

**LABORATORIUM FÜR DEN KONSTRUKTIVEN INGENIEURBAU (LKI)
TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN**

**BERICHTE
ZUR
ZUVERLÄSSIGKEITSTHEORIE DER BAUWERKE**

**ABSCHLUSSKOLLOQUIUM
SONDERFORSCHUNGSBEREICH 96**

ZUVERLÄSSIGKEIT DER BAUWERKE

München, 7. Oktober, 1986

81/1986

LABORATORIUM FÜR DEN KONSTRUKTIVEN INGENIEURBAU (LKI)
TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

BERICHTE
ZUR
ZUVERLÄSSIGKEITSTHEORIE DER BAUWERKE

ABSCHLUSSKOLLOQUIUM
SONDERFORSCHUNGSBEREICH 96
ZUVERLÄSSIGKEIT DER BAUWERKE

München, 7. Oktober, 1986

81/1986

INHALT

	Seite
H. Kupfer:	Vorwort 5
R. Rackwitz:	Berechnungsverfahren für die Versagenswahrscheinlichkeit 7
M. Hohenbichler:	Asymptotische Theorie für Bereichsintegrale 17
K. Schrupp:	Austrittsraten von markierten Poissonschen Clusterprozessen 25
O. Ditlevsen:	The Structural System Reliability Problem. Qualitative Considerations 31
S. Gollwitzer:	Zuverlässigkeit redundanter Strukturen bei stofflich und geometrisch nichtlinearem Tragverhalten 43
M. J. Grimmelt, G. I. Schueller:	Über den Fehlerbaumansatz bei redundanten Tragwerken 51
W. Schmitt:	Zuverlässigkeit von Stahlrahmen bei Anwendung der Fließzonentheorie 57
F. Guers:	Zuverlässigkeitsformulierung für Tragsysteme bei Ermüdungsbeanspruchung 67
H. Grundmann, W. Baumgärtner:	Zur Zuverlässigkeit linearer Schwinger unter Anregung infolge mehrerer periodischer Lasten 77
G. I. Schueller:	Nicht-Gauss'sche Reaktion von Tragwerken unter dynamischer Erregung 85
P. Groß:	Grundzüge eines stochastischen Modells für Straßenverkehrslasten 93
R. Scherer:	Ein instationäres stochastisches Modell für die seismische Anregung von Bauwerken 103
H. O. Madsen:	Probabilistic Crack Growth Modeling and Updating 109

H.-J. Niemann, J. Rolewicz:	Bemessungsprobleme bei der Interaktion stochastischer Schnittgrößen	119
K. Poalas, D. Kosteas:	Voraussetzungen und Auswirkungen der Zuverlässigkeitsberechnung ermüdungsbeanspruchter Aluminium-Schweißverbindungen	125
K. Meskouris, W. B. Krätzig:	Nachweis der seismischen Sicherheit von Stahlbetonrahmentragwerken	135
G. König, R. Maurer:	Sicherheitsbetrachtungen für Spannbetonbrücken	145
D. Hosser:	Zur Methodik der Zuverlässigkeitsanalyse bei Staudämmen	149
C. Østergaard:	Anwendung der Zuverlässigkeitstechnik auf operative und tragende schiffstechnische Systeme	159
D. Diamantidis:	Zuverlässigkeitsabschätzung bestehender Ozeanplattformen	169

VORWORT

Im Jahre 1974 stimmte die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) dem Antrag der Technischen Universität München (TUM) zu, einen Sonderforschungsbereich (SFB) über "Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke - Entwicklung baustoff- und bauartenübergreifender Sicherheitssysteme auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Grundlage" einzurichten. Er erhielt die Nummer 96. Die finanzielle Förderung durch die DFG endete mit dem Jahre 1984. Durch den SFB 96 konnte das allgemeine Wissen, die Methoden und die Anwendung auf dem genannten Gebiet ganz wesentlich vorangebracht werden. Der SFB wurde zu einem internationalen Zentrum der entsprechenden Forschung. Die Grundlagen der Theorie der Bauwerkszuverlässigkeit gehen zunehmend auch in die Lehre ein.

Die Bewilligungsbedingungen für den SFB 96 sehen ein Abschlußkolloquium unter besonderer Berücksichtigung der Ingenieurpraxis und die Erstellung eines Abschlußberichtes vor. Der erstgenannten Verpflichtung sind wir mit dem Kolloquium am 7. Oktober 1986 nachgekommen. Wir legen diesen Band mit den Kurzfassungen der Beiträge vor und hoffen, damit zur Verbreitung des gewonnenen Wissens beizutragen und weitere Kreise für unsere Arbeit zu interessieren.

Ein eintägiges Kolloquium kann die Arbeit eines SFB weder umfassend darstellen noch Teilfragen mit der notwendigen Tiefe diskutieren. Wir entschlossen uns daher, nur die wichtigsten Themen herauszuheben. Dabei war uns daran gelegen, auch die zuverlässigkeitstheoretische Forschung und Praxis außerhalb des SFB 96 zu Wort kommen zu lassen. Wir hoffen trotzdem, daß diese Beiträge einen Einblick in die Arbeiten des SFB und der Theorie der Bauwerkszuverlässigkeit vermitteln. Eine umfassende Darstellung der Arbeiten des SFB 96 bleibt dem Abschlußbericht vorbehalten.

München
Januar, 1987

H.Kupfer
Sprecher des SFB 96

Dr.-Ing. habil. R. Rackwitz
 Institut f. Massivbau, Technische Universität München

1. Einführung

Zuverlässigkeit ist eine der wichtigsten Anforderungen an bauliche Anlagen. Sie wurde und wird im Großen und Ganzen durch vorsichtige Wahl aller Rechenwerte für unsichere Einflußgrößen, durch vorsichtige Wahl der physikalischen Rechenmodelle, durch Kontrollen der Planung, des Entwurfs, der Bauausführung und manchmal der Nutzung und gegebenenfalls durch entsprechende Unterhaltungsmaßnahmen erreicht. Eine Quantifizierung der Zuverlässigkeit, die es erlauben würde, den jeweils unterschiedlichen Anforderungen gerecht zu werden, ist aber auf dem traditionellen Wegen kaum erreichbar. Mayer [14] schlug schon 1926 vor, Unsicherheiten mit den Hilfsmitteln der Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie zu erfassen und die Versagenswahrscheinlichkeit als quantitatives Maß für die Bauwerkszuverlässigkeit einzuführen. Allerdings mußte sich Mayer noch auf relativ elementare Modelle und auf unzulängliche Rechenmethoden beschränken. Seine Arbeit wurde aber Ausgangspunkt für die Entwicklung einer Theorie der Bauwerkszuverlässigkeit, die bis in die 70-er Jahre wesentlich durch Namen wie Freudenthal, Bolotin, Rosenblueth, Shinozuka, Cornell und Lind geprägt wurde. Die wesentlichen Ansätze und mathematischen Formulierungen wurden durch diese und andere Autoren vorgelegt.

Charakteristisch für die Situation um 1970 war das Fehlen effizienter Berechnungsmethoden. Entsprechend unentwickelt waren Anwendungen, obwohl vor allem im Bereich der Normung im konstruktiven Ingenieurbau eine starke Nachfrage herrschte. Es nimmt daher auch nicht Wunder, daß in den letzten Jahren die Entwicklung der Theorie der Bauwerkszuverlässigkeit im wesentlichen eine Entwicklung der Berechnungsmethoden für Versagenswahrscheinlichkeiten war. Über den erreichten Stand soll hier im Überblick berichtet werden. Dies ist umso mehr angebracht, als die großen Entwicklungsschübe auf diesem Teilgebiet der Zuverlässigkeitstheorie erfolgt zu sein scheinen. Mit dem Vorliegen verschiedener Programme ist die rein numerische Seite der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit kein unüberwindbares Problem mehr. Die Forschung in der Zuverlässigkeitstheorie kann sich anderen Problemen, etwa der Datenerfassung, der stochastischen Modellierung und der Analyse großer Systeme zuwenden.

2. Die grundsätzlichen Formulierungen der Zuverlässigkeitstheorie für Tragwerke

Zur Einführung sei ein Querschnitt in dem in Bild 1 dargestellten Tragwerk betrachtet. Es werde durch quasi-statische Lasten X_1, X_2, \dots beaufschlagt. Zur Vereinfachung sei die Beziehung zwischen Last und Lastwirkung S_j linear aber unsicher, d.h. Verformungseigenschaften und gegebenenfalls geometrische Größen Y_1, Y_2, \dots des Systems sind zufällig. Im betrachteten Querschnitt gelte ein vorgegebenes Versagenskriterium, etwa das

v. Misessche Fließkriterium, welches von ebenfalls unsicheren Festigkeitsparametern Z_1, Z_2, \dots abhängt. Das Versagensereignis kann dann wie folgt dargestellt werden

$$V = (g(\underline{Z}, \underline{S}) \leq 0) \quad (1)$$

worin

$$\underline{S} = \underline{M}(\underline{Y})\underline{X}$$

den Vektor der Lastwirkungen (Momente, Querkräfte, Normalkräfte) und \underline{M} eine vom Vektor der unsicheren Systemeigenschaften \underline{Y} abhängige Matrix bezeichnet. Dabei ist bekanntlich der Übergang von Lasten zu den Lastwirkungen selbst bei deterministischer Betrachtung eine nicht-triviale Aufgabe der Baumechanik.

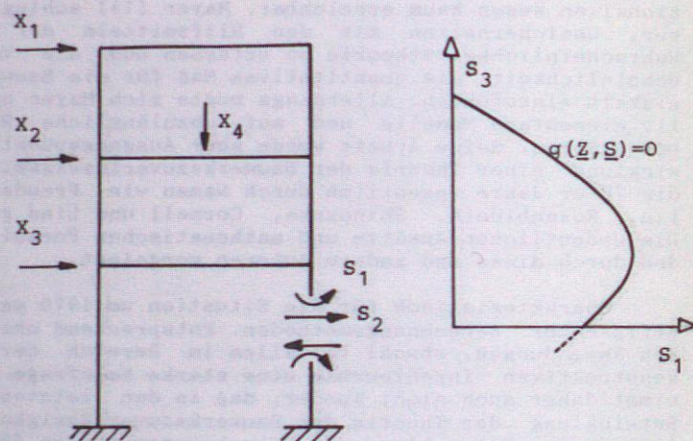


Bild 1

Faßt man alle unsicheren Variablen in einem neuen Vektor \underline{X} zusammen, dessen gemeinsame Verteilungsfunktion durch $F_{\underline{X}}(\underline{x})$ gegeben ist, so läßt sich die Versagenswahrscheinlichkeit berechnen durch:

$$P_f = P(V) = \int_V dF_{\underline{X}}(\underline{x}) = \int_V f_{\underline{X}}(\underline{x}) d\underline{x} \quad (2)$$

Hierin ist $f_{\underline{X}}(\underline{x})$ die zu $F_{\underline{X}}(\underline{x})$ gehörige Wahrscheinlichkeitsdichte.

In Gleichung (2) wird das Problem der Berechnung von Versagenswahrscheinlichkeiten deutlich. Das ist in der Regel ein hochdimensionales Volumenintegral für das fast keine analytischen Lösungen existieren. Numerische Integration scheidet

wegen des Rechenaufwands bei höheren Dimensionen von \underline{X} aus. Ebenso aussichtslos sind klassische Monte-Carlo Verfahren, vor allem wegen der Kleinheit von P_f .

Betrachtet man nun m kritische Querschnitte, deren Versagen analog zu Gl. (1) formuliert wird und Systemversagen dann auftritt, wenn eine Komponente (Querschnitt) versagt, so ist

$$P_f = P \left(\bigcup_{i=1}^m V_i \right) \quad (3)$$

d.h. es ist die Wahrscheinlichkeit der Vereinigung der Versagensbereiche der Komponenten zu ermitteln. Derartige Systeme nennt man Seriensysteme, wobei die Komponenten des Systems nicht nur die physikalischen Komponenten, sondern auch alle Versagensarten dieser Komponenten umfassen können.

Ist das System dagegen redundant (statisch unbestimmt), so müssen mehrere Komponenten jeweils nach Lastumlagerung versagen, um Systemkollaps auszulösen. Dabei ist die Anzahl der zum Systemversagen führenden, nach Umfang und Anordnung verschiedenen Mengen von Systemkomponenten selbst bei relativ kleinen Systemen schon sehr groß. In der numerischen Analyse muß man bestimmte Techniken anwenden, um wenigstens die dominanten Mengen zu bestimmen. Darüber soll hier aber nicht weiter berichtet werden. Die Systemversagenswahrscheinlichkeit ermittelt sich aus:

$$P_f = P \left(\bigcup_{i=1}^m \bigcap_{j=1}^{n_i} V_{ij} \right) \quad (4)$$

Tatsächlich kann jedes Zuverlässigkeitsproblem in die Form (4) gebracht werden, wobei anzumerken ist, daß die dort angegebene Vereinigung von Schnittmengen $\bigcap V_{ij}$ eine in mengentheoretischem Sinne minimale sein muß. Gl.(4) stellt damit die allgemeinste Formulierung für Zuverlässigkeitsprobleme in zeitinvarianten Zufallsvektoren \underline{X} dar.

Im allgemeinen trifft die Formulierung (4) jedoch nicht zu, weil Zuverlässigkeit als zeitbezogene Größe aufgefaßt werden muß. Nicht nur die Lasten müssen als zufällige Funktionen der Zeit modelliert werden. Auch die Systemeigenschaften und insbesondere die Festigkeitseigenschaften können lastabhängig und/ oder lastunabhängig Zeiteinflüssen ausgesetzt sein. Damit wird die Aufgabe der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit, d.h. die Berechnung der Wahrscheinlichkeit, daß Versagen in einem vorgegebenen Zeitintervall, etwa der beabsichtigten Nutzungsdauer, erfolgt, spürbar erschwert. Man könnte zwar das Intervall $[0, t]$ theoretisch in unendlich viele Subintervalle unterteilen und für jeden Zeitpunkt t_i einen Zufallsvektor $\underline{X}(t_i)$ definieren und als Versagensereignis die Vereinigung der Versagensereignisse $V(t_i)$ nehmen. Das führt auf ein unendlich-dimensionales und somit nicht lösbares Integrationsproblem.

lem, wenngleich Näherungen durch Betrachtung einer endlichen Anzahl von Zeitpunkten auf diesem Wege durchaus gefunden werden können und manchmal auch die einzig gangbare Berechnungsmöglichkeit darstellen.

Eine andere Möglichkeit ist, die zufällige Zeit T zum Versagen zu betrachten. Dann ist:

$$P_f(t) = P(T \leq t) \quad (5)$$

Leider ist die Verteilungsfunktion von T nur für wenige Spezialfälle bekannt und ist auch dann nicht immer leicht zu ermitteln. Als am aussichtsreichsten hat sich eine Näherungsmethode, die Methode der Austrittsraten, erwiesen. Dort ist

$$P_f(t) \leq \int_0^t \nu(r) dr \approx 1 - \exp\left(-\int_0^t \nu(r) dr\right) \quad (6)$$

mit der Austrittsrate:

$$\nu(r) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} P((\underline{X}(r) \in \bar{V}(r)) \cap (\underline{X}(r+\Delta) \in V(r+\Delta))) \quad (7)$$

$\bar{V}(\cdot)$ ist darin der sichere Bereich. Die Austrittsrate ist, wie man sieht, die Wahrscheinlichkeit des Durchschnitts von zwei Ereignissen und somit berechenbar, sofern Aufgabe (4) lösbar ist. Daß die Beziehungen (6) nur dann gute Näherungen abgeben, wenn $P_f(t)$ klein ist, ist in der Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke keine wesentliche Einschränkung.

Es ist an dieser Stelle nicht möglich, die Problematik zeitvarianter Zuverlässigkeitsaufgaben weiter zu vertiefen, trotz ihrer Bedeutung, da z.B. schon einfachere Lastkombinationsaufgaben, aber vor allem das Phänomen der Materialermüdung und dynamische Beanspruchungen in diesem Rahmen behandelt werden müssen. Stattdessen wird die in Gl.(4) formulierte Grundaufgabe näher diskutiert.

3 Approximative Berechnung von Wahrscheinlichkeitsintegralen

Bereits Mayer und nach ihm viele weitere Autoren haben vorgeschlagen, die dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz zugrunde liegenden Näherungen einzuführen, d.h. den Ersatz der gegebenen Verteilungsfunktion $F_{\underline{X}}(x)$ durch eine durch Mittelwertsvektor \underline{m} und Kovarianzmatrix $\underline{\Sigma}$ vollständig beschriebene Multinormalverteilung und eine Linearisierung der Zustandfunktion $g(\underline{X})$ am Mittelwert \underline{m} vorzunehmen. Cornell [3] und andere gingen in ihrem Bestreben nach Einfachheit noch weiter und schlugen vor, die Beschreibung der Unsicherheiten grundsätzlich nur durch die ersten und zweiten probabilistischen Momente zu

bewerkstelligen, und dies vor allem deswegen, weil dann zusammen mit der Linearisierung von $g(\underline{X})$ der strenge und gleichzeitig einfache Kalkül mit Erwartungswerten zur Verfügung steht. Als alternativen Maßstab für die Sicherheit wählten sie den sogenannten Sicherheitsindex β . Das bedeutete aber auch, daß daraus abgeleitete Aussagen über die Versagenswahrscheinlichkeit nur die Qualität der Aussagen der Tschebyscheff'schen Ungleichung erreichen und daher praktisch wenig brauchbar sind [21]. Schwerwiegender noch war die Beobachtung, daß die gleiche physikalische Problem in verschiedenen, aber äquivalenten mathematischen Formulierungen unterschiedliche Ergebnisse zeitigte. Einen gegenüber der Formulierung invarianten Ansatz legten dann Hasofer und Lind [8] in einer berühmten Arbeit vor, die eine sehr fruchtbare Entwicklung einleitete. Rackwitz/Fießler [16] und später Hohenbichler/Rackwitz [11,17] beseitigten den Nachteil der unscharfen Wahrscheinlichkeitsaussagen indem sie wieder auf eine mit den vollständigen Verteilungsfunktionen arbeitende Methode zurückgriffen. Eine bemerkenswerte, und wie sich herausgestellt hat, auch unumgängliche Vereinfachung, wird dann durch Transformation des beliebig verteilten Zufallsvektors \underline{X} in einen unabhängigen, standardnormalen Vektor \underline{U} mittels einer Transformation $\underline{U} = \underline{T}^{-1}(\underline{X})$ erreicht. Damit entstand mit

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \quad (8)$$

wobei

$$\beta = \min(\|\underline{u}\|) \text{ für } (\underline{u}: g(\underline{T}(\underline{u})) \leq 0) \quad (9)$$

und Φ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung die Zuverlässigkeitsmethode 1.Ordnung (FORM = First Order Reliability Method [2]) die, da auch die algorithmischen Fragen für die Lösung der Aufgabe (9) befriedigend gelöst werden konnten [5,7], in Anwendungen vielfach Verwendung fand. Auch die Aufgabe Gl. (4) konnte im Sinne 1.Ordnung gelöst werden [12]

Der naheliegende Gedanke, eine Verbesserung durch quadratische Entwicklung der Versagensfläche $g(\underline{T}(\underline{u})) = 0$ zu erhalten, wurde von Fießler et al. [6] systematisch verfolgt. Leider erwiesen sich die vorliegenden Ergebnisse der Wahrscheinlichkeitstheorie für quadratische Formen in standardnormalen Variablen für die Zwecke der Zuverlässigkeitstheorie aus rein numerischen Gründen als nur eingeschränkt brauchbar.

Man muß es als Durchbruch bezeichnen, als es Breitung [1] mit Hilfe der asymptotischen Analysis gelang, nicht nur nachzuweisen, daß eine Zuverlässigkeitsmethode 2. Ordnung (SORM = Second Order Reliability Method) asymptotisch exakt ist, sondern in der asymptotischen Form auch zu einfachen Formeln für die Versagenswahrscheinlichkeit führt. Hohenbichler [9] erweiterte die Theorie auf Aufgabenstellungen des Typs Gl.(4). Damit haben FORM und SORM eine solide mathematische Grundlage. Seit kurzem liegt das darauf aufbauende Programmsystem PROBAN vor, dessen Grundlagen ausführlich in [10] beschrieben sind.

Nichtsdestoweniger muß man im nichtasymptotischen Fall, d.h. bei Versagenswahrscheinlichkeiten > 0.01 mit numerischen, theoriebedingten Fehlern rechnen. Shinozuka [18] hat erstmals darauf hingewiesen, daß die Kenntnis des β -Punktes, d.h. des Lösungspunktes \underline{u}^* in Gl.(9), einen Hinweis auf den "wichtigen"

Integrationsbereich gibt und schlug die Methode des Importance Sampling vor, d.h. ein Simulationsverfahren welches wesentlich effektiver arbeitet als die Standardsimulationsverfahren. Seine Näherung, die bei wachsendem Aufwand beliebig genau gemacht werden kann, lautet in gewisser Verallgemeinerung:

$$P_f = \int_V 1(g(\underline{T}(\underline{u})) \leq 0) \frac{\varphi(\underline{u})}{\varphi(\underline{u})} \varphi(\underline{u}) d\underline{u}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 1(g(\underline{T}(\underline{u}_i)) \leq 0) \frac{\varphi(\underline{u}_i)}{\varphi(\underline{u}_i)}$$

Darin ist $1(g(\underline{T}(\underline{u})) \leq 0)$ die Indikatorfunktion für den Versagensbereich, $\varphi(\underline{u})$ die standardnormale Dichte und $\varphi(\underline{u})$ die "Sampling"-Dichte, die zweckmäßigerweise die simulierten Punkte \underline{u}_i um den β -Punkt herum konzentriert. In jüngster Zeit wurden eine ganze Reihe von Varianten des "Importance Sampling" untersucht [13]. Dabei zeigte sich, daß diejenigen Methoden besonders effizient sind, die zumindest teilweise analytische Resultate verwenden, und dabei ganz besonders jene Methoden, die nicht die Wahrscheinlichkeit direkt, sondern nur den Fehler der Resultate nach FORM oder SORM bestimmen und demnach von diesen ausgehen.

Obwohl der Aufwand von FORM:SORM:ISRM (ISRM = Importance Sampling Reliability Method) sich etwa wie 1 zu 2 zu 10 bis 20 verhält, gelingt es nunmehr beliebig genaue Resultate zu erzielen. Wichtiger noch als die Möglichkeit der Erfüllung "akademischer" Genauigkeitsanforderungen ist jedoch, daß mit ISRM in Verbindung mit FORM/SORM auch einige Schwierigkeiten bzw. Einschränkungen der beiden letztgenannten Methoden beseitigt werden konnten. So genügt es nunmehr, nur noch die ungefähre Umgebung des/der β -Punkte aufzufinden und nicht mehr exakt den Punkt selbst. FORM/SORM benötigen stetige Verteilungsfunktionen und differenzierbare Grenzzustandsflächen. Das ist bei ISRM keine Voraussetzung mehr.

In diese Übersicht gehören noch einige andere Varianten für die Berechnung von Versagenswahrscheinlichkeiten, etwa die Methode der Antwortflächen [15], die "Multiple-point checking method" (MPCM) [20] und Momentenmethoden höherer Ordnung. Besonders die beiden erstgenannten Methoden sind Varianten, die in manchen Anwendungen wichtig werden können; die erste bei der Analyse sehr großer Systeme, die zweite bei im Sinne der Theorie nicht gutartigen Versagenskriterien. Ihr Prinzip ist schnell erklärt. Wie in FORM/SORM wird die beschriebene Verteilungstransformation durchgeführt. Dann wird vom Ursprung ausgehend in systematisch oder zufällig ausgewählten Richtungen die

Berandung des Versagensbereichs gesucht. Die Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich aus

$$P_f \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [1 - \chi_k^2(b_k^2)]$$

worin χ_k^2 die Chiquadratverteilung, k die Dimension des Raums der unsicheren Variablen und b_k die mit geeigneten Suchalgorithmen (Nullstellenlösern) bestimmten Abstände der Versagensfläche zum Ursprung in der k -ten Suchrichtung sind. Geometrisch heißt das, daß die wahre Versagensfläche durch Segmente von Hyperkugeln approximiert wird.

Antwortflächenverfahren sind mit den MPC-Methoden in gewisser Weise verwandt und werden auch für die gleichen Anwendungen eingesetzt. Ihre Entwicklung ist noch nicht abgeschlossen. Sie beruhen darauf, die tatsächliche Versagens- oder Zustandsfläche des Systems in zweckmäßig gewählten Stützpunkten durch lineare oder quadratische Interpolationsflächen vorab zu nähern und diese dann in die Zuverlässigkeitsrechnung einzuführen.

Momentenmethoden höherer Ordnung wurden zwar vielfach untersucht. Auf den ersten Blick erscheinen sie auch sehr attraktiv, da sie bei entsprechendem Informationszustand über die Unsicherheiten einen fast stetigen Übergang von der Zweite-Momenten-Methode nach Cornell zu exakten Methoden erlauben würden. Es hat sich jedoch gezeigt, daß dieser Übergang nur sehr allmählich erfolgt und daß die Methode mit der Hereinnahme höherer Momente und damit auch höherer Ableitungen der Zustandsfunktion schnell unhandlich wird.

4 Schlußbemerkung

Zusammenfassend kann man wohl feststellen, daß es bei der Lösung der Grundaufgabe Gl.(4) heute kaum noch unüberwindliche Probleme gibt. Eine jeder Fragestellung gerecht werdende Methode gibt es allerdings nicht. FORM oder besser noch SORM wird in den meisten Fällen befriedigen und numerisch am effizientesten sein. Bei vertrackten Problemen bleibt auch MPCM noch ganz wesentlich unter dem Aufwand, der etwa für eine einfache Simulation erforderlich wäre.

Die angedeutete Transformationstechnik erlaubt die Verwendung komplexer stochastischer Modelle. Dies mag für diejenigen, die stochastische Phänomene modellieren, ein Anreiz sein, auch kompliziertere Modelle in Betracht zu ziehen anstatt, wie heute üblich, dabei mit einem Auge nach der Berechenbarkeit in Anwendungen zu schielen.

Zum Abschluß muß darauf hingewiesen werden, daß eine probabilistische Behandlung der Zuverlässigkeit von Tragwerken um mindestens eine Größenordnung aufwendiger ist als eine deterministische Betrachtung. Daran ändern auch die Versuche wenig, die Verfahren ohne wesentlichen Verlust an Eingangsinformationen wieder zu vergrößern. Man muß zugeben, daß erst die modernen, schnellen Datenverarbeitungsanlagen ausreichend genaue Zuverlässigkeitsberechnungen möglich gemacht haben.

Andererseits schärft die probabilistische Betrachtung den Einblick in die zuverlässigkeitsrelevanten Zusammenhänge ganz wesentlich, da als Nebenergebnis jeder Berechnung nach FORM/SORM Empfindlichkeitsfaktoren bzw. Importanzfaktoren für die die Zuverlässigkeit bestimmenden Einflüsse anfallen. Im Ausblick ergibt sich damit die Möglichkeit einer zuverlässigkeitsorientierten Optimierung von baulichen Anlagen. Schon heute sind in Anwendungen, etwa im Stahlbetonbau, bei Meeresplattformen oder in der Raumfahrttechnik neben der Größe der berechneten Versagenswahrscheinlichkeiten vor allem diese Empfindlichkeitsfaktoren von Interesse, da sie Hinweise geben, wo zuverlässigkeitsorientierte Maßnahmen anzusetzen sind.

Literatur

- [1] Breitung, K., Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals, Journ. of the Eng. Mech. Div., Vol. 110, No.3, 1984, pp. 357-366
- [2] Comité Euro-International du Béton, Joint Committee on Structural Safety: First-Order Reliability Concepts for Design Codes. CEB Bulletin d'Information, No. 112, 1976
- [3] Cornell, C.A., A Probability Based Structural Code, ACI Journal, ACI-Journ., Vol. 66, No. 12, 1966, pp. 974-985,
- [4] Ditlevsen, O., Narrow Reliability Bounds for Structural Systems, Journ. of Struct. Mech., Vol. 7, No. 4, 1979, pp. 453-472
- [5] Fiessler, B., Das Programmsystem FORM zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit von Komponenten von Tragsystemen, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Technische Universität München, Heft 43, 1979
- [6] Fiessler, B., Neumann, H.-J., Rackwitz, R., Quadratic Limit States in Structural Reliability, Journ. of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 105, EM4, 1979, pp. 661-676
- [7] Gollwitzer, S. et al., User's Manual for Structural Reliability Programs CUTALG-FORM-SORM-SYSREL, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Technische Universität München, Heft 74, 1985
- [8] Hasofer, A.M., Lind, N.C., An Exact and Invariant First Order Reliability Format, Journ. of Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 100, No. EM1, 1974, pp. 111-121
- [9] Hohenbichler, M., An Asymptotic Formula for the Probability of Intersections, in: Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Technische Universität München, SFB 96, Heft 69, 1984, pp. 21-48
- [10] Hohenbichler, M., Gollwitzer, S., Kruse, W., Rackwitz, R., New Light on First- and Second-Order Reliability Methods, Veröffentlichung in Structural Safety, 1987
- [11] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., Non-Normal Dependent Vectors in Structural Safety, Journ. of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 107, No. 6, 1981, pp. 1227-1249
- [12] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., First-Order Concepts in System Reliability, Struct. Safety, 1, 3, 1983, pp. 177-188
- [13] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., Improvement of Second-order Reliability Estimates by Importance Sampling, Zur Veröffentlichung eingereicht bei Journ. of Eng. Mechanics, ASCE, 1986
- [14] Mayer, M., Die Sicherheit der Bauwerke, Springer, Berlin, 1926
- [15] Rackwitz, R., Response Surfaces in Structural Reliability, in: Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Technische Universität München, Heft 67, 1982
- [16] Rackwitz, R., Fiessler, B., Structural Reliability under Combined Random Load Sequences, Comp. & Struct., Vol. 9, 1978, pp. 484-494
- [17] Rosenblatt, M., Remarks on a Multivariate Transformation, Ann. Math. Statistics, Vol. 23, 1952, pp. 470-472
- [18] Shinozuka, M., Basic Analysis of Structural Safety, Journ. of Struct. Eng., ASCE, Vol. 109, 3, 1983, pp. 721-740
- [19] Veneziano, D., Contributions to Second Moment Reliability Theory, Research Report R74-33, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 1974
- [20] Veneziano, D., New Index of Reliability, Journ. of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 105, EM2, 1979, pp. 277-296

ASYMPTOTISCHE THEORIE FÜR BEREICHSINTEGRALE

Dr.-Ing. M. Hohenbichler
Siemens AG, München

1. Grundbegriffe der Methoden erster und zweiter Ordnung

Die Methoden erster und zweiter Ordnung liefern Näherungen zur Beschreibung der Versagenswahrscheinlichkeit zeitunabhängiger Zufallsprobleme der Form:

$$\text{Versagensfall} \equiv \{ \underline{X} \in F_X \} = \{ g_X(\underline{X}) < 0 \}$$

Hierbei ist $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$ ein Vektor von (beliebig verteilten und häufig stochastisch abhängigen) Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n . Dieses sind in der Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke im Regelfall zufällig streuende Last- und Festigkeitsgrößen. Der Versagensfall wird beschrieben durch eine Beziehung der Form " $g_X(X_1, \dots, X_n) < 0$ ", wobei g_X eine stetige und stückweise differenzierbare Funktion ist. Mit Hilfe einer sogenannten "Rosenblatt-Transformation" [1]

$$\underline{X} = T(U) = (T_1(U), \dots, T_n(U))$$

gelangt man zu einer Darstellung von \underline{X} durch standardnormal verteilte, stochastisch unabhängige Zufallsvariablen $(U_1, \dots, U_n) = \underline{U}$ und schließlich auch zu einer Beschreibung des Versagensfalles im Raum dieser normalverteilten Variablen (dem u -Raum):

$$\{ \underline{X} \in F_X \} = \{ T(\underline{U}) \in F_X \} = \{ \underline{U} \in F \}$$

bzw.

$$\{ g_X(\underline{X}) < 0 \} = \{ g_X(T(\underline{U})) < 0 \} = \{ g(\underline{U}) < 0 \}$$

mit $F = \{ \underline{u}: T(\underline{u}) \in F_X \}$ und

$$g(\underline{u}) = g_X(T(\underline{u})).$$

Es genügt somit, Näherungen für Bereichsintegrale im u -Raum herzuleiten. Die Versagenswahrscheinlichkeit erhält dann die Gestalt

$$P_F = P \{ \underline{U} \in F \} = P \{ F \} = \int_F \varphi(\underline{u}) d\underline{u}$$

mit

$$\varphi(\underline{u}) = \prod_{i=1}^n \varphi(u_i); \quad \varphi(u_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} u_i^2\right].$$

Da $\varphi(\underline{u})$ sein Maximum bei $\underline{u}=0$ annimmt, rotationssymmetrisch ist und insbesondere bei großen Werten von $\|\underline{u}\|$ sehr rasch gegen

Null geht, ist zu erwarten, daß der wesentliche Beitrag des Wahrscheinlichkeitsintegrals aus der Umgebung des sogenannten "Beta-Punktes" \underline{u}^* stammt, demjenigen Punkt also aus dem "Versagensbereich" F, der dem Ursprung am nächsten liegt. Dieser Punkt muß mit einem geeigneten Optimierungsalgorithmus gefunden werden.

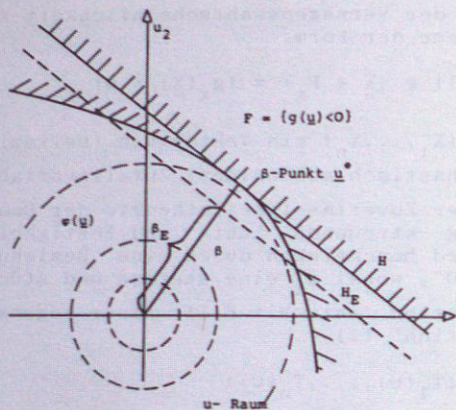


Bild 1

Im Fall, daß der Ursprung nicht in F liegt (typisch für kleine Versagenswahrscheinlichkeiten) wurden hiermit folgende Näherungen begründet:

$$I : P[F] \approx P[H] = P[h(\underline{u}) < 0] = \phi(-\beta) := \int_{-\infty}^{-\beta} \varphi(u) du$$

$$II : P[F] \approx P[Q] = P[q(\underline{u}) < 0] .$$

Hierbei ist H der approximierende Halbraum im Punkt \underline{u}^* , $\beta = \|\underline{u}^*\|$ und Q eine quadratische Näherung an die Versagensbedingung im Punkt \underline{u}^* :

$$h(\underline{u}) = g(\underline{u}^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(\underline{u}^*)}{\partial u_i} (u_i - u_i^*)$$

$$q(\underline{u}) = h(\underline{u}) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 g(\underline{u}^*)}{\partial u_i \partial u_j} (u_i - u_i^*)(u_j - u_j^*) .$$

Dabei wird einmalige bzw. zweimalige (stetige) Differenzierbarkeit von g in \underline{u}^* vorausgesetzt.

Diese Näherungen wurden bekannt als "Näherung nach Methode erster bzw. zweiter Ordnung" (FORM, SORM). Zunächst setzte sich

vor allem die Methode erster Ordnung durch [2]; nicht zuletzt deshalb, weil für die Näherung zweiter Ordnung, d. h. für die Ermittlung des Wahrscheinlichkeitsinhaltes quadratischer Formen in standard normalverteilten Variablen, kein allgemein praktisches Berechnungsverfahren bekannt war [3].

2. Asymptotische Versagenswahrscheinlichkeit

Durch Anwendung der "asymptotischen Analysis" lieferte nun Breitung [4] sowohl eine mathematisch einwandfreie und gleichzeitig anschauliche Begründung der Methode zweiter Ordnung, als auch eine einfache Näherungsformel.

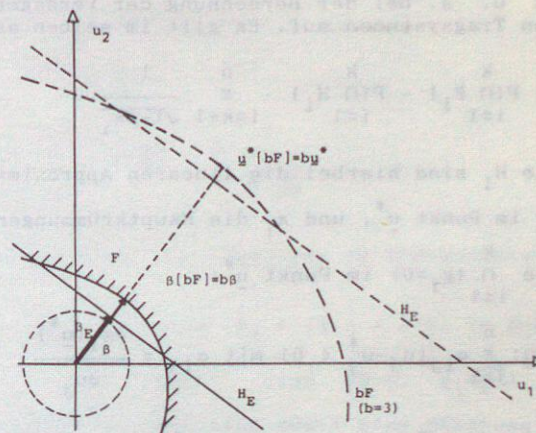


Bild 2

Entsprechend dem Postulat, die bei Bauwerken zulässigen Versagenswahrscheinlichkeiten hätten "sehr klein" zu sein (jedenfalls um Größenordnungen kleiner als in der Statistik üblich), unterwarf er den Versagensbereich F einer zentrischen Streckung mit dem Faktor b und ließ b "gegen unendlich" gehen. Falls der Ursprung nicht in F liegt, geht damit die Versagenswahrscheinlichkeit gegen Null. Nach Breitung gilt dann genauer:

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \frac{P[bF]}{\phi(-b\beta)} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta \kappa}} .$$

Hierbei sind κ_i ($i=1, \dots, n$) die Hauptkrümmungen von $\{g(\underline{u}) = 0\}$ im Betapunkt \underline{u}^* . Tatsächlich liegt diesem Ergebnis eine Approximation der Versagensbedingungen durch ein Hyperparaboloid zugrunde. Da $b\beta$ der Sicherheitsindex von bF ist, rechtfertigt dies die "asymptotische Näherung"

$$P\{F\} \sim \phi(-\beta) \prod_{i=2}^n \frac{1}{\sqrt{1-\beta\kappa_i}} \quad \text{"für großes } \beta\text{"}$$

Dieses Ergebnis konnte später auf den Fall verallgemeinert werden, daß sich im Punkt \underline{u}^* mehrere (zweimal stetig differenzierbare) Grenzzustandsflächen $\{g_1=0\}, \dots, \{g_k=0\}$ schneiden und \underline{u}^* somit auf einer Ecke oder Kante von $F = \bigcap_{i=1}^k F_i$ liegt. Dieser Fall tritt u. a. bei der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit von Tragsystemen auf. Es gilt im selben asymptotischen Sinne

$$P\{F\} = P\left(\bigcap_{i=1}^k F_i\right) \sim P\left(\bigcap_{i=1}^k H_i\right) \cdot \prod_{i=k+1}^n \frac{1}{\sqrt{1-\beta\kappa_i}}$$

Die Bereiche H_i sind hierbei die linearen Approximationen an $F_i = \{g_i < 0\}$ im Punkt \underline{u}^* , und κ_i die Hauptkrümmungen der

Schnittkante $\bigcap_{i=1}^k \{g_i=0\}$ im Punkt \underline{u}^* :

$$H_i = \{u: \sum_{j=1}^n \alpha_{ij}(u_j - u_j^*) < 0\} \text{ mit } \alpha_{ij} := \frac{\partial g_i(\underline{u}^*)}{\partial u_j}$$

Dabei ist mit $X_i := \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} U_j$ und $c_i := \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} u_j^*$

$$P\left(\bigcap_{i=1}^k H_i\right) = P\left(\bigcap_{i=1}^k X_i < c_i\right) = \phi_k\left(\underline{c}; \underline{R}\right)$$

die k -dimensionale Normalverteilungsfunktion und \underline{R} die Kovarianzmatrix der normalverteilten Zufallsvariablen X_1, \dots, X_k . Die genaue Formulierung und Herleitung ist in [5] beschrieben. Anzumerken ist, daß die Beiträge von eventuell vorhandenen zusätzlichen (lokalen) Beta-Punkten \underline{u}_i^* bei asymptotischer Betrachtung aufaddiert werden können. Erwähnt sei auch, daß sich mit den hier beschriebenen Näherungen iterativ eine Näherung für ϕ_k gewinnen läßt. Standard normalverteilte, korrelierte Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n lassen sich nämlich in der Form

$$\begin{aligned} X_1 &= U_1 \\ X_2 &= a_{21}U_1 + a_{22}U_2 \\ &\vdots \\ X_k &= a_{k1}U_1 + \dots + a_{kk}U_k \end{aligned}$$

darstellen, und es gilt [6,7]:

$$\begin{aligned} \phi_k(\underline{R}; \underline{c}) &= P\left(\bigcap_{i=1}^k \{X_i < c_i\}\right) = \\ &= P\{U_1 < c_1\} \cdot P\left(\bigcap_{i=2}^k \{ \sum_{j=1}^i \alpha_{ij} U_j < c_i \} \mid U_1 < c_1\right) \\ &= \phi(c_1) \cdot P\left(\bigcap_{i=2}^k \{ \alpha_{i1} \phi^{-1}[\phi(c_1)\phi(U_1)] + \sum_{j=2}^i \alpha_{ij} U_j < c_i \}\right) = \\ &= \phi(c_1) \cdot P\left(\bigcap_{i=2}^k \{ \tilde{g}_i(U) < 0 \}\right) \sim \\ &\sim \phi(c_1) \cdot \phi_{k-1}(\tilde{\underline{c}}; \tilde{\underline{R}}) \cdot \prod_{i=2}^k \frac{1}{\sqrt{1-\beta\kappa_i}} \end{aligned}$$

Die tatsächliche Anzahl der Faktoren im Krümmungsterm $\prod_{i=2}^k \frac{1}{\sqrt{1-\beta\kappa_i}}$

hängt davon ab, wieviele \tilde{g}_i 's ($2 \leq i \leq k$) im β -Punkt \underline{u}^* von

$\tilde{F} = \bigcap_{i=2}^k \{ \tilde{g}_i(U) < 0 \}$ "aktiv" sind (d.h. $\tilde{g}_i(\underline{u}^*) = 0$). Durch

$(k-1)$ -fache Rekursion läßt sich somit eine Näherung der Form

$$\phi_k(\underline{c}; \underline{R}) \sim \prod_{i=2}^k \phi(\tilde{c}_i) \cdot \text{Korrekturfaktor}$$

gewinnen.

3. Asymptotischer Beta-Index

Die beschriebenen Resultate können als mathematische Rechtfertigung der Methode zweiter Ordnung angesehen werden. Eine analoge Rechtfertigung der Methode erster Ordnung ist mit Hilfe des "äquivalenten Beta-Index" β_E möglich:

$$\beta_E = \beta_E\{F\} = -\phi^{-1}\{P\{F\}\}.$$

Dies ist, anschaulich gesprochen, der Abstand eines Halbraums vom Ursprung, der den gleichen Wahrscheinlichkeitsinhalt wie F hat (Bild 1).

Bei analoger Grenzbetrachtung wie oben gilt dann für $b \rightarrow \infty$:

$$a) \frac{\beta_E\{bF\} - \beta\{bF\}}{\beta\{bF\}} \rightarrow 0$$

$$b) \beta_E\{bF\} - \beta\{bF\} \rightarrow 0$$

Die Beziehung a) gilt stets, d.h. ohne jegliche Voraussetzung über die Gestalt des Versagensbereiches (bei entsprechend sorgfältiger Definition des Beta-Punkts; s. [8]). Die Beziehung b) gilt stets, wenn "F in der Umgebung des β -Punktes genügend Wahrscheinlichkeitsmasse besitzt", genauer

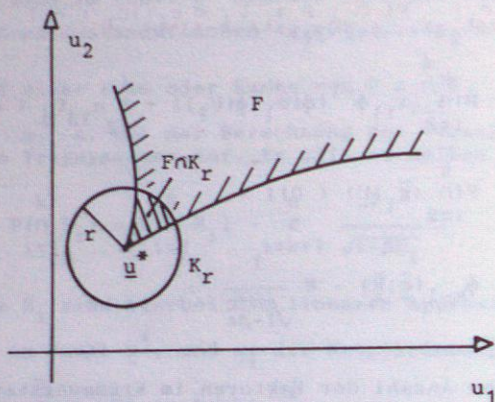


Bild 3

$$\frac{\exp(-\frac{a}{r})}{P[F \cap K_r]} \rightarrow 0 \text{ für } r \rightarrow 0, r > 0 \text{ (und jedes } a > 0)$$

Diese Bedingung dürfte in praktischen Fällen stets erfüllt sein. In den meisten Anwendungen gilt sogar

$$P[F \cap K_r] \geq c \cdot r^n \text{ für } r \rightarrow 0, r \geq 0 \text{ (mit } c > 0).$$

Insgesamt rechtfertigen die Beziehungen a) bzw. b) eine Näherung der Form

$$\beta_E[F] \sim \beta[F].$$

Diese Näherung hat "für große β " einen asymptotisch verschwindenden relativen (Fall a) oder absoluten Fehler (Fall b). Demgegenüber konvergiert etwa der entsprechende Fehler $\Delta\beta_E$ aufgrund statistischer Unsicherheiten bezüglich Standardabweichung ($\Delta\sigma$) oder Mittelwert ($\Delta\mu$) einer Normalverteilung "asymptotisch" gegen einen konstanten Wert.

4. Einflußgrößen

Häufig interessiert nicht nur die Größe der Versagenswahrscheinlichkeit P_f oder des Sicherheitsindex β_E (bzw. der entsprechenden Näherungen nach Methode zweiter bzw. erster Ordnung), sondern auch ihre Abhängigkeit von Parametern. In Anwendungen sind dies z. B. Verteilungsparameter τ , die mit statistischen Unsicherheiten behaftet sind und sich in entsprechen-

den Streuungen der Zuverlässigkeit $\beta_E = \beta_E(\tau)$ niederschlagen. Formal läßt sich eine solche Zufallsgröße $X = X(\tau)$ mit parametrisierter Verteilung in der Form

$$X(\tau) = T(U, \tau)$$

darstellen, wobei τ als Parameter der Rosenblatt-Transformation $T = T(\cdot, \tau)$ erscheint. Das Versagenskriterium $X(\tau) \in F_x$ transformiert sich entsprechend, so daß im u -Raum τ zu einem Parameter des Versagensbereichs $F = F(\tau)$

$$T(U, \tau) \in F_x \text{ bzw. } U \in T^{-1}(F_x, \tau) = F(\tau),$$

bzw. zu einem Parameter von β_E und β wird:

$$\beta_E = \beta_E(\tau) = \beta_E[F(\tau)], \quad \beta = \beta(\tau) = \beta[F(\tau)].$$

Ein charakteristisches Maß für den Einfluß der statistischen Unsicherheit bezüglich des Verteilungsparameters τ auf die Zuverlässigkeit β_E ist die Ableitung $\frac{\partial}{\partial \tau} \beta_E(\tau)$. Bei asymptotischem Grenzübergang, wie in Abschnitt 2 beschrieben, gilt nun

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \tau} \beta_E[F(\tau)] = \frac{\partial}{\partial \tau} \beta[F(\tau)],$$

d. h. es ist nicht nur der Zuverlässigkeitsindex β eine asymptotische Näherung für den "äquivalenten Sicherheitsindex" β_E , sondern auch seine Ableitung nach dem Parameter τ kann als asymptotische Näherung für die entsprechende Ableitung von β_E verstanden werden:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \beta_E[F(\tau)] \sim \frac{\partial}{\partial \tau} \beta[F(\tau)] \text{ "für großes } \beta \text{"}$$

Die Ableitung $\frac{\partial}{\partial \tau} \beta$ wiederum läßt sich einfach durch u^* , β , $\frac{\partial}{\partial u_i} T(u^*, \tau)$ und $\frac{\partial}{\partial \tau} T(u^*, \tau)$ darstellen.

Ein ähnliches Ergebnis konnte auch für den Einfluß von Konstruktionsparametern, die sich formal als Parameter von Grenzzustandsfunktionen $g_{x,j} = g_{x,j}(x, \tau)$ darstellen lassen, erzielt werden. Zur Berechnung von $\frac{\partial}{\partial \tau} \beta$ werden hierbei u^* , β , $\frac{\partial}{\partial u_i} g_j(u^*, \tau)$ und $\frac{\partial}{\partial \tau} g_j(u^*, \tau)$ benötigt; g_j sind die in u^* "aktiven" Grenzzustandsfunktionen im u -Raum. Als technische Schwierigkeit ist zu vermerken, daß, wie Beispiele zeigen, $\beta_E(\tau)$ selbst bei mehrmaliger stetiger Differenzierbarkeit der

$g_j(u, \tau)$ in diesem zweiten Fall nicht notwendig nach τ differenzierbar ist. Solche Sonderfälle dürften in Anwendungen allerdings kaum eine Rolle spielen. Aber selbst wenn die Ableitungen $\frac{d}{d\tau} \beta_E(\tau)$ nicht existieren, gelten asymptotische Näherungen der Gestalt

$$\frac{1}{\Delta\tau} [\beta_E(\tau + \Delta\tau) - \beta_E(\tau)] \sim \frac{d}{d\tau} \beta(\tau) \text{ "für großes } \beta \text{ und kleines } \Delta\tau"$$

Die genauen Formulierungen sind in [8] zu finden.

5. Zusammenfassung

Die aus der Zuverlässigkeitsmethode erster und zweiter Ordnung bekannten Näherungen waren zunächst heuristisch und empirisch begründet. In den zurückliegenden Jahren gelang mit den Mitteln der "asymptotischen Analysis" eine weitgehende Bestätigung und Verallgemeinerung der bekannten Ergebnisse bei gleichzeitiger Vereinfachung der Berechnungsmethoden.

Literatur

- [1] Rosenblatt, M.: Remarks on a Multivariate Transformation. *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 23, 1952, 470-472
- [2] Comité Euro-International du Béton, Joint Committee on Structural Safety: First-Order Reliability Concepts for Design Codes. *CEB Bulletin d'Information*, No. 112, 1976
- [3] Fiessler, B., Neumann, H.-J., Rackwitz, R., Quadratic Limit States in Structural Reliability, *Journ. of the Eng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 105, EM4, 1979, pp. 661-676
- [4] Breitung, K.: Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals. *Journal of the Eng. Mech. Division, ASCE*, Vol. 110, No. 3, 1984, 357-366
- [5] Hohenbichler, M., An Asymptotic Formula for the Probability of Intersections, in: *Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke*, Technische Universität München, SFB 96, Heft 69, 1984, pp. 21-48
- [6] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., A Bound and an Approximation to the Multivariate Normal Distribution Function, *Math. Jap.*, Vol. 30, 5, 1985, pp. 821-828
- [7] Gollwitzer, S., Rackwitz, R., An Efficient Numerical Solution to the Multinormal Integral, *Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke*, SFB 96, Technische Universität München, Heft 80, 1986
- [8] Hohenbichler, M.: *Mathematische Grundlagen der Zuverlässigkeitsmethode erster Ordnung und einige Erweiterungen*, *Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke*, SFB 96, Technische Universität München, Heft 72, 1984

AUSTRITTSRATEN VON MARKIERTEN POISSONSCHEN CLUSTERPROZESSEN

Dr. rer.nat. Karl Schrupp
Siemens AG, München

1. Einleitung

Zur Beschreibung einer umfangreichen Klasse von zeitabhängigen Lasten haben sich markierte Sprungprozesse als sehr nützlich erwiesen. So werden z.B. die Nutzlasten des Hochbaus bevorzugt durch sogenannte Rechteckwellenerneuerungsprozesse beschrieben. Für die Modellierung von Schneelasten wurden gefilterte Erneuerungsprozesse mit dreieckförmigen Marken (Impulsen) vorgeschlagen. Aber auch im Bereich der Straßenverkehrslasten oder der Lasten, die bei einem Erdbeben bei Versagen einer Komponente in Kernkraftwerken auftreten können, wurden verschiedentlich markierte Sprungprozesse verwendet. Die meisten bisher vorgeschlagenen Sprungprozesse für Lasten behandeln aber fast ausschließlich den Fall unabhängiger Lastprozesse, d.h. Auftritt, Intensität und Dauer der Lastimpulse werden sowohl innerhalb eines Prozesses als auch zwischen verschiedenen Prozessen als unabhängige Zufallsvariablen modelliert. Unter dieser Voraussetzung wurden insbesondere für Rechteckwellenprozesse praktikable Näherungslösungen für die Tragwerkszuverlässigkeit unter Kombinationen solcher Lasten hergeleitet (vergl. z.B. [1,2]). Dabei erwies sich für Berechnungen der Tragwerkszuverlässigkeit generell die Methode der Austrittsraten am aussichtsreichsten, zumal hierfür auch wichtige asymptotische Ergebnisse erzielt werden konnten [3,4,5]. Daß aber stochastische Abhängigkeiten in der Wirklichkeit vorhanden sein können und die Zuverlässigkeit von Strukturen maßgeblich beeinflussen, ist unmittelbar einsichtig. In [6] wurden die Auswirkungen einer Reihe von solchen Abhängigkeiten auf die Ergebnisse an einfachen Beispielen demonstriert. In [7] und [8] finden sich Verfahren, Abhängigkeiten der Lastintensitäten in gewissen Fällen zu berücksichtigen. Abhängigkeiten bezüglich der Austritte von Sprüngen wurden erstmals in [9] für stark gefilterte Poisson'sche Rechteckwellen studiert.

