

Numerische Untersuchungen
zum Einfluss von Windscherung und Turbulenz
auf Flugzeugwirbelschleppen

Thomas Hofbauer

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen
der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. habil. Rudolf Schilling

Prüfer der Dissertation:

1. apl. Prof. Dr.-Ing., Dr. rer. nat. habil. Ulrich Schumann,
Ludwig-Maximilians-Universität München
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. habil. Rainer Friedrich

Die Dissertation wurde am 12.08.2002 bei der Technischen Universität München eingereicht
und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 16.11.2002 angenommen.

Numerische Untersuchungen zum Einfluss von Windscherung und Turbulenz auf Flugzeugwirbelschleppen

Kurzzusammenfassung

Das Wirbelschleppenverhalten unterscheidet sich in Situationen vertikaler Windscherung in mehrfacher Hinsicht signifikant von scherungsfreien Szenarien und stellt eine besondere Herausforderung für eine operationelle Echtzeitvorhersage dar. Mittels numerischer Untersuchungen idealisierter Szenarien wird zunächst der Einfluss von Windscherung auf den lateralen und vertikalen Wirbeltransport sowohl phänomenologisch als auch quantitativ im Rahmen einer Sensitivitätsstudie analysiert. Anhand der gewonnenen Ergebnisse werden auseinandergehende Erklärungsansätze geprüft und Modellierungsansätze bewertet. Fallstudien turbulenter Scherströmungen zur Wirbelpersistenz stellen einen weiteren Schwerpunkt dieser Arbeit dar. Durch die ausführliche Analyse der Strömungsfelder wird der Nachweis erbracht, dass sich unterschiedliche Zerfallsraten der Wirbel auf die asymmetrische Verteilung von sekundären Vorticity-Strukturen zurückführen lassen. Die Ergebnisse belegen auch, dass in Situationen von Windscherung langlebige Wirbel erwartet werden können. Das im Rahmen einer LIDAR-Messkampagne beobachtete, ungewöhnliche Wirbelschleppenverhalten wird durch eine realitätsnahe Nachbildung der Situation reproduziert und erlaubt im Rückschluss eine Aussage über mögliche Ursachen.

Aircraft wake vortices, wind shear, turbulence

Numerical investigations on the influence of wind shear and turbulence on aircraft trailing vortices

(Published in German)

Short Abstract

In several aspects, the behaviour of aircraft wake vortices under situations of vertical wind shear is significantly different from non-shear scenarios and its operational real-time forecast is challenging. By means of numerical investigations of idealized scenarios, the influence of wind shear on the lateral and vertical transport of vortices is analysed both, phenomenologically as well as in the scope of a sensitivity study. The results allow for the verification of controversial views and the benchmark of modelling approaches. Case studies of turbulent shear flows focus on the persistence of vortices. A detailed analysis of the flow fields evidence that unequal vortex decay rates can be attributed to the asymmetric distribution of secondary vorticity structures. The results moreover suggest that extended vortex lifespans can be expected under situations of wind shear. The unusual vortex behaviour observed by means of a LIDAR measurement is reproduced by realistic simulations and permits to reveal potential causes.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Thematischer Zusammenhang	1
1.2	Problemstellung	3
1.3	Stand der Forschung	5
1.4	Zielsetzung und Überblick	6
2	Grundlagen	9
2.1	Ereignisse vertikaler Windscherung in der atmosphärischen Grenzschicht	9
2.2	Eigenschaften turbulenter Strömungen	11
2.2.1	Phänomenologische Charakterisierung turbulenter Strömungen	11
2.2.2	Mathematisch-statistische Beschreibung turbulenter Strömungen	13
2.3	Die Wirbelschlepe	14
2.3.1	Ursache, Bildung und Transport	14
2.3.2	Persistenz und Zerfallsmechanismen	17
3	Methode	19
3.1	Die Grundgleichungen	19
3.2	Modellgleichungen und Diskretisierung	20
3.2.1	Raumdiskretisierung	20
3.2.2	Zeitintegration	21
3.2.3	Grundlegende Modellparameter	22
3.3	Anfangs- und Randbedingungen	23
3.3.1	Atmosphärischer Hintergrund	24
3.3.2	Wirbelinitialisierung	25
3.3.3	Behandlung von Randbedingungen	26
3.4	Verfahren der Datenanalyse	28
3.4.1	Identifikation kohärenter Strukturen	28
3.4.2	Wirbelcharakteristika	29
3.4.3	Stromfunktion und Stromlinien	30
3.5	Validierung anhand ausgewählter Fälle	30
3.5.1	Molekulare Diffusion eines Lamb-Oseen Wirbels	31
3.5.2	Homogen-isotrope Turbulenz	32
3.6	Die Grobstruktursimulation (LES)	34

