

Referenzdatenfreie Kanalschätzung für Multiträgerübertragung

Robert Klinski

Referenzdatenfreie Kanalschätzung für Multiträgerübertragung

Robert Klinski

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Joachim Hagenauer

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ingolf Ruge

2. Univ.-Prof. Dr. sc. techn. Peter E. Leuthold

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich / Schweiz

Die Dissertation wurde am 30.10.2001 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 29.01.2002 angenommen.

Danksagung

Zunächst bedanke ich mich bei meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Ingolf Ruge für die Ermöglichung und Förderung dieser Arbeit, seine aktive Teilnahme an deren Verwirklichung sowie für seine stete Hinführung auf das Wesentliche.

Herrn Prof. Dr. sc. techn. Peter Leuthold danke ich für sein Interesse an dieser Arbeit, für die wertvollen Hinweise und Anregungen sowie für die Bereitschaft zur Übernahme des Co-Referats.

Herrn Dr.-Ing. Rudi Knorr und Herrn Dr.-Ing. Helmut Steckenbiller gilt mein Dank für die Unterstützung während der Entstehung dieser Arbeit.

Herrn Ulrich Althen, Herrn Dr.-Ing. Christian Drewes, Herrn Dr.-Ing. Ralph Hasholzner, Herrn Sven Keunecke, Herrn Holger Hutzelmann, Herrn Dr. tech. Werner Kozek und Herrn Torsten Langguth danke ich vor allem für die fruchtbaren und anregenden Diskussionen.

Herrn Holger Hutzelmann und Herrn Dr.-Ing. Rudi Knorr danke ich für die kritische Durchsicht des Manuskripts. Mein Dank gilt weiterhin Herrn Stefan Leischner, Herrn Michael Rost, Frau Julia Vinhage und Frau Katja Schuder für das Korrekturlesen.

Mein besonderer Dank gilt Frau Rosario Anna-Victoria Santos für das entgegengebrachte Verständnis, die Geduld sowie für die Motivierung während der Entstehung der Arbeit.

Kurzfassung

Diese Arbeit befaßt sich mit der Problematik der Kanalschätzung für Multiträgerübertragung.

Die Übertragung von Referenzdaten zur Schätzung der Kanalimpulsantwort ist mit einer Verringerung der effektiven Datenrate verbunden. In praktischen Übertragungssystemen werden daher möglichst kurze Referenzdatenfolgen verwendet, die für eine genügend genaue Schätzung der Kanalimpulsantwort jedoch oft nicht ausreichend sind. Diese Problematik begründet die Zielsetzung dieser Arbeit. Es sollen Verfahren untersucht bzw. entwickelt werden, die eine referenzdatenfreie Kanalschätzung für drahtlose und drahtgebundene Multiträgerübertragung ermöglichen. Wesentliche Randbedingungen sind die Erreichung einer geringen Komplexität sowie eine von den Eigenschaften der Kanalimpulsantwort unabhängige Konvergenz des Schätzverfahrens.

Anhand einer Analyse der bekannten Verfahren zur referenzdatenfreien Kanalschätzung zeigt sich, daß diese Randbedingungen nur dann erfüllt werden können, wenn die Kanalimpulsantwort auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung des empfangenen Signals geschätzt wird. Eine wesentliche Voraussetzung dabei ist jedoch, daß die Statistik zweiter Ordnung des empfangenen Signals zyklstationär ist, damit sowohl die Phase als auch die Amplitude der Kanalimpulsantwort geschätzt werden können.

Diese Zyklstationarität kann beispielsweise am Empfänger durch Überabtastung des empfangenen Signals herbeigeführt werden. Darauf basierende Ansätze zeichnen sich durch hohe Konvergenzgeschwindigkeit aus, die Konvergenz selbst ist jedoch nicht gesichert, weil sie von den Eigenschaften der zu schätzenden Kanalimpulsantwort abhängt. Problematisch ist ferner die hohe Komplexität der bekannten Algorithmen, die eine praktische Implementierung fraglich erscheinen läßt.

Alternativ kann die Zyklstationarität sendeseitig durch geeignete Codierung des Sendesignals erzielt werden. Eine Möglichkeit hierzu besteht in der Wiederholung der zu übertragenden Datenssequenzen. Die darauf basierenden Verfahren zeichnen sich durch die relativ geringe Komplexität und vor allem durch die sichere Konvergenz aus. Problematisch erweist sich jedoch die erhöhte Systemkomplexität, weil sendeseitig ein Codierer implementiert werden muß. Bei der im Rahmen dieser Arbeit betrachteten OFDM-Übertragung tritt dieses Problem jedoch nicht auf. Aufgrund des dort verwendeten zyklischen Schutzintervalls ist das gesendete Signal bereits zyklstationär: Die Autokorrelationsmatrix des empfangenen Signals beinhaltet die gesuchte Kanalimpulsantwort, die jedoch mit einem komplexen Faktor skaliert ist, der referenzdatenfrei nicht bestimmt werden kann. Diese Mehrdeutigkeit ist allen referenzdatenfreien Schätzverfahren gemeinsam: Die Schätzung ist prinzipiell nur bis auf einen multiplikativen Faktor möglich. Die Schätzung der Kanalimpulsantwort bei der OFDM-Übertragung basiert auf einer geeigneten Auswertung der Autokorrelationsfunktion des empfangenen Signals, welche zunächst geschätzt werden muß. Wird hierzu Zeitmittelung herangezogen, so zeichnet sich der resultierende Algorithmus durch die einfache Struktur und durch die sichere Konvergenz aus. Nachteilig sind jedoch die in jedem Iterationsschritt notwendigen (komplexen) Multiplikationen, die bei einer Hardwarerealisierung aufgrund des notwendig hohen Aufwands stets problematisch sind. Die Komplexität dieses Schätzverfahrens kann nur dann reduziert werden, wenn die Schätzung der Korrelationsfunktionen multiplikations- und divisionsfrei durchgeführt werden kann.

Im ersten Teil dieser Arbeit wird ein Algorithmus entwickelt, der eine Schätzung der Korrelationsfunktionen lediglich auf der Basis von Additions- und Subtraktionsoperationen ermög-

licht. Um diese Komplexitätsreduktion zu erreichen, wird die bereits erwähnte Mehrdeutigkeit ausgenutzt, die bei einer referenzdatenfreien Schätzung stets auftritt. Da die Schätzwerte ohnehin mit einem unbekanntem Faktor skaliert sind, kann eine zusätzliche Mehrdeutigkeit der Schätzwerte der Korrelationsfunktionen zugelassen werden.

Aufgrund der erzielten Komplexitätsreduktion weist das entwickelte Schätzverfahren eine etwas geringere Konvergenzgeschwindigkeit verglichen mit dem Standardverfahren auf. Der wesentliche Vorteil ist jedoch der geringe Aufwand, der eine einfache Implementierung ohne den Einsatz von Signalprozessoren ermöglicht.

Anschließend wird dieses Verfahren nach einer Anpassung zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort für OFDM-Übertragung herangezogen. Der resultierende Algorithmus basiert ebenfalls lediglich auf Subtraktions- und Divisionsoperationen, was eine einfache Hardwarerealisierung ermöglicht.

Im zweiten Teil dieser Arbeit wird ein weiteres Verfahren entwickelt, mit dem eine Steigerung der Konvergenzgeschwindigkeit bei einer referenzdatenfreien Kanalschätzung auf Basis von Statistiken zweiter Ordnung durch eine nachträgliche Filterung der Schätzwerte erreicht werden kann. Es wird zunächst die allgemeine Lösung in der Form der *Wiener-Hopf*-Gleichung zur Bestimmung der Filterkoeffizienten angegeben. Da diese jedoch nicht referenzdatenfrei ist, wird anschließend eine geeignete Näherungslösung entwickelt, die als statistische Zusatzinformation die Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort benötigt, die referenzdatenfrei bestimmt werden kann.

Um die bei der Bestimmung der Filterkoeffizienten notwendige Matrixinversion zu vermeiden, wird darüber hinaus eine Rekursionsvorschrift entwickelt, die als eine Erweiterung der *Levinson-Durbin*-Rekursion interpretiert werden kann. Die Bestimmungsgleichung für die Filterkoeffizienten wird dabei iterativ mit Hilfe von zwei Teilrekursionen gelöst. Weiterer Vorteil der entwickelten Rekursionsvorschrift ist, daß sie generell zur Lösung der allgemeinen *Wiener-Hopf*-Gleichung, wie sie beispielsweise auch bei einer referenzdatenbasierten Bestimmung der Entzerrerkoeffizienten nach dem Kriterium des kleinsten mittleren quadratischen Fehlers auftritt, iterativ gelöst werden kann. Die mit der entwickelten Rekursionslösung verbundene Komplexität wächst quadratisch mit der Filterordnung.

Im dritten Teil dieser Arbeit wird auf die Implementierungsaspekte bei referenzdatenfreien Schätzverfahren eingegangen. Es zeigt sich, daß die benötigten mathematischen Operationen effizient mit Hilfe von CORDIC¹-Algorithmen durchgeführt werden können. Dabei tritt eine Schleifenverstärkung auf, die durch eine inverse Skalierung des Ergebnisses beseitigt werden kann. Der Implementierungsaufwand kann jedoch u.U. reduziert werden, wenn die Schleifenverstärkung aufgrund der ohnehin vorhandenen Mehrdeutigkeit der Schätzwerte zugelassen wird. Abschließend wird anhand eines Realisierungsbeispiels diese Möglichkeit zur Aufwandsreduktion diskutiert.

Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, daß Verfahren zur referenzdatenfreien Kanalschätzung für Multiträgerübertragung in praktischen Systemen mit einem geringem Aufwand implementiert werden können.

1. *Coordinate Rotation Digital Computer*

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	V
Kurzfassung	VII
Inhaltsverzeichnis	IX
1 Einleitung	11
1.1 Referenzdatenfreie Kanalschätzung für adaptive Multiträgerübertragung	17
1.2 Technische Anordnung und Struktur der Arbeit	19
2 Grundlagen der Übertragung im orthogonalen Frequenzmultiplex 23	
2.1 Einführung	23
2.2 Grundlagen	24
2.2.1 Sende- und Empfangsstrukturen für OFDM	25
2.2.2 Zeitdiskrete Darstellung eines OFDM-Systems	28
2.2.3 Zeitdiskretes Modell eines zeitvarianten Übertragungskanals	33
2.3 OFDM-Systeme	33
2.3.1 Funkübertragung	33
2.3.1.1 Eigenschaften des Funkkanals	35
2.3.1.2 Hiperlan Typ 2-System	39
2.3.2 Drahtgebundene Übertragung	41
2.3.2.1 Eigenschaften drahtgebundener Übertragungstrecken	42
2.3.2.2 Bitzuweisungsalgorithmen	45
2.3.2.3 ADSL-System	47
2.3.2.4 Sende- und Empfangsstruktur	48
2.4 Zusammenfassung	51
3 Referenzdatenfreie Kanalschätzung und Entzerrung	53
3.1 Einführung	53
3.2 Referenzdatenfreie Entzerrung	55
3.3 Referenzdatenfreie Kanalschätzung	57
3.3.1 Kanalschätzung auf der Basis von Überabtastung	57
3.3.2 Kanalschätzung auf der Basis von Wiederholungscodierung	60
3.4 Referenzdatenfreie Kanalschätzung für OFDM-Übertragung	63
3.5 Zusammenfassung	66
4 Vorschlag eines Verfahrens zur aufwandsreduzierten Schätzung der Korrelationsfunktionen	69
4.1 Einführung	69
4.2 Grundlagen	69
4.2.1 Spezialfall farbiger Rauschprozesse	72
4.2.2 Schätzung der Korrelationsfunktionen durch Zeitmittelung	73
4.3 Aufwandsreduzierte Schätzung der Korrelationsfunktionen	78
4.3.1 Mathematische Reformulierung des Schätzproblems	78
4.3.2 Aufwandsreduzierter Schätzalgorithmus	81

4.3.3 Einfluß weißer, additiver Rauschprozesse	87
4.3.4 Eigenschaften des Algorithmus' bei Zeitmittelung	89
4.4 Vorschlag eines Verfahrens zur aufwandsreduzierten, referenzdatenfreien Kanalschätzung für OFDM-Übertragung	91
4.4.1 Einfluß weißer, additiver Rauschprozesse	93
4.4.2 Eigenschaften des Algorithmus' bei Zeitmittelung	93
4.5 Implementierungsaspekte	96
4.6 Zusammenfassung	100
5 Vorschlag eines Verfahrens zur Reduktion des Schätzfehlers bei referenzdatenfreier Kanalschätzung	103
5.1 Einführung	103
5.2 Grundlagen der linearen Prädiktion	104
5.3 Prädiktionsfilterung der Schätzwerte	105
5.3.1 Näherungslösung	106
5.3.2 Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort	109
5.4 Anwendung des Verfahrens in OFDM-Systemen	111
5.5 Implementierungsaspekte	114
5.5.1 Levinson-Durbin-Rekursion	115
5.5.2 Vorschlag einer erweiterten Levinson-Durbin-Rekursion	116
5.6 Zusammenfassung	117
6 Implementierungsaspekte	119
6.1 Einführung	119
6.2 Grundlagen der CORDIC-Algorithmen	119
6.2.1 Hardwarearchitektur zur Realisierung von komplexwertigen Multiplikationen und Divisionen mit CORDIC	123
6.2.2 CORDIC-Struktur für referenzdatenfreie Kanalschätzung	125
6.3 Zusammenfassung	128
7 Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick	131
Anhang A Mathematische Ergänzungen zu Kapitel 4	141
Anhang B Herleitung zur erweiterten Levinson-Durbin Rekursion ..	143
Anhang C ETSI BRAN - Kanalspezifikation	147
Abkürzungsverzeichnis	153
Symbolverzeichnis	157
Referenzliste	167

1 Einleitung

Wenn heute vom Wandel der Industriegesellschaft zur Informations- bzw. Wissensgesellschaft gesprochen wird, müssen dabei drei zentrale Entwicklungen herausgestellt werden. Wissen wird neben Kapital, Arbeit und Boden zum vierten Produktionsfaktor. Um diesem Informations- und Wissensbedarf gerecht zu werden, müssen die Organisations- und Arbeitsstrukturen verändert werden. Der klassische Betrieb wandelt sich zusehends zu einem modular aufgebauten, vernetzten oder virtuellen Unternehmen. Dies ist verbunden mit der Entstehung neuer Produktions- und Arbeitskonzepte, wie z.B. die Telearbeit. Schließlich bildet die Vernetzung auf der Basis moderner Informations- und Kommunikationstechnologien im globalen Maßstab die Grundlagen dieses Wandels. Informationen werden in Zukunft über immer leistungsfähigere soziale und elektronische Kommunikationsstrukturen in einer zunehmend vernetzten Gesellschaft vermittelt und diese tiefgreifend verändern werden. So verspricht der Sozialökonom und Gründer der *Foundation on Economic Trends* in Washington Jeremy Rifkin [124], daß im kommenden Zeitalter "Netzwerke an die Stelle der Märkte [treten], und aus dem Streben nach Eigentum wird Streben nach Zugang, nach Zugriff auf das, was diese Netzwerke zu bieten haben".

Dieser gesellschaftlichen Entwicklung liegt ein tiefgreifender Strukturwandel in den Telekommunikationstechnologien zugrunde. Um einen globalen Zugriff auf Information zu ermöglichen, wird die verbindungsorientierte Kommunikationsstruktur stetig durch das verbindungslose und paketvermittelte Netzwerk ersetzt. Ein Beispiel für diesen Wandel ist die Entwicklung des Internet sowie des hardwareunabhängigen und verbindungslosen Internetprotokolls (IP). In Abbildung 1 ist das Wachstum dieses Netzwerks anhand der Anzahl der vernetzten Rechner veranschaulicht.

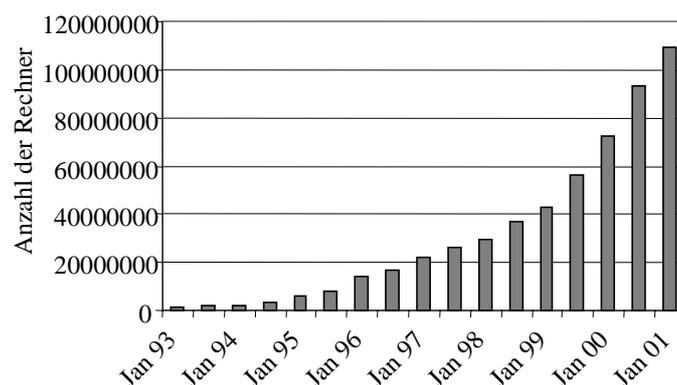


Abbildung 1: Anzahl der vernetzten Rechner im Internet [125]

Die wesentliche Voraussetzung für die Entwicklung moderner Netzwerkstrukturen ist der technologische Fortschritt, der die Nutzung verschiedener Übertragungsmedien und somit verschiedener Übertragungstechnologien ermöglicht. In Abbildung 2 ist eine schematische, hierarchische Darstellung eines Netzwerks mit seinen wesentlichen Komponenten dargestellt.

Die zentrale Einheit eines Netzwerks wird von einem Kernnetz gebildet. Die nächste Netzwerkschicht ist das Zugangnetz, das die Schnittstelle zwischen dem Kernnetz und dem Teilnehmeranschlußnetz ('letzte Meile') bildet. Die letztgenannte Netzschicht übernimmt die Aufgabe des Datentransports zwischen dem Zugangnetz und dem Teilnehmer. Dort können die Endgeräte, wie z.B. Rechner mit Hilfe von z.B. einem Gebäudenetz verbunden sein.

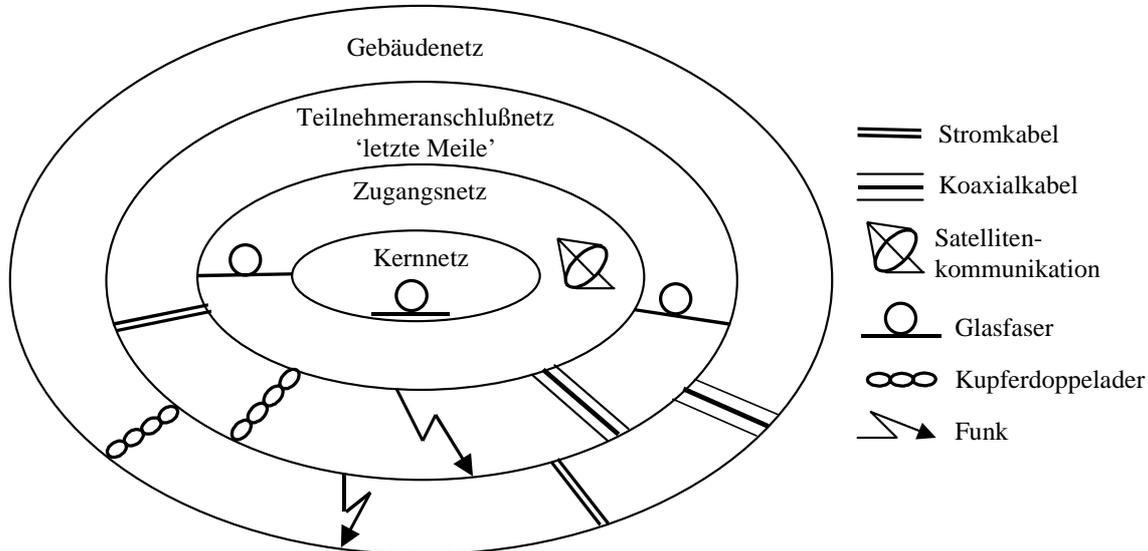


Abbildung 2: Schematische Darstellung einer Netzwerkstruktur

Zum Aufbau eines Netzwerks stehen derzeit die folgenden Übertragungsmedien zur Verfügung:

- Glasfaser,
- Satellitenkommunikation,
- Stromnetz,
- Koaxialkabel,
- Kupferdoppelader und
- Funk.

Im Kernnetz wird aufgrund der hohen Datenraten als Übertragungsmedium die Glasfaser eingesetzt. Im Wellenlängenmultiplex (*Wavelength Division Multiplexing*, WDM) können verschiedene Datenströme über das gleiche physikalische Medium übertragen werden, wodurch die erforderliche Netzkapazität bereitgestellt wird. Im Rahmen des vom Bundesministerium für Bildung und Forschung geförderten KomNet-Projekts [126] wurden beispielsweise Datenraten bis zu 40Gb/s erzielt (IP über WDM).

Im Zugangnetz wird sowohl IP als auch ATM (*Asynchronous Transfer Modus*) verwendet. Als Übertragungsmedium wird dort ebenfalls Glasfaser eingesetzt, künftig sind jedoch auch breitbandige Satellitenkommunikationssysteme denkbar [127]-[132]. Das *Cyberstar*-System beispielsweise verfügt über eine Gesamtkapazität von 9,6Gb/s [128].

Das Teilnehmeranschlußnetz ('letzte Meile') ist der kritische Abschnitt. Zwar ist hier der Glasfaseranschluß denkbar (*Fiber to the Home*, FTTH), aufgrund der hohen Infrastrukturkosten ist die Wirtschaftlichkeit eines Glasfaseranschlusses z.Z. jedoch nicht immer gesichert.

Alternativ zu Glasfaser als Übertragungsmedium wurden daher Konzepte untersucht, die eine effiziente Nutzung der bereits bestehenden Infrastruktur ermöglichen. Bereits in den 20er-Jahren des letzten Jahrhunderts entstand die Idee, Daten über das Stromnetz zu übertragen [133]. Mittlerweile ist der Netzzugang über die vorhandene Infrastruktur der Energieversorgungsun-

ternehmen technologisch möglich, obschon mit einigen z.T. ungelösten Problemen verbunden. Aufgrund der Verkabelungsstruktur müssen die angeschlossenen Teilnehmer sich das Übertragungsmedium teilen. Dies führt dazu, daß die zur Verfügung stehende Bandbreite auf die Teilnehmer aufgeteilt werden muß. Darüber hinaus ist z.Z. noch nicht festgelegt, in welchen Frequenzbändern eine Übertragung über das Stromnetz überhaupt zugelassen wird. In Europa ist momentan das 148,5kHz-Band freigegeben. Hier lassen sich jedoch Übertragungsraten von maximal 155kb/s erreichen [133]. Höhere Datenraten (um die 2Mb/s und mehr) können erst im Frequenzbereich um die 30MHz erzielt werden, aufgrund der Abstrahlungsproblematik ist jedoch die Nutzung des Stromnetzes zur Datenübertragung in diesen Frequenzbereichen fraglich. Ein weiteres Übertragungsmedium, das zur Überbrückung der 'letzten Meile' herangezogen werden kann, ist die Koaxialverkabelung (sog. HFC-Netze, *Hybrid Fiber Coax*), die ursprünglich für die (unidirektionale) Übertragung von Fernsehsignalen bereitgestellt wurde. Die mit diesem System erreichbaren Datenraten betragen bis zu 40,4Mb/s zum Teilnehmer hin (*Downstream*) und bis zu 5,1Mb/s in die Rückrichtung (*Upstream*) [141]. Problematisch bei den HFC-Netzen ist zum einen die Asymmetrie der Datenraten, weswegen diese Technologie vornehmlich bei privaten Haushalten Verbreitung findet. Zum anderen müssen die Kabelnetze aufgrund der ursprünglichen Konzeption (unidirektionale Fernsehdatenübertragung) kostspielig umgerüstet werden, um eine bidirektionale Datenübertragung zu ermöglichen. Trotz dieser Problematik sind die HFC-Systeme aufgrund der erreichbaren Datenraten eine wichtige Alternative im Teilnehmeranschlußnetz.

Ein weiteres, bereits bestehendes Netz ist die Kupferdoppeladerverkabelung, die ursprünglich für die Sprachsignalübertragung dimensioniert wurde (*Plain Old Telephone Service, POTS*). Bereits mit analogen Modems lassen sich hier Datenraten von bis zu 56kb/s erreichen. Bei ISDN (*Integrated Services Network Digital*) ist die Übertragung digitalisiert und darüber hinaus dienstorientiert ausgelegt. Pro B-Kanal (*Bearer Channel*) kann eine Datenrate von 64kb/s erreicht werden. Bei einer Bündelung von zwei B-Kanälen stehen somit insgesamt 128kb/s je Übertragungsrichtung zur Verfügung. Diese Datenrate ist jedoch für Echtzeitanwendungen, wie z.B. Fernsehübertragung, zu gering. Für die breitbandige Datenübertragung wurden daher die sog xDSL-Technologien entwickelt (DSL: *Digital Subscriber Line*). Das davorgestellte „x“ ist ein Platzhalter für die verschiedenen Akronyme, wie z.B.:

- HDSL (*High Bit Rate DSL*), SHDSL (*Symmetric HDSL*). Mit dieser Technologie kann eine Datenrate von derzeit bis zu 2Mb/s erreicht werden.
- ADSL (*Asymmetric DSL*). Die ADSL-Systeme bieten eine Datenrate von etwa 8Mb/s in Abwärtsrichtung.
- VDSL (*Very High Bit Rate DSL*). Dieses System ist für kurze Reichweiten ausgelegt, die maximal erreichbare Datenrate liegt hier bei 52Mb/s.

Der Vorteil von xDSL-Systemen ist, daß in Europa nahezu jeder Haushalt an das Kupferdoppeladernetz angeschlossen ist. Problematisch sind jedoch die Eigentumsverhältnisse bei dieser Infrastruktur, weil die Telefonleitungen fast ausnahmslos den ehemaligen Telekommunikationsmonopolisten gehören. Neue Netzbetreiber müssen die Leitungen daher mieten, was zu einer zusätzlichen Verteuerung der Infrastrukturkosten führt.

Alternativ zu den drahtgebundenen Systemen können auch Richtfunksysteme, wie z.B. MMDS (*Multichannel Multipoint Distribution System*), LMDS (*Local Multipoint Distribution System*) oder WLL (*Wireless Local Loop*), eingesetzt werden.

Während LMDS und MMDS als drahtlose Erweiterung der Kabelnetze verstanden werden können, bieten die WLL-Systeme breitbandige Dienste an, die auch symmetrisch sein können. Die maximal erreichbaren Datenraten liegen hier bei etwa 155Mb/s [154]. Problematisch bei Richtfunksystemen ist die Notwendigkeit einer Sichtverbindung zwischen dem Teilnehmer und der Basisstation, die systembedingte Stationarität der Teilnehmer sowie die teilweise nicht existierenden, einheitlichen Standards. Da der Teilnehmeranschluß per Funk prinzipielle Vorteile

bietet, wie z.B. Mobilität, entstand innerhalb der letzten Dekade eine Vielzahl von Funkzugangssystemen. Diese Entwicklung wurde jedoch erst durch die Fortschritte in der Mikroelektronik ermöglicht. So benötigen beispielsweise die aufwendigen Signalverarbeitungsalgorithmen relativ viel Hardwareressourcen und somit auch viel Leistung, die durch eine entsprechend dimensionierte Spannungsversorgung bereitgestellt werden muß. Die Entwicklung portabler Geräte profitiert von der wachsenden Transistordichte pro *Chip*-Fläche bei einer gleichzeitigen Senkung des Energieverbrauchs. Die steigende Leistungsfähigkeit moderner integrierter Schaltungen ermöglicht zudem eine immer breitbandigere Datenübertragung. In Abbildung 3 sind die Evolution einiger Mobilfunksysteme und die Entwicklung der Mikroelektronik am Beispiel der DRAM-Technologie (*Dynamic Random Access Memory*) gegenübergestellt.

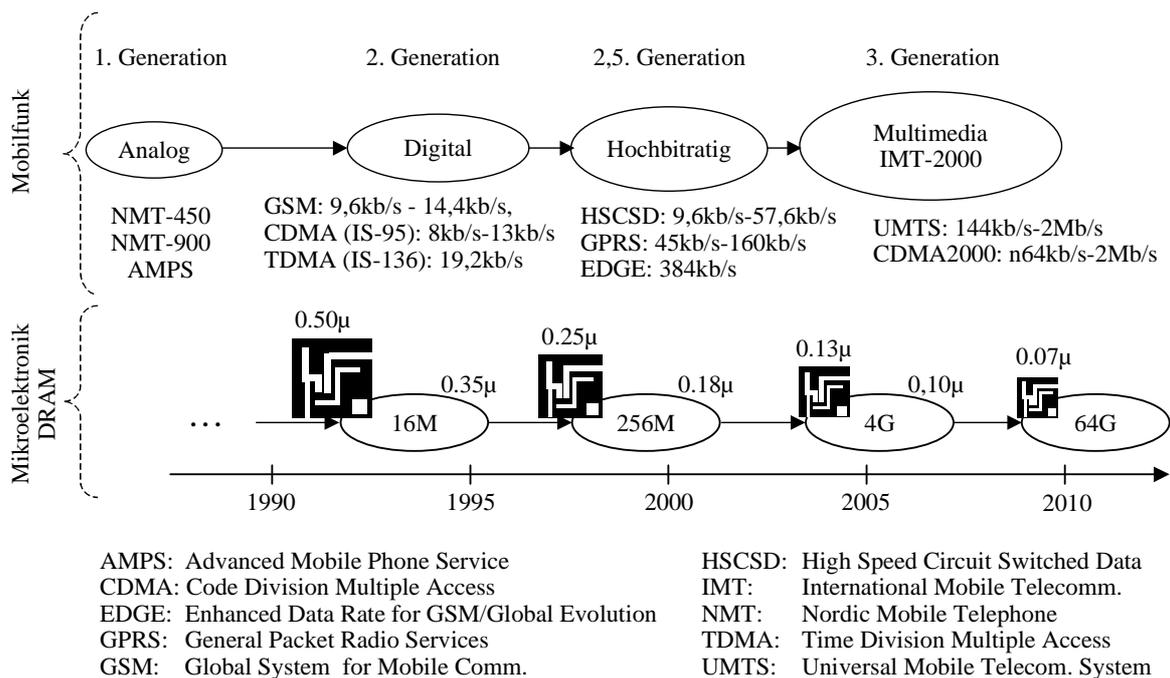


Abbildung 3: Entwicklung der Mikroelektronik am Beispiel der Evolution der Mobilfunksysteme [9]

Anfang der 80er Jahre wurden die analogen Mobilfunkgeräte der ersten Generation eingeführt, die für die Sprachübertragung ausgelegt wurden. Die ersten Datendienste bis etwa 10kb/s ermöglichten die Systeme der zweiten Generation, die zu Beginn der 90er Jahre eingeführt wurden. Um die Datenrate zu erhöhen, wurde beispielsweise das GSM-System von dem ETSI-Gremium (*European Telecommunications Standards Institute*) stets weiterentwickelt. Als erstes wurde die Datenrate pro Datenkanal von 9,6kb/s auf 14,4kb/s heraufgesetzt, danach folgten als Weiterentwicklungen die HSCSD- und GPRS-Systeme (*High Speed Circuit Switched Data*, *General Packet Radio Services*), mit denen Datenraten zwischen 9,6kb/s und 160kb/s erreichbar sind. Die EDGE-Technologie (*Enhanced Data Rate for GSM/Global Evolution*) ermöglicht Datenraten bis zu 384kb/s.

Als eine weitere Entwicklungsstufe sind Mobilfunksysteme der dritten Generation anzusehen. UMTS unterstützt beispielsweise Datenraten bis 2Mb/s. Diese können jedoch nur unter idealen Voraussetzungen, wie z.B. unbewegter Empfänger, erreicht werden. Bei einem mobilen Empfänger ist die Datenrate geringer und liegt bei maximal 384kb/s. Aus diesem Grund sind bereits jetzt Mobilfunksysteme der vierten Generation im Gespräch, die Datenraten bis 156Mb/s unter-

stützen sollen. 2001 wurde das *Wireless World Research-Forum* (WWRF) [153] mit dem Ziel gegründet, Visionen für Funkssysteme über die dritte Generation hinaus (*beyond 3G*) herauszuarbeiten. Das primäre Thema dieser Aktivitäten ist weniger eine Entwicklung neuer Systeme, sondern vielmehr eine Integration und Optimierung der bestehenden Technologien. Verschiedene Systeme sollen dabei auf unterschiedlichen Schichten für den Netzzugang sorgen, wodurch ein in Abbildung 4 dargestelltes, mögliches Szenario entsteht [159].

In der Verteilungsschicht (*Distribution Layer*) können neben den bereits erwähnten Satellitensystemen auch die in Europa eingeführten DAB- bzw. DVB-T-Systeme (*Digital Audio Broadcasting* [62], *Digital Video Broadcasting Terrestrial* [63]) für die unidirektionale, breitbandige Datenübertragung bis zu 15Mb/s eingesetzt werden. In der zellularen Schicht (*Cellular Layer*) übernehmen zunächst die Mobilfunksysteme der zweiten und dann der dritten Generation die Aufgabe des individuellen Datenaustausches.

In der sog. „*Hot Spot*“-Schicht (Ballungsräume) werden WLAN-Technologien (*Wireless Local Area Network*) eingesetzt. In Europa befinden sich z.Z. mehrere WLAN-Systeme innerhalb der ETSI-BRAN-Gruppe (*ETSI-Broadband Radio Access Networks* [64]) im Standardisierungsprozeß. Zu erwähnen sind dabei vor allem Hiperlan (*High Performance LAN*), Hiperaccess (*High Performance Access*) und Hiperlink (*High Performance Link*). Mit diesen Systemen können Datenraten über geringe Entfernungen bis 155Mb/s (Hiperlink) erreicht werden. In den USA werden in dieser Schicht WLAN-Systeme nach den Standards 802.11a und 802.11b eingesetzt [65].

Innerhalb der *Personal-Area-Network-Schicht* (*PAN Layer*) findet der Datenaustausch über geringste Entfernungen (Picozelle) statt. Auch hier können drahtlose Systeme wie Bluetooth [157] HomeRF [156] oder DECT (*Digital Enhanced Cordless Telecommunications*) eingesetzt werden. Bei eingeschränkter Mobilität der Teilnehmer können hier Datenraten bis 10Mb/s erreicht werden (HomeRF). Zur Realisierung des in Abbildung 2 erwähnten Gebäudenetzes können Systeme aus den beiden letztgenannten Schichten herangezogen werden. In der drahtgebundenen Schicht werden Übertragungssysteme wie z.B. xDSL eingesetzt.

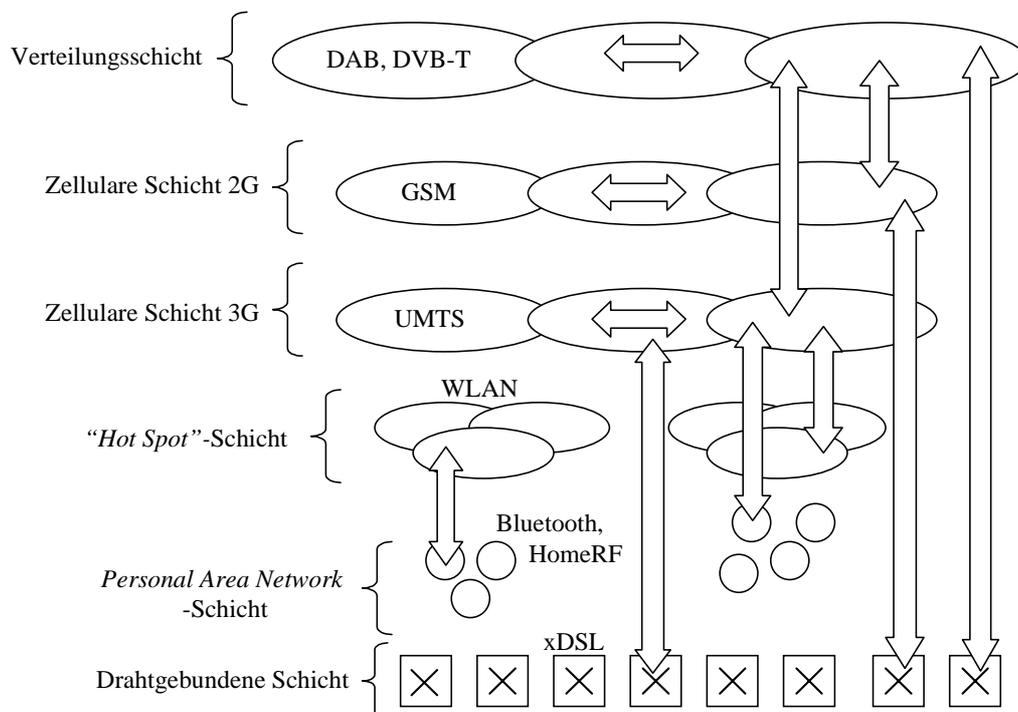


Abbildung 4: Integration von Zugangsnetzen [159]

Eine der wesentlichen Eigenschaften der in Abbildung 4 dargestellten Netzstruktur ist, daß die Kommunikation sowohl in vertikaler Richtung (zwischen verschiedenen Schichten) als auch in horizontaler Richtung (innerhalb einer Schicht) möglich ist. Das Netz ist ferner IP-basiert. Auf diese Weise können verschiedene Übertragungstechnologien zu einer leistungsfähigen, hybriden Netzstruktur zusammengefaßt werden.

In Tabelle 1 findet sich eine Übersicht über die wesentlichen Eigenschaften von einigen Zugangssystemen.

Tabelle 1: Übersicht über einige Zugangssysteme

Schicht	Standard	Modulationsverfahren	Datenrate	Zellgröße, Mobilität
Verteilung	DVB-T	OFDM, QPSK, QAM	5-30Mb/s	~150-200km, mobil
Verteilung	DAB	OFDM, DQPSK	1,2-1,5Mb/s	~200km mobil
Zellular	UMTS	WCDMA, TDD, FDD	14,4-2Mb/s	Einige km, mobil
„Hot Spot“	Hiperaccess	OFDM, QPSK, QAM	bis 25Mb/s	1-5km, geringe Mobilität
„Hot Spot“	Hiperlan/2	OFDM, BPSK, QAM	6-54Mb/s	50-300m, geringe Mobilität
„Hot Spot“	Hiperlink	OFDM	bis 155Mb/s	bis 150m, kaum Mobilität
„Hot Spot“	IEEE 802.11a	OFDM	bis 54Mb/s	50-300m, geringe Mobilität
PAN	Bluetooth	GMSK	1Mb/s	50m, stationär
PAN	HomeRF	FSK	bis 10Mb/s	50m, stationär
Drahtgebunden	ADSL	DMT	bis 8Mb/s	einige km, stationär

Zur Modulation der Signale werden ausschließlich digitale Modulationsverfahren eingesetzt. Neben den Einträgerverfahren, wie z.B. FSK (*Frequency Shift Keying*), GMSK (*Gaussian Minimum Shift Keying*), verschiedene Formen von PSK (*Phase Shift Keying*) oder QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*), wird oft das Multiträgerverfahren OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) eingesetzt.

Der Grund für die Bevorzugung von OFDM ist die Robustheit dieses Verfahrens gegenüber Mehrwegausbreitung sowie die einfache Implementierungsstruktur, weil dort die Modulation bzw. Demodulation mittels der IDFT- bzw. der DFT (*Inverse Discrete Fourier Transform, Discrete Fourier Transform*) durchgeführt werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit wird ausschließlich diese Modulationsform betrachtet. Die zu modulierenden Daten werden jeweils zu einer

Folge von m -Bit-Gruppen zusammengefaßt und durch Codierung in die komplexwertigen Symbole der verwendeten Modulationsform (z.B. QAM) umgesetzt. Die Folge von so entstandenen komplexwertigen Symbolen kann als eine Frequenzbereichsdarstellung eines Zeitbereichssignals interpretiert werden. Da jedes Symbol einen Unterträger repräsentiert, kann diese Codierungsform daher auch als Subbandmodulation interpretiert werden [53], [138].

Am Empfänger wird das Signal mittels der DFT in den Frequenzbereich überführt, wodurch wieder eine komplexwertige Folge entsteht. Die wesentliche Voraussetzung für eine erfolgreiche Decodierung ist, daß die Unterträger zueinander orthogonal sind. Dies bedeutet im wesentlichen, daß das empfangene Signal die folgenden Eigenschaften aufweist:

- keine Beeinflussung durch Verzerrungen, wie z.B. Intersymbolinterferenzen (ISI)
- entweder Periodizität oder unendliche Länge (diese Bedingung ermöglicht den Einsatz der IDFT und DFT)

Beide Bedingungen werden durch die Einführung eines zyklischen Schutzintervalls erfüllt. Läßt sich die Impulsantwort des Übertragungssystems durch nicht mehr als p Koeffizienten charakterisieren, so wird das zyklische Schutzintervall durch das Anfügen der letzten p Koeffizienten der Zeitbereichssequenz an ihren Anfang gebildet, wodurch ein OFDM-Symbol entsteht. Ein weiterer Vorteil dieser Methode ist, daß auf aufwendige Entzerrmaßnahmen am Empfänger verzichtet werden kann, weil das empfangene Signal im Frequenzbereich lediglich skaliert wird. Der wesentliche Nachteil bei der Verwendung eines Schutzintervalls ist, daß die erzeugte Redundanz zu einer Senkung der Informationsrate führt.

Eines der Kennzeichen künftiger Übertragungstechnologien sind die immer höher werdenden Datenraten, wodurch breitbandige Anwendungen erst ermöglicht werden. Diesem Streben stehen jedoch unverrückbare Gesetze der Informationstheorie und der Physik gegenüber:

Aufgrund des *Shannon*-Theorems sind die maximal erreichbaren Datenraten prinzipiell durch die Kanalkapazität beschränkt [165]. Diese informationstheoretische Schranke kann von den künftigen Systemen aufgrund der notwendig hohen Komplexität jedoch nur dann erreicht werden, wenn der Fortschritt der Mikroelektronik es zuläßt. Die in 1965 von Gordon Moore veröffentlichte Prognose einer jährlichen Verdopplung der Transistordichte trifft zwar immer noch zu, es wird jedoch erwartet, daß dieses empirische „Gesetz“ nur noch etwa für die nächsten zehn Jahre seine Gültigkeit behält [164]. In [166] wurde dieses offensichtliche Dilemma treffend mit den Worten kommentiert:

„Shannon needs more than Moore can deliver“.

1.1 Referenzdatenfreie Kanalschätzung für adaptive Multiträgerübertragung

Eine Annäherung an die *Shannon*-Schranke ist mit einer enormen Komplexität der Systeme verbunden. Die mit den praktischen Systemen erreichbaren Datenraten sind vor allem aus Kostengründen weit von dieser theoretischen Grenze entfernt. Eine Steigerung der Datenraten kann jedoch trotz dieser Limitierung durch eine geeignete Adaption der Systemparameter, wie z.B. die Entzerrerkoeffizienten, an die i.A. zeitvarianten Übertragungsbedingungen erreicht werden [138]. Aus diesem Grund werden derzeit verschiedene Adaptionmöglichkeiten künftiger Übertragungssysteme verstärkt untersucht, beispielsweise von dem bereits erwähnten WWRF [140].

Bei einer Signalübertragung kommt es aufgrund der Kanalverzerrungen zu Intersymbolinterferenzen (ISI), die empfangsseitig durch Entzerrmaßnahmen reduziert werden können. Neben den Kanalverzerrungen wirken sich aber auch additive Störungen, wie z.B. Kanalrauschen, negativ aus. Durch geeignete Codierungsmaßnahmen kann der Entstehung von Bitfehlern entgegenge-

wirkt werden. Da durch Codierung stets Redundanz hinzugefügt wird, ist es für die Erzielung von möglichst hohen Datenraten wichtig, nur soviel Redundanz wie nötig hinzuzufügen. Dies kann beispielsweise durch eine an die momentan herrschenden Übertragungsbedingungen angepasste Codierung erzielt werden.

Neben den Entzerrerkoeffizienten und der Codierung kann durch die Veränderung der Modulationsform oder auch der Sendeleistung eine Erhöhung der Datenrate bzw. eine Verringerung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit erzielt werden [138]. Insbesondere bei OFDM-Übertragung ergibt sich eine Vielzahl von Adaptionmöglichkeiten, weil die zu übertragenden Symbole sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich zur Verfügung stehen. Die möglichen Adaptionansätze sind [167], [138], [146], [137], [139]:

- Empfangsseitige Nachführung der Entzerrerkoeffizienten
- Ausblendung stark gestörter Unterträger: Ist das SNR (*Signal to Noise Ratio*) pro Träger zu gering, um die gewünschte Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu erreichen, so werden dem gestörten Träger gezielt keine Bits zugewiesen. Auf diese Weise können Frequenzbereiche gemieden werden, die zu stark gedämpft sind.
- Skalierung der Sendeleistung pro Träger: Um empfangsseitig das gewünschte SNR zu erreichen, können die Träger gezielt skaliert werden. Mit diesem Verfahren kann bereits sendeseitig der Kanaldämpfung entgegengewirkt werden.
- Subbandmodulation: Jedes Symbol, bzw. eine Gruppe von Symbolen, kann aus einer anderen Modulationsform hervorgehen. Mit diesem Konzept kann direkt die Bandbreiteneffizienz (Quotient aus Übertragungsrate und Bandbreite [2]) erhöht werden.
- Vorentzerrung: Ist dem Sender die Kanalübertragungsfunktion bekannt, so können die Sendesymbole im Frequenzbereich mit der inversen der Kanalübertragungsfunktion derart skaliert werden, daß am Empfänger keinerlei Kanalkorrekturmaßnahmen notwendig sind. Auf diese Weise wird das SNR erhöht, was zu einer Senkung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit führen kann.
- Codierung: Jeweils ein Symbol bzw. eine Gruppe von Symbolen kann gezielt codiert werden.

Diese Adaptionansätze sind sowohl für drahtlose als auch für drahtgebundene OFDM-Systeme, wie z.B. ADSL [18] oder VDSL [19], von Bedeutung. Durch die Adaption der Systemparameter bei drahtlosen Übertragungssystemen kann insbesondere deren Zeitvarianz berücksichtigt werden. Ein weiteres Ziel der Parameteradaption, das sowohl bei drahtlosen als auch bei drahtgebundenen Übertragungssystemen besondere Wichtigkeit hat, ist eine möglichst effiziente Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Bandbreite. Bei den drahtgebundenen Übertragungssystemen, wie beispielsweise dem bereits standardisierten ADSL-System, wird in Abhängigkeit von der Kanalübertragungsfunktion und dem SNR für jeden Träger die Anzahl der Bits zugewiesen, die mit der geforderten Bitfehlerwahrscheinlichkeit übertragen werden kann. Dieser Ansatz wird in Kapitel 2 genauer vorgestellt.

Die wesentliche Voraussetzung für eine Adaptivität drahtloser und drahtgebundener Übertragungssysteme ist die Kenntnis der Kanalimpulsantwort bzw. der Kanalübertragungsfunktion. Um diese zu schätzen, können empfangsseitig bekannte Referenzdaten übertragen werden. Da am Empfänger dann sowohl die gesendeten als auch die empfangenen Signale zur Verfügung stehen, kann zur Schätzung der Kanalimpulsantwort eines der bekannten Verfahren, wie z.B. *Maximum Likelihood*-Schätzung [3], herangezogen werden. Die referenzdatengestützten Schätzverfahren zeichnen sich vor allem durch die schnelle Konvergenzgeschwindigkeit [61] sowie durch eine vertretbare Komplexität aus [40].

Problematisch bei der Verwendung von Referenzdaten ist jedoch, daß sie zu einer Senkung der effektiven Datenrate führen. Die Schätzung der Kanalimpulsantwort, die zu einer Erhöhung der Datenrate durch Adaption des Systems benötigt ist, wird auf Kosten der Datenrate selbst durchgeführt. Aus diesem Grund ist man an möglichst kurzen Referenzdatenfolgen interessiert: Bei

dem Hiperlan Typ 2-System werden beispielsweise den zu übertragenden Daten lediglich zwei OFDM-Referenzsymbole vorangestellt [64]. Ähnlich ist es bei dem DVB-Standard, der ebenfalls die Übertragung von nur zwei Referenzsymbolen vorsieht. Diese kurzen Referenzdatenfolgen sind jedoch oft für eine genügend genaue Schätzung einer Kanalimpulsantwort nicht ausreichend, selbst wenn der Empfänger sich relativ langsam bewegt [86]. Der DVB-T-Standard sieht daher eine andere Struktur der Referenzdaten vor [63]:

- kontinuierliche Belegung von 45 (2k-Mode) bzw. 177 (8k-Mode) Unterträgern mit Referenzsymbolen und
- Einfügung periodischer Zufallssymbole in die zu übertragende Datensequenz.

Die Kanalschätzung kann mit Hilfe dieser Referenzdaten durch eine zweidimensionale Interpolation im Frequenz- und im Zeitbereich durchgeführt werden. Dieser Ansatz erlaubt zwar eine genauere Parameterschätzung, die Komplexität des Verfahrens ist jedoch hoch [158]. Aufgrund der auch hier limitierten Anzahl der Referenzsymbole kann die Parameterschätzung oft nicht genügend genau durchgeführt werden [147].

Aufgrund der mit der Verwendung von Referenzdaten verbundenen Probleme entstand der Bedarf an Verfahren, die eine referenzdatenfreie Kanalschätzung ermöglichen. Zur Schätzung der Kanalimpulsantwort steht dabei lediglich das empfangene Signal zur Verfügung. Aufgrund der fehlenden Referenzinformation ist die referenzdatenfreie Kanalschätzung stets mehrdeutig [67]. Speziell für das Hiperlan/2-System wurde in [85] bzw. [86] vorgeschlagen, die Schätzung der Kanalimpulsantwort mit Hilfe der bereits detektierten Symbole durchzuführen. Auf diese Weise können die Parameter ohne Rückgriff auf die Referenzdaten geschätzt werden. Der wesentliche Nachteil ist jedoch, daß am Empfänger zusätzlich eine Demodulationsstufe implementiert werden muß, wodurch die Systemkomplexität (und somit der Implementierungsaufwand) stark erhöht wird. Für das DVB-T-System wurde in [147] ebenfalls der Einsatz referenzdatenfreier Schätzverfahren in Erwägung gezogen. Das dort diskutierte Verfahren beruht auf der Methode der kleinsten Quadrate (*Least Mean Squares*, LMS). Der Vorteil dieses Ansatzes ist zwar die geringe Komplexität, nachteilig ist jedoch die sehr geringe Konvergenzgeschwindigkeit.

Diese beiden Beispiele veranschaulichen die mit einer referenzdatenfreien Kanalschätzung verbundene, prinzipielle Problematik. Dieser Bereich der Signalverarbeitung befindet sich erst in einem anfänglichen Forschungsstadium [52]. Die mit den bekannten Verfahren erzielbare Konvergenzgeschwindigkeit ist oft gering, die Konvergenz selbst ist auch nicht immer gesichert [67]. Darüber hinaus weisen viele der Verfahren eine enorm hohe Komplexität auf, die einer praktischen Realisierung im Wege steht.

Damit ein referenzdatenfreies Schätzverfahren in praktischen Systemen implementiert werden kann, müssen daher die folgenden Bedingungen erfüllt werden:

- geringe Komplexität
- gesicherte Konvergenz verbunden mit einer genügend schnellen Konvergenzgeschwindigkeit

Im Rahmen dieser Arbeit wird auf die Möglichkeiten zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort unter Beachtung dieser Randbedingungen sowohl für drahtgebundene als auch für drahtlose OFDM-Übertragung eingegangen.

1.2 Technische Anordnung und Struktur der Arbeit

Die vorliegende Arbeit hat zum Ziel, Verfahren zur referenzdatenfreien Kanalschätzung für OFDM-Übertragung zu untersuchen, zu optimieren bzw. zu entwickeln.

In Kapitel 2 wird auf die OFDM-Übertragung eingegangen. Anhand der diskutierten Grundlagen wird zunächst eine zeitdiskrete Darstellung eines OFDM-Systems beschrieben, die im Rah-

men dieser Arbeit ausschließlich verwendet wird. Diesen Grundlagen schließt sich eine Beschreibung der OFDM-Systeme sowohl für die drahtlose als auch für die drahtgebundene Übertragung an. Die drahtlose OFDM-Übertragung innerhalb von Gebäuden wird anhand des Hiperlan/2-Systems diskutiert. Neben den Systemaspekten wird auf die Eigenschaften der Funkübertragungskanäle eingegangen und es wird ein in dieser Arbeit verwendetes Modell einer Funkübertragungsstrecke vorgestellt. Die drahtgebundene OFDM-Übertragung wird am Beispiel des ADSL-Systems diskutiert. Im Vergleich mit einem Funk-OFDM-System weist die Struktur eines drahtgebundenen OFDM-Systems einige Besonderheiten auf. Zunächst sind die Strukturen des Modulators und des Demodulators auf die speziellen Übertragungsbedingungen angepaßt, weil die Kanalimpulsantwort einer drahtgebundenen Übertragungsstrecke reellwertig ist. Da diese i.A. zeitlich sehr ausgedehnt ist, müssen am Empfänger umfangreiche Kanalkorrekturmaßnahmen getroffen werden. Eine Besonderheit des ADSL-Systems ist, daß die Unterträger in Abhängigkeit vom SNR mit Informationsbits belegt werden. Aufgrund der Zeitinvarianz der Kanalimpulsantwort wird diese Belegung nicht mehr verändert.

Der Schwerpunkt des dritten Kapitels liegt bei der Beschreibung der wichtigsten referenzdatenfreien Schätz- und Entzerrverfahren. Zunächst wird auf die direkte Entzerrung eingegangen. Trotz der einfachen Struktur können diese Verfahren aufgrund der schlechten Konvergenzeigenschaften nur dann eingesetzt werden, wenn das Signal bereits vorentzerrt ist. Dieses Problem kann umgangen werden, wenn zunächst die Kanalimpulsantwort geschätzt wird. Dieser Ansatz ist sowohl für die Systemadaptivität als auch für die Entzerrung eines OFDM-Signals besonders interessant. Da am Empfänger keinerlei Referenzinformation zur Verfügung steht, müssen zur Schätzung der Kanalimpulsantwort statistische Methoden herangezogen werden. Falls der Empfänger über keinerlei *a priori* Information über die Struktur der übertragenen Daten verfügt, so ist die Komplexität eines referenzdatenfreien Schätzschemas hoch. Im Falle einer OFDM-Übertragung ist die Struktur der Daten jedoch bekannt. Es zeigt sich, daß anhand der dort stets angefügten zyklischen Ergänzung die Kanalimpulsantwort durch eine Korrelation zwischen den periodischen Signalanteilen referenzdatenfrei geschätzt werden kann.

In Kapitel 4 wird auf die Problematik der Schätzung der Korrelationsfunktionen eingegangen. Zunächst werden die Grundlagen vorgestellt und die notwendigen Eigenschaften der zur Schätzung eingesetzten Verfahren diskutiert. Wird zur Schätzung Zeitmittelung herangezogen, so ergibt sich eine relativ einfache Algorithmusstruktur, die effizient implementiert werden kann. Nachteilig sind jedoch die dort auftretenden Multiplikationen, weil sie den Implementierungsaufwand stark erhöhen. Es wird daher ein Schätzverfahren entwickelt, mit dem die zur referenzdatenfreien Kanalschätzung notwendigen Korrelationsfunktionen lediglich durch Additions- bzw. Subtraktionsoperationen geschätzt werden können. Der Realisierungsaufwand ist gering, weil auf die aufwandsbestimmenden Multiplikations- und Divisionsoperationen verzichtet werden kann.

Es wird ferner gezeigt, daß das entwickelte Verfahren nach einer Anpassung auch zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort für OFDM-Übertragung herangezogen werden kann. Auch in diesem Fall kann auf Multiplikations- bzw. Divisionsoperationen verzichtet werden: Zur Schätzung der Kanalimpulsantwort sind im wesentlichen Additions- und Subtraktionsoperationen notwendig. Aufgrund der geringen Komplexität kann der entwickelte Algorithmus bereits mit Hilfe von Addierern, Gattern und Schieberegistern realisiert werden, ein digitaler Signalprozessor wird daher nicht benötigt. Die Diskussion der Implementierungsaspekte anhand eines Realisierungsbeispiels schließt dieses Kapitel ab.

Im fünften Kapitel wird ein Verfahren vorgeschlagen, mit dem die Konvergenzgeschwindigkeit bei einer referenzdatenfreien Kanalschätzung auf Basis der Schätzung von Korrelationsfunktio-

nen erhöht werden kann. Es wird gezeigt, daß durch eine nachträgliche Filterung der Schätzwerte der Schätzfehler reduziert werden kann. Ausgehend von der Problemstellung, die bei der klassischen linearen Prädiktion auftritt, wird eine *Wiener-Hopf*-Lösung für die gesuchten Filterkoeffizienten hergeleitet. Dabei wird jedoch statistische Zusatzinformation benötigt, die durch referenzdatenfreie Schätzung nicht gewonnen werden kann. Aus diesem Grund wird eine Näherungslösung entwickelt, die auf der Basis einer zusätzlichen referenzdatenfreien Schätzung von Korrelationsfunktionen basiert. Auch diese Lösung ist in Form der *Wiener-Hopf*-Gleichung.

Um die bei der Bestimmung der Filterkoeffizienten notwendige Matrixinversion zu vermeiden, wird eine Rekursionsvorschrift entwickelt, die als eine Erweiterung der *Levinson-Durbin*-Rekursion interpretiert werden kann. Die Bestimmungsgleichung für die Filterkoeffizienten wird dabei iterativ mit Hilfe von zwei Teilrekursionen gelöst. Der Vorteil dabei ist, daß die allgemeine *Wiener-Hopf*-Gleichung, wie sie z.B. auch bei der Bestimmung der Entzerrerkoeffizienten nach dem Kriterium des kleinsten mittleren quadratischen Fehlers auftritt, iterativ gelöst werden kann. Die mit dieser Rekursionslösung verbundene Komplexität wächst quadratisch mit der Filterordnung. Eine Aufwandsbestimmung sowie eine Diskussion der Implementierungsaspekte schließen dieses Kapitel ab.

In Kapitel 6 wird auf die Implementierungsaspekte eingegangen. Zunächst wird das *CORDIC*¹-Verfahren vorgestellt, das zur Implementierung von Signalverarbeitungsalgorithmen besonders gut geeignet ist. Werden referenzdatenfreie Schätzverfahren mit Hilfe von *CORDIC* implementiert, so zeigt sich, daß die Struktur der *CORDIC*-Implementierung vereinfacht werden kann. Dies führt zu einer Reduktion des zur Implementierung benötigten Aufwands, was am Beispiel einer Multiplikationsstruktur veranschaulicht wird. Zum Schluß wird eine *CORDIC*-Architektur angegeben, mit der die Rekursion aus Kapitel 5 realisiert werden kann.

Die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit sowie der Ausblick finden sich in dem abschließenden siebten Kapitel.

1. *Coordinate Rotation Digital Computer*

2 Grundlagen der Übertragung im orthogonalen Frequenzmultiplex

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Aspekte der Übertragung im orthogonalen Frequenzmultiplex (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*, OFDM) beschrieben. In Abschnitt 2.2 werden die Grundlagen von OFDM dargestellt, wobei insbesondere die zeitdiskrete Darstellung einer OFDM-Übertragung von Bedeutung ist, da sie im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich verwendet wird. In Abschnitt 2.3 wird auf die Systemproblematik sowohl bei der drahtlosen als auch bei der drahtgebundenen OFDM-Übertragung eingegangen, wobei dort die wesentlichen Eigenschaften der Übertragungstrecken und die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Kanalmodelle beschrieben werden. Die wesentlichen Inhalte dieses Kapitels sind in Abschnitt 2.4 zusammengefaßt.

2.1 Einführung

Das OFDM-Konzept ist bereits seit Mitte der 60-er Jahre bekannt, als *Chang* einen Aufsatz für ISI- und ICI-freie¹ Multiträgerübertragung über lineare bandbegrenzte Kanäle veröffentlichte [1], [37]. Die Leistungsfähigkeit eines derartigen Systems untersuchte zuerst *Saltzberg* [38]. 1971 zeigten *Weinstein* und *Ebert*, daß die Struktur der Sende- und Empfangsfilterbank einer diskreten Fouriertransformation (DFT) entspricht [39]. Diese Eigenschaft erlaubt eine einfache Implementierung der Sende- und Empfangsfilterbank mit Hilfe der IDFT- und DFT-Operationen. Um die Intersymbol- und Interkanalinterferenz zu eliminieren, wurde zwischen den nachfolgenden Symbolen ein Schutzintervall eingeführt. Das System von *Weinstein* und *Ebert* weist jedoch keine perfekte Orthogonalität zwischen den Unterträgern auf. Dieses Problem wurde von *Peled* und *Ruiz* durch Einführung eines zyklischen Schutzintervalls (*Cyclic Prefix*) gelöst [7], womit am Empfänger ein periodisches Signal vorliegt und daher die Orthogonalität zwischen den Unterträgern erreicht wird, falls die zeitliche Ausdehnung der Kanalimpulsantwort nicht länger als die des Schutzintervalls ist.

Seit Beginn der 90er Jahre ist das Interesse an OFDM stetig gewachsen. Durch die Fortschritte in der Entwicklung moderner digitaler Mikroprozessoren wurde die Implementierung der rechenaufwendigen DFT-Algorithmen bei großen Blocklängen ermöglicht [8]. Aus diesem Grund wurde OFDM erst bei den neueren Standards berücksichtigt. Für die drahtlose Datenübertragung wurde dieses Modulationsverfahren in Europa für den digitalen Hörfunk (*Digital Audio Broadcast*, DAB) [62] und für die digitale Fernsehübertragung (*Terrestrial Digital Video Broadcast*, DVB-T) [63] standardisiert. Darüber hinaus wird OFDM für die lokalen Datennetze (*High Performance Local Area Networks*, Hiperlan Typ 2) verwendet [64]. In den USA wurde ein zu Hiperlan Typ 2 ähnliches System in den IEEE 802.11a Standard übernommen [65]. OFDM wird jedoch auch zur drahtgebundenen Datenübertragung herangezogen, vor allem bei ADSL [18] und VDSL [19].

1. ISI: *Inter Symbol Interference*, ICI: *Inter Channel Interference*

2.2 Grundlagen

Im Falle einer Multiträgerübertragung wird die zur Verfügung stehende Bandbreite in N gleiche Teilbandbreiten unterteilt, was gleichbedeutend ist mit einer Aufteilung eines breitbandigen Kanals in schmalbandige Teilkanäle. Die l -te Eingangsfolge wird zu parallelen m -Bit Folgen zusammengefaßt und jeweils durch identische *Mapper* in komplexwertige Symbole $X_{l,k}$ entsprechend der verwendeten Modulationsform umgesetzt. Nach einer Pulsformung mit Filtern $g(t)$, die eine identische Charakteristik aufweisen, werden die Teildatenströme durch Modulation mit äquidistanten Trägerfrequenzen f_k mit dem Trägerindex $k = -N/2, \dots, N/2$ den Unterträgern zugewiesen und anschließend zu einem komplexwertigen Signal $s_1(t)$ aufsummiert [2] (siehe Abbildung 5).

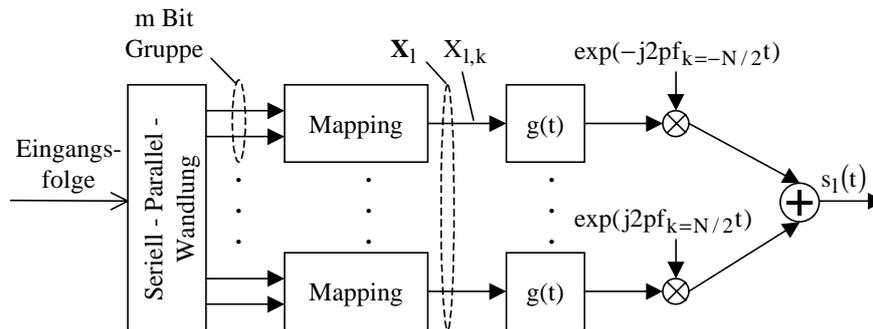


Abbildung 5: Prinzipielle Struktur eines Multiträgersenders (äquivalente Basisbanddarstellung)

Das so gebildete komplexwertige Multiträgersignal wird z.B. durch Quadraturmischung in den Bandpaßbereich verschoben, womit ein reelles Bandpaßsignal erzeugt wird, und über den Kanal übertragen. Der Empfänger ist bezüglich des Senders symmetrisch aufgebaut (siehe Abbildung 6).

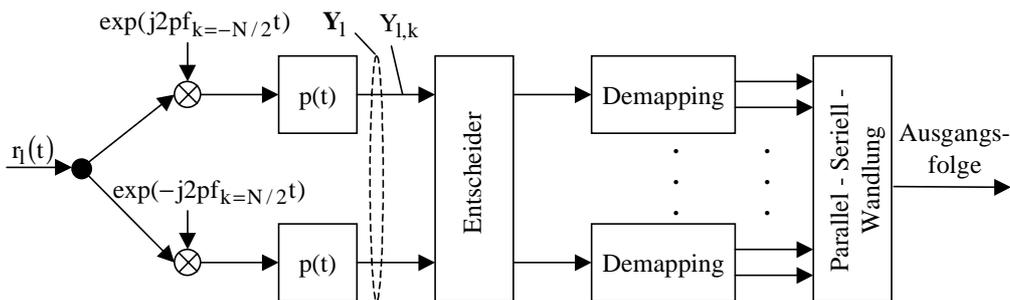


Abbildung 6: Prinzipielle Struktur eines Multiträger-Empfängers (äquivalente Basisbanddarstellung)

Das empfangene Signal wird nach einer Basisbandmischung durch eine zur Sendefilterbank inverse Operation in Teilkanäle aufgeteilt und mit den Tiefpaßfiltern $p(t)$ identischer Charakteristik (i.A. *Matched Filter* bezüglich $g(t)$) gefiltert. Nach Detektion, *Demapping* und Parallel-Seriell-Wandlung entsteht die empfangene Bitfolge.

Die Wahl des Pulsformungsfilters $g(t)$ hat entscheidende Auswirkung auf die Eigenschaften der Multiträgerübertragung. Grundsätzlich können folgende Pulsformungskonzepte gewählt

werden [2]:

1. *si*-Impulsformung zur Gewährleistung idealer Trennung der Kanäle im Frequenzbereich
Der Nachteil dieser Pulsform besteht darin, daß ideale Symboltaktückgewinnung gewährleistet sein muß.
2. *Nyquist*-Impulsformung mit *Offset-QAM*
Neben einer *Nyquist*-Impulsformung werden der Real- und Imaginärteil eines Symbols zeitlich um $T/2$ versetzt gesendet. Dieses Verfahren garantiert für verzerrungsfreie Kanäle ideale Bandbreiteneffizienz. Im Falle von Kanalverzerrungen steigen jedoch die ISI und ICI stark an, was einen großen Aufwand für Kanalkorrekturmaßnahmen bedeutet.
3. Zeitlich getrennte Symbole durch Rechteckfensterung im Zeitbereich. Zur Pulsformung wird hier ein Filter mit rechteckförmiger Charakteristik eingesetzt. Dieser Ansatz wird aufgrund der einfachen Implementierung bei OFDM verwendet.

2.2.1 Sende- und Empfangsstrukturen für OFDM

Bei einer OFDM-Übertragung werden für die Pulsformung $g(t)$ bei einer Symboldauer T Rechteckimpulse der Form (kausale Darstellung)

$$g(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, T] \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.1)$$

angesetzt². Um im Falle einer nichtidealen Abtastung die Kanalverzerrungen zu reduzieren, wird an den Anfang eines Symbols ein Schutzintervall der Dauer T_{CP} angefügt. Dieses Intervall besteht bei OFDM aus einer Kopie des letzten Symbolausschnitts (*Cyclic Prefix*, siehe Abbildung 7).

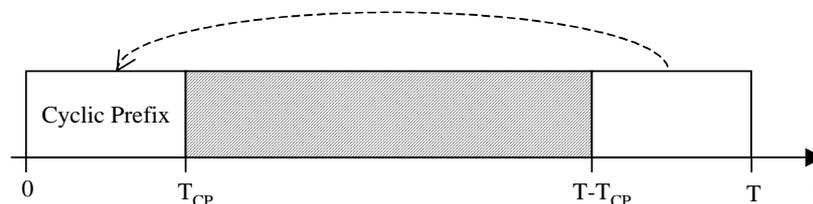


Abbildung 7: Zyklisch ergänztes OFDM-Symbol

Um weitere Untersuchungen zu vereinfachen, werden folgende Annahmen festgelegt:

- Die zeitliche Ausdehnung des *Cyclic Prefix* ist nicht länger als die der Kanalimpulsantwort
- Die Kanalimpulsantwort ist während der Dauer eines OFDM-Symbols zeitinvariant
- Sender und Empfänger sind perfekt synchronisiert
- Die Rauschprozesse sind mittelwertfrei, additiv, weiß und gaußverteilt

Weiterhin wird auf Untersuchung der durch nichtideale Eigenschaften der Analogkomponenten herbeigeführten Effekte verzichtet. Eine ausführliche Ausarbeitung dieser Problematik findet sich in [8].