Hier soll in Verallgemeinerung des Ansatzes in [9] ein Lastprozeß untersucht werden, der eine spezielle Abhängigkeitsstruktur, die als Clusterung bezeichnet wird, aufweist. Der Prozeß ist ein markierter Poissonprozeß, bei welchem sich die Eintrittsereignisse stochastisch beeinflussen. Die Abschätzung der Versagenswahrscheinlichkeit erfolgt mit der bekannten Ungleichung [3]:

$$P_F(t) \leq \nu \cdot t \quad (1)$$

worin ν die Austrittsrate des Lastprozesses in den Versagensbereich F bezeichnet. Zusätzlich wird eine asymptotische Verschärfung von (1) angegeben und eine praktikable Möglichkeit zur Berechnung der Austrittsrate für komplexe Versagensbereiche F aufgezeigt. Es wird nur der stationäre Fall diskutiert. Die Behandlung des instationären Lastprozesses wie auch die Anwendung der Methoden auf Lastkombinationen sind möglich [10,11].

2. Der markierte Poissonsche Clusterprozeß

Die Beschreibung des Lastprozesses erfolgt der Anschaulichkeit halber in zwei Schritten. Zunächst wird mit Hilfe des unmarkierten Punktprozesses das Phänomen der Clustering beschrieben und anschließend durch hinzufügen einer weiteren Zufallsvariablen der Gesamtprozeß definiert.

Punktprozesse, die die Abhängigkeitsstruktur der Clustering beschreiben, haben die folgende allgemeine Struktur. Es existieren Haupt- und Nebeneignisse. Jedem Hauptereignis (Clusterzentrum) ist eine zufällige Anzahl von Nebeneignissen (Cluster) assoziiert. Der Clusterprozeß ergibt sich durch Überlagerung der einzelnen Cluster. Ausgangspunkt ist der folgende Poissonsche Clusterprozeß:

$$\begin{aligned}
 N(t) &= \int_0^t N_p(\sigma; t) dN_c(\sigma) \\
 &= N_c(t) \quad N_c(t) = 0 \\
 &= \sum_{i=1}^{\infty} N_p(\tau_i; t) \quad N_c(t) > 0
 \end{aligned} \quad (2)$$

mit dem homogenen Poissonprozeß N_c mit Parameter λ und den Sprungzeiten $(\tau_i)_{i \in \mathbb{N}}$ und dem endlichen Erneuerungsprozeß

$$N_p(\sigma; t) = \sum_{j=i}^{\infty} I(\{\rho_j^\sigma \in (\sigma, t)\})$$

der die Anzahl der Erneuerungsereignisse ρ_j^σ mit der Wartezeitverteilungsfunktion F und Erwartungswert μ im Intervall (σ, t) zählt. Diese Anzahl ist durch die diskrete Zufallsvariable Z mit

$$\Pr(Z = k) = p_k, \quad \sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1 \quad \text{und} \quad E[Z] < \infty$$

bestimmt und damit endlich.

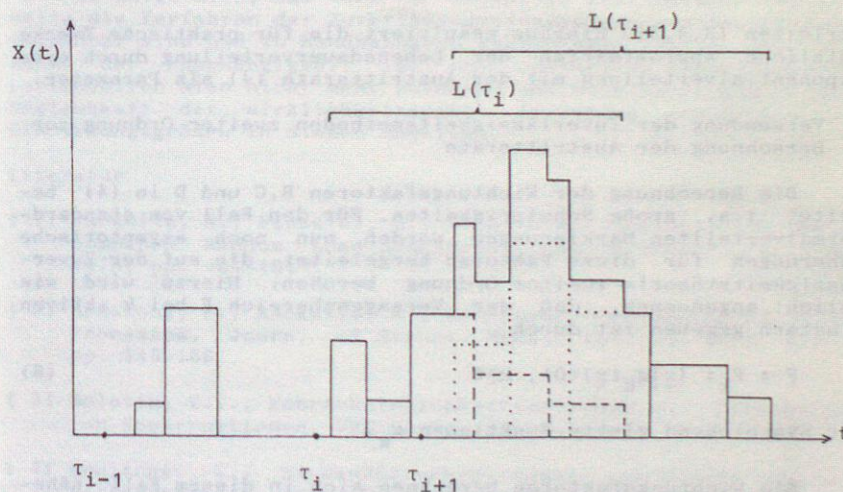
Der Poissonsche Clusterprozeß (2) ist instationär und hat abhängige Zuwächse, seine formale Handhabung ist damit wesentlich schwerer, als die des gewöhnlichen Poissonschen Punktprozesses. Ordnet man nun den Ereignissen in (2) zusätzlich noch unabhängige stetige Zufallsvariablen mit identischer Verteilung zu, so erhält man den hier interessierenden markierten Poissonschen Clusterprozeß. Die formale Definition ist

$$X(t) = \sum_{i=1}^{N_c(t)} \sum_{j=i}^{\infty} A_{ij} I(\{N_p(\tau_i; t) = j\}) I(\{L(\tau_i) \geq t\}) \quad (3)$$

mit A_{ij} den oben beschriebenen Zufallsvariablen (die sogenannte Markierung) und $L(\tau_i)$ der Lebensdauer des in τ_i startenden Clusters. Die praktische Interpretation von (3) ist die folgende: Auslösende Ereignisse, die zu den Zeiten τ_i eintreffen, generieren Cluster mit den Lastwechselzeiten $\sigma_j^{\tau_i}$. Die Lasten selbst sind durch Rechteckwellen mit der Charakteristik A_{ij} gegeben. Der momentane Zustand des Lastprozesses ergibt sich durch Überlagerung der Charakteristika der zum momentanen Zeitpunkt aktiven Cluster.

3. Die Austrittsrate des markierten Poissonschen Clusterprozesses

Der markierte Punktprozeß (3) ist instationär, kann aber mit einem in der Erneuerungstheorie gängigen Grenzübergang in den stationären übergeführt werden [10]. Für diesen stationären Zustand wird nun die Austrittsrate ν in (1) angegeben. Betrachtet man die nachstehende Abbildung, die einen möglichen Pfad eines Prozesses veranschaulicht, so erkennt man leicht, daß der



Der markierte Poissonsche Clusterprozeß (MPCP)

markierte Poissonsche Clusterprozeß drei verschiedene Arten von Sprungstellen aufweist: ein neues Cluster wird generiert, in einem bestehenden Cluster vollzieht sich ein Lastwechsel oder ein aktives Cluster stirbt aus. Dementsprechend besteht die Austrittsrate aus drei Anteilen, die sich aus den zugehörigen Intensitäten und einem Wichtungsfaktor für den Versagensab-

reich F zusammensetzen. Die Austrittsrate für den stationären markierten Poissonschen Clusterprozeß ist gegeben durch

$$\nu = b \sum_{k=0}^{\infty} q_k B(F,k) + c \sum_{k=1}^{\infty} k q_k C(F,k) + d \sum_{k=1}^{\infty} k q_k D(F,k) \quad (4)$$

mit $q_k = \exp(-\bar{\lambda}) \bar{\lambda}^k / k!$ und $\bar{\lambda} = 2 E\{Z\} \mu$.

Die Intensitätsraten b, c und d ergeben sich als einfache Funktionen aus den Parametern $\lambda, E\{Z\}$ und μ des Poissonschen Clusterprozesses. Die Faktoren B, C und D berechnen sich als i. a. komplizierte Faltungsintegrale aus der Verteilungsfunktion der Markierungen A_{ij} . Für wichtige Spezialfälle, so z. B. exponential-, gamma- oder normalverteilte Amplituden, können geschlossene Ausdrücke hergeleitet werden [10]. Für den stationären markierten Poissonschen Clusterprozeß läßt sich bei kleinem Versagensbereich F für (1) die asymptotische Näherung

$$P_F(t) \approx 1 - \exp(-\nu t) \quad (5)$$

herleiten [3,4,5]. Hieraus resultiert die für praktische Zwecke nützliche Approximation der Lebensdauerverteilung durch eine Exponentialverteilung mit der Austrittsrate (4) als Parameter.

4. Verwendung der Zuverlässigkeitsmethoden zweiter Ordnung zur Berechnung der Austrittsrate

Die Berechnung der Wichtungsfaktoren B, C und D in (4) bereitet i. a. große Schwierigkeiten. Für den Fall von standardnormalverteilten Markierungen werden nun noch asymptotische Näherungen für diese Faktoren hergeleitet, die auf der Zuverlässigkeitstheorie zweiter Ordnung beruhen. Hierzu wird wie üblich angenommen, daß der Versagensbereich F bei k aktiven Clustern gegeben ist durch

$$F = F_k = \{x | g_k(x) < 0\}, \quad k \geq 0 \quad (6)$$

für hinreichend glatte Funktionen g_k .

Die Wichtungsfaktoren berechnen sich in diesem Fall näherungsweise zu [11].

$$B(F,k) \approx \phi(-\beta^{(k+1)}) \prod_{j=1}^k (1-\kappa_j^{(k+1)})^{-1/2} \quad (7a)$$

$$C(F,k) \approx \phi(-\beta^{(k)}) \prod_{j=1}^{k-1} (1-\kappa_j^{(k)})^{-1/2} \quad (7b)$$

und

$$D(F,k) \approx \phi(-\beta^{(k-1)}) \prod_{j=1}^{k-2} (1-\kappa_j^{(k-1)})^{-1/2} \quad (7c)$$

mit $\beta^{(k)} = \|x_0^k\| = \min \{ \|x\| | g_k(x) = 0 \}$ dem minimalen Abstand vom Ursprung zum Rand des Versagensbereiches und $\kappa_j^{(k)}$ den Hauptkrümmungen von g_k im Betapunkt x_0^k . Auch in diesem Fall ist die asymptotische Näherung (5) für die Versagenswahrscheinlichkeit gültig, wenn man die Faktoren B, C und D in der Austrittsrate ν durch (7a)-(7c) ersetzt.

5. Zusammenfassung

Für eine umfangreiche Klasse von Lasten auf Bauwerke eignen sich sehr gut sogenannte Rechteckwellensprungprozesse. Allerdings müssen diese Modelle gewisse Abhängigkeiten erfassen können, um genügend wirklichkeitsnah zu sein. Ein Prozess, der Schwarm (Cluster-) bildungen bei der Modellierung der Lastwechsel in und zwischen verschiedenen Prozessen nachbildet, wird vorgestellt und seine Anwendung in zuverlässigkeitstheoretischen Fragestellungen, z. B. der Lastkombination, angedeutet.

Es zeigt sich, daß auch für abhängige zeitvariante Lastmodelle die Verfahren der Zuverlässigkeitsmethode zweiter Ordnung anwendbar sind und zu handhabbaren Ergebnissen führen. Die Annahme der Unabhängigkeit ist zur operativen Behandlung von Lastmodellen also nicht mehr zwingend und erweitert damit die Möglichkeit der wirklichkeitsnahen Erfassung stochastischer Einwirkungsgrößen in diesen Modellen.

Literatur

- [1] Rackwitz, R., Fiessler, B., Structural Reliability under Combined Random Load Sequences, Comp. & Struct., Vol. 9, 1978, pp. 484-494
- [2] Breitung, K., Rackwitz, R., Nonlinear Combination of Load Processes, Journ. of Struct. Mech., Vol. 10, No.2, 1982, pp. 145-166
- [3] Bolotin, V.V., Wahrscheinlichkeitsmethoden zur Berechnung von Konstruktionen, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1981
- [4] Breitung, K., Niveauüberschreitungen von Summen von Zufallsprozessen, deren Pfade Sprungfunktionen sind, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Technische Universität Muenchen, Heft, 32, 1978
- [5] Breitung, K., Asymptotic Approximations for the Maximum of the Sum of Poisson Square Wave Processes, in: Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Technische Universität München, Heft 69, 1984, pp. 59-82

- [6] Wen, Y.K., Pearce, H.T., Stochastic Models for Dependent Load Processes, Dept. of Civil Eng., University of Illinois, 1981
- [7] Rackwitz, R., Approximate Combination of Correlated Load Sequences, Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, Technische Universität München, Heft 21, 1977
- [8] Rackwitz, R., Reliability of Systems under Renewal Pulse Loading, Journ. of Eng. Mech., ASCE, Vol. 111, No. 9, 1985, pp. 1175-1184
- [9] Wen, Y.K., A Clustering Model for Correlated Load Processes, Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 107, ST5, 1981, pp. 965-983
- [10] Schrupp, K., Austrittsraten von Markierten Poissonschen Clusterprozessen und ihre Anwendung in der Zuverlässigkeitstheorie, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Technische Universität München, Heft 77, 1986
- [11] Schrupp, K., Rackwitz, R., Outcrossing Rates of Marked Poisson Cluster Processes in Structural Reliability, zur Veröffentlichung eingereicht bei Applied Mathematical Modelling, 1986

THE STRUCTURAL SYSTEM RELIABILITY PROBLEM. QUALITATIVE CONSIDERATIONS

Ove Ditlevsen

Department of Structural Engineering, Technical University of Denmark.

ABSTRACT

Most of the presently available methods of general system reliability modelling and analysis are impenetrable as far as the question of whether the methods overestimate or underestimate the reliability of the structure with respect to the adverse event of collapse is concerned. The discussion is confined to frame or truss structures. The lack of a clear physical interpretation on the loading side of the current structural reliability analysis models and methods is highlighted and it is argued that the question of what is realistic modelling of the failure criteria is disputable.

It is claimed that the rigid-plastic theory is still worth-while. Criteria for the objectivity of the reliability analysis methodology are discussed on basis of works by Popper and Matheron.

INTRODUCTION

In the context of structural reliability theory a structural system reliability problem is characterized by the simultaneous presence of several different possibilities of adverse structural behavior. For a given mechanical and probabilistic model all the possibilities contribute jointly to the probability of occurrence of the total event of adverse behavior. For statically indeterminate structures of more than some few degrees of indeterminacy the disjoint or overlapping adverse elementary events (often called failure modes) are in general very large in number. The definitions of the single elementary events as well as the number of these depend strongly on the properties of the constitutive laws adopted in the mechanical model (i.e. properties like ductility, brittleness, strain hardening, strain deterioration etc.). Furthermore, the set of elementary events depends strongly on details of the action model, and in particular on the time evolutionary character of the action as defined in a random process formulation.

In recent years a considerable effort has been put into attempts to develop methods of calculating approximations to the probability of the total adverse event defined for any so-called realistic structural system and action model. However, often there is an inverse relation between the claimed realism of the constitutive part of the model and the realism of the action history model for which the calculation is practicable. In fact, most present works are not at all concerned with the problem of how the action grows from zero to the random valued configuration and magnitude assigned to it at any given time. The need for the help of a monster like a giant ten-armed octopus to keep the structure from failing during the phase of transfer of the load to the structure seems to be of minor concern.

The writer's uneasy feeling of doubt and confusion about what is actually calculated in current structural system reliability analyses makes him hold the attitude that the theory of ideal rigid plasticity theory, be it realistic in its elements or not, is nevertheless worth-while as a consistent mechanical basis for model formulation aiming at the study of system reliability effects in redundant structures with ductile failure behavior. In fact, the convenient help from the ten-armed octopus monster is almost equivalent to assuming the validity of the static theorem of the theory of ideal plasticity with associated flow rule for the surviving stable part of the structure.

The following text is a qualitative discussion of the system reliability problem. A list of relevant references is given in (Ditlevsen and Bjerager, 1986) which is a part of a state of the art report prepared by the RILEM-Technical Committee SMS 72 on Stochastic Methods in Material and Structural Engineering. To put the problem in the relevant framework of concepts the main steps of the probabilistic reliability analysis are summarized in the next section. This summary reveals both the common elements with deterministic structural analysis and the conceptual differences between them.

STEPS OF SOLUTION OF THE STRUCTURAL RELIABILITY PROBLEMS

- 1) Identification of the relevant basic physical variables:
 - 1.1) MATERIAL VARIABLES (strengths, stiffnesses) and GEOMETRICAL VARIABLES identified through the process of designing the structural system lay-out and the corresponding formulation of the constitutive models in particular with respect to failure behavior,
 - 1.2) ACTION VARIABLES identified through the process of designing the structural system lay-out, the study of the environmental conditions, and the formulation of the corresponding spatial and temporal load history models.
- 2) Identification of events for design:
 - 2.1) identification of one or more adverse events that are considered to be important for the structural design decisions,
 - 2.2) the mathematical formulation of these adverse events in terms of the models formulated in 1), that is, limit state modelling.
- 3) Choice of the joint probabilistic structure of all the relevant basic variables.
- 4) Formulation of model for quantifying the model uncertainty and the statistical uncertainty related to the points 1), 2), and 3). Description and evaluation in terms of this model of the actual model uncertainty of the limit state definitions of the identified adverse events.
- 5) Calculation of the probabilities of the adverse events:
 - 5.1) conditional probabilities given the limit states without model uncertainty (sensitivity to model uncertainty demonstrated through calculations in several hypothetical cases),
 - 5.2) removal of conditioning by calculating the total probabilities on basis of a weighting of the model hypotheses against each other (Bayesian evaluation of model uncertainty).

Alternative to 5.1) and 5.2): If the model uncertainty is transferred by suitable probabilistic modelling in point 4) into amplified uncertainty of the basic physical variables, then the total probabilities of the adverse events are calculated directly. This pragmatic way of dealing with the model uncertainty will, except for simple cases, not be exactly equivalent to the analysis considered in 5.1) and 5.2). This is due to the different ways the element of professional assessment of model uncertainty is made use of in the two procedures.
- 6) Comparison of the calculated probability with a standard or with a specific reliability requirement for the considered structure. Alternatively the calculated probability (or rather a set of calculated probabilities) may be passed as input to a decision model based on utility optimization principles. This step raises a philosophical problem: in which sense can an objective meaning be given to the very small probabilities of adverse events characterizing highly reliable structures? This nontrivial problem of the objectivity of the reliability analysis methodology will be discussed in the last section.

In principle any considered adverse event is completely defined within the full model formulated in 1) and 2). However, the defining characterization will in general not be given directly in terms of a sufficient number of equations

(relations) or algorithms that quantitatively define the limit state in the space of the physical variables. The characterization is often a verbal statement that necessitates the carrying out of a structural analysis procedure before the probability calculation can be started. At first glance this structural analysis part contains no probabilistic elements. It follows usual deterministic methods. However, this is only so for simple structural systems for which it is reasonably easy to identify the complete limit state surface. For systems of realistic size it becomes almost out of the question to do a detailed identification of all parts of the limit state surface. In a usual deterministic analysis for design with a given load configuration and proportional loading this complete identification is not needed because the multidimensional problem is turned into the scalar problem of determining the load factor that corresponds to the limit state situation. Thus, only one point of the limit state surface is relevant for the considered deterministic load configuration and strength variable values.

The opposite holds for a probabilistic analysis. Here the entire limit state surface is needed in order to provide an exact calculation of the probability of the adverse event. As mentioned, this is often impracticable and also it is not necessary if only approximate results are needed for guiding the design decisions.

Instead the efforts are concentrated on the identification of subsets (sub-events) and supersets (superevents, the opposite of subevents) of the adverse events and calculation of the probabilities on these bounding sets. In passing, it is noted that model uncertainty considerations can be included in this bounding procedure. The practical design situation usually defines a standard for the required narrowness of the bounding in terms of the probabilities.

The process of identifying sub- and supersets involves both structural analysis methods and probabilistic considerations. The probability of the event corresponding to the set difference between the superset and the subset of the adverse event is the measure of the accuracy. Thus, the search strategy for bounding sets should focus on determining bounding approximations that are close in the vicinity of those parts of the limit state surface at which the joint probability density of the basic variables takes the largest values.

REMARK 1: Such a strategy is used in the so-called FORM and SORM methods of probability calculation. These methods consider a representation of the limit state surface in a standardized Gaussian space (zero mean vector, unit covariance matrix). In this space the limit state surface is approximated by simpler surfaces at one or more points of local minimum of the distance from the origin. In single point or multiple point FORM (first order reliability method) the limit state surface is replaced at each of these points by a hyperplane at the same distance from the origin as the limit state surface. The set of these hyperplanes defines a convex polyhedral set for which several different approximate probability calculation methods are available. This polyhedral set is taken as an approximation to the complement S of the set of the adverse event. However, the polyhedral set is not necessarily either a subset or a superset of S . Thus, a general relation between the calculated probability and the exact probability cannot be specified. The experience shows that the approximation is often very good in particular when the probability of the adverse event is small. Asymptotic considerations support this experience. Similar remarks apply to single point or multiple point SORM (second order reliability method) in which second degree hypersurfaces are used instead of hyperplanes. Furthermore, these remarks apply when a point of local minimum of the distance from the origin on the limit state surface is a singular point with respect to differentiability. For this case a single (or multiple) point multiple FORM or SORM can be applied if the singularity is of a type which can be defined completely by a finite number q of different tangential hyperplanes meeting at the point. Mul-

multiple FORM considers the surface defined solely by these q hyperplanes while multiple SORM includes second degree surfaces in all directions orthogonal to the linear space spanned by the q normal vectors to the hyperplanes that define the type of singularity.

It follows from Remark 1 that the requirement that the approximating sets are subsets or supersets to the set of the adverse event in some respects is not critical. In particular, this is the case if the requirement is violated only in regions of low probability density.

DISCRETIZED STRUCTURAL SYSTEM RELIABILITY MODEL

In order to make a reliability analysis of a redundant frame or truss structure practicable it is usually necessary to set up an idealized model of the structural system with respect to its possibilities of failure. For a frame structure, for example, this may be done by choosing a finite number of points in the structure at which local yielding or carrying capacity degradation can take place. Between these failure points the beams of the structure are modeled to be infinitely strong. Of course, the sensitivity of the calculated reliability to this discretization should be judged. If the loads are assumed to act indirectly on the structure, the set of points of action may be taken to be finite. The distribution of internal moments along the members of the structure then have local extremes at these points of load action. Together with points of geometrical singularity they are natural candidates as failure points. Besides these points there may be points of built-in weakness which should also be included in the set of potential failure points.

When a reasonable idealization of the structural failure system has been established in this way, and the set of possible post failure unit strain rates at the failure points is finite, it is in principle possible to identify all failure modes of the system. A failure mode is here defined as a mechanism by which a part of or the entire structure is at least infinitesimally moveable with rigid structural parts between the points of yielding or failure. If there is a joint effect with respect to failure from the different internal force components at the potential failure point (interaction), the number of possible unit strain rates is infinite. Then there is an infinity of different failure modes. Usually this is the case for spatial frame structures.

By this discretization modelling of the structure the possibility of failure point formation at other points than those belonging to the selected finite set of points is disregarded. The effect is that the idealized discretized model leads to an overestimation of the reliability as obtained from a less idealized model of the real structure.

If the model allows for any type of behaviour ranging from ideal plasticity in some failure points through specified strength degradation depending on the angular rotation and the displacement in other failure points to complete disintegration in the rest of the failure points, the set of possible failure modes and the resistance capacity of these failure modes at any given time depend on the load history. This necessitates quite restrictive idealizations usually achieved by requiring the load path to be of a specified simple mathematical form. In any case, if not all failure modes are identified and included in the reliability analysis, the calculated result will be an upper bound on the reliability, that is, it gives an unconservative result.

RIGID-IDEAL PLASTIC MODEL

The only simple case of modelling where the load history has no influence on the set of failure modes and their resistances is the case of rigid-ideal plastic behavior in all the potential failure points and infinitely rigid structural elements between the potential failure points. The potential failure points are then called potential yield hinges.

The definition of ideal plasticity used here implies a strain-independent convex yield condition with the associated flow rule (the normality condition). This ensures the validity of a lower bound theorem which states that the structure is able to carry the load if and only if there exists a statically admissible set of internal forces in all the potential yield hinges such that these internal forces nowhere violate the yield condition.

The "if" part of this lower bound theorem is not valid if the flow rule is rejected. Thus, a reliability analysis based on calculations with statically admissible internal forces without adopting the flow rule has no status as far as being on the safe side is concerned unless the entire internal force history as function of the load history is taken into account in the analysis.

Ideal plasticity theory also contains an upper bound theorem which states that the structure will not be able to carry the load if and only if there exists a kinematically admissible set of rates of rotations and displacements (strain rates) imposed at the yield hinges so that the corresponding plastic dissipation is at most equal to the rate of work done by the external forces moving in accordance with this imposed strain rate field.

The "only if" part of this upper bound theorem is not valid if the flow rule is rejected. Thus the flow rule is not necessary for the validity of an upper bound reliability analysis. However, results of such an analysis may become unconservative.

GENERAL STRUCTURAL SYSTEMS. SEQUENTIAL SAFE SET

Structural system reliability theory often shows overwhelming difficulties due to complicated redistributions of the load effects after each element failure. Thus, the failure probabilities can be dependent on the ordered sequence of element failures. This implies that the entire random load path can affect the reliability of the structural system. However, most current methods of calculating the reliability of general structural systems do not contain load path assumptions. They are solely intended as purely time independent random variable models without concern about the question of how the load vector is gradually transferred to the structure.

In fact, with q potential failure points, referred to in the following as failure elements, most of these models define the full system failure event as the union of the $q!$ formal "system failure" events that correspond to the $q!$ different ordered sequences of failure elements. During computation, the structural model is changed step by step from the model of the original linear elastic structure of full integrity through a sequence of models corresponding to a more and more damaged structure. In order to give a specific definition of the safe set let \bar{x} be a value of the vector of all basic variables X in the structural problem, and consider a given sequence of first, second, ..., q th potential failure element. First the basic model is considered. It is the model of the undamaged linear elastic structure completely defined by \bar{x} . If the limit state of the first potential failure element is not passed, the structure is said to be statically stable under \bar{x} in the considered sequence. Otherwise the pre-failure constitutive properties of the first failure element are replaced by its post-failure constitutive properties. Often the failed element is simply removed completely and replaced by an "equivalent" external set of forces kept at fixed residual strength values (zero for ideal brittle failure, yield strength for ideal plastic failure). The statics of this second model of the sequence is computed at the value \bar{x} . If there is a static solution, it is

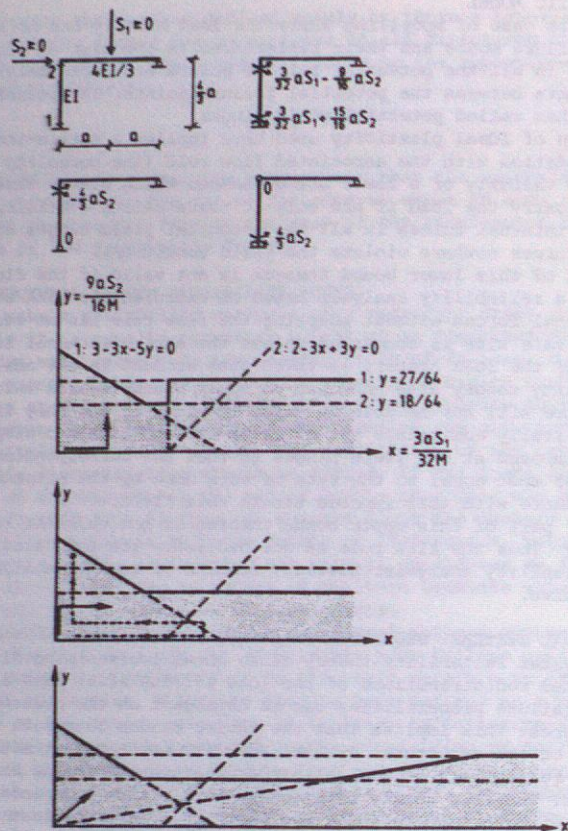


Fig. 1. Illustration of the load path dependency neglected by the sequential stable configuration definition of the safe set. The structure is a simple linear elastic frame as shown in the upper left corner (the example is taken from (Bennett and Ang, 1986)). The points 1 and 2 are the potential failure elements. They are ideal brittle with moment capacities $\pm M$ and $\pm 2M/3$ respectively. Upon failure the points turn into moment-free hinges. The bending moments of the intact failure elements are shown in the upper right corner. Next row of drawings show the bending moments after failure at point 1 or point 2 respectively. The three x, y -coordinate systems show the safe sets corresponding to the indicated loading paths: (S_2 first, then S_1), (S_1 first, then S_2), (S_1, S_2 growing proportionally from zero) respectively. The safe set of the second load path is the smallest of the three and it coincides with the sequential safe set of the structure. It has been claimed, e.g. in (Bennett and Ang, 1986), that the sequential safe set is always a subset of the safe set obtained for models with load paths. For this to be true certain restrictions must be imposed on the load path types. In this example it is only needed to take a piecewise linear load path like $(x, y) = (0, 0) + (0.9, 0) + (0.9, 0.1) + (0.1, 0.1) + (0.1, 0.5)$ in order to get failure. The path is entirely in the sequential safe set.

checked whether the second potential failure element has passed its limit state. If not, the structure is, as above, said to be statically stable under x in the considered sequence. Otherwise the computation is carried on for the second element as for the first element and the third model of the sequence is formulated. Computing and modelling recursively in this way either reveals that the structure is statically stable under \bar{x} in the considered sequence or that one of the models of the sequence exhibits static instability, i.e. that there is no static solution (at the latest the q th model). The value x is in this modelling universe said to belong to the safe set of the structural system if and only if the structure is statically stable under x in all the $q!$ different sequences. This definition of the safe set will be referred to as the sequential stable configuration definition and the corresponding formal safe set will be called the sequential safe set of the structural system. Its complement is called the sequential failure set.

The definition of the sequential safe set has a certain intuitive appeal. However, in general it lacks physical interpretation in relation to load path specifications. Except for the two special cases mentioned in the following it seems difficult to characterize the sequential safe set as being either a subset or a superset of the "real" safe set defined in a physically interpretable sense in an extended model that contains load path specifications.

Let A be the following property: There is at least one stable structural configuration under x . From the definition of the sequential safe set it is obvious that if x is in the sequential safe set, then property A holds. However, if A holds, it cannot be concluded that x is in the sequential safe set. A model in which the safe set is defined as the set of points x for which property A holds may be called a stable configuration type of model. For such a model the safe set is a superset of the safe set corresponding to any extended model with load path dependency. The stable configuration type of model is suitable for structures with rigid-ideal plastic failure elements (the lower bound theorem).

For a structural model where all failure elements are elastic-ideal brittle (element removed by failure) it can be shown by a simple proportioning argument that the sequential safe set is a subset of the safe set in a model where the load is grown proportionally and monotonically from zero to its final value contained in x as a subvector of x .

WHAT IS "REALISTIC" CONSTITUTIVE MODELLING IN SYSTEM RELIABILITY ANALYSIS?

Realistic modelling of element stress-strain behavior in structures like large spatial frame structures made of tubular elements is beset with several difficulties. First the information on which the modelling is based as a rule comes from laboratory experiments with idealized elements under idealized loading conditions. Second, the number of relevant test results is usually very modest and the results show large scatter. Third, it is often not clear according to which mechanical principles realistic element failure conditions should be formulated, in particular in cases where internal force interactions play a significant role. One must add to this the problem of how the strain rates after local failure should be modelled.

It is not rare that recourse to the methods and restrictions of ideal plasticity theory is had in these problems. For example, it is established design practice to "decompose" tubular connections in off-shore jacket structures into connections for which experimental results are available. Each of the competent connections take a "safe part" of the stresses. The capacity of the composite connection is then calculated by adding over all components with the proviso that the carrying capacity of a material part is not used more than once. This method is seen to be simply an application of the static theorem of ideal plasticity theory.

In spite of such common practice, it is a widespread opinion that plasticity theoretical solutions are of limited validity for real structures. For some part this opinion is based on a scepticism about the necessary extensive idealizations of the stress-strain behavior including the requirement of sufficient plastic strain capacity. As far as these provisions are concerned it is interesting to observe that developments in reinforced concrete plasticity theory show that the theory works surprisingly well as a regression model for predicting failure loads even in cases where the idealizations seem to be far-fetched (e.g. for shear failures). The biases of the predictions are well corrected by regression analysis using an effectivity factor v applied to the test cylinder concrete strength which depends on the type of failure. Reprints of figures from (Nielsen, 1984) illustrating this are shown in Figs. 2 and 3.

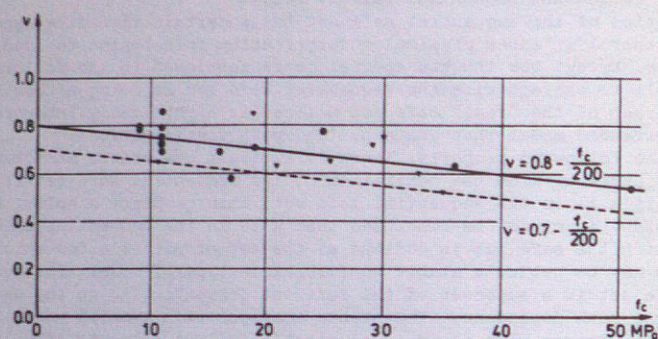


Fig. 2. Reprint of Figure 5.26 in (Nielsen, 1984) showing experimentally determined effectiveness factors v for shear reinforced concrete beams failing in the shear mode. The horizontal axis represents the concrete cylinder compression strength f_c . The full straight line is obtained by linear regression.

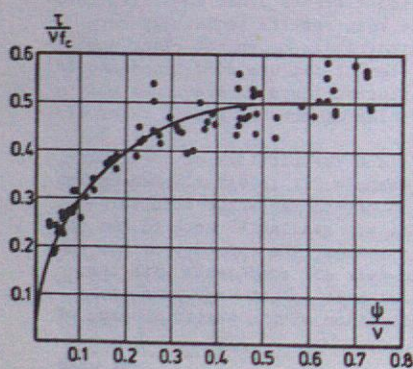


Fig. 3. Reprint of Figure 5.27 in (Nielsen, 1984) showing the experimentally obtained shear carrying capacity τ normalized by the effective concrete strength $v f_c$ as a function of the degree of shear reinforcement ψ (see (Nielsen, 1984) for details). The effectivity factor v is taken from the linear regression in Fig. 2. The curve is obtained as the rigid plastic solution to the carrying capacity problem.

It may, perhaps, be possible to extend this effectivity factor approach to a model uncertainty approach in random vector form for system reliability analysis based on a consistent formulation in terms of the ideal plasticity theory. In any case, it should be remembered that the rejection of the ideal plasticity theory in order to achieve more realism in the modelling of the structural member behaviour simultaneously implies a severe lack of realism with respect to the load modelling for which the reliability analysis can be carried through. Also a price of substantial increase of the complexity of the analysis has to be paid.

The last 5 to 10 years of development of effective methods of calculating probabilities on complicated sets of small probability content including the development of search methods for identifying the most important parts of the sequential failure set has provided the necessary prerequisites for the analysis of structural system models that include load path dependence. However, the model formulation problems and the computational difficulties seem to be of a nature that makes it worth-while to proceed with further studies of the ideal-plastic models subjected to random load histories. For more general and realistic structural systems substantial development in the not too far future is for quite restrictive load paths of deterministic shape (proportional loading).

OBJECTIVITY OF THE RELIABILITY ANALYSIS METHODOLOGY

According to Popper (1972) the crucial criterion of objectivity of a model mirroring some real world phenomenon is that the model can in principle be put to the test of falsification. Structural reliability theory aims at calculating probabilities of adverse events defined within the models of the theory. These adverse events correspond to features in the real world of structures and the calculated probabilities are anticipated in some sense to contain information of empirical value. Following Matheron (1978) (see also Hasofer (1984)), Popper's falsification criterion has been given in statistical modelling the form of hypothesis testing: If a prespecified event has a calculated probability of very small magnitude, then the model is considered falsified if the event actually occurs in the corresponding real experiment. Since adverse events in structural reliability are given very small probabilities, a reliability model used for design of a structure should be considered falsified if one of the adverse design events actually occurs. The interpretation of this is that if a structural failure after close investigation cannot be attributed to a radical error (mistake, gross error) resulting in a deviation from the theoretical design, then the reliability model is falsified, i.e. it contains a radical error.

Structural reliability models differ in their nature fundamentally from other types of probabilistic models in that their targets of interest are events of very small probability. Furthermore, the interest is not in the absolute probability value, except that it has to be small, but in the relative probability values between different adverse events for the same or different structural solutions of a given building construction problem. That is, the probabilities of the adverse events primarily serve as indicators of a reliability ordering. This ordering makes it possible to formulate a statement like "these two structures are equally reliable with respect to the adverse event A". The point dividing the probability scale into sufficiently reliable and insufficiently reliable structures with respect to event A is purely conventional and obtained by declaring a comparison standard defined as a given structural design to be just sufficiently reliable with respect to event A. This declaration is given on the basis of a general consensus within an authorized code committee. Clearly the numerical value of the dividing point on the scale depends on the chosen reliability model. Matheron's formulation of the

falsification criterion is seen to need an extension since it is otherwise not possible to falsify the imposed reliability ordering.

The requirement of objectivity necessitates at least a strategy of code committee action that in the long run eventually will put the reliability model to a test of falsification. One such strategy of action, and perhaps the only one, is to gradually change the comparison standard in the direction of less reliability. Eventually the reliability model will lead to designs that with some observable frequency will exhibit adverse behavior. From data of observations of such adverse events it is in principle possible to set up a falsification test of the reliability ordering. It is crucial, however, for the long run objectivity of the reliability analysis method that the methodology is kept free of arbitrary choices of elements to which the reliability measure is sensitive. Only empirical or internally objective choices (Matheron, 1978) of elements should be left to the designer. This implies that the objectivity requirement necessitates the existence by general consensus of a code of standardizations of certain elements of the reliability model. These standardizations should at least include assumptions about distributional tails to be used in the reliability analysis.

The practical difficulty of performing the test of falsification due to the extremely rare adverse events under study enforces the principle of anticipatory modelling (Matheron, 1978). The striving for objectivity necessitates that the total reliability model be built from partial models that can be much more easily put to the test of falsification and which are combined by operational rules that can be claimed to be objective, i.e. natural laws, rules of geometry, rules of probability calculus etc. The partial models may very well be built as simplifying idealizations of more complicated models. So even if a model is falsified by some comparison with the part of the real world of which it is intended to be some mirror image, the model may be accepted for practical use on account of the error not being misleadingly large. The point is that a falsifiable model for the error can still be formulated.

Returning to the ductile structural systems the objectivity of an ideal plastic model, which in principle is calibrated to the anticipatory model of the more realistic stress-strain behavior by use of random effectivity factors, is ensured by the possibility of making comparative simulation calculations. Future investigations should provide the necessary information on effectivity factors for typical examples of ductile structural systems, and thereby open the doors for realistic anticipatory modelling in terms of ideal plasticity theory. In all this it should be remembered that in stochastic modelling there is no need for detailing the behavior of the individual outcomes of the random experiment beyond what can be captured by the probabilities of the events of practical relevance. More than that tends to overstep the threshold of objectivity (Matheron, 1978).

ACKNOWLEDGMENT

The author appreciates interesting discussions with A.M. Hasofer on this philosophical matter during his visit to the Department of Structural Engineering, Technical University of Denmark during the winter of 1986-87.

REFERENCES

- Bennett, R.M. and A.H.-S. Ang (1986). "Formulations of Structural System Reliability". *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 112, pp. 1135-1151.
Ditlevsen, O. and P. Bjerager (1986). "Methods of Structural Systems Reliability". *Structural Safety*, 3, pp. 195-229.
Hasofer, A.M. (1984). Objective Probabilities for Unique Objects, in *Risk, Structural Engineering and Human Error*, M. Grigoriu (ed.), University of Waterloo Press, Waterloo, Ontario, Canada, pp. 1-16.

- Matheron, G. (1978). *Estimer et choisir, Les Cahiers du Centre de Morphologie, Mathématique de Fontainebleau, Facicule 7*. Translated into English: *Estimating and Choosing*, by A.M. Hasofer (1987).
Nielsen, M.P. (1984). *Limit Analysis and Concrete Plasticity*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
Popper, K.R. (1972). *The Logic of Scientific Discovery*, Hutchinson, London.

POSTSCRIPT

This paper will also be presented as a keynote lecture at ICASP5 (Fifth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering), Vancouver, May, 1987. This release should be considered as a preprint.

Dr.-Ing. S. Gollwitzer
Bogenstr. 9, 8000 München 80

1. Einführung

In den letzten Jahren wurden weltweit große Anstrengungen unternommen, die Zuverlässigkeit von Tragwerken mit ideal starr-plastischem oder ideal elastoplastischem Komponentenverhalten zu berechnen und außerdem Versagen infolge Verlust der Stabilität einzubeziehen. Eine Lösung gelang zunächst nur für sogenannte Daniels-Systeme [1] und gewisse einfache Seriensysteme. Mit dem durch die Entwicklung der Zuverlässigkeitsmethode 1. und 2. Ordnung geschaffenen, erweiterten rechnerischen Möglichkeiten läßt sich der ursprünglich von Murotsu [10] vorgeschlagene und in [11] und [12] fortentwickelte Ansatz mit einem Versagensbaum auch auf allgemeinere Systeme ausdehnen und verbessern. Dies soll Gegenstand des vorliegenden Beitrags sein.

Wie in [2] dargelegt, hat die Reihenfolge von Zustandsänderungen in Strukturkomponenten - dort am Beispiel von Momentengelenken demonstriert - bei Mechanik nach Theorie I. Ordnung und ideal-starrplastischem oder elastoplastischem Materialverhalten keinen Einfluß auf die mit Hilfe des Arbeitssatzes ermittelten Grenzzustandsgleichungen von kinematischen Mechanismen. Geht man jedoch vom ideal duktilen Materialverhalten ab, und/oder berücksichtigt geometrische Nichtlinearität im mechanischen Modell, so hat die Reihenfolge der Zustandsänderungen, die in einem redundanten Tragwerk zum Systemversagen führen, einen mehr oder weniger deutlichen Einfluß auf Art und Formulierung der Systemversagensmodi. Weiter vergrößert sich die Anzahl der möglichen Systemversagensmodi von der Anzahl aller möglichen Mechanismen auf alle möglichen Reihenfolgen an Zustandsänderungen bei allen möglichen Mechanismen. Die Vereinigung all dieser Versagensbereiche beschreibt weiterhin exakt das Systemversagensereignis. Bei Mechanik nach Theorie II. Ordnung können noch weitere Systemversagensmodi vom Typ Stabilitätsversagen hinzukommen.

Die andere, nicht weniger einschneidende Konsequenz dieser Erweiterung des mechanischen - und implizit auch des stochastischen - Modells ist eine nunmehr wesentlich kompliziertere Formulierung der Systemversagensmodi.

2. Allgemeine Formulierung

Eine allgemeine Formulierung kann hier nur insoweit gegeben werden, als versucht wird an Hand einfacher Beispiele ihre wesentlichen Inhalte zu demonstrieren. Jede Zustandsänderung läßt sich als eine Grenzzustandsbedingung

$$(C_i^j) := (c_i^j(\underline{X}) \leq 0); \quad \text{z.B. } (M_{pl,i} - M_i^j(\underline{X}) \leq 0) \quad (1)$$

im Raum der streuenden Größen X formulieren. Der Index j bedeutet die Anzahl der im j -ten Tragwerkszustand schon eingeführten Zustandsänderungen ("Zustand j "). Bei einem ν -fach statisch unbestimmtem Tragwerk gilt demnach $j \leq \nu$. Der Versagensbereich eines Systemversagensmodus läßt sich dann als Schnittmenge von maximal $\nu+1$ Grenzzustandsbedingungen darstellen.

$$(F_{C,i}^\nu) = \left([C_i^\nu] \cap \left[\bigcap_{j=0}^j (C_{t(j)}) \right] \right) \quad (2)$$

$t(j)$ ist eine Indexfunktion, die eine mögliche Reihenfolge von Zustandsänderungen im Tragwerk festlegt. Zu beachten ist dabei, daß nach jeder Zustandsänderung eine Neuformulierung des mechanischen Tragverhaltens erforderlich ist.

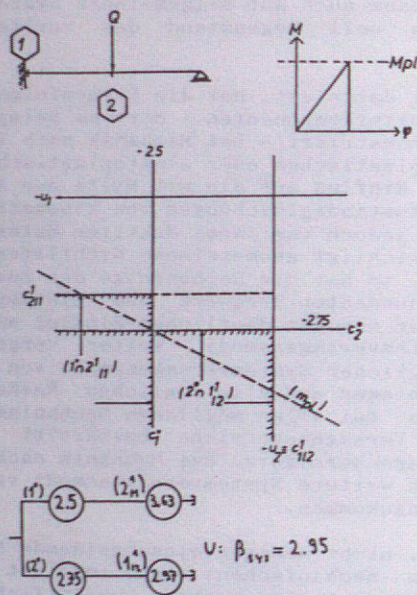


Bild 1

Die Zusammenhänge können an einem einfachen Beispiel erläutert werden. Gegeben ist ein einfach statisch unbestimmter Einfeldbalken unter deterministischer Last Q . Die beiden möglichen Zustandsänderungen sind Momentengelenke mit ideal elastosprödem Verhalten in den Punkten 1 (Einspannung) und 2 (Feldmitte, Lastangriffspunkt). Die Widerstandsgrößen ($M_{gr,1}$

und $M_{gr,2}$) sind unabhängige, normalverteilte Variablen mit Mittelwert $\mu_m = \frac{Ql}{2}$ und Variationskoeffizient $V_m = 0,25$. Das Bild 1 zeigt das System und die Bereichsgrenzen der beiden möglichen Systemversagensmodi im Raum unabhängiger standard normalverteilter Variablen (U -Raum). Folgende Wege zum Versagen des Systems sind in Betracht zu ziehen:

- Zuerst Gelenk in 1 (im Zustand⁰), dann Gelenk in Punkt 2.
- Zuerst Gelenk in 2, dann Gelenk in Punkt 1 (im Zustand¹).

Die Grenzzustandsfunktion bei ideal duktilem Verhalten (hier führen beide Reihenfolgen zum gleichen Mechanismus) ist zum Vergleich gestrichelt eingezeichnet.

Die Sicherheitsindizes β ($\beta = -\Phi^{-1}[P(.)]$) der beiden Grenzzustandsbedingungen im Zustand 0 betragen

$$\beta(C_1^0) = 2.5$$

$$\beta(C_2^0) = 2.75$$

Die äquivalenten β -Werte [3] der beiden Systemversagensmodi - hier Schnittmengen von jeweils 2 Grenzzustandsbedingungen - sind 3.63 und 2.97. Die Vereinigung über die beiden Systemversagensmodi liefert das äquivalente β des Systemversagensbereiches $\beta_{sys} = 2.95$ bzw. $P_{f,sys} = 1.6 \cdot 10^{-3}$. Die Wege zum Systemversagen lassen sich in einem Versagensbaum darstellen, siehe Bild 1-unten. Jeder Ast im Versagensbaum repräsentiert ein Systemversagensereignis. Die eingekreisten Zahlen sind die β -Werte der Grenzzustandsbedingungen im Zustand 0 (linke Spalte), bzw. die äquivalenten β -Werte der auf einem Ast von links nach rechts in ihren Dimensionen monoton anwachsenden Schnittmenge (im Beispiel nur bis zur Dimension 2).

Im allgemeinen Fall (Gl. (2)) stellt sich der Grad an Redundanz eines Tragwerkes, bzw. die damit verbundenen Zustandsänderungen von Komponenten, als Schnittmenge dar. Damit wird die Ermittlung von Schnittmengenwahrscheinlichkeiten zum zentralen Problem bei der zuverlässigkeitstheoretischen Betrachtung redundanter Tragwerke, die im Rahmen der Zuverlässigkeitsmethoden 1. und 2. Ordnung erfolgen kann. Dabei werden die Grenzzustandsfunktionen der einzelnen Modi ($C_i^j(U) = 0$) im U -Raum dargestellt [4] und in geeigneten Punkten linearisiert [5]. Die Ermittlung der Schnittmengenwahrscheinlichkeiten wird auf die Auswertung des multidimensionalen Normalverteilungintegrals zurückgeführt [6,7,8]. Der Wahrscheinlichkeitsinhalt der übergeordneten Vereinigungsmenge (Vereinigung über die Systemversagensmodi von Typ Gl. (2)) kann dann mit einem der beiden in [3] angegebenen Verfahren berechnet werden.

3. Suchalgorithmen und Wahrscheinlichkeitsschranken

Wenn man die Wahrscheinlichkeiten von Schnitt- und Vereinigungsmengen bestimmen kann, läßt sich ein Algorithmus zum

Auffinden der dominanten Systemversagensmodi angeben. Derselbe Algorithmus erlaubt Schranken für die Systemversagenswahrscheinlichkeit $P_{f,sys}$ zu berechnen und diese bei Bedarf beliebig zu verengen. Beides ist für reale Tragwerke von großer Bedeutung, da die Anzahl der möglichen Systemversagensmodi viel zu groß würde, um eine vollständige Untersuchung durchführen zu können. Der Algorithmus, der auf [10],[11] und [12] aufbaut, soll an folgendem, hypothetischem Beispiel erläutert werden (siehe Bild 2).

Gegeben sei ein 2-fach statisch unbestimmtes Tragwerk mit $K = 4$ potentiellen Momentengelenken. Damit führen maximal 3 Gelenke zum Systemkollaps. Weiterhin sei auch Stabilitätsversagen (Theorie II. Ordnung) möglich. Ein Systemversagen aufgrund des Stabilitätskriteriums läßt sich als Nulldurchgang des kleinsten Eigenwertes der Systemsteifigkeitsmatrix (im Zustand j) in Form einer Grenzzustandsbedingung anschreiben (Näheres hierzu siehe [8] und [9]).

$$\{A^j\} := \{ \min (\lambda_r^j(X) \leq 0) \quad (r) \quad (3)$$

Die Notation in Bild 2 folgt derjenigen von Bild 1.

