



Algorithmic Economics und Operations Research

Susanne Albers · Martin Bichler
Felix Brandt · Peter Gritzmann
Rainer Kolisch

Einleitung

Die Entwicklung in der Informatik der vergangenen Jahre hat viele Bereiche der Wissenschaft, der Technik und unseres täglichen Lebens beeinflusst. Internetsuche, intelligente Benutzerassistenten, Bilderkennung oder Robotik sind Beispiele dafür, wie Informatik unsere Welt verändert. In ähnlicher starker Weise beeinflussen Informatik und Mathematik die Wirtschaftswissenschaften. Operations Research (OR) bzw. Management Science (MS) beschäftigen sich als akademische Disziplinen seit jeher mit Fragestellungen an der Schnittstelle zwischen Wirtschaftswissenschaften, Mathematik und Informatik und gehören mittlerweile zu den großen akademischen Fächern. Alleine die IFORS (ifors.org) vereint als internationaler Fachverband über 30.000 Mitglieder und bietet eine Plattform für Optimierung, Stochastik, Produktion, Logistik, und Wirtschaftsinformatik. Das Fach ist insbesondere an der TU München stark gewachsen. Diese Entwicklung trägt der steigenden Bedeutung des OR und der Absolventen des Faches in der Wirtschaft Rechnung.

Deutlich weniger bekannt als klassische OR-Anwendungen in Produktion und Logistik sind die enormen Fortschritte der Algorithmik zur Lösung kombinatorischer Optimierungsprobleme in den vergangenen 20 Jahren. Neue Heuristiken und Dekompositionstechniken führten dazu, dass heute Optimierungsprobleme gelöst werden können, deren Lösung noch vor 20 Jahren undenkbar schien. Bixby [10] berichtet von einer über

29.000-fachen Leistungssteigerung von Software zur Lösung gemischt-ganzzahliger Optimierungsprobleme in den Jahren zwischen 1991 und 2006, und die Entwicklung hat in den vergangenen Jahren nicht nachgelassen. Die enormen Fortschritte in der Hardwaretechnik und in der Parallelisierung der Lösungsverfahren sind dabei nicht mit eingerechnet.¹ Diese Leistungssteigerungen ermöglichen neue Anwendungen und Innovation in ganz unterschiedlichen Bereichen.

Im ersten Teil dieses Beitrags behandeln wir zunächst ausgewählte Anwendungen, die illustrieren, wie neue Ansätze in der Optimierung betriebswirtschaftliche Probleme lösen. Sie basieren auf Entwicklungen in der Algorithmik ganzzahlig-linearer Optimierungsprobleme, auf neuen Techniken für robuste und stochastische Optimierung, aber auch auf Entwicklungen im Bereich der Approximations- oder Onlinealgorithmen. Diese Techniken haben gemeinsame Wurzeln in der mathematischen Optimierung und in der Algorithmik und werden heute in so unterschiedlichen Anwendungen wie im Cloud Computing, bei der Lieferantenauswahl in der Beschaffung, in der Ablaufplanung, der

DOI 10.1007/s00287-017-1023-8
© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2017

Susanne Albers · Martin Bichler · Felix Brandt
Fakultät für Informatik, TU München,
Arcisstr. 21, 80290 München
E-Mail: bichler@in.tum.de

Peter Gritzmann
Zentrum für Mathematik, Zweitmitglied Informatik,
Arcisstr. 21, 80290 München

Rainer Kolisch
TUM School of Management, Zweitmitglied Informatik,
Arcisstr. 21, 80290 München