Werden bei einer OFDM-Übertragung N Teilkanäle der Bandbreite B verwendet, so gilt für die Symboldauer:

2. Im Hinblick auf Abschnitt 2.2.2 wird der Trägerindex k unnummeriert: $k=[0, \dots, N-1]$. Weiterhin wird für die Zeitachse eine kausale Darstellungsform gewählt.

$$T = \frac{N}{B} + T_{\text{CP}}. \quad (2.2)$$

Die Grundwellenform $W_k(t)$ (modulierter Rechteckpuls) läßt sich durch

$$W_k(t) = \begin{cases} \frac{e^{j2\pi\frac{B}{N}k(t-T_{\text{CP}})}}{\sqrt{T-T_{\text{CP}}}}, & t \in [0, T] \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.3)$$

ausdrücken [40]. Der Vorfaktor $1/\sqrt{T-T_{\text{CP}}}$ dient zur Skalierung der Sendeleistung. Da in der Definition von $W_k(t)$ dieselbe Exponentialfunktion wie bei der (inversen) Fouriertransformation auftritt [42], werden die komplexen Symbole $X_{l,k}$ vor der Sendefilterbank als Frequenzbereichssignale bei $f = f_k$ bezeichnet. Nach der Sendefilterbank gilt analog die Bezeichnung „Zeitbereich“. Diese Signale werden mit Kleinbuchstaben gekennzeichnet.

Die zyklische Ergänzung kann formal in der Grundwellenform berücksichtigt werden:

$$W_k(t) = W_k\left(t + \frac{N}{B}\right), t \in [0, T_{\text{CP}}]. \quad (2.4)$$

Das l -te OFDM-Symbol $s_l(t)$ läßt sich nun als eine mit $X_{l,k}$ gewichtete Überlagerung der Grundwellenformen darstellen [40]:

$$s_l(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_{k,l} W_k(t-lT). \quad (2.5)$$

Wird eine unendlich lange OFDM-Sequenz angenommen, so folgt für das gesendete OFDM-Signal:

$$s(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} X_{k,l} W_k(t-lT). \quad (2.6)$$

In Abbildung 8 ist der Betrag der gesendeten Symbole $X_k(jf)$ (auf Maximalwert normiert) dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, daß an den Stellen der Trägerfrequenzen f_k die Symbole orthogonal zueinander sind.

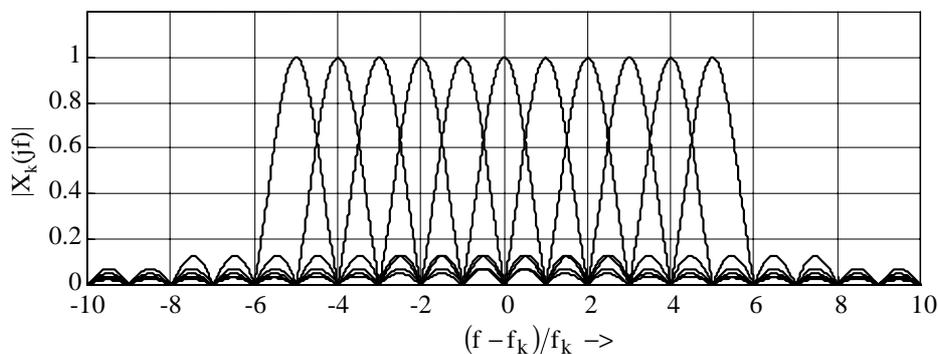


Abbildung 8: Betrag der gesendeten OFDM-Symbole im Frequenzbereich

Im Empfänger werden bezüglich des Senders inverse Operationen durchgeführt. Am Eingang wird zunächst das *Cyclic Prefix* entfernt. Die zeitliche Dauer des Empfangsfilters mit einer ebenfalls rechteckförmigen Impulsantwort ist daher kürzer als die des Sendefilters:

$$W'_k(t) = \begin{cases} W_k^*(T-t), t \in [0, T - T_{CP}] \\ 0, \text{sonst} \end{cases} \quad (2.7)$$

Das empfangene Symbol $Y_{l,k}$ läßt sich unter Berücksichtigung der Kanalimpulsantwort $h(t)$ wie folgt ausdrücken [40]:

$$Y_{l,k} = \int_{T_{CP}}^T \left(\int_0^{T_{CP}} h(\tau) \left[\sum_{\tilde{k}=0}^{N-1} X_{l,\tilde{k}} W_{\tilde{k}}(t-\tau) \right] dt \right) W_k^*(t) dt + \int_{T_{CP}}^T n(T-t) W_k^*(t) dt. \quad (2.8)$$

Zur Unterscheidung der Indizes am Sender und am Empfänger wurde in (2.8) zusätzlich \tilde{k} eingeführt.

Wird die Kanalimpulsantwort während eines OFDM-Symbols als zeitinvariant angenommen, so folgt für (2.8):

$$Y_{l,k} = \sum_{\tilde{k}=0}^{N-1} X_{l,\tilde{k}} \int_{T_{CP}}^T \left(\int_0^{T_{CP}} h(\tau) W_{\tilde{k}}(t-\tau) dt \right) W_k^*(t) dt + \int_{T_{CP}}^T n(T-t) W_k^*(t) dt. \quad (2.9)$$

Wird ferner berücksichtigt, daß $T_{CP} < t < T$ und $0 < \tau < T_{CP}$, d.h. $0 < t - \tau < T$, dann folgt für das innere Integral aus (2.9) [40]:

$$\int_0^{T_{CP}} h(\tau) W_{\tilde{k}}(t-\tau) dt = \frac{e^{j2\pi \frac{B}{N} \tilde{k}(t-T_{CP})}}{\sqrt{T-T_{CP}}} \cdot \int_0^{T_{CP}} h(\tau) e^{-j2\pi \frac{B}{N} \tilde{k}\tau} d\tau. \quad (2.10)$$

Der letzte Ausdruck von (2.10) ist gleichbedeutend mit der Fouriertransformierten der Kanalimpulsantwort an den Frequenzen $f_{\tilde{k}} = \tilde{k}B/N$:

$$H_{\tilde{k}} = \int_0^{T_{CP}} h(\tau) e^{-j2\pi \frac{B}{N} \tilde{k}\tau} d\tau. \quad (2.11)$$

Am Ausgang der Empfangsfilterbank liegt demnach folgendes Signal vor:

$$Y_{l,k} = \sum_{\tilde{k}=0}^{N-1} X_{l,\tilde{k}} H_{\tilde{k}} \int_{T_{CP}}^T W_{\tilde{k}}(t) W_k^*(t) dt + N_{l,k}. \quad (2.12)$$

Mit $N_{l,k}$ ist die Fouriertransformierte von $n(t)$ gemäß

$$N_{l,k} = \int_{T_{CP}}^T n(T-t) W_k^*(t) dt$$

bezeichnet.

Da die Impulsantworten der Sende- und Empfangsfilterbank orthogonal zueinander sind, folgt unter Verwendung der *Kronecker-Funktion* δ [42]:

$$\int_{T_{CP}}^T W_{\tilde{k}}(t) W_k^*(t) dt = \delta(k - \tilde{k}). \quad (2.13)$$

Unter Ausnutzung der Ausblende-eigenschaft von δ kann Gleichung (2.12) auf

$$Y_{l,k} = H_k X_{l,k} + N_{l,k} \quad (2.14)$$

reduziert werden. Mit H_k werden jeweils die Koeffizienten der Fouriertransformierten der Kanalimpulsantwort bei $f = f_k$ bezeichnet.

Wird das *Cyclic Prefix* als Schutzintervall angefügt, so ist das empfangene Signal frei von ICI und ISI. Anhand von (2.14) ist darüber hinaus eine Interpretation eines OFDM-Systems im Frequenzbereich als ein Ensemble von parallelen Übertragungssystemen mit einem jeweils dazugehörigen AWGN-Kanal möglich [40]. In Abbildung 9 ist ein solches System dargestellt.

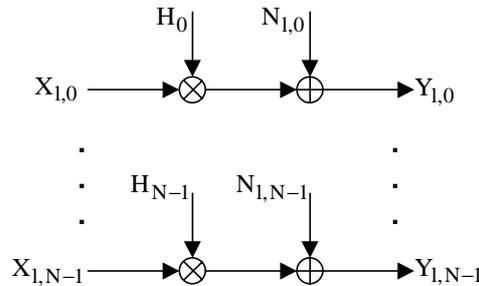


Abbildung 9: OFDM-System als eine Anordnung paralleler Übertragungssysteme

Das in Abbildung 9 dargestellte Modell eines OFDM-Systems im Frequenzbereich hat seine Gültigkeit nur dann, wenn die zeitliche Ausdehnung T_{CP} des *Cyclic Prefix* nicht kürzer als die der Kanalimpulsantwort ist.

Der Einsatz des Schutzintervalls ist aufgrund der verschiedenen Dauer der Impulsantworten des Sende- und Empfangsfilters mit einem Verlust im Störabstand (ΔSNR) verbunden, der mit der Länge des Schutzintervalls steigt [2]:

$$\Delta SNR = 1 - \frac{T_{CP}}{T}. \quad (2.15)$$

Ist die zeitliche Dauer der Kanalimpulsantwort sehr lang, so steigt ΔSNR bei konstanter Dauer der Impulsantwort des Sendefilters. Um bei gleichbleibender Bandbreite diesem Effekt entgegenzutreten, müssen zusätzliche Kanalkorrekturmaßnahmen im Empfänger getroffen werden. Dies ist insbesondere im Zusammenhang mit der OFDM-Übertragung über Kupferdoppelader notwendig. Auf diese Thematik wird näher in Abschnitt 2.3.2 eingegangen.

2.2.2 Zeitdiskrete Darstellung eines OFDM-Systems

Wird das Signal zu den Zeitpunkten $t_n = nT$ mit $n = 0, \dots, N-1$ abgetastet, so entspricht die nutzbare OFDM-Symboldauer N Abtastwerten. Für die diskreten Trägerfrequenzen f_k gilt dann:

$$f_k = \frac{k}{NT}. \quad (2.16)$$

In Analogie zu (2.3) wird weiterhin eine diskrete Grundwellenform definiert:

$$W_N^{nk} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi \frac{nk}{N}}. \quad (2.17)$$

Aus formalen Gründen ist W_N^{nk} konjugiert dargestellt. Mit (2.17) können eine DFT-Matrix \mathbf{F}

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} W_N^{00} & \dots & \dots & W_N^{0(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_N^{(N-1)0} & \dots & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

sowie eine Modulationsmatrix \mathbf{M} , die das Anfügen von *Cyclic Prefix* und die DFT vereint,

$$\mathbf{M} = [\mathbf{F}_{CP}^T, \mathbf{F}^T]^T \quad (2.19)$$

definiert werden. Die Matrix \mathbf{F}_{CP} drückt formal in Analogie zu (2.4) die Modulation des angefügten Schutzintervalls aus. Besteht das *Cyclic Prefix* aus p Abtastwerten, so besteht die Matrix \mathbf{F}_{CP} aus den letzten p Reihen von \mathbf{F} . Mit

$$\mathbf{X}_1 = [X_{1,0}, \dots, X_{1,N-1}]^T \quad (2.20)$$

ergibt sich mit Hilfe der Matrixnotation folgender Ausdruck für das l -te gesendete OFDM-Symbol:

$$\mathbf{s}_1 = \mathbf{M}^H \mathbf{X}_1. \quad (2.21)$$

In Abbildung 10 ist die formale Struktur eines OFDM-Modulators dargestellt.

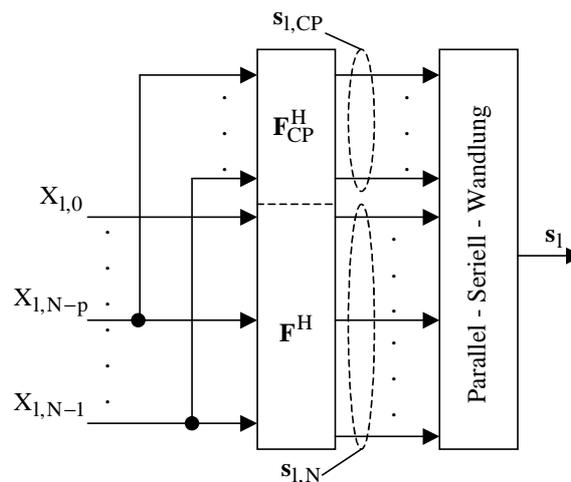


Abbildung 10: Formale Struktur einer OFDM-Modulation

Das OFDM-Zeitbereichssignal s_1 kann als Zusammensetzung aus dem Nutzanteil $s_{1,N}$ und

dem Redundanzsignal $\mathbf{s}_{l,CP}$ (*Cyclic Prefix*) verstanden werden:

$$\begin{aligned}\mathbf{s}_l &= [\mathbf{s}_{l,CP}^T, \mathbf{s}_{l,N}^T]^T \\ \mathbf{s}_{l,CP} &= [s_{l,N-p}, \dots, s_{l,N-1}]^T \\ \mathbf{s}_{l,N} &= [s_{l,0}, \dots, s_{l,N-1}]^T.\end{aligned}\quad (2.22)$$

Für den Nutzanteil $\mathbf{s}_{l,N}$ gilt:

$$\mathbf{s}_{l,N} = \mathbf{F}^H \mathbf{X}_l. \quad (2.23)$$

Besteht die Kanalimpulsantwort aus p Koeffizienten, d.h. $\mathbf{h} = [h_0, \dots, h_{p-1}]^T$, so hat die Kanalfaltungsmatrix \mathbf{H}_T die folgende Gestalt [2]

$$\mathbf{H}_T = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \\ h_{p-1} & \dots & h_0 & 0 & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & h_{p-1} & \dots & h_0 \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

Wird das gesendete Signal \mathbf{s}_l mit der Kanalimpulsantwort gefaltet und wird additiv ein Gauß-prozeß überlagert, so läßt sich für das empfangene Zeitbereichssignal \mathbf{r}_l folgender Ausdruck angeben:

$$\mathbf{r}_l = \mathbf{H}_T \mathbf{s}_l + \mathbf{n}_l. \quad (2.25)$$

Hierbei bezeichnet \mathbf{n}_l den Vektor des überlagerten Rauschprozesses.

Am Empfänger wird das OFDM-Signal \mathbf{r}_l zunächst vom *Cyclic Prefix* befreit und demoduliert, wobei wie in (2.22) ebenfalls eine Aufteilung in Nutz- bzw. Redundanzsignal vorgenommen werden kann:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_l &= [\mathbf{r}_{l,CP}^T, \mathbf{r}_{l,N}^T]^T \\ \mathbf{r}_{l,CP} &= [r_{l,N-p}, \dots, r_{l,N-1}]^T \\ \mathbf{r}_{l,N} &= [r_{l,0}, \dots, r_{l,N-1}]^T.\end{aligned}\quad (2.26)$$

In Abbildung 11 ist die formale Struktur der OFDM-Empfangsfilterbank dargestellt. Nach einer Seriell-Parallel-Wandlung werden die ersten p Abtastwerte von \mathbf{r}_l (entsprechend der Länge des *Cyclic Prefix*) abgespalten. Die Empfangsfilterbank \mathbf{F} wird nur auf den Nutzanteil $\mathbf{r}_{l,N}$ angewendet.

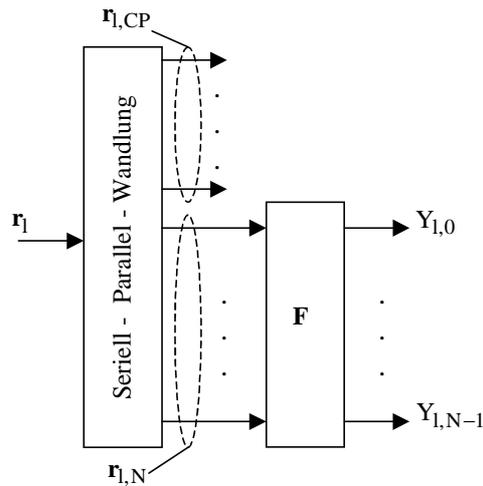


Abbildung 11: Formale Struktur einer OFDM-Demodulation

Der Kanaleinfluß, der in $\mathbf{r}_{l,N}$ enthalten ist, läßt sich mit Hilfe einer zirkulären Matrix \mathbf{H}_C beschreiben [8]:

$$\mathbf{H}_C = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & h_{P-1} & \dots & h_1 \\ h_1 & h_0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & h_0 & \dots & \dots & h_{P-1} \\ h_{P-1} & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots \\ 0 & h_{P-1} & \dots & \dots & h_0 & 0 \\ \dots & 0 & h_{P-1} & \dots & \dots & h_0 \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

Mit (2.23), (2.25) und (2.27) läßt sich das empfangene Signal nach der Empfangsfilterbank wie folgt darstellen:

$$\mathbf{Y}_l = \mathbf{F} \mathbf{H}_C \mathbf{F}^H \mathbf{X}_l + \mathbf{N}_l. \quad (2.28)$$

Da \mathbf{H}_C zirkulär ist, folgt aus (2.28) die zeitdiskrete Darstellung von (2.14) [14]:

$$\mathbf{Y}_l = \begin{bmatrix} H_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & H_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & H_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{l,0} \\ \dots \\ \dots \\ X_{l,N-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{l,0} \\ \dots \\ \dots \\ N_{l,N-1} \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Die Koeffizienten der Kanalübertragungsfunktion $\mathbf{H} = [H_0, \dots, H_{N-1}]$ entsprechen exakt der DFT der Kanalimpulsantwort $h(t)$. Da in Abwesenheit von ICI und ISI jeder Teilkanal aus einem skalaren Koeffizienten besteht, reduziert sich die Entzerrung des empfangenen Signals auf eine Multiplikation jedes Teilkanalsignals $Y_{l,k}$ mit dem inversen Kanalkoeffizienten $1/H_k$. Diese Form der Entzerrung (Frequenzbereichsentzerrung, FBE) entspricht dem *Zero Forcing-Prinzip* [5]. Alternativ können auch die nach dem MMQF-Kriterium (minimaler mittlerer quadratischer Fehler) entworfenen Entzerrer herangezogen werden [8].

Die zeitdiskrete Betrachtung eines OFDM-Systems eröffnet eine effiziente Realisierungsmöglichkeit mit Hilfe digitaler Signalverarbeitungsalgorithmen. Im Sender werden die Symbole nach der Signalraumzuordnung mit Hilfe der IDFT moduliert. Das Anfügen des *Cyclic Prefix* kann durch einen geeigneten Parallel-Seriell-Wandler realisiert werden. Am Ausgang der Sendestufe erhält man das komplexwertige Basisbandsignal, das nach einer D/A-Wandlung und anschließender Modulation übertragen wird.

In Abbildung 12 ist eine prinzipielle Struktur eines OFDM-Senders dargestellt. Die Eingangsfolge wird zunächst seriell-parallel gewandelt und danach auf eine Signalraumkonstellation abgebildet (*Mapping*). Nach der IDFT wird das *Cyclic Prefix* angefügt, wobei diese Operation im Gegensatz zur formalen Definition in Abbildung 10 aus Gründen der Recheneffizienz am Parallel-Seriell-Wandler durchgeführt werden kann. Das so entstandene Signal wird D/A-gewandelt und, nach einer möglichen Verschiebung in den Bandpaßbereich, über den Kanal übertragen. Die Struktur eines OFDM-Empfängers ist in Abbildung 13 dargestellt. Das empfangene Signal wird zunächst, falls notwendig, in das Basisband verschoben. Nach einer Bandbegrenzung und Abtastung erfolgt die Seriell-Parallel-Wandlung und Trennung des *Cyclic Prefix*. Die Empfangsfilterbank wird in Form einer DFT realisiert. Das spektral wieder getrennte Signal wird mit einem FBE entzerrt und einem Entscheider zugeführt. Nach *Demapping* und Parallel-Seriell-Wandlung erhält man eine zeitdiskrete Bitfolge.

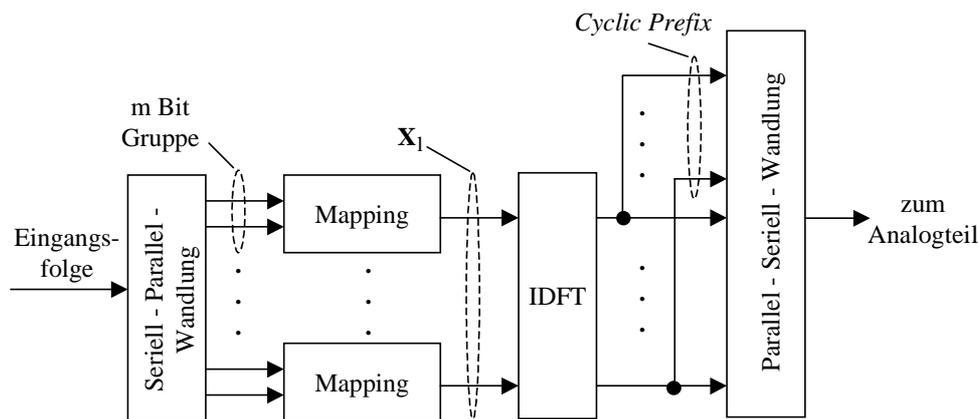


Abbildung 12: Zeitdiskretes Modell eines OFDM-Senders

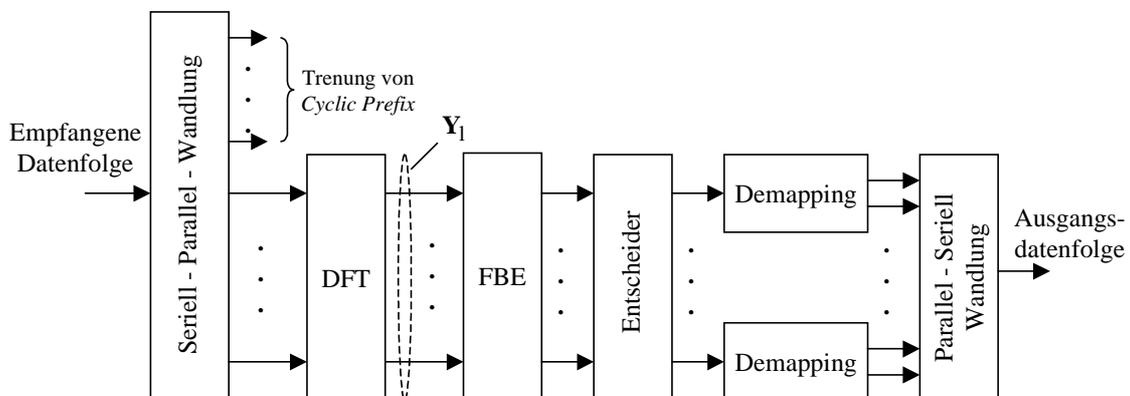


Abbildung 13: Zeitdiskretes Modell eines OFDM-Empfängers

2.2.3 Zeitdiskretes Modell eines zeitvarianten Übertragungskanals

In dem vorangegangenen Abschnitt wurde eine zeitdiskrete Darstellung eines OFDM-Senders und -Empfängers vorgestellt. Die Eigenschaften eines zeitvarianten Übertragungskanals lassen sich im äquivalenten Basisband ebenfalls zeitdiskret beschreiben. In Abbildung 14 ist das Modell eines Übertragungssystems dargestellt.

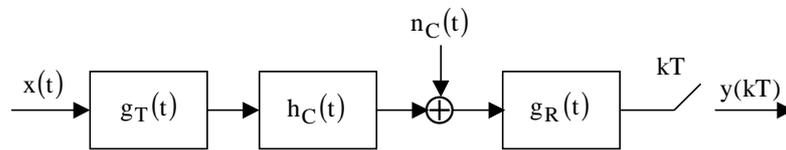


Abbildung 14: Modell eines Übertragungssystems

Die zu übertragenden Signale $x(t)$ werden zunächst durch das Sendefilter $g_T(t)$ spektral geformt. Anschließend wird das Signal über einen zeitvarianten Übertragungskanal $h_C(t)$ übertragen. Störungen treten am Kanalausgang auf in der Form von Intersymbolinterferenzen (ISI) sowie in der Form von additiven, gaußverteilten, mittelwertfreien Rauschprozessen $n_C(t)$. Am Empfängereingang wird das Signal zunächst durch ein Filter mit der Impulsantwort $g_R(t)$ bandbegrenzt und zu den Zeitpunkten $t = kT$ abgetastet.

Mit Hilfe der folgenden Vereinbarungen

$$h_k = g_T(t) \cdot h_C(t) \cdot g_R(t) \Big|_{t=kT} \quad (2.30)$$

$$n_k = n_C(t) \cdot g_R(t) \Big|_{t=kT} \quad (2.31)$$

kann ein zeitdiskretes Kanalmodell, wie in Abbildung 15 dargestellt, angegeben werden.

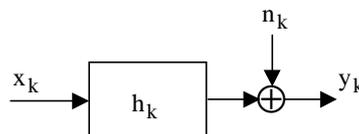


Abbildung 15: Zeitdiskretes Modell eines Übertragungssystems

Hierbei wurden die Impulsantworten des Sende- und Empfangsfilters sowie des physikalischen Kanals in der zeitdiskreten Basisbandimpulsantwort h_k zusammengefaßt (im folgenden mit „Kanalimpulsantwort“ bezeichnet). Am Ausgang des Empfangsfilters entsteht das Rauschsignal n_k .

Im Rahmen dieser Arbeit wird stets, ungeachtet deren Realisierbarkeit, von einer idealen Bandbegrenzung am Eingang des Empfängers ausgegangen. Eine Analyse der mit einer endlichen Flankensteilheit verbundenen Effekte bei OFDM-Systemen findet sich in [85].

2.3 OFDM-Systeme

2.3.1 Funkübertragung

Wird OFDM bei einer Funkübertragung verwendet, so muß zwischen einer Verbindung von der Basisstation zum Teilnehmer hin (*Downlink*) und einer Verbindung von einem Teilnehmer zur

Basisstation (*Uplink*) unterschieden werden. *Downlink*-Verbindungen ermöglichen lediglich reine Verteildienste, die einen Rückkanal i.A. nicht erfordern. Aus diesem Grunde ist bei einem reinen Verteildienst keine logische Steuerung des Zugriffs auf das Übertragungsmedium notwendig (diese Aufgabe wird sonst von der Schicht 2 des OSI-Referenzmodells übernommen). Da bei einer *Downlink*-Verbindung jeder Teilnehmer sich stets auf die Basisstation adaptieren muß, werden Referenzdaten (sog. Pilotsymbole) übertragen, die zur Synchronisation und Kanalschätzung herangezogen werden. Eine Möglichkeit zur dynamischen Adaption der Übertragungsparameter besteht bei einem Verteildienst daher nicht.

Im Falle einer *Downlink*- und *Uplink*-Verbindung hat jeder Teilnehmer die Möglichkeit, Daten mit der Basisstation auszutauschen (siehe Abbildung 16).

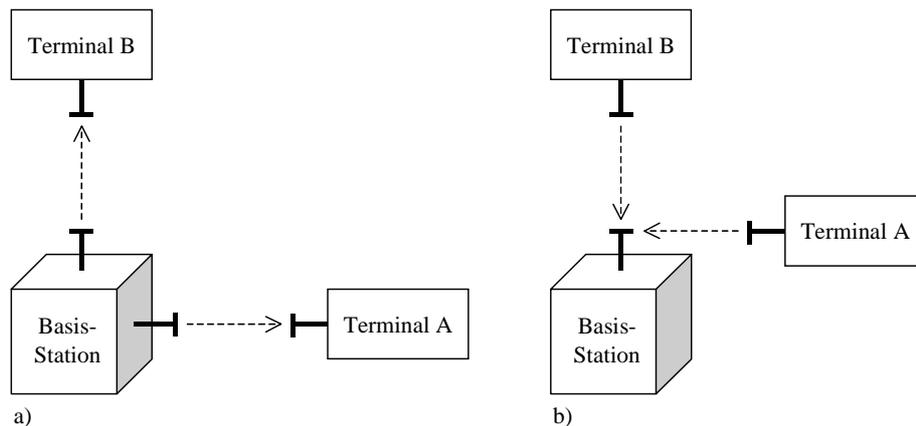


Abbildung 16: Funkzugangstruktur: a) *Downlink*, b) *Uplink*

Das Hauptproblem bei dieser Verbindungsart besteht in der Trennung der Teilnehmer an der Basisstation. Um eine ausreichende Orthogonalität zwischen den empfangenen Teilnehmersignalen zu gewährleisten, werden im Zusammenhang mit OFDM folgende Konzepte zur Steuerung des Vielfachzugriffs auf das Übertragungsmedium unterschieden [8]:

1. *Time Division Multiple Access* (TDMA): Das Übertragungsmedium wird in nicht überlappende Zeitschlitze (*Slots*) unterteilt. Jedem Teilnehmer wird im gleichen Frequenzband ein Zeitschlitz zugewiesen, wobei die Steuerungsfunktion durch die Schicht 2 des OSI-Referenzmodells übernommen wird.
2. *Frequency Division Multiple Access* (FDMA): Das Übertragungsmedium wird in Frequenzbänder unterteilt, wobei jedem Teilnehmer ein Frequenzband zugewiesen wird. Bei einer großen Teilnehmeranzahl ist darüber hinaus eine Kombination mit TDMA möglich.
3. *Code Division Multiple Access* (CDMA): In Zusammenhang mit diesem Zugriffsverfahren muß zwischen *Direct Sequence-CDMA* (DS-CDMA) und *Frequency Hopping-CDMA* (FH-CDMA) unterschieden werden. Bei DS-CDMA sendet jeder Teilnehmer im gleichen Frequenzband. Zur Trennung der Signale werden orthogonale Pseudozufallsfolgen verwendet. Das Prinzip von FH-CDMA ist mit FDMA vergleichbar: Jedem Teilnehmer wird ein Frequenzband zugeteilt. Diese Zuteilung ist jedoch im Unterschied zu FDMA nicht fest, sondern wird durch einen Pseudozufallscode festgelegt [2].
4. *Space Division Multiple Access* (SDMA): Die Trennung der Teilnehmersignale erfolgt anhand der unterschiedlichen Einfallsrichtungen [60].

Das FDMA-Konzept ist der „natürliche“ Ansatz für eine OFDM-Übertragung. In [10] wird vorgeschlagen, die orthogonalen Unterträger auf die Teilnehmer aufzuteilen. Dieser Ansatz ermöglicht eine effiziente Realisierung, da die einzelnen Teilnehmersignale mit einem einzigen

OFDM-Empfänger demoduliert werden können. Mit diesem Konzept kann darüber hinaus die effektive Bandbreite effizienter genutzt werden, wenn nicht nur zwischen den Teilnehmern, sondern auch zwischen der Priorität der Datenströme unterschieden wird. Ein derartiges Konzept wurde in [11] vorgeschlagen.

Bei OFDM-TDMA wird jedem Teilnehmer ein Zeitschlitz zugeteilt, innerhalb dessen alle Unterträger belegt werden. Jeder Zeitschlitz kann darüber hinaus, abhängig von seiner zeitlichen Ausdehnung, aus mehreren OFDM-Symbolen bestehen [12], [8].

Das CDMA-Verfahren stellt im Gegensatz zu FDMA oder TDMA ein prinzipiell anderes Konzept eines Vielfachzugriffs dar [13]. Die Orthogonalität der Teilnehmersignale wird durch eine Pseudozufallssequenz hergestellt. Wird DS-CDMA in Verbindung mit OFDM verwendet, so kann die spektrale Spreizung entweder vor oder nach der Seriell-Parallel-Wandlung realisiert werden. Im letzten Fall spricht man von *Multicarrier-CDMA* (MC-CDMA).

2.3.1.1 Eigenschaften des Funkkanals

Wird das gesendete Signal von einem mobilen Empfänger empfangen, so ist die Übertragung durch mehrere Faktoren beeinflusst. Das empfangene Signal setzt sich aus einer oder mehreren Komponenten zusammen, die sich über verschiedene Pfade ausbreiten. Die Pfadlänge bestimmt die zeitliche Verzögerung. Die empfangenen Signale setzen sich aus reflektierten Wellen zusammen und - im Falle einer „Sichtverbindung“ zur Basisstation - aus Direktkomponenten (*Line of Sight*, LOS). Diese Überlagerung führt aufgrund der Interferenzen zwischen den Wellenfronten zu zeit- und ortsvarianten Einbrüchen in der empfangenen Leistung (*Fading*) [5]. Da sich das empfangene Signal aus einer Vielzahl von Komponenten zusammensetzt, kann davon ausgegangen werden, daß die Kanaleigenschaften mit statistischen gaußverteilten Zufallsprozessen nachgebildet werden können [15].

Ist das empfangene Signal durch eine oder mehrere Direktkomponenten überlagert, so kann für die Verteilungsdichte dieser (i.A. komplexen) Prozesse eine *Rice-Verteilung* angenommen werden (*Rice-Fading*). Enthält das empfangene Signal hingegen keine Direktkomponenten, so ergibt sich für die Zufallsprozesse eine *Rayleigh-Verteilung* (*Rayleigh-Fading*) [2].

Neben der Mehrwegeausbreitung verschiebt sich bei einem mobilen Empfänger aufgrund des Dopplereffekts die Frequenz der empfangenen Teilwellen um

$$f_{\max} = \frac{v}{c_0} f_0 \cos \alpha_n. \quad (2.32)$$

Dabei bezeichnen v die Geschwindigkeit des Empfängers, f_0 die Trägerfrequenz, c_0 die Lichtgeschwindigkeit und α_n den Winkel zwischen dem n -ten Pfad und der Fahrtrichtung. Diese Dopplerverschiebung verursacht die Zeitvarianz der Impulsantwort des Übertragungssystems. Das Leistungsdichtespektrum $S(f)$ der Dopplerfrequenzen wird für kurze und mittlere Verzögerungen mit der *Jakes-Funktion* beschrieben [15]:

$$S(f) = \begin{cases} \frac{\sigma_0^2}{\pi f_{\max} \sqrt{1 - (f/f_{\max})^2}}, & |f| \leq f_{\max} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.33)$$

Mit σ_0^2 ist die Varianz der Prozesse bezeichnet. Das Leistungsdichtespektrum der direkten Komponente wird hingegen mit Hilfe der *Rice-Verteilung* charakterisiert [15]:

$$S(f) = \begin{cases} \frac{0,41 \cdot \sigma_0^2}{\pi f_{\max} \sqrt{1 - (f/f_{\max})^2}} + 0,91 \cdot \delta(f - 0,7f_{\max}) & \\ 0, \text{sonst} & \end{cases} \quad (2.34)$$

Wird ein Übertragungssystem im äquivalenten Basisband betrachtet, so können (unter Beachtung des Abtasttheorems) frequenz- und zeitselektive Impulsantworten zeitvarianter Übertragungskanäle unter der Annahme endlich vieler Ausbreitungswege mit den diskreten Laufzeiten $\tau_0, \dots, \tau_{p-1}$ durch ein Transversalfilter mit p zeitvarianten Koeffizienten $h_k(t)$ modelliert werden [5]. Die Impulsantwort eines zeitvarianten Übertragungskanals lautet:

$$h(t, \tau) = \sum_{k=0}^{p-1} h_k(t) \delta(\tau - \tau_k). \quad (2.35)$$

Hierbei bedeuten t den absoluten Meßzeitpunkt, τ die Differenz zwischen Meß- und Erregungszeitpunkt (Verzögerung) und $\delta(\cdot)$ die *Dirac*-Deltafunktion. Der komplexe Prozeß $h_k(t)$ beschreibt die zeitvarianten Veränderungen der Amplituden und Phasen auf den verschiedenen Übertragungspfaden.

Für eine Rechnersimulation eines zeitvarianten Übertragungskanals ist man jedoch an einer zeitdiskreten Darstellung von (2.35) in der Form

$$h(n, \tau) = \sum_{k=0}^{p-1} h_k(n) \delta(\tau - \tau_k) \quad (2.36)$$

interessiert. Die einzelnen zeitvarianten Koeffizienten $h_k(n)$ werden ihrerseits durch eine Überlagerung von mehreren komplexen Teilprozessen nachgebildet, die unterschiedliche Amplituden, Phasen- und Dopplerverschiebungen aufweisen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden diese Koeffizienten zum Zeitpunkt $t = mT$ wie folgt bestimmt [2]:

$$h_k(n) = \frac{a_k}{\sqrt{N}} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} e^{j(2\pi \cdot f_{D,k}(i) \cdot mT + \varphi_k(i))}. \quad (2.37)$$

Mit N ist die Anzahl der Echopfade bezeichnet (z.B. 100), $f_{D,k} = 0, k = 0, \dots, p-1$ sind die Dopplerfrequenzen im Intervall $[-f_{\max}, \dots, f_{\max}]$ und $\varphi_k(\cdot), k = 0, \dots, p-1$ sind die im Intervall $[0, \dots, 2\pi]$ gleichverteilten Phasen eines jeden Echopfades bezeichnet. Das Kanalprofil wird durch die Koeffizienten a_k bestimmt, wobei mit dem Term $e^{j(\cdot)}$ die *Rayleigh*-Statistik nachgebildet wird [85].

Werden zeitinvariante Kanalimpulsantworten simuliert, so folgt:

$$h_k = \frac{a_k}{\sqrt{N}} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} e^{j(2\varphi_k(i))}. \quad (2.38)$$

Ein zeitdiskretes Symboltaktmodell für zeitvariante, frequenzselektive Kanäle ist in Abbildung 17 dargestellt.

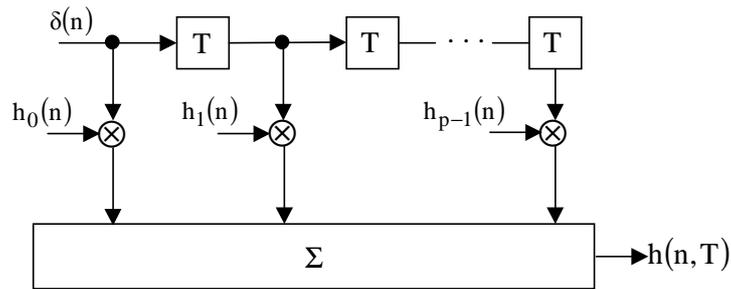


Abbildung 17: Zeitdiskretes Kanalmodell

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten zeitdiskreten Kanalmodelle basieren auf den von ETSI für Hiperlan Typ 2 veröffentlichten Messergebnissen [79]. Es handelt sich hierbei um fünf Kanalklassen, deren wesentliche Eigenschaften in Tabelle 2 zusammengefaßt sind.

Ein weiteres Kennzeichen von Umgebungen innerhalb von Gebäuden ist die sehr geringe Zeitvarianz der Kanalimpulsantwort. Bei einer Geschwindigkeit des mobilen Teilnehmers von $v = 3\text{m/s}$ und der Trägerfrequenz von $5,2\text{GHz}$ beträgt die Dopplerfrequenz etwa 52Hz .

Der Betrag der simulierten, zeitvarianten Impulsantwort ist in Abbildung 18 dargestellt. Abbildung 19 zeigt den dazugehörigen Betrag der Übertragungsfunktion. Es handelt sich hier um den Kanaltyp A, wobei ein 20ms langer Zeitabschnitt simuliert wurde. Die Kanalspezifikation ist im Anhang C angefügt.

Tabelle 2: Eigenschaften der Hiperlan Typ 2-Übertragungskanäle

Name	Mittlere Impulsverbreitung [ns]	Charakteristik	Umgebung
A	50	<i>Rayleigh</i>	Innerhalb von Gebäuden, kein LOS
B	100	<i>Rayleigh</i>	Innerhalb von Gebäuden, offener Raum, kein LOS
C	150	<i>Rayleigh</i>	offener Raum, kein LOS
D	140	<i>Rice</i>	offener Raum, LOS
E	250	<i>Rayleigh</i>	offener Raum, LOS

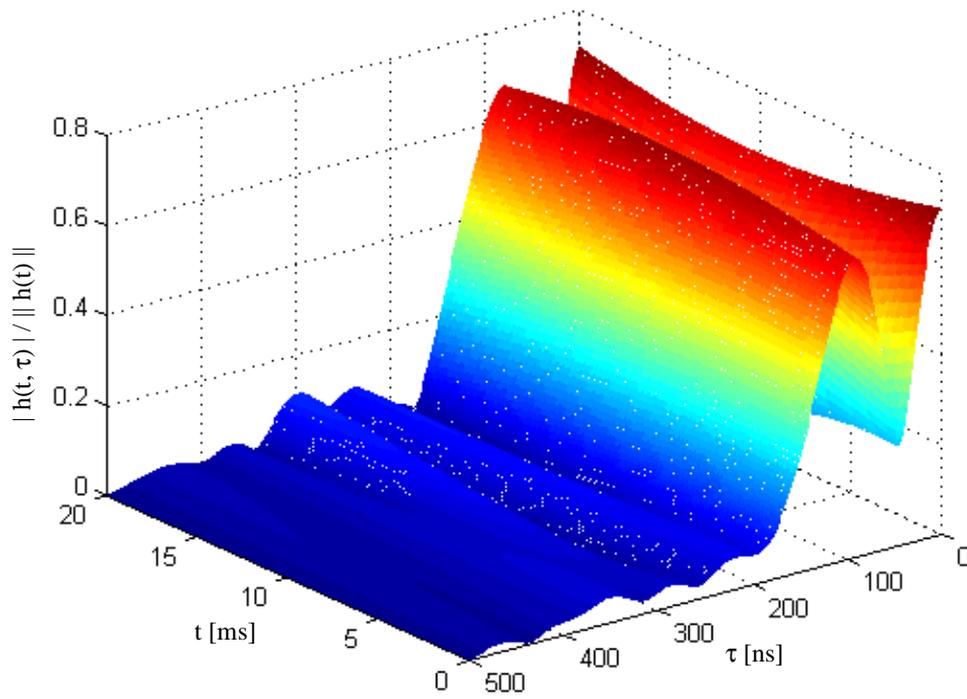


Abbildung 18: Betrag der zeitvarianten Impulsantwort eines Mobilfunkkanals

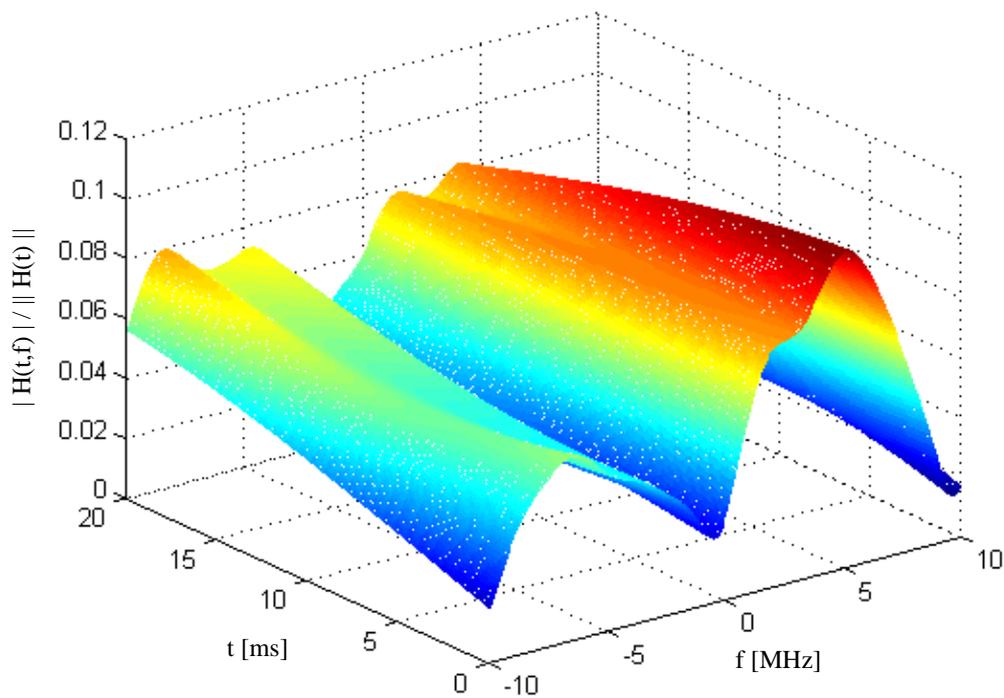


Abbildung 19: Betrag der normierten Übertragungsfunktion

Im Rahmen dieser Arbeit wurden ausschließlich zeitinvariante Kanalimpulsantworten (unbewegter Empfänger) betrachtet. Als Grundlage für die Simulation wurde wieder der Kanaltyp A mit einer mittleren Impulsverbreitung (*Delay Spread*) von 50ns gewählt. Jede Simulation bestand aus 1000 *Monte-Carlo*-Versuchen, in denen jeweils eine neue Kanalimpulsantwort erzeugt worden ist. Die Kanalimpulsantwort wurde zunächst mit $1/h_0(n)$ skaliert und dann auf die Einheitsenergie normiert. Die Leistung der erzeugten Zufallsprozesse wurde ferner auf eins skaliert.

2.3.1.2 Hiperlan Typ 2-System

Zur drahtlosen Kommunikation innerhalb lokaler Datennetze im 5GHz Frequenzband mit OFDM wurden von ETSI das Hiperlan Typ 2-System (Hiperlan/2) [64] und von IEEE das 802.11a-System entwickelt [65]. Beide Systeme eignen sich zu Datenübertragung für stationäre und schwach bewegte Empfänger (Schrittgeschwindigkeit), wobei die erreichbaren Bruttodatenraten zwischen 6Mb/s und 54Mb/s variiert werden können und die Reichweiten einige 100 m betragen. In beiden Systemen werden $N = 52$ diskrete Träger verwendet, davon stehen $N_D = 48$ Träger für die Datenübertragung und 4 Träger für Pilottöne zur Verfügung. Die DFT-Länge ist hingegen 64. Dies bedeutet, daß einige Träger nicht benutzt werden. In Tabelle 3 sind die wesentlichen Parameter beider OFDM-Systeme zusammengefaßt.

Tabelle 3: OFDM-Parameter (IEEE und ETSI)

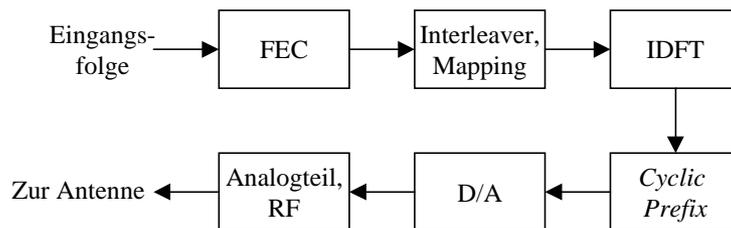
Parameter	IEEE/ETSI
Anzahl der Träger N	52
DFT-Länge	64
Bandbreite $f_s = 1/T$	20MHz
Nutzsymboldauer T_N	3,2 μ s (64 · T)
Trägerabstand Δ_f	0,3125 MHz
<i>Cyclic Prefix</i> T_{CP}	0,8 μ s (16 · T) ETSI: optional 0,4 μ s 8 · T
Gesamtsymboldauer	4 μ s (3,6 μ s)
Abstand zwischen dem ersten und dem letzten Träger	16,25MHz (N · Δ_f)
Erlaubte Frequenzbänder	Europa (ETSI): 5,15-5,35GHZ, USA (802.11a): 5,15-5,35, 5,725-5,825GHZ

Je nach Modulationsart wird BPSK, QPSK, 16QAM und 64QAM verwendet. In beiden Systemen werden Faltungscodierer eingesetzt, wobei die Codierungsrate abhängig von der gewählten Modulationsform ist. In diesem Punkt sind beide Systeme jedoch leicht unterschiedlich ausgelegt (siehe Tabelle 4).

Tabelle 4: Abhängigkeit der Datenrate von der Modulationsform

Modulation	Coderate R ETSI	Coderate R IEEE	Bitrate [Mbit/s] ETSI	Bitrate [Mbit/s] IEEE
BPSK	1/2	1/2	6	6
BPSK	3/4	3/4	9	9
QPSK	1/2	1/2	12	12
QPSK	3/4	3/4	18	18
16QAM	9/16	1/2	27	24
16QAM	3/4	3/4	36	36
64QAM	3/4	2/3	54	48
64QAM	3/4	3/4	54	54

Die prinzipielle Struktur eines Hiperlan/2- und 802.11a-Senders veranschaulicht Abbildung 20.

**Abbildung 20:** Prinzipielle Struktur eines Hiperlan/2-Senders

Der zellulare Vielfachzugriff bei Hiperlan/2 erfolgt auf der Basis von TDMA, wobei in beiden Übertragungsrichtungen dasselbe Frequenzband verwendet wird. Zur Kanalschätzung werden zwei identische Symbole der Dauer T_N verwendet. Diese Trainingssequenz ist bei den vier spezifizierten Übertragungsrahmen (*Bursts*) gleich:

- *Broadcast-Burst*: gleichzeitige Datenübertragung von der Basisstation zu allen Teilnehmern
- *Downlink-Burst*: Datenübertragung von der Basisstation zu einem mobilen Teilnehmer
- *Uplink-Burst*: Datenübertragung von einem mobilen Teilnehmer zur Basisstation
- *Direct-Link-Burst*: direkte Verbindung zwischen zwei mobilen Teilnehmern

Die Länge eines Übertragungsrahmens kann bis zu 1,8ms betragen, dem stehen jedoch lediglich die beiden vorangestellten Trainingssymbole gegenüber. Auch bei schwach zeitvarianten Übertragungskanälen ist diese Trainingssequenz u.U. nicht ausreichend. In [86] wurde daher ein iterativer, entscheidungsrückgekoppelter Algorithmus zur referenzdatenbasierten Kanalschätzung vorgeschlagen. Hierbei wird zunächst anhand der Trainingssymbole die Kanalimpulsantwort grob geschätzt. Der empfangene Datenblock wird anschließend demoduliert, grob entzerrt und decodiert. Unter der Annahme einer genügend genauen Entzerrung werden die detektierten Daten wieder recodiert und remoduliert. Auf diese Weise werden iterativ Pseudoreferenzdatenfol-

gen generiert, die zur erneuten Kanalschätzung herangezogen werden können. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt vor allem darin, daß die Kanalimpulsantwort fortlaufend geschätzt werden kann. Nachteilig ist jedoch die stark erhöhte Systemkomplexität, da empfangsseitig zusätzlich ein Modulator/Demodulator und Codierer/Decodierer implementiert werden müssen. Alternativen zur referenzdatenbasierten Kanalschätzung stellen Verfahren dar, die auf die Referenzdaten verzichten. In Kapitel 3 werden diese Verfahren näher vorgestellt.

2.3.2 Drahtgebundene Übertragung

Drahtgebundene OFDM-Systeme gewinnen in letzter Zeit zunehmend an Bedeutung im Zusammenhang mit dem Wunsch nach effizienter Ausnutzung des weitverbreiteten Kupferdoppeladernetzes zur hochbitratigen Datenübertragung [17]. Neben dem VDSL-System, das sich z.Z. im Standardisierungsprozeß befindet [19], ist vor allem das ADSL-System zu nennen, das als Modulationsverfahren OFDM verwendet. Im folgenden werden die Eigenschaften drahtgebundener OFDM-Übertragung anhand des ADSL-Systems näher beschrieben. In Tabelle 5 sind die wesentlichen Parameter des ADSL- und VDSL-Systems gegenübergestellt.

Tabelle 5: ADSL/VDSL: Übersicht

Parameter	ADSL	VDSL
Datenrate	<i>Downstream:</i> 0-8 Mb/s <i>Upstream:</i> 0-800Kbps	<i>Downstream:</i> 0-52 Mb/s <i>Upstream:</i> 0-26 Mb/s
Modulation	DMT	CAP/DMT
Bandbreiteneffizienz	8b/s/Hz [20]	<4b/sHz [20]

Aufgrund der etwas unterschiedlichen Struktur des OFDM-Modulators bei einer drahtgebundenen Übertragung, die aus der Übertragung im Basisband resultiert, wird das Modulationsverfahren bei ADSL/VDSL mit DMT (*Discrete Multitone Modulation*) bezeichnet. Bei dem in Tabelle 5 erwähnten CAP-Verfahren (*Carrierless Amplitude/Phase Modulation*) handelt es sich um eine mit QAM vergleichbare Einträgermodulationsform. Im Unterschied zu QAM wird bei CAP die Orthogonalität der modulierten Signale digital durch zwei Transversalfilter mit jeweils einer Phasenverschiebung von $\pi/2$ realisiert.

Die A/VDSL-Systeme werden innerhalb eines existierenden Telefonleitungsnetzes installiert, ohne dafür grundlegende Umstrukturierungen vornehmen zu müssen. Dies bedeutet, daß eine möglichst störungsfreie Koexistenz mit der herkömmlichen Sprachübertragung (POTS, *Plain Old Telephone Service*) gewährleistet sein muß. Das POTS-Signal und das ADSL-Signal werden daher in Frequenzgetrenntlage übertragen, wobei z.B. für das ADSL-System der Frequenzbereich oberhalb von 20 kHz vorgesehen ist. Innerhalb des ADSL-Frequenzbereichs muß darüber hinaus noch eine Trennung der *Downstream*- und *Upstream*-Übertragung vorgenommen werden. Der ADSL-Standard sieht hierfür zwei Varianten vor:

1. *Upstream*- und *Downstream*-Übertragung findet in überlappenden Frequenzbändern statt. Zur Trennung beider Übertragungsrichtungen müssen in diesem Fall aufwendige Echokompensationsverfahren herangezogen werden (z.B. [23]).
2. *Upstream*- und *Downstream*-Übertragung findet in getrennten Frequenzbändern statt. Trennung beider Übertragungsrichtungen kann durch ein Filter realisiert werden.

In Abbildung 21 sind beide Möglichkeiten veranschaulicht [18].

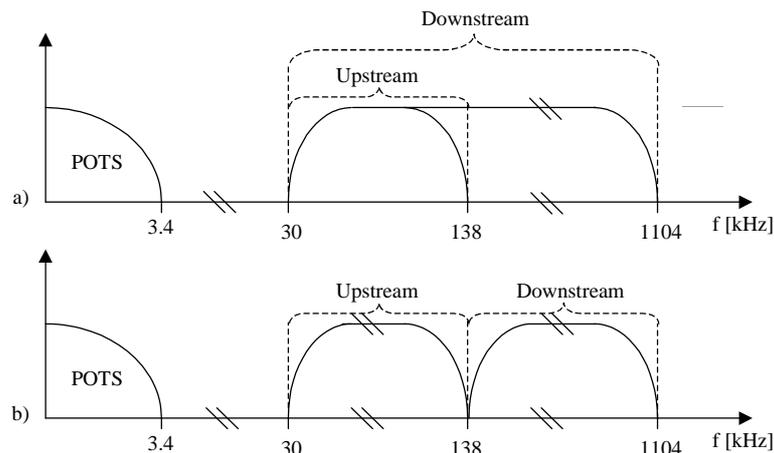


Abbildung 21: Frequenzplan eines ADSL-Systems: a) überlappende Frequenzbänder, b) getrennte Frequenzbänder

Damit die ADSL-Übertragung über Telefonleitungen in dem in Abbildung 21 dargestellten Frequenzbereich möglich ist, müssen die eventuell vorhandenen *Pupin*-Spulen entfernt werden [22].

Aufgrund der speziellen Netzstruktur müssen bei drahtgebundenen Systemen im Unterschied zur Funkübertragung folgende Einflußparameter berücksichtigt werden:

1. Spezielle Eigenschaften eines drahtgebundenen Übertragungskanals

Ein drahtgebundener Übertragungskanal beinhaltet i.A. eine Vielzahl von Komponenten (z.B. Übertrager, zusammengesetzte Leitungsabschnitte usw.), die einen wesentlichen Einfluß auf die Übertragungseigenschaften ausüben und daher in der Systemarchitektur berücksichtigt werden müssen. Im ADSL-Standard [18] sind für die Leitungsabschnitte Simulationsmodelle angegeben, mit denen eine genügend genaue Kanalmodellierung realisiert werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die in [24] und [26] ausgearbeiteten und implementierten Kanalmodelle verwendet.

2. Störszenario

Aufgrund der gemeinsamen Nutzung des Übertragungsmediums mit anderen Diensten (z.B. POTS, aber auch andere xDSL³-Dienste) kommt es zur gegenseitigen Beeinflussung aufgrund abgestrahlter Signalleistung (Übersprechen). Diese Störungen weisen i.A. kein konstantes Leistungsdichtespektrum auf. Sie können daher als zufällige, farbige Gaußprozesse interpretiert werden. Im ADSL-Standard [18] sind Simulationsmodelle stationärer Störer in Abhängigkeit von der jeweiligen Signalart, die der Störung zugrunde liegt, ausgearbeitet. Eine eingehende Untersuchung der Störumgebung findet sich in [25].

2.3.2.1 Eigenschaften drahtgebundener Übertragungsstrecken

Ein drahtgebundener Übertragungskanal besteht i.A. aus einer Vielzahl miteinander verbundener, homogener Leitungsabschnitte. In [18] wurden dafür zwecks Vereinheitlichung der Netzstrukturen einige Testszenarien (*Loops*) angegeben. In Abbildung 22 ist ein mögliches Testszenario dargestellt.

3. Neben ADSL gibt es eine Vielzahl von Systemen, die Kupferdoppeladerleitungen zur Datenübertragung verwenden. Mit xDSL wird daher die Gesamtheit der DSL-Systeme bezeichnet. Das „x“ ist Platzhalter, der diese Systeme charakterisiert. Eine Übersicht über die xDSL-Systeme kann z.B. [22] entnommen werden.

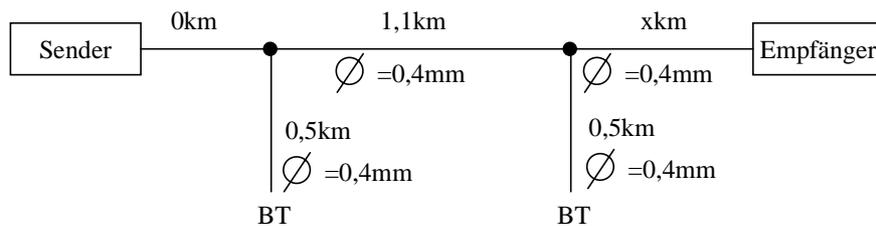


Abbildung 22: Beispiel eines drahtgebundenen Testszenarios [19]

Die in Abbildung 22 dargestellte Testübertragungsstrecke besteht aus zwei homogenen Leitungsabschnitten (1,1km und xkm) sowie zwei Stichleitungen (sog. *Bridge Taps*, BT). Diese Stichleitungen können sowohl abgeschlossen sein, falls ein Empfänger über diese Leitungen gespeist wird, als auch im Leerlauf betrieben werden. Die Modelle solcher zusammengesetzten Kanäle können mit Hilfe der Streumatrizen, die jeweils einen Leitungsabschnitt charakterisieren, erstellt werden [24], [26].

Die wesentliche Eigenschaft der Kanalimpulsantwort drahtgebundener Übertragungssysteme ist deren sehr lange zeitliche Ausdehnung. Für OFDM-Übertragung bedeutet dies, daß die Länge des *Cyclic Prefix* sehr lang sein müßte, was allerdings mit einem starken SNR-Verlust verbunden wäre. Aus diesem Grund wurden in der Literatur mehrere Verfahren vorgeschlagen, um die Kanalimpulsantwort auf die Länge des *Cyclic Prefix* zu verkürzen. Dies kann z.B. durch den Entwurf eines Transformationsfilters (*Time Domain Equalizer*, TEQ) bewerkstelligt werden, mit dem die Kanalimpulsantwort derart verkürzt werden kann, daß im Idealfall die gesamte Kanalenergie innerhalb eines festgelegten Intervalls komprimiert wird. Der Entwurf eines solchen Entzerrers reduziert sich somit auf eine Minimierungsaufgabe bezüglich der restlichen Kanalenergie außerhalb des festgelegten Zeitfensters. In [28] wurde hierfür ein iterativer Algorithmus vorgeschlagen, mit dem adaptiv unter Heranziehung von DFT und IDFT der TEQ entworfen werden kann. Die Minimierung der Koeffizientenenergie wird im Frequenzbereich mit Hilfe des (skalaren) *Least Mean Squares*-Algorithmus' (LMS) durchgeführt, der so entworfene Entzerrer wird im Zeitbereich eingesetzt. Der Nachteil dieses Verfahrens besteht in einem hohen Realisierungsaufwand aufgrund der notwendigen DFT und IDFT (bei ADSL etwa 40000 Multiplikationen pro Iteration [29]). Darüber hinaus hat dieses Verfahren sowohl schlechte Konvergenz- als auch Stabilitätseigenschaften [29]. In [27] wurden weitere Algorithmen zur Verkürzung der Kanalimpulsantwort und deren Realisierungsmöglichkeiten vorgeschlagen, die im wesentlichen auf zwei Grundalgorithmen reduziert werden können:

1. *Least Squares* (LS)-Methode: Wird die Kanalimpulsantwort als *Autoregressive Moving Average* (ARMA)-Modell dargestellt, so können die Polstellen der Kanalimpulsantwort durch eine inverse Filterfunktion (Stabilität vorausgesetzt) eliminiert werden. Für das so verbleibende *Moving Average* (MA)-Modell kann mit Hilfe des LS-Algorithmus' ein Ersatzmodell mit minimaler Anzahl der Nullstellen gefunden werden. Der Nachteil dieses Verfahrens besteht jedoch in der Realisierung eines genügend genauen und stabilen inversen Systems.
2. Eigenvektormethode: Dieser Ansatz basiert im wesentlichen auf einer Eigenwertzerlegung einer zusammengesetzten Matrix, deren Komponenten aus einer effektiven Kanalfaltungsmatrix (die angestrebte Kanalimpulsantwort) und einer Restfaltungsmatrix bestehen (der Restfehler). Dieses Verfahren liefert die optimale Lösung des Minimierungsproblems [27], der Nachteil ist jedoch die mit der Eigenwertberechnung verbundene Komplexität.

In Abbildung 23 a) ist die Kanalimpulsantwort $h(t)$ einer 3km langen homogenen Übertragungsstrecke sowie die verkürzte (effektive) Kanalimpulsantwort $h_{\text{eff}}(t)$ dargestellt. Der TEQ wurde nach dem Eigenvektorverfahren [27] bestimmt und bestand in dieser Simulation aus 16 Koeffizienten. Die Energie der Kanalimpulsantwort sollte hierbei auf ein Zeitintervall von $28,9\mu\text{s}$ komprimiert werden. Die dazugehörigen Beträge der Kanalübertragungsfunktionen sind in Abbildung 23 b) dargestellt, wobei hier die prinzipielle Problematik im Zusammenhang mit dem Einsatz des TEQ deutlich wird. Mit einer Verkürzung der Kanalimpulsantwort im Zeitbereich geht eine Veränderung der Kanalübertragungsfunktion im Frequenzbereich einher, die u.U. zu einer Verringerung der nutzbaren Bandbreite führen kann.

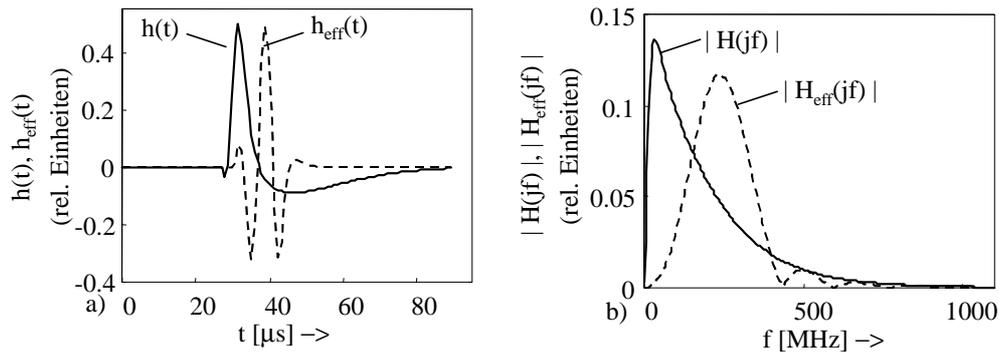


Abbildung 23: Veranschaulichung der Wirkung des TEQ: a) Kanalimpulsantworten, b) Betrag der Übertragungsfunktionen

Neben der Notwendigkeit der Verkürzung der Impulsantwort müssen für drahtgebundene OFDM-Übertragung die Eigenschaften der Störer berücksichtigt werden. Sie lassen sich in Abhängigkeit von dem Ort des Auftretens in zwei Klassen unterteilen: Nah- und Fernebensprechen (*Near End CrossTalk*, NEXT, und *Far End CrossTalk*, FEXT). Ein typisches Störszenario ist in Abbildung 24 dargestellt.

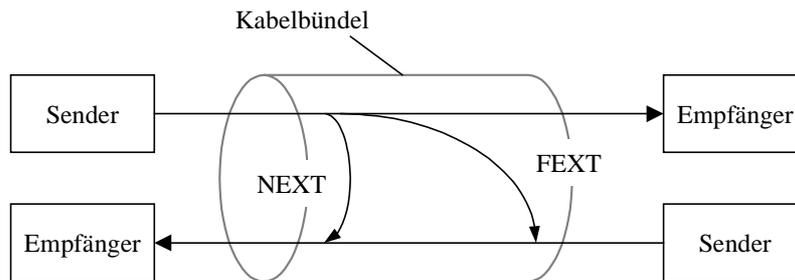


Abbildung 24: Nah- und Fernebensprechen bei drahtgebundener Übertragung

NEXT-Störungen werden durch Systeme induziert, die sich am gleichen Ende des Kabels befinden. Während das Nahebensprechen nicht von der Länge der Übertragungsstrecke abhängt, sinkt die Kopplungsdämpfung linear mit der Frequenz etwa 15dB pro Dekade [30]. Der Einfluß dieser Störungen kann prinzipiell dadurch reduziert werden, daß die benachbarten Sender und Empfänger zur gleichen Zeit nicht im selben Frequenzband senden. Ist eine Frequenztrennung nicht möglich, müssen Echokompensationsverfahren eingesetzt werden, um die Reflexionen des Sendesignals an der Hybridschaltung (Gabelschaltung) zu eliminieren.

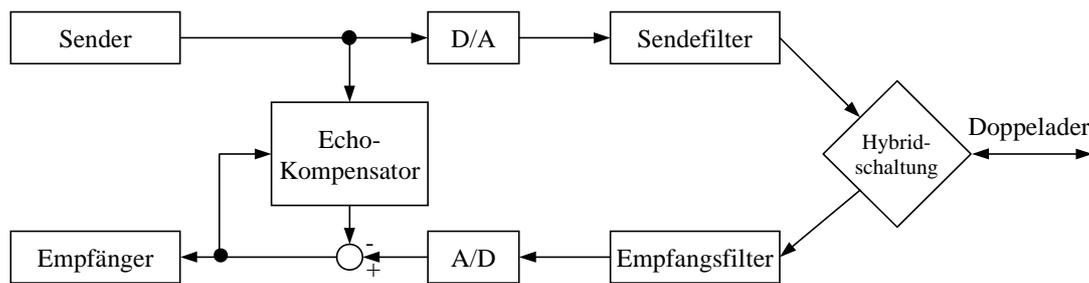


Abbildung 25: Prinzipielle Anordnung eines Echokompensators

Bei bekannter Impulsantwort der Hybridschaltung können die Störungen durch einen geeigneten Echoentzerrer beseitigt werden [31], [32]. Sendet hingegen der Sender nicht im gleichen Frequenzband wie der Empfänger, so können die NEXT-Störungen mit einem Bandpaßfilter weitgehend eliminiert werden [22]. Von FEXT-Störungen spricht man, wenn der Störer und das gestörte System jeweils am anderen Ende des Kabels angeordnet sind. Die Kopplungsdämpfung sinkt bei FEXT ebenfalls linear mit der Frequenz und beträgt etwa 20dB pro Dekade, sie hängt jedoch aufgrund der Kabeldämpfung von der Länge der Übertragungsstrecke ab [30].