- Schritt 1: Ermittle die β -Werte für alle Grenzzustandsbedingungen im Zustand 0, hier also für die 4 potentiellen Momentengelenke.
- Schritt 2: Führe die dominante Zustandsänderung (hier im Punkt 3) ein und
- Schritt 3: berechne die äquivalenten β -Werte der $K-1$ (hier 3) Schnittmengen der Dimension 2 im Zustand 1 (Gelenk in Punkt 3 schon eingeführt).
- Schritt 4: Suche den dominanten Modus aller bis jetzt abgearbeiteten Äste des Versagensbaumes und führe die nächste Zustandsänderung ein, falls das dominante Ereignis auf dem gleichen Ast des Versagensbaumes liegt. Ist dagegen ein β -Wert aus einem früheren Systemzustand jetzt dominant, so gehe in diesen Zustand zurück und führe die damit festgelegte Zustandsänderung ein. Im Beispiel wird in Zustand 0 zurückgesprungen und das Gelenk in 1 eingeführt.
- Schritt 5: Berechne alle möglichen äquivalenten β -Werte der auf dem gerade aktuellen Ast des Versagensbaumes im Zustand j möglichen Schnittmengen. Im Beispiel wird jetzt der oberste Ast (Zustand 1) abgearbeitet.
- Schritt 6: Wiederhole Schritt 4 und 5 bis Systemkollaps entlang einer Folge von Zustandsänderungen auftritt oder bis Stabilitätsversagen in einem der Tragwerkszustände zum dominanten Ereignis wird.
- Schritt m Im Beispiel wird im Schritt 6 das Gelenk in Punkt 3 eingeführt und im Schritt 7 werden zwei Systemversagensmodi auf dem Ast: 1-3 (zuerst Gelenk in 1, dann im Punkt 3) des Versagensbaumes gefunden. Dabei erweist sich der Ast 1-3-4 mit einem äquivalenten $\beta=4.0$ als dominant.

$$\beta = -\phi^{-1}(P) \quad \beta_{3/1,2}^2 = \beta(1 \cdot 0 \cdot 2_{11}^1 \wedge 3_{11,2}^2) = 6.4$$

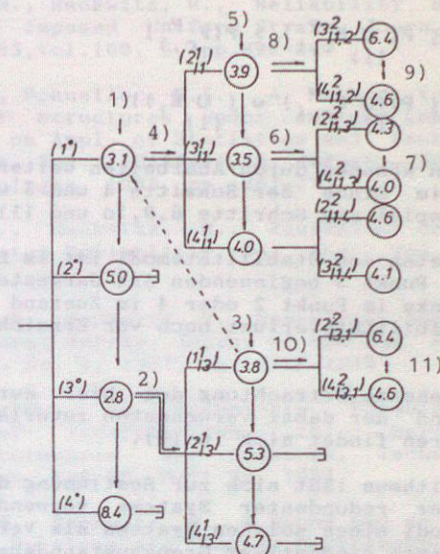


Bild 2

Der durch diesen dominanten Ast des Versagensbaumes definierte Versagensbereich stellt die größte Untermenge des Systemversagensereignisses dar und folglich ist die Wahrscheinlichkeit dieser Ereignisse eine untere Schranke für $P_{f,sys}$.

$$\begin{aligned} P_{f,sys} &\geq P[F_{C,1}^2] = (\text{im Beispiel } P[F_{C,1}^2]) \\ &= P[(C_{4/1,3}^2) \cap (C_{3/1}^1 \cap C_1^0)] \\ &\approx \phi(-4.0) = 3.2 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

Im Beispiel erhält man unmittelbar danach Ast 1 - 3 - 2 als Systemversagensmodus und somit die Ereignismenge

$\{F_{C,2}^2\} = \{C_{2/1,3}^2 \cap (C_{3/1}^1 \cap C_1^0)\}$. Die untere Schranke verbessert sich zu

$$P_{f,sys} \geq P[F_{C,1}^2 \cup F_{C,2}^2] \leq P[F_{C,1}^2]$$

Eine obere Schranke für $P_{f,sys}$ ergibt sich, wenn man über die abgeschlossenen (im Beispiel 2) und über alle nicht beendigten

Äste des Versagensbaumes vereinigt (im Beispiel sind dies 2 Äste im Zustand 0 und 5 Äste im Zustand 1). Bezeichnet man die Ereignismengen nicht abgeschlossener Äste mit E_1 , so kann man die Schranken formal angeben

$$P_{f,sys} \begin{cases} \leq P[U F_{c,i}^v] \geq P[F_{c,1}^v] \\ \leq P[(U F_{c,i}^v) \cup (U E_1)] \end{cases} \quad (3)$$

Diese Schranken können durch Abarbeiten weiterer Äste des Versagensbaumes im Sinne der Schritte 4 und 5 weiter verbessert werden (im Beispiel die Schritte 8,9,10 und 11).

Das Auftreten von Stabilitätsmodi ist im Beispiel auf dem mit Gelenk in Punkt 3 beginnenden Ast dargestellt: Das Einführen eines Gelenks im Punkt 2 oder 4 im Zustand 1 führt unmittelbar zum Stabilitätsverlust noch vor Erreichen einer kinematischen Kette.

Eine eingehende Betrachtung des hier kurz beschriebenen Algorithmus und der dabei verwendeten zuverlässigkeitstheoretischen Verfahren findet sich in [9].

Der Algorithmus läßt sich zur Bestimmung der Zuverlässigkeit beliebiger redundanter Systeme verwenden, solange die (Versagens-) Modi eines solchen Systems als Vereinigungs- und/oder Schnittmengen eindeutiger Grenzzustandsbedingungen formuliert werden können. Bei kontinuierlichen Systemen ist demnach eine Diskretisierung nötig. Bei den hier besprochenen Tragwerken ergab sich diese Diskretisierung aus den Balkenelementen des mechanischen Finite-Elemente Modells.

Das hier beschriebene Verfahren ist auf den zeitinvarianten Fall beschränkt. Daß gewisse Versagensmodi bei vorgegebenem Lastpfad gar nicht erreicht werden können, ist außer Acht gelassen. Ein nächster Schritt wäre wohl die Erweiterung auf den zeitabhängigen Fall - zumindest auf der Lastseite. Dann müßte man den Versagenspfaden aufgrund der ihnen zuzuordnenden Lastgeschichte verschiedene Eintrittswahrscheinlichkeiten zuweisen. Will man im hier beschriebenen Verfahren bleiben, kann man dies durch Angabe zusätzlicher Randbedingungen erreichen, die man als weitere Grenzzustandsbedingungen formuliert.

3 Zusammenfassung

Die Berechnung der Zuverlässigkeit von redundanten Tragwerken ist bei Annahme allgemeiner, stochastischer Modelle für die unsicheren Größen und einigermaßen wirklichkeitsnaher, mechanischer Modelle sogar bei zeitinvarianter Betrachtung ein relativ kompliziertes, nur näherungsweise lösbares Problem. Der rechnerische Aufwand ist bei genauer Untersuchung sehr groß. Mithilfe der Zuverlässigkeitsmethoden 1. und 2. Ordnung in Verbindung mit gewissen Suchalgorithmen für die wesentlichen Versagensmodi lassen sich jedoch enge Schranken für die Versagens-

wahrscheinlichkeit des Systems ermitteln. Gegebenenfalls kann sogar die Lastgeschichte berücksichtigt werden.

Literatur

- [1] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., Reliability of Parallel Systems under Imposed Uniform Strain, Journ. Eng. Mech. Div., ASCE, 1983, Vol. 109, 3, pp. 896-907
- [2] Grimmelt, M.J., Schueller, G.I., A Method to Determine Reliability of Structures under Combined Loading. Proc. 4th Int. Conf. on Appl. of Statistics and Probability in Soil and Struct. Eng. (ICASP-4), G. Augusti (Ed.), Pitagora Editrice, Bologna, 1983, pp. 261-271
- [3] Gollwitzer, S., Rackwitz, R., Equivalent Components in First-order System Reliability, Rel. Eng., Vol. 5, 1983, pp. 99-115
- [4] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., Non-Normal Dependent Vectors in Structural Safety, Journ. of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 107, No. 6, 1981, pp. 1227-1249
- [5] Hohenbichler, M., An Asymptotic Formula for the Probability of Intersections, in: Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Technische Universität München, SFB 96, Heft 69, 1984
- [6] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., A Bound and an Approximation to the Multivariate Normal Distribution Function, Math. Jap., Vol. 30, 5, 1985, pp. 821-828
- [7] Gollwitzer, S., Rackwitz, R., An Efficient Numerical Solution to the Multinomial Integral, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Technische Universität München, Heft 80, 1986
- [8] Gollwitzer, S., Rackwitz, R., First-order System Reliability of Structural Systems, Proc. ICOSSAR'85, Kobe, 1985, Vol. I, pp. 171-180
- [9] Gollwitzer, S., Zuverlässigkeit redundanter Tragsysteme bei geometrischer und stofflicher Nichtlinearität, Diss., Techn. Univ. München, 1986
- [10] Murotsu, Y., Reliability Assessment of Redundant Structure, Proc. of 3rd ICOSSAR, 1981, pp. 315-325.
- [11] Grimmelt, M., Eine Methode zur Berechnung der Zuverlässigkeit von Tragsystemen unter kombinierten Belastungen, Diss., Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Technische Universität München, Heft 76, 1984
- [12] Guénard, Y.F., Application of System Reliability Analysis to Offshore Structures, John A. Blume Engineering Center, Report No. 71, Stanford University, 1984

M. J. Grimmel*
 G.I. Schuëller**

G.I. Schuëller**

1. Einführung

Ein Tragwerk ist während seiner Lebensdauer unterschiedlichen Belastungen ausgesetzt, deren Charakteristik, Auftretenszeitpunkt, Intensität ebenso wie die Tragwerksreaktion zufallsbehaftete Größen sind, deren Eigenschaften bei einer Zuverlässigkeitsbeurteilung Eingang finden müssen. Ein Aspekt hierbei ist die Bestimmung der (bedingten) Versagens- bzw. Überlebenswahrscheinlichkeit des Tragsystems unter einmaliger Lastaufbringung. Diese bedingte Wahrscheinlichkeit ist dann Bestandteil der weiteren Untersuchungen, die eine zeitliche Abhängigkeit der Tragwerksfestigkeit und der Belastungen berücksichtigen. Im vorliegenden Forschungsprojekt wurde lediglich Tragwerkskollaps infolge Fließgelenkausbildung und Instabilität als eine mögliche Versagensdefinition untersucht. Die Lasten wurden als statisch wirkend angenommen. Als Zufallsvariable werden nur aufnehmbare Fließmomente und Lastintensitäten eingeführt, wobei die statistischen Parameter als bekannt angenommen wurden.

2. Methodik

Eine konventionale probabilistische Untersuchung erfordert die Ermittlung aller möglichen Fließgelenkmechanismen, d.h. Versagensmodi und die Bestimmung der jeweiligen Modusversagenswahrscheinlichkeiten $p_{f,i}$ und ihren Anteil an der Systemversagenswahrscheinlichkeit, die sodann wie folgt ermittelt wird:

$$p_f = P \left(\bigcup F_i \right) \quad (1)$$

Bei großen Systemen ist bereits die Bestimmung der Mechanismen und der zugehörigen Grenzzustandsfunktionen trotz numerischer Methoden mit erheblichem Aufwand verbunden. Daher wurden Verfahren vorgeschlagen, mit Hilfe weniger Mechanismen die Systemversagenswahrscheinlichkeit abzuschätzen [1,2],

* Dr.-Ing. M. J. Grimmel, MAN Technologie GmbH, München

** Univ.-Prof. Dr. techn. G. I. Schuëller, Institut f. Mechanik, Universität Innsbruck

wobei die Auswahl dieser Mechanismen problematisch ist. Wie aus Bild 1 ersichtlich ist, muß nämlich keineswegs der deterministisch maßgebende Mechanismus (als Minimallastfaktor-Mechanismus leicht mit numerischen Methoden zu bestimmen) ebenfalls der stochastisch relevante Mechanismus sein.

Welcher Mechanismus relevant ist, kann zudem von den statistischen Größen abhängen. Darüberhinaus sei darauf hingewiesen, daß alle bisher entwickelten Methoden zu recht unterschiedlichen Ergebnissen führen [3]. Daher wurde ein Verfahren entwickelt, das direkt die signifikanten Modi ermittelt ohne daß vorher alle Mechanismen bestimmt werden müssen. Dazu wird eine Fließgelenkkette als Reihenfolge von nacheinander auf einem "Versagensweg" entstehenden Fließgelenken modelliert, wobei sich die Reihenfolge der Gelenke jedoch nicht nach deterministischen Kriterien ergibt, sondern nach ihren Auftretenswahrscheinlichkeiten festgelegt wird [4,5,6,7]. Dabei müssen in jedem "Versagenszustand" - der durch die Anzahl der bereits eingeführten Gelenke gekennzeichnet ist - die Grenzzustandsfunktionen

$$Q_j^{(k)} = f(M, L) = f(M_j, S_j = \sum a_{ij} L_i) \quad (2)$$

aller für weitere Fließgelenke möglichen Querschnitte aufgestellt werden und ihre Versagenswahrscheinlichkeit ermittelt werden. Die bei einer schrittweisen elastischen Rechnung verwendete Systemsteifigkeitsmatrix wird nach Einführung jedes neuen Fließgelenkes modifiziert. Das Verfahren wird solange fortgesetzt bis Systemversagen eintritt, wobei der zuerst ermittelte Mechanismus ebenfalls der stochastisch bedeutendste ist. Durch systematisches Auswechseln von Fließgelenken können weitere Versagenswege beschriftet werden, die zu alternativen Mechanismen führen (s. Bild 1). Nicht relevante Wege können nach verschiedenen Kriterien ausgeschieden werden. Die so ermittelten Modi ergeben mit Gl. 1 und zu deren Auswertung zur Verfügung stehenden Methoden eine gute Approximation der Systemversagenswahrscheinlichkeit.

3. Ergebnisse

Hierzu wurde ein EDV-Programm auf der Basis der Fließgelenktheorie I. Ordnung und der üblichen Finiten-Element-Methode entwickelt, das sehr gute

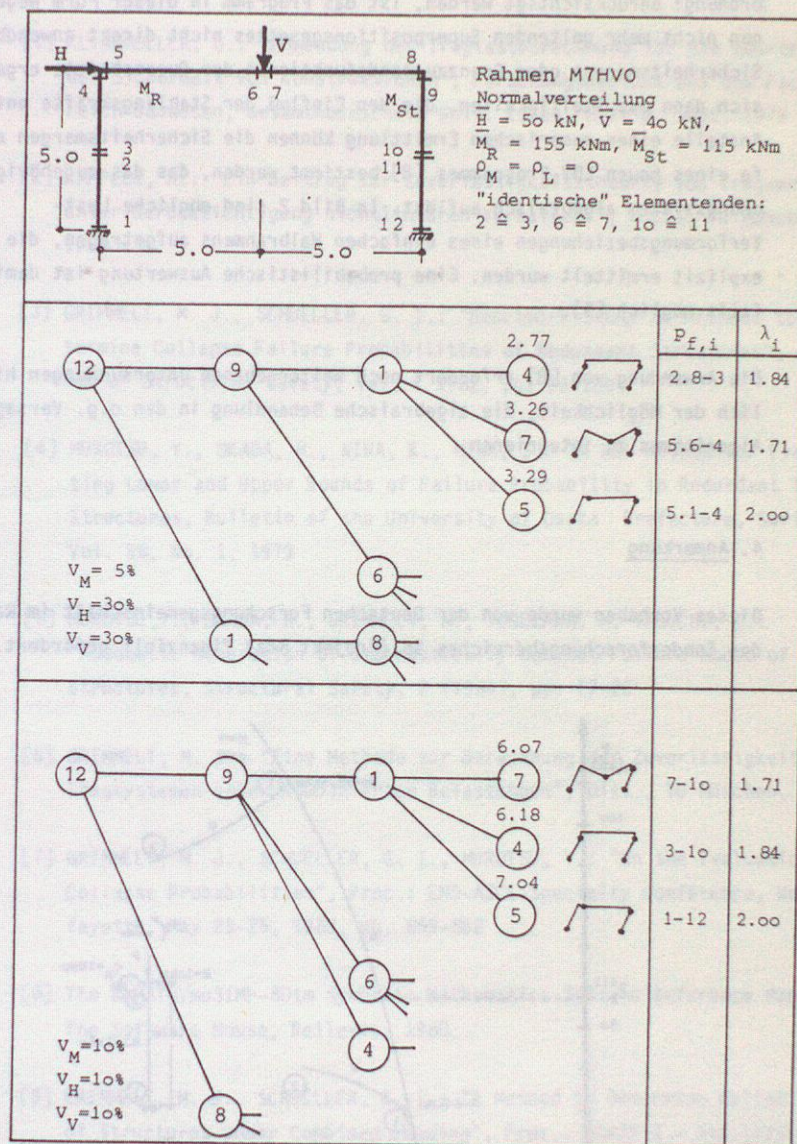


Abb. 1: Suchalgorithmus bei sich ändernder Signifikanz der Versagensmodi bei veränderten Variationskoeffizienten

Resultate zeigt.

Soll jedoch der Einfluß der Verformungen auf die Schnittgrößen (Theorie II. Ordnung) berücksichtigt werden, ist das Programm in dieser Form wegen des nun nicht mehr geltenden Superpositionsgesetzes nicht direkt anwendbar. Die Sicherheitsmargen oder Grenzzustandsfunktionen der Querschnitte ergeben sich dann aus Steifigkeiten, die den Einfluß der Stablängskräfte enthalten. Anstelle einer numerischen Ermittlung können die Sicherheitsmargen mit Hilfe eines neuen EDV-Programmes [8] bestimmt werden, das das zugehörige Gleichungssystem algebraisch auflöst. In Bild 2 sind mögliche Last-Verformungsbeziehungen eines einfachen Halbrahmens aufgetragen, die mit [8] explizit ermittelt wurden. Eine probabilistische Auswertung ist damit ebenfalls möglich [9].

Die Anwendung von [8] erfordert noch weitergehende Untersuchungen hinsichtlich der Möglichkeit, die algebraische Behandlung in den o.g. Versagensweg-Algorithmus zu integrieren.

4. Anmerkung

Dieses Vorhaben wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 96 (Projekt B8a) finanziell gefördert.

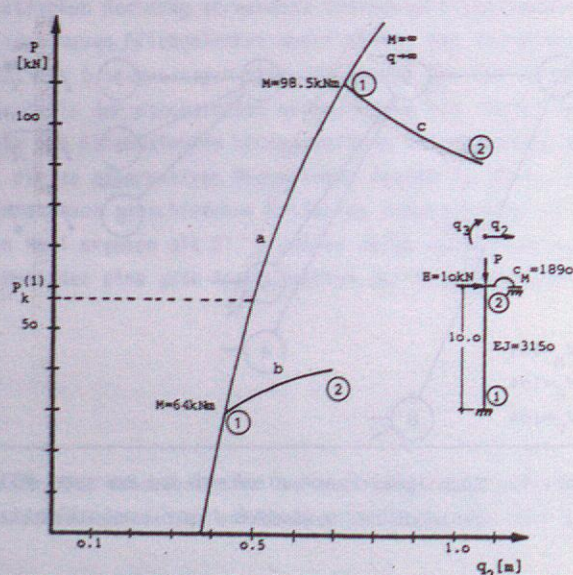


Abb. 2: Stützkopfverschiebung q_2 infolge N, P in Abhängigkeit der Stablängskraft P für verschiedene aufnehmbare plastische Momente M ; Dimensionen kN, m

5. Literatur

- [1] KLINGMOLLER, O.: "Anwendung der Traglastberechnung für die Beurteilung der Sicherheit von Konstruktionen", Forschungsbericht aus dem Fachbereich Bauwesen, Gesamthochschule Univ. Essen, Heft 9, Sept. 1979
- [2] KAPPLER, H.: "Ein Beitrag zur Zuverlässigkeitstheorie von Tragwerken unter Berücksichtigung nichtlinearen Verhaltens", Diss., TU München, 1980
- [3] GRIMMELT, M. J., SCHUËLLER, G. I.: "Benchmark Study on Methods to Determine Collapse Failure Probabilities of Redundant Structures", Journal of Structural Safety, Vol. 1 1982, pp. 93-106
- [4] MUROTSU, Y., OKADA, H., NIWA, K., MIWA, S.: "A New Method for Evaluating Lower and Upper Bounds of Failure Probability in Redundant Truss Structures, Bulletin of the University of Osaka Prefecture, Series A, Vol. 28, No. 1, 1979
- [5] MUROTSU, Y., OKADA, H., GRIMMELT, M., YONEZAWA, M., TAGUCHI, K.: "Automatic Generation of Stochastically Dominant Failure Modes of Frame Structures, Structural Safety, 2 (1984), pp. 17-25
- [6] GRIMMELT, M. J.: "Eine Methode zur Berechnung der Zuverlässigkeit von Tragsystemen unter kombinierten Belastungen", Diss., TU München, 1984
- [7] GRIMMELT, M. J., SCHUËLLER, G. I., MUROTSU, Y.: "On the Evaluation of Collapse Probabilities", Proc.: EMD-ASCE-Specialty Conference, West Lafayette, May 23-25, 1983, pp. 859-862
- [8] The muMATH/muSIMP-80tm Symbolic Mathematics Systems Reference Manual, The Software House, Bellevue, 1980
- [9] GRIMMELT, M. J., SCHUËLLER, G. I.: "A Method to Determine Reliability of Structures under Combined Loading", Proc.: ICASP 4 - 4th Intern. Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Florence, 13-17 June, 1983

ZUVERLÄSSIGKEIT VON STAHLRAHMEN BEI ANWENDUNG DER FLIEßZONEN- THEORIE

von W. Schmitt*

1 Einleitung

Innerhalb der letzten fünfzehn Jahre erschien eine Reihe von Arbeiten, die sich mit Stabtragwerken aus Stahl in sicherheitstheoretischer Hinsicht befassen. Spezielles Interesse gilt dabei den Rahmentragwerken, die als redundante Systeme innerhalb der Zuverlässigkeitstheorie 1. und 2. Ordnung eine Sonderstellung einnehmen. Dies liegt in der Definition des Versagens, genauer in der Notwendigkeit, den Versagenszustand vorab in Form einer Grenzzustandsfunktion $g(\underline{X}) = 0$ zu beschreiben. Diese ist bekanntlich eine mathematische Verknüpfung der betrachteten Basisvariablen \underline{X} , wobei Stetigkeit und Differenzierbarkeit vorausgesetzt wird.

Alle bisherigen Lösungsansätze, von Simulationsmethoden abgesehen, beruhen auf der baustatischen Fließgelenktheorie. Kennzeichnend hierfür sind Knicke in den entsprechenden Last-Verformungs-Kurven, qualitativ für einen eingespannten Rahmen in Bild 1 dargestellt. Aufgetragen ist die Horizontalverschiebung f in Abhängigkeit von der Last P .

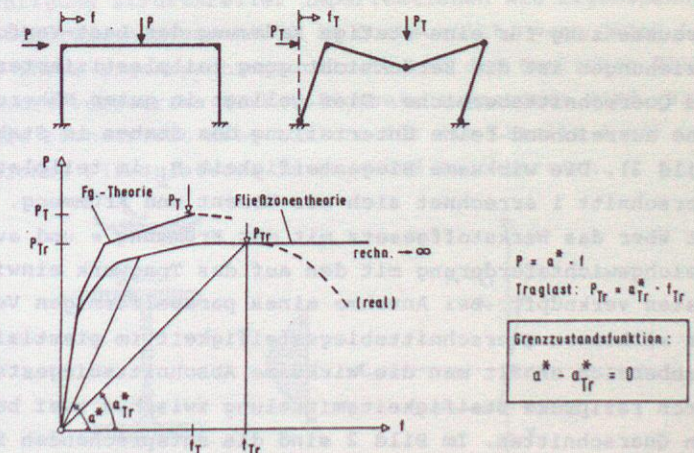


Bild 1 Last - Verformungs - Kurven

* Dipl.-Ing. W. Schmitt, Lehrstuhl für Stahlbau der TU München

Last-Verformungs-Beziehungen sind für die folgenden Überlegungen von großer Bedeutung. Sie beschreiben die Gleichgewichtszustände des Tragwerkes, eingeschlossen den Traglastzustand $P_{Tr} = a_{Tr}^* \cdot f_{Tr}$. Die Grenzzustandsfunktion läßt sich formal darstellen zu $a^* - a_{Tr}^* = 0$, wenn a_{Tr}^* die Steigung der Sekante durch den Scheitelpunkt der Last-Verformungs-Kurve ist. Der Scheitel kennzeichnet die indifferente Gleichgewichtslage des Tragwerkes.

Für die Anwendung der bekannten Algorithmen der Zuverlässigkeitsmethode 1. und 2. Ordnung auf die Grenzzustandsfunktion in Bild 1 soll die tragwerkspezifische Abhängigkeit der Sekantensteigung a^* von der Last P im gesamten Definitionsbereich der Last geschlossen darstellbar sein. Wie die entsprechenden Last-Verformungs-Kurven im Bild zeigen, gelingt dies für den stetig gekrümmten Verlauf bei Anwendung der Fließzonentheorie, nicht jedoch für den geknickten Verlauf der Fließgelenktheorie. Dieser Umstand hat zur Folge, daß Zuverlässigkeitsanalysen von redundanten, nicht starrplastischen Stabtragwerken bei Anwendung der Fließgelenktheorie stets auf eine Untersuchung von Versagenspfaden führen, während das im folgenden dargestellte Verfahren auf der Grundlage der Fließzonentheorie eine direkte Bestimmung der stochastisch relevanten Versagensmechanismen ermöglicht.

2 Der teilplastizierte Stab

Voraussetzung für eine stetige Krümmung der Last-Verformungs-Beziehungen ist die Berücksichtigung teilplastizierter Stab- und Querschnittsbereiche. Dies gelingt in guter Näherung durch eine ausreichend feine Unterteilung des Stabes in Stababschnitte (Bild 2). Die wirksame Biegesteifigkeit B_i im teilplastizierten Querschnitt i errechnet sich aus Moment und Krümmung. Das Moment ist über das Werkstoffgesetz mit der Krümmung κ und aus der Gleichgewichtsforderung mit den auf das Tragwerk einwirkenden Lasten verknüpft. Bei Annahme eines parabelförmigen Verlaufes der wirksamen Querschnittsbiegesteifigkeit im plastizierten Stabbereich erhält man die wirksame Abschnittsbiegesteifigkeit B_i durch reziproke Steifigkeitsmittelung zwischen zwei benachbarten Querschnitten. Im Bild 2 sind die entsprechenden Beziehun-

gen schematisch für den Stababschnitt 7 dargestellt.

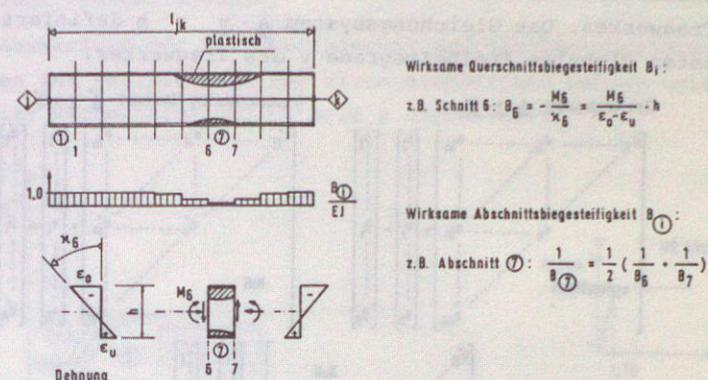


Bild 2 Wirksame Biegesteifigkeit in teilplastizierten Stabbereichen

Die Koeffizienten der Elementmatrix des Stabes, welche die Stabendschnittgrößen mit den Freiheitsgraden der Stabendknoten verknüpft, sind demnach abhängig von seiner Normalkraftbeanspruchung und abhängig vom Plastizierungszustand des Stabes. Sie werden numerisch unter Berücksichtigung des Verlaufes der wirksamen Biegesteifigkeiten über die Stablänge bestimmt.

Eine Auflösung des Querschnitts in Lamellen ermöglicht die Berücksichtigung struktureller Imperfektionen wie Eigenspannungen oder Fließgrenzenunterschiede im Querschnitt, wenn jeder Lamelle ein mit ihrer Eigenspannungsordinate und dem örtlichen Fließgrenzenwert verzerrtes Werkstoffgesetz zugeordnet wird. Bild 3 zeigt die rechnerisch Arbeitslinie für die Lamelle i mit unterschiedlichen Fließplateaus im Zug- und Druckbereich.

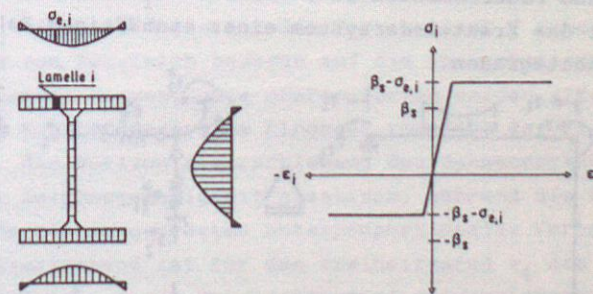


Bild 3 Lamellenmodell für Querschnitte mit Eigenspannungen

3 Das plastizierte Gesamttragwerk

Die Elementmatrizen der Stäbe bestimmen die Steifigkeitsmatrix \underline{A} des Tragwerkes. Das Gleichungssystem $\underline{A} \cdot \underline{v} = \underline{b}$ definiert die unbekannt globalen Freiheitsgrade \underline{v} des Tragwerkes.

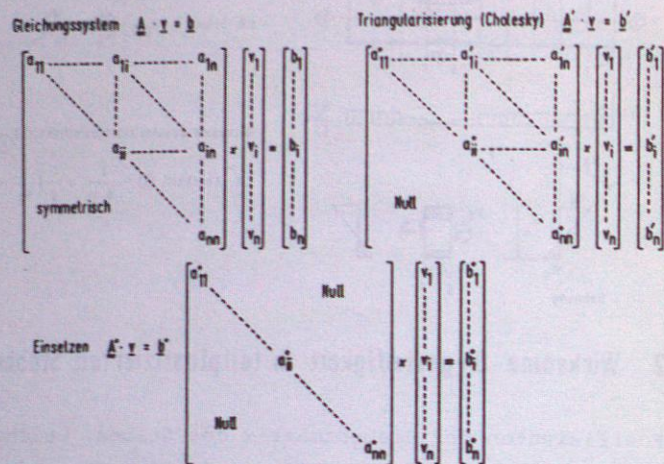


Bild 4 Umformung des Gleichungssystems

Für die folgenden Überlegungen ist es zweckmäßig, die Steifigkeitsmatrix \underline{A} zu triangularisieren (Bild 4), wobei die Elemente des Lastvektors \underline{b}' nun abhängig sind von den Elementen der Matrix \underline{A} . Beginnend mit der letzten Zeile wird die triangularisierte Matrix \underline{A}' durch sukzessives Einsetzen diagonalisiert. Die Umformung führt auf das in Bild 4 unten dargestellte Gleichungssystem $\underline{A}^* \cdot \underline{v} = \underline{b}^*$, in dem die Freiheitsgrade \underline{v} entkoppelt sind. Das Tragverhalten eines Stabwerkes kann demnach durch ein System von Federn mit Dreh- bzw. Wegfederkonstanten a_{ii}^* und Federmomenten bzw. -kräften b_i^* beschrieben werden. Bild 5 zeigt das Ersatzfedersystem eines einhüftigen Rahmens mit fünf Freiheitsgraden.

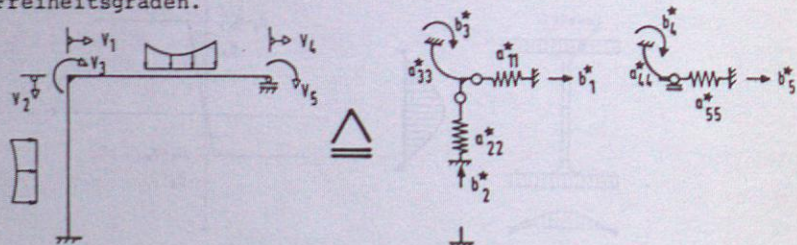


Bild 5 Ersatzfedersystem $v_i = b_i / a_{ii}$ eines einhüftigen Rahmens

Bild 5 zeigt das Ersatzfedersystem eines einhüftigen Rahmens mit fünf Freiheitsgraden.

Die Auswirkung der Diagonalisierung auf die Last-Verformungs-Kurven ist beispielhaft für einen einhüftigen Rahmen unter vertikaler Riegelbelastung im Bild 6 dargestellt.

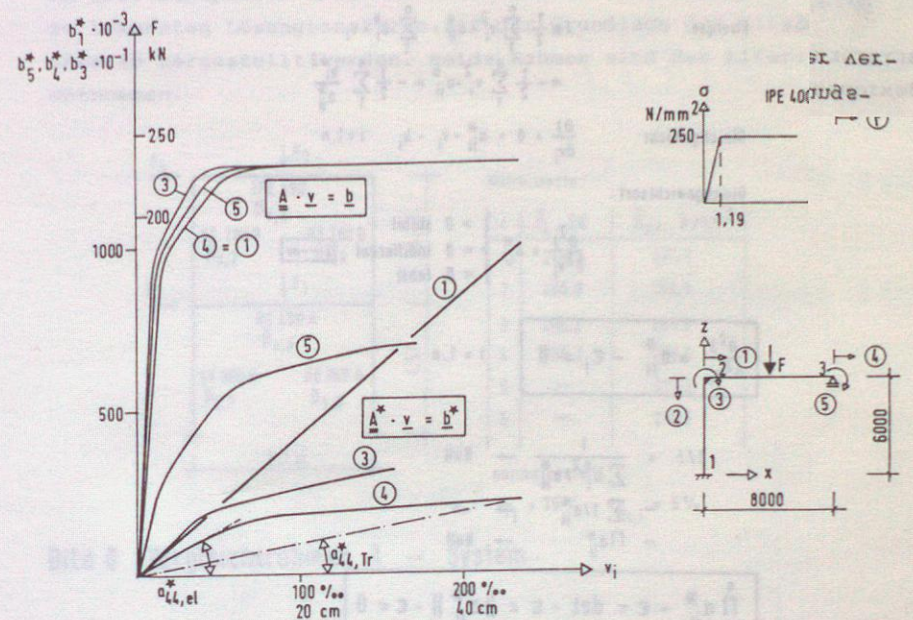


Bild 6 Last - Verformungs - Kurven eines einhüftigen Rahmens unter Vertikallast

Eingetragen sind die Last-Verformungs-Kurven der Knotenfreiheitsgrade v_i einmal bezogen auf die Vertikallast F (obere Kurvenschar) und zum Vergleich bezogen auf die Knotenbeanspruchungen b_i^* (untere Kurven). Die oberen Kurven zeigen affines Verhalten. Im Ersatzfedersystem hingegen reagiert der Freiheitsgrad 1, die Horizontalverschiebung des Rahmeneckknotens im Rahmen der Zeichengenauigkeit elastisch, während die übrigen Freiheitsgrade ein ausgeprägtes unterproportionales Verhalten zeigen. Stellvertretend ist für den Freiheitsgrad v_4 die Grenzsekantensteigung $a_{44,Tr}^*$ im Traglastzustand eingezeichnet. Ihr endlicher Wert ist numerisch bedingt, sie strebt mit theoretisch unendlich anwachsender Verformung v_4 gegen den Wert Null.

4 Grenzzustandsformulierung

Als Grenzzustand wird das Erreichen einer indifferenten Gleichgewichtslage vereinbart, verursacht durch fortgeschrittene Plastizierung und/oder Biegeknicken.

$$\text{Federsystem: } a_{ii}^* \cdot v_i = b_i^* \quad i = 1, n$$

$$\text{Energie: } J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n v_i^2 \cdot a_{ii}^* - \sum_{i=1}^n b_i^* \cdot v_i \\ = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n v_i^2 \cdot a_{ii}^* = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{b_i^{*2}}{a_{ii}^{*2}}$$

$$\text{Gleichgewicht: } \frac{\partial J}{\partial v_i} = 0 = a_{ii}^* \cdot v_i - b_i^* \quad i = 1, n$$

Gleichgewichtsart:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 J}{\partial^2 v_i} = a_{ii}^* > 0 & \text{ stabil} \\ & = 0 \text{ indifferent} \\ & < 0 \text{ labil} \end{aligned} \right\} J \rightarrow -\infty$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial^2 v_i} = a_{ii}^* - \epsilon_i = 0 \quad i = 1, n$$

$$1/J = \frac{1}{\sum b_i^{*2}/a_{ii}^*} \rightarrow \text{Null} \\ - \sum 1/a_{ii}^* \rightarrow \infty \\ - \prod a_{ii}^* \rightarrow \text{Null}$$

$$\prod_{i=1}^n a_{ii}^* - \epsilon = \det - \epsilon = \|a_{ii}^*\| - \epsilon = 0$$

Bild 7 Grenzzustandsformulierung

Wie die Darstellung in Bild 7 zeigt, sind diese ausgezeichneten Gleichgewichtslagen gekennzeichnet durch ein zu Null werden der Hauptdiagonalglieder a_{ii}^* der diagonalisierten Steifigkeitsmatrix. Gleichzeitig strebt die Energie J des Tragwerkes gegen den Wert $-\infty$. Entsprechend der Anzahl der Freiheitsgrade des Tragwerkes ergeben sich n Grenzzustandsfunktionen $a_{ii}^* - \epsilon_i = 0$ und eine umfassende Grenzzustandsfunktion $\det - \epsilon = 0$ aus der Bedingung, daß im indifferenten Gleichgewichtszustand der Kehrwert der Energie und damit das Produkt der Diagonalglieder a_{ii}^* gegen den Wert Null strebt. Die Grenzbetrachtungen im Bild 7 sind austauschbar, da bei fortgeschrittener Plastizierung die Knotenkräfte b_i^* Grenzwerten zustreben und a_{ii}^* monoton

klein wird. Eine Anwendung der bekannten Algorithmen der Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung auf die umfassende Grenzzustandsfunktion ergibt den dominanten Modus.

5 Anwendungsbeispiele

An zwei Beispielen soll abschließend ein vergleichender Bezug zu bekannten Lösungsansätzen auf der Grundlage der Fließgelenktheorie hergestellt werden. Beide Rahmen sind der Literatur entnommen.

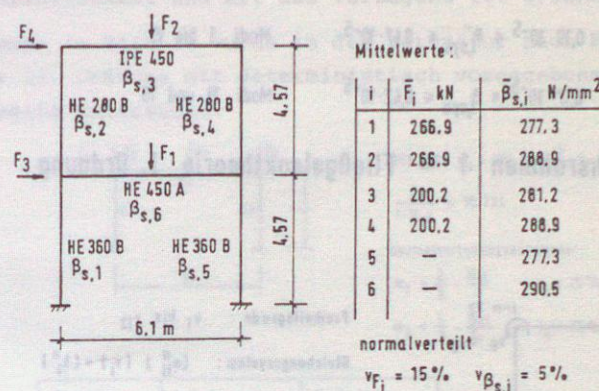
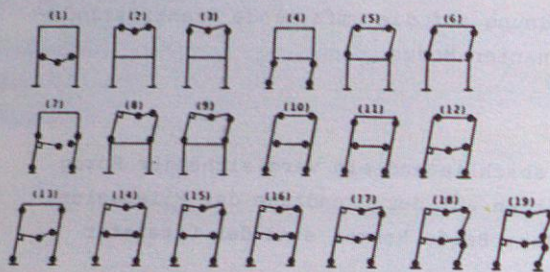


Bild 8 Vergleichsrahmen 1 - System

Der zweistöckige Rahmen im Bild 8 wurde in der Literatur nach baustatischer Fließgelenktheorie I. Ordnung starrplastisch untersucht. Geometrie, Belastung, Werkstoffkennwerte und das stochastische Modell sind im Bild dargestellt.

Von den in der Literatur untersuchten 19 Fließgelenknetzen dominierten die beiden Mechanismen 11 und 15 mit einer Modusversagenswahrscheinlichkeit von 0,14 bzw. $0,11 \cdot 10^{-5}$. Sie liegen in der Größenordnung der Systemversagenswahrscheinlichkeit, die sich mit 0,19 und $0,47 \cdot 10^{-5}$ einschränken läßt. Bild 9 zeigt, daß durch die beiden Mechanismen 11 und 15 die Systemversagenswahrscheinlichkeit ausreichend genau eingegrenzt werden kann. Das Beispiel unterstreicht, daß im allgemeinen die Kenntnis einiger weniger, stochastisch relevanter Modi genügt, um den Systemaspekt zu erfassen.

Fließgelenkketten



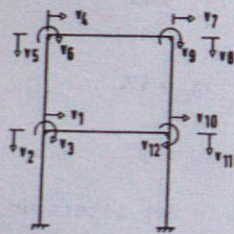
$$P_{f,11} = 0,14 \cdot 10^{-5} \quad \text{Modus 11}$$

$$P_{f,14} = 0,11 \cdot 10^{-5} \quad \text{Modus 15}$$

$$0,19 \cdot 10^{-5} < P_{f,sys} < 0,47 \cdot 10^{-5} \quad \text{Modi 1 bis 15}$$

$$0,17 \cdot 10^{-5} < P_{f,sys} < 0,42 \cdot 10^{-5} \quad \text{Modi 11 und 15}$$

Bild 9 Vergleichsrahmen 1 – Fließgelenktheorie I. Ordnung



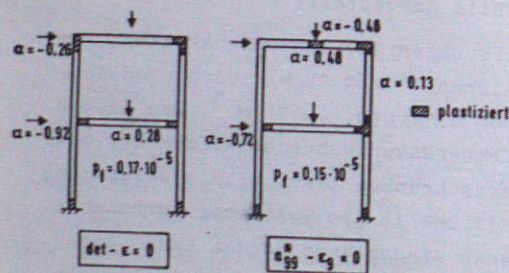
Freiheitsgrade: v_1 bis v_{12}

Gleichungssystem: $[a_{ij}^*] \{v_i\} = \{b_i^*\}$

Grenzzustände: $a_{11}^* - \epsilon_1 = 0$

$$a_{12,12}^* - \epsilon_{12} = 0$$

$$\det - \epsilon = \prod_{i=1}^{12} a_{ii}^* - \epsilon = 0$$



aus Fließgelenktheorie:

$$P_{f,11} = \max p_f = 0,1366 \cdot 10^{-5}$$

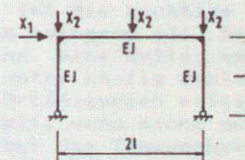
$$P_{f,15} = 0,1145 \cdot 10^{-5}$$

Bild 10 Vergleichsrahmen 1 – Fließzonentheorie I. Ordnung

Eine Untersuchung des zweistöckigen Rahmens auf der Grundlage der Fließzonentheorie I. Ordnung (Bild 10) ergibt für die Versagenswahrscheinlichkeit des dominanten Modus den Wert $P_f = 0,17 \cdot 10^{-5}$, wenn als Grenzzustandsfunktion das Verschwinden der Nennerdeterminante $\det - \epsilon = 0$ vereinbart wird. Die Größe ϵ wird aus numerischen Gründen eingeführt.

Zum Vergleich sind die beiden dominanten Modi aus der Fließgelenkbetrachtung im Bild noch einmal dargestellt. Eine gute Übereinstimmung der beiden Verfahren hinsichtlich Größe der Versagenswahrscheinlichkeit und Art des Versagens ist erkennbar.

- Der Rahmen im Bild 11 wurde in der Literatur nach Fließgelenktheorie II. Ordnung mit deterministisch vorgegebener Widerstandsseite untersucht.



HEB 100, $\beta_s = 312 \text{ N/mm}^2$, $l = 5 \text{ m}$

$$\frac{EJ}{l \cdot M_{pl}} = 10,724$$

Normalverteilungsparameter:

$$m_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{M_{pl}}{l} \quad \nu_1 = 25\%$$

$$m_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{M_{pl}}{l} \quad \nu_2 = 25\%$$

Theorie	I. Ordnung	II. Ordnung
Fließgelenk	$P_{f,I} = 4,0 \cdot 10^{-8}$	$P_{f,II} = 1,14 \cdot 10^{-5}$
Fließzonen	$P_{f,I} = 4,2 \cdot 10^{-8}$	$P_{f,II} = 5,6 \cdot 10^{-5}$

Bild 11 Vergleichsrahmen 2

Als dominanter Versagenspfad wurde dabei die Bildung eines Fließgelenkes im rechten Rahmeneck mit anschließendem Biegeknicken erkannt mit einer Versagenswahrscheinlichkeit von $P_{f,II} = 1,14 \cdot 10^{-5}$. Eine Beschränkung auf die baustatische Theorie I. Ordnung ergibt eine um knapp drei Zehnerpotenzen kleinere Versagenswahrscheinlichkeit von $P_{f,I} = 4 \cdot 10^{-8}$.

Für die Untersuchung dieses Rahmens auf der Grundlage der Fließzonentheorie wurde als Grenzzustandsfunktion das Verschwinden der Nennerdeterminante $\det - \epsilon = 0$ vereinbart. Versagensart und im Falle der baustatischen Theorie I. Ordnung auch die Größe der Versagenswahrscheinlichkeit konnten bestätigt werden. Für die Theorie II. Ordnung ergibt sich eine um eine halbe Zehnerpotenz größere Versagenswahrscheinlichkeit von $5,6 \cdot 10^{-5}$.

Dipl.-Ing. F. Guers
Institut f. Massivbau, Technische Universität München

1. Einführung

Die Versuche, die Zuverlässigkeit von redundanten Trag-systemen zu berechnen, haben sich bislang fast ausschließlich einer zeitinvarianten Formulierung bedient. Das ist oft ausreichend, wenn nur Systemkollaps unter extremalen Lasten in Betracht gezogen wird. Diese Formulierungen berücksichtigen insbesondere nicht die Abhängigkeit des Systemzustandes von der Lastgeschichte (siehe z.B. [1,2] und die dort angeführte Literatur). Dies ist bei ideal elastoplastischem Tragverhalten und bei Vernachlässigung der Verformungen im Tragwerk in der Tat auch nicht notwendig. Liegt jedoch allgemeineres Tragverhalten vor, so ist die richtige Erfassung des zum Versagen führenden Lastpfades zwingend [3]. Die Lastgeschichte spielt aber vor allem dann eine Rolle, wenn die Tragwerkskomponenten im Laufe der Zeit unter häufig wechselnden Lasten oder infolge anderer Ursachen Schädigungen erleiden. Ganz besonders wichtig wird der Faktor Zeit, wenn nicht nur eine einfache Wahrscheinlichkeitsaussage über das Tragwerksversagen gefragt ist, sondern wenn, etwa im Hinblick auf Inspektionen und/oder Reparaturen, Wahrscheinlichkeitsaussagen über alle mehr oder weniger geschädigten Zustände, natürlich einschließlich des Kollapszustands, eines Tragwerkes getroffen werden sollen. Dann muß, die gesamte Lastgeschichte, vor allem aber der unmittelbar zu Komponenten- bzw Systemversagen führende Lastpfad zumindest in Näherung, berücksichtigt werden. Hierzu liegen trotz der Nachfrage der Praxis erstaunlicherweise nur ganz wenige Arbeiten vor [4,5]. Sie stellen gleichwohl nur die logische Fortsetzung von Untersuchungen dar, die das Zuverlässigkeitsproblem ohne Berücksichtigung des Zeitfaktors zu lösen bestrebt sind.

Obwohl die Untersuchungen noch nicht ganz abgeschlossen sind, sollen im folgenden die wesentlichen Elemente einer bestimmten Zuverlässigkeitsformulierung vorgestellt werden, die die genannten Erweiterungen zu erfassen erlaubt. Andere Formulierungen oder Varianten der noch vorzustellenden Formulierung erscheinen möglich und in bestimmten Fällen auch notwendig. Solche müssen hier außer Acht gelassen werden. Das potentielle Anwendungsgebiet solcher Betrachtungen sind redundante Tragwerke unter Ermüdungsschädigungen auslösenden, zeitlich veränderlichen Lasten, für die neben hoher Zuverlässigkeit auch besondere Dauerhaftigkeit verlangt wird. Meeresplattformen oder Brücken aber auch Fahrzeuge gehören in diese Kategorie.

Es wird sich zeigen, daß recht allgemeine, aber doch noch nicht beliebig allgemeine Lastpfade berücksichtigt werden können. Weiter erweist sich das durch FORM bzw SORM zur Verfügung stehende Instrumentarium zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten als nützlich, wenn nicht sogar notwendig, wenngleich es dazu einer bestimmten Umformung der ursprünglichen Ansätze bedarf.

2. Allgemeine Beschreibung eines redundanten, Ermüdungsschäden ausgesetzten Systems

An dieser Stelle sollen nur solche Strukturen erörtert werden, die Ermüdungsphänomene, d.h. lastinduzierten Schädigungen des Materials, ausgesetzt sind. Es soll weiter angenommen werden, daß Versagen der Tragwerkskomponenten in ideal spröder Weise erfolgt. Dynamische Wirkungen, die nach jedem spröden Komponentenversagen auftreten müssen, werden vernachlässigt. Diese und einige weitere Vereinfachungen und Idealisierungen können im Hinblick auf die hier angestrebte Darstellung der theoretischen Konzepte hingenommen werden.

Die zeitabhängigen Parameter der Tragwerke können in zwei Klassen eingeteilt werden. In die erste Klasse fallen diejenigen Parameter, die die Festigkeitseigenschaften der Tragwerkskomponenten bestimmen: sie sind im allgemeinen langsam abnehmende Funktionen der Zeit. Sprünge bedeuten einen Bruch oder eine Erneuerung nach Reparatur. In die zweite Klasse fallen die für Ermüdung wirksamen Lasten, die eine Zyklenfolge bilden: diese kann als stochastischer Prozess modelliert werden. Dessen charakteristische Autokorrelationslänge bestimmt den Zeitmaßstab der Betrachtung.

Im Gegensatz zur Modellierung der Belastung durch Extremwerte bietet die Prozessmodellierung die Möglichkeit, die Zeitstufen zu verfolgen, in denen eine redundante Struktur einen bestimmten Zustand, d.h. Typ und Anzahl der ausgefallenen Komponenten, auf einem zeitabhängigen Pfad erreicht. Jede dieser Zeitstufen definiert einen neuen Lastwirkungszustand und die dazugehörigen Änderungen im Umfang der Ermüdungsschädigungen der einzelnen Elemente.

Im Besonderen sei eine Struktur betrachtet, die aus einzelnen Elementen besteht unter denen n "schwache" Stellen deterministisch vorgegeben werden können. Unter allen Lasten, die die Struktur beanspruchen, werden wir uns auf diejenigen beschränken, die mit der Zeit vergleichsweise schnell variieren und durch einen stationären Gaußprozess modellierbar sind. Der Lastprozess sei ferner ausreichend schmalbändig, sodaß die ermüdungswirksamen Lastspannen eindeutig aus Parametern des Lastprozesses abgeleitet werden können. Schließlich wird angenommen, daß die Struktur sich statisch und linear verhält. Der Vektor $\underline{S}(\tau)$ der Lastwirkungen in den n kritischen Elementen ist dann mit dem Lastvektor $\underline{L}(\tau)$ wie folgt verbunden.

$$\underline{S}(\tau) = \underline{B} \underline{L}(\tau) \quad (1)$$

wobei \underline{B} eine deterministische Matrix ist. Wegen dieser linearen Beziehung sind die Lastwirkungen ebenfalls Gaußsche Prozesse, deren Eigenschaften leicht aus denen des Eingangsprozesses bestimmt werden können.

Die Widerstandsvariablen wie zum Beispiel die Zug- und Druckfestigkeiten oder die Parameter, die die Ermüdung der Tragwerkskomponenten charakterisieren, werden in einem Vektor \underline{R} zusammengefaßt. Diese Parameter sind im allgemeinen ebenfalls unsicher und somit durch Zufallsvariable mit gegebener Verteilungsfunktion zu erfassen.