¹ <http://bob4er.blogspot.de/2015/05/amazing-solver-speedups.html?view=sidebar>

Zusammenfassung

Die Informatik hat viele Wissenschaften grundlegend beeinflusst, die Wirtschaftswissenschaften in besonders hohem Maße. Vor allem die enormen Fortschritte der Algorithmik und der mathematischen Optimierung haben großen Einfluss auf Theorie und Praxis. Neben traditionellen Anwendungen des *Operations Research* in der Ablauf- oder Tourenplanung ermöglichen diese Fortschritte völlig neue Anwendungen, und sie spielen für Geschäftsmodelle der digitalen Wirtschaft eine wichtige Rolle. Die Schnittstelle zwischen Informatik, Mathematik und Wirtschaftswissenschaften hat sich im Münchner Umfeld von Universitäten und Industrie in den vergangenen Jahren sehr dynamisch entwickelt. Der vorliegende Artikel gibt verschiedene Beispiele, wie Algorithmen und neue Ansätze der Optimierung sowohl betriebswirtschaftliche Probleme lösen (erster Teil) als auch Entwicklungen der wirtschaftswissenschaftlichen Theorie beeinflussen (zweiter Teil). Sie zeugen von einer neuen, einer „informatischen“ Art, wirtschaftliche Prozesse zu gestalten und zu erklären, die auch international großen Auftrieb erhält.

Tourenplanung und in der Logistik eingesetzt. Die zunehmende Digitalisierung erschließt immer neue Anwendungsfelder einer effektiven Automatisierung durch Optimierungsverfahren. Viele der neuen Anwendungsbereiche behandeln Ressourcenallokationsprobleme mit mehreren Entscheidern. Abbildung 1 symbolisiert, wie verschiedene methodische Herausforderungen zu neuen Entwicklungen wie Approximationsalgorithmen, robuster und stochastischer Optimierung, dynamischer Programmierung, Onlinealgorithmen oder Algorithmic Economics geführt haben, die mittlerweile in Theorie und Praxis eine große Rolle spielen.

Im zweiten Teil des Artikels diskutieren wir einige neue Entwicklungen in der wirtschaftswissenschaftlichen Theorie, die stark durch Algorithmik und Optimierung beeinflusst wurden. So basieren etwa neuere spieltheoretische Modelle von Märkten auf Methoden der diskreten Optimierung, und diese führten zu neuen Impulsen in der Markt- und Preistheorie, die bei der konkreten Ausgestaltung von Systemen anwendungsnah zum Einsatz kommt.

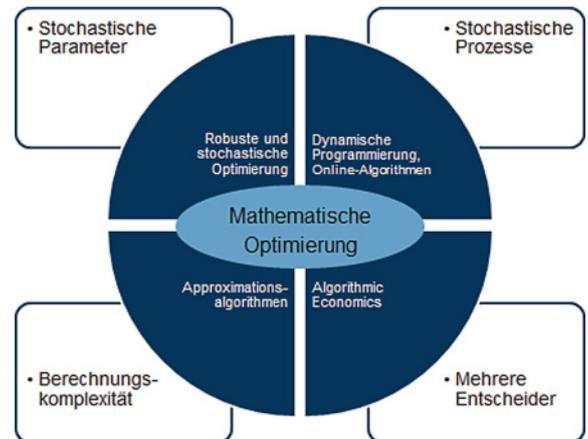


Abb. 1 Herausforderungen und methodische Entwicklungen bei der Lösung von Ressourcenallokationsproblemen

Ob es sich um Marktmechanismen, Wahl- und Abstimmungsverfahren oder den Entwurf robuster Netzwerke handelt: Informatik, mathematische Optimierung und wirtschaftswissenschaftliche Theorie gehen hier Hand in Hand.

Das DFG-Graduiertenkolleg „Advanced Optimization in a Networked Economy“ (www.adone.gs.tum.de) an der TU München vermittelt diese Methoden und Entwicklungen im Rahmen der Ausbildung des wissenschaftlichen Nachwuchses.² Die nachfolgenden Abschnitte illustrieren wichtige Themen, wie sie auch im Rahmen des Graduiertenkollegs behandelt werden. Sie zeigen, wie vielseitig Methoden des Operations Research einsetzbar sind und welchen Beitrag sie für Gesellschaft und Wirtschaft leisten können.

Neue Anwendungen und Methoden

Nachfolgend behandeln wir verschiedene Anwendungen, die in den vergangenen Jahren maßgeblich durch Optimierung beeinflusst wurden und von den algorithmischen Fortschritten der Lösung großer ganzzahliger Optimierungsprobleme („mixed integer program“, MIP) profitieren.

