



Lehrstuhl für Akustik Mobiler Systeme

3D Finite-Elemente-Simulation in der Vibroakustik

Modellbildung und deren Genauigkeit zu experimentellen Ergebnissen

Patrick Langer

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Georg Wachtmeister

Prüfer der Dissertation: 1. Prof. Dr.-Ing. Steffen Marburg
2. Prof. Dr.-Ing. Markus Lienkamp

Die Dissertation wurde am 19.06.2018 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 14.12.2018 angenommen.

Abstract

Current virtual models of real structures and assemblies struggle to accurately predict dynamic and acoustic properties. Their accuracy doesn't match the requirements within typical development processes. Fitting the model to measurement data often bridges this mismatch. But after validation has been forced upon it this way, the model loses its significance. Thus it is not suited for sensitivity analyses of model input parameters with respect to the model solution. Lean modeling, in contrast, is to minimize input parameters while achieving a specified solution quality.

A foundation for this goal is the identification of all modeling and parameter uncertainties, and the determination of the solution's sensitivity towards these. The present work furthers a more profound approach for 3d structure modeling with the Finite Element Method. An emphasis lies on structural dynamics, the eigenfrequencies, and their respective modes. The scope is to improve the validity of complex models in general, and that of an engine-transmission-assembly in particular. Starting with beam-like structures, and ending with the complex engine-transmission-assembly, the proposed 'bottom-up'-approach concerning geometrical complexity and joint complexity, respectively, produces a multitude of modeling recommendations. The numerical models are validated via experimental modal analysis subjected to uncertainty quantification. Mean experimental geometrical and material parameters with a physically profound and validated error calculation serve as input parameters.

This modeling strategy for 3d FE-models makes the accurate calculation of an engine-transmission-assembly's eigenfrequencies related to global modes possible. The maximum deviation is 4% with respect to the experimental modal analysis.

Kurzfassung

Die gegenwärtig erzielbare Abbildungsgenauigkeit dynamischer und akustischer Eigenschaften von realen monolithischen Bauteilen und verschraubten Baugruppen mittels virtueller Modelle ist für eine frühzeitige Auslegung von Komponenten im Entwicklungsprozess keineswegs ausreichend. In der Modellbildung werden häufig experimentell bestimmte Parameterwerte unphysikalisch angepasst, um die Modelllösung an Messwerte anzupassen und so die Lösungsqualität zu erhöhen. Das so validierte Modell besitzt somit keine allgemeine Gültigkeit und ist für eine Sensitivitätsanalyse von Modell- und Eingangsparametern auf die Modelllösung oder eine Optimierung ungeeignet. Die vorliegende Arbeit trägt zu einem ausgereifteren Vorgehen bei der Modellbildung von dreidimensionalen (3d) Finite-Elemente(FE)-Modellen für strukturdynamische Problemstellungen bei, hier im Speziellen zur Berechnung von Eigenfrequenzen und deren zugehörigen Eigenschwingungsformen. Ziel ist es, die Abbildungsgenauigkeit des strukturdynamischen Verhaltens eines komplexen Motor-Getriebe-Verbundes im virtuellen Modell zu erhöhen. Neben einer hohen Genauigkeit der berechneten Lösungen wird ein schlankes und effizientes numerisches Modell entwickelt. Schlank bedeutet ein Modell mit minimaler Anzahl an einflussreichen Parametern und Variablen zu kreieren und dabei die Qualität der Ergebnisse weiterhin zu gewährleisten. Voraussetzung dafür ist die Identifizierung aller Modell- und Parameterunsicherheiten und die Bestimmung der zugehörigen Sensitivität der Modelllösung hierauf.

Die Arbeit unterteilt sich in monolithische Bauteile und verschraubte Baugruppen. Zunächst werden einfache, balkenähnliche Strukturen untersucht, wobei die Komplexität in deren Geometrie erhöht wird, sobald die Modell- und Parameterunsicherheiten einer Komplexitätsstufe ausreichend bekannt sind. Die numerischen Modelle werden mit Messdaten aus der experimentellen Modalanalyse validiert, wobei letztere selbst einer Unsicherheitsbetrachtung unterzogen wird. Als Eingangsparameter der numerischen Modelle für Geometrie und Werkstoff dienen ausschließlich gemessene Mittelwerte mit physikalisch fundierter Fehlerrechnung, wobei die Aufbereitung und Validierung der genannten Fehlerrechnung Bestandteile dieser Arbeit sind. Aufgrund der „von einfacher zu komplexer Bauteil und Baugruppe“ – Strategie entsteht eine Vielzahl an Empfehlungen für die numerische Modellbildung im Kontext der Berechnung von strukturdynamischen Fragestellungen.

Mit der entwickelten Strategie der Modellbildung lassen sich die Eigenfrequenzen der globalen Eigenschwingungsformen eines Motor-Getriebe-Verbundes mittels eines 3d FE-Modells mit einer maximalen Abweichung von 4 % zur experimentellen Modalanalyse berechnen.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand größtenteils an der Universität der Bundeswehr (UniBw) in München und wurde, aufgrund eines Umzugs, an der Technischen Universität München (TUM) fortgeführt, wodurch die Dankesrunde zu Zeiten der UniBw beginnt. An einer meiner ersten Arbeitstage an der UniBw zogen wir von der Sporthalle in ein sehr angenehmes Büro mit einem wunderschönen Blick auf die bayerischen Alpen, den ganz bestimmt auch mein Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Steffen Marburg hin und wieder genoss. Ihm gilt mein ganz besonderer Dank für jahrelanges Zuhören, der unermüdlichen Streuung zwischenmenschlicher Ratschläge, die unaufhörliche Unterstützung und die wertvollen fachlichen Diskussionen, ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre. DANKE, Steffen! Insbesondere vielen Dank an Marcus, der mich fachlich recht schnell auf Geschwindigkeit gebracht hat. Einen herzlichen Dank an Theo, der sehr früh aufgestanden ist, um mit mir in aller Herrgottsfrühe eine fachliche und amüsante Kaffeerunde zu haben. Mein nächster Dank gilt Kheirollah und Monika, die mich von Beginn an freundlich aufgenommen und unterstützt haben. Im Allgemeinen allen Mitarbeitern am Institut für Mechanik an der UniBw ein Dankeschön für die stets gute Zusammenarbeit und die schöne Zeit. Herzlichen Dank an Prof. Dr.-Ing. Christian Guist für das von Beginn an langjährige entgegengebrachte Vertrauen.

Der Umzug an die TUM gestaltete sich langwieriger als ich anfangs gedacht hatte. Deshalb war es für mich wertvoll, alle Kollegen von der UniBw bei unserem Neustart an Bord zu wissen. Das wissenschaftliche Arbeiten als auch das tagtägliche Arbeitsleben hat sich nach dem Umzug grundlegend verändert. Steffen hatte mich zu meiner Anfangszeit an der TUM auf die Vorteile von Over-Ear-Kopfhörern hingewiesen, welche ich mir dann auch umgehend bestellt habe. Hiermit vielen Dank an Bose für den unglaublichen Sound und der gleichzeitigen Stille, mit der ich nun arbeiten durfte. Für ein erfolgreiches Arbeiten musste ich jedoch weitere Rituale einführen, das Wichtigste war mit Sicherheit die freitägliche Bierrunde. Hiermit ein schönes Dankeschön an die konstanten und an die eher weniger konstanten Teilnehmer für die guten Gespräche. Zuletzt vielen Dank an den Vorsitzenden der Prüfungskommission Prof. Dr.-Ing. Georg Wachtmeister und den Zweitprüfer Prof. Dr.-Ing. Markus Lienkamp.

Tiefer und herzlichster Dank gebührt meinen Eltern Brigitte und Rudolf, die nicht nur als Hauptsponsoren während meiner Studienzeit fungierten. Meinem Zwillingbruder Markus, der immer für mich da war, tiefsten Dank, **Chief!** Meinen zwei Schwestern Yvonne und Vera. Das Papier würde nicht ausreichen um aufzuzählen, was ihr für mich getan habt. Ohne Euch alle wäre ich nicht das, was ich heute bin. Liebe Brigitte, lieber Rudi, als Zeichen meiner tiefen Liebe und ebenso tiefen Verbundenheit ist diese Arbeit Euch gewidmet.

Angehängte Veröffentlichungen

- A** LANGER, P. ; MÄDER, M. ; GUIST, C. ; KRAUSE, M. ; MARBURG, S.: More Than Six Elements Per Wavelength: The Practical Use of Structural Finite Element Models and Their Accuracy in Comparison with Experimental Results. In: *Journal of Computational Acoustics*, 25(04): 1750025, 2017

Langer entwickelte Leitlinien zur Diskretisierung 3d vernetzter Strukturen, die durch experimentelle Messungen validiert sind. Mit dem Vergleich von Messung und Simulation entwarf Langer die Gesamtheit der Hauptaussagen. Maeder unterstützte bei Messungen und Simulationen. Guist, Krause und Marburg trugen zur fachlichen Diskussion bei. Marburg war fachlicher Betreuer der Arbeit.

- B** LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; GUIST, C. ; BÄR, J. ; PELOW, A. ; MARBURG, S.: Matching experimental and three dimensional numerical models for structural vibration problems with uncertainties. In: *Journal of Sound and Vibration*, 417:294–305, 2018

Langer leitete aus Simulation und Messung eine optimierte Vorgehensweise zur Modellbildung von 3d Finite-Elemente-Modellen ab. Innerhalb dieses Prozesses wurden Unsicherheiten verschiedenster mathematischer Methoden identifiziert und quantifiziert. Guist war fachlicher Diskussionspartner. Bär führte die Messung zur Identifikation der Materialparameter mit einer neuartigen Unsicherheitsberechnung durch, die Langer mittels experimenteller und numerischer Modalanalyse validierte. Peplow unterstützte mit Ideen zu englischen Neuformulierungen. Sepahvand und Marburg trugen zur fachlichen Diskussion und Betreuung bei.

- C** LANGER, P. ; HOPPE, K.-A. H. ; GUIST, C. ; MARBURG, S.: From Theory to Three-Dimensional Finite Element Models: An Innovative Method for Validation. *Accepted for publication*

Langer führte sämtliche Studien in Simulationen und Messungen durch. Hoppe unterstützte beim Aufbau der Veröffentlichung und sprachlichen Formulierungen. Guist und Marburg waren inhaltliche Diskussionspartner, wobei Marburg die Arbeit fachlich betreute.

Tagungsberichte

- LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; MARBURG, S.: Uncertainty quantification in analytical and finite element beam models using experimental data. In: CUNHA, A. (Hrsg.); CAETANO, E. (Hrsg.) ; RIBEIRO, P. (Hrsg.) ; MÜLLER, G. (Hrsg.): *Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics, EURODDN 2014*, Porto, Portugal, 2014.
- LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; KRAUSE, M. ; MARBURG, S.: Experimentally uncertainty quantification in numerical and analytical beam models. In: DAVY, J. (Hrsg.) ; DON, C. (Hrsg.) ; MCMINN, T. (Hrsg.) ; DOWSETT, L. (Hrsg.) ; BRONER, N. (Hrsg.); BURGESS, M. (Hrsg.): *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, 249(5):2357–2366, Melbourne, Australia, 2014.
- LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; KRAUSE, M. ; MARBURG, S.: Simple vibroacoustic systems - influence of uncertainties in simulation and experiment. In: PAVIC, G. (Hrsg.): *Proceedings of NOVEM 2015*, Dubrovnik, Croatia, 2015.
- LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; MARBURG, S.: Beschreibung und Diskussion von Unsicherheiten in der Modellbildung am Beispiel von scheinbar sehr einfachen Strukturen. In: KOLLMEIER, B. (Hrsg.): *DAGA, 40. Jahrestagung der Deutschen Arbeitsgemeinschaft für Akustik*, Oldenburg, Deutschland, 2014.
- LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; MARBURG, S.: Einfluss und Diskussion von Unsicherheiten auf das dynamische Verhalten von einfachen Strukturen in Simulation und Experiment. In: BECKER, S. (Hrsg.): *DAGA, 41. Jahrestagung der Deutschen Arbeitsgemeinschaft für Akustik - Fortschritte der Akustik*, Nürnberg, Deutschland, 2015.
- LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; MARBURG, S.: Uncertainty quantification in numerical and experimental models of structural vibration problems. In: BURROUGHS, C. (Hrsg.): *INTER-NOISE Congress and Conference Proceedings*, 250(6):1220-1233, San Francisco, USA, 2015.
- LANGER, P. ; GUIST, C. ; MARBURG, S.: Effiziente Metriken zur Modellbildung von Finite-Element-Modellen mit der Betrachtung von Unsicherheiten und dem Vergleich zur experimentellen Modalanalyse. In: VORLÄNDER, M. (Hrsg.) ; FELS, J. (Hrsg.): *DAGA, 42. Jahrestagung der Deutschen Arbeitsgemeinschaft für Akustik*, Aachen, Deutschland, 2016.
- LANGER, P. ; GUIST, C. ; MARBURG, S.: Efficient modeling of vibroacoustic systems with consideration of uncertainties and comparison with experimental measu-

-
- rements. In: KROPP, W. (Hrsg.) ; ESTORFF, O. (Hrsg.) ; SCHULTE-FORTKAMP, B. (Hrsg.): *INTER-NOISE Congress and Conference Proceedings*, 253(7):1859-1866, Hamburg, Germany, 2016.
- LANGER, P. ; GUIST, C. ; MARBURG, S.: Experimentelle und numerische Modalanalyse an verschraubten Strukturen. In: NOLTE, B. (Hrsg.) ; SCHMIDT, G. (Hrsg.): *DAGA, 43. Jahrestagung der Deutschen Arbeitsgemeinschaft für Akustik*, Kiel, Deutschland, 2017.
 - LANGER, P. ; SCHNEIDER, A. ; GUIST, C. ; MARBURG, S.: Simplified modeling strategies for eigenfrequency analysis of bolted joint assemblies using ABAQUS/CAE. In: CHEN, L. (Hrsg.) ; TANG, S. K. (Hrsg.): *INTER-NOISE Congress and Conference Proceedings*, 733-740, Hongkong, 2017.
 - LANGER, P. ; JELICH, C. ; HOPPE, K.-A. H. ; SCHNEIDER, A. ; GUIST, C. ; SEPAHVAND, K. ; MARBURG, S.: Finite element model for modal analysis of engine-transmission unit: numerical and experimental investigations. In: CHEN, L. (Hrsg.) ; TANG, S. K. (Hrsg.): *INTER-NOISE Congress and Conference Proceedings*, 3695-3706, Hongkong, 2017.
 - LANGER, P. ; HOPPE, K.-A. H. ; GUIST, C. ; MARBURG, S.: Bolted Joints: Eigenfrequencies from non-linear FE-models and experimental modal analysis. In: CHEN, L. (Hrsg.) ; TANG, S. K. (Hrsg.): *INTER-NOISE Congress and Conference Proceedings*, 5431-5441, Hongkong, 2017.
 - LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; GUIST, C. ; MARBURG, S.: Finite element modeling for structural dynamic analysis of bolted joints under uncertainty. In: *Procedia Engineering*, 199: 954 – 959, 2017. ISSN 1877-7058. X International Conference on Structural Dynamics, EUROODYN 2017.
 - LANGER, P. ; GUIST, C. ; SEPAHVAND, K. ; MARBURG, S.: Modal analysis of vehicle engine-transmission unit: Finite element model and experimental investigation. In: *The Journal of the Acoustical Society of America*, 141(5):3908 – 3908, 2017.
 - GEWETH, C. A. ; LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; MARBURG, S.: Investigation of various damping measurement techniques. In: *The Journal of the Acoustical Society of America*, 141(5):3576 – 3576, 2017.

Inhaltsverzeichnis

I	Einleitung und Überblick	1
1	Problemstellung und Motivation	2
2	Literaturübersicht	3
2.1	Unsicherheiten in der Modellbildung	5
2.2	Experimentelle Modalanalyse (EMA)	9
2.3	Fügestellen	10
3	Wissenschaftlicher Beitrag der vorliegenden Arbeit	12
4	Zielsetzung und Gliederung	14
II	Methodisches Vorgehen	17
1	Aufbau der Arbeit	18
2	Verwendete Strukturen	20
3	Identifikation und Quantifizierung von Unsicherheiten	22
III	Modellbeschreibung	29
1	Numerische Modelle	30
2	Analytische Modelle	30
3	Experimentelle Modalanalyse (EMA)	32
IV	Wesentliche Ergebnisse angehängter Veröffentlichungen	35
1	Veröffentlichung A	36
2	Veröffentlichung B	37
3	Veröffentlichung C	38
V	Fazit und Ausblick	39

Literaturverzeichnis	43
VI Angehängte Veröffentlichungen	55

Kapitel I

Einleitung und Überblick

Im folgenden Kapitel werden zunächst die Problemstellung und die Motivation für diese Arbeit erläutert. Im Anschluss folgt eine Literaturübersicht zu Themen der *Modellbildung*, der *Behandlung von Unsicherheiten*, der *experimentellen Modalanalyse* und zu *verschraubten Fügestellen*. Daraufhin werden der wissenschaftliche Beitrag und die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit aufgezeigt.

1 Problemstellung und Motivation

Bereits im Jahre 1894 benennt Heinrich Hertz in [68] die drei wichtigsten Kriterien für die mathematische Modellbildung: *Richtigkeit*, *Zulässigkeit*, *Zweckmäßigkeit*. Heinrich Hertz kann zwar nicht als Erfinder des Modellbegriffs bezeichnet werden, doch war er der Erste, der die Bedeutung von mathematischen Symbolen für die Physik nicht nur erkannte, sondern sich auch ihrer philosophischen Bedeutung bewusst war [66].

Der holländische Mathematiker Rienstra beschreibt die Herausforderung der Modellbildung sehr treffend [96]: «[Mathematical modeling means] describing a real-world problem in a mathematical way by what is called a model, such that it becomes possible to deploy mathematical tools for its solution. The accuracy of the description should be limited, in order to make the model not unnecessarily complex.»

Als ein gutes mathematisches Modell gilt jenes, welches ein reales Problem „schlank“ abbildet. Das bedeutet eine quantitative und qualitative Modellaussage mit ausreichender Genauigkeit und einer minimalen Anzahl an einflussreichen Parametern und Variablen.

Das Fachgebiet der Modellbildung wird aufgrund von immer kürzer werdenden Entwicklungszeiten und hohen Kosten in der Versuchsdurchführung zunehmend wichtiger. Denn bevor mit der numerischen Rechnung begonnen werden kann, muss zunächst der physikalisch-mathematische Modellbildungsprozess durchgeführt werden, der sich in physikalische, mathematische und numerische Teilbereiche untergliedert. Um aussagekräftige Simulationsmodelle zu erstellen, muss der Prozessablauf verstanden sein. Heutige Methoden erlauben es oftmals nicht, das dynamische Verhalten von komplexen Komponenten und Baugruppen, noch vor deren technischen Realisierung, exakt zu berechnen. Insbesondere aufgrund der großen Unsicherheiten ist es mit heutigen Kenntnissen sehr schwierig, die Eigenfrequenzen und deren zugehörigen Eigenschwingungsformen von komplexen Strukturen mit Hilfe der **Finite-Elemente-Methode** (FEM) mit einer aussagekräftigen Genauigkeit zu berechnen, ohne hierfür unphysikalische Modelleingangsparameter zu verwenden. Die existierenden Unsicherheiten gliedern sich in Parameter- und Modellunsicherheiten und werden in Kapitel II näher beschrieben. So wird nicht in wenigen Fällen eine minimale relative Abweichung in den Eigenfrequenzen zwischen experimenteller Modalanalyse und einem dreidimensionalen (3d) Finite-Elemente(FE)-Modell von größer als 10 % erreicht. Um den Prozess der Modellbildung, speziell den Lösungsprozess der FEM [11] und die Gültigkeit der zugehörigen Resultate zuverlässiger zu gestalten, muss die Sensitivität von Modellparametern in Abhängigkeit der Zielfunktion, der Modellart und der vorliegenden Modellkonfiguration bekannt sein.

Damit lassen sich unphysikalische Variationen von Eingangsparametern zur Modellanpassung vermeiden, und das Konfidenzintervall bzw. der Vertrauensbereich der Lösung kann gesteigert werden. Ein FE-Modell mit unphysikalisch hohen Abweichungen zur realen Struktur hinsichtlich Material- oder Geometrieparametern ist darüber hinaus für Optimierungs- oder Sensitivitätsanalysen schlicht ungeeignet. Um es mit den einleitenden Worten zu formulieren: Ausschließlich mit erhöhtem Wissen über die Sensitivität, die Parameter- und Modellunsicherheiten auf die Lösung haben, kann die *Richtigkeit*, die *Zulässigkeit* und die *Zweckmäßigkeit* numerischer Modelle gesteigert werden.

2 Literaturübersicht

Die Begrifflichkeiten und Definitionen in der Modellbildung beschreiben Banks *et al.* [10] und Bossel [20]. Hingegen kann die Vorgehensweise in der Modellbildung wie in Abbildung 2.1 dargestellt sehr allgemein beschrieben werden. Ziel ist es, unbekannte Eigenschaften eines realen Systems zu bestimmen. Mittels experimenteller Untersuchungen können Systemgrößen und damit das Systemverhalten identifiziert werden. Die Abstraktion wird angewandt, falls die Realität zu komplex ist, um sie mit einem virtuellen Modell beschreiben zu können. Nach der Generierung eines Modells durch Modellannahmen und Theorien und der Durchführung eines mathematischen Lösungsverfahrens können Modellverhalten und Systemverhalten verglichen werden. Eine Optimierung des Modells ist nur sinnvoll, wenn das Systemverhalten mit einer akzeptablen Genauigkeit bestimmt werden konnte. Innerhalb der Modellbildung unterliegen die Verfahren der *experimentellen Untersuchungen*, der *Abstraktion* und der *mathematischen Lösungsverfahren* einer gewissen Unsicherheit. Die zwei zuletzt genannten Methoden stehen in engem Zusammenhang mit der Leistungsfähigkeit von Prozessoren und deren Rechenleistung. Schon 1988 diskutierte Hanin in [58] die Simulationsanwendungen und Möglichkeiten in der Modellbildung mittels neuer Super- und Minisupercomputer. Bis heute ändern sich die Möglichkeiten in der Simulation mit steigender Rechenkapazität stetig. Eine von der Rechenleistung abhängige Methode zur Bildung eines Modells ist die **Finite-Elemente-Methode**, die ursprünglich zur Lösung komplizierter physikalischer Probleme entwickelt wurde und in niedrigen Frequenzbereichen ihre Anwendung findet. Die FEM wurde erstmals in den späten 70er Jahren in der Struktur- und Akustikberechnung von Ingenieuren eingesetzt. Die andauernde Notwendigkeit an der Weiterentwicklung numerischer Simulationsmethoden bekräftigen 25 Jahre später die Arbeiten von Hills *et al.* [69] und Kompella und Bernhard [78]. Erstere verglichen die Variabilität der Frequenzgänge von Heckklappen aus insgesamt über 1000 drei- und

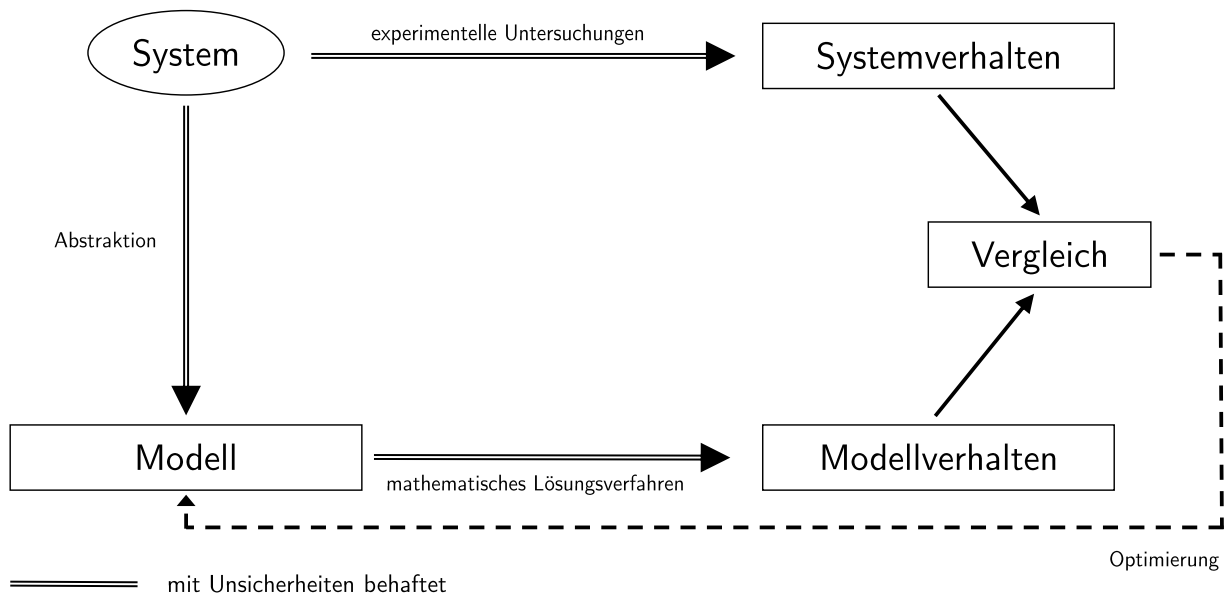


Abbildung 2.1: Allgemeine Vorgehensweise in der Modellbildung [5].

fünftürigen Fahrzeugen. Kompella und Bernhard untersuchten die Übertragungspfade von Körper- und Luftschall von 57 baugleichen Isuzu Kleinlastwägen. Zusammengefasst stellten sie fest, dass die Frequenzantwortfunktionen (Übertragungsfunktionen) in einem Frequenzbereich von 0–1000 Hz zwischen 5–15 dB innerhalb der Körper- und Luftschallpfade variieren, was den Einsatz simulativer Methoden bekräftigt, um ein gleiches vibroakustisches Verhalten unterschiedlicher Fahrzeuge sicherzustellen. Zur selben Zeit beschreiben Bathe *et al.* [13, 14] die Vorteile und die Notwendigkeit der FEM, unter anderem bei der Entwicklung von Automobilen. Eine aktuellere Arbeit zur Varianz von NVH (Geräusch, Vibration, Rauigkeit *engl.* Noise, Vibration, Harshness) - Messungen an einzelnen und mehreren Kraftfahrzeugen verfassten Dowsett *et al.* [33].

Die zuvor beschriebenen Varianzen zwischen baugleichen Kraftfahrzeugen bestärken den Einsatz von Simulationsmodellen in deren Entwicklungsphase. Es gibt eine Vielzahl von Studien zur Genauigkeit von virtuellen Modellen im Vergleich zu experimentellen Messungen [64, 129, 133]. Trotz der immer leistungsfähigeren Möglichkeiten mittels FEM, unterstreicht Ewins [42] die Wichtigkeit und Notwendigkeit von Testdaten. Folglich scheint eine Kombination von Messung und Simulation für eine kontinuierliche Wissenserweiterung unerlässlich.

Die Voraussetzung zum Verständnis der vorliegenden Arbeit sind die fundamentalen Grundlagen der Strukturmechanik. Eine Zusammenfassung dieses Wissens von Ein- und Mehrfreiheitsgradsystemen ist in Dresig und Holzweissig [34], in [110] von Piersol und Paez, sowie

in He [65], Gasch *et al.* [48] und Brommundt und Sachau [22] zu finden. Für mathematische Zusammenhänge speziell zur analytischen Berechnung von Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen empfiehlt sich das Werk von Blevins [16].

Einen Überblick über etablierte und neuartige FE-Methoden in der Vibroakustik geben Hambric *et al.* [59], Nilsson und Liu [4], sowie Fahy und Thompson [44]. Grundlegende Arbeiten, speziell in der FEM, sind von Bathe [11], Zienkiewicz [142], Zienkiewicz und Taylor [143] oder auch in [6, 12, 29, 89, 134] zu finden.

Der hohe Detaillierungsgrad numerischer Modelle ermöglicht die Auslegung und Weiterentwicklung komplexer, noch nicht realisierter Strukturen. Dies kann nur effizient und mit zufriedenstellenden Ergebnissen geschehen, wenn der Prozess der Modellbildung, eben der Weg vom physikalischen Problem bis hin zur numerischen Rechnung, verstanden ist. Möller [95], Bossel [19] und Zeigler *et al.* [141] beschreiben die analytische, numerische und experimentelle Modellbildung sowie die Grundlagen der Modellbildung für verschiedenste, dynamische Systeme. Henning [66] erforschte die Beziehung zwischen mathematischen Modellen und der Realität. Diese Werke sind die Grundlagen zum Verständnis von Modellbildung und Simulation. Mattheij *et al.* [96] glauben, dass der Prozess der Modellbildung im Wesentlichen durch *Lernen durch Probieren* verbessert werden kann. Die Sensitivität von Modellannahmen und Eingangsparametern auf die Modellösung ist mit dieser Methode allerdings nur in Einzelfällen und mit sehr hohem Zeitaufwand zu beurteilen. Einzig mit einem klaren Verständnis von Modell- und Parameterunsicherheiten und deren Einfluss auf die gesuchte Größe lässt sich ein aussagekräftiges und schlankes Modell kreieren. Neue Wege gehen Hornikx *et al.* [70] mit einer webbasierten Plattform an Benchmark-Problemen im Bereich der Vibroakustik. Hier können Wissenschaftler eigene Modelle und Lösungen anderen Wissenschaftlern zur Verfügung stellen. So wird ein Vergleich von Ergebnissen unterschiedlicher Lösungsstrategien möglich.

2.1 Unsicherheiten in der Modellbildung

Paté-Cornell [107], Sepahvand und Marburg [123] und Soize [128] benennen drei Methoden zur Beschreibung von Unsicherheiten: Possibilistische-, Probabilistische- [139, 140] und Antioptimierungsmethoden [39, 87, 112]. All jene Methoden haben zum Ziel, die vollständige *Identifikation, Quantifikation* und *Bewertung* von Unsicherheiten im Modellbildungsprozess sicherzustellen, um ein effizientes Modell zu entwickeln. Für den einfacheren Umgang werden Unsicherheiten in zwei Kategorien unterteilt, den epistemischen und aleatorischen Unsicher-

heiten [2, 101, 127, 132]. Epistemische Unsicherheiten sind durch mangelnde Vollständigkeit oder durch Vereinfachungen in der Modellbildung gekennzeichnet. Dies ist der Fall, wenn komplexe physikalische Beziehungen mit vereinfachten mathematischen Ansätzen abgebildet werden, zum Beispiel bei ideal steifen Randbedingungen im FE-Modell oder der Diskretisierung einer monolithischen Struktur. Epistemische Unsicherheiten können durch erhöhtes Wissen und physikalisches Verständnis reduziert werden. Unter aleatorischen Unsicherheiten fallen Variationen physikalischer Eigenschaften, die vom Ingenieur als nicht reduzierbar eingestuft werden und unvermeidbar sind. Solch eine Unterteilung ist essentiell, um das Potential hin zu einer höheren Genauigkeit der Modelllösung einschätzen zu können [30, 117]. Oberkampf *et al.* [102] beschreiben die Herausforderungen mit dem Umgang unsicherer Parameter und entwickeln eine Vergleichsmöglichkeit von Ergebnissen unterschiedlicher numerischer Modelle. Han *et al.* [61] diskutieren vier analytische Balkentheorien zur Berechnung des dynamischen Verhaltens und geben einen guten Überblick über mögliche grundlegende unsichere Parameter und Sensitivitäten.

Der erste Schritt hin zu einem schlanken und effizienten Modell ist die Identifikation unsicherer Parameter. Ein Verfahren hierfür stellen Sepahvand und Marburg [121] für Composite-Strukturen vor. Deren Ansatz verwendet zur Identifikation die aus experimentell gewonnenen Daten einer Modalanalyse in einem geeigneten Simulationsmodell. Weiterhin zeigt Hwang [71] eine Technik zur Identifikation von unsicheren Kontaktparametern. Durand *et al.* [35] identifizieren Unsicherheiten via Experimenten und berücksichtigen diese bei der Modellierung des Strukturverhaltens eines Kraftfahrzeuges.

Im Anschluss der Identifikation folgt die Quantifizierung von Unsicherheiten. Über Methoden zur Quantifizierung geben Ghanem [52] und Papadrakakis und Stefanou [106] einen umfassenden Überblick. In Untersuchungen von Langer *et al.* [83] unterliegen auch scheinbar sehr einfache Strukturen einem nicht zu vernachlässigenden Einfluss von Unsicherheiten. Sepahvand *et al.* [124] zeigen eine analytische und experimentelle Arbeit zur Quantifizierung von Unsicherheiten an Composite-Strukturen im Hinblick auf deren Eigenfrequenzen. Eine stochastische Methode, um mittels FEM Parameterunsicherheiten zu berücksichtigen, stellen Sepahvand und Marburg in [122] vor. Ein einfaches Werkzeug zur Quantifizierung, das im Späteren auch in dieser Arbeit Anwendung findet, ist die Intervallmethode. Moore [97] und Neumaier [100] sowie Sim *et al.* [126] geben dazu einen umfangreichen Einblick. In [86] entwickeln Lew und Horta einen Intervallmodellierungsansatz zur Quantifizierung von Unsicherheiten einer Struktur mit signifikanten Parametervariationen.

Für die Modellbildung von verschraubten Fügstellen ist es ebenso notwendig, die Unsicher-

heiten speziell von Schrauben- und Fügestellenparametern zu *identifizieren* und zu *quantifizieren*. Abbildung 2.2 macht die Schwierigkeiten für eine vollständige Unsicherheitsbetrachtung an einem realen Querschnitt einer Einschraubverbindung deutlich. Die resultierende Unsicherheit ξ_{res} beinhaltet eine dreidimensionale Dämpfungs- und Steifigkeitskomponente in der Kontaktfläche zweier Fügepartner, wobei für die Berechnung von Eigenfrequenzen und deren zugehörigen Eigenschwingungsformen ausschließlich letzteres von Bedeutung ist. Für ein ausreichend genaues FE-Modell muss nicht nur die Höhe der Steifigkeitskomponenten $k_{x_{1-3}}$ bekannt sein, sondern auch deren Verteilung. Mögliche Einflussgrößen Γ_{1-3} die von idealen Annahmen abweichen können und für die Berechnung von $k_{x_{1-3}}$ entscheidend sind, werden im Folgenden beschrieben. Γ_1 weist auf die Kontaktfläche *Schraubenkopf/Fügepartner 2* hin. Wie zu erkennen, ist aufgrund des Schraubenabzugsmomentes der Kontakt nicht ideal über die Fläche verteilt, es entsteht eine diskrete Kreisringfläche, die den größten Kontaktgedruck zur Schraubenvorspannkraft aufnimmt. Dies beeinflusst die Steifigkeitsverteilung in der Fügefläche *Fügepartner 1/Fügepartner 2* erheblich. Die Einflussgröße Γ_2 zeigt das formschlüssige Ineinandergreifen der Gewinde von *Fügepartner 1/Schraube*. In dieser Ebene des Schnittes greifen die Gewindeflanken nicht ideal ineinander, was zu einer unsymmetrischen Kontaktdruckverteilung führt und in einer beliebigen Steifigkeitsverteilung resultiert. Einflussparameter Γ_3 repräsentiert die Bedeutsamkeit der Oberflächenbeschaffenheit innerhalb von *Fügepartner 1/Fügepartner 2*. Die Größe der Steifigkeitskomponenten und deren Verteilung sind essenziell von der Rauigkeit dieser Oberflächen abhängig. Die genannten Einflussgrößen wurden in der nachfolgenden Literatur noch nicht ausreichend untersucht, jedoch geben Ibrahim und Pettit mit [72], Bograd *et al.* [17] sowie Ames *et al.* [3] einen wertvollen Übersichtsbeitrag. Ahmadian und Jalali [60] identifizieren Feder- und Dämpferkonstanten in der Fügefläche von Einschraubverbindungen, indem sie die Differenz von Modelllösung und Ergebnis aus dem Experiment minimieren. Sie verwenden Modellparameter zur Validierung, die mit der Fuzzy-Methode bestimmt wurden. Hanss *et al.* [63] stellen eine Methode zur Unsicherheitsbetrachtung mittels der Fuzzy-Theorie an verschraubten Strukturen vor. In [62] beschreibt Hanss die Möglichkeiten der Fuzzy-Methode zur Identifikation von Kontaktsteifigkeit und Dämpfung. In [88] zeigen Ma *et al.* die Unterschiede der experimentellen Ergebnisse aus verschraubten und monolithischen Bauteilen, die in ihrer Dimension identisch sind. Sie verwenden dazu ein berührungsloses Messverfahren mittels Laser Doppler Vibrometer, um die Frequenzantwortfunktion (*engl.* **F**requency **R**esponse **F**unction (FRF)) $H(f)$ zu messen. Anhand experimenteller Ergebnisse entwickeln sie einen numerischen Algorithmus um die Schraubenvorspannkraft zu bestimmen. Weiterführende Literatur in diesem Zusammenhang verfassten Ren und Beards [114] und Ren *et al.* mit [113]. Bereits die Schraubenvorspann-

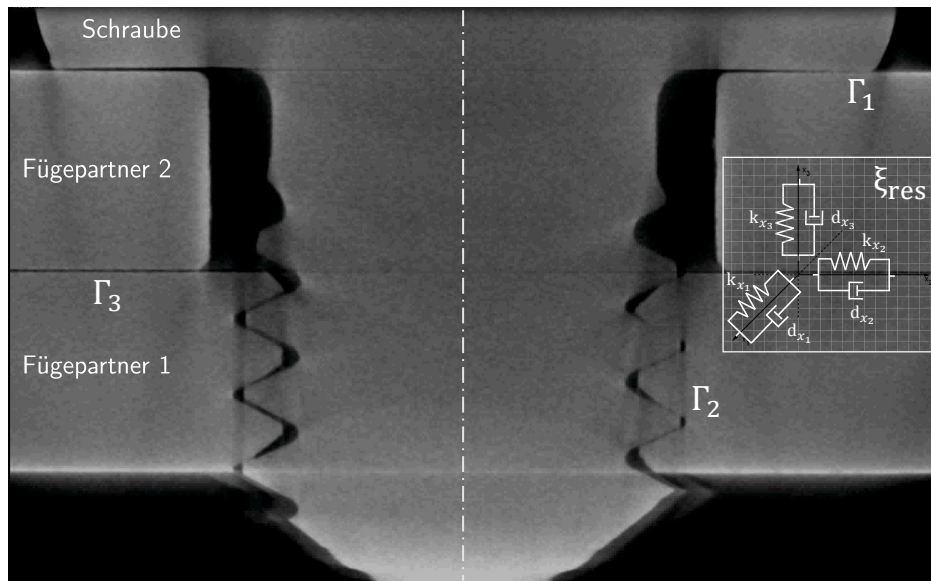


Abbildung 2.2: Querschnitt einer realen Einschraubverbindung; Γ : Einflussgrößen; Γ_1 : Kontaktfläche *Schraubenkopf/Fügepartner 2*; Γ_2 : Kontaktfläche *Schraubengewinde/Gewinde Fügepartner 1*; Γ_3 : Kontaktfläche *Fügepartner 1/Fügepartner 2*; ξ_{res} : resultierende Unsicherheit [94].

kraft, die durch das Schraubenanzugmoment vorherrscht, beinhaltet einen erheblichen Anteil an Unsicherheiten, die in [99] erläutert werden. Resultierend aus der Schraubenvorspannkraft können somit Schrauben- und Fügestellensteifigkeiten als unsichere Größen genannt werden.

Im Folgenden werden Beiträge zu relevanten Themengebieten bezüglich Unsicherheiten beschrieben, die für die vorliegende Arbeit essenziell sind.

Diskretisierung Die Abhängigkeit der Vernetzung zur Genauigkeit der Lösung von FE-Modellen untersuchte bereits 1981 Arnold in [7]. Im Speziellen sind jedoch aktuellere Arbeiten von Bathe [12] und Koschnick [79] zu erwähnen, die die Wahl des Elementtyps im FE-Modell, deren Einfluss auf die Modelllösung und die Möglichkeiten von finiten 3d Elementen beschreiben. Die Güte von Tetraeder- und Hexaederelementen in 3d FE-Modellen untersuchen Cifuentes und Kalbag in [27]. Sie stellen fest, dass die mit quadratischen Tetraeder- und Hexaederelementen erzielten Ergebnisse sowohl hinsichtlich der Genauigkeit als auch der CPU-Zeit äquivalent sind. Marburg diskutiert in [90] die allgemein angewandte Empfehlung zur Diskretisierung bei der Randelementmethode (*engl.* **B**oundary **E**lement **M**ethode (BEM)) von 6 Elementen pro Wellenlänge. Ebenso wird eine Studie zu Elementtypen und deren Lösungsverhalten durchgeführt.

