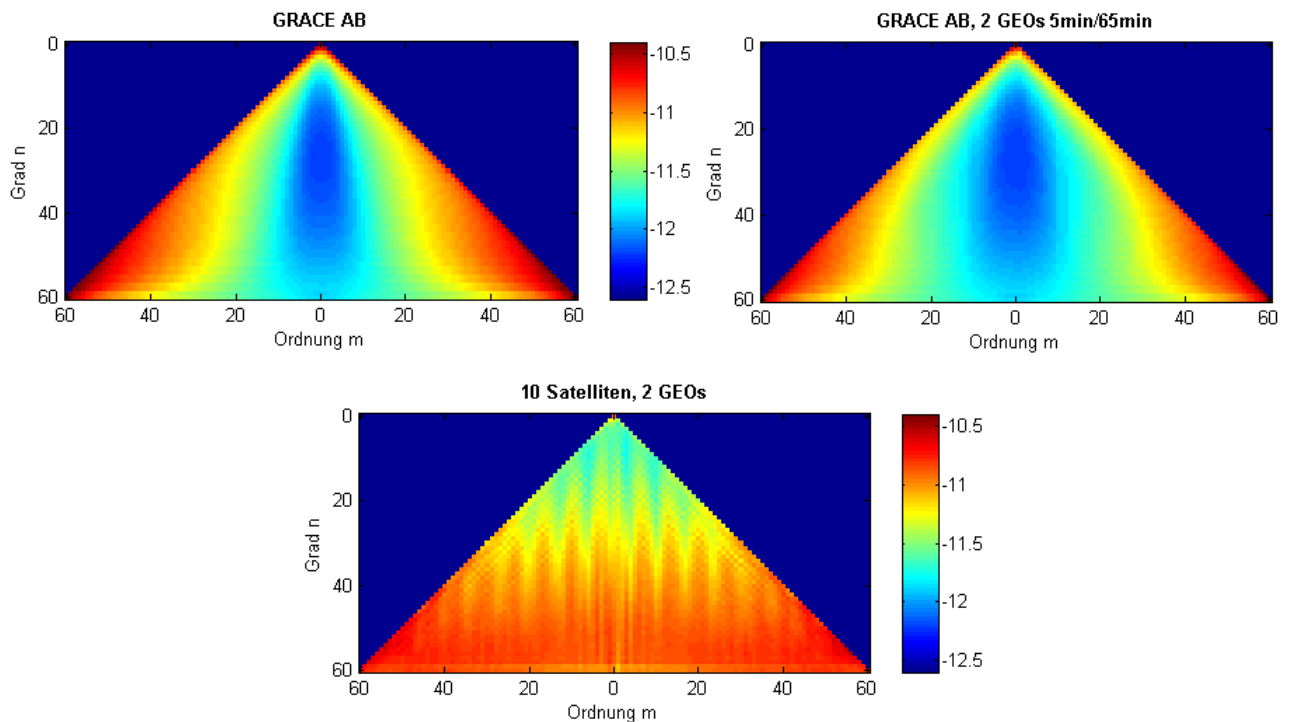


Abbildung 85: Fehler der Koeffizienten

Die Fehler der Koeffizienten bei der reinen GRACE und der kombinierten GRACE-GETRIS Lösung sehen sehr ähnlich aus. Durch die Kombination können die Koeffizienten im Zentrum aber etwas besser bestimmt werden.

Bei der Lösung aus zehn Satelliten von zwei geostationären GETRIS Satelliten aus beobachtet sind die Fehler insgesamt deutlich größer. Auch die zentralen Koeffizienten können hier nicht sehr genau bestimmt werden, da die 11-ssst Komponente fehlt. Außerdem sind auffällige senkrechte Streifen in der Darstellung zu erkennen. Diese Streifen werden wahrscheinlich durch Resonanzeffekte der Bahnen verursacht.

Abbildung 86 zeigt die Signal- und Fehlergradvarianzen der drei Konfigurationen im Vergleich. Hier erkennt man deutlich, dass mit zehn Satelliten die niedrigen Grade deutlich besser bestimmt werden können.

In höheren Graden liefert die Lösung der Simulationen mit GRACE 11-sst allerdings bessere Ergebnisse. Die Kombination von GRACE mit fünfminütigen Beobachtungen zu GETRIS Satelliten verringert die Grandvarianzen im gesamten Spektrum gleichmäßig. Die Fehlergradvarianzen übersteigen hier aber schon bei Grad 20-30 das zeitvariable Hydrologiesignal.