2.3.2.2 Bitzuweisungsalgorithmen

Aufgrund der frequenzabhängigen Kanaldämpfung wird bei drahtgebundenen OFDM-Systemen nicht allen Symbolen die gleiche Anzahl der Bits zugeordnet. Jedem Träger wird in Abhängigkeit vom jeweiligen SNR die Anzahl der Bits zugewiesen, die mit der geforderten Bitfehlerwahrscheinlichkeit übertragen werden kann. Bei ADSL wird als Signalraumkonstellation M-QAM verwendet (M bezeichnet die Anzahl der diskreten Zustände im Signalraum und bestimmt somit die Granularität der jeweiligen QAM-Konstellation pro Träger). Unter der Annahme einer ICI- und ISI-freien Übertragung können die Unterträger als voneinander entkoppelte M-QAM-Systeme betrachtet werden. Jedem Träger kann daher in Abhängigkeit von der geforderten Bitfehlerwahrscheinlichkeit BER (10^{-7} bei ADSL) und dem jeweiligen SNR_k die Anzahl der Bits R_k anhand der Kanalkapazität bei Einträger-QAM-Übertragung zugewiesen werden [27]:

$$R_k = \text{ld} \left(\frac{3 \text{SNR}_k}{[Q^{-1}(\text{BER})]^2} + 1 \right). \quad (2.39)$$

Mit $Q^{-1}(\dots)$ ist die Inverse der Gauß'schen Fehlerfunktion bezeichnet, $\text{ld}(\cdot)$ ist der Logarithmus zur Basis 2 und SNR_k bezeichnet das dem k-ten Träger zugehörige SNR. Mit (2.39) wird die maximal erreichbare Datenrate anhand der vorgegebenen Bitfehlerwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von SNR_k bestimmt, wobei eine Veränderung um 1 Bit pro Subsymbol jeweils einer SNR-Veränderung von 3 dB entspricht. In der Praxis wird jedoch ein umgekehrter Weg beschritten: Anstatt die Datenrate anhand einer fest vorgegebenen Bitfehlerrate zu errechnen, werden iterativ bei einer vorgegebenen Datenrate diejenigen Träger belegt, die ab einer wählbaren SNR-Schwelle (sog. *Water Level*) die erforderliche Bitfehlerrate garantieren. Da dieser Vorgang mit einem sukzessiven „nachgießen“ der Bits vergleichbar ist, hat sich für diese Art der Algorithmen in der Literatur der Name *Water-Fill-Algorithmus* eingebürgert [1].

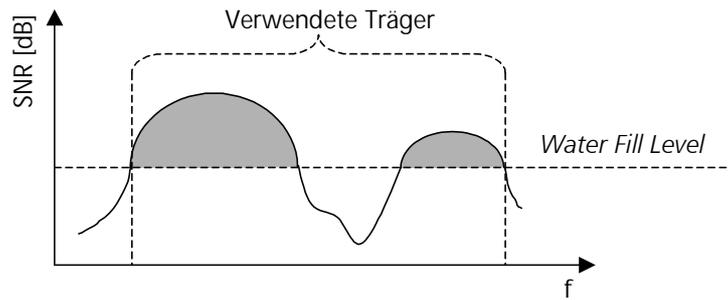


Abbildung 26: Water Fill-Schwelle

In [1] wurde zur Ratenadaptation der *Hughes-Hartogs*-Algorithmus vorgeschlagen, bei dem die Bits auf die Subsymbole verteilt werden, bis die vorgegebene Datenrate erreicht ist. Die Auswahl der Subsymbole wird anhand der minimalen zusätzlichen Sendeleistung unter Berücksichtigung der erforderlichen Bitfehlerrate getroffen, wobei in jedem Iterationsschritt eine Umsortierung der bereits zugewiesenen Bits stattfinden kann. Ein weiterer Algorithmus, der als Parameter sowohl die Sendeleistung als auch die Ratenverteilung verwendet, wurde in [34] angegeben. Ein in [35] vorgeschlagener Algorithmus geht direkt von der Formulierung in (2.39) aus. Bei als konstant angenommener Sendeleistung pro Träger und bekannter Störleistung wird die Ratenverteilung iterativ über die *Water Fill*-Schwelle Γ (sog. *SNR-Gap*) anhand der Kanalkapazität vorgenommen. Werden zur Datenübertragung B Träger verwendet (unter Ausblendung der $N-1-B$ Träger, falls $\text{BER} > 10^{-7}$), so wird pro Iterationsschritt i die Datenrate

$$R_i = \sum_{k=0}^{B-1} \text{round} \left[\text{ld} \left(1 + \frac{\text{SNR}_k}{10^{\Gamma_i/10}} \right) \right] \quad (2.40)$$

erreicht. Die Rundungsoperation ist notwendig, damit nur eine ganzzahlige Anzahl der Bits pro Träger errechnet wird. Ist am Ende der Iterationen die gewünschte Datenrate erreicht, so muß zusätzlich die Sendeleistung pro Träger derart skaliert werden, damit auch dort die geforderte Bitfehlerwahrscheinlichkeit erzielt ist. Im ADSL-Standard darf die zusätzliche Skalierung der Sendeleistung im Bereich $\pm 2,5\text{dB}$ liegen [18]. Der Parameter Γ muß am Anfang der Iteration festgelegt werden. Er setzt sich aus einer Systemreserve γ_m , die notwendig ist, um unberücksichtigte Störeinflüsse zu erfassen, und aus einem eventuellen Codierungsgewinn γ_c , der durch Verwendung etwaiger Codes erzielt werden kann, zusammen [33]:

$$\Gamma_{\text{dB}} = \frac{98}{10} + \gamma_m - \gamma_c \quad (2.41)$$

Die Systemreserve ist ein frei wählbarer Parameter und hängt sowohl von der gewünschten Datenrate als auch vom erzielten Codierungsgewinn ab. Diese Größe liefert eine Aussage über die Robustheit des Systems. Im Rahmen dieser Arbeit wurden $\gamma_m=6\text{dB}$ und $\gamma_c=0\text{dB}$ angenommen, zur Bestimmung der Bitverteilung wurde der Algorithmus (2.40) verwendet. In Abbildung 27 ist die resultierende Bitverteilung für eine homogene Übertragungsstrecke (3km, $E_s/N_0 = 30\text{dB}$) dargestellt.

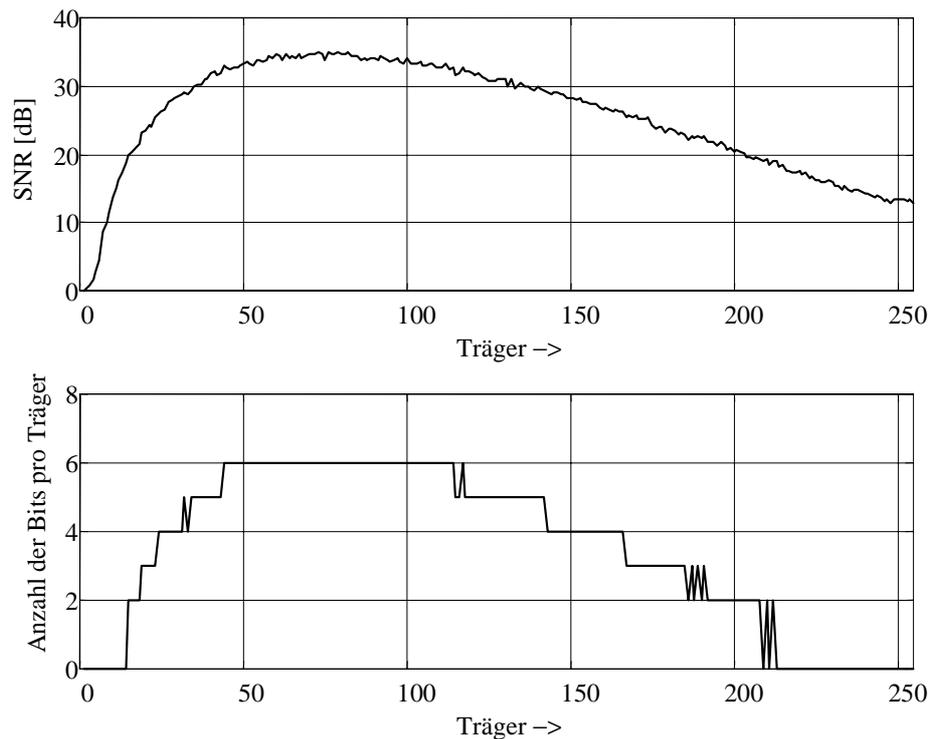


Abbildung 27: SNR-Verlauf und die dazugehörige Bitverteilung

2.3.2.3 ADSL-System

Bei ADSL findet, wie bei allen drahtgebundenen Systemen, die Übertragung im Basisband statt. Die Übertragung ist bidirektional und ausschließlich Punkt-zu-Punkt orientiert. Die wesentlichen Eigenschaften des ADSL-Systems bei Frequenzgetrenntlage (sog. asynchroner Betrieb) für *Upstream*- und *Downstream*-Übertragung sind in Tabelle 6 zusammengefasst [36].

Tabelle 6: ADSL: OFDM-Parameter

Parameter	<i>Downstream</i>	<i>Upstream</i>
Anzahl der Träger N	256	128
DFT-Länge	256	128
Bandbreite $f_s = 1/T$	1,104MHz	288kHz
Nutzsymboldauer T_N	231,8 μ s (256 · T)	444,4 μ s (128 · T)
<i>Cyclic Prefix</i> T_{CP}	28,9 μ s (32 · T)	52 μ s (15 · T)
Abstand zwischen den Trägern Δ_f	4,3125kHz	2,25kHz

Eine prinzipielle Struktur bei ADSL-Übertragung veranschaulicht Abbildung 28.

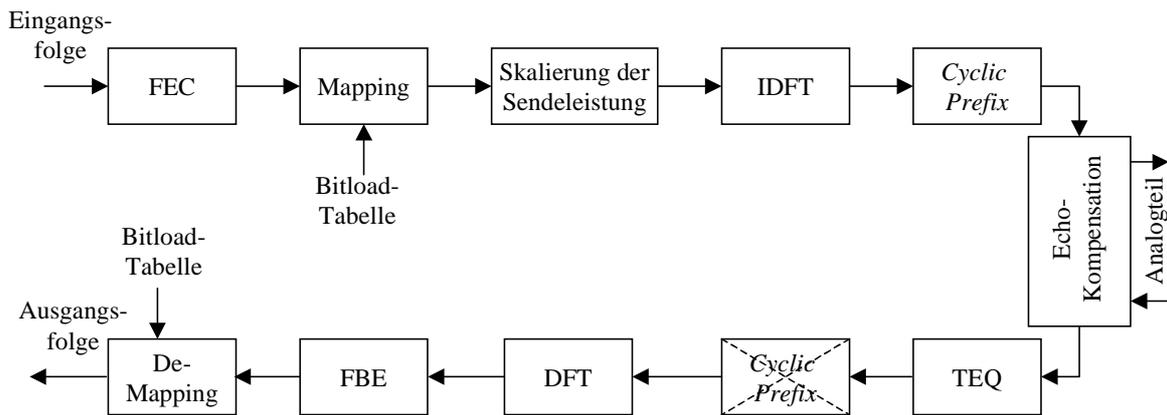


Abbildung 28: Prinzipielle Struktur einer ADSL-Übertragungsstrecke

Nach der Codierung (*Reed Solomon*) wird jedem einzelnen Träger eine M-QAM-Konstellation zugewiesen. Die Anzahl der Bits hängt von der *Bitload*-Tabelle ab, in der die Ratenverteilung abgelegt ist. Danach wird die Sendeleistung skaliert, die so entstandenen Symbole werden mittels IDFT moduliert und, nach der Anfügung des *Cyclic Prefix*, zum Analogteil weitergeleitet. Am Empfänger wird zunächst die Echokompensation durchgeführt, es folgt dann die Verkürzung der Kanalimpulsantwort im Zeitbereich. Nach dieser Operation wird das *Cyclic Prefix* entfernt und das so entstandene Signal wird demoduliert und entzerrt.

2.3.2.4 Sende- und Empfangsstruktur

Aufgrund der Basisbandübertragung muß die Struktur des in Abbildung 10 dargestellten OFDM-Modulators derart verändert werden, daß an dessen Ausgang ein reelles Basisbandsignal entsteht. Da das Spektrum eines reellen Zeitsignals konjugiert gerade Symmetrie aufweist [2], gilt für das l -te, dem k -ten Träger zugeordnete Symbol $X'_{l,k}$ im Frequenzbereich bei N Trägern [5]

$$\begin{aligned}
 X'_{l,N/2-k} &= X_{l,k}^*, \quad k= 1, \dots, N/2 - 1 \\
 X'_{l,k} &= X_{l,k}, \quad k= 1, \dots, N/2 - 1 \\
 X'_{l,0} &= \text{Real}\{X_{l,0}\} \\
 X'_{l,N/2} &= \text{Imag}\{X_{l,0}\} \quad .
 \end{aligned}
 \tag{2.42}$$

Ein reelles Basisbandsignal kann daher durch eine Spiegelung der ersten $N/2$ -Symbole unter gleichzeitiger Konjugation realisiert werden, wobei das erste Symbol in Real- und Imaginärteil aufgeteilt wird. Bei ADSL werden $N/2 = 256$ Kanäle mit einem Frequenzabstand von 4,3225kHz verwendet [18]. Mit der DFT-Matrix aus (2.18) und einer nach (2.19) formalen Berücksichtigung des *Cyclic Prefix* kann für die zeitdiskrete Realisierung eines Basisband-OFDM-Modulators die in Abbildung 29 dargestellte Struktur angegeben werden.

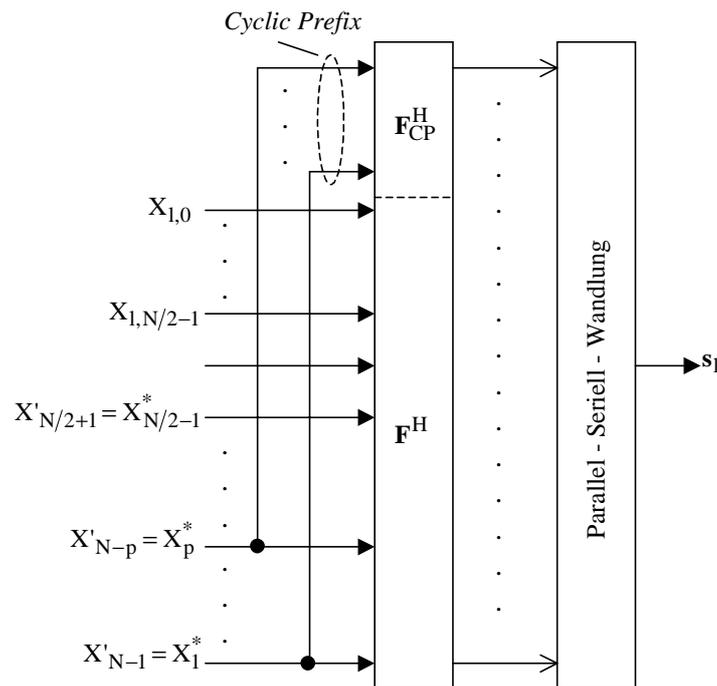


Abbildung 29: Prinzipielle Struktur eines Basisband-OFDM-Modulators

Die mathematische Beschreibung des OFDM-Ausgangssignals s_1 aus Abbildung 29 kann für die angegebene Struktur direkt aus Abschnitt 2.2.2 übernommen werden. Am Empfänger wird zunächst mittels TEQ die Kanalimpulsantwort $\mathbf{h} = [h_0, \dots, h_m]$ in die effektive Kanalimpulsantwort $\mathbf{h}_{\text{eff}} = [h_{\text{eff},0}, \dots, h_{\text{eff},p-1}]$ transformiert. In der Empfangsfilterbank wird eine inverse Operation zu der in der Sendefilterbank durchgeführt. Nach der Entfernung des *Cyclic Prefix* gemäß Abbildung 11 werden die Symbole einer DFT-Filterbank zugeführt und an ihrem Ausgang wieder zusammengesetzt, wobei das erste Symbol wieder aus dem empfangenen 0-ten und $N/2$ -ten Symbol entsteht (siehe Abbildung 30).

Für das empfangene Signal gelten sinngemäß die in Abschnitt 2.2.2 hergeleiteten Zusammenhänge. Ist die effektive Kanalimpulsantwort nicht länger als das *Cyclic Prefix*, so gilt auch der Zusammenhang aus (2.28) und das empfangene Signal kann mit Hilfe des FBE im Frequenzbereich entzerrt werden. Dabei werden die Symbole mit komplexen Koeffizienten skaliert (d.h. die Amplitude wird unter zusätzlicher Rotation im Signalraum verstärkt). Eine Verbesserung des SNR kann dadurch jedoch nicht erreicht werden. Ist die effektive Impulsantwort länger als das *Cyclic Prefix*, so sind die empfangenen Signale nicht mehr orthogonal zueinander und es treten sowohl ICI- als auch ISI-Verzerrungen auf, die vom FBE prinzipiell nicht beseitigt werden können. Diese Verzerrungen sind um so gravierender, je mehr Restkanalenergie außerhalb des Schutzintervalls verteilt ist. Eine ausführliche Analyse der hierbei auftretenden Effekte findet sich in [8].

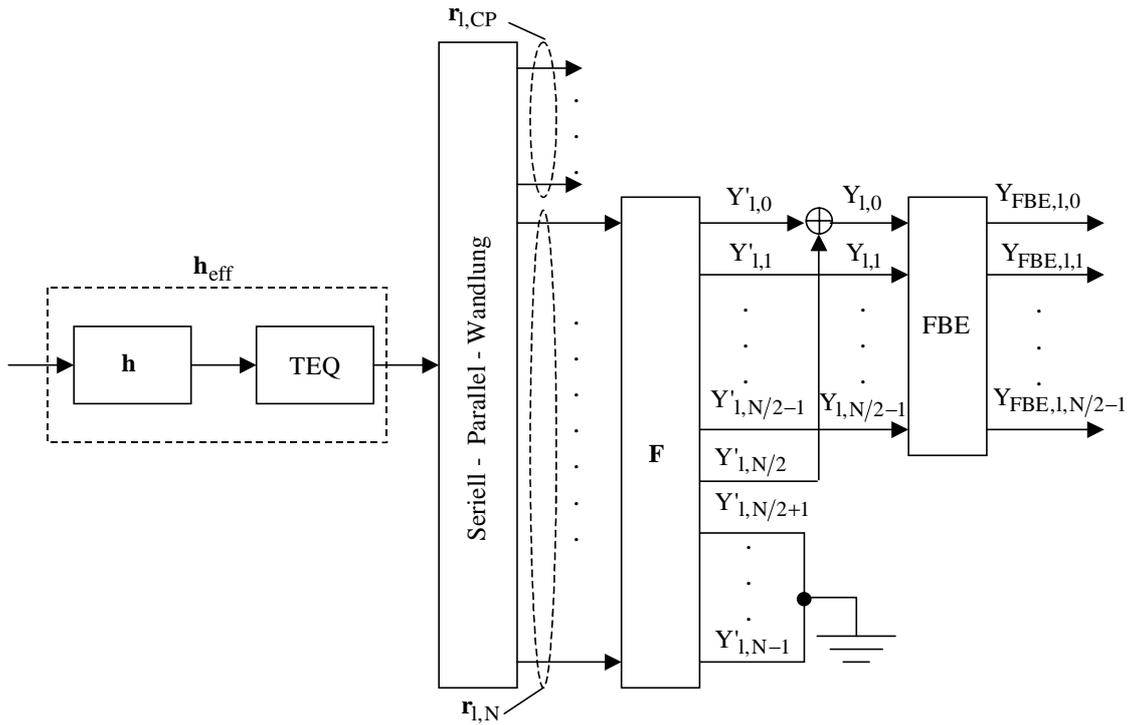


Abbildung 30: Prinzipielle Struktur eines OFDM-Empfängers im Basisband

Neben der ICI- und ISI-Leistung haben die Kanaldämpfung und die zusätzlichen Störleistungsdichten einen wesentlichen Einfluß auf das SNR. Wird ein weißes, unkorreliertes Gaußrauschen $\mathbf{N}_1 = [N_{1,0}, \dots, N_{1,N-1}]^T$ angenommen, so ergibt sich mit (2.29) für \mathbf{Y}_{FBE} am Ausgang des FBE (genaue Kenntnis der Kanalübertragungsfunktion $\mathbf{H} = [H_0, \dots, H_{N-1}]$ vorausgesetzt):

$$\mathbf{Y}_{\text{FBE},1} = \begin{bmatrix} H_0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \dots & 0 & H_{N-1} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} H_0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \dots & 0 & H_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,0} \\ \dots \\ X_{1,N-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{1,0} \\ \dots \\ N_{1,N-1} \end{bmatrix} \right\}. \quad (2.43)$$

Mit Hilfe der Matrixnotation kann (2.43) abkürzend wie folgt geschrieben werden:

$$\mathbf{Y}_{\text{FBE},1} = \mathbf{H}_E^{-1} \mathbf{H}_E \mathbf{X}_1 + \mathbf{H}_E^{-1} \mathbf{N}_1. \quad (2.44)$$

Mit \mathbf{H}_E ist die Matrix

$$\mathbf{H}_E = \begin{bmatrix} H_0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \dots & 0 & H_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

bezeichnet. Sind die Beträge von H_k klein (starke Kanaldämpfung), so führt die Multiplikation mit der Inversen \mathbf{H}_E^{-1} (falls diese existiert) zu einer großen Rauschverstärkung. Sind ferner die Kanalkoeffizienten nur näherungsweise bekannt bzw. treten bei der Inversion von \mathbf{H}_E numerische Ungenauigkeiten auf, so führt dies zu einer weiteren Verschlechterung des SNR. Diese Problematik kann umgangen werden, falls der FBE mit Hilfe des LMS-Algorithmus' imple-

mentiert wird [45]. Eine prinzipielle Struktur einer solchen Lösung (für den k -ten Träger) ist in Abbildung 31 veranschaulicht.

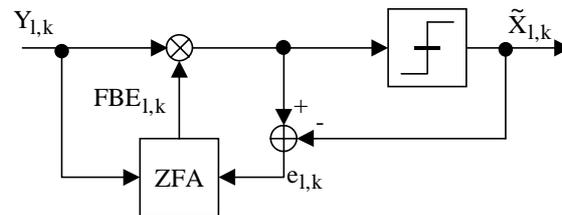


Abbildung 31: Adaption eines Entzerrers mit Hilfe des LMS-Algorithmus'

Die Adaption der Entzerrerkoeffizienten wird mit Hilfe des *Zero Forcing-Algorithmus*' (im Bild mit ZFA bezeichnet) gemäß

$$\text{FBE}_{l+1,k} = \text{FBE}_{l,k} + \mu e_{l,k} \tilde{X}_{l,k}^* \quad (2.46)$$

durchgeführt. Mit $e_{l,k}$ ist der im l -ten Iterationsschritt entstehende Fehler bezeichnet, μ ist ein „Vergessenheitsfaktor“, der die weiter zurückliegenden Ergebnisse gewichtet.

2.4 Zusammenfassung

Werden bei einer Multiträgerübertragung zeitlich nicht überlappende Impulse verwendet, so läßt sich die Modulation und die Demodulation durch eine IDFT- bzw. DFT-Filterbank realisieren. Voraussetzung hierfür ist jedoch eine Periodizität des empfangenen Signals. Diese wird durch das Anfügen eines zyklischen Schutzintervalls (*Cyclic Prefix*), das aus einer Kopie der letzten p Abtastwerte des zu übertragenden Signals besteht, hergestellt. Ein derartiges System wird als OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) bezeichnet.

In diesem Kapitel wurde auf die Grundlagen von OFDM eingegangen. Neben einer zeitkontinuierlichen Darstellung ist insbesondere die beschriebene zeitdiskrete Darstellung eines OFDM-Systems von Bedeutung, weil sie im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich verwendet wird. Diesen grundlegenden Aspekten folgte eine Beschreibung der OFDM-Systeme sowohl für die drahtlose als auch für die drahtgebundene Übertragung.

Die drahtlose OFDM-Übertragung wurde am Beispiel des Hiperlan Typ 2-Systems diskutiert. Insbesondere ist das dort beschriebene Modell eines Funkkanals von Bedeutung, weil es im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird.

Zur Beschreibung der drahtgebundenen OFDM-Übertragung wurde das ADSL-System herangezogen. Aufgrund der Notwendigkeit der Erzeugung von reellen Basisbandsignalen wird dort im Unterschied zu einer OFDM-Funkübertragung das Modulationsschema derart ausgeführt, daß am Ausgang des Modulators ein reelles Signal entsteht. An einem Beispiel wurde ferner eine weitere Besonderheit des ADSL-Systems verdeutlicht: Da die Impulsantwort einer drahtgebundenen Übertragungsstrecke zeitinvariant ist, wird dort zu Beginn einer Übertragung jeweils die Datenrate in Abhängigkeit von SNR bestimmt, was zu einer effizienteren Nutzung der verfügbaren Bandbreite führt.

3 Referenzdatenfreie Kanalschätzung und Entzerrung

In diesem Kapitel wird auf Verfahren zur referenzdatenfreien Kanalschätzung und Entzerrung eingegangen. In Abschnitt 3.1 wird der Begriff „referenzdatenfrei“ noch einmal erklärt und es werden, basierend auf dem geschichtlichen Hintergrund, die wichtigsten Verfahren zusammengefaßt. In Abschnitt 3.2 werden die Verfahren für die referenzdatenfreie Entzerrung beschrieben. Auf die referenzdatenfreie Kanalschätzung auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung wird in Abschnitt 3.3 eingegangen. In Abschnitt 3.4 steht die referenzdatenfreie Kanalschätzung für OFDM-Übertragung im Vordergrund. Die wesentlichen Ergebnisse dieses Kapitels sind in Abschnitt 3.5 zusammengefaßt.

3.1 Einführung

Wird ein Signal über ein lineares, zeitvariantes System übertragen, so können die entstandenen Verzerrungen am Empfänger durch einen Entzerrer reduziert werden. Um die Entzerrerkoeffizienten zu bestimmen, können empfangsseitig bekannte Referenzdaten (sog. Trainingssequenzen) übertragen werden. Problematisch dabei ist jedoch, daß die Übertragung von Referenzdaten zu einer Senkung der effektiven Datenrate führt. Aus diesem Grund werden, wie beispielsweise bei dem Hiperlan/2-System [64], möglichst kurze Referenzdatenfolgen übertragen. Dies führt jedoch dazu, daß eine genügend genaue Entzerrung bereits im Falle relativ schwach zeitvarianter Übertragungskanäle nicht immer gewährleistet ist [85]. Darüber hinaus ist eine möglichst genaue Kenntnis der Kanalimpulsantwort für die in letzter Zeit immer wichtiger werdenden adaptiven Übertragungssysteme von entscheidender Bedeutung [138], [146]. Aus diesem Grund ist das Interesse an Verfahren stetig gewachsen, die eine referenzdatenfreie Entzerrung oder Kanalschätzung ermöglichen [67], [147].

In Abbildung 32 ist die prinzipielle Struktur von referenzdatenbasierten und referenzdatenfreien Systemen dargestellt. Sind dem Empfänger die zu übertragenden Daten bekannt, so ist das System zugänglich: Der Betrag und die Phase der Kanalimpulsantwort kann z. B. anhand des Kriteriums des minimalen mittleren quadratischen Fehlers (MMQF) [2] geschätzt werden.

Werden keine Referenzdaten übertragen, so ist das System unzugänglich: Zur Schätzung der Entzerrerkoeffizienten oder der Kanalimpulsantwort steht lediglich das empfangene Signal zur Verfügung.

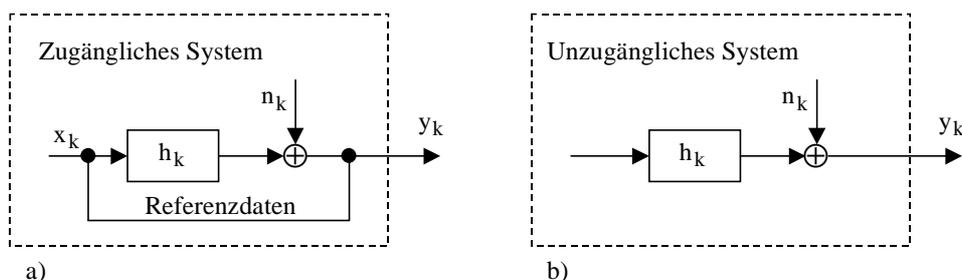


Abbildung 32: Gegenüberstellung der Systeme: a) Referenzdatenbasiertes System, b) Referenzdatenfreies System

In den ersten Arbeiten von *Sato* [68], *Godard* [69], *Benveniste* [70] und *Treichler* [72] wurde die Problematik der referenzdatenfreien Entzerrung untersucht. Dabei werden die Entzerrerkoeffizienten adaptiv mit Hilfe eines geeigneten Gradientenalgorithmus¹ nachgeführt. Diese Adaption kann sowohl im Symboltakt als auch im hohen Takt nach einer Überabtastung des empfangenen Signals durchgeführt werden [82]. Das wesentliche Problem dieser Verfahren ist jedoch deren langsame Konvergenzgeschwindigkeit [99].

Diese Konvergenzproblematik kann größtenteils vermieden werden, falls zunächst die Kanalimpulsantwort geschätzt wird [99]. Dieser Ansatz ist insbesondere für die Systemadaptivität von Bedeutung, weil dort stets die Kenntnis der Kanalimpulsantwort benötigt wird. Um diese zu schätzen, steht jedoch nur die statistische Information zur Verfügung, die das empfangene Signal beinhaltet. In den ersten Arbeiten von *Tugnait* [73] und *Giannakis* [74], [75] wurden Verfahren vorgeschlagen, mit denen die Kanalimpulsantwort auf der Basis von Statistiken höherer Ordnung geschätzt werden kann. Dazu werden zunächst sog. Kumulanten dritter und höherer Ordnung gebildet [75] mit der charakteristischen Eigenschaft, daß sie für gaußverteilte Prozesse identisch null sind [76]¹. Dies ist dann von Vorteil, wenn die übertragenen Signale nicht gaußverteilt sind (z.B. GSM [78]). Das additive Gaußrauschen beeinflusst dort die Schätzung nicht. Anders verhält es sich bei Multiträgersignalen. Da diese näherungsweise gaußverteilt sind [77], sind hier prinzipielle Konvergenzprobleme zu erwarten. Aus diesem Grund wird im Rahmen dieser Arbeit nicht auf Verfahren eingegangen, die auf Statistiken höherer Ordnung basieren. Eine Übersicht hierzu findet sich z.B. in [76].

Zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort für Multiträgerübertragung stehen daher lediglich Statistiken zweiter Ordnung des empfangenen Signals zur Verfügung. Das prinzipielle Problem dabei ist jedoch, daß im Falle von stationären Signalen die Statistiken zweiter Ordnung keine Information über die Phase des Übertragungssystems beinhalten.

1991 zeigte *Gardner* [80], daß eine vollständige Schätzung der Kanalimpulsantwort auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung dann durchgeführt werden kann, wenn das empfangene Signal zyklstationär ist². In Abbildung 33 ist diese Eigenschaft am Beispiel der Autokorrelationsfunktion eines Zufallsprozesses veranschaulicht.

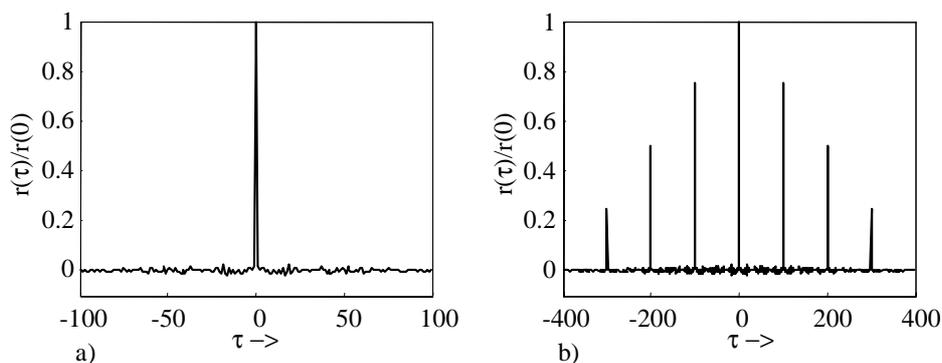


Abbildung 33: Autokorrelationsfunktion a) eines stationären b) eines zyklstationären Prozesses (jeweils 100 Mittelwerte)

Die zur Kanalschätzung notwendige Zyklstationarität kann empfangenseitig durch Überabtastung herbeigeführt werden. Das erste Verfahren, das auf diesem Ansatz basiert, wurde von

-
1. Dies gilt bei Momenten höherer Ordnung nicht. Diese verschwinden bei symmetrischen Verteilungsdichtefunktion nur dann, wenn die Ordnung ungerade ist [76].
 2. In dieser Arbeit wurden jedoch Referenzdaten zur Kanalschätzung herangezogen.

Tong in 1991 veröffentlicht [81]. Diese Arbeit begründete eine Reihe von Methoden, die sich in die folgenden Klassen unterteilen lassen:

1. deterministisch und
2. statistisch.

Bei den deterministischen Verfahren wird keine *a priori* Kenntnis der statistischen Eigenschaften (z. B. die Struktur der Kovarianzmatrix) des gesendeten Signals ausgenutzt. Wichtige Vertreter dieser Verfahren sind der *Maximum Likelihood*-Ansatz [92] (die Kanalimpulsantwort wird mit Hilfe der detektierten Daten geschätzt) sowie die *Cross Relation* (CR)-Methoden [94], [95].

Die statistischen Verfahren hingegen basieren auf einer expliziten Ausnutzung der statistischen Eigenschaften des empfangenen Signals. Auch hier sind *Maximum Likelihood*-Methoden möglich, mehr Bedeutung erlangten jedoch die von Tong begründeten Momentenmethoden [97], [98] und vor allem die Subraummethode [99], die als eine Unterklasse der Momentenmethoden verstanden werden können [67]. Der Grund für die Bedeutung der Subraummethode ist die im Vergleich zu den anderen Momentenmethoden höhere Konvergenzgeschwindigkeit sowie der etwas geringere Implementierungsaufwand.

Anstatt die Zyklstationarität am Empfänger durch Überabtastung zu erzeugen, kann diese auch sendeseitig herbeigeführt werden. Eine Möglichkeit hierzu besteht in der Verwendung einer periodischen Modulation, wie von *Serpendin* in 1998 vorgeschlagen [84]. Ein weiterer Ansatz, der von *Giannakis* in 1997 veröffentlicht wurde, basiert auf einer sendeseitigen Einfügung von periodischen Nullfolgen durch eine geeignete Filterbank [83]. Als eine Modifikation dieser Methode schlug *Tsatsanis* in 1997 vor, die zu übertragenden Datenblöcke zu wiederholen [87]. Erst in 1999 wurde von *Heath* [88] die durch das zyklische Intervall in OFDM-Systemen herbeigeführte Zyklstationarität zur referenzdatenfreien Kanalschätzung herangezogen. Ähnliche Ansätze wurden etwa zeitgleich von *Muquet* vorgestellt [89], [90].

Unabhängig von dem gewählten Verfahren zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort oder der Entzerrerkoeffizienten ist die Schätzung prinzipiell bis auf einen (komplexwertigen) multiplikativen Faktor möglich, der referenzdatenfrei nicht aufgelöst werden kann [88]. Diese Eigenschaft bedeutet, daß das entzerrte Signal eine (konstante) Phasenverschiebung und Amplitudenskalierung aufweist. Beide können jedoch stets durch eine empfangsseitige Regelung eliminiert werden [87].

3.2 Referenzdatenfreie Entzerrung

Bei einer referenzdatenfreien Entzerrung des empfangenen Signals werden die Entzerrerkoeffizienten mit Hilfe einer Fehlerfunktion Ψ nachgeführt. In Abbildung 34 ist eine prinzipielle Entzerrerrstruktur dargestellt.

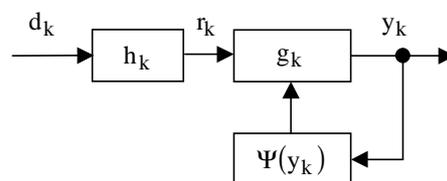


Abbildung 34: Prinzipielle Struktur der referenzdatenfreien Entzerrung

Mit dem Empfangsvektor $\mathbf{r}_k = [r_k, \dots, r_{k-m}]$ und dem Vektor der Entzerrerkoeffizienten $\mathbf{g}_k = [g_{k,0}, \dots, g_{k,m}]$ lautet die Adaptionsgleichung für die Koeffizienten des Entzerrers [104]:

$$\mathbf{g}_{n+1} = \mathbf{g}_n + \mu \Psi(y_k) \mathbf{r}_n^* . \quad (3.1)$$

Mit μ ist die Schrittweite bezeichnet.

Eine der ersten Formulierungen für die Fehlerfunktion $\Psi(y_k)$ geht auf *Sato* zurück [68]. Bei diesem Algorithmus, der in der Originalarbeit auf PAM-Signale angewendet wurde, lautet diese:

$$\Psi(y_k) = y_k - \gamma \text{sign}(y_k) , \gamma = E\{|d_k|^2\} / E\{|d_k|\} . \quad (3.2)$$

In der Fehlerfunktion tritt neben dem empfangenen Signal auch die statistische Information über das gesendete Signal auf. Problematisch bei dem *Sato*-Algorithmus sind die schlechten Konvergenzeigenschaften aufgrund der stark ausgeprägten lokalen Minima von $\Psi(y_k)$ [104]. Dieser Algorithmus kann daher nur dann eingesetzt werden, wenn das Empfangssignal zuvor genügend genau vorentzerrt worden ist.

Eine weitere Klasse referenzdatenfreier Entzerrverfahren ist durch die entscheidungsrückgekoppelte Wahl der Fehlerfunktion gegeben:

$$\Psi(y_k) = w(y_k) \cdot (y_k - \tilde{d}_k) . \quad (3.3)$$

Mit \tilde{d}_k ist der detektierte Abtastwert bezeichnet. Mit der Gewichtungsfunktion $w(y_k)$ wird der Modus des Algorithmus' festgelegt. Ist $w(y_k) = 1$, so wird das Verfahren als *Decision Directed*-Algorithmus bezeichnet. Problematisch bei diesem Ansatz ist jedoch, daß Falschentscheidungen zu einer signifikanten Verschlechterung der Konvergenzeigenschaften führen. Auch bei diesem Algorithmus muß das empfangene Signal daher bereits relativ gut vorentzerrt sein.

Wählt man die Gewichtungsfunktion jedoch derart, daß nur die richtig detektierten Daten zur Aktualisierung der Fehlerfunktion herangezogen werden, so lautet $w(y_k)$:

$$w(y_k) = \begin{cases} 1 , & \text{falls } \text{sign}(y_k - \tilde{d}_k) = \text{sign}(y_k - \beta y_k) , \beta > 0 \\ 0 , & \text{sonst} \end{cases} . \quad (3.4)$$

In diesem Fall spricht man von *Stop-And-Go*-Algorithmus [107]. Problematisch bei diesem Algorithmus ist die u. U. sehr langsame Konvergenzgeschwindigkeit. Der Algorithmus „wartet“ mit der Adaption solange, bis ein korrekt detektierter Abtastwert zur Verfügung steht.

Aufgrund der Konvergenzproblematik bei den beschriebenen Verfahren wird in praktischen Systemen häufig der *Godard*- bzw. der *Constant Modulus*-Algorithmus (CMA) eingesetzt [69], [72], [142]. Bei dem *Godard*-Algorithmus lautet die Fehlerfunktion [52]:

$$\Psi_p(y_k) = y_k |y_k|^{p-2} (|y_k|^p - R_p) , R_p = E\{|d_k|^{2p}\} / E\{|d_k|^p\} . \quad (3.5)$$

Zur Dimensionierung der Fehlerfunktion wird hier neben der statistischen Information über das gesendete Signal auch die Statistik des empfangenen Signals verwendet. Die Momentenordnung wird durch eine adäquate Wahl von p bestimmt. So kann auch die Statistik höherer Ordnung zur Entzerradaption indirekt herangezogen werden. Für den Spezialfall $p = 2$ entsteht der *Constant Modulus*-Algorithmus (CMA) [106].

Der wesentliche Grund für die Bedeutung des *Godard*-Algorithmus' bzw. des CMA sind deren gute Konvergenzeigenschaften, obwohl auch hier mehrere lokale Minima möglich sind [145]. Diese Algorithmen können ferner auch zur Entzerrung von höherstelligen Signalraumkonstellationen, wie z.B. QAM, herangezogen werden [108]. Nachteilig ist jedoch, daß auch bei diesen Algorithmen das empfangene Signal vorentzerrt sein muß.

Die Vorteile der Algorithmen zur referenzdatenfreien Entzerrung liegen vor allem bei der einfachen Implementierung und bei einem relativ geringen Implementierungsaufwand. Der we-

sentliche Nachteil dieser Algorithmen ist deren sehr langsame und, falls die Fehlerfunktion mehrere lokale Minima aufweist, ungewisse Konvergenz. Diese Algorithmen können daher lediglich zu einer referenzdatenfreien Nachführung der Entzerrkoeffizienten bei relativ schwach zeitvarianten Übertragungskanälen herangezogen werden, wobei das Signal bereits vorentzerrt sein muß. Aufgrund dieser Charakteristika sind diese Algorithmen nur bedingt einsetzbar, falls eine vollständig referenzdatenfreie Lösung bei gleichzeitig sicherer Konvergenz angestrebt wird. Eine detaillierte Untersuchung der Eigenschaften von Verfahren zur referenzdatenfreien Entzerrung findet sich z.B. in [107].

3.3 Referenzdatenfreie Kanalschätzung

3.3.1 Kanalschätzung auf der Basis von Überabtastung

Wird am Empfänger die Abtastrate des empfangenen Signals um den Faktor M erhöht, so kann das resultierende Übertragungssystem als ein Ensemble von M parallelen Übertragungssystemen interpretiert werden, denen jeweils ein Übertragungskanal zugeordnet ist. In Abbildung 35 ist ein solches Multikanalszenario veranschaulicht.

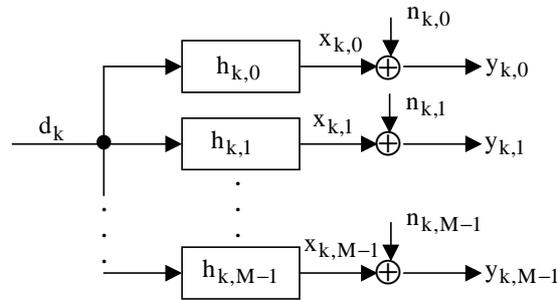


Abbildung 35: Multikanalmodell nach einer Überabtastung

Für jedes empfangene Teilsignal $y_{k,i}$, $i=[0, \dots, M-1]$, läßt sich bei Berücksichtigung der Rauschprozesse $n_{k,i}$ die folgende Relation angeben [95]:

$$y_{k,i} = \sum_{j=0}^{p-1} h_{i,j} d_{k-j} + n_{k,i}. \quad (3.6)$$

Dabei bezeichnet p die maximale Anzahl der Koeffizienten der jeweiligen Teilkanalimpulsantworten $\mathbf{h}_i = [h_{i,0}, \dots, h_{i,p-1}]$.

Werden N aufeinanderfolgende, dem i -ten Kanal zugehörige Abtastwerte zu einem Vektor $\mathbf{y}_{k,i} = [y_{k,i}, \dots, y_{k,i-N+1}]^T$ zusammengefaßt, so läßt sich dieser mit Hilfe der $N \times (N+p)$ Kanalfaltungsmatrix

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} h_{i,0} & \dots & h_{i,p-1} & 0 & \dots & \dots \\ 0 & h_{i,0} & \dots & h_{i,p-1} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & h_{i,0} & \dots & h_{i,p-1} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

wie folgt darstellen [99]:

$$\mathbf{y}_{k,i} = \mathbf{H}_i \mathbf{d}_{k,i} + \mathbf{n}_{k,i}. \quad (3.8)$$

Dabei bezeichnen $\mathbf{d}_{k,i} = [d_{k,i}, \dots, d_{k,i-N-p}]^T$ und $\mathbf{n}_{k,i} = [n_{k,i}, \dots, n_{k,i-N+1}]^T$ jeweils den Vektor der dazugehörigen Abtastwerte des Sendesignals und des Rauschprozesses. Werden alle Meßwerte zusammengefaßt, so folgt:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{H}\mathbf{d}_{k,i} + \mathbf{n}_{k,i}. \quad (3.9)$$

Mit $\mathbf{y}_i = [\mathbf{y}_{k,0}^T, \dots, \mathbf{y}_{k,M-1}^T]^T$ ist der Vektor der Abtastwerte des empfangenen Signals bezeichnet, bestehend aus den Subvektoren $\mathbf{y}_{k,i}$, die dem i -ten Kanal zugeordnet sind. Der Rauschvektor \mathbf{n}_i^k wird analog gebildet. Die Matrix $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_0^T, \dots, \mathbf{H}_{M-1}^T]^T$ ist die resultierende Kanalfaltungsmatrix der Dimension $MN \times (N+p-1)$.

Die wesentliche Voraussetzung dafür, daß die Kanalimpulsantwort referenzdatenfrei geschätzt oder direkt entzerrt werden kann, ist die Rangvollständigkeit von \mathbf{H} [99]. Werden die Teilimpulsantworten \mathbf{h}_i in den Z -Bereich transformiert

$$\mathbf{h}_i(z) = \sum_{k=0}^{p-1} h_{i,k} z^k, \quad (3.10)$$

so bedeutet diese Forderung, daß die folgenden Bedingungen für eine Identifizierbarkeit der Kanalimpulsantwort erfüllt sein müssen [99], [102]:

1. die Polynome $\mathbf{h}_i(z)$, $i = 0, \dots, M-1$ haben keine gemeinsamen Nullstellen,
2. mindestens ein Polynom hat den Grad $p-1$,
3. N ist größer als $p-1$.

Diese Voraussetzungen beschränken die möglichen Klassen von Kanälen, die basierend auf einer Überabtastung des empfangenen Signals referenzdatenfrei geschätzt bzw. direkt entzerrt werden können. Diesen Forderungen liegen jedoch auch keine Annahmen über die statistischen Eigenschaften des Sendesignals zugrunde. Werden Verfahren angewendet, die die statistische Struktur des Sendesignals ausnutzen, ist dort lediglich vorauszusetzen, daß die Kovarianzmatrix des Sendesignals rangvollständig ist (in der Literatur oft als *persistence of excitation* bezeichnet) [67]. Dies bedeutet, daß das Spektrum des (als unendlich lang angenommenen) Sendesignals an mindestens $p-1$ Frequenzstellen (sog. Anzahl der Moden oder lineare Komplexität) nicht verschwindet. Werden hingegen deterministische Verfahren zur referenzdatenfreien Kanalschätzung herangezogen, so reichen diese Annahmen nicht aus. Die Mindestanforderung an das gesendete Signal ist hier, daß die Anzahl seiner Moden nicht geringer als $2 \cdot (p-1) + 1$ sein darf [95].

Um die wesentliche Problematik der referenzdatenfreien Kanalschätzung auf der Basis von empfangsseitiger Überabtastung zu erläutern, wird im folgenden die in [99] vorgestellte Subraummethode diskutiert. Ausgehend von (3.9) wird zunächst die Autokorrelationsmatrix von \mathbf{y}_i bestimmt:

$$\mathbf{R}_y = E\{\mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H\} = E\{(\mathbf{H}\mathbf{d}_{k,i} + \mathbf{n}_{k,i})(\mathbf{H}\mathbf{d}_{k,i} + \mathbf{n}_{k,i})^H\}. \quad (3.11)$$

Unter der Annahme einer zeitinvarianten Impulsantwort des Übertragungskanals kann (3.11) wie folgt dargestellt werden:

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{H}\mathbf{R}_D\mathbf{H}^H + \mathbf{R}_N. \quad (3.12)$$

Mit \mathbf{R}_D ist die $(N+p-1) \times (N+p-1)$ Autokorrelationsmatrix der gesendeten Datenfolge bezeichnet, \mathbf{R}_N ist die Autokorrelationsmatrix des Rauschprozesses.

Sind die Matrizen \mathbf{R}_y , \mathbf{R}_N und \mathbf{H} rangvollständig, so besitzt die Matrix \mathbf{R}_y genau MN von null verschiedene Eigenwerte $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{MN-1}$ mit der Eigenschaft [99]:

$$\begin{aligned}\lambda_i &> \sigma_N^2 & i = 0, \dots, p + N - 2 \\ \lambda_i &= \sigma_N^2 & i = p + N - 1, \dots, MN - 1\end{aligned}\quad (3.13)$$

Dies bedeutet, daß die ersten $p + N - 1$ Eigenwerte größer sind als die Rauschvarianz. Der von den dazugehörigen Eigenvektoren aufgespannte Subraum $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_0, \dots, \mathbf{s}_{p+N-2}]$ der Dimension $MN \times p + N - 1$ wird daher als Signalraum (*signal subspace*) bezeichnet.

Die übrigen Eigenwerte sind gleich der Rauschvarianz. Der von den dazugehörigen Eigenvektoren aufgespannte Subraum $\mathbf{G} = [\mathbf{g}_0, \dots, \mathbf{g}_{MN-p-N}]$ wird daher als Rauschraum (*noise subspace*) bezeichnet. Dieser Subraum hat die Dimension $MN \times MN - p - N + 1$.

Wird die Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_y mit Hilfe der beiden Subräume beschrieben, so folgt:

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{S} \{ \text{diag} \lambda_0, \dots, \lambda_{p+N-2} \} \mathbf{S}^H + \sigma_N^2 \mathbf{G} \mathbf{G}^H. \quad (3.14)$$

Unter der Annahme, daß der Rauschraum orthogonal zu dem Signalraum ist, sind die Eigenvektoren aus \mathbf{G} orthogonal zu den Spaltenvektoren von \mathbf{H} , d.h. [99]

$$\mathbf{g}_i^H \mathbf{H} = 0 \quad 0 \leq i < MN - p - N + 1. \quad (3.15)$$

Diese Orthogonalität ist grundlegend für die referenzdatenfreie Kanalschätzung. Ist einer der Subräume bekannt, so läßt sich der andere Subraum stets bestimmen (bis auf eine Skalierungskonstante). Da der Signalraum gesucht wird (dieser enthält die Kanalimpulsantwort), wird in dem in der Originalarbeit [99] vorgeschlagenen Algorithmus davon ausgegangen, daß der Rauschraum \mathbf{G} bekannt ist.

Um den Signalraum zu bestimmen, wird zunächst eine *Töplitz*-Matrix \mathbf{G}_i der Form (3.7) aus den Eigenvektoren $\mathbf{g}_i \in \mathbf{G}$ gebildet und die folgende quadratische Form minimiert:

$$q(\mathbf{h}) = \mathbf{h} \mathbf{Q} \mathbf{h}^H. \quad (3.16)$$

Die Matrix \mathbf{Q} läßt sich aus

$$\mathbf{Q} = \sum_{i=0}^{MN-p-N} \mathbf{G}_i \mathbf{G}_i^H \quad (3.17)$$

bestimmen. Der Vektor $\mathbf{h} = [\mathbf{h}_0, \dots, \mathbf{h}_{M-1}]$ beinhaltet die Kanalimpulsantworten aller Teilkanäle.

Bei der Lösung der Minimierungsaufgabe muß eine zusätzliche Randbedingung berücksichtigt werden, um die Trivialsolution $\mathbf{h} = 0$ zu vermeiden. In der Originalarbeit [99] wurden zwei Randbedingungen vorgeschlagen:

1. quadratisch: Minimierung von $q(\mathbf{h})$ unter der Bedingung $\|\mathbf{h}\| = 1$
2. linear: Minimierung von $q(\mathbf{h})$ unter der Bedingung $\mathbf{h} \mathbf{c}^H = 1$, wobei \mathbf{c} ein beliebiger Vektor der Dimension $1 \times Mp$ ist

Wird die erste Möglichkeit gewählt, so ist die Lösung der zu dem kleinsten Eigenwert gehörende Eigenvektor von \mathbf{Q} . Bei der zweiten Variante muß hingegen ein lineares Gleichungssystem gelöst werden.

Wird das beschriebene Verfahren zur Schätzung der Kanalimpulsantwort herangezogen, so muß zunächst die Matrix \mathbf{G} (Rauschraum) geschätzt werden. Hierbei ist zusätzlich die Kenntnis der Ordnung der Kanalimpulsantwort notwendig. Um diese zu bestimmen, müssen i.A. aufwendige statistische Tests durchgeführt werden [67]. Zur Bestimmung des Rauschraums müssen ferner die Varianzen der Rauschprozesse bekannt sein. Ist dies nicht der Fall, so kann der Rauschraum z. B. aus den Eigenvektoren gebildet werden, die zu den kleinsten Eigenwerten

gehören. Dies führt jedoch nur dann zum Erfolg, falls die Kanalimpulsantwort keine besonders stark ausgeprägten Nullstellen aufweist. Weitere Voraussetzung ist, daß die Rauschprozesse weiß sind. Ist dies nicht der Fall, so müssen die in dem empfangenen Signal enthaltenen Rauschprozesse „weiß“ gemacht werden. Dazu kann die Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_y gemäß

$$\overline{\mathbf{R}_y} = \mathbf{R}_N^{-1/2} \mathbf{R}_y (\mathbf{R}_N^{-1/2})^H \quad (3.18)$$

transformiert werden [99]. Die Kanalimpulsantwort kann nun zwar geschätzt werden, die Autokorrelationsmatrix der farbigen Rauschprozesse (d.h. solcher, die kein konstantes Leistungsdichtespektrum aufweisen) muß jedoch, zumindest näherungsweise, bekannt sein.

Der Vorteil der Subraummethode ist die im Vergleich zu den anderen bekannten statistischen Verfahren zur referenzdatenfreien Kanalschätzung, die auf empfangsseitiger Überabtastung basieren, höhere Konvergenzgeschwindigkeit und die etwas verringerte Komplexität [67].

Die verbleibende Komplexität stellt dennoch ein großes Problem dar: Zunächst muß die Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_y geschätzt werden. Nach einer weiteren Bestimmung der Ordnung der Kanalimpulsantwort erfolgt die Eigenwertzerlegung von \mathbf{R}_y , Bestimmung der Eigenwerte und der Eigenvektoren des Rauschraumes sowie die Formung der quadratischen Form (3.16). Je nach gewähltem Lösungsweg erfolgt dann eine weitere Eigenwertzerlegung oder die Lösung eines linearen Gleichungssystems. Dieser enorme Rechenaufwand verbunden mit der Unsicherheit bezüglich der Konvergenz des Verfahrens steht einer praktischen Anwendung der Algorithmen, die auf der empfangsseitig herbeigeführten Zyklstationarität basieren, im Wege. In [52] wird diese Klasse der Algorithmen mit den folgenden Worten bewertet:

„The use of cyclostationarity for blind identification and equalization is in its early stages of developement, and its commercial use is yet to be demonstrated“.

3.3.2 Kanalschätzung auf der Basis von Wiederholungscodierung

Die zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort notwendige Zyklstationarität der empfangenen Signale kann auch sendeseitig herbeigeführt werden. In [87] wurde dazu ein Ansatz vorgeschlagen, der auf Wiederholungscodierung der zu übertragenden Datenblöcke beruht. Abbildung 36 veranschaulicht die prinzipielle Systemstruktur.



Abbildung 36: Sendeseitige Herbeiführung der Zyklstationarität durch Wiederholungscodierung

Die Eingangsdaten werden zunächst um den Faktor M überabgetastet und zu Datenblöcken der Länge p zusammengefaßt. Diese Datenblöcke werden anschließend M -fach wiederholt, wodurch am Ausgang eine zyklische Datenfolge $\mathbf{w}_Z(n)$ entsteht. Im Falle einer zweifachen Wiederholung hat das Ausgangssignal beispielsweise die in Abbildung 37 dargestellte Struktur.

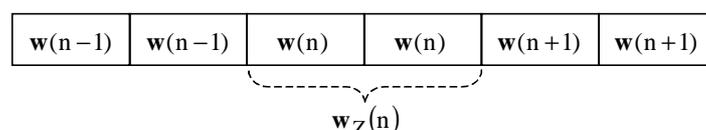


Abbildung 37: Datenstruktur bei einer zweifachen Wiederholung der Datenblöcke

Mit $\mathbf{w}(n) = [w_{n,0}, \dots, w_{n,p-1}]^T$ ist der n -te Datenblock bezeichnet, der wiederholt wird. Im folgenden wird vereinfachend angenommen, daß die Länge des Datenblocks gleich der Länge der Kanalimpulsantwort ist.

Wird die in Abbildung 37 dargestellte zyklische Datensequenz über einen zeitinvarianten Kanal mit der Impulsantwort $\mathbf{h} = [h_0, \dots, h_{p-1}]$ übertragen, so kann die (zyklische) Faltungsoperation mit Hilfe der folgenden Faltungsmatrizen \mathbf{H} und \mathbf{G} beschrieben werden [87]:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ & h_{p-1} & \dots & h_0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & h_{p-1} & \dots & h_1 \\ 0 & 0 & h_{p-1} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Die Matrix \mathbf{H} beschreibt die Faltung des betrachteten Symbolausschnitts mit der Kanalimpulsantwort. Die Nachschwinger, die durch vorangegangene Symbole verursacht sind, werden von der Matrix \mathbf{G} erfaßt. In Abbildung 38 ist eine Faltungsoperation am Beispiel einer Kanalimpulsantwort mit zwei Koeffizienten sowie die Zuordnung von \mathbf{H} und \mathbf{G} veranschaulicht.

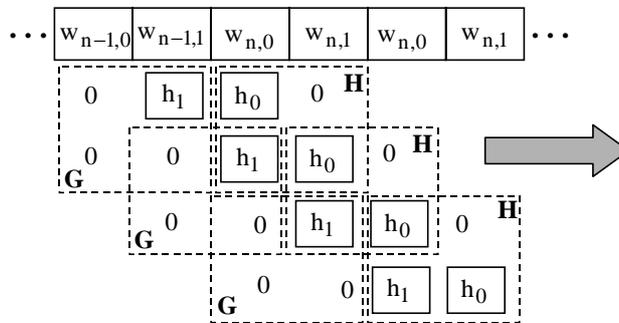


Abbildung 38: Faltungsprodukt

Mit diesen Definitionen können die beiden empfangenen Datenblöcke, die aus der Faltung der in Abbildung 37 betrachteten Datenfolge $\mathbf{w}(n)$ mit der Kanalimpulsantwort hervorgehen, wie folgt dargestellt werden³:

$$\mathbf{y}_2(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_U(n) \\ \mathbf{y}_D(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{H} + \mathbf{G} \end{bmatrix} \mathbf{w}(n) + \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{w}(n-1). \quad (3.20)$$

Mit $\mathbf{y}_U(n)$ ist der Signalanteil bezeichnet, der die Nachschwinger beinhaltet. $\mathbf{y}_D(n)$ ist hingegen der Signalanteil, der lediglich von der Kanalimpulsantwort und von dem aktuellen Datenblock abhängt.

Wird das als weiß und unkorreliert angenommene Kanalrauschen durch den Vektor

$$\mathbf{n}_2(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_U(n) \\ \mathbf{n}_D(n) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

beschrieben, so kann das empfangene Signal unter Berücksichtigung des Rauschens wie folgt ausgedrückt werden:

3. Um die Schreibweise zu vereinfachen, wird im folgenden am Sender und Empfänger der gleiche Zählindex verwendet.

$$\mathbf{y}_2(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{H} + \mathbf{G} \end{bmatrix} \mathbf{w}(n) + \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{w}(n-1) + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_U(n) \\ \mathbf{n}_D(n) \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

Die Autokorrelationsmatrix von $\mathbf{y}_2(n)$ läßt sich unter den Annahmen

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{w}(n)\mathbf{w}^H(n)\} &= E\{\mathbf{w}(n-1)\mathbf{w}^H(n-1)\} = \sigma_w^2 \mathbf{I} \\ E\{\mathbf{w}(n-1)\mathbf{w}^H(n)\} &= E\{\mathbf{n}_D(n)\mathbf{n}_U^H(n)\} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.23)$$

wie folgt darstellen [87]:

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{y}_2(n)\mathbf{y}_2^H(n)\} &= \sigma_w^2 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \mathbf{G}\mathbf{G}^H & \mathbf{H}(\mathbf{H} + \mathbf{G})^H \\ (\mathbf{H} + \mathbf{G})\mathbf{H}^H & (\mathbf{H} + \mathbf{G})(\mathbf{H} + \mathbf{G})^H \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} E\{\mathbf{n}_U(n)\mathbf{n}_U^H(n)\} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E\{\mathbf{n}_D(n)\mathbf{n}_D^H(n)\} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Mit σ_w^2 ist die Varianz der Sendedaten bezeichnet.

Die Annahmen (3.23) bedeuten im wesentlichen, daß die gesendeten Daten weiß und unkorreliert sind. Das Rauschen ist ebenfalls unkorreliert, jedoch nicht notwendigerweise weiß.

Interessant an dem Ergebnis (3.24) ist vor allem die Struktur der dort auftretenden Submatrizen $(\mathbf{H} + \mathbf{G})\mathbf{H}^H$ und $\mathbf{H}(\mathbf{H} + \mathbf{G})^H$:

$$(\mathbf{H} + \mathbf{G})\mathbf{H}^H = \begin{bmatrix} h_0 h_0^* & \square & \dots & \square \\ h_1 h_0^* & \square & \dots & \square \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{p-1} h_0^* & \square & \dots & \square \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{H} + \mathbf{G})^H = \begin{bmatrix} h_0 h_0^* & h_0 h_1^* & \dots & h_0 h_{p-1}^* \\ \square & \square & \dots & \square \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \square & \square & \square & \square \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Mit \square sind die für die folgenden Ausführungen nicht relevanten Elemente bezeichnet.

Die erste Spalte von $(\mathbf{H} + \mathbf{G})\mathbf{H}^H$ enthält bereits die mit h_0^* skalierte Kanalimpulsantwort $\mathbf{h} = [h_0, \dots, h_{p-1}]$. Die Submatrix $\mathbf{H}(\mathbf{H} + \mathbf{G})^H$ hingegen enthält in der ersten Zeile die konjugierte Kanalimpulsantwort $\mathbf{h}^* = [h_0^*, \dots, h_{p-1}^*]$, die mit ihren ersten Koeffizienten (h_0) skaliert ist.

Zur referenzdatenfreien Kanalschätzung muß lediglich die erste Spalte von $(\mathbf{H} + \mathbf{G})\mathbf{H}^H$ bzw. die erste Zeile von $\mathbf{H}(\mathbf{H} + \mathbf{G})^H$ geschätzt werden. Beide Submatrizen sind Teile der Autokorrelationsmatrix des empfangenen Signals.

Eine wichtige Eigenschaft dieses Verfahrens ist, daß alle Kanalklassen unabhängig von der Nullstellenverteilung der dazugehörigen Z-Transformierten der Kanalimpulsantwort geschätzt

werden können. Darüber hinaus muß die Ordnung der Kanalimpulsantwort nicht *a priori* bekannt sein. Die Konvergenz ist daher gesichert, falls:

- $h_0 \neq 0$: diese Bedingung kann stets durch geeignete Synchronisation gesichert werden [87]
- die Autokorrelationsmatrix des Sendesignals rangvollständig ist. Diese Bedingung bedeutet u.a., daß die Daten redundanzfrei sind.

Ein weiteres (etwas überraschendes) Ergebnis ist, daß bei der Schätzung der Autokorrelationsmatrix des empfangenen Signals der von den weißen und unkorrelierten Rauschprozessen verursachte Anteil bei den beiden Submatrizen $(\mathbf{H} + \mathbf{G})\mathbf{H}^H$ und $\mathbf{H}(\mathbf{H} + \mathbf{G})^H$ verschwindet. Dies bedeutet, daß die unkorrelierten Rauschprozesse die Schätzung im Idealfall (Ensemblemitteilung wie in (3.24)) nicht beeinflussen. Es können sogar korrelierte Rauschprozesse zugelassen werden, sofern deren Korrelationslänge (d.h. die Anzahl der von null verschiedenen Koeffizienten) nicht länger als ein Datenblock ist.

Aufgrund der Struktur der Daten kann die Kanalimpulsantwort auch mit Hilfe einer Subraumzerlegung geschätzt werden, wodurch eine im Vergleich zu (3.24) höhere Konvergenzgeschwindigkeit erreicht werden kann [87]. Nachteilig ist jedoch vor allem die mit der notwendigen Eigenwert- und Eigenvektorzerlegung verbundene hohe Komplexität, die eine praktische Implementierung fraglich erscheinen läßt.

3.4 Referenzdatenfreie Kanalschätzung für OFDM-Übertragung

Aufgrund des bei OFDM-Systemen verwendeten zyklischen Schutzintervalls (*Cyclic Prefix*), ist das gesendete Signal zyklstationär [88]. Da diese Eigenschaft bei einer Übertragung über lineare, zeitinvariante⁴ Übertragungskanäle nicht verlorengeht, ist das empfangene Signal ebenfalls zyklstationär [88], die Kanalimpulsantwort kann daher referenzdatenfrei geschätzt werden.

In Abbildung 39 sind die Strukturen eines gesendeten OFDM-Symbols $\mathbf{x}(k)$ und eines nach einer Übertragung über einen linearen, zeitinvarianten Kanal empfangenen OFDM-Symbols $\mathbf{y}(k)$ dargestellt.

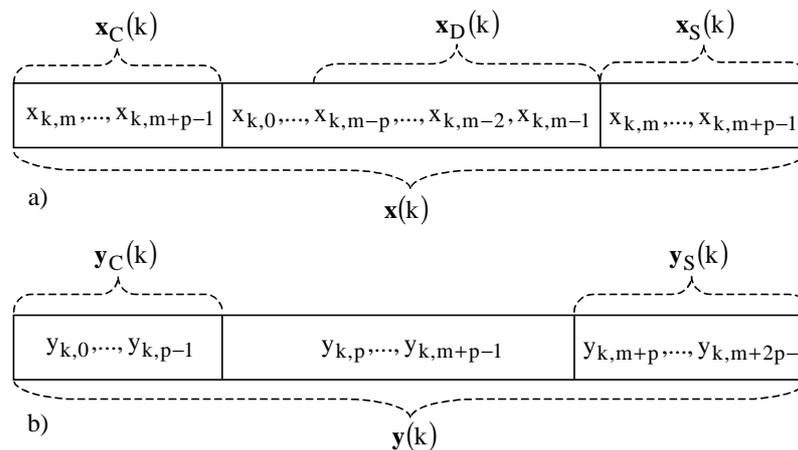


Abbildung 39: Struktur eines OFDM-Symbols: a) gesendetes, b) empfangenes OFDM-Symbol

Der Symbolausschnitt $\mathbf{x}_C(k)$ repräsentiert das angefügte Schutzintervall (*Cyclic Prefix*), das eine Kopie der letzten p Koeffizienten ($\mathbf{x}_S(k)$) ist.