Zur Vereinfachung der weiteren Überlegungen beschränken wir uns auf die Untersuchung eines sogenannten Daniels-Systems. Diese Struktur besteht aus einer gegebenen Anzahl von Elementen, die parallel angeordnet sind. Alle Bauteile (Elemente) haben ideal elastosprödes Verhalten mit dem gleichen E-Modul und mit einer identisch gleich verteilten elastischen Grenze $R_{i, \max}$ (siehe Bild 1). Die stationäre, zentrierte Gaußsche Last R_i verteilt sich gleichförmig auf alle Elemente. Die Lastwirkung erhöht sich entsprechend nach jedem Komponentenversagen in den jeweils noch intakten Elementen. Das Daniels-System ist damit vom mechanischen Standpunkt sehr einfach zu handhaben. In gewisser Weise trifft das auch für die stochastischen Aspekte zu. Insbesondere wird im Folgenden nur ein Daniels-System mit vier Komponenten betrachtet.

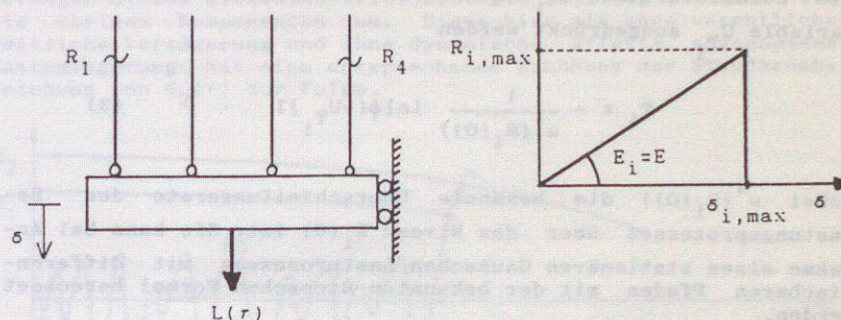


Bild 1 Daniels - System mit 4 Komponenten mit ideal-elastosprödem Verhalten und gleichen E-Moduli

3. Zeit zur ersten Überschreitung und Komponentenformulierung

Ein typischer Verlauf der Beanspruchung im i -ten Tragwerkselement ist in Bild 2 dargestellt.

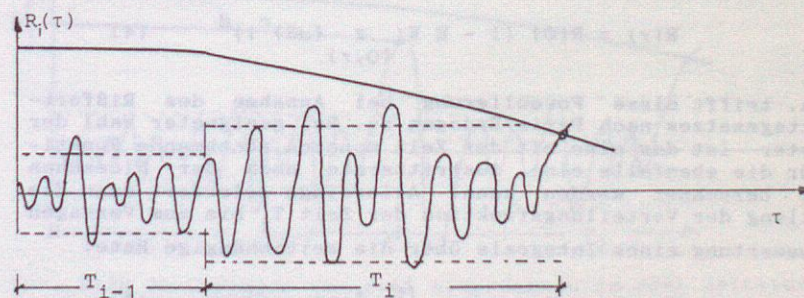


Bild 2 Festigkeitsreduktion und Beanspruchung von Komponente i bei Ausfall von Komponente $i-1$

Bis zum Zeitpunkt T_{i-1} , bei dem die Komponente $i-1$ bricht, erleidet die Komponente i eine gewisse Schädigung. Danach erhöht

sich die Beanspruchung und entsprechend die Schädigungsrate. Komponente i bricht zum Zeitpunkt $T_{i-1} + T_i$. Wir betrachten aber zunächst den Fall ohne Ermüdung. Er entspricht einem konstanten Festigkeitsniveau. Der Bruch der Komponente tritt auf, wenn der Lastwirkungsprozess das Niveau zum ersten Mal überschreitet. Die bis dahin von der letzten Zustandsänderung an gerechnete Zeit T_i ist eine Zufallsvariable, die aufgrund hier als bekannt vorausgesetzter asymptotischer Betrachtungen für hohe Niveaus exponentialverteilt ist. Es gilt dann

$$F_{T_i}(t) \approx 1 - \exp[-\nu^+(R_i(0))t] \quad (2)$$

Die Zufallsvariable T_i kann durch eine standardnormale Hilfsvariable U_{T_i} ausgedrückt werden

$$T_i = -\frac{1}{\nu^+(R_i(0))} \ln[\Phi(-U_{T_i})] \quad (3)$$

wobei $\nu^+(R_i(0))$ die bekannte Überschreitungsrates des Belastungsprozesses über das Niveau $R_i(0)$ ist. Sie kann bei Annahme eines stationären Gaußschen Lastprozesses mit differenzierbaren Pfaden mit der bekannten Riceschen Formel berechnet werden.

Die Lastwechsel führen zur Ermüdung der Elemente. Diese kann entweder als globale Festigkeitsabnahme oder als Initiierung und Fortschritt eines oder mehrerer Risse dargestellt werden. Auch im letztgenannten Fall kann man in aller Regel im Lastwirkungsraum ein "zulässiges" zeitabhängiges Festigkeitsniveau definieren. Dieses kann häufig in der folgenden Form geschrieben werden:

$$R(\tau) = R(0) (1 - K E[\sum_{[0,\tau]} (\Delta S)^c])^d \quad (4)$$

U.a. trifft diese Formulierung bei Annahme des Rißfortschrittsgesetzes nach Paris/Erdogan zu. Bei geeigneter Wahl der Parameter ist das eine mit der Zeit monoton abnehmende Funktion, für die ebenfalls eine Austrittsrates nach der Riceschen Formel berechnet werden kann. Allerdings erfordert dann die Ermittlung der Verteilungsfunktion der Zeit T_i bis zum Versagen die Auswertung eines Integrals über die zeitabhängige Rate:

$$F_{T_i}(t) \approx 1 - \exp[-\int_0^t \nu^+(R(\tau)) d\tau] \quad (5)$$

T_i muß durch Invertierung nach der oberen Integralgrenze ermittelt werden. Im Hinblick auf Details der numerischen Behandlung und des theoretischen Hintergrundes muß auf die Literatur, insbesondere auf [6] verwiesen werden.

4. Systembetrachtung

Der Bruch eines Elementes bedeutet in der Regel noch nicht das Versagen des Systems. Systemversagen wird erst mit dem Verlust des Gleichgewichts der Kräfte oder der Singularität der Steifigkeitsmatrix erreicht. Im Fall des Daniel-Systems wird es als das Versagen der letzten überlebenden Komponente definiert. Um diesen Zustand zu erreichen, gibt es mehrere Möglichkeiten, d.h. Reihenfolgen, von Versagen von Komponenten. Beispielsweise können die zwei schwächsten Komponenten 1 und 2 in dieser Reihenfolge versagen. Im ersten Zeitschritt sind alle 4 Elemente intakt. Die Last verteilt sich gleichmäßig auf die 4 Elemente bis zu dem Zeitpunkt, wo das Niveau R_1 von einer großen "Welle", d.h. ihrer Lastwirkung $S_1(\tau)$, überschritten wird. Sprödes Versagen dieses Elementes tritt ein. Die Last lagert sich auf die übrigen Komponenten um. Diese hier als ohne wesentliche zeitliche Verzögerung und ohne dynamische Effekte angenommene Lastumlagerung hat eine entsprechende Erhöhung der Standardabweichung von $S_2(\tau)$ zur Folge.

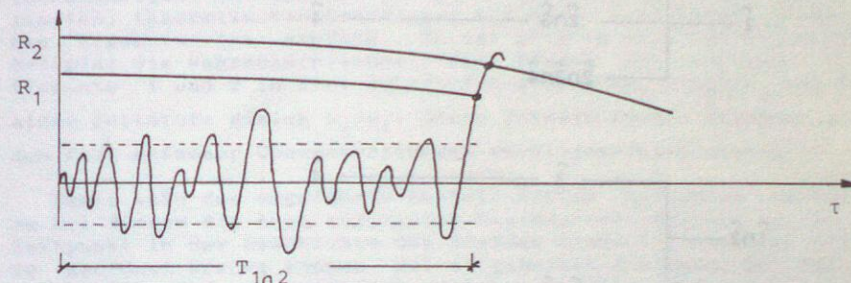


Bild 3a Versagen von zwei Komponenten in einer Lastwelle (eine Zeitstufe)

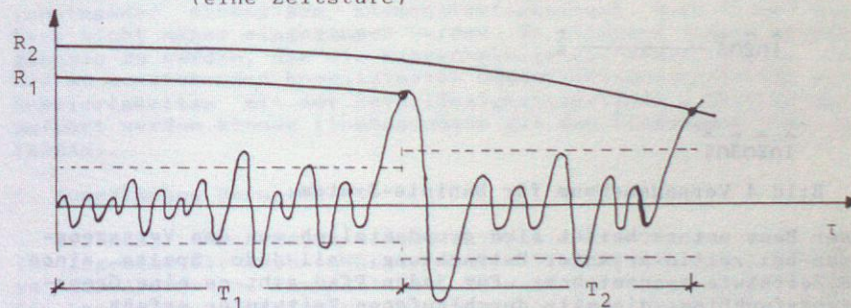


Bild 3b Versagen von zwei Komponenten in zwei Zeitstufen

Im Lastwirkungsraum gibt es dann drei Möglichkeiten: entweder wächst die gleiche "Welle" in einem Zeitraum, in dem noch keine spürbare Lastumlagerung ermöglicht ist, noch so hoch an, daß auch der Widerstand R_2 überschritten wird (siehe Bild 3 a), oder die "Welle" nimmt ab ohne diese Grenze erreicht zu haben.

Eine Überschreitung des Niveaus R_2 erfolgt erst nach einem zusätzlichen Zeitintervall T_2 , für das natürlich längst Lastumlagerung stattgefunden hat (siehe Bild 3 b). Im ersten Fall ist die Zeit zur Überschreitung der Komponente 2 mit T_{1n2} bezeichnet, während sie im zweiten Fall gleich $T_1 + T_2$ ist. Die dritte Möglichkeit tritt auf, wenn die zur Lastumlagerung benötigte Zeit wesentlich kleiner ist als die charakteristische Periode des Lastwirkungsprozesses. Dann können bei praktisch gleicher Last während des Lastumlagerungsprozesses weitere Komponenten versagen. Diese Variante wird im weiteren nicht mehr behandelt. Wenn man alle Möglichkeiten in Betracht zieht, bekommt man den zeitabhängigen Versagensbaum, der auf Bild 4 gegeben ist.

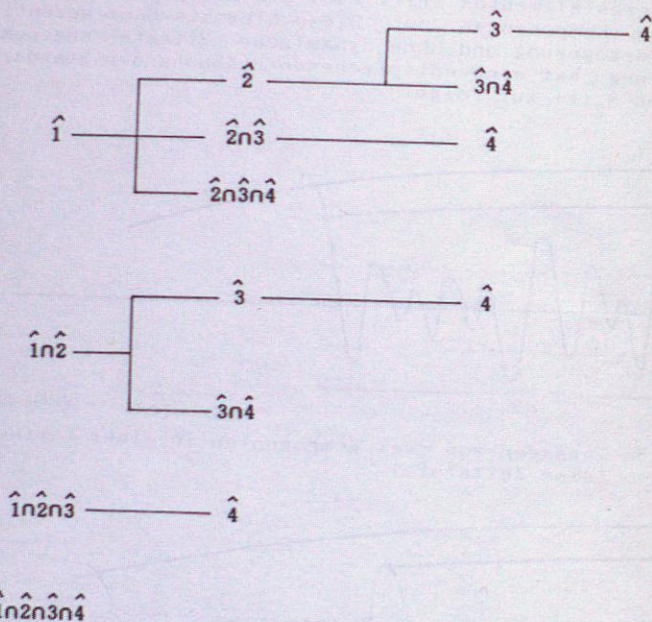


Bild 4 Versagensbaum für Daniels-System

Dieser Baum unterscheidet sich grundsätzlich von den Versagensbäumen bei zeitinvarianter Betrachtung, weil jede Spalte eine neue Zeitstufe kennzeichnet. Für jeden Pfad gibt es eine Grenzfunktionsfunktion, die alle durchlaufenen Zeitstufen erfaßt.

Die Pfadgrenzfunktionsfunktionen haben die folgende Form:

$$V_{\text{Pfad}} : \sum_{\text{Zeitstufen } i} T_i - T \leq 0 \quad (6)$$

Wenn Ermüdungsschädigungen berücksichtigt werden müssen, sind die zulässigen Niveaus abnehmende Funktionen der Zeit. Auf dem Bild sind im Lastraum die 2 Möglichkeiten dargestellt,

also daß das Versagen von 1 und 2 entweder in einer Zeitstufe oder in zwei Zeitstufen auftritt. Die Versagenpfade mit getrennten Zeitstufen werden wegen der zusätzlichen Schadensakkumulation wahrscheinlicher. Die allgemeine Grenzfunktionsfunktion für einen Pfad lautet:

$$V_{\text{Pfad}} : \sum_{\text{Zeitstufen } i} T_i(T_{i-1}, \dots, T_1) - t \leq 0 \quad (7)$$

wobei jede Zeitstufenlänge T_i von den früheren Stufen über den akkumulierten zufälligen Schaden und der nach jedem Elementversagen erfolgten Lastumlagerung bzw. Spannungserhöhung abhängt.

Die bisher beschriebenen Ereignisse definieren das Versagensereignis für das System auf einem bestimmten Pfad noch nicht vollständig. Vielmehr ist außerdem anzugeben, daß sich das Versagen auf einem ganz bestimmten Pfad ereignet und nicht auf einem anderen. Bei der Definition dieses Ereignisses muß man nicht nur die gegenseitige Lage der Festigkeitsniveaus, sondern auch die Eigenschaften des Lastwirkungsprozesses berücksichtigen. Auf eine eingehende Erörterung der etwas komplizierten, theoretischen Grundlagen muß hier verzichtet werden. Das Ergebnis ist einfach. So ist etwa im oben beschriebenen Beispiel die Wahrscheinlichkeit des Pfades mit Versagen der Elemente 1 und 2 in zwei Zeitstufen gleich $(\nu_1 - \nu_2)/\nu_1$ und in einer Zeitstufe gleich ν_2/ν_1 . Diese Formeln können unschwer auf den Fall n-facher Überschreitungen verallgemeinert werden [7].

Damit kann das angeführte Daniels-System berechnet werden, da bei diesem die noch relevanten Residualfestigkeiten zu jedem Zeitpunkt in der Geschichte des Systems eindeutig nach der Größe geordnet werden können. Bei allgemeinen Systemen, bei denen eine solche Ordnung natürlich auch hergestellt werden muß, ist dies nur durch eine weitere nichttriviale Rechenoperation zu erreichen (Schnittbildung von Bereichen für die möglicherweise voneinander abhängigen Elementfestigkeiten). Auch darauf kann hier nicht näher eingegangen werden. Es verdient jedoch hervorzuheben zu werden, daß die Wahrscheinlichkeitsberechnungen für die so entstehenden komplizierten Gesamtversagensereignisse ohne Schwierigkeiten mit der Zuverlässigkeitsmethode 2. Ordnung ausgeführt werden können (insbesondere mit den Programmen SORM und PROBAN).

5. Numerisches Beispiel

Die numerischen Daten dieses Beispiels sind im einzelnen in [8] gegeben. Wir möchten hier nur die Grundlinien und Ergebnisse der Auswertung kommentieren. Es wird zuerst angenommen, daß die Last sich nicht innerhalb eines einzigen Lastzyklus umlagern kann. Die Reduzierung des Niveaus gilt dann erst für eine Überschreitung in der nächsten Zeitstufe. Die Widerstandsvariablen sind asymptotisch angenommen. Das 4-Komponenten Daniels-System kann für identisch gleich verteilten $R_{i\text{max}}$ mit Hilfe der Ordnungsstatistiken für die Widerstände gelöst werden [9]. Bekannt sind dann die Verteilungen der geordneten Elementwiderstände von 1 bis 4, die in dieser Reihenfolge versagen.

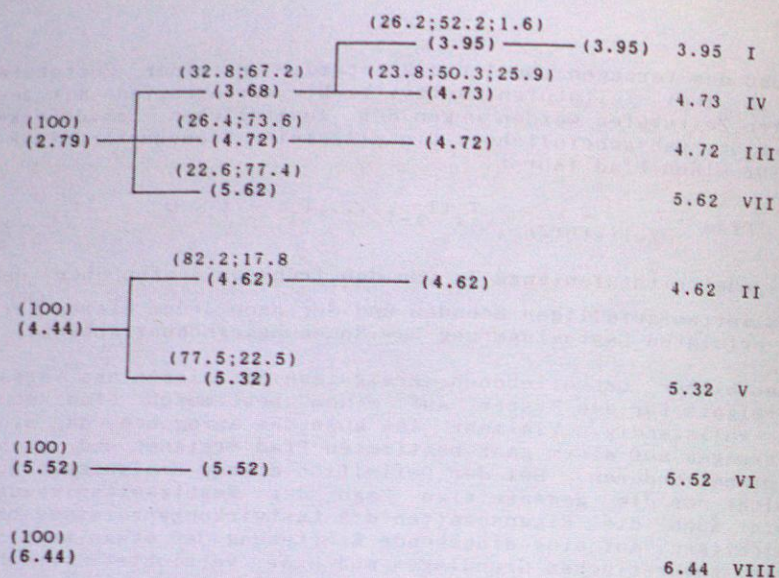


Bild 5a Numerische Ergebnisse (ohne Ermüdung)

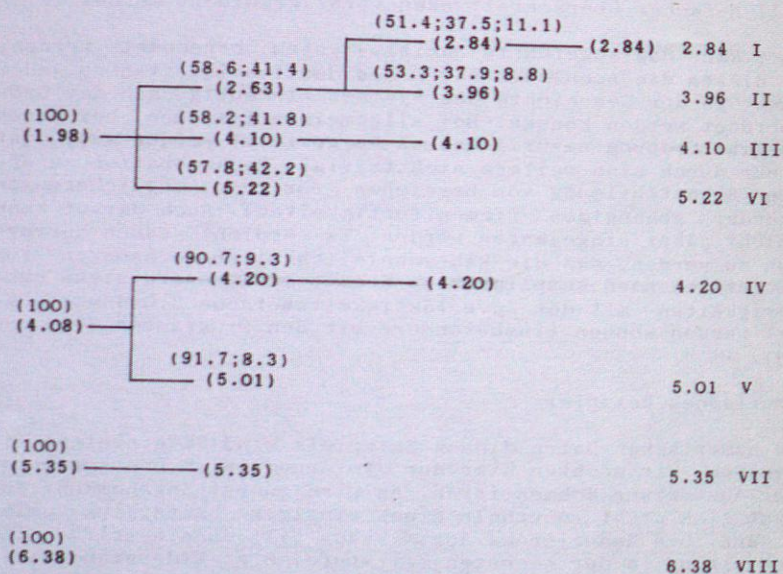


Bild 5b Numerische Ergebnisse (mit Ermüdung)

In Bild 5 a und 5 b sind die Sicherheitsindizes für die möglichen Systemzustände mit und ohne Ermüdung eingetragen. Man kann eine Abnahme des Sicherheitsindex beobachten, wenn Ermüdungsschädigung auftritt. Interessante Information ist in den in Klammern über den Sicherheitsindex angegebenen Werten für die Zeitstufenlängen am Linearisierungspunkt (wahrscheinlichsten Werte) enthalten. Daraus kann man sehen, daß das System bei Materialermüdung mehr Zeit in den ersten Zeitstufen als ohne Ermüdung verbringt. Allerdings darf man nicht übersehen, daß die mittlere Lebensdauer der Struktur sich aufgrund der Ermüdung vermindert hat.

6. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Ermüdungsphänomäne unter zyklischer Beanspruchung können dank einer einheitlichen Formulierung mit dem klassischen Extremwertversagen auf der Komponentenebene erfaßt werden. Das dafür verwendete Überschreitungsratekonzept liefert die einzelnen Versagenszeiten, die in der Systemformulierung benutzt werden.

Die mit FORM-SORM Methoden kompatible Betrachtungsweise stützt sich auf einen Versagensbaumansatz, der die Benützung von Suchalgorithmen, d.h. einem Algorithmus, der die wahrscheinlichsten Pfade zuerst auffindig macht, ermöglicht. Ein solcher ist für praktische Anwendungen in der Tat wegen des bei vollständiger Untersuchung von großen Systemen schnell anwachsenden Aufwands unbedingt notwendig. Die Betrachtungsweise unterscheidet sich von ähnlichen bereits vorliegenden Formulierungen in folgenden Punkten:

- die Versagenspfade sind zeitabhängig und in Zeitstufen eingeteilt
- am Ende jeder Zeitstufe gibt es die Möglichkeit, daß eine oder mehrere physikalische Komponenten unter einer großen "Welle" des Lastprozesses versagen
- für einen bestimmten Versagenspfad können die wahrscheinlichsten Dauern der Zeitstufen ermittelt werden.

Mit einem solchen Modell ist es also möglich, folgende Themen zu untersuchen:

- Einfluß der Lastumlagerung auf die Strukturredundanz je nach Bruchart (dynamischer Impulse nach einem spröden Bruch, langsame Umlagerung nach einer Plastifizierung)
- Berücksichtigung von Inspektionsergebnissen (z. B. mithilfe des Bayesschen Satzes) für eine Neuberechnung der Systemzuverlässigkeit in Hinblick auf Wartungsstrategie

Literatur

- [1] Grimmelt, M.J., Schueller, G.I., Über den Fehlerbaumansatz bei redundanten Tragwerken, Technische Universität München, Okt. 1986 (in diesem Heft enthalten)
- [2] Gollwitzer, S., Zuverlässigkeit redundanter Strukturen bei stofflich und geometrisch nichtlinearem Tragverhalten, Technische Universität München, Okt. 1986 (in diesem Heft enthalten)

- [3] Schmitt, W., Zuverlässigkeit von Stahlrahmen bei Anwendung der Fließzonentheorie, Technische Universität München,
- [4] Martindale, S.G., Wirsching, P.H., Reliability-Based Progressive Fatigue Collapse, Jour. of Struc. Eng., Vol. 109, No. 8, 1983
- [5] Rackwitz, R., Reliability of Structural Systems Subject to Fatigue, Proc. Conference on Structural Analysis and Design of Nuclear Power Plants, October 1984, Porto Alegre, Brasilien, 1984, pp. 117-131
Okt. 1986 (in diesem Heft enthalten)
- [6] Guers, F., Rackwitz, R., Crossing Rate Based Formulations in Fatigue Reliability, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, München, 1986, Heft 79
- [7] Guers, F., Dolinski, K., Rackwitz, R., Probability of Progressive Failure of Brittle Redundant Structural Systems in Time,
- [8] Guers, F., Zur Zuverlässigkeit redundanter Tragsysteme bei Ermüdungsbeanspruchung durch zeitvariante Gaußsche Lasten, Technische Universität München, Diss. eingereicht 1986
- [9] Hohenbichler, M., Rackwitz, R., Reliability of Parallel Systems under Imposed Uniform Strain, Journ. Eng. Mech. Div., ASCE, 1983, Vol. 109, 3, pp. 896-907

ZUR ZUVERLÄSSIGKEIT LINEARER SCHWINGER UNTER ANREGUNG INFOLGE MEHRERER PERIODISCHER LASTEN

von H. Grundmann, W. Baumgärtner*

1. Einleitung

Eine Stützkonstruktion für eine Anzahl gleichartiger Maschinen mit umlaufender Unwucht ist einer Belastung ausgesetzt, welche sich aus der Superposition mehrerer sinusförmig in der Zeit veränderlicher Lasten zusammensetzt. Selbst wenn die einzelnen Maschinen planmäßig gleich ausgeführt sein sollen, werden sie sich doch aufgrund zufälliger Fertigungsungenauigkeiten hinsichtlich der von ihnen ausgehenden Belastungen unterscheiden, und zwar hinsichtlich der Amplituden, der Frequenzen und der Phasenwinkel, die auch planmäßig unterschiedlich gewählt werden können.

Im Folgenden sollen unter Berücksichtigung dieser streuenden Einflußgrößen und der entstehenden ungleichförmigen Anregung Bewertungsfaktoren ermittelt werden, die es gestatten, die Stützkonstruktion bei Einhaltung vorgegebener Sicherheitsanforderungen deterministisch zu bemessen.

2. Sinusförmig in der Zeit veränderliche Lastresultierende zweier Teillasten

Eine Stützkonstruktion, die durch zwei sinusförmig veränderliche Lasten mit gleicher Frequenz, aber zufällig unterschiedlicher Phase dauernd belastet wird, ist, um eine ausreichend kleine Versagenswahrscheinlichkeit gewährleisten zu können, für die Summe der Teillastamplituden zu bemessen.

*) Prof.Dr.-Ing.H.Grundmann, Dr.-Ing.W.Baumgärtner,
Lehrstuhl für Baumechanik der TU München

Werden die Maschinen hingegen immer wieder ein- und abgeschaltet, so können sich mit jeder neuen Inbetriebnahme geänderte Phasendifferenzen ergeben. Nachdem die Amplituden aus den überlagerten Lasten damit jeweils unterschiedlich sind, kann die Sicherheit der Konstruktion nur unter Berücksichtigung der Schadensakkumulation aus den einzelnen Betriebszuständen beurteilt werden. Nach der linearen Schadensakkumulationshypothese von PALMGREN-MINER,

$$S = \sum \frac{n_i}{N_i} = \sum n_i \cdot \frac{\sigma_i^k}{\sigma_D^k \cdot N_D}$$

in der σ_i die im Betriebszustand i auftretende Wechselspannung, N_i die nach der WÖHLER-Linie zugehörige Zahl an Lastwechseln bis zum Bruch, n_i die tatsächlich im Betriebszustand i auftretende Lastwechselzahl und N_D , σ_D und k Koeffizienten der WÖHLER-Linie bedeuten, tritt der Bruch ein, wenn S den Wert 1 erreicht. Die gesamte Betriebszeit mit insgesamt n_L Lastwechseln wird in n_E Teilstände mit jeweils n_T Lastwechseln zerlegt.

Indem die Beanspruchung als Funktion der Belastungsamplituden σ_O und der Phasendifferenz φ ausgedrückt wird, läßt sich die Grenzzustandsbedingung formulieren.

$$S = n_L \cdot \frac{(2\sigma_O)^k}{N_D \cdot \sigma_D^k} \cdot \frac{1}{n_E} \cdot \sum_{i=1}^{n_E} [\cos(\varphi_i/2)]^k = 1$$

Zum Zwecke einer einfachen Berechnung wird ein Faktor a_p eingeführt, der, multipliziert mit einer Bezugsspannung σ_B , auf den zulässigen Wert der Amplitudensumme $2 \cdot \sigma_O$ führt. Der Wert a_p ist so bestimmt, daß bei Einwirkung von zwei Spannungen mit dieser Amplitudensumme die vorgegebene Versagenswahrscheinlichkeit eingehalten wird. Der Bezugswert ergibt sich unter Berücksichtigung der WÖHLER-Linie und der Lastwechselzahl n_L so, daß der Schaden S_B infolge einer sinusförmig veränderlichen Spannung σ_B gerade 1 wird.

$$2 \cdot \sigma_O = a_p \cdot \sigma_B$$

$$S_B = n_L \cdot \frac{\sigma_B^k}{N_D \cdot \sigma_D^k} = 1 \rightsquigarrow \sigma_B = \sigma_D \cdot (N_D/n_L)^{1/k}$$

$$a_p = [n_E / (\sum_{i=1}^{n_E} [\cos(\varphi_i/2)]^k)]^{1/k}$$

Die Phase φ_i streut gleichverteilt bei jedem Einschaltvorgang. Die Auswertung muß demnach für n_E unkorrelierte Zufallsvariable φ_i durchgeführt werden. Wird, um lediglich den Einfluß der streuenden Einwirkungen darstellen zu können, der Widerstand als determiniert angesetzt, so gelingt eine relativ einfache Berechnung von a_p , indem die Versagenswahrscheinlichkeit p_f als Teil eines n_E -dimensionalen Kugelvolumens V_{n_E} angenähert wird.

$$p_f = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{V_{n_E}}{n_E} ; \quad V_{n_E} = \frac{\pi^{n_E/2} \cdot R^{n_E}}{(n_E/2)!} \quad \text{für } n_E = 2, 4, 6, \dots$$

Als Radius R wird der Abstand zwischen dem Nullpunkt und dem Punkt der Grenzlinie angenommen, für den alle φ_i gleich sind.

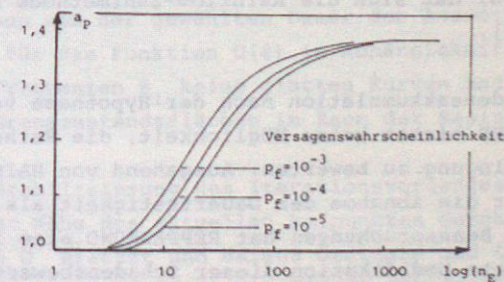


Bild 1: Faktor a_p in Abhängigkeit von der Anzahl der Einschaltungen n_E (**)

Beispiel: $p_f = 10^{-4}$, $n_E = 100$, Kerbfaktor $k = 3$

aus Bild 2: $a_p = 1,3$

zulässige Amplitudensumme: $2\sigma_0 = 1,3 \cdot \sigma_B$

3. Belastung durch Teillasten mit zufällig unterschiedlicher Frequenz

Aus der Überlagerung mehrerer sinusförmig in der Zeit veränderlicher Belastungen ergibt sich im allgemeinen, wenn nicht die Frequenzen in ganz bestimmten Relationen zueinander stehen, ein unregelmäßiger nichtperiodischer Verlauf. Ein einfacher Sonderfall ist die Schwebung, die sich bei der Überlagerung von zwei Lasten gleicher Amplituden mit wenig unterschiedlicher Frequenz ausbildet.

Mit Rücksicht auf die laufend veränderlichen Amplituden wird für eine Beurteilung der Zuverlässigkeit wieder eine Hypothese zur Bewertung der Aufsummierung von Teilschädigungen benötigt. Das Ergebnis der Auswertung und damit der Rechenwert für die Tragwerkszuverlässigkeit wird durch die Wahl des Zählverfahrens der Spannungswechsel erheblich beeinflusst [1]. Als zufriedenstellend, sowohl im Hinblick auf die theoretische Begründung wie auf die Übereinstimmung mit Versuchsauswertungen, hat sich die Rainflow-Zählmethode erwiesen [2], [3], [4].

Die lineare Schadensakkumulation nach der Hypothese von PALMGREN und MINER bietet keine Möglichkeit, die Reihenfolge der Lastaufbringung zu bewerten. Ausgehend von HAIBACHS Arbeiten [5] über die Abnahme der Dauerfestigkeit als Folge vorausgegangener Beanspruchungen hat REPPERMUND eine im weiteren verwendete Modifikation dieser Schadensbewertung entwickelt, die es erlaubt, die Belastungsgeschichte zu berücksichtigen. Dabei wird unter Berücksichtigung der nach der PALMGREN-MINER-Hypothese jeweils aufgelaufene Schädigung

der waagerechte Ast der im doppelt logarithmischen Maßstab als abgeknickte Gerade erscheinenden WÖHLER-Linie σ_{Dj} (als Grenze für Durchläufer) zunehmend abgesenkt.

$$S_j = (\sigma_i / \sigma_{Dj})^k / N_D$$

$$\sigma_{Dj} = \sigma_D \cdot (1-S)^{1/(k-1)}$$

Die Größen N_D , σ_D und k haben die gleiche Bedeutung wie vorher. Der nichtstationäre Charakter der Anregung sowie die Nichtlinearität der Schädigungsbewertung lassen nur eine numerische Behandlung des Problems zu. Dazu müssen die Punkte der Grenzzustandskurve iterativ bestimmt werden. Die Auswertung des dem Versagensbereich zuzuordnenden Wahrscheinlichkeitsvolumens vereinfacht sich erheblich durch die Anpassung von Ersatzhyperebenen. Diese Methode wurde von HASOFER/LIND vorgeschlagen, in Arbeiten von RACKWITZ und FIESSLER weiter aufbereitet und in einem Anwenderprogramm [6] zur Verfügung gestellt.

Für einen Schwinger, auf den zwei periodische Lasten einwirken, zeigt als Beispiel Bild 2 die dem Iterationsprozess vorzugebende Funktion $D=1-S$ in Abhängigkeit von der Frequenz θ_1 der einen Last bei konstanter Frequenz θ_2 . Als Folge der sprunghaften Veränderungen der Ergebnisse des Zählprozesses (z.B. Einflüsse infolge der gewählten Anzahl der Rainflow-Klassen und der gewählten Dauer der Auswertungen) ergeben sich für die Funktion $D(\theta)$ in Abhängigkeit von den streuenden Frequenzen θ_1 keine glatten Kurven und damit keine glatten Grenzzustandsflächen im Raum der Basisvariablen.

Zur Stabilisierung des Iterationsvorganges wurde die Kurve D in der Nähe des aktuellen Aufpunktes durch eine Ausgleichskurve D^+ ersetzt und daraus Ordinate und Steigung bestimmt. Der physikalisch bedingte Einschnitt der Kurve D am Ort $\theta_1 = \theta_2$ wurde unterdrückt (Bild 3).

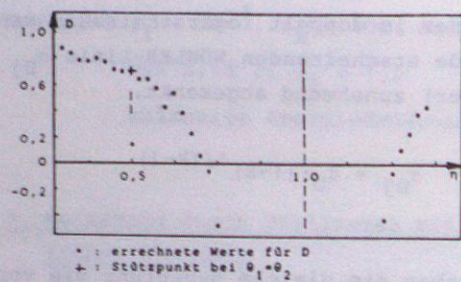


Bild 2: Rechenwerte der Kurve $D=1-S$ mit Stützwert bei $\theta_1=\theta_2$

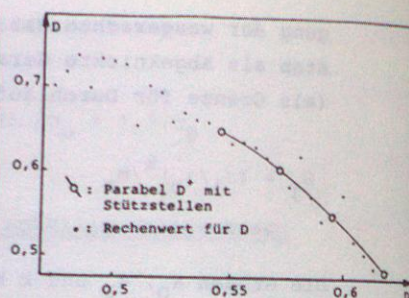


Bild 3: Punkte der Kurve D mit Hilfsparabel D^+

Schwierigkeiten bei der numerischen Behandlung bereiten auch die starke Überhöhung der Schwingungsantwort im Resonanzbereich, sowie der Umstand, daß bei Berücksichtigung des REPERMUNDschen Konzepts keine negativen Werte für die Kurve D definiert sind. Als Folge davon konnten bisher für die nähere Umgebung der Resonanzstelle die Ergebnisse nicht ausreichend abgesichert werden. Diese numerischen Schwierigkeiten treten bei Berücksichtigung von mehr als zwei streuenden Frequenzen verstärkt auf.

Der Einfluß der streuenden Belastungsgrößen wird (bei determiniert vorgegebene Widerstandsgrößen) in Form eines Bewertungsfaktors a_F auf Bild 4 in Abhängigkeit vom Frequenzverhältnis $\eta = \theta_m / \omega$ gezeigt. Dieser Faktor, multipliziert mit einer Bezugslast P_B , führt auf den zulässigen Wert der Amplitudensumme $2P_0$.

Der Wert a_F ist so festgelegt, daß bei Einwirkung von zwei Maschinenlasten dieser Amplitudensumme die vorgegebene Versagenswahrscheinlichkeit eingehalten wird. Als Bezugswert dient die Amplitude einer sinusförmig veränderlichen Belastung, die unter Berücksichtigung der WÖHLER-Linie und des

Vergrößerungsmaßes auf den Schaden 1 führt.

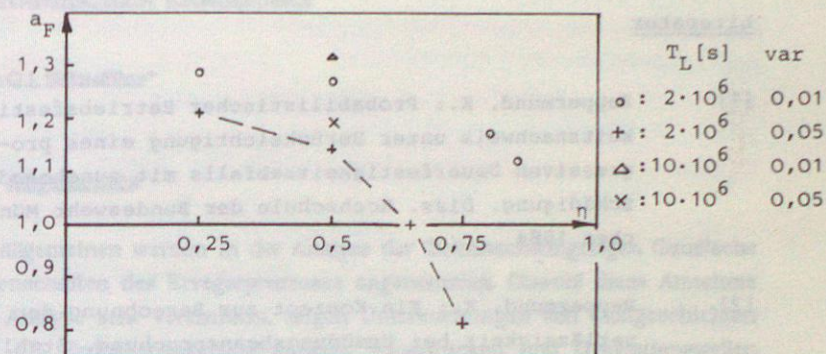


Bild 4: Bewertungsfaktor a_F für 2 streuende Frequenzen für $p_f = 10^{-4}$ in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten var und der Betriebsdauer T_L **)

4. Zusammenfassung

Es wurde die Ableitung von Bewertungsfaktoren beschrieben, mit deren Hilfe das Zusammenwirken mehrerer, mit der Zeit sinusförmig veränderlicher Lasten mit streuender Amplitude, Frequenz oder Phase, unter Einhaltung eines vorgegebenen Sicherheitsmaßes vereinfacht erfaßt werden kann. Eine geschlossene Berechnung dieser Faktoren gelingt nur in einfachen Fällen. Bei der numerischen Auswertung für streuende Frequenzen treten aufgrund des Zählverfahrens unstetige Grenzzustandsflächen auf. Die Konvergenz des Iterationsvorganges zur Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit konnte bislang mit erträglichem Rechenaufwand nur für Sonderfälle ausreichend stabilisiert werden.

***) Die Verfasser danken den Herren cand.-ing. Zirwas und cand.-ing. Hartmann für die Mitarbeit bei der numerischen Auswertung.

Literatur

- [1] Reppermund, K.: Probabilistischer Betriebsfestigkeitsnachweis unter Berücksichtigung eines progressiven Dauerfestigkeitsabfalls mit zunehmender Schädigung. Diss. Hochschule der Bundeswehr München 1984
- [2] Reppermund, K.: Ein Konzept zur Berechnung der Zuverlässigkeit bei Ermüdungsbeanspruchung. Stahlbau 55 (1986) Heft 4, Seite 104-112
- [3] Clormann, U.H.; Seeger, T.: Rainflow-HCM. Ein Zählverfahren für Betriebsfestigkeitsnachweise auf werkstoffmechanischer Grundlage. Stahlbau 55 (1986) Heft 3, Seite 65-70
- [4] Lindgren, G.; Rychlik, I.: Rain Flow Cycle Distributions for Fatigue Life Prediction under Gaussian Load Processes. Department of Mathematical Statistics, Lund (Schweden), 1986
- [5] Haibach, E.: Modifizierte Schadensakkumulationshypothese zur Berücksichtigung des Dauerfestigkeitsabfalls mit fortschreitender Schädigung. LBF Techn. Mitt. TM 50/70, Lab.f.Betriebsfest., Darmstadt
- [6] Fießler, B.: Das Programmsystem FORM zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit von Komponenten von Tragsystemen. SFB 96, Heft 43, Technische Universität München 1979.

NICHT-GAUSS'SCHE REAKTION VON TRAGWERKEN UNTER DYNAMISCHER ERREGUNG

von G.I. Schuëller*

1 Allgemeines

Im allgemeinen werden in der Analyse der Zufallsschwingungen Gauß'sche Eigenschaften des Erregerprozesses angenommen. Obwohl diese Annahme die Analyse sehr vereinfacht, zeigen Untersuchungen von Lastgeschichten wie z.B. Erdbebenbeschleunigungen, Winddrücken und Gravitationswellen beträchtliche nicht-Gauß'sche Charakteristiken. Dies schlägt sich vor allem in den Eigenschaften der höheren Momente des Erregungsprozesses nieder, die direkt eine nicht Gauß'sche Reaktion linearer Systeme bewirken und folglich die Niveauüberschreitenswahrscheinlichkeiten bzw. Zuverlässigkeitswerte beeinflussen.

Nicht-Gauß'sche Reaktion von Tragwerken kann auch auf deren nichtlineare Eigenschaften in Bezug auf Dämpfung und/oder Rückstellkraft zurückzuführen sein. Im folgenden werden zwei aus einer Reihe von Möglichkeiten der mathematischen Darstellung nicht-Gauß'scher Eigenschaften von Zufallsprozessen detailliert besprochen, deren Anwendung sich als sehr vorteilhaft erwies.

2 Mathematische Beschreibung Nicht-Gauß'scher Zufallsvariablen und Zufallsprozesse

Eine Zufallsvariable wird optimal durch ihre Dichtefunktion beschrieben. In Fällen, in denen jedoch nur eine begrenzte Anzahl von Daten vorliegt, oder die mathematische Komplexität die Transformation von bekannten Verteilungen (z.B. nichtlineare Systeme, die durch einen Gauß'schen Prozeß belastet sind) nicht erlaubt, werden die statistischen Momente herangezogen, um die Verteilung in geschlossener Form darzustellen. Im allgemeinen ist eine solche Approximation nicht eindeutig. Die Darstellung

*) o.Prof.Dr.-Ing.habil. G.I. Schuëller, Ph.D. (Stanford), Institut für Mechanik, Universität Innsbruck; vormalig Institut für Bauingenieurwesen III (Massivbau), Technische Universität München.

von nicht-Gaußschen Verteilungen kann durch Reihenentwicklungen (z.B. Hermite Polynome), Kriterien der maximalen Entropie oder Kumulanten erfolgen.

Die Darstellung einer unbekannt Wahrscheinlichkeitsdichte $f_X(x)$ mit Hilfe einer Gram-Charlier-Reihe (TYP A) lautet

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \exp \left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2} \right] \cdot \left[1 + \sum_{i=3}^k \frac{C_i}{i!} He_i \left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma_x} \right) \right] \quad (1)$$

Für die Anwendung der maximalen Entropiemethode lautet die entsprechende Dichtefunktion

$$f_X(x) = C_0 \exp \left(\sum_{i=1}^k C_i x^i \right) \quad (2)$$

In beiden Fällen sind die Konstanten C_i , $i = 1..k$ aus k bekannten statistischen Momenten der Zufallsgröße X bestimmbar. Bild 1 zeigt am Beispiel einer Lognormalverteilung die Dichtefunktionen nach verschiedenen Anpassungsverfahren.

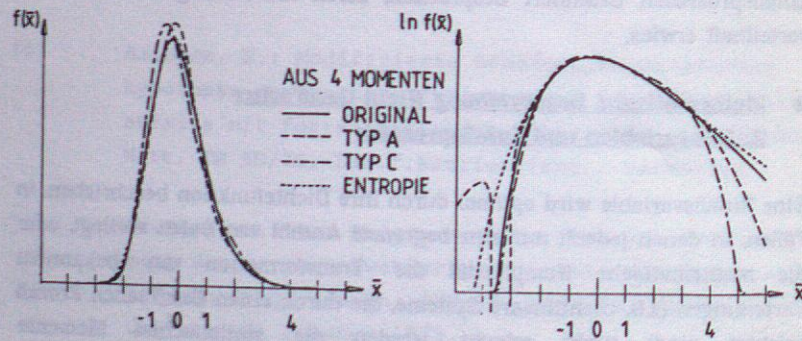


Bild 1: Anpassung einer Lognormalverteilung mit Hilfe statistischer Momente

Der Zufallsprozeß selbst wird vollständig durch alle seine möglichen gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichten an unterschiedlichen Zeitpunkten definiert. Es ist jedoch auch bei Annahme von Stationarität und Ergodizität im allgemeinen nicht möglich, diese mit Hilfe von Daten zu bestimmen, jedoch aber die Momentenfunktionen, wie z.B. Mittelwert, Autokorrelationen, Korrelationen dritter und höherer Ordnung. Die Beschreibung der Zufallsprozesse kann sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich erfolgen. So kann z.B. das dritte zentrale Moment wie folgt ausgedrückt werden

$$\mu_{x,3} = R_{xxx}(0,0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xxx}(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \quad (3)$$

worin $R_{xxx}(0,0)$ die Korrelation und $S_{xxx}(\omega_1, \omega_2)$ die spektrale Dichte dritter Ordnung darstellen. Für einen Gauß'schen Prozeß wird z.B. dieses durch Gl(3) definierte dritte Moment zu null

Bild 2 zeigt die Bikorrelation und das Bispektrum gemessener Winddruckdaten.

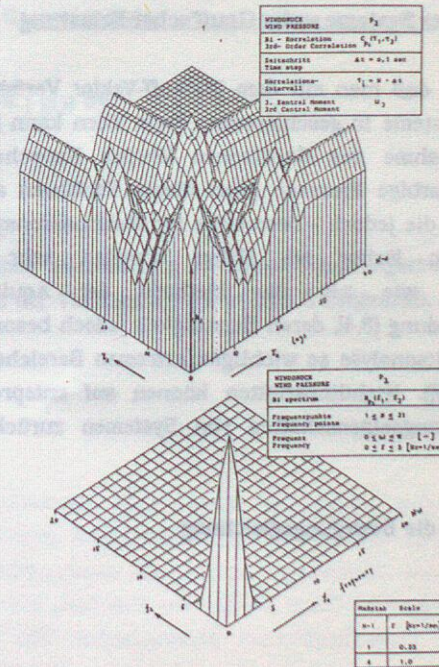


Bild 2: Bikorrelation und Bispektrum gemessener Winddruckdaten [8]

3 Reaktion linearer Systeme unter nicht-Gauß'scher Belastung

Da für lineare Systeme das Prinzip der Superposition gilt, können die statistischen Eigenschaften der Reaktion durch die entsprechenden Eigenschaften der Eingangsfunktion sowie die Impulsreaktionsfunktion ausgedrückt werden. Im Frequenzbereich können daher die Spektren der Tragwerksantwort y höherer Ordnung wie folgt dargestellt werden [1]:

$$S_{yyy}(\omega_1, \omega_2) = H(\omega_1) H(\omega_2) \bar{H}(\omega_1 + \omega_2) S_{xxx}(\omega_1, \omega_2) \quad (4)$$

$$S_{yyyy}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = H(\omega_1) H(\omega_2) H(\omega_3) \bar{H}(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) \quad (5)$$

worin $H(\cdot)$ und $\bar{H}(\cdot)$ die Übertragungsfunktion bzw. deren komplex konjugierte bedeuten. Da sich die numerische Integration der Gln.(4) und (5) als schwierig und umfangreich darstellt, kann das Problem durch die Annahme konstanter höherer Spektren des Lastprozesses vereinfacht werden.

4 Reaktion nichtlinearer Systeme unter Gauß'scher Belastung

Es ist allgemein bekannt, daß man mit dem Markoff-Vektor Verfahren die Reaktion nichtlinearer Systeme in geschlossener Form lösen kann [2]. Dies bedingt jedoch die Annahme des Gauß'schen Weißen Rauschens des Eingangsprozesses. Für farbige Prozesse führt dieses Verfahren auf eine Fokker-Planck Gleichung, die jedoch - besonders für Mehrmassensysteme - nicht mehr geschlossen lösbar ist. Daher kommen sehr häufig Approximationsmethoden wie z.B. die Methode der Äquivalenten Linearisierung zur Anwendung [3,4], deren Genauigkeit jedoch besonders in den für die Zuverlässigkeitsanalyse so wichtigen extremen Bereichen unter Diskussion steht (z.B. [5]). Nichtlinearitäten können auf entsprechende Steifigkeits- bzw. Dämpfungseigenschaften von Systemen zurückgeführt werden.

Im ersteren Fall lautet z.B. die Bewegungsgleichung

$$\ddot{y} + 2D\omega\dot{y} + \omega_0^2 f(y) = x \quad (6)$$

worin x Gauß'sches weißes Rauschen und $f(y)$ die Stabilisierungsfunktion des

Systems darstellen. Die stationäre gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung der Reaktionsvektorkomponenten y, \dot{y} lautet sodann:

$$p(y, \dot{y}) = C \exp\left(-\frac{\dot{y}^2}{2\sigma_{\dot{y}}^2}\right) \exp\left(-B \int f(y) dy\right) \quad (7)$$

worin $\sigma_{\dot{y}}^2$ und B die Systemparameter sowie die Intensität der Systemerregung reflektieren und C eine Normalisierungskonstante darstellt.

Im Fall nichtlinearer energieabhängiger Dämpfung lauten die entsprechenden Gleichungen:

$$\ddot{y} + h(E)\dot{y} + g(y) = x \quad (8)$$

$$p(y, \dot{y}) = C \exp\left(-B \int_0^E h(E) dE\right) \quad (9)$$

worin die Gesamtenergie

$$E = \frac{1}{2} \dot{y}^2 + \int g(y) dy \quad (10)$$

bedeutet.

Für spezielle nichtlineare Werkstoffdämpfungsmodelle sind die Dichtefunktionen der Verschiebung x in Bild 3 dargestellt.

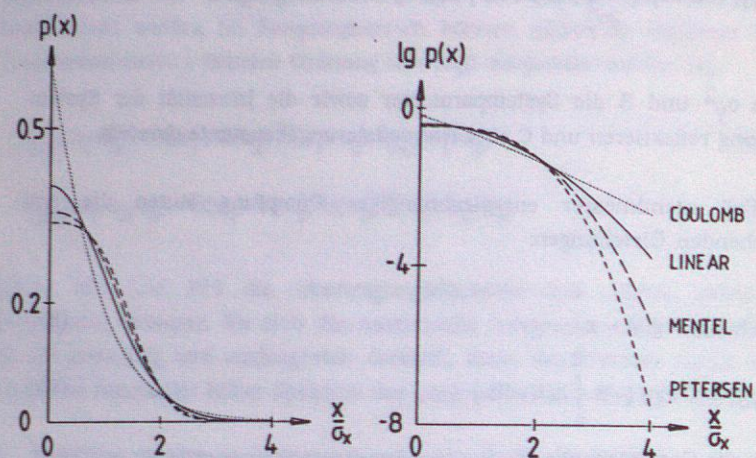


Bild 3: Normierte Dichtefunktionen $p(x)$ für verschiedene Dämpfungsmodelle [6]

5 Diskussion der Ergebnisse

Wie Bild 2 zeigt, können natürliche Lastprozesse signifikant nicht-Gauß'sche Eigenschaften aufweisen, deren Darstellung sinnvoll in Form höherer Korrelationen oder Spektren erfolgt. Die Bestimmung der höheren statistischen Momente der Reaktion kann dann in voller Analogie zur bekannten Leistungsspektralmethode durchgeführt werden.

Für spezielle nichtlineare Probleme zeigt sich ebenfalls stark nicht-Gauß'sches Verhalten. Die in Bild 3 dargestellten geschlossenen Lösungen für nichtlineare Dämpfung dienen als Ausgangsbasis für Zuverlässigkeitsbeurteilungen [7]. Dabei werden die Resultate, wie erwartet, maßgeblich von diesen nicht-Gauß'schen Eigenschaften der Reaktion beeinflusst.