Verschmutzungseffekt *engl.* pollution effect Der *pollution effect* beschreibt einen Fehler in der Phase der berechneten Strukturwelle zu einer Referenzwelle. Unterschreitet die An-

zahl der Elemente eine kritische Zahl, ist der Fehler auch in der berechneten Eigenfrequenz nicht mehr vernachlässigbar gering [8, 73]. Bouillard und Suleaub [21] weisen den Verschmutzungseffekt innerhalb einer FE-Rechnung nach, stellen jedoch ebenso fest, dass dieser Effekt sehr klein ist. Thompson und Pinsky zeigen in [135], dass dieser Fehler durch höhere Elementansatzfunktionen nochmals verringert werden kann. Gerdes und Ihlenburg präsentieren eine Konvergenzstudie an einem 3d FE-Modell und zeigen, dass der Verschmutzungseffekt in der selben Größenordnung wie bei 1d- oder 2d- Problemen vorliegt [51]. Wiederum resümieren Marburg und Schneider [91] sowie Marburg in [90], dass keine Anzeichen für einen *pollution effect* innerhalb der Randelementmethode vorhanden scheinen.

Elementverzerrung *engl. element distortion* Stricklin *et al.* [131] vergleichen als Erste an einem Kragbalken numerische Ergebnisse aus nicht verzerrten und verzerrten isoparametrischen 8-Knoten Elementen und stellen einen erheblichen Einfluss auf das Modellergebnis fest. Die Versteifung von isoparametrischen Elementen bei unvorteilhafter Elementkonditionierung wurde darauffolgend von vielen Autoren beobachtet [9, 53]. Noboru *et al.* [77] beschreiben den Effekt von Elementverzerrung als einen Interpolationsfehler an den Gebietsgrenzen ihres numerischen Modells. Lee und Bathe [85] untersuchen die Effekte von Elementverzerrungen auf die Leistungsfähigkeit isoparametrischer Elemente. Sie klassifizieren die Verzerrung von zweidimensionalen finiten Elementen in sechs Kategorien. Dvorkin *et al.* [36] zeigen, dass eine konvergierte Lösung am schnellsten mit einer Netzverfeinerung und einer möglichst niedrigen Elementverzerrung zu erwarten ist. Im Allgemeinen ist der Einfluss unvorteilhafter Elementformen auf die berechneten Eigenfrequenzen von komplexen 3d FE-Modellen noch nicht ausreichend quantifiziert. In [83] zeigen Langer *et al.* unter anderem die Sensitivität von verzerrten Elementen auf ermittelte Eigenfrequenzen, allerdings ausschließlich anhand sehr einfachen Strukturen.

2.2 Experimentelle Modalanalyse (EMA)

Aussagekräftige Messungen müssen ausreichend geplant und mit detailliertem Wissen des Ingenieurs über die Grundlagen der Schwingungsmessung und der anschließenden Modalanalyse durchgeführt werden. Genügend Inhalt zu verschiedensten Methodiken für Messaufbau und Auswertung bieten dazu Ewins [41], Schwarz und Richardson [116] und die ISO [32]. Avitabile beschreibt in [105] die Grundlagen der experimentellen Modalanalyse ganz ohne Verwendung mathematischer Zusammenhänge. Einen guten Überblick über die experimentelle Modalanalyse in Verbindung mit der Simulation gibt Lawrence [137]. Beinhaltet eine Struktur einen hohen Anteil an Nichtlinearität, muss diese experimentell bestimmt und zur

Validierung im zugehörigen Simulationsmodell berücksichtigt werden. Ewins *et al.* [43] bieten eine Herangehensweise an, die über die bisherigen linearen Techniken hinausgeht. Ziel ist es, nur so viel Nichtlinearität im Simulationsmodell wie nötig zu berücksichtigen und trotzdem qualitative Modellergebnisse zu erhalten. Carri *et al.* [25] beschreiben ein erweitertes Vorgehen bei der Durchführung der EMA und der FEM, um Nichtlinearitäten zu detektieren, zu charakterisieren und in einer Simulation zu implementieren. Sie empfehlen die Entwicklung eines nichtlinearen Simulationsmodells durch das Einpflegen von Parametern höherer Ordnungen in ein lineares FE-Modell, welches über die experimentelle Modalanalyse validiert ist.

Die Genauigkeit der Ergebnisse aus der experimentellen Modalanalyse ist von einer Vielzahl von Faktoren, wie der Anregung, den Randbedingungen, der Signalverarbeitung, den Messeinstellungen oder der Strukturantworterfassung abhängig. Eine Einführung zum Umgang mit Unsicherheiten in Messungen wird in [75] diskutiert. Sämtliche Experimente in dieser Arbeit wurden mit einem Laser Doppler Vibrometer durchgeführt. Siegmund beschreibt in [125] die Quellen an Fehlern bei der Laservibrometrie. Er legt dar, dass korrekt gestaltete Laserinterferometer in den meisten praktischen Anwendungen als fehlerfrei betrachtet werden können. Die Mehrzahl der Fehlerquellen befinden sich im Signalverarbeitungsabschnitt. Buehn und Nicklich [24] stellen eine Methode zur Kalibrierung von Laservibrometern vor, womit eine vernachlässigbare Messungenauigkeit erzielt werden kann.

2.3 Fügstellen

Das Forschungsgebiet der Kontaktmechanik ist nach der Veröffentlichung von Heinrich Hertz [67] im Jahre 1882 erstmals näher in den Fokus der Wissenschaft gerückt. Fünf Jahre später verfasste Johnson mit [76] ein umfangreiches Werk, unter anderem mit einer Erweiterung zur Berücksichtigung rauer Oberflächen.

Vor dem Hintergrund, dass in der vorliegenden Arbeit zum Fügen monolithischer Bauteile ausschließlich Schraubverbindungen verwendet werden, wird hier zunächst näher auf die Herausforderungen zur Modellierung dieser lösbaren Verbindungsart eingegangen. Die grundlegende systematische Auslegung hoch beanspruchter Schraubverbindungen wird in [136] beschrieben. Essenziell für die Berechnung von Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen ist die Abbildung der Steifigkeit und deren Verteilung von Schraube und Fügepartner. Theoretische und experimentelle Methoden zur Bestimmung von Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften normal belasteter Fügstellen beschreibt Petuelli [109] bereits 1983 in seiner

Dissertation. Bittner [15] veröffentlicht eine Beschreibung des nichtlinearen Normalkontaktverhaltens auf der Grundlage der Forschung von Mayer [93], Kragelski *et al.* [80] und Geisler [50]. Pedersen und Pedersen [108], Esteban und Rogers [40] sowie Festjens *et al.* [46] nutzen einen energetischen Ansatz zur Identifikation von Schrauben- und Fügepartnerereigenschaften. Stender *et al.* [130] machen vom Umstand Gebrauch, dass insbesondere für verschraubte Metallstrukturen Fügestellen die Hauptquelle der Energiedissipation bei dynamischer Belastung darstellen. Um die Energiedissipation in der Fügefläche exakt berechnen zu können, ist eine genaue Kenntnis über die Örtlichkeiten von Makro- und Mikroschlupf erforderlich. Dazu geben die Arbeiten von Groper [55], Ehrlich *et al.* [38] und Ehrlich [37] eine Idee der Umsetzung.

Einen analytischen Ansatz für die Berechnung von Schrauben- und Fügepartnersteifigkeiten verfolgen Fukuoka *et al.* [47] und Budynas und Nisbett [23] sowie die VDI-Richtlinie 2230 [136]. Haider *et al.* [57] unterscheiden dabei zwischen teilweise- und voll entwickelte Druckkegel in der Fügefläche. Sie liefern einen Ansatz zur Beschreibung, welchen Einfluss die Oberflächenrauigkeit in der Fügefläche in Abhängigkeit der Schraubenvorspannkraft auf die Eigenfrequenzen hat. Aufbauend auf Shigley [23], entwickeln Wileman *et al.* [138] eine Methode um die Steifigkeit von verschraubten Fügepartnern zu berechnen, unabhängig derer Dimension. Bereits in den 70er Jahren weisen Gould und Mikic [54] nach, dass Oberflächenbeschaffenheit und Unebenheit in der Kontaktzone einen erheblichen Einfluss auf das dynamische Verhalten einer Struktur haben. Eine ähnliche zusammenfassende Aussage lässt sich in der Arbeit von Marshall *et al.* [92] erkennen. Nur mit einer zuverlässigen Methode zur Berücksichtigung der Rauigkeit ist eine Analyse der Kontaktsteifigkeit in der Fügefläche möglich. Piscan *et al.* [111] stellen fest, dass ein höherer Reibungskoeffizient eine geringere Verformung der Fügepartner bedeuten kann, was auf eine nichtlineare Variation der Kontaktsteifigkeit hindeutet. Segalman [120], sowie Gaul und Nitsche [49] verwenden für die Simulation der Rauigkeit in der Fügestelle sogenannte Jenkins Elemente. Jenkins Elemente bestehen aus einer Feder- und einem Coulombschen Reibelement und sind folglich nichtlinear. Oldfield *et al.* [103] analysieren den dynamischen Reibkontakt und stellen ein vereinfachtes 3d FE-Modell mit Jenkins Elementen unter harmonischer Anregung vor. Clappier *et al.* [28] zeigen ein linearisiertes Schraubenmodell, das unter anderem die Inhomogenität des Kontaktdrucks mittels Dünnschichtelementen berücksichtigt. Iranzad und Ahmadian [74] verwenden zur Identifikation der Dünnschichtparameter nichtlineare, gemessene Systemantworten bei konstanten Eingangsamplituden. Geisler [50] untersucht numerisch und experimentell das dynamische Verhalten von Strukturen mit Fügestellen. Dabei betrachtet er flächig ausge dehnte Kontaktstellen, die relativ zur Gesamtstruktur nicht als klein anzusehen sind. Für

die FE-Simulation werden ebenso Dünnschichtelemente eingesetzt. Bograd *et al.* [18] und Desai *et al.* [31] geben einen guten Einblick in die Anwendung und die Möglichkeiten von Dünnschichtelementen in 3d Finite-Elemente-Modellen. Allen *et al.* [1] entwickeln ein modales Iwan Modell [118, 119] für verschraubte Strukturen mithilfe experimenteller Untersuchungen.

Nicht nur die Berechenbarkeit der Steifigkeit in der Fügefläche ist entscheidend, sondern auch die Identifikation deren Verteilung, die einhergeht mit der Druckverteilung. Oskouei *et al.* [104] versuchen dies mittels einer Spannungsanalyse an einem 3d Finite-Elemente-Modell zu beschreiben. Fernlund [45], Motosh [98] und Chandrashekhara und Muthanna [26] resümieren, dass die Druckverteilung nahe der Schraube ihren Maximalwert erreicht. Lange zuvor entwickelte Röscher [115] die Druckkegeltheorie für verschraubte Strukturen, die heute oft noch Grundlage für die Modellierung von Fügstellen ist.

3 Wissenschaftlicher Beitrag der vorliegenden Arbeit

Diese Arbeit trägt zum Wissensstand auf dem Gebiet der Modellbildung von dreidimensionalen FE-Modellen bei. Die wissenschaftlichen Kernfragen können wie folgt definiert werden.

1. Wie kann ein optimaler Diskretisierungsprozess für 3d FE-Modelle definiert werden?
2. Wie können Kenntnisse über Modell- und Parameterunsicherheiten identifiziert, quantifiziert und zu einem effektiven und schlanken 3d FE-Modell führen?
3. Wie kann das dynamische Verhalten einer verschraubten komplexen Baugruppe linearisiert, numerisch berechnet und effizient validiert werden?

Zur Bearbeitung der drei Kernfragen sind der Dissertation drei Veröffentlichungen angehängt.

Veröffentlichung A Die Wahl des richtigen Elementtyps und Anzahl in kommerziellen Finite-Elemente-Tools ist eine Herausforderung, welche ein breites theoretisches Wissen über die FEM oder viel Erfahrung vom Benutzer voraussetzt. Benchmarktests sind eine gängige Methode für den Nachweis der Leistungsfähigkeit von finiten Elementen gegenüber analytischen Lösungen. Diese Tests analysieren jedoch häufig nur ein einzelnes finites Element. Bei der Untersuchung des gesamten Netzes einer beliebigen Struktur ist aufgrund des Fehlens einer vollständig konvergierten Lösung eine Aussage über die Leistungsfähigkeit beliebig komplex. Deshalb wird in dieser Arbeit der hochpräzise Vergleich von Eigenfrequenzen einer realen Struktur zwischen experimentellen und numerischen Ergebnissen mit Einbezug

einer möglichst konvergierten Lösung durchgeführt. Zusätzlich definieren die Autoren eine praktisch relevante, maximale Genauigkeit der Simulation zu experimentellen Ergebnissen. Weiterhin wird der Einfluss der Anzahl der Elemente pro stehender struktureller Biegewelle auf die Genauigkeit der Modelllösung erläutert. Schließlich werden experimentell validierte Hinweise zur Diskretisierung dünnwandiger Strukturen gegeben.

Veröffentlichung B Für Simulationsmodelle, die das dynamische Verhalten von realen Strukturen berechnen, sollte der Einfluss von Modell- und Parameterunsicherheiten auf die Modelllösung abschätzbar sein. Nur so kann ein schlankes und aussagefähiges FE-Modell modelliert werden. Um das im Allgemeinen sicherzustellen, werden mögliche Unsicherheiten für die Bestimmung von Eigenfrequenzen identifiziert. Mittels angewandter Intervallmethode auf die Eigenwertanalyse lässt sich die Sensitivität zuvor gemessener Parameterunsicherheiten an zehn balkenähnlichen Strukturen identifizieren. Die Genauigkeit der so erstellten 3d FE-Modelle wird mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Quantifiziert werden die Parameterunsicherheiten durch analytische Balkenmodelle. Die Gesamtheit aller Erkenntnisse lässt den Prozess einer effizienten Modellbildung für ein schlankes 3d FE-Modelle zu, der in dieser Veröffentlichung definiert und diskutiert wird.

Veröffentlichung C Als ein wichtiger Teil vor der numerischen Eigenwertanalyse hat der Modellbildungsprozess einen enormen Einfluss auf die Qualität der Ergebnisse. Jedoch ist das allgemeine Bewusstsein für Unsicherheiten, die beim Modellieren entstehen, sowie deren Quantität und Sensitivität selten bekannt. Aus diesem Grund kann die Modellbildung sehr schnell fehlerhaft und ineffizient werden. Der Umfang dieser Veröffentlichung definiert einen Modellbildungs- und Validierungsprozess bezüglich der Dynamik realer komplexer Strukturen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode. Das Ziel ist einen transparenten Katalog mit spezifischen Unsicherheiten und deren Sensitivität auf die Modelllösung anzubieten, um eine größtmögliche Fehlervermeidung zu erreichen. Hierfür werden ein komplexes verschraubtes System vereinfacht und einzelne Komplexitätsstufen isoliert betrachtet. Erst nachdem Modell- und Parameterunsicherheiten identifiziert und quantifiziert sind, wird die nächste Komplexitätsstufe bearbeitet. Die realen Eigenfrequenzen und deren zugehörigen Eigenschwingungsformen werden aus einer experimentellen Modalanalyse (EMA) bestimmt. Mit dem vorgestellten Vorgehen für den Validierungsprozess dreidimensionaler numerischer Modelle kann der angegebene Vertrauensbereich der Modelllösungen deutlich verkleinert und sicherer bestimmt werden.

4 Zielsetzung und Gliederung

Ziel der vorliegenden Arbeit ist eine höhere Abbildungsgenauigkeit von 3d FE-Modellen komplexer Bauteile und Baugruppen. Unter anderem sollen die Sensitivitäten der Modell- und Parameterunsicherheiten während der Modellbildung besser eingeordnet und verstanden werden. Details zur genaueren Eingrenzung der vorliegenden Arbeit zeigt Abbildung 4.1. Das generelle Bestreben ist eine präzise berechnete Absolutaussage über das dynamische Verhalten von Strukturen, weit vor deren Fertigung.

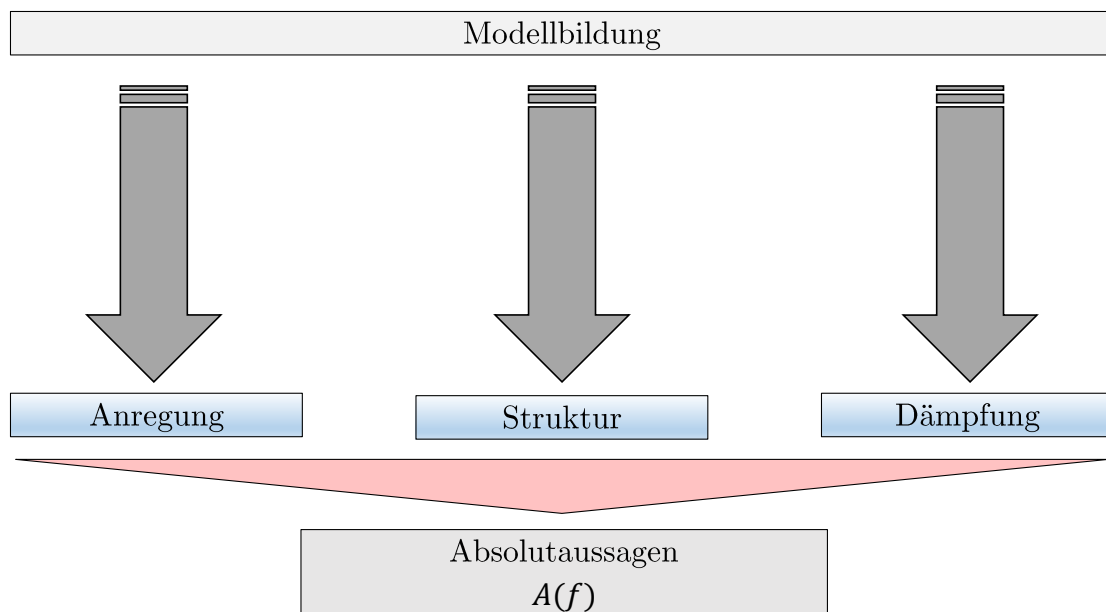


Abbildung 4.1: Von der Modellbildung bis hin zu Absolutaussagen des dynamischen Verhaltens einer Struktur; Haupteinflussgrößen: Anregung, Struktur, Dämpfung; orts- und frequenzabhängige Schwingungsamplitude $A(f)$.

Nicht nur die experimentelle Bestimmung der Eigenfrequenzen, sondern ebenso eine orts- und frequenzabhängige Schwingungsamplitude $A(f)$ einer Struktur könnte so exakt berechnet werden. Um dies zu ermöglichen, muss die Frequenzantwortfunktion $H(f)$ einer Struktur in einem bestimmten Frequenzbereich ermittelt werden, die wie folgt definiert ist:

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)}, \quad (4.1)$$

wobei $Y(f)$ die Antwort und $X(f)$ den Eingang im Frequenzbereich des Systems darstellen. Die Frequenzantwortfunktion verknüpft die Fouriertransformierte der Systemanregung mit der der Systemantwort. Ausgehend von der Modellbildung werden dazu drei Hauptein-

flussgrößen, *Anregung*, *Struktur* und *Dämpfung* definiert, wobei die vorliegende Arbeit aus Gründen des gesamten Umfangs ausschließlich das Themenfeld *Struktur* behandelt. Die anfangs erwähnte Abbildungsgenauigkeit bezieht sich daher auf die Bestimmung von Eigenfrequenzen und deren zugehörigen Eigenschwingungsformen von Bauteilen und Baugruppen.

Im ersten Teil der Dissertation werden die Problemstellung und die Motivation erläutert sowie eine umfassende Literaturübersicht gegeben. Letztere ist nach den wichtigsten Themengebieten gegliedert. Im Anschluss folgt eine Zusammenfassung über den wissenschaftlichen Beitrag mit der Zielsetzung als Abschluss. Im zweiten Teil wird das methodische Vorgehen gezeigt, das mit der Beschreibung des strukturellen Vorgehens beginnt. Darauffolgend sind die verwendeten Modelltypen näher beschrieben und die Methode zur Identifikation und Quantifizierung von Unsicherheiten wird erläutert. Der anschließende Abschnitt stellt die wesentlichen Ergebnisse der angehängten Veröffentlichungen dar. Kapitel V widmet sich dem Fazit und Ausblick. Abschließend sind die wesentlichen Veröffentlichungen ergänzend angehängt.

Kapitel II

Methodisches Vorgehen

Im folgenden Kapitel werden die einzelnen Komplexitätsstufen, in die die Arbeit eingeteilt ist, näher beschrieben und erläutert. Anschließend werden die untersuchten Komponenten beschrieben und die Methode zur Identifizierung und Quantifizierung von Unsicherheiten vorgestellt.

1 Aufbau der Arbeit

Da die Genauigkeit von Simulationsmodellen von sehr vielen Einflussfaktoren abhängt, wird das Vorgehen in dieser Arbeit in drei Kategorien geometrischer Komplexität eingeteilt. Daher gestaltet sich der Aufbau von allgemein angenommenen einfachen Strukturen bis hin zu einem realen, komplexen Motor-Getriebe-Verbund, der aus zwölf verschraubten Komponenten besteht, wie in Abbildung 1.1 dargestellt. Innerhalb der Ebenen eins bis drei der *reduzierten, gesteigerten* und *hohen Komplexität* wird nochmals zwischen *Bauteil* und *Baugruppe* unterschieden. Die Gesamtheit der Strukturen im Bereich *Bauteile* sind monolithisch. In der Rubrik *Baugruppe* werden dieselben Strukturen als verschraubte Komponenten untersucht. Im Folgenden werden balkenähnliche Strukturen, deren Dimensionen der Definition eines Balkens nach Han *et al.* [61] entsprechen auch als solche bezeichnet. Der systematische Ablauf der Untersuchungen beginnt zunächst innerhalb der Gruppe *Bauteil* von *reduzierter Komplexität* zu *hoher Komplexität*. In Ebene eins wird ein balkenähnliches Bauteil (EB) und derselbe Balken mit einer entsprechenden Endmasse (EBmE) betrachtet. Ebene zwei beinhaltet in ihrer Geometrie vereinfachte Regelgeometrien der realen Komponenten eines Motor-Getriebe-Verbundes aus Ebene drei. Im Arbeitsgebiet *Baugruppe* werden die jeweiligen Einzelkomponenten verschraubt. In Ebene zwei und drei existiert von jeder Komponente jeweils ein Bauteil. In der Stufe *reduzierte Komplexität* werden vom Einzelbalken jeweils zehn Stahl- und Aluminiumproben analysiert, ebenso vom verschraubten Doppelbalken (DB). Vom Einzelbalken mit Endmasse werden sechs Prüflinge je Stahl- und Aluminiumwerkstoff gefertigt. Am einfachen Einzelbalken, der ein stark reduziertes Modell des Motor-Getriebe-Verbundes darstellen soll, wird mit frei-freien Randbedingungen zunächst eine Methode für die weitere Vorgehensweise definiert, um eine leistungsfähige Entwicklungsmethode hinsichtlich der Modellbildung für komplexere Bauteile bzw. Baugruppen zu entwickeln. Von Bedeutung sind für diese Arbeit Biege- und Torsionsschwingungen, da Längsschwingungen im realen Motor-Getriebe-Verbund eine untergeordnete Rolle spielen. Der Vorteil des Einzelbalkens liegt in seiner einfachen Gestalt und seinem gut vorhersagbaren dynamischen Verhalten.

Bauteil

Baugruppe

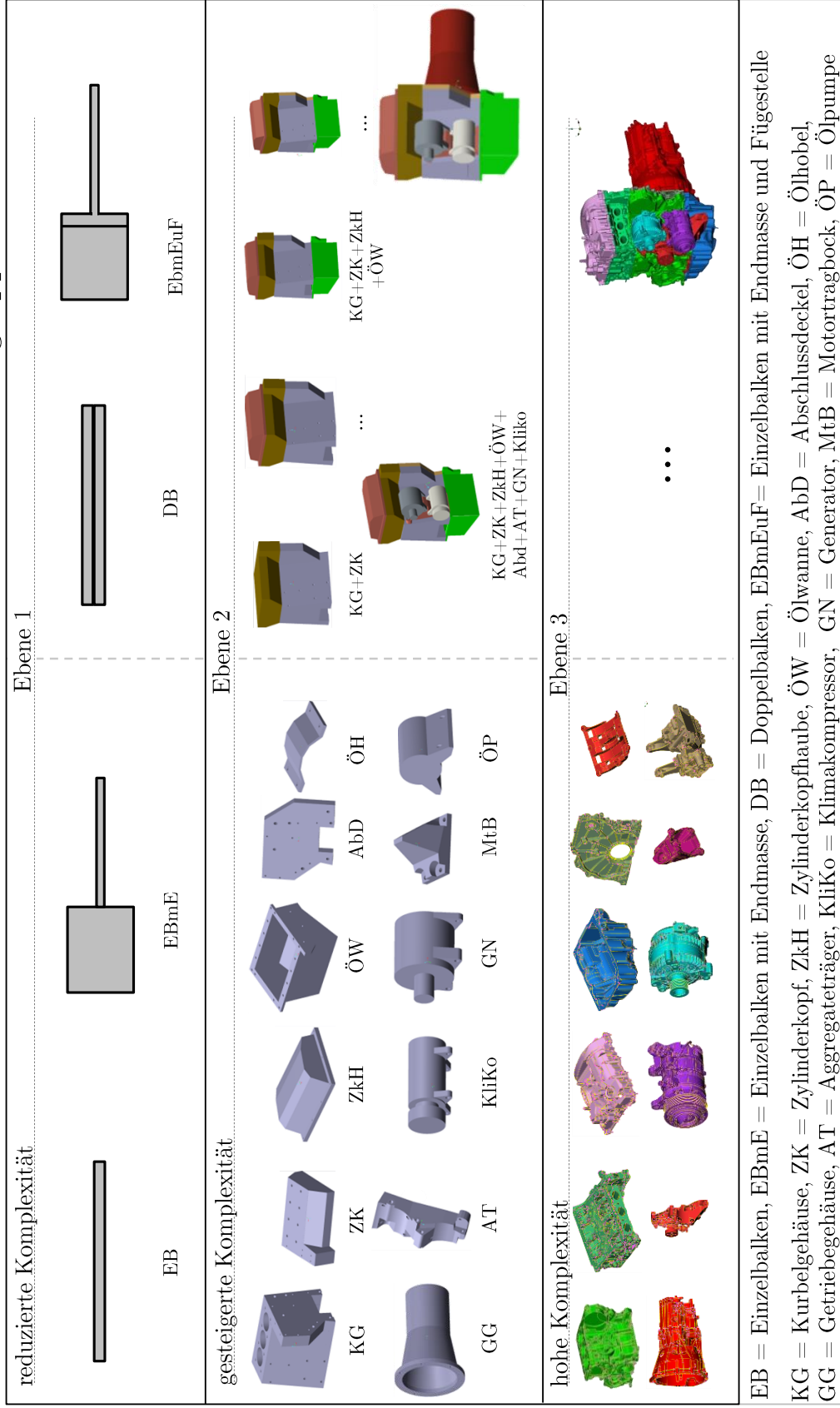


Abbildung 1.1: Die Arbeit ist in die Ebenen 1, 2 und 3 unterteilt, der reduzierten, der gesteigerten und der hohen geometrischen Komplexität. Dabei wird nochmals in monolithische Bauteile und verschraubte Baugruppen unterschieden.

Es existieren außerdem anhand von Balkentheorien weitere analytische Lösungen für den Vergleich zu numerischen Modellen und Experimenten.

In den einzelnen Komplexitätsstufen werden zunächst die Lösungen aus den Simulationsmodellen der monolithischen Strukturen und den experimentellen Resultaten verglichen. Dadurch lassen sich Unsicherheiten identifizieren, quantifizieren und eine Aussage über den Vertrauensbereich bzw. die Gesamtunsicherheit der jeweiligen Lösungen treffen, vgl. Abschnitt 3. Nach erfolgreicher Validierung [42] der Simulationsmodelle durch das Experiment werden die Komponenten zu Baugruppen verschraubt. Demzufolge kann die Höhe der Varianz im Ergebnis der Einzelkomponenten bei der Modellbildung der Baugruppe ausreichend berücksichtigt werden.

2 Verwendete Strukturen

In diesem Unterkapitel werden die analysierten Strukturen näher erläutert. Beginnend mit Ebene eins, der *reduzierten Komplexität*, zeigt Abbildung 2.1 den Einzelbalken und die verschraubte Doppelbalkenstruktur. Der Einzelbalken hat eine Abmessung von 200x40x4 mm. Die Nennmaße der verschraubten Struktur sind dieselben wie die des EB. Die Balken werden mit sieben Einschraubverbindungen verschraubt. Der Balken zwischen unten liegendem Balken und der Schraubenkopfauflage besitzt sieben Durchgangsbohrungen mit einem Nenn-durchmesser von 10.5 mm. Die Stahlschrauben haben eine Abmessung von M10 x 16–10,9 und besitzen eine Zugfestigkeit von $R_m = 1000 \text{ N/mm}^2$ mit einer Streckgrenze von $R_e = 900 \text{ N/mm}^2$.

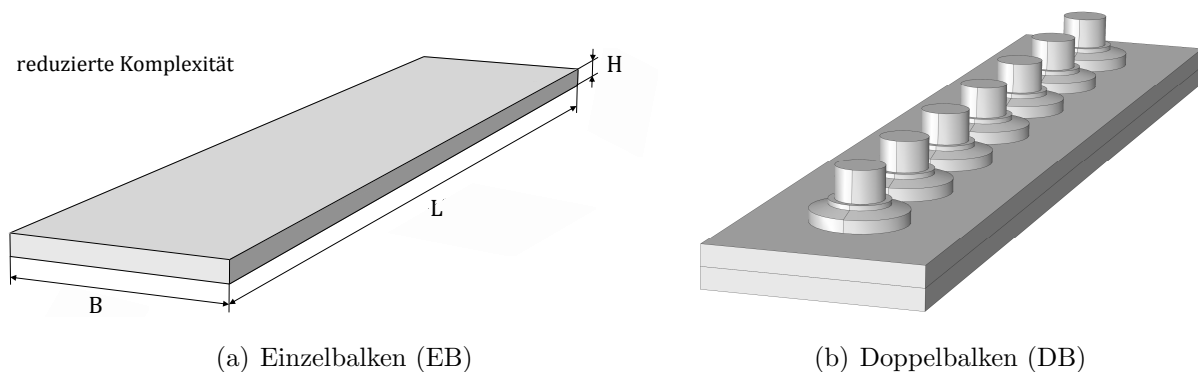


Abbildung 2.1: Einzelbalken und verschraubter Doppelbalken: analysierte Strukturen in Ebene eins, der *reduzierten Komplexität*.

Abbildung 2.2 zeigt den Balken mit Endmasse (EBmE) und den Balken mit Endmasse und Fügestelle (EBmEuF). Die Abmessungen des EBmE sind $L_E = 100$ mm, $B_E = 40$ mm, $H_E = 100$ mm. Die Nennmaße des Balkens mit Endmasse (EBmE) sind identisch mit dem Einzelbalken. Nach abgeschlossener Simulation und experimentellen Untersuchungen der monolithischen Strukturen ist in die Endmasse eine Fügestelle mit einer Flanschstärke von $L_F = 100$ mm eingebracht. Die Einzelkomponenten werden wiederum mit zwei Einschraubverbindungen M10 x 30–10, 9 verschraubt.

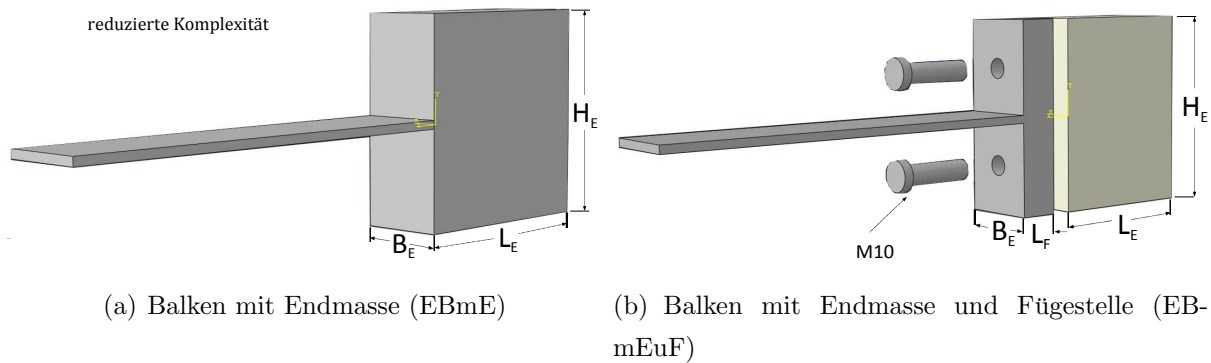
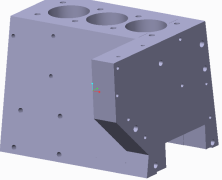
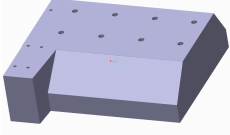
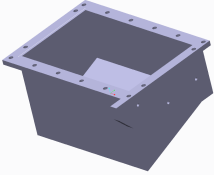
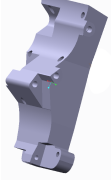
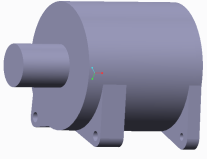
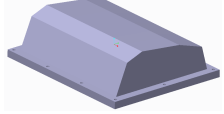
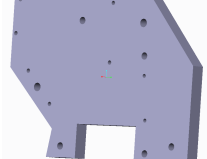
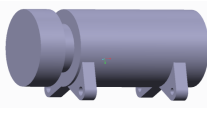
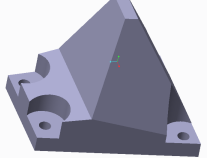
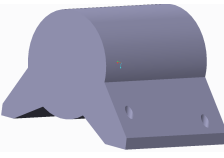
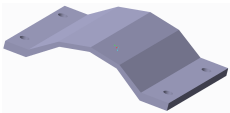
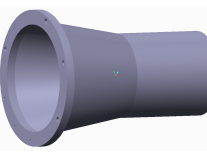


Abbildung 2.2: Balken mit Endmasse: analysierte Strukturen in Ebene eins, *der reduzierten Komplexität*.

Innerhalb Ebene zwei, der *gesteigerten Komplexität*, werden in ihrer Geometrie vereinfachte Motorstrukturen untersucht, wie in Tabelle 2.1 dargestellt. Dazu werden Regelgeometrien von den virtuellen, dreidimensionalen Einzelmodellen der Originalstrukturen aus Tabelle 2.2, abgeleitet. Die ausgewählten Teile besitzen den größten Einfluss auf das strukturdynamische Gesamtverhalten eines Motors mit Getriebe. Das Ableiten der Regelgeometrie unterliegt den Grenzen der Fertigbarkeit und der strukturdynamischen Eigenschaften. Die Abmaße wurden den Originalmodellen entnommen. Der Abstrahierungsgrad ist aufgrund der Vernachlässigung aller komplexen Linienzüge sehr hoch, um eine vorgegebene Fertigungstoleranz der Regelgeometrien einzuhalten. Die Lage sämtlicher Schraubverbindungen innerhalb der Regelgeometrien ist konform mit denen der Originalteile.

In Ebene zwei soll definiert werden, mit welcher Sorgfalt Geometriedetails im FE-Modell gestaltet sein müssen, um eine gewünschte Genauigkeit zum realen Strukturverhalten zu erreichen. Dazu wird zunächst mit abstrahierten Modellen der realen Motorbauteile, den Regelgeometrien, gearbeitet. Dieser Zwischenschritt macht es möglich, Modell- und Parameterunsicherheiten an Strukturen nahe der tatsächlichen Geometrie vollständiger zu identifizieren und zu quantifizieren.

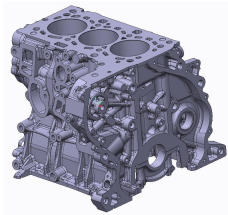
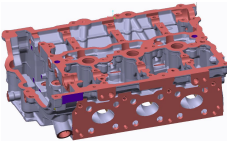
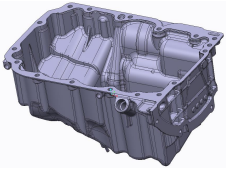
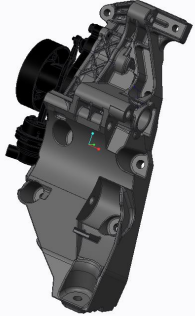
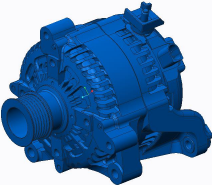
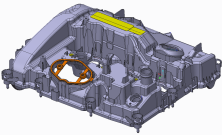
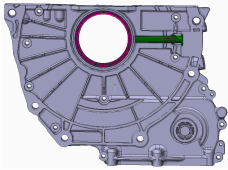
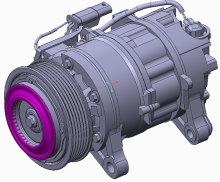
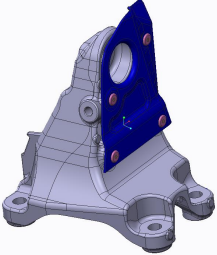
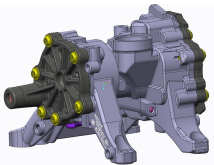
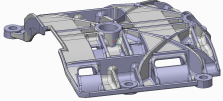
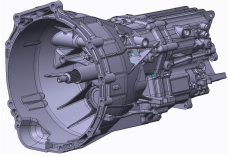
Tabelle 2.1: Verwendete Strukturen in Ebene zwei, der *gesteigerten Komplexität*: dreidimensionale Volumenmodelle der Regelgeometrien.

Kurbelgehäuse	Zylinderkopf	Ölwanne	Aggregateträger
			
Generator	Zylinderkopfhaube	Abschlussplatte	Kompressor
			
Motortragbock	Öl-/Tandempumpe	Ölhobel	Getriebegehäuse
			

3 Identifikation und Quantifizierung von Unsicherheiten

Die Entwicklung einer Methode zur Identifikation und Quantifizierung von Unsicherheiten innerhalb des Modellbildungsprozesses ist eine der Herausforderungen dieser Arbeit. Neben der Identifikation ist zu Beginn eine entsprechende Kategorisierung von Vorteil. Deshalb wird in zwei Bereiche unterteilt, der aleatorischen und der epistemischen Unsicherheiten. Genauer betrachtet werden Einflussgrößen in der ersten Kategorie als *Ungenauigkeiten* bezeichnet, die nicht vermeidbar sind. Als Beispiel ist die Bestimmung von Material- und Geometrieparametern anzubringen. Epistemische Unsicherheiten haben ihren Ursprung in der *Unvollständigkeit*, unter anderem in der vereinfachten Abbildung realer, komplexer physikalischer Zusammenhänge in der Modellbildung, beispielsweise eine ideal feste Randbedingung im FE-Modell. Diese sind allerdings reduzierbar, wie etwa durch die Generierung eines höheren Wissensstands.

Tabelle 2.2: Verwendete Strukturen in Ebene drei, der *hohen Komplexität*: dreidimensionale Volumenmodelle der Originalstrukturen.

Kurbelgehäuse	Zylinderkopf	Ölwanne	Aggregateträger
			
Generator	Zylinderkopfhaube	Abschlussplatte	Kompressor
			
Motortragbock	Öl-/Tandempumpe	Ölhobel	Getriebegehäuse
			

Aufgrund dessen ist eine exakte Quantifizierung solcher Unsicherheiten von entscheidender Bedeutung, da nur so vereinfachte Annahmen mit der größten Sensitivität auf das Modellergebnis identifiziert werden können. Die Gesamtunsicherheit ζ_{tot} eines Modells kann wie folgt berechnet werden:

$$\zeta_{\text{tot}} = \zeta_{\text{mod}} + \zeta_{\text{par}}, \quad (3.1)$$

wobei ζ_{mod} und ζ_{par} die Modell- und Parameterunsicherheiten beschreiben und letztere zu der Kategorie der aleatorischen Einflussgrößen gehören. Die Parameterunsicherheiten lassen sich wiederum in Material und Geometrie unterteilen. Modellunsicherheiten können in den betrachteten Fällen Randbedingungen, die Diskretisierung oder auch der mathematische Ansatz zur Annäherung der exakten Elementlösung über das gesamte Berechnungsgebiet sein. Abbildung 3.1 zeigt mögliche Unsicherheiten speziell für die Ermittlung von Eigenfrequenzen und deren zugehörigen Eigenschwingungsformen.