4. Die Zeitinvarianz bezieht sich in diesem Falle auf die Dauer eines OFDM-Symbols.

Die beiden Symbolauschnitte $\mathbf{y}_C(k)$ und $\mathbf{y}_S(k)$, die $\mathbf{x}_C(k)$ und $\mathbf{x}_S(k)$ zugeordnet sind, können mit Hilfe der Matrizen \mathbf{H} und \mathbf{G} wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_C(k) &= \mathbf{H}\mathbf{x}_C(k) + \mathbf{G}\mathbf{x}_S(k-1) + \mathbf{n}_C(k) \\ \mathbf{y}_S(k) &= \mathbf{H}\mathbf{x}_S(k) + \mathbf{G}\mathbf{x}_D(k-1) + \mathbf{n}_S(k) .\end{aligned}\quad (3.27)$$

Mit $\mathbf{x}_D(k)$ ist derjenige Symbolauschnitt bezeichnet, der $\mathbf{x}_S(k)$ vorangestellt ist (siehe Abbildung 39). Die unkorrelierten Rauschprozesse $\mathbf{n}_C(k)$ und $\mathbf{n}_S(k)$ sind Subvektoren des folgenden Rauschprozesses:

$$\mathbf{n}(k) = [\underbrace{n_{k,0}, \dots, n_{k,p-1}}_{\mathbf{n}_C(k)}, \dots, \underbrace{n_{k,m+p}, \dots, n_{k,m+2p-1}}_{\mathbf{n}_S(k)}]^T . \quad (3.28)$$

Wird die Kreuzkorrelationsmatrix zwischen $\mathbf{y}_C(k)$ und $\mathbf{y}_S(k)$ bestimmt, so folgt:

$$E\{\mathbf{y}_C(k)\mathbf{y}_S^H(k)\} = \sigma_x^2 \cdot \mathbf{H}\mathbf{H}^H . \quad (3.29)$$

Dabei ist $\sigma_x^2 = E\{\mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}_S(k)\}$ die Leistung des gesendeten Signals. Dabei wurden, ähnlich wie in (3.23), die folgenden Annahmen getroffen:

$$\begin{aligned}E\{\mathbf{x}_C(k)\mathbf{x}_D^H(k)\} &= E\{\mathbf{x}_S(k-1)\mathbf{x}_S^H(k)\} = \mathbf{0} \\ E\{\mathbf{x}_S(k-1)\mathbf{x}_D^H(k)\} &= E\{\mathbf{n}_C(k)\mathbf{n}_S^H(k)\} = \mathbf{0} \\ E\{\mathbf{x}_C(k)\mathbf{x}_S^H(k)\} &= \sigma_x^2 \mathbf{I} .\end{aligned}\quad (3.30)$$

Diese Annahmen bedeuten im wesentlichen, daß die benachbarten Datenblöcke sowie das Rauschsignal unkorreliert sind.

Die Matrix $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ hat eine etwas andere Struktur, als die Submatrizen in (3.25) und (3.26) aus Abschnitt 3.3.2. Sie enthält sowohl in der ersten Zeile als auch in der ersten Spalte die skalierte Kanalimpulsantwort:

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^H = \begin{bmatrix} h_0 h_0^* & h_0 h_1^* & \dots & h_0 h_{p-1}^* \\ h_1 h_0^* & \square & \dots & \square \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{p-1} h_0^* & \square & \dots & \square \end{bmatrix} . \quad (3.31)$$

Die erste Spalte von $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ ist identisch mit der ersten Spalte von $(\mathbf{H} + \mathbf{G})\mathbf{H}^H$, die erste Zeile von $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ gleicht hingegen $\mathbf{H}(\mathbf{H} + \mathbf{G})^H$.

Wird beispielsweise nur die erste Spalte der Kreuzkorrelationsmatrix in (3.29) bestimmt, so erhält man die mit $h_0^* \cdot \sigma_x^2$ skalierte Kanalimpulsantwort. Die Schätzvorschrift lautet in diesem Fall [88]:

$$\mathbf{h} = \frac{1}{\sigma_x^2 \cdot h_0^*} \cdot E\{y_{k,0}^* \mathbf{y}_S^T(k)\} . \quad (3.32)$$

Zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort ist lediglich die Kreuzkorrelation zwischen dem ersten, konjugierten Abtastwert von $\mathbf{y}_C(k)$ und den letzten p Koeffizienten, die durch $\mathbf{y}_S(k)$ repräsentiert sind, zu bestimmen.

Wird hingegen die erste Zeile von $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ geschätzt, so lautet der Algorithmus (unter Berück-

sichtigung der Konjugation) analog:

$$\mathbf{h} = \frac{1}{\sigma_x^2 \cdot h_0^*} \cdot \mathbb{E}\{y_{k, m+p}^* \mathbf{y}_C^T(k)\}. \quad (3.33)$$

Da mit den Algorithmen (3.32) und (3.33) jeweils nur ein Teil der in $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ enthaltenen Information ausgenutzt wird, werden sie im folgenden mit ESA (einseitiger Algorithmus) bezeichnet.

Wird die gesamte zur Verfügung stehende Information zur Schätzung der Kanalimpulsantwort herangezogen, so lautet der beidseitige Algorithmus (BSA):

$$\mathbf{h} = \frac{1}{2 \cdot \sigma_x^2 \cdot h_0^*} \cdot [\mathbb{E}\{y_{k, m+p}^* \mathbf{y}_C^T(k)\} + \mathbb{E}\{y_{k, 0}^* \mathbf{y}_S^T(k)\}]. \quad (3.34)$$

In Abbildung 40 ist der mittlere quadratische Fehler (MQF) dargestellt, der bei der referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort auf der Basis des ESA und des BSA entsteht. Jeder E_S/N_0 -Wert wurde anhand von 1000 *Monte-Carlo*-Simulationen bestimmt (200 OFDM-Symbole), wobei bei jedem Experiment eine neue zeitinvariante Kanalimpulsantwort erzeugt wurde. Zur Schätzung der notwendigen Korrelationsfunktion wurde ferner Zeitmittelung herangezogen. Die Leistungsfähigkeit des einseitigen Algorithmus' (ESA) ist geringer als die des beidseitigen Algorithmus' (BSA). Dies ist darauf zurückzuführen, daß zur Kanalschätzung mit dem BSA die vollständige Information ausgenutzt wird, die von der Kreuzkorrelationsmatrix geliefert wird. Auf dieser Erkenntnis beruht auch das in [89] vorgeschlagene Verfahren: Dort wurde die Kreuzkorrelationsmatrix zunächst einer *Cholesky*-Zerlegung unterzogen. Der Nachteil dabei ist jedoch ein im Vergleich zu (3.34) stark erhöhter Aufwand sowie eine zusätzlich eingeführte Konvergenzunsicherheit [89].

Eine weitere Alternative liegt in der Anwendung der Subraummethoden. In [90] wurde (basierend auf der Originalarbeit [87]) ein derartiges Verfahren vorgeschlagen. Der wesentliche Nachteil ist auch hier der hohe Aufwand, um entweder ein Gleichungssystem zu lösen oder (je nach der gewählten Lösungsmöglichkeit) um die Eigenwertzerlegung der sich ergebenden Matrix durchzuführen. Außerdem dürfen auch in diesem Falle die Nullstellen der Z-Transformierten der Kanalimpulsantwort nicht zu stark ausgeprägt sein.

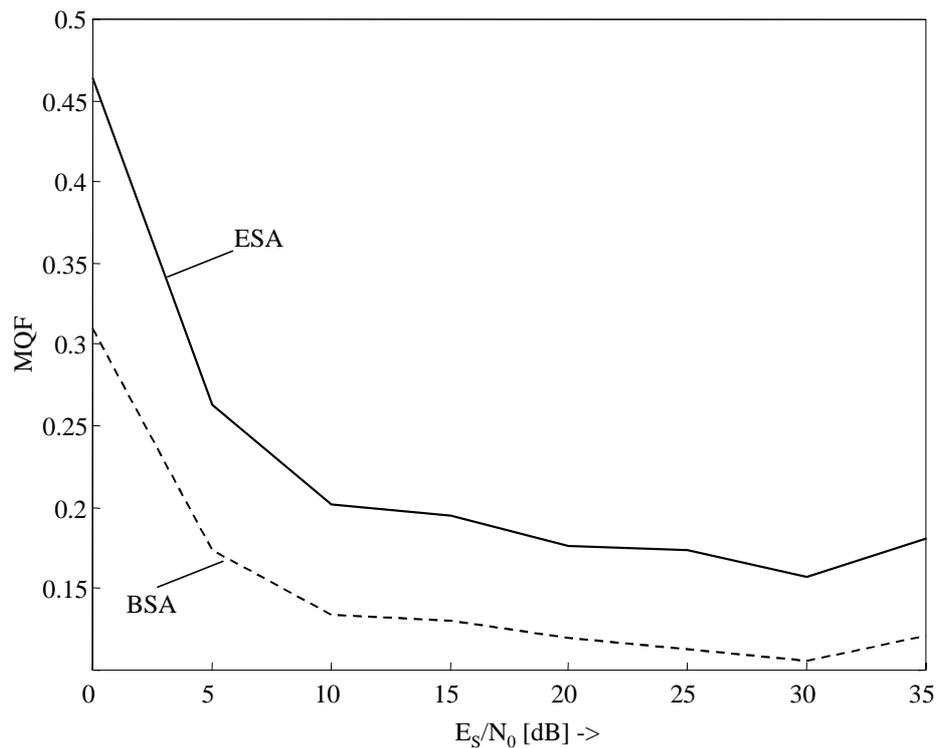


Abbildung 40: Gegenüberstellung des einseitigen und des beidseitigen Algorithmus'

Der ESA bzw. der BSA zeichnet sich durch eine einfache Struktur und durch die guten Konvergenzeigenschaften aus. Diese sind im wesentlichen gleich, wie bei dem in Abschnitt 3.3.2 diskutierten Algorithmus.

Eine Besonderheit des BSA bzw. des ESA ist die Unempfindlichkeit gegenüber Rauschprozessen, deren Korrelationslänge nicht allzu lang ist (d.h. die Anzahl der von null verschiedenen Koeffizienten ist geringer als $m+p$, siehe Abbildung 39). In diesem Fall verschwindet in (3.29) der rauschabhängige Korrelationsterm unabhängig von dem SNR. Darüber hinaus erlaubt die Struktur dieser Algorithmen eine relativ einfache Hardwareimplementierung. Aufgrund dieser guten Eigenschaften bildet der BSA bzw. der ESA die Grundlage für die weiteren Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit, wobei aus Gründen der Übersichtlichkeit stets der einseitige Algorithmus (3.32) bzw. (3.33) als Referenz herangezogen wird.

3.5 Zusammenfassung

Die Übertragung von Referenzdaten zur Schätzung der Entzerrerkoeffizienten bzw. der Kanalimpulsantwort ist mit einer Verringerung der effektiven Datenrate verbunden. Es werden in praktischen Übertragungssystemen daher möglichst kurze Referenzdatenfolgen verwendet, die jedoch für eine genügend genaue Schätzung dieser Parameter oft nicht ausreichend sind.

Aus diesem Grund gewinnen sog. referenzdatenfreie Schätzverfahren zunehmend an Bedeutung. Dabei wird versucht, die Entzerrerkoeffizienten oder auch die Kanalimpulsantwort lediglich auf der Basis des empfangenen Signals zu schätzen.

In diesem Kapitel wurden zunächst die wichtigsten Ansätze zur referenzdatenfreien Entzerrung beschrieben. Die Entzerrerkoeffizienten werden dort auf der Basis von Minimierung einer geeigneten Fehlerfunktion eingestellt. Der wesentliche Vorteil dieser Methoden ist deren relativ geringe Komplexität. Nachteilig ist jedoch, daß aufgrund der lokalen Minima der Fehlerfunktio-

on die Konvergenz nicht immer gesichert ist. Diese Verfahren können daher nur zur Nachführung der Entzerrkoeffizienten eingesetzt werden, wenn das empfangene Signal bereits genügend genau vorentzerrt worden ist.

Diese Konvergenzproblematik kann umgangen werden, wenn zunächst die Kanalimpulsantwort referenzdatenfrei geschätzt wird. Dieser Ansatz ist insbesondere für adaptive Multiträgerübertragung von Bedeutung, weil dort stets die Kenntnis der Kanalimpulsantwort benötigt wird. Die referenzdatenfreie Schätzung der Kanalimpulsantwort kann mit Hilfe der statistischen Information, die das empfangene Signal beinhaltet, durchgeführt werden. Hierzu stehen Statistiken zweiter und höherer Ordnung zur Verfügung.

Wird die Kanalimpulsantwort auf der Basis von Statistiken höherer Ordnung geschätzt, so muß gesichert sein, daß das empfangene Signal nicht gaußverteilt ist. Da diese Verteilung jedoch näherungsweise einem Multiträgersignal zugrundeliegt, ist dieser Ansatz dort problematisch.

Die Statistiken zweiter Ordnung können jedoch nur dann zur Kanalschätzung herangezogen werden, wenn das empfangene Signal zyklstationär ist. Diese Zyklstationarität kann entweder empfangsseitig durch Überabtastung oder auch sendeseitig durch geeignete Codierung des Sendesignals herbeigeführt werden.

Aufgrund fehlender Bezugsinformation ist allen referenzdatenfreien Verfahren jedoch gemeinsam, daß die Kanalimpulsantwort nur bis auf einen multiplikativen (komplexen) Faktor geschätzt werden kann.

Im zweiten Abschnitt dieses Kapitels wurde auf die referenzdatenfreie Kanalschätzung auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung eingegangen. Zunächst wurden die prinzipiellen Eigenschaften der Schätzverfahren beschrieben, wenn das empfangene Signal überabgetastet wird. Die prinzipielle Struktur der Algorithmen wurde am Beispiel der Subraummethode diskutiert. Der wesentliche Nachteil der bekannten Ansätze, die auf Überabtastung basieren, ist deren ungesicherte Konvergenz, weil sie von den Eigenschaften der zu schätzenden Kanalimpulsantwort abhängt. Darüber hinaus ist deren Komplexität enorm hoch. Aufgrund dieser noch ungelösten, prinzipiellen Probleme erscheint der praktische Einsatz dieser Klasse von Algorithmen fraglich. Die zur Schätzung notwendige Zyklstationarität kann jedoch auch sendeseitig durch z.B. Wiederholung der Datenblöcke herbeigeführt werden. Es zeigt sich, daß die Autokorrelationsmatrix des empfangenen Signals bereits die gesuchte Kanalimpulsantwort beinhaltet. Der wesentliche Vorteil des beschriebenen Algorithmus' ist, daß die Konvergenz sowohl von den Eigenschaften der zu schätzenden Kanalimpulsantwort als auch von den additiven und unkorrelierten Rauschprozessen unabhängig ist. Darüber hinaus ist die Komplexität des Schätzverfahrens relativ gering. Nachteilig ist jedoch die erhöhte Systemkomplexität, weil sendeseitig ein Codierer implementiert werden muß. Dieser Nachteil entfällt bei einer OFDM-Übertragung. Aufgrund des dort verwendeten, zyklischen Schutzintervalls ist das empfangene Signal bereits zyklstationär. Die Kanalimpulsantwort kann durch eine geeignete Auswertung der Autokorrelationsfunktion des empfangenen Signals referenzdatenfrei geschätzt werden. Aufgrund der guten Eigenschaften, wie sichere Konvergenz und einfache Struktur, ist dieses Verfahren besonders für referenzdatenfreie Schätzung der Kanalimpulsantwort für OFDM-Übertragung geeignet.

4 Vorschlag eines Verfahrens zur aufwandsreduzierten Schätzung der Korrelationsfunktionen

In diesem Kapitel wird auf die Schätzung der Korrelationsfunktionen eingegangen. In den Abschnitten 4.2 und 4.2.2 werden zunächst die Grundlagen der Schätzung der Korrelationsfunktionen beschrieben. In Abschnitt 4.3 wird ein aufwandsreduziertes Verfahren zur Schätzung der Korrelationsfunktionen vorgeschlagen, analysiert und durch Simulationen verifiziert. Basierend auf diesem Verfahren wird in Abschnitt 4.4 ein weiterer Algorithmus entwickelt, mit dem eine aufwandsreduzierte Schätzung der Kanalimpulsantwort für OFDM-Übertragung referenzdatenfrei durchgeführt werden kann. Auch dieser Algorithmus basiert nur auf Additions- und Subtraktionsoperationen. Auf die Implementierungsaspekte wird im Abschnitt 4.5 eingegangen, wobei auch ein Beispiel für eine Hardwarerealisierung des vorgeschlagenen Algorithmus zur referenzdatenfreien Kanalschätzung angegeben wird. Die wesentlichen Ergebnisse dieses Kapitels sind in Abschnitt 4.6 zusammengefaßt.

4.1 Einführung

Wird auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung die Impulsantwort eines Übertragungssystems referenzdatenfrei geschätzt, so spielen dort die Korrelationsfunktionen des empfangenen Signals eine zentrale Rolle. In Kapitel 3 wurde festgestellt, daß mit einer referenzdatenfreien Schätzung unabhängig von dem gewählten Verfahren stets eine Unsicherheit bezüglich einer unbekanntem Skalierungskonstanten verbunden ist. Dies bedeutet, daß eine zusätzliche Skalierung der Korrelationsfunktionen prinzipiell toleriert werden kann.

Basierend auf dieser Feststellung wird in diesem Kapitel ein Verfahren zur Schätzung von Korrelationsfunktionen vorgeschlagen, das lediglich Additions- und Subtraktionsoperationen benötigt. Auf die aufwandsbestimmenden Multiplikationen und Divisionen kann so verzichtet werden.

4.2 Grundlagen

Wird das in Abbildung 41 dargestellte, zeitinvariante Übertragungssystem betrachtet,

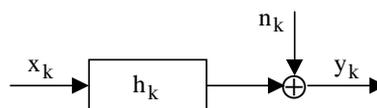


Abbildung 41: Zeitdiskretes Modell eines Übertragungssystems

so läßt sich das empfangene Signal y_k wie folgt darstellen:

$$y_k = \sum_{\tau=0}^{p-1} h_{\tau} x_{k-\tau} + n_k. \quad (4.1)$$

Mit x_k ist ein diskreter, stationärer, weißer, mittelwertfreier und unkorrelierter Eingangsprozeß bezeichnet, n_k ist ein gaußverteilter Rauschprozeß, der ebenfalls weiß, mittelwertfrei und unkorreliert ist.

Wird (4.1) mit Hilfe der Vektornotation beschrieben, so folgt mit dem Vektor der Kanalimpulsantwort $\mathbf{h} = [h_0, \dots, h_{p-1}]$ und dem des Eingangssignals $\mathbf{x}_k = [x_k, \dots, x_{k-p+1}]^T$:

$$y_k = \mathbf{h}\mathbf{x}_k + n_k. \quad (4.2)$$

Die Autokorrelationsfunktion von y_k an der Stelle τ ist durch

$$r_{yy}(\tau) = E\{y_k^* y_{k+\tau}\} \quad (4.3)$$

definiert [50].

Unter der Annahme einer zeitinvarianten Kanalimpulsantwort lautet (4.3):

$$r_{yy}(\tau) = \mathbf{h}^* E\{\mathbf{x}_k^* \mathbf{x}_{k+\tau}^T\} \mathbf{h}^T + E\{n_k^* n_{k+\tau}\}. \quad (4.4)$$

Ist y_k mittelwertfrei und stationär, so gilt ferner [50]:

$$r_{yy}(\tau) = E\{y_k y_{k-\tau}^*\} = \mathbf{h} E\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_{k-\tau}^H\} \mathbf{h}^H + E\{n_k n_{k-\tau}^*\}. \quad (4.5)$$

Dabei bezeichnet $(\dots)^H$ gleichzeitige Transponierung und Konjugation (hermitescher Operator). Mit Hilfe von $r_{yy}(\tau)$ kann nun die Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_{yy} bei stationären Signalen durch

$$\mathbf{R}_{yy} = \begin{bmatrix} r_{yy}(0) & r_{yy}(1) & \dots & r_{yy}(p-1) \\ r_{yy}^*(1) & r_{yy}(0) & \dots & r_{yy}(p-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{yy}^*(p-1) & r_{yy}^*(p-2) & \dots & r_{yy}(0) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

beschrieben werden. Mit $\mathbf{y}_k = [y_k, \dots, y_{k-p+1}]^T$ ist der Empfangsvektor bezeichnet. Eine besondere Bedeutung kommt in (4.6) den Diagonalelementen $r_{yy}(0)$ zu. Sie beschreiben die mittlere Leistung von y_k [42]:

$$r_{yy}(0) = E\{y_k y_k^*\} = \mathbf{h} E\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H\} \mathbf{h}^H + E\{n_k n_k^*\} = \sigma_y^2 + \sigma_n^2. \quad (4.7)$$

Falls das gesendete Signal die folgende Eigenschaft aufweist

$$E\{x_k x_{k-\tau}^*\} = \begin{cases} \sigma_x^2, & \tau = 0 \\ 0, & \tau \neq 0 \end{cases}, \quad (4.8)$$

dann folgt für (4.7):

$$r_{yy}(0) = \|\mathbf{h}\|^2 r_{xx}(0) + r_{nn}(0). \quad (4.9)$$

Dabei ist $r_{xx}(0) = \sigma_x^2$ die Leistung des gesendeten Signals und $r_{nn}(0) = \sigma_n^2$ die Rauschleistung.

Die Voraussetzung (4.8) bedeutet, daß die benachbarten Abtastwerte des gesendeten Signals statistisch unabhängig (und daher auch unkorreliert) sind. Die Leistung des empfangenen Signals setzt sich aus der mit $\|\mathbf{h}\|^2$ bewerteten Leistung des gesendeten Signals und der Leistung des Rauschprozesses zusammen.

Um (4.9) für beliebige τ zu verallgemeinern, wird zunächst die Korrelationsfunktion $\mathbf{r}_{hh}^E = [r_{hh}^E(0), \dots, r_{hh}^E(p-1)]$ der Kanalimpulsantwort betrachtet [50]:

$$r_{hh}^E(\tau) = \sum_{i=0}^{p-1} h_i^* h_{i+\tau}. \quad (4.10)$$

Das hochgestellte „E“ soll darauf hindeuten, daß in (4.10) eine Energie- oder Systemkorrelation definiert ist [42]. Damit kann $r_{yy}(\tau)$ wie folgt beschrieben werden [42]:

$$r_{yy}(\tau) = r_{hh}^E(\tau) \bullet r_{xx}(\tau) + r_{nn}(\tau). \quad (4.11)$$

Mit \bullet ist der Faltungsoperator bezeichnet. Bei der Korrelation (4.10) handelt es sich, wie bereits erwähnt, um die Korrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort, die formal wie die Autokorrelationsfunktion definiert wird. Die dort eingeführte Unterscheidung ist in der Tatsache begründet, daß es sich bei einer zeitinvarianten Kanalimpulsantwort nicht um ein stochastisches Leistungssignal handelt. Aufgrund der systemtheoretischen Analogie zwischen Signalen und Systemen kann die Kanalimpulsantwort jedoch als ein Energiesignal betrachtet werden [42]. Wird nun der Ausdruck (4.11) mit Hilfe der Fouriertransformation in den Frequenzbereich überführt, so folgt direkt die *Wiener-Lee-Beziehung* [42]:

$$S_{yy}(j\Omega) = |H(j\Omega)|^2 S_{xx}(j\Omega) + S_{nn}(j\Omega). \quad (4.12)$$

Mit $S_{yy}(j\Omega)$ und $S_{xx}(j\Omega)$ sind die Leistungsdichtespektren des empfangenen und des gesendeten Signals bezeichnet, $S_{nn}(j\Omega)$ ist das Leistungsdichtespektrum des Rauschsignals und $|H(j\Omega)|^2$ ist das Betragsquadrat der Fouriertransformierten der Kanalimpulsantwort. Ω ist die auf die Abtastfrequenz normierte Kreisfrequenz ω .

In Anlehnung an die Formulierung des *Wiener-Khintchine*-Theorems für zeitdiskrete, deterministische Energiesignale

$$r_{hh}^E(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H(j\Omega)|^2 e^{j\Omega\tau} d\Omega \quad (4.13)$$

wird $|H(j\Omega)|^2$ oft auch als Energiedichtespektrum bezeichnet [42].

Unter der Annahme (4.8) (statistische Unabhängigkeit) kann (4.5) derart umgeschrieben werden, daß dort nur $\mathbf{x}_k = [x_k, \dots, x_{k-p+1}]^T$ als stochastischer Prozeß auftritt. Hierzu wird zunächst eine Maskierungsmatrix $\mathbf{S}(\tau)$ der Dimension $p \times p$ definiert mit den Elementen [111]:

$$\mathbf{S}_{i,j}(\tau) = \begin{cases} 1, & i = j + \tau, j, i \leq p \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}. \quad (4.14)$$

Mit $i = 1, \dots, p$ ist der Zeilenindex und mit $j = 1, \dots, p$ ist der Spaltenindex bezeichnet. Für $\tau = 1$ hat die Matrix $\mathbf{S}(1)$ z.B. die folgende Form:

$$\mathbf{S}(1) = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

Mit dem Index τ wird die Subdiagonale unterhalb der Hauptdiagonalen festgelegt, deren Elemente gleich eins sind. Für $\tau = 0$ geht $\mathbf{S}(0)$ in die Einheitsmatrix \mathbf{I} über:

$$\mathbf{S}(0) = \mathbf{I}. \quad (4.16)$$

Mit $\mathbf{S}(\tau)$ kann (4.5) wie folgt ausgedrückt werden:

$$r_{yy}(\tau) = \mathbf{h} \mathbf{E}\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H\} \mathbf{S}^T(\tau) \mathbf{h}^H + \mathbf{E}\{n_k n_{k-\tau}^*\}. \quad (4.17)$$

Ist \mathbf{x}_k ein weißer, unkorrelierter und mittelwertfreier Prozeß, so ist $\mathbf{E}\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H\} = \sigma_x^2 \mathbf{I}$. Wird die Korrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort mit Hilfe von $\mathbf{S}(\tau)$ durch

$$r_{hh}^E(\tau) = \mathbf{h} \mathbf{S}^T(\tau) \mathbf{h}^H \quad (4.18)$$

definiert, so lautet (4.17):

$$r_{yy}(\tau) = \sigma_x^2 r_{hh}^E(\tau) + \mathbf{E}\{n_k n_{k-\tau}^*\}. \quad (4.19)$$

Mit Hilfe der obigen Definitionen und unter der Annahme weißer, unkorrelierter und mittelwertfreier Rauschprozesse kann die Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_{yy} mit $\mathbf{E}\{n_k n_k^*\} = \sigma_n^2$ durch

$$\mathbf{R}_{yy} = \sigma_x^2 \mathbf{R}_{hh}^E + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (4.20)$$

beschrieben werden. Die Korrelationsmatrix \mathbf{R}_{hh}^E lautet:

$$\mathbf{R}_{hh}^E = \begin{bmatrix} r_{hh}^E(0) & r_{hh}^E(1) & \dots & r_{hh}^E(p-1) \\ r_{hh}^{*E}(1) & r_{hh}^E(0) & \dots & r_{hh}^E(p-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{hh}^{*E}(p-1) & r_{hh}^{*E}(p-2) & \dots & r_{hh}^E(0) \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

\mathbf{R}_{yy} entsteht aus einer Bewertung der Korrelationsmatrix \mathbf{R}_{hh}^E mit der Leistung des Sendesignals. Weiße, unkorrelierte Rauschprozesse beeinflussen lediglich die Diagonale von \mathbf{R}_{yy} .

4.2.1 Spezialfall farbiger Rauschprozesse

Ist der Rauschprozeß farbig, so gilt i.A.

$$\mathbf{E}\{n_k n_{k-\tau}^*\} \Big|_{\tau=1 \dots m, m \leq p} \neq 0$$

und die Autokorrelationsmatrix des Rauschprozesses geht nicht in die Einheitsmatrix über. Da ein farbig, stationärer Rauschprozeß n_k aus einer Filterung eines weißen, unkorrelierten, stationären Rauschprozesses \tilde{n}_k hervorgeht [2], können für diesen Fall analoge Aussagen getroffen werden, wie für das gesendete Signal. In Abbildung 42 ist dieser Spezialfall veranschaulicht.

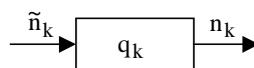


Abbildung 42: Filterung eines weißen Rauschprozesses

Unter der Annahme, daß die Impulsantwort des Rauschfilters zeitinvariant ist und daß die Länge des Rauschfilters gleich der Länge der Kanalimpulsantwort ist (p Koeffizienten), folgt:

$$\mathbf{n}_k = \sum_{\tau=0}^{p-1} q_{\tau} \cdot \tilde{\mathbf{n}}_{k-\tau}. \quad (4.22)$$

Mit der Korrelationsfolge $\mathbf{r}_{qq}^E = [r_{qq}^E(0), \dots, r_{qq}^E(p-1)]$ der Filterimpulsantwort $\mathbf{q} = [q_0, \dots, q_{p-1}]$ lautet (4.20) in diesem Fall:

$$\mathbf{R}_{yy} = \sigma_x^2 \mathbf{R}_{hh}^E + \sigma_n^2 \mathbf{R}_{qq}^E. \quad (4.23)$$

Dabei bezeichnet $E\{\tilde{\mathbf{n}}_k \tilde{\mathbf{n}}_k^*\} = \sigma_n^2$ die Varianz des weißen Anregungsprozesses $\tilde{\mathbf{n}}_k$. Die Korrelationsmatrix \mathbf{R}_{qq}^E kann wie folgt angegeben werden:

$$\mathbf{R}_{qq}^E = \begin{bmatrix} r_{qq}^E(0) & r_{qq}^E(1) & \dots & r_{qq}^E(p-1) \\ r_{qq}^{*E}(1) & r_{qq}^E(0) & \dots & r_{qq}^E(p-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{qq}^{*E}(p-1) & r_{qq}^{*E}(p-2) & \dots & r_{qq}^E(0) \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

Im Falle farbiger Rauschprozesse resultiert \mathbf{R}_{yy} aus einer Überlagerung von Korrelationsmatrizen der Form (4.24), die jeweils mit der Leistung der anregenden (Rausch-) Prozesse multiplikativ bewertet sind.

Handelt es sich bei dem Filter \mathbf{q} um das Empfangsfilter und ist das Rauschen im Bandpaßbereich weiß und unkorreliert, so ist die \mathbf{R}_{qq}^E bekannt. Die Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_{yy} kann daher derart transformiert werden, daß der additive Term $\sigma_n^2 \mathbf{R}_{qq}^E$ in die Einheitsmatrix übergeht. In Anlehnung an (3.18) aus Kapitel 3 lautet die Transformationsvorschrift:

$$\bar{\mathbf{R}}_{yy} = \sigma_x^2 (\mathbf{R}_{qq}^E)^{-1/2} \mathbf{R}_{hh}^E (\mathbf{R}_{qq}^E)^{-1/2} + \sigma_n^2 \mathbf{I}. \quad (4.25)$$

Der Einfluß farbiger Rauschprozesse auf die Subdiagonalen von $\bar{\mathbf{R}}_{yy}$ ist nun beseitigt. Falls keine zusätzliche Impulsformung vorgenommen wird, ist bei OFDM-Systemen das Empfangsfilter (nach einer Bandbegrenzung) bereits implizit in der DFT-Filterbank enthalten (siehe Kapitel 2). Im Rahmen dieser Arbeit wird eine zusätzliche Impulsformung nicht betrachtet. Aus diesem Grund wird auf eine mögliche Färbung der Rauschprozesse vor der DFT-Filterbank nicht eingegangen. Da ferner im Falle einer idealen Bandbegrenzung die im Symboltakt aufeinanderfolgenden Abtastwerte eines weißen Rauschprozesses unkorreliert sind [109], werden im Rahmen dieser Arbeit nur weiße und unkorrelierte Rauschprozesse betrachtet. In [85] findet sich eine ausführliche Analyse der Impulsformungskonzepte sowie der im Zusammenhang mit nicht idealer Bandbegrenzung auftretenden Effekte bei OFDM-Systemen.

4.2.2 Schätzung der Korrelationsfunktionen durch Zeitmittelung

Bei der Definition (4.3) wurde zur Bestimmung der Autokorrelationsfunktion die sog. Ensemblemittelung herangezogen [3]. Dies beinhaltet die Forderung, daß alle Musterfunktionen, die die statistischen Eigenschaften des Zufallsprozesses beinhalten, bekannt sein müssen (als Ensemble). Ein Beispiel für die Ensemblemittelung ist die Bestimmung der mittleren Augenzahl eines Spielwürfels, wobei die möglichen Augenzahlen *a priori* bekannt sind.

In der Praxis ist Ensemblemittelung (auch Scharmittelung genannt [50]) jedoch schwierig zu realisieren, da höchstens einige wenige Musterfunktionen eines Prozesses bekannt sind. Sind

die Zufallsprozesse ergodisch, so kann auf Zeitmittelung zurückgegriffen werden. Ergodizität bedeutet, daß folgendes gilt [3]:

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} r_i &= E\{r_i\} \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} r_i^* r_{i+\tau} &= E\{r_i^* r_{i+\tau}\} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Wird das erwähnte Beispiel noch einmal aufgegriffen, so bedeutet dies, daß zur Bestimmung der mittleren Augenzahl gewürfelt werden muß.

In der Praxis ist der Grenzübergang $N \rightarrow \infty$ schwierig zu realisieren, da man in einer endlichen Zeit eine Aussage über die statistischen Eigenschaften eines Prozesses treffen möchte. Aus diesem Grund können die Parameter, wie z.B. die Autokorrelationsfunktion $E\{x_i^* x_{i+\tau}\}$, nur geschätzt werden. Die dabei verwendeten Schätzverfahren haben einen starken Einfluß auf die Genauigkeit der Schätzung. Die wichtigsten Schätzverfahren lassen sich in die folgenden Klassen einstufen:

1. Die Verteilungsdichte des zu schätzenden Parameters ist *a priori* bekannt. In diesem Fall können optimale Schätzwerte basierend auf dem *Bayes*-Kriterium gefunden werden [110].
2. Die Verteilungsdichte des zu schätzenden Parameters ist unbekannt. Hier wird das *Maximum Likelihood*-Kriterium verwendet [109].

Werden Verfahren, die auf dem *Bayes*-Kriterium basieren, zur Parameterschätzung herangezogen, so kann der optimale Schätzwert durch die Minimierung einer geeignet gewählten Funktion gefunden werden. Wird beispielsweise das Quadrat des Schätzfehlers minimiert, so kann der Schätzwert wie folgt bestimmt werden [109]:

$$\tilde{q} = \int_{-\infty}^{\infty} q f_{q|\mathbf{r}}(q|\mathbf{r}) \, dq \quad (4.27)$$

Mit \tilde{q} ist der Schätzwert von q bezeichnet. Dieser Schätzwert wird anhand eines gestörten Beobachtungsprozesses (i.A. Vektor) \mathbf{r} ermittelt. Mit $f_{q|\mathbf{r}}(q|\mathbf{r})$ ist die bedingte *a posteriori* Dichte bezeichnet, die man anhand der *Bayes*-Regel bestimmen kann [109]:

$$f_{q|\mathbf{r}}(q|\mathbf{r}) = \frac{f_{\mathbf{r}|q}(\mathbf{r}|q) f_q(q)}{f_{\mathbf{r}}(\mathbf{r})} \quad (4.28)$$

Dabei sind $f_{\mathbf{r}}(\mathbf{r})$ und $f_q(q)$ die Verteilungsdichten von \mathbf{r} und q .

Wird q anhand der Minimierung des absoluten Fehlers geschätzt, so führt dies zu dem *Maximum A Posteriori*-Kriterium (MAP). Hier wird der Schätzwert q durch die Suche nach dem Maximalwert von $f_{q|\mathbf{r}}(q|\mathbf{r})$ ermittelt. Aufgrund der Monotonieeigenschaft der Logarithmusfunktion wird oft der folgende Ausdruck ausgewertet [109]:

$$\left. \frac{\partial \ln(f_{q|\mathbf{r}}(q|\mathbf{r}))}{\partial q} \right|_{q=\tilde{q}} = 0 \quad (4.29)$$

In beiden Fällen ist jedoch eine *a priori* Information über q notwendig. Falls diese nicht vorliegt, so kann das *Maximum Likelihood*-Kriterium herangezogen werden. Dort wird derjenige Schätzwert q gewählt, für den die Verteilungsdichte $f_{\mathbf{r}|q}(\mathbf{r}|q)$ maximal wird, d.h.

$$\left. \frac{\partial \ln(f_{\mathbf{r}|q}(\mathbf{r}|q))}{\partial q} \right|_{q=\tilde{q}} = 0 \quad (4.30)$$

Zur Parameterschätzung anhand des *Maximum Likelihood*-Kriteriums wird lediglich die bedingte Dichte $f_{\mathbf{r}|q}(\mathbf{r}|q)$ benötigt. Im Falle der Gaußverteilung von additiven, weißen Rauschprozessen lautet diese beispielsweise für einen N -dimensionalen, gestörten Empfangsvektor [5]:

$$f_{\mathbf{r}|q}(\mathbf{r}|q) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^N} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} (r_i - \mu)^2\right\}. \quad (4.31)$$

Dabei bezeichnet μ den Mittelwert von \mathbf{r} , σ^2 ist seine mittlere Leistung.

Der Unterschied zwischen einer *Maximum Likelihood*- und einer MAP-Schätzung besteht lediglich in der in (4.30) fehlenden Ableitung $\partial \ln f_q(q)/\partial q$. Ein *Maximum Likelihood*-Schätzwert kann daher als ein MAP-Schätzwert für den Spezialfall, daß keine Information über q vorhanden ist, interpretiert werden. Ist q darüber hinaus gleichverteilt, so sind *Maximum Likelihood*- und *MAP*-Schätzwerte identisch.

Unabhängig davon, welches Verfahren zur Parameterschätzung herangezogen wird, ist man an den Eigenschaften der Schätzer interessiert. Diese lassen sich anhand der folgenden Kriterien charakterisieren [49], [52]:

- Erwartungstreue
- Konsistenz
- Wirksamkeit

Ein Schätzer ist erwartungstreu (*unbiased estimator*), wenn der Erwartungswert des Schätzwertes \tilde{q} mit dem zu schätzenden Parameter q übereinstimmt [50]:

$$E\{\tilde{q}\} = q. \quad (4.32)$$

Die Konsistenz eines Schätzers bedeutet, daß mit steigender Anzahl der Beobachtungen die Wahrscheinlichkeit einer Abweichung zwischen dem Schätzwert und dem zu schätzenden Parameter gegen null konvergiert [109]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P\{|\tilde{q} - q| > \varepsilon\} = 0, \quad \varepsilon > 0. \quad (4.33)$$

Wirksame Schätzwerte (*efficient estimates*) zeichnen sich dadurch aus, daß sie die minimal mögliche Varianz aufweisen. Diese ist definiert durch:

$$\text{Var}\{\tilde{q}\} = E\{|\tilde{q} - E\{\tilde{q}\}|^2\}. \quad (4.34)$$

Im Falle der Parameterschätzung ohne *a priori* Information über den zu schätzenden Parameter ist die minimal mögliche Varianz für erwartungstreue (oder zumindest asymptotisch erwartungstreue) Schätzwerte durch die sog. *Cramer-Rao*-Ungleichung [110], [109]

$$\text{Var}\{\tilde{q}\} \geq \left(E\left\{ \left(\frac{\partial \ln f_{\mathbf{r}|q}(\mathbf{r}|q)}{\partial q} \right)^2 \right\} \right)^{-1} \quad (4.35)$$

festgelegt. Oft wird auch eine andere, gleichwertige Formulierung dieser Ungleichung angegeben [52]:

$$\text{Var}\{\tilde{q}\} \geq \left(-E\left\{ \left(\frac{\partial \ln f_{\mathbf{r}|q}(\mathbf{r}|q)}{\partial q} \right) \right\} \right)^{-1}. \quad (4.36)$$

Ist ein Schätzwert wirksam, so besitzt er die minimal mögliche Varianz, die durch die *Cramer-Rao*-Schranke

$$\text{Var}\{\tilde{q}\} = E\left\{\left(\frac{\partial \ln f_{\mathbf{r}|q}(\mathbf{r}|q)}{\partial q}\right)\right\}^{-1} \quad (4.37)$$

gegeben ist.

Mit Hilfe der *Cramer-Rao*-Ungleichung können die signifikanten Eigenschaften der Schätzwerte (und somit die der Schätzer) angegeben werden. Eine direkte Folgerung ist, daß jeder erwartungstreue Schätzwert eine Varianz besitzt, die größer als der durch die *Cramer-Rao*-Schranke bestimmte Wert ist. Die minimal mögliche Varianz wird nur von wirksamen Schätzwerten erreicht.

Falls ein wirksamer Schätzwert existiert, so ist der *Maximum Likelihood*-Schätzwert wenigstens asymptotisch wirksam [52], d.h.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{Var}\{\tilde{q}\} \cdot E\left\{\left(\frac{\partial \ln f_{\mathbf{r}|q}(\mathbf{r}|q)}{\partial q}\right)^2\right\} = 1. \quad (4.38)$$

Die asymptotische Wirksamkeit bedeutet, daß die *Cramer-Rao*-Schranke spätestens bei dem Grenzübergang $N \rightarrow \infty$ erreicht wird. Aufgrund der asymptotischen Wirksamkeit sind diese Schätzwerte konsistent. Die *Maximum Likelihood*-Schätzer spielen daher eine sehr wichtige Rolle: Falls ein Parameter überhaupt geschätzt werden kann, so sind die *Maximum Likelihood*-Schätzwerte konsistent. Die *Cramer-Rao*-Schranken für verschiedene *Maximum Likelihood*-Schätzwerte sind in [109] angegeben.

Um einen *Maximum Likelihood*-Schätzer zu entwickeln, muß zunächst (4.30) bestimmt werden, wobei für gaußverteilte Prozesse die Verteilungsdichte in (4.31) angegeben ist. In [109] wurde gezeigt, daß die folgende Schätzung durch Zeitmittelung

$$\tilde{r}_{yy}(\tau) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_i^* y_{i+\tau} \quad (4.39)$$

$$\hat{r}_{yy}(\tau) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_i y_{i-\tau}^* \quad (4.40)$$

das *Maximum Likelihood*-Kriterium erfüllt. Die Unterscheidung der Schätzwerte $\tilde{r}_{yy}(\tau)$ und $\hat{r}_{yy}(\tau)$ soll verdeutlichen, daß der Schätzfehler für eine geringe Anzahl von Iterationen N unterschiedlich sein kann. Sein asymptotisches Verhalten ist jedoch in beiden Fällen selbstverständlich gleich. Da es sich in (4.39) um *Maximum Likelihood*-Schätzwerte handelt, sind sie konsistent, jedoch nur asymptotisch erwartungstreu, denn [50]:

$$E\{\tilde{r}_{yy}(\tau)\} = \frac{N-1}{N} \cdot r_{yy}(\tau). \quad (4.41)$$

Eine erwartungstreue Schätzung kann erst für $N \rightarrow \infty$ erreicht werden. Damit die Schätzung für $N < \infty$ erwartungstreu ist, kann vor der Summe in (4.40) ein anderer Skalierungsfaktor, beispielsweise $1/(N-1)$, verwendet werden [109]. Eine Analyse der mit einer derartigen Skalierung verbundenen Effekte findet sich in [50].

Wird ein Schätzer der Form (4.39) zur Schätzung des Mittelwertes $\mu = E\{y\}$ herangezogen

$$\tilde{\mu} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_i, \quad (4.42)$$

so handelt es sich in diesem Falle ebenfalls um einen konsistenten und asymptotisch erwartungstreuen *Maximum Likelihood*-Schätzwert [109].

Trotz der nur asymptotischen Erwartungstreue und somit der Suboptimalität des Schätzers (4.39) bzw. (4.42) wird er aufgrund seiner einfachen Struktur in praktischen Systemen oft eingesetzt [3].

Die Eigenschaften des Schätzers (4.39) sind in Abbildung 44 am Beispiel der Schätzung der Autokorrelationsfunktion eines empfangenen OFDM-Signals veranschaulicht. Das Rauschsignal war in dieser Simulation weiß und unkorreliert. Abweichend von der sonst im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Simulationsumgebung wurde für dieses Beispiel eine konstante Kanalimpulsantwort anhand der COST207-Spezifikation erstellt (Typ „*rural area*“, siehe Abbildung 43) [16]. Die Signalleistung σ_x^2 und die Energie der Kanalimpulsantwort $r_{hh}^E(0)$ wurden jeweils auf eins normiert.

In Abbildung 44 a) sind einige Schätzwerte (Mittelwerte aus 100 *Monte-Carlo*-Versuchen) dargestellt. Im Falle weißer, additiver Rauschprozesse ist bei der Schätzung der Autokorrelationsfunktion hauptsächlich der Koeffizient $r_{yy}(0)$ mit einem rauschabhängigen Schätzfehler behaftet, der gemäß (4.9) additiv überlagert ist. Der Schätzfehler bei den übrigen Koeffizienten ist im Verhältnis zu $r_{yy}(0)$ gering. In Abbildung 44 b) ist der mittlere quadratische Fehler (MQF) in Abhängigkeit von E_S/N_0 und von der Anzahl der übertragenen OFDM-Symbole dargestellt. Mit steigender Anzahl der Symbole (und damit der Iterationen) wird der MQF geringer. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, daß die resultierende Autokorrelationsmatrix der Rauschprozesse immer diagonalähnlicher wird.

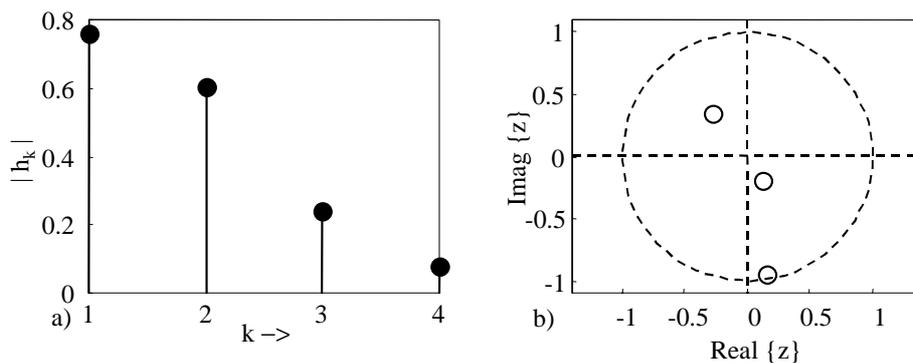


Abbildung 43: COST207-Kanalmodell: a) Betrag der Kanalimpulsantwort, b) Nullstellenverteilung

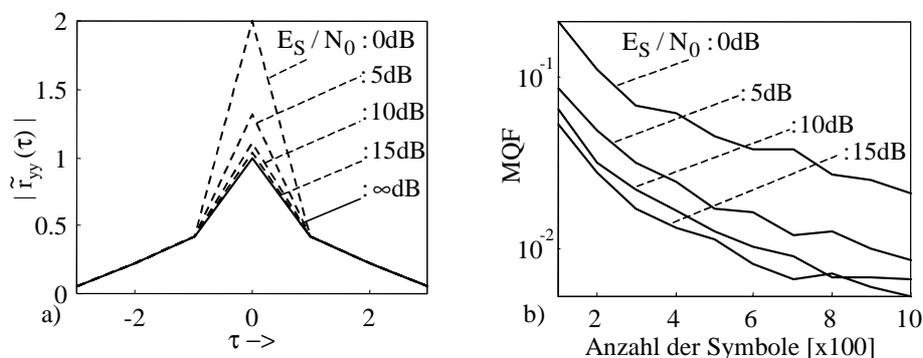


Abbildung 44: Schätzung der Autokorrelationsfunktion: a) Schätzwerte nach 1000 Symbolen, b) MQF

4.3 Aufwandsreduzierte Schätzung der Korrelationsfunktionen

Bei einer Schätzung einer Korrelationsfunktion mit p Koeffizienten (bei stationären Eingangsprozessen müssen lediglich nur die positiven bzw. die negativen Indizes τ berücksichtigt werden) ist der mit dem Algorithmus (4.39) bzw. (4.40) verbundene Aufwand nicht unerheblich. Werden N Iterationen durchgeführt, so müssen $N \cdot p$ komplexe Multiplikationen und Additionen in jedem Iterationsschritt durchgeführt werden (anschließende Skalierung ist hier unberücksichtigt). Eine Hardwarerealisierung der notwendigen Multiplikationen ist im Vergleich zu Additionen und Subtraktionen jedoch mit einem stark erhöhten Aufwand verbunden. Darüber hinaus ist die Anzahl der Koeffizienten p direkt abhängig von der momentanen Kanalimpulsantwort. Dies bedeutet, daß diesem Algorithmus keine feste Hardwarestruktur zugeordnet werden kann.

Aufgrund dieser Probleme stellt sich die Frage, ob bei der Schätzung der Korrelationsfunktionen auf die stets problematischen Multiplikationen verzichtet werden kann. In Unterabschnitt 4.3.2 wird ein Algorithmus vorgeschlagen, mit dem eine multiplikationsfreie Schätzung der Korrelationsfunktionen durchgeführt werden kann.

4.3.1 Mathematische Reformulierung des Schätzproblems

Im Hinblick auf die weiteren Ausführungen in diesem Kapitel wird zunächst für das Schätzproblem (4.17)

$$r_{yy}(\tau) = E\{y_k y_{k-\tau}^*\} = \mathbf{h} E\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H\} \mathbf{S}^T(\tau) \mathbf{h}^H + E\{n_k n_{k-\tau}^*\}$$

eine alternative Beschreibung angegeben, um die später benötigte, getrennte Behandlung der Real- und Imaginärteile von $\mathbf{h} \mathbf{x}_k$ zu ermöglichen.

Zunächst werden formal die folgenden (Vektor-) Prozesse definiert:

$$\boldsymbol{\xi} = [\mathbf{x}'_k, j\mathbf{x}''_k]^T, \boldsymbol{\eta} = [j\mathbf{x}''_k, \mathbf{x}'_k]^T, \boldsymbol{\gamma} = [\mathbf{h}', j\mathbf{h}'']. \quad (4.43)$$

Mit \mathbf{x}'_k und \mathbf{x}''_k ist jeweils der Real- und Imaginärteil von $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}'_k + j\mathbf{x}''_k$ bezeichnet. Die Vektoren $\boldsymbol{\xi}$ und $\boldsymbol{\eta}$ entstehen demnach durch eine Übereinanderstapelung der Real- und Imaginärteile. Die modifizierte Kanalimpulsantwort $\boldsymbol{\gamma}$ besteht aus einer Nebeneinanderstellung des Real- und Imaginärteils der Kanalimpulsantwort $\mathbf{h} = \mathbf{h}' + j\mathbf{h}''$. Dies ist Abbildung 45 graphisch veranschaulicht.

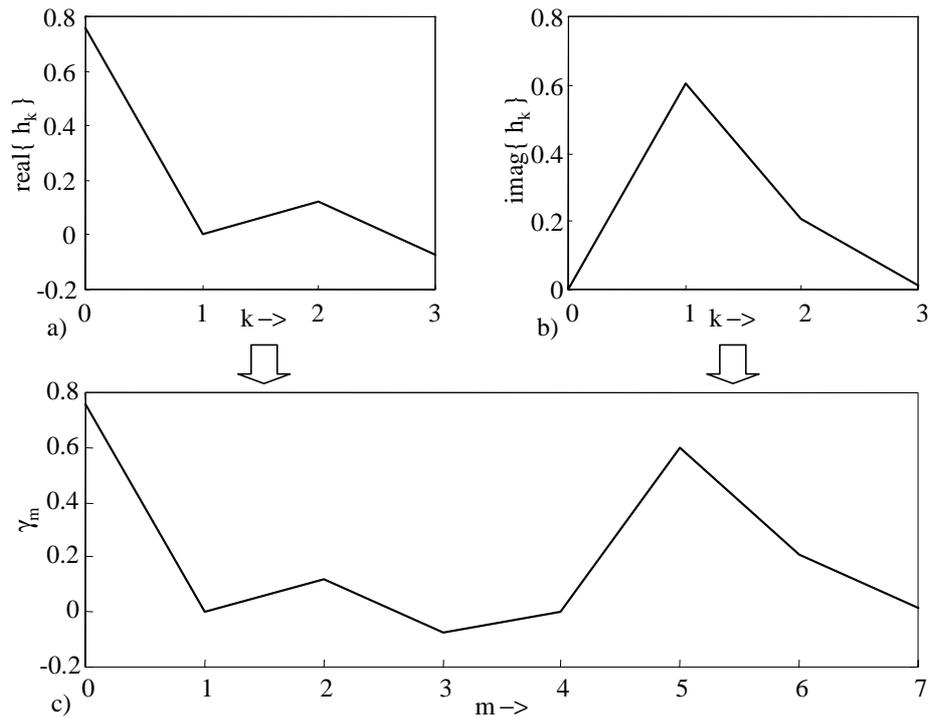


Abbildung 45: Bildung der modifizierten Kanalimpulsantwort γ aus der Kanalimpulsantwort in Abbildung 43

Die Prozesse ξ und η können mit Hilfe der Matrix

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{p \times p} & \mathbf{I}_{p \times p} \\ \mathbf{I}_{p \times p} & \mathbf{0}_{p \times p} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

ineinander überführt werden (Vertauschung der Subvektoren \mathbf{x}'_k und $\mathbf{j}\mathbf{x}''_k$):

$$\begin{aligned} \eta &= \mathbf{E}\xi \\ \xi &= \mathbf{E}\eta \end{aligned} \quad (4.45)$$

Wird die Matrix $\Sigma(\tau)$ definiert (siehe auch (4.14))

$$\Sigma(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{S}(\tau) & \mathbf{0}_{p \times p} \\ \mathbf{0}_{p \times p} & \mathbf{S}(\tau) \end{bmatrix}, \quad (4.46)$$

so kann (4.17) in die folgende Form überführt werden¹:

$$r_{yy}(\tau) = \gamma \mathbf{E} \{ (\xi + \mathbf{E}\xi)(\xi + \mathbf{E}\xi)^H \} \Sigma^T(\tau) \gamma^H + \mathbf{E} \{ n_k n_{k-\tau}^* \} \quad (4.47)$$

Der wesentliche Vorteil der Formulierung (4.47) ist die Reduktion der Anzahl der auftretenden statistischen Prozesse bei der Beschreibung der Autokorrelationsfunktion.

Bleiben Rauschprozesse unberücksichtigt, so ist es nun möglich, das Verhalten von (4.47) nur

1. Die Verifikation von (4.47) kann durch eine Ausmultiplikation durchgeführt werden. An dieser Stelle wird jedoch darauf verzichtet.

anhand von einem Eingangsprozeß ξ zu beschreiben. Auf diese Weise ist eine vereinfachte mathematische Analyse möglich.

Wird (4.47) umgeformt, so folgt:

$$\begin{aligned} r_{yy}(\tau) &= \boldsymbol{\gamma} E\{\xi\xi^H\} \mathbf{P} \boldsymbol{\Sigma}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^H + \boldsymbol{\gamma} E E\{\xi\xi^H\} \mathbf{P} \boldsymbol{\Sigma}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^H + E\{n_k n_{k-\tau}^*\} \\ &= \boldsymbol{\gamma} \mathbf{P} E\{\xi\xi^H\} \mathbf{P} \boldsymbol{\Sigma}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^H. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Die konstante $2p \times 2p$ Matrix \mathbf{P} ist:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{p \times p} & \mathbf{I}_{p \times p} \\ \mathbf{I}_{p \times p} & \mathbf{I}_{p \times p} \end{bmatrix}. \quad (4.49)$$

Die Matrix $E\{\xi\xi^H\}$ lautet:

$$E\{\xi\xi^H\} = E \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{x}'_k \mathbf{x}'_k{}^H & -j \mathbf{x}'_k \mathbf{x}''_k{}^H \\ j \mathbf{x}''_k \mathbf{x}'_k{}^H & \mathbf{x}''_k \mathbf{x}''_k{}^H \end{bmatrix} \right\}. \quad (4.50)$$

Unter der Annahme $E\{\mathbf{x}'_k \mathbf{x}''_k{}^H\} = (E\{\mathbf{x}''_k \mathbf{x}'_k{}^H\})^H = \mathbf{0}$ (unkorrelierte Real- und Imaginärteile des zu übertragenden Basisbandprozesses \mathbf{x}_k und $E\{\mathbf{x}'_k \mathbf{x}'_k{}^H\} = E\{\mathbf{x}''_k \mathbf{x}''_k{}^H\}$) folgt:

$$E\{\xi\xi^H\} = (E\{\xi\xi^H\})^H. \quad (4.51)$$

$E\{\xi\xi^H\}$ ist daher hermitesch. Wird der Zusammenhang ausgenutzt [2]

$$r_{yy}(\tau) = 2 \cdot E\{y'_k y_{k-\tau}^*\} = 2 \cdot E\{j y''_k y_{k-\tau}^*\} \quad (4.52)$$

(y'_k und y''_k bezeichnen den Real- und Imaginärteil von y_k), so kann in (4.48) zur Schätzung der Autokorrelationsfunktion entweder nur der erste oder nur der zweite Term herangezogen werden:

$$\begin{aligned} r_{yy}(\tau) &= 2 \cdot \boldsymbol{\gamma} E\{\xi\xi^H\} \mathbf{P} \boldsymbol{\Sigma}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^H + 2 \cdot E\{n'_k n_{k-\tau}^*\} \\ &= 2 \cdot \boldsymbol{\gamma} E E\{\xi\xi^H\} \mathbf{P} \boldsymbol{\Sigma}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^H + 2 \cdot E\{j n''_k n_{k-\tau}^*\}. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Mit n'_k und n''_k ist jeweils der Real- und Imaginärteil des Rauschprozesses $n_k = n'_k + j n''_k$ bezeichnet. In (4.53) wurde berücksichtigt, daß für weiße, stationäre und unkorrelierte Prozesse gilt [2]:

$$E\{n'_k n_{k-\tau}^*\} = E\{j n''_k n_{k-\tau}^*\}. \quad (4.54)$$

Basierend auf (4.52) kann die Zeitmittelung (4.40) nun wie folgt vereinfacht werden:

$$\tilde{r}_{yy}(\tau) = \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y'_i y_{i-\tau}^* \quad (4.55)$$

$$\hat{r}_{yy}(\tau) = \frac{2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y''_i y_{i-\tau}^*. \quad (4.56)$$

Zur Verdeutlichung, daß für geringes N der Schätzfehler unterschiedlich sein kann, wurden die beiden Schätzwerte in (4.55) und in (4.56) auch unterschiedlich bezeichnet.

Diese Vereinfachung hat natürlich eine Auswirkung auf das Konvergenzverhalten eines Schätzers der Form (4.55) im Vergleich mit der vollständigen Formulierung, weil zur Schätzung nur eine Teilinformation (Real- bzw. Imaginärteil) herangezogen wird. Die Verringerung der Konvergenzgeschwindigkeit ist dabei vergleichbar mit Unterschied in Konvergenzgeschwindigkeit zwischen ESA und BSA.

4.3.2 Aufwandsreduzierter Schätzalgorithmus

Basierend auf den Beschreibungen aus Unterabschnitt 4.3.1 wird in diesem Abschnitt der folgende, multiplikationsfreie Algorithmus zur Schätzung der Autokorrelationsfunktion entwickelt:

$$\widehat{r}_{yy}(\tau) = K\sigma_x^2 \cdot [E\{\text{sign}[y'_k] \cdot y^*_{k-\tau}\} + jE\{\text{sign}[y''_k] \cdot y^*_{k-\tau}\}]. \quad (4.57)$$

Mit K ist eine reelle Konstante bezeichnet. Bei gaußverteilten Signalen in Abwesenheit von Rauschen lautet diese:

$$K = \|\mathbf{h}\| \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{x'}^2}{\pi}} \right)^{-1}. \quad (4.58)$$

Dabei ist σ_x^2 die mittlere Leistung des übertragenen Signals. Da (4.57) eine Näherung beinhaltet, ist die Autokorrelierte dort, im Unterschied zu der wahren Autokorrelierten $r_{yy}(\tau)$, mit einem Dach versehen. Die Signumfunktion $\text{sign}[\cdot]$ ist durch

$$\text{sign}[a] = \begin{cases} 1, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -1, & a < 0 \end{cases}. \quad (4.59)$$

definiert ($a \in \mathfrak{R}$). Damit läßt sich beispielsweise $\text{sign}[y'_k]$ durch

$$\text{sign}[y'_k] = \begin{cases} [y'_k/|y'_k|], & |y'_k| > 0 \\ 0, & |y'_k| = 0 \end{cases} \quad (4.60)$$

ausdrücken, was die nachfolgende Analyse von (4.57) erleichtern wird.

Basierend auf der in Unterabschnitt 4.3.1 hergeleiteten Beschreibungsform und den dort erläuterten Zusammenhängen, wird (4.57) zunächst mit (4.43)-(4.46) unter der Annahme $|y'_k| > 0$ wie folgt umgeschrieben:

$$\widehat{r}_{yy}(\tau) = \gamma E \left\{ \frac{\xi\xi^H}{|\gamma\xi|} \right\} \mathbf{P}\Sigma^T(\tau)\gamma^H + \gamma E \left\{ \frac{\eta\eta^H}{|\gamma\eta|} \right\} \mathbf{P}\Sigma^T(\tau)\gamma^H. \quad (4.61)$$

Da beide Terme auf der rechten Seite von (4.61) die gleiche Struktur aufweisen, wird im folgenden stellvertretend nur der erste Term für den rauschfreien Fall ($\sigma_n^2 = 0$) betrachtet:

$$v(\tau) = E\{\text{sign}[y'_k] \cdot y^*_{k-\tau}\} = \gamma E \left\{ \frac{\xi\xi^H}{|\gamma\xi|} \right\} \mathbf{P}\Sigma^T(\tau)\gamma^H. \quad (4.62)$$

Wird (4.62) mit (4.53) verglichen, so liegt der einzige Unterschied (bis auf die Skalierung) in

der Struktur der Matrizen $E\{\xi\xi^H\}$ und $E\{\xi\xi^H/|\gamma\xi|\}$. Insbesondere wird deutlich, daß in (4.62) die Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort in der Form $\boldsymbol{\gamma}\mathbf{P}\boldsymbol{\Sigma}^T(\tau)\boldsymbol{\gamma}^H$ enthalten ist. Diese beiden Matrizen beschreiben die stochastischen Prozesse und bestimmen daher die Konvergenzeigenschaften beider Algorithmen. Aus diesem Grund wird im folgenden die Matrix

$$\mathbf{A} = E\left\{\begin{array}{c} \xi\xi^H \\ |\gamma\xi| \end{array}\right\} \quad (4.63)$$

genauer untersucht. Wegen der dort enthaltenen Nichtlinearität (Nenner) erweist sich eine geschlossene mathematische Beschreibung der Eigenschaften dieser Matrix als außerordentlich schwierig. Diese können jedoch näherungsweise charakterisiert werden, wenn die spezielle Matrixstruktur berücksichtigt wird.

Unter der Annahme, daß die Energie der Kanalimpulsantwort beschränkt ist, d.h.

$$\|\mathbf{h}\|^2 < \infty, \quad (4.64)$$

ist auch $\|\boldsymbol{\gamma}\|^2$ beschränkt. Da $E\{\xi\xi^H\}$ (*persistence of excitation* angenommen) rangvollständig ist, gilt dies daher auch für \mathbf{A} . Diese Matrix ist ferner hermitesch ($\mathbf{A} = \mathbf{A}^H$) und kann daher mit Hilfe der Eigenwertzerlegung diagonalisiert werden:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{Q}^H. \quad (4.65)$$

Dabei ist $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_0, \dots, \lambda_{2p-1}\}$ die Eigenwertdiagonalmatrix und \mathbf{Q} ist die Eigenvektormatrix der Dimension $2p \times 2p$ bestehend aus den (komplexen) Eigenvektoren $\mathbf{q}_i = [q_{i0}, \dots, q_{i2p-1}]^T$ mit $\mathbf{q}_i^H \mathbf{q}_i = 1$:

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_0, \dots, \mathbf{q}_{p-1}]. \quad (4.66)$$

Die Eigenschaften der Eigenvektoren \mathbf{q}_i werden im wesentlichen durch den Nenner in (4.63) bestimmt, weil $|\gamma\xi|$ ein inneres Produkt zweier Vektoren beschreibt:

$$\begin{aligned} \gamma\xi = 0 &\Rightarrow \boldsymbol{\gamma} \perp \boldsymbol{\xi} \\ \gamma\xi = \text{Max} &\Rightarrow \boldsymbol{\gamma} \parallel \boldsymbol{\xi}. \end{aligned} \quad (4.67)$$

Ist $\boldsymbol{\xi}$ senkrecht zu $\boldsymbol{\gamma}$, so wächst $\xi\xi^H/|\gamma\xi|$ über alle Grenzen. Umgekehrt verhält es sich bei Prozessen, die parallel zu $\boldsymbol{\gamma}$ sind. In diesem Fall nimmt $\xi\xi^H/|\gamma\xi|$ den minimalen Wert an, weil der Nenner maximal wird. Der Nenner in (4.67) verstärkt daher Prozesse, deren inneres Produkt mit $\boldsymbol{\gamma}$ am geringsten ist. Dieses Verhalten hat natürlich einen Einfluß auf die Eigenwerte und Eigenvektoren von \mathbf{A} . Um dies zu diskutieren, wird zunächst (4.62) für den Fall $\tau = 0$ näher betrachtet:

$$v(0) = \sum_{i=0}^{2p-1} \lambda_i \boldsymbol{\gamma} \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^H \mathbf{P} \boldsymbol{\gamma}^H. \quad (4.68)$$

Andererseits kann für $v(0)$ der folgende Zusammenhang angegeben werden:

$$v(0) = E\{\text{sign}\{y'_k\} \cdot y^*_k\} = E\{|y'_k|\} - jE\{\text{sign}\{y'_k\} \cdot y''_k\} = E|y'_k|. \quad (4.69)$$

In (4.69) wurde angenommen, daß bei einer symmetrischen Verteilung eines Prozesses y_k im äquivalenten Basisband das Vorzeichen seines Realteils nicht von dem Imaginärteil bestimmt ist. Bei gaußverteilten Zufallsprozessen im rauschfreien Fall gilt ferner (siehe Anhang A):

$$E\{|y'_k|\} = \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{y'}^2}{\pi}} = \|\mathbf{h}\| \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{x'}^2}{\pi}}. \quad (4.70)$$

Da ein Multiträgersignal im Zeitbereich näherungsweise gaußverteilt ist, wird im folgenden nur dieser Fall betrachtet. Wird nun (4.68) mit (4.70) verglichen, so ergibt sich die folgende Äquivalenz:

$$\sum_{i=0}^{2p-1} \lambda_i \boldsymbol{\gamma} \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^H \mathbf{P} \boldsymbol{\gamma}^H = \|\mathbf{h}\| \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{x'}^2}{\pi}}. \quad (4.71)$$

Aufgrund der Überlegungen gemäß (4.67) wird zunächst angenommen, daß der zum kleinsten Eigenwert λ_0 zugehörige Eigenvektor \mathbf{q}_0 die größte Komponente in Richtung von $\boldsymbol{\gamma}$ aufweist. In diesem Fall nimmt das innere Produkt von diesem Eigenvektor mit $\boldsymbol{\gamma}$ den größten Wert an, d.h.

$$|\boldsymbol{\gamma} \mathbf{q}_0| > |\boldsymbol{\gamma} \mathbf{q}_k|, \quad k = 1, \dots, 2p-1. \quad (4.72)$$

Es wird zunächst angenommen, daß außer \mathbf{q}_0 alle anderen Eigenvektoren senkrecht zu $\boldsymbol{\gamma}$ sind, sie liefern also keinen Beitrag zur Summe in (4.71). Damit folgt:

$$\lambda_0 \boldsymbol{\gamma} \mathbf{q}_0 \mathbf{q}_0^H \mathbf{P} \boldsymbol{\gamma}^H = \|\mathbf{h}\| \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{x'}^2}{\pi}}. \quad (4.73)$$

Dieser Fall ist natürlich idealisiert, aus dem Vergleich der beiden Seiten in (4.73) kann für den kleinsten Eigenwert jedoch eine Näherung angegeben werden. Auf der linken Seite von (4.73) tritt neben λ_0 ein quadratischer Term auf, der das Betragsquadrat der Kanalimpulsantwort beinhaltet, wie dies später verdeutlicht wird. Auf der rechten Seite steht hingegen nur der Betrag der Kanalimpulsantwort. Es liegt daher nahe zu untersuchen, ob der kleinste Eigenwert näherungsweise durch

$$\lambda_0 \approx \lambda_{\text{OPT}} = \frac{1}{\|\mathbf{h}\|} \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{x'}^2}{\pi}} \quad (4.74)$$

beschrieben werden kann. Im Allgemeinen weisen alle Eigenvektoren \mathbf{q}_i eine Komponente in Richtung von $\boldsymbol{\gamma}$ auf. Wird angenommen, daß diese Komponenten gering sind, so liefert wieder der Eigenvektor \mathbf{q}_0 den signifikanten Beitrag zur Summe in (4.73). Da die Energie der Kanalimpulsantwort und die Sendeleistung beschränkt sind, ist der dazugehörige kleinste Eigenwert λ_0 von null verschieden. Die übrigen Eigenwerte sind ebenfalls beschränkt, weil angenommen werden kann, daß keiner der Eigenvektoren senkrecht zu $\boldsymbol{\gamma}$ ist (hierzu müßten Prozesse empfangen werden können, die orthogonal zur Kanalimpulsantwort sind, was ausgeschlossen werden kann). Wird in (4.71) nur der signifikante Eigenvektor \mathbf{q}_0 berücksichtigt, so entsteht i.A. die folgende Ungleichung:

$$\lambda_0 \boldsymbol{\gamma} \mathbf{q}_0 \mathbf{q}_0^H \mathbf{P} \boldsymbol{\gamma}^H \leq \|\mathbf{h}\| \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{x'}^2}{\pi}}. \quad (4.75)$$

Auch in diesem Fall kann der kleinste Eigenwert λ_0 näherungsweise durch λ_{OPT} angegeben werden. Die Gültigkeit dieser Näherung wurde anhand von mehreren Simulationen verifiziert. In Abbildung 46 a) ist das Konvergenzverhalten des kleinsten Eigenwertes, λ_0 , gegen λ_{OPT} in (4.74) veranschaulicht, Abbildung 46 b) zeigt den quadratischen Fehler $|\lambda_0 - \lambda_{\text{OPT}}|^2$. In dieser

Simulation wurde die konstante Kanalimpulsantwort aus Abbildung 43 mit $p=4$ Koeffizienten verwendet. Zur Schätzung der Matrix \mathbf{A} in (4.63) wurde Zeitmittelung herangezogen.