6 Literatur

- [1] MELZER, H.-J., SCHUËLLER, G.I.: "On the Reliability of Flexible Structures under Non-Normal Loading Processes", Proc., IUTAM-Symposium on Random Vibrations and Reliability, K. Hennig (Ed.), Akademie Verlag, Berlin, 1983, pp. 73-83.
- [2] LIN, Y.K.: "Probabilistic Theory of Structural Dynamics", Robert E. Krieger Publ.Comp., Malabar, Florida, 1976.
- [3] BABER, T.T., WEN, Y.K.: "Random Vibration of Hysteretic, Degrading Systems", J.Eng.Mech.Div., Proc. ASCE, Vol. 107, No. EM6, 1981.
- [4] PRADLWARTER, H.J., SCHUËLLER, G.I.: "Accuracy and Limitations of the Method of Equivalent Linearizations by Estimating the Nonlinear Stochastic Response of Hysteretic Multi-Story Structures", Proc., IUTAM-Symposium on Nonlinear Stochastic Dynamic Engineering Systems, Ziegler, F. and Schuëller, G.I. (Eds.), Springer Verlag, to appear 1987.
- [5] HAMPL, N.C., SCHUËLLER, G.I.: "On the Response of Nonlinear Systems under Stochastic Excitation", to be submitted for publication.
- [6] BUCHER, C.G.: "Zuverlässigkeit von mechanischen Systemen mit nichtlinearen Dämpfungseigenschaften", Bericht Nr. 7-86, Institut für Mechanik, Univ.Innsbruck, Juni 1986.
- [7] SCHUËLLER, G.I., BUCHER, C.G.: "Nonlinear Damping and its Effect on the Reliability Estimates of Structures", Random Vibration-Status and Recent Developments, The Stephen Harry Crandall Festschrift, I. Elishakoff and R.H. Lyon (Eds.), Elsevier Science Publ.Comp., Amsterdam, 1986, pp.389-402.
- [8] MELZER, H.-J.: "Tragwerkschwingungen unter Zufallslast mit Nicht-Gaussischer Wahrscheinlichkeitsverteilung", Diss., TU München, 1981

GRUNDZÜGE EINES STOCHASTISCHEN MODELLS FÜR STRASSENVERKEHRSLASTEN

Dipl.-Ing. P. Groß
Institut f. Massivbau, Technische Universität München

1. Einleitung

Straßenverkehrslasten für die Dimensionierung von Brücken sind seit Jahrzehnten in DIN 1072 genormt. Diese Norm wurde erst kürzlich den aktuellen Erfordernissen angepaßt. Die in dieser Norm enthaltenen Lastannahmen beruhen allerdings fast durchwegs auf rein deterministischen Betrachtungen. Die in den letzten Jahren zugenommenen Schäden an Brücken sowie die Tendenz zu immer dichterem und schwererem Verkehr lassen es als notwendig erscheinen, auch die Straßenverkehrslasten realistisch durch ein stochastisches Modell zu erfassen. Eines der frühesten Modelle geht zurück auf Asplund [1]. Weitere Vorschläge wurden u. a. von Ditlevsen [2], Geidner [3] und Takaoka [5] gemacht. Als neuere Arbeiten seien nur jene von Hikosaka [4], Iwankiewicz [6] und Moses [7] genannt. In Übereinstimmung mit Geidner [3] umfaßt ein probabilistisches Modell für Straßenverkehrslasten drei Teilmodelle. Dies sind:

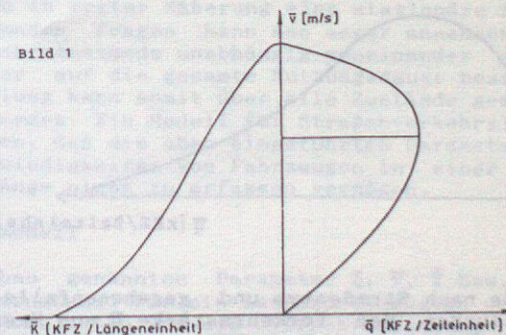
- 1) Ein Verkehrsflußmodell,
- 2) ein Fahrzeugmodell und
- 3) ein mechanisches Modell für den Zusammenhang zwischen Last und Lastwirkung.

2. Verkehrsflußmodell

Ein bestimmter Verkehrszustand kann getrennt nach Fahrspuren durch die Parameter

- q [KFZ/Zeiteinheit] = Verkehrsstärke
 K [KFZ/Längeneinheit] = Verkehrsdichte
 v [m/sec] = mittlere Geschwindigkeit

hinreichend beschrieben werden. Der qualitative Zusammenhang der drei Größen ist in Bild 1 dargestellt.



Für jeden Straßenquerschnitt gibt es eine optimale Geschwindigkeit, bei der die höchste Leistung des Verkehrsweges erreicht wird. Die Zustände $\bar{v} > \bar{v}_{opt}$ nennt man freien Verkehr, diejenigen mit $\bar{v} < \bar{v}_{opt}$ gebundenen Verkehr. Damit existieren für jede Verkehrsstärke \bar{q}_i zwei Zustände mit jeweils (konstanter) Geschwindigkeit $\bar{v}_{i1,2}$.

In Bild 2 sind 2 Tagesganglinien für die Verkehrsstärke \bar{q} dargestellt und zwar für denselben Querschnitt, aber für verschiedene Wochentage.



Bild 2

Wenn man über einen längeren Zeitraum die auf konstante Zeitintervalle bezogenen Durchschnittswerte \bar{q}_i nach ihrer Häufigkeit aufträgt, entsteht die in Bild 3 dargestellte Verteilungsdichte $f(\bar{q})$. Hierbei entsprechen die Häufigkeiten den jeweiligen Anteilen an der Nutzungsdauer.

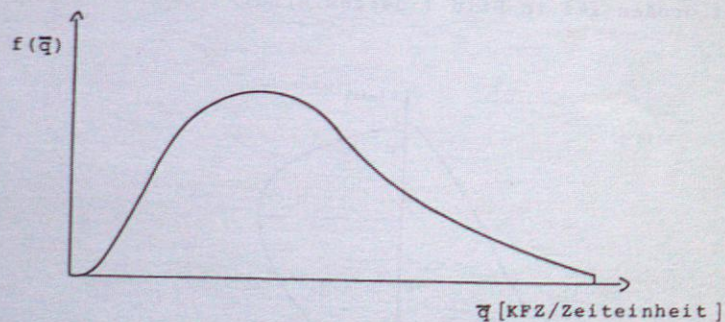


Bild 3

So lassen sich je nach Straßentyp und gegebenenfalls Fahrspur getrennt Verteilungen der Verkehrsstärke \bar{q} aus Messungen berechnen und über die Relation $\bar{v} = g(\bar{q})$ aus Bild 1 die dazugehörigen Geschwindigkeiten ermitteln, wobei zusätzlich noch der Anteil der gebundenen Verkehrszustände anzugeben ist. Mit Hilfe

der Beziehung $\bar{T}_i = \frac{1}{\bar{q}_i} - \frac{\bar{L}}{\bar{v}}$ mit \bar{L} der mittleren Fahrzeuglänge erhält man die mittlere Nettozeitlücke zwischen den Fahrzeugen, bzw. mit $\bar{D}_i = \bar{T}_i \bar{v}_i$ die mittlere Nettoweglücke. Die Verteilung der Fahrzeugabstände zeigt Bild 4.

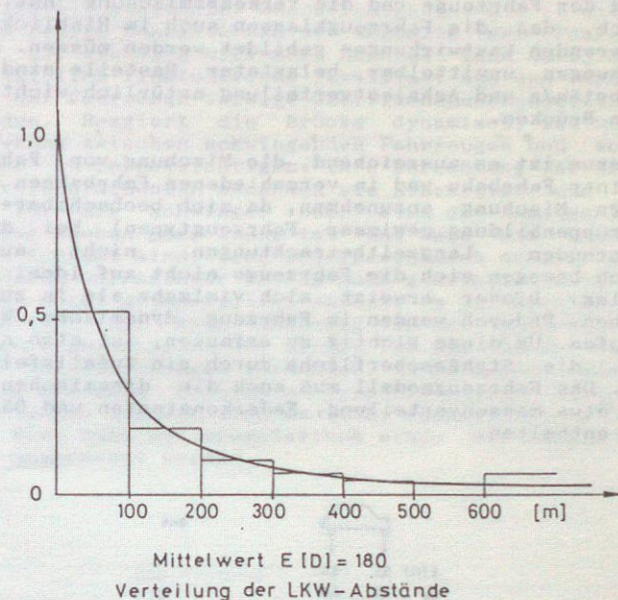


Bild 4

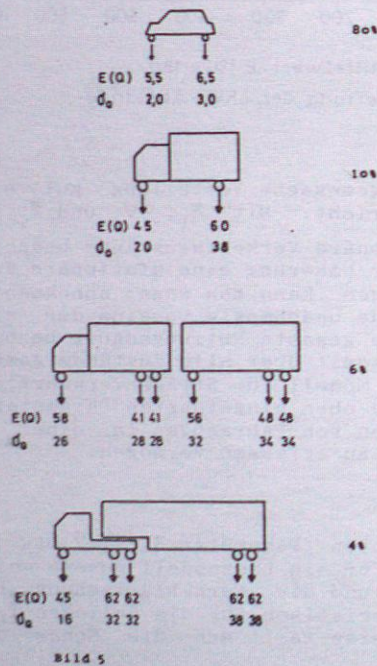
Man erkennt, daß die gemessene Verteilung gut einer Exponentialverteilung entspricht. Mit \bar{q}_i , \bar{v}_i und \bar{T}_i bzw. \bar{D}_i können also bestimmte, stationäre Verkehrszustände beschrieben werden. Diese bilden in erster Näherung eine stationäre Folge. Für die interessierenden Fragen kann man sogar annehmen, daß die einzelnen Verkehrszustände unabhängig voneinander sind. Zur Ermittlung der auf die gesamte Nutzungsdauer bezogenen Lastwirkungsverteilung kann somit über alle Zustände gemäß Bild 3 integriert werden. Ein Modell für Straßenverkehrslasten kann dabei hinnehmen, daß die oben eingeführten Parameter unterschiedliche Geschwindigkeiten von Fahrzeugen in einer Fahrspur und Überholvorgänge nicht zu erfassen vermögen.

3. Fahrzeugmodell

Die oben genannten Parameter \bar{q} , \bar{v} , \bar{T} bzw. \bar{D} beschreiben den Verkehrszustand. Für ein Lastmodell müssen weiter die Fahrzeug- bzw. Achslasten und die Verkehrsmischung bekannt sein. Erstere sind charakteristisch für die üblichen Typen von Fahrzeugen. Zweckmäßigerweise teilt man die Menge der aktuellen

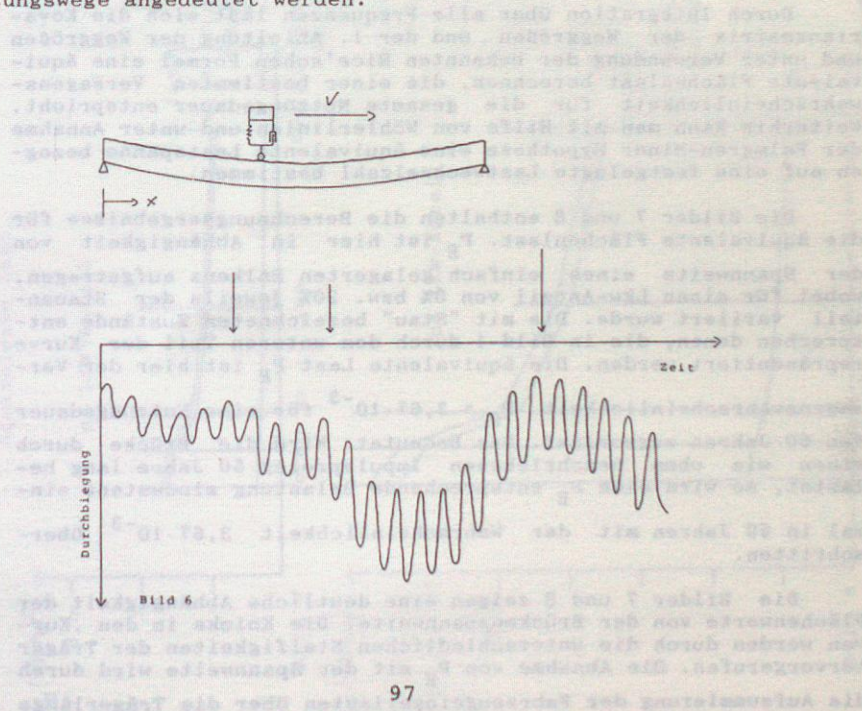
Fahrzeugtypen in eine nicht zu große Zahl von Klassen ein. Bild 5 zeigt ein Beispiel für eine Einteilung des Fahrzeugparks in 4 Fahrzeugkategorien mit Angabe ihrer Anteile am Gesamtfahrzeugaufkommen sowie Mittelwert und Standardabweichung der Achslasten. Eine Einteilung muß abhängig vom Straßentyp bzw. der Fahrspur erfolgen, weil die Funktion der Straße Einfluß auf die Auslastung der Fahrzeuge und die Verkehrsmischung hat. Weiter zeigt sich, daß die Fahrzeugklassen auch im Hinblick auf die interessierenden Lastwirkungen gebildet werden müssen. Für die Beanspruchungen unmittelbar belasteter Bauteile sind Details der Achsabstände und Achslastverteilung natürlich wichtiger als bei langen Brücken.

Wiederum ist es ausreichend, die Mischung von Fahrzeugtypen auf einer Fahrbahn und in verschiedenen Fahrbahnen als eine unabhängige Mischung anzunehmen, da sich beobachtbare Clustierungen (Gruppenbildung gewisser Fahrzeugtypen) bei den hier interessierenden Langzeitbetrachtungen nicht auswirken. Schließlich bewegen sich die Fahrzeuge nicht auf ideal glattem Straßenbelag. Dieser erweist sich vielmehr als in zufälliger Weise uneben. Dadurch werden im Fahrzeug dynamische Wirkungen hervorgerufen. Um diese richtig zu erfassen, ist also nicht nur notwendig, die Straßenoberfläche durch ein Zufallsfeld zu modellieren. Das Fahrzeugmodell muß auch die dynamischen Eigenschaften, etwa Massenverteilung, Federkonstanten und Dämpfungsparameter enthalten.



4. Mechanisches Modell

Verkehrsfluß- und Fahrzeugmodell bestimmen einen stationären Impulsprozeß für die innerhalb von Fahrzeugen gegebenenfalls korrelierten, aber zwischen den Fahrzeugen unabhängigen Achslasten. Bild 6 zeigt einen durch eine stationäre Folge von Impulsen belasteten Träger, wobei dieser zur Vereinfachung der Darstellung nur mit einer Fahrspur belegt ist. Die Lastimpulse bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit. Die in Bild 6 dargestellten Pfeile kennzeichnen die Ankünfte der Fahrzeuge am Auflager. Der statisch wirkenden Achslast kann dabei die räumlich und zeitlich fluktuierende Zusatzlast aus den dynamischen Wirkungen der Fahrzeuge infolge Oberflächenunebenheiten überlagert werden. Reagiert die Brücke dynamisch, ist weiter die Wechselwirkung zwischen schwingenden Fahrzeugen und schwingender Brücke zu berücksichtigen. Ihre Berechnung ist selbst bei gewissen vereinfachenden Annahmen wie Linearität und viskoser Dämpfung für die Schwinger oder etwa den Annahmen, daß der Brückenbelag uneben aber starr ist und Rad und Brückenbelag ständig in Kontakt sind, eine außergewöhnlich schwierige Aufgabe, an deren umfassender Lösung noch gearbeitet wird. Man unterscheidet dabei grundsätzlich Ansätze im Zeitbereich und im Frequenzbereich und kann abhängig von der Spannweite und den dynamischen Eigenschaften der Brücke für die Berechnungen wesentliche Vereinfachungen vornehmen. Insbesondere kann man die Betrachtung auf ganz bestimmte Verkehrszustände beschränken. Bei sehr langen Brücken sind es z. B. ausschließlich die Stauzustände. Hier kann nur exemplarisch einer der möglichen Lösungswege angedeutet werden.



5. Beispiel einer Berechnung im Frequenzbereich

Unter der Annahme, daß der Lastprozeß schon eine gewisse Zeit auf die Brücke einwirkte und die Fahrzeugabstände spürbar kleiner als die Spannweite des Trägers sind, kann in guter Näherung auch die Stationarität des Lastwirkungsprozesses vorausgesetzt werden (siehe hierzu [3]). Dies trifft umso eher zu, je größer die Spannweite der Brücke ist und je mehr Fahrspuren sich auf ihr befinden.

Wegen der Stationarität der Prozesse läßt sich die Berechnung am einfachsten im Frequenzbereich durchführen. Dies führt zu der folgenden Matrixgleichung für den Zusammenhang der Spektren von Ein- und Ausgang des dynamischen Systems.

$$\underline{S}_w(\omega) = \underline{H}^*(\omega) \underline{S}_Q(\omega) \underline{H}^T(\omega)$$

mit

$\underline{S}_w(\omega)$ = Spektralmatrix der Balkenweggrößen

$\underline{S}_Q(\omega)$ = Spektralmatrix der Knotenlasten

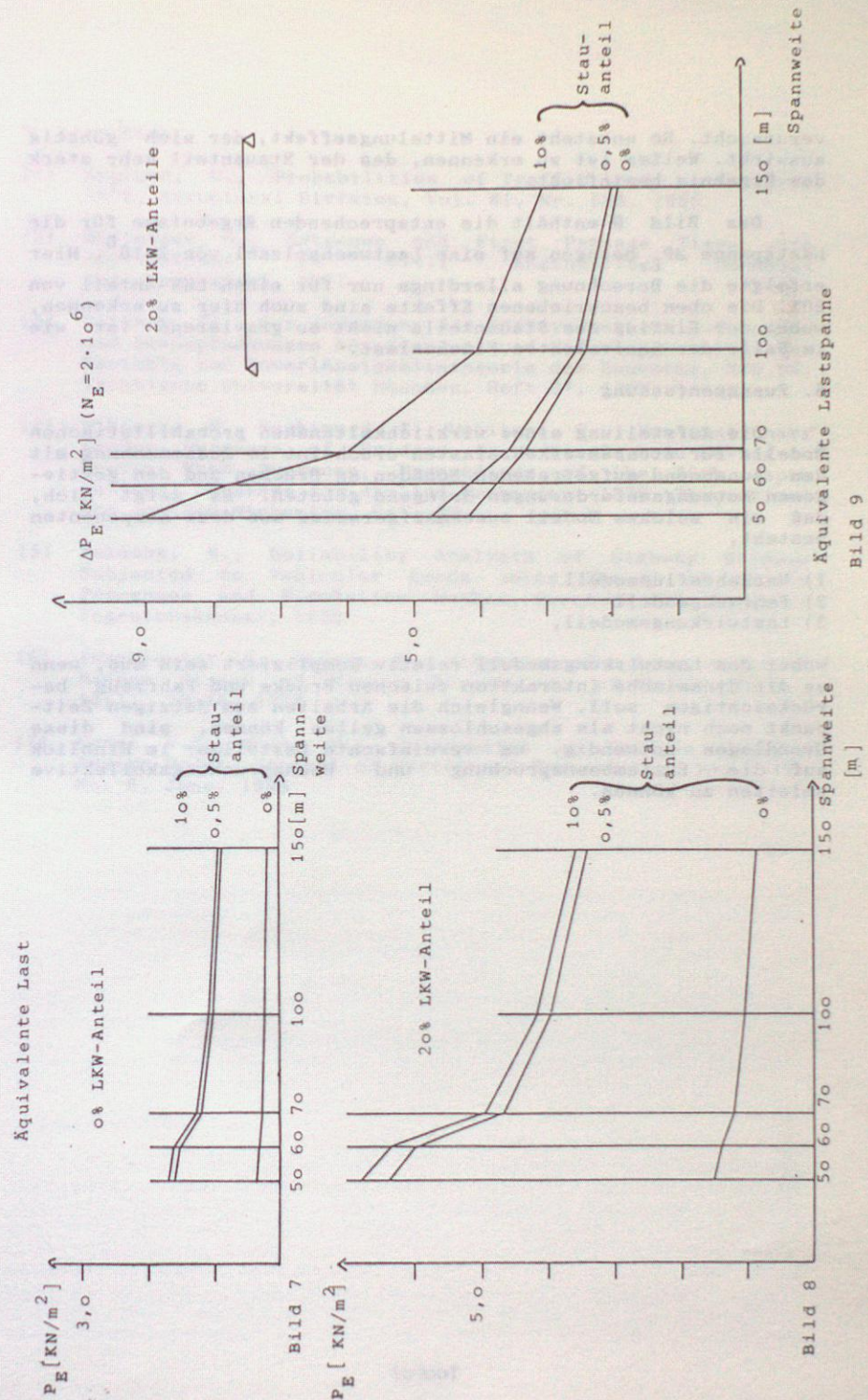
$\underline{H}(\omega)$ = Matrix der Übertragungsfunktion ($\underline{H}^*(\omega)$ = konjugiert komplexe Übertragungsfunktion)

Durch Integration über alle Frequenzen läßt sich die Kovarianzmatrix der Weggrößen und der 1. Ableitung der Weggrößen und unter Verwendung der bekannten Rice'schen Formel eine äquivalente Flächenlast berechnen, die einer bestimmten Versagenswahrscheinlichkeit für die gesamte Nutzungsdauer entspricht. Weiterhin kann man mit Hilfe von Wöhlerlinien und unter Annahme der Palmgren-Miner Hypothese eine äquivalente Lastspanne bezogen auf eine festgelegte Lastwechselzahl bestimmen.

Die Bilder 7 und 8 enthalten die Berechnungsergebnisse für die äquivalente Flächenlast. P_E ist hier in Abhängigkeit von der Spannweite eines einfach gelagerten Balkens aufgetragen, wobei für einen Lkw-Anteil von 0% bzw. 20% jeweils der Stauanteil variiert wurde. Die mit "Stau" bezeichneten Zustände entsprechen denen, die in Bild 1 durch den unteren Teil der Kurve repräsentiert werden. Die äquivalente Last P_E ist hier der Versagenswahrscheinlichkeit $P_F = 3,67 \cdot 10^{-3}$ für eine Nutzungsdauer

von 50 Jahren zugeordnet. Das bedeutet: Wird die Brücke durch einen wie oben beschriebenen Impulsprozeß 50 Jahre lang belastet, so wird eine P_E entsprechende Belastung mindestens einmal in 50 Jahren mit der Wahrscheinlichkeit $3,67 \cdot 10^{-3}$ überschritten.

Die Bilder 7 und 8 zeigen eine deutliche Abhängigkeit der Flächenwerte von der Brückenspannweite. Die Knicke in den Kurven werden durch die unterschiedlichen Steifigkeiten der Träger hervorgerufen. Die Abnahme von P_E mit der Spannweite wird durch die Aufsummierung der Fahrzeugeinzellasten über die Trägerlänge



verursacht. So entsteht ein Mittelungseffekt, der sich günstig auswirkt. Weiter ist zu erkennen, daß der Stauanteil sehr stark das Ergebnis beeinflusst.

Das Bild 9 enthält die entsprechenden Ergebnisse für die Lastspanne ΔP_E bezogen auf eine Lastwechselzahl von $2 \cdot 10^6$. Hier erfolgte die Berechnung allerdings nur für einen LKW-Anteil von 20%. Die oben beschriebenen Effekte sind auch hier zu erkennen, wobei der Einfluß des Stauanteils nicht so gravierend ist wie im Falle der äquivalenten Flächenlast.

6. Zusammenfassung

Die Aufstellung eines wirklichkeitsnahen probabilistischen Modells für Straßenverkehrslasten erscheint im Zusammenhang mit den zunehmend aufgetretenen Schäden an Brücken und den gestiegenen Nutzungsanforderungen dringend geboten. Es zeigt sich, daß ein solches Modell zweckmäßigerweise aus drei Komponenten besteht,

- 1) Verkehrsflußmodell
- 2) Fahrzeugmodell
- 3) Lastwirkungsmodell,

wobei das Lastwirkungsmodell relativ kompliziert sein muß, wenn es die dynamische Interaktion zwischen Brücke und Fahrzeug berücksichtigen soll. Wenngleich die Arbeiten zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht als abgeschlossen gelten können, sind diese Grundlagen notwendig, um vereinfachte Lastbilder im Hinblick auf die Extrembeanspruchung und Beanspruchungskollektive ableiten zu können.

7. Literatur

- [1] Asplund, O., Probabilities of Traffic Loads on Bridges, ASCE, Structural Division, Vol. 81, Nr. 585, 1955
- [2] Ditlevsen, O., Extremes and First Passage Times with Applications in Civil Engineering, Danmarks Ingeniorakademi, 1971
- [3] Geidner, Th., Zur Anwendung der Spektralmethode auf Lasten und Beanspruchungen bei Straßen- und Eisenbahnbrücken, in: Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Technische Universität München, Heft 37, 1979
- [4] Hikosaka, H., Yoshimura, T., Uchitani, T., Non-Stationary Random Response of Bridges to a Single Load Moving on Uneven Road Surfaces, Proceedings of the 26th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1976, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 26
- [5] Takaoka, N., Reliability Analysis of Highway Bridges Subjected to Vehicular Loads using Theory of Random Processes and Simulation Method, Euromech 155, Danmarks Ingeniorakademi, 1982
- [6] Iwankiewicz, R., Sniady, P., Vibration of a Beam under a Random Stream of Moving Forces, J. of Struct. Mech., 12(1), 13-26, 1984
- [7] Nyman, W.E., Moses, F., Calibration of Bridges Fatigue Design Model, Journal of Structural Engineering, Vol. 111, No. 6, June, 1985

EIN INSTATIONÄRES STOCHASTISCHES MODELL FÜR DIE SEISMISCHE ANREGUNG VON BAUWERKEN

Dr.-Ing. R. Scherer
Dyckerhoff & Widmann, München

1 Einleitung

Die von Erdbebenwellen hervorgerufenen Bodenbeschleunigungen sind in hohem Grade zufällig. Ihre globale Charakteristik wird geprägt von der Art des Erdbebens wie dem Bruchvorgang, der Magnitude, der Herdtiefe und der epizentralen Entfernung, wie auch von den lokalen Untergrundverhältnissen und der Topologie in der näheren Umgebung des Standorts. Seismische Bodenbeschleunigungen während eines Erdbebens können deshalb als Realisation eines Zufallsprozesses mit zufälligen Parametern angesehen werden. Sie können durch deterministische Angaben nicht zutreffend beschrieben werden.

Die gängigen, stochastischen Modelle beruhen im wesentlichen auf stationären oder modulierten, stationären stochastischen Prozessen. Dabei wird durch Modulation der Amplituden schon eine wesentliche Verbesserung der Beschreibung erreicht. Die umfangreichen Messungen der Bodenbeschleunigung von starken Erdbeben, die seit den 80-er Jahren zur Verfügung stehen, zeigten aber sehr deutlich, daß die Bodenbeschleunigung in komplizierterer Weise instationär ist, und daß dieser Prozeß standortspezifisch ist. Auch der Frequenzgehalt der Bodenbeschleunigungen ist stark von der Zeit abhängig. Daher ist es wünschenswert, ein Modell zu entwickeln, welches es erlaubt, instationäre Lastspektren vorherzusagen, die mit den umfangreichen Meßdaten in statistischem Sinn kompatibel sind.

2 Referenzerdbeben

Für die Ermittlung statistischer Kennwerte des stochastischen Beschleunigungsprozesses und für die Untersuchung verschiedener seismischer Modelle zur Beschreibung der Freisetzung und Ausbreitung seismischer Energie wurden Meßschriebe ausgewählt, die während des Friauler Erdbebens aufgezeichnet wurden. Diese Messungen zeichnen sich gegenüber anderen Beschleunigungsaufzeichnungen dadurch aus, daß mehrere Nachbeben mit Magnituden von 5,5 - 6,0 von einem im epizentralen Gebiet nach dem Hauptbeben aufgebauten Netz von über 10 Beobachtungsstationen für Starkbeben registriert wurden.

3 Analyseergebnisse

Die Aufzeichnungen wurden mit den bekannten Analysemethoden aufbereitet. Die Ergebnisse sind in [1], [2] und [3] zusammengestellt. Darüberhinaus wurden zeitabhängige Leistungsspektren mit einem Filterverfahren erstellt [4], das auf der Theorie der evolutionären Spektren nach [5] basiert. Mit Hilfe dieser zeitabhängigen Leistungsspektren konnte der instationäre Charakter der seismischen Bodenbeschleunigung wirklichkeitsnah erfaßt werden. Die Instationarität ist eine Folge der unterschiedlichen Wellenprozesse, die aufgrund unterschiedlicher Fortpflan-

zungsgeschwindigkeit zeitversetzt am Beobachtungsstandort eintreffen und zudem seismische Energie in verschiedenen Frequenzbereichen transportieren. Im wesentlichen sind, wie Abb. 1 zeigt, vier Wellenprozesse zu berücksichtigen, zwei Raumwellenprozesse (direkte P- und direkte S-Wellen) und zwei Oberflächenwellenprozesse (Rayleigh- und Love-Wellen).

4 Seismisches Modell

Basierend auf den Ergebnissen der Analyse gemessener Beschleunigungszeitverläufe, insbesondere der Verteilung der seismischen Energie auf vier Wellenprozesse, (s. Abb. 1), wird folgendes Modell vorgeschlagen werden. Es berücksichtigt nacheinander die drei maßgebenden, räumlichen Bereiche:

1. Entstehung und Abstrahlung seismischer Energie am Erdbebenherd
2. Wellenausbreitung vom Erdbebenherd bis zum untersuchten Standort
3. Resonanzüberhöhung in unmittelbarer Nähe des Standorts

Das in Abb. 2 dargestellte Modell ist sowohl für die beiden Raumwellen-, als auch die beiden Oberflächenwellenprozesse anzuwenden. Im folgenden werden nur noch Raumwellen betrachtet.

5 Stochastisches Herdmodell

Der Hauptteil der seismischen Energie im Frequenzbereich über 1Hz wird von der sprungartigen Änderung des Bruchfortschritts auf der Herdfläche bestimmt. Entsprechend wird in [6] ein Herdmodell für horizontal polarisierte S-Wellen vorgeschlagen, in dem der Bruchfortschritt als ein stationärer stochastischer Prozeß formuliert wird. Das zugehörige Leistungsspektrum der Bodenbeschleunigung in unmittelbarer Nähe des Herdes ist

$$S_{aa}^o(f) = v_z v_r^4 r_c \left(\frac{\Delta\sigma}{\mu}\right)^2 2C \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2 \frac{1}{v_i} \frac{1}{r} A_{FS}^2 \quad (1)$$

- mit: f = Frequenz
 v_z = mittlere Ausbreitungsgeschwindigkeit der Bruchfront
 v_r = mittlere Rißfortschrittsgeschwindigkeit
 v_i = Wellengeschwindigkeit
i = Wellentyp
 r_c = Radius des charakteristischen Einzelbruchs
r = hypozentrale Distanz
C = Konstante (≈ 100)
A = Abstrahlungskoeffizient
F = Fernfeldterm
S = sekundäre Welle
 $\Delta\sigma$ = Spannungsabbau am Erdbebenherd
f = Schermodul
 ρ = Dichte

Dieses Modell ist ein stationäres Shot-Noise Modell mit definiertem Anfang und Ende. Es ist nicht in der Lage, die Ergebnisse der Analyse gemessener Bodenbeschleunigungen ausreichend zu erklären. Insbesondere kann die Instationarität der Bodenbeschleunigung nicht berücksichtigt werden, wenn man von den transienten Phasen am Anfang und am Ende des Bruches absieht. Die Verallgemeinerung dieses Modells auf beliebige S und P-Wellen, sowie die Berücksichtigung einer endlich ausgedehnten Bruchfläche, d.h. die Entfernung r zwischen aktiver Herdfläche und Beobachtung wird eine Funktion der Zeit, gestattet es, sowohl die Instationarität der Bodenbeschleunigung als auch die räumliche Verteilung der seismischen Intensität (i.d.R. sind die isoseismischen Linien oval) zu erfassen. Das Leistungsspektrum der Bodenbeschleunigung, ein evolutionäres Spektrum, lautet dann [7]:

$$S_{aa}(f,t) = \tilde{v}_z v_r^4 \left(\frac{\Delta\sigma}{\mu}\right)^2 CW \left(\frac{\mu}{4\pi\rho}\right)^2 \sum_i \left(\frac{v_i}{r^4(t)f^3}\right)^2 w\left(t-\frac{r}{v_i}\right) \left(A_{Ii} \hat{n}_i^2 + A_{Fi} \hat{n}_i^3\right)^2 \quad (2)$$

mit der scheinbaren Bruchfortschrittsgeschwindigkeit

$$v_z = \tilde{v}_r \frac{1}{\left(1 - \frac{v_r}{v_i} \cos \Psi\right)} \quad (3)$$

und

- \hat{n} = $i2\pi fr/v_i$
i = Wellentyp, bzw. Imaginärzahl
w(t) = Rechteckfenster für die endliche Dauer
W = Herdbreite
I = Mittelfeldterm
 Ψ = Winkel zwischen Bruchausbreitungsrichtung und Standort

Mit Hilfe des evolutionären Spektrums nach Gl. (2) kann, wie in [7] gezeigt, ein oberer Grenzwert für die Standardabweichung der maximalen Bodenbeschleunigung angegeben werden und somit die maximale Bodenbeschleunigung abgeschätzt werden.

6 Modell für die Wellenausbreitung

Bei der Ausbreitung der seismischen Wellen vom Erdbebenherd bis zur Oberkante des kristallinen Fels ($v_s > 2000\text{m/s}$) sind drei physikalische Einflüsse von Bedeutung:

1. die geometrisch bedingte Abnahme der seismischen Energie, die schon in Gl. (2) durch $1/r$ erfaßt ist
2. die Abnahme der seismischen Energie durch Dämpfungseffekte
3. die Entstehung von Wechselwellen an Schichtgrenzen

Auch diese Einflüsse können mathematisch erfaßt werden. Die entsprechenden Gleichungen sind z. B. in [3] zusammengestellt. In den weichen Sedimentauflagerungen zwischen kristallinem Fels und Erdoberfläche kommt es zu mehr oder weniger starken Resonanzüberhöhungen, die, wie das Mexiko-Erdbeben von 1985 zeigte, zu großen baulichen Schäden führen können. Oftmals ist es ausreichend, diese Resonanzüberhöhung mit einem horizontal geschichteten Bodenmodell abzuschätzen, wie es in [3] vorgeschlagen wird.

7 Zusammenfassung

Das vorgestellte Modell erlaubt es, instationäre Leistungsspektren für jeden beliebigen Standort anzugeben und daraus beliebig viele Zeitverläufe zu simulieren, die, wie in [8] gezeigt wurde, in ihrem zeitlichem Verlauf und ihrem Frequenzgehalt gemessenen Zeitverläufen entsprechen. Da die meisten Tragwerke nur schwach gedämpft sind (Lehr'sches Dämpfungsmaß kleiner 5%) und somit ausgeprägte Resonanzstellen aufweisen, kann die standortspezifische Verteilung der seismischen Energie über den Frequenzbereich von ausschlaggebender Bedeutung für die seismische Beanspruchung der Tragwerke werden.

8 Literatur

- [1] SCHERER R.J., SCHUELLER G.I.: "Records and Power Spectra of Corrected and Integrated Strong Motion Earthquake Data", Vol. I, Friuli Earthquake Sequence of 1976, Part A: Overview and Theoretical Background of Data Processing, 69p., Part B: Graphical Representation of Data, 620p, Univ. Innsbruck/TU Munich, May 1985
- [2] SCHERER R.J.: "Source and Local Site Effects Preliminary Results Based on the Friuli Earthquake Sequence 1976", Proc., NATO Advanced Study, Institute on Strong Ground Motion Seismology, Ankara, Turkey, June 1985.
- [3] SCHERER R.J.: "Beschreibung der transienten Tragwerksbelastung aus Erdbebenwellen als Zufallsprozeß in: Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Heft 73, 311S, Techn. Univ. München, 1984
- [4] SCHERER R.J., RIERA J.D., SCHUELLER G.I.: "Estimation of the Time-Dependent Frequency Content of Earthquake Accelerations" Nuclear Eng. Design, Vol. 71, pp. 301-310, 1982.
- [5] PRIESTLEY M.B., Spectral Analysis and Time Series, Vol. 1, Vol. 2, Academic Press, London 1981
- [6] PAPAGEORGIOU A.S., AKI K., A Specific Barrier Model for the Quantitative Description of Inhomogeneous Faulting and the Prediction of Strong Ground Motion, I. Description of the Model, II. Application of the Model, Bull. Seism. Soc. AM., Vol. 73, pp. 953-978 1983

- [7] SCHERER R.J., SCHUELLER G.I.: "The Acceleration Spectrum at the Base Rock Determined from a Nonstationary Stochastic Source Model", Proc. 8th ECEE, Lisbon, Portugal, 1986.
- [8] SCHERER R.J., SCHUELLER G.I.: "A Stochastic Earthquake Load Model and Its Effect on Aseismic Design Procedures", Proc., 2nd Int. Workshop on Stochastic Methods in Structural Mechanics, SEAG pp. 421-455, Pavia, Italy, 1986

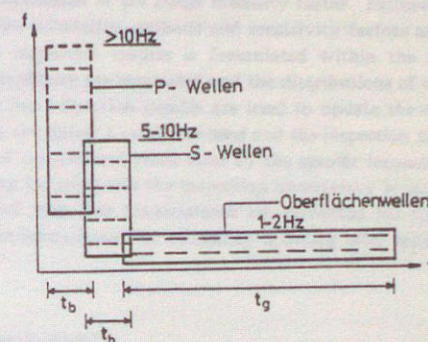


Abb. 1: Verteilung der Wellentypen im Zeit und Frequenzbereich (t_b = Dauer der Raumwellen, t_g = Dauer der Oberflächenwellen)

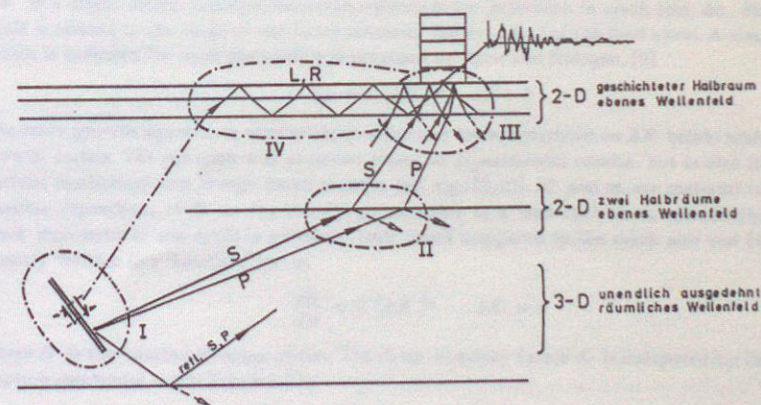


Abb. 2: Seismisches Modell

1 Summary

A stochastic model for fatigue crack growth is applied, which accounts for uncertainties in loading, initial and critical defect sizes, material parameters including spatial variation, and in the uncertainty related to computation of the stress intensity factor. Failure probabilities are computed by first- and second-order reliability methods and sensitivity factors are determined. Model updating based on in-service inspection results is formulated within the first-order reliability method. Updated failure probabilities are computed and the distributions of the basic variables are updated. Two types of in-service inspection results are used to update the computed failure probabilities. Inspections which do not detect a crack are used and the inspection uncertainty is included in terms of the distribution of nondetected crack sizes by the specific inspection method. Inspections which detect a crack are also included and the inspection uncertainty is included through the uncertainty in the measured crack size. The formulations are presented for updating based on one or more inspections. A similar formulation for reliability updating after repair is provided within the same framework.

2 Fatigue Crack Growth Model

In recent years considerable research efforts have been reported on probabilistic modeling of fatigue crack growth based on a fracture mechanics approach, see, e.g., [1-8]. This paper presents a stochastic model for the stable crack growth phase for which linear elastic fracture mechanics is applicable. In a linear elastic fracture mechanics approach the increment in crack size, Δa , during a load cycle is related to the range of the stress intensity factor, ΔK , for the load cycle. A simple relation which is sufficient for most purposes was proposed by Paris and Erdogan, [9]

$$\Delta a = C(\Delta K)^m, \quad \Delta K > 0 \quad (1)$$

The crack growth equation is used without a positive lower threshold on ΔK below which no crack growth occurs. The equation was proposed based on experimental results, but is also the result of various mechanical and energy based models, see, e.g., [9,10]. C and m are material constants. A possible dependence of C on the average stress value in a load cycle is not considered here. The crack increment in one cycle is generally very small compared to the crack size and (1) is consequently written in a 'kinetic' form as

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad \Delta K > 0 \quad (2)$$

where N is the number of stress cycles. The stress intensity factor K is computed by linear elastic fracture mechanics and is expressed as

$$K = \sigma Y(a) \sqrt{\pi a} \quad (3)$$

where σ is the far-field stress and $Y(a)$ is the geometry function. To explicitly account for uncertainties in the calculation of K , the geometry function is written as $Y(a) = Y(a, Y)$, where Y is a vector of random parameters. Inserting (3) in (2) and separating the variables leads to the differential equation

* Chief Scientist, Reliability Analysis, A.S VERITAS Research, Hovik, Norway.

$$\frac{da}{Y(a, Y)^m (\sqrt{\pi a})^m} = C \sigma^m dN, \quad a(0) = a_0 \quad (4)$$

where a_0 is the initial crack size. The equation is applied both for constant and for variable amplitude loading, thus ignoring possible sequence effects.

Eqs.(1-4) describe the crack size as a scalar a , which for a through-the-thickness crack is the crack length. For a surface crack a description of the crack depth, crack length and crack shape is necessary. It is common practice to assume a semi-elliptical initial shape and to assume that the shape remains semi-elliptical during the crack growth. In that case the crack depth a and the length $2c$ describe the crack. The differential equation (2) is replaced by a pair of coupled equations, see e.g. [11].

Solutions to (4) are smooth curves which do not intermingle. This is in contrast to experimental results as reported in, e.g., [12]. As a consequence the crack growth model can be randomized as, [7]

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_1}{C_2(a)} (\Delta K)^m \quad (5)$$

where C_1 is a random variable modeling variations in C from specimen to specimen, while $C_2(a)$ is a stationary log-normal process modeling variations in C within each specimen. A detailed presentation of this can be found in [13], but here the presentation is limited to the case $C_2(a) \equiv 1$.

A damage function $\Psi(a)$ is introduced as

$$\Psi(a) = \int_{a_0}^a \frac{dx}{Y(x, Y)^m (\sqrt{\pi x})^m} \quad (6)$$

The stress ranges are denoted $S_i = \Delta\sigma_i$ and solution of (4) gives

$$\Psi(a) = C \int_0^N S^m dN = \begin{cases} C S^m N & \text{constant amplitude loading} \\ C \sum_{r=1}^N S_r^m & \text{variable amplitude loading} \end{cases} \quad (7)$$

The difference between the two cases of constant and variable amplitude loading therefore only concerns the loading statistics. In the remaining part of the paper constant amplitude loading is considered.

In the presentation it has so far been assumed that a crack is present at the time the loading is applied. If there is an initial crack initiation period before the crack reaches a size a_0 for which fracture mechanics can be applied, the solution to (4) is

$$\int_{a_0}^a \frac{dx}{Y(x, Y)^m (\sqrt{\pi x})^m} = C S^m (N - N_0) \quad (8)$$

where N_0 is the (random) crack initiation period for which a separate model can be formulated.

The failure criterion is taken as exceedence of a critical crack size a_c in a time period with N stress cycles.

$$a_c - a_N \leq 0 \quad (9)$$

where a_N is the crack size after the N stress cycles. $\Psi(a)$ is monotonically increasing and the failure criterion (9) can be written as

$$\Psi(a_c) - \Psi(a_N) = \int_{a_0}^{a_c} \frac{dx}{Y(x, Y)^m (\sqrt{\pi x})^m} - C S^m N \leq 0 \quad (10)$$

The safety margin M is therefore defined as

$$M = \int_{a_0}^{a_c} \frac{dx}{Y(x, Y)^m (\sqrt{\pi x})^m} - C S^m N \quad (11)$$

and the failure probability P_F is

$$P_F = P(M \leq 0) \quad (12)$$

3 Event Margins for Inspection Results and Repair

Two types of inspection results are considered

$$a(N_i) \leq A_{di}, \quad i=1, 2, \dots, r \quad (13)$$

$$a(N_j) = A_j, \quad j=1, 2, \dots, s \quad (14)$$

In the first case, (13), no crack was found in the inspection after N_i stress cycles, implying that the crack size was smaller than the smallest detectable crack size A_{di} . A_{di} is generally random since a detectable crack is only detected with a certain probability depending on the crack size and on the inspection method. The distribution of A_{di} is the distribution of non-detected cracks. Information of the type (13) can be envisaged for several times. If A_{di} is deterministic and the same for all inspections, the information in the latest observation, however, contains all the information of the previous ones. In the second case, (14), a crack size A_j is observed after N_j stress cycles. A_j is generally random due to measurement error and/or due to uncertainties in the interpretation of a measured signal as a crack size. Measurements of the type (14) can also be envisaged for several times corresponding to several values of N_j .

For each measurement (13) an event margin M_i can be defined similar to the safety margin (11) as

$$M_i = C S^m N_i - \int_{a_0}^{A_{di}} \frac{dx}{Y(x, Y)^m (\sqrt{\pi x})^m} \leq 0, \quad i=1, 2, \dots, r \quad (15)$$

These event margins are negative due to (13). For each measurement (14) an event margin can similarly be defined as

$$M_j = \int_{a_0}^{A_j} \frac{dx}{Y(x, Y)^m (\sqrt{\pi x})^m} - C S^m N_j = 0, \quad j=1, 2, \dots, s \quad (16)$$

These safety margins are zero due to (14).

The situation is envisaged where no crack is detected in the first r inspections at a location, while a crack is detected by the $r+1$ 'th inspection and its size is measured at this and the following $s-1$ inspections. The updated failure probability is in this case

$$P_F = P(M \leq 0 | M_1 \leq 0 \cap \dots \cap M_r \leq 0 \cap M_{r+1} = \dots = M_{r+s} = 0) \quad (17)$$

A more general situation involves simultaneous consideration of several locations with potentially dangerous cracks for which inspections are carried out. The updating procedure still applies when due consideration is taken to the dependence between basic variables referring to different locations.

Assuming that a repair takes place after N_{rep} stress cycles and a crack size a_{rep} is observed, the event margin M_{rep} is defined as

$$M_{rep} = \int_0^{a_{rep}} \frac{dx}{Y(x, Y)^m (\sqrt{\pi x})^m} - C S^m N_{rep} = 0 \quad (18)$$

The crack size present after repair and a possible inspection is a random variable a_{new} and the material properties after repair are m_{new} and C_{new} . The safety margin after repair is M_{new}

$$M_{new} = \int_0^{a_c} \frac{dx}{Y(x, Y)^{m_{new}} (\sqrt{\pi x})^{m_{new}}} - C_{new} S^{m_{new}} (N - N_{rep}) \quad (19)$$

and the failure probability after repair is

$$P_F = P(M_{new} \leq 0 | M_{rep} = 0) \quad (20)$$

This updated failure probability is then of the same form as (17).

4 Reliability Method

The reliability method used in this paper is the first-order reliability method which is described in detail in, e.g., [14-17]. The updated failure probability in (17) is rewritten as

$$P(M \leq 0 | M_1 \leq 0 \cap \dots \cap M_r \leq 0 \cap M_{r+1} = \dots = M_{r+s} = 0) \quad (21)$$

$$\frac{\partial^s P(M \leq 0 \cap M_1 \leq 0 \cap \dots \cap M_r \leq 0 \cap M_{r+1} \leq x_{r+1} \cap \dots \cap M_{r+s} \leq x_{r+s})}{\partial x_{r+1} \dots \partial x_{r+s}}$$

$$= \frac{\partial^s P(M_1 \leq 0 \cap \dots \cap M_r \leq 0 \cap M_{r+1} \leq x_{r+1} \cap \dots \cap M_{r+s} \leq x_{r+s})}{\partial x_{r+1} \dots \partial x_{r+s}}$$

where the partial derivatives are evaluated at $\mathbf{x}=0$. Two parallel systems must thus be analyzed and parametric sensitivity factors be computed. For each parallel system the joint design point \mathbf{u}^* is found as the solution of a constrained minimization in the transformed \mathbf{u} -space, [18]

$$\min |\mathbf{u}| \quad (22)$$

$$g_{u,i}(\mathbf{u}) \leq 0, \quad i=1, 2, \dots, r+s$$

Here the optimization problem is, however, cast in a slightly different form as the constraints corresponding to the detected crack sizes are changed to equality constraints. The safety and event margins are linearized in the joint design point. Event margins which correspond to non-active constraints in the optimization (22) are also included, and the linearization point is determined from (22), with the inequality constraint replaced by an equality constraint for the specific limit state function. The vector of reliability indices and the correlation matrix for the normalized safety and event margins (M, M_1, M_2) in the numerator of (21) are

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & \rho_1^T & \rho_2^T \\ \rho_1 & \rho_{11} & \rho_{21}^T \\ \rho_2 & \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix} \quad (23)$$

where β refers to the safety margin, an index 1 to the normalized event margins for no detection and an index 2 to the normalized event margins for a detected crack and measured crack size. The vector of reliability indices and the correlation matrix for the denominator are similarly

$$\begin{bmatrix} \beta_1' \\ \beta_2' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \rho_{11}' & \rho_{21}' \\ \rho_{21}' & \rho_{22}' \end{bmatrix} \quad (24)$$

The joint design point for the parallel system in the denominator is generally different from the design point of the parallel system in the numerator which is emphasized by the prime.

In [16] the asymptotic result for the failure probability for an element has been derived with respect to a distribution or limit state function parameter p :

$$\frac{\partial P_F}{\partial p} \sim -\phi(\beta) \frac{\partial \beta}{\partial p}, \quad |\mathbf{u}^*| \rightarrow \infty \quad (25)$$

A similar result for a parallel system is given in [18]. Generalizing this result to the parallel system in the numerator of (21) yields

$$\frac{\partial^s P(M \leq 0 \cap M_1 \leq 0 \cap \dots \cap M_r \leq 0 \cap M_{r+1} \leq x_{r+1} \cap \dots \cap M_{r+s} \leq x_{r+s})}{\partial x_{r+1} \dots \partial x_{r+s}} \Big|_{\mathbf{x}=0} \quad (26)$$

$$\sim \frac{\left[\begin{array}{c} \beta \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{array} ; \begin{array}{ccc} 1 & \rho_1^T & \rho_2^T \\ \rho_1 & \rho_{11} & \rho_{21}^T \\ \rho_2 & \rho_{21} & \rho_{22} \end{array} \right]}{\partial \beta_{r+1} \dots \partial \beta_{r+s}}$$

$$= \phi_s(-\beta_2; \rho_{22}) \Phi_{r+1} \left[\begin{array}{c} \beta \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{array} ; \begin{array}{ccc} \rho_1^T & \rho_2^T & \rho_{22}^T \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{22} \end{array} \right]; \left[\begin{array}{c} 1 & \rho_1^T \\ \rho_1 & \rho_{11} \end{array} ; \begin{array}{c} \rho_2^T \\ \rho_{21} \end{array} \right] \rho_{22}^{-1} [\rho_2 \quad \rho_{21}] \right]$$

where standard results for the conditional multivariate normal distribution have been applied since the vectors of linearized safety margins are joint normally distributed. Furthermore $\partial \beta_i / \partial x_i = -1$ has been used, which is valid since $\text{Var}[M_i] = 1$. For the conditional probability in (21) one obtains:

$$P(M \leq 0 | M_1 \leq 0 \cap \dots \cap M_r \leq 0 \cap M_{r+1} = \dots = M_{r+s} = 0) \quad (27)$$

$$\sim \frac{\phi_s(-\beta_2; \rho_{22})}{\phi_s(-\beta_2'; \rho_{22}')} \frac{\Phi_{r+1} \left[\begin{array}{c} \beta \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{array} ; \begin{array}{ccc} \rho_1^T & \rho_2^T & \rho_{22}^T \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{22} \end{array} \right]; \left[\begin{array}{c} 1 & \rho_1^T \\ \rho_1 & \rho_{11} \end{array} ; \begin{array}{c} \rho_2^T \\ \rho_{21} \end{array} \right] \rho_{22}^{-1} [\rho_2 \quad \rho_{21}] \right]}{\Phi_r \left(-\beta_1' + \rho_{21}' (\rho_{22}')^{-1} \beta_2'; \rho_{11}' - \rho_{21}' (\rho_{22}')^{-1} \rho_{21}' \right)}$$

The updating of the reliability has been demonstrated. If the interest is on updating the distribution of the basic variables the same procedure is followed. Instead of the safety margin (11) an event margin M for basic variable Z_i is defined as

$$M = Z_i - z_i \quad (28)$$

With the safety margin replaced by this event margin the value of the cumulative distribution function for Z_i at the argument z_i is updated. The procedure can be repeated for different arguments z_i and the complete distribution thereby be updated. Even when the basic variables are initially independent the updating procedure generally introduces dependence. It may thus be more relevant to update the joint distribution function. The safety margin M is then replaced by a vector of event margins $\{Z_i - z_i\}$, $i=1, \dots, n$ and the updating of the vector is performed as described above. Similar ideas are presented in connection with proof testing in [19].