Abläufe optimieren

Die Modellierung und Optimierung von Ablaufplanungsproblemen ist ein etabliertes

² Träger des Graduiertenkollegs sind: Susanne Albers (IN), Dirk Bergemann (Yale University, IAS), Martin Bichler (IN, SoM), Peter Gritzmann (MA, IN), Martin Grunow (SOM), Rainer Kolisch (SOM, IN), Stefan Minner (SOM, Sprecher des GK) und Andreas Schulz (MA, SOM).

Anwendungsgebiet des Operations Research [18]. Die Mehrzahl der Probleme ist NP-schwer und damit (vermutlich) nicht mit polynomialem Aufwand zu lösen. Neue Entwicklungen im Bereich von MIP-Solvern, Modellierungstechniken und Dekompositionsverfahren erlauben jedoch die Lösung von großen, komplexen Praxisproblemen. Ein Beispiel ist die Planung des Gepäckablaufs an Hubflughäfen [23]. Ein Flughafen von der Größe des Terminals 2 des Münchner Flughafens bearbeitet pro Tag ca. 30.000 Gepäckstücke. Jedes Gepäckstück durchläuft dabei ein komplexes, verkettetes Logistiksystem, das aus Ein- und Aussteuerungsstationen (wie den Check-In-Automaten und den Gepäckbändern), Gepäckförderungssystemen und einem (ca. 2500 Gepäckstücke fassenden) Gepäckspeicher besteht. Aufgrund der begrenzten Kapazität des Systems und seiner Teilsysteme einerseits und dem dynamischen Flugzeug- und Gepäckaufkommen an Hubflughäfen andererseits ist eine sorgfältige Ablaufplanung für die Abgleichung von Kapazitätsangebot und -nachfrage notwendig. Dabei kann über den Zeitpunkt der Ein- und Aussteuerung von Gepäck in das System, der Auswahl der Ein- und Aussteuerungsstationen, der Anzahl der einem Flug zugewiesenen Bearbeitungsstationen sowie die Speicherung von Gepäck entschieden werden. Ziel ist die gleichmäßige Auslastung der Teilsysteme unter Einhaltung der durch den Flugplan vorgegebenen Zeiten. Die Problemstellung kann prinzipiell als MIP mit zeitindexierten Binärvariablen (1, wenn die Gepäckstücke eines Flugs f zu einem Zeitpunkt t an einer Station s von a Arbeitern bearbeitet werden, 0 sonst) behandelt werden. Trotz Preprocessingtechniken ist das MIP allerdings für Probleme praktisch relevanter Größenordnung nicht lösbar. Dekompositionstechniken erlauben jedoch die Reformulierung des Problems als Dantzig-Wolfe-Modell, in dem im Masterproblem über die Auswahl von Teilplänen (Zuweisung und Zeitplanung einer Teilmenge von Flügen zu einem Gepäckverladeband) entschieden wird und Informationen in Form von Dualvariablen erzeugt werden, mit denen effizient neue Teilpläne erzeugt werden. Im Zusammenspiel mit Beschleunigungstechniken, Schnittebenenverfahren sowie leistungsfähigen MIP-Solvern sind mit diesem Ansatz Planungsprobleme realistischer Größenordnung lösbar mit 400 Flügen und einen Planungshorizont von einem Tag, unterteilt in 236 Perioden der Länge 5 min. Im Vergleich mit der durch

Leistandsysteme unterstützten manuellen Planung können dadurch die Lastspitzen um durchschnittlich 65 % reduziert und so erheblich bessere und robustere Pläne generiert werden.

Märkte gestalten

Kombinatorische Optimierung spielt auch eine wichtige Rolle, um Angebot und Nachfrage in unterschiedlichen Märkten zusammenzuführen. Energiemärkte, Beschaffungsauktionen in der Industrie, aber auch Frequenzauktionen basieren immer öfter auf mathematischen Verfahren.