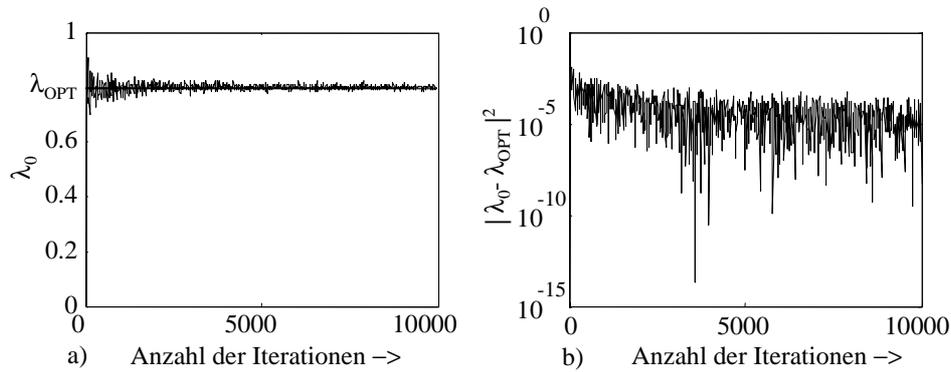


Abbildung 46: Verifikation der Näherung (4.74) durch Simulation: a) Konvergenzverhalten von λ_0 , b) Quadrat der Differenz $|\lambda_0 - \lambda_{OPT}|^2$

Mit steigender Anzahl der Iterationen strebt λ_0 in guter Näherung gegen den Grenzwert λ_{OPT} . Dies wird insbesondere anhand des Quadrats der Fehlerdifferenz deutlich: Bereits nach einigen hundert Iterationen ist diese gering.

Ferner wurden anhand von 10000 *Monte-Carlo*-Versuchen die Eigenvektoren ermittelt. In Abbildung 47 sind die Beträge der ersten sechs der acht resultierenden Eigenvektoren und der Betrag von γ dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, daß Betrag des zu dem kleinsten Eigenwert zugehörigen Eigenvektors \mathbf{q}_0 den Betrag von γ gut approximiert. Die Beträge der inneren Produkte $|\gamma \mathbf{q}_i|$ sind in Abbildung 48 dargestellt. Auch hier kann die Wirkung des signifikanten Eigenvektors \mathbf{q}_0 beobachtet werden. In Abbildung 49 sind noch einmal zum Vergleich die Eigenwerte λ_i dargestellt, wobei die durchgezogene Linie die in (4.74) angegebene Näherung markiert.

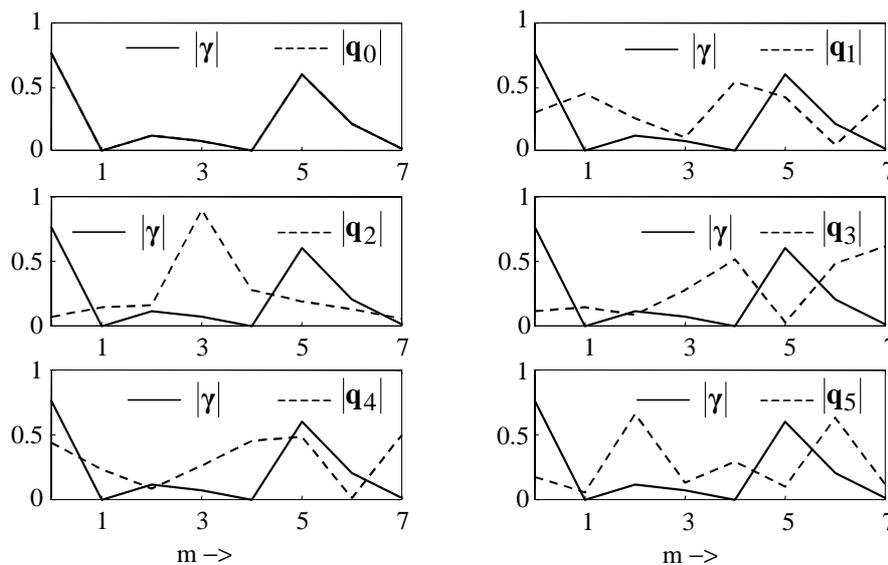


Abbildung 47: Vergleich der Beträge einiger Eigenvektoren $|\mathbf{q}_0| \dots |\mathbf{q}_5|$ mit $|\gamma|$

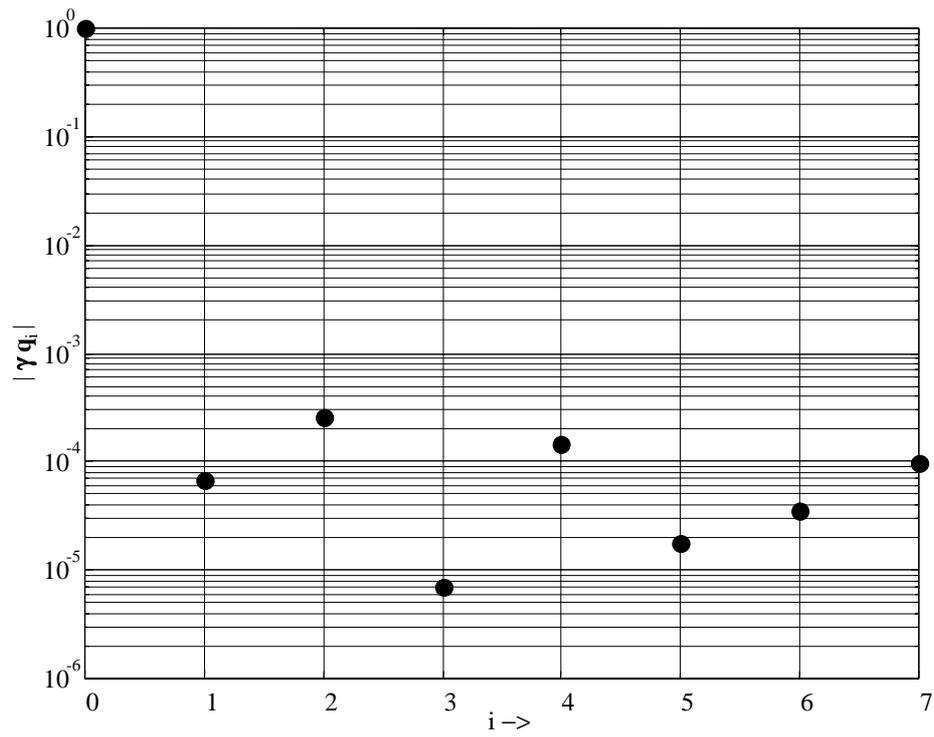


Abbildung 48: Betrag der inneren Produkte $|\gamma q_i|$

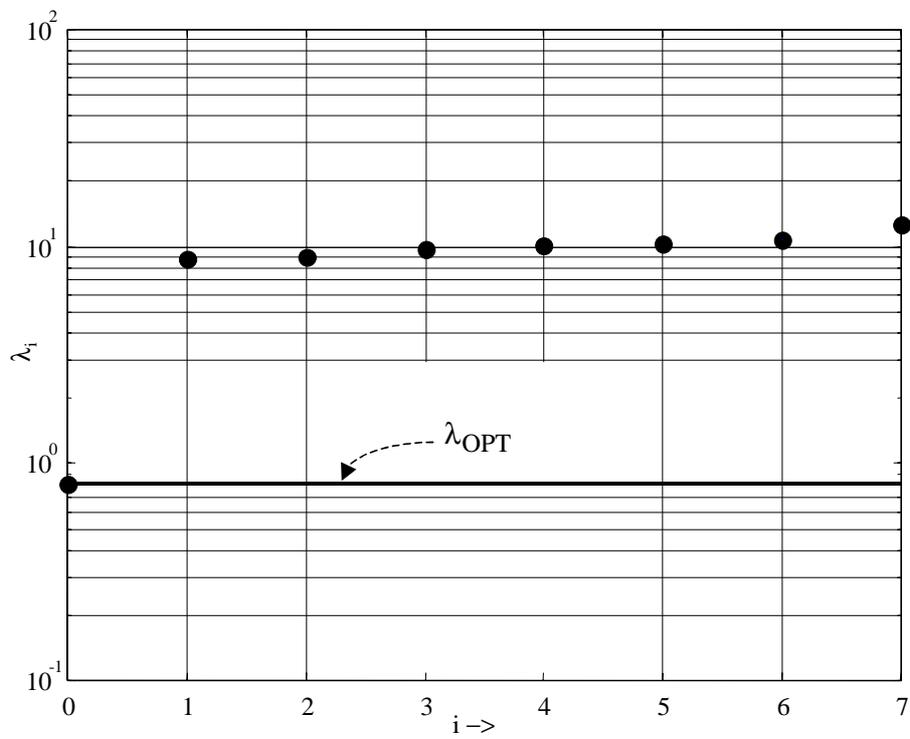


Abbildung 49: Eigenwerte λ_i aus Simulation, Näherung (4.74)

Aufgrund der Simulationsergebnisse kann davon ausgegangen werden, daß der Eigenvektor \mathbf{q}_0 die zur Schätzung der Autokorrelationsfunktion notwendige Information beinhaltet. Die übrigen Eigenvektoren tragen zu dem Ergebnis nur wenig bei, weil deren Komponenten in Richtung von $\boldsymbol{\gamma}$ gering sind (die entsprechenden Komponenten der empfangenen Prozesse werden also stark gedämpft).

Wird der Standardalgorithmus (4.53), in einer ähnlichen Weise analysiert, so findet dort aufgrund der Form der dort auftretenden Matrix $E\{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\xi}^H\}$ keine derartige Beeinflussung der resultierenden Eigenvektoren statt. Aus diesem Grund müssen dort auch alle Eigenvektoren berücksichtigt werden.

Um diese Eigenschaft von \mathbf{q}_0 zu verifizieren, wurde mit Hilfe einer Simulation der in (4.73) auftretende, quadratische Ausdruck

$$s = \boldsymbol{\gamma} \mathbf{q}_0 \mathbf{q}_0^H \mathbf{P} \boldsymbol{\gamma}^H \quad (4.76)$$

ausgewertet. Aufgrund der diskutierten Eigenschaften von \mathbf{q}_0 ist zu erwarten, daß (4.76) näherungsweise die Energie der Kanalimpulsantwort, d.h. $\|\mathbf{h}\|^2$, liefert. In dieser Simulation wurde wieder die konstante Kanalimpulsantwort aus Abbildung 43 verwendet, deren Energie 0,1 betrug. In Abbildung 50 sind die Simulationsergebnisse dargestellt. Mit steigender Anzahl der Iterationen konvergiert s gut gegen $\|\mathbf{h}\|^2$. In Abbildung 50 a) ist ferner das Quadrat des Differenzfehlers dargestellt. Mit steigender Anzahl der Iterationen wird dieser sehr gering.

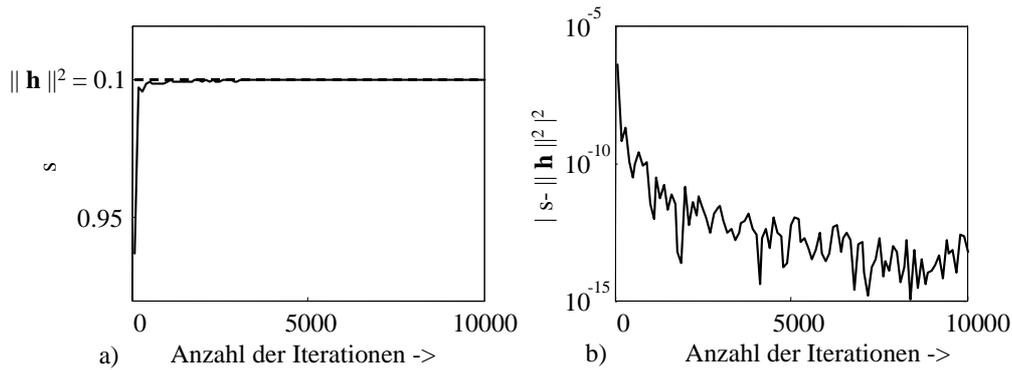


Abbildung 50: Konvergenzverhalten von s : a) Konvergenz von s gegen $\|\mathbf{h}\|^2$, b) Quadrat des Differenzfehlers

Aufgrund der Simulationsergebnisse wurde die Gültigkeit der Näherung für den kleinsten Eigenwert verifiziert für den Fall $\tau = 0$. Dieses Ergebnis gilt jedoch generell, weil die Eigenwerte und die Eigenvektoren von \mathbf{A} in (4.63) nicht von der in (4.62) auftretenden Selektionsmatrix $\boldsymbol{\Sigma}^T(\tau)$ abhängig sind. Da in (4.62) linksseitig stets ein inneres Produkt zwischen $\boldsymbol{\gamma}$ und den Eigenvektoren \mathbf{q}_i auftritt, kann dort daher die folgende Ungleichung angegeben werden

$$\begin{aligned} E\{\text{sign}[y'_k] \cdot y^*_{k-\tau}\} &= \sum_{i=0}^{2p-1} \lambda_i \boldsymbol{\gamma} \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^H \mathbf{P} \boldsymbol{\Sigma}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^H \\ &\geq \lambda_0 \boldsymbol{\gamma} \mathbf{q}_0 \mathbf{q}_0^H \mathbf{P} \boldsymbol{\Sigma}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^H . \end{aligned} \quad (4.77)$$

Aufgrund der diskutierten Eigenschaften von \mathbf{q}_0 liefert (4.77) im rauschfreien Fall die mit dem kleinsten Eigenwert λ_0 skalierte Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort. Dieser Eigenwert, näherungsweise beschrieben durch λ_{OPT} , kann als der bei der Schätzung gemäß (4.62) auftretende, mehrdeutige Skalierungsfaktor interpretiert werden. Diese Skalierung kann

näherungsweise rückgängig gemacht werden, wenn das Ergebnis mit

$$K = 1/\lambda_{\text{OPT}} \quad (4.78)$$

bewertet wird. Mit dem in (4.74) angegebenen Wert für λ_{OPT} entsteht so die Skalierungskonstante K in (4.58). Um die Autokorrelationsfunktion des empfangenen Signals zu erhalten, muß der Schätzwert wegen (4.19) zusätzlich mit σ_x^2 skaliert werden.

4.3.3 Einfluß weißer, additiver Rauschprozesse

Wird der Einfluß von additiven, weißen und unkorrelierten Rauschprozessen betrachtet, so kann (4.62) unter Berücksichtigung von $E\{n'_k n''_{k-\tau}\} = 0$ wie folgt ausgedrückt werden:

$$v(\tau) = E\{\text{sign}[y'_k] \cdot y^*_{k-\tau}\} = E\left\{\frac{(\gamma\xi + n'_k)(\xi^H \mathbf{P}\Sigma^T(\tau)\gamma^H + n'_{k-\tau})}{|\gamma\xi + n'_k|}\right\}. \quad (4.79)$$

Nach einer Umformung folgt:

$$\begin{aligned} v(\tau) = & \gamma E\left\{\frac{\xi\xi^H}{|\gamma\xi + n'_k|}\right\} \mathbf{P}\Sigma^T(\tau)\gamma^H + \gamma E\left\{\frac{\xi n'_{k-\tau}}{|\gamma\xi + n'_k|}\right\} \\ & + E\left\{\frac{n'_k \xi^H}{|\gamma\xi + n'_k|}\right\} \mathbf{P}\Sigma^T(\tau)\gamma^H + E\left\{\frac{n'_k n'_{k-\tau}}{|\gamma\xi + n'_k|}\right\}. \end{aligned} \quad (4.80)$$

Anhand von (4.80) können nun die wesentlichen Eigenschaften des multiplikationsfreien Algorithmus' unter Einfluß von additiven Rauschprozessen diskutiert werden.

Wird zunächst der Nenner $|\gamma\xi + n'_k|$ betrachtet, so wird deutlich, daß aufgrund der Verrauschung (hier wirkt sich nur der Realteil der Rauschprozesse aus) die inneren Produkte mit geringer werdendem SNR immer weniger eindeutig sind. Aus diesem Grund ist zu erwarten, daß die Ausprägung der Eigenvektoren nicht so stark ist, wie im rauschfreien Fall.

Darüber hinaus wird deutlich, daß aufgrund des verrauschten Nenners eine Korrelation zwischen den Rauschprozessen und dem Sendesignal herbeigeführt wird. Die Kreuzkorrelations-terme

$$E\left\{\frac{\xi n'_{k-\tau}}{|\gamma\xi + n'_k|}\right\}, E\left\{\frac{n'_k \xi^H}{|\gamma\xi + n'_k|}\right\}$$

verschwinden daher für $\tau = 0$ nicht. Für größeres SNR ist deren Beitrag jedoch gering. Der Einfluß von unkorrelierten Rauschprozessen auf das Schätzergebnis wird am geringsten für $\tau \neq 0$, da in diesem Fall die letzten drei rauschabhängigen Terme auf der rechten Seite von (4.80) verschwinden. Andererseits führt der Nenner ebenfalls eine gewisse „Dekorrelation“ der rauschabhängigen Terme herbei.

Für $v(0)$ folgt nun (siehe Anhang A):

$$v(0) = E\{|y'_k|\} = \|\mathbf{h}\| \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_x^2 + 2 \cdot \sigma_n^2 / \|\mathbf{h}\|^2}{\pi}}. \quad (4.81)$$

Wird ferner die rauschabhängige Matrix (siehe (4.80))

$$\mathbf{A}_n = E \left\{ \frac{\xi \xi^H}{|\gamma \xi + n'_k|} \right\} \quad (4.82)$$

diagonalisiert ($\mathbf{A}_n = \mathbf{Q}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{Q}_n^H$), so kann auch hier nach einigen Umformungen wie in Unterabschnitt 4.3 die folgende Summendarstellung für $v(0)$ angegeben werden:

$$\sum_{i=0}^{2p-1} \lambda_{n,i} \gamma \mathbf{q}_{n,i} \mathbf{q}_{n,i}^H \mathbf{P} \gamma^H = \|\mathbf{h}\| \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_x^2 + 2 \cdot \sigma_n'^2 / \|\mathbf{h}\|^2}{\pi}}. \quad (4.83)$$

Mit $\lambda_{n,i}$ sind die Eigenwerte von \mathbf{A}_n bezeichnet, $\mathbf{q}_{n,i}$ sind die dazugehörigen Eigenvektoren. Ist die Rauschvarianz geringer als die Varianz der empfangenen Prozesse im rauschfreien Fall, so können auch hier der kleinste Eigenwert $\lambda_{n,0}$ und der dazugehörige Eigenvektor $\mathbf{q}_{n,0}$ gefunden werden mit der Eigenschaft, daß das innere Produkt zwischen $\mathbf{q}_{n,0}$ und γ am größten ist. Die Näherung für $\lambda_{n,0}$ lautet mit (4.83):

$$\lambda_{n,0} \approx \lambda_{n,\text{OPT}} = 1 / \|\mathbf{h}\| \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_x^2 + 2 \cdot \sigma_n'^2 / \|\mathbf{h}\|^2}{\pi}}. \quad (4.84)$$

Die Gültigkeit der entwickelten Näherungen wurde anhand von Simulationen bei $E_S/N_0 = 10\text{dB}$ verifiziert, wobei auch hier die konstante Kanalimpulsantwort aus Abbildung 43 verwendet wurde. In Abbildung 51 sind die Beträge der inneren Produkte dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, daß auch bei vorhandenen, additiven Rauschprozessen ein signifikanter Eigenvektor \mathbf{q}_0 auftritt. In Abbildung 52 sind zum Vergleich die Eigenwerte der Matrix \mathbf{A}_n dargestellt, wobei die durchgezogene Linie den in (4.84) angegebenen Wert markiert.

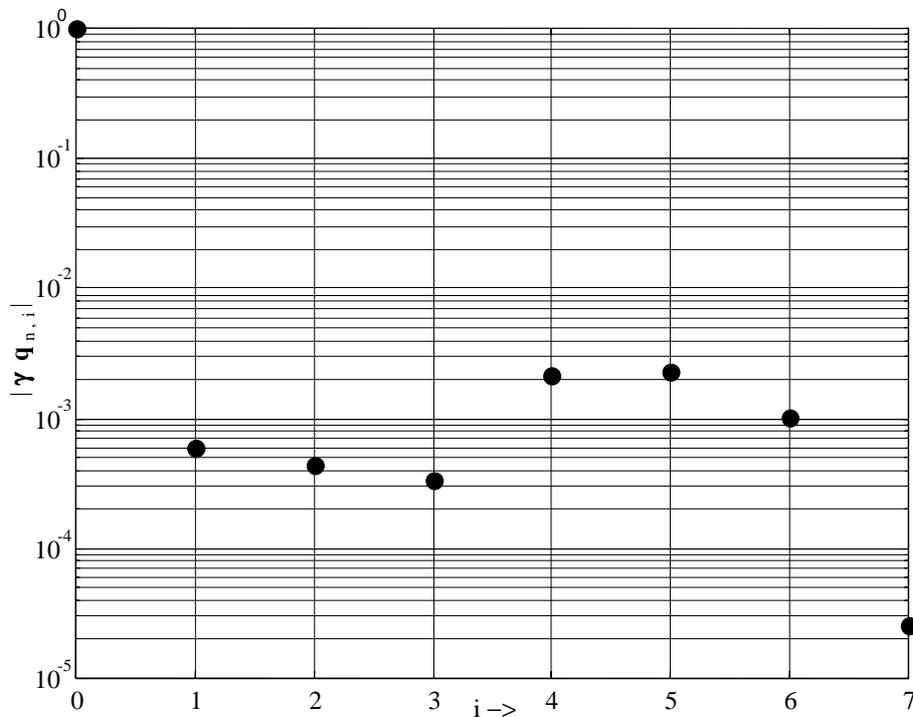


Abbildung 51: Betrag der inneren Produkte $|\gamma \mathbf{q}_{n,i}|$ ($E_S/N_0 = 10\text{dB}$)

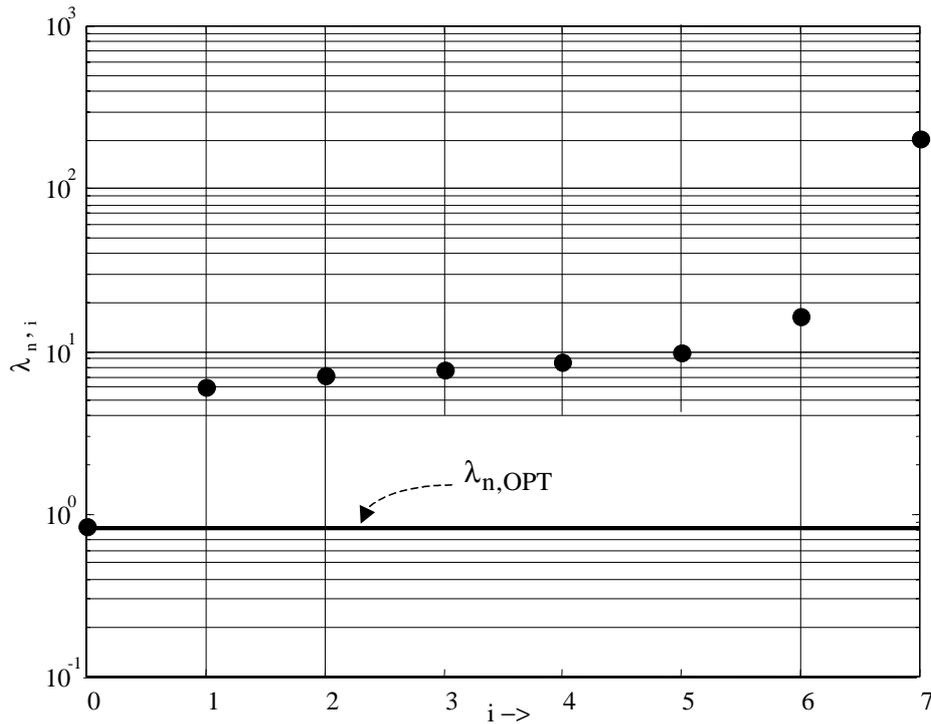


Abbildung 52: Eigenwerte $\lambda_{n,i}$ aus Simulation ($E_S/N_0 = 10\text{dB}$)

4.3.4 Eigenschaften des Algorithmus' bei Zeitmittelung

Wird in (4.57) die Ensemblemittelung durch Zeitmittelung ersetzt, so entsteht der folgende Algorithmus:

$$\hat{r}_{yy}(\tau) = \frac{K\sigma_x^2}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} [\text{sign}[y'_{k,i}] \cdot y^*_{k-\tau,i} + j\{\text{sign}[y''_{k,i}] \cdot y^*_{k-\tau,i}\}]. \quad (4.85)$$

Als Skalierungskonstante K wird im folgenden weiterhin der für den rauschfreien Fall angegebenen Näherungswert (4.78) verwendet.

Bei $\hat{r}_{yy}(\tau)$ handelt es sich mit den in Abschnitt 4.2 beschriebenen Kriterien ebenfalls um einen *Maximum Likelihood*-Schätzwert. Dies folgt aus (4.69) für den Fall $\tau = 0$. Wird die Skalierung nicht berücksichtigt, so wird mit (4.85) gemäß (4.69) der Mittelwert $E\{|y'_k|\}$ geschätzt.

Die Eigenschaften von (4.85) wurden mittels Simulation mit Hilfe der in Kapitel 2.3.1.1 beschriebenen Simulationsumgebung überprüft, wobei die Autokorrelationsfunktion anhand des Teilausdrucks

$$\hat{r}_{yy}(\tau) = \frac{K^2}{\pi N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} [\text{sign}[y'_{k,i}] \cdot y^*_{k-\tau,i}] \quad (4.86)$$

geschätzt wurde. Als Referenz wurde das Standardverfahren (4.55) herangezogen.

In Abbildung 53 ist der mittlere quadratische Fehler (MQF) in Abhängigkeit von E_S/N_0 dargestellt. Für geringere E_S/N_0 -Verhältnisse ist der Schätzfehler bei dem vorgeschlagenen Verfahren geringer als derjenige, der bei dem Standardalgorithmus auftritt. Dies kann im wesentlichen durch die Wahl der Skalierungskonstanten erklärt werden, weil sie rauschunabhängig ist. Darüber hinaus wirkt sich auch dort der Einfluß des Nenners auf die rauschabhängigen

Terme positiv aus. Mit wachsendem E_S/N_0 wird der vom Rauschen verursachte Schätzfehler bei dem Standardverfahren jedoch geringer, als der durch die Näherung entstandene Fehler bei dem vorgeschlagenen Algorithmus. Ab einem gewissen Schwellenwert (etwa $E_S/N_0 \geq 10\text{dB}$) ist dort der Schätzfehler daher etwas größer im Vergleich zu dem Standardalgorithmus.

Es wird ferner deutlich, daß der MQF bei beiden Algorithmen ab etwa $E_S/N_0 \geq 20\text{dB}$ nur sehr wenig von dem Signal-Rausch-Abstand abhängt. Das kann damit erklärt werden, daß für $|\tau| > 0$ unkorreliertes Rauschen bei einer genügend großen Anzahl der Iterationen näherungsweise verschwindet. Bei $\tau = 0$ ist der Schätzfehler vor allem durch die Rauschvarianz bestimmt. Diese ist jedoch dann gering.

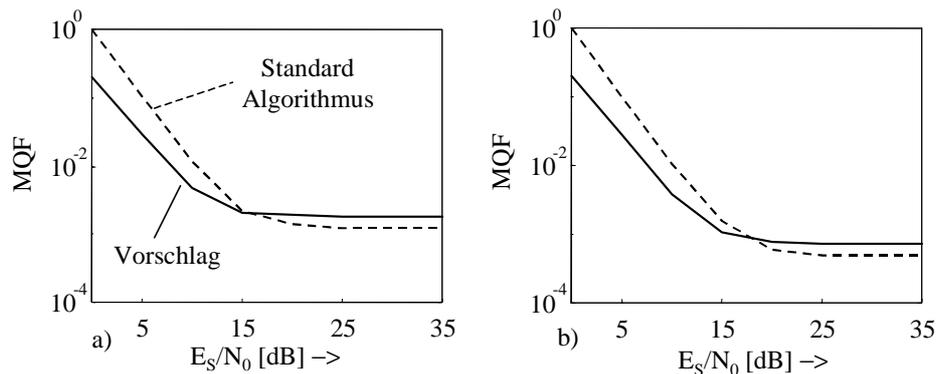


Abbildung 53: Mittlerer quadratischer Fehler (MQF) in Abhängigkeit von E_S/N_0 : a) 200 Symbole, b) 500 Symbole

In Abbildung 54 ist der MQF in Abhängigkeit von der Anzahl der zur Schätzung herangezogenen Symbole dargestellt. Die Differenz der entstandenen Schätzfehler hat die Größenordnung von $|\text{MQF}_{\text{Standard}} - \text{MQF}_{\text{Vorschlag}}| \leq 10^{-3}$. Um mit dem vorgeschlagenen Algorithmus den gleichen MQF zu erreichen, wären bei dieser Simulation etwa 100 zusätzliche Iterationen notwendig.

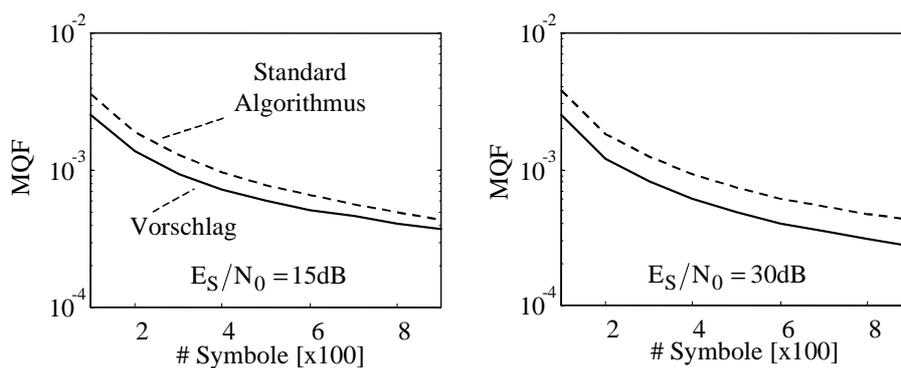


Abbildung 54: Mittlerer quadratischer Fehler (MQF) in Abhängigkeit von der Anzahl der übertragenen Symbole

4.4 Vorschlag eines Verfahrens zur aufwandsreduzierten, referenzdatenfreien Kanalschätzung für OFDM-Übertragung

Der entwickelte Algorithmus (4.57) bietet die Möglichkeit, die Autokorrelationsfunktion multiplikationsfrei zu schätzen. In Kapitel 3.4 wurde beschrieben, daß zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort bei OFDM-Systemen die Autokorrelationsfunktion des Empfangssignals geschätzt werden muß, wobei diese Schätzung auf die Bestimmung der Kreuzkorrelation zwischen den korrelierten Signalanteilen reduziert werden kann. Wird der Algorithmus aus Abschnitt 3.4 noch einmal betrachtet (rauschfreier Fall), so kann der τ -te Koeffiziente der Kanalimpulsantwort wie folgt geschätzt werden (siehe auch Abbildung 39):

$$h_{\tau} = \frac{1}{\sigma_x^2 \cdot h_0^*} \cdot E\{y_{k,0}^* y_{k,m+p+\tau}\}. \quad (4.87)$$

In diesem Unterabschnitt wird der folgende, multiplikationsfreie Algorithmus entwickelt:

$$\widehat{h}_{\tau} = \frac{C}{2} \cdot E\{\text{sign}[y'_{k,0}]y_{k,m+p+\tau} - j\text{sign}[y''_{k,0}]y_{k,m+p+\tau}\}. \quad (4.88)$$

Mit C ist eine komplexwertige Konstante bezeichnet.

Um (4.88) herzuleiten, wird (4.87) zunächst in eine ähnliche Form gebracht, wie sie in Abschnitt 4.3.1 beschrieben wurde. Zu diesem Zweck werden die folgenden Vektorprozesse definiert (siehe auch Abbildung 39, Abschnitt 3.4):

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_k &= [x_{k,m}, x_{k-1,m+p-1}, \dots, x_{k-1,m+1}]^T \\ \boldsymbol{\zeta} &= [\mathbf{d}'_k, j\mathbf{d}''_k]^T, \boldsymbol{\chi} = [j\mathbf{d}''_k, \mathbf{d}'_k]^T. \end{aligned} \quad (4.89)$$

Damit läßt sich $y_{k,0}$ in Abwesenheit von Rauschen wie folgt ausdrücken:

$$y_{k,0} = \mathbf{h}\mathbf{d}_k = \boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\zeta}. \quad (4.90)$$

Um (4.87) kompakt darzustellen, wird ferner die Maskierungs- bzw. Selektionsmatrix

$$\mathbf{E}(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\tau) & \mathbf{0}_{p \times p} \\ \mathbf{0}_{p \times p} & \mathbf{T}(\tau) \end{bmatrix}, \mathbf{T}_{i,j}(\tau) = \begin{cases} 1, & i = \tau, j = 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.91)$$

definiert. Diese Matrix hat genau dieselbe Funktion, wie die Matrix $\boldsymbol{\Sigma}(\tau)$ in (4.46), jedoch eine etwas andere Struktur, weil in (4.87) zwei Subsymbole berücksichtigt werden. Es findet also keine fortlaufende Korrelation statt. Für $\tau = 1$ beispielsweise lautet $\mathbf{T}(1)$:

$$\mathbf{T}(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_{p \times p}. \quad (4.92)$$

Nach ähnlichen Überlegungen wie in Abschnitt 4.3 läßt sich (4.87) wie folgt ausdrücken:

$$\begin{aligned}
h_\tau &= \frac{1}{\sigma_x^2 h_0^*} \cdot \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{E} \{ \boldsymbol{\zeta}^* (\boldsymbol{\zeta}^T + \boldsymbol{\chi}^T) \} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T + \boldsymbol{\gamma} \mathbf{E} \{ \boldsymbol{\chi}^* (\boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\chi}^T) \} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T \\
&= \frac{1}{\sigma_x^2 h_0^*} \cdot \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{P} \mathbf{E} \{ \boldsymbol{\zeta}^* \boldsymbol{\zeta}^T \} \mathbf{P} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T .
\end{aligned} \tag{4.93}$$

Die Matrizen \mathbf{P} und \mathbf{E} sind in Abschnitt 4.3.1 definiert. Anhand von (4.93) wird deutlich, daß zur Schätzung der Kanalimpulsantwort ebenfalls nur eine Teilkorrelation durchgeführt werden muß, weil die Struktur beider Terme auf der rechten Seite von (4.93) gleich ist. Im folgenden wird daher stellvertretend nur der erste Ausdruck betrachtet

$$\begin{aligned}
h_\tau &= \frac{2}{\sigma_x^2 h_0^*} \cdot \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{E} \{ \boldsymbol{\zeta}^* (\boldsymbol{\zeta}^T + \boldsymbol{\chi}^T) \} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T \\
&= \frac{2}{\sigma_x^2 h_0^*} \cdot \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{E} \{ \boldsymbol{\zeta}^* \boldsymbol{\zeta}^T \} \mathbf{P} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T .
\end{aligned} \tag{4.94}$$

Der durch (4.94) beschriebene Algorithmus lautet

$$\mathbf{h} = \frac{2}{\sigma_x^2 h_0^*} \cdot \mathbf{E} \{ \mathbf{y}'_{k,0} \mathbf{y}_S^T(k) \} . \tag{4.95}$$

Mit $\mathbf{y}'_{k,0}$ ist der Realteil des ersten Abtastwertes des empfangenen OFDM-Symbols bezeichnet.

Um die weiteren Untersuchungen zu vereinfachen, wird im folgenden die Funktion

$$g(\tau) = \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{E} \left\{ \frac{\boldsymbol{\zeta}^* \boldsymbol{\zeta}^T}{|\boldsymbol{\gamma}^* \boldsymbol{\zeta}^*|} \right\} \mathbf{P} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T \tag{4.96}$$

untersucht. Mit Ausnahme der Konjugationen und der etwas anders definierten Matrix $\boldsymbol{\Xi}^T(\tau)$ stimmt die innere Struktur von (4.96) unter Berücksichtigung von (4.62) mit (4.63) überein:

$$\mathbf{E} \left\{ \frac{\boldsymbol{\zeta}^* \boldsymbol{\zeta}^T}{|\boldsymbol{\gamma}^* \boldsymbol{\zeta}^*|} \right\} = \mathbf{A}^* . \tag{4.97}$$

Mit \mathbf{A} ist die in (4.64) definierte Matrix bezeichnet.

Nach der Eigenwertzerlegung von \mathbf{A}^* läßt diese sich wie folgt diagonalisieren (siehe (4.65)):

$$\mathbf{A}^* = (\mathbf{Q} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{Q}^H)^* . \tag{4.98}$$

Der einzige Unterschied zu (4.65) ist, daß die Eigenvektoren nun konjugiert sind (die Eigenwerte sind weiterhin reell, da \mathbf{A}^* ebenfalls hermitesch ist). Wird (4.96) als Summe dargestellt, so folgt:

$$g(\tau) = \sum_{i=0}^{2p-1} \lambda_i \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{q}_i^* \mathbf{q}_i^T \mathbf{P} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T . \tag{4.99}$$

Auch in diesem Fall können die in Abschnitt 4.3.3 beschriebenen Schlußfolgerungen gezogen werden: Der Eigenvektor \mathbf{q}_0^* liefert einen signifikanten Beitrag zur Summe (4.99), d.h.

$$\begin{aligned}
g(\tau) &= \lambda_0 \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{q}_0^* \mathbf{q}_0^T \mathbf{P} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T + \sum_{i=1}^{2p-1} \lambda_i \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{q}_i^* \mathbf{q}_i^T \mathbf{P} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T \\
&\geq \lambda_0 \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{q}_0^* \mathbf{q}_0^T \mathbf{P} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T.
\end{aligned} \tag{4.100}$$

In Abschnitt 4.3.3 wurde für den Eigenwert λ_0 allgemein die Ungleichung (4.75) hergeleitet, die auch in diesem Fall gültig ist. Mit Hilfe von (4.100) wird die Kreuzkorrelation zwischen den periodischen Signalanteilen näherungsweise bestimmt. Dies folgt aufgrund der im vorangegangenen Abschnitt diskutierten Ergebnisse. Zu Berücksichtigen ist jedoch, daß auch hier die Kanalimpulsantwort mit ihren ersten, konjugierten Koeffizienten skaliert ist. Die Skalierungskonstante in (4.89) lautet demnach:

$$C = \frac{1}{\lambda_{\text{OPT}} h_0^*}. \tag{4.101}$$

Die Konstante C ist also doppelt mehrdeutig. Zum einen enthält sie h_0 , zum anderen den Betrag der Kanalimpulsantwort. Der letztere kann natürlich referenzdatenfrei bestimmt werden. Diese zusätzliche Schätzung würde jedoch nicht die in C enthaltene Mehrdeutigkeit beseitigen. Aus diesem Grund kann die durch λ_{OPT} zusätzlich eingebrachte Mehrdeutigkeit zugelassen werden.

4.4.1 Einfluß weißer, additiver Rauschprozesse

Der Standardalgorithmus (4.87) zeichnet sich dadurch aus, daß weiße und unkorrelierte Rauschprozesse aufgrund der dort verwendeten Kreuzkorrelation verschwinden (siehe auch Kapitel 3.4). Diese Eigenschaft besitzt der vorgeschlagene aufwandsreduzierte Algorithmus jedoch nicht.

Um seine Eigenschaften bei additiven Rauschprozessen zu untersuchen, wird $g(\tau)$ zunächst wie folgt umgeschrieben (siehe auch (4.80)):

$$\begin{aligned}
g(\tau) &= \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{E} \left\{ \frac{\boldsymbol{\zeta}^* \boldsymbol{\zeta}^T}{|\boldsymbol{\gamma}^* \boldsymbol{\zeta}^* + \mathbf{n}'_{k,0}|} \right\} \mathbf{P} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T + \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{E} \left\{ \frac{\boldsymbol{\zeta}^* \mathbf{n}'_{k,m+p+\tau}}{|\boldsymbol{\gamma}^* \boldsymbol{\zeta}^* + \mathbf{n}'_{k,0}|} \right\} \\
&+ \mathbf{E} \left\{ \frac{\mathbf{n}'_{k,0} \boldsymbol{\zeta}^T}{|\boldsymbol{\gamma}^* \boldsymbol{\zeta}^* + \mathbf{n}'_{k,0}|} \right\} \mathbf{P} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T + \mathbf{E} \left\{ \frac{\mathbf{n}'_{k,0} \mathbf{n}'_{k,m+p+\tau}}{|\boldsymbol{\gamma}^* \boldsymbol{\zeta}^* + \mathbf{n}'_{k,0}|} \right\}.
\end{aligned} \tag{4.102}$$

Da die Rauschprozesse unkorreliert sind, wird (4.102) zu:

$$g(\tau) = \boldsymbol{\gamma}^* \mathbf{E} \left\{ \frac{\boldsymbol{\zeta}^* \boldsymbol{\zeta}^T}{|\boldsymbol{\gamma}^* \boldsymbol{\zeta}^* + \mathbf{n}'_{k,0}|} \right\} \mathbf{P} \boldsymbol{\Xi}^T(\tau) \boldsymbol{\gamma}^T. \tag{4.103}$$

Das bedeutet, daß die Rauschprozesse sich bei allen Koeffizienten $g(\tau)$ auswirken, da sie stets im Nenner auftreten. Dies ist der wesentliche Unterschied zu dem Standardalgorithmus, weil dort der Einfluß additiver, unkorrelierter Rauschprozesse verschwindet. Aus diesem Grund ist bei dem vorgeschlagenen Algorithmus eine mögliche Verringerung der Konvergenzgeschwindigkeit zu erwarten.

4.4.2 Eigenschaften des Algorithmus' bei Zeitmittelung

Wird zur Schätzung der Kanalimpulsantwort Zeitmittelung herangezogen, so kann der folgende aufwandsreduzierte Algorithmus angegeben werden

$$\tilde{h}_\tau = \frac{C}{2N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \{ \text{sign}[y'_{k,0}] y_{k,m+p+\tau} - j \text{sign}[y''_{k,0}] y_{k,m+p+\tau} \}. \quad (4.104)$$

Der zusätzlich auftretende Faktor 2 ist durch die Wahl der Skalierungskonstanten C in (4.101) bedingt. Dabei handelt es sich natürlich wegen der Mehrdeutigkeit nur um eine formale Skalierung.

Mit \tilde{h}_τ ist der Schätzwert von h_τ bezeichnet. Aufgrund von (4.94) können auch die folgenden Algorithmen zur Schätzung der Kanalimpulsantwort angegeben werden:

$$\tilde{h}_{\text{REDL}, \tau} = \frac{C}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \{ \text{sign}[y'_{k,0}] y_{k,m+p+\tau} \} \quad (4.105)$$

$$\tilde{h}_{\text{REDR}, \tau} = -\frac{jC}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \{ \text{sign}[y''_{k,0}] y_{k,m+p+\tau} \}. \quad (4.106)$$

Mit $\tilde{h}_{\text{REDL}, \tau}$ und $\tilde{h}_{\text{REDR}, \tau}$ sind jeweils Schätzwerte bezeichnet, bei deren Schätzung die Vorzeichen $y'_{k,0}$ bzw. $y''_{k,0}$ verwendet wurden. Die tiefergestellten Indizes „REDL“ und „REDR“ sollen darauf hindeuten, daß sich in (4.105) und (4.106) um aufwandsreduzierte, links- (Berücksichtigung des Realteils) bzw. rechtsseitige (Berücksichtigung des Imaginärteils) Algorithmen handelt.

Die dazugehörigen Algorithmen auf der Basis des Standardalgorithmus' lauten:

$$\hat{h}_\tau = \frac{1}{\sigma_x^2 h_0^* N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y_{k,0}^* y_{k,m+p+\tau} \quad (4.107)$$

$$\hat{h}_{\text{REDL}, \tau} = \frac{2}{\sigma_x^2 h_0^* N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y'_{k,0} y_{k,m+p+\tau} \quad (4.108)$$

$$\hat{h}_{\text{REDR}, \tau} = -\frac{j2}{\sigma_x^2 h_0^* N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y''_{k,0} y_{k,m+p+\tau}. \quad (4.109)$$

Zum Vergleich der Algorithmen wurde dieselbe Simulationsumgebung wie in Abschnitt 4.3.4 verwendet (Hiperlan/2-Übertragungssystem). Die Kanalimpulsantwort war zeitinvariant, jedoch nicht konstant. Zusätzlich wurde die in Abbildung 43 konstante Kanalimpulsantwort geschätzt, um auch ein Beispiel für einen Mittelwert der Schätzung angeben zu können (Mittelwert aus 100 *Monte-Carlo*-Versuchen).

In Abbildung 55 sind die Schätzmittelwerte der COST207-Kanalimpulsantwort aus Abbildung 43 bei $E_S/N_0 = 0\text{dB}$ dargestellt. Selbst bei diesem geringen Signal-Rausch-Abstand kann die Kanalimpulsantwort geschätzt werden. Es ist ebenfalls zu erkennen, daß der Schätzfehler mit steigender Anzahl der Iterationen geringer wird.

In Abbildung 56 ist der MQF in Abhängigkeit von E_S/N_0 dargestellt, der sich bei der Anwendung der Algorithmen (4.104)-(4.107) ergibt (hier wurde wieder die Hiperlan/2-Simulationsumgebung verwendet). Wird das vorgeschlagene aufwandsreduzierte Verfahren zur Schätzung der Kanalimpulsantwort herangezogen, so ist der MQF etwas größer, als das bei dem Standardalgorithmus der Fall ist. Bei geringeren E_S/N_0 -Verhältnissen ist dieser Fehler vor allem auf den Rauschterm im Nenner von (4.103) zurückzuführen. Bei dem Standardalgorithmus ist der Einfluß der weißen, unkorrelierten Rauschprozesse bei einer nicht allzu kleinen Anzahl der Iterationen hingegen sehr gering.

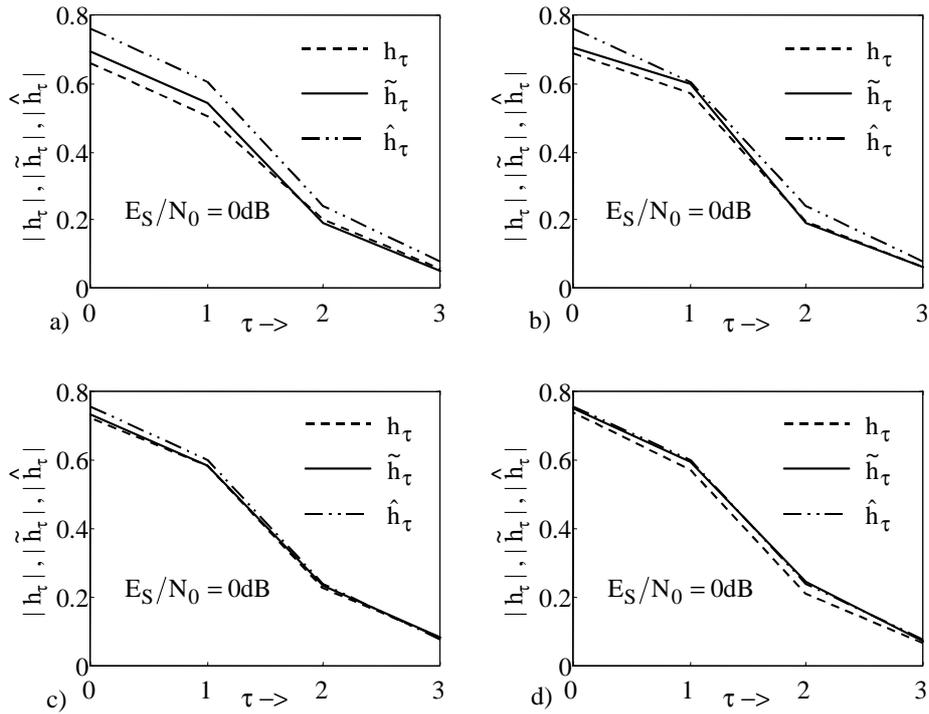


Abbildung 55: Mittelwerte der Schätzwerte der Kanalimpulsantwort aus Abbildung 43: a) 100 Iterationen, b) 200 Iterationen, c) 400 Iterationen, d) 800 Iterationen

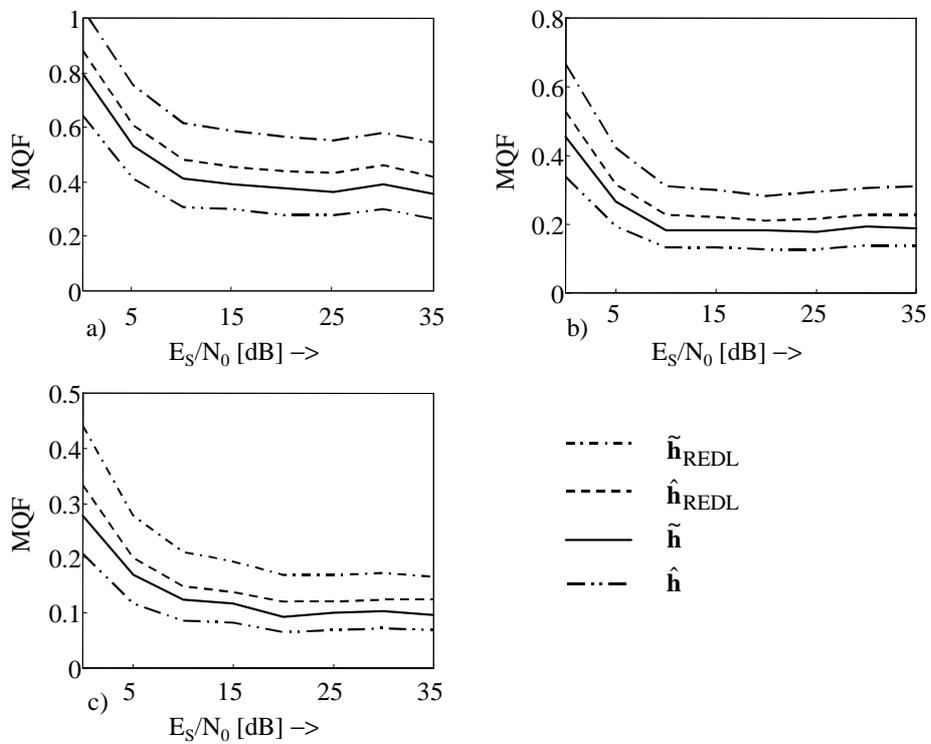


Abbildung 56: MQF in Abhängigkeit von E_S/N_0 : a) 100 Iterationen, b) 300 Iterationen, c) 500 Iterationen

In Abbildung 57 ist der MQF in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationen dargestellt. Der MQF bei dem vorgeschlagenen aufwandsreduzierten Algorithmus ist auch in diesem Falle stets etwas größer als der MQF bei dem Standardalgorithmus. Um den gleichen MQF zu erhalten, müsste die Anzahl der Iterationen in dieser Simulationsumgebung (und somit die Anzahl der gesendeten Symbole) um etwa 100 erhöht werden.

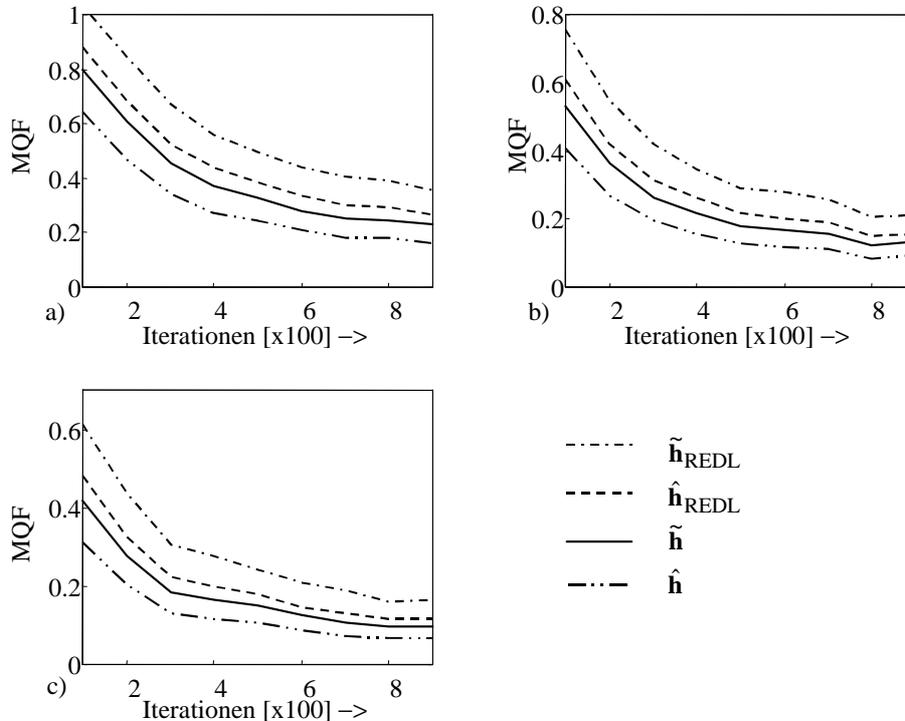


Abbildung 57: MQF in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationen: a) $E_S/N_0 = 0\text{dB}$,
b) $E_S/N_0 = 5\text{dB}$, c) $E_S/N_0 = 10\text{dB}$

4.5 Implementierungsaspekte

In Abbildung 58 sind die prinzipiellen Strukturen des Standard- und des vorgeschlagenen Algorithmus' gegenübergestellt. Bei dem Standardalgorithmus werden die Quadraturkomponenten der letzten p Abtastwerte eines empfangenen OFDM-Symbols mit dem ersten konjugierten Abtastwert multipliziert. Im Bild ist diese komplexe Multiplikation bereits durch zwei reelle Multiplikationen ersetzt worden. Nach der Multiplikation wird das Ergebnis zum Schätzwert aus aller vorherigen Iterationen ($\hat{\mathbf{q}}_{i-1} = [\hat{q}_{i-1,0}, \dots, \hat{q}_{i-1,p-1}]$) addiert, wodurch der aktuelle Schätzwert $\hat{\mathbf{q}}_i$ entsteht.

Besteht die Kanalimpulsantwort aus p Koeffizienten, so werden bei dem Standardalgorithmus mit der in Abbildung 58 dargestellten Struktur in jedem Iterationsschritt $4p$ reelle Multiplikationen und $4p$ reelle Additionen durchgeführt (bei Vernachlässigung der abschließenden Skalierung). Wird der vorgeschlagene Algorithmus verwendet, so sind nun keine Multiplikationen notwendig. Die letzten p Abtastwerte eines empfangenen OFDM-Symbols werden direkt zu dem alten Schätzwert addiert bzw. sie werden von diesem Schätzwert subtrahiert. Die Entscheidung darüber, ob eine Addition oder eine Subtraktion durchgeführt wird, liefern die Vorzeichen des Real- bzw. Imaginärteils des ersten empfangenen Abtastwertes (bei einer Schätzung im Symboltakt). Der Aufwand reduziert sich somit auf lediglich $4p$ reelle Additionen.

Bei der Aufwandsabschätzung wurde sowohl bei dem Standard- als auch bei dem vorgeschla-

genen Algorithmus die abschließende Skalierung vernachlässigt. Da die Schätzwerte der Kanalimpulsantwort aufgrund der unbekannt (komplexwertigen) Konstanten mehrdeutig sind, kann die abschließende Skalierung (da sie für alle Koeffizienten der Kanalimpulsantwort gleich ist) beliebig gewählt werden. Eine der Möglichkeiten besteht in der Skalierung der Schätzwerte auf die Einheitsenergie. Dies kann effizient mit Hilfe der in Kapitel 6 beschriebenen CORDIC-Algorithmen (*Coordinate Rotation Digital Computer*) durchgeführt werden. Wählt man hingegen eine Skalierungskonstante, die sich als eine Potenz von zwei darstellen läßt, so kann die abschließende Skalierung durch eine einfache Schieberegisteroperation durchgeführt werden.

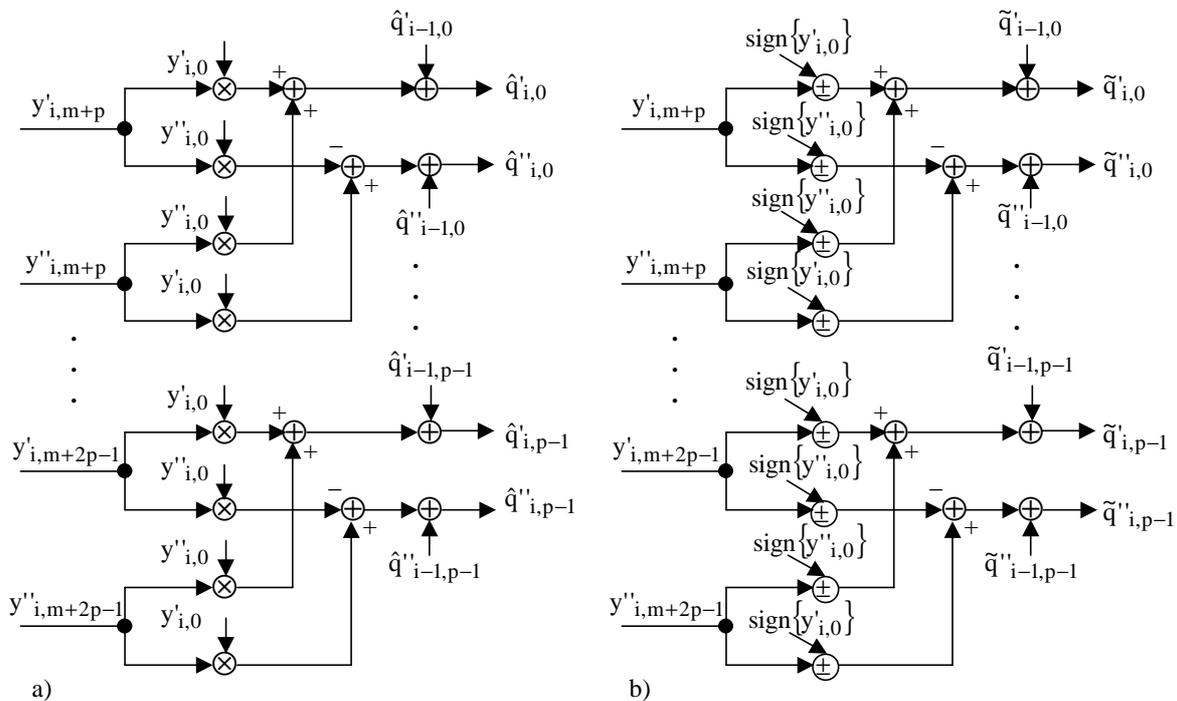


Abbildung 58: Vergleich der Struktur der Algorithmen, i -ter Iterationsschritt: a) Standardalgorithmus, b) vorgeschlagener Algorithmus

Tabelle 7: Aufwandsvergleich

Operation	Standardalgorithmus	Vorschlag
Reelle Multiplikationen	$4p$	0
Reelle Additionen	$4p$	$4p$

Zur Implementierung der in Abbildung 58 b) dargestellten Struktur sind lediglich logische Gatter, Schieberegister und Volladdierer notwendig. In Abbildung 59 ist ein Beispiel für eine mögliche Realisierung des vorgeschlagenen Algorithmus' für den Fall eines Festkomma-zahlenformats (2er Komplement) dargestellt.

Die Quadraturkomponenten I und Q (Real- und Imaginärteil) werden jeweils in einem Schieberegisterfeld (Datenregister) abgelegt. Bei m Bit und p zu verarbeitenden Abtastwerten hat dieses Feld die Dimension $p \times m$. Dies ist auch die Anzahl der notwendigen *Flip-Flops*, falls die Schieberegister mit diesen Elementen aufgebaut werden [55]. Die Ergebnisregister sind als *FIFO-Feld* (*First In First Out*) ausgeführt. Als erstes wird der letzte, aktualisierte Koeffizient des Schätzwertes bestimmt. Das Ergebnis wird in die erste Registerzelle hineingeschrieben und

die übrigen Koeffizienten werden um eine Registerzelle weiter verschoben.

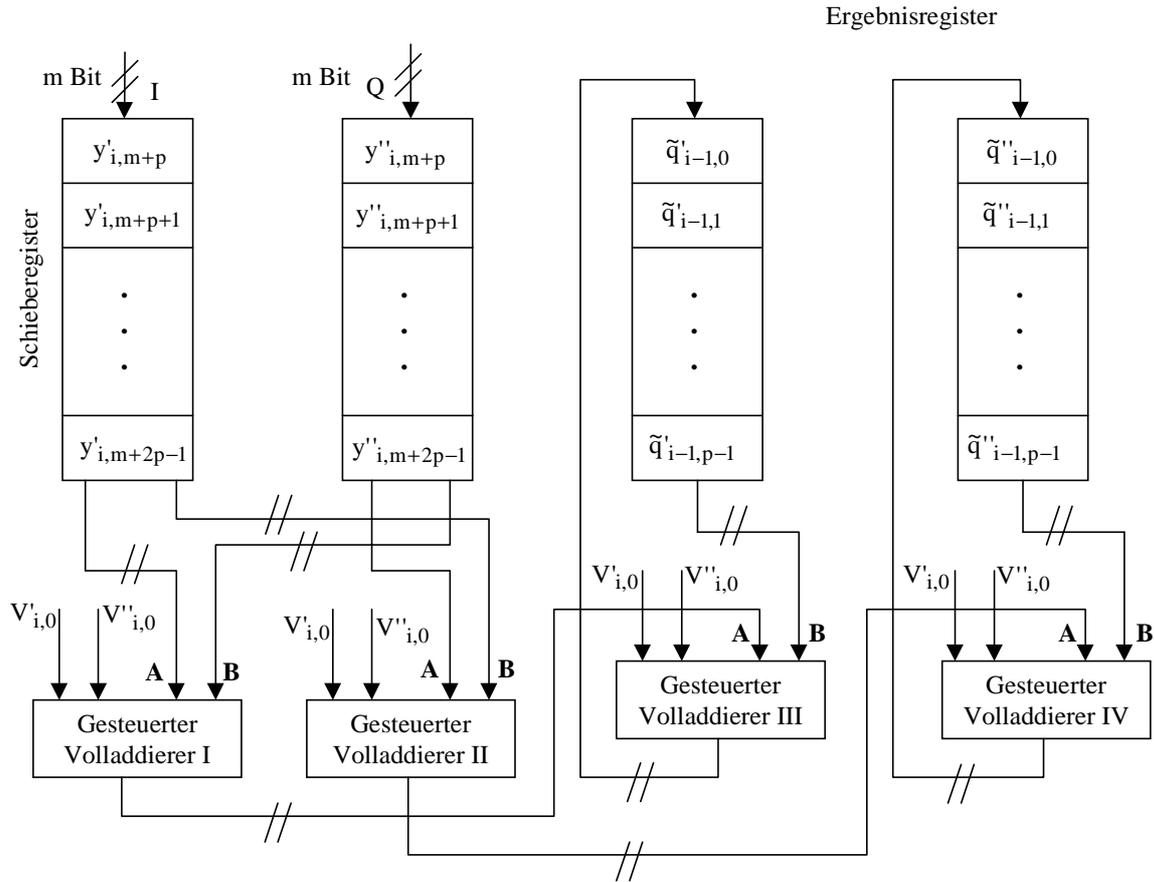


Abbildung 59: Architektur des Algorithmus' mit vier Schieberegistern und vier gesteuerten Volladdierern

Zur Steuerung der Volladdierer werden die Vorzeichen von $y'_{i,0}$ und $y''_{i,0}$ verwendet. In Abhängigkeit des Vorzeichens des Real- und des Imaginärteils soll im i -ten Iterationsschritt die folgende Iteration durchgeführt werden (Skalierung unberücksichtigt):

$$\tilde{q}'_{i,k} = V'_{i,0}y'_{i,m+p+k} + V''_{i,0}y''_{i,m+p+k} + \tilde{q}'_{i-1,k} \quad (4.110)$$

$$\tilde{q}''_{i,k} = V'_{i,0}y''_{i,m+p+k} - V''_{i,0}y'_{i,m+p+k} + \tilde{q}''_{i-1,k}. \quad (4.111)$$

Mit $V'_{i,0}$ und $V''_{i,0}$ sind die Vorzeichenbits von $y'_{i,0}$ und $y''_{i,0}$ bezeichnet.

Da eine Subtraktion durch eine Addition des Zweierkomplementes dargestellt werden kann, werden zur Realisierung von (4.110) lediglich m -Bit-Volladdierer benötigt. Ist nur eines der Vorzeichenbits $V'_{i,0}$ und $V''_{i,0}$ in (4.110) gesetzt, so bedeutet dies, daß eine der Zahlen (**A** oder **B**) in Zweierkomplementdarstellung überführt werden muß. Hierzu ist jedoch nur eine Invertierung notwendig, weil die Addition von 2^0 am Übertragungseingang realisiert werden kann [55]. Sind beide Vorzeichen gesetzt, so kann diese Vorzeichenänderung bei der Addition zu dem alten Schätzwert durch eine Komplementbildung berücksichtigt werden.

In Abbildung 60 ist die Realisierung der in Abbildung 59 dargestellten gesteuerten Volladdierer I und II dargestellt.