5 Example.

Consider a panel with a center crack. The loading is a constant amplitude loading leading to a far-field stress range S . The geometry function is modeled as

$$Y(a, Y) = \exp\left(Y_1 \left(\frac{a}{50}\right)^{Y_2}\right) \quad (29)$$

The geometry function takes the value one for $a=0$. Lengths are measured in mm and stresses in N/mm^2 . The distribution of the basic variables is taken as

$$\begin{cases} S \in N(60, 10^2) \\ Y_1 \in LN(1, 0.2^2) \\ Y_2 \in LN(2, 0.1^2) \\ a_0 \in EX(1) \\ a_c \in N(50, 10^2) \\ (\ln C, m) \in N_2(-33.00, 0.47^2, 3.5, 0.3^2; -0.9) \end{cases} \quad (30)$$

$N(\mu, \sigma^2)$ denotes a normal distribution with mean value μ and variance σ^2 . Similarly $LN(\mu, \sigma^2)$ denotes a log-normal distribution with mean value μ and variance σ^2 . $N_2(\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2; \rho)$ denotes a bi-normal distribution with mean values μ_1 and μ_2 , variances σ_1^2 and σ_2^2 and correlation coefficient ρ . $EX(\mu)$ denotes an exponential distribution with mean value μ . The negative correlation between $\ln C$ and m is not reflecting a physical dependence, but is introduced by the form of the crack growth equation (2).

The first-order and improved second-order approximations to the reliability index are shown in Fig. 1 for various life times expressed in terms of the number of stress cycles N . The two approximations are close implying that the curvatures of the limit state surface are moderate at the design point. Statistics for the distribution of life time T can be directly approximated from the results of Fig. 1. For the mean life times the approximation is

$$E[T] = \int_0^{\infty} (1 - P(T \leq t)) dt \approx \int_0^{\infty} \Phi(\beta(t)) dt \quad (31)$$

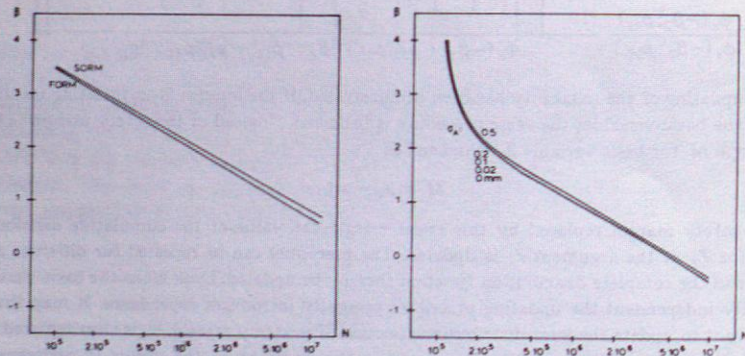


Figure 1. First- and second-order reliability index from design calculation.

Figure 2. Updated first-order reliability index after first inspection with crack measurement 3.9 mm.

Next, the situation where a crack is found in the first inspection is considered. It is envisaged that the inspection is carried out after $N_1=10^5$ stress cycles and a crack length of 3.9 mm is

measured. The measurement error is assumed to be normally distributed with standard deviation σ_A . Figure 2 shows the updated reliability index as a function of σ_A , when (27) has been applied with $(r, s)=(0,1)$. The result is almost independent of σ_A in this example as the uncertainty in the initial crack size is dominating. When the crack is detected a decision has to be made and two options are present. It may be decided to repair the crack now or to leave the crack as it is and base a decision on repair on more inspection results. With just one inspection it is not possible to determine if the crack was initially large but grows slowly enough that repair is not needed, or the crack was initially fairly small but is growing fast and must be repaired. If a requirement on the reliability index in a period without inspections is formulated, e.g., $\beta_R = -\Phi^{-1}(P_F) \geq 2$, the latest time of the next inspection is determined from Fig. 2.

Assume that the crack is not repaired but a second inspection at $N=2 \cdot 10^5$ stress cycles is required. Let the inspection method be the same as in the first inspection and let the measured crack size be 4.0 mm. The measurement error is again assumed to be normally distributed with standard deviation σ_A and the two measurement errors are assumed to be statistically independent. Figure 3 shows the updated reliability index after this second inspection.

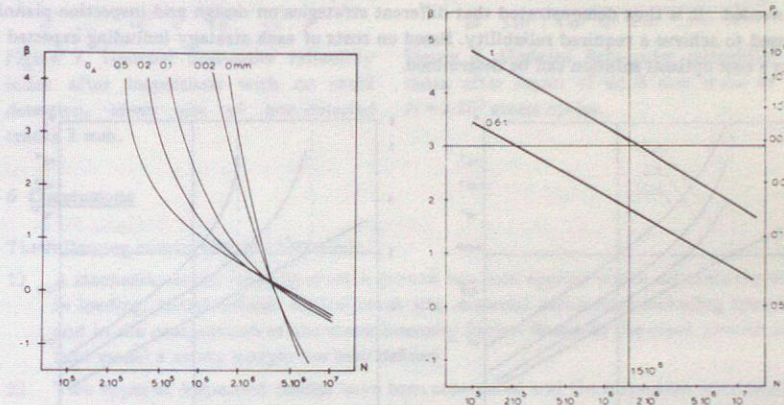


Figure 3. Updated first-order reliability index after second inspection with crack measurements 3.9 mm and 4.0 mm.

Figure 4. First-order reliability index for two plate thicknesses.

Different inspection qualities now lead to very different results. With $\sigma_A=0$ the negative slope of the reliability index curve becomes very large demonstrating that the crack growth behavior is basically determined by two combinations of the basic variables. With a large measurement uncertainty there is an immediate and large increase in reliability, but after some time the curve becomes almost identical to the curve resulting after the first inspection. Due to large uncertainty in both inspections only little information is gained on the crack growth rate. If the inspection quality is very high it may be possible to state that the crack does not grow to a critical size within the design life time. Repair and further inspections are then unnecessary. For a poorer inspection quality a time period until the next inspection can be determined and the decision on repair be further delayed.

Consider now different situations where the inspections do not result in crack detection. An attempt is made to illustrate possible means to achieve a required reliability. Let the reliability requirement be $\beta_R \geq 3.0$ and let the design life time correspond to $1.5 \cdot 10^6$ stress cycles. Figure 4 shows the reliability index as a function of number of stress cycles for two plate thicknesses. With

a plate thickness t the reliability requirement is fulfilled for the design life time and no inspections are needed. With a plate thickness of only 60% of t the reliability requirement is fulfilled for the period until $N=2 \cdot 10^5$ stress cycles, where an inspection is needed. The quality of the inspection is reflected in the distribution of non-detected cracks. An exponential distribution is assumed with a mean value λ . Cracks initially present are cracks which have passed the inspection at the production site either because they were not detected or because they were below the acceptance level. If no cracks were accepted in fabrication, the fabrication inspection therefore corresponds to $\lambda=1$.

Figure 5 shows the initial reliability index and updated reliability indices for three inspection qualities. The best inspection quality $\lambda=0.3$ is better than the fabrication inspection quality and if no crack is found with this method the increase in reliability is sufficient to make further inspections unnecessary. For the two other inspection qualities, periods are determined until the next inspection.

Figure 6 shows the total inspection requirement for $\lambda=1$ when no crack is detected in any inspection. For this case two inspections are needed. Finally, Fig.7 shows the total inspection requirement for $\lambda=3$ when no crack is detected in any inspection, and for this case five inspections are needed. It is thus demonstrated that different strategies on design and inspection planning can be used to achieve a required reliability. Based on costs of each strategy including expected failure costs a cost optimal solution can be determined.

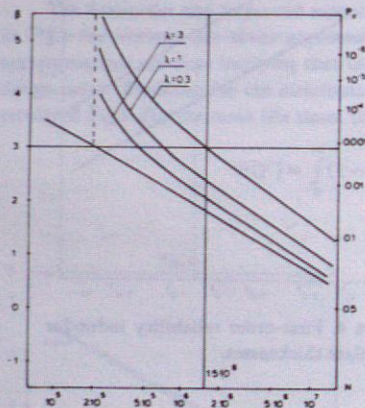


Figure 5. Updated first-order reliability index after first inspection with no crack detection.

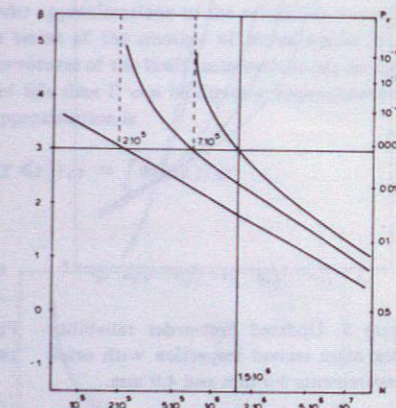


Figure 6. Updated first-order reliability index after inspections with no crack detection, mean size of non-detected cracks 1 mm.

The results of a reliability analysis following a repair of a detected crack is illustrated in Fig.8. It is assumed that a crack size of $a_{rep}=8$ mm is repaired after $N_{rep}=2 \cdot 10^5$ stress cycles. The distribution of the initial crack size after repair a_{new} is taken as an exponential distribution with a mean value of 1 mm, i.e., as the same initial distribution as after fabrication. Two situations are considered with either identical or independent material properties before and after repair. When independent properties are assumed the same distribution is used for the properties before and after repair. It follows from the results that there is an immediate increase in reliability after repair, but the reliability quickly drops to a level below the level obtained for the calculations before repair. This reflects the possibility that the cause for the large repaired crack size is a larger than anticipated loading of the crack tip, which is also acting after the repair.

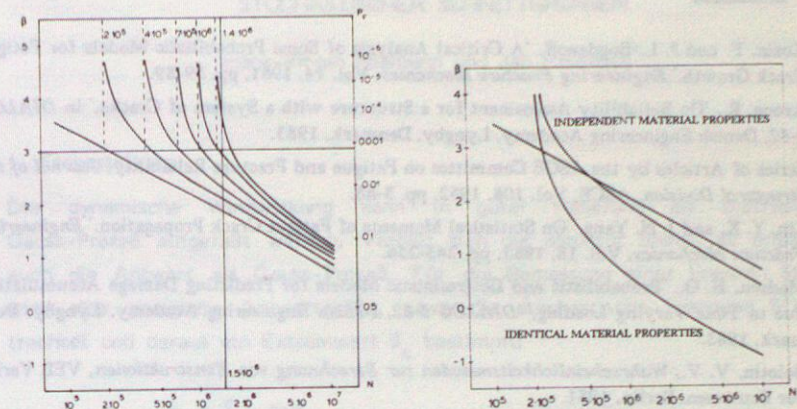


Figure 7. Updated first-order reliability index after inspections with no crack detection, mean size of non-detected cracks 3 mm.

Figure 8. Updated first-order reliability index after repair of an 8 mm crack at $N=2 \cdot 10^5$ stress cycles.

6 Conclusions

The following conclusions can be stated:

- 1) A stochastic model for fatigue crack growth has been applied which accounts for uncertainties in loading, initial defects, critical crack size, material parameters including spatial variation, and in the computation of the stress intensity factor. Based on the crack growth model and a load model a safety margin has been defined.
- 2) Two types of inspection results have been considered and the inspection uncertainty has been modeled. Event margins have been defined for both types of inspection results. Updated reliabilities have been expressed in terms of the safety margin and the inspection event margins. A similar analysis has been performed for a structure after repair.
- 3) It has been demonstrated that the updating after inspection can be carried out in a simple way by use of first-order reliability methods. Updating of the reliability and/or of the distribution of the basic variables have been considered.
- 4) The analysis has been presented for an example panel with a center crack. The reliability index has been computed based on information at the design stage and has been updated based on inspection results both resulting in crack detecting and in no detection. Different inspection qualities have been considered resulting in different effects on the updated reliability index. Optimal allocation of resources in design and for inspection to achieve a required reliability is briefly described.

7 References

- [1] Kozin, F. and J. L. Bogdanoff. 'A Critical Analysis of Some Probabilistic Models for Fatigue Crack Growth.' *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 14, 1981, pp. 59-89.
- [2] Arone, R.. 'On Reliability Assessment for a Structure with a System of Cracks,' in *DIALOG 6-82*, Danish Engineering Academy, Lyngby, Denmark, 1983.
- [3] Series of Articles by the ASCE Committee on Fatigue and Fracture Reliability, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 108, 1982, pp. 3-88.
- [4] Lin, Y. K. and J. N. Yang. 'On Statistical Moments of Fatigue Crack Propagation,' *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 18, 1983, pp. 243-256.
- [5] Madsen, H. O.. 'Probabilistic and Deterministic Models for Predicting Damage Accumulation due to Time Varying Loading,' *DIALOG 5-82*, Danish Engineering Academy, Lyngby, Denmark, 1983.
- [6] Bolotin, V. V.. *Wahrscheinlichkeitsmethoden zur Berechnung von Konstruktionen*, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1981.
- [7] Ortiz, K. and A. S. Kiremidjian. 'Time Series Analysis of Fatigue Crack Growth Data,' submitted to *Engineering Fracture Mechanics*, 1985.
- [8] Ditlevsen, O.. 'Random Fatigue Crack Growth - A First Passage Problem,' *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 23, 1986, pp. 467-477.
- [9] Paris, P. and F. Erdogan. 'A Critical Analysis of Crack Propagation Laws,' *Journal of Basic Engineering*, Trans. ASME, Vol. 85, 1963, pp. 528-534.
- [10] Irving, P. E. and L. N. McCartney. 'Prediction of Fatigue Crack Growth Rates: Theory, Mechanisms and Experimental Results,' *Fatigue 77 Conference*, University of Cambridge, in *Metal Science*, Aug./Sept. 1977, pp. 351-361.
- [11] Shang-Xian, W.. 'Shape Change of Surface Crack During Fatigue Growth,' *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 22, 1985, pp. 897-913.
- [12] Virkler, D. A., Hilberry, B. M. and P. K. Goel. 'The Statistical Nature of Fatigue Crack Propagation,' *Journal of Materials and Technology*, Vol. 101, 1979, pp. 148-153.
- [13] Madsen, H. O. and A. G. Tallin. 'Probabilistic Updating of Fatigue Crack Growth Reliability,' Paper presented at ASCE Fall Convention, Boston, Mass., Oct. 1986.
- [14] Madsen, H. O., Krenk, S. and N. C. Lind. *Methods of Structural Safety*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1986.
- [15] Hohenbichler, M. and R. Rackwitz. 'Nonnormal Dependent Vectors in Structural Reliability,' *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 107, 1981, pp. 1227-1238.
- [16] Hohenbichler, M.. 'Mathematische Grundlagen der Zuverlässigkeitsmethode Erste Ordnung und Einige Erweiterungen,' Doctoral Thesis at the Technical University of Munich, Munich, West Germany, 1984.
- [17] Hohenbichler, M., Gollwitzer, S., Kruse, W., and R. Rackwitz. 'New Light on First- and Second-Order Reliability Methods,' Manuscript, Technical University of Munich, 1986.
- [18] Hohenbichler, M.. 'An Asymptotic Formula for the Probability of Intersections,' *Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke*, Heft 69, LKI, Technische Universität München, 1984, pp. 21-48.
- [19] Rackwitz, R. and K. Schrupp. 'Quality Control, Proof Testing and Structural Reliability,' *Structural Safety*, Vol. 2, 1985, pp. 239-244.

BEMESSUNGSPROBLEME BEI DER INTERAKTION STOCHASTISCHER SCHNITTGRÖSSEN

Hans-Jürgen Niemann und Jan Rolewicz*

1. Fragestellung

Die dynamische Windwirkung kann in guter Näherung als stochastischer Gauss-Prozeß aufgefaßt werden. Verhält sich die Struktur linear, so ergibt sich auch die Antwort als Gauss-Prozeß. Für die Bemessung einer linearen Struktur wird eine geeignete Antwortgröße, etwa die stochastische Spannung $S(t)$ betrachtet und daraus ein Extremwert S_c bestimmt:

$$S_c = \bar{S} + g \cdot \sigma_s \quad (1)$$

mit \bar{S} - Mittelwert

σ_s - Standardabweichung

g - Spitzenfaktor

Der Extremwert S_c kann im Sinne der Sicherheitsbetrachtung als charakteristischer Wert verstanden werden. Sein Wahrscheinlichkeitsniveau wird im wesentlichen durch die Wahrscheinlichkeit von \bar{S} festgelegt. Dieses Vorgehen ist das Standardkonzept beim Entwurf von windbeanspruchten Bauwerken. Es läßt sich nicht ohne weiteres auf nichtlineares Tragverhalten übertragen.

Tragwerke aus Stahlbeton sind im Grundsatz beim Übergang auf den gerissenen Zustand II nichtlinear. In der Regel erfolgt die Bemessung hier in zwei Schritten: im ersten werden Lastschnittgrößen ermittelt, wobei der Zusammenhang mit der Last linear angenommen wird. Im zweiten, der Bemessung, werden Bruchschnittgrößen der kritischen Querschnitte mit nicht-linearem Zusammenhang zwischen Dehnung und Spannung ermittelt und den Lastschnittgrößen gegenübergestellt.

Dieses Bemessungskonzept wird auch für stochastische Schnittgrößen benutzt; man kann zwei Fälle unterscheiden: Wirkt nur eine einzige stochastische Schnittgröße $Y(t)$ im Querschnitt, so kann ihr Extremwert Y_c in gleicher Weise definiert werden wie oben der für die Spannung. Das Bemessungskonzept für Stahlbeton ist dann unmittelbar anwendbar. Dabei soll der Einfluß des stochastisch-dynamischen Charakters der Last auf die Größe der Bruchlast außer Betracht bleiben.

*) Prof. Dr.-Ing. Hans-Jürgen Niemann und Dr.-Ing. Jan Rolewicz, Aerodynamic im Bauwesen, Ruhr-Universität Bochum

Ein Problem tritt erst auf, wenn mehrere stochastische Schnittgrößen vorhanden sind, etwa Biegung mit Normalkraft oder Doppelbiegung. Die Extremwerte mehrerer stochastischer Schnittgrößen werden im allgemeinen nicht zeitgleich auftreten. Eine Bemessung mit den individuellen Extremwerten würde zu einer Überdimensionierung des Querschnitts führen. Zu dieser Frage soll im folgenden eine Lösung vorgeschlagen werden.

2. Lösungsmethode

In einem bemessungskritischen Querschnitt wirken n Schnittgrößen $Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_n(t)$. Die Berechnung ergibt folgende statistische Parameter:

- die Mittelwerte \bar{Y}_i ,
- die Varianzen σ_{ii}^2 und
- die Kovarianzen σ_{ik} .

Nach den Voraussetzungen sind diese lineare Transformationen der Lasten, wobei insbesondere die Kovarianzen die Korrelationsstruktur der Lasten widerspiegeln. Gesucht sind nun n Bemessungsschnittgrößen Y_i^* , die bei gleichzeitigem Auftreten mit gleicher Wahrscheinlichkeit überschritten werden wie im eindimensionalen Fall nach Gl. (1). Die Bemessungswerte Y_i^* werden in zwei Schritten bestimmt. Im ersten Schritt wird eine Grenzbedingung entsprechend Gl. (1) aufgestellt. Dazu wird eine Überlagerungsvorschrift für die Y_i benötigt. Es erscheint sinnvoll, in Anlehnung an den o.a. Bemessungsvorgang hierfür einen linearen Ansatz zu wählen:

$$S = a_1 \cdot Y_1 + a_2 \cdot Y_2 + \dots + a_n \cdot Y_n \quad (2)$$

Dabei ist S eine Vergleichsspannung, $1/a_i$ ein Widerstandsmoment, wenn Y_i ein Moment ist, und $1/a_i$ eine Fläche, wenn Y_i eine Normalkraft ist. Die a_i werden für den ungerissenen Querschnitt bestimmt. Das geforderte Wahrscheinlichkeitsniveau wird eingehalten, indem man für S einen Extremwert S_c nach Gl. (1) ermittelt. Dafür werden der Mittelwert \bar{S} und die Standardabweichung σ_s benötigt. Es gilt:

$$\bar{S} = \underline{a} \cdot \bar{Y} \quad (3)$$

$$\sigma_s^2 = \underline{a} \cdot \underline{\sigma}_Y \cdot \underline{a}^T \quad (4)$$

wobei $\underline{a}, \underline{a}^T$ - Zeilen- bzw. Spaltenvektor der a_i
 \bar{Y} - Spaltenvektor Y_i

$\underline{\sigma}_Y$ - Kovarianzmatrix der σ_{ik}

Als Grenzbedingung ist zu fordern

$$S = S_c = \bar{S} \pm g \cdot \sigma_s \quad (5)$$

$$S_c = a_1 \cdot Y_1 + a_2 \cdot Y_2 + \dots + a_n \cdot Y_n \quad (6)$$

Gl. (6) stellt alle Kombinationen der n Schnittgrößen dar, die der Grenzbedingung genügen, also einen konstanten Wert der Vergleichsspannung von S_c ergeben.

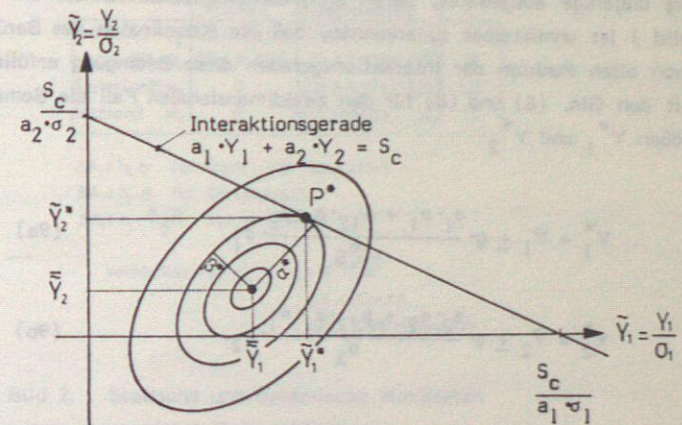


Bild 1: Bemessungsschnittgrößen im zweidimensionalen Fall

Bild 1 zeigt den zweidimensionalen Fall $n = 2$. Die Verbunddichte $f(Y_1, Y_2)$ ist in normierten Koordinaten $\tilde{Y}_1 = Y_1/\sigma_1$ und $\tilde{Y}_2 = Y_2/\sigma_2$ in Form von Höhenschichtlinien aufgetragen. Die Höhenschichtlinien sind Ellipsen mit Halbachsen α und β . Für ihr Verhältnis gilt

$$\frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{1 + \rho_{12}}{1 - \rho_{12}} \quad (7)$$

wobei ρ_{12} der Korrelationskoeffizient, $\rho_{12} = \sigma_{12} / (\sigma_{11} \cdot \sigma_{22})$, ist. Gl. (6) definiert in diesem Falle eine Interaktionsgerade. Sie berührt eine bestimmte Ellipse im Punkt P^* , für deren Halbachsen sich die Werte

$$\alpha^{*2} = g^2(1 + \rho_{12}) \quad (8a)$$

$$\beta^{*2} = g^2(1 - \rho_{12}) \quad (8b)$$

ergeben.

Im zweiten Schritt wird von den Schnittgrößenkombinationen Gl. (6) für die Bemessung diejenige ausgewählt, deren Auftretenswahrscheinlichkeit am größten ist. In Bild 1 ist unmittelbar zu erkennen, daß die Koordinaten des Berührungspunktes von allen Punkten der Interaktionsgeraden diese Bedingung erfüllen. Man findet mit den Gln. (6) und (8) für den zweidimensionalen Fall die Bemessungsschnittgrößen Y_1^* und Y_2^*

$$Y_1^* = \bar{Y}_1 \pm g \cdot \frac{a_1 \cdot \sigma_1 + \rho_{12} \cdot a_2 \cdot \sigma_2}{\sigma_S} \cdot \sigma_1, \quad (9a)$$

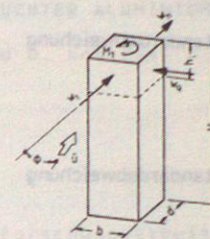
$$Y_2^* = \bar{Y}_2 \pm g \cdot \frac{a_2 \cdot \sigma_2 + \rho_{12} \cdot a_1 \cdot \sigma_1}{\sigma_S} \cdot \sigma_2. \quad (9b)$$

Das positive Vorzeichen gilt für das zeitliche Maximum, das negative für das zeitliche Minimum der Schwankungen der Vergleichsspannung. Die Überlagerungsvorschrift Gl. (2) dient der Ermittlung der Zugspannung. Für die Druckspannung erhält man im konkreten Fall andere Vorzeichen der Summanden und dann auch im Bild 1 eine andere Interaktionsgerade. Die Erweiterung der Gl. (9) auf den Fall $n > 2$ ist problemlos. Auch nichtlineare Überlagerungen lassen sich in einfachen Fällen analytisch behandeln, wenn die Zusammenhänge entsprechend Gl. (3) und (4) angegeben werden können.

3. Anwendungsbeispiel

Als ein typisches Beispiel der dargestellten Problematik wird die Winderregung eines Hochhauses betrachtet, s. Bild 2. Bei symmetrischem Querschnitt und Wind in Richtung einer Hauptachse wirkt in Längsrichtung eine mittlere, statische Last und eine dynamische Zusatzlast aus der Böigkeit. In Querrichtung tritt lediglich

eine dynamische Lastkomponente auf. Ebenso wirkt ein dynamisches Torsionsmoment mit Mittelwert Null ein. Für die Bemessung der Aussteifungskonstruktion sollen als Bemessungsschnittgrößen die Fußeinspannmomente ermittelt werden.



$b:d:H = 1:1:4,33$
Windrichtung $\phi = 0^\circ$

	Mittelwert	Standardabweichung	c_p
Frontkraft w_f	$0,8 \Delta A_1 q(z)$	$1,6 \Delta A_1 q(z) \cdot I_U(z)$	12
Heckkraft w_h	$0,6 \Delta A_1 q(H)$	$1,0 \Delta A_1 q(H) \cdot I_U(H)$	18
Seitenkraft w_s	0	$2,8 \Delta A_1 q(z) \cdot I_U(z)$	4,5
Moment M_T	0	$0,2 b \Delta A_1 q(z) \cdot I_U(z)$	13

$\Delta A_1 = h \cdot b$ für Front- und Heckkraft

$\Delta A_1 = h \cdot d$ für Seitenkraft

$\Delta A_1 = h \cdot \frac{b+d}{2}$ für Moment

Vertikalkorrelation: $g = e^{-c_z \frac{\Delta z}{L}}$
 $\Delta z = |z_2 - z_1|$
 $L = 1200 \text{ m (Davenport)}$

Bild 2: Statische und dynamische Windlasten an einem Quadrathochhaus

In Bild 2 sind Mittelwerte und Standardabweichungen der Windlasten auf den vier Seiten dargestellt. Es handelt sich um Versuchsergebnisse aus einem Grenzschichtwindkanal mit maßstäblicher Simulation der Windböigkeit. Diese ist durch ihre Intensität $I_U = \sigma_U / \bar{u}$ gekennzeichnet. Die Horizontalkorrelation der Kräfte in einer Höhe z sind annähernd Null (Frontkraft mit Heckkraft) oder symmetrisch (Heckkraft mit Seitenkräften). Im letzten Fall hebt sich ihre Wirkung auf, so daß für die Berechnung alle Horizontalkorrelationen der Lasten zu Null angenommen werden können.

Die Berechnung ergibt folgende Einzelschnittgrößen für ein Hochhaus von $H = 100 \text{ m}$ Höhe:

Längsmoment $M_l = Y_1$

$$\bar{M}_l = 1,29 \cdot b \cdot \bar{q}_H \cdot \frac{H^2}{2} \quad \text{Mittelwert}$$

$$\sigma_l = 1,75 \cdot b \cdot \bar{q}_H \cdot \frac{H^2}{2} \cdot I_{UH} \quad \text{Standardabweichung}$$

Quermoment $M_q = Y_2$

$$\sigma_q = 2,6 \cdot b \cdot \bar{q}_H \cdot \frac{H^2}{2} \cdot I_{UH} \quad \text{Standardabweichung}$$

Korrelationskoeffizient

$$\rho_{lq} = 0$$

Bei quadratischem Kern ist

$$a_l = \frac{1}{W_l} = a_q = \frac{1}{W_q}$$

Mit einem gängigen Wert des Spitzenfaktors $g = 3,5$ und $I_{UH} = 0,13$ erhält man die Bemessungsschnittgrößen:

$$M_l^* = \bar{M}_l + g \cdot 0,55 \cdot \sigma_l = 1,73 \cdot \bar{q}_H \cdot b \cdot \frac{H^2}{2}$$

$$M_q^* = g \cdot 0,85 \cdot \sigma_q = 1,01 \cdot \bar{q}_H \cdot b \cdot \frac{H^2}{2}$$

Ohne Korrelationseinfluß, also mit der Annahme, daß die individuellen Spitzenwerte der Schnittmomente gleichzeitig wirken, würde man Bemessungswerte ansetzen, die um etwa 20 % zu groß wären:

$$M_{l,c} = 2,09 \cdot \bar{q}_H \cdot b \cdot \frac{H^2}{2}$$

$$M_{q,c} = 1,18 \cdot \bar{q}_H \cdot b \cdot \frac{H^2}{2}$$

Die Berücksichtigung führt also zu wirtschaftlicherer Bemessung. Der Einfluß wächst bei kleinerer Gebäudeabmessung noch merklich an.

VORAUSSETZUNGEN UND AUSWIRKUNGEN DER ZUVERLÄSSIGKEITSBERECHNUNG ERMÜDUNGSBEANSPRUCHTER ALUMINIUM-SCHWEISSVERBINDUNGEN

von K. Poalas und D. Kostas*

1 Einleitung

Hier wird eine Forschungsarbeit präsentiert, die als Forschungsobjekt die Anwendung zuverlässigkeitstheoretischer Konzepte bei der Bemessung ermüdungsbeanspruchter Konstruktionen beinhaltet. Die entsprechenden Arbeiten wurden Anfang der 80er Jahre konzipiert als Teilaufgabe eines umfangreichen Forschungsprogrammes des Lehrstuhls für Stahlbau und als Teilprojekt der letzten dreijährigen Phase des SFB 96 /1/. Die experimentellen Untersuchungen bildeten hierbei den relevanten Teil dieser Arbeit. Mit der Beschreibung der Belastungsseite haben wir uns im Rahmen dieser Arbeit nicht im Detail auseinandergesetzt.

2 Bisherige Erfahrungen

Wenn man einen Blick in die Vergangenheit wirft, Bild 1, sieht man die ersten Versuche Schwingfestigkeitsergebnisse in einem Spannungs-Lebensdauer-Diagramm zu präsentieren und Bemessungsgrenzwerte zu formulieren.

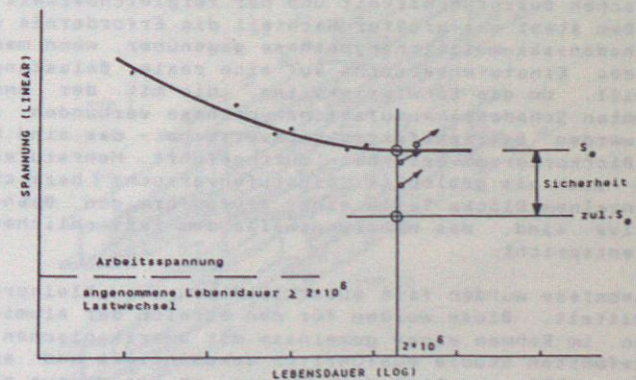


Bild 1: Wöhlerdiagramm

In den letzten 25 Jahren beschränkten sich die Bemühungen darauf, Schwingfestigkeitswerte zu gewinnen aus Versuchen an Kleinproben, die mit konstanter Belastung geprüft wurden. Die Ergebnisse wur-

* Dipl.-Ing. und Prof.Dr.-Ing., Lehrstuhl für Stahlbau, TUM

den im doppel-logarithmischen Maßstab aufgetragen, Bild 2.

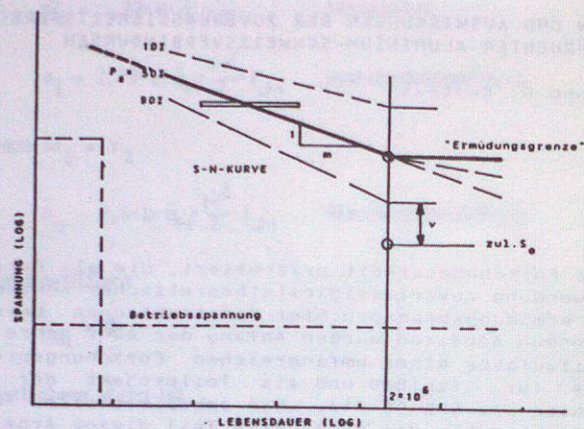


Bild 2: Wöhlerlinie mit Streuband

Diese sogenannten Einstufenversuche ergaben je nach Prüfniveau eine Reihe von Punkten, die einen Mittelwert und eine Standardabweichung besaßen. Entsprechende Regressionslinien können aus mehreren Spannungsniveaus abgeleitet werden. Meist wird durch Formulierung eines zusätzlichen Sicherheitsfaktors ein Grenzwert der zulässigen Beanspruchung festgelegt.

Die Vorteile des Einstufenversuchs liegen in der versuchstechnisch einfachen Durchführbarkeit und der Vergleichbarkeit der Ergebnisse. Dem steht als größter Nachteil die Erfordernis einer geeigneten Schadensakkumulationshypothese gegenüber, wenn man die Lebensdauer des Einstufenversuchs auf eine reale Belastungsart übertragen will. Um die Schwierigkeiten, die mit der Annahme einer bestimmten Schadensakkumulationshypothese verbunden sind, zu umgehen, werden Betriebsfestigkeitsversuche - das sind Mehrstufen- bzw. Blockprogrammversuche - durchgeführt. Mehrstufenversuche lassen sich als geblockte Einstufenversuche bezeichnen, wobei die einzelnen Blöcke Teile eines stufenförmigen Beanspruchungskollektivs sind, das näherungsweise dem tatsächlichen Betriebsablauf entspricht.

Bisherige Ergebnisse wurden fast ausschließlich aus Kleinprobenversuchen ermittelt. Diese wurden für den Bereich der Aluminiumkonstruktionen im Rahmen einer gemeinsam mit amerikanischen Kollegen durchgeführten Studie ausführlich dokumentiert und analysiert /2/. Man wollte parallel dazu wissen, ob die daraus resultierenden Bemessungslinien auch für die Berechnung von Bauteilen ausreichende Sicherheit bieten können. Es hat sich auch gezeigt /3/, daß eine direkte Übernahme entsprechender Erfahrungen an Stahl für Aluminium-Konstruktionen nicht möglich ist. So ist z.B. eine gemeinsame Klassifizierung von konstruktiven Details in Bemessungsvorschriften für Stahl und Aluminium nicht durchführbar.

3 Das Forschungsprogramm

Unsere Hauptaufgabe war, Eckwerte für das Bemessungskonzept zu ermitteln, d.h. aus dem Versuch ertragbare, für das jeweilige konstruktive Detail charakteristische Schwingfestigkeitswerte zu bestimmen. Durch Anwendung zuverlässigkeitstheoretischer Konzepte sollten Bemessungskennwerte festgelegt und Vergleiche bestehender Richtlinien durchgeführt werden. Da es offensichtlich wurde, daß eine erneute Analyse existierender Kleinprobenversuche kein befriedigendes Ergebnis liefern könnte, sah das Versuchsprogramm /1/ Untersuchungen an Großbauteilen vor. Dabei wurden als weitere wichtige Parameter der experimentellen Untersuchungen gesehen:

- 1) die Belastung: es wurden Versuche sowohl mit konstanter einstufiger Spannungsamplitude wie auch mit mehrstufiger Belastung durchgeführt,
- 2) der Einfluß des Beanspruchungsverhältnisses R ,
- 3) Einfluß des Materials, d.h. der Aluminium-Legierung,
- 4) Einfluß des konstruktiven Details.

Für diesen Zweck wurden insgesamt 52 Aluminium-Träger hergestellt mit jeweils 11 unterschiedlichen Schweißdetails aus dem Bereich des konstruktiven Ingenieurbaus, Bild 3. Es wurde mit zwei verschiedenen Beanspruchungsverhältnissen geprüft ($R = -1$ und $R = +0,1$) und mit zwei Aluminium-Legierungen (AlZn4,5Mg1 und AlMg4,5Mn). Somit wurden um die 650 Einzelpunkte für das Wöhler-Diagramm erzeugt.

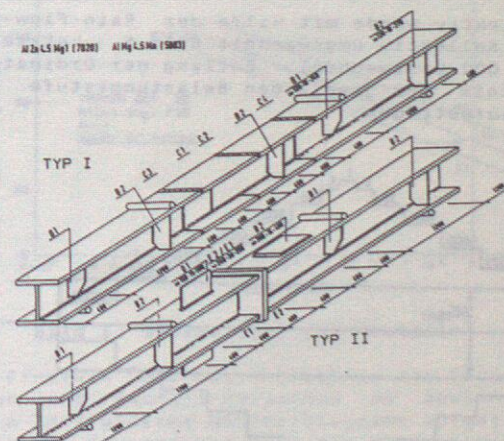


Bild 3: Versuchsträger

Die Schwierigkeiten begannen, als wir die Belastungsseite mit einbeziehen wollten. Es existiert eine große Anzahl von Belastungsschrieben aus Stahl- und Aluminiumkonstruktionen, es ist aber sehr schwierig, aus diesen Daten irgendein repräsentatives Kollektiv zu bilden.

In Bild 4 werden drei charakteristische Beanspruchungszeitabläufe aus dem Bereich der Schienenfahrzeuge, der Automobile und des Kranbaus präsentiert. Auf ein Kranbaukollektiv fiel die Entscheidung, es als repräsentatives Belastungskollektiv für die Bewertung der Festigkeitslinien anzuwenden.

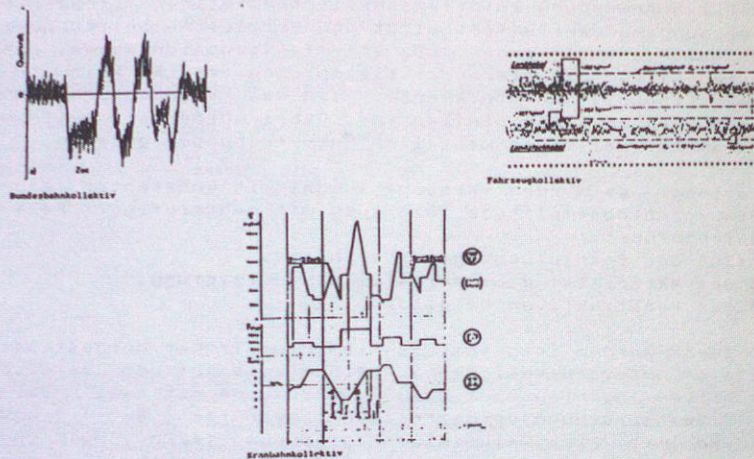


Bild 4: Typische Kollektive

Dieses Belastungskollektiv wurde mit Hilfe der Rain-Flow-Methode in ein achtstufiges Kollektiv umgewandelt, Bild 5. Letzteres hat einen Umfang von 500.000 Lastwechsel. Entlang der Ordinate ist das Spannungsverhältnis der jeweiligen Belastungsstufe zu der maximalen Belastung aufgetragen.

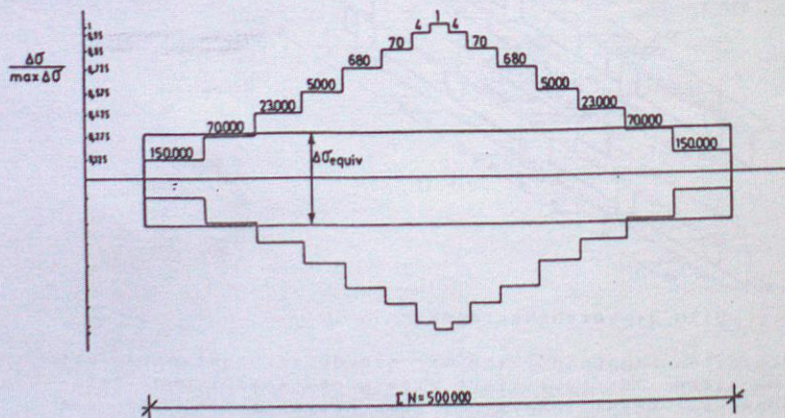


Bild 5: Belastungskollektiv

Auf der Grundlage repräsentativer Lebensdauerlinien, so wie sie in den neuesten Richtlinien dargelegt sind, d.h. unter Annahme einer konstanten Neigung der Wöhler-Linien von $m = 3,37$ und unter Anwendung der Palmgren-Miner-Regel wurde für das o.g. Kollektiv eine schädigungsäquivalente Spannung, $\Delta\sigma_{equiv}$, berechnet. Diese Spannung benutzt man im Wöhler-Diagramm, um die Belastung mit den Ergebnissen aus einstufigen Versuchen zu vergleichen oder um die Ergebnisse aus Blockversuchen in einem solchen Diagramm darstellen zu können.

4 Versuchsergebnisse

Als erste Versuchsergebnisse sind in Bild 6 die Mittelwertlinie und die Mittelwertlinie plus bzw. minus zwei Standardabweichungslinien des konstruktiven Details D2 gezeichnet. Dieses Detail eine 15 mm dicke, auf dem Trägerflansch mittels zwei Kehlnählaufgeschweißte Lamelle. Die Ergebnisse sind aus der Aluminium-Zink-Magnesium-Legierung mit dem Belastungsverhältnis $R = -1$ (Wechselbeanspruchung) durchgeführt. Die Neigung der Linie ist hier mit $m = 3,87$ angegeben, und der Schnittpunkt der Mittelwertlinie bei den $2 \cdot 10^7$ -Lastspielen 37 N/mm^2 .

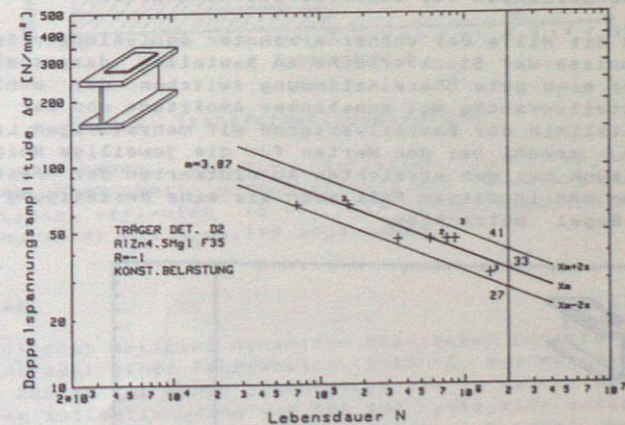


Bild 6: Wöhlerlinie für Bauteile

Um einen Eindruck über das Verhältnis der Versuchsergebnisse von Kleinproben und Bauteil-Versuchen zu gewinnen, werden beide Gruppen in das gleiche Wöhler-Diagramm aufgetragen, Bild 7. Die Punkte mit dem Kreuzsymbol sind die Kleinproben, die Sternchen symbolisieren die Bauteilerggebnisse. Wie man feststellen kann, bestehen bei der Neigung der Linien keine wesentlichen Unterschiede. Bei den Spannungen aber an der $2 \cdot 10^7$ -Grenze sind die Unterschiede signifikant. Die Mittelwertlinien weisen Unterschiede über 200 % und der Mittelwert minus zwei Standardabweichungslinien bis zu 150 % auf.

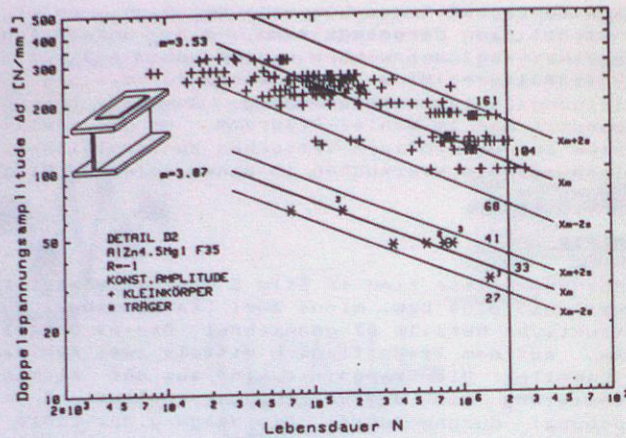


Bild 7: Wöhlerlinien für Bauteile und Kleinproben

In Bild 8 sind mit Hilfe der vorher erwähnten äquivalenten Spannung die Ergebnisse der Blockversuche an Bauteilen dargestellt. Man stellt hier eine gute Übereinstimmung zwischen der Wöhlerlinien der Bauteilversuche mit konstanter Amplitude und der Betriebsfestigkeitslinie der Bauteilversuche mit mehrstufigem Lastkollektiv fest, sowohl bei den Werten für die jeweilige Neigung der Linien wie auch bei den erreichten Absolutwerten der Festigkeit. Dies kann man in diesem Fall auch als eine Bestätigung der Palmgren-Miner-Regel betrachten.

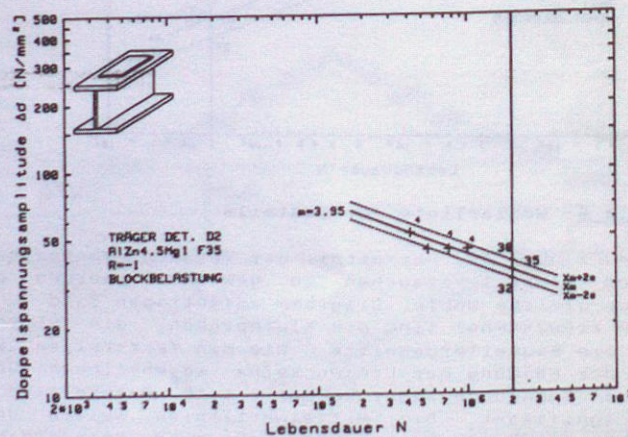


Bild 8: Wöhlerlinie für Bauteil mit geblockter Belastung

Um die jeweiligen β -Faktoren zu errechnen, müssen Belastung und Festigkeit dieselben Referenzachsen haben. Für diesen Zweck wird die jeweilige Verteilung der Festigkeit, die entlang einer horizontalen Achse verläuft, auf eine senkrechte Achse transformiert. Bild 9.

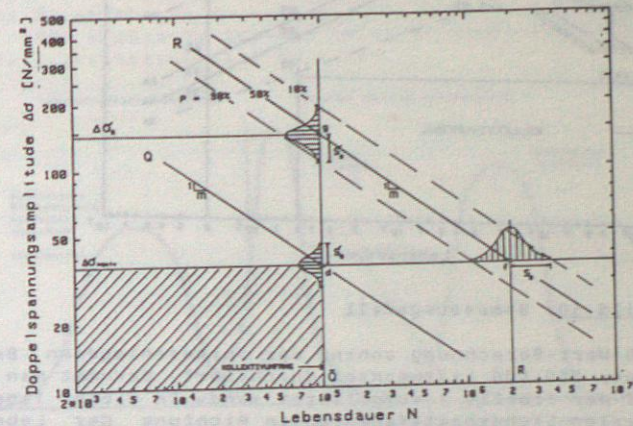


Bild 9: Transformationsdiagramm

Es wird angenommen, daß die Logarithmen sowohl der Belastung wie auch der Festigkeit normalverteilt und konstant entlang der Wöhler-Linie verlaufen /3.4/. Die Standardabweichung für die Belastung wurde mit $S_{\sigma} = 0,149$ angenommen.

5 Beispiel

Ein typisches Beispiel dynamisch belasteter Konstruktion ist der Kranbahnträger einer Fabrikhalle, Bild 10. Die maximale Belastung beträgt 200 kN bei einer Lebensdauer von 10 Jahren die in diesem Fall dem Kollektivumfang von 500.000 Lastzyklen entspricht. Die schädigungsäquivalente Spannung beträgt $44,5 \text{ N/mm}^2$. Parallel dazu wurden im selben Diagramm die Mittelwertlinien der Kleinproben, (gestrichelte Linie oben) und der Bauteile unter konstanter Belastung, (gestrichelte Linien unten), sowie die entsprechende Linie nach der ECCS-Norm /3/. (durchgehende Linie oben) und nach den Britischen Normen BS 8118 /5/. (durchgehende Linie unten), gezogen. Man stellt daraus fest, daß die von den Normenausschüssen vorgeschlagenen Bemessungslinien zwischen den Festigkeitslinien der Kleinkörper und der Bauteile liegen.

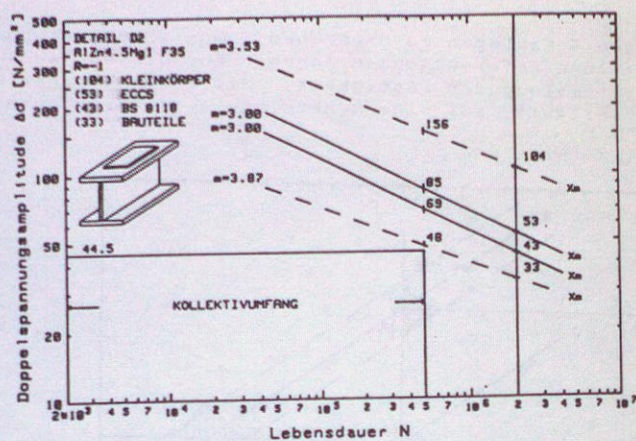


Bild 10: Bemessungsfall

Wenn man die β -Wert-Berechnung anhand der vorgeschlagenen Belastung entlang der 500.000 Lastwechsel durchführt, bekommt man die Werte, die auf der Tabelle 1 aufgelistet sind. In dieser Tabelle sind die zentralen Sicherheitsfaktoren in Richtung der Lebensdauer γ_N bzw. in Richtung der Festigkeit γ_S sowie die Sicherheitsindices β zusammengefaßt und zwar beim Vergleich mit den entsprechenden Festigkeitslinien für

- Kleinprobenversuche,
- Bauteilversuche mit konstanter Belastung,
- Bauteilversuche mit mehrstufiger Belastung und weiterhin
- mit den bereits erwähnten Festigkeitslinien der Normenvorschläge.