Bei von Regulatoren weltweit eingesetzten *Frequenzauktionen* werden zunehmend Methoden zur Lösung ganzzahlig-linearer und quadratischer Optimierungsprobleme angewendet [8]. In diesen Auktionen versteigert der Regulator Rechte zur Nutzung bestimmter Frequenzbereiche an Telekommunikationsunternehmen. Die Frequenzbänder werden dazu üblicherweise in 5-MHz-Lizenzen aufgeteilt, die beliebig miteinander kombiniert werden können. Für Mobilfunkunternehmen erweisen sich bestimmte Kombinationen dieser Lizenzen als besonders wertvoll, und es ist daher wichtig, auf Kombinationen von Lizenzen bieten zu können, ohne Gefahr zu laufen, zu viel für nur ein Teilpaket der Zielkombination zu zahlen. Sowohl das Allokations- als auch das Preisberechnungsproblem sind wieder NP-vollständig. Noch Mitte der 1990er-Jahre war man daher der Ansicht, dass kombinatorische Auktionen praktisch nicht durchführbar seien. Mittlerweile wurden solche Auktionen jedoch in Ländern wie Australien, Kanada, Großbritannien, Holland, Irland, Österreich und der Schweiz durchgeführt.

Die wohl größten Anwendungsgebiete optimierungsbasierter Auktionsverfahren sind *betriebliche Beschaffung, Transport und Logistik*. Kombinatorische Auktionen werden etwa für die Vergabe von Transportdienstleistungen eingesetzt, bei denen sich Spediteure für Kombinationen von Transportstrecken interessieren, die eine Rundroute ergeben. In der Beschaffung werden aber auch ganz andere Arten von optimierungsbasierten Auktionen eingesetzt. Sogenannte Mengenrabattauktionen erlauben es Bietern, verschiedene Typen von Mengenrabatten zu spezifizieren und „auf Knopfdruck“ kostenminimale Allokationen zu berechnen [24]. Das Allokationsproblem ist allerdings so schwierig, dass auch mit modernen Methoden bislang

nur Problemgrößen von bis zu ca. 30 Bietern und 30 Gütern optimal berechnet werden können. Für viele Anwendungen in der Beschaffung sind diese Problemgrößen jedoch durchaus ausreichend. Neue Marktmechanismen erlauben es den Marktteilnehmern, ein reiches Set an Präferenzen und verschiedenen Nebenbedingungen zu spezifizieren, die dann in der Allokation berücksichtigt werden können. In zahlreichen Projekten mit Industriepartnern hat sich diese Flexibilität als sehr wichtig herausgestellt. Verfahren der diskreten Optimierung sind die Voraussetzung dafür.

Daten segmentieren

Das Zusammenspiel der verschiedenen Disziplinen ist besonders im Bereich der Analyse großer Datenmengen unverzichtbar. Welche Methoden wann für die Datenanalyse eingesetzt und wie kombiniert werden, hängt dabei davon ab, wie groß die Datenmengen sind, in welcher Dynamik sie auftreten und welche Anforderungen an die Antwortzeit gestellt werden.

Wir beschränken uns im Folgenden auf einige neuere Aspekte der *Datensegmentierung*. Das Ziel ist es dabei, Strukturen in großen Datenmengen zu erkennen, Datenpunkte nach Zielkriterien zu gruppieren (und dabei Ausreißer zu identifizieren) sowie ggf. Grundlagen für nachfolgende Datenkompression zu schaffen. Clusteringtechniken werden bereits seit langem als wichtiges Mittel zur Strukturierung von Daten verwendet. Ohne Zweifel spielt hier der klassische k -means-Algorithmus eine zentrale Rolle, der letztendlich eine Voronoi-Zerlegung des Parameterraums erzeugt, um die gegebenen Datenpunkte im \mathbb{R}^n in k Cluster aufzuteilen. Für eine Vielzahl von Anwendungsfeldern ist es jedoch erforderlich, zusätzliche Nebenbedingungen an Cluster zu stellen. Insbesondere sind oftmals die Schranken der Clustergrößen einzuhalten.