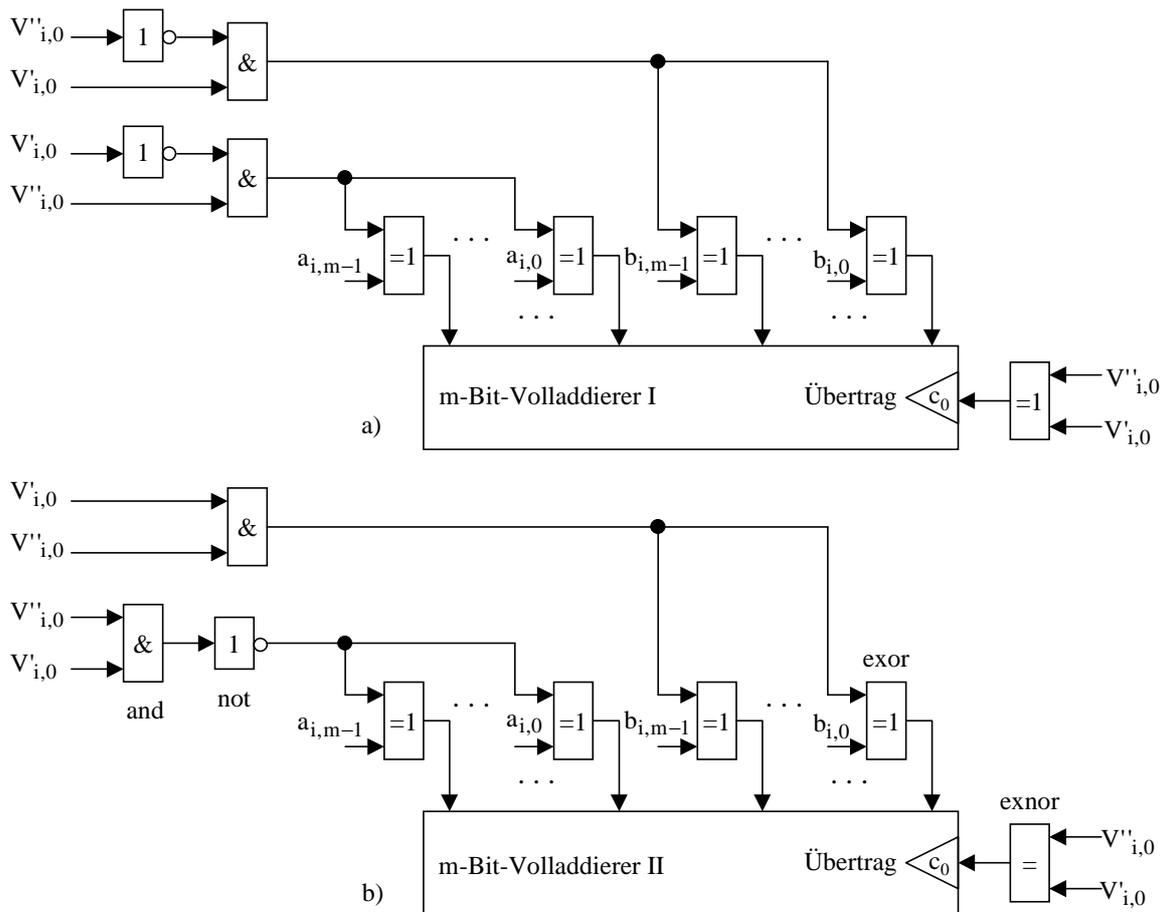


Abbildung 60: Realisierung der gesteuerten Volladdierer: a) Volladdierer I, b) Volladdierer II

Sind beide Vorzeichenbits $V'_{i,0}$ und $V''_{i,0}$ in (4.110) gesetzt oder ist in (4.111) $V'_{i,0} = 1$ und $V''_{i,0} = 0$, so muß das Ergebnisses der Addition im Zweierkomplement vorliegen. Dies kann durch eine geeignete äußere Beschaltung eines Volladdierers realisiert werden. In Abbildung 61 ist eine mögliche Realisierung der gesteuerten Volladdierer III und IV dargestellt.

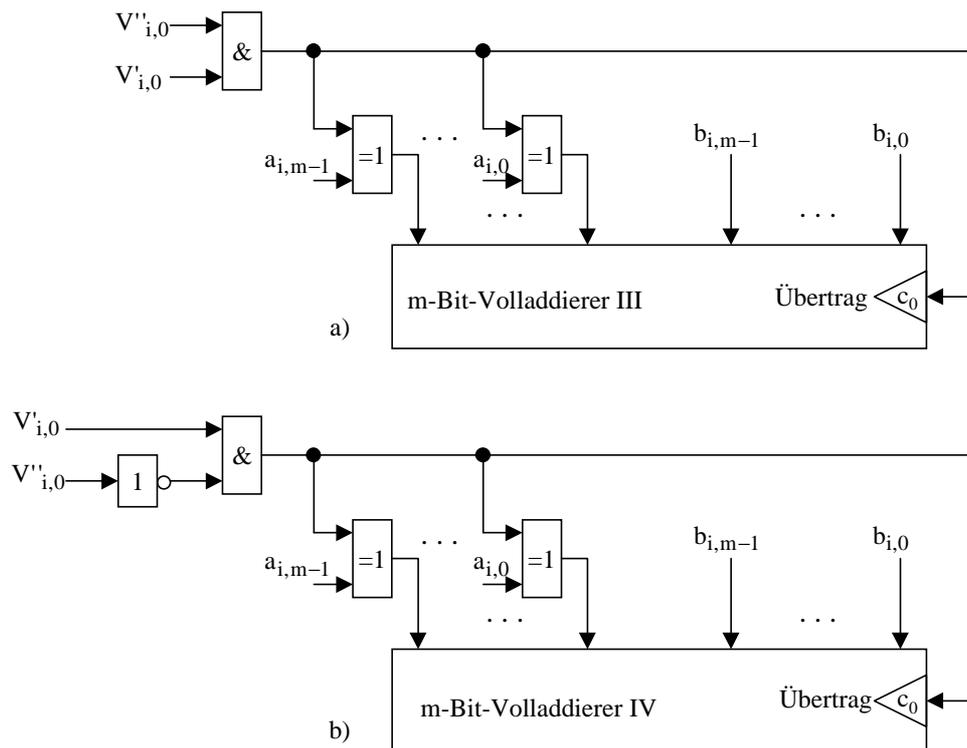


Abbildung 61: Realisierung des gesteuerten Volladdierers: a) Volladdierer III, b) Volladdierer IV

4.6 Zusammenfassung

Die Kenntnis der Korrelationsfunktionen des empfangenen Signals ist für eine referenzdatenfreie Schätzung der Kanalimpulsantwort auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung von grundlegender Bedeutung. Diese Korrelationsfunktionen müssen jedoch zunächst geschätzt werden. Wird zur Schätzung Zeitmittelung herangezogen, so handelt es sich bei den Schätzwerten um konsistente *Maximum Likelihood*-Schätzwerte, die asymptotisch erwartungstreu sind. Da diese Korrelationsfunktionen in jedem Iterationsschritt geschätzt werden müssen, ist der damit verbundene Aufwand nicht zu vernachlässigen: Im Falle komplexwertiger Eingangsgrößen müssen hier pro Iteration bei p Koeffizienten p komplexe Multiplikationen und p komplexe Additionen durchgeführt werden. Dies entspricht jeweils $4p$ reellen Multiplikationen und $4p$ reellen Additionen. Dieser Aufwand kann nur dann reduziert werden, wenn die aufwandsbestimmenden Multiplikationen vermieden werden können.

Diese Aufwandsreduktion kann erreicht werden, wenn bei der Schätzung der Korrelationsfunktionen auf deren korrekte Skalierung verzichtet wird. Dies bedeutet, daß die Schätzung nur bis auf eine Konstante eindeutig ist. Diese Mehrdeutigkeit kann jedoch toleriert werden, falls die Korrelationsfunktionen im Zusammenhang mit einer referenzdatenfreien Kanalschätzung bestimmt werden, da in diesem Fall der Schätzwert der Kanalimpulsantwort ohnehin mehrdeutig ist.

In diesem Kapitel wurden zunächst mathematische Grundlagen der Schätzung der Korrelationsfunktionen sowie die wesentlichen Eigenschaften der möglichen Schätzer beschrieben. Der zentrale Inhalt dieses Kapitels ist jedoch der Vorschlag eines Verfahrens zur multiplikationsfreien Schätzung der Korrelationsfunktionen. Um eine mathematische Konsistenz bezüglich

der Beschreibung herzustellen, wurde zunächst das Schätzproblem mathematisch reformuliert. Basierend auf diesem mathematischen Gerüst wurde das aufwandsreduzierte Schätzverfahren entwickelt, analysiert und durch Simulationen verifiziert.

Der wesentliche Vorteil des vorgeschlagenen Verfahrens ist der geringe Aufwand, weil die Multiplikationen durch eine vorzeichengewichtete Addition/Subtraktion ersetzt werden.

Diese signifikante Aufwandsreduktion bedeutet jedoch, daß im Vergleich zu dem Standardverfahren die Konvergenzgeschwindigkeit etwas langsamer ist. Bei der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Simulationsumgebung waren jedoch etwa nur 100 Iterationsschritte mehr notwendig, um verglichen mit dem Standardalgorithmus den gleichen MQF zu erreichen.

Der zweite Schwerpunkt dieses Kapitels ist der Vorschlag eines aufwandsreduzierten Verfahrens zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort für OFDM-Übertragung. Basierend auf den Ergebnissen im Zusammenhang mit der Schätzung der Korrelationsfunktionen wurde ein weiterer Algorithmus entwickelt, mit dem eine multiplikations- und referenzdatenfreie Schätzung der Kanalimpulsantwort möglich ist. Dieses Verfahren wurde ebenfalls analysiert und durch Simulationen verifiziert. Im Vergleich mit dem bekannten Standardverfahren sind die Konvergenzeigenschaften hier etwas schlechter: Es wurden ebenfalls etwa 100 Iterationen mehr benötigt, um verglichen mit dem Standardalgorithmus den gleichen MQF zu erreichen. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, daß im Falle unkorrelierter Rauschprozesse der Rauscheinfluß bei der Schätzung mit dem Standardalgorithmus näherungsweise verschwindet. Aufgrund der erzielten Aufwandsreduktion tritt dieser Effekt bei dem vorgeschlagenen Verfahren nicht auf.

Abschließend wurden die Implementierungsaspekte untersucht. Um den geringen Aufwand der beiden vorgeschlagenen Algorithmen zu demonstrieren, wurde eine Hardwareumsetzung des Algorithmus' zur referenzdatenfreien Kanalschätzung angegeben. Diese Schaltung besteht lediglich aus Schieberegistern (z.B. *Flip-Flops*), Gattern sowie geeignet beschalteten Volladdierern, was eine effiziente Hardwarerealisierung des Algorithmus' ohne Verwendung von Signalprozessoren ermöglicht.

5 Vorschlag eines Verfahrens zur Reduktion des Schätzfehlers bei referenzdatenfreier Kanalschätzung

In diesem Kapitel wird ein Verfahren vorgeschlagen, das zu einer Reduktion des bei einer referenzdatenfreien Kanalschätzung entstandenen Schätzfehlers herangezogen werden kann. In Abschnitt 5.1 wird der prinzipielle Ansatz erläutert, der auf einer nachträglichen Prädiktionsfilterung der Schätzwerte beruht. In Abschnitt 5.2 sind die grundlegenden Aspekte der linearen Prädiktion beschrieben. Darauf aufbauend wird in Abschnitt 5.3 eine allgemeine Lösung zur Bestimmung der Koeffizienten des gesuchten Filters entwickelt und in Abschnitt 5.3.1 eine geeignete Näherung ausgearbeitet, die einen praktischen Einsatz des Verfahrens ermöglicht. In Abschnitt 5.4 wird das Verfahren für OFDM-Übertragung angewendet und anhand von Simulationsergebnissen verifiziert.

Auf die Implementierungsaspekte wird in Abschnitt 5.5 eingegangen. Um die bei der Bestimmung der Filterkoeffizienten auftretende Matrixinversion zu vermeiden, wird dort ein weiterer Algorithmus entwickelt, mit dem die Bestimmungsgleichung iterativ gelöst werden kann. Nach einer Aufwandsberechnung folgt in Abschnitt 5.6 eine Zusammenfassung der wesentlichen Inhalte dieses Kapitels.

5.1 Einführung

Zur referenzdatenfreien Kanalschätzung bei OFDM-Systemen können relativ einfache Algorithmen herangezogen werden, die im wesentlichen auf Schätzung der Korrelationsfunktionen beruhen (siehe Kapitel 4). Der Nachteil dabei ist jedoch die u.U. relativ langsame Konvergenzgeschwindigkeit. Um diese zu erhöhen, können leistungsfähigere Schätzverfahren angewendet werden, wie z.B. die Subraummethoden [90]. Problematisch dabei ist jedoch die mit den bekannten Verfahren verbundene hohe Komplexität, die einer praktischen Hardwareimplementierung im Wege steht.

Es stellt sich daher die Frage, ob die Konvergenzgeschwindigkeit durch eine nachträgliche Filterung der Schätzwerte erhöht werden kann. Dies ist gleichbedeutend mit der Forderung, den Schätzfehler nachträglich zu minimieren. In Abbildung 62 ist dieser Ansatz prinzipiell dargestellt.

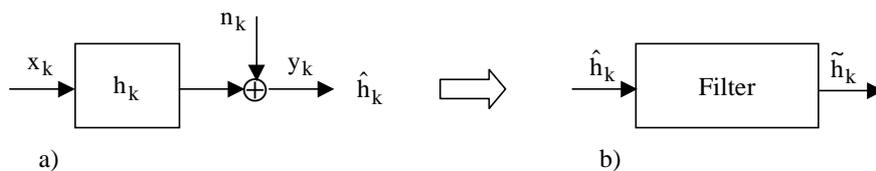


Abbildung 62: Minimierung des Schätzfehlers: a) Schätzung der Kanalimpulsantwort, b) nachträgliche Filterung der Schätzwerte

Die Kanalimpulsantwort \mathbf{h} wird zunächst referenzdatenfrei geschätzt. Um den Schätzfehler zu verringern, werden die Schätzwerte $\hat{\mathbf{h}}$ einer nachträglichen Filterung unterzogen. Das wesentliche Problem ist daher mit der Bestimmung der notwendigen Filterkoeffizienten verbunden. Der Ansatz zur Lösung dieses Problems kann über die lineare Prädiktion erfolgen, die in Abschnitt 5.2 beschrieben wird. Das zu bestimmende Filter kann auch als Prädiktionsfilter [50] verstanden werden, weil hier anhand der Schätzwerte auf die unbekannte Kanalimpulsantwort geschlossen wird. Wird unterstellt, daß das verwendete, referenzdatenfreie Schätzverfahren effizient, konsistent und erwartungstreu ist, so können die Schätzwerte als aktuelle Schätzwerte interpretiert werden, die zur Prädiktion der künftigen, genaueren Schätzwerte herangezogen werden.

5.2 Grundlagen der linearen Prädiktion

In Abbildung 63 ist eine prinzipielle Struktur zur linearen Prädiktion dargestellt [52].

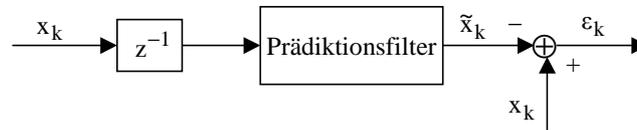


Abbildung 63: Lineare Prädiktion

Mit x_k ist ein stationärer und mittelwertfreier Prozeß bezeichnet, dessen Schätzwert \tilde{x}_k anhand der Vergangenheitswerte gesucht wird. Diese Problemstellung ergibt sich beispielsweise bei der parametrischen Spektralschätzung [2]. Das Schätzproblem kann mit Hilfe eines linearen Prädiktionsfilters gelöst werden, dessen Koeffizienten noch bestimmt werden müssen. Dazu werden die Eingangs- und Ausgangswerte, x_k und \tilde{x}_k , verglichen. Der dabei entstandene Fehler läßt sich wie folgt angeben [50]:

$$\epsilon_k = x_k - \sum_{i=1}^m p_i x_{k-i} \tag{5.1}$$

Mit p_i sind die Koeffizienten der Impulsantwort des Prädiktionsfilters bezeichnet.

Mit den Vektoren $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_m]$ und $\mathbf{x} = [x_{k-1}, \dots, x_{k-m}]^T$ kann (5.1) kompakt durch

$$\epsilon_k = x_k - \mathbf{p}\mathbf{x} \tag{5.2}$$

ausgedrückt werden. Der gesuchte Koeffizientenvektor \mathbf{p} läßt sich aus der Minimierung der Leistung des Fehlers ϵ_k ermitteln:

$$E\{\epsilon_k \epsilon_k^*\} = \text{Minimum} \tag{5.3}$$

Die Lösung dieses Problems liefert die *Wiener-Hopf*-Gleichung [50]:

$$\mathbf{p} = \mathbf{r}_{xx} \mathbf{R}_{xx}^{-1} \tag{5.4}$$

Dabei bezeichnet $\mathbf{r}_{xx} = [r_{xx}(1), \dots, r_{xx}(m)]$ den Autokorrelationsvektor der Eingangsdatenfolge, der durch

$$\mathbf{r}_{xx} = E\{x_k \mathbf{x}^H\} \tag{5.5}$$

definiert ist. Mit \mathbf{R}_{xx} ist die folgende Autokorrelationsmatrix bezeichnet:

$$\mathbf{R}_{xx} = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} = \begin{bmatrix} r_{xx}(0) & r_{xx}(1) & \dots & r_{xx}(m-1) \\ r_{xx}^*(1) & r_{xx}(0) & r_{xx}(1) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{xx}^*(m-1) & \dots & \dots & r_{xx}(0) \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Bei der beschriebenen linearen Prädiktion wird anhand der Vergangenheitswerte von x_k der im Sinne der *Wiener*-Lösung optimaler, aktueller Schätzwert ermittelt. Die Lösung basiert ausschließlich auf der Kenntnis der Autokorrelationsfunktion der Eingangsgröße.

5.3 Prädiktionsfilterung der Schätzwerte

Ausgehend von dem Prädikator in Abbildung 63 wird im folgenden die in Abbildung 64 dargestellte Struktur betrachtet.

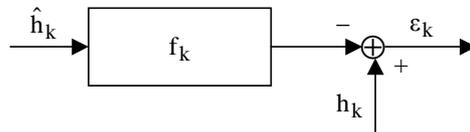


Abbildung 64: Prädiktionsfilterung der Schätzwerte

Mit $\hat{\mathbf{h}} = [\hat{h}_0, \dots, \hat{h}_{p-1}]^T$ sind die Schätzwerte der Kanalimpulsantwort $\mathbf{h} = [h_0, \dots, h_{p-1}]^T$ bezeichnet. Diese Schätzwerte werden mit der Filterimpulsantwort $\mathbf{f} = [f_0, \dots, f_{l-1}]$ gefaltet, wobei das aktuelle Ergebnis mit der wahren Kanalimpulsantwort verglichen wird. Bei diesem Vergleich entsteht der Fehler ϵ_k , der wie folgt dargestellt werden kann:

$$\epsilon_k = h_k - \sum_{i=0}^{l-1} f_i \hat{h}_{k-i} = h_k - \mathbf{f}\hat{\mathbf{h}}_l. \quad (5.7)$$

Dabei bezeichnet $\hat{\mathbf{h}}_l = [\hat{h}_k, \dots, \hat{h}_{k-l+1}]^T$ den entsprechenden Ausschnitt des Schätzvektors $\hat{\mathbf{h}}$. Im Unterschied zu der in Abbildung 63 dargestellten Struktur werden in diesem Fall keine kontinuierlich empfangenen Koeffizienten eines weißen Leistungsprozesses verarbeitet. Die Schätzwerte der Kanalimpulsantwort sowie die Kanalimpulsantwort selbst können jedoch als dimensionslose Energiesignale (d.h. Signale mit beschränkter Energie) behandelt werden [42].

Unter der Voraussetzung, daß bei der Bestimmung des Schätzwertes $\hat{\mathbf{h}}$ die Kanalimpulsantwort mit einem weißen, unkorrelierten und mittelwertfreien Prozeß erregt wurde, können die Filterkoeffizienten unter Berücksichtigung von (5.7) aus der Minimierung der folgenden quadratischen Funktion ermittelt werden:

$$J = E\{\epsilon_k \epsilon_k^*\} = E\{h_k h_k^*\} - \mathbf{f} E\{\hat{\mathbf{h}}_l h_k^*\} - E\{h_k \hat{\mathbf{h}}_l^H\} \mathbf{f}^H + \mathbf{f} E\{\hat{\mathbf{h}}_l \hat{\mathbf{h}}_l^H\} \mathbf{f}^H. \quad (5.8)$$

Die Erwartungswerte in (5.8) können, im Unterschied zu den in Abschnitt 5.2 auftretenden Autokorrelationsfunktionen, als Systemkorrelationsfunktionen verstanden werden. Aus diesem Grund werden formal der folgende Kreuzkorrelationsvektor zwischen der Kanalimpulsantwort und deren Schätzung

$$E\{\mathbf{h}_k \hat{\mathbf{h}}_l^H\} = \mathbf{r}_{hh}^E = [r_{hh}^E(0), \dots, r_{hh}^E(1-1)] \quad (5.9)$$

und die Autokorrelationsmatrix

$$E\{\hat{\mathbf{h}}_l \hat{\mathbf{h}}_l^H\} = \mathbf{R}_{hh}^E = \begin{bmatrix} r_{hh}^E(0) & \dots & r_{hh}^E(1-1) \\ \dots & \dots & \dots \\ r_{hh}^{*E}(1-1) & \dots & r_{hh}^E(0) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

definiert. Das hochgestellte „E“ soll dabei kennzeichnen, daß es sich hier um eine Energiekorrelation handelt [50].

Mit $E\{\mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^*\} = \|\mathbf{h}\|^2 = r_{hh}^E(0)$ kann (5.8) nach einer quadratischen Ergänzung [2] und unter der Voraussetzung, daß die Inverse der Autokorrelationsmatrix existiert, wie folgt dargestellt werden:

$$J = r_{hh}^E(0) - \mathbf{r}_{hh}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} (\mathbf{r}_{hh}^E)^H + (\mathbf{f} \mathbf{R}_{hh}^E - \mathbf{r}_{hh}^E) (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} (\mathbf{f} \mathbf{R}_{hh}^E - \mathbf{r}_{hh}^E)^H. \quad (5.11)$$

Die quadratische Funktion J wird minimal, wenn die Klammerausdrücke auf der rechten Seite von (5.11) verschwinden. Die Lösung der Minimierungsaufgabe ist wieder in der Form der *Wiener-Hopf*-Gleichung [113] gegeben:

$$\mathbf{f} = \mathbf{r}_{hh}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1}. \quad (5.12)$$

Der verbleibende Restfehler kann direkt aus (5.11) abgelesen werden:

$$\min(J) = r_{hh}^E(0) - \mathbf{r}_{hh}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} (\mathbf{r}_{hh}^E)^H. \quad (5.13)$$

Dieser Restfehler hat formal die gleiche Struktur wie der Restfehler, der im Zusammenhang mit der linearen Prädiktion (5.4) auftritt [52].

Die hergeleitete Lösung (5.12) liefert eine allgemeine Bestimmungsvorschrift für die Koeffizienten des Prädiktionsfilters \mathbf{f} . Störend ist jedoch, daß der Vektor \mathbf{r}_{hh}^E nicht bestimmt werden kann, weil hierzu die Kanalimpulsantwort bekannt sein müßte. Aus diesem Grund muß für (5.12) eine geeignete Näherungslösung gefunden werden, mit der eine gewünschte Reduktion des Schätzfehlers erreicht wird. Auf diese Problematik wird im nächsten Unterabschnitt eingegangen.

5.3.1 Näherungslösung

Die allgemeine Lösung (5.12) beinhaltet das Problem, daß der Kreuzkorrelationsvektor \mathbf{r}_{hh}^E nicht bestimmt werden kann. Um eine geeignete Näherung für \mathbf{r}_{hh}^E zu finden, wird der Schätzwert $\hat{\mathbf{h}}$ genauer betrachtet. Dieser läßt sich als eine Überlagerung der (skalierten) wahren Impulsantwort und einem Schätzfehler darstellen:

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{C} \mathbf{h} + \mathbf{e}. \quad (5.14)$$

Mit \mathbf{C} ist eine unbekannte (komplexwertige) Konstante bezeichnet, die die prinzipielle Mehrdeutigkeit der referenzdatenfreien Schätzung repräsentiert. Der Schätzfehler $\mathbf{e} = [e_0, \dots, e_{p-1}]^T$ kann ebenfalls als ein Energiesignal betrachtet werden, für den im folgenden angenommen wird, daß er mit der Kanalimpulsantwort \mathbf{h} nur schwach korreliert ist. Ist ferner die Konstante \mathbf{C} nicht allzu klein, so bedeutet diese Annahme:

$$\|C \cdot E\{h_k \mathbf{h}^H\}\| \gg \|E\{e_k \mathbf{h}^H\}\|. \quad (5.15)$$

Mit (5.14) lautet der Kreuzkorrelationsvektor \mathbf{r}_{hh}^E :

$$E\{h_k \hat{\mathbf{h}}_1^H\} = C^* E\{h_k \mathbf{h}_1^H\} + E\{h_k \mathbf{e}_1^H\}. \quad (5.16)$$

Dabei bezeichnen $\mathbf{h}_1 = [h_k, \dots, h_{k-1+1}]^T$ und $\mathbf{e}_1 = [e_k, \dots, e_{k-1+1}]^T$ die entsprechenden Ausschnitte von \mathbf{h} und \mathbf{e} .

Der erste Term auf der rechten Seite von (5.16) beschreibt den mit C^* skalierten Autokorrelationsvektor der Kanalimpulsantwort, der letzte Term hingegen den Kreuzkorrelationsvektor zwischen \mathbf{h} und \mathbf{e} . Die Kreuzkorrelation (5.16) läßt sich daher wie folgt darstellen:

$$E\{h_k \hat{\mathbf{h}}_1^H\} = C^* \mathbf{r}_{hh}^E + \mathbf{r}_{he}^E. \quad (5.17)$$

Das Ergebnis in (5.17) kann wie folgt gedeutet werden: Wird die Kreuzkorrelation zwischen der Kanalimpulsantwort und ihren Schätzwerten gebildet, so setzt sich das Ergebnis aus einer Überlagerung aus der Autokorrelierten der Kanalimpulsantwort und der Kreuzkorrelierten zwischen der Kanalimpulsantwort und dem Schätzfehler zusammen. Die allgemeine Lösung (5.12) kann mit (5.17) wie folgt umgeschrieben werden:

$$\mathbf{f} = \mathbf{r}_{hh}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} = C^* \mathbf{r}_{hh}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} + \mathbf{r}_{he}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} = \hat{\mathbf{f}} + \mathbf{f}_e. \quad (5.18)$$

Die Impulsantwort des Filters \mathbf{f} läßt sich also Addition der Impulsantworten der Teilfilter $\hat{\mathbf{f}}$ und \mathbf{f}_e darstellen, deren Wirkung ebenfalls anschaulich gedeutet werden kann: Das erste Teilfilter

$$\hat{\mathbf{f}} = C^* \mathbf{r}_{hh}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} \quad (5.19)$$

korrigiert die Schätzwerte derart, daß deren resultierende Autokorrelationsfunktion möglich genau die Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort approximiert. Werden die gefilterten Schätzwerte in den Frequenzbereich überführt, so ist auch hier mit dem *Wiener-Kintchine*-Theorem [42] eine anschauliche Erklärung möglich. Mit dem Teilfilter $\hat{\mathbf{f}}$ werden die Schätzwerte derart bewertet, daß der resultierende Betragsfrequenzgang den Betragsfrequenzgang der Kanalimpulsantwort approximiert. Dies kann als „Grobkorrektur“ verstanden werden, wobei hier sowohl der Betrag als auch die Phase der Schätzwerte korrigiert werden.

Das zweite Teilfilter

$$\mathbf{f}_e = \mathbf{r}_{he}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} \quad (5.20)$$

übernimmt die „Feinkorrektur“. Dieses Teilfilter kann referenzdatenfrei nicht bestimmt werden, weil weder der Schätzfehler noch die Kanalimpulsantwort bekannt sind.

Ist die Annahme (5.15) erfüllt, so folgt $\|\hat{\mathbf{f}}\| \gg \|\mathbf{f}_e\|$. Dies bedeutet, daß (5.18) in diesem Fall hauptsächlich von den Koeffizienten des Teilfilters $\hat{\mathbf{f}}$ bestimmt wird. Diese liefern unter dieser Voraussetzung bereits die gesuchte Näherung.

Werden die Koeffizienten von $\hat{\mathbf{f}}$ zur Filterung der Schätzwerte herangezogen, so lautet der minimal mögliche Restfehler für diesen Fall:

$$\min(J) = \mathbf{r}_{hh}^E(0) - \mathbf{r}_{hh}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} (\mathbf{r}_{hh}^E)^H + \mathbf{r}_{he}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} (\mathbf{r}_{he}^E)^H. \quad (5.21)$$

Im Vergleich zu dem Restfehler (5.13) taucht in (5.21) der zusätzliche Fehlerterm $\mathbf{r}_{he}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} (\mathbf{r}_{he}^E)^H$ auf. Dieser zusätzliche Fehler hängt sowohl von der Kreuzkorrelierten \mathbf{r}_{he}^E als auch von der Autokorrelierten des Fehlers ab. Sind der Schätzfehler und die Schätzgröße un-

korreliert ($\mathbf{r}_{\text{he}}^{\text{E}} = 0$), so geht (5.21) in (5.13) über.

Zur Veranschaulichung der Ergebnisse ist in Abbildung 65 der Einfluß der Prädiktionsfilterung auf die Schätzwerte der Kanalimpulsantwort aus Abbildung 43 im Frequenzbereich dargestellt. Die Ergebnisse resultieren aus einer Mittelung von 100 Schätzwerten, wobei jeweils bei $E_S/N_0 = 0\text{dB}$ 1000 OFDM-Symbole übertragen worden sind.

Bei einer nachträglichen Prädiktionsfilterung der Schätzwerte mit dem optimalen Filter gemäß (5.18) wird der Betragsfrequenzgang der Kanalimpulsantwort gut approximiert. Nach einer Filterung der Schätzwerte mit dem Näherungsfilter gemäß (5.19) wird der ursprüngliche Betragsfrequenzgang ebenfalls korrigiert, das Ergebnis ist jedoch natürlich nur suboptimal.

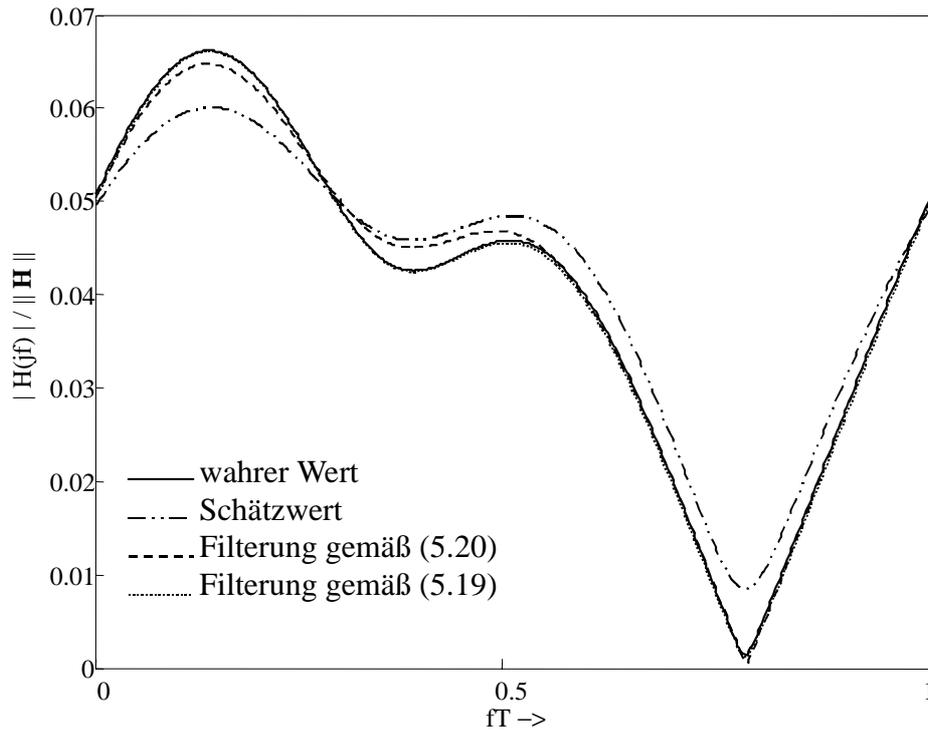


Abbildung 65: Normierter Betragsfrequenzgang

In Abbildung 66 ist der mittlere quadratische Fehler (MQF) sowohl in Abhängigkeit von der Anzahl der übertragenen Symbole als auch in Abhängigkeit von E_S/N_0 dargestellt (mit \bullet ist dort der Faltungsoperator bezeichnet). Die Simulationsumgebung wurde gemäß Abschnitt 2.3.1.1 gewählt, wobei die zeitinvariante Kanalimpulsantwort in jedem *Monte Carlo*-Versuch neu erzeugt wurde. Zur Filterung der Schätzwerte \mathbf{h} (Schätzung anhand (4.107)) wurde das Filter \mathbf{f} mit dem Koeffizientenvektor gemäß der Näherung (5.19) verwendet.

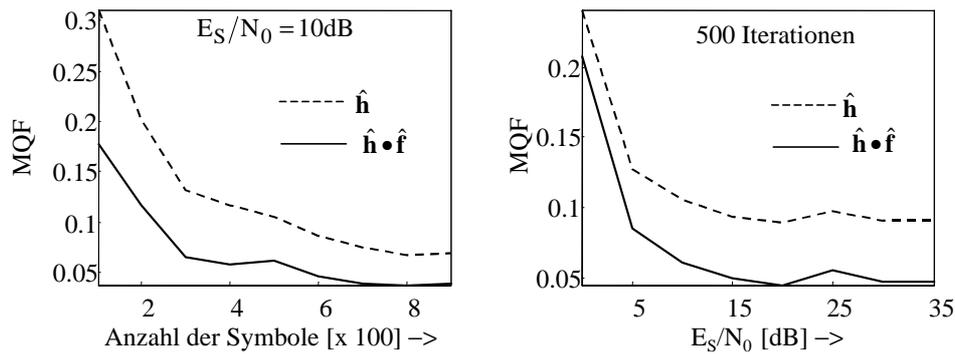


Abbildung 66: MQF: $\hat{\mathbf{h}}$: Schätzwert der Kanalimpulsantwort, \mathbf{f} : Prädiktionsfilter (5.18), $\hat{\mathbf{h}} \bullet \hat{\mathbf{f}}$: gefilterter Schätzwert

In beiden Simulationsbeispielen kann trotz der Näherung (5.19) für die Bestimmung der Koeffizienten des Prädiktionsfilters eine Verringerung des MQF festgestellt werden, was gleichbedeutend mit der Erhöhung der Konvergenzgeschwindigkeit ist.

Dem Simulationsergebnis in Abbildung 66 liegt eine genaue Kenntnis der notwendigen Parameter zur Dimensionierung der Filterkoeffizienten zugrunde. In praktischen Systemen müssen diese zunächst geschätzt werden. In (5.19) treten daher nur die Schätzwerte dieser Parameter auf:

$$\tilde{\mathbf{f}} = \tilde{\mathbf{C}}^* \tilde{\mathbf{r}}_{hh}^E (\mathbf{R}_{hh}^E)^{-1} \tag{5.22}$$

Mit $\tilde{\mathbf{f}}$ ist eine Näherung von $\hat{\mathbf{f}}$ aus (5.19) bezeichnet, $\tilde{\mathbf{C}}$ repräsentiert näherungsweise die Mehrdeutigkeit \mathbf{C} . Wesentlich für die Dimensionierung von $\tilde{\mathbf{f}}$ ist jedoch der Schätzwert $\tilde{\mathbf{r}}_{hh}^E$. Auf die Schätzung der Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort wird daher im nächsten Abschnitt eingegangen.

5.3.2 Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort

Die Koeffizienten der Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort lauten mit (4.18):

$$\mathbf{r}_{hh}^E(\tau) = \mathbf{h} \mathbf{S}^T(\tau) \mathbf{h}^H$$

Sie können näherungsweise aus der Schätzung der Autokorrelationsfunktion \mathbf{r}_{yy} des empfangenen Signals y_k aus Abbildung 67 bestimmt werden.

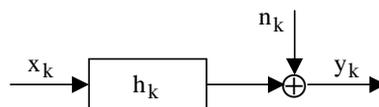


Abbildung 67: Basisbandmodell eines Übertragungssystems

Mit x_k und y_k sind unkorrelierte, weiße und mittelwertfreie Prozesse bezeichnet. Die Koeffizienten $\mathbf{r}_{yy}(\tau)$ lassen sich mit $\sigma_x^2 = E\{x_k x_k^*\}$ (siehe (4.17)) wie folgt angeben:

$$\begin{aligned} r_{yy}(\tau) &= \sigma_x^2 \mathbf{h} \mathbf{S}^T(\tau) \mathbf{h}^H + E\{n_k n_{k-\tau}^*\} \\ &= \sigma_x^2 r_{hh}^E(\tau) + E\{n_k n_{k-\tau}^*\} . \end{aligned} \quad (5.23)$$

Mit $E\{n_k n_{k-\tau}^*\}$ sind die Koeffizienten der Autokorrelationsfunktion des Rauschprozesses bezeichnet. Ist das Rauschen weiß und unkorreliert, so verschwindet dieser Anteil für $k \neq \tau$. Für $k = \tau$ liefert diese Autokorrelationsfunktion die Varianz des Rauschprozesses.

Für ein nicht allzu geringes SNR kann zur Schätzung der Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort die folgende Näherung herangezogen werden:

$$r_{hh}^E(\tau) \approx \hat{r}_{hh}^E(\tau) = \frac{1}{\sigma_x^2} r_{yy}(\tau) . \quad (5.24)$$

Sind die Rauschprozesse weiß und unkorreliert, so ist:

$$\begin{aligned} r_{hh}^E(0) &\approx \hat{r}_{hh}^E(0) = \frac{1}{\sigma_x^2} r_{yy}(0) = r_{hh}^E(0) + \sigma_n^2 / \sigma_x^2 \\ r_{hh}^E(\tau) &= \hat{r}_{hh}^E(\tau) = \frac{1}{\sigma_x^2} r_{yy}(\tau) . \end{aligned} \quad (5.25)$$

Mit σ_n^2 ist die Varianz des Rauschprozesses bezeichnet.

Aus (5.25) folgt, daß alle Koeffizienten $\hat{r}_{hh}^E(\tau)$ für $\tau \neq 0$ exakt geschätzt werden können. Der bei $\hat{r}_{hh}^E(0)$ auftretende Fehler hängt ausschließlich von dem Verhältnis σ_n^2 / σ_x^2 ab.

Wird zur Schätzung von r_{hh}^E Zeitmittelung herangezogen, so kann mit (4.55) der folgende Schätzalgorithmus angegeben werden:

$$\tilde{r}_{hh}^E(\tau) = \frac{2}{\sigma_x^2 N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y'_i y_{i-\tau}^* . \quad (5.26)$$

Mit y'_i ist der Realteil von \tilde{y}_i bezeichnet.

Da das Prädiktionsfilter \mathbf{f} in (5.22) die unauflösbare Skalierungskonstante C beinhaltet, kann zur Schätzung der Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort auch der in Kapitel 4 entwickelte, aufwandsreduzierte Algorithmus herangezogen werden:

$$\hat{r}_{hh}^E(\tau) = \frac{K}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \text{sign}[y'_i] y_{i-\tau}^* . \quad (5.27)$$

Die Skalierungskonstante K ist in (4.58) angegeben.

In Abbildung 68 ist der resultierende MQF vor und nach der Filterung der Schätzwerte, d.h. $\hat{\mathbf{h}}$ und $\mathbf{f} \bullet \hat{\mathbf{h}}$, dargestellt. Um die Koeffizienten des Prädiktionsfilters zu bestimmen, wurde die Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort jeweils mit den Algorithmen (5.26) und (5.27) geschätzt.

Die in Abbildung 68 dargestellten Simulationsergebnisse demonstrieren die Verringerung des Schätzfehlers durch eine nachträgliche Prädiktionsfilterung der Schätzwerte. Zum Entwurf des Prädiktionsfilters kann darüber hinaus der aufwandsreduzierte Algorithmus (5.27) anstatt des Standardalgorithmus' (5.26) verwendet werden, da der MQF-Unterschied gering ist.

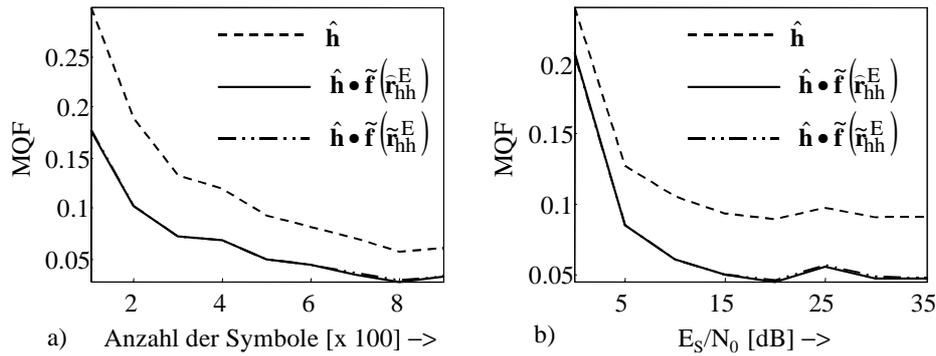


Abbildung 68: MQF in Abhängigkeit von der Schätzung von \mathbf{r}_{hh}^E : a) $E_S/N_0 = 15\text{dB}$, b) 500 Symbole

5.4 Anwendung des Verfahrens in OFDM-Systemen

Bei einer OFDM-Übertragung kann die Kanalimpulsantwort mit Hilfe von Korrelationsfunktionen geschätzt werden - in Kapitel 4 wurde darauf ausführlich eingegangen. Werden die Schätzwerte der Kanalimpulsantwort nachträglich einer Filterung unterworfen, so kann die notwendige Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort aus der Schätzung der Autokorrelationsfunktion des empfangenen Signals gewonnen werden. Beiden Schätzwerten (Kanalimpulsantwort und deren Autokorrelierte) kann daher dieselbe Struktur des Schätzalgorithmus' zugeordnet werden, beispielsweise die im Rahmen dieser Arbeit stets betrachtete Zeitmittelung.

Da der Schätzwert der Autokorrelierten bei stationären Prozessen nicht von dem Zeitpunkt abhängt, zu dem die Schätzung beginnt, können pro empfangenes OFDM-Symbol mehrere Iterationen durchgeführt werden. Demgegenüber steht pro OFDM-Symbol lediglich nur eine Iterationsmöglichkeit zur Schätzung der Kanalimpulsantwort zur Verfügung. Dies bedeutet, daß bei der Schätzung der Autokorrelationsfunktion innerhalb eines Beobachtungsintervalls wesentlich mehr Iterationen durchgeführt werden können als bei der Schätzung der Kanalimpulsantwort (siehe Abbildung 69). Aus diesem Grund kann davon ausgegangen werden, daß die Schätzwerte der Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort für $\sigma_n^2 \ll \sigma_x^2$ (siehe (5.25)) genügend genau sind.

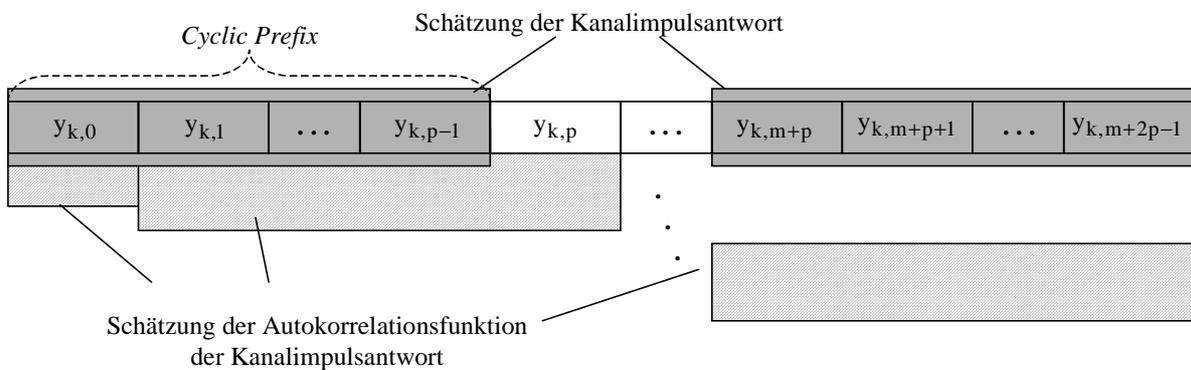


Abbildung 69: Referenzdatenfreie Kanalschätzung und Schätzung der Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort

In Abbildung 70 ist die prinzipielle Struktur des vorgeschlagenen Verfahrens zur nachträglichen Reduktion des Schätzfehlers dargestellt. Die (referenzdatenfreie) Schätzung der Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort kann parallel zur Schätzung der Kanalimpulsantwort erfolgen. Die Koeffizienten des Prädiktionsfilters werden in jedem Iterationsschritt gemäß (5.22) bestimmt. Im letzten Schritt werden die Schätzwerte gefiltert.

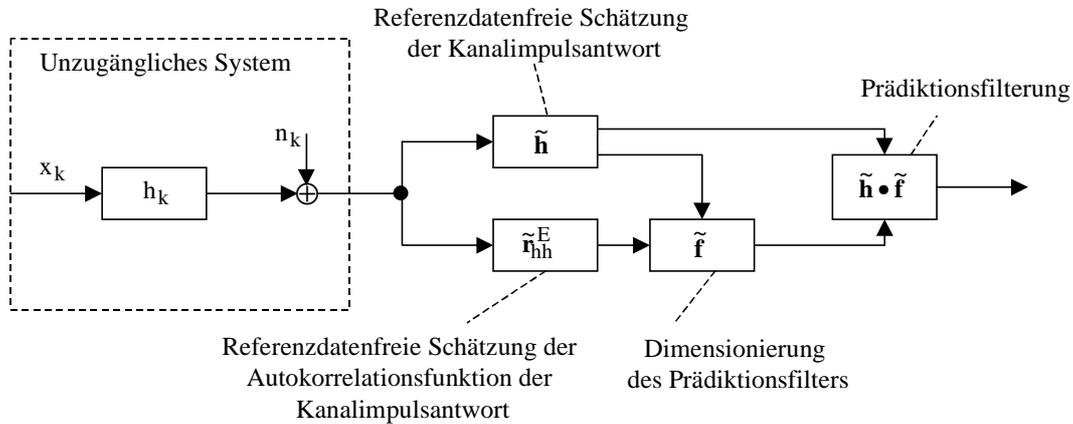


Abbildung 70: Struktur des Verfahrens zur nachträglichen Reduktion des Schätzfehlers

Um die Eigenschaften des Verfahrens durch Simulation zu verifizieren, wurde die Kanalimpulsantwort referenzdatenfrei sowohl mit dem multiplikationsfreien Algorithmus (4.104) als auch mit dem Standardalgorithmus (4.107) geschätzt. Zur Bestimmung der Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort wurde der multiplikationsfreie Algorithmus (5.27) herangezogen.

In Abbildung 71 und Abbildung 72 sind einige Simulationsergebnisse dargestellt. Der MQF wurde dort für die folgenden Schätzgrößen bestimmt:

- $\tilde{\mathbf{h}}$: Schätzwert der Kanalimpulsantwort vor der Filterung. Zur Schätzung wurde der multiplikationsfreie Algorithmus herangezogen.
- $\tilde{\mathbf{h}} \bullet \tilde{\mathbf{f}}$: obiger Schätzwert nach der Filterung
- $\hat{\mathbf{h}}$: Schätzwert der Kanalimpulsantwort vor der Filterung. Zur Schätzung wurde der Standardalgorithmus herangezogen.
- $\hat{\mathbf{h}} \bullet \hat{\mathbf{f}}$: obiger Schätzwert nach der Filterung

In Abbildung 71 ist der MQF in Abhängigkeit von der Anzahl der übertragenen OFDM-Symbole für einige E_S/N_0 -Verhältnisse dargestellt. Anhand der Simulationsergebnisse wird deutlich, daß mit Hilfe der Prädiktionsfilterung der Schätzwerte mindestens eine Verdopplung der Konvergenzgeschwindigkeit erreicht werden kann.

Abbildung 72 zeigt den MQF in Abhängigkeit von E_S/N_0 . Bei geringen E_S/N_0 -Verhältnissen kann der Schätzfehler durch die Prädiktionsfilterung sogar vergrößert werden. Dieser negative Effekt ist darauf zurückzuführen, daß die Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort (\mathbf{r}_{hh}^E) mit den verwendeten Algorithmen (Zeitmittelung) nur ungenügend genau bestimmt werden konnte, weil in dem Schätzwert von $\mathbf{r}_{hh}^E(0)$ die mit σ_x^2 skalierte Rauschvarianz auftritt (siehe (5.25)).

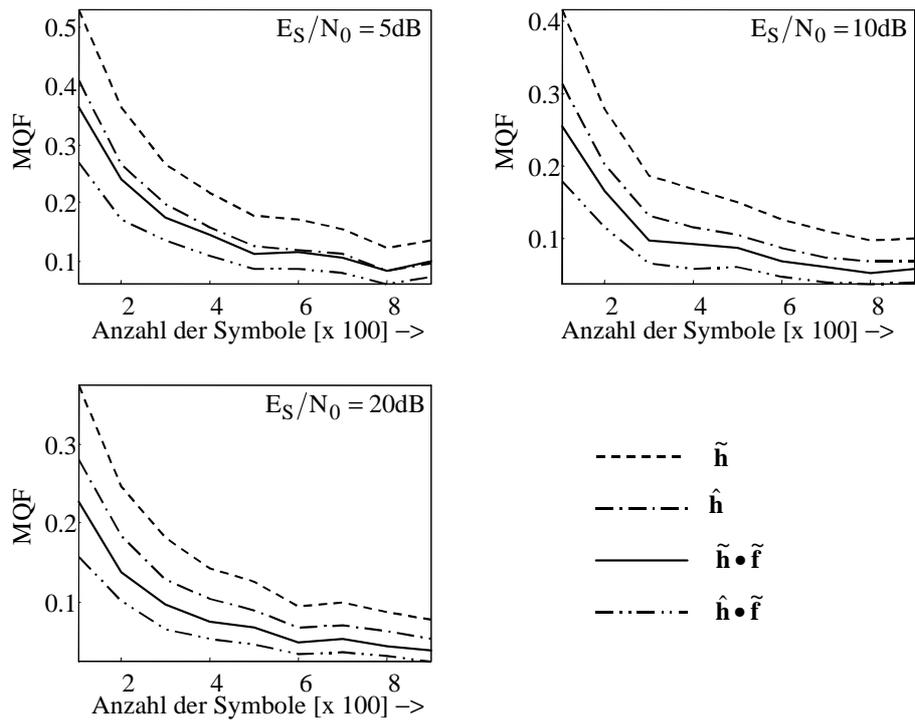


Abbildung 71: MQF in Abhängigkeit von der Anzahl der Symbole

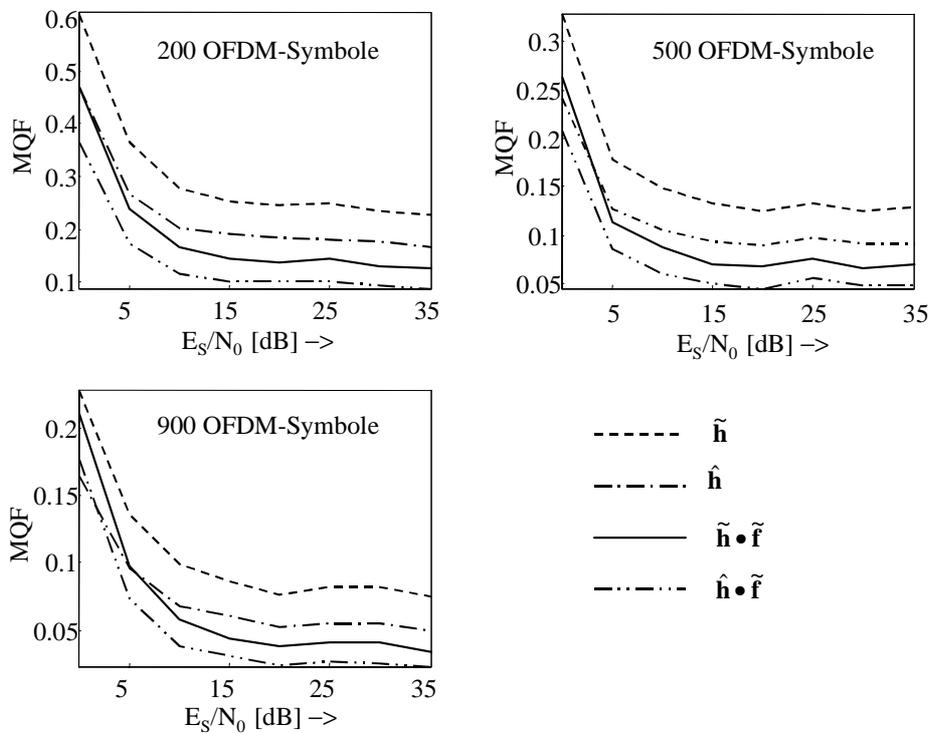


Abbildung 72: MQF in Abhängigkeit von E_S/N_0

Bei den in Abbildung 71 und Abbildung 72 dargestellten Simulationsergebnissen waren die

Ordnungen des Prädiktionsfilters und der Kanalimpulsantwort gleich. Diese Wahl der Anzahl der Filterkoeffizienten ist jedoch bei längeren Kanalimpulsantworten aus Gründen der Komplexität ungünstig. In Abbildung 73 ist der resultierende MQF bei der Verwendung eines Filters mit der halben Anzahl der Koeffizienten dargestellt ($p/2$, wobei p die Anzahl der Koeffizienten der Kanalimpulsantwort ist). In dieser Simulation wurden sowohl die Kanalimpulsantwort als auch deren Autokorrelationsfunktion mit Hilfe der multiplikationsfreien Algorithmen (4.104) und (5.27) geschätzt.

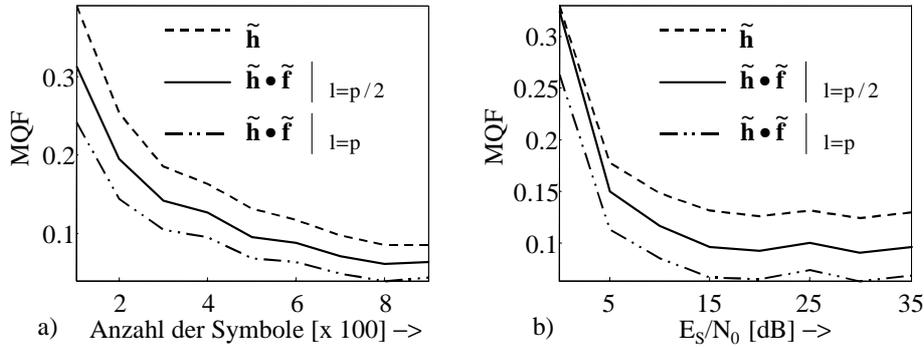


Abbildung 73: MQF: a) $E_s/N_0=15\text{dB}$, b) 500 Symbole

Auch mit einer geringeren Anzahl der Filterkoeffizienten kann eine Erhöhung der Konvergenzgeschwindigkeit bzw. Verringerung des Schätzfehlers erreicht werden. Diese ist im direkten Vergleich mit den Ergebnissen bei voller Filterlänge (p Koeffizienten) jedoch geringer.

5.5 Implementierungsaspekte

Werden die Schätzwerte der Kanalimpulsantwort einer nachträglichen Filterung unterzogen, so muß in jedem Iterationsschritt die allgemeine *Wiener-Hopf*-Gleichung der Form (5.22) gelöst werden. Problematisch ist dabei jedoch die Notwendigkeit der Inversion der Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_{hh}^E . Dieses Problem kann umgangen werden, wenn die Koeffizienten des Prädiktionsfilters iterativ bestimmt werden können. Das wesentliche Problem dabei ist, daß die Filterkoeffizienten anhand der momentanen Schätzwerte bestimmt werden müssen. Eine fortlaufende Aktualisierung der Filterkoeffizienten anhand der Vergangenheitswerte kann hier nicht durchgeführt werden.

Aufgrund der Ähnlichkeit der Problemstellung bei der Bestimmung der Filterkoeffizienten gemäß (5.22) und (5.4) (klassische Prädiktion) bietet sich als möglicher Ansatz die dort verwendete *Levinson-Durbin*-Rekursion [2] an, die hier jedoch aufgrund der in Abbildung 74 dargestellten Strukturunterschiede (fehlendes Verzögerungsglied) nicht direkt übernommen werden kann.

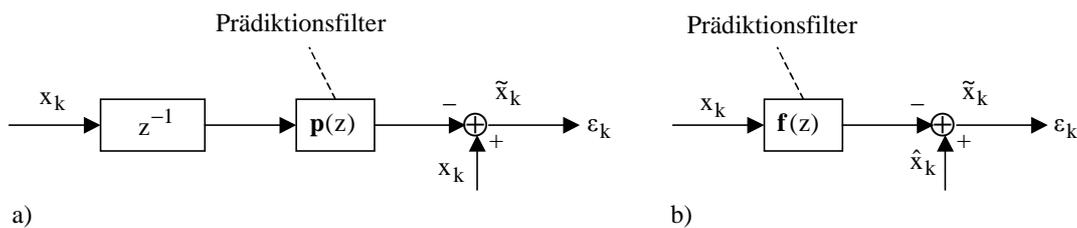


Abbildung 74: Lineare Prädiktion a): klassische Struktur, b): betrachtete Struktur

Aus diesem Grund wird, ausgehend von der in Abschnitt 5.5.1 beschriebenen *Levinson-Durbin-Rekursion*, in Abschnitt 5.5.2 eine Rekursionsvorschrift vorgeschlagen, mit der in jedem Iterationsschritt die Gleichung (5.22) iterativ gelöst werden kann.

5.5.1 Levinson-Durbin-Rekursion

Wird die klassische Prädiktionsstruktur in Abbildung 74 a) betrachtet, so können die Koeffizienten des Prädiktionsfilters mit Hilfe der *Wiener-Hopf-Gleichung* bestimmt werden [2]:

$$\mathbf{p}_m \mathbf{R}_{x,m} = \mathbf{r}_{x,m}. \quad (5.28)$$

Dabei bezeichnet $\mathbf{R}_{x,m}$ die Autokorrelationsmatrix

$$\mathbf{R}_{x,m} = \begin{bmatrix} r_x(0) & \dots & r_x(m-1) \\ \dots & \dots & \dots \\ r_x^*(m-1) & \dots & r_x(0) \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

und $\mathbf{r}_{x,m}$ den Vektor der Autokorrelationsfunktion

$$\mathbf{r}_{x,m} = [r_x(1), \dots, r_x(m)]. \quad (5.30)$$

Mit $\mathbf{p}_m = [p_m(0), \dots, p_m(m-1)]$ ist der Koeffizientenvektor des Prädiktionsfilters bezeichnet.

Um (5.28) iterativ zu bestimmen, wird die Lösung für das Problem nächsthöherer Ordnung gesucht, d.h.

$$\mathbf{p}_{m+1} \mathbf{R}_{x,m+1} = \mathbf{r}_{x,m+1}. \quad (5.31)$$

Dabei sind durch $\mathbf{p}_{m+1} = [p_{m+1}(0), \dots, p_{m+1}(m)]$, $\mathbf{r}_{x,m+1} = [r_x(1), \dots, r_x(m+1)]$ und

$$\mathbf{R}_{x,m+1} = \begin{bmatrix} r_x(0) & \dots & r_x(m) \\ \dots & \dots & \dots \\ r_x^*(m) & \dots & r_x(0) \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

die in (5.31) auftretenden Größen definiert.

Das Problem (5.31) kann iterativ mit Hilfe des folgenden *Levinson-Durbin-Algorithmus*' gelöst werden [2]:

$$p_{m+1}(m) = \frac{r_x(m+1) - \sum_{k=0}^{m-1} p_m(k) \cdot r_x(m-k)}{r_x(0) - \sum_{k=0}^{m-1} p_m^*(k) \cdot r_x(k+1)} \quad (5.33)$$

$$[p_{m+1}(0), \dots, p_{m+1}(m-1)] = \mathbf{p}_m - p_{m+1}(m) \cdot \mathbf{p}_{m,r}^* .$$

Dabei bezeichnet

$$\mathbf{p}_{m,r}^* = [p_m^*(m-1), \dots, p_m^*(0)] \quad (5.34)$$

den konjugierten Koeffizientenvektor in umgedrehter Reihenfolge.

5.5.2 Vorschlag einer erweiterten *Levinson-Durbin*-Rekursion

Im Gegensatz zu (5.28) tritt in der nun betrachteten *Wiener-Hopf*-Gleichung

$$\mathbf{f}_m \mathbf{R}_{x,m} = \mathbf{r}_m \quad (5.35)$$

die Korrelationsfolge $\mathbf{r}_m = [r(0), \dots, r(m-1)]$ auf (die Autokorrelationsmatrix $\mathbf{R}_{x,m}$ ist die gleiche wie in (5.29)). Die Koeffizienten des gesuchten Prädiktionsfilters sind gegeben durch $\mathbf{f}_m = [f(0), \dots, f(m-1)]$.

Das in Abbildung 74 b) fehlende Verzögerungsglied wirkt sich nur bei \mathbf{r}_m aus. Der nun auftretende Koeffizient $r(0)$ verhindert die Anwendung der bekannten *Levinson-Durbin*-Rekursion zur Lösung von (5.35).

Ähnlich wie im Falle der klassischen *Levinson-Durbin*-Rekursion wird im folgenden eine iterative Lösung für das Problem nächsthöherer Ordnung gesucht:

$$\mathbf{f}_{m+1} \mathbf{R}_{x,m+1} = \mathbf{r}_{m+1} \quad (5.36)$$

Die Autokorrelationsmatrix $\mathbf{R}_{x,m}$ ist wie in (5.32). Mit $\mathbf{r}_{m+1} = [r(0), \dots, r(m-1), r(m)]$ und $\mathbf{f}_{m+1} = [f_{m+1}(0), \dots, f_{m+1}(m-1), f_{m+1}(m)]$ sind der Kreuzkorrelationsvektor und die Koeffizienten des unbekanntes Filters nächsthöherer Ordnung bezeichnet.

In Anhang B ist gezeigt, daß das Problem (5.36) durch zwei Teilrekursionen iterativ gelöst werden kann. Die dort hergeleitete Rekursionsvorschrift lautet:

$$f_{m+1}(m) = \frac{r(m) - \sum_{k=0}^{m-1} f_m(k) \cdot r_x(m-k)}{r_x(0) - \sum_{k=0}^{m-1} p_m^*(k) \cdot r_x(k+1)} \quad (5.37)$$

$$[f_{m+1}(0), \dots, f_{m+1}(m-1)] = \mathbf{f}_m - f_{m+1}(m) \cdot \mathbf{p}_{m,r}^* \quad .$$

Die Koeffizienten des Filters \mathbf{f}_{m+1} werden rekursiv ausgehend von den Koeffizienten des Filters nächstniedrigerer Ordnung \mathbf{f}_m bestimmt. Der notwendige Zusatzparameter $\mathbf{p}_{m,r}^*$ (siehe (5.34)) kann mit Hilfe der klassischen *Levinson-Durbin*-Rekursion (5.33) ebenfalls rekursiv bestimmt werden. Die Rekursion wird wie folgt initialisiert:

$$\mathbf{f}_1 = \frac{r(0)}{r_x(0)}, \quad \mathbf{p}_1 = \frac{r_x(1)}{r_x(0)} \quad (5.38)$$

Die Rekursionsvorschrift (5.33) kann sofort zur iterativen Lösung des Problems (5.22) herangezogen werden, denn nach einer Umformung von (5.22) erhält man:

$$\tilde{\mathbf{f}}_{hh}^E = \tilde{\mathbf{C}}^* \tilde{\mathbf{r}}_{hh}^E \quad (5.39)$$

Die Struktur von (5.39) entspricht (bis auf die unbekanntes Skalierungskonstante) exakt der Struktur von (5.35). Die Rekursionsgleichungen können daher (nach einer Variablensubstitution) angewendet werden.

Der mit den beiden Iterationen (5.37) und (5.33) verbundene Aufwand hängt direkt von der Filterordnung ab. Der Aufwand zur Bestimmung der Koeffizienten des Filters der Ordnung $O(m+1)$ setzt sich zusammen aus dem Aufwand, der notwendig ist, um die Koeffizienten des Filters nächsthöherer Ordnung zu bestimmen und dem Aufwand, der direkt bei der Auswertung von (5.37) und (5.33) für die Ordnung $m+1$ anfällt.

Bleibt zunächst (5.33) unberücksichtigt, so kann der Aufwand bei der Auswertung von (5.37) rekursiv bestimmt werden:

$$O(m+1) = 3m \cdot M + (2+m) \cdot S + 1 \cdot D + O(m). \quad (5.40)$$

Mit M , S und D sind jeweils (komplexe) Multiplikationen, Subtraktionen und Divisionen bezeichnet. Wird (5.40) aufgelöst, so folgt:

$$\begin{aligned} O(m+1) &= \sum_{i=1}^m 3 \cdot i \cdot M + \sum_{i=1}^m (2+i) \cdot S + m \cdot D \\ &= \frac{3}{2}m(m+1) \cdot M + \frac{1}{2}m(m+5) \cdot S + (m+1) \cdot D. \end{aligned} \quad (5.41)$$

In (5.41) wurde der folgende Grenzwert ausgenutzt [117]:

$$\sum_{i=1}^m i = \frac{n(n+1)}{2}. \quad (5.42)$$

Der Aufwand, der bei der Auswertung von (5.33) anfällt, kann genauso bestimmt werden. Der einzige Unterschied tritt bei der Initialisierung auf, weil dort $r(0)$ und $r_x(0)$ reell sind. Es ist dort daher nur eine reelle Division notwendig. Dieser Unterschied wird im folgenden jedoch nicht berücksichtigt. Beachtet werden muß, daß zur Bestimmung von \mathbf{f}_{m+1} lediglich $\mathbf{p}_{m,r}^*$ benötigt wird (Koeffizientenvektor nächstniedrigerer Ordnung). Der Aufwand beträgt daher

$$O(m) = \frac{3}{2}m(m-1) \cdot M + \frac{1}{2}(m-1)(m+4) \cdot S + m \cdot D. \quad (5.43)$$

Der Gesamtaufwand setzt sich aus den Auswertungen der Gleichungen (5.42) und (5.43) zusammen. Werden dabei nur die Multiplikationen und Divisionen berücksichtigt, so sind insgesamt $3 \cdot m^2$ Multiplikationen und $2 \cdot m + 1$ Divisionen notwendig.

5.6 Zusammenfassung

Um den Schätzfehler zu verringern, der bei einer referenzdatenfreien Kanalschätzung entsteht, können leistungsfähige mathematische Schätzverfahren eingesetzt werden. Das wesentliche Problem dabei ist die hohe Komplexität der bekannten Algorithmen sowie die mögliche Unsicherheit bezüglich der Konvergenz (wie z.B. bei der Subraummethode [90]). Werden einfachere Schätzverfahren geringer Komplexität eingesetzt, so ist die Konvergenzgeschwindigkeit oft unzureichend. Der wesentliche Vorteil dieser Verfahren ist jedoch deren sichere Konvergenz, wie es z.B. bei dem in Kapitel 3.4 beschriebenen Algorithmus zur referenzdatenfreien Kanalschätzung bei OFDM-Übertragung der Fall ist.

Um die Konvergenzgeschwindigkeit einfacher Schätzalgorithmen zu erhöhen, wurde in diesem Kapitel ein Verfahren vorgeschlagen, mit dem die Schätzwerte einer nachträglichen Filterung unterzogen werden. Zunächst wurde auf der Basis der linearen Prädiktion eine allgemeine Lösung zur Bestimmung der Filterkoeffizienten in der Gestalt der *Wiener-Hopf*-Gleichung hergeleitet. Da diese allgemeine Lösung jedoch auf der Kenntnis der (unbekannten) Kanalimpulsantwort basiert, wurde ferner eine Näherungslösung entwickelt, wo als statistische Information lediglich die Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort benötigt wird. Diese kann jedoch stets referenzdatenfrei geschätzt werden. Der dabei entstandene zusätzliche Aufwand ist jedoch gering, falls hierzu der in Kapitel 4 entwickelte, multiplikationsfreie Algorithmus herangezogen wird.

Simulationsergebnisse zeigen, daß die mit dem vorgeschlagenen Verfahren eine Erhöhung der

Konvergenzgeschwindigkeit mindestens um den Faktor 2 erreicht werden kann.

Das mit diesem Verfahren verbundene Problem ist jedoch die Notwendigkeit der Inversion einer Autokorrelationsmatrix in jedem Iterationsschritt. Im zweiten Teil dieses Kapitels wurde daher eine Rekursionsvorschrift vorgeschlagen, die als eine Erweiterung der *Levinson-Durbin*-Rekursion interpretiert werden kann. Mit Hilfe der entwickelten Rekursion kann auf eine explizite Matrixinversion verzichtet werden, weil die Gleichung zur Bestimmung der Koeffizienten des Prädiktionsfilters iterativ gelöst werden kann. Ein genereller Vorteil der entwickelten Rekursion ist, daß diese zur iterativen Lösung der allgemeinen *Wiener-Hopf*-Gleichung, wie sie beispielsweise im Zusammenhang mit einer referenzdatengestützten Bestimmung der Entzerrkoeffizienten anhand des Kriteriums des minimalen mittleren Fehlerquadrats auftritt, herangezogen werden kann.