Detail D2 $S'_a = 0.149$		Festigkeitslinie														
		Kleinkörper			Bauteile Konst.			Bauteile Kollektiv			ECCS		BS 8118			
Beanspruchung	Kollektiv	β	γ_N	γ_S	β	γ_N	γ_S	β	γ_N	γ_S	β	γ_N	γ_S	β	γ_N	γ_S
		$N_0 = 5 \cdot 10^5 \text{ Lsp.}$ $\Delta\sigma_{\max} = 90 \text{ N/mm}^2$	3.07	80.60	3.50	0.19	1.32	1.07	0.33	1.58	1.12	1.33	6.90	1.90	0.90	3.71

Tab. 1: Sicherheitsindices β und Sicherheitsfaktoren γ_N und γ_S

In keinem dieser Fälle wird in dem vorliegenden Beispiel der durch die ECCS-Richtlinien empfohlene β -Wert von 3.5 erreicht. Man müßte also entsprechende Maßnahmen der Belastungsminderung vorsehen.

6 Ausblick

Diese, für mehrere konstruktive Details typische Situation verdeutlicht Bild 11. Daraus sind die relativen Positionen der Verteilungen für die Belastung (durchgehende), für die Festigkeit von Kleinproben (gestrichelte) oder der Bauteile (strich-punktierte) sowie als Beispiel ein Vorschlag einer Bemessungskennlinie (punktierter). Der kritische Abstand zwischen Bemessungskennlinie und Bauteilfestigkeitslinie ist deutlich.

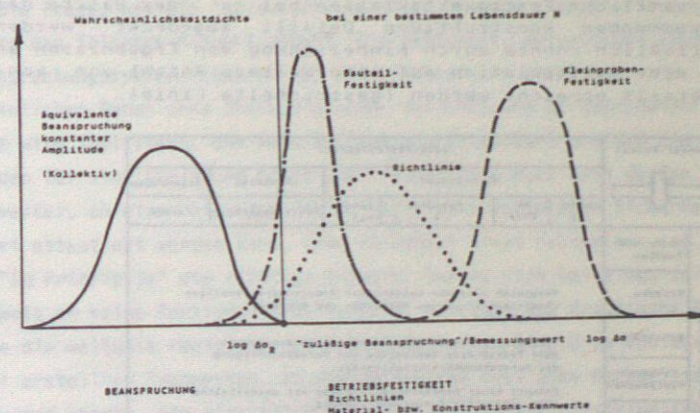


Bild 11: Verteilungen der Belastung und der Festigkeit

Analog zum hier gezeigten Beispiel eines bestimmten konstruktiven Details müßte man nunmehr diese Arbeit für verschiedene Anwendungsgebiete des Leichtmetallbaus mit verschiedenen Beanspruchungscharakteristiken sowie für verschiedene Materialien, Beanspruchungsverhältnisse und Umwelteinflüsse ergänzen. Dies ist auch aus der Bild 12 erkennbar, wobei verschiedene Fragenkomplexe zu beantworten wären.

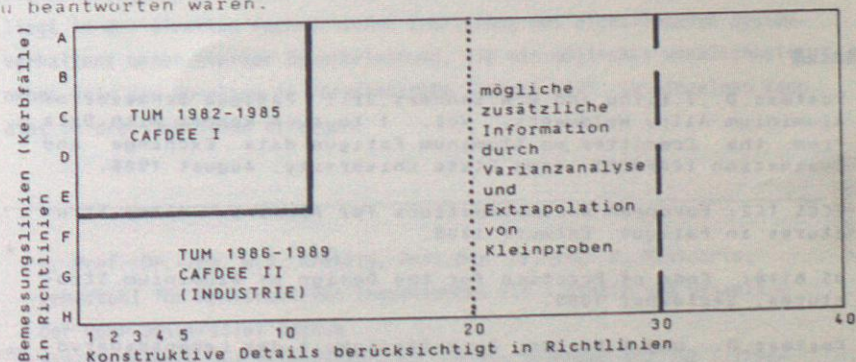


Bild 12: Bisherige Detailklassifizierung

Im Bereich der Betriebsfestigkeitsbemessung gibt es ca. 40 verschiedene konstruktive Details, die in Richtlinien, gegliedert in bis zu acht verschiedene Festigkeitsklassen, berücksichtigt werden. Bild 13. Der momentane Wissensstand wird durch die durchgehende Linie abgegrenzt. Für etwa 12 Details bzw. 5 Festigkeitsklassen können zuverlässige Bemessungswerte abgeleitet werden. In der begonnenen zweiten Phase, (punktierte Linie) der experimentellen und analytischen Ermittlung weiterer Daten wird erwartet, daß sämtliche Festigkeitsklassen bei ca. der Hälfte der häufig vorkommenden konstruktiven Details abgedeckt werden können. Schließlich könnte durch Einbeziehung von Ergebnissen an Kleinproben eine Extrapolation auf eine weitere Anzahl von konstruktiven Details erreicht werden (gestrichelte Linie).

2(LN)
KJGTI
KOUU

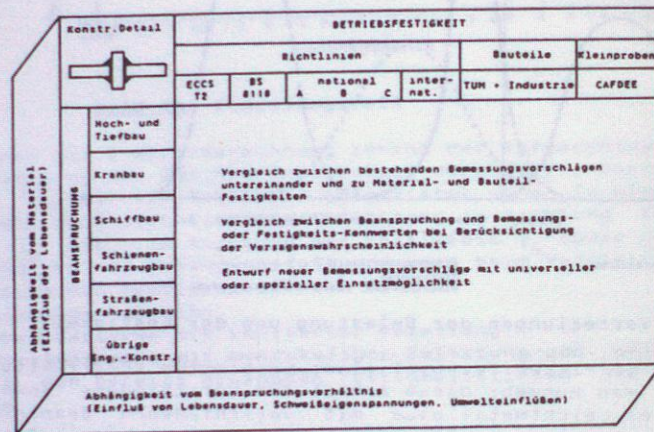


Bild 13: Fragenkomplex der Aluminium-Konstruktionen

LITERATUR

- /1/ Kosteas, D., I. Kirou and W.W. Sanders, Jr.: Fatigue Behavior of Aluminium Alloy Weldments. Vol. 1 to 4. A Report with Data from the Committee on Aluminum Fatigue data Exchange and Evaluation (CAFDEE). Iowa State University. August 1986.
- /2/ ECCS TC2: European Recommendations for Aluminium Alloy Structures in Fatigue. Entwurf 1985.
- /3/ BS 8118: Code of Practice for the Design of Aluminium Structures. September 1985.
- /4/ Kosteas, D. und K. Poalas: Zuverlässigkeit der Lebensdauer Voraussage. Forschungsprogramm D10 des Sonderforschungsbereichs SFB 96 der TU München, 1982-1984.

NACHWEIS DER SEISMISCHEN SICHERHEIT VON

STAHLBETONRAHMEN TRAGWERKEN**

von K. Meskouris, W.B. Krätzig*

1. Allgemeines

Auf die Frage, was ein "seismisch sicheres" Bauwerk charakterisiere, könnte man folgende Antwort geben: "Die Fähigkeit, ausreichend viele Beanspruchungszyklen (etwa 10-20) entsprechend dem stärksten wahrscheinlichen Beben ohne übermäßig große Beschädigung zu überstehen". Damit wird impliziert, daß kein Kollaps eintreten darf und daß die Schäden für eine Sanierung nicht unwirtschaftlich hoch sein dürfen. Fragt man weiter, ob einer Struktur die so definierte seismische Sicherheit a priori attestiert werden kann, etwa im Rahmen eines Nachweises, so wäre ein "Im Prinzip ja" die richtige Antwort. Daß es sich bei einem solchen Nachweis um keine Routineaufgabe handelt, bezeugen auf drastische Art und Weise die weltweit registrierten bebeninduzierten Einstürze von normgerecht erstellten Tragwerken. In diesem Vortrag soll eine Nachweismethode erläutert werden, die eine eingehende Abschätzung der diesbezüglichen Gefährdung bereits vorbemessener Stahlbetonrahmen gestattet.

2. Seismischer Sicherheitsnachweis

Die naheliegendste Möglichkeit zur Beurteilung der vorhandenen Sicherheit liegt in der direkten rechnerischen Ermittlung des nichtlinearen Systemverhaltens unter starker Bebenbelastung, die ein möglichst wirklichkeitsnahes Bild der Vorgänge in Versagensnähe liefern soll. Im einzelnen kann dies in drei Schritten erfolgen:

* o. Prof. Dr.-Ing. W.B. Krätzig, Priv. Doz. Dr.-Ing. K. Meskouris, Lehrstuhl für Konstruktiven Ingenieurbau III - Statik und Dynamik - der Ruhr-Universität Bochum

** Aus der Arbeit der Teilprojekte A4, B1 des Bochumer SFB 151 - Tragwerksdynamik -.

1. Aufstellung eines Rechenmodells des Tragwerks, das auch seine nichtlinearen Eigenschaften unter hohen dynamischen Lasten genügend genau abbildet.
2. Auswahl, bzw. rechnerische Ermittlung mehrerer Beschleunigungszeitverläufe, die für den speziellen Standort in Frage kommen. Sie dienen als Erregung des in Schritt 1 aufgestellten Modells.
3. Auswertung der Rechenergebnisse hinsichtlich der aufgetretenen Schädigung und Entscheidung darüber, ob die Konstruktion in der vorgegebenen Form den Ansprüchen genügt. Gegebenenfalls kann sich hier eine Neubemessung bzw. Verstärkung des Tragwerkes als Ganzes oder in Teilen anschließen.

Diese drei Schritte werden anschließend kurz erläutert.

2.1 Nichtlineare Rechenmodelle

Für Stahlbetonrahmen sind Modelle zu empfehlen, die jeden Stab für sich abbilden, wobei nichtlineare Zonen am einfachsten als diskrete Fließgelenke an den Stabenden eingeführt werden. Von grundlegender Bedeutung ist die Verwendung eines Nichtlinearitätsgesetzes, das dem komplexen Verhalten des Werkstoffes Stahlbeton (Abnahme von Steifigkeit und Festigkeit bei wiederholter zyklischer Beanspruchung) zumindest näherungsweise gerecht wird, wie z.B. des nach TAKEDA /1/ benannten Modells (Bild 1). Kompliziertere Rechenmodelle, die über eine Streifenidealisation im Querschnitt auf vorformulierte $M-\kappa$ -oder $M-\phi$ -Nichtlinearitätsbeziehungen verzichten können und auch die endliche Ausbreitung der plastischen Bereiche längs der Stabachse berücksichtigen, sind zum gegenwärtigen Zeitpunkt in erster Linie für die Forschung interessant.

2.2 Wahl geeigneter Beschleunigungszeitverläufe

Diese müssen bezüglich der Bebenstärke und -dauer sowie des anliegenden Untergrundes für den jeweiligen Standort repräsentativ sein. Da am Standort selbst in der Vergangenheit gemessene Beschleunigungszeitverläufe nur in wenigen Ausnahmefällen zur Verfügung stehen werden, müssen geeignete Bebenrealisationen rechnerisch simuliert werden. Dabei sollte die gesamte vorhandene Information über das seismische Risiko des Standortes Berücksichtigung finden. Sind zum Beispiel nur wahrscheinliche

Maximalwerte für die Bodenbeschleunigung (eventuell auch für Bodengeschwindigkeit und -verschiebung) bekannt, so können zum entsprechenden glatten Spektrum passende, sog. "spektrumskompatible" Verläufe vorgegebener Dauer erzeugt werden. Liegen Informationen über den Aufbau des Untergrundes vor, so empfiehlt sich die Erzeugung künstlicher Beschleunigungszeitverläufe als gefilterte und modulierte weiße Rauschprozesse, z.B. unter Verwendung der eindimensionalen Wellenausbreitungstheorie für vertikal propagierende Scherwellen. Schließlich lassen sich auch umfangreiche seismische Modelle der Region aufstellen, wozu allerdings ein beträchtliches Maß an geotektonischen Informationen vorhanden sein muß /2/. Als Skalierungsfaktoren zur Anpassung künstlich erzeugter oder natürlicher Beschleunigungszeitverläufe an die Standortverhältnisse empfehlen sich vor allem Integralgrößen, hier vor allem die ARIAS-Intensität (Zeitintegral der quadrierten Beschleunigungsordinaten über die Bebedauer) oder die Spektralintensität (SI) nach HOUSNER /3/. Um die Aussagekraft der Ergebnisse zu untermauern sollten 4-5 Zeitverläufe unterschiedlicher Dauer als Erregung dienen. Dabei zeigt sich allgemein, daß selbst stark unterschiedliche Bebenrealisationen ähnliche Schädigungsmuster des Tragwerkes hervorrufen.

2.3 Erfassung und Beurteilung der Schädigung

Am einfachsten läßt sich die Schädigung durch einen direkten, lokalen Vergleich der vorhandenen Zähigkeitsreserven des Tragwerkes (Duktilitätsangebot) mit den maximal erreichten plastischen Verformungen (Duktilitätsnachfrage) beurteilen - wir sprechen von einer expliziten Duktilitätsbilanz. Dazu wird die Zähigkeit der Struktur durch Duktilitätswerte ausgedrückt, zweckmäßigerweise als Verhältnis von maximal zulässigen (auf der Angebotsseite) oder maximal erreichten (auf der Nachfrageseite) elastoplastischen Verformungen zu ihren elastischen Grenzwerten (Bild 2) definiert. Für Rahmensysteme empfiehlt sich die Verwendung von Querschnittsduktilitätsfaktoren η_Q , als Verhältnis der maximal zulässigen (bzw. erreichten) Krümmung des Stahlbetonquerschnitts zur Grenzkrümmung beim erstmaligen Fließen der Zugbewehrung definiert. Auf der Angebotsseite lassen sich Querschnittsduktilitäten als Funktion der geometrischen und mechanischen Eigenschaften der Querschnitts am einfachsten mit Hilfe eines Computerprogramms gewinnen. Zur Illustration zeigt Bild 3 berechnete $M-\kappa$ -Diagramme für verschiedene Bewehrungsgrade eines einseitig

bewehrten Rechteckquerschnittes (B 35, BSt 500S) mit den zugehörigen η_Q -Werten als Funktion des Bewehrungsgrades. Den vorhandenen Querschnittsduktilitäten lassen sich nun die als Ergebnis der nichtlinearen Zeitverlaufsuntersuchungen gewonnenen Werte der Nachfrageseite gegenüberstellen, wodurch Schwachstellen der Konstruktion sichtbar gemacht werden können. In den Bildern 4 und 5 sind beispielhaft Duktilitätsangebot und -nachfrage eines mehrstöckigen Stahlbetonrahmens dargestellt /4/. Für die Ermittlung des Duktilitätsangebotes in Bild 4 wurde das Erreichen von 3.5 ‰ Stauchung an der Betondruckseite als Versagenskriterium zugrundegelegt; wählt man alternativ als Versagenskriterium das Abplatzen der Betondeckung mit Ausknicken der Druckbewehrung, so ergeben sich wesentlich höhere Angebotswerte. Bild 5 zeigt die Nachfragewerte dreier unterschiedlicher Beben, deren Spektren in Bild 6 zu sehen sind. Es handelt sich um einen natürlichen und zwei künstlich generierte Beschleunigungszeitverläufe mit Effektivdauern (definiert als Zeitraum zwischender 5 %- und 95 %-Marke des HUSID-Diagramms /5/) zwischen 3.9 und 10.6 s und ARIAS-Intensitäten zwischen 1.7 und 1.9 m^2/s^3 . Wie man sieht, liefern alle Beschleunigungszeitverläufe im großen und ganzen dasselbe Schädigungsmuster, das als Entscheidungsgrundlage für die (Nicht-)Akzeptanz des untersuchten Entwurfs dienen kann.

Eine explizite Duktilitätsbilanz auf dem gezeigten Weg ist naturgemäß in ihrer Aussagekraft bezüglich der Schädigung begrenzt, wenn sie nur Maximalduktilitäten verwendet. Eine eingehendere Erfassung der Schädigung gelingt über die Auswertung weiterer "Schädigungsindikatoren" im Rahmen der nichtlinearen Zeitverlaufsrechnungen. Geeignete Indikatoren, auf deren Einzelheiten in diesem Rahmen nicht näher eingegangen wird, werten unter anderem die im Tragwerk hysteretisch dissipierten Energiebeträge aus. Sie werden zweckmäßigerweise auf den Bereich von 0 bis 100 % normiert, entsprechend dem unbelasteten bzw. dem vollständig zerstörten (Teil-)System. Die Entwicklung solcher Indikatoren und ihre Eichung anhand von Versuchen an Stahlbetonelementen ist Gegenstand laufender Forschungsarbeiten des Bochumer SFB 151 (Teilprojekte A4, B1).

3. Zusammenfassung und Ausblick

Moderne, nichtlineare Zeitverlaufsuntersuchungen bieten sich an, wenn das Systemverhalten einer bis in den inelastischen Bereich hinein seismisch

beanspruchten Konstruktion nachzuweisen ist. Dem relativ hohen Aufwand für die Systemabbildung durch nichtlineare Modelle und für die Beschreibung der Belastung (etwa durch künstlich generierte Beschleunigungszeitverläufe) steht die Gewinnung realistischer Einblicke in das Systemverhalten mit der Möglichkeit gezielter Verbesserungen gegenüber. Die Grenzen der Anwendung ergeben sich im wesentlichen aus dem Modellierungs- und Rechenaufwand sowie den vorhandenen Rechenmöglichkeiten.

Es darf erwartet werden, daß mit wachsender Verfügbarkeit preiswerter und leistungsfähiger Rechenautomaten sowie -programme genauere nichtlineare Untersuchungen zunehmend als Werkzeug der Entwurfspraxis an Bedeutung gewinnen werden.

4. Literatur

- /1/ Takeda, T. et al.: Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes, Journ. of Struct. Div. ASCE, Vol. 96, ST 12, Dec. 1970
- /2/ Scherer, R.J., Schueller, G.J.: Ein instationäres, stochastisches Modell für die seismische Anregung von Bauwerken. Abschlußkolloquium SFB 96, München, Okt. 1986
- /3/ Housner, G.W.: Behavior of Structures During Earthquakes. Journ. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 85, EM 4, Apr. 1959
- /4/ Kamann, R.: Entwurf und statisch/dynamische Untersuchung eines fünfstöckigen Stahlbetongebäudes. Diplomarbeit am Lehrstuhl KIB III der Ruhr-Universität Bochum, August 1986
- /5/ Dobry, R. et al.: Duration Characteristics of Horizontal Components of Strong Motion Earthquake Records. Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 68, Oct. 1978

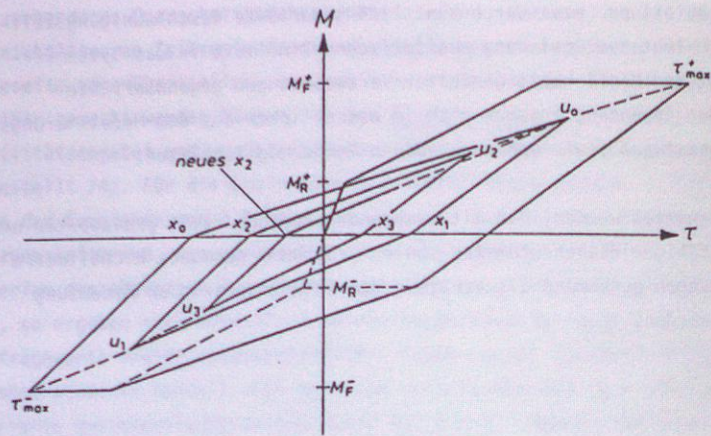
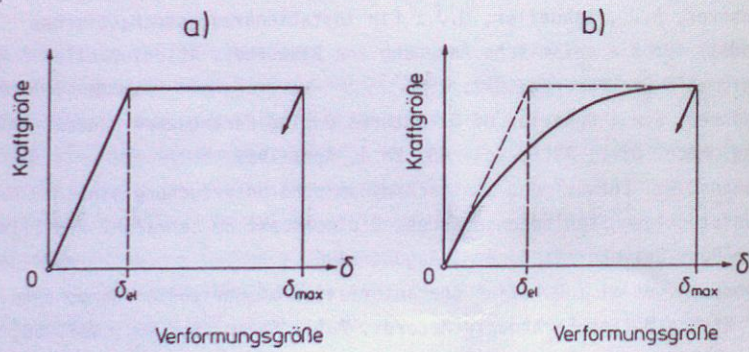


Bild 1: TAKEDA-Hysteresemodell



$$\text{Maximalduktilität} = \frac{\delta_{\max}}{\delta_{el}}$$

Bild 2: Definition von Maximalduktilitäten

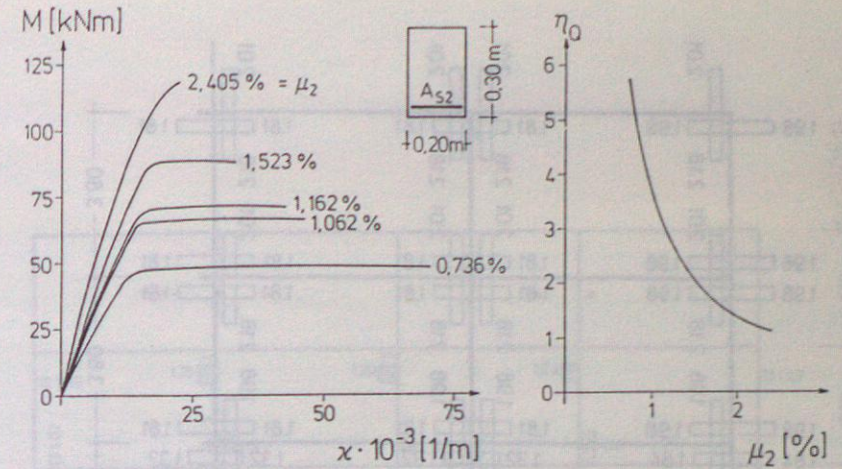


Bild 3: Einfluß der Zugbewehrung auf die Querschnittsduktilität

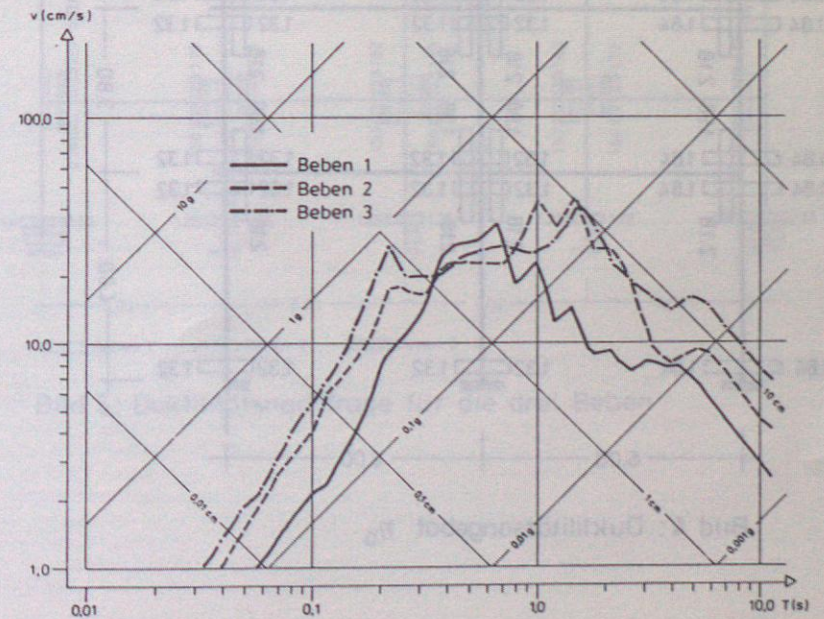


Bild 6: Antwortspektren der drei Beben $\xi = 5\%$

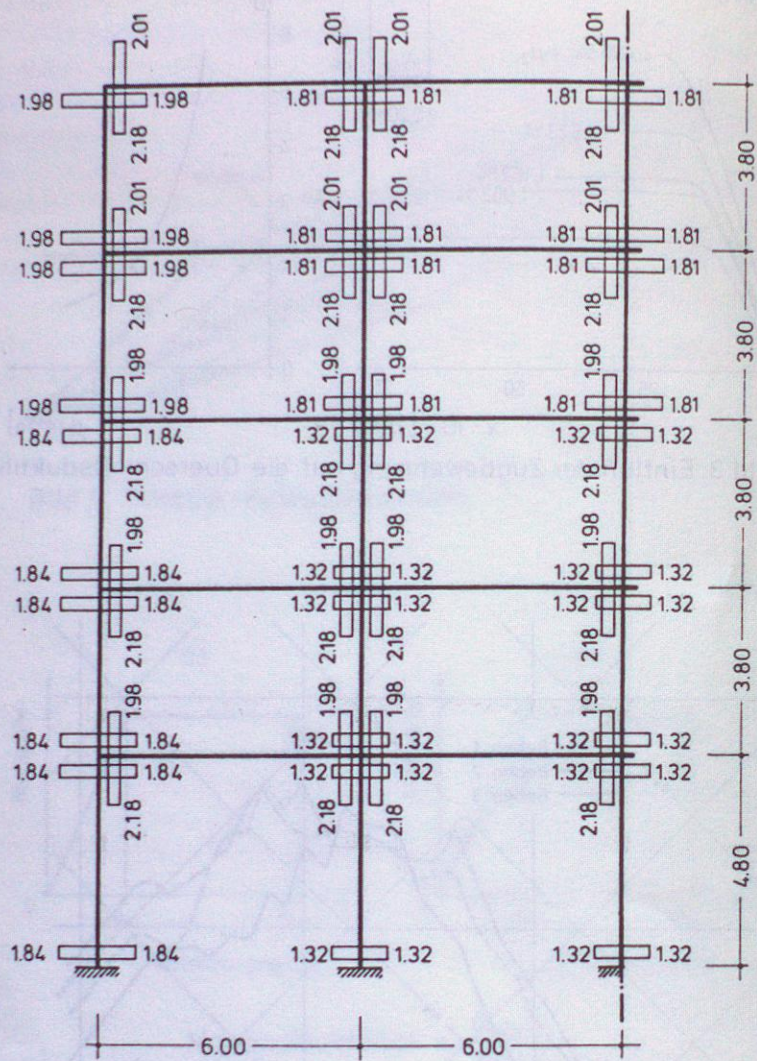


Bild 4: Duktilitätsangebot η_0

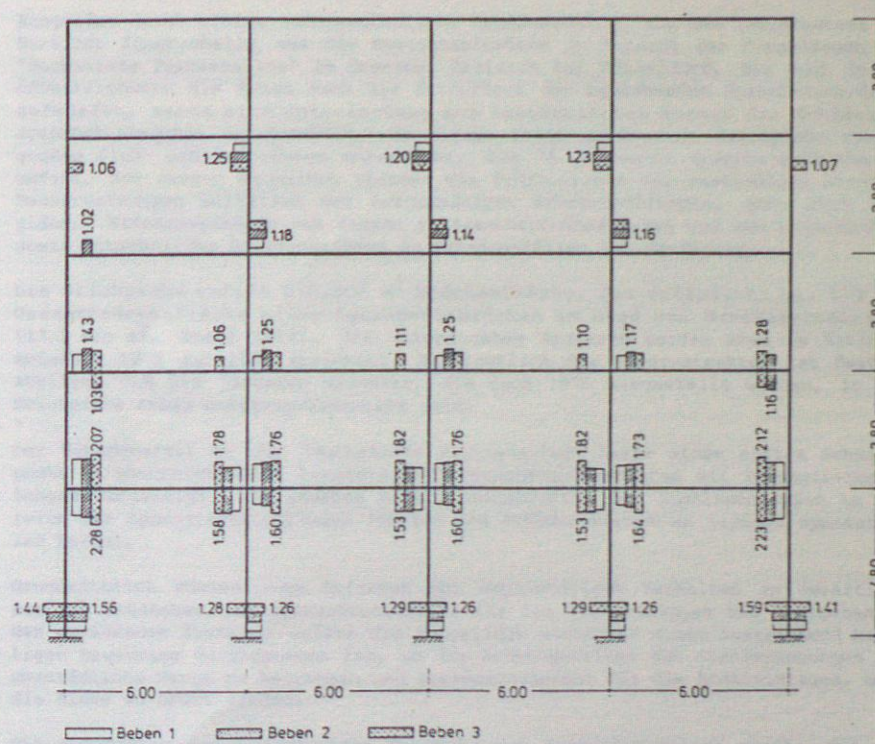


Bild 5: Duktilitätsnachfrage für die drei Beben

Sicherheitsbetrachtungen für Spannbetonbrücken

von Prof. Dr.-Ing. Gert König
Dipl.-Ing. R. Maurer
König und Heunisch, Frankfurt

Ausgelöst durch einige außergewöhnliche Schadensfälle, wie den Teileinsturz der Berliner Kongreßhalle und die Spannstahlbrüche im Bereich der Koppelfugen der "Hochstraße Prinzenallee" im Heerdter Dreieck bei Düsseldorf, die auch in der Öffentlichkeit die Frage nach der Sicherheit der bestehenden Spannbetonbrücken aufwarfen, wurde eine Untersuchung zum tatsächlichen Ausmaß der Schäden an Spannbetonbrücken durchgeführt. Zu diesem Zweck wurde eine Stichprobe von 43 großen Fluß- und Talbrücken untersucht, die 76 getrennte Spannbetonüberbauten umfaßt. Von diesen Bauwerken standen die Prüfberichte der zuständigen Straßenbauverwaltungen anlässlich der turnusmäßigen Brückenprüfungen, aber auch Rißpläne, Erfassungsbögen von Rissen in Spannbetonüberbauten und von Lagerschäden sowie gutachtliche Stellungnahmen zu Schadensfällen zur Verfügung.

Die Stichprobe umfaßt 670.000 m² Brückenfläche. Das entspricht ca. 5 % der Gesamtbrückenfläche aller Spannbetonbrücken im Zuge von Bundesfernstraßen (13,2 Mio m², Stand 1984). Die untersuchten Bauwerke wurden etwa im Zeitraum zwischen 1960 und 1980 errichtet. Hinsichtlich der Altersstruktur ist festzustellen, daß die jüngeren Bauwerke, die nach 1975 hergestellt wurden, in der Stichprobe etwas unterrepräsentiert sind.

Der Schadensfall an der "Hochstraße Prinzenallee" hatte einen echten Schwachpunkt an abschnittsweise hergestellten Spannbetonüberbauten mit Spannliedkopplungen aufgezeigt. Unplanmäßig hohe Schwingbreiten der Stahlspannungen im Bereich der Spannliedkopplungen führten den Ermüdungsbruch an einigen Spannstählen herbei.

Grundsätzlich können zwei Gefahren bei unplanmäßigem Verhalten an derartigen Stellen entstehen. Ermüdungsbruchgefahr für die Stahleinlagen bei Übergehen in den gerissenen Zustand, sofern die Koppelfuge nicht von einer ausreichend kräftigen Bewehrung durchdrungen ist, um die Schwingbreiten der Stahlspannungen auf unschädliche Werte zu begrenzen und Korrosionsgefahr für die Stahleinlagen, wenn die Risse zu breit werden.

Die Auswertung der untersuchten Bauwerke auf Koppelfugenrisse ergab, daß die Plattenbalken und die im Taktschiebverfahren hergestellten Hohlkästen die wenigsten Koppelfugenrisse aufweisen. Bei den Rißbreiten, die entscheidend von der Menge an Betonstahlbewehrung im Bereich der Koppelfugen bestimmt werden, zeigte sich ein deutlicher Einfluß des Jahres des Baubeginns. Die Anpassung der Vorschriften an neuere Erkenntnisse hatte positive Auswirkungen zur Folge. Mit dem Anheben der Betonstahlmenge in den bautechnischen Vorschriften ergeben sich auch aus einer von der BAST durchgeführten Erhebung deutliche Sprünge in Richtung kleinere Rißbreiten für Bauwerke, die nach 1970 und nach 1976 begonnen wurden. An Spannbetonbrücken mit Baubeginn nach 1976 sind keine systembedingten Koppelfugenrisse mit Breiten über 0,2 mm mehr aufgetreten.

Die Auswertung der Risse außerhalb der Koppelfugenbereiche zeigt ebenfalls einen deutlichen Einfluß des Jahrs des Baubeginns. Die jüngeren Bauwerke zeigen in der Tendenz eine geringere Rißhäufigkeit und geringere Rißbreiten. Plattenbalken verhalten sich in der Tendenz günstiger als Hohlkästen. Bei letzteren zeigen die im Taktschiebverfahren hergestellten Bauwerke das günstigste Verhalten.

Der Schadensfall freiliegende Bewehrung wurde besonders häufig auf der Innenseite der Stege der Hohlkästen festgestellt. In 37 Fällen, bei 14 von 76 Überbauten, wurden Hüllrohre ohne ausreichende Betondeckung angetroffen.

Von den 43 untersuchten Bauwerken liegen von 2 Bauwerken die Ergebnisse von Kernbohrungen zur Feststellung der Verpreßzustände von Spanngliedern vor: Im Mittel wiesen ca. 10 % der Spannglieder Verpreßmängel auf bzw. waren unverpreßt.

Häufige Ursache für Durchfeuchtungen des Konstruktionsbetons waren nicht mehr wasserdichte bzw. umläufige Übergangskonstruktionen. Nahezu die Hälfte dieser Schadensfälle konzentrierte sich auf die 7 Einfeldtragwerke der Stichprobe. Weitere Ursache für Durchfeuchtungen waren defekte Abdichtungen und Entwässerungseinrichtungen.

Eine Bewertung der angetroffenen Schäden ergab, daß der weitaus überwiegende Teil nicht unmittelbar die Standsicherheit der Bauwerke berührte, sondern die Dauerhaftigkeit sowie die Funktionsfähigkeit einzelner Bauwerksteile (Lager, Übergangskonstruktion etc.).

Die Beurteilung und Bewertung der beobachteten Risse stützte sich sowohl auf die Erkenntnisse aus Auslagerungsversuchen, als auch auf die Erkenntnisse aus Laborversuchen. Danach sind für Betonstahl Rißbreiten $w \leq 0,3$ mm unschädlich. Für die Korrosion an Rissen ist vielmehr die Dicke und Dichtigkeit der Betondeckung von Bedeutung. Eine örtliche Depassivierung und Korrosion des Betonstahls im Rißbereich ist dann zwar möglich, jedoch bleibt die Korrosion bei ausreichender und normgerechter Qualität der Betondeckung (für Spannbetonüberbauten gemäß ZVT-K80 $c \geq 4$ cm, $w/z \leq 0,50$) so gering, daß innerhalb der üblichen zu erwartenden Nutzungsdauer von 50 bis 80 Jahren keine Gefahr für die Standsicherheit daraus erwächst, selbst bei Einwirkung von Chloriden.

Bei mangelhafter Betondeckung ist auch im ungerissenen Bereich kein ausreichender Korrosionsschutz der Stahleinlagen gegeben.

Für Spannstahl liegen grundsätzlich andere Verhältnisse vor. Wegen der wesentlich höheren Korrosionsempfindlichkeit - neben der abtragenden Korrosion ist hier das Problem der Spannungsrißkorrosion bzw. Wasserstoffversprödung zu beachten - muß jegliche Korrosion als Bemessungsprinzip ausgeschlossen werden. Bei Vorspannung mit nachträglichem Verbund kann bei ordnungsgemäß verpreßten Hüllrohren und unter normalen Umweltbedingungen eine dauerhafte Passivierung der Spannstahloberfläche unter folgenden Bedingungen als gesichert angenommen werden:

- Rißbreite $w \leq 0,25$ mm (an der Betonoberfläche, Zugseite)
- Betondeckung $c \approx 5$ cm (dichter Beton)

Bei Tausalzeinwirkungen sind Zusatzmaßnahmen erforderlich /1/.

Im Bereich von Koppelfugen ist zusätzlich, unabhängig von der Rißbreite, das Problem der Ermüdungsfestigkeit des Spannstahls zu beachten. Die Ermüdungsfestigkeit der Spannglieder ist hier wesentlich geringer als auf der freien Spanngliedlänge.

Bezüglich der Koppelfugenproblematik ist festzustellen, daß die Anpassung der bautechnischen Vorschriften an neuere Erkenntnisse positive Auswirkungen zur Folge hatte. Von entscheidendem Einfluß war die Erhöhung der Betonstahlbewehrung, welche die Koppelfugen kreuzt. Für Brückenneubauten ist damit das Problem unter Kontrolle. Bei bestehenden Bauwerken, die vor 1976 errichtet wurden, bedarf es der regelmäßigen Beobachtung und Überwachung auch der sanierten Koppelfugenbereiche. Da der überwiegende Teil der Sanierungen mittels Kunstharzinjektion vorgenommen wurde, ist regelmäßig zu kontrollieren, ob sich die verpreßten Risse möglicherweise wieder vollständig oder teilweise öffnen. Die Koppelfugenbereiche müssen dann ggf. z.B. mit Beton- oder Stahllaschen verstärkt werden. Ausreichende Sicherheit gegen Ermüdung ist erst dann überall gegeben, wenn verpreßte Risse auf Dauer geschlossen bleiben bzw. Verstärkungen vorgenommen wurden.

Es ist festzustellen, daß ältere Hohlkästen auf Traggerüst sowie die bis 1969 errichteten Hohlkästen mit Vorschubrüstung nicht die erforderliche Betonstahlbewehrung besitzen, um Rißbreiten beschränken zu können. Vor allem diese Brücken bedürfen der sorgfältigen Pflege, damit im Fahrbahnplattenbereich kein tausalzhaltiges Wasser zu den Spanngliedern vordringen kann. Die restlichen Bereiche sind in der Regel weniger beeinträchtigt, weil dort größere Überdeckungen der Spannglieder vorliegen als für den Korrosionsschutz erforderlich. Bei den jüngeren Brücken liegt die Bemessung in der Tendenz richtig, allerdings muß bei Beibehaltung des derzeitigen Spanngliedaufbaus unbedingt erreicht werden, daß auf der Ober- und Unterseite der Brücken keine Rißbreiten $> 0,25$ mm auftreten. Werden keine weiteren Schutzmaßnahmen für die Spannglieder im Bereich der Oberseite vorgesehen, muß die Funktionsfähigkeit von Abdichtung und Entwässerung des Brückendecks kontrolliert werden.

Die Auswertung der Schadensdaten hat ergeben, daß die Bauwerke der Stichprobe einen großen Sicherheitsabstand gegenüber Tragwerksversagen haben. Der weitaus überwiegende Teil der angetroffenen Schäden beeinträchtigt vornehmlich Aussehen, Funktionsfähigkeit oder Dauerhaftigkeit, nur in wenigen Einzelfällen wurde die Standsicherheit einzelner Bauwerksteile durch die festgestellten Schäden berührt, z.B. durch Koppelfugenrisse $> 0,5$ mm, abroll- oder rißgefährdete Lagerrollen sowie unverpreßte Hüllrohre. Damit aus derartigen Schäden keine Beeinträchtigung der Standsicherheit folgt, ist durch rechtzeitige Instandsetzung Abhilfe zu schaffen. Es zeigt sich deutlich, daß die Bemessung der Brücken nur einen Teil der Sicherheit gewährleisten kann. Ebenso wichtig ist die konstruktive Durchbildung bis hin zum letzten Entwässerungsdetail.

Die bisherige Bilanz der Spannbetonbrücken in Deutschland ist positiv. Keine Person ist durch Gebrauch einer Spannbetonbrücke zu Schaden gekommen.

Der Spannbeton eröffnete dem Massivbrückenbau völlig neue Dimensionen. Spannweiten, die bislang dem Stahlbau vorbehalten waren, wurden erobert: Kostensparende Bauverfahren wurden - gefördert durch einen ständigen Ideenwettbewerb - entwickelt. Als Folge dominiert heute der Anteil des Spannbetons am Straßen- und Eisenbahnbrückenbau.

Wie bei jedem Entwicklungsprozeß, so blieben auch hier scheinbare Nebensächlichkeiten zunächst unbeachtet. Die Übertragung der am Stahlbeton gewonnenen Erfahrung auf den Spannbeton führte zu einer Fehleinschätzung der Auswirkungen klimatischer Einwirkungen. Es kam - vornehmlich im Bereich von Koppelfugen - zu unkontrollierten Rißbildungen. Die stetig wachsende, im heutigen Umfang nicht vorhersehbare Tausalzbeaufschlagung führte zu Korrosionsschäden. Die ursprünglich erwartete Wartungsfreiheit blieb Sonderfällen vorbehalten.

Dank intensiver Forschung ist heute bekannt, wie die Rißbildung kontrolliert werden kann. Eine ausreichend dimensionierte, zusätzlich eingebaute Betonstahlbewehrung beschränkt die Rißbreite auf ein tolerierbares Maß und gewährleistet die Ermüdungssicherheit der Spannglieder. Auch neue Technologien zur Erreichung dieser Ziele - z.B. die externe Vorspannung - zeichnen sich ab. Die Bedeutung des Korrosionsschutzes der Spannglieder ist den am Bau Beteiligten klar. Die fachgerechte Sicherung einer ausreichenden Betonüberdeckung der Stahleinlagen, das vollständige Verpressen der Hüllrohre sowie die sorgfältige Ausführung der Brückenabdichtung und Entwässerung sind ein Gebot für die Gewährleistung der Dauerhaftigkeit.

Weitere Anstrengungen sind notwendig, um den Anforderungen der Zukunft gerecht zu werden. Es geht dabei vor allem um eine Reduktion der Erhaltungskosten. Ungeachtet dessen läßt sich als Fazit aus der vorgelegten Untersuchung ziehen, daß die Spannbetonbrücken sich auch in Zukunft als Anwendung einer genialen Erfindung bewähren werden.

Literatur:

- /1/ König, G., Maurer, R., Zichner, T.: Spannbeton: Bewehrung im Brückenbau. Analyse von Bauwerksdaten, Schäden und Erhaltungskosten. Springer-Verlag Berlin - Heidelberg - New York - London - Paris - Tokyo 1986

ZUR METHODIK DER ZUVERLÄSSIGKEITSANALYSE BEI STAUDÄMMEN

von D. Hosser *)

1 Einführung

Im Auftrag des Bundesministers für Forschung und Technologie wird seit Ende 1982 ein Forschungsvorhaben "Sicherheitsuntersuchungen auf probabilistischer Grundlage für zwei ausgewählte Staudämme" durchgeführt. In dem Vorhaben arbeiten interdisziplinär Dammbauer, Boden- und Felsmechaniker und Zuverlässigkeitsanalytiker zusammen:

Dammbau: Prof. Idel, Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau (Projektkoordination)
Dr.-Ing. Rißler, Ruhrtalsperrenverein Essen

Boden- und Felsmechanik: Prof. Blinde/Prof. Brauns, Universität Karlsruhe
Prof. Floss, Technische Universität München
Prof. Smolczyk, Universität Stuttgart
Prof. Wittke, RWTH Aachen

Zuverlässigkeitsanalyse: König und Heunisch, Beratende Ingenieure, Frankfurt
Dr.-Ing. Rackwitz, Technische Universität München

Der vorliegende Bericht beschäftigt sich hauptsächlich mit den Zuverlässigkeitsanalysen, die unter Federführung des Autors durchgeführt werden; beispielhaft wird dabei auf einzelne Ergebnisse der dammbautechnischen und boden- und felsmechanischen Grundlagenuntersuchungen zurückgegriffen.

*) Prof. Dr.-Ing. D. Hosser, König und Heunisch, Beratende Ingenieure, Frankfurt; jetzt Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Techn. Universität Braunschweig

2 Zielsetzung

Die Sicherheitsuntersuchungen haben zum Ziel, für eine umfassende Sicherheitsbeurteilung von Staudämmen (Erd- und Steinschüttdämme) die dammbautechnischen und boden- und felsmechanischen Grundlagen sowie eine zweckmäßige Methodik zur probabilistischen Zuverlässigkeitsanalyse bereitzustellen und diese beispielhaft auf ausgewählte Referenzstaudämme anzuwenden. Hierzu sind nach Hosser/Rißler folgende Teilaufgaben zu lösen (Bild 1):

- Die maßgebenden boden- und felsmechanischen Parameter sind durch geeignete stochastische Modelle zu beschreiben, deren Kennwerte aus statistischen Daten abzuleiten sind. Der Einfluß der Kontrollen im Bau und Betrieb auf die statistischen Kennwerte ist zu erfassen.
- Für die potentiellen Versagensarten bei Staudämmen sind geeignete Grenzzustände zu definieren und Rechenmodelle bereitzustellen. Durch Vergleich verschiedener Rechenmodelle untereinander und mit Messungen oder Beobachtungen am Bauwerk sind Modellunsicherheiten zu quantifizieren.
- Im Zusammenhang mit den untersuchten potentiellen Versagensarten sind mögliche Abläufe der Versagensereignisse bis hin zur Zerstörung des Dammbauwerkes mit Hilfe von repräsentativen Ereignisablaufdiagrammen zu beschreiben. Hierbei sind sowohl "selbstheilende" Effekte im Damm, als auch von Menschen eingeleitete Gegenmaßnahmen zu erfassen.
- Es sind Zuverlässigkeitsmethoden und -modelle auszuwählen, ggf. weiterzuentwickeln und zu erproben, mit deren Hilfe die Versagenswahrscheinlichkeit für definierte Grenzzustände sowie für den Damm als Gesamtsystem analysiert werden kann. Die Methoden sind primär als Hilfsmittel für eine risikoorientierte Schwachstellenanalyse und Optimierung der Gesamtsicherheit einzusetzen.

3 Gefährungsarten bei Staudämmen

Im Rahmen der dammbautechnischen Grundlagenuntersuchungen wurden aufgrund von Literaturrecherchen und praktischen Erfahrungen die denkbaren Versagensarten bei Staudämmen zusammenge-

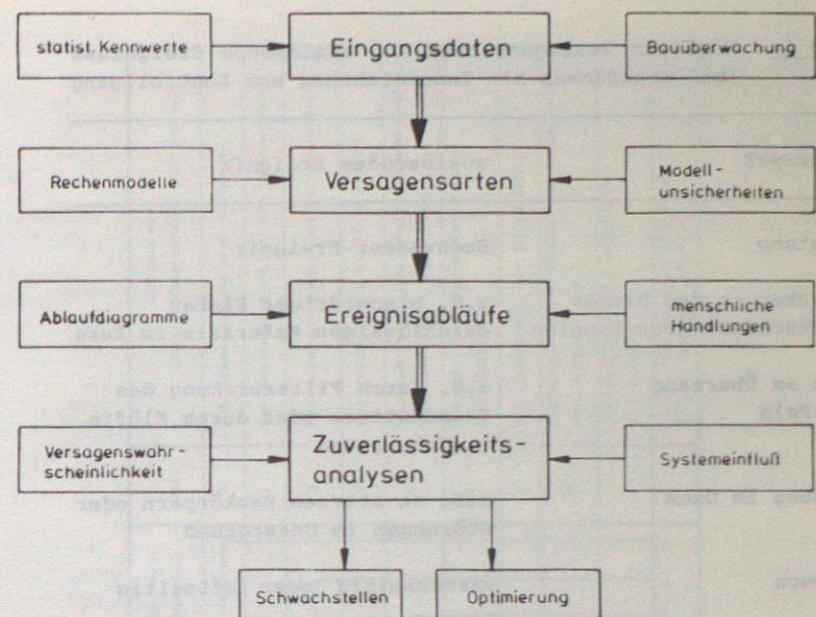


Bild 1: Arbeitsschwerpunkte der Sicherheitsuntersuchungen

stellt, hinsichtlich der Ursachen, der maßgebenden Einflüsse und möglicher Gegenmaßnahmen analysiert und systematisch in "Gefährdungsbildern" erfaßt. Für die als Referenzbauwerke ausgewählten deutschen Staudämme (mit Innendichtung und Kontrollgang) sind die in Tabelle 1 aufgelisteten Versagensarten näher zu betrachten; andere denkbare Versagensarten wie Erosion der Böschung durch Wolkenbruch oder Schneeschmelze und Verflüssigungsbruch im Untergrund durch Erdbeben scheidet aufgrund der regionalen oder konstruktiven Gegebenheiten als irrelevant aus.

Bei den auslösenden Ereignissen sind meist mehrere Möglichkeiten mit verschiedenen Abläufen und Folgen zu untersuchen, z.B. unterschiedliche Lagen der gefährdeten Stelle im Dammquer- oder Längsschnitt oder unterschiedliche Betriebszustände (Stauspiegelhöhe bzw. Stauspiegelabsenkung) des Dammes.

Tabelle 1: Mögliche Versagensarten und auslösende Ereignisse bei Staudämmen mit Innendichtung und Kontrollgang

Versagensart	auslösendes Ereignis
Überflutung	Hochwasser-Ereignis
Durchsickerung des Dammes mit rückschreitender Erosion	z.B. planwidriger Einbau durchlässigen Materials im Kern
Erosion am Übergang Kern - Fels	z.B. durch Filterwirkung des Talschotterers oder durch Klüfte im Untergrund
Rißbildung im Damm	z.B. an starren Baukörpern oder Störungen im Untergrund
Grundbruch	wasserseitig oder luftseitig
Böschungsbruch	wasserseitig oder luftseitig

4 Ereignisablaufdiagramme

Als Grundlage für die Zuverlässigkeitsanalysen des Gesamtdammes wurden über 30 repräsentative Ereignisablaufdiagramme für die verschiedenen Versagensarten, Fehlstellenlagen und Betriebszustände entwickelt. Ausgehend von einem auslösenden Ereignis gemäß Tabelle 1 werden - in chronologischer Reihenfolge - Funktion oder Nichtfunktion der inneren Barrieren im Damm bzw. Erfolg oder Mißerfolg eingeleiteter Gegenmaßnahmen durch Personal abgefragt. Dementsprechend ergeben sich unterschiedliche Pfade mit den Ergebnissen

- B ungestörter Betrieb
- S Beschädigung mit Störung des Betriebes
- V Versagen des Dammbauwerkes

Bild 2 zeigt beispielhaft ein Ereignisablaufdiagramm für "Durchsickerung des Dammes mit rückschreitender Erosion".

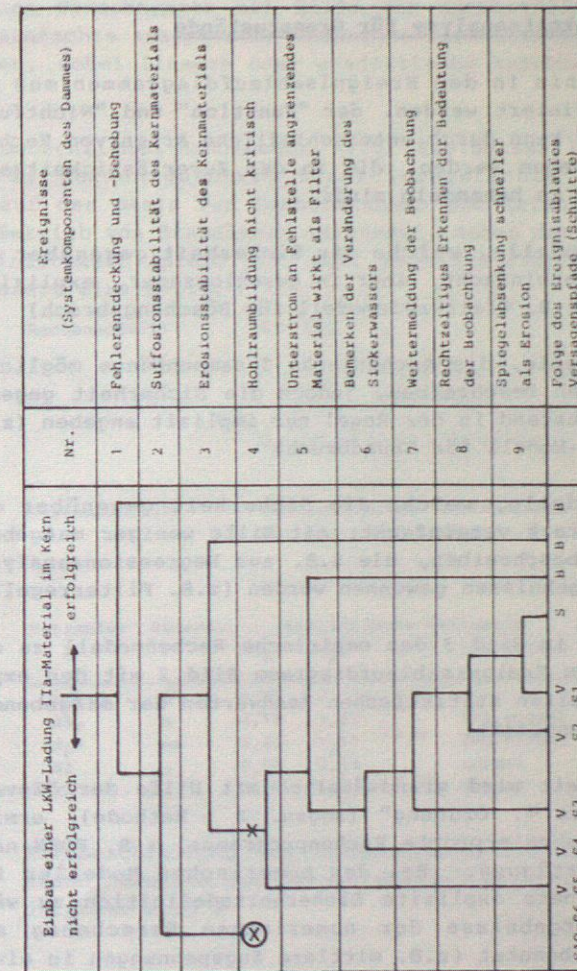


Bild 2: Ereignisablaufdiagramm für Durchsickerung des Dammes mit rückschreitender Erosion aufgrund des fehlerhaften Einbaus einer LKW-Ladung Stützkörpermaterial im Kern

5 Zuverlässigkeitsanalyse für Grenzzustände

Für jedes Ereignis in den Ereignisablaufdiagrammen muß ein Grenzzustand definiert werden, der "Funktion" und "Nichtfunktion" trennt. Er kann durch unterschiedliche Arten von Rechenmodellen beschrieben werden, die in der Zuverlässigkeitsanalyse verschieden zu behandeln sind:

- analytische Modelle, welche die Sicherheit gegenüber dem Grenzzustand vereinfacht, aber in geschlossener, expliziter Form angeben (z.B. Gleitkreismodell für Böschungsbruch)
- numerische Modelle, die mechanische Zusammenhänge möglichst wirklichkeitsnah beschreiben, jedoch die Sicherheit gegenüber dem Grenzzustand in der Regel nur implizit angeben (z.B. Finite-Element-Modell für Grundbruch)
- empirische Modelle, welche die Sicherheit gegenüber dem Grenzzustand stark vereinfacht, mit Hilfe weniger maßgebender Parameter beschreiben, die z.B. aus Regressionsanalysen von Versuchsergebnissen gewonnen wurden (z.B. Filterregel).