4	Wirbeltransport in laminaren Scherströmungen	37
4.1	Auslegung der numerischen Experimente	37
4.2	Wirbeltransport bei konstanter Scherung	38
4.2.1	Die Impulserhaltungshypothese nach Proctor	39
4.2.2	Die kinematische Approximation nach Biot-Savart	40
4.3	Wirbeltransport in Scherschichten	41
4.3.1	Phänomenologie der Wirbel-Scherschicht-Wechselwirkung	42
4.3.2	Sensitivitätsstudie	45
4.4	Bewertung vorhandener Wirbeltransportmodelle	50
4.5	Zusammenfassung	52
5	Wirbelzerfall in turbulenten Strömungen	54
5.1	Beschreibung der numerischen Experimente	54
5.1.1	Auswahl und Methodik der numerischen Experimente	55
5.1.2	Initialisierung und Aspekte zur Turbulenzintensität	56
5.2	Simulationsergebnisse	60
5.2.1	Homogen-isotrope Turbulenz	60
5.2.2	Homologe Turbulenz	62
5.2.3	Turbulente Strahlströmung	64
5.3	Diskussion der Ergebnisse	68
5.3.1	Topologie der Strömung	69
5.3.2	Persistenz	76
5.3.3	Wirbeltransport	78
5.4	Modell nach Corjon und Poinot	79
5.5	Zusammenfassung	81
6	Messfall London-Heathrow	83
6.1	Fallbeschreibung und Datenbasis	83
6.2	Methodik	86
6.2.1	Grundlegende Aspekte	87
6.2.2	Vegetationsmodellierung	87
6.2.3	Instationarität des Windes	88
6.3	Simulationsergebnisse und Vergleich mit Messung	90
6.4	Diskussion und Implikation	92
7	Schlußfolgerung und Ausblick	94
A	Nomenklatur	99
B	Simulationsverzeichnis	103
	Literaturverzeichnis	105

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Thematischer Zusammenhang

Flugzeuge verursachen als unvermeidbare Konsequenz der Auftriebserzeugung in ihrem Nachlauf starke, gegenseitig rotierende Wirbelpaare, die sogenannten Wirbelschleppen (WS). Das Aufrollen der durch die Tragflächen erzeugten Scherschicht, wie in Abbildung 1.1 skizziert, stellt eine der möglichen Erklärungen für die Bildung der Wirbelschleppe dar. Diese sinkt aufgrund der gegenseitigen Wechselwirkung zwischen den Einzelwirbeln im Allgemeinen ab. Die Wirbel, die typischerweise eine Lebensdauer von mehreren Minuten aufweisen, erstrecken sich über viele Kilometer im Nachlauf. Für nachfolgende Luftfahrzeuge bergen diese Wirbel eine ernstzunehmende Gefahr, die sich in erheblichen Höhenverlusten sowie Gier bzw. Rollmomenten manifestiert und sogar strukturelle Schäden am Luftfahrzeug verursachen kann (NTSB [1994]). Die Nähe zum Boden und die damit verbundene geringe Abfangzeit und der Umstand, dass geringere Fluggeschwindigkeiten stärkere Wirbel verursachen, machen insbesondere Start- und Landephase kritisch.