Der mit der Rekursionsvorschrift verbundene Aufwand wurde analytisch berechnet. Es zeigt sich, daß dieser quadratisch mit der Filterordnung wächst.

6 Implementierungsaspekte

In diesem Kapitel wird auf die Implementierungsaspekte im Zusammenhang mit einer Hardwarerealisierung von Signalverarbeitungsalgorithmen eingegangen, wobei der Schwerpunkt auf die Realisierung der aufwandsbestimmenden Multiplikationen und Divisionen gelegt wird. In Abschnitt 6.2 werden die Grundlagen der CORDIC-Algorithmen beschrieben, mit deren Hilfe die Multiplikationen und Divisionen effizient implementiert werden können. Die Beispiele für eine Hardwarerealisierung von komplexen Multiplikationen sind in den Abschnitten 6.2.1 und 6.2.2 angegeben. In Kapitel 5 wird auf die CORDIC-Implementierung von referenzdatenfreien Schätzverfahren eingegangen und es wird am Beispiel der in Kapitel 5 entwickelten Rekursion deren mögliche CORDIC-Realisierung diskutiert. Die wesentlichen Inhalte dieses Kapitels sind in Abschnitt 6.3 zusammengefaßt.

6.1 Einführung

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Algorithmen zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort zeichnen sich durch geringe Komplexität aus. Da in jedem Iterationsschritt lediglich Additions- bzw. Subtraktionsoperationen notwendig sind, kann eine Hardwareimplementierung auf der Basis von Registern und Volladdierern durchgeführt werden. Auf diesen Aspekt wurde bereits in Kapitel 4 eingegangen. Sind die Parameter jedoch geschätzt, so müssen sie oft normiert werden. Diese Forderung beinhaltet stets die Notwendigkeit von abschließenden Multiplikationen bzw. Divisionen. Wird beispielsweise der in Kapitel 5 vorgestellte Algorithmus zur Filterung der Schätzwerte implementiert, so müssen die dort auftretenden Iterationen zur Lösung der *Wiener-Hopf*-Gleichung realisiert werden. Dabei treten ebenfalls die aufwandsbestimmenden Multiplikationen und Divisionen auf.

Bei einer Hardwarerealisierung von Algorithmen zur Signalverarbeitung benötigen Multiplikationen und Divisionen die meisten Hardwareressourcen - Additionen und Subtraktionen fallen dagegen kaum ins Gewicht [148]. Eine der Möglichkeiten, diese Operationen effizient zu implementieren, besteht in der Verwendung von CORDIC-Algorithmen¹ [120]. Im Gegensatz zu den bekannten Strukturen, die auf einer geeigneten Umformung basieren (z.B. *Braun*-, *Baugh-Wooley*-, *Booth*- oder *Wallace*-Multiplikatoren [148] oder die *Newton-Raphson*-Struktur für die Division [152]) werden dort die gewünschten Funktionen mit Hilfe von fortgesetzten Mikrorotationen durchgeführt. Auf diese Weise kann eine signifikante Reduktion des Hardwareaufwands herbeigeführt werden.

6.2 Grundlagen der CORDIC-Algorithmen

Wird ein zweidimensionaler Vektor $[x \ y]$ um einen Winkel ϕ rotiert, so wird dies als *Givens*-Rotation bezeichnet [9]. In einem kartesischen Koordinatensystem kann diese Rotation wie folgt beschrieben werden [118]:

1. *Coordinate Rotation Digital Computer*

$$\begin{aligned}x' &= x \cos(\phi) - y \sin(\phi) \\y' &= y \cos(\phi) + x \sin(\phi) .\end{aligned}\quad (6.1)$$

Die Grundidee der CORDIC-Algorithmen besteht darin, die in (6.1) beschriebene Rotation iterativ durchzuführen [120]. Dazu muß (6.1) zunächst etwas umgeformt werden:

$$\begin{aligned}x' &= \cos(\phi)[x - y \tan(\phi)] \\y' &= \cos(\phi)[y + x \tan(\phi)] .\end{aligned}\quad (6.2)$$

Werden die möglichen Rotationswinkel ϕ derart gewählt, daß stets $\tan(\phi) = \pm 2^{-k}$ mit $k \in \mathbb{N}$ erfüllt ist, dann kann die Tangensmultiplikation auf eine Schiebeoperation reduziert werden. Der vorangestellte Cosinusterm wird dabei zu [118]:

$$\cos(\phi) = \cos(\arctan(2^{-k})) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2^{-2k}}} = K_k .\quad (6.3)$$

Wird die gewünschte Rotation durch sukzessive Mikrorotationen realisiert, so muß in jedem Iterationsschritt die Entscheidung getroffen werden, in welche Richtung die folgende Mikrorotation durchgeführt wird. Die iterative Rotation kann daher wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= K_k[x_k - y_k d_k 2^{-k}] \\y_{k+1} &= K_k[y_k + x_k d_k 2^{-k}] .\end{aligned}\quad (6.4)$$

Mit Hilfe von $d_k = \pm 1$ wird die Rotationsrichtung festgelegt.

Wird in (6.4) die Skalierung K_k weggelassen, so entsteht nach N Iterationen die Schleifenverstärkung:

$$A_N = \prod_N \sqrt{1 + 2^{-2k}} .\quad (6.5)$$

Mit wachsender Anzahl der Iterationen strebt A_N gegen 1,6466 (siehe Abbildung 75).

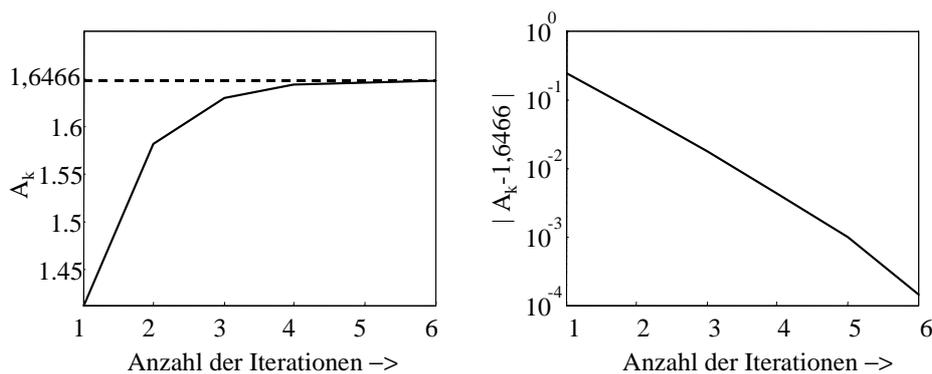


Abbildung 75: Konvergenzverhalten des Verstärkungsfaktors A_N

Aufgrund der schnellen Konvergenz von A_N gegen den angegebenen Wert kann der Verstärkungsfaktor erst am Ende der Iterationen berücksichtigt werden.

Der Rotationswinkel nach N Iterationen ist eindeutig festgelegt durch die Rotationsrichtung in jedem Iterationsschritt. Um diesen Winkel bestimmen zu können, kann eine weitere Iterations-

gleichung (*angle accumulator*) aufgestellt werden [118]:

$$z_{k+1} = z_k - d_k \arctan(2^{-k}). \quad (6.6)$$

Mit den Gleichungen (6.4) und (6.6) wird das sog. zirkuläre System beschrieben [119]. Abhängig von der Wahl von d_k gibt es zwei Modi, in denen der CORDIC-Algorithmus arbeiten kann [119]:

- Rotations- und
- Vektormodus.

Im Rotationsmodus wird die z -Komponente in (6.6) minimiert. Die Rotationsrichtung wird dabei gemäß

$$d_k = \begin{cases} -1 & \text{falls } z_k < 0 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.7)$$

gewählt. Der CORDIC-Algorithmus liefert dann das folgende Ergebnis [118]:

$$\begin{aligned} x_N &= A_N [x_0 \cos(z_0) - y_0 \sin(z_0)] \\ y_N &= A_N [y_0 \cos(z_0) + x_0 \sin(z_0)] \\ z_N &= 0 \end{aligned} \quad (6.8)$$

Mit x_0 , y_0 und z_0 sind jeweils die Initialwerte bezeichnet.

Im Vektormodus wird y minimiert. Die Rotationsrichtung wird daher in Abhängigkeit von y gewählt:

$$d_k = \begin{cases} -1 & \text{falls } y_k < 0 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.9)$$

Das Ergebnis des Algorithmus' im Vektormodus ist:

$$\begin{aligned} x_N &= A_N \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \\ y_N &= 0 \\ z_N &= z_0 + \arctan(y_0/x_0) \end{aligned} \quad (6.10)$$

Der Rotationswinkel des CORDIC-Algorithmus' liegt zwischen $\pi/2$ und $-\pi/2$, weil die erste Rotation mit 2^0 initialisiert wird. Um den Rotationsbereich auf Winkel größer als $\pi/2$ zu erweitern, wurde in [120] die folgende Initialrotation (um $\pm\pi/2$) vorgeschlagen:

$$\begin{aligned} x' &= -dy \\ y' &= dx \\ z' &= z + d \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Dabei ist $d = 1$ falls $y < 0$ und -1 sonst.

In Abhängigkeit von den Initialwerten können mit den angegebenen Gleichungen bereits die wichtigsten mathematischen Operationen, wie die Umwandlung von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten (Vektormodus) und umgekehrt (Rotationsmodus) durchgeführt werden.

Um lineare Funktionen (wie Division und Multiplikation) zu realisieren, müssen die Ausgangsgleichungen (6.4) und (6.6) etwas verändert werden [118]:

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= x_k \\
y_{k+1} &= y_k + x_k d_k 2^{-k} \\
z_{k+1} &= z_k - d_k \arctan(2^{-k}) .
\end{aligned} \tag{6.12}$$

Mit den Gleichungen (6.12) wird das sog. lineare System beschrieben [123], das im Rotationsmodus das folgende Ergebnis liefert (6.12):

$$\begin{aligned}
x_N &= x_0 \\
y_N &= y_0 + x_0 z_0 \\
z_N &= 0 .
\end{aligned} \tag{6.13}$$

Wird der Vektormodus gewählt, so stellt sich nach N Iterationen das folgende Ergebnis ein:

$$\begin{aligned}
x_N &= x_0 \\
y_N &= 0 \\
z_N &= z_0 - y_0/x_0 .
\end{aligned} \tag{6.14}$$

In beiden Fällen ((6.13) und (6.14)) ist der Verstärkungsfaktor gleich eins. Am Ende der Iterationen ist daher keine Skalierung notwendig.

Um mit Hilfe von CORDIC hyperbolische Funktionen realisieren zu können, müssen die folgenden Iterationsgleichungen implementiert werden (sog. hyperbolisches System) [118]:

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= x_k + y_k d_k 2^{-k} \\
y_{k+1} &= y_k + x_k d_k 2^{-k} \\
z_{k+1} &= z_k - d_k \arctan(2^{-k}) .
\end{aligned} \tag{6.15}$$

Im Rotationsmodus ($d_k = -1$ für $z_k < 0$, 1 sonst) liefert (6.15) das folgende Ergebnis:

$$\begin{aligned}
x_N &= A_{\text{HN}}[x_0 \cosh(z_0) + y_0 \sinh(z_0)] \\
y_N &= A_{\text{HN}}[y_0 \cosh(z_0) + x_0 \sinh(z_0)] \\
z_N &= 0 .
\end{aligned} \tag{6.16}$$

Der Verstärkungsfaktor ist in diesem Fall:

$$A_{\text{HN}} = \prod_N \sqrt{1 - 2^{-2k}} . \tag{6.17}$$

Mit wachsender Anzahl der Iterationen strebt A_{HN} näherungsweise gegen 0,8.

Im Vektormodus ($d_k = 1$ für $z_k < 0$, -1 sonst) wird nach N Iterationen das folgende Resultat erwartet:

$$\begin{aligned}
x_N &= A_{\text{HN}} \sqrt{x_0^2 - y_0^2} \\
y_N &= 0 \\
z_N &= z_0 + \operatorname{atanh}(y_0/x_0) .
\end{aligned} \tag{6.18}$$

Die CORDIC-Gleichungen für alle drei Systeme (zirkulär, linear, hyperbolisch) können zusam-

mengefaßt werden, wenn die Variable m eingeführt wird. Mit dieser Variablen wird entschieden, welches der Systeme realisiert werden soll [122]:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= x_k - m y_k d_k 2^{-k} \\y_{k+1} &= y_k + x_k d_k 2^{-k} \\z_{k+1} &= z_k - d_k \arctan(2^{-k}) .\end{aligned}\quad (6.19)$$

Für das zirkuläre System ist $m=1$, für das lineare System $m=0$ und für das hyperbolische System $m=-1$ anzusetzen. Wird eine Iteration gemäß (6.19) durchgeführt, so kann pro Iterationsschritt die Genauigkeit der Berechnung um 1 Bit verbessert werden [118]. Dies bedeutet, daß bei einer N -Bit-Zahldarstellung höchstens N Iterationen durchgeführt werden müssen.

Eine CORDIC-Zelle, die die Operation gemäß (6.19) realisiert, kann direkt implementiert werden [123], [119]. In Abbildung 76 ist eine mögliche Hardwarearchitektur dargestellt [118]. Am Anfang der Iteration werden die Initialwerte x_0 , y_0 und z_0 über Multiplexer in die Registerzellen geschrieben. Mit der *Shift*-Operation wird die in (6.19) auftretende Multiplikation mit 2^{-k} durchgeführt. Die Werte aus den Registern (Festkommaformat) werden nach einer eventuellen Verschiebung den Addierern/Subtrahierern zugeführt, danach werden die Registerzellen via Multiplexer mit dem neuen Ergebnis überschrieben.

Die letzte Gleichung in (6.19) kann mit Hilfe von ROM (*Read Only Memory*) berechnet werden. Dort werden in Form einer Tabelle die Werte für $\arctan(2^{-k})$ abgelegt. In jedem Iterationsschritt kann z.B. über einen Zähler die entsprechende ROM-Adresse ausgewählt werden. Das Ergebnis der CORDIC-Operation wird direkt an den Ausgängen der Addierer/Subtrahierer abgelesen.

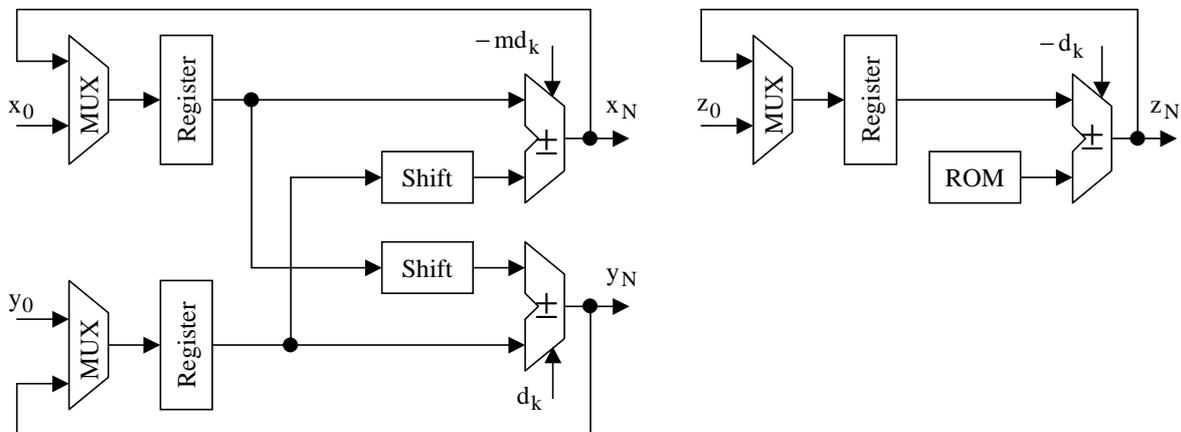


Abbildung 76: Hardwarerealisierung einer CORDIC-Zelle

6.2.1 Hardwarearchitektur zur Realisierung von komplexwertigen Multiplikationen und Divisionen mit CORDIC

Zur Realisierung reellwertiger Multiplikationen und Divisionen mit CORDIC kann das lineare System (6.12) herangezogen werden. Je nach Operationsmodus (Rotations- oder Vektormodus) liefert das y - bzw. das z -Register das Ergebnis der Operation. Problematischer ist jedoch die Realisierung von komplexwertigen Multiplikationen oder Divisionen, weil eine CORDIC-Zelle nur *einen* Vektor rotieren kann.

Eine komplexwertige Multiplikation kann jedoch ebenfalls mit dem linearen System (Rotationsmodus) realisiert werden. Wird der folgende Zusammenhang ausgenutzt

$$(a + jb)(c + jd) = ac - bd + jbc + jad, \quad (6.20)$$

so werden für eine komplexe Multiplikation vier CORDIC-Zellen benötigt. Außerdem ist hier keine abschließende Skalierung notwendig.

Eine andere Realisierungsmöglichkeit besteht darin, die komplexwertigen Zahlen zunächst in Polarkoordinatendarstellung umzuwandeln. Für diese erste Operation kann eine CORDIC-Zelle (zirkuläres System) im Vektormodus verwendet werden. Die Multiplikation/Division der Beträge kann mit Hilfe des linearen Systems im Rotations- bzw. im Vektormodus durchgeführt werden. Die Phasen werden dann entweder addiert oder subtrahiert - für diese Operation ist keine CORDIC-Zelle notwendig. Die Wandlung des Ergebnisses in die kartesischen Koordinaten wird von einer CORDIC-Zelle durchgeführt (zirkuläres System, Rotationsmodus). Die abschließende Skalierung kann wieder mit einer CORDIC-Zelle (lineares System, Vektormodus) durchgeführt werden. Der Aufwand ist dabei jedoch größer im Vergleich zu einer direkten Realisierung einer Multiplikation gemäß (6.20). Der Vorteil liegt vor allem darin, daß dieselbe Hardwarestruktur sowohl für die Multiplikationen als auch für die Divisionen verwendet werden kann.

In Abbildung 77 ist die Struktur einer komplexen Multiplikation unter Verwendung von CORDIC-Zellen dargestellt. Die komplexwertigen Zahlen $a = a' + ja''$ und $b = b' + jb''$ werden zunächst in die Polarkoordinatendarstellung gemäß

$$a \rightarrow \|a\|e^{j\Theta_a}, \quad b \rightarrow \|b\|e^{j\Theta_b}.$$

umgewandelt. Danach werden die Beträge multipliziert, die Phasen werden addiert. Um den entstandenen Verstärkungsfaktor zu eliminieren, erfolgt danach die Skalierung mit einer Konstanten, die im Speicher abgelegt werden kann, und die abschließende Wandlung in die kartesischen Koordinaten.

Eine Division komplexwertiger Zahlen kann mit Hilfe einer ähnlichen Struktur, wie sie in Abbildung 77 dargestellt ist, realisiert werden. Der wesentliche Unterschied ist, daß hier die erste CORDIC-Operation nach der Wandlung in die Polarkoordinaten (lineares System) im Vektormodus betrieben wird. Zu beachten ist dabei, daß das Ergebnis der Division negativ ist. Dies kann jedoch durch die Negation des Vorzeichenbits der Ergebniszahl (Festkommadarstellung) rückgängig gemacht werden. Die Skalierungskonstante wird dabei gemäß $G = 1/A_N$ gewählt.

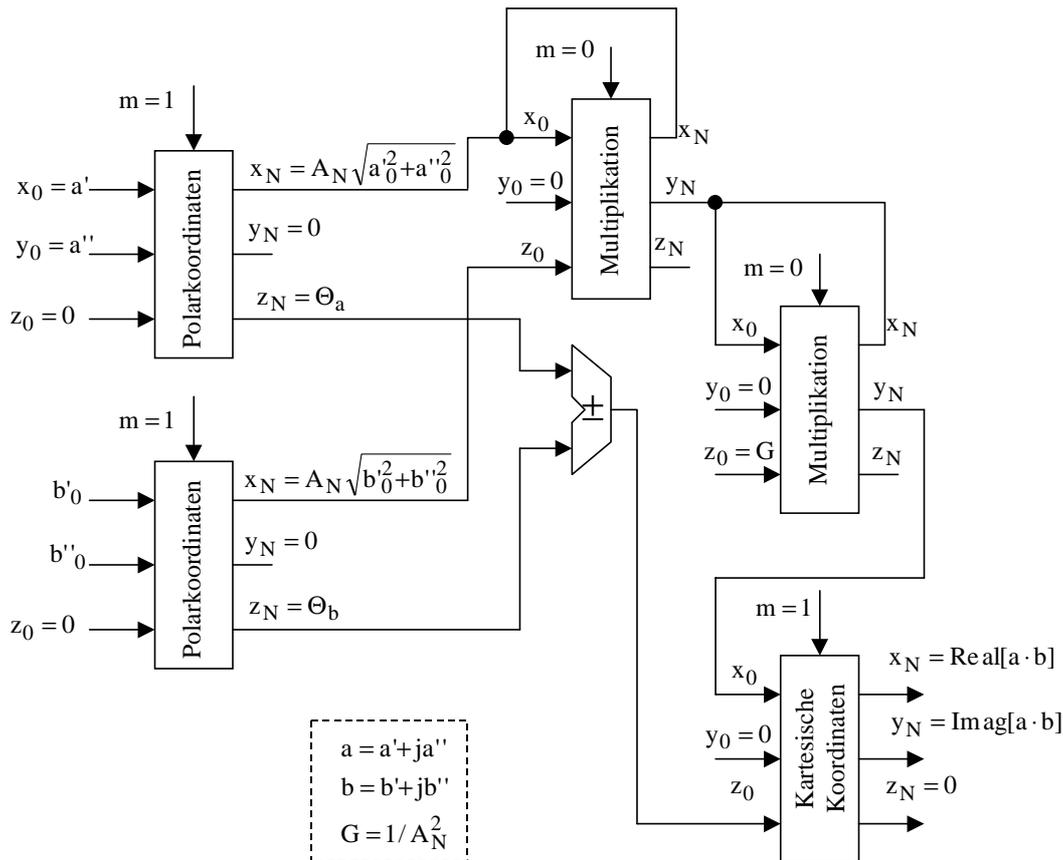


Abbildung 77: Struktur einer komplexen CORDIC-Multiplikation

6.2.2 CORDIC-Struktur für referenzdatenfreie Kanalschätzung

Zur referenzdatenfreien Kanalschätzung auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung werden Korrelationsfunktionen benötigt, die zunächst geschätzt werden müssen. Werden hierzu beispielsweise die Standardalgorithmen (siehe Kapitel 4) verwendet, so zeigt sich, daß eine CORDIC-Implementierung auf der Basis von einer vereinfachten Hardwarearchitektur durchgeführt werden kann: Wird ein Parameter referenzdatenfrei geschätzt, so ist die Schätzgröße stets mit einem Skalierungsfaktor behaftet, der prinzipiell nicht bekannt ist. Aus diesem Grund kann je nach Algorithmus auf die genaue Skalierung verzichtet werden, weil die Schätzwerte am Ende des Schätzvorgangs ohnehin skaliert werden müssen. Diese Endskalierung muß auch bei referenzdatenbasierten Schätzverfahren vorgenommen werden.

In Abbildung 78 ist eine mögliche CORDIC-Struktur komplexer Multiplikationen/Divisionen für den Fall, daß die Skalierung unberücksichtigt ist, dargestellt. Diese vereinfachte Struktur ist dann von Vorteil, wenn die Multiplikationen/Divisionen innerhalb einer Iterationsschleife wiederholt durchgeführt werden müssen und die abschließende Skalierung erst am Ende der Iterationsschleife vorgenommen werden kann. Darüber hinaus werden hier für eine Multiplikation weniger Zyklen benötigt. Diese Vereinfachung erlaubt die Ersparnis von etwa 20% der Gatteräquivalente, weil auf eine CORDIC-Zelle u.U. verzichtet werden kann.

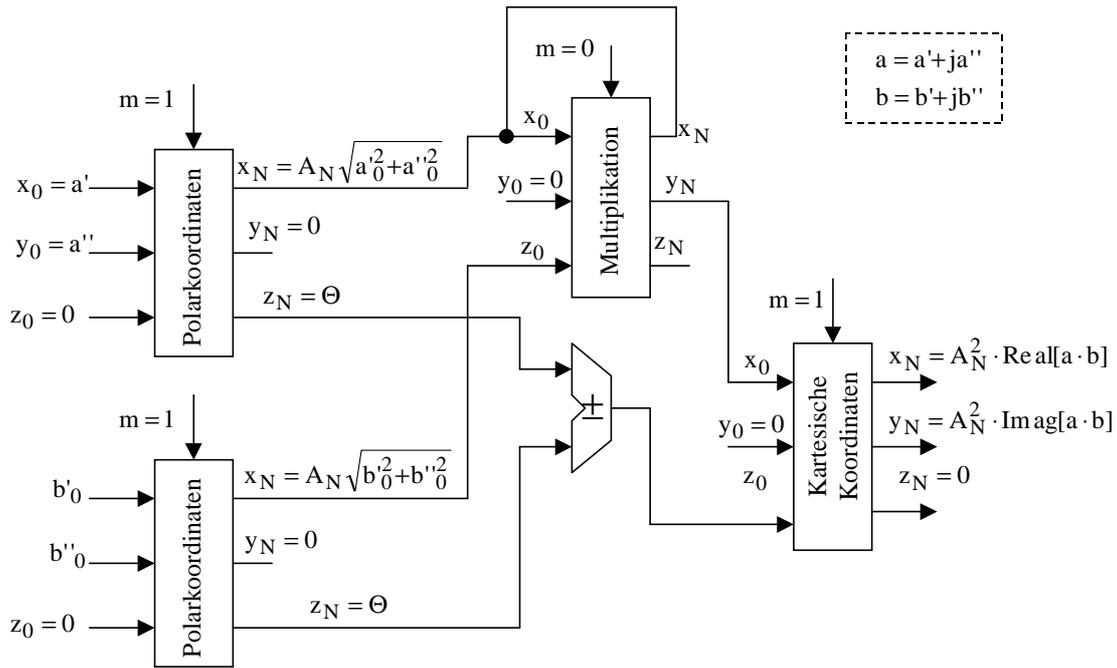


Abbildung 78: Komplexe Multiplikation mit CORDIC: vereinfachte Struktur ohne Skalierung

Mit Hilfe von einigen wenigen CORDIC-Zellen können bereits komplexe mathematische Operationen durchgeführt werden. Der mit einer CORDIC-Zelle verbundene Aufwand ist bei einer effizienten Implementierung gering. Bei der Verwendung eines XILINX 4013E-FPGAs sind (bei einer äußeren Taktrate von 52 MHz) weniger als 10000 Gatteräquivalente notwendig [118]. Das ist etwa die Hälfte der Hardwareressourcen, die dieser Baustein zur Verfügung stellt [151].

Um eine CORDIC-Realisierung an einem Beispiel zu demonstrieren, wird im folgenden die in Kapitel 5 entwickelte Rekursion (5.37) mit Hilfe von nur einer CORDIC-Zelle durchgeführt. Dabei soll nicht der erzielbare Datendurchsatz sondern die geringe Komplexität im Vordergrund stehen. Dies hat den Grund, daß es sich bei den Schätzwerten nicht um Echtzeitsignale handelt.

Da die Aufwandsberechnung bereits in Abschnitt 5.5.2 durchgeführt wurde, wird in diesem Abschnitt nicht darauf eingegangen. Da die dort vorgestellte Rekursion aus zwei identischen Teilrekursionen besteht, wird ferner nur eine der Teilrekursionen betrachtet, d.h.

$$f_{m+1}(m) = \frac{r(m) - \sum_{k=0}^{m-1} f_m(k) \cdot r_x(m-k)}{r_x(0) - \sum_{k=0}^{m-1} p_m^*(k) \cdot r_x(k+1)} \quad (6.21)$$

und

$$[f_{m+1}(0), \dots, f_{m+1}(m-1)] = \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_{m+1}(m) \cdot \mathbf{p}_{m,r}^* \quad (6.22)$$

Zunächst wird $f_{m+1}(m)$ in (6.21) bestimmt. Unter der Annahme, daß die Korrelationsfunktionen \mathbf{r} und \mathbf{r}_x bereits geschätzt wurden, sind hier im letzten Iterationsschritt $2m$ komplexe Multiplikationen, eine komplexe Division sowie zwei Subtraktionen notwendig. Danach wird

(6.22) ausgewertet. Der Vektor $\mathbf{p}_{m,r}^*$ kann parallel mit Hilfe von CORDIC berechnet werden, da hier die klassische *Levinson-Durbin*-Rekursion durchgeführt werden muß. Zur Berechnung aller Multiplikationen und Divisionen in (6.21) und (6.22) wird nur eine CORDIC-Zelle benötigt.

In Abbildung 79 ist eine mögliche Hardwarerealisierung der Operation gemäß (6.21) mit einer zentralen CORDIC-Zelle dargestellt. Zur Ablaufsteuerung wird eine Kontrolleinheit benötigt. Diese kann im wesentlichen mit Hilfe eines Zählers modulo N realisiert werden. Diese Kontrolleinheit übernimmt neben der Taktsteuerung auch die Steuerung der Multiplexer und Demultiplexer, damit am Eingang der CORDIC-Zelle die aktuellen Werte anliegen.

Zunächst wird der Zähler in (6.21) berechnet. Hierzu wird als erstes das skalare Produkt ausgewertet. Die Multiplikationen werden von der CORDIC-Zelle übernommen. Mit dem Multiplexer MUX I werden die in den ersten beiden Schieberegistern abgelegten Werte ausgewählt und via MUX II dem CORDIC-Multiplizierer zugeführt. Die Summe wird mit Hilfe eines Addierers und des Registers I, das jeweils mit dem aktuellen Ergebnis überschrieben wird, gebildet. Mit dem Demultiplexer wird gesteuert, welchem Addierer der am Ausgang der CORDIC-Zelle anliegende Wert zugeführt wird. Das skalare Produkt im Nenner von (6.21) wird analog berechnet. Mit dem Multiplexer MUX I werden die letzten beiden Schieberegister ausgewählt und über MUX II der CORDIC-Zelle zugeführt. Die Summe der Produkte wird mit Hilfe des Registers III bestimmt, dort befindet sich auch das Ergebnis dieser Operation. Danach werden die beiden Subtraktionen berechnet. Da die hier verwendete CORDIC-Zelle die Skalierung nicht berücksichtigt, müssen $r(m)$ und $r_x(0)$ zuvor mit dem Quadrat des Verstärkungsfaktors A_N multipliziert werden. Dies kann beispielsweise bei der abschließenden Skalierung nach der Schätzung dieser Parameter berücksichtigt werden.

Der Zeitpunkt der Subtraktion wird ebenfalls von der Kontrolleinheit bestimmt. Die abschließende Division wird mit der CORDIC-Zelle realisiert. Dazu werden die an den Ausgängen der beiden Subtrahierer anliegenden Werte (Zähler und Nenner) via MUX II an den Eingang der CORDIC-Zelle gelegt. Der sich dort befindende CORDIC-Multiplikator muß dazu in den Vektormodus umgeschaltet werden. Das Ergebnis der Division wird über den Demultiplexer in das Register V hineingeschrieben. Die letzte Gleichung (6.22) kann beispielsweise mit der Hardwarestruktur, wie sie in Abbildung 80 dargestellt ist, realisiert werden. Die Multiplikation wird wieder mit Hilfe der CORDIC-Zelle durchgeführt. Mit dem Ergebnis wird der Inhalt des Registers a) überschrieben und kann so für die nächste Iteration bereitgestellt werden.

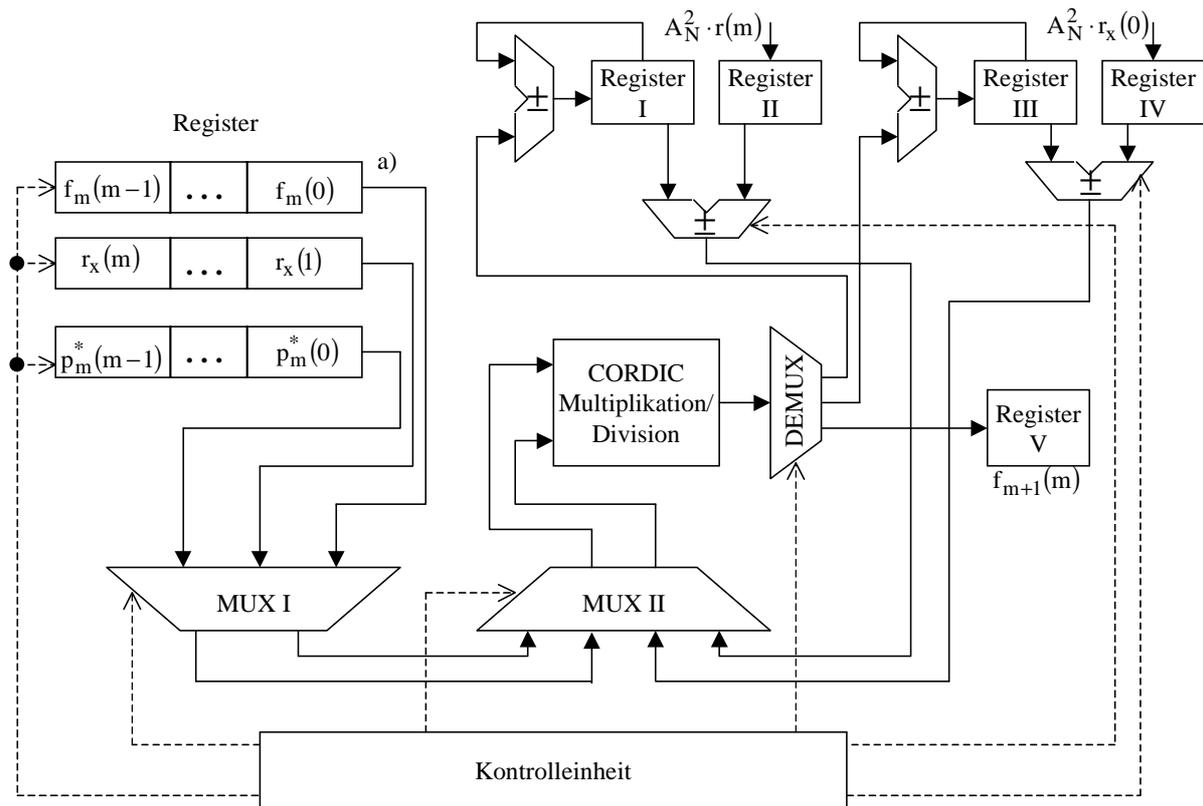


Abbildung 79: Hardwarerealisation von (6.21)

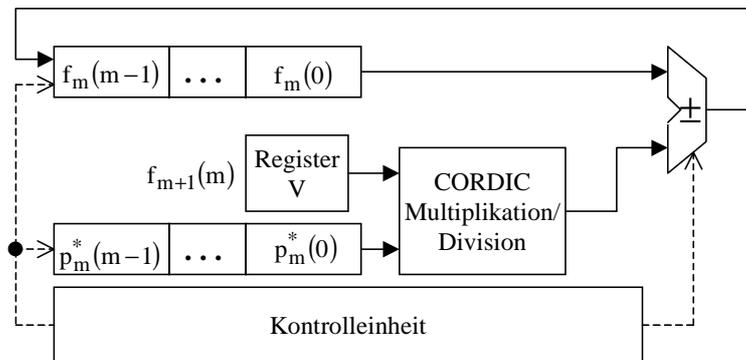


Abbildung 80: Hardwarerealisation von (6.22)

6.3 Zusammenfassung

Werden Signalverarbeitungsalgorithmen in Hardware realisiert, so sind die auftretenden Multiplikations- und Divisionsoperationen stets problematisch, da sie aufwandsbestimmend sind. Eine der Möglichkeiten zur Implementierung dieser Operationen liefern die CORDIC-Algorithmen, die eine iterative Berechnung der wichtigsten mathematischen Funktionen ermöglichen. Dazu werden im wesentlichen nur Additions-, Subtraktions- und Schiebeoperationen benötigt. Eine Besonderheit der CORDIC-Algorithmen ist die in Abhängigkeit von der durchzuführen-

den Operation auftretende Schleifenverstärkung. Aus diesem Grund muß das Ergebnis einer CORDIC-Berechnung u.U. geeignet skaliert werden.

In diesem Kapitel wurde zunächst auf die grundlegenden Aspekte der CORDIC-Algorithmen eingegangen. Zur Realisierung komplexer Multiplikationen bzw. Divisionen wurde eine prinzipielle Struktur angegeben und diskutiert. Werden mit CORDIC referenzdatenfreie Schätzverfahren implementiert, so kann die resultierende Struktur vereinfacht werden, weil die Schleifenverstärkung zugelassen werden kann. Dies ist dadurch begründet, daß mit einer referenzdatenfreien Schätzung ohnehin eine Mehrdeutigkeit verbunden ist. Am Beispiel einer beschriebenen CORDIC-Struktur zur Realisierung von komplexwertigen Multiplikationen wurde eine Möglichkeit zu einer Aufwandsreduktion um bis zu 20% der Gatteräquivalente aufgezeigt. Abschließend wurde eine CORDIC-basierte Hardwarearchitektur zur Realisierung der in Kapitel 5 entwickelten Rekursion angegeben und beschrieben.

7 Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick

Eine der wesentlichen Anforderungen, die an künftige Übertragungstechnologien gestellt wird, ist die Erzielung möglichst hoher Datenraten. Diese sind jedoch sowohl durch die informationstheoretische *Shannon*-Grenze als auch durch die Leistungsfähigkeit mikroelektronischer Schaltungen prinzipiell beschränkt. Eine Steigerung der Datenraten kann jedoch trotz der letztgenannten Limitierung durch eine geeignete Adaption der Systemparameter, wie z.B. der Entzerrerkoeffizienten, an die i.A. zeitvarianten Übertragungsbedingungen erreicht werden.

Wesentliche Voraussetzung für eine Adaptivität von Systemen ist die Kenntnis der Kanalimpulsantwort. Diese kann beispielsweise anhand von empfangsseitig bekannten Referenzdaten geschätzt werden. Problematisch dabei ist jedoch, daß deren Übertragung stets mit einer Senkung der effektiven Datenrate verbunden ist. In praktischen Übertragungssystemen werden daher möglichst kurze Referenzdatenfolgen verwendet, die jedoch oft für eine genügend genaue Schätzung der Kanalimpulsantwort nicht ausreichend sind.

Diese Problematik begründete die Zielsetzung dieser Arbeit. Es sollten Verfahren untersucht, optimiert bzw. entwickelt werden, die eine referenzdatenfreie Kanalschätzung für drahtlose und drahtgebundene Multiträgerübertragung ermöglichen. Wesentliche Randbedingungen waren eine geringe Komplexität sowie eine von den Eigenschaften der Kanalimpulsantwort unabhängige Konvergenz des Schätzverfahrens.

Zunächst wurden Verfahren zur referenzdatenfreien Entzerrung betrachtet. Diese basieren im wesentlichen auf einer Minimierung einer frei wählbaren Fehlerfunktion. Die bekannten Ansätze, wie z.B. der *Sato*- oder der *CMA*-Algorithmus, zeichnen sich zwar durch eine einfache Struktur und eine geringe Komplexität aus, problematisch ist jedoch deren Konvergenzverhalten. Aufgrund der lokalen Minima der Fehlerfunktion ist die Konvergenz nur dann gesichert, wenn das Empfangssignal zuvor genügend genau vorentzerrt worden ist, d.h. wenn sich der momentane Arbeitspunkt des Algorithmus' bereits in der Nähe des globalen Minimums befindet. Die bekannten Verfahren zur referenzdatenfreien Entzerrung weisen darüber hinaus eine relativ langsame Konvergenzgeschwindigkeit auf (einige 10000 Symbole und mehr).

Die mit der referenzdatenfreien Entzerrung verbundene Konvergenzproblematik kann umgangen werden, wenn zunächst die Kanalimpulsantwort geschätzt wird. Dieser Ansatz ist für adaptive Multiträgersysteme besonders wichtig, weil dort stets die Kenntnis der Kanalimpulsantwort bzw. der Kanalübertragungsfunktion von Bedeutung ist.

Um die Kanalimpulsantwort referenzdatenfrei zu schätzen, können beispielsweise die am Empfänger detektierten Symbole als Referenz herangezogen werden. Die auf diesem Prinzip aufbauenden Verfahren werden als *Maximum Likelihood*-Verfahren bezeichnet, deren Vorteil vor allem schnelle Konvergenz ist, falls die empfangenen Symbole genügend oft korrekt detektiert worden sind. Nachteilig bei diesen Verfahren ist jedoch die stark erhöhte Komplexität des Empfangssystems, weil die detektierten Symbole i.A. remoduliert und recodiert werden müssen.

Eine andere Möglichkeit zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort besteht in einer geeigneten Auswertung der statistischen Information (Statistiken zweiter und/oder höherer Ordnung), die das empfangene Signal beinhaltet. Wird die Kanalimpulsantwort auf der Basis von Statistiken höherer Ordnung referenzdatenfrei geschätzt, so müssen zunächst sog.

Kumulanten aus Momenten höherer Ordnung gebildet werden. Deren wesentliche Eigenschaft ist, daß sie bei gaußverteilten Prozessen verschwinden, was insbesondere bei nicht gaußverteilten Sendesignalen von Vorteil ist. In diesem Fall beeinflußt das gaußverteilte Rauschen die Schätzung nicht. Bei gaußverteilten Sendesignalen verschwinden die Kumulanten höherer Ordnung und können daher zur Schätzung der Kanalimpulsantwort nicht herangezogen werden. Da ein Multiträgersignal näherungsweise gaußverteilt ist, erscheint dort eine Kanalschätzung auf der Basis von Statistiken höherer Ordnung problematisch.

Zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort für Multiträgerübertragung stehen daher lediglich Statistiken zweiter Ordnung des empfangenen Signals zur Verfügung. Dies ist jedoch mit einer prinzipiellen Einschränkung verbunden, weil Statistiken zweiter Ordnung von stationären Empfangssignalen keine Information über die Phase des Übertragungssystems beinhalten. Ist das Empfangssignal jedoch zyklstationär, so kann die Kanalimpulsantwort bis auf einen multiplikativen Faktor vollständig geschätzt werden. Dieser (i.A. komplexe) Faktor repräsentiert die Mehrdeutigkeit der Schätzung, die allen referenzdatenfreien Schätzverfahren gemeinsam ist. Aufgrund fehlender Bezugsinformation kann diese Mehrdeutigkeit nicht weiter aufgelöst werden, was jedoch unproblematisch ist, weil alle Schätzwerte der Kanalimpulsantwort mit demselben Faktor skaliert sind. Wird das empfangene Signal auf der Basis dieser Schätzwerte entzerrt, so erfährt es neben einer Amplitudenskalierung auch eine Phasendrehung. Um diese Mehrdeutigkeit bei Multiträgerübertragung zu eliminieren, kann beispielsweise ein bekannter Unterträger, z.B. eines der Synchronisationssymbole, als Bezugsinformation herangezogen werden.

Die zur Kanalschätzung auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung notwendige Zyklstationarität des Empfangssignals kann entweder empfangsseitig durch Überabtastung oder auch sendeseitig durch geeignete Codierung des Sendesignals herbeigeführt werden.

Die auf einer Überabtastung basierenden Verfahren, wie beispielsweise die Methode der Subraumzerlegung [99], zeichnen sich durch eine hohe Konvergenzgeschwindigkeit aus. Die Konvergenz selbst ist jedoch prinzipiell nicht gesichert, weil sie von den Eigenschaften der zu schätzenden Kanalimpulsantwort abhängt. Nachteilig ist ferner die hohe Komplexität der bekannten Verfahren, die deren praktischen Einsatz fraglich erscheinen läßt [52].

Alternativ kann die Zyklstationarität durch eine Wiederholungscodierung der zu übertragenden Datensequenz herbeigeführt werden, wodurch ein zyklstationäres Sendesignal entsteht. Handelt es sich bei dem Übertragungssystem um ein lineares, nicht notwendigerweise zeitinvariantes System, so ist das Empfangssignal ebenfalls zyklstationär. Seine Autokorrelationsmatrix enthält bereits die mit ihrem ersten Koeffizienten skalierte Kanalimpulsantwort.

Die Vorteile dieses Verfahrens sind die einfache Struktur sowie die vertretbare Komplexität. Darüber hinaus ist die Konvergenz unabhängig von den Eigenschaften der zu schätzenden Kanalimpulsantwort gesichert. Ein weiterer Vorteil ist, daß additive, weiße und unkorrelierte Rauschprozesse die Schätzung im Idealfall (d.h. bei einer Ensemblemittelung) nicht beeinflussen. Es können sogar korrelierte Rauschprozesse zugelassen werden, falls der maximale Abstand zwischen den korrelierten Abtastwerten nicht größer als die Länge der zu wiederholenden Datensequenz ist. Nachteilig bei diesem Verfahren ist vor allem die erhöhte Systemkomplexität, weil sendeseitig ein Codierer implementiert werden muß. Um die gewünschte Datenrate aufrechterhalten zu können, müßte ferner die Systemabtastrate erhöht werden, was zu einer weiteren Verteuerung des Systems führen würde.

Diese problematischen Systemvoraussetzungen sind jedoch von einem OFDM-System bereits erfüllt. Dort wird als Schutzintervall eine Kopie der letzten p Abtastwerte an den Anfang der Sendesequenz angefügt, wodurch ein zyklstationäres OFDM-Symbol entsteht. Die erste Spalte sowie die erste Zeile der Autokorrelationsmatrix des empfangenen Signals beinhalten die ebenfalls mehrdeutige Kanalimpulsantwort. Um diese zu schätzen, müssen daher nur die erwähnten Teile der Autokorrelationsmatrix bestimmt werden, was zu einem einfachen Schätz-

schema führt, das auf der Bestimmung der Kreuzkorrelationsfunktion zwischen den periodischen Signalanteilen basiert. Die Konvergenz des Verfahrens hängt weder von den Eigenschaften der zu schätzenden Kanalimpulsantwort noch von der Varianz der additiven, weißen und unkorrelierten Rauschprozesse ab. Da die periodischen Signalanteile weiter auseinander liegen als im Falle der Wiederholung der Datensequenzen, können auch stärker korrelierte Rauschprozesse zugelassen werden. Damit das Verfahren konvergiert, muß im wesentlichen gesichert sein, daß der erste Koeffizient der Kanalimpulsantwort ungleich null ist. Diese Bedingung kann beispielsweise durch eine geeignete Synchronisation erfüllt werden [87].

Die Gemeinsamkeit aller Verfahren zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung ist, daß sie auf einer Auswertung der Korrelationsfunktionen beruhen, die zunächst geschätzt werden müssen. In der Definition der Korrelationsfunktionen wird stets die Mittelung über ein Ensemble verwendet. Diese kann praktisch jedoch nicht realisiert werden, weil hierzu die Menge aller Musterfunktionen, die die statistischen Eigenschaften eines Sendesignals vollständig charakterisieren, bekannt sein muß. Aus diesem Grund ist man bei der Schätzung der Korrelationsfunktionen auf andere Verfahren angewiesen. Wird Zeitmittelung verwendet, so erfüllen die Schätzwerte das *Maximum Likelihood*-Kriterium, sie sind also konsistent (mit steigender Anzahl der Beobachtungen konvergiert die Wahrscheinlichkeit einer Abweichung zwischen dem Schätzwert und dem zu schätzenden Parameter gegen null), jedoch nur asymptotisch erwartungstreu. Die letztere Eigenschaft bedeutet, daß erst bei einer unendlich großen Anzahl der Iterationen der Schätzwert und der zu schätzende Parameter identisch sind. Wird beispielsweise die Autokorrelationsmatrix eines weißen und unkorrelierten Prozesses auf der Basis von Zeitmittelung anhand von N Iterationen geschätzt, so wird sie in jedem Iterationsschritt diagonalähnlicher. Die Diagonalform läßt sich jedoch erst für $N \rightarrow \infty$ erreichen. Trotz dieser Einschränkung wird Zeitmittelung aufgrund der einfachen Struktur und einer vertretbaren Komplexität in praktischen Systemen oft eingesetzt [3].

Wird die Kanalimpulsantwort referenzdatenfrei auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung geschätzt, müssen zunächst die Korrelationsfunktionen, z.B. die Autokorrelationsfunktion des Empfangssignals, geschätzt werden. Obwohl die Komplexität der auf Zeitmittelung basierenden Schätzverfahren relativ gering ist, so müssen jedoch bei der Schätzung einer Korrelationsfunktion pro Iterationsschritt p komplexe Multiplikationen und p komplexe Additionen durchgeführt werden (p bezeichnet die Anzahl der Koeffizienten der Kanalimpulsantwort). Eine Hardwarerealisierung der Multiplikationen ist jedoch mit einem nicht unerheblichen Aufwand verbunden, der beispielsweise eine effiziente FPGA¹-Realisierung als problematisch erscheinen läßt. Falls aus Kostengründen auch keine ASIC²-Lösung möglich ist, werden zur Implementierung derartiger Algorithmen daher stets Signalprozessoren eingesetzt. Oft besteht jedoch der Bedarf an einer kostengünstigen Schätzung von Korrelationsfunktionen. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn der Signalprozessor bereits ausgelastet ist und einige Funktionalitäten mit Hilfe von externen FPGAs realisiert werden müssen („Hardwarebeschleunigung“). Eine derartige Auslagerung ist jedoch erst dann möglich, wenn die Komplexität des Schätzalgorithmus’ reduziert wird. Eine signifikante Komplexitätsreduktion kann jedoch erst durch einen Verzicht auf die aufwandsbestimmenden Multiplikationen erreicht werden.

Im ersten Teil dieser Arbeit wurde ein Algorithmus zur aufwandsreduzierten Schätzung der Korrelationsfunktionen vorgeschlagen. Verglichen mit dem Standardalgorithmus werden bei dem entwickelten Verfahren die Multiplikationen durch eine vorzeichengewichtete Summation

1. *Field Programmable Gate Array*
2. *Application Specific Integrated Circuit*

ersetzt. Pro Iterationsschritt sind daher lediglich p komplexe Additionen notwendig.

Um diese Komplexitätsreduktion zu erreichen, wurde die bereits erwähnte Mehrdeutigkeit ausgenutzt, die bei einer referenzdatenfreien Kanalschätzung stets auftritt. Da der Schätzwert der Kanalimpulsantwort ohnehin mit einem unbekanntem, i.A. komplexen Faktor bewertet ist, kann eine zusätzliche Mehrdeutigkeit der Schätzwerte der Korrelationsfunktionen zugelassen werden. So wird bei dem entwickelten Schätzverfahren lediglich das Vorzeichen des Real- und des Imaginärteils des aktuellen Abtastwertes verwendet, um beispielsweise die Autokorrelationsfunktion des Empfangsvektors der Länge p zu bestimmen. Dies ist gleichbedeutend damit, daß die Quadraturkomponenten des Empfangsvektors in Abhängigkeit dieser Vorzeichen zu dem bereits vorhandenen Schätzergebnis addiert bzw. davon subtrahiert werden.

Diese Vereinfachung führt jedoch dazu, daß die bei der Schätzung auftretenden Prozesse nun stark nichtlinear sind, was eine geschlossene mathematische Beschreibung der Eigenschaften des vorgeschlagenen Verfahrens außerordentlich erschwert. Um diese näherungsweise charakterisieren zu können, wurde das Schätzproblem zunächst mathematisch reformuliert und dann auf die Betrachtung einer Matrix zurückgeführt, die die nichtlinearen stochastischen Prozesse beschreibt. Auf diese Weise konnte das Schätzproblem auf eine Eigenwertaufgabe reduziert werden. Die Nichtlinearität dieser Matrix führt dazu, daß deren Eigenwerte und Eigenvektoren geschlossen i.A. nicht bestimmt werden können, vor allem dann nicht, wenn additives Rauschen auftritt. Für den kleinsten Eigenwert, der die Mehrdeutigkeit des vorgeschlagenen Schätzalgorithmus' repräsentiert, konnte jedoch eine Näherung gefunden werden. Dieser Eigenwert hängt sowohl von der Energie der Kanalimpulsantwort als auch von der statistischen Verteilung des Sendesignals ab. Für gaußverteilte Signale wurde diese Näherung analytisch berechnet und deren Gültigkeit bei OFDM-Systemen anhand von Simulationen verifiziert.

Es wurden ferner die Beträge der inneren Produkte der Eigenvektoren dieser Matrix mit der (hierzu umgeschriebenen) Kanalimpulsantwort betrachtet. Es zeigt sich, daß derjenige Eigenvektor, der zu dem kleinsten Eigenwert gehört, den größten Beitrag liefert. Auch diese Tatsache wurde von Simulationen bestätigt. Aufgrund dieser Untersuchungen konnte das asymptotische Verhalten des vorgeschlagenen Verfahrens näherungsweise beschrieben werden. Dieses hängt im wesentlichen von der Ausprägung des erwähnten Eigenvektors ab, insbesondere im Falle von verrauschten Empfangssignalen. Dies bedeutet, daß durch die Komplexitätsreduktion eine Verlangsamung der Konvergenzgeschwindigkeit herbeigeführt wird. Im direkten Vergleich zu dem Standardalgorithmus müßten bei der Verwendung des vorgeschlagenen Algorithmus' bei der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Simulationsumgebung etwa 100 Iterationen mehr durchgeführt werden, um denselben mittleren quadratischen Fehler (MQF) zu erreichen.

Der wesentliche Vorteil des vorgeschlagenen Algorithmus' ist der geringe Implementierungsaufwand. Zu dessen Realisierung werden im wesentlichen nur Volladdierer und Schieberegister benötigt, eine FPGA-Implementierung ist daher problemlos möglich. Kann eine gewisse Verlangsamung der Konvergenzgeschwindigkeit zugelassen werden, so ist eine Entlastung eines Signalprozessors möglich, weil die Korrelationsfunktionen an einer anderen Stelle geschätzt werden können.

Der entwickelte aufwandsreduzierte Algorithmus zur Schätzung von Korrelationsfunktionen wurde ferner im Hinblick auf dessen mögliche Anwendung zur referenzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort für die OFDM-Übertragung untersucht. Hierbei muß lediglich entweder die erste Spalte oder die erste Zeile der Autokorrelationsmatrix des empfangenen Signals bestimmt werden. Wird exemplarisch nur die erste Spalte betrachtet, so kann die Kanalimpulsantwort anhand einer Kreuzkorrelation zwischen dem ersten empfangenen Koeffizienten eines OFDM-Symbols und den letzten p Koeffizienten bestimmt werden.

Nach einer mathematischen Analyse dieses Ansatzes wurde ferner gezeigt, daß das entwickelte aufwandsreduzierte Schätzverfahren nach einer geringfügigen Anpassung ebenfalls zur refe-

renzdatenfreien Schätzung der Kanalimpulsantwort für die OFDM-Übertragung herangezogen werden kann. Aufgrund der erzielten Aufwandsreduktion ist auch hier eine Kanalschätzung lediglich auf der Basis von Additions- und Subtraktionsoperationen möglich. Im direkten Vergleich zu dem Standardalgorithmus müßten bei der Verwendung des vorgeschlagenen Algorithmus' bei der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Simulationsumgebung ebenfalls etwa 100 Iterationen mehr durchgeführt werden, um denselben MQF zu erreichen.

Die wesentlichen Vorteile des entwickelten Algorithmus' zur aufwandsreduzierten Kanalschätzung, der zugleich auch dessen Einsatzfeld bestimmen, sind vor allem die einfache Struktur sowie die geringe Komplexität. Da auf die aufwendigen, aufwandsbestimmenden Multiplikationen verzichtet werden kann, basiert die Implementierung im wesentlichen auf der Verwendung von Volladdierern und Schieberegistern. Der Aufwand ist vergleichbar mit dem, der sich bei einer Addition von $2p$ komplexen Zahlen (das sind $4p$ reelle Additionen, wobei p die Anzahl der Koeffizienten der Kanalimpulsantwort bezeichnet) ergibt. Aufgrund seiner Einfachheit kann dieser Algorithmus eingesetzt werden, wenn zur referenzdatengestützten Schätzung der Kanalimpulsantwort nicht genügend Referenzdaten zur Verfügung stehen, wie dies z.B. bei dem Hiperlan/2-System der Fall ist. Ein mögliches Schätzszenario (hybride Kanalschätzung) ist in Abbildung 81 dargestellt. Zu den Zeitpunkten, zu denen Referenzdaten zur Verfügung stehen (z.B. am Anfang eines Übertragungs-*Bursts* bei Hiperlan/2), kann eine referenzdatengestützte Kanalschätzung durchgeführt werden. Zu allen anderen Zeitpunkten wird die Kanalimpulsantwort referenzdatenfrei aktualisiert. Auf diese Weise können Veränderungen der Kanalimpulsantwort stetig verfolgt werden, was für zeitvariante Übertragungssysteme besonders wichtig ist. Ein ähnlicher Ansatz wurde beispielsweise für DVB-T-Systeme in [147] diskutiert. Dort wurde als Ergänzung referenzdatenfreie Entzerrung erwähnt, jedoch nicht weiter untersucht. Die in [86] durchgeführten Untersuchungen zeigen jedoch, daß mit Hilfe der hybriden Kanalschätzung eine Steigerung der Schätzgenauigkeit erzielt werden kann. Im Rahmen von Folgearbeiten könnte dieser Aspekt vertieft untersucht werden, insbesondere im Zusammenhang mit einer anschließenden Adaption der Systemparameter.

Nicht betrachtet wurde ferner das Verhalten der entwickelten aufwandsreduzierten Schätzverfahren bei vorliegender Zeitvarianz des Übertragungssystems. Auch hier könnten weitere Untersuchungen durchgeführt werden.

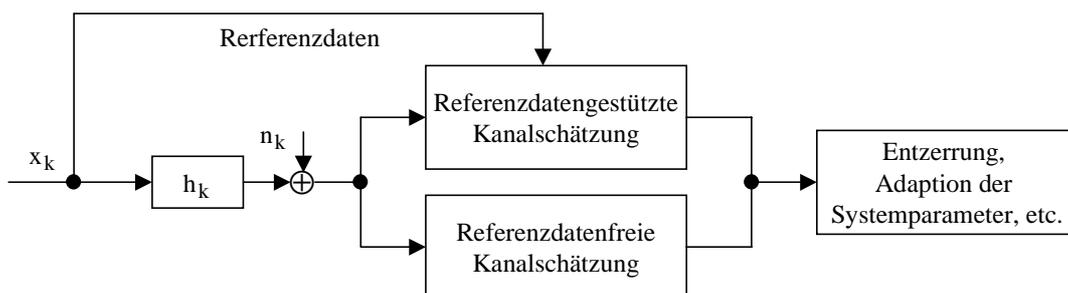


Abbildung 81: Prinzipielle Systemstruktur zur referenzdatenfreien und -gestützten Kanalschätzung

Im zweiten Teil dieser Arbeit wurde auf die Möglichkeiten zur Steigerung der Konvergenzgeschwindigkeit bei einer referenzdatenfreien Kanalschätzung auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung eingegangen. Wesentliche Randbedingungen waren die geringe Komplexität sowie die von den Eigenschaften der zu schätzenden Kanalimpulsantwort unabhängige Konvergenz des Schätzverfahrens.

Die Konvergenzgeschwindigkeit einer referenzdatenfreien Schätzung auf der Basis von Stati-

stiken zweiter Ordnung kann natürlich erhöht werden, wenn leistungsfähigere mathematische Schätzverfahren, wie z.B. die Subraumzerlegung [99], herangezogen werden. Problematisch ist jedoch, daß mit steigender Leistungsfähigkeit der Schätzverfahren zugleich deren Komplexität stark ansteigt. Dies hat zur Folge, daß viele der bekannten Verfahren, wie beispielsweise die bereits erwähnten Subraummethoden, in praktischen Systemen nicht implementiert werden können. Darüber hinaus wird oft eine prinzipielle Unsicherheit bezüglich der Konvergenz selbst herbeigeführt, wenn die für die referenzdatenfreie Schätzung notwendige Zyklstationarität des Empfangssignals durch dessen Überabtastung herbeigeführt wird. Diese Problematik kann durch eine Schätzung im Symboltakt vermieden werden. Für die OFDM-Übertragung kommt daher nach momentanem Stand der Forschung ausschließlich der bereits diskutierte Algorithmus zur referenzdatenfreien Kanalschätzung auf der Basis von Statistiken zweiter Ordnung in Frage.

Ausgehend von dieser Problemstellung wurde zunächst prinzipiell der Frage nachgegangen, ob eine nachträgliche Bearbeitung der Schätzwerte der Kanalimpulsantwort eine Erhöhung der Konvergenzgeschwindigkeit herbeiführen kann. Dies ist gleichbedeutend mit der Forderung, den Schätzfehler durch eine geeignete Filterung der Schätzwerte zu reduzieren. Geht man von der Konsistenz des Schätzalgorithmus' aus, so kann diese Problemstellung auch als Prädiktionsaufgabe aufgefaßt werden: Anhand der momentan zur Verfügung stehenden Schätzwerte wird auf den künftigen, genaueren Schätzwert geschlossen. Die Problemstellung kann daher auf die Suche nach den Koeffizienten eines Prädiktionsfilters reduziert werden.

Es wurde zunächst eine Bestimmungsgleichung für die Filterkoeffizienten aufgestellt und deren Lösung in Form der *Wiener-Hopf*-Gleichung angegeben. Diese ist jedoch nicht referenzdatenfrei, weil als Zusatzinformation die Kreuzkorrelationsfunktion zwischen der Kanalimpulsantwort und deren Schätzwerten benötigt wird. Aus diesem Grund wurde ferner eine Näherungslösung zur Bestimmung der Filterkoeffizienten entwickelt, die als statistische Zusatzinformation die Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort benötigt, die nun referenzdatenfrei geschätzt werden kann. Basierend auf dieser zusätzlichen Schätzung der Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort wurde bei der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Simulationsumgebung mit Hilfe einer nachträglichen Filterung der Schätzwerte mindestens eine Verdopplung der Konvergenzgeschwindigkeit erreicht.

Um bei der Bestimmung der Filterkoeffizienten die in jedem Iterationsschritt notwendige Matrixinversion zu vermeiden, wurde darüber hinaus eine Rekursionsvorschrift entwickelt, die auch als erweiterte *Levinson-Durbin*-Rekursion interpretiert werden kann.

Der *Levinson-Durbin*-Algorithmus löst die klassische lineare Prädiktionsaufgabe. Aufgrund des dort auftretenden Verzögerungsgliedes kann eine geschlossene Rekursionslösung gefunden werden. Dies ist jedoch anders bei der betrachteten Problemstellung im Zusammenhang mit der Filterung der Schätzwerte. Da hier kein Verzögerungsglied auftritt, kann die bekannte *Levinson-Durbin*-Rekursion nicht eingesetzt werden. Der hier erstmals entwickelte Algorithmus basiert auf der Lösung der Bestimmungsgleichung für die Filterkoeffizienten mit Hilfe von zwei Teilrekursionen, die jeweils iterativ gelöst werden können. Die erste Teilrekursion - es handelt sich hier um den klassischen *Levinson-Durbin*-Algorithmus - liefert einen Parameter, der für die zweite, abschließende Teilrekursion benötigt wird. Die letztere hat formal eine ähnliche Struktur wie die klassische *Levinson-Durbin*-Rekursion. Die durchgeführte Aufwandsbestimmung zeigt, daß die Komplexität quadratisch mit der Ordnung des Prädiktionsfilters ansteigt.

Der wesentliche Vorteil des entwickelten Verfahrens zur nachträglichen Reduktion des Schätzfehlers ist, daß dabei keine Konvergenzunsicherheit herbeigeführt wird. Das Verfahren ist auch davon unabhängig, wie die Kanalimpulsantwort geschätzt wurde. Die wesentliche Voraussetzung für die Erhöhung der Konvergenzgeschwindigkeit ist jedoch, daß die Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort genügend genau (in Relation zu der bei der Schätzung der

Kanalimpulsantwort erzielten Genauigkeit) geschätzt wird. Bei der OFDM-Übertragung kann diese Voraussetzung jedoch erfüllt werden, da auf der Grundlage eines empfangenen Symbols mehrere Iterationsschritte zur Schätzung der Autokorrelationsfunktion der Kanalimpulsantwort durchgeführt werden können. Demgegenüber steht zur Schätzung der Kanalimpulsantwort nur eine Iterationsmöglichkeit zur Verfügung.

Nicht untersucht blieben in dem zweiten Teil dieser Arbeit die Eigenschaften des dort vorgeschlagenen Verfahrens bei zeitvarianten Übertragungssystemen. Diesem Aspekt könnte im Rahmen der Folgearbeiten vertieft nachgegangen werden, insbesondere im Zusammenhang mit der Kanalschätzung für die bereits erwähnte DVB-T-Übertragung, weil das dort verwendete Schätzschema (doppelte *Wiener*-Interpolation) eine recht hohe Komplexität aufweist. Darüber hinaus ist die Anzahl der zur Verfügung stehenden Referenzsymbole für eine genügend genaue Kanalschätzung oft nicht ausreichend [147]. Es wäre zunächst interessant zu untersuchen, ob das letztgenannte Problem mit Hilfe einer zusätzlichen, referenzdatenfreien Kanalschätzung gelöst werden kann. Die nächste offene Frage ist, ob das Schätzschema bei DVB-T durch die Verwendung eines referenzdatenfreien Schätzverfahrens vereinfacht werden kann. Dies würde möglicherweise zu einer Verringerung der Komplexität am Empfänger führen.

Auch die entwickelte Rekursion zur Lösung der allgemeinen *Wiener-Hopf*-Gleichung bedarf ebenfalls weiterer Untersuchungen. Obwohl die Komplexität der Rekursion bereits vertretbar ist, wäre eine weitere Komplexitätsreduktion wünschenswert. Dabei könnte untersucht werden, ob diese Rekursion mit Hilfe einer *Lattice*-ähnlichen Struktur realisiert werden kann.

Der vorgeschlagene Rekursionsalgorithmus löst iterativ die allgemeine *Wiener-Hopf*-Gleichung, wie sie auch im Zusammenhang mit der Kanalverzerrung oder auch der referenzdatengestützten Kanalschätzung mit Hilfe des Kriteriums des minimalen mittleren quadratischen Fehlers auftritt. Dies eröffnet die Möglichkeit, beispielsweise die Entzerrerkoeffizienten in jedem Iterationsschritt optimal zu bestimmen, anstatt sie anhand der Vergangenheitswerte zu aktualisieren. Falls eine *Lattice*-ähnliche Struktur für die Rekursion gefunden werden kann, so wäre dies bereits mit einem geringen (d.h. mit wachsender Anzahl der Entzerrerkoeffizienten linearen) Aufwand möglich.

Im dritten Teil dieser Arbeit wurde auf die Implementierungsaspekte eingegangen. Es wurden zunächst die CORDIC³-Algorithmen beschrieben, die eine effiziente Implementierung der wesentlichen mathematischen Operationen, wie beispielsweise Multiplikationen und Divisionen, ermöglichen. Diese können iterativ berechnet werden, wobei eine Schleifenverstärkung auftritt, die abschließend durch eine inverse Skalierung des Ergebnisses beseitigt werden kann.

Werden CORDIC-Algorithmen zur Implementierung referenzdatenfreier Schätzverfahren herangezogen, so zeigt sich, daß diese Schleifenverstärkung u.U. toleriert werden kann, weil die Schätzwerte ohnehin mit einer Mehrdeutigkeit behaftet sind. Am Beispiel einer CORDIC-Struktur zur Berechnung von komplexwertigen Multiplikation wurde gezeigt, daß dadurch eine Aufwandsreduktion um bis zu 20% der Gatteräquivalente erreicht werden kann. Um den Einsatz von CORDIC zu demonstrieren, wurde ferner ein Realisierungsbeispiel diskutiert, mit dem die entwickelte Rekursion zur Lösung der *Wiener-Hopf*-Gleichung durchgeführt werden kann.

Aufgrund der oft noch ungelösten Probleme im Zusammenhang mit der referenzdatenfreien Kanalschätzung, wie z.B. unsichere Konvergenz, befindet sich dieses Gebiet der Signalverarbeitung noch im anfänglichen Forschungsstadium. Die referenzdatengestützten Schätzverfahren werden daher in absehbarer Zeit von den referenzdatenfreien nicht ersetzt werden können. Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen jedoch, daß diese bereits jetzt als ein wichtiges, ergänzendes Hilfsmittel zur Verfügung stehen.