Solche Probleme treten etwa dann auf, wenn man, wie bei der Bewertung von Kreditrisiken, eine große Parametermenge in wesentlich homogenere Teilkohorten zerlegen und diese dann statistisch analysieren will. Naturgemäß sind dabei untere Schranken der Clustergrößen einzuhalten, alleine schon aus Gründen der erwünschten statistischen Signifikanz. Andere Anwendungsfelder des „constrained clustering“ umfassen so unterschiedliche Gebiete wie den Zuschnitt von

Versorgungsnetzwerken (Distributionszentren und -gebieten) [17, 19], die Flurbereinigung in der Landwirtschaft [11], die Bestimmung von Wahlkreisen für demokratische Entscheidungen [16] oder die Darstellung von Polykristallen (grain maps) und ihrer Wachstumsprozesse in den Materialwissenschaften [4]. In allen diesen Anwendungen wird ausgenutzt, dass ein enger Zusammenhang zwischen gutem Clustering und geometrischen Diagrammen, d. h. verschiedenen Verallgemeinerungen von Voronoi-Diagrammen besteht; für einen kurzen Überblick vgl. [25, Abschn. 37.7 Constrained Clustering].

Neue wirtschaftswissenschaftliche Theorie

Neben methodischen Entwicklungen, die zu neuen Anwendungen führen, wurde auch die wirtschaftswissenschaftliche Theorie in den vergangenen Jahren maßgeblich durch Entwicklungen in der mathematischen Optimierung beeinflusst. Theorie ist wichtig, um elektronische Märkte zu verstehen und damit auch gestalten zu können.

Märkte modellieren

Etablierte Marktmodelle in den Wirtschaftswissenschaften basieren auf kontinuierlichen und differenzierbaren Nutzen- und Kostenfunktionen. Oft führt die Produktion eines Guts jedoch zu signifikanten sprungfixen Kosten (beispielsweise durch Einsatz einer neuen Maschine), und auch die Nutzenfunktionen von Nachfragern sind nicht stetig. So hat beispielsweise der Konsum eines Güterbündels oft einen deutlich höheren Nutzen als die Summe der Nutzen der einzelnen Güter. Ein Konzertbesuch in London am Wochenende ist nur interessant, wenn auch für Anreise und Übernachtung gesorgt ist. Ähnliche Komplementaritäten finden sich in den oben diskutierten Mobilfunk- oder Logistikmärkten. Auch mathematische Modelle von Märkten bedienen sich daher zunehmend der diskreten Mathematik.

Relativ neu ist das Verständnis von Marktmechanismen als Algorithmen zur Lösung von Ressourcenallokationsproblemen. Solche Algorithmen können mit Lösungskonzepten aus der Spieltheorie analysiert werden, um strategische Eigenschaften zu charakterisieren. Das führt zu einem besseren Verständnis dafür, welche Marktmechanismen robust gegenüber strategischem Bietverhalten sind und unter Umständen sogar dominante Strate-

gien aufweisen. Solche Strategien sind unabhängig von Informationen über Wettbewerber und einfach für Marktteilnehmer umsetzbar.

Ein gutes Beispiel einer algorithmischen Modellierung von Märkten ist die Theorie zu aufsteigenden Mehrgüterauktionen. Diese werden oft über primal-duale Algorithmen modelliert [9, 27], und sie zeigen, wann ein Marktmechanismus wohlfahrtsmaximierende Lösungen erreichen kann.

Ein weiteres Beispiel sind Approximationsverfahren. Etablierte Marktmodelle gehen weitgehend von wohlfahrtsmaximierenden Marktmechanismen aus, bei denen die Allokation optimal berechnet werden kann. Ressourcenallokationsprobleme, wie sie im ersten Teil des Beitrags diskutiert wurden, sind meist NP-vollständig und eine exakte, optimale Lösung ist daher im Regelfall nicht möglich. In der Informatik nähert man sich solchen Problemen über Approximationsalgorithmen, die in polynomieller Zeit laufen, aber Garantien bezüglich der Lösungsgüte geben. Eine interessante Frage ist daher, ob es Approximationsalgorithmen für Allokationsprobleme mit guten Approximationsgarantien geben kann, die starken spieltheoretischen Annahmen standhalten und damit ebenso robust gegen strategisches Bietverhalten sind [22, 26]. Theoretische Arbeiten in diesen Bereichen sind eine Voraussetzung, um auch komplexe Märkte in der digitalen Wirtschaft ingenieurmäßig gestalten zu können.