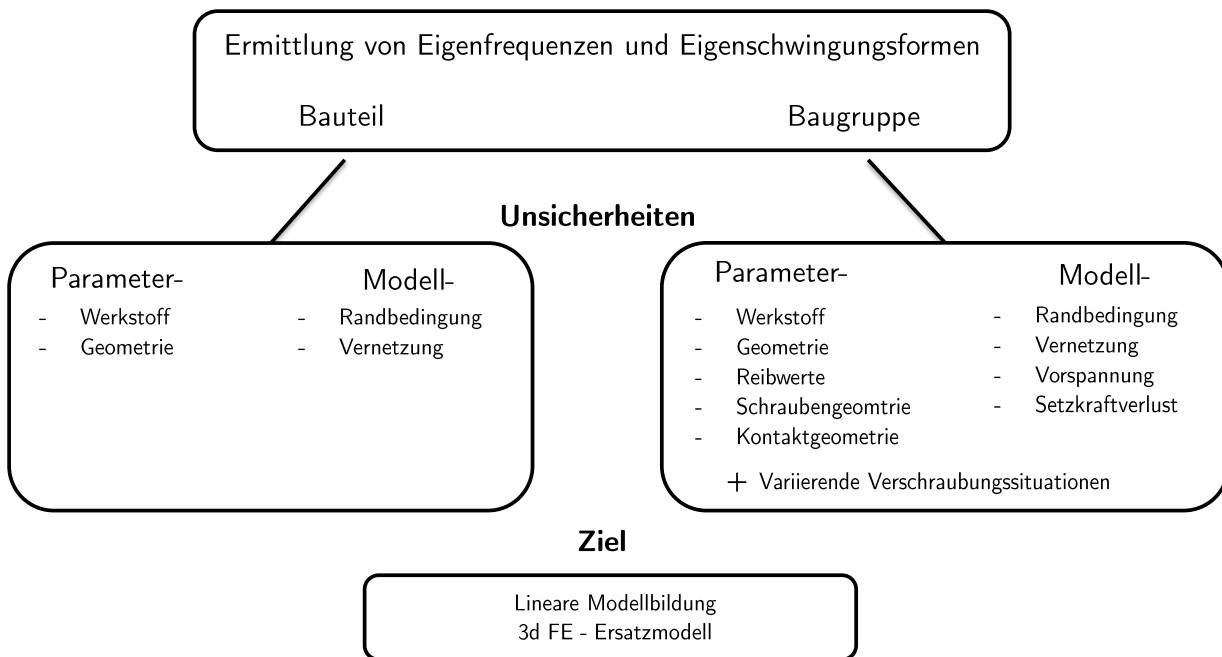


Abbildung 3.1: Mögliche Unsicherheiten bei der Ermittlung von Eigenfrequenzen und deren zugehörigen Eigenschwingungsformen.

Ziel ist die Modellierung eines linearen 3d FE-Ersatzmodells mit akzeptabler aber sicher vorhersagbarer Varianz in den berechneten Eigenfrequenzen. Unterteilt sind die Modell- und Parameterunsicherheiten in *Bauteil* und *Baugruppe*. Besonders in sehr großen 3d FE-Modellen stellen die variierenden Verschraubungssituationen eine besondere Herausforderung dar. Die Materialparameter Elastizitätsmodul E , Dichte ρ und Querkontraktionszahl ν aller Komponenten wurden mit Hilfe von Ultraschallmessungen identifiziert. Die Schallgeschwindigkeiten von Longitudinal (c_l)- und Transversalwelle (c_t) in einem elastischen Kontinuum sind durch die Gleichungen 3.2 und 3.3 definiert [81]:

$$c_l = \sqrt{\frac{E(1 - \nu)}{\rho(1 + \nu)(1 - 2\nu)}} \quad (3.2)$$

$$c_t = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1 + \nu)}} \cdot \quad (3.3)$$

Eine einfache Umstellung ergibt den Elastizitätsmodul E :

$$E(c_l) = \frac{c_l^2 \rho (1 + \nu)(1 - 2\nu)}{(1 - \nu)} \quad (3.4)$$

$$E(c_t) = 2c_t^2 \varrho (1 + \nu). \quad (3.5)$$

Mit der Gleichsetzung von Gleichung 3.4 und 3.5 erhält man die Querkontraktionszahl ν :

$$\nu = \frac{2c_t^2 - c_l^2}{2(c_t^2 - c_l^2)}. \quad (3.6)$$

Der Elastizitätsmodul wird durch die gemessenen Schallgeschwindigkeiten c_l und c_t und den Gleichungen 3.4 und 3.5 mit $E = 1/2 (E(c_l) + E(c_t))$ berechnet. An jeder Struktur werden jeweils zehn Messungen der Schallgeschwindigkeiten durchgeführt. Die Dichte ϱ wird mittels hydrostatischer Wägung nach dem Prinzip von Archimedes ermittelt. Die Masse der Struktur wurde dazu in Luft m_{Luft} und in destilliertem Wasser m_{Wasser} bestimmt. Mit der gegebenen Dichte des Wassers ϱ_{Wasser} und der Umgebungsluft ϱ_{Luft} wird die Dichte ϱ mit der Gleichung 3.7 berechnet:

$$\varrho = \frac{m_{\text{Luft}} \cdot (\varrho_{\text{Wasser}} - \varrho_{\text{Luft}})}{m_{\text{Luft}} - m_{\text{Wasser}}} + \varrho_{\text{Luft}}. \quad (3.7)$$

Das explizite Bestimmen des Volumens der Bauteile ist somit nicht notwendig, deshalb bietet dieses Verfahren gute Ergebnisse für Strukturen mit beliebig gerundeten Kanten. Die Unsicherheit des Elastizitätsmoduls, der Dichte und die der gemessenen Schallgeschwindigkeiten wurden unter Berücksichtigung von systematischen Fehlern, der Dichteänderung durch die Temperaturabhängigkeit, der Messauflösung und der Streuung durch die Anzahl der Messungen berechnet, siehe eine detailliertere Beschreibung in **Veröffentlichung 2**. Die angewandte Fehlerbetrachtung ermöglicht, je nach Messmöglichkeit an der Struktur, eine Genauigkeit in der Bestimmung des Elastizitätsmoduls E , der Querkontraktionszahl ν und der Dichte ϱ vom Mittelwert von $\pm 2,3\%$, $\pm 3,2\%$ und $\pm 0,171\%$.

Durch den Vergleich und die Bewertung der numerischen und experimentellen Ergebnisse, der strukturierten Herangehensweise von einfachen zu komplexen Strukturen, der Infragestellung von häufig als fehlerfrei angesehenen Arbeitsgängen wie dem schwingungstechnischen Experiment, einer entsprechenden Fehleranalyse bei Experiment und Simulation sowie der Abschätzung limitierender Effekte, beispielsweise nichtlinearen Kontaktproblemen, kann sukzessive ein Erfahrungsschatz aufgebaut werden. So ist es zukünftig möglich, bei ähnlich gear teten Strukturen Unsicherheiten in vergleichbaren Experimenten und im Simulationsmodell abzuschätzen und statistische Vertrauensbereiche bezüglich deren Ergebnisse vorzugeben.

Die Studien zur Definition einer strukturierten Untersuchungsmethode von komplexeren Bauteilen beinhalten Analysen zur/zu

- geometrietreuen Modellierung in FE-Modellen,
- abweichenden Randbedingungen,
- experimentellen Modalanalyse,
- Parameteridentifikation,
- Sensitivität von Modellparametern,
- verzerrten Elementen,
- der Kategorisierung von Modellunsicherheiten und
- Darstellungsformen von Ergebnissen.

Abbildung 3.2 zeigt die allgemeinen Zusammenhänge in Simulation und Experiment der zuvor beschriebenen Aspekte. Ausgehend vom Computer-Aided-Design (CAD)-Modell wird eine reale physikalische Struktur gefertigt.

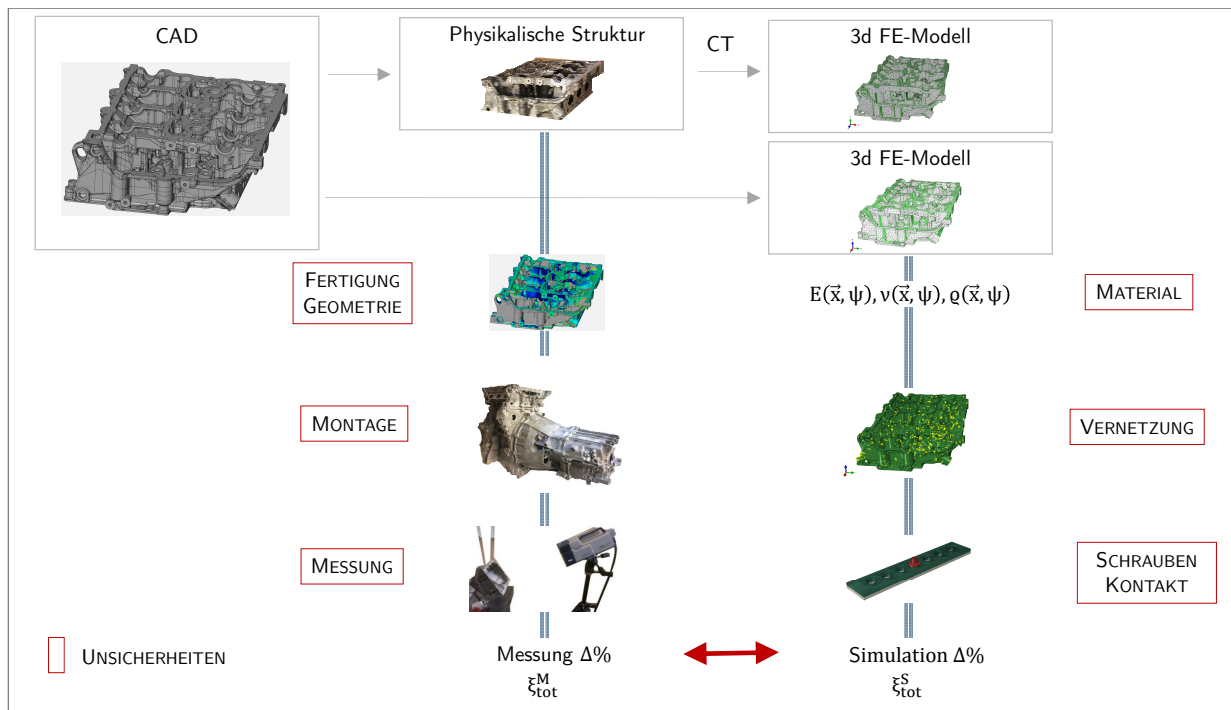


Abbildung 3.2: Methode zur Quantifizierung von Unsicherheiten im Modellbildungsprozess; CAD: Computer-Aided-Design-Modell; CT: Computertomographie; ξ_{tot}^M : Gesamtunsicherheit der Messung; ξ_{tot}^S : Gesamtunsicherheit der Simulation; E : Elastizitätsmodul; ν : Querkontraktionszahl; ρ : Dichte; \vec{x} : Ortsvektor; ψ : Zufallsvariable.

Das CAD-Modell dient in den meisten Fällen ebenso als Grundlage für ein FE-Modell. Von allen untersuchten Motorkomponenten in dieser Arbeit wurde auf Basis von Computertomographie (CT)-Daten ein FE-Modell erstellt. Zum einen erhöht sich somit die Vielfalt an Modellvarianten, zum anderen approximieren diese Modelle die Unsicherheiten aus der Fertigung bezüglich der *Geometrie* sehr exakt. Im Verlauf der Untersuchungen war dies ein entscheidender Vorteil, um beim Vergleich von Simulation und Messung den Fokus auf andere Effekte, sprich mit einer nahezu ausgeschlossenen Geometrieunsicherheit, zu richten. Eine Betrachtung geometrischer Abweichung zwischen realer Komponente und FE-Modell basierend auf dem CAD-Modell ergab weitere aufschlussreiche Erkenntnisse.

Die Montage von Einzelkomponenten beinhaltet unsichere Parameter in der eingeleiteten Vorspannkraft der Schrauben, der Lage der Kontaktflächen, etc.. Ebenso werden mögliche Einflüsse in der Messung, wie bspw. die Anregung der Struktur oder deren Aufhängung auf das Messergebnis quantifiziert. Nach dem Erstellen des FE-Modells können die Unsicherheiten in drei Hauptkategorien wie *Material*, *Vernetzung* und *Schrauben/Kontakt* eingeteilt werden. Die Materialparameterbestimmung von Elastizitätsmodul E , Querkontraktionszahl ν und Dichte ρ sind nach ihrer örtlichen Verteilung \vec{x} und nach ihrem Wert ψ unsichere Parameter. Zu dem Begriff *Vernetzung* gehören mögliche Fehlerquellen wie verzerrte Elemente und Elementauflösung, aber auch die geometrietreue Approximation des CAD-Modells. Die Modellbildung von Schrauben- und Kontakteigenschaften beinhaltet ebenso Unsicherheiten, die nach Betrachtung der relevanten Größen für die Bestimmung von Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen in der Höhe und der Verteilung der Kontaktsteifigkeit resultieren. Nach Bestimmung der Gesamtunsicherheit aus Messung ξ_{tot}^M und Simulation ξ_{tot}^S werden die Ergebnisse mit ihrer jeweiligen Streuung gegenübergestellt. Eine anschließende Sensitivitätsanalyse einzelner Unsicherheiten wird im Anschluss sukzessiv den größten Einflussfaktor für die jeweilige Varianz im Ergebnis von Messung und Simulation identifizieren.

Kapitel III

Modellbeschreibung

Im folgenden Kapitel werden die verwendeten Modelltypen näher beschrieben. Auf die Darstellung der numerischen und analytischen Modelle folgt eine umfassende Beschreibung zur experimentellen Modalanalyse, die auch als physisches Modell bezeichnet wird.

1 Numerische Modelle

Im Allgemeinen wird jedes verwendete Modell zunächst einer Konvergenzstudie unterzogen. Die relative Abweichung ε des FE-Modells zum konvergierten Modell ist wie folgt definiert:

$$\varepsilon = \left| 100 \cdot \left(\frac{f}{f_{\text{kon}}} - 1 \right) \right| \%, \quad (1.1)$$

wobei f und f_{kon} die berechneten Eigenfrequenzen des Ausgangsmodells und des konvergierten Modells sind. Die zulässige relative Abweichung zur konvergierten Lösung im betrachteten Frequenzbereich nach Verdoppelung der Anzahl der Freiheitsgrade im Ausgangsmodell wurde auf $< 1.0\%$ festgelegt. Fundierte Vorschläge zur Vernetzung von 3d Finite-Elemente-Modellen sind in **Veröffentlichung A**, siehe Kapitel VI, zu finden. Am Beispiel der FE-Modelle der realen Ölwanne (Abbildung 1.1) werden die verwendeten Diskretisierungen kurz erläutert. Die Abbildungen 1.1(a) und (b) zeigen die FE-Modelle basierend auf den CAD- und CT-Daten der Ölwanne, welche mit quadratischen und linearen Tetraederelementen vernetzt sind. Die numerischen Modelle basierend auf CAD-Daten haben eine durchschnittliche Elementkantenlänge von 7 mm. Die FE-Modelle aus den CT-Daten wurden mit einer Elementkantenlänge von 2 mm vernetzt, um eine möglichst exakte Geometrietreue zu der Datenwolke aus der Computertomografie zu erhalten.

2 Analytische Modelle

Analytische Modelle werden ausschließlich in Ebene eins, der *reduzierten Komplexität*, neben numerischen und experimentellen Ergebnissen als eine mögliche dritte Lösung zum Vergleich genutzt. Verwendung finden in dieser Arbeit die Balkentheorien nach Bernoulli und Timoshenko. Die Theorien bieten eine spezielle Lösung der eindimensionalen Wellengleichung an, weshalb die hier betrachteten Modelle als eindimensional bezeichnet werden. Gleichung 2.1 beschreibt die Berechnung der Eigenfrequenzen eines Balkens nach Timoshenko [56]:

$$f_{ns} = \frac{\kappa_n^2 K_s}{2\pi} \sqrt{\frac{EH^2}{12\rho L^4}}. \quad (2.1)$$

Werkstoff- und Gestaltgrößen sind der Elastizitätsmodul E , die Dichte ρ , die Balkenhöhe H und die Länge L des Balkens. Die Eigenwerte κ_n sind die Lösungen der charakteristischen Gleichung in Abhängigkeit der Randbedingungen. Der Index n beschreibt die 1. bis n -te Ei-

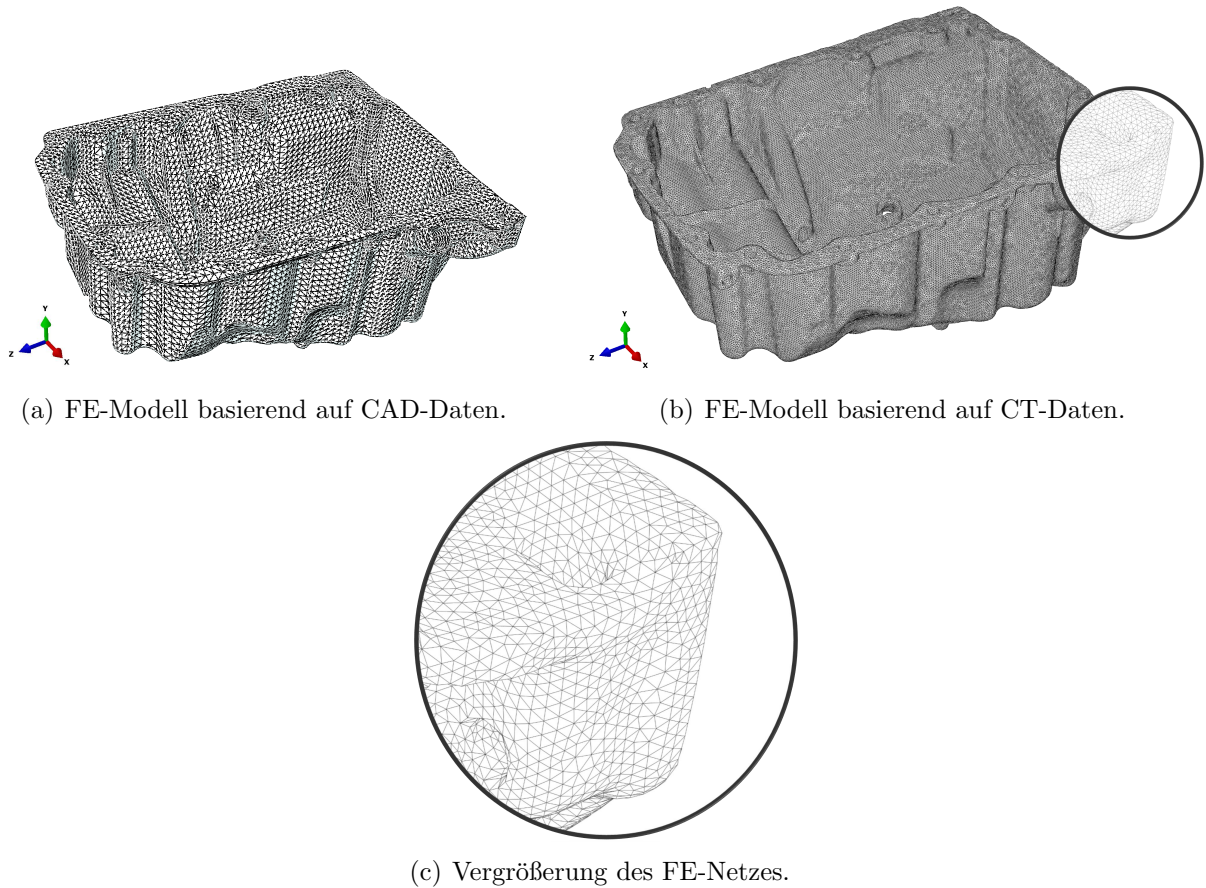


Abbildung 1.1: Finite-Elemente-Modelle der Ölwanne - Originalstruktur; (a) Elementtyp: quadratische Tetraederelemente C3D10; Elementkantenlänge ca. 7 mm; Freiheitsgrade: 466182; Elementanzahl: 89082; verzerrte Elemente von der Gesamtelementanzahl: 0,197%; (b) Elementtyp: lineare Tetraederelemente C3D4; Elementkantenlänge ca. 2 mm; Freiheitsgrade: 1317624; Elementanzahl: 2105498; verzerrte Elemente von der Gesamtelementanzahl: -; (c) Vergrößerung des FE-Netzes basierend auf CT-Daten.

genfrequenz. Die Gleichung unterscheidet sich zur Lösung nach Bernoulli [56] (Gleichung 2.3) durch den Parameter K_s , durch den die Schubverzerrung berücksichtigt wird und der wie folgt definiert ist:

$$K_s = 1 - (1 + \alpha) \left(\frac{n\pi j}{L} \right)^2 \quad (2.2)$$

mit

$$\alpha = \frac{EA}{GA_s} \quad \text{und} \quad j^2 = \left(\frac{H}{2\sqrt{3}} \right)^2.$$

Der Trägheitsradius j ist abhängig von der Höhe bzw. Dicke H des Balkens. Der Faktor α wird aus dem Elastizitätsmodul E , dem Schubmodul G , der Balkenquerschnittsfläche A

und der reduzierten Querschnittsfläche A_s berechnet, wobei letzteres für Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit 5/6 von der Fläche des Balkenquerschnittes A beträgt. K_s nimmt Werte kleiner 1 an und bildet den Balken weicher ab als die Theorie nach Bernoulli, daher gilt $f_{ns} < f_n$.

$$f_n = \frac{\kappa_n^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EH^2}{12\rho L^4}} \quad (2.3)$$

Um eine Abschätzung vom Einfluss der Gesamtunsicherheit auf die analytisch berechneten Eigenfrequenzen zu erhalten, wurden die Ober (o)- und Untergrenzen (u) der Material- und Geometrieparameter wie in Gleichung 2.4 und 2.5 definiert und die zugehörige Varianz f_{n_o} und $f_{n_{s_o}}$ der Eigenfrequenzen folgend bestimmt:

$$f_{n_o} = \frac{\kappa_n^2}{2\pi} \sqrt{\frac{E_o H_o^2}{12\rho_u L_u^4}} \quad (2.4)$$

$$f_{n_{s_o}} = \frac{\kappa_n^2 K_{s_o}}{2\pi} \sqrt{\frac{E_o H_o^2}{12\rho_u L_u^4}}. \quad (2.5)$$

Die Intervallgrenzen von Material- und Geometrieparametern werden durch die maximale Messabweichung bei der Bestimmung der relevanten Parameter festgelegt.

3 Experimentelle Modalanalyse (EMA)

Wie bereits eingangs erwähnt, wird die experimentelle Modalanalyse in der vorliegenden Arbeit auch als physisches Modell bezeichnet. Es werden die dynamischen Eigenschaften einer realen Struktur bestimmt, allerdings wird deren tatsächliches Umfeld oder auch die Randbedingungen entscheidend verändert, wodurch wiederum ein neues Modell geschaffen wird. Die Messergebnisse, die nicht als fehlerfrei betrachtet werden können, dienen als Referenz für den Vergleich mit den virtuellen Modellen. Für eine möglichst exakte Messung der Resonanzfrequenzen müssen Anregung, Lagerung und das Aufnehmen der Strukturantwort sorgfältig vorbereitet werden. So wird der Einfluss variierender Aufhängungspunkte an der Struktur, verschiedenster Lagerungen, die Variation des Schraubenanzugmomentes, die Ankopplung eines Shakers oder unterschiedlicher Anregungsamplituden auf die Resonanzfrequenzen der Struktur quantifiziert und in die Unsicherheitsbetrachtung integriert. Die anschließende Modalanalyse identifiziert Eigenfrequenzen und deren zugehörigen Eigenschwingungsformen. Abbildung 3.1 zeigt einen entsprechenden Messaufbau. Das Prüfobjekt

(4) sind in diesem Fall verschraubte Komponenten des Motor-Getriebe-Verbundes. Die Lagerung (1) wird mit elastischen Bändern realisiert, um eine ideal frei-freie Lagerung des Simulationsmodells bestmöglich zu approximieren. Das Messobjekt wird mittels Impulshammer oder einem dynamischen Shaker angeregt (3). Die Schwingungsantwort des Systems wird aufgrund der Komplexität der Struktur mit einem 3d Laser Doppler Vibrometer gemessen. Die Oberflächengeschwindigkeit am Messpunkt wird durch die Bestimmung der Frequenzverschiebung von ursprünglich gesendeter Welle des Lasers und der reflektierten Welle vom bewegten Objekt ermittelt.

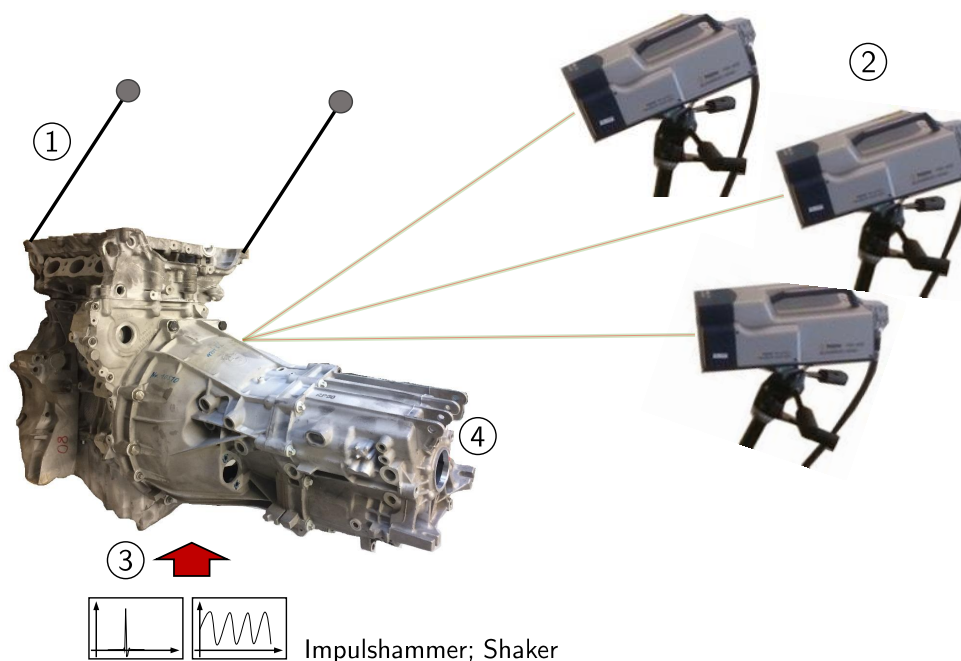


Abbildung 3.1: Experimentelle Modalanalyse - Messaufbau; 1: Aufhängung; 2: 3d Laser Doppler Vibrometer; 3: Anregungsarten; 4: Messobjekt.

Im Falle eines 3d Laser Doppler Vibrometers erhält man dreidimensionale Schwingungsdaten, wodurch für komplexe Strukturen die Messzeit erheblich verringert wird. So lassen sich Schwingungen des Messobjektes mit nur einer Messung räumlich darstellen und im Gegensatz zu einem Einpunkt-Lasersystem nicht nur out-of-plane, sondern auch in-plane Schwingungsformen identifizieren. Die anschließende Modalanalyse der gemessenen Frequenzantwortfunktionen ergibt die Eigenfrequenzen und deren zugehörigen Eigenschwingungsformen der Baugruppe.

Kapitel IV

Wesentliche Ergebnisse angehängter Veröffentlichungen

- *Modellbildung von 3d FE-Modellen für einfache und komplexere, monolithische Strukturen. Es werden hauptsächlich Empfehlungen zu Vernetzungsparametern entwickelt. Eine praktisch relevante Definition der „Genauigkeit“ von Simulation zum Experiment wird bestimmt und diskutiert (**Veröffentlichung A**).*
- *Betrachtung von Modell- und Parameterunsicherheiten in 3d FE-Modellen, in der experimentellen Modalanalyse und in analytischen Modellen anhand einfacher, balkenähnlicher Strukturen. Es wird ein Ablauf zur Generierung eines effizienten und schlanken 3d FE-Modells beschrieben. Eine Methode zur Ermittlung von Materialparametern mit neuartiger Fehlerrechnung mithilfe des Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes wird vorgestellt und validiert (**Veröffentlichung B**).*
- *Entwicklung eines effektiven und effizienten Prozesses zur Modellbildung von monolithischen und verschraubten Strukturen. Nach einer Unsicherheitsbetrachtung verschiedener Systeme resultieren die Ergebnisse in einer Validierungsstrategie von 3d FE-Modellen für geometrisch einfache und monolithische Strukturen bis hin zu verschraubten, komplexen Systemen (**Veröffentlichung C**).*

1 Veröffentlichung A

More Than Six Elements Per Wavelength: The Practical Use of Structural Finite Element Models and Their Accuracy in Comparison with Experimental Results

Neuheitswert und Ergebnisse: Der Artikel bietet dem Leser fundierte und neuartige Erkenntnisse über Vernetzungskriterien im Hinblick auf industrierelevante Geometrien. Die Ergebnisse beziehen sich dabei auf die möglichst exakte Bestimmung von Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen ausschließlich monolithischer Strukturen. So stellt der Artikel Richtlinien zur Vernetzung von 3d Finite-Elemente-Modellen zur Verfügung, die durch hochpräzise experimentelle Ergebnisse validiert werden. Miteinbezogen sind nicht nur balkenähnliche Strukturen, sondern auch ein komplexeres Bauteil, ein in seiner Geometrie vereinfachtes Kurbelgehäuse. Die Untersuchungen zeigen, dass unabhängig von der betrachteten Eigenschwingungsform, für eine Vernetzung dünnwandiger Strukturen mit linearen Elementen drei Schichten über der Dicke notwendig sind, um eine konvergierte Lösung zu erhalten. Hierbei ist insbesondere bei linearen Elementen auf eine gute Kondition hinsichtlich der Elementform zu achten. Außerdem zeigen die Untersuchungen, dass 3d FE-Modelle mit quadratischen Elementen für die gleiche Lösungsqualität etwa eine Größenordnung weniger Freiheitsgrade benötigen als FE-Modelle mit linearen Elementen.

Darüber hinaus sind zum Erreichen einer Abweichung von kleiner als 1% im Vergleich zu einem übermäßig genau aufgelösten Referenzmodell 20 quadratische (C3D20) und 500 lineare (C3D8) Elemente pro stehender Strukturwelle notwendig. Hierbei werden die ersten sechs Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen einer balkenähnlichen Struktur (< 10 kHz) betrachtet.

Ferner wird mittels einer Unsicherheitsbetrachtung identifiziert, weshalb eine relative Abweichung ε_m zwischen Simulation und Experiment von $1\% < \varepsilon_m < 2\%$ als ausreichend genau angesehen werden sollte. Diese Ergebnisse basieren auf einer für die Industrie üblichen Fertigungstoleranz von Bauteilen.

Der Artikel kommt zu dem Schluss, dass der Verschmutzungseffekt durch die Diskretisierung (engl. pollution effect) in 3d FE-Modellen im mittleren und hohen Frequenzbereich einen untergeordneten Anteil zur Gesamtunsicherheit im Simulationsmodell darstellt und somit vernachlässigt werden kann.

2 Veröffentlichung B

Matching experimental and three dimensional numerical models for structural vibration problems with uncertainties

***Neuheitswert und Ergebnisse:** Dieser Artikel beschreibt den Modellbildungsprozess einer scheinbar sehr einfachen, balkenähnlichen Struktur mit einer Analyse der Unsicherheiten jedes Prozessschrittes. Die Betrachtungen berücksichtigen Fertigungstoleranzen, die auch im industriellen Bereich Verwendung finden. Ziel ist es, ein möglichst effizientes und schlankes 3d FE-Modell unter Betrachtung von Modell- und Parameterunsicherheiten zu kreieren.*

Es zeigt sich, dass ein monolithisches 3d FE-Modell im Vergleich zu experimentell ermittelten Eigenfrequenzen mit mehr als 0,1 % Genauigkeit modelliert werden kann. Schlussfolgern lässt sich daraus: → die ideale frei-freie Randbedingung im FE-Modell kann mit einer elastischen Aufhängung im Experiment ausreichend genau abgebildet werden; → die beschriebene, neuartige Fehlerrechnung ist für die Unsicherheitsquantifizierung der Materialparameter Dichte ρ , Querkontraktionszahl ν und Elastizitätsmodul E sehr gut geeignet; → besonders im Hinblick auf komplexe Strukturen bieten 3d FE-Modelle mit akkurater Unsicherheitsbetrachtung gegenüber analytischen Modellen trotz Fertigungstoleranzen die höchste Genauigkeit bei der Ermittlung von Eigenfrequenzen.

Die Untersuchungen zeigen, dass im Zusammenhang mit den analysierten Fertigungstoleranzen in Geometrie und Material die berechneten Eigenfrequenzen maximal im Bereich von $\pm 2\%$ vom Mittelwert schwanken. Für dünnwandige, balkenähnliche Strukturen ist bekannt, dass Geometrieabweichungen ($L \times B \times H$) einen höheren Einfluss auf die Eigenfrequenzen haben als vergleichbare Materialparameterabweichungen (E, ρ, ν). Mit der Annahme tatsächlich vorkommender Toleranzen zeigt die Arbeit jedoch, Unsicherheiten der Materialparameter haben eine zweimal höhere Sensitivität auf die Eigenfrequenzen als die Unsicherheiten der Geometriegrößen. Verdeutlicht wird ebenso, dass der Einfluss der Diskretisierung im numerischen Modell im Gegensatz zu Material und Geometrie zu vernachlässigen ist, sofern die Diskretisierungsparameter nach Langer et al. [82, 84] gewählt werden. Außerdem werden in dem Artikel Ergebnisse aus den Balkentheorien nach Bernoulli und Timoshenko mit dem Experiment verglichen und deren Annahmen zur Lösung der Wellengleichung quantifiziert. Für die vorliegende Struktur zeigen die Lösungen nach Bernoulli eine signifikant höhere Genauigkeit in den Eigenfrequenzen, womit die übliche Annahme, dass die Theorie nach Timoshenko eine generell höhere Lösungsgenauigkeit liefert, diskutiert werden darf.

3 Veröffentlichung C

From Theory to Three-Dimensional Finite Element Models: An Innovative Method for Validation

Neuheitswert und Ergebnisse: Die Veröffentlichung stellt einen neuartigen Ansatz zur Validierung von 3d FE-Modellen vor. Dem Leser wird der Ablauf eines innovativen Validierungsprozesses erläutert, der sämtliche Modell- und Parameterunsicherheiten berücksichtigt. Exemplarisch werden anhand eines einfachen Balkenmodelles relevante Modell- und Parameterunsicherheiten diskutiert. Resultierend werden Schritte definiert, die aus Sicht der Autoren für den Modellbildungsprozess unerlässlich sind, um ein möglichst schlankes und zugleich exaktes Modell zu erhalten. Der Artikel zeigt dem Leser anhand von exemplarischen Strukturen Methoden zur Identifikation und Quantifikation von Unsicherheiten. Es wird sehr deutlich erkennbar, dass ohne parallel stattfindende hochpräzise Messungen keine Modellbildung mit zufriedenstellenden Ergebnissen durchführbar ist. Darüber hinaus werden die zuvor beschriebenen Herausforderungen in einer Ablaufprozedur zur Validierung von komplexen, verschraubten Baugruppen implementiert und diskutiert. Die Umsetzung zur Identifikation und Quantifikation von Unsicherheiten im Modellbildungsprozess wird durch eine „von einfacher zu komplexer Bauteil und Baugruppe“- Strategie realisiert und akribisch diskutiert. Es wird deutlich gezeigt, dass nur so Modell- und Parameterunsicherheiten ausreichend separiert voneinander untersucht werden können. Im Wesentlichen wird ein effizienter und in seinem Resultat mit einer Abweichung von maximal 4.0% zwischen Messung und Simulation, effektiver Modellbildungsprozess eines komplexen Motor-Getriebe-Verbundes beschrieben. Dort wo eine hohe Sensitivität der Geometrie auf die Eigenfrequenzen einzelner, hauptsächlich dünnwandiger Motorstrukturen vorliegt, können sich deren Einflüsse im verbauten komplexen Motorverbund auf Eigenfrequenzen globaler Eigenschwingungsformen vernachlässigbar verringern. Unter anderem wird der Einfluss von Schraubverbindungen bzw. deren zugehörige Steifigkeit auf das gesamte dynamische Verhalten experimentell und simulativ untersucht. Bezüglich großer und komplexer 3d FE-Modelle kommen die Autoren zu dem Schluss, dass die Steifigkeit aus Schraube und Fügepartner eine weitaus höhere Sensitivität auf die Eigenfrequenzen besitzt als die Material- und Geometrieunsicherheiten und deren Verteilung. Dies gilt vornehmlich, wenn die Materialparameter mit einer Genauigkeit entsprechend der **Veröffentlichung B** bestimmt werden.

Kapitel V

Fazit und Ausblick

Das folgende Kapitel erläutert den Aufbau der vorliegenden Arbeit und gibt die wichtigsten Schlussfolgerungen wieder. Im Anschluss werden Vorschläge zum weiteren Vorgehen bei der Modellbildung von 3d FE-Modellen für verschraubte Komponenten dargelegt.

Die vorliegende Arbeit behandelt die experimentelle und numerische Modellbildung im Rahmen der Bestimmung von Eigenfrequenzen und deren zugehörigen Eigenschwingungsformen. Abhängig von der Komplexität der untersuchten Strukturen ist die Arbeit in zwei Teile gegliedert. Der erste Teil befasst sich mit der Modellbildung monolithischer Strukturen. Darauf aufbauend behandelt der zweite Abschnitt die Modellbildung verschraubter Komponenten. Es werden Unsicherheiten im Prozess der Modellbildung, sowohl in der Simulation als auch im Experiment, identifiziert und anschließend quantifiziert. Aus den Erkenntnissen werden wertvolle allgemeingültige Aussagen und Methodiken für die Modellierung von 3d FE-Modellen abgeleitet. Diese können als Leitfaden in bestehende Modellbildungsprozesse eingebunden werden und die Lösungsqualität signifikant erhöhen. Die Kernaussagen werden im Folgenden zusammengefasst und mögliche weiterführende Arbeiten kurz erläutert.

Die Untersuchungen zu monolithischen Strukturen haben gezeigt, dass ein 3d FE-Modell mit physikalisch sinnvollen Materialeingangsparametern mit einer maximalen Abweichung von 0,1 % im Vergleich zu experimentell ermittelten Eigenfrequenzen modelliert werden kann. Basierend auf den festgestellten Parameterunsicherheiten und deren Sensitivitäten ist es nicht sinnvoll, eine solch geringe Abweichung als Zielwert anzunehmen. Aus den Untersuchungen lässt sich allgemeingültig ableiten, dass sich sowohl im industriellen als auch im akademischen Umfeld eine Genauigkeit von maximal 1 % als Zielgröße anbietet.

Mit den Erkenntnissen zur Diskretisierung ist es nun möglich, die Netzgüte eines FE-Modells im Bezug auf die numerische Eigenwertanalyse zu bewerten und deren Einfluss auf die Lösung genauer vorherzusagen. Im Zuge dieser Arbeit wird für einen Fehler von weniger als 1 % zu einer konvergierten Lösung empfohlen, 20 quadratische oder 500 lineare Hexaederelemente pro stehender struktureller Biegewelle für die Vernetzung von Bauteilen zu verwenden. Für FE-Modelle komplexer Komponenten, bei denen sinnvollerweise eine feinere und gröbere Diskretisierung in Bereichen hoher und niedriger Strukturverzerrung eingesetzt wird, wurde ein Vergleich zu einer Vernetzung mit konstanter Elementkantenlänge bei gleicher Anzahl an Freiheitsgraden durchgeführt. Bei den FE-Modellen mit wechselnden Diskretisierungsparametern zeigt sich eine deutlich niedrigere Abweichung der Eigenfrequenzen zu einem entsprechenden Referenzmodell. So könnte dies in Zukunft eine Möglichkeit sein, Freiheitsgrade bei gleicher Lösungsqualität einzusparen. Speziell für komplexe FE-Modelle konnte weiterhin keine Korrelation zwischen der relativen Anzahl an verzerrten Elementen und der Abweichung zur Lösung einer Referenz ohne Verzerrung identifiziert werden. Als entscheidender Faktor für die hohe Qualität des Diskretisierungsprozesses komplexer Komponenten konnte die möglichst exakte geometrische Approximation identifiziert werden. Unter Ver-

wendung quadratischer Elemente wurden sehr gute Ergebnisse durch die Platzierung der Elementkantenmittelknoten auf die jeweilige geometrische Randfläche erzielt.