Beispielhaft ist in Bild 3 das empirische Rechenmodell zu dem Ereignis Nr. 3 im Ereignisablaufdiagramm Bild 2 mit den experimentell ermittelten statistischen Kennwerten der maßgebenden Parameter zusammengefaßt.

Die Zuverlässigkeit wird grundsätzlich mit Hilfe der "Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung" (sogen. β - Methode) ermittelt; hierfür stehen erprobte Rechenprogramme, z.B. FORM nach Fießler, zur Verfügung. Bei den numerischen Modellen ist vorab eine geeignete explizite Sicherheitsdefinition zu wählen, die Teilergebnisse der numerischen Berechnung als Vergleichsgrößen benutzt (z.B. mittlere Zugspannungen in einem Schnitt als Kriterium für Ribbildung). Zur Zuverlässigkeitsanalyse kann interaktiv das numerische Rechenprogramm quasi als "Grenzzustandsgleichung" aufgerufen werden. Diese Methode ist rechenintensiv durch das Hin- und Herspringen zwischen dem umfangreichen deterministischen Rechenmodell (X - Raum) und dem probabilistischen β - Algorithmus (Z - Raum) und führt oft zu Konvergenzproblemen. Sie wurde nur bei Böschungs- und Grundbruchberechnungen nach der Kinematic-Element-Methode (KEM) eingesetzt. Alternativ kann aus den deterministischen

numerischen Berechnungen mit Hilfe der Antwortflächenmethode eine vereinfachte analytische Grenzzustandsbeschreibung gewonnen werden, wobei lineare oder quadratische Ansätze bevorzugt werden.

Für die menschlichen Handlungen, z.B. Ereignisse 1 und 6 - 9 in Bild 2, werden durchweg stark vereinfachte empirische Modelle auf der Basis von Beobachtungen und Erfahrungen beim Bau und Betrieb von Staudämmen verwendet; neben der Versagenswahrscheinlichkeit spielt hier ggf. noch die (Verteilung der) Reaktionszeit eine Rolle.

$$\begin{aligned} \text{Rechenmodell: } Z &= l_{eu} - l_e \\ &= l_{eu} - \frac{9,2}{1/Q_{B,m}(d_p^*) - 1} d_{5P} \\ \text{mit } Q_{B,m}(d_p^*) &= X_2 + X_3 \ln d_p^* \\ &\leq 1 \end{aligned}$$

Systemeinfluß: unkorreliertes Seriensystem
mit $N = P/l_e^2 = 1250$

Parameter	Dimens.	statistische Kennwerte			
		m_X	V_X	ρ	Verteilung
l_{eu}	m	0,20	-	-	-
d_{5P}	m	0,18	3,17	-	log.normal
d_p^*	mm	0,49	3,17	1,0	log.normal
X_2	-	0,59	0,14	-	normal
X_3	-	0,08	0,21	0,35	normal

Bild 3: Kurzbeschreibung des Rechenmodells für den Grenzzustand "Erosion des Kernmaterials" im Ereignisablaufdiagramm Bild 2

6 Zuverlässigkeitsanalyse von Ereignisabläufen

Die Vorgehensweise bei der Zuverlässigkeitsanalyse von Ereignisabläufen soll an dem Beispiel in Bild 2 erläutert werden. Sie orientiert sich im wesentlichen an den Vorschlägen von Rackwitz et al.. Ausgangspunkt der Berechnung sind die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalysen für die einzelnen Grenzzustände gemäß Abschnitt 5; sie liegen in Form einer standard-

normalen Zustandsvariablen Z , eines (minimalen) β - Wertes sowie eines Satzes von Wichtungsfaktoren (α - Werte) für die beteiligten Parameter vor. Verschiedene Parameter kommen in mehreren Grenzzuständen vor, wodurch diese korreliert sind. Der Grad der Korrelation zweier Grenzzustände i und j (Korrelationskoeffizient ρ_{ij}) läßt sich als Summe der gemischten Produkte $\alpha_{ik} \times \alpha_{jk}$ über alle gemeinsamen Parameter X_k bestimmen (vgl. Rackwitz et al.).

Das "Systemverhalten" innerhalb des Ereignisablaufdiagramms kann mit Hilfe einer "Vereinigung" von "Durchschnitten" von Einzelereignissen dargestellt werden. In Boolescher Schreibweise läßt sich dann beispielsweise die Versagenswahrscheinlichkeit des Damms aufgrund des Fehleinbaus einer LKW-Ladung Stützmaterial im Kern gemäß Bild 4, mit den Versagenspfaden S1 bis S10 gemäß Bild 2, berechnen. Die Wahrscheinlichkeitsberechnung wird auf eine Näherungslösung des Integrals der Multinormalverteilung (s. Rackwitz et al.) zurückgeführt.

$$P_f = P\{S1 \cup S2 \cup S3 \cup \dots \cup S10\}$$

$$S1 = \{F_1 \cap \bar{F}_2 \cap F_3 \cap \bar{F}_4 \cap F_5 \cap \bar{F}_6 \cap \bar{F}_7 \cap \bar{F}_8 \cap F_9\}$$

$$F_3 = \{Z_3 = 0\}$$

mit

S_i = Versagensbereich des i -ten Versagenspfades	Z_j = Grenzzustandsfunktion der j -ten Komponente
F_j = Versagensbereich der j -ten Komponente	\cup = Symbol für Vereinigung
\bar{F}_j = Überlebensbereich der j -ten Komponente	\cap = Symbol für Durchschnitt
$P(F_j) = 1 - P(\bar{F}_j)$	$P(\cdot)$ = Symbol für Wahrscheinlichkeit

Bild 4: Boolesche Darstellung für das Systemversagen gemäß Bild 2

Als besonders zweckmäßig für die Berechnung sowie für die Interpretation der Ergebnisse erwies sich die stufenweise Lösung des Gesamtsystems über geeignete Teilsysteme; die Teilsysteme werden als "äquivalente Komponenten" dargestellt und wie oben für die Grenzzustände angegeben beschrieben.

7 Ergebnisse

Nach Abschluß der boden- und felsmechanischen Grundlagenuntersuchungen wurden die Zuverlässigkeitsanalysen für die Referenzstaudämme in Angriff genommen. Einige Ergebnisse für das Beispiel in Bild 2 sind in Bild 5 zusammengefaßt. Oben ist der Querschnitt des Referenzstaudammes skizziert. Darunter ist links der Verlauf der bedingten Versagenswahrscheinlichkeit $p_f(H)$ für verschiedene Höhenlagen H der Fehlstelle (LKW-Ladung) dargestellt; wegen der Unabhängigkeit der Fehlstellenlagen folgt daraus die Gesamtversagenswahrscheinlichkeit einfach durch Summation. Rechts sind die relativen Gewichte der einzelnen Grenzzustände (1 bis 9) als Quadrate der äquivalenten Wichtungsfaktoren aufgetragen.

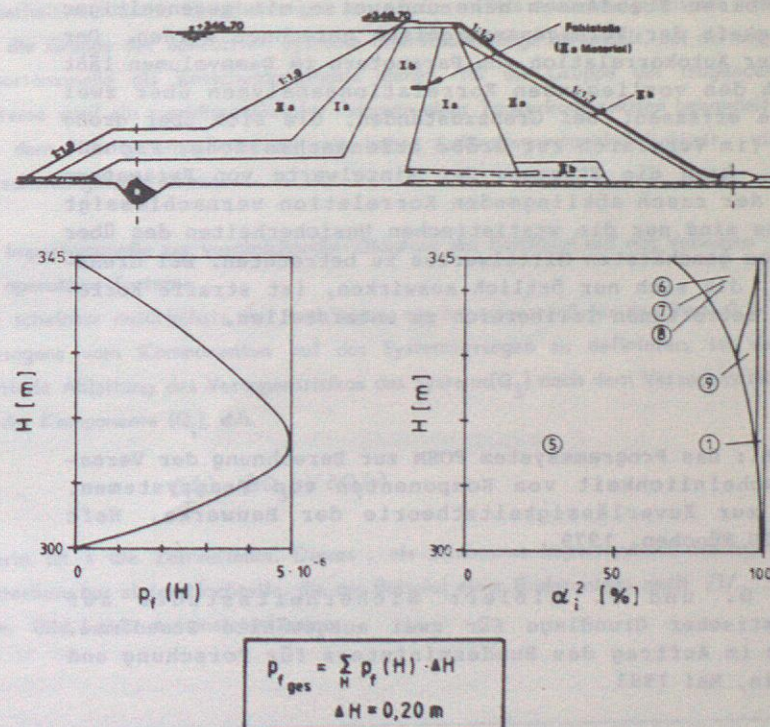


Bild 5: Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalyse des Ereignisablaufdiagramms in Bild 2

8 Schlußfolgerungen und Ausblick

Die bisherigen Zuverlässigkeitsanalysen ergaben durchweg eine hohe Sicherheit der Referenzstaudämme gegenüber allen potentiellen Versagensarten. In einigen Fällen wurden rechnerische Modifikationen - im Rahmen üblicher Konstruktionsregeln - vorgenommen ("Rechendam"), um wichtige Zusammenhänge besser verdeutlichen zu können (so auch bei dem Beispiel in Bild 5).

Generell zeigte sich ein relativ geringer Einfluß der Korrelation zwischen verschiedenen Grenzzuständen eines Versagenspfades und zwischen verschiedenen Versagenspfaden. Ursache hierfür ist die eindeutige Dominanz weniger Grenzzustände in wenigen maßgebenden Versagenspfaden. Dadurch kann künftig bei vergleichbaren Staudämmen näherungsweise mit gegenseitiger Unabhängigkeit der Versagensereignisse gerechnet werden. Der Einfluß der Autokorrelation von Parametern im Dammvolumen läßt sich nach den vorliegenden Korrelationsanalysen über zwei Grenzfälle erfassen: Bei Grenzzuständen, die sich über große Volumina (im Vergleich zur Größe bodenmechanischer Proben) auswirken, kann die Streuung der Einzelwerte von Parametern aufgrund der rasch abklingenden Korrelation vernachlässigt werden; es sind nur die statistischen Unsicherheiten des über Stichproben geschätzten Mittelwertes zu betrachten. Bei Grenzzuständen, die sich nur örtlich auswirken, ist straffe Korrelation im betroffenen Teilbereich zu unterstellen.

Literatur

Fießler, B.: Das Programmsystem FORM zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit von Komponenten von Tragsystemen. Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Heft 43/1979, TU München, 1979

Hosser, D. und P. Rißler: Sicherheitsstudie auf probabilistischer Grundlage für zwei ausgewählte Staudämme. Vorstudie im Auftrag des Bundesministers für Forschung und Technologie, Mai 1983

Rackwitz, R. et al.: Studien zur Zuverlässigkeit von redundanten Tragsystemen. Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Heft 58/1981, TU München, 1981

Anwendung der Zuverlässigkeitstechnik auf operative und tragende schiffstechnische Systeme *)

C. Östergaard

Germanischer Lloyd

1. Übersicht

Der Vortrag konzentriert sich auf ausgewählte Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse, die es erlauben, den Einfluß der Datenunsicherheit auf sicherheitstechnische Entscheidungen zu reduzieren. Als Anwendungsbeispiel wird für die Gruppe der operativen Systeme eine Ruderanlage behandelt, bei der sog. Importanzmaße als Entscheidungsgrundlage dienen, für die Gruppe der tragenden Systeme wird ein zweidimensionaler Rahmen einer Tankerkonstruktion behandelt, bei dem Versagensmechanismen mit hoher Auftretenswahrscheinlichkeit als Entscheidungsgrundlage dienen.

2. Importanzmaße zur vergleichenden Diagnose der Einflüsse auf das Versagen operativer Systeme

Die scheinbar natürlichste Art und Weise, ein Importanzmaß für den Einfluß des Versagens vom Komponenten auf das Systemversagen zu definieren, ist die partielle Ableitung des Versagensrisikos des Systems (Q_S) nach dem Versagensrisiko der Komponente (Q_i), d.h.

$$C_i(s) = \partial Q_S(s) / \partial Q_i(s).$$

Hierin ist s die Zeitvariable. Dieses, als Birnbaums Importanzmaß bekannte Kriterium, hat einige Nachteile, die am Beispiel einer Ruderanlage nach // bzw. Bild 1 kurz demonstriert seien:

* Kurzfassung eines Vortrags vom 7.10.1986,
Abschlußkolloquium des Sonderforschungsbereichs 96

Diese Ruderanlage versagt, wenn die Brückenkontrolle SGC ($i = 3$) versagt, oder wenn zwei aus den folgenden drei Komponenten versagen: Anlagenteil SG1 ($i=4$), Anlagenteil SG2 ($i=5$), automatischer Umschalter AGS ($i=7$). Mit Booleschem Fehlerindikator f_i ($f_i = 1$ für Versagen, sonst $f_i = 0$) liefert das Netzwerk nach Bild 1 die Boolesche Indikatorfunktion

$$(1) \quad t_{(1)}(f) = 1 - (1 - f_4 f_5)(1 - f_4 f_7)(1 - f_5 f_7)$$

Eine Umformung nach den Reduktionstheorem /2/ ergibt

$$(2) \quad t_{(1)}(f) = t_{(2)}(f) = f_3 + (1 - f_3)(f_4 f_5 + f_4 f_7 + f_5 f_7 - 2 f_4 f_5 f_7)$$

Nach Einführung stochastischer Fehlerindikatoren F_i statt f_i und $T(F)$ statt $t(f)$ ergibt sich

$$(3) \quad Q_5 = P [T(F) = 1] = T_{(2)}(Q) \leq T_{(1)}(Q)$$

Mit $Q_i = P [T(F_i) = 1]$ gilt bei stochastischer Unabhängigkeit der Elemente i

$$(4) \quad C_i(s) = \frac{\partial T_{(2)}(Q(s))}{\partial Q_i(s)} = T_{(2)}(1_i, Q(s)) - T_{(2)}(0_i, Q(s))$$

Mit (4) liefert (2)

$$(5) \quad C_4(s) = (1 - Q_5(s))(Q_5(s) + Q_7(s) - 2 Q_5(s) Q_7(s))$$

Weitere Einzelheiten s. /2/ bis /5/.

Nach (5) zeigt sich, daß Birnbaums Importanzmaß für das Element $i = 4$ unabhängig ist vom Versagensrisiko $Q_4(s)$ des Elementes selbst. Das ist ein allgemeiner Nachteil dieses Importanzmaßes, denn es ist schwierig, eine sicherheitstechnische Entscheidung bezüglich eines Elements i auf ein Kriterium zu stützen, das den Effekt der Entscheidung explizit nicht erkennen läßt. Außerdem sollte ein Importanzmaß zur besseren (numerischen) Unterscheidung verschiedener Elemente auf das Systemversagen konditioniert sein, wie z.B. bei der aus dem Birnbaumschen Importanzmaß direkt entwickelten Kritizitätsimportanz (criticality importance)

$$(6) \quad IM_i^C(s) = C_i(s) Q_i(s) / Q_5(s)$$

Leider ist dieses Importanzmaß nicht geeignet, die zeitliche Folge der Versagensereignisse zu berücksichtigen. Dazu dient die sog. verursachende Importanz (initiating importance)

$$(7) \quad IM_i^I(s) = \int_0^s C_i(\sigma) dQ_i(\sigma) / \sum_{(1)} \int_0^s C_1(\sigma) dQ_1(\sigma)$$

die als bedingte Wahrscheinlichkeit dafür interpretiert werden kann, daß das Element i das Systemversagen zur Zeit s verursacht hat. Dieses Importanzmaß ist für die Beurteilung nicht korrigierbarer (reparabler) Systemausfälle besonders geeignet, als Beispiel dient die in Bild 1 vorgestellte Ruderanlage. Tabelle 1 und Bild 2 zeigen die mit (7) ermittelte Rangfolge, geordnet nach verursachenden Importanzen einiger Elemente der Ruderanlage. (Einzelheiten sind ausführlich in /1/ dargelegt, zur Fehlerbaumanalyse s. /6/).

Die Ergebnisse zeigen eine relativ hohe Toleranz der Rangfolge nach Importanzmaßen gegenüber insgesamt falsch angenommenen Fehlerraten, wenn das Prinzip realistischer Proportionalität zwischen den Eingabedaten erhalten bleibt. Bei Betrachtung des relativ komplizierten Fehlerbaums (s. /1/) ist diese Aussage durchaus nicht trivial und bedeutet praktisch, daß relative Fehlerraten, die vom Fachmann meist viel realistischer geschätzt werden können als absolute Werte, eine geeignete Datenbasis für sicherheitstechnische Entscheidungen darstellen, wenn die Berechnung von Rangfolgen nach Importanzmaßen durchgeführt wird.

Ein weiteres Beispiel findet sich in /7/.

3. Dominanz von Versorgungsmechanismen zu vergleichenden Diagnose der Einflüsse auf das Versagen tragender Systeme

Wenn Konstruktionen für den normalen Betrieb sicherheitstechnisch ideal ausgeglichen dimensioniert sind, so sind auch alle möglichen Versagensmechanismen in etwa gleich wahrscheinlich, d.h. sicherheitstechnische Entscheidungen, die auf dem Vergleich alternativer Konstruktionsmerkmale beruhen, so gut wie unmöglich. Wenn der normale Betrieb (Einsatz) der Konstruktion aber nicht mehr gegeben ist sondern eine sog. "off design" Bedingung, z.B. bei Strandung eines

Tankers, der vor einsetzender Ebbe nicht mehr frei kommt, so darf mit einiger Sicherheit erwartet werden, daß die Konstruktion nun in wenigen, sehr wahrscheinlichen (dominanten) Mechanismen versagen wird, wenn sie versagt, so daß bereits relativ einfache mechanische Modelle der Struktur (Balkenelemente mit Fließgelenken) einen verlässlichen Einblick in die sicherheitstechnischen Eigenarten der Konstruktion unter "off design" Bedingungen erlauben, s. /8/ und /9/. Am Beispiel der Bilder 3, 4 und 5 läßt sich dieser Sachverhalt illustrieren.

Die in Bild 3 vereinfacht dargestellte Situation ist offensichtlich keine Entwurfsbedingung für ein Schiff. Sie ist dennoch realistisch, wie die Statistik solcher Unfälle (Vorfälle) zeigt, und Strukturversagen kann in solchen Fällen große Umweltschäden nach sich ziehen.

Bild 4 zeigt den Tankerrahmen an der Stelle der Grundberührung und in Bild 5 ist die FE-Idealisierung des Rahmens mittels einfacher Balkenelemente dargestellt, zusammen mit den durch besonders hervorgehobene Pfeile gekennzeichneten "off design" Lasten nach einsetzender Ebbe. Hinweise zur Bestimmung dieser Lasten s. /8/.

Der verwendete Algorithmus zur Bestimmung dominanter Fehlermechanismen (Fließgelenkkombinationen) lehnt sich im Prinzip an die in /8/ dargelegte Vorgehensweise an, die davon abweichenden Einzelheiten sind in /10/ ausführlich dargelegt. An dieser Stelle seien nur einige Ergebnisse illustriert: Im ersten Lastfall wird der Tanker mit vollen Mittel- und leeren Seitentanks betrachtet. (Nur vorgeleichterte Groß-Tanker können das Jade-Terminal vor Bremen anlaufen).

Bild 6 zeigt, daß dieser Beladungsfall zu einer Schädigung des Bodens unter dem gefüllten Mitteltank führen kann, mit dem Risiko des Ölaustritts in das Meer während der Dauer des Niedrigwassers. Zwei Entscheidungen (eine konstruktiv, die andere operativ) sollen beispielhaft auf praktische Möglichkeiten der Zuverlässigkeitsanalyse hinweisen:

Eine konstruktive Entscheidung wäre die Verwendung eines Doppelbodens (hier nicht als sog. zweite Barriere sondern in festigkeitserhöhender Funktion). Bild 7 zeigt, daß nun auch das Seitenlängsschott versagt, so daß ein Teil der Ölladung im sonst unbeschädigten Seitentank aufgefangen wird. Das bedeutet eine deutlich reduzierte Gefahr für die Umwelt, denn weniger Öl wird durch den beschädigten Schiffsboden in das Meer strömen.

Eine operative Entscheidung wäre die Maßnahme, das Öl bei Annäherung an das Jade-Terminal in den Seitentanks zu fahren. Bild 8 zeigt, daß der Seitentank nun völlig unbeschädigt bleibt und nur der Boden des leeren Mittel tanks (bei viel höherem Risiko) versagt.

Diese Resultate können nicht ganz unabhängig von anderen Einflüssen beurteilt werden (z.B. Kollisionsgefahr, /11/, aber es zeigt sich im Prinzip, daß sicherheitstechnische Entscheidungen für tragende Systeme unabhängig von Risikoaussagen (und damit unabhängig von Risikoakzeptanzproblemen) möglich sind, wenn dominante Versagensmechanismen ermittelt werden. Für den Bereich sog. "off design" Bedingungen können vereinfachte mechanische Modelle, die heute noch Grundlage mechanischer Zuverlässigkeitsanalyse sind, in Kauf genommen werden.

4. Würdigung

Die vorgelegten Ergebnisse basieren auf einem vom Bundesministerium für Forschung und Technologie beim Germanischen Lloyd geförderten Forschungs- und Entwicklungsvorhaben zur Tankersicherheit. (Verantwortlich für den Inhalt ist der Verfasser).

5. Schrifttum

- /1/ Östergaard, D., Rabien, U.: Use of Importance Measures in System Safety Analysis. Schiffstechnik 4 (1984)
- /2/ Barlow, R.E., Proschan, F.: Statistical Theory of Reliability and Life Testing. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1975
- /3/ Barlow, R.E., Proschan, F.: Importance of System Components and Fault Tree Events in Stochastic Processes and their Applications 3 (1975), 153 - 173, North-Holland
- /4/ Koslow, B.A., Uschakow, I.A.: Handbuch zur Berechnung der Zuverlässigkeit für Ingenieure, München: Hauser, 1979
- /5/ Lambert, H.E.: Measures of Importance of Events and Cut Sets in Fault Trees. Reliability and Fault Tree Analysis. Soc. for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1975

- /6/ Willie, R.: Fault Tree Analysis Program. Operations Research Center Rep. No. ORC 78-14, Univ. of California, Berkeley, 1978
- /7/ Östergaard, D., Rabien U.: Risiken operativer Systeme mit Anwendungen auf den Tankschiffsverkehr in der Deutschen Bucht. Germanischer Lloyd - Zwischenbericht 7.4.4 aus "Tankersicherheit", BMFT-Vorhaben MTK 210, 1985
- /8/ Östergaard, C.: Zuverlässigkeit von Konstruktionen, Handbuch der Werften, Bd. XVI und XVII, Schiffsverlag Hansa, 1982/84
- /9/ Murotsu, Y., Okada, H., Yonezawa, M., Taguchi, K.: Reliability Assessment of Redundant Structure. Proceedings of Int. Conf. on Struct. Safety and Reliability. Amsterdam: Elsevier, 1981
- /10/ Östergaard, C., Koch, T.: Methodik und Berechnung zur Bestimmung der dominanten Versagensformen der Rahmenkonstruktionen von Großtankern bei Strandung auf annähernd ebenem Meeresboden (Deutsche Bucht). Germanischer Lloyd - Zwischenbericht 7.3 aus "Tankersicherheit", BMFT-Vorhaben MTK 210, 1985
- /11/ Egge, E.D., Pluskat, G., Voß R.: Berechnungen von Kollisionen mit Tankschiffen. Germanischer Lloyd - Zwischenbericht 7.5.4 aus "Tankersicherheit", BMFT-Vorhaben MTK 210, 1985

6. Tabellen

Tabelle 1 Initiating Importance Ranking

Es bedeutet:	SG.INT	Bypass - Ventil	SG.EMOT	E-Motor
	SG.CROST	Kreuzkopf	AELST.	Automatische Startkontrolle
	SG.RAM	Kolben	BELST.	Startkontrolle von der Brücke
	SG.HVALV	Handventil	INAMP.	Verstärker
	SG.PUMP	Ölpumpen		

INITIATING IMPORTANCE RANKING

SYST.UNAVAILAB.=0.937E-03		SYSTEM UNAVAIL.=0.965E-02		SYSTEM UNAVAIL.=0.934E-04	
RATE & DURATION (TAB. 6)		RATE*10, SAME DURATION		RATE/10, SAME DURATION	
RANK	ELEMENT	IMPORTANCE	RANK	ELEMENT	IMPORTANCE
1	SG2INT	0.418E+00	1	SG2INT	0.362E+00
1	SG1INT	0.418E+00	1	SG1INT	0.362E+00
2	SG2CROST	0.381E-01	2	SG2CROST	0.313E-01
2	SG2RAM	0.381E-01	2	SG2RAM	0.313E-01
2	SG1CROST	0.381E-01	2	SG1CROST	0.313E-01
2	SG1RAM	0.381E-01	2	SG1RAM	0.313E-01
3	SG1HVALV	0.139E-02	3	SG2EMOT	0.871E-02
3	SG2HVALV	0.139E-02	3	SG1EMOT	0.871E-02
			1	SG2INT	0.424E+00
			1	SG1INT	0.424E+00
			2	SG2CROST	0.387E-01
			2	SG2RAM	0.387E-01
			2	SG1CROST	0.387E-01
			2	SG1RAM	0.387E-01
			3	SG1HVALV	0.142E-02
			3	SG2HVALV	0.142E-02

7. Bildmaterial

- Bild 1: Vereinfachtes Schema einer Ruderanlage (2 x 100 %) und Fehlernetzwerk
- Bild 2: Importanzmaße in Zeitabhängigkeit mit proportional veränderten Fehlerraten (Bedeutungen s. Tabellen)
- Bild 3: Gestrandeter Großtanker bei Ebbe, schematisch.
- Bild 4: Rahmen Konstruktion für einen Großtanker mit gefülltem Mitteltank
- Bild 5: FE - Idealisierung für Tankerrahmen nach Bild 4
- Bild 6: Dominante Versagensmechanismen für Tankerrahmen nach Bild 4 und 5
- Bild 7: Dominante Versagensmechanismen für Tankerrahmen mit Doppelboden
- Bild 8: Dominanter Versagensmechanismus für Tankerrahmen mit gefüllten Seitentanks

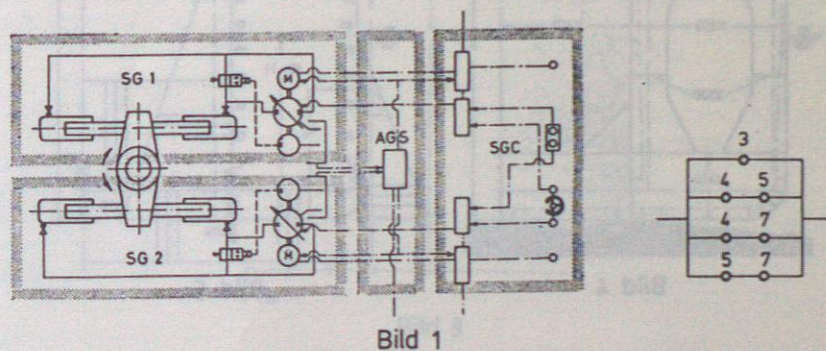


Bild 1

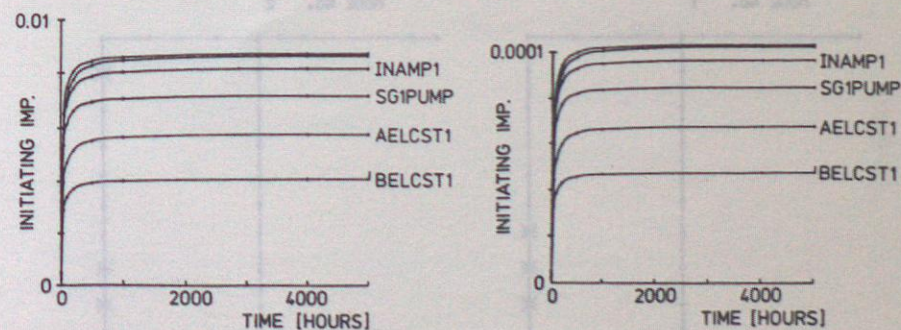


Bild 2

ZUVERLASSIGKEITSABSCHATZUNG BESTEHENDER OZEANPLATTFORMEN

Dimitris Diamantidis *

1 Einführung

Offshore-Konstruktionen können mit ihrer nur knapp vierzigjährigen Entwicklung als eine neue Konstruktionsform betrachtet werden. Bei ihren Entwurf und Bemessung werden die Ingenieure, wegen der großen Wassertiefen und der extremen ungünstigen Umweltbedingungen, immer vor außergewöhnlich schwierige Aufgaben gestellt. Um die Umwelteinflüsse während des Betriebes zu beherrschen, müssen Offshore-Konstruktionen regelmäßig auf ihre Sicherheit überprüft werden. Die zusätzliche Notwendigkeit, die erwartete Restlebensdauer existierender Meeresplattformen aus wirtschaftlichen Gründen zu verlängern, hat in den letzten Jahren die Aktivitäten auf dem Gebiet der Inspektion und Instandhaltung verstärkt. Die Anwendung zuverlässigkeitstheoretischer Methoden als unmittelbare Entscheidungshilfe spielt dabei eine bedeutende Rolle.

Durch die Inspektionsergebnisse erhält man zusätzliche Information über das Verhalten der Konstruktion und über diejenigen Parameter, welche die Sicherheit gefährden. In diesem Beitrag werden potentielle Gefährdungsursachen aus der bisherigen Erfahrung mit existierenden Plattformen in der Nordsee zusammengefaßt. Der Einfluß der sicherheitsgefährdenden Parameter auf die Gebrauchsfähigkeit, Standsicherheit und Restlebensdauer wird für Stahl- und Betonplattformen (vgl. Bild 1) getrennt analysiert. Folgerungen für die zukünftige Bemessungs- und Inspektionsphilosophie werden diskutiert.

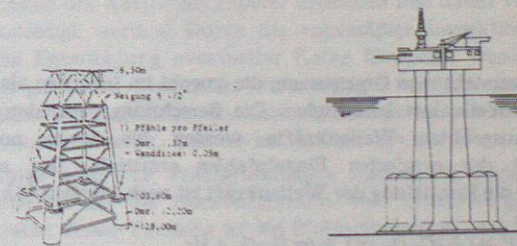


Bild 1: Typische Stahlplattform (a) und Betonplattform (b)

Dr.-Ing. D.Diamantidis, A.S Veritas Research (Tochtergesellschaft von Det Norske Veritas)

2 Stahlplattformen

Die in der Nordsee installierten Stahlplattformen sind vom gleichen Typ wie die im Golf von Mexico. Die Bauformen unterscheiden sich im wesentlichen von letzteren als Folge von:

- ungünstigen Umweltbedingungen
- unterschiedlichen Bodenverhältnisse
- größeren Wassertiefen

Im folgenden werden Gefährdungsursachen für Stahlplattformen zusammengefaßt.

2.1 Ermüdung

Bei der ersten Generation von Stahlplattformen wurde die Ermüdung in der Bemessung kaum berücksichtigt. Bisher hat man zwei Typen von Ermüdungsschäden in Jackett (Stahlgerüst)-Konstruktionen beobachtet, [1]:

- a) Risse in tragenden Bauteilen mit erheblichen Spannungsänderungen bedingt durch mangelhafte Herstellung.
- b) Risse in Horizontalaussteifungen in der Nähe der Spritzwasserzone bedingt durch Unterschätzung der vertikalen Komponente der Wellenkraft bei der Bemessung.

Der voraussichtliche Abfall der Sicherheit infolge Ermüdung kann nach [2] berechnet werden.

2.2 Korrosion

Korrosion von Stahl beeinträchtigt das Tragverhalten der betroffenen Konstruktionsglieder. Die mittlere jährliche Korrosionsrate in der Nordsee beträgt etwa 1.0 [mm/Jahr] in der Spritzwasserzone und 0.2 [mm/Jahr] in der Tauchzone. Der Einfluß der Korrosion kann vereinfacht durch eine Abminderung der entsprechenden Dimensionen rechnerisch erfaßt werden. Lokale Korrosionserscheinungen wie Spannungsrißkorrosion oder Lochkorrosion können in diesem Zusammenhang nicht quantifiziert werden.

2.3 Meeresbewuchs

Unter Meeresbewuchs versteht man Organismen, die sowohl im lebenden als auch im abgestorbenen Zustand die Wellenlast beeinflussen. Die Berechnungsmethoden der auf Offshore-Konstruktionen ausgeübten Wellenkräfte werden bis heute noch fast ausschließlich am Beispiel des ortsfesten Einzelpfahles ermittelt. Der allgemein gebräuchliche Ausdruck für die Ermittlung der Wellenkraft ist nach Morison [3]:

$$dF = \left(\frac{1}{2} \rho C_d D v |v| + \rho \pi \frac{D^2}{4} C_m a \right) ds \quad (1)$$

Hierbei ist D der Pfahldurchmesser, ρ die Wasserdichte, C_d der Widerstandskoeffizient des Strömungskörpers, C_m der Trägheitskoeffizient, v und a die Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung der Wasserteilchen und ds die Länge des betrachteten Pfahlabchnitts. Der Meeresbewuchs bewirkt hauptsächlich eine Vergrößerung des Pfahldurchmessers D und der Rauigkeit (gekennzeichnet durch den Koeffizienten C_d), was an Hand von Beobachtungen und Modellversuchen in [4] beschrieben ist.

Der Meeresbewuchs wird durch seine Dicke d quantifiziert. Bild 2 zeigt repräsentative Werte für d in der Nordsee; die Werte entsprechen einem harten Sack wie z.B. Muscheln oder Kneifern. Bild 3 zeigt Beispiele für den relativen Z_1 Wellenkraft ΔF (in %) in Abhängigkeit von der Dicke des Meeresbewuchses proportional zum Pfahldurchmesser D und umgekehrt proportional zur Wellenkraft ΔF kann an manchen Stellen einer Plattform Werte bis 50% annehmen und ist wichtig für die Sicherheit der Plattform.

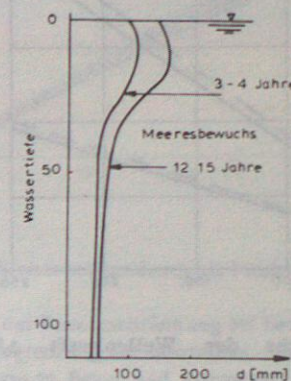


Bild 2: Dicke des Meeresbewuchses in der Nordsee in Abhängigkeit von der Wassertiefe.

2.4 Kolkbildung

Um die Standsicherheit eines Offshore-Bauwerks zu gewährleisten, muß die Möglichkeit des Auftretens äußerer Erosionen und damit verbundener Kolkerscheinungen berücksichtigt werden. Durch die regelmäßige Inspektion können die räumliche und zeitliche Entwicklung eventueller Kolke überprüft werden. Aus bisheriger Erfahrung nehmen gemessene Kolk-tiefen Werte von 1.0 bis 3.0m an. Kolkerscheinungen kann man nach Bild 4 in allgemeine und lokale Kolkbildung unterteilen (gekennzeichnet durch die allgemeine Kolk-tiefe t_a und die lokale Kolk-tiefe t_l).

Kolke sind für Pfahlgründungen deshalb so problematisch, weil sie die Zone zerstören, in der die Horizontalkräfte vom Boden aufgenommen werden müssen. In Anbetracht dieser Tatsache ist bei Pfahlgründungen laut [5] der Erosionsbereich für die Einbindung außer acht zu lassen und nur der erosionsfeste Baugrund zu berücksichtigen. Der Einfluß der Kolkbildung auf die Pfahlsicherheit ist ausführlich in [6] behandelt. Die lokale Kolkbildung (Kolk-tiefe t_l) hat nur einen geringen Einfluß und kann vernachlässigt werden; die allgemeine Kolkbildung (Kolk-tiefe t_a) führt zu einer erheblichen Spannungszunahme und zum entsprechenden Sicherheitsabfall (s. Bild 5).

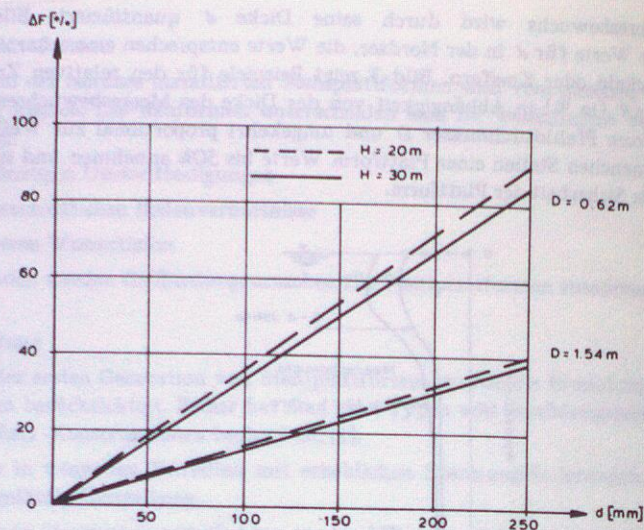


Bild 3: Relativer Zuwachs der Wellenkraft ΔF . D =Pfähldurchmesser; H =Wellenhöhe.

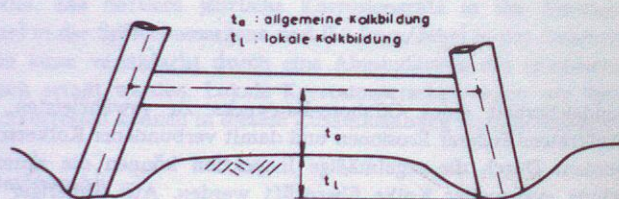


Bild 4: Allgemeine und lokale Kolkentiefe

3 Betonplattformen

Um die bei der Errichtung von Stahlplattformen in der Nordsee aufgetretenen Schwierigkeiten zu umgehen, wurden als Alternativlösung Gewichtsplattformen (gravity platforms) aus Stahl- und Spannbeton entwickelt (vgl. Bild 1). Im folgenden sind wichtige Ergebnisse aus Untersuchungen zur Sicherheit existierender Betonplattformen zusammengefaßt.

3.1 Risse in Beton - Korrosion der Bewehrung

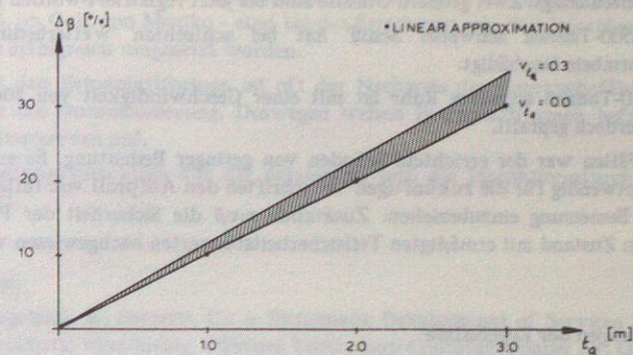


Bild 5: Abfall des Sicherheitsindex als Funktion der Kolkentiefe t_a , [6].

Der Nachweis der Rissebeschränkung bei Betonplattformen wurde in den letzten Jahren durch die Begrenzung der maximalen Stahlspannungen geführt. In der Tauchzone sind Risse in Beton und Korrosion der Stahlbewehrung zu erwarten. Deswegen empfehlen die neuen Vorschriften wie z.B. [5] die zu erwaarten Rissweiten gemäß CEB/FIP-Model Code mit der jeweils zulässigen zu vergleichen:]

Tauchzone $w < 0.3 \text{ mm}$

Spritzwasserzone $w < 0.1 \text{ mm}$

3.2 Umwelteinwirkungen

Die in diesem Abschnitt aufgeführten Überlegungen gelten für Stahlplattformen. Die umfangreichen Offshore-Aktivitäten in der Nordsee haben die Intensivierung der Erforschung der Seegangbedingungen geführt. Die mit der wahrscheinlich größten Wellenhöhe in 100 Jahren, H_{100} , durchgeführten neuen Messungen bzw. Beobachtungen können die Bemessungswerte für die Plattformen werden. Ein Beispiel ist in [9] erläutert.

3.3 Kolkbildung

Die mehrjährigen Beobachtungen der Kolsituation an 13 Gewichtsplattformen aus Stahl- und Spannbeton in der Nordsee haben ergeben [7], daß keine ernsthafte Gefährdung infolge Kolkbildung besteht. Gründe hierfür sind: Eine teilweise vorteilhafte Fundamentform, nichterodierbarer Meeresboden und die große Wassertiefe, welche den Welleneinfluß stark einschlägt. Die einzige größere Kolkbildung mit einer Tiefe von 2m trat an zwei Ecken von Frigg TP-1 auf.

3.4 An- bzw. Aufpralllasten

In der Bemessung wird eine Anpralllast von einem 5000-Tonnen schweren Schiff mit einer Geschwindigkeit von 2m/s berücksichtigt. Aufpralllasten von fallenden Objekten

werden vernachlässigt. Zwei größere Unfälle sind bis jetzt registriert worden [8]:

- a) Ein 2500-Tonnen schweres Schiff hat bei schlechten Wetterbedingungen ein Plattformbein beschädigt.
- b) Eine 10-Tonnen schweres Rohr ist mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s auf ein Behälterdach geprallt.

In beiden Fällen war der errichtete Schaden von geringer Bedeutung. Es erscheint aber trotzdem notwendig für die zukünftigen Vorschriften den Aufprall von fallenden Objekten in die Bemessung einzubeziehen. Zusätzlich muß die Sicherheit der Plattform im beschädigten Zustand mit ermäßigten Teilsicherheitsbeiwerten nachgewiesen werden.

4 Auswirkungen der Ergebnisse

4.1 Auswirkungen für die Bemessung

Es wird hier empfohlen, die erörterten Gefährdungsursachen schon im Bemessungsstadium zu berücksichtigen. Dadurch können Offshore-Konstruktionen über längere Zeiträume mit geringeren Instandhaltungskosten als bisher genutzt werden. Die heutigen Sicherheitsbestimmungen können noch in folgenden Punkten verbessert werden:

- a) Das zulässige Sicherheitsniveau sollte in Abhängigkeit von den Versagensfolgen festgelegt werden [9].
- b) In maßgebenden Nachweisen sollte man nicht die traditionell vorgeschriebenen Sicherheitsbeiwerte anwenden, sondern mit Hilfe von zuverlässigkeitstheoretischen Methoden das entsprechende Sicherheitsniveau ableiten. Solche Fälle sind z.B. die Bemessung von Betonplattformen im beschädigten Zustand und die Ermüdung von Stahlplattformen.

4.2 Auswirkungen für die Inspektionsdurchführung

Die Inspektionskosten betragen etwa 30% von den Gesamtkosten der Offshore-Aktivitäten in der Nordsee. Demnach ist es sehr wichtig, das bisherige Inspektionsprogramm im Hinblick auf die Wirtschaftlichkeit zu verbessern. Folgende Aspekte werden in diesem Zusammenhang vorgeschlagen:

- a) Die Similarität zwischen Plattformen sollte beim Inspektionsplan besser als bisher ausgenutzt werden.
- b) Moderne zuverlässigkeitstheoretische Methoden sollten angewandt werden (s. z.B. [2]).
- c) Die kostbare periodische Inspektion könnte teilweise durch lokale und globale Überwachungsanlagen ersetzt werden (eine Art "blackbox").

5 Zusammenfassung

In diesem Beitrag sind Aspekte zur Sicherheit bestehender Ozeanplattformen in der Nordsee diskutiert. Eine Zuverlässigkeitsabschätzung kann durch Betrachtung der Gefährdungsursachen für Stahl- und Betonplattformen durchgeführt. Abschließend kann man feststellen:

- Die bisherigen Erfahrungen mit Stahlplattformen in anderen Meeresgebieten - wie z.B. im Golf von Mexiko - sind bei der Errichtung von Stahlplattformen in der Nordsee erfolgreich umgesetzt worden.
- Bei den Betonplattformen ist oft der Nachweis der Gebrauchsfähigkeit maßgebend für die Dimensionierung. Deswegen weisen Betonplattformen befriedigende Festigkeitsreserven auf.

Verbesserungsvorschläge für die Bemessung und die Inspektionsdurchführung wurden erläutert.

Literatur

1. Flogeland, S.; Ferretti, C.: A Systematic Development of Services for Instrumented Structural Monitoring, Offshore Technology Conference paper Nr. OTC 5042, 1985
2. Madsen, H.O.: Model Updating in First-Order Reliability Theory with Application to Fatigue Crack Growth, Tagungsberichte vom zweiten Internationalen Workshop - Stochastic Methods in Structural Mechanics - Universität von Pavia, 24.-27. August, 1985
3. Morison, J.R. et al.: The Force Exerted by Surface Waves on Piles, Petroleum Transactions, AIME, 189 (1950)149-154
4. Oldfield, D.G.: Appraisal of Marine Fouling on Offshore Structures, Bericht von Atkins Planning / Department of Energy, CIRIA - London 1980
5. Det norske Veritas: Rules for the Design Construction and Inspection of Offshore Structures, Hovik, Norwegen 1981
6. Diamantidis, D. and Arnesen, K.: Scour effects in piled structures - a sensitivity analysis, Ocean Engineering, V.13, No.5, (1986) 497-502.
7. Norwegian Geotechnical Institute - Det norske Veritas: Analysis of Full Scale Measurements on Gravity Platforms, 1982
8. Fjeld, S. and Roland, B.: In-service Experiences with eleven Offshore Concrete Structures, Tagungsberichte 14th Offshore Technology Conference, Houston, Texas, (1982) 687-694
9. Diamantidis, D.: Reliability Aspects for Design and Inspection of Offshore Structures, Tagungsberichte 5th OMAE Symposium, Tokio, Japan, 13.-17. April 1986.

Die *Berichte zur Zuverlaessigkeit der Bauwerke* (BZTB) dienen der Veröffentlichung technischer Berichte und der schnellen Verbreitung von Forschungsergebnissen der im *Laboratorium fuer den konstruktiven Ingenieurbau* (LKI) der *Technischen Universitaet Muenchen* (TUM) zusammengeschlossenen Institutionen auf dem weiteren Gebiet der Zuverlaessigkeitstheorie der Bauwerke. In der Regel werden die Berichte, gegebenenfalls in veränderter Form, noch bei anderen Publikationsorganen zur Veröffentlichung eingereicht. Die Verteilung der Berichte ist begrenzt. Literaturhinweise sollten sich vorzugsweise auf die endgültige Veröffentlichung beziehen.

The *Reports on the Reliability Theory of Constructed Facilities* (BZTB) serve for the publication of technical reports and for the early dissemination of research results on structural reliability from the institutions at the *Laboratory for Structural Engineering* (LKI) at the *Technical University of Munich* (TUM). Usually, these reports, possibly modified, are submitted for publication to further publishing institutions. Their distribution is limited. Whenever possible reference should be made to the final publication.

- 23/1978 *Maass, G.:* Zur Statistik der Lage und Größe der Vorspannbewehrung
- 26/1978 *Kappler, H.; Knappe, O.K.; Reichmann, K.-H.; Schueller, G.I.; Schwarz, R.F.:* Statistische Methoden und ihre Anwendungen im Ingenieurbau - Teil I: Grundlagen
- 47/1980 *Kafka, P.; Krawinkler, H.; Meier, H.-J.; Oswald, G.F.; Schmitt, W.; Schueller, G.I.; Wen, Y.K.:* Ausgewählte Beispiel der probabilistischen Behandlung von Problemen der Bruchmechanik, Lastkombination und Strukturodynamik
- 48/1980 *Hohenbichler, H.:* Zur zuverlässigkeitstheoretischen Untersuchung von Seriensystemen
- 49/1980 Seminar über stochastische Tragwerksmechanik und Zuverlässigkeit
- 51/1980 *Grimwelt, M.; Schueller, G.I.:* Benchmark Study on Methods to Determine Collapse Failure Probability of Redundant Structures
- 52/1980 *Feintinger, B.; Rackwitz, R.:* Numerische Unsicherheitsanalyse von Böschungen
- 55/1981 *Breitung, K.:* Zwei Anwendungen der Bayes'schen Statistik
- 56/1981 *Kersken-Bradley, M.:* Beanspruchbarkeit von Bauteilquerschnitten bei streuenden Kenngrößen des Kraftverformungsverhaltens innerhalb des Querschnitts
- 57/1981 *Grossmann, E.; Juli, R.:* Zufällige Systemeigenschaften bei dynamisch belasteten Tragwerken mit einem Freiheitsgrad
- 62/1982 *Spengler, R.:* Festigkeitsverhalten von Brettschichtholz unter zweiachsiger Beanspruchung; Teil 1: Ermittlung des Festigkeitsverhaltens von Brettelelementen aus Fichte durch Versuche
- 63/1982 *Dolinski, K.:* First Order Second Moment Approximation in Reliability of Structural Systems; Critical Review and some Reliability Bounds
- 66/1982 *Rackwitz, R.:* Predictive Distribution of Strength under Control

- 67/1982 Rackwitz, R.: Response Surfaces in Structural Reliability
- 68/1983 Fiessler, B.: Entwicklung für Regeln zur Kombination stochastischer Lasten für die Tragwerksbemessung
- 69/1984 Breitung, K.; Hohenbichler, M.: Some Asymptotic Results in Second Order Reliability
- 72/1984 Hohenbichler, M.: Mathematische Grundlagen der Zuverlässigkeitsmethode erster Ordnung und einige Erweiterungen
- 74/1984 User's Manual for Structural Reliability Programs CUTALG - FORM - SORM - SYSREL
- 75/1984 Hohenbichler, M.: An Asymptotic Formula for the Crossing Rate of Normal Process into Intersections
- 76/1984 Grimmelt, H.: Eine Methode zur Berechnung der Zuverlässigkeit von Tragsystemen unter kombinierten Belastungen
- 77/1986 Schrupp, K.: Austrittsraten von markierten Poissonschen Clusterprozessen und ihre Anwendung in der Zuverlässigkeitstheorie
- 78/1986 Dolinski, K.: Studies on Stochastic Fatigue Crack growth
- 79/1986 Guers, F.; Rackwitz, R.: Crossing Rate Based Formulations in Fatigue Reliability
- 80/1986 Gollwitzer, S.; Rackwitz, R.: An Efficient Numerical Solution to the Multinormal Integral