Vor diesem Hintergrund wurden 1970 erstmals Abstandsrichtlinien eingeführt, die die Mindestabstände, man spricht dabei von *Staffelung*, zwischen zwei Flugzeugen vorschreiben.

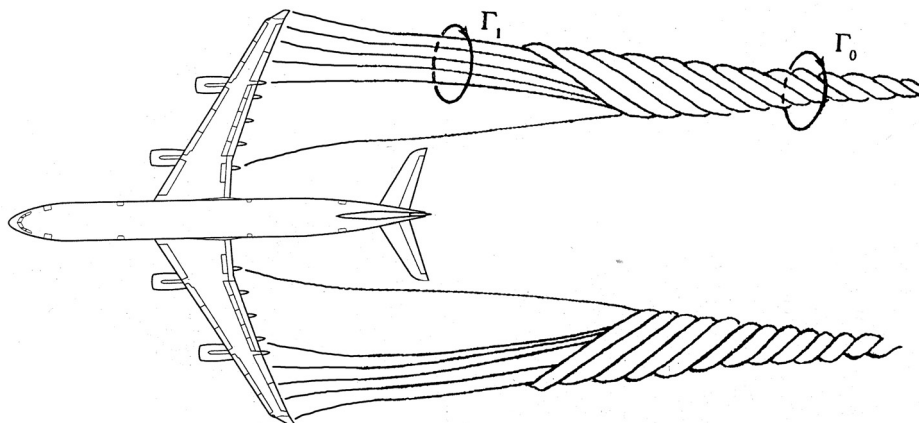


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung des Aufrollvorgangs der Flugzeugnachlaufwirbel.

Klasse des WS erzeugenden Flugzeugs ^{1b}	Staffelung des nachfolgenden Flugzeugs der Klasse ^{1b} [<i>nmi</i>] ([<i>s</i>])		
	Small	Large	Heavy
Small	3 (82)	3 (77)	3 (74)
Large	4 (109)	3 (77)	3 (74)
B-757 ^{1c}	5 (136)	4 (103)	4 (99)
Heavy	6 (163)	5 (129)	4 (99)

Tabelle 1.1: Erforderliche IFR^{1a}-Staffelung in nautischen Meilen ([*nmi*]) und Sekunden ([*s*]) für Flugzeuge im Landeanflug bei typischen Anfluggeschwindigkeiten V_∞ von 68 – 75 m/s (146 – 161 Knoten) nach Hinton und Tatnall [1997].

Die auf Ergebnissen von Feldexperimenten basierenden Richtlinien sollen eine Gefährdung durch Wirbelschleppen ausschließen. Der einzuhaltende Abstand wird hierbei ausschließlich durch die maximale Startmasse (*Maximum Take-Off Weight, MTOW*) der Flugzeuge bestimmt (siehe Tabelle 1.1¹).

Besondere Relevanz finden diese Vorgaben in Lufträumen mit dichtem Verkehrsaufkommen und engen Flugkorridoren, wie es in Flughafennahbereichen der Fall ist. Aus heutiger Sicht, nach drei Jahrzehnten Erfahrung im operativen Einsatz, werden die Abstandsrichtlinien als *sicher* eingestuft (Hallock et al. [1998]).