Präferenzen aggregieren

Im relativ jungen und interdisziplinären Forschungsgebiet *Computational Social Choice* beschäftigen sich Informatiker, Mathematiker und Wirtschaftswissenschaftler mit Fragestellungen aus der Sozialwahltheorie, bei denen es um formale Aspekte der Bündelung von Präferenzen unterschiedlicher Akteure geht [7, 14]. Klassische Anwendungen sind Wahlverfahren und Verteilungsmechanismen, zum Beispiel bei der Zuteilung von Studierenden zu Seminaren oder Praktika. Ein Grundprinzip der Sozialwahltheorie ist die axiomatische Methode: Wünschenswerte Eigenschaften von Bündelungsverfahren, sog. Axiome, werden formal definiert, um dann die Klassen von Verfahren zu charakterisieren, die diese Eigenschaften erfüllen. Ein zentrales Resultat in diesem Bereich ist Arrows Unmöglichkeitssatz. Kenneth

Arrow (Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften 1972) konnte beweisen, dass das einzige Präferenzbündelungsverfahren, das eine Reihe sehr schwach und natürlich erscheinender Axiome erfüllt, eine Diktatur ist, d. h. das Verfahren richtet sich ausschließlich nach den Präferenzen eines einzelnen, vorher feststehenden Teilnehmers. In der Folge wurde eine Vielzahl von Ansätzen analysiert, diese Unmöglichkeit durch Abschwächen der Axiome oder der Rahmenbedingungen zu umgehen.

In den vergangenen Jahren stellte sich heraus, dass manche Wahlverfahren zwar viele wünschenswerte Axiome erfüllen, die Berechnung des Ergebnisses aber NP-schwer ist. Ein randomisiertes Verfahren, dessen Ergebnis in polynomieller Zeit mithilfe linearer Programmierung bestimmt werden kann, ist „Maximal Lotteries“. Wie kürzlich gezeigt wurde, ist „Maximal Lotteries“ das einzige Verfahren, das zwei wichtige Konsistenzeigenschaften gleichzeitig erfüllt [13]. Computer können die Untersuchung von Problemen dieser Art wesentlich erleichtern. Mithilfe ausgefeilter rechnerunterstützter Methoden wie MIP oder SAT solving lässt sich etwa die Inkompatibilität bestimmter Axiome beweisen [12, 15].

Als besonders praxistaugliche Verfahren zur Präferenzbündelung gelten der *Gale-Shapley-Algorithmus*, den die Fakultät für Informatik der Technischen Universität München seit dem Wintersemester 2014/15 zur fairen Vergabe von Seminarplätzen einsetzt [20], sowie verschiedene Abstimmungsverfahren (einschließlich „Maximal Lotteries“), die auf der Webseite <http://pnyx.dss.in.tum.de> mithilfe eines einfachen benutzerfreundlichen Interfaces genutzt werden können.

Netzwerke entwerfen

Große Netzwerke wie das Internet durchdringen alle Lebensbereiche. Ein besonderes Charakteristikum dieser Netzwerke ist, dass sie nicht von einer zentralen Autorität ausgelegt und gesteuert werden. Vielmehr sind viele autonome Agenten mit eigennützigem Interesse an ihrer Konstruktion beteiligt. Eine faszinierende Forschungsrichtung im interdisziplinären Spannungsfeld der Informatik, Mathematik und den Wirtschaftswissenschaften hat zum Ziel, Einsicht in die Entstehung und Entwicklung großer Netzwerke zu gewinnen. Gesucht

sind Nash-Gleichgewichte, in denen kein Agent einen Anreiz hat, von seiner Strategie abzuweichen. Der *Preis der Anarchie* gibt an, wie stark das schlechteste Nash-Gleichgewicht von Optimum abweicht. Der *Preis der Stabilität* evaluiert, wie sich das beste Nash-Gleichgewicht relativ zum Optimum verhält.