3. *Coordinate Rotation Digital Computer*

Anhang

Anhang A Mathematische Ergänzungen zu Kapitel 4

BEWEIS ZU GLEICHUNG (4.71)

Ist der Zufallsprozeß X reell und mittelwertfrei mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung (Gauß) [5]

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_x^2}} \cdot e^{\frac{-x^2}{2 \cdot \sigma_x^2}}, \quad \text{A1}$$

so gilt:

$$E\{|X|\} = \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_x^2}{\pi}} \quad \text{A2}$$

mit $\sigma_x^2 = E\{|X|^2\}$.

Der Mittelwert der Absolutwerte von X läßt sich wie folgt bestimmen:

$$\begin{aligned} E\{|X|\} &= \int_{-\infty}^{\infty} |x| \cdot p(x) dx \\ &= 2 \cdot \int_0^{\infty} x \cdot p(x) dx \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot \sigma_x^2}} \cdot \int_0^{\infty} x \cdot e^{\frac{-x^2}{2 \cdot \sigma_x^2}} dx \quad \text{A3} \end{aligned}$$

Mit der Variablensubstitution

$$t = \frac{x^2}{2 \cdot \sigma_x^2} \quad \text{A4}$$

kann das Integral aus A3 elementar gelöst werden:

$$I = \int_0^{\infty} \sigma_x^2 \cdot e^{-t} dt = \sigma_x^2. \quad \text{A5}$$

Wird das Ergebnis A5 in A3 eingesetzt, so folgt direkt die Behauptung A2.

Wird ein diskreter, reeller, stationärer und weißer Zufallsprozeß $\mathbf{X}(n) = [x_0(n), \dots, x_N(n)]^T$ ferner mit einem konstanten Vektor $\mathbf{h} = [h_0, \dots, h_N]$ von links multipliziert, so ist das Ergebnis ein Skalar. Wird der Erwartungswert der Beträge geschätzt, so folgt:

$$E\{|\mathbf{hX}(n)|\} = \sqrt{r_{hh}^E(0)} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_x^2}{\pi}}. \quad \text{A6}$$

Mit $r_{hh}^E(0) = \mathbf{h h}^H$. Das Ergebnis in A6 kann direkt durch Untersuchung der Leistung des resultierenden Prozesses $y(n) = \mathbf{hX}(n)$ erhalten werden:

$$E\{y(n)y^*(n)\} = \mathbf{h}E\{\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n)\}\mathbf{h}^H = \mathbf{h}\mathbf{h}^H\sigma_x^2, \quad \text{A7}$$

da $E\{\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n)\} = \sigma_x^2 \cdot \mathbf{I}$.

Wird nun $E\{\tilde{y}(n)\} = E\{|y(n) + n(n)|\}$ untersucht, wobei $n(n)$ ein additiver, gaußverteilter und mittelwertfreier Zufallsprozeß ist, so folgt:

$$\begin{aligned} E\{|\tilde{y}(n)|\} &= \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_y^2}{\pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_y^2 + 2 \cdot \sigma_n^2}{\pi}} \\ &= \|\mathbf{h}\| \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_x^2 + 2 \cdot \sigma_n^2 / \|\mathbf{h}\|^2}{\pi}} \end{aligned} \quad \text{A8}$$

mit $\sigma_n^2 = E\{n(n)n^*(n)\}$.

Anhang B Herleitung zur erweiterten *Levinson-Durbin* Rekursion

Im folgenden wird die in der Abbildung 1 dargestellte Struktur (wie sie beispielsweise im Zusammenhang mit der Schätzung der Impulsantwort eines zeitvarianten Übertragungssystems auftritt) betrachtet.

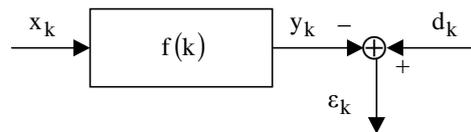


Abbildung 1: Lineare Prädiktion

Dabei ist $\mathbf{x}_m = [x_0, \dots, x_{m-1}]^T$ die Eingangsfolge, $\mathbf{d}_m = [d_0, \dots, d_{m-1}]^T$ die Referenzfolge und $\mathbf{f}_m = [f(0), \dots, f(m-1)]$ das zu entwerfende Prädiktionsfilter.

Wird der Fehler $e(k)$ im Sinne des mittleren quadratischen Fehlers minimiert (MMQF), so ergibt sich die *Wiener-Hopf*-Gleichung zur Bestimmung der Filterkoeffizienten \mathbf{f}_m :

$$\mathbf{f}_m \mathbf{R}_{x,m} = \mathbf{r}_m. \quad \text{B1}$$

Mit $\mathbf{r}_m = [r(0), \dots, r(m-1)]$ ist der Kreuzkorrelationsvektor zwischen \mathbf{x}_m und \mathbf{d}_m bezeichnet. Die Autokorrelationsmatrix $\mathbf{R}_{x,m}$ der Eingangsfolge hat hingegen die folgende Gestalt:

$$\mathbf{R}_{x,m} = \begin{bmatrix} r_x(0) & \dots & r_x(m-1) \\ \dots & \dots & \dots \\ r_x^*(m-1) & \dots & r_x(0) \end{bmatrix}.$$

Problematisch bei dem Entwurf des Filters \mathbf{f}_m in B1 ist jedoch die Notwendigkeit einer Inversion der Autokorrelationsmatrix. Im folgenden wird daher ein Algorithmus entwickelt, mit dem das Filter nächsthöherer Ordnung, \mathbf{f}_{m+1} , ausgehend von \mathbf{f}_m rekursiv bestimmt werden kann. Hierzu wird die folgende Gleichung betrachtet:

$$\mathbf{f}_{m+1} \mathbf{R}_{x,m+1} = \mathbf{r}_{m+1}. \quad \text{B2}$$

Mit $\mathbf{f}_{m+1} = [f_{m+1}(0), \dots, f_{m+1}(m-1), f_{m+1}(m)]$ ist das gesuchte Filter nächsthöherer Ordnung bezeichnet, $\mathbf{r}_{m+1} = [r(0), \dots, r(m-1), r(m)]$ ist der Kreuzkorrelationsvektor und $\mathbf{R}_{x,m+1}$ ist die folgende Autokorrelationsmatrix:

$$\mathbf{R}_{x,m+1} = \begin{bmatrix} r_x(0) & \dots & r_x(m-1) & r_x(m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_x^*(m-1) & \dots & r_x(0) & r_x(1) \\ r_x^*(m) & \dots & r_x^*(1) & r_x(0) \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{R}_{x,m} & \begin{matrix} r_x(m) \\ \dots \\ r_x(1) \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} r_x^*(m) & \dots & r_x^*(1) \end{matrix} & r_x(0) \end{array} \right]. \quad \text{B3}$$

Aus B2 läßt sich zunächst die folgende Gleichung ableiten:

$$\begin{aligned} [f_{m+1}(0), \dots, f_{m+1}(m-1)]\mathbf{R}_{x,m} + f_{m+1}(m)[r_x^*(m), \dots, r_x^*(1)] \\ = [r(0), \dots, r(m-1)] \end{aligned} \quad \text{B4}$$

Nach einer rechtsseitigen Multiplikation mit $\mathbf{R}_{x,m}^{-1}$ und unter Berücksichtigung von B1, kann B4 wie folgt ausgedrückt werden:

$$[f_{m+1}(0), \dots, f_{m+1}(m-1)] + f_{m+1}(m)[r_x^*(m), \dots, r_x^*(1)]\mathbf{R}_{x,m}^{-1} = \mathbf{f}_m. \quad \text{B5}$$

Die zweite Gleichung, die aus B2 abgeleitet werden kann, ist:

$$[f_{m+1}(0), \dots, f_{m+1}(m-1)][r_x(m), \dots, r_x(1)]^T + f_{m+1}(m)r_x(0) = r(m). \quad \text{B6}$$

Die Gleichungen B5 und B6 bilden die Grundlage für die gesuchte Rekursionsvorschrift. Störend in B5 ist jedoch der Term

$$[r_x^*(m), \dots, r_x^*(1)]\mathbf{R}_{x,m}^{-1} = \mathbf{p}_{m,r}^* = [p_m^*(m-1), \dots, p_m^*(0)], \quad \text{B7}$$

der weiterhin eine explizite Matrixinversion beinhaltet. Diese Matrixinversion kann mit Hilfe der aufgestellten Gleichungen nicht aufgelöst werden.

Aufgrund der Struktur von B7 ist es jedoch stets möglich, auch $\mathbf{p}_{m,r}^*$ rekursiv zu bestimmen. Hierzu wird zusätzlich das folgende Problem betrachtet:

$$\mathbf{p}_m \mathbf{R}_{x,m} = \mathbf{r}_{x,m}. \quad \text{B8}$$

Dabei bezeichnen $\mathbf{p}_m = [p_m(0), \dots, p_m(m-1)]$ den Vektor der gesuchten Koeffizienten von \mathbf{p}_m , $\mathbf{r}_{x,m} = [r_x(1), \dots, r_x(m)]$ den Autokorrelationsvektor der Eingangsfolge und $\mathbf{R}_{x,m}$ die folgende Autokorrelationsmatrix:

$$\mathbf{R}_{x,m} = \begin{bmatrix} r_x(0) & \dots & r_x(m-1) \\ \dots & \dots & \dots \\ r_x^*(m-1) & \dots & r_x(0) \end{bmatrix}.$$

Gesucht wird der Parametervektor nächsthöherer Ordnung, d.h.:

$$\mathbf{p}_{m+1} \mathbf{R}_{x,m+1} = \mathbf{r}_{x,m+1}. \quad \text{B9}$$

Für das Problem B9 existiert bereits eine rekursive Lösung, die in der Literatur als der *Levinson-Durbin-Algorithmus* bekannt ist [2]:

$$p_{m+1}(m) = \frac{r_x(m+1) - \sum_{k=0}^{m-1} p_m(k) \cdot r_x(m-k)}{r_x(0) - \sum_{k=0}^{m-1} p_m^*(k) \cdot r_x(k+1)} \quad \text{B10}$$

$$[p_{m+1}(0), \dots, p_{m+1}(m-1)] = \mathbf{p}_m - p_{m+1}(m) \cdot \mathbf{p}_{m,r}^*.$$

Mit Hilfe von B10 kann nun die explizite Matrixinversion in B5 vermieden und eine Gesamtrekursion für \mathbf{f}_{m+1} angegeben werden.

Wird $[f_{m+1}(0), \dots, f_{m+1}(m-1)]$ aus B5 in B6 eingesetzt, so ergibt sich nach der Umschreibung der inneren Produkte in B5 und B6 durch Summen die folgende Rekursionsvorschrift zur Bestimmung von \mathbf{f}_{m+1} :

$$f_{m+1}(m) = \frac{r(m) - \sum_{k=0}^{m-1} f_m(k) \cdot r_x(m-k)}{r_x(0) - \sum_{k=0}^{m-1} p_m^*(k) \cdot r_x(k+1)} \quad \text{B11}$$

$$[f_{m+1}(0), \dots, f_{m+1}(m-1)] = \mathbf{f}_m - f_{m+1}(m) \cdot \mathbf{p}_{m,r}^* .$$

Aufgrund der Struktur von B11 kann diese Rekursion als eine Erweiterung des *Levinson-Durbin-Algorithmus*' interpretiert werden.

Die entwickelte Gesamtrekursion B11 setzt sich aus zwei Teilrekursionen zusammen:

Zunächst wird der klassische *Levinson-Durbin-Algorithmus* zur Bestimmung von \mathbf{p}_m herangezogen. Dieser Parametervektor wird für die zweite Rekursion zur Bestimmung von \mathbf{f}_{m+1} benötigt. Die Gesamtrekursion wird wie folgt initialisiert:

$$\mathbf{f}_1 = \frac{r(0)}{r_x(0)}, \quad \mathbf{p}_1 = \frac{r_x(1)}{r_x(0)}. \quad \text{B12}$$

Anhang C ETSI BRAN - Kanalspezifikation

Kanal Typ A, 50ns *delay spread*

Tap number	Verzögerung [ns]	Relative mittlere Leistung [dB]
1	0	0
2	10	-0.9
3	20	-1.7
4	30	-2.6
5	40	-3.5
6	50	-4.3
7	60	-5.2
8	70	-6.1
9	80	-6.9
10	90	-7.8
11	110	-4.7
12	140	-7.3
13	170	-9.9
14	200	-12.5
15	240	-13.7
16	290	-18.0
17	340	-22.4
18	390	-26.7

Kanal Typ B, 100ns *delay spread*

Tap number	Verzögerung [ns]	Relative mittlere Leistung [dB]
1	0	-2.6
2	10	-3.0
3	20	-3.5
4	30	-3.9
5	50	0.0
6	80	-1.3
7	110	-2.6
8	140	-3.9
9	180	-3.5
10	230	-5.6
11	280	-7.7
12	330	-9.9
13	380	-12.1
14	430	-14.3
15	490	-15.4
16	560	-18.4
17	640	-20.7
18	730	-24.6

Kanal Typ C, 150ms *delay spread*

Tap number	Delay [ns]	Relative mittlere Leistung [dB]
1	0	-3.3
2	10	-3.6
3	20	-3.9
4	30	-4.2
5	50	0.0
6	80	-0.9
7	110	-1.7
8	140	-2.6
9	180	-1.5
10	230	-3.0
11	280	-4.4
12	330	-5.9
13	400	-5.3
14	490	-7.9
15	600	-9.4
16	730	-13.2
17	880	-16.3
18	1050	-21.2

Kanal Typ D, 140 ns *delay spread*

Tap number	Delay [ns]	Relative mittlere Leistung [dB]
1 ¹	0	0.0
2	10	-10.0
3	20	-10.3
4	30	-10.6
5	50	-6.4
6	80	-7.2
7	110	-8.1
8	140	-9.0
9	180	-7.9
10	230	-9.4
11	280	-10.8
12	330	-12.3
13	400	-11.7
14	490	-14.3
15	600	-15.8
16	730	-19.6
17	880	-22.7
18	1050	-27.6

1. Diese Komponente hat einen *Rice*-Faktor von 10.

Kanal Typ E, 250ns *delay spread*

Tap number	Delay [ns]	Relative mittlere Leistung [dB]
1	0	-4.9
2	10	-5.1
3	20	-5.2
4	40	-0.8
5	70	-1.3
6	100	-1.9
7	140	-0.3
8	190	-1.2
9	240	-2.1
10	320	0.0
11	430	-1.9
12	560	-2.8
13	710	-5.4
14	880	-7.3
15	1070	-10.6
16	1280	-13.4
17	1510	-17.4
18	1760	-10.9

Abkürzungsverzeichnis

ADSL	Asymmetric Digital Subscriber Line (S. 13)
AMPS	Advanced Mobile Phone Service (S. 14)
ARMA	Autoregressive Moving Average (S. 43)
ASIC	Application Specific Integrated Circuit (S. 134)
ATM	Asynchronous Transfer Modus (S. 12)
AWGN	Additive White Gaussian Noise (S. 28)
A/D	Analog/Digital-Wandler (S. 44)
BER	Bit Error Rate (S. 45)
BPSK	Binary Phase Shift Keying (S. 39)
BRAN	Broadband Radio Access Networks (S. 15)
BSA	Beidseitiger Algorithmus (S. 65)
BT	Bridge Taps (S. 43)
CAP	Carrierless Amplitude/Phase Modulation (S. 41)
CDMA	Code Division Multiple Access (S. 14)
CMA	Constant Modulus Algorithm (S. 56)
CORDIC	Coordinate Rotation Digital Computer (S. 21)
COST207	European Cooperation on the Field of Scientific and Technical Research, Aktivität 207 (S. 77)
CR	Cross Relation (S. 55)
D/A	Digital/Analog-Wandler (S. 32)
DAB	Digital Audio Broadcast (S. 15)
DECT	Digital Enhanced Cordless Telecommunications (S. 15)
DEMUX	Demultiplexer (S. 128)
DFT	Discrete Fourier Transform (S. 16)

DMT	Discrete Multitone Modulation (S. 41)
DRAM	Dynamic Random Access Memory (S. 14)
DSL	Digital Subscriber Line (S. 13)
DS-CDMA	Direct Sequence-CDMA (S. 34)
DVB-T	Terrestrial Digital Video Broadcast (S. 15)
DQPSK	Differential Quarterternary Phase Shift Keying (S. 16)
Δ SNR	Verlust im Störabstand (S. 28)
EDGE	Enhanced Data Rate for GSM/Global Evolution (S. 14)
ESA	Einseitiger Algorithmus (S. 65)
ETSI	European Telecommunications Standard Institute (S. 14)
FBE	Frequenzbereichsentzerrer bzw. Frequenzbereichsentzerrung (S. 31)
FDMA	Frequency Division Multiple Access (S. 34)
FEXT	Far End Cross Talk (S. 44)
FH-CDMA	Frequency Hopping-CDMA (S. 34)
FIFO	First In First Out (S. 98)
FPGA	Field Programmable Gate Array (S. 126)
FSK	Frequency Shift Keying (S. 16)
FTTH	Fiber to the Home (S. 12)
GMSK	Gaussian Minimum Shift Keying (S. 16)
GPRS	General Packet Radio Services (S. 14)
GSM	Global System for Mobile Communications (S. 14)
HCSCD	High Speed Circuit Switched Data (S. 14)
HDSL	High Bit Rate DSL (S. 13)
HFC	Hybrid Fiber Coax (S. 13)
Hiperlan	High Performance Radio Local Area Network (S. 15)

Hiperaccess	High Performance Access (S. 15)
Hiperlink	High Performance Link (S. 15)
ICI	Inter Carrier Interference (S. 23)
IMT	International Mobile Telecommunications (S. 14)
IP	Internetprotokoll (S. 11)
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transform (S. 16)
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers (S. 39)
ISDN	Integrated Services Digital Network (S. 13)
ISI	Inter Symbol Interference (S. 17)
LAN	Local Area Network (S. 15)
LMDS	Local Multipoint Distribution System (S. 13)
LMS	Least Mean Squares (S. 19)
LOS	Line of Sight (S. 35)
LS	Least Squares (S. 43)
MA	Moving Average (S. 43)
MAP	Maximum A Posteriori (S. 74)
MC-CDMA	Multicarrier-CDMA (S. 35)
MMDS	Multichannel Multipoint Distribution System (S. 13)
MMQF	Minimaler mittlerer quadratischer Fehler (S. 31)
MQF	Mittlerer quadratischer Fehler (S. 65)
M-QAM	M-stufige Quadrature Amplitude Modulation (S. 44)
MUX	Multiplexer (S. 127)
NEXT	Near End Cross Talk (S. 44)
NMT	Nordic Mobile Telephone System (S. 14)
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing (S. 16)

OSI	Open Systems Interconnection (S. 34)
PAM	Pulse Amplitude Modulation (S. 57)
PAN	Personal Area Network (S. 15)
POTS	Plain Old Telephony System (S. 13)
PSK	Phase Shift Keying (S. 16)
QAM	Quadrature Amplitude Modulation (S. 16)
QPSK	Quarternary Phase Shift Keying (S. 16)
ROM	Read Only Memory (S. 123)
SDMA	Space Division Multiple Access (S. 34)
SHDSL	Symmetric HDSL (S. 13)
SNR	Signal to Noise Ratio (S. 18)
TDMA	Time Division Multiple Access (S. 14)
TEQ	Time Domain Equalizer (S. 43)
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System (S. 14)
VDSL	Very High Bit Rate DSL (S. 13)
WDM	Wavelength Division Multiplex (S. 12)
WLAN	Wireless Local Area Network (S. 15)
WLL	Wireless Local Loop (S. 13)
WWRF	Wireless World Research Forum (S. 15)
xDSL	(Asymmetric, Very High Bitrate,...) Digital Subscriber Line (S. 13)
ZFA	Zero Forcing-Algorithmus (S. 50)

Symbolverzeichnis

Normalerweise werden Matrizen mit fetten Großbuchstaben, Vektoren dagegen mit fetten Kleinbuchstaben bezeichnet. Zeitbereichssignale werden mit Kleinbuchstaben, Frequenzbereichssignale mit Großbuchstaben bezeichnet. Aus Gründen der Einheitlichkeit ließen sich Ausnahmen jedoch nicht vermeiden.

MATHEMATISCHE SCHREIBWEISEN

•	Faltungsoperator (S. 33)
$(\cdot)^T$	Transposition (S.29)
$(\cdot)^*$	Konjugation (S.27)
$(\cdot)^H$	hermitescher Operator (Transposition und Konjugation) (S.29)
$(\cdot)^{-1}$	Inversion (S.49)
$ \cdot $	Absolutwert (S.56)
$\ \cdot\ $	Betrag eines Vektors (S.59)
0	Nullmatrix (S. 79)
$\text{diag}\{\cdot\}$	Diagonalmatrix (S.82)
$E\{\cdot\}$	Erwartungswert (S. 56)
$f_{(\cdot)}(\cdot)$	Verteilungsdichte eines Prozesses (S. 74)
$f_{(\cdot \cdot)}(\cdot \cdot)$	bedingte Dichte (S. 74)
I	Einheitsmatrix (S. 72)
$\text{Im}\{\cdot\}, (\cdot)''$	Imaginärteil des Argumentes (S.81)
$O\{\cdot\}$	Ordnung (S.117)
$P\{\cdot\}$	Wahrscheinlichkeit des als Argument angegebenen Ereignisses (S. 167)
$Q(\cdot)$	Gauß'sche Fehlerfunktion (S. 45)
$Q^{-1}(\cdot)$	Inverse der Gauß'schen Fehlerfunktion (S. 45)
$\text{Re}\{\cdot\}, (\cdot)'$	Realteil des Argumentes (S.81)
$\text{sign}[\cdot]$	Signumfunktion (S.81)

$\text{si}(\cdot)$	$\sin(\cdot)/(\cdot)$ (S. 25)
$\text{Var}\{\cdot\}$	Varianz eines Schätzwertes (S. 75)

MENGEN

\mathfrak{R}	Menge der reellen Zahlen (S. 81)
\mathfrak{N}	Menge der natürlichen Zahlen (S. 120)

VARIABLEN MIT ARABISCHEN BUCHSTABEN

a_k	Kanalprofilkoeffizient (S. 36)
A_{HN}	CORDIC-Schleifenverstärkung bei hyperbolischen Funktionen (S. 122)
A_{N}	CORDIC-Schleifenverstärkung (S. 120)
A	stochastische Matrix (S. 82), eine Festkommazahl (S. 89)
B	Bandbreite (S. 25), Anzahl der nutzbaren Träger (S. 45)
B	eine Festkommazahl (S. 89)
c	beliebiger konstanter Vektor (S. 59)
c_0	Lichtgeschwindigkeit (S. 35)
C	komplexe Konstante (S. 93)
d_k	Abtastwert, CORDIC-Rotationsvariable (S. 121)
\tilde{d}_k	detektierter Abtastwert (S. 56)
$e_{l,k}$	im l-ten Iterationsschritt entstandener LMS-Fehler, k-ter Träger (S. 50)
E_{S}	Symbolenergie (S. 65)
E	Hilfsmatrix bei der Herleitung des aufwandsreduzierten Schätzalgorithmus (S. 79)
f_0	Trägerfrequenz (S. 35)
f_{D}	Dopplerfrequenz (S. 36)
f_k	k-te Trägerfrequenz (S. 24)

f_{\max}	maximale Frequenzverschiebung aufgrund des Dopplereffekts (S. 35)
f_s	Nutzbandbreite (S. 47)
\mathbf{f}	Koeffizientenvektor des Prädiktionsfilters (S. 105)
$\mathbf{f}(z)$	Z-Transformierte von \mathbf{f} (S. 114)
\mathbf{f}_e	Koeffizientenvektor des Teilprädiktionsfilters (S. 107)
$\hat{\mathbf{f}}$	Koeffizientenvektor des Teilprädiktionsfilters (S. 107)
$\tilde{\mathbf{f}}$	Näherung von $\hat{\mathbf{f}}$ (S. 109)
\mathbf{F}	DFT-Matrix (S. 29)
\mathbf{F}_{CP}	<i>Cyclic Prefix</i> erzeugende DFT-Matrix (S. 29)
$g(t)$	Pulsformungsfilter (S. 24)
$g(\tau)$	Hilfsfunktion (S. 92)
\mathbf{g}_k	Vektor der Entzerrerkoeffizienten (S. 55), k-ter Eigenvektor des Rauschraumes (S. 59)
$g_T(t)$	Sendefilter (S. 33)
$g_R(t)$	Empfangsfilter (S. 33)
\mathbf{G}	Rauschraum (S. 59), Teilfaltungsmatrix (S. 61)
$h(t)$	zeitkontinuierliche Kanalimpulsantwort (S. 27)
h_k	zeitdiskrete Kanalimpulsantwort (S. 33)
\hat{h}_k	Schätzwert von h_k (S. 91)
\tilde{h}_k	Schätzwert von h_k (S. 94)
\hat{h}_k	Schätzwert von h_k (S. 94)
$\tilde{h}_{\text{REDL}, \tau}$	Schätzwert von h_k , linksseitige aufwandsreduzierte Schätzung (S. 94)
$\tilde{h}_{\text{REDR}, \tau}$	Schätzwert von h_k , rechtsseitige aufwandsreduzierte Schätzung (S. 94)
$\hat{h}_{\text{REDL}, \tau}$	Schätzwert von h_k , linksseitige aufwandsreduzierte Schätzung (S. 94)
$\hat{h}_{\text{REDR}, \tau}$	Schätzwert von h_k , rechtsseitige aufwandsreduzierte Schätzung (S. 94)
$h_C(t)$	zeitvariante Kanalimpulsantwort ohne Berücksichtigung des

	Sende- und Empfangsfilters (S. 33)
h	Koeffizientenvektor der Kanalimpulsantwort (S. 70)
h_i	Koeffizientenvektor der i-ten Teilkanalimpulsantwort (S. 57)
h_i(z)	Z-Transformierte von h_i (S. 58)
h_{eff}	Koeffizientenvektor der verkürzten (effektiven) Kanalimpulsantwort (S. 49)
H(jΩ)	Kanalübertragungsfunktion (S. 71)
H_k	Kanalübertragungsfunktion an der Stelle $f = f_k$ (S. 27)
H	Kanalübertragungsfunktion (S. 31), Kanalfaltungsmatrix (S. 58), Teilfaltungsmatrix (S. 61)
H_C	Zirkuläre Faltungsmatrix (S. 31)
H_E	Diagonalmatrix, deren Elemente von der Kanalübertragungsfunktion gebildet werden (S. 50)
H_i	i-te Teilkanalfaltungsmatrix (S. 57)
H_T	Kanalfaltungsmatrix (S. 31)
I	Integral (S. 141)
J	quadratische Funktion (S. 105)
K	reelle Skalierungskonstante (S. 81)
K_k	CORDIC-Skalierungsfaktor, k-te Mikrorotation (S. 157)
m	CORDIC-Modusvariable (S. 123)
M	Überabtastfaktor (S. 57)
M	Modulationsmatrix (S. 29)
n(t)	zeitkontinuierlicher Rauschprozeß (S. 27)
n_k	zeitdiskreter Rauschprozeß (S. 33)
\tilde{n}_k	zeitdiskreter Rauschprozeß am Eingang des Rauschfilters, (S. 73)
n(n)	n-ter Rauschvektor (S. 64)
n_C(n)	n-ter Rauschvektor, der dem <i>Cyclic Prefix</i> überlagert ist (S. 64)

$\mathbf{n}_S(n)$	n-ter Rauschvektor, der den letzten p Koeffizienten eines Sendevektors überlagert ist (S. 64)
$\mathbf{n}_D(n)$	n-ter Teilrauschvektor (S. 62)
$\mathbf{n}_U(n)$	n-ter Teilrauschvektor (S. 62)
N_0	Leistungsdichte des Rauschens (S. 65)
$N_{l,k}$	Fouriertransformierte von $n(t)$ an der Stelle $f = f_k$, es wird das l-te Symbol gestört (S. 27)
N	Anzahl der Teilkanäle (S. 25), Anzahl der Abtastwerte (S. 28), Anzahl der Iterationen (S. 76)
p	Anzahl der Abtastwerte des <i>Cyclic Prefix</i> (S. 29)
$p(t)$	Tiefpaßfilter (S. 24)
\mathbf{p}	Koeffizientenvektor des Prädiktionsfilters (S. 104)
$\mathbf{p}(z)$	Z-Transformierte von \mathbf{p} (S. 114)
\mathbf{p}_m	Koeffizientenvektor des Prädiktionsfilters m-ter Ordnung (S. 115)
\mathbf{P}	Hilfsmatrix (S. 81)
$q(\cdot)$	zu minimierende quadratische Funktion (S. 59)
q_k	zeitdiskrete Impulsantwort des Rauschfilters (S. 72)
q	zu schätzender Parameter (S. 74)
\tilde{q}	Schätzwert von q (S. 74)
\mathbf{q}_k	k-ter Eigenvektor (S. 82)
$\hat{\mathbf{q}}_i$	Ergebnisvektor nach i Iterationen (S. 96)
\mathbf{Q}	Hilfsmatrix (S. 59), Eigenvektormatrix (S. 82)
$r_{hh}^E(k)$	k-tes Element der Energiekorrelationsfolge der Kanalimpulsantwort (S. 71)
$\widehat{r}_{hh}^E(k)$	Schätzwert von $r_{hh}^E(k)$ (S. 110)
$\tilde{r}_{hh}^E(k)$	Schätzwert von $r_{hh}^E(k)$ (S. 110)
$\hat{r}_{hh}^E(k)$	Schätzwert von $r_{hh}^E(k)$ (S. 110)
$r_{nn}(k)$	k-tes Element der Autokorrelationsfolge des Rauschsignals (S. 70)

$r_{xx}(k)$	k-tes Element der Autokorrelationsfolge des Sendesignals (S. 70)
$r_{yy}(k)$	k-tes Element der Autokorrelationsfolge des Empfangssignals (S. 70)
$\widehat{r}_{yy}(k)$	k-tes Element des Schätzwertes der Autokorrelationsfolge des Eingangssignals (S. 81)
$\hat{r}_{yy}(k)$	k-tes Element des Schätzwertes der Autokorrelationsfolge des Eingangssignals (S. 89)
\mathbf{r}	gestörter Empfangsprozess (S. 74)
\mathbf{r}_{hh}	Autokorrelationsfolge der Kanalimpulsantwort (S. 106)
$\mathbf{r}_{hh}^{\hat{}}$	Kreuzkorrelationsfolge zwischen der Kanalimpulsantwort und ihrem Schätzwert (S. 107)
\mathbf{r}_{he}	Kreuzkorrelationsfolge zwischen der Kanalimpulsantwort und dem Schätzfehler (S. 107)
\mathbf{r}_k	k-ter Empfangsvektor (S. 159)
\mathbf{r}_l	l-tes empfangenes OFDM-Symbol im Zeitbereich (S. 30)
$\mathbf{r}_{l,CP}$	<i>Cyclic Prefix</i> -Anteil von \mathbf{r}_l (S. 30)
$\mathbf{r}_{l,N}$	Nutzanteil von \mathbf{r}_l (S. 30)
\mathbf{r}_m	Korrelationsfolge mit m Koeffizienten (S. 116)
\mathbf{r}_{xx}	Autokorrelationsfolge des Sendesignals (S. 105)
R_i	erreichte Datenrate im i-ten Iterationsschritt (S. 45)
R_k	Anzahl der Bits, die dem k-ten Träger zugewiesen sind (S. 45)
\mathbf{R}_D	Autokorrelationsmatrix der gesendeten Datenfolge bei Überabtastung (S. 59)
\mathbf{R}_{hh}^E	Energiekorrelationsmatrix der Kanalimpulsantwort (S. 72)
\mathbf{R}_N	Autokorrelationsmatrix des Rauschprozesses bei Überabtastung (S. 59)
\mathbf{R}_{qq}^E	Energiekorrelationsmatrix der Impulsantwort des Rauschfilters \mathbf{q} (S. 72)
\mathbf{R}_{xx}	Autokorrelationsmatrix des gesendeten Signals (S. 105)
$\mathbf{R}_{x,m}$	Autokorrelationsmatrix mit m Spalten und m Zeilen (S. 116)
\mathbf{R}_y	Autokorrelationsmatrix des Empfangssignals bei Überabtastung (S. 58)

$\bar{\mathbf{R}}_y$	Transformierte von \mathbf{R}_y (S. 60)
\mathbf{R}_{yy}	Autokorrelationsmatrix des Empfangssignals (S. 72)
$\bar{\mathbf{R}}_{yy}$	Transformierte von \mathbf{R}_{yy} (S. 73)
s	Hilfsvariable bei Konvergenzuntersuchungen (S. 86)
$s(t)$	unendlich langes Multiträgersignal im Zeitbereich (S. 26)
$s_1(t)$	l-tes Multiträgersymbol im Zeitbereich (S. 24)
s_1	l-tes gesendetes OFDM-Symbol im Zeitbereich (S. 29)
$s_{1,CP}$	<i>Cyclic Prefix</i> von s_1 (S. 30)
$s_{1,N}$	Nutzanteil von s_1 (S. 30)
$S(f)$	<i>Jakes-Funktion</i> (S. 35), Leistungsdichtespektrum der direkten Komponente (S. 36)
$S_{xx}(j\Omega)$	Leistungsdichtespektrum des gesendeten Signals (S. 71)
$S_{yy}(j\Omega)$	Leistungsdichtespektrum des empfangenen Signals (S. 71)
\mathbf{S}	Signalraum (S. 59), Maskierungs- bzw. Selektionsmatrix (S. 71)
$\mathbf{S}_{i,j}$	i- und j-tes Element der Matrix \mathbf{S} (S. 71)
t	Zeitvariable (S. 24), absoluter Meßzeitpunkt (S. 36)
T	Symboldauer (S. 25)
T_{CP}	Dauer des <i>Cyclic Prefix</i> (S. 26)
T_N	Nutzsymboldauer (S. 47)
v	Geschwindigkeit des Empfängers (S. 35)
V'	Vorzeichen des Realteils einer komplexen Variablen (S. 98)
V''	Vorzeichen des Imaginärteils einer komplexen Variablen (S. 98)
$v(\tau)$	Hilfsfunktion (S. 81)
$w(\cdot)$	Gewichtungsfunktion bei referenzdatenfreier Entzerrung (S. 56)
$\mathbf{w}(n)$	n-te Datensequenz (S. 60)

$\mathbf{w}_M(n)$	M-fach wiederholte n-te Datensequenz (S. 60)
$\mathbf{w}_Z(n)$	n-te zyklische Datensequenz (S. 60)
$W_k(t)$	sendeseitige und zeitkontinuierliche Grundwellenform bei OFDM (S. 26)
$W'_k(t)$	empfangsseitige und zeitkontinuierliche Grundwellenform bei OFDM (S. 27)
W_N^{nk}	zeitdiskrete Grundwellenform bei OFDM (S. 29)
$x(t)$	zeitkontinuierlicher Eingangsprozeß (S. 33)
x_k	zeitdiskreter Eingangsprozeß (S. 33)
x_N	CORDIC-Ergebnisvariable nach N Mikrorotationen (S. 121)
$\mathbf{x}(k)$	k-ter OFDM-Sendevektor (S. 63)
$\mathbf{x}_C(k)$	<i>Cyclic Prefix</i> von $\mathbf{x}(k)$ (S. 64)
$\mathbf{x}_S(k)$	die letzten p Koeffizienten von $\mathbf{x}(k)$ (S. 64)
$X_{l,k}$	k-tes Element von \mathbf{X}_l (S. 24)
$X'_{l,k}$	zur Bildung eines reellen Basisbandsignals benötigtes Symbol (S. 48)
\mathbf{X}_l	l-ter Sendevektor im Frequenzbereich (S. 24)
y_N	CORDIC-Ergebnisvariable nach N Mikrorotationen (S. 121)
$y(t)$	zeitkontinuierlicher Ausgangsprozeß (S. 33)
y_k	zeitdiskreter Ausgangsprozeß (S. 33)
\mathbf{y}_i	Vektor des überabgetasteten Empfangssignals (S. 58)
$\mathbf{y}_D(n)$	n-ter Signalvektor, der aus der Faltung der Kanalimpulsantwort mit dem n-ten Datenvektor resultiert (S. 61)
$\mathbf{y}(k)$	k-ter OFDM-Empfangsvektor (S. 63)
$\mathbf{y}_{CP}(k)$	<i>Cyclic Prefix</i> -Anteil in $\mathbf{y}(k)$ (S. 64)
$\mathbf{y}_U(n)$	n-ter Signalvektor, der die Nachschwinger vorangegangener Signale beinhaltet (S. 60)
$\mathbf{y}_2(n)$	Hilfsvektor (S. 61)
$Y_{FBE,l,k}$	k-tes Element von $\mathbf{Y}_{FBE,l}$ (S. 49)

$Y_{l,k}$	l-tes Element von \mathbf{Y}_l (S. 24)
\mathbf{Y}_l	l-ter Empfangsvektor im Frequenzbereich (S. 24)
$\mathbf{Y}_{\text{FBE},l}$	l-ter Empfangsvektor am Ausgang des Frequenzbereichsentzerrers (S. 49)
z_N	CORDIC-Ergebnisvariable nach N Mikrorotationen (S. 121)

VARIABLEN MIT GRIECHISCHEN BUCHSTABEN

α_n	n-ter Einfallswinkel (S. 35)
β	beliebige Zahl größer null (S. 56)
γ	Modifizierte Kanalimpulsantwort (S. 78)
γ_m	Systemreserve (S. 46)
γ_c	Codierungsgewinn (S. 46)
Γ	<i>Water Fill</i> -Schwelle (S. 45)
Δ_f	Trägerabstand (S. 47)
$\delta(\cdot)$	<i>Kronecker</i> -Funktion (S. 28), <i>Dirac</i> -Deltafunktion (S. 36)
ε	beliebig kleine von null verschiedene Zahl (S. 75), Prädiktionsfehler (S. 105)
ζ	Stochastischer Vektorprozeß (S. 91)
η	Stochastischer Vektorprozeß (S. 78)
ν	Stochastischer Vektorprozeß (S. 91)
λ	Eigenwert (S. 59)
λ_k	k-ter Eigenwert (S. 83)
λ_{OPT}	Approximation des kleinsten Eigenwertes (S. 83)
Λ	Eigenwertdiagonalmatrix (S. 82)
μ	Schrittweite (S. 50), Mittelwert (S. 75)
$\tilde{\mu}$	Schätzwert des Mittelwertes (S. 77)
ξ	Stochastischer Vektorprozeß (S. 78)
Ξ	Maskierungs- bzw. Selektionsmatrix (S. 91)

Σ	Maskierungs- bzw. Selektionsmatrix (S. 79)
σ_0^2	Varianz (S. 35)
σ_N^2	Rauschleistung (S. 59)
σ_x^2	Leistung des Sendesignals (S. 64)
τ	Verzögerung, Zeitdifferenz (S. 37)
ϕ	CORDIC-Rotationswinkel (S. 120)
φ_k	gleichverteilte Phasen der Echopfade (S. 36)
$\psi(\cdot)$	Fehlerfunktion bei referenzdatenfreier Entzerrung (S. 56)
ω	Kreisfrequenz (S. 71)
Ω	normierte Kreisfrequenz (S. 71)

Referenzliste

- [1] J. A. C. Bingham: Multicarrier Modulation for Data Transmission: An Idea Whose Time Has Come. *IEEE Communications Magazine*, 28(5), S. 5-14, Mai 1990.
- [2] K. D. Kammeyer: Nachrichtenübertragung. II Auflage, *B.G. Teubner*, Stuttgart 1996.
- [3] S. Haykin: Communication Systems. *Wiley & Sons*, 1983.
- [4] J. S. Chow, J. C. Tu, J. M. Cioffi: A Discrete Multitone Tranceiver System for HDSL Applications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 9, S. 895-908, August 1991.
- [5] J. G. Proakis: Digital Communications. *McGraw-Hill*, 1995.
- [6] R. Fischer: Mehrkanal- und Mehrträgerverfahren für die schnelle digitale Übertragung im Ortsanschlußnetz. Band 2, Kommunikations- und Informationstechnik, Herausgeber: B. Girod und J. Huber, *Shaker Verlag*, Aachen, 1996.
- [7] A. Peled, A. Ruiz: Frequency Domain Data Transmission Using Reduced Computational Complexity Algorithms. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, Signal Processing*, Denver/CO, S. 964-967, 1980.
- [8] R. Hasholzner: Adaptive Entzerrung zeitvarianter Störungen bei orthogonalem Frequenzmultiplex für drahtlose Festanschlüsse. Dissertation an der Technischen Universität München, ISBN 3-98056621-7-4, 1999.
- [9] C. Drewes: Schnell konvergierende adaptive Entzerrer für breitbandige Funkzugangszetze. Dissertation an der Technischen Universität München, ISBN 3-9805621-6-6, 1999.
- [10] H. Rohling, R. Grünheid: Performance Comparison of Different Multiple Access Schemes for the Downlink of an OFDM Communication System. *IEEE Vehicular Technology Conference*, S. 1365-1369, Phoenix/AZ, USA, Mai 1997.
- [11] H. Hutzemann, R. Klinski, S. Leischner, R. Knorr: Creating Additional Data Channels by Utilizing Unused ADSL Sub-Symbols. *5th International OFDM-Workshop*, Hamburg, 12-13 September 2000.
- [12] H. Rohling, R. Grünheid: Performance of an OFDM-TDMA Mobile Communication System. *IEEE Vehicular Technology Conference*, S. 1365-1369, Atlanta/GA, USA, Mai 1996.
- [13] S. Kaiser: Multicarrier CDMA Mobile Radio Systems - Analysis and Optimization of Detection, Decoding, and Channel Estimation. VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 10, Informatik/Kommunikationstechnik, Nr. 531, *VDI Verlag*, Düsseldorf, 1998.
- [14] R. M. Gray: Toeplitz and Circulant Matrices: A Review. Stanford University/CA, *Information Systems Laboratory, Department of Electrical Engineering*, <http://www-ee.stanford.edu/~gray/toeplitz.html>.
- [15] M. Pätzold: Mobilfunkkanäle. *Vieweg Verlag*, 1999.
- [16] COST 207: Digital Land Mobile Radio Communications. *Office for Official Publications*, Luxemburg, 1986.
- [17] W. Chen: The Development and Standardization of Asymmetrical Digital Subscriber Line. *IEEE Communications Magazine*, S. 68-72, Mai 1999.
- [18] ANSI/T1 413-1998: Asymmetric Digital Subscriber Line (ADSL) Metallic Interface.

- [19] ANSI/T1E1.4/98-054R1: VDSL Draft Specification.
- [20] Z. Papir, A. Simmonds: Competing Throughput in the Local Loop. *IEEE Communications Magazine*, S. 61-66, Mai 1999.
- [21] P. J. W. Melsa: Application of Programmable DSPs for DMT and ADSL. *DSP World Spring Design Conference*, April 1998.
- [22] M. Pollakowski: xDSL - Hochratige Datenübertragung im Anschlußleitungsnetz. *Der Fernmeldeingenieur*, Heft 7/8, Juli/August 1998.
- [23] J. M. Cioffi, J. A. C. Bingham: A Data-Driven Multitone Echo Canceller. *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 42, No. 10, S. 2853-2869, Oktober 1994.
- [24] H. Hutzelmann: Modellierung leitungsgebundener Übertragungsstrecken. Technischer Bericht, *Fraunhofer Einrichtung für Systeme der Kommunikationstechnik*, 1999.
- [25] D. Schmücking: Störungskompensation für die hochbitratige Datenübertragung über symmetrische Kupferkabel. Dissertation an der Technischen Universität München, 1997.
- [26] P. Andrejew: Modellierung leitungsgebundener *Inhouse*-Kanäle. Technischer Bericht, *Fraunhofer Einrichtung für Systeme der Kommunikationstechnik*, 2000.
- [27] P. J. Melsa, R. C. Younce, C. E. Rohrs: Impulse Response Shortening for Discrete Multitone Tranceivers. *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 44, No 12, S. 1662- 1672, Dezember 1996.
- [28] J. S. Chow, J. M. Cioffi, J. A. C. Bingham: Equalizer Training Algorithms for Multicarrier Modulation Systems. *International Conference on Communications*, Geneva, Schweiz, S. 761-765, Mai 1993.
- [29] M. Nafie, A. Gathererer: Time-Domain Equalizer Training for ADSL. *IEEE International Conference on Communications*, Montreal, Canada, S. 1085-1089, Juni 1997.
- [30] J. W. Cook, R. H. Kirkby, M. G. Booth, K. T. Forster, D. E. A. Clarke, G. Young: The Noise and Crosstalk Environment for ADSL and VDSL Systems. *IEEE Communications Magazine*, S. 73-78, Mai 1999.
- [31] M. Ho, J. M. Cioffi, J. A. C. Bingham: High Speed Full Duplex Echo Cancellation for Discrete Multitone Modulation. *IEEE International Conference on Communications*, Geneva, S. 772-776, Mai 1993.
- [32] R. C. Younce, P. J. W. Melsa, S. Kapoor: Echo Cancellation for Asymmetrical Digital Subscriber Lines. *IEEE International Conference on Communications*, S. 301-306, Mai 1994.
- [33] J. M. Cioffi: A Multicarrier Primer. ANSI/T1.4/91-157, <http://www-isl.stanford.edu/people/cioffi/pdf/multicarrier.pdf>, November 1991.
- [34] R. F. H. Fischer, J. B. Huber: A New Loading Algorithm for Discrete Multitone Transmission. *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM '96)*, London, S. 724-728, November 1996.
- [35] P. S. Chow, J. M. Cioffi, J. A. C. Bingham: A Practical Discrete Multitone Tranceiver Loading Algorithm for Data Transmission over Spectrally Shaped Channels. *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 43, S. 773-775, Februar/März/April 1995.
- [36] ANSI/T1E1.4/92-178: Performance of the Proposed DMT Line Code for ADSL with Embedded ISDN, August 1992.

- [37] R. W. Chang: Synthesis of Band-Limited Orthogonal Signals for Multichannel Data Transmission. *Bell System Technical Journal*, Vol. 45, S. 1775-1976, Dezember 1966.
- [38] B. R. Saltzberg: Performance of an Efficient Parallel Data Transmission System. *IEEE Transactions on Communications*, COM-15(6), S. 805-811, Dezember 1967.
- [39] S. B. Weinstein, P. M. Ebert: Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform. *IEEE Transactions on Communications*, COM-19(5), S. 628-634, Oktober 1971.
- [40] O. Edfors: Low Complexity Algorithms in Digital Receivers. Dissertation an der Lulea University of Technology, ISSN 0348-8373, September 1996.
- [41] T. Blinn: Adaptive Zeitbereichsentzerrung bei ADSL. Diplomarbeit, *Siemens AG*, 1999.
- [42] N. Fliege: Systemtheorie. *B. G. Teubner*, Stuttgart, 1991.
- [43] R. Klinski: Dynamische SNR-Bestimmung für leitungsgebundene OFDM-Übertragung. Technischer Bericht, *Fraunhofer Einrichtung für Systeme der Kommunikationstechnik*, 1999.
- [44] S. Karlin, H. M. Taylor: A First Course in Stochastic Processes. II Auflage, *Academic Press*, 1975.
- [45] T. Starr, J. M. Cioffi, P. J. Silvermann: Understanding Digital Subscriber Line Technology. *Prentice Hall*, 1999.
- [46] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew: Taschenbuch der Mathematik. 25 Auflage, *B.G. Teubner*, 1991.
- [47] R. M. Gray, L. D. Davidson: An Introduction to Statistical Signal Processing. Information Systems Laboratory, Department of Electrical Engineering, *Stanford University*, <http://www-isl.stanford.edu/~gray/sp.html>, 1998.
- [48] S. L. Marple: Digital Spectral Analysis with Applications. *Prentice Hall*, NJ, 1987.
- [49] S. Kay: Modern Spectral Estimation, Theory and Applications. *Prentice Hall*, NJ, 1988.
- [50] K. D. Kammeyer, K. Kroschel: Digitale Signalverarbeitung: Filterung und Spektralanalyse. 4 Auflage, *B.G. Teubner*, 1998.
- [51] K. E. Barner: Statistical Signal Processing. Spring 2000 Course, Department of Electrical and Computer Engineering, *University of Delaware*, <http://www.ece.udel.edu/~barner/courses/eleg636/>, 2000.
- [52] S. Haykin: Adaptive Filter Theory. 3 Auflage, *Prentice Hall*, 1996.
- [53] N. Fliege: Multiratensignalverarbeitung. *B. G. Teubner*, 1993.
- [54] P. P. Vaydyanathan: Multirate Systems and Filter Banks. *Englewood Cliffs, Prentice Hall*, 1993.
- [55] U. Tietze, C. Schenk: Halbleiterschaltungstechnik. 11 Auflage, *Springer Verlag*, 1999.
- [56] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer: Digital Signal Processing. *Prentice Hall*, 1975.
- [57] L. R. Rabiner, C. M. Rader: Digital Signal Processing (Selected Reprint Series). *IEEE Press*, 1972.
- [58] J. G. Proakis, D. G. Manolakis: Introduction to Digital Signal Processing. *Macmillan*, 1992.
- [59] R. Klinski: Vorrichtung und Verfahren zur dynamischen Bitallokation für leitungsgebundene Multiträgersysteme. Eingereichte Patentanmeldung, Oktober 2000.

- [60] C. Farsakh, J. A. Nossek: On the Mobile Radio Capacity Increase Through SDMA. *International Zurich Seminar on Broadband Communications*, S. 293-297, Zürich, Schweiz, Februar 1998.
- [61] J. van de Beek, O. Edfors, M. Sandell, S. K. Wilson, P. O. Börjesson: On Channel Estimation in OFDM-Systems. *Vehicular Technology Conference*, Vol. 2, S. 815-819, Chicago, USA, September 1995.
- [62] European Telecommunication Standard ETS 300401: Radio Broadcast Systems; Digital Audio Broadcasting to Mobile, Portable and Fixed Receivers. *European Telecommunications Standard Institute (ETSI)*, Februar 1995.
- [63] European Telecommunication Standard ETS 30074: Digital Video Broadcasting (DVB); Framing Structure, Channel Coding and Modulation for Digital Terrestrial Television (DVB-T). *European Telecommunications Standard Institute (ETSI)*, März 1997.
- [64] ETSI-BRAN: Broadband Radio Access Networks (BRAN); Hiperlan Type 2; Physical (PHY) Layer. *European Telecommunications Standard Institute*, ETSI TS 101 475, Februar 2001.
- [65] LAN/MAN Standard Comitee of the IEEE Computer Society: Draft Supplement to the Standard for Information Technology - Telecommunications and Information Exchange between Systems - Local and Metropolitan Area Networks, Specific Requirements - Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications: High Speed Physical Layer in the 5GHz Frequency Band. *IEEE Computer Society*, IEEE P802.11/a D7, November 1999.
- [66] J. R. Treichler: Practical Blind Demodulators for Higher-Order QAM Signals. *Elsevier Signal Processing* 67, S. 331-344, 1998.
- [67] L. Tong, S. Perreau: Multichannel Blind Identification: From Subspace to Maximum Likelihood Methods. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 86, No.10, S. 1951-1968, Oktober 1998.
- [68] Y. Sato: A Method of Self-Recovering Equalization for Multilevel Amplitude Modulation. *IEEE Transactions on Communications*, Vol. COM-23 No. 6, S. 679-682, Juni 1975.
- [69] D. N. Godard: Self Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems. *IEEE Transactions on Communications*, Vol. COM-28 No. 11, S. 1867-1875, November 1980.
- [70] A. Benveniste, M. Goursat, G. Ruget: Robust Identification of a Nonminimum Phase Systems: Blind Adjustment of a Linear Equalizer in Data Communications. *IEEE Transactions on Automatic Controll*, Vol. 25 No. 3, S. 385-399, Juni 1980.
- [71] H. Liu, G. Xu, L. Tong, T. Kailath: Recent Developments in Blind Channel Equalization: From Cyclostationarity to Subspaces. *Elsevier Signal Processing* 50, S. 83-99, 1996.
- [72] J. R. Treichler, G. G. Agee: A New Approach to Multipath Correction of Constant Modulus Signals. *IEEE Transactions on Audio, Speech, Signal Processing*, Vol. ASSP-31, S. 459-472, April 1983.
- [73] J. Tugnait: Identification of Linear Stochastic Systems via Second and Fourth-Order Cumulant Matching. *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. IT-33, S. 393-407, Mai 1987.
- [74] G. B. Giannakis: Cumulants: A Powerfull Tool in Signal Processing. *Proceedings of the IEEE*, 75(9), S. 1333-1334, September 1987.

- [75] G. B. Giannakis, J. M. Mendel: Identification of Nonminimum Phase Systems Using Higher Order Statistics. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, ASSP-37(3), S. 360-377, März 1989.
- [76] B. Jelonck: Referenzdatenfreie Entzerrung und Kanalschätzung auf der Basis von Statistik höherer Ordnung. Dissertation an der Technischen Universität Hamburg-Harburg, *Shaker Verlag*, ISBN 3-8265-1129-8, 1995.
- [77] J. P. Linnartz: Special Issue on Multicarrier Modulation. *Wireless Personal Communication*, *Kluwer*, No. 1-2, 1996. (<http://buffy.EECS.Berkeley.EDU/~linnartz/issue.html>).
- [78] D. Boss, K. D. Kammeyer: Blind GSM Channel Estimation. *IEEE Vehicular Technology Conference*, Vol.2, S. 1044-1048, Phoenix, USA, Mai 1997.
- [79] J. Melbo, P. Schramm: Channel Models for Hiperlan/2. *ETSI/BRAN*, Dokument Nr. 3ERI085B, 1998.
- [80] W. A. Gardner: A New Method of Channel Identification. *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 39, No. 6, S. 813-817, Juni 1991.
- [81] L. Tong, G. Xu, T. Kailath: A New Approach to Blind Identification and Equalization of Multipath Channel. *25th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, Pacific Grove, CA, November 1991.
- [82] D. Slock: Blind Fractionally-Spaced Equalization, Perfect Reconstruction Filterbanks and Multilinear Prediction. *International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Adelaide, Australien 1994.
- [83] G. B. Giannakis: Filterbanks for Blind Channel Identifikation and Equalization. *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 4, S. 184-187, Juni 1997.
- [84] E. Serpendin, G. B. Giannakis: Blind Channel Identification and Equalization using Modulation Induced Cyclostationarity. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 46, S. 3099-3104, November 1998.
- [85] H. Schmidt: OFDM für die drahtlose Datenübertragung innerhalb von Gebäuden. Dissertation an der Universität Bremen, *Shaker Verlag*, 2001.
- [86] M. Feuersänger, H. Schmidt, K. D. Kammeyer: An Iterative Channel Estimation for a Hiperlan/2 OFDM System. *5th International OFDM-Workshop*, September 2000, Hamburg.
- [87] M. K. Tsatsanis, G. B. Giannakis: Transmitter Induced Cyclostationarity for Blind Channel Equalization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 45, S. 1785-1794, Juli 1997.
- [88] R. W. Heath, G. B. Giannakis: Exploiting Input Cyclostationarity for Blind Channel Identification in OFDM Systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 47, No. 3, S. 848-856, März 1999.
- [89] B. Muquet, M. de Courville: Blind and Semi-Blind Channel Identification Using Second Order Statistics for OFDM Systems. *International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Phoenix, AZ, USA, März 1999.
- [90] B. Muquet, M. de Courville, P. Duhamel, V. Buzenac: A Subspace Based Blind and Semi-Blind Channel Identification Method for OFDM Systems. *Signal Processing Advances in Wireless Communications*, Annapolis, ML, USA, Mai 1999.
- [91] R. Klinski, H. Hutzelmann, H. Steckenbiller, R. Knorr: Noise Variance Estimation for OFDM-Systems. *5th International OFDM-Workshop*, 12-13 September 2000, Hamburg.

- [92] Y Hua: Fast Maximum Likelihood for Blind Identification of Multiple FIR Channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 44, S. 661-672, März 1996.
- [93] Y. Bresler, A. Macovski: Exact Maximum Likelihood Parameter Estimation of Superimposed Exponential Signals in Noise. *IEEE Transactions on Audio, Speech, Signal Processing*, Vol. ASSP-34, S. 1081-1089, Oktober 1986.
- [94] H. Liu, G. Xu, L. Tong: A Deterministic Approach to Blind Identification of Multichannel FIR Systems. *27th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, Asilomar, CA, USA, Oktober 1993.
- [95] G. Xu, H. Liu, L. Tong, T. Kailath: A Least-Squares Approach to Blind Channel Identification. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 43, S. 2982-2993, Dezember 1995.
- [96] L. A. Baccala, S. Roy: A New Blind Time-Domain Channel Identification Method Based on Cyclostationarity. *26th Conference on Information Sciences and Systems*, Princeton, NJ, USA, März 1994.
- [97] L. Tong, G. Xu, T. Kailath: Blind Identification and Equalization Based on Second Order Statistics: A Time Domain Approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 40, No.2, S 340-349, März 1994.
- [98] L. Tong, G. Xu, B. Hassibi, T. Kailath: Blind Identification and Equalization Based on Second Order Statistics: A Frequency Domain Approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 41, No.1, S. 3329-3334, Januar 1995.
- [99] E. Moulines, P. Duhamel, J.-F. Cardoso, S. Mayrargue: Subspace Methods for the Blind Identification of Multichannel FIR Filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 43, No.2, S. 516-525, Februar 1995.
- [100] T. Gustafsson: Subspace Methods for System Identification and Signal Processing. Dissertation an der Chalmers University of Technology, Technical Report Nr. 363, Göteborg 1999, Schweden.
- [101] M. Kristensson: On Parameter Estimation in Wireless Communications, Sensor Array Processing and Spectral Analysis. Dissertation am Royal Institute of Technology, Stockholm, Schweden, ISSN 1103-80391, 1998.
- [102] Y. Li, K. J. Liu: Blind Adaptive Equalization of SIMO Channels Based on Second Order Statistics. Technical Report of SRC of University of Maryland, T.R. 96-12.
- [103] J. P. LeBlanc: Effects of Source Distributions and Correlation on Fractionally Spaced Blind Constant Modulus Algorithm Equalizers. Dissertation an der Cornell University, USA, <http://backhoe.ee.cornell.edu/BERG/publications/index.html#3>, August 1995.
- [104] T. J. Endres: Equalizing with Fractionally Spaced Constant Modulus and Second Order Blind Receivers. Dissertation an der Cornell University, USA, <http://backhoe.ee.cornell.edu/BERG/publications/index.html#3>, Mai 1997.
- [105] M. Gu. L. Tong: Geometrical Characterizations of Constant Modulus Receivers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 47, No. 10, S. 2745-2756, Oktober 1999.
- [106] H. Zeng, L. Tong, C. R. Johnson: An Analysis of Constant Modulus Receivers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 47, No. 11, S. 2990-2999, November 1999.
- [107] 13] Y. Li, K. J. R. Liu, and Z. Ding: On the Convergence of Blind Channel Equalization. Technical Report of SRC of University of Maryland, T.R. 95-47.

- [108] N. K. Jablon: Joint Blind Equalization, Carrier Recovery, and Timing Recovery for Higher-Order QAM Signal Constellations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 40, No. 6, S. 1383-1389, Juni 1992.
- [109] K. Kroschel: Statistische Nachrichtentheorie. 3 Auflage, *Springer Verlag*, 1996.
- [110] J. F. Böhme: Stochastische Signale. *B.G. Teubner*, Stuttgart, 1993.
- [111] R. Klinski, H. Hutzelmann, H. Steckenbiller, R. Knorr: Low Complexity Blind Channel Estimation for OFDM Systems. *WSES International Conference on Circuits, Systems, Communications & Computers*, 8-15 Juli, Kreta, 2001.
- [112] R. Klinski, H. Hutzelmann, H. Steckenbiller, R. Knorr: Low Complexity Blind Channel Estimation and Estimate Correction for OFDM Systems. *6th International OFDM Workshop*, 18-19 September 2001, Hamburg.
- [113] R. Klinski, H. Hutzelmann, H. Steckenbiller, R. Knorr: An Increase of the Rate of Convergence for Blind Channel Estimation. *WSES International Conference on Speech, Signal and Image Processing (SSIP 2001)*, 1-6 September, Malta 2001.
- [114] R. Klinski, H. Hutzelmann, H. Steckenbiller, R. Knorr: Low Complexity Blind Channel Estimation and Reduction of the Estimation Error for OFDM Systems. *International Symposium on Signals, Systems and Electronics*, 24-27 Juli, Tokio, 2001.
- [115] U. Kiencke: Methoden der Signalverarbeitung. Studienskriptum, Institut für Industrielle Informationstechnik, *Universität Karlsruhe*, Wintersemester 2000/2001.
- [116] J. Durbin: The Fitting of the Time Series Models. *Review of the International Statistical Institute*, Vol. 28 (1960), S. 233-244, 1960.
- [117] G. Merziger, T. Wirth: Repetitorium der höheren Mathematik, *Feldmann Verlag* 1991.
- [118] R. Andraka: A Survey of CORDIC Algorithms for FPGA Based Computers. *Andraka Consulting Group*, <http://www.andraka.com/papers.htm>.
- [119] N. D. Hemkumar: Efficient VLSI Architectures for Matrix Factorizations. Dissertation an der Rice University, Houston, Texas, http://www.ece.rice.edu/~cavallar/theses/hemkumar_phd.pdf, April 1994.
- [120] J. Volder: The CORDIC Trigonometric Computing Technique. *IRE Transactions on Electronic Computing*, Vol. EC-8(3), S. 330-334, September 1956.
- [121] N. D. Hemkumar, J. R. Cavallaro: Efficient Complex Matrix Transformations with CORDIC. *11th Symposium on Computer Arithmetic*, 29 Juni-2 Juli, S. 122-129, Windsor, Ontario, 1993.
- [122] J. S. Walther: A Unified Algorithm for Elementary Functions. *The American Federation of Information Processing Societies (AFIPS) Spring Joint Computer Conference*, S. 379-385, 1971.
- [123] H. M. Ahmed, J. M. Delosme, M. Morf: Highly Concurrent Computing Structure for Matrix Arithmetic and Signal Processing. *IEEE Computer Magazine*, Vol. 15, S. 65-82, 1982.
- [124] J. Rifkin: Access - Das Verschwinden des Eigentums. *Campus Verlag 2000*, Frankfurt/New York.
- [125] Internet Software Consortium, <http://www.isc.org>.
- [126] KomNet Systemintegrationsbüro, Nr. BP805.A.G.301.S.A.005.B1, 20.11.2001, <http://www.hhi.komnet>.
- [127] <http://www.astrolink.com>.

- [128] <http://www.cyberstar.com>.
- [129] <http://www.hns.com>.
- [130] <http://www.skybridgesatellite.com>.
- [131] <http://www.teledesic.com>.
- [132] <http://www.isky.com>.
- [133] C. Kartes: Internet aus der Steckdose. *Funkschau*, No. 8/2001, S. 58-61.
- [134] H. P. Kistner: Daten über Stromnetze. *Funkschau* No. 12/98, S. 22-27.
- [135] C. Bisdikian, K. Maruyama, D. I. Seidman, D. N. Serpanos: Cable Access Beyond the Hypes: On Residential Broadband Data Services over HFC Networks. *IEEE Communications Magazine*, Vol. 34, No. 11, S. 128-135, Nov. 1996.
- [136] T. Keller, T. H. Liew, L. Hanzo: Adaptive Redundant Residue Number System Coded Multicarrier Modulation. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 18, No. 11, S. 2292-2301, November 2000.
- [137] T. Keller, L. Hanzo: Adaptive Modulation Techniques for Duplex OFDM Transmission. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 49, No. 5, S. 1893-1906, September 2000.
- [138] T. Keller, L. Hanzo: Adaptive Multicarrier Modulation: A Convenient Framework for Time-Frequency Processing in Wireless Communications. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 88, No. 5, S. 611-640, May 2000.
- [139] T. Keller, L. Hanzo: Turbo-Coded Adaptive Modulation Techniques for Duplex OFDM Transmission. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 49, No. 5, S. 1893-1906, September 2000.
- [140] L. L. Yang, L. Hanzo: Adaptive Wireless Transceivers. <http://www.wireless-world-research.org>.
- [141] F. Ewen, G. Schwarzfeld: Dimensionierung von VoIP-Systemen für HFC-Netze. *Funkschau* No. 21/2000, S. 55-57.
- [142] S. Haykin: Blind Deconvolution. Englewood Cliff, NJ, *Prentice Hall* 1994.
- [143] H. H. Zeng, L. Tong, C. R. Johnson: An Analysis of Constant Modulus Receivers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 47, No. 11, S. 2990-2999, November 1999.
- [144] W. Chung, J. LeBlanc: The Local Minima of Fractionally-Spaced CMA Blind Equalizer Cost Function in the Presence of Channel Noise. *International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Seattle, 12-15 Mai 1998, USA.
- [145] H. H. Zeng, L. Tong, C. R. Johnson: An Analysis of Constant Modulus Receivers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 47, No. 11, S. 2990-2999, November 1999.
- [146] T. Hunziker, D. Dahlhaus: Adaptive OFDM Transmission for Broadband Fixed Wireless Access. *6th International OFDM Workshop*, 18-19 September 2001, Hamburg
- [147] F. Classen, M. Speth, H. Meyr: Channel Estimation Units for an OFDM System suitable for Mobile Communications. *Mobile Kommunikation, ITG-Fachbericht*, VDE Verlag, München, September 1995.
- [148] A. Bellaouar, M. I. Elmasry: Low Power Digital VLSI Design. Circuits and Systems, *Kluwer Academic Publisher*, 1995.

- [149] J. Duprat, J. M. Muller: The CORDIC Algorithm: New Results for Fast VLSI Implementation. *IEEE Transactions on Computers*, Vol. 42, S. 168-178, 1993.
- [150] CORDIC-Core mdC11V16S. Institut für angewandte Mikroelektronik und Datentechnik, Universität Rostock, <http://www-md.e-technik.uni-rostock.de>.
- [151] <http://www.xilinx.com>.
- [152] J. M. Rabaey, M. Pedram: Low Power Methodologies. *Kluwer Academic Publisher*, 1996.
- [153] <http://www.wireless-world-research.org>.
- [154] G. Kafka: Richtfunk als Teilnehmerzugang. *Funkschau* No. 4/2001, S. 16-20.
- [155] C. Rauch: Zukunft von 3G. *Funkschau* No. 12/2001, S. 18-20.
- [156] <http://www.homerf.org>.
- [157] <http://www.bluetooth.org>.
- [158] M. Speth, S. Fechtel, G. Fock, H. Meyr: Broadband Transmission Using OFDM: System Performance and Receiver Complexity. 1998 *International Zurich Seminar on Broadband Communications*, Zürich, 1998.
- [159] Wireless Strategic Initiative: Book of Visions 2000. *IST-WSI*, November 2000, <http://www.ist-wsi.org>.
- [160] S. Haykin: Adaptive Digital Communication Receivers. *IEEE Communications Magazine*, S. 106-114, Dezember 2000.
- [161] S. Nanda, K. Balachandran, S. Kumar: Adaptation Techniques in Wireless Packet Data Services. *IEEE Communications Magazine*, S. 54-64, Januar 2000.
- [162] K. Baum, B. Classon, K. Cutts, V. Desai: Performance Analysis of an Adaptive OFDM Packet Data System. 2000 *International Zurich Seminar on Broadband Communications*. S. 237-243, 15-17 Februar, Zürich, 2000.
- [163] G. E. Moore: Cramming More Components Onto Integrated Circuits. *Electronic Magazine*, Vol. 38, No. 8, S. 114-117, April 1965.
- [164] R. R. Schaller: Moore's Law: Past, Present, Future. *IEEE Spectrum*, Vol. 34, No. 6, S. 52-59, Juni 1997.
- [165] R. M. Fano: Transmission of Information. *M.I.T. Press and Wiley & Sons*, 1961.
- [166] H. Meyr. 2000 *International Zurich Seminar on Broadband Communications*, 5-17 Februar, Zürich, 2000.
- [167] A. Czylik: Adaptive OFDM for Wideband Radio Channels. *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM '96)*, London, S. 713-718, November 1996.