Inzwischen beschränken diese Abstandsrichtlinien jedoch die Durchsatzkapazität einiger als Hauptknotenpunkte agierender Verkehrsflughäfen erheblich. In vielen Fällen stellen sie den entscheidenden Engpass des operativen Luftverkehrsmanagements (*Air Traffic Management, ATM*) im Flughafennahbereich dar. Viele Verkehrsflughäfen und Verkehrsknotenpunkte in Europa und den Vereinigten Staaten weisen bereits hohe Verkehrsdichten auf und operieren – zumindest in Stoßzeiten – nahe ihrer Kapazitätsgrenze. Geht man von einer anhaltenden Zunahme des Luftverkehrs von derzeit fünf bis sieben Prozent *per annum* aus (ICAO [1999]), so stellt sich die Frage, wie lange die vorhandenen Ressourcen *Luftraum* und *Landekapazität* ausreichen, um den zukünftigen Luftverkehr zu bewältigen. Der verstärkte Einsatz von Großraumflugzeugen, wie beispielsweise dem projektierten *Airbus A-380*, anstelle von Flotten leichter Flugzeuge, würde nur zu einer Entspannung hinsichtlich der Anzahl der Flugbewegungen führen. Die Wirbelschleppenproblematik bliebe dennoch bestehen, da größere Flugzeuge in der Regel größere Abstände notwendig machen. Sowohl die enormen Kosten

^{1a} **Instrumentenflugbedingungen:** Die Staffelungsrichtlinien gelten im Zusammenhang mit den Instrumentenflugrichtlinien (*Instrumented Flight Rules, IFR*), die unter Instrumentenflug-Wetterbedingungen (*Instrumented Meteorological Conditions, IMC*) anzuwenden sind. Die Staffelung bei Sichtflugbedingungen (*VFR*) obliegt dem Ermessen und der Verantwortung der/des verantwortlichen Luftfahrzeugführer(s).

^{1b} **Klasseneinteilung:** *Small* für Flugzeuge mit weniger als 41 000 lb maximaler Startmasse (*Maximum Take-Off Weight, MTOW*); *Heavy* bei mehr als 255 000 lb *MTOW*.

^{1c} **Boeing B-757:** Abweichend von der Klasseneinteilung nach maximaler Startmasse, gelten für die Boeing B-757 als vorausfliegendem Luftfahrzeug gesonderte Richtlinien, die nach Unfällen eingeführt wurden.

zur Erstellung oder Erweiterung von Verkehrsflughäfen und deren Infrastruktur als auch der Widerstand aus Teilen der Öffentlichkeit gegenüber derartigen Projekten zwingt zu neuen Konzepten.

Die Tatsache, dass die Abstandsrichtlinien als sicher gelten, die Abstände jedoch einzig von den maximalen Startgewichtsklassen abhängen, während das Wirbelschleppenverhalten von einer Vielzahl von Parametern abhängen, lässt vermuten, dass die Abstandsrichtlinien in vielen Fällen zu konservativ bezüglich einer optimalen Kapazitätsnutzung sind. Davon ausgehend könnte die gegenwärtige Situation entschärft werden, indem diese Richtlinien durch das Einbeziehen zusätzlicher Parameter optimiert und die erforderlichen Abstände reduziert werden. Voraussetzung für die Akzeptanz und Billigung einer zeitweisen oder dauernden Reduktion geltender Staffelungsrichtlinien ist, dass verminderte Abstände nicht mit Sicherheitsverlusten verbunden sind. Um Flugsicherheit zu gewährleisten, müssen die Wirbel eines vorausfliegenden Flugzeuges entweder den Flugkorridor irreversibel verlassen haben oder zerfallen sein. Vom Standpunkt der Sicherheit aus sind deshalb Wirbeltransport und Wirbelzerfall die wesentlichen Aspekte des Wirbelschleppenverhaltens. Bereits frühe Studien konnten belegen, dass die meteorologischen Rahmenbedingungen entscheidenden Einfluss auf das Wirbelschleppenverhalten haben, wobei Turbulenz, thermische Schichtung, Wind und Windscherung als dominante, meteorologische Parameter identifiziert wurden.

Angetrieben vom steigenden Luftverkehr werden deshalb große Anstrengungen unternommen, die meteorologischen Effekte auf das Wirbelschleppenverhalten zu verstehen und zu modellieren. Ein Echtzeit-Modell, welches in der Lage wäre Wirbelposition und Wirbelstärke vorherzusagen, könnte situationsabhängig sichere Mindestabstände bestimmen, die unter den derzeit geltenden Richtlinien lägen. Die Machbarkeit