Im Folgenden besprechen wir einige Aspekte von *Netzwerkdesignspielen*.

Netzwerkdesign mit freien Verbindungen: [21] haben ein Netzwerkdesignspiel definiert, in dem n Agenten ein zusammenhängendes Netzwerk aufbauen müssen. Jeder Spieler kontrolliert einen Netzwerkknoten und darf in seiner Strategie Kanten zu beliebigen anderen Knoten auslegen. Die Einrichtung einer Kante erzeugt konstante Kosten $\alpha > 1$. Die Gesamtkosten eines Agenten bestehen aus 1) α mal der Anzahl der vom Agenten ausgelegten Kanten und 2) der Summe der Kürzeste-Wege-Distanzen zu allen anderen Agenten. [2] zeigten, dass der Preis der Anarchie für $\alpha \in O(\sqrt{n})$ und $\alpha \geq 12n \log n$ konstant ist, während allgemein eine obere Schranke von $O(n^{1/3})$ gilt. Diese Resultate können auf gewichtete Netzwerkdesignspiele sowie auf Szenarien mit Kostenteilung erweitert werden.

Netzwerkdesign mit festen Verbindungen:

Eine zweite Familie von gut untersuchten Netzwerkdesignspielen wurde von Anshelevich et al. definiert [5, 6]. Dabei ist ein Graph $G = (V, E)$ bestehend aus einer Knotenmenge V und einer Kantenmenge E gegeben. Eine Kante $e \in E$ hat nicht-negative Kosten $c(e)$. Jeder der n Agenten muss eine gegebene Menge von Knoten verbinden. Eine Strategie besteht aus einer Kantenmenge, die die gewünschten Knoten verbindet. [1] zeigt in Spielen mit fairer Kostenteilung die Mächtigkeit von Kooperation. Tatsächlich ist der Preis der Anarchie von starken Nash-Gleichgewichten durch $O(\log n)$ beschränkt. Somit sind die schlechtesten Zustände mit Kooperation mindestens so gut wie die besten Zustände ohne Kooperation. Ferner untersuchen [3] die Güte von approximativen Nash-Gleichgewichten.

Ausblick

Die Fortschritte in der Algorithmik und mathematischen Optimierung haben dazu geführt, dass diese in immer größerem Umfang in der betriebswirtschaftlichen Praxis zum Einsatz kommen.

Das gilt für die Optimierung von betriebswirtschaftlichen Prozessen, der Analyse von großen Datenmengen und der Gestaltung von Märkten und Netzwerken. Diese Entwicklung hat auch zu theoretischen Modellen geführt, die ein neues Licht auf wirtschaftliche Phänomene wie Märkte und Wahlverfahren werfen und deutlich zu deren Verständnis beitragen. Wir erwarten an der Schnittstelle zwischen Informatik, Mathematik und Wirtschaftswissenschaften auch in Zukunft wichtige Erkenntnisse für die Gestaltung und das Verstehen einer digitalisierten Ökonomie. Das DFG-Graduiertenkolleg „Advanced Optimization in a Networked Economy“ an der Technischen Universität München soll dieser Entwicklung in den kommenden Jahren Rechnung tragen und stellt einen wichtigen Baustein für weitere geplante Aktivitäten in München dar.