Hinsichtlich der Modellierung von idealisierten Randbedingungen im Simulationsmodell muss diese vor allem für niedrige Eigenfrequenzen mit zugehörigen globalen Eigenschwingungsformen kritisch hinterfragt werden, da die Sensitivität idealisierter Randbedingungen meist sehr viel höher ist, als die der Material- oder Geometrieunsicherheiten. Der Grund dafür ist eine nur in den seltensten Fällen ausreichend gute Approximation der Randbedingungen im virtuellen Modell zur realen Situation. Die Randbedingungen sind entscheidende Einflussfaktoren in der experimentellen Modalanalyse und haben einen signifikanten Einfluss auf das Messergebnis. Jedoch ist unter Verwendung idealisierter frei-freien Randbedingungen die Bestimmung der Resonanzfrequenzen und der daraus resultierenden Eigenfrequenzen relativ robust. Berücksichtigt werden müssen aber vor allem Fehler durch den Masseneinfluss von Beschleunigungsaufnehmern, der durchaus messbar ist und in Abhängigkeit des Massenverhältnisses zum Messobjekt nicht vernachlässigt werden kann. Der Einsatz berührungsloser Messverfahren, wie er in der vorliegenden Arbeit gezeigt wird, ist daher zu empfehlen.

Innerhalb der Modellbildung verschraubter Strukturen ist die notwendige Modellierungstiefe im FE-Modell in hohem Maße von der Lage der verschraubten Fügestellen im Bezug auf der sich ausbildenden Eigenschwingungsform (Bereich hoher Verzerrung) abhängig. Befindet sich die Eigenschwingungsform außerhalb der Kontaktzone (Bereich kleiner Verzerrung), ist eine sehr einfache Abbildung der Schrauben- und Fügestellensteifigkeit ausreichend. Im entgegengesetzten Fall bedarf es einer exakteren Abbildung der Schraubenverbindung und somit einer aufwändigeren Modellierung und entsprechend sinnvollen Approximation der Steifigkeit von Fügepartner und Schraube sowie deren Verteilung. Hier gilt es insbesondere den großen Einfluss des Schraubenanzugsmomentes auf die Eigenfrequenzen zu berücksichtigen. Basierend auf den durchgeführten Untersuchungen ist unabhängig von der Lage der Kontaktzone und der betrachteten Baugruppe ab einem Anzugmoment von 20 N m die Verschiebung der Eigenfrequenzen aufgrund von Dämpfung oder einer nichtlinearen Kontaktsteifigkeit zu vernachlässigen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Ansatz zur Bestimmung der Steifigkeiten der Schraube und der Fügepartner mit vorhandenen analytischen Modellen umgesetzt. Allerdings besteht diesbezüglich Bedarf an analytischen Modellen zur Bestimmung der Steifigkeiten aus der tangentialen Reibung. Bisherige Modelle berücksichtigen nur die aus der Schraubenvorspannung resultierenden Normalkräfte. Die gewonnenen Erkenntnisse zeigen allerdings eine sehr viel höhere Sensitivität der tangentialen Kontaktsteifigkeit auf die Eigenfrequenzen. Im Vergleich

zu experimentellen Ergebnissen fehlt es den entwickelten numerischen Kontaktmodellen an Gesamtsteifigkeit. Eine einfache Multiplikation der normalen Kontaktsteifigkeit mit einem Haftreibungskoeffizienten zur Berechnung der tangentialen Steifigkeit stellt sich als unzureichend heraus. Daneben bleibt die Frage nach deren tatsächlichen Verteilung weitestgehend offen. Im Allgemeinen sind auch im Bereich der numerischen Implementierung analytisch berechneter Parameter noch weitere Untersuchungen notwendig.

Hinsichtlich der Modellbildung komplexer monolithischer Strukturen kann gezeigt werden, dass für ein geometrietreues FE-Modell eine ausreichend kleine Abweichung zwischen Simulation und Experiment erzielt werden kann. Voraussetzung dafür ist eine Bestimmung der Materialparameter mit der Genauigkeit wie in **Veröffentlichung B** dargestellt. Dabei ist für die analysierten Strukturen der Einfluss der Verteilung von Materialparametern, wie die des Elastizitätsmoduls E oder der Dichte ρ im FE-Modell zu vernachlässigen.

Basierend auf der entwickelten Strategie der Modellbildung können die Eigenfrequenzen eines Motor-Getriebe-Verbundes mit Hilfe eines FE-Modells mit ca. elf Millionen Freiheitsgraden mit einer Abweichung von kleiner als 4% zur experimentellen Modalanalyse berechnet werden.

Mit den Erkenntnissen dieser Arbeit ist es dem Ingenieur nun möglich, den Vertrauensbereich der Ergebnisse aus Simulation und Experiment verlässlicher zu quantifizieren. Dadurch sind exaktere Vorhersagen bei der dynamischen Auslegung von Strukturen im Entwicklungsprozess möglich. Limitierende Effekte können innerhalb der Entwicklungsgebiete *Simulation* und *Experiment* besser eingeschätzt werden. Dies trägt zu einem zielstrebigeren Entwicklungsfortschritt bei, ohne den Zeitaufwand signifikant zu erhöhen.

Literaturverzeichnis

- [1] ALLEN, M. S. ; DEANER, B. J. ; SEGALMAN, D. J.: Modal Iwan Models for Structures with Bolted Joints. In: BRAKE, Matthew (Hrsg.): *The Mechanics of Jointed Structures: Recent Research and Open Challenges for Developing Predictive Models for Structural Dynamics*. Cham : Springer International Publishing, 2018, S. 255–278
- [2] ALVIN, K.F. ; OBERKAMPF, W. L. ; DIEGERT, K. V. ; RUTHERFORD, B. M.: Uncertainty quantification in computational structural dynamics: a new paradigm for model validation. In: *Society for Experimental Mechanics, Inc, 16 th International Modal Analysis Conference*. Bd. 2, 1998, S. 1191–1198
- [3] AMES, N. M. ; LAUFFER, J. P. ; JEW, M. D. ; SEGALMAN, D. J. ; GREGORY, D. L. ; STARR, M. J. ; RESOR, B. R.: Handbook on dynamics of jointed structures. / Sandia National Laboratories. 2009. – Forschungsbericht
- [4] ANDERS, N. ; BILONG, L.: *Vibro-Acoustics*. Bd. 1-3. Krieger Publishing Company, 2016
- [5] ANDRÉ, M.: *Bildungserver Rheinland-Pfalz-Modellbildung*. 2010
- [6] ARGYRIS, J. ; MLEJNEK, H.-P.: *Die Methode der Finiten Elemente*. Braunschweig : Vieweg+Teubner, 1988
- [7] ARNOLD, D. N.: Discretization by finite elements of a model parameter dependent problem. In: *Numerische Mathematik* 37 (1981), Nr. 3, S. 405–421
- [8] BABUŠKA, I. ; IHLENBURG, F. ; PAIK, E. T. ; SAUTER, S. A.: A generalized Finite Element Method for solving the Helmholtz equation in two dimensions with minimal pollution. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 128 (1995), S. 325–359
- [9] BÄCKLUND, J.: On isoparametric elements. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 12 (1978), Nr. 4, S. 731–732

- [10] BANKS, J. ; CARSON, J. S. ; NELSON, B. L. ; DAVID, M. N.: *Discrete-Event System Simulation: Pearson New International Edition*. Pearson Education Limited, 2014
- [11] BATHE, K.-J.: *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*. Prentice-Hall, 1982
- [12] BATHE, K.-J.: *Finite Element Procedures*. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1996
- [13] BATHE, K.-J. ; GUILLERMIN, O. ; WALCZAK, J. ; CHEN, H.-Y.: Advances in nonlinear finite element analysis of automobiles. In: *Computers and Structures* 64 (1997), Nr. 5, S. 881–891. – Proceedings of the 11th ADINA Conference
- [14] BATHE, K.-J. ; WALCZAK, J. ; ZHANG, H.: Some recent advances for practical finite element analysis. In: *Computers and Structures* 47 (1993), Nr. 4, S. 511–521
- [15] BITTNER, U.: *Strukturakustische Optimierung von Axialkolbeneinheiten*, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2012
- [16] BLEVINS, R. D.: *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*. Krieger Publishing Company, 1995
- [17] BOGRAD, S. ; REUSS, P. ; SCHMIDT, A. ; GAUL, L. ; MAYER, M.: Modeling the dynamics of mechanical joints. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 25 (2011), Nr. 8, S. 2801–2826
- [18] BOGRAD, S. ; SCHMIDT, A. ; GAUL, L.: Joint damping prediction by thin layer elements. In: *Proceedings of the IMAC 26th Society of Experimental Mechanics Inc. Bethel* (2008)
- [19] BOSSEL, H.: *Modeling and Simulation*. Vieweg+Teubner, 1994
- [20] BOSSEL, H.: *Systeme, Dynamik, Simulation: Modellbildung, Analyse und Simulation komplexer Systeme*. Books on Demand, 2004
- [21] BOUILLARD, Ph. ; SULEAUB, S.: Element-Free Galerkin solutions for Helmholtz problems: fomulation and numerical assessment of the pollution effect. In: *Computer methods in applied mechanics and engineering* 162 (1998), Nr. 1-4, S. 317–335
- [22] BROMMUNDT, E. ; SACHAU, D.: *Schwingungslehre mit Maschinendynamik*. 2. Auflage. Springer-Verlag, 2014
- [23] BUDYNAS, R. G. ; NISBETT, J. K.: *Shigley's Mechanical Engineering Design*. 9. Auflage. New York : McGraw-Hill, 2011
- [24] BUEHN, U. ; NICKLICH, H.: Calibration of laser vibrometer standards according to the standardization project ISO 16063-41. In: *Seventh International Conference on*

- Vibration Measurements by Laser Techniques: Advances and Applications* Bd. 6345, SPIE, 2006, S. 6345–6354
- [25] CARRI, A. delli ; WEEKES, B. ; MAIO, D. di ; EWINS, D.J.: Extending modal testing technology for model validation of engineering structures with sparse nonlinearities: A first case study. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 84 (2017), S. 97–115
- [26] CHANDRASHEKHARA, K. ; MUTHANNA, S.K.: Stresses in a thick plate with a circular hole under axisymmetric loading. In: *International Journal of Engineering Science* 15 (1977), Nr. 2, S. 135–146
- [27] CIFUENTES, A. O. ; KALBAG, A.: A performance study of tetrahedral and hexahedral elements in 3-D finite element structural analysis. In: *Finite Elements in Analysis and Design* 12 (1992), S. 313–318
- [28] CLAPPIER, M. ; EHRLICH, C. ; GAUL, L.: Linearized joint damping model for assembled structures with inhomogeneous contact pressure using thin-layer elements. In: *Major challenges in acoustics, noise and vibration research, 2015*, International Institute of Acoustics and Vibration, 2015
- [29] CRIGHTON, D. G. ; DOWLING, A. P. ; FLOWCS, J. E. ; HECKL, M. ; LEPPINGTON, F. A.: *Modern Methods in Analytical Acoustics (Lecture Notes)*. London : Springer-Verlag, 1992
- [30] DERKIUREGHIAN, A. ; DITLEVSEN, O.: Aleatory or epistemic? Does it matter? In: *Structural Safety* 31 (2009), Nr. 2, S. 105–112
- [31] DESAI, C. S. ; ZAMAN, M. M. ; LIGHTNER, J. G. ; SIRIWARDANE, H. J.: Thin-layer element for interfaces and joints. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 8 (1984), Nr. 1, S. 19–43
- [32] Norm DIN EN ISO 7626-1:2011 2011. *Methods for the Experimental Determination of Mechanical Mobility; Parts 1-5 (ISO 7626-1:2011)*
- [33] DOWSETT, A. ; O'BOY, D. J. ; WALSH, S. J. ; ABOLFATHI, A. ; FISHER, S.: In: *Proceedings of the 6th International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics*. Leuven, Belgium : KU Leuven
- [34] DRESIG, H. ; HOLZWEISSIG, F.: *Maschinendynamik*. Springer-Verlag, 2007
- [35] DURAND, J.-F. ; SOIZE, C. ; GAGLIARDINI, L.: Structural-acoustic modeling of automotive vehicles in presence of uncertainties and experimental identification and va-

- lidation. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 124 (2008), Nr. 3, S. 1513–1525
- [36] DVORKIN, E. N. ; CUITIÑO, A. M. ; GIOIA, G.: Finite elements with displacement interpolated embedded localization lines insensitive to mesh size and distortions. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 30 (1990), Nr. 3, S. 541–564
- [37] EHRLICH, C.: *Modellierung der Fügstellendämpfung in zusammengesetzten Strukturen*. Der Andere Verlag GmbH, 2016 (Berichte aus dem Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik)
- [38] EHRLICH, C. ; SCHMIDT, A. ; GAUL, L.: Microslip joint damping prediction using thin-layer elements. In: *Dynamics of Coupled Structures, Band 1*. Springer-Verlag, 2014, S. 239–244
- [39] ELISHAKOFF, I. ; HAFTKA, R.T. ; FANG, J.: Structural design under bounded uncertainty—Optimization with anti-optimization. In: *Computers & Structures* 53 (1994), Nr. 6, S. 1401 – 1405
- [40] ESTEBAN, J. ; ROGERS, C. A.: Energy dissipation through joints: theory and experiments. In: *Computers & Structures* 75 (2000), Nr. 4, S. 347–359
- [41] EWINS, D. J.: *Modal testing: theory and practice*. Bd. 15. Research studies press Letchworth, 1984
- [42] EWINS, D. J.: Exciting vibrations: the role of testing in an era of supercomputers and uncertainties. In: *Meccanica* 51 (2016), Nr. 12, S. 3241–3258
- [43] EWINS, D. J. ; WEEKES, B. ; CARRI, A. delli: Modal testing for model validation of structures with discrete nonlinearities. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 373 (2015), Nr. 2051
- [44] FAHY, F. ; THOMPSON, D.: *Fundamentals of Sound and Vibration*. CRC Press, 2015
- [45] FERNLUND, I.: *A method to calculate the pressure between bolted or riveted plates*. Chalmers University Books, Gumperts, 1961
- [46] FESTJENS, H. ; CHEVALLIER, G. ; DION, J.-L.: A numerical tool for the design of assembled structures under dynamic loads. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 75 (2013), S. 170–177

- [47] FUKUOKA, T. ; NOMURA, M. ; SUGANO, N.: Experimental investigation and finite element analysis of the free vibration problem of bolted joint by taking account of interface stiffness. In: *Journal of Environment and Engineering* 4 (2009), Nr. 1, S. 101–111
- [48] GASCH, R. ; KNOTHE, K. ; LIEBICH, R.: *Strukturdynamik - Diskrete Systeme und Kontinua*. Springer-Verlag, 2012
- [49] GAUL, L. ; NITSCHKE, R.: The role of friction in mechanical joints. In: *Applied Mechanics Reviews* 54 (2001), Nr. 2, S. 93–106
- [50] GEISLER, J.: *Numerische und experimentelle Untersuchungen zum dynamischen Verhalten von Strukturen mit Fügstellen*, Universität Erlangen-Nürnberg, Diss., 2010
- [51] GERDES, K. ; IHLENBURG, F.: On the pollution effect in FE solutions of the 3D-Helmholtz equation. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 170 (1999), Nr. 1, S. 155 – 172
- [52] GHANEM, R. G.: Uncertainty Quantification in Computational and Prediction Science. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 80 (2009), S. 671–672
- [53] GIFFORD, L. N.: More on distorted isoparametric elements. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 14 (1979), Nr. 2, S. 290–291
- [54] GOULD, H. H. ; MIKIC, B. B.: Areas of contact and pressure distribution in bolted joints. In: *Journal of Engineering for Industry* 94 (1972), Nr. 3, S. 864–870
- [55] GROPER, M.: Microslip and macroslip in bolted joints. In: *Experimental Mechanics* 25 (1985), Nr. 2, S. 171–174
- [56] GROSS, D. ; HAUGER, W. ; WRIGGERS, P.: *Technische Mechanik 4*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011
- [57] HAIDAR, N. ; OBEED, S. ; JAWAD, M.: Mathematical representation of bolted-joint stiffness: A new suggested model. In: *Journal of Mechanical Science and Technology* 25 (2011), Nr. 11, S. 2827–2834
- [58] HALIN, H. J.: *Simulation im Zeitalter von Supercomputern und Minisupercomputern*. Springer Berlin Heidelberg, 1988
- [59] HAMBRIC, S. A. ; SUNG, S. H. ; NEFSKE, D. J.: *Engineering Vibroacoustic Analysis: Methods and Applications*. John Wiley & Sons, Ltd., 2016

- [60] HAMID, A. ; HASSAN, J.: Identification of bolted lap joints parameters in assembled structures. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 21 (2007), Nr. 2, S. 1041–1050
- [61] HAN, S. M. ; BENAROYA, H. ; WEI, T.: Dynamics of Transversely Vibrating Beams Using Four Engineering Theories. In: *Journal of Sound and Vibration* 225 (1999), Nr. 5, S. 935–988
- [62] HANSS, M.: *Applied Fuzzy Arithmetic—An Introduction with Engineering Applications*. Springer Berlin Heidelberg, 2005
- [63] HANSS, M. ; OEXL, S. ; GAUL, L.: Identification of a bolted-joint model with fuzzy parameters loaded normal to the contact interface. In: *Mechanics Research Communications* 29 (2002), Nr. 2, S. 177–187
- [64] HAYASHI, K. ; YAMAGUCHI, S. ; MATSUDA, A.: Analysis of booming noise in light-duty truck cab. In: *JSAE Review* 21 (2000), Nr. 2, S. 255 – 257
- [65] HE, J.: Structural Modification. In: SILVA, J. (Hrsg.) ; MAIA, M. N. (Hrsg.): *Modal Analysis and Testing*. Dordrecht : Springer Netherlands, 1999, S. 379–394
- [66] HENNING, C.: Mathematical Models and Reality: A Constructivist Perspective. In: *Foundations of Science* 15 (2010), S. 29–48
- [67] HERTZ, H.: On the Contact of Elastic Solids. In: *J. Reine Angew Math.* 92 (1881), S. 156–171
- [68] HERTZ, H.: *Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhang dargesellt*. Leipzig : Barth, 1894
- [69] HILLS, E. ; MACE, B. R. ; FERGUSON, N. S.: Acoustic response variability in automotive vehicles. In: *Journal of Sound and Vibration* 321 (2009), S. 286–304
- [70] HORNIKX, M. ; KALTENBACHER, M. ; MARBURG, S.: A Platform for Benchmark Cases in Computational Acoustics. In: *Acta Acustica united with Acustica* 101 (2015), S. 811–820
- [71] HWANG, H. Y.: Identification techniques of structure connection parameters using frequency response functions. In: *Journal of Sound and Vibration* 212 (1998), S. 469–479
- [72] IBRAHIM, R.A. ; PETTIT, C.L.: Uncertainties and dynamic problems of bolted joints and other fasteners. In: *Journal of Sound and Vibration* 279 (2005), Nr. 3, S. 857–936

-
- [73] IHLENBURG, F.: *Finite Element Analysis of Acoustic Scattering*. New Jersey, N.J., USA : Prentice-Hall, 1996
- [74] IRANZAD, M. ; AHMADIAN, H.: Identification of nonlinear bolted lap joint models. In: *Computers & Structures* 96 (2012), S. 1–8
- [75] Norm ISO/IEC 98-3:2008-09 . *Messunsicherheit - Teil 3: Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen. (ISO/IEC Guide 98-3:2008-09)*
- [76] JOHNSON, K. L.: *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1987
- [77] KIKUCHI, N. ; KYOON, Y. C. ; TORIGAKI, T. ; TAYLOR, J. E.: Adaptive finite element methods for shape optimization of linearly elastic structures. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 57 (1986), Nr. 1, S. 67–89
- [78] KOMPPELLA, M. S. ; BERNHARD, R. J.: Variation of Structural-Acoustic Characteristics of Automotive Vehicles. In: *Noise Control Engineering Journal* 44 (1996), S. 93–99
- [79] KOSCHNICK, F.: *Geometric Locking Phenomena of Finite Elements and a Uniform Concept for their Elimination*, Technische Universität München, Diss., 2004
- [80] KRAGELSKI, I. V. ; DOBYCHIN, M. N. ; KOMBALOV, V. S.: *Friction and Wear - Calculation Methods*. Pergamon Press, 1982
- [81] KRAUTKRÄMER, J. ; KRAUTKRÄMER, H.: *Werkstoffprüfung mit Ultraschall, 5. Auflage*. Berlin : Springer-Verlag, 1986
- [82] LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; KRAUSE, M. ; MARBURG, S.: Experimentally uncertainty quantification in numerical and analytical beam models, Institute of Noise Control Engineering, 2015, S. 2357–2366
- [83] LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; KRAUSE, M. ; MARBURG, S.: Simple vibroacoustic systems - Influence of uncertainties in simulation and experiment. In: PAVIC, Goran (Hrsg.): *Proceedings of NOVEM 2015*. Dubrovnik, Croatia, 2015
- [84] LANGER, P. ; SEPAHVAND, K. ; MARBURG, S.: Uncertainty quantification in analytical and finite element beam models using experimental data. In: CUNHA, A. (Hrsg.) ; CAETANO, E. (Hrsg.) ; RIBEIRO, P. (Hrsg.) ; MÜLLER, G. (Hrsg.): *Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics, EUROLYN 2014*. Porto, Portugal, 2014
- [85] LEE, N.-S. ; BATHE, K.-J.: Effects of element distortions on the performance of isoparametric elements. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 36 (1993), Nr. 20, S. 3553–3576

- [86] LEW, J.-S. ; HORTA, L. G.: Uncertainty quantification using interval modeling with performance sensitivity. In: *Journal of Sound and Vibration* 308 (2007), Nr. 1, S. 330–336
- [87] LOMBARDI, M. ; HAFTKA, R. T.: Anti-optimization technique for structural design under load uncertainties. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 157 (1998), Nr. 1, S. 19 – 31
- [88] MA, X. ; BERGMAN, L. ; VAKAKIS, A.: Identification of bolted joints through laser vibrometry. In: *Journal of Sound and Vibration* 246 (2001), Nr. 3, S. 441–460
- [89] MAIA, N. ; SILVA, J. ; LIEVEN, N. ; SKINGLE, G. ; TO, W. ; URGUEIRA, A.: *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Hertfordshire : Research Studies Press Ltd., 1998
- [90] MARBURG, S.: Six boundary elements per wavelength: is that enough? In: *Journal of Computational Acoustics* 10 (2002), S. 25–51
- [91] MARBURG, S. ; SCHNEIDER, S.: Influence of Element Types on Numeric Error for Acoustic Boundary Elements. In: *Journal of Computational Acoustics* 11 (2003), S. 363–386
- [92] MARSHALL, M. B. ; LEWIS, R. ; DWYER-JOYCE, R. S.: Characterisation of Contact Pressure Distribution in Bolted Joints. In: *Strain* 42 (2006), Nr. 1, S. 31–43
- [93] MAYER, M.: *Zum Einfluss von Fugestellen auf das dynamische Verhalten zusammengesetzter Strukturen*. Tönning : Der Andere Verlag GmbH, 2007
- [94] MFPA: *Materialforschungs- und prüfanstalt Bauhaus-Universität Weimar*
- [95] MÖLLER, D. P. F.: *Modellbildung, Simulation und Identifikation dynamischer Systeme*. Springer Berlin Heidelberg, 1992
- [96] M. MATTHEIJ, R. M. ; RIENSTRA, S. W. ; BOONKAMP, J. H. M.: *Mathematical Modeling and Computation Partial Differential Equations: Modeling, Analysis, Computation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005
- [97] MOORE, R. E.: *Methods and Applications of Interval Analysis*. Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics, 1987
- [98] MOTOSH, N.: Stress distribution in joints of bolted or riveted connections. In: *ASME Journal of Engineering For Industry* (1975), S. 157–161
- [99] NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION: Space Shuttle: Criteria for Preloaded Bolts / NASA. Lyndon B. Johnson Space Center. Houston, TX 77058, United States, 1998 (NSTS 08307 Revision A). – Forschungsbericht

-
- [100] NEUMAIER, A.: *Interval Methods for Systems of Equations*. Cambridge : Cambridge University Press, 1990
- [101] OBERKAMPF, W. L. ; DELAND, S. M. ; RUTHERFORD, B. M. ; DIEGERT, K. V. ; ALVIN, K. F.: Error and uncertainty in modeling and simulation. In: *Reliability Engineering & System Safety* 75 (2002), Nr. 3, S. 333–357
- [102] OBERKAMPF, W. L. ; HELTON, J. C. ; JOSLYN, C. A. ; WOJTKIEWICZ, S. F. ; FERSON, S.: Challenge problems: uncertainty in system response given uncertain parameters. In: *Reliability Engineering and System Safety* 85 (2004), Nr. 1, S. 11–19
- [103] OLDFIELD, M. ; OUYANG, H. ; MOTTERSHEAD, J. E.: Simplified models of bolted joints under harmonic loading. In: *Computers & Structures* 84 (2005), Nr. 1, S. 25–33
- [104] OSKOUEI, R. H. ; KEIKHOSRAVY, M. ; SOUTIS, C.: Estimating clamping pressure distribution and stiffness in aircraft bolted joints by finite-element analysis. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering* 223 (2009), Nr. 7, S. 863–871
- [105] P. AVITABILE: Experimental Modal Analysis - A Simple Non-Mathematical Presentation. In: *Journal of Sound and Vibration* 35 (2001), Nr. 1, S. 20–31
- [106] PAPADRAKAKIS, M. ; STEFANOY, G.: Multiscale Modeling and Uncertainty Quantification of Materials and Structures. In: *Proceedings of the IUTAM Symposium*. Greece, 2013
- [107] PATÉ-CORNELL, M. E.: Uncertainties in risk analysis: Six levels of treatment. In: *Reliability Engineering and System Safety* 54 (1996), Nr. 2, S. 95–111
- [108] PEDERSEN, N. L. ; PEDERSEN, P.: On prestress stiffness analysis of bolt-plate contact assemblies. In: *Archive of Applied Mechanics* 78 (2008), Nr. 2, S. 75–88
- [109] PETUELLI, G.: *Theoretische und experimentelle Bestimmung der Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften normalbelasteter Fügstellen*, Technische Hochschule Aachen, Diss., 1983. – VII, 136 S.
- [110] PIERSOL, A. G. ; PAEZ, T. L.: *Harris Shock and Vibration Handbook*. MC Graw Hill, 2010
- [111] PISCAN, I. ; PREDINCEA, N. ; POP, N.: Finite element analysis of bolted joint. In: *Proceedings in Manufacturing Systems* 5 (2010), Nr. 3, S. 167–172
- [112] QIU, Z. ; ELISHAKOFF, I.: Anti-optimization technique – a generalization of interval

- analysis for nonprobabilistic treatment of uncertainty. In: *Chaos, Solitons and Fractals* 12 (2001), Nr. 9, S. 1747 – 1759
- [113] REN, Y. ; BEARDS, C. F.: Identification of 'Effective' Linear Joints Using Coupling and Joint Identification Techniques. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 120 (1998), Nr. 2, S. 331–338
- [114] REN, Y. ; LIM, T. M. ; LIM, M. K.: Identification of Properties of Nonlinear Joints Using Dynamic Test Data. In: *Journal of Vibration and Acoustics* (1998)
- [115] RÖTSCHER, F.: *Maschinenelemente*. Berlin : Springer-Verlag, 1927
- [116] SCHWARZ, B. J. ; RICHARDSON, M. H.: Experimental modal analysis. In: *CSI Reliability Week*. Orlando, FL, USA, 1999, S. 1–12
- [117] SCHWARZ, S.: *Prognosefähigkeit dynamischer Simulationen von Werkzeugmaschinenstrukturen*, Technische Universität München, Diss., 2015
- [118] SEGALMAN, D. J.: An Initial Overview of Iwan Modeling for Mechanical Joints. In: *Sandia National Laboratories, Technical Report No. SAND2001-0811* (2001)
- [119] SEGALMAN, D. J.: A Four-Parameter Iwan Model for Lap-Type Joints. In: *Journal of Applied Mechanics* 72 (2005), Nr. 5, S. 752–760
- [120] SEGALMAN, D. J.: Modelling joint friction in structural dynamics. In: *Structural Control and Health Monitoring* 13 (2006), Nr. 1, S. 430–453
- [121] SEPAHVAND, K. ; MARBURG, S.: Identification of composite uncertain material parameters from experimental modal data. In: *Probabilistic Engineering Mechanics* 37 (2014), S. 148–153
- [122] SEPAHVAND, K. ; MARBURG, S.: Stochastic FEM to Structural Vibration with Parametric Uncertainty. In: PAPADRAKAKIS, Manolis (Hrsg.) ; STEFANOPOULOS, George (Hrsg.): *Multiscale Modeling and Uncertainty Quantification of Materials and Structures: Proceedings of the IUTAM Symposium held at Santorini, Greece, September 9-11, 2013.*, Springer International Publishing, 2014, S. 299–306
- [123] SEPAHVAND, K. ; MARBURG, S.: Random and Stochastic Structural–Acoustic Analysis. In: HAMBRIC, S. A. (Hrsg.): *Engineering Vibroacoustic Analysis: Methods and Applications*, John Wiley & Sons, Ltd, 2016, S. 305–338
- [124] SEPAHVAND, K. ; SCHEFFLER, M. ; MARBURG, S.: Uncertainty quantification in natural frequencies and radiated acoustic power of composite plates: Analytical and experimental investigation. In: *Applied Acoustics* 87 (2015), S. 23–29

- [125] SIEGMUND, G.: Sources of measurement error in laser Doppler vibrometers and proposal for unified specifications. In: *Eighth International Conference on Vibration Measurements by Laser Techniques: Advances and Applications* Bd. 7098, SPIE, 2008, S. 1–13
- [126] SIM, J. ; QIU, Z. P. ; WANG, X. J.: Modal analysis of structures with uncertain-but-bounded parameters via interval analysis. In: *Journal of Sound and Vibration* 303 (2007), S. 29–45
- [127] SMITH, R. C.: *Uncertainty quantification: theory, implementation, and applications*. Bd. 12. Siam, 2013
- [128] SOIZE, C.: A comprehensive overview of a non-parametric probabilistic approach of model uncertainties for predictive models in structural dynamics. In: *Journal of Sound and Vibration* 288 (2005), Nr. 3, S. 623 – 652
- [129] SOL, A. ; HERPE, F. V.: Numerical Prediction of a Whole Car Vibro-Acoustic Behavior at Low Frequencies. In: *SAE Technical Paper*, SAE International, 2001
- [130] STENDER, M. ; PAPANGELO, A. ; ALLEN, M. ; BRAKE, M. ; SCHWINGSHACKL, C. ; TIEDEMANN, M.: Structural Design with Joints for Maximum Dissipation. In: BRANDT, Anders (Hrsg.) ; SINGHAL, Raj (Hrsg.): *Shock & Vibration, Aircraft/Aerospace, Energy Harvesting, Acoustics & Optics*. Cham : Springer International Publishing, 2016, S. 179–187
- [131] STRICKLIN, J. A. ; HO, W. S. ; RICHARDSON, E. Q. ; HAISLER, W. E.: On isoparametric vs linear strain triangular elements. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 11 (1977), Nr. 6, S. 1041–1043
- [132] SULLIVAN, T. J.: *Introduction to uncertainty quantification*. Bd. 63. Springer-Verlag, 2015
- [133] SUNG, H. S. ; NEFSKE, D. J.: Assessment of a Vehicle Concept Finite-Element Model for Predicting Structural Vibration. In: *SAE Technical Paper*, SAE International, 2001
- [134] SZABO, B. ; BABUŠKA, I.: *Finite Element Analysis*. New York : John Wiley & Sons, Inc., 1991
- [135] THOMPSON, L. L. ; PINSKY, P. M.: Complex wave number Fourier analysis of the p-version finite element method. In: *Computational Mechanics* 13 (1994), S. 255–275
- [136] VDI-RICHTLINIE: *2230 Blatt 1: Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen. Ausgabe 2*. Berlin: Beuth Verlag, 2003

- [137] VIRGIN, L. N.: *Modeling and Simulation*. Cambridge University Press, 2000
- [138] WILEMAN, J. ; CHOUDHURY, M. ; GREEN, I.: Computation of member stiffness in bolted connections. In: *Journal of Mechanical Design* 113 (1991), Nr. 4, S. 432–437
- [139] WIRSCHING, P. H. ; PAEZ, T. L. ; ORTIZ, K.: *Random Vibrations: Theory & Practice*. Dover Publications, 2006 (Dover books on physics)
- [140] YANG, T. Y. ; KAPANIA, R. K.: Finite Element Random Response Analysis of Cooling Tower. In: *Journal of Engineering Mechanics* 110 (1984), Nr. 4, S. 589–609
- [141] ZEIGLER, B. ; KIM, T. ; PRAEHOFFER, H.: *Theory of Modeling and Simulation*. Academic Press, 2000
- [142] ZIENKIEWICZ, O. C.: Achievements and some unsolved problems of the finite element method. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 47 (2000), Nr. 1–3, S. 9–28
- [143] ZIENKIEWICZ, O. C. ; TAYLOR, R. L.: *The Finite Elemente Methode Volume 1: Basic Formulation and Linear Problems*. New York : MacGraw-Hill Book Company, 1989

Kapitel VI

Angehängte Veröffentlichungen

Veröffentlichung A



More Than Six Elements Per Wavelength: The Practical Use of Structural Finite Element Models and Their Accuracy in Comparison with Experimental Results

P. Langer^{*,§}, M. Maeder^{*}, C. Guist[†], M. Krause[‡] and S. Marburg^{*}

**Chair of Vibroacoustics of Vehicles and Machines
Department of Mechanical Engineering
Technische Universität München
Boltzmannstraße 15, 85748 Garching, Germany*

†BMW Group, 80788 Munich

‡ISKO engineers AG, 80807 Munich

§P.Langer@tum.de

Received 13 May 2016

Revised 21 February 2017

Published 29 March 2017

Choosing the right number and type of elements in modern commercial finite element tools is a challenging task. It requires a broad knowledge about the theory behind or much experience by the user. Benchmark tests are a common method to prove the element performance against analytical solutions. However, these tests often analyze the performance only for single elements. When investigating the complete mesh of an arbitrary structure, the comparison of the element's performance is quite challenging due to the lack of closed or fully converged solutions. The purpose of this paper is to show a high-precision comparison of eigenfrequencies of a real structure between experimental and numerical results in the context of an element performance check with respect to a converged solution. Additionally, the authors identify the practically relevant accuracy of simulation and experiment. Finally, the influence of accuracy with respect to the number of elements per standing structural bending wave is shown.

Keywords: Finite element method; accuracy evaluation; experimental validation; virtual prototyping; finite element modeling; experimental modal analysis; uncertainty quantification.

1. Introduction

Engineers utilizing the finite element method (FEM) are confronted with the choice of element type and number of elements to solve a given problem efficiently. Many different element types have been implemented over the years, for example, beam, shell, plate and solid elements.¹ Koschnick² underlines the importance of solid elements and their broad

This is an Open Access article published by World Scientific Publishing Company. It is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY) License. Further distribution of this work is permitted, provided the original work is properly cited.

applicability. Numerical and FEMs in acoustics are well explained in the literature.³⁻⁵ Due to today's high demand to reduce the costs related to the development time, FEM has become increasingly important for industrial tasks. This has been clear ever since the first investigations by Kompella and Bernhard⁶ into the variation of two structure-borne and two air-borne paths of 57 apparently identical Isuzu pickup trucks. A loudspeaker and an impact hammer were used for measuring the air-borne and structure-borne transmission paths. Hills *et al.*⁷ have compared the measurement variability of audio-frequency response of a hatchback model with both a three-door (411 vehicles) and five-door (403 vehicles) derivative and a mid-sized family five-door car (316 vehicles). In summary, the frequency response functions (FRFs) varied by approximately 5–15 dB over the frequency range 0–1000 Hz for the structure-borne and air-borne paths.

Nowadays, the construction and development process of a new product is often separated from the actual static and dynamic analyses. For this purpose, numerical tools have been developed to help engineers. These tools numerically solve partial differential equations (PDEs) that represent certain physical behaviors, such as structural dynamics, thermomechanics or elastoacoustics. Here, the domain is divided into elements and nodes, and these equations are solved for these nodes. The nodes are connected via elements. In the first step, the element equations are formulated and approximated utilizing the Galerkin method, for example, to build the element system matrices. In a second step, the global system matrices are compounded with the use of appropriate boundary conditions. Choosing a suitable element type and the required number of degrees of freedom (DOF) for the numerical model are crucial in terms of accuracy and computational cost. Despite the presumed meaningful results a mathematical tool can calculate, it is the responsibility of the engineer to decide whether or not the result is reliable. Hornikx *et al.*⁸ proposed a platform for benchmark cases to compare different models with respect to accuracy and modeling effort. Benchmark cases in the fields of linear acoustics, high frequency acoustics, acoustics and vibrations and acoustics involving heterogeneous and moving fluids are shall be proposed. Within this platform, analytical, numerical and experimental techniques are considered. Marburg *et al.*⁹ have verified numerical solutions with experimentally measured data in the field of structural-acoustic modeling in order to gain knowledge about the certain degree of accuracy despite the amount of computational effort. Cifuentes and Kalbag¹⁰ have compared linear and quadratic tetrahedral and hexahedral elements in various structural problems and observed equivalent results in terms of both accuracy and computational time. Lee and Bathe¹¹ have investigated the influence of distortion on the performance of isoparametric quadrilateral elements. Langer *et al.*¹² have published a study about the effect of distorted elements in three-dimensional finite element models of simple structures.

In engineering, it is common to use a fixed number of elements per wavelength to control the accuracy of finite and boundary elements. This rule has been questioned with the observation of the pollution effect which exhibits an additional error that is observed for high frequencies, see for example Babuška *et al.*¹³ and Ihlenburg.¹⁴ It was shown that this additional error is reduced when higher order basis functions are applied.¹⁵ A recent study by Dogan *et al.*¹⁶ has established how to evaluate the dispersion error of a meshless boundary

element method. It was shown by Marburg and Schneider^{17,18} that there is no indication for a pollution error in boundary element methods. However, recent results of Marburg¹⁹ challenge this observation and will further be investigated in the near future.

This paper starts with a convergence study of elements based on the element type and the DOF, followed by investigations about other discretization parameters for finite element models. This study is focused on the number of layers across the whole wall thickness of the investigated structures, the element edge length, and the element type. Natural frequencies and mode shapes obtained from a numerical and experimental modal analysis (EMA) are compared. The types of elements are restricted to solid elements to ensure a maximum of flexibility for meshing complex structures. ABAQUS/CAE is used as the numerical tool. The element formulations are almost the same in different FE software. The reader is assured that the recommendations about finite element modeling are software independent. The test cases are a simple beam and a more complex geometry, i.e. a simplified crankcase.

A short overview of deviations in natural frequencies due to uncertainties in material geometry is provided. For measuring the FRF in the frame of an EMA, a harmonic excitation by a shaker or a loudspeaker together with a scanning laser Doppler vibrometer is utilized.

2. Theory

2.1. Modal analysis

The equations of motion for a multi-DOF (MDOF) for free vibration problems in matrix notation read

$$[M][\ddot{q}] + [D][\dot{q}] + [K][q] = [0], \quad (1)$$

where $[M]$ is the mass, $[D]$ the damping, $[K]$ the stiffness matrix, and $[q]$ the components of the generalized vector of unknowns. The dot represents the derivative with respect to time. By separating of variables such as $[q] = [\hat{q}]e^{\mu t}$, the following eigenvalue problem can be stated:

$$(\mu^2[M] + \mu[D] + [K])[q] = [0], \quad (2)$$

$$(\mu_i^2[M] + \mu_i[D] + [K])[\phi_i] = [0]. \quad (3)$$



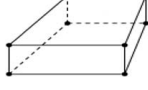


Calculating all eigenvalues μ and reinstating each μ_i into Eq. (3), the components of the corresponding eigenvectors $[\phi_i]$ can be determined. For the problem of interest, $[M]$ and $[K]$ are symmetric and positive definite. For this system, real eigenvalues and eigenvectors can be expected. By assuming that $[D]$ is negligible, the system has only complex conjugated eigenvalues μ_i^2 , and real eigenvectors $[\phi_i]$.

One method for the eigenvalue extraction of symmetric systems in the FEM is the Lanczos method, which is very well described by Newman and Pipano²⁰ as well as by Parlett.²¹ For further information about eigenvalue extraction, see Wilkinson²² and Bathe *et al.*²³

2.2. Description of elements

It is assumed that the reader is familiar with the fundamental formulations of the FEM. Therefore, the authors refrain from including a detailed description here, but refer the reader to the literature, such as Refs. 24–27. For the following studies, the commercial FEM software ABAQUS v6.10 with the pre- and post-processor ABAQUS/CAE and the implicit solver ABAQUS/Standard were utilized. Table 1 displays the elements of interest of the ABAQUS element library that have been investigated based on discussions with representatives from the industry as well as personal experiences. The use of shell elements is not part of this paper due to the limited usability for meshing complex structures. The ABAQUS library²⁴ provides elements with first-order (linear) and second-order (quadratic) interpolation polynomials. The user has to decide which element type has the optimal accuracy for solving the mathematical model of the corresponding physical problem. First-order elements are essentially constant strain elements. This implies that the higher-order content, for example the stress field of a beam in bending deformation, is not resolved accurately. The element with the ending *I* has 13 additional variables representing incompatible modes. These elements, as well as second-order elements exactly capture a linear strain field. Furthermore, the user is left with the question of whether *full* or *reduced* integration is applied for building the system matrices. All tetrahedral elements use full integration. Full integration only signifies that the number of integration points is sufficient to calculate the virtual work expression most accurately. For the reduced integration procedure, the integration points are at the locations that gain optimal accuracy. These points or locations are known as Barlow points, as described in Barlow.²⁸ A second advantage is a decreasing CPU

Table 1. Description of three-dimensional finite element types.²⁴

Name	Figure	Nodes	Order	General Remarks
C3D20		20	Quadratic	20-node 3D hexahedral element with full integration ²⁴
C3D20R		20	Quadratic	20-node 3D hexahedral element with reduced integration at the Barlow points ²⁸
C3D8		8	Linear	8-node 3D hexahedral element with full integration
C3D8I		8	Linear	8-node 3D hexahedral element with full integration and additional DOF
C3D10		10	Quadratic	10-node 3D tetrahedral element with full integration

time and storage requirements. The primary disadvantage is that this integration permits deformation modes that do not cause any strain field at the integration points and therefore inaccurate solutions, since only first-order quadrilateral and hexahedral elements are taken into account. The authors also use quadratic elements with reduced integration, since the fully integrated elements are not capable of resolving nearly incompressible material behavior. This drawback is known as *volumetric locking*. By referring to the treatises,^{26,29–31} one can see that fully integrated first-order isoparametric elements can have problems with bending of thin structures due to *shear locking*.

3. Description of Test Specimens

Figure 1 shows the test specimens. A beam-like structure with nominal dimensions of $(0.2 \times 0.04 \times 0.004 \text{ m})$ and a simplified crankcase structure made of aluminum are investigated, for which linear elastic material behavior, i.e. Hooke's Law, is assumed. Figure 1(a) shows the beam specimen and Fig. 1(b), the investigated more, complex structure. The dimensions are comparable to a real crankcase of a three cylinder engine. All radii of the investigated structures were manufactured with less than 0.005 m. Langer *et al.*¹² discussed the question how accurately edges and curves of the real component should be simulated. The investigated radius of 0.005 m on monolithic beam structures has a negligible influence

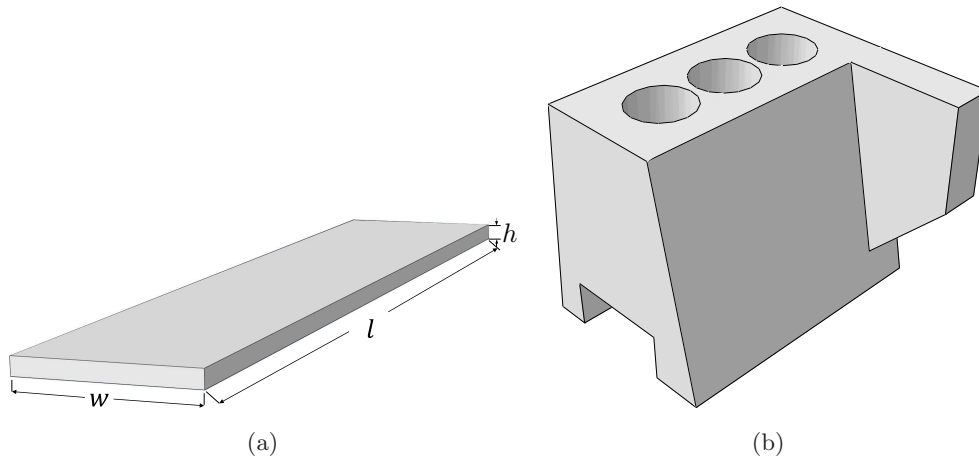


Fig. 1. Investigated structures. (a) Simple beam structure; $l = 0.2 \text{ m}$, $w = 0.04 \text{ m}$, $h = 0.004 \text{ m}$ and (b) more complex structure — simplified crankcase.

Table 2. Mean value of material parameters.

Property	Value	Unit
Density [ρ]	2674	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Young's Modulus [E]	71	GPa
Poisson's Ratio [ν]	0.33	—

to the calculated eigenfrequencies and the accuracy with respect to experiments. The material properties have been experimentally validated and are presented in Table 2.

4. Experiments

By performing an EMA, it is possible to measure the resonance frequencies of a structure. The modal parameters such as eigenfrequencies, modal damping, and eigenvectors are numerically evaluated utilizing a curve fit algorithm along with a decomposition scheme of the fitted polynomials. In this paper, only the eigenfrequencies of the examined structures are considered. For the sake of clarity in this section, the general setup of the experiments is explained, while details of the structures are presented afterwards.

4.1. Beam setup

For the EMA, results depend on the precision of the measuring device and the apparatus used in the experiment. Therefore, a suitable measurement technique must be carefully chosen to correctly record the excitation and the structural response. To examine the beam specimen, the structure is excited with a loudspeaker while measuring the sound pressure at a reference position. However, this method is only applicable for sound sensitive structures. A review of different measurement techniques is provided by Ewins³² as well as the International Organization for Standardization.³³

In all tests, the boundary condition is considered as free-free for simplicity with respect to the simulations explained in the following sections. The authors understand that this is an ideal estimation of the real setup. But since the frequencies of the corresponding rigid body motions were less than 10 times the resonance frequency of the first deflection shape, the mutual influence is considered to be negligible.³²

In the measurement setup, the beam is attached to two elastic strings in an anechoic chamber, see Fig. 2. A microphone measures the sound pressure level in front of the loudspeaker, which excites the structure with a periodic chirp signal. The advantages of the applied signal are its continuity up to the first derivative and its periodicity within the time block. Therefore, a continuous, sequential measurement utilizing a scanning laser Doppler vibrometer is possible. The time signals of all quantities were windowed with a *Rectangular Window*, transformed into frequency domain with the use of the Fast Fourier Transformation (FFT) and handled further to obtain the FRFs of each measurement. Handing over the FRFs to ME'Scope³⁴ as a postprocessing tool, the eigenfrequencies and the associated mode shapes are identified.

4.2. Simplified crankcase setup

As mentioned before, the use of a loudspeaker is only applicable for structures that are sound sensitive. In the second test case, a simplified geometry of a three-cylinder crankcase is analyzed. Since this structure's impedance is too large for it to be excited by a loudspeaker, a shaker excitation together with a force transducer has been preferred. A scanning laser

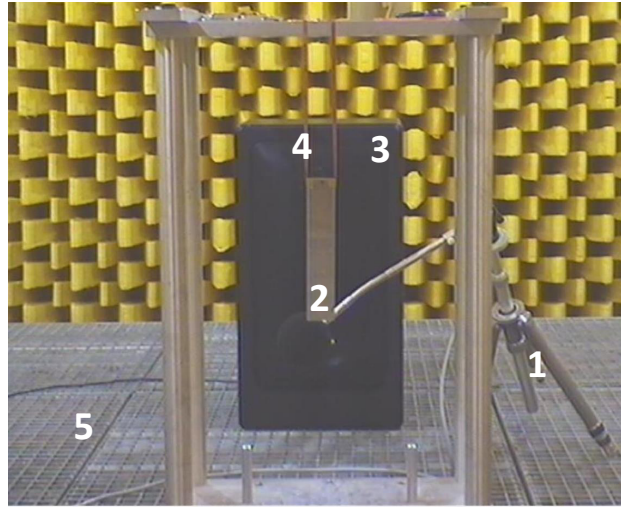
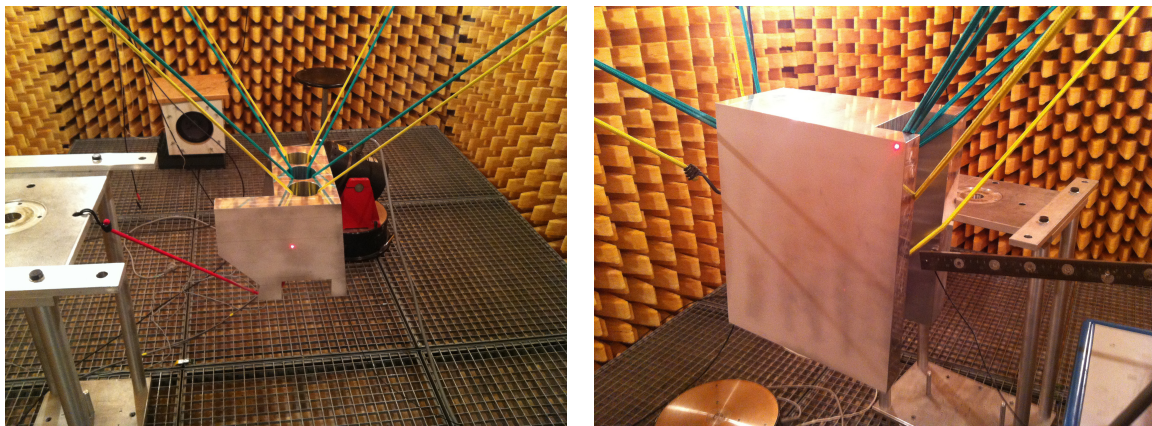


Fig. 2. Experimental setups for beam structure: (1) microphone, (2) specimen, (3) loudspeaker, (4) elastic strings, (5) anechoic chamber.



(a) Shaker position 1

(b) Shaker position 2

Fig. 3. Experimental setups for complex structure.

Doppler vibrometer measured the surface normal velocity at discrete points on the structure. Again, a periodic chirp signal for the shaker allowed a rectangular window for transforming all measured time signals into the frequency domain.

5. Example 1: Beam Structure

5.1. Model description

Figure 4 shows the finite element model that was created using ABAQUS/CAE. The mesh consists of 640 second-order brick elements (C3D20). To minimize the numerical error, no

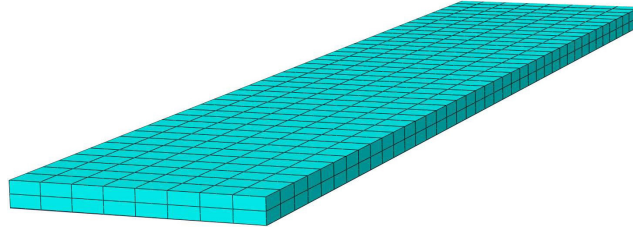


Fig. 4. Finite element model of the beam structure.

distorted elements were allowed in the process of meshing the geometry. The boundary conditions are ideal free–free. In order to compare results of simulations with experimental results, a converged solution is required. C3D20R elements tend to yield more accurate results when using fewer DOF in comparison to the other element types of interest.^{24,28}

5.2. Eigenfrequency error

5.2.1. Error measures

A converged solution is assumed when the results, in the frame of a numerical modal analysis, vary less than 1% after doubling the DOF. Using these results, a relative error can be calculated:

$$\varepsilon = \left| 100 \cdot \left(\frac{f}{f_{\text{con}}} - 1 \right) \right| \%, \quad (4)$$

where f_{con} is the eigenfrequency from the converged numerical calculations and f is the corresponding eigenfrequency obtained by the experiment or simulation with fewer DOF or different element types than the converged reference solution. Furthermore, a comparison of the CPU times required to solve for the numerical results is presented. All calculations were executed on a 64-bit Windows machine with 16 cores @ 2.53GHz and 24 GByte RAM. In the following, a sufficiently accurate solution of a finite element model, where the relative deviation for the investigated eigenfrequencies is less than 1% to a reference model, is defined. This virtual model has a larger number of DOF to ensure convergence.

5.2.2. Identify practically relevant accuracy

A reduction of the threshold value of 1% is not useful, according to the results in Fig. 5. The numerical and experimental results for the eigenfrequencies of the first three bending modes of 10 beam samples are presented.

The numerical models are meshed with quadratic elements C3D20 and C3D10, as well as with a mesh with lower resolution, which has been used by Langer *et al.*³⁵ Experimental results are shown with black solid curves labeled “LDV”. The solution of the numerical model is influenced by all input parameters and their specific uncertainties. These parameters include geometrical dimensions as well as material parameters of Hooke’s model. The dimensions l , w and h of all samples have been measured to identify the true deviations

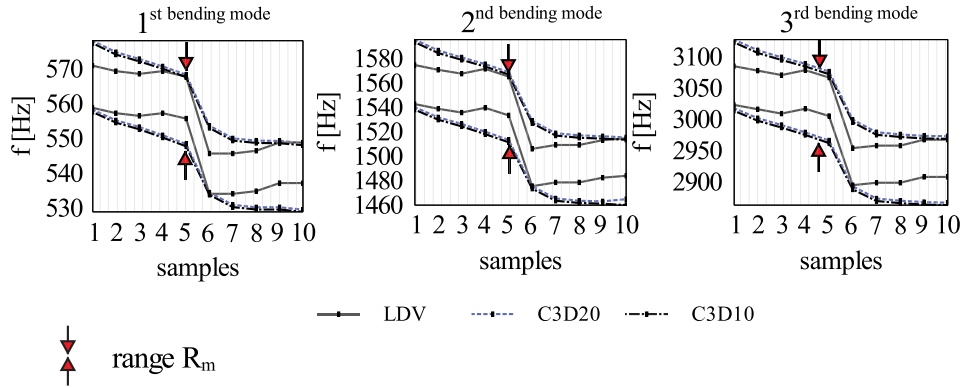


Fig. 5. Range R_m of ten finite element models of simple beam structures in the first three eigenfrequencies of bending modes due to uncertainties in material and geometry. LDV: experimental results; C3D20 and C3D10: solutions of finite element models discretized with quadratic hexahedral and tetrahedral elements.

within the set. The material parameters are Young’s modulus, E , the density, ρ and Poisson’s ratio, ν . For an accurate determination of the material parameters, the pulse-echo method has been used to measure the velocity of sound of the longitudinal wave and transversal wave in each sample. With the high-precision measurement of the density ρ , we can calculate the Young’s modulus E and Poisson’s ratio ν . The relevant uncertainties arise from the error propagation by taking into consideration the accuracy of all measurement data and their statistical fluctuations. For each sample, the standard deviation and measurement uncertainty are determined from the mean values. The maximum averaged deviations from the mean value are $\pm 2.3\%$ for the Young’s modulus, $\pm 0.2\%$ for the density and $\pm 3.3\%$ for the Poisson’s ratio. The relative deviation for the shape parameters are $\pm 0.01\%$ for the length, $\pm 0.05\%$ for the width and $\pm 0.5\%$ for the height. By means of the error propagation theorem, upper and lower bounds around the mean values can be stated. This indicates the range R_m , representing the total uncertainty. That means that for the first three eigenfrequencies of bending modes of the simplest structure, a relative deviation surrounds the mean values of $\pm 1.75\%$, $\pm 2.1\%$ and $\pm 1.9\%$ in the finite element solution, respectively. As a result of this considerable uncertainty, it can be assumed that a relative deviation of $1\% < \varepsilon < 2\%$ between simulations and experiment is reasonably accurate. A lower deviation is inside the distribution of the numerical results due to material and geometry uncertainties.

In addition, it was found to be physically correct that the physical model is limited by the solution of numerical models. Figure 5 shows a perfect match between the ranges of the finite element models and the experiment.

5.2.3. Number of elements per wavelength

The goal of this study is to investigate the number of elements (el) per wavelength (λ) in order to achieve a criterion for a sufficiently accurate numerical modal analysis. Figure 6 shows the structural wavelength of the beam structure investigated. The boundary condition is free–free. The first bending mode consists of a half of a wavelength ($\lambda/2$) and the second

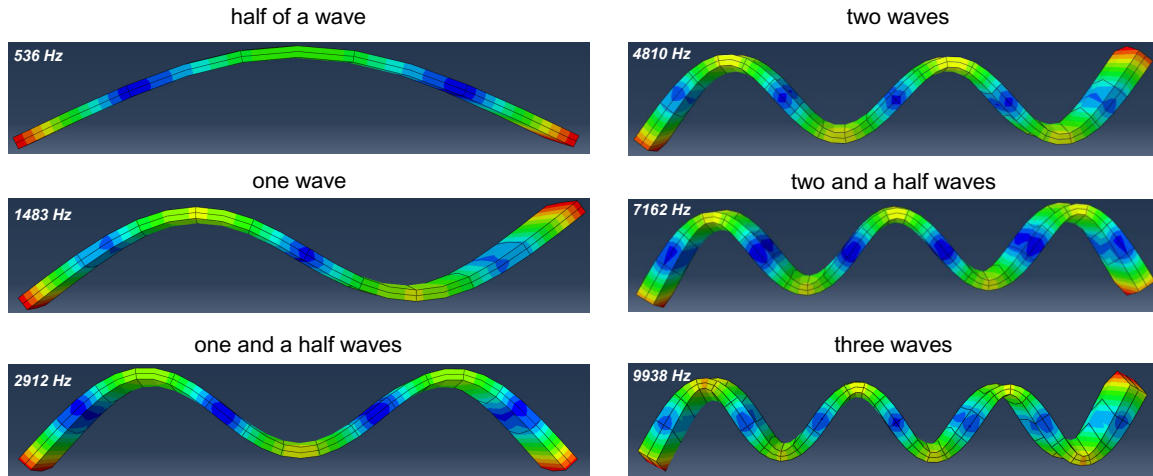


Fig. 6. Structural wavelength (λ) of the beam structure.

mode shows one complete wave. The number of elements per wavelength were constant over the whole frequency range for the first specific investigation. The other parameters of discretization, such as the element type and the number of layers, remain unchanged. The finite element model had two layers of elements over the thickness and one layer over the width of the beam. A frequency range up to 10 kHz was chosen, because the focus was exclusively on the first six natural frequencies of the bending modes. Two mesh settings are examined: one with elements using a quadratic formulation (C3D20) and another one using a discretization scheme with linear formulation (C3D8).

Figure 7 shows the relative error of finite element models with a fixed number of elements per wavelength for the eigenfrequencies of the first six bending modes compared to a reference model with 2000 quadratic elements across the length l . Due to the resulting bad shapes of these elements, the reference model was verified with a finite element model with four layers across the width. The result was a negligible influence of the model solution for using one layer across the width. The number of elements per wavelength — four, six, ten, twenty, forty, and five hundred — are taken into consideration. Using second-order elements, 20 elements per wavelength are sufficient to achieve results within a 1% error up to 10 kHz. To calculate the first natural frequency of a finite element model with 400 DOF, this value is quite sufficient. The computational time for the highest natural frequency of this model is less than 0.1 sec. For fewer elements per wavelength, higher relative errors can be expected. For finite element models discretized with linear elements, at least 500 elements per wavelength are needed to achieve a relative error below 1%. This leads to a finite element model with 4500 DOF and a computational time of 0.6 sec. The error increases significantly with fewer elements per wavelength. Accuracy of finite element simulations is nearly independent of the variation of the number of elements in the width of the beam.

A further effect in the error analysis is observed. The relative error decreases with a higher number of bending modes for models discretized with quadratic and linear elements. This phenomenon was determined independently of the number of elements per wavelength.

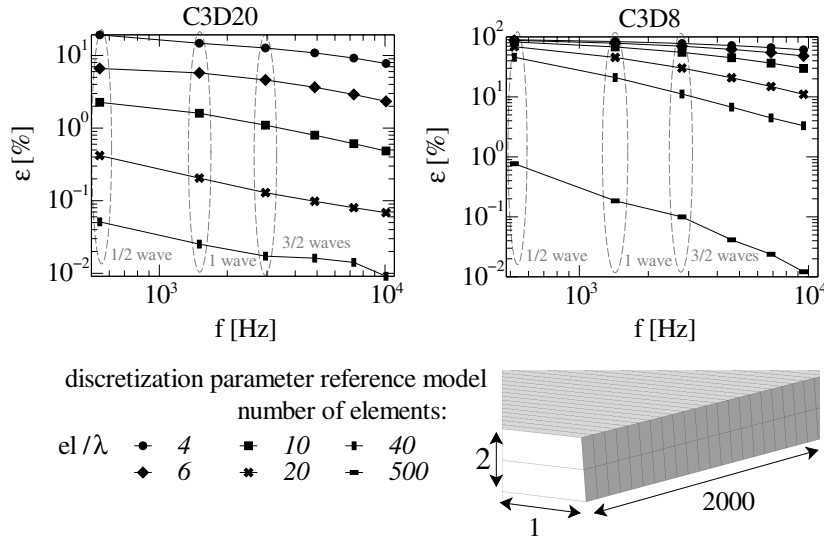


Fig. 7. Relative error with a fixed number of elements per wavelength for the eigenfrequencies of the first six bending modes.

5.2.4. Behavior of relative errors

Referring to the corresponding literature, see Refs. 36–40, it was assumed that the error due to the pollution effect should increase with higher wavenumbers, because the rule of using a fixed number of elements per wavelength is not sufficient for high frequencies. However, when discussing this, it should be clarified that the pollution effect is usually measured as a displacement error (structural elements) or a sound pressure error (acoustics) in the H^1 -norm or the H^1 -seminorm. Eigenfrequencies can be understood as the quotient of two energy norms (generalized Rayleigh quotient) but do not refer to the local derivative as the H^1 -norm does. When analyzing the error with respect to the eigenfrequencies, the pollution effect cannot be identified. The effect observed here has even been the opposite to the pollution effect. In the following, further investigations are presented to understand this phenomenon.

In order to achieve minimal influence of the element edge length, beams with quadratic cross section have been analyzed. In this case, the examined meshes are composed of cube-shaped elements. Figure 8 shows the relative error for the first four eigenfrequencies of bending modes to a reference finite element model with 2500 quadratic elements across the length l . Contrary to the expectations for quadratic and linear elements, the relative error decreases again with higher eigenfrequencies of bending modes.

To investigate not only finite element models with elastodynamic material behavior, an acoustic model was considered by solving the Helmholtz equation. Therefore, a further examination is to solve a one-dimensional duct problem. In this case, it is the solution of the Helmholtz equation for an air-filled duct with the length $l = 1$ m. The material data of air consists of the density $\rho_{\text{air}} = 1.3 \text{ kg/m}^3$ and the speed of sound $c_{\text{air}} = 340 \text{ m/s}$.⁴¹ Figure 9

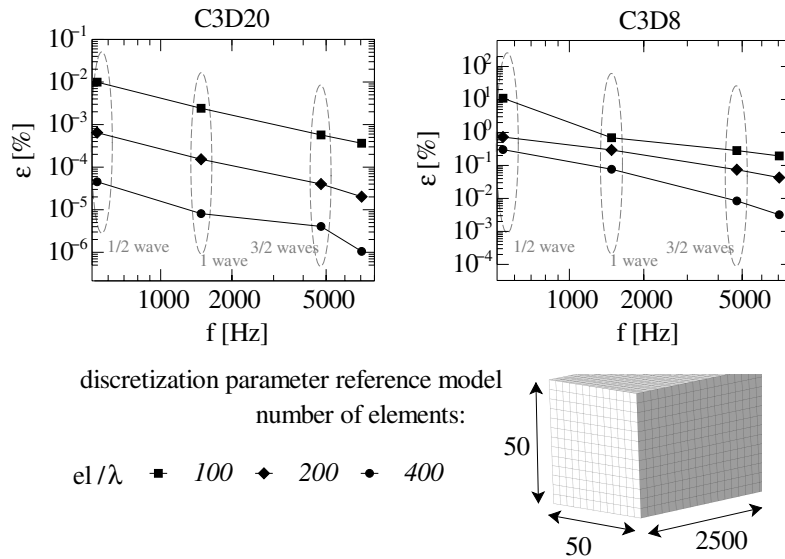


Fig. 8. Beam with the length $l = 0.2$ m and quadratic cross section area ($0.2 \times 0.004 \times 0.004$ m): Relative error with a fixed number of elements per wavelength for the first four eigenfrequencies of bending modes.

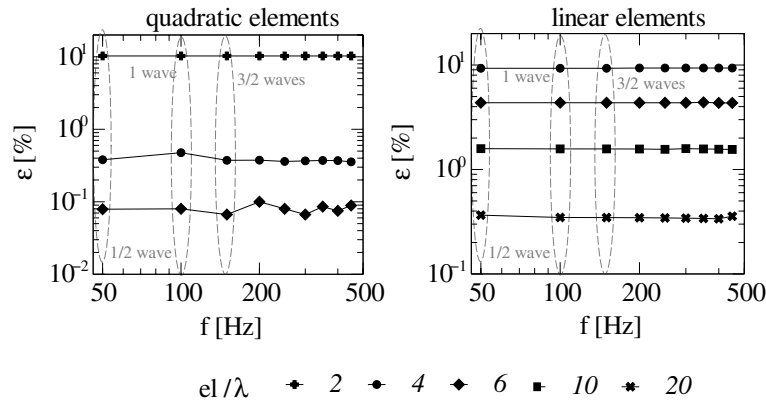


Fig. 9. One-dimensional duct: Relative error with a fixed number of elements per wavelength to a reference model for the first nine eigenfrequencies.

shows the relative error with a fixed number of elements per wavelength to a reference model for the first nine eigenfrequencies using quadratic and linear elements. Regarding the relative error, a highly accurate solution is reached, with six quadratic elements per wavelength and a relative error of less than 1% to a reference model with 500 quadratic elements per wavelength. The model meshed with linear elements provides high quality solutions with more than 10 elements per wavelength. It can be found that the relative error in models with quadratic and linear elements is constant over the whole frequency range. This is in strong contrast to the results of the three-dimensional structural finite element models.

The presented results are in contrast to the investigations by Oberai and Pinsky,⁴² who discussed the effect to pollution through the comparison of FEMs for the Helmholtz equation. The authors explain this with the properties of the directions normal to the longitudinal axis of the three-dimensional beams: In a bending deflection, the shear stress τ_{12} , where the 1-direction is along the length and the 2-direction is along the height of the beam, has a quadratic progression between the upper and the lower side faces. According to this, the accuracy of this approximation is higher with more elements in the transverse direction.

5.2.5. Discretization parameters

In relation to global discretization parameters, note the following statements for thin-walled structures: Not only the number of DOF and the element formulation are essential for highly accurate solutions of finite element models; in order to achieve an accurate numerical solution for thin-walled structures, initial studies have shown that the discretization parameters, such as the number of layers across the thickness l_n and the regularity of the mesh, are essential as well. Of course, with increasing the number of layers and the use of a shorter element edge length, DOF increase in the finite element model as well. The using of a regular mesh in finite element models is recommended. That can generate positive effects, such as less computational time with constant accuracy due to optimally shaped elements. Figure 10 shows the deviation of different mesh strategies compared to a reference model. The element edge length, the element type, and the number of layers have been varied. These parameters are altered in such a way that no distorted elements are generated. Therefore, for element edge lengths of 5 mm, 1 mm and 0.5 mm, it has been possible to generate 1, 2, or 3 layers over the thickness.

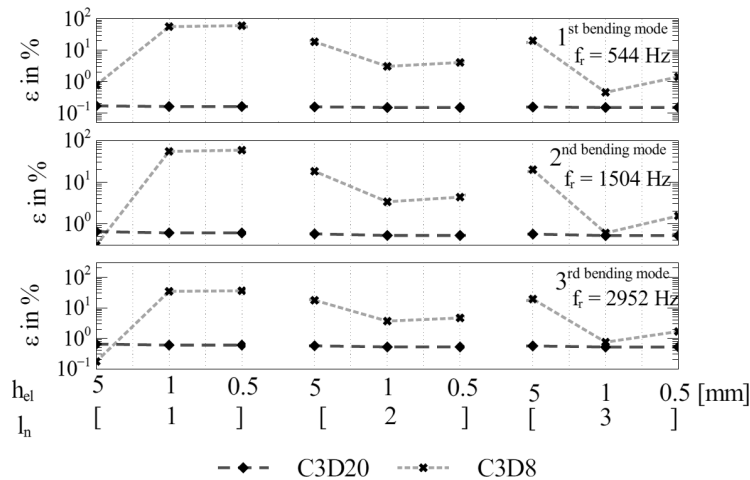


Fig. 10. Relative deviation of one finite element model with different discretizations to a reference model for the first three eigenfrequencies of bending modes. h_{el} : element edge length in mm; l_n : number of layers across the thickness h ; f_r : approximate solution of the reference model.

The eigenfrequencies f_r are the results of the reference finite element model with quadratic elements, 0.5 mm element edge length, and $3.4 \cdot 10^6$ DOF. In general, apart from other discretization parameters, the solutions of finite element models meshed with second-order elements demonstrate a more stable solution. Compared to a mesh with linear elements, here, a good conditioning of the element shape, close to the cubic form, is less essential. For example, despite the increased number of DOF, a mesh with an element edge length of 5 mm and one layer yields more accurate results compared to a discretization with 1-mm element edge length and one layer. In the latter case, the elements aspect ratio is too large and the element shape resembles a stretched rectangle. That means that for linear elements, a fully converged solution cannot be achieved. This is also observed for meshes with more layers over a 1-mm element edge length. These high deviations can arise due to a variety of reasons, e.g. a not completely converged solution, or a mesh which tends to a numerical solution includes stiffening effects, called locking effect. Koschnick² describes geometric and material stiffening effects from three different points of view: the numerical, the mathematical, and the mechanical. According to this description, a numerical convergence to the exact solution can occur with larger DOF, but the computation time is much longer compared to locking-free elements. In order to understand different locking effects, a critical parameter can be defined to describe the influence on the solutions of virtual models. For the dimensions of the investigated beam structures, geometrical stiffening effects can additionally be taken into account. One of these effects is shear locking for bending structures. Here, the critical parameter is the aspect ratio of the numerical elements. A good explanation is provided by Sun⁴³ and Belytschko.⁴⁴ A more detailed process of analyzing the reasons and evaluations of stiffening effects can be found in the literature, such as Babuška and Suri.⁴⁵

5.2.6. Guideline for thin-walled structures

These results provide a clear indication that the discretization parameters, such as the number of layers across the thickness l_n , the number of elements per wavelength el/λ , and the elements aspect ratio α_{el} , play a role as well. With the experience gained from several studies of element types,³⁵ investigations of torsion modes, as well as the variation of many discretization parameters, a recommendation:

Table 3 shows a guideline for a meshing process of three-dimensional finite element models for thin-walled structures, sufficient for an accurate solution up to the mid-frequency range. The guideline's data indicates an accuracy of 1% of the calculated eigenfrequencies to a reference finite element model with a larger number of DOF. For an accurate finite element model to analyze eigenfrequencies of bending modes, two and three layers across the thickness l_n are sufficient for quadratic and linear elements, respectively. For the highest considered bending mode, efficient discretizations for linear and quadratic element formulation are 500 and 20 elements per wavelength, respectively, with a maximum element's aspect ratio of 1:4 and 1:10. That means that for the mesh with linear element formulation, many more DOF are required.

Table 3. Guideline for discretization parameter for meshing thin-walled structures. p : order of basis function; el/λ : minimum number of elements (el) per wavelength (λ) for bending mode; l_n : minimum number of layers across the thickness; α_{el} : elements aspect ratio.

p	Bending Mode	
	Linear	Quadratic
el/λ	500	20
l_n	3	2
α_{el}	1:4	1:10

5.2.7. Error of natural frequency in terms of DOF

Figures 11 and 12 display the results for the first bending and lateral modes of the beam. These investigations are independent of the discretization parameter in the finite element models and focus only on the DOF. Since it is not possible to measure lateral deflection with the previously described experiments, Fig. 12 does not show experimental results. The discretizations with results with less than a 1% relative error are useful for high-quality statements.

For the bending deflection in Fig. 11, the experimental results using $2 \cdot 10^5$ C3D20R elements differ about 0.2% from the converged solution. This element type provides highest accuracy with the lowest number of DOF. Linear and quadratic elements converge from

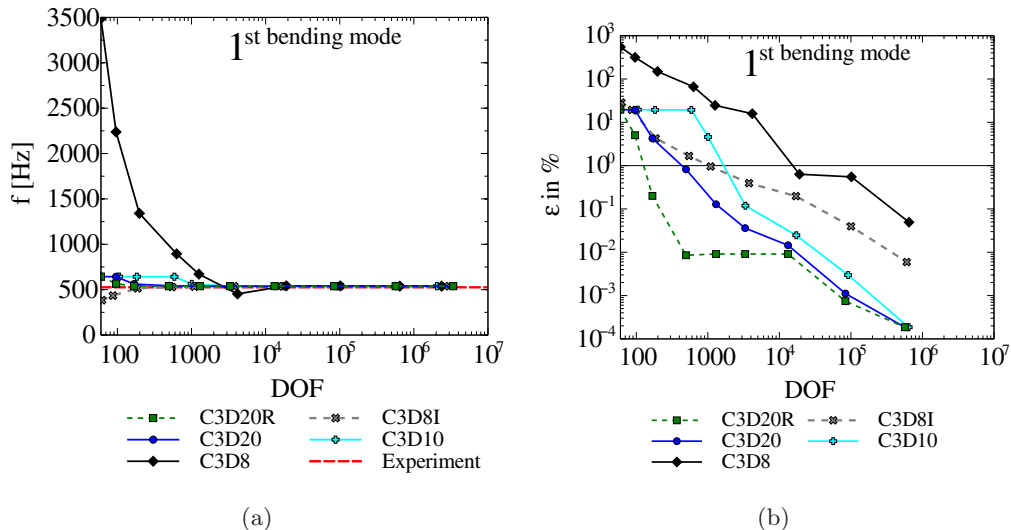


Fig. 11. Beam results — bending mode. (a) Eigenfrequency of first bending mode from finite element models with different types of elements and experiment and (b) relative error of first bending mode to a reference finite element model with $3.4 \cdot 10^6$ DOF and quadratic elements.

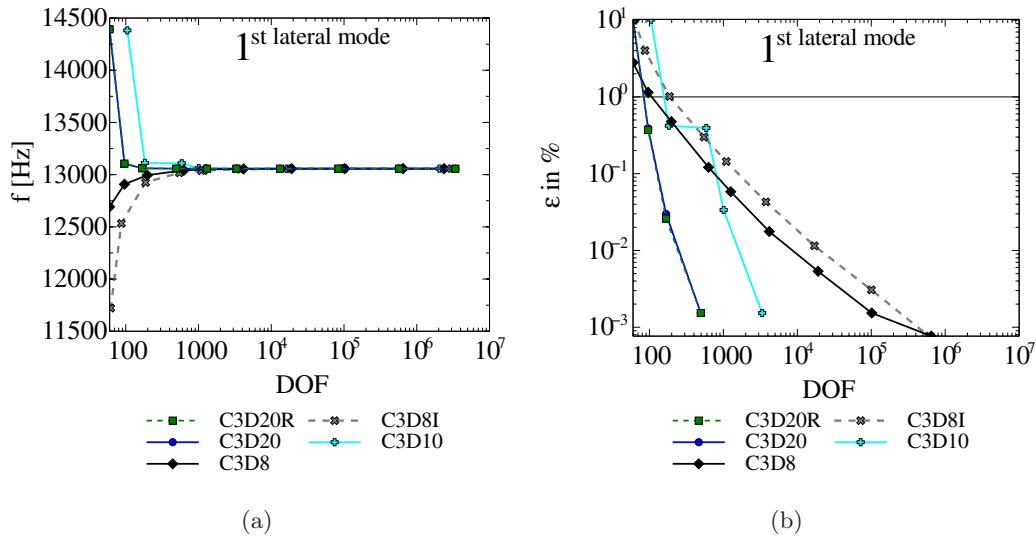


Fig. 12. Beam results — lateral mode. (a) Eigenfrequency of first lateral mode from finite element models with different types of elements and (b) relative error of first lateral mode to a reference finite element model with $3.4 \cdot 10^6$ DOF and quadratic elements.

above. Furthermore, it can be noted that quadratic elements tend to yield more accurate results than linear elements with respect to constant DOF. With quadratic elements, the same quality as with the use of linear elements can be achieved using a number of DOF ten times less. The model with C3D8I elements has more accuracy than the C3D8 models with the same number of DOF. This is only the case for a regular mesh. Additionally, the C3D8I model produces better results with fewer number of DOF. When the elements deform

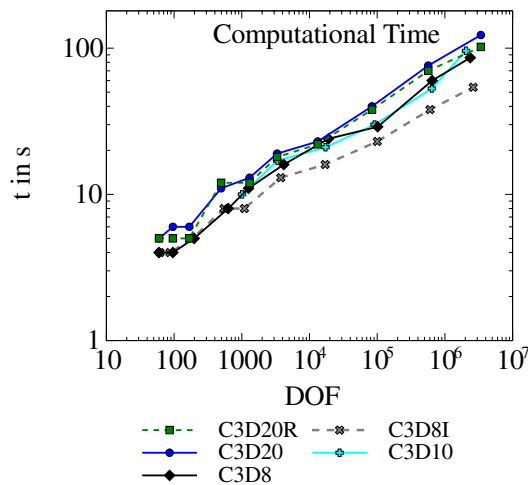


Fig. 13. Comparison of computational time (beam) of the finite element models with different types of elements.

laterally, the results are quite smooth, since originally finite elements are good to solve for a homogenous stress distribution within the element. Missing values in Fig. 12 indicate that there is no difference between the converged solution and the solutions obtained with fewer elements or with different types of elements in logarithmic scale. Linear elements converge from below, quadratic elements from above.

5.2.8. Computational time in terms of *DOF*

Taking into account the computational time in Fig. 13 needed to obtain the results, it can be observed that quadratic elements achieve more accurate results in less wall clock time. For the linear elements, the C3D8I model has a higher accuracy than the C3D8 model and requires less computational time. For these investigations, the standard eigensolver *Lanczos* was used.

6. Example 2: Complex Geometry, a Simplified Crankcase

6.1. Model description

The behavior of elements has been further investigated using a more complex geometry. Figure 14 shows the finite element model of a simplified crankcase. The boundary conditions are ideal free-free and no distorted elements were present.

6.2. Error of natural frequency in terms of *DOF*

Focusing on the first three calculated structural eigenfrequencies, the elements' performance is shown in Figs. 15–17.

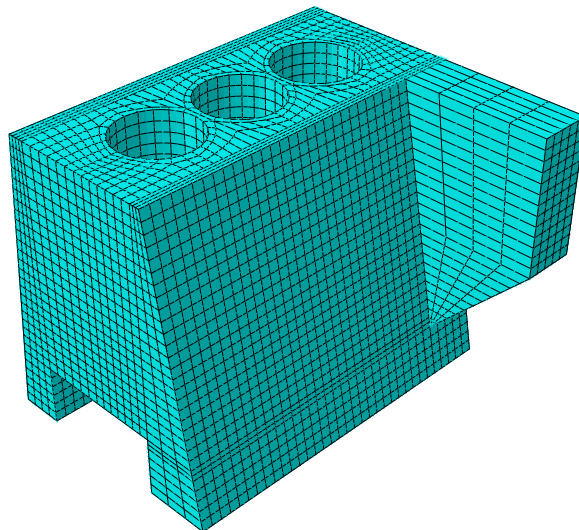


Fig. 14. Finite element model of a simplified crankcase as a more complex structure.

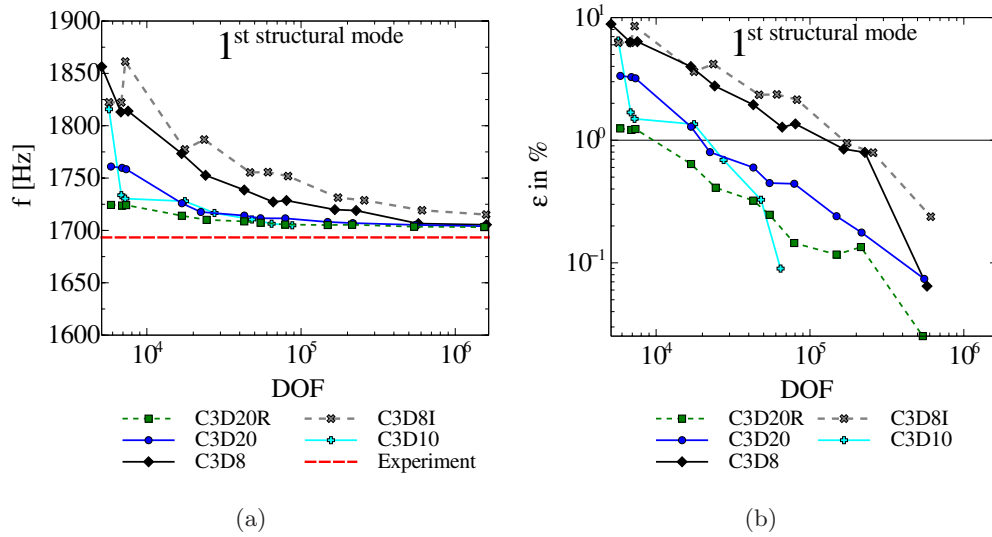


Fig. 15. Simplified crankcase results — first structural mode. (a) Eigenfrequency of first structural mode from finite element models with different types of elements and experiment and (b) relative error of first structural mode to a reference finite element model with $3.2 \cdot 10^6$ DOF and quadratic elements.

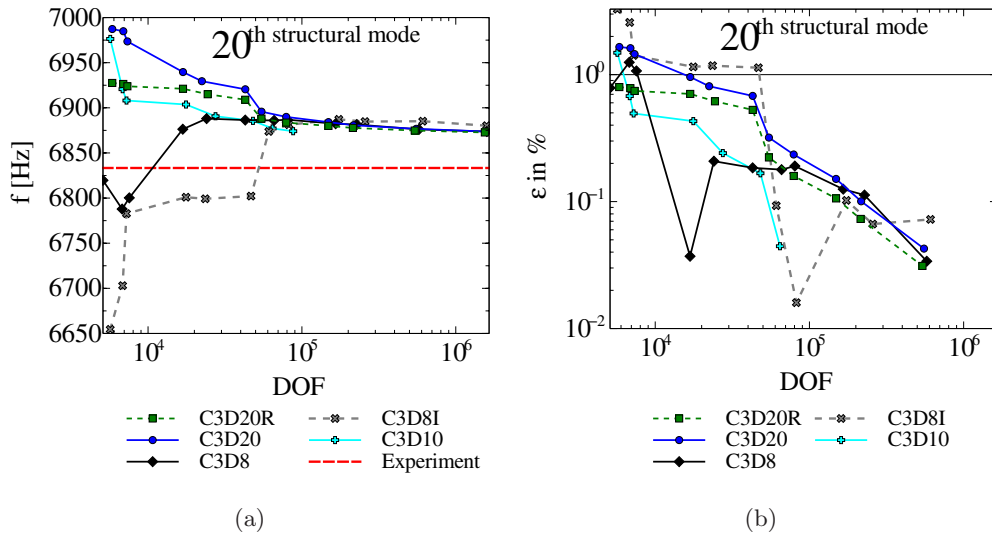


Fig. 16. Simplified crankcase results — twentieth structural mode. (a) Eigenfrequency of twentieth structural mode from finite element models with different types of elements and experiment and (b) relative error of twentieth structural mode to a reference finite element model with $3.2 \cdot 10^6$ DOF and quadratic elements.

A mode shape of a complex structure, which is determined by the geometry, the parameters of the material model and the boundary conditions, has an unknown shape, the elements may deform in a complex way. Therefore, the elements can deform arbitrarily. Because of this complex behavior, a straightforward forecast of the elements' performance is not

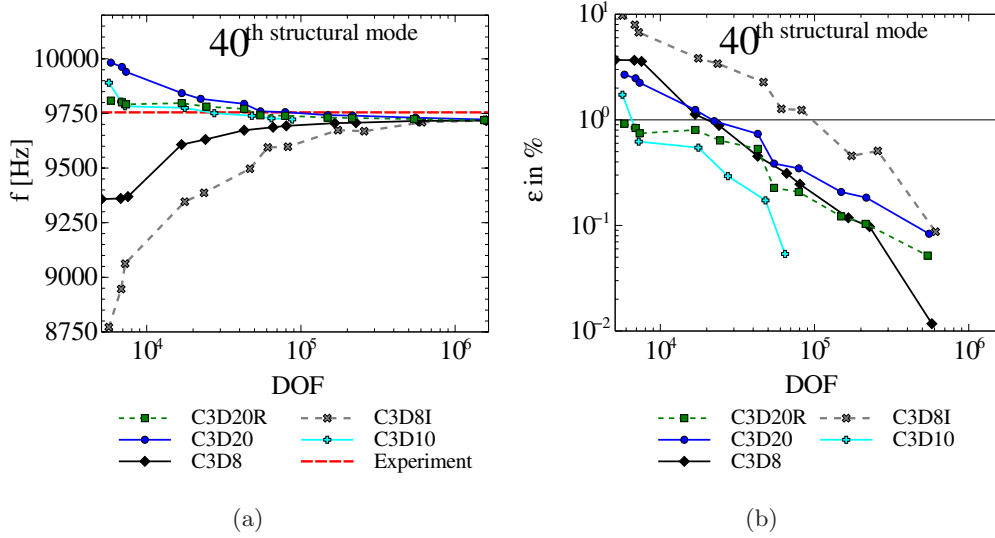


Fig. 17. Simplified crankcase results — fortieth structural mode. (a) Eigenfrequency of fortieth structural mode from finite element models with different types of elements and experiment and (b) relative error of fortieth structural mode to a reference finite element model with $3.2 \cdot 10^6$ DOF and quadratic elements.

possible. The results displayed in Figs. 15–17 are representative for the general elements' behavior. The reference model to calculate the relative error ϵ has $3.2 \cdot 10^6$ DOF. For the first structural mode, linear and quadratic elements converge from above. For the twentieth and fortieth structural modes, linear elements converge from below and quadratic elements from above. It can be seen that the converged solutions differ about 1% from the experimental results. This fact still holds for other and even higher-order modes, but the results

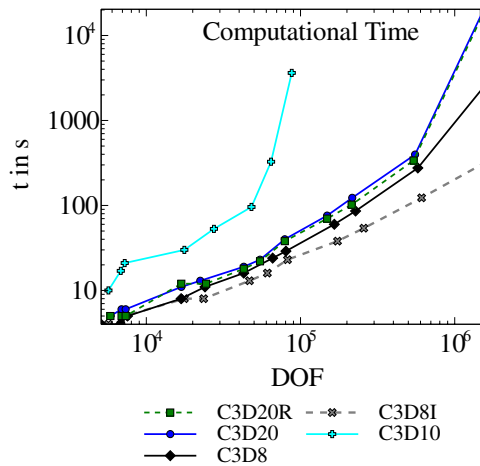


Fig. 18. Comparison of computational time (simplified crankcase) of the finite element models with different types of elements.

are excluded due to the lack of new information. Quadratic elements perform better in terms of DOF expected for using linear elements C3D8. This means, in order to achieve a similar simulation quality, two orders of DOF less can be used when choosing quadratic brick elements instead of linear elements. Comparing quadratic hexahedral and quadratic tetrahedral elements with each other, it is possible to see that the performance is comparable. The only exception is the usage of the C3D8I elements. With the same number of DOF, the C3D8 models have more accuracy than C3D8I models. The latter elements tend to give the worst accuracy in terms of DOF for this model, but have the advantage of having the lowest CPU time. The models meshed with quadratic tetrahedral elements yield a more accurate solution for higher structural modes than quadratic hexahedral elements with the same number of DOF.

6.3. Computational time in terms of DOF

Taking into account the CPU time in Fig. 18 needed to obtain the results, it is obvious that the tetrahedral quadratic element type achieves more accurate results in less wall clock time. For these investigations, the standard eigensolver *Lanczos* was used.

7. Conclusion

The authors presented a finite element performance study based on the assumption that single element benchmark tests do not provide reliable information when choosing appropriate mesh properties for structural FE-analysis. Experimental tests set the basis to evaluate the simulations' quality with respect to the highest possible accuracy of converged solutions. Since the experimentally identified eigenfrequencies of simple structures vary within $\pm 2\%$ due to material and geometry parameter uncertainties, it is not useful to define a numerical model with a accuracy below a deviation of 1%. The provided guideline for choosing efficient discretization parameters for thin-walled structures helps the engineer to identify the element type and DOF for structural analysis in order to achieve a certain degree of accuracy with respect to experimental results. The rule of thumb for meshing thin-walled structures states that

- (i) the user should use at least 20 quadratic or 500 linear elements per standing bending structural wave. Such a mesh gives a converged solution for eigenfrequencies of bending modes with an error of less than 1%, which is considered as a reasonable compromise between the accuracy of an experiment and the variation of samples and their parameters,
- (ii) when using linear elements, good conditioning of the element shape close to the cubic form is essential,
- (iii) the pollution effect is not relevant for three-dimensional structured meshes in the frequency range up to medium to high frequencies when measuring the error based on eigenfrequencies. The investigations show a decreasing error for a constant number of elements per wavelength with increasing frequency,

Table 4. Summarized pros and cons of the element types discussed in the paper; complex geometry: investigated crankcase; real complex geometry in industrial applications: geometry including sharp edges, beads, ribs, blind holes.

Type	Pros	Cons
C3D20	<ul style="list-style-type: none"> • Good conditioning of element shape less essential • Suitable for complex geometry 	<ul style="list-style-type: none"> • Needs a structured mesh • Not suitable for real complex industrial structures
C3D20R	<ul style="list-style-type: none"> • Highest accuracy with lowest number of DOF • Suitable for complex geometry 	<ul style="list-style-type: none"> • Needs a structured mesh • Not suitable for real complex industrial structures
C3D10	<ul style="list-style-type: none"> • Unstructured mesh possible • Suitable for real complex industrial structures • High accuracy with respect to DOF 	
C3D8	<ul style="list-style-type: none"> • Suitable for complex geometry 	<ul style="list-style-type: none"> • Needs a structured mesh • Not suitable for real complex industrial structures • Good conditioning of element shape essential
C3D8I	<ul style="list-style-type: none"> • Most accurate linear element with respect to DOF for regular mesh • Suitable for complex geometry 	<ul style="list-style-type: none"> • Needs a structured and regular mesh • Not suitable for real complex industrial structures • Good conditioning of element type highly essential

- (iv) quadratic elements perform much better than linear elements when comparing results of models with identical DOF and are therefore much more efficient and
- (v) calculations using a regular mesh greatly benefit in performance.

A detailed list of advantages and disadvantages of each element type are summarized in Table 4. Corroborated by the results of this study, the authors recommend the use of quadratic elements as long as the user is able to determine that all field gradients are monotonic inside the element. In this case, the fact that quadratic elements are not unconditionally stable is uncritical. Similar conclusions are found in Ramesh *et al.*⁴⁶ and Marburg and Schneider¹⁷ for acoustic-wave propagation problems with respect to the efficiency of quadratic boundary elements. For the future, investigation of higher-order elements is planned. However, only a few commercial finite element codes offer this feature which is one reason why higher-order elements are hardly used in industry so far.

Acknowledgments

The authors acknowledge the financial support of the Bavarian Research Foundation.

References

1. K.-J. Bathe, *Finite Element Procedures* (Prentice-Hall, New Jersey, NJ, USA, 1996).
2. F. Koschnick, Geometric locking phenomena of finite elements and a uniform concept for their elimination, Dissertation, Technische Universität München, Germany (2004).
3. J. Argyris and H.-P. Mlejnek, *Die Methode der Finiten Elemente* (Vieweg, Braunschweig, 1988).
4. N. Maia, J. Silva, N. Lieven, G. Skingle, W. To and A. Urgueira, *Theoretical and Experimental Modal Analysis* (Research Studies Press Ltd., Hertfordshire, 1998).
5. D. G. Crighton, A. P. Dowling, J. E. Ffowcs, M. Heckl and L. F. A., *Modern Methods in Analytical Acoustics (Lecture Notes)* (Springer-Verlag, London, 1992).
6. M. Kompella and R. Bernhard, Variation of structural-acoustic characteristics of automotive vehicles, *Noise Control Eng. J.* **44** (1996) 93–99.
7. E. Hills, B. R. Mace and N. S. Ferguson, Acoustic response variability in automotive vehicles, *J. Sound Vib.* **321** (2009) 286–304.
8. M. Hornikx, M. Kaltenbacher and S. Marburg, A platform for benchmark cases in computational acoustics, *Acta Acust. United with Acust.* **101** (2015) 811–820.
9. S. Marburg, H.-J. Beer, J. Gier, H.-J. Hardtke, R. Rennert and F. Perret, Experimental verification of structural acoustic modeling and design optimization, *J. Sound Vib.* **252** (2002) 591–615.
10. A. Cifuentes and A. Kalbag, A performance study of tetrahedral and hexahedral elements in 3D finite element structural analysis, *Finite Elem. Anal. Des.* **12** (1992) 313–318.
11. N.-S. Lee and K.-J. Bathe, Effects of element distortions on the performance of isoparametric elements, *Int. J. Numer. Methods Eng.* **36**(20) (1993) 3553–3576.
12. P. Langer, K. Sepahvand, M. Krause and S. Marburg, Simple vibroacoustic systems — Influence of uncertainties in simulation and experiment, in *Proc. NOVEM 2015*, ed. G. Pavic (Dubrovnik, Croatia, 2015).
13. I. Babuška, F. Ihlenburg, T. Paik and A. Sauter, A generalized finite element method for solving the Helmholtz equation in two dimensions with minimal pollution, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **128** (1995) 325–359.
14. F. Ihlenburg, *Finite Element Analysis of Acoustic Scattering* (Springer-Verlag, New York, 1998).
15. L. L. Thompson and P. M. Pinsky, Complex wave number Fourier analysis of the p -version finite element method, *Comput. Mech.* **13** (1994) 255.
16. E. H. Ooi, H. Dogan and V. Popov, Dispersion analysis of the meshless local boundary integral equation and radial basis integral equation methods for the Helmholtz equation, *J. Eng. Anal. Bound. Elem.* **50** (2015) 360–371.
17. S. Marburg and S. Schneider, Influence of element types on numeric error for acoustic boundary elements, *J. Comput. Acoust.* **11** (2003) 363–386.
18. S. Marburg, Six boundary elements per wavelength: Is that enough? *J. Comput. Acoust.* **10** (2002) 25–51.
19. S. Marburg, The Burton and Miller method: Unlocking another mystery of its coupling parameter, *J. Comput. Acoust.* **24** (2015) 20.
20. M. Newman and A. Pipano, Fast modal extraction in NASTRAN via the FEER computer program, NASA. Langley Res. Center NASTRAN: Users Experiences (1973), pp. 485–506.
21. B. N. Parlett, *The Symmetric Eigenvalue Problem* (Prentice-Hall, New Jersey, NJ, USA, 1980).
22. J. H. Wilkinson, *The Algebraic Eigenvalue Problem (Numerical Mathematics and Scientific Computation)* (Oxford Science Publications, Oxford, 1999).
23. K.-J. Bathe and E. Wilson, Solution methods for eigenvalue problems in structural mechanics, *Int. J. Numer. Methods Eng.* **6** (1972) 213–226.
24. D. S. Simulia, *ABAQUS V6.10 Documentation* (2010).

25. K. J. Bathe, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis* (Prentice-Hall, New Jersey, NJ, 1982).
26. O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, *The Finite Element Methode Volume 1: Basic Formulation and Linear Problems* (MacGraw-Hill Book Company, New York, 1989).
27. O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, *The Finite Element Method Volume 2: Solid and Fluid Mechanics, Dynamics and Non-Linearity* (MacGraw-Hill Book Company, New York, 1991).
28. J. Barlow, Optimal stress locations in finite element models, *Int. J. Numer. Methods Eng.* **10**(2) (1976) 243–251.
29. R. C. Averill and J. N. Reddy, Behaviour of plate elements based on the first-order shear deformation theory, *Eng. Comput.* **7** (1990) 57–74.
30. J. N. Reddy, On locking-free shear deformable beam finite elements, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **149**(1–4) (1997) 113–132.
31. G. Prathap and G. R. Bhashyam, Reduced integration and the shear flexible beam element, *J. Numer. Methods Eng.* **18** (1982) 195–210.
32. D. J. Ewins, *Modal Testing: Theory and Practice* (Research Studies Press, Letchworth, Hertfordshire, England, 1984).
33. International Organization for Standardization (ISO), *Methods for the Experimental Determination of Mechanical Mobility; Parts 1–5* (Switzerland, 1986–1994).
34. I. Vibrant Technology, *ME'scope Version 5.0 Operating Manual* (2009).
35. P. Langer, K. Sepahvand and S. Marburg, Uncertainty quantification in analytical and finite element beam models using experimental data, in *Proc. 9th Int. Conf. Structural Dynamics, EURO DYN 2014*, eds. A. Cunha, E. Caetano, P. Ribeiro and G. Müller (Porto, Portugal, 2014).
36. I. Babuška and S. A. Sauter, Is the pollution effect of the FEM avoidable for the Helmholtz equation considering high wave number? *SIAM J. Numer. Anal.* **34** (1997) 2392–2423.
37. F. Ihlenburg and I. Babuška, Finite element solution of the Helmholtz equation with high wavenumber Part I: The h-version of the FEM, *Comput. Math. Appl.* **30** (1995) 9–37.
38. F. Ihlenburg and I. Babuška, Finite element solution of the Helmholtz equation with high wavenumber Part II: The h-version of the FEM, *SIAM J. Numer. Anal.* **34** (1997) 315–358.
39. M. Ainsworth, Discrete dispersion relation for hp-version finite element approximation at high wave number, *SIAM J. Numer. Anal.* **42** (2004) 553–575.
40. I. Babuška, F. Ihlenburg, E. Paik and S. A. Sauter, A generalized finite element method for solving the Helmholtz equation in two dimensions with minimal pollution, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **128** (1995) 325–359.
41. S. Marburg, Normal modes in external acoustics. Part I: Investigation of the one-dimensional duct problem, *Acta Acust. United Acust.* **91** (1986) 1063–1078.
42. A. A. Oberai and P. M. Pinsky, A numerical comparison of finite element methods for the Helmholtz equation, *J. Comput. Acoust.* **8** (2000) 211–221.
43. E. Q. Sun, Shear locking and hourglassing in MSC Nastran, ABAQUS, and ANSYS, *MSC Software Virtual Product Development Conference (VPD 2006)*, Huntington, CA., July 17–19 (2006).
44. T. Belytschko, H. Stolarski, W. K. Liu, N. Carpenter and J. Ong, Stress projections for membrane and shear locking in shell finite elements, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **51**(1–3) (1985) 221–258.
45. I. Babuška and M. Suri, On locking and robustness in the finite element method, Report BN-1112, Inst. for Physical Sci. and Tech., University of Maryland, College Park Campus, May 1990.
46. S. S. Ramesh, K.-M. Lim and B. C. Khoo, Comparison of constant and discontinuous quadratic boundary elements for exterior axisymmetric acoustic-wave propagation problems, *J. Comput. Acoust.* **23** (2015) 22.

Veröffentlichung B



Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Sound and Vibration

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jsvi

Matching experimental and three dimensional numerical models for structural vibration problems with uncertainties

P. Langer^{a,*}, K. Sepahvand^a, C. Guist^b, J. Bär^c, A. Peplow^d, S. Marburg^a

^a Chair of Vibroacoustics of Vehicles and Machines, Technical University of Munich, Boltzmann Str. 15, 85748 Garching, Germany

^b BMW Group, Knorr Str. 147, 80807 Munich, Germany

^c Institute for Materials Science, Universität der Bundeswehr Munich, Werner-Heisenberg-Weg 39, 85577 Neubiberg, Germany

^d Department of Natural Sciences and Public Health, Zayed University, P.O. Box 144534, Abu Dhabi, United Arab Emirates

ARTICLE INFO

Article history:

Received 10 August 2017

Revised 24 October 2017

Accepted 21 November 2017

Available online XXX

Keywords:

Uncertainty quantification

Structural vibration

Experimental modal analysis

Finite element modeling

Parameter identification

ABSTRACT

The simulation model which examines the dynamic behavior of real structures needs to address the impact of uncertainty in both geometry and material parameters. This article investigates three-dimensional finite element models for structural dynamics problems with respect to both model and parameter uncertainties. The parameter uncertainties are determined via laboratory measurements on several beam-like samples. The parameters are then considered as random variables to the finite element model for exploring the uncertainty effects on the quality of the model outputs, i.e. natural frequencies. The accuracy of the output predictions from the model is compared with the experimental results. To this end, the non-contact experimental modal analysis is conducted to identify the natural frequency of the samples. The results show a good agreement compared with experimental data. Furthermore, it is demonstrated that geometrical uncertainties have more influence on the natural frequencies compared to material parameters and material uncertainties are about two times higher than geometrical uncertainties. This gives valuable insights for improving the finite element model due to various parameter ranges required in a modeling process involving uncertainty.

© 2017 The Author(s). Published by Elsevier Ltd. This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

Accurate modeling and measurement of input parameters is the key to achieving reliable results which determine the dynamic behavior of real structures. Thus, it is essential to clarify the uncertainties involved both in the modeling and measurement process. Uncertainty quantification (UQ) is described as the study of discrepancy between simulation and experimental results [1]. This involves identifying all sources of uncertainty and the solution's sensitivity to these sources. Since the variability of uncertainties for complex structures can be quite pronounced, their quantification involves costly computational efforts making it even unfeasible in most cases. Therefore, defining a simplified model that represents the desired properties of the real structure is crucial. In this regard, simple beam element models are commonly used in finite element method (FEM) studies to quantify the effect of parameter uncertainties, cf. [2–4].

Uncertainties in finite element analysis can be described by many approaches, here we use an interval method (IM) approach. The fundamental aspect to these methods can be found in the literature, cf. [5,6]. General recommendations regarding model

* Corresponding author.

E-mail address: P.Langer@tum.de (P. Langer).

uncertainties that are important for modeling and for the development process are given in Ref. [7]. These recommendations include valuable ideas: important steps in the model validation process and how to represent results together with their uncertainties. Moore [6] reviewed several interval methods, which can be used to calculate solution limits corresponding to an interval of possible values for experimental results. Sim et al. [8] introduced an efficient modal interval analysis procedure where they identified bounded ranges of parameters and were able to validate the results by comparing them to Monte Carlo simulations. In general, interval arithmetic is a useful tool for describing the propagation of uncertainties for problems when it is not possible to obtain probabilities of different values, Broadwater et al. [9]. Kompella and Bernhard [10] introduced an approach to determine the uncertainty in a production line. Their findings emphasize the importance of uncertainties during production of the final product. They measured the statistical variation of a structural acoustic parameter of vehicles and compared it to a reference measurement value. This method has been applied in various practical engineering problems involving uncertainty and is well-explained in the literature, cf. [11–15]. In acoustics, Hills et al. [16] compared the measurement variability of audio–frequency response of a hatchback model with both a three-door (411 vehicles) and five-door (403 vehicles) derivative and a mid-sized family five-door car (316 vehicles). In summary, the frequency response function (FRF) varied by approximately 5 – 15 dB over the frequency range between 0 – 1000 Hz for the structure–borne and air–borne paths.

This paper discusses the accuracy of finite element solutions in terms of uncertainties in the model. These uncertainties are divided into two categories: those related to the properties of input parameters (e.g. Young's modulus, density, Poisson's ratio, and dimensions) and those related to the modeling process (approximation due to e.g. discretization or choice of boundary conditions). For characterization, the interval method is employed, see Section 2. The uncertainty of parameters related to material properties is obtained by performing measurements on beam-like steel structures with a parameter identification method described in Section 3.2. The presented ultrasonic measurement of the Young's Modulus E and the error calculation is more accurate than other common methods. Determining the material parameters using inverse modal analysis employing non-destructive identification technique possesses similar accuracy as shown in Refs. [17,18]. To this end, the quantified uncertainties are used as input parameters for the numerical models. These can be divided into one-dimensional or three-dimensional models. In the one-dimensional case, analytical solutions utilizing the Euler–Bernoulli or the Timoshenko beam theory are considered. In the three-dimensional case, a finite element model of the beam-like steel structure is used, utilizing structured hexahedral (brick) elements. Note that beam elements are not considered here because:

- (i) their implementation is often based on one of the beam theories which is already covered by taking a one-dimensional model into account and
- (ii) they are recommended not to be used in general real world applications, e.g. modeling an engine–transmission unit or a vehicle power train.

By dividing the model uncertainties into different categories and applying the interval method to each of them, the effect of specific uncertainties is presented.

This paper is structured as follows: In Section 2, the theory of interval method and modal analysis are briefly explained. The performed experimental modal analysis is presented in Section 3, whereas the parameter uncertainties and the results from numerical analysis are presented in Section 4. In Section 5, experimental and numerical results are compared. Finally, conclusions are drawn in Section 6. To the best of the authors knowledge this is an original documentation from the application of measured uncertainties, utilization of a finite element model towards a final uncertainty estimation of natural frequencies for a structure. The methods employed here can be easily transformed to real structures such as automobile engine–transmission units.

The following section is important since it shows that in finite element modeling, if the mass and stiffness matrix *uncertainties* are small, the expected uncertainty range for a natural frequency under these deviations due to uncertainty will also be small. In other words the range of uncertainty of one natural frequency is not expected to overlap with the expected range of its neighbor.

2. Interval stochastic method and modal analysis

Modeling structural beam vibrations is traditionally performed using the lumped model in a single degree-of-freedom (SDOF) or multi degree-of-freedom (MDOF) system. The continuum-based theories employ the Euler–Bernoulli and Timoshenko beam theory in the form of partial differential equations. Detailed descriptions of these theories can be found in the literature [19,20]. Additionally, the finite element method can be employed to analyze the structural beam vibrations employing different finite elements, cf. [21–26] for instance. Regarding uncertainties, the stochastic finite element modeling uses various probabilistic and possibilistic methods. Among them, the interval stochastic method is chosen for the analysis of the beam-like structure because of its straightforward application. The applied interval operations and the performed interval-based stochastic modal analysis is briefly presented in the following. For an in–depth introduction to interval methods refer to Qiu et al. [27].

Assuming real numbers \mathbb{R} , a closed interval X^I is defined by

$$X^I = [x_{\min}, x_{\max}] = \{x \in \mathbb{R} | x_{\min} \leq x \leq x_{\max}\}, \quad x_{\min}, x_{\max} \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

with lower limit x_{\min} and upper limit x_{\max} . By defining X^A as average value of X^I and ΔX as maximum width or radius of X^I , i.e.

$$X^A = \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2}, \quad \Delta X = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}. \quad (2)$$

Eq. (1) can be transformed into

$$X^I = [X^A - \Delta X, X^A + \Delta X]. \quad (3)$$

Removing X^A out of the interval yields:

$$X^I = X^A + \Delta X^I, \quad \Delta X^I = [-\Delta X, \Delta X], \quad (4)$$

with ΔX^I representing the radius of uncertainty. In the same way an $n \times n$ interval matrix \mathbf{H} can be described according Sim et al. [8]. Basically, this involves creating intervals for each entry, \mathbf{H}_{ij} , in the matrix.

For an undamped free vibration problem with n degrees of freedom, the equations of motion in matrix notation read

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{0}, \quad (5)$$

with \mathbf{M} and \mathbf{K} being real, positive semi-definite $n \times n$ matrices for mass and stiffness, respectively, as well as \mathbf{y} and $\ddot{\mathbf{y}}$ representing the vectors of displacement and acceleration, respectively. Assuming that \mathbf{y} features a time-dependency of $e^{i\omega t}$, the separation of variables yields

$$\mathbf{y}(t) = \hat{\mathbf{y}}e^{i\omega t}, \quad \ddot{\mathbf{y}} = -\omega^2\hat{\mathbf{y}}e^{i\omega t}. \quad (6)$$

Hence the eigenvalue problem can be written as

$$(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}, \quad (7)$$

which are the undamped system's eigenfrequencies ω , and $\hat{\mathbf{y}}$ contains the eigenvector components. For symmetric systems, the eigenvalues can be extracted using the Lanczos method as described in Refs. [28,29] or, in case of finite element applications, employing the method described by Bathe and Wilson [30].

Taking uncertainties into account, both mass and stiffness matrix uncertainties are rewritten as:

$$\mathbf{K}^I = \mathbf{K}^A + \Delta\mathbf{K}^I, \quad \Delta\mathbf{K}^I = [-\Delta\mathbf{K}, \Delta\mathbf{K}], \quad (8)$$

$$\mathbf{M}^I = \mathbf{M}^A + \Delta\mathbf{M}^I, \quad \Delta\mathbf{M}^I = [-\Delta\mathbf{M}, \Delta\mathbf{M}]. \quad (9)$$

Substituting these into the eigenvalue problem of Eq. (7) yields the same problem, but in interval notation

$$(\mathbf{K}^I - \omega^2\mathbf{M}^I)\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}. \quad (10)$$

The undamped system's circular frequencies ω^2 are the square roots of the characteristic polynomial, i.e.

$$\det((\mathbf{K}^A + \Delta\mathbf{K}^I) - \omega^2(\mathbf{M}^A + \Delta\mathbf{M}^I)) = 0. \quad (11)$$

Herein, \mathbf{K}^A and \mathbf{M}^A are the nominal values for the stiffness and mass matrix, respectively, with $\Delta\mathbf{K}^I$ and $\Delta\mathbf{M}^I$ being their associated uncertainties. Each interval is limited by corresponding bounds as defined in Eq. (1).

The interval method yields two natural frequency limits $f_{i_{\min}}$ and $f_{i_{\max}}$ obtained for the first bending modes of the beam-like structure. These two values represent the bounds of the interval in which the natural frequency of a certain modes lie, depending on the corresponding uncertainties. Hence, the system's circular frequencies of the i -th bending mode must lie in the interval

$$\omega_{i}^2 = [\omega_{i_{\min}}^2, \omega_{i_{\max}}^2] = \left[\frac{\phi^T \underline{\mathbf{K}} \phi}{\phi^T \underline{\mathbf{M}} \phi}, \frac{\phi^T \overline{\mathbf{K}} \phi}{\phi^T \overline{\mathbf{M}} \phi} \right] \quad (12)$$

for which the natural frequency intervals, f^I can be found. Herein, ϕ is the modal matrix which consist of the eigenvectors, ϕ^T is the matrix transpose of ϕ and the over- and underlined matrices \mathbf{K}, \mathbf{M} represent the upper and lower values due the corresponding uncertainties, respectively.

3. Model description and experiments

For the experimental analysis, ten distinct beam-like structures with nominal dimensions length $l = 0.2$ m, width $w = 0.04$ m and height $h = 0.004$ m are considered, cf. Fig. 1(a). The specimens' manufacturing tolerances match DIN ISO 2768-1 (m), which is the common standard in the automotive industry, e.g. the same tolerances as applied on a production line. Therefore, the dimensions including tolerances are given by $l = 0.2$ m \pm 0.0005 m, $w = 0.04$ m \pm 0.0003 m and $h = 0.004$ m \pm 0.0001 m. The specimens were made of steel, for which linear elastic material behavior, i.e. Hooke's Law, is assumed. The experimental determination of the material properties is described in Section 3.2, whereas the next section describes the performed experimental modal analysis. The natural frequencies of the first three bending modes are determined through EMA of each specimen. Fig. 1(b) shows a three-dimensional finite element model of the beam-like structure with a mesh built from of 20-node quadratic brick elements.

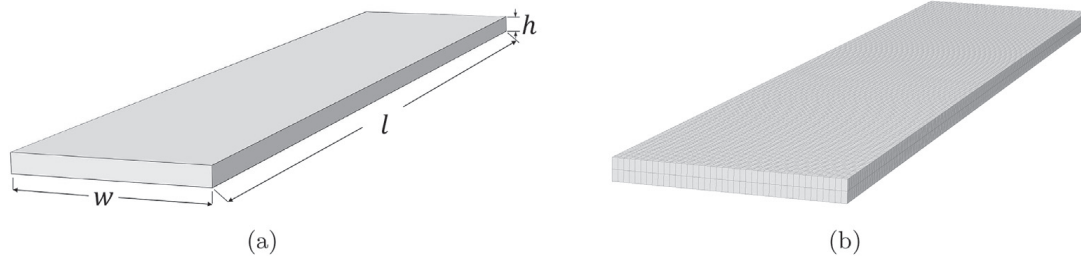


Fig. 1. Investigated models. (a) Beam-like structure; nominal values: $l = 0.2$ m, $w = 0.04$ m and $h = 0.004$ m. (b) Three-dimensional finite element model of the beam-like structure with an efficient mesh.

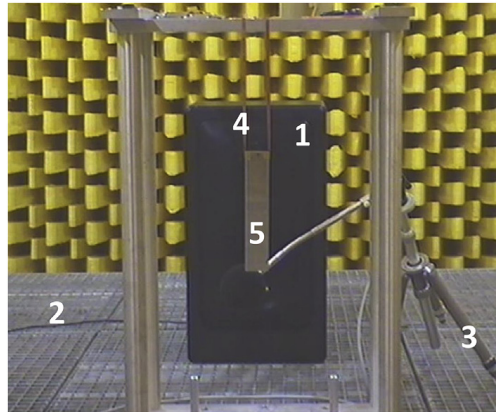


Fig. 2. Experimental setup of beam-like structure: (1) loudspeaker; (2) anechoic chamber; (3) microphone; (4) elastic strings; (5) specimen.

3.1. Experimental modal analysis (EMA)

By performing an experimental modal analysis, it makes evaluation of modal parameters based on measured frequency response functions a reality. The modal parameters, such as eigenfrequencies, modal damping, and eigenvectors can be evaluated numerically using a curve-fitting algorithm together with a decomposition scheme of the fitted polynomials. In this paper, the impact of parameter uncertainty on the value of eigenfrequencies of a beam-like structure is investigated.

In an experimental modal analysis, the accuracy of the measurement is highly dependent on the precision of the measuring device and setup. Therefore, a suitable measurement technique is required to accurately record the excitation and the structural response. In order to examine the beam-like specimen, the structure is excited with a loudspeaker and the sound pressure is measured between the loudspeaker and the specimen. Note that this method is only applicable for lightweight sound-sensitive structures. This means the structures can be excited by acoustic means, such as loudspeakers. Various standard measurement techniques have been recommended in Ewins [31] and ISO 7626-1:2011 [32].

In all experiments, free-free boundary conditions were considered to match the simple simulation models. This is an idealization of the real setup. However, since the frequency of the corresponding rigid body motions was an order of magnitude smaller than the frequency of the first deflection shape, the influence of the boundary conditions on the first resonance frequency was disregarded. In the experimental setup, the structure was attached to two elastic strings in an anechoic chamber, Fig. 2 and a microphone measured the sound pressure level in front of the loudspeaker, which excited the structure with a periodic chirp signal. Two major advantages of this excitation signal are, first, its continuity up to the first derivative, and second, its periodicity within the time block. Therefore, a continuous and sequential measurement is possible using a scanning laser Doppler vibrometer. Time signals of all quantities are transferred into the frequency domain using Fast Fourier Transformation (FFT) and are further processed to obtain the FRF for each measurement. Eigenfrequencies and associated mode shapes are identified by processing the FRFs with the post-processing tool ME'scope.

3.2. Experimental parameter identification method

The material parameters, namely Young's modulus E and Poisson's ratio ν are determined using ultrasonic measurements [33,34]. The sound velocity of longitudinal (c_l) and transversal (c_t) waves in an elastic continuum are given by

$$c_l = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (13)$$

and

$$c_t = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}, \quad (14)$$

respectively. Herein, ρ denotes the structure's density. Transforming both equations yields two expressions for Young's modulus E , i.e.

$$E(c_l) = \frac{c_l^2 \rho (1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \quad (15)$$

and

$$E(c_t) = 2c_t^2 \rho (1+\nu). \quad (16)$$

Assuming that $E(c_l) = E(c_t)$ results in

$$\nu = \frac{2c_t^2 - c_l^2}{2(c_t^2 - c_l^2)}. \quad (17)$$

Given the longitudinal and transversal wave velocities c_l and c_t , Poisson's ratio ν can be easily obtained from Eq. (17). For determining the Young's modulus, Eqs. (15) and (16) are evaluated and their results averaged, i.e. $E = 1/2 (E(c_l) + E(c_t))$. The differences between $E(c_l)$ and $E(c_t)$ are negligible since these are lower than the calculated uncertainties. Therefore, the changes of the uncertainty according to Eq. (22) is also negligibly small. The averaging is therefore not necessary, but it is performed to eliminate small errors. The ultrasonic measurements are performed using the 5 MHz ultrasonic module UT/Mate from Vogt ultrasonics and transducers. All measurements are taken in reflection mode, i.e. pulse–echo mode, on specimens with plane-parallel grinded surfaces. On each specimen, ten individual measurements are taken for both longitudinal and transversal sound velocities.

The density is measured employing hydrostatic weighing via Archimedes' principle. For this, an analytical balance Mettler Toledo 204AG of 0.1×10^{-3} g scale is used. Each specimen was first weighed in air yielding m_{air} and then weighed in water yielding m_{water} . Given the two masses and the density of water ρ_{water} and air ρ_{air} , the density ρ of the specimen can be calculated using Eq. (18) without knowledge of the specimen's volume.

$$\rho = \frac{m_{\text{air}}(\rho_{\text{water}} - \rho_{\text{air}})}{m_{\text{air}} - m_{\text{water}}} + \rho_{\text{air}} \quad (18)$$

Having the experimental setup, the next step is to quantify the total measurement uncertainty. In general, the uncertainty consists of systematic and random errors. The systematic errors result from the deviation of the measurement equipment and the random errors are based on the measurements' standard deviation.

Regarding the error calculation of Poisson's ratio, Young's modulus, and density, the Gaussian error propagation is applied. Within the Gaussian error propagation, the error of a given parameter p depending on independent variables x_1, x_2, \dots, x_n is given by

$$\Delta p = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{dp}{dx_i} \Delta x_i \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (19)$$

Accordingly, the error propagation of the density in Eq. (18) is calculated as

$$\Delta \rho = \left[\left(\frac{d\rho}{d\rho_{\text{water}}} \Delta \rho_{\text{water}} \right)^2 + \left(\frac{d\rho}{d\rho_{\text{air}}} \Delta \rho_{\text{air}} \right)^2 + \left(\frac{d\rho}{dm_{\text{air}}} \Delta m_{\text{air}} \right)^2 + \left(\frac{d\rho}{dm_{\text{water}}} \Delta m_{\text{water}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (20)$$

with the uncertainties being $\Delta m_{\text{air}} = 0.1 \times 10^{-3}$ g, $\Delta m_{\text{water}} = 1 \times 10^{-3}$ g, $\Delta \rho_{\text{air}} = 2.95 \times 10^{-6}$ gcm⁻³, and $\Delta \rho_{\text{water}} = 0.001$ gcm⁻³. The uncertainties for weighing in air Δm_{air} corresponds to the resolution of the scale from the Mettler Toledo 204 AG equipment. For weighing in water Δm_{water} , due to the higher level of difficulty of this measurement, a higher uncertainty was expected. The values of the uncertainty were proven by checking against several measurements. The values of $\Delta \rho_{\text{air}}$ and $\Delta \rho_{\text{water}}$ correspond to a change in temperature of 1.5 Kelvin. The error propagation of Poisson's ratio is given as

$$\Delta \nu = \left[\left(\frac{c_t c_l^2}{(c_t^2 - c_l^2)^2} \Delta c_t \right)^2 + \left(\frac{c_l c_t^2}{(c_t^2 - c_l^2)^2} \Delta c_l \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (21)$$

with the measurement uncertainty of $\Delta c_l = \Delta c_t = 50$ m/s. Regarding the error propagation of the Young's modulus, it is repeated that $E = 1/2 (E(c_l) + E(c_t))$. Thus the error propagation is split into two parts, i.e.

$$\Delta E = \left[\left(\frac{1}{2} \Delta E(c_l) \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \Delta E(c_t) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (22)$$

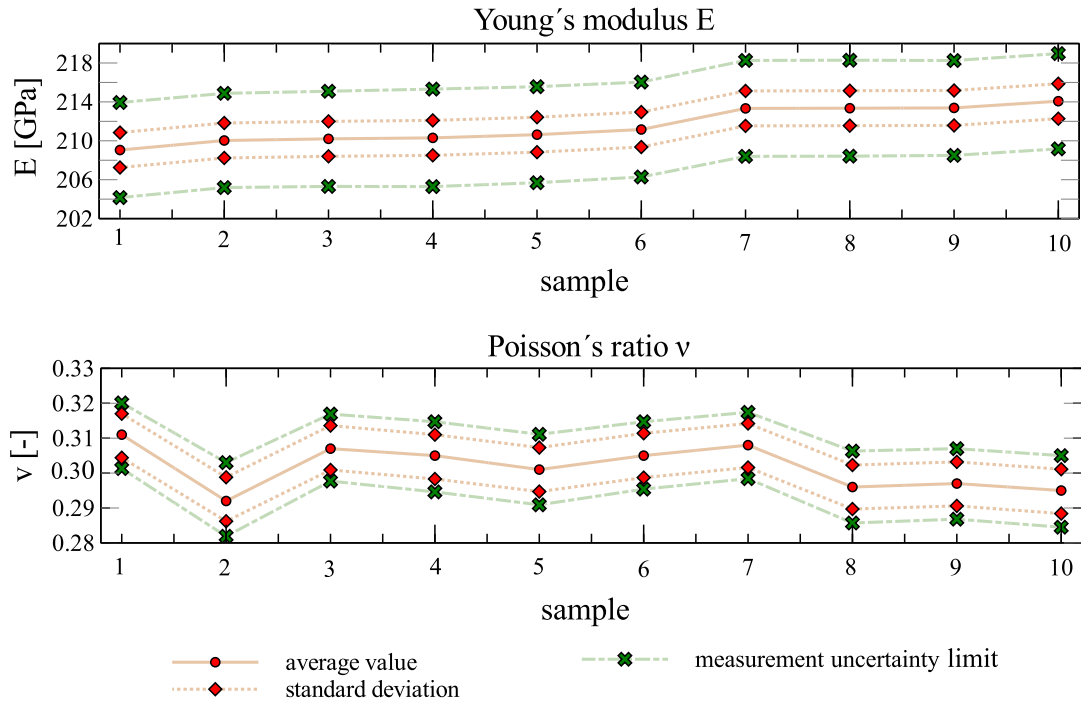


Fig. 3. Average value, standard deviation, and measurement uncertainty for Young's modulus E and Poisson's ratio ν for ten beam-like samples.

With respect to Eqs. (15) and (16), these read

$$\Delta E(c_t) = \left[\left(\frac{2c_t \rho (1 + \nu)(1 - 2\nu)}{(1 - \nu)} \Delta c_t \right)^2 + \left(\frac{\nu^2 (1 + \nu)(1 - 2\nu)}{(1 - \nu)} \Delta \rho \right)^2 + \left(\frac{2\nu^2 \rho \nu (\nu - 2)}{(1 - \nu)^2} \Delta \nu \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (23)$$

and

$$\Delta E(c_t) = \left[(4c_t \rho (1 + \nu) \Delta c_t)^2 + (2c_t^2 (1 + \nu) \Delta \rho)^2 + (2c_t^2 \rho \Delta \nu)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (24)$$

Based on the performed experiments and the stated error propagations, Fig. 3 shows average values, standard deviations, and uncertainties of Poisson's ratio and Young's modulus for each specimen. These measurement uncertainties then requires to consider input parameters in the finite element analysis as uncertain.

In addition, Fig. 4 shows the average value and the measurement uncertainty of the specimens' geometry, i.e. their length l , width w , and height h . These measurements have been collected three times at three different positions of the specimens. For instance, to measure the height h of the specimen, three measurements were taken at $l = 0.01$ m, 0.1 m, and 0.19 m. Hence, the determined height h is an average value of nine measurements in total. The shown measurement uncertainty directly results from the accuracy of the measuring instrument and takes the value $\pm 0.02 \times 10^{-3}$ m. The averaged measurement uncertainty of Young's modulus and Poisson's ratio are shown in Fig. 3 are $\pm 2.3\%$ and $\pm 3.2\%$, respectively. Furthermore, the average density of the specimens equals 7.817 gcm^{-3} with an averaged measurement uncertainty $\pm 0.171\%$.

As mentioned previously, both the averaged values and the measurement uncertainties are used as input parameters to the finite element analysis.

4. Efficient finite element modeling

In this section, a guideline on constructing efficient and accurate numerical models is given based on the beam-like steel structure. In this context, two well known analytical beam theories, Euler-Bernoulli and Timoshenko, are considered together with a finite element model. The guideline reads as follows:

- (a) defining physical dynamic behavior of the structure,
- (b) identifying uncertainties,
- (c) analyzing sensitivities,
- (d) identifying irrelevant uncertainties,
- (e) finding a compromise between accuracy and computational effort of the numerical model.

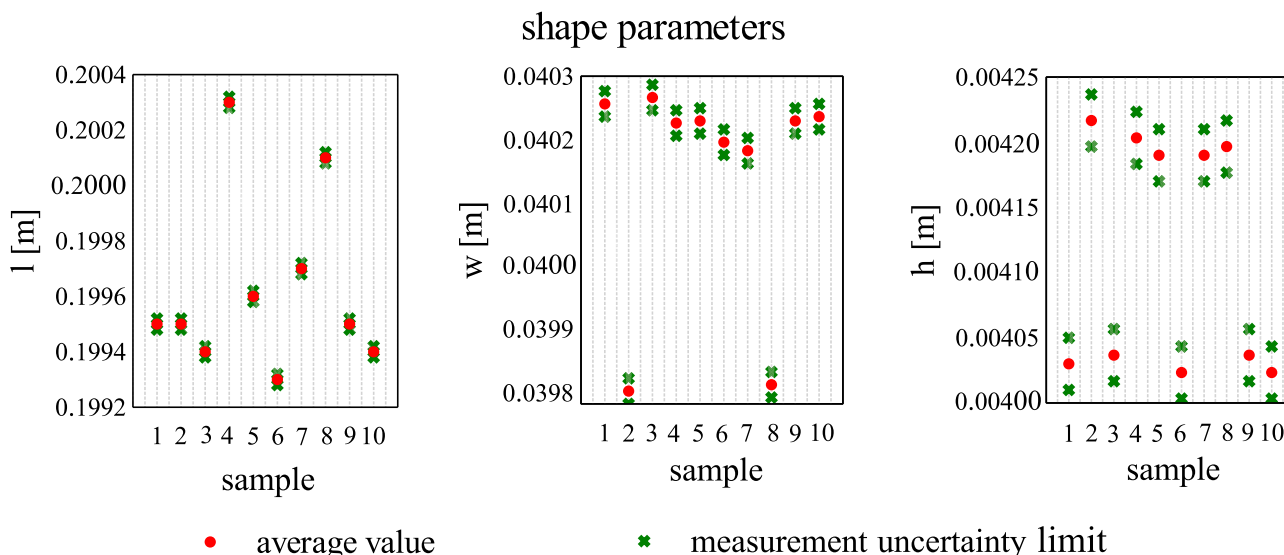


Fig. 4. Dimensions in terms of the average value and measurement uncertainty of ten beam-like samples for the length l , the width w , and the height h .

In the following, these aspects will be discussed in more detail. Steps (b) to (e) will be discussed from two different viewpoints: uncertainties in geometrical and material parameters and uncertainties in the modeling process, i.e. due to discretization and modeling assumptions.

4.1. Defining physical dynamic behavior of the structure

The physical behavior of a beam-like structure depends on material and geometrical parameters, structural damping, and boundary conditions. The material parameters include Young’s modulus E , the density ρ and Poisson’s ratio ν . The essential geometrical parameters are the length l , the width w , and the height h of the structure. Regarding the structural damping, its effect is assumed to be small and thus damping is neglected within this investigation. The boundary conditions, which are discussed in Section 3.1, are idealized as free-free boundary conditions so that the corresponding uncertainty is neglected here.

4.2. Identifying uncertainties

4.2.1. Uncertainties in material and geometrical parameters

The uncertainties of both material and geometrical parameters have already been discussed in Section 3.2. Following the notation of Eq. (1), the uncertainty intervals are given by

$$E^l = [E_{\min}, E_{\max}] \quad \rho^l = [\rho_{\min}, \rho_{\max}] \quad \nu^l = [\nu_{\min}, \nu_{\max}] \tag{25}$$

$$l^l = [l_{\min}, l_{\max}] \quad w^l = [w_{\min}, w_{\max}] \quad h^l = [h_{\min}, h_{\max}] \tag{26}$$

Other uncertainties are neglected, e.g. uncertainties in the straightness and flatness, surface roughness, and angle perpendicularity of the beam-like structure.

4.2.2. Uncertainties in the numerical modeling process

The physical behavior of general structures is described by partial differential equations for which analytical solutions seldom exist. Under certain conditions, the observed structure or its physical behavior can be idealized. For beam-like structures, several beam theories allowing a description in simplified partial differential equations (PDE) exist. The accuracy of the solution depends greatly on these assumptions. Two well-known given model assumptions, Euler-Bernoulli and Timoshenko beam theories, are investigated. The Euler–Bernoulli beam theory assumes no shear deflection and rotary inertia. For this reason the Timoshenko theory is formulated to cover this drawback. First, the shear stress distribution across the cross section is assumed to be constant and linear. Second, the cross-sectional area is assumed to be symmetric so that the neutral and centroidal axes coincide. A comprehensive study on various beam theories is given in Ref. [19]. But it is generally assumed that the Timoshenko theory possesses greater accuracy due to its advanced underlying formulation.

For real-life, general structures it is often valuable to revert to solving the underlying PDE via the finite element method. Within the numerically based FEM, an exact solution can be only be found if the discretization and the chosen shape functions are able to represent the exact solution. In real-world problems this is almost never the case. Errors arise due to the chosen

discretization of the structure and the weak formulation of the Galerkin method. In the present context, the idealized free–free boundary conditions additionally introduce an error relative to the way that the beam-like structures are suspended in the measurement setup. Another error is introduced by neglecting structural damping in the numerical modeling process.

Uncertainties arising due to model assumptions and the mesh discretization are not easily quantified. However, their effect can be determined by comparing the numerical results with a reference solution. This is shown in the following section.

4.3. Analyzing sensitivities

In the sensitivity analysis, the numerical results are compared with a reference solution. Here, the comparative quantity is a natural frequency f identified with an object, as discussed in Section 2. Regarding the one-dimensional models, the reference natural frequency is denoted by f_N ($k = N$), which is determined by a finite element analysis using mean values for geometrical and material parameters. The corresponding relative deviation reads

$$\varepsilon_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{f_{k_i}}{f_{N_i}} - 1 \right) \times 100, \quad k = T, B, \quad (27)$$

with the natural frequencies f_B and f_T being determined employing the Euler–Bernoulli ($k = B$) and Timoshenko ($k = T$) beam theory, respectively. Regarding the finite element results, the reference natural frequency denoted by f_{LDV} is determined by performing experimental modal analysis over ten specimens and averaging the results. For the finite element results, the relative deviation is given by

$$\varepsilon_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{f_{k_i}}{f_{LDV_i}} - 1 \right) \times 100, \quad k = N, M, S. \quad (28)$$

Herein, f_M represents the natural frequencies' upper limit when using mean values of the geometrical parameters, but lower and/or upper limits of the material parameters ($k = M$). In contrast, f_S represents the natural frequencies' upper limit when using mean values of the material parameters, but lower and/or upper limits of the geometrical parameters. To determine f_S for instance, the lower limit of length l and the upper limit of height h and width w is chosen ($k = S$). The possibility that a combination of material and geometrical parameters not being upper or lower limits yields a higher upper limit of the natural frequency has been neglected. Having defined different references in Eqs. (27) and (28) allows quantifying the relative deviation which arises from the discretization employed in the finite element model.

In Fig. 5, the relative deviations are shown for the first three bending modes. Note that the deviation is expressed in the height of the bars and their position, i.e. above or below the abscissa and not in the distance to the abscissa. To begin with, the focus is set on the deviation due to the model assumptions of Euler–Bernoulli and Timoshenko beam theory, ε_B and ε_T , respectively. While ε_B is of equivalent size for all three bending modes, ε_T significantly increases with the mode order. Since Timoshenko beam theory extends the Euler–Bernoulli theory by additional shear deformations, the resulting reduced stiffness yields lower natural frequencies. Both ε_B and ε_T underestimate the natural frequency in all bending modes except the first, where ε_B is positive. For an in-depth analysis of beam theories, see Labuschagne et al. [35]. Now, consider ε_D , the deviation due to the discretization of the finite element model. With a relative deviation below 0.1%, the finite element model simulates the experimental setup very well, using mean values for both geometrical and material parameters. The deviation is of similar size as ε_B which underestimates the natural frequency as well. The small relative deviation additionally shows that the idealized free–free boundary conditions and the effect of gravity is very low. For a more detailed analysis of different mesh densities, c.f. Langer et al. [36]. Further comparing ε_D to both ε_M and ε_S clearly emphasizes the effect of both material and geometrical uncertainties: The relative deviations are 5 to 20 times higher. Although different reference values are used, it is not ambiguous that in this case the effect of material and geometrical uncertainties is significantly higher than the impact of the assumptions made by the Euler–Bernoulli beam theory. Similar to ε_D , both ε_M and ε_S are of nearly equal size for all three bending modes. Regarding their size, the material uncertainties have a greater impact than the geometrical uncertainties. The relative deviation depends heavily on the width of the uncertainty interval, this is restricted to the present case. Although the geometrical uncertainty interval is about 10 to 100 times smaller compared to the material uncertainty interval, Section 3.2, the relative deviation only differs by a factor of just over 2.

4.4. Disregarding irrelevant uncertainties

With the outcome of the sensitivity analysis known, small or even irrelevant uncertainties might be disregarded.

4.4.1. Uncertainties in material and geometrical parameters

As demonstrated in the last section, the determined uncertainties of both material and geometrical parameters should be included in the numerical models. Even small errors in these parameters have a significant influence on the model's results. A statement towards the already neglected uncertainties, e.g. straightness and flatness, surface roughness, and angle perpendicularity of the beam-like structures however is not possible.

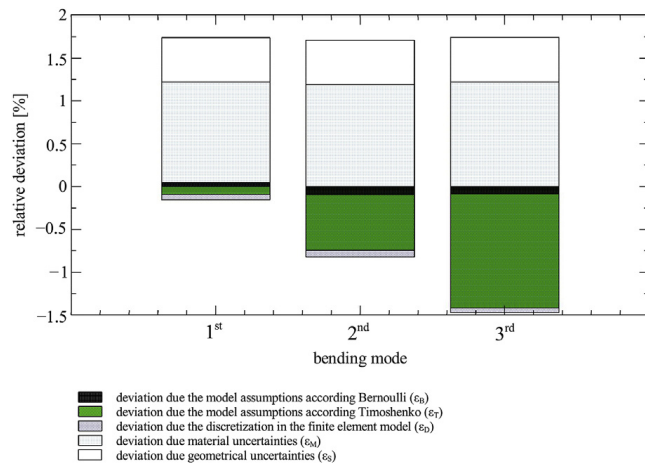


Fig. 5. Relative deviation arithmetically averaged over 10 samples for bending modes compared to an idealized model for the first three eigenfrequencies. Note that the deviation is expressed in the height of the bars and their position, i.e. above or below the abscissa and not by the distance to the abscissa.

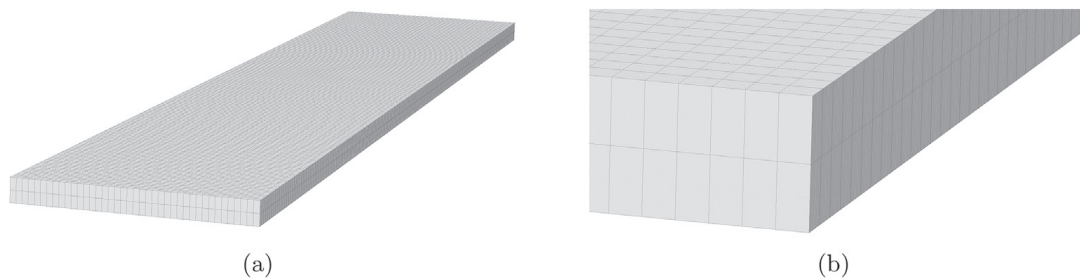


Fig. 6. Defined finite element model with the most efficient mesh. (a) Finite element model; (b) magnified view.

4.4.2. Uncertainties in the numerical modeling process

Having determined a small relative deviation between the finite element model using mean parameter values and the experimental modal analysis, it is assumed that the uncertainty arising from the idealized free–free boundary condition and gravity are negligible. A similar argument holds for the structural damping, since damping was not taken into account in the first place.

4.5. Computational accuracy vs. effort

In numerical analyses, there is often a trade off between the achievable accuracy and the available computing time. In this case, the discussion in step (c), Section 4 shows that a model based on the Timoshenko beam theory is not accurate enough although more computationally efficient. In contrast, the Euler–Bernoulli beam theory tends to provide more accurate results while being computational efficient. In finite element models, the solution's quality is mainly determined by the chosen discretization and shape functions. In a recent study a finite element analyses of the same beam-like structure were performed by Langer et al. [37] using different discretizations and shape functions. A convergence study using over five times the number of degrees of freedom as those used here, showed that an improvement of less than 0.5% was achieved when calculating the natural frequencies of the first three bending modes. The finite element discretization used here is a compromise found in Refs. [37,38] between computational accuracy and computational effort. Using this discretization, a model with two-layers of 20-node quadratic brick elements and an element edge length of 1 mm is used. This equals a total number of 1.6×10^4 elements and 2.7×10^5 degrees of freedom. After consideration of points (a)–(e), the finite element model with the most efficient mesh was chosen, as shown in Fig. 6.

5. Comparison with experimental results

In this section, a comparison between experimental and numerical results is presented for each of the ten beam-like specimens. This includes results of analytical models based on Euler–Bernoulli and Timoshenko theory, including results from finite element models. Again, the comparative quantities are the natural frequencies of the first three bending modes and their corresponding uncertainty. However this time, for each of the ten physical beam-like structures three-dimensional numerical models were assembled. Regarding the models' input, both material and geometry parameters are used including their corresponding uncertainties, as presented in Section 3.2. For comparison reasons, an uncertainty of $\pm 1\%$ is assumed for the experimentally determined natural frequencies. This is an empirical value which includes the uncertainties of the measurement setup, signal

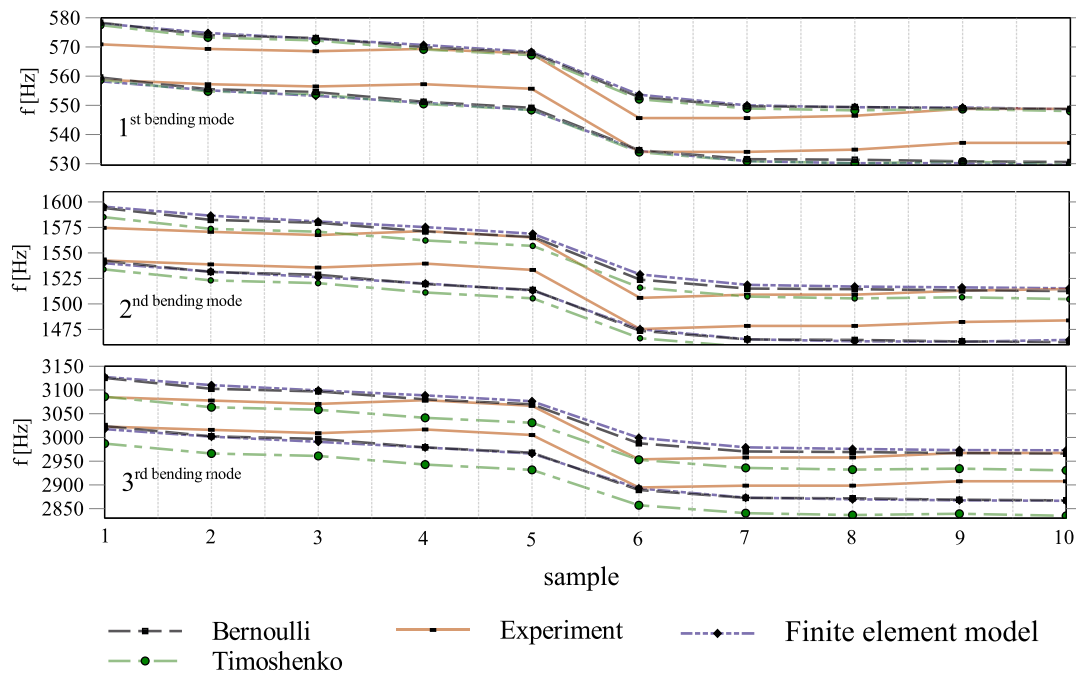


Fig. 7. Values for the first three bending mode natural frequencies with uncertainties for simple beam-like structures; finite element model with two layers, an element edge length of 1 mm and quadratic brick elements with 20 nodes.

processing, and data analysis.

Fig. 7 shows the natural frequencies' uncertainty interval of the first three bending modes for each of the ten specimens. Considering uncertainty intervals, f_{\min} and f_{\max} are the upper and lower limits due to parameter and modeling uncertainties. As Fig. 7 shows, the uncertainty interval of the numerical results based on the Euler–Bernoulli beam theory and the finite element model both envelop the uncertainty interval of the experimental results for each bending mode. This seems physically reasonable, the total uncertainty due to measurement setup, signal processing, and data analysis is smaller than the total uncertainty of these two numerical models when analyzing such simple structures. The deviation ϵ_B of Euler–Bernoulli models to experimental results are nearly equal with 0.04%, –0.09%, and –0.08% for all three bending modes. The deviation ϵ_T of the model based on the Timoshenko beam theory significantly increases with the mode order. More precisely values for ϵ_T are –0.2%, –0.9%, and –1.6% for the first three natural frequencies. Since Timoshenko beam theory extends the Euler–Bernoulli theory by additional shear deformations, the reduced stiffness yields lower natural frequencies. Both ϵ_B and ϵ_T underestimate the natural frequency in all bending modes except the first, where ϵ_B is positive. Regarding the Timoshenko beam theory, its under-performance for evaluating higher bending modes is discussed in Section 4.3. Calculating a relative deviation based on Equation (28) using arithmetically averaged natural frequencies, the finite element model performs well with –0.06%, –0.07%, and –0.05% for the first three bending modes. The uncertainties for FEM are ± 10 Hz (1.75%) for the first, ± 27 Hz (2.1%) for the second, and ± 53 Hz (1.9%) for the third bending modes.

Although the determined material parameters E , ρ , and ν have a large uncertainty from a practical point of view Fig. 7 shows another interesting aspect as well. That is, out of the 10 samples there are clearly five nearly identical samples in material and geometry within the manufacturing process of ten specimens based on the same tolerances according DIN ISO 2768-1 (m). The relative deviation of the averaged experimentally determined natural frequencies between samples 1–5 and samples 6–10 is 4.0%, 3.9%, and 3.9% for the first three bending modes. This deviation indicates that a high uncertainty in vibration characterization cannot be ruled out for physical structures which are produced in a single unit of production.

The numerical results only show slight deviations compared to experimental results. The idealized boundary conditions are mapped sufficiently accurately within the experimental modal analysis. Performing appropriate measurements, a modeling setup for external fields such as gravity can be omitted in finite element models. Furthermore, suspending the object at the nodal-lines of the analyzed mode is not essential for precisely determining the structure's natural frequencies.

Based on the small deviations observed between simulations and experiments, it is clear that the material parameters E , ρ , and ν of the beam-like steel structures can be experimentally determined with sufficient precision. The increase in deviation between measurements and numerical results based on the Timoshenko beam theory seems to indicate a decrease in the quality of this analytical solution. The studies conclude that high-order analytical models do not necessarily lead to more accurate solutions for all structures, at the lower frequency range in any case.

6. Conclusions

This paper discussed real dynamic problems involving samples with tolerances similar to those used in production technology. These tolerances comply normally to DIN ISO 2768-1 (m) used for manufacturing processes. Within this work the first three bending modes' natural frequencies of a simple beam-like structure have been determined by experimental modal analysis and numerically by employing Euler–Bernoulli and Timoshenko beam theory in addition to a three-dimensional finite element model. In this analysis, uncertainties of geometrical and numerical parameters have been estimated and integrated into the numerical models using the interval stochastic method. The major concluded points are as follows:

- the developed method achieved an absolute error relative to experimental results by $<0.1\%$ for the first three eigenfrequencies related to bending modes,
- the determined variability of the natural frequencies due to material and geometry uncertainties was around 2%,
- the geometrical uncertainties give rise to larger uncertainties for natural frequencies compared to material uncertainties of beam-like structures, although the material uncertainties are about two times higher than geometrical uncertainties,
- overall relative uncertainties in mesh discretization in FEM were lower than material and geometry,
- the methods employed here show that estimations for the value of the first bending mode are more accurate than higher modes.

Furthermore, this article shows that the Euler–Bernoulli beam theory provides sufficiently accurate results for the natural frequencies of the first three bending modes whereas the results based on the Timoshenko beam theory increasingly deviate for higher bending modes. Furthermore, it shows that results based on a finite element model consisting of 2.70×10^5 degrees of freedom yield the best agreement with the experimental results. Based on the small deviation of the numerical models from the real dynamic behavior, it is reasoned that structural damping can be neglected. Similarly, the way the samples are suspended in the experimental setup, this can also be disregarded in the numerical modeling.

The given experimental parameter identification method based on ultrasonic measurements yields very precise values of three parameters density, Poisson's ratio and Young's modulus, namely, the averaged measurement uncertainties for the ten steel samples are $\pm 0.171\%$, $\pm 3.2\%$, and $\pm 2.3\%$.

Particularly with regard to complex geometries, three-dimensional finite element models provide sufficient accuracy. The study shows that the best choice regarding computational accuracy and effort is a regular mesh with 20-node quadratic brick elements. Finally, and in general, it has been shown here that given the general uncertainties in the manufacturing process and their accurate identification, structural finite element models feature the highest accuracy.

Acknowledgments

The authors acknowledge the financial support of the Bavarian Research Foundation and the fifth author Zayed University Research Grant RIF-16054.

References

- [1] R.G. Ghanem, Uncertainty quantification in computational and prediction science, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 80 (2009) 671–672.
- [2] R.J. Bernhard, F.A. Milner, G. Rabbio, Vibrations of a beam and related statistical properties, *Math. Comput. Model.* 34 (2001) 657–675.
- [3] Sameer B. Mulani, Uncertainty Quantification in Dynamic Problems with Large Uncertainties, Ph.D. dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2006.
- [4] H.Y. Hwang, Identification techniques of structure connection parameters using frequency response functions, *J. Sound Vib.* 212 (1998) 469–479.
- [5] A. Neumaier, *Interval Methods for Systems of Equations*, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [6] R.E. Moore, *Methods and Applications of Interval Analysis*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1987.
- [7] G. Sargent, Verification and validation of simulation models, in: *Proceedings of the Winter Simulation Conference*, 2005, pp. 53–59. Orlando.
- [8] J. Sim, Z. Qiu, X. Wang, Modal analysis of structures with uncertain-but-bounded parameters via interval analysis, *J. Sound Vib.* 303 (2007) 29–45.
- [9] R.P. Broadwater, H.E. Shaalan, W.J. Fabrycky, Decision evaluation with interval mathematics, *IEEE Trans. Power Deliv.* 9 (1994) 59–65.
- [10] M.S. Kompella, R.J. Bernhard, Measurement of the statistical variation of structural-acoustic characteristics of automotive vehicles, in: *SAE Technical Paper*, vol. 05, SAE International, 1993, pp. 65–81.
- [11] R. Li, R. Ghanem, Adaptive polynomial chaos expansions applied to statistics of extremes in nonlinear random vibration, *Probabilist. Eng. Mech.* 13 (2) (1998) 125–136.
- [12] D. Lucor, C.-H. Su, G.E. Karniadakis, Generalized polynomial chaos and random oscillators, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 60 (3) (2004) 571–596.
- [13] K. Sepahvand, S. Marburg, H.-J. Hardtke, Stochastic free vibration of orthotropic plates using generalized polynomial chaos expansion, *J. Sound Vib.* 331 (1) (2012) 167–179.
- [14] S. Marburg, H.-J. Beer, J. Gier, H.-J. Hardtke, R. Rennert, F. Perret, Experimental verification of structural-acoustic modelling and design optimization, *J. Sound Vib.* 252 (4) (2002) 591–615.
- [15] K. Sepahvand, S. Marburg, On construction of uncertain material parameter using generalized polynomial chaos expansion from experimental data, in: *Procedia IUTAM*, vol. 6, 2013, pp. 4–17.
- [16] E. Hills, B. Mace, N. Ferguson, Acoustic response variability in automotive vehicles, *J. Sound Vib.* 321 (1) (2009) 286–304.
- [17] M. Stache, M. Guettler, S. Marburg, A precise non-destructive damage identification technique of long and slender structures based on modal data, *J. Sound Vib.* 365 (2016) 89–101.
- [18] K. Sepahvand, S. Marburg, Non-sampling inverse stochastic numerical experimental identification of random elastic material parameters in composite plates, *Mech. Syst. Signal Process.* 54 (Supplement C) (2015) 172–181.
- [19] S.M. Han, H. Benaroya, T. Wei, Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories, *J. Sound Vib.* 225 (5) (1999) 935–988.
- [20] M. Şimşek, Fundamental frequency analysis of functionally graded beams by using different higher-order beam theories, *Nucl. Eng. Des.* 240 (4) (2010) 697–705.

- [21] Abaqus, Abaqus 6.13 Online Documentation, Dassault Systmes, Providence, RI, USA, 2014.
- [22] K.-J. Bathe, *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, New Jersey, NJ, USA, 1996.
- [23] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, *The Finite Elemente Methode Volume 1: Basic Formulation and Linear Problems*, MacGraw-Hill Book Company, New York, 1989.
- [24] J. Bonet, R.D. Wood, *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*, Cambridge University Press, New York, 2008.
- [25] B. Szabo, I. Babuška, *Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991.
- [26] R.J. Astley, *Finite Elements in Solids and Structures. An Introduction*, GB: Chapman Hall (Springer), London, 1992.
- [27] Z. Qiu, S. Chen, H. Jia, The rayleigh quotient iteration method for computing eigenvalue bounds of structures with bounded uncertain parameters, *Comput. Struct.* 55 (2) (1995) 221–227.
- [28] M. Newman, A. Pipano, *Fast Modal Extraction in NASTRAN via the FEER Computer Program*, NASA. Langley Research Center, 1973, pp. 485–506. NASTRAN: Users' Experiences.
- [29] B.N. Parlett, *The Symmetric Eigenvalue Problem*, Prentice-Hall, New Jersey, NJ, USA, 1980.
- [30] K.J. Bathe, E.L. Wilson, Large eigenvalue problems in dynamic analysis, *J. Eng. Mech. Div.* 98 (1972) 1471–1485.
- [31] D.J. Ewins, *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press, Letchworth, Hertfordshire, England, 1984.
- [32] ISO 7626-1:2011, *Methods for the Experimental Determination of Mechanical Mobility; Parts 1-5*, International Organisation for Standardization, Switzerland, 1994.
- [33] J. Achenbach, *Wave Propagation in Elastic Solids*, Ser. North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics, Elsevier Science, 2012.
- [34] J. Hislop, J. Krautkrämer, H. Krautkrämer, W. Grabendörfer, R. Frielinghaus, W. Kaule, L. Niklas, U. Opara, U. Schlengermann, H. Steiger, et al., *Ultrasonic Testing of Materials*, Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [35] A. Labuschagne, N.F.J. van Rensburg, A.J. van der Merwe, Comparison of linear beam theories, *Math. Comput. Model.* 49 (1-2) (2009) 20–30.
- [36] P. Langer, K. Sepahvand, S. Marburg, Uncertainty quantification in analytical and finite element beam models using experimental data, in: A. Cunha, E. Caetano, P. Ribeiro, G. Müller (Eds.), *Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics, EURO-DYN 2014*, 2014. Porto, Portugal.
- [37] P. Langer, K. Sepahvand, M. Krause, S. Marburg, Experimentally uncertainty quantification in numerical and analytical beam models, in: J. Davy, C. Don, T. McMinn, L. Dowsett, N. Broner, B. Marion (Eds.), *Proceedings of Inter-noise 2014*, vol. 249, no. 5, Institute of Noise Control Engineering, 2014, pp. 2357–2366.
- [38] P. Langer, M. Maeder, C. Guist, M. Krause, S. Marburg, More than six elements per wavelength: the practical use of structural finite element models and their accuracy in comparison with experimental results, *Submission for special issue on numerical methods for vibro-acoustics and aeroacoustics to J. Comput. Acoust.* 25 (04) (2017) 1750025.

Veröffentlichung C

From Theory to Three-Dimensional Finite Element Models: An Innovative Method for Validation

P. Langer¹, K.-H. A. Hoppe¹, C. Guist² and S. Marburg¹

¹Chair of Vibroacoustics of Vehicles and Machines
Department of Mechanical Engineering
Technical University of Munich, 85748 Garching, Germany
² BMW Group
Society of Automotive Engineers (SAE) as the copyright holder

Abstract

As a key part of numerical analysis, the modeling process has a tremendous influence on the quality of the results. While there is general awareness concerning uncertainties that arise during modeling, their quantity and sensitivity rarely are known. Hence, modeling quickly can become inaccurate and inefficient. The scope of the present paper is to innovate predictive modeling processes concerning the dynamics of real complex structures by means of linear modal analysis with the finite element method (FEM). The aim is to offer a transparent design catalog relating specific uncertainties to each model component in order to achieve error prevention for engineers dealing with comparable systems. A complex system is simplified and investigated for different levels of detail. Only after the model uncertainties for one level of detail are obtained, the next level of complexity is approached. For each level of detail, the vibrating monolithic structures and assemblies are examined and sensitive influencing parameters are subjected to uncertainty quantification with respect to experimental results. The eigenfrequencies and mode shapes are obtained from an experimental modal analysis (EMA). Using the presented course of action for the validation process, the confidence interval of the numerical results is significantly enhanced compared to previous research.

Keywords: uncertainty quantification; finite element modeling; finite element method (FEM); experimental modal analysis; interval method; parameter identification

1 Introduction

Virtual modeling and simulation are becoming increasingly important in engineering. In the simulation phase, the finite element method is mainly used to construct a numerical model. Generally, a model is an abstraction of the reality in which many assumptions are made. It is not possible to evaluate correct results without knowing the underlying assumptions [4, 26]. For this reason, it is crucial to find the model best suited for the conceptual formulation. Ewins [6] scrutinized the modeling process for structural dynamics and made the following factors responsible for hindering accuracy: simplifications, approximations, assumptions, and selections that are made. He further split up uncertainties into two distinct types, namely aleatoric and epistemic uncertainties, see also [3, 1, 27, 28]. While aleatoric uncertainties "relate [...] to imprecision or a lack of knowledge of the precise

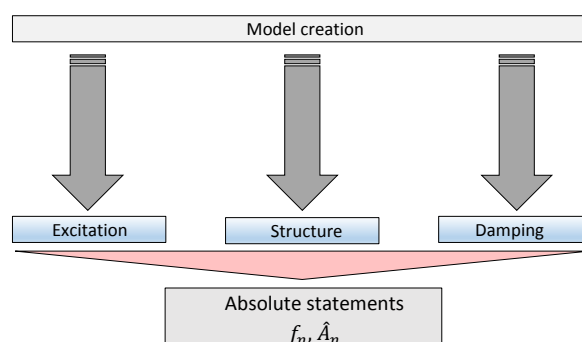


Figure 1: Graphical representation of this paper's scope.

numerical values of individual parameters", an epistemic uncertainty results from the "inadequacy or incompleteness of a set of parameters that are used to describe [a structure's] behavior". The strongly epistemic damping in relation with bolted assemblies was discussed, and model updating was criticized for a lack of predictability. The latter was attributed to its repeated calibration towards observed behavior instead of physical descriptions of the system in question. The danger of under- and over-testing were highlighted in this context. The offered solution condenses into fortifying the understanding of the underlying physics and focusing on model-upgrading instead of model-updating.

Figure 1 shows the technical classification of the paper's scope. There are three main challenges within the virtual modeling process that contribute to accurate dynamic prediction: Excitation, structure, and damping. Based on simplifying the complex real world, this work focuses on the structural path. This paper's scope is to predict the natural frequencies and vibrational modes of a complex assembly. It presents the problems connected to the modeling process of simple monolithic structures on the one hand and complex bolted assemblies on the other. The uncertainties concerning the modeling process leading to natural frequencies and vibrational modes from FEM are identified and quantified. Achieving efficiency herein requires fine tuning of the parameter uncertainties to the result's sensitivity towards these uncertainties. A sufficiently accurate model can be defined after these uncertainties and the related sensitivities have been investigated. After the validation process the validated virtual mod-

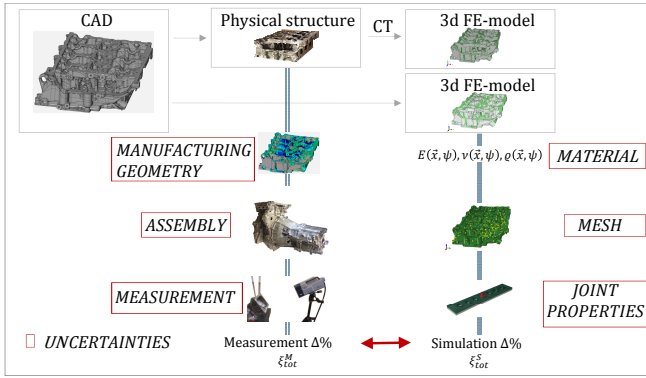


Figure 2: Methodical approach for quantification of uncertainties within the modeling process: CAD: Computer-Aided-Design model; CT: computed tomography; ξ_{tot}^M : Total measurement uncertainty; ξ_{tot}^S : Total simulation uncertainty; E : Young's modulus; ν : Poisson's ratio; ρ : density; \vec{x} : spacial distribution; ψ : random variable.

els have to be verified with physical values, see Marburg et al. [20]. The paper shows examples for this verification process as well. The paper conclusively provides a contribution to a reliable modeling process that leads to absolute statements concerning a system's dynamic modal parameters.

2 Validation Process - what's the catch?

Figure 2 establishes the relations between the individual components of simulation and experiment. The Computer-Aided-Design (CAD) model is used to manufacture a physical structure. While the CAD-model leads to one 3d FE-model as usual, a second FE-model was compiled from computed tomography measurements of the investigated engine assembly components. The advantage of this procedure is an excellent approximation of the uncertainties resulting from manufacturing tolerances with respect to the parts' geometry. The assembly process of the individual components yields uncertain parameters in connection with bolted joints. The influence of the bolts' pre-load forces and the interface and contact properties are examples. If the 3d FE-model has been established by computed tomography (CT), there are three main categories that uncertainties fall into: material, discretization, and contact uncertainties. The regarded material parameters are Young's modulus E , Poisson's ratio ν , and the density ρ . These are uncertain with respect to their spacial distribution \vec{x} and their value ψ . Discretization errors can result from distorted elements, non-converged element sizes, or the approximation with respect to geometry connected to the CAD-model. Bolts influence the result significantly, as the system's stiffness varies with bolt pre-stress and induced interfacial stiffness. After both the total uncertainties resulting from measurement ξ_{tot}^M and simulation ξ_{tot}^S are determined, they are compared together with the respective spreads. A sensitivity analysis concerning individual uncertainties follows.

The total uncertainty ζ_{tot} within a model can be calculated as

$$\zeta_{\text{tot}} = \zeta_{\text{mod}} + \zeta_{\text{par}}, \quad (1)$$

where ζ_{mod} and ζ_{par} are the model and parameter uncertainties, respectively. The latter can be categorized as aleatory uncertainties and can originate from material and geometry. Relevant model uncertainties are related to boundary conditions, discretization, calculation methods, and approaches to estimate exact element solutions. Considering physical, numerical, and analytical models together offers the most promising approach for system comprehension, see Figure 3. The respective approaches' circles correspond to their total

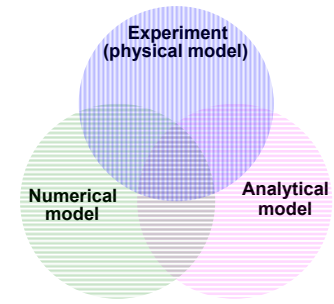


Figure 3: Principal of the modeling approach.

uncertainty. Overlapping areas signify a lower uncertainty regarding the correct solution. Each additionally considered approach adds clarity and understanding. The validation and verification processes tying these approaches ensure results of higher quality. After the modeling process has been defined, it is important to acknowledge the connected uncertainties and understand as well as categorize them.

3 Uncertainties

3.1 Types of uncertainty

Within this paper, uncertainties will be designated as either aleatory or epistemic. Aleatory uncertainties are variations of physical properties and are unavoidable, as is the case for the determination of material and geometry parameters. Epistemic uncertainties are characterized by lack of completeness, or by simplification. This is the case when complex physical relations are modeled with simplified mathematical assumptions, for example ideally stiff boundary conditions in the FE-model, or the discretization. This kind of uncertainty can be reduced through increased knowledge and physical understanding.

3.2 Uncertainty Identification

3.2.1 Component

There are many methods to identify material parameters for components to be tested. Sepahvand et al. [25] proposed an identification method for elasticity moduli directly carried out by using stochastic modal frequencies if the Poisson's ratios are considered as deterministic values. For this paper, the used material parameter identification method is described by Langer et al. [17]. Geometrical and material parameters will be discussed here, other "uncertainties are neglected, e.g. uncertainties in the straightness and flatness, surface roughness, and angle perpendicularity of the beam-like structure." The following represents an abbreviated form of an explanation of Langer et al. [17]. The material parameters Young's modulus E , Poisson's ratio ν , and density ρ are determined through ultrasonic measurements [2, 11]. The sound velocity of longitudinal (c_l) and transversal (c_t) waves in an elastic continuum are given as

$$c_l = \sqrt{\frac{E \cdot (1 - \nu)}{\rho \cdot (1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}} \quad (2)$$

and

$$c_t = \sqrt{\frac{E}{2\rho \cdot (1 + \nu)}}, \quad (3)$$

respectively. Here, ρ denotes the structure's density. Transforming both equations yields two expressions for Young's modulus E , i.e.

$$E(c_l) = \frac{c_l^2 \cdot \rho \cdot (1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}{(1 - \nu)} \quad (4)$$

and

$$E(c_t) = 2 \cdot c_t^2 \cdot \rho \cdot (1 + \nu). \quad (5)$$

Assuming that $E(c_l) = E(c_t)$, this results in

$$\nu = \frac{2c_t^2 - c_l^2}{2 \cdot (c_l^2 - c_t^2)}. \quad (6)$$

Given the longitudinal and transversal wave velocities c_l and c_t , Poisson's ratio ν can be easily obtained from Eq. (6) and Young's modulus from Eq. (4) and Eq. (5). Ten measurements are taken for both longitudinal and transversal sound velocities with the 5 MHz ultrasonic module UT/Mate from Vogt ultrasonics and transducers. The density

$$\rho = \frac{m_{\text{air}} \cdot (\rho_{\text{water}} - \rho_{\text{air}})}{m_{\text{air}} - m_{\text{water}}} + \rho_{\text{air}}, \quad (7)$$

where m stands for the respective masses and ρ stands for the respective densities, is measured with Archimedes' principle and a Mettler Toledo 204AG scale.

The total measurement uncertainty is determined via Gaussian error propagation. The error propagation of the density in Eq. (7) is calculated as

$$\Delta\rho = \left[\left(\frac{d\rho}{d\rho_{\text{water}}} \cdot \Delta\rho_{\text{water}} \right)^2 + \left(\frac{d\rho}{d\rho_{\text{air}}} \cdot \Delta\rho_{\text{air}} \right)^2 + \left(\frac{d\rho}{dm_{\text{air}}} \cdot \Delta m_{\text{air}} \right)^2 + \left(\frac{d\rho}{dm_{\text{water}}} \cdot \Delta m_{\text{water}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

The error propagation of Poisson's ratio is given as

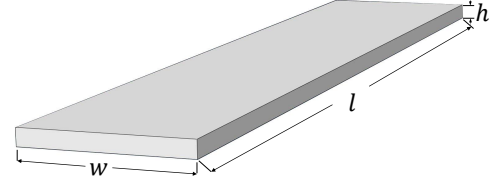
$$\Delta\nu = \left[\left(\frac{c_l \cdot c_t^2}{(c_l^2 - c_t^2)^2} \cdot \Delta c_t \right)^2 + \left(\frac{c_l \cdot c_t^2}{(c_l^2 - c_t^2)^2} \cdot \Delta c_l \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

with a measurement uncertainty of $\Delta c_l = \Delta c_t = 50 \text{ m/s}$. For the averaged Young's modulus $E = 1/2 (E(c_l) + E(c_t))$, the propagation is split into two parts, i.e.

$$\Delta E = \left[\left(\frac{1}{2} \Delta E(c_l) \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \Delta E(c_t) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

3.2.2 Assembly

When the individual components are put together as an assembly, new uncertainties arise. There is an ongoing discussion about the influence of pre-stress and a variety of contact conditions on the dynamic properties of a system, cf. [7, 29, 23]. Marshall [21] investigated interface stiffness and interface pressure distributions with ultrasonic measurements. Current research [5, 9, 22] builds on experimental research concerning rough surfaces in contact done by Kragelski [13]. The bolts' and members' geometry, configuration, and their material properties influence the contact area. The latter in turn has an interdependent effect together with surface topography, surface roughness, pressure distribution, and the clamping force on the contact stiffness.



(a) 10 similar beam-like structural samples; nominal values: $l = 200 \text{ mm}$, $w = 40 \text{ mm}$ and $h = 4 \text{ mm}$.

Figure 4: Beam structure - sample.

3.3 Exemplary uncertainty overview: monolithic beam

A simple beam structure with the nominal measurements $l = 200 \text{ mm}$, $w = 40 \text{ mm}$, and $h = 4 \text{ mm}$ is depicted in Figure 4. Ten samples are produced for uncertainty evaluation. Table 1 provides

Table 1: Examples for each class of uncertainty for the modal analysis of a freely suspended beam - Model and parameter uncertainties.

	Bernoulli-Beam	FEM	Physical model
Dimension	1D	3D	3D
Deviation of shape	-	-	Straightness, flatness, roughness
Level of detail	infinitesimal	element edge length	DIN ISO 2768-1 (m)
Material	E, ρ, ν	E, ρ, ν	E, ρ, ν
Material distribution	homog.	homog.	\approx homog.
Modeling approach		Element type	real
Calculation method	ODE, 4 th order DE	PDE, 2 nd order DE	
Calculation approach	Beam theory	e.g. Galerkin, weak formulation	
<i>Boundary Conditions</i>			
Dirichlet	$w(0, l) = 0$ $w'(0, l) = 0$		$w(0, l) \neq 0$ $w'(0, l) \neq 0$
Bearing	$f_L(0, l) = 0$	$f_L(0, l) = 0$	$f_L(0, l) = 0$
Force fields	$g = 0$	$g = 0$	$g = 9.81$
Thermodyn.	$T = 20^\circ\text{C}$	$T = 20^\circ\text{C}$	$T = 20^\circ\text{C} + X\%$ T is independent of location

an overview of uncertainties connected to an analytical model, a physical model, and a finite element model of a beam. Level of detail describes the discretization error, while the modeling approach describes the usage of trial functions. The calculation method and approach are only relevant to the analytical model 'Bernoulli-Beam' and the finite element model. An important aspect is the uncertainty related to boundary conditions such as Dirichlet and Neumann boundary conditions in analytical theory, and force fields or even temperature. The real model is subjected to manufacturing tolerances primarily.

3.4 Course of Action

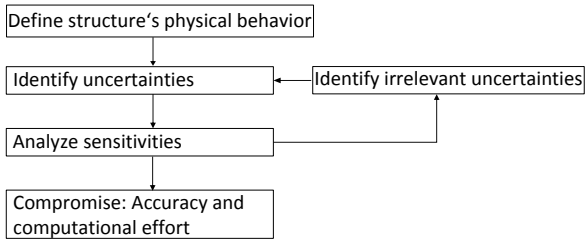


Figure 5: Proposed validation and verification process.

Here, the authors follow the efficient modeling guideline given by Langer et al. [17]. The proposed course of action is performed using the beam example in Figure 4. The following subsections are an abbreviated version:

- Defining physical dynamic behavior of the structure,
- identifying uncertainties,
- analyzing sensitivities,
- identifying irrelevant uncertainties,
- finding a compromise between accuracy and computational effort of the numerical model.

3.4.1 Defining physical dynamic behavior of the structure

The physical behavior of a beam-like structure depends on material and geometrical parameters, structural damping, and boundary conditions. The material parameters and the essential geometrical parameters are described in Section 3.2.1. Structural damping's effect is assumed to be small and thus damping is neglected within this investigation. The boundary conditions are idealized as free-free and the corresponding uncertainty is neglected here.

3.4.2 Identifying uncertainties

Uncertainties in material and geometrical parameters

The uncertainty intervals are given by

$$E^I = [E_{\min}, E_{\max}] \quad \rho^I = [\rho_{\min}, \rho_{\max}] \quad v^I = [v_{\min}, v_{\max}] \quad (11)$$

$$l^I = [l_{\min}, l_{\max}] \quad w^I = [w_{\min}, w_{\max}] \quad h^I = [h_{\min}, h_{\max}] \quad (12)$$

Other uncertainties are neglected, e.g. uncertainties in the straightness and flatness, surface roughness, and angle perpendicularity of the beam-like structure.

Uncertainties in the numerical modeling process

Here, a closer look is taken at a selection of the uncertainties presented in Table 1. For beam-like structures, several beam theories allowing a description in simplified partial differential equations (PDE) exist. Since these differential equations do not yield an analytical solution, assumptions or simplifications of the physical connections must be made. The Euler-Bernoulli beam theory assumes no shear deflection and rotary inertia. The Timoshenko theory is formulated to cover these drawbacks. Here, the shear stress distribution across the cross section is assumed to be constant and linear, and the cross-sectional area is assumed to be symmetric so that the neutral and centroidal axes coincide. A comprehensive study on various beam theories is given in [10].

Within the numerically based FEM, errors arise due to the chosen discretization of the structure and the weak formulation of the Galerkin method. In the present context, the idealized free-free boundary conditions additionally introduce an error relative to the way that the beam-like structures are suspended in the measurement setup. Another error is introduced by neglecting structural damping in the numerical modeling process.

The discussed uncertainties' effect can be determined by comparing the numerical results with a reference solution. This is done in the next section.

3.4.3 Analyzing sensitivities

Here, the natural frequency f is compared to a reference natural frequency f_N , which is determined by a finite element analysis using mean values for geometrical and material parameters. The corresponding relative deviation reads

$$\varepsilon_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{f_{k_i}}{f_{N_i}} - 1 \right) \cdot 100, \quad k = T, B, \quad (13)$$

with the natural frequencies f_B and f_T being determined by Euler-Bernoulli and Timoshenko beam theory, respectively.

Regarding the finite element results, the reference natural frequency f_{LDV} is used, which is determined by performing experimental modal analysis of ten specimens and averaging the results. For the finite element results, the relative deviation is given by

$$\varepsilon_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{f_{k_i}}{f_{LDV_i}} - 1 \right) \cdot 100, \quad k = 1 \cdots m. \quad (14)$$

Herein, f_{k_i} represent the natural frequencies' upper limits when using multiple varying combinations of lower and/or upper limits of material and geometrical parameters, respectively. For example, large geometrical parameters might indicate lower natural frequencies, while large material parameters have effects that can distinguish each other, take density ρ and Young's modulus E . For this reason, a complete variation of these parameters is taken into account.

3.4.4 Disregarding irrelevant uncertainties

With the outcome of the sensitivity analysis known, very small or even irrelevant uncertainties might be disregarded.

Uncertainties in material and geometrical parameters

The determined uncertainties of both material and geometrical parameters should be included in the numerical models. Even small errors in these parameters have a significant influence on the model's results.

Uncertainties in the numerical modeling process

As the relative deviation between the finite element model and the experimental modal analysis is very small, it is assumed that the uncertainty arising from the idealized free-free boundary condition and gravity are negligible. Uncertainties such as mesh discretization and calculation approach - i.e. element type - are discussed in Section 3.4.5.

3.4.5 Computational accuracy vs. effort

A recent study of finite element analyses concerning the same beam-like structure was performed by Langer et al. [18] using different discretizations and shape functions. A convergence study using over five times the number of degrees of freedom compared to the reference model showed that an improvement of less than 0.5% was achieved when calculating the natural frequencies of the first three bending modes.

Langer et al. [16] provided a rule of thumb to minimize discretization errors: "This research suggests a rule of thumb for meshing thin-walled structures: The user should use at least 20 quadratic or 500 linear elements per standing structural wave. Such a mesh produces a solution for eigenfrequencies of bending modes with an error less than 1 % relative to a converged finite element model. [...]

It is important to note that with an identical number of DOF, quadratic elements tend to yield much more accurate results compared with linear elements. [For complex structures], quadratic tetrahedral elements provide most accurate results for high eigenfrequencies, particularly with regard to the DOF."

It is highly recommended to proceed in accordance with the described course of action. Not only does it offer a solid structure providing clarity concerning the process, it also makes the validation process more efficient in several regards. Analyzing the sensitivities' influence will help identify those that are small in comparison with others, so that their influence becomes negligible. The same goes for finding a compromise between accuracy and computational effort. Identifying a satisfactory accuracy can make follow-up calculations leaner, if the engineer refrains from exceeding the former.

The exemplified procedure was successfully used for a research project that illuminated the complexity of an engine-transmission assembly and yet produced satisfactory results for such an intricate system, cf. Section 5.

4 Results: Uncertainty Quantification

4.1 Component

The following results all refer to - unless noted otherwise - a simple beam structure with the nominal measurements $l = 200$ mm, $h = 4$ mm, and $w = 40$ mm, as depicted in Figure 4.

The relative error displayed in Figure 6 diminishes with a rising bending mode number for a constant number of elements per wavelength. This is an unexpected result, the corresponding relative deviation reads

$$\varepsilon = \left(\frac{f_{\text{num}}}{f_{\text{exp}}} - 1 \right) \times 100\% \quad (15)$$

with the natural frequencies f_{num} and f_{exp} being determined employing the finite element model and the experimental modal analysis, respectively.

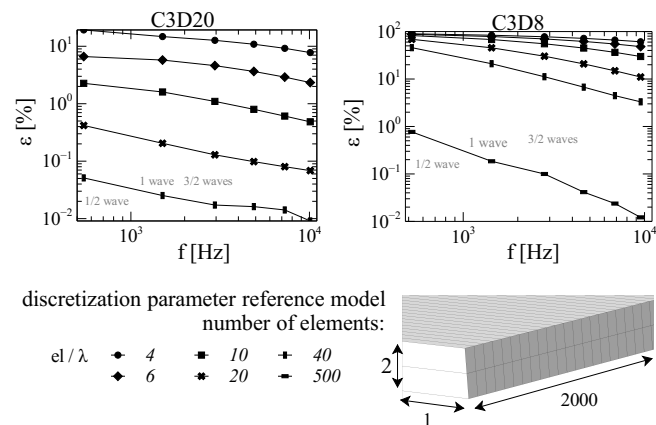
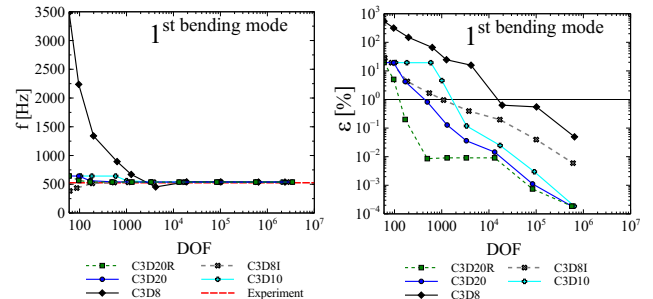


Figure 6: Beam results – Relative error with a fixed number of elements per wavelength for the eigenfrequencies of the first six bending modes according to Langer et al. [16].

The usually expected pollution effect cannot be confirmed here, in-

stead, the described phenomenon was observed independently from the number of elements per wavelength for both linear and quadratic elements. This behavior is explained by the quadratic progression of the shear stress τ_{12} between the upper and the lower side faces of the beam in a bending deflection. Here, this approximation's accuracy is higher with a larger number of elements in the traverse direction.



(a) Eigenfrequency of 1st bending mode from finite element models with different types of elements and experiment. (b) Relative error of 1st bending mode to a reference finite element model with $3.4 \cdot 10^6$ degrees of freedom and quadratic elements.

Figure 7: Beam results – bending mode, according to Langer et al. [16].

Figure 7 shows the results for the beam's first bending mode in connection with varying DOF and element types. It was found that the element type C3D20R provides the highest accuracy for the tested DOF range and that linear as well as quadratic elements converge from above. It was acknowledged that quadratic elements tend to be more accurate than their linear counterparts for a constant number of DOF and require a number of DOF ten times less compared to linear elements to output results with the same accuracy.

In Figure 8, the relative deviations are shown for the first three bending modes. Note that the deviation is expressed in the height of the bars and their position, i.e. above or below the abscissa and not in the distance to the abscissa.

While ε_B is of nearly equal size for all three bending modes, ε_T significantly increases with the mode order. For an in-depth analysis of beam theories, see Labuschagne [14]. Now, consider ε_D , the deviation due to the discretization of the finite element model. With a relative deviation below 0.1 %, the finite element model simulates the experimental setup very well, using mean values for both geometrical and material parameters. The small relative deviation additionally shows that the effect of idealized free-free boundary conditions and the effect of gravity are very low. For a more detailed analysis of different mesh densities, cf. Langer et al. [19]. Comparing ε_D to both ε_M and ε_S clearly emphasizes the effect of both material and geometrical uncertainties: The relative deviations are 5 to 20 times higher. Similar to ε_D , both ε_M and ε_S are of nearly equal size for all three bending modes. Regarding their size, the material uncertainties have a greater impact than the geometrical uncertainties. The geometrical uncertainty interval is about 10 to 100 times smaller compared to the material uncertainty interval.

The averaged measurement uncertainty of Young's modulus and Poisson's ratio are $\pm 2.3\%$ and $\pm 3.2\%$, respectively. Furthermore, the average density of the specimens equals 7.817 g/cm^3 with an averaged measurement uncertainty $\pm 0.171\%$.

The geometrical parameters length l , width w , and height h are thrice determined for three independent measuring points. Hence, the determined height h is an average value of nine measurements in total. The measurement uncertainty equals $\pm 0.02 \times 10^{-3} \text{ m}$.

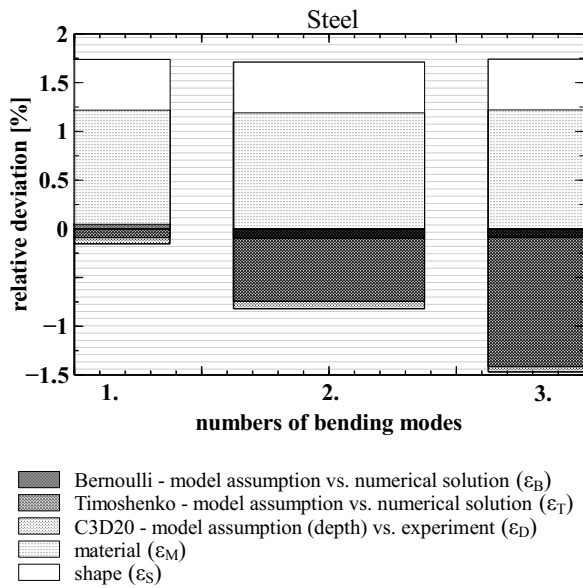


Figure 8: Beam results, see Langer et al. [17] – Relative deviation arithmetically averaged over 10 samples for bending modes compared to an idealized model for the first three eigenfrequencies. Note that the deviation is expressed in the height of the bars and their position, i.e. above or below the abscissa, and not in the distance to the abscissa.

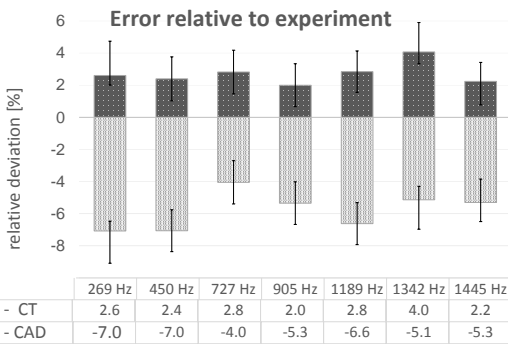


Figure 9: Langer et al. [15]: Oil sump - deviation of the FE-models' results relative to those from experimental modal analysis for the first 7 natural frequencies.

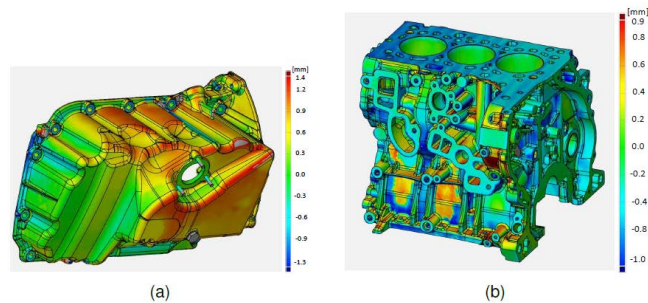


Figure 10: Geometry check by Langer et al. [16]: (a) oil sump: Matching of the shapes from computer-aided design model to the computer tomography scan of the real structure; (b) crank case: Comparison of geometry of computer-aided design model to the computer tomography scan of the real structure. The oil sump's large deviation results from a different real manufactured structure. The experimental structure is chosen such that the deviation in shape and geometry is as high as possible to highlight the effect of these deviations.

Figure 10 shows clearly that the FE-model generated from CAD-data has a larger error than the FE-model from a CT-scan compared to the natural frequencies from EMA. This error with respect to the natural frequencies results directly from the geometrical deviation, as the remaining modeling process was carried out with the same parameters. Here, it is worth noting that an oil sump unfavorably manufactured with respect to the CAD data was chosen for demonstrative purpose regarding sensitivity analysis. The CAD data was later used for the engine-transmission assembly, see Section 5, and the global modes deviated less than 4% compared to experimental results. This shows for a specific case that the geometrical uncertainty on a component level only has a minor influence on the large assembly's results. Here, as it was shown that the assembly results aren't particularly sensitive with respect to the components' geometry, modeling effort can be reduced. This sensitivity can change together with the desired model outputs and the model itself, but if it is analyzed as proposed, modeling can be made more efficient.

4.2 Assembly

4.2.1 The effects of varying bolt loads on the response of a structure

The resonance frequencies of a structure strongly depend on the tightening torque used for the bolts. Experimental results, cf. Figure 11, show that frequency shifts in a non-linear fashion when bolt tightening torque is steadily increased. One of the effects responsible for this behavior is the crushing of roughness peaks within the members' surfaces, cf. Fukuoka et al. [8]. When the clamping force is increased and the members approach each other, asperities are crushed and the effective contact area increases, hence, contact stiffness rises.

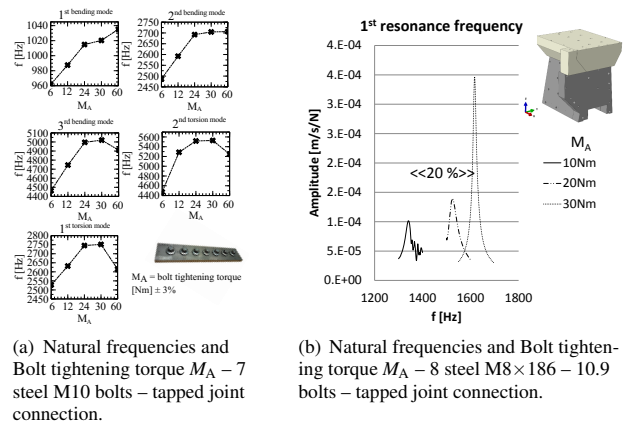


Figure 11: Resonance frequencies and bolt tightening torque – varying structural complexity.

4.2.2 The influence of non-linear damping or stiffness on the frequency response of a structure

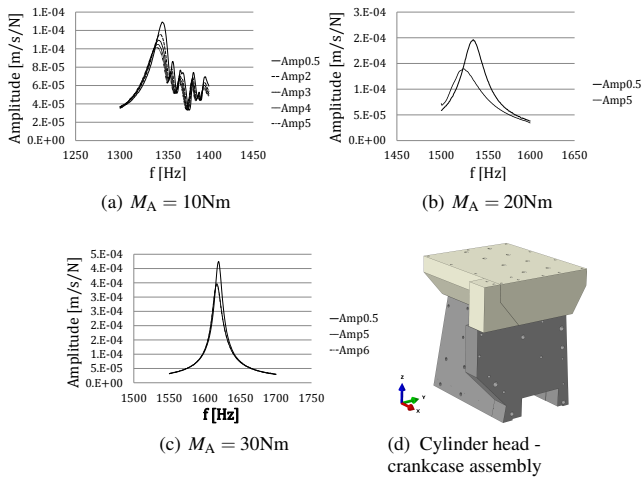


Figure 12: EMA: 1st resonance frequency and excitation amplitude (Amp) – shaker excitation – simplified geometry: Bolted crankcase and cylinder head; Bolt tightening torque M_A .

Figure 12 demonstrates that the resonance frequencies become less sensitive towards changes in excitation amplitude when tightening torque is increased. The amplitude dependency of the resonance frequencies is attributed to the non-linear effects of interface stiffness and damping.

Once the components are assembled, it is recommended to determine the interface pressure and to attain knowledge about the joint stiffnesses. This can be done experimentally via ultrasound, *cf.* Marshall et al.[21], or with Fuji pressure sensitive film, *cf.* Figure 13. Alternatively, a static load case can be defined and evaluated with the finite element method, *cf.* Figure 14.

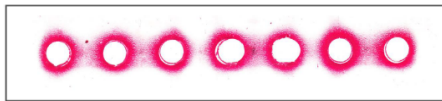


Figure 13: Bolted beam assembly - Interface lined with pressure sensitive Fuji-film by Pfaender [24].

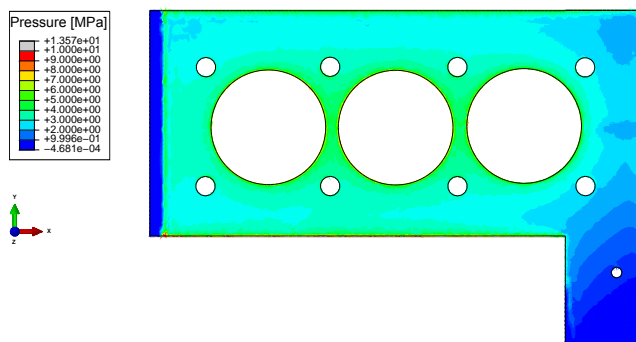


Figure 14: Pressure level plot of a cylinder head and crankcase assembly. The pressure is generated by a static load case simulating the axial load. Here, pressure levels are highest around the edges close to the bolts, *cf.* Hoppe [12].

5 Implementation

In this section, the proposed method and steps are implemented for an engine-transmission assembly. The project plan is shown, *cf.* Figure 16, the meshes are shown for different levels of abstraction, *cf.* Figures 18 and 19, and the relative errors with respect to experimental results are evaluated in Table 2.

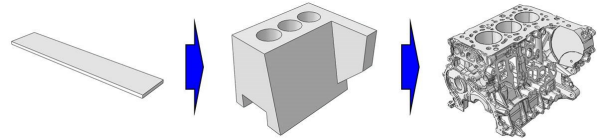


Figure 15: Different levels of abstraction.

The idea, *cf.* Figure 15, is to start with one of the most simple structures for structural dynamics conceivable, a beam. The entire process concerning its investigation, starting with the definition of its physical behavior and ending with an efficient numerical model, is carried out. As soon as the understanding of the simple structure is satisfactory, the next level of complexity is approached. Figure 17(b) visualizes the simplified geometry of a crankcase. It is entirely made up of flat and cylindrical faces, hence facilitating a regular mesh, *cf.* Figure 18(b). The entire investigation loop including sensitivity identification and quantification is repeated until physical understanding fulfills requirements here as well. The number of uncertainties steadily rises as higher levels of complexity are approached, starting with the greatest abstraction or simplification possible is mandatory. When all monolithic structures of the assembly to be investigated have been taken to the highest level of detail, the assembly process can be initiated. The same guidelines apply here, the assembly is to be investigated starting with the simplified geometries, where the additional uncertainties introduced by assembling can be more easily evaluated.

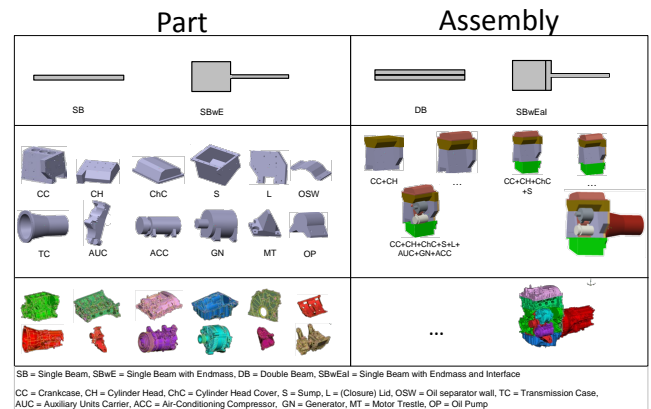
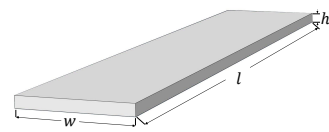
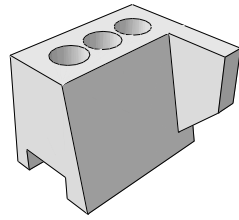


Figure 16: Project plan showcasing the different levels of abstraction for both part and assembly.

The project has shown that a distinction between part level and assembly level makes sense and facilitates the understanding of clearly separated uncertainties, some of which are present at both levels, while others are proprietary to the assembly level – take joint interface stiffness or bolt tightening torque. It has also shown that beginning with simple structures promotes insight, which then can be projected upon more complex levels of detail. While all the structures and assemblies displayed in Figure 16 were investigated, a selection of the respective results is presented in Sections 3 and 4.



(a) Simple beam structure; $l = 0.2\text{m}$, $w = 0.04\text{m}$, $h = 0.004\text{m}$.



(b) More complex structure - simplified crankcase.

Figure 17: Investigated structures according to Langer et al. [16].

Table 2: Langer et al. [15]: Relative error ε_i according to Equation (15) of the FE-models *Variant 1* and *Variant 2* relative to experimental results for the first three eigenfrequencies, ε_{p1} : relative deviation of *FE-model 1*, ε_{p2} : relative deviation of *FE-model 2*

	<i>FE-model 1</i> [Hz]	<i>FE-model 2</i> [Hz]	exp. [Hz]	ε_{p1} [%]	ε_{p2} [%]
1 st	573	542	562	1.9	-3.6
2 nd	615	569	593	3.7	-4.0
3 rd	845	804	836	1.0	-3.9

6 Conclusion

The scope of this paper was to raise awareness concerning the quantity and sensitivity of uncertainties connected to the modeling process. First, uncertainties for general engineering problems were identified on the component level as well as on the assembly level. A course of action highlighting the essential steps facilitating efficient modeling was then proposed. These included defining the structure, identifying uncertainties, analyzing sensitivities, disregarding irrelevant ones, and understanding the trade-off between computational accuracy and the respective effort. The uncertainties were consequently quantified for both components and assemblies. Here, an emphasis was laid upon the non-linearities concerning damping or stiffness, or those connected to varying bolt loads. Lastly, a summary of an implementation of the proposed method was offered. The authors conclude that

1. the utilized course of action is effective.
2. while an uncertainty might be dominant on the component level - take geometry - it can be only of secondary interest concerning a large assembly. This emphasizes the importance of analyzing the sensitivities of the respective uncertainties.
3. the natural frequencies of a large engine-transmission assembly were successfully calculated with an accuracy of $\pm 4\%$ using the illustrated course of action.
4. with regard to the engine-transmission assembly, the sensitivity of contact stiffness with respect to the natural frequencies with associated global mode shapes is much higher than the sensitivity of material and geometry uncertainties.

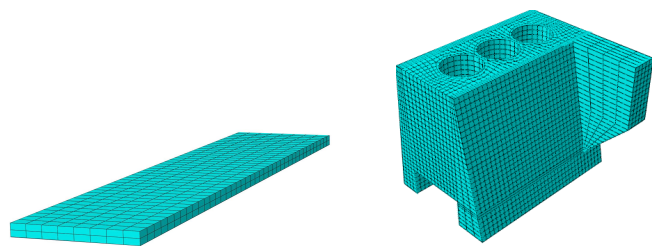
Hence, the authors can summarize that the method's work flow is not only effective, but also efficient, and recommend its usage for modeling processes within structural dynamics.

Acknowledgments

Special thanks go to the Bavarian Research Foundation for the financial support.

References

- [1] Error and uncertainty in modeling and simulation. *Reliability Engineering & System Safety*, 75(3):333 – 357, 2002.
- [2] Achenbach, J. *Wave Propagation in Elastic Solids*. North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics. Elsevier Science, 2012. ISBN 9780080934716.
- [3] Alvin, K., Oberkampf, W., Diegert, K., and Rutherford, B. Uncertainty quantification in computational structural dynamics:



(a) Finite element model of the beam structure.

(b) Finite element model of a simplified crankcase as a more complex structure.

Figure 18: Finite element models for two levels of abstraction concerning the investigated structures according to Langer et al. [16].

Two different approaches are chosen for the assembly, cf. Figure 19. Within FE-model 1, all nodes of the structures' faces joined by bolts are tied. FE-model 2 uses constraints tying nodes within twice the respective joint's nominal diameter for each bolted joint. The results, cf. Table 2, show that FE-model 1 overestimates the system's stiffness in general, while FE-model 2 underestimates the stiffness. A conclusion that can be drawn from these results is that the contact properties and the resulting contact stiffness have a large influence on the response of the entire system.

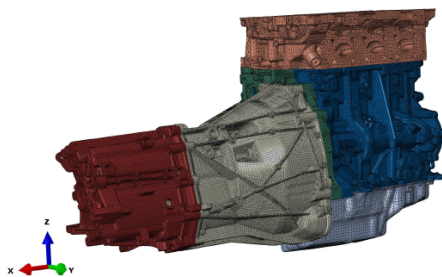


Figure 19: Engine-transmission assembly according to Langer et al. [15].

- a new paradigm for model validation. In *Society for Experimental Mechanics, Inc., 16th International Modal Analysis Conference.*, volume 2, pages 1191–1198, 1998.
- [4] Balci, O. Credibility assessment of simulation results: The state of the art. In *Proceedings of the Eastern Simulation Conference*, pages 1–8. Orlando, Fla., 1987.
- [5] Bittner, U. *Strukturakustische Optimierung von Axialkolbeneinheiten*. Ph.D. thesis, Karlsruher Institut für Technologie, 2012.
- [6] Ewins, D. Exciting vibrations: the role of testing in an era of supercomputers and uncertainties. *Meccanica*, 51(12):3241–3258, 2016.
- [7] Fernlund, I. *A method to calculate the pressure between bolted or riveted plates*. Chalmers Tekniska Högskolas Handlingar. Chalmers University Books, Gumperts, 1961.
- [8] Fukuoka, T., Nomura, M., and Sugano, N. Experimental investigation and finite element analysis of the free vibration problem of bolted joint by taking account of interface stiffness. *Journal of Environment and Engineering*, 4(1):101–111, 2009.
- [9] Geisler, J. *Numerische und experimentelle Untersuchungen zum dynamischen Verhalten von Strukturen mit Fügstellen*. Ph.D. thesis, Universität Erlangen-Nürnberg, 2010.
- [10] Han, S. M., Benaroya, H., and Wei, T. Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories. *Journal of Sound and Vibration*, 225(5):935 – 988, 1999.
- [11] Hislop, J., Krautkrämer, J., Krautkrämer, H., Grabendörfer, W. et al. *Ultrasonic Testing of Materials*. Springer Berlin Heidelberg, 2013. ISBN 9783662106808.
- [12] Hoppe, K.-A. H. *Experimental and numerical analysis of bolted joints in simplified engine-transmission structures*. Bachelor's thesis, Technical University of Munich, August 2016.
- [13] Kragelski, I., Dobychin, M., and Kombatov, V. *Friction and Wear - Calculation Methods*. Pergamon Press, 1982.
- [14] Labuschagne, A., van Rensburg, N. F. J., and van der Merwe, A. J. Comparison of linear beam theories. *Mathematical and Computer Modelling*, 49(1-2):20–30, 2009.
- [15] Langer, P., Jelich, C., Hoppe, A., Schneider, A. et al. Finite element model for modal analysis of engine-transmission unit: numerical and experimental investigations. In Chen, L. and Tang, S. K., editors, *INTER-NOISE Congress and Conference Proceedings*, pages pp. 3695–3706. Hongkong, 2017.
- [16] Langer, P., Maeder, M., Guist, C., Krause, M. et al. More than six elements per wavelength: The practical use of structural finite element models and their accuracy in comparison with experimental results. *Journal of Computational Acoustics*, 25(04):1750025, 2017.
- [17] Langer, P., Sepahvand, K., Guist, C., Bär, J. et al. Matching experimental and three dimensional numerical models for structural vibration problems with uncertainties. *Journal of Sound and Vibration*, in print 2018.
- [18] Langer, P., Sepahvand, K., Krause, M., and Marburg, S. Experimentally uncertainty quantification in numerical and analytical beam models. volume 249, pages 2357–2366. Institute of Noise Control Engineering, 2014/10/14 2015.
- [19] Langer, P., Sepahvand, K., and Marburg, S. Uncertainty quantification in analytical and finite element beam models using experimental data. In Cunha, A., Caetano, E., Ribeiro, P., and Müller, G., editors, *Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics, EURO-DYN 2014*. Porto, Portugal, 2014.
- [20] Marburg, S., Beer, H.-J., Gier, J., Hardtke, H.-J. et al. Experimental verification of structural-acoustic modelling and design optimization. *Journal of Sound and Vibration*, 252(4):591 – 615, 2002.
- [21] Marshall, M., Lewis, R., and Dwyer-Joyce, R. Characterisation of contact pressure distribution in bolted joints. *Strain*, 42(1):31–43, 2006.
- [22] Mayer, M. *Zum Einfluss von Fügstellen auf das dynamische Verhalten zusammengesetzter Strukturen*. Der Andere Verlag, Tönning, 2007.
- [23] Muhs, D., Wittel, H., Jannasch, D., and Voßiek, J. *Roloff/Matek Maschinenelemente: Normung, Berechnung, Gestaltung-Lehrbuch und Tabellenbuch*. Springer-Verlag, 2007.
- [24] Pfänder, J. *Comparison of structural and finite element models to experimental modal analysis of bolted beam structures*. Master's thesis, Universität der Bundeswehr München, September 2016.
- [25] Sepahvand, K., Marburg, S., and Hardtke, H.-J. Stochastic free vibration of orthotropic plates using generalized polynomial chaos expansion. *Journal of Sound and Vibration*, 331(1):167 – 179, 2012.
- [26] Sevgi, L. Modeling and simulation concepts in engineering education: Virtual tools. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, 14(1):113–12, 2006.
- [27] Smith, R. C. *Uncertainty quantification: theory, implementation, and applications*, volume 12. Siam, 2013.
- [28] Sullivan, T. J. *Introduction to uncertainty quantification*, volume 63. Springer, 2015.
- [29] VDI-Richtlinie. *2230 Blatt 1: Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen. Ausgabe 2*. Berlin: Beuth Verlag, 2003.