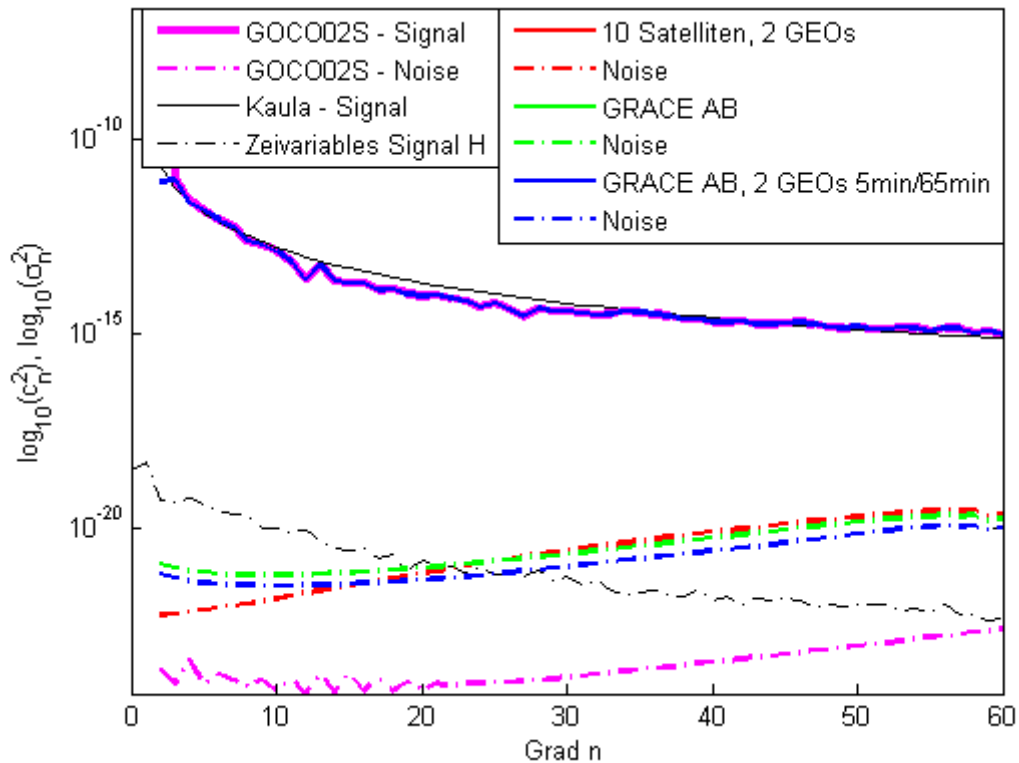


Abbildung 86: Signal- und Fehlergradvarianzen

Diese ersten Simulationen deuten an, dass mit dem neuen GETRIS Missionsdesign nicht mehr die herausragenden Ergebnisse erreicht werden können wie sie in Kapitel 5 dargestellt wurden. Dennoch wird es auch mit diesem Konzept weiterhin möglich sein gute Schwerefeldlösungen auch in kurzen Zeiträumen zu erhalten. Besonders niedrige Grade können durch die Vielzahl an Satelliten sehr gut bestimmt werden. Außerdem können die Ergebnisse von anderen Schwerefeldmissionen, wie GRACE, von zusätzlichen Messungen der GETRIS Satelliten stark profitieren. Bei einer geeigneten Wahl der Beobachtungsorte können die GRACE Streifen, auch bei nur zehntägiger Beobachtung, sehr stark verringert werden und somit helfen, aus den GRACE Daten auch zeitvariable Schwerefelder für kurze Zeiträume abzuleiten.

Welche Qualität bei den Schwerefeldlösungen mit dem neuen GETRIS Missionsdesign tatsächlich erreicht werden könnte, müssen weitere Simulationen zeigen.

Reports in the *CGE Reports* series (ISSN 2195-7126)

Veröffentlichungen in der Schriftenreihe „CGE Reports“ (ISSN 2195-7126)

No. 1: Pail R., Hugentobler U., Rummel R., Seitz F., Bosch W., Angermann D., Steigenberger P., Gruber T., Bouman J., Schmidt M., Völksen C., Neidhardt A., Schreiber U., Horwath M. (2012): Research and Development Programme 2011–2015, Forschungs- und Entwicklungsprogramm 2011–2015, ISBN 978-3-934205-32-1.

No. 2: Yi, Weijong (2012): The Earth's gravity field from GOCE, ISBN 978-3-934205-34-5.

No. 3: Schlie, J. (2012): Die GETRIS Mission – Konzeptstudie einer zukünftigen Schwerefeldmission zur Beobachtung von Massentransportprozessen im System Erde, ISBN 978-3-934205-33-8.



ISSN 2195-7126

ISBN 978-3-934205-33-8