Literatur

- Albers S (2009) On the value of coordination in network design. *SIAM J Comput* 38(6):2273–2302
- Albers S, Eilts S, Even-Dar E, Mansour Y, Roditty L (2014) On Nash equilibria for a network creation game. *ACM T Econ Comput* 2(1):2
- Albers S, Lenzner P (2013) On approximate Nash equilibria in network design. *Internet Math* 9(4):384–405
- Alpers A, Brieden A, Gritzmann P, Lyckegaard A, Poulsen HF (2015) Generalized balanced power diagrams for 3D representations of polycrystals. *Philos Mag* 95:1016–1028
- Anshelevich E, Dasgupta A, Kleinberg J, Tardos E, Wexler T, Roughgarden T (2008) The price of stability for network design with fair cost allocation. *SIAM J Comput* 38(4):1602–1623
- Anshelevich E, Dasgupta A, Tardos E, Wexler T (2008) Near-optimal network design with selfish agents. *Theor Comput* 4(1):77–109
- Aziz H, Brandt F, Elkind E, Skowron P (2017) Computational social choice: The first ten years and beyond. In: Steffen B, Woeginger G (eds) *Computer Science Today*, vol 10000, Lecture Notes in Computer Science (LNCS). Springer
- Bichler M, Goeree J (eds) (2017) *Handbook of Spectrum Auction Design*. Cambridge University Press
- Bikhchandani S, Ostroy JM (2002) The package assignment model. *J Econ Theor* 107(2):377–406
- Bixby RE (2012) A brief history of linear and mixed-integer programming computation. *Documenta Mathematica* pp 107–121
- Borgwardt S, Brieden A, Gritzmann P (2014) Geometric clustering for the consolidation of farmland and woodland. *Math Intell* 36:37–44
- Brandl F, Brandt F, Geist C (2016) Proving the incompatibility of efficiency and strategyproofness via SMT solving. In: *Proceedings of the 25th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*. AAAI Press, pp 116–122
- Brandl F, Brandt F, Seeding HG (2016) Consistent probabilistic social choice. *Econometrica* 84(5):1839–1880
- Brandt F, Conitzer V, Endriss U, Lang J, Procaccia A (eds) (2016) *Handbook of Computational Social Choice*. Cambridge University Press
- Brandt F, Geist C (2016) Finding strategyproof social choice functions via SAT solving. *J Artif Intell Res* 55:565–602
- Brieden A, Gritzmann P, Klemm F (2017) Electoral district design via constrained clustering. *Eur J Oper Res* (in revision)
- Carlsson JG, Carlsson E, Devulapalli R (2014) Balancing workloads of service vehicles over a geographic territory. In: *IEEE/RSJ Intern. Conf. Intelligent Robots and Systems*, pp 209–216
- Conway RW, Maxwell WL, Miller LW (1967) *Theory of Scheduling*. Addison-Wesley
- Cortes J (2010) Coverage optimization and spatial load balancing by robotic sensor networks. *IEEE T Autom Control* 55:749–754

20. Diebold F, Bichler M (2017) Matching with indifference: a comparison of algorithms in the context of course allocation. *Eur J Oper Res* 260(1):268–282
21. Fabrikant A, Luthra A, Maneva E, Papadimitriou C, Shenker S (2003) On a network creation game. In: *Proceedings of the 22nd Annual Symposium on Principles of Distributed Computing (PODC)*. ACM Press, pp 347–351
22. Fadaei S, Bichler M (2017) Generalized assignment problem: truthful mechanism design without money. *Oper Res Lett* 45:72–76
23. Frey M, Kolisch R, Artigues C (2017) Column generation for outbound baggage handling at airports. *Transport Sci* (accepted)
24. Goetzendorff A, Bichler M, Shabalin P, Day RW (2015) Compact bid languages and core pricing in large multi-item auctions. *Manage Sci* 61(7):1684–1703
25. Gritzmann P, Klee V (2017) Computational convexity. In: *Handbook of Discrete and Computational Geometry*, chapt 37, 3rd edn. Chapman & Hall/CRC
26. Nisan N, Roughgarden T, Tardos E, Vazirani V (2007) *Algorithmic Game Theory*. Cambridge University Press, Cambridge
27. Petrakis I, Ziegler G, Bichler M (2012) Ascending combinatorial auctions with allocation constraints: on game theoretical and computational properties of generic pricing rules. *Inform Syst Res* 24(3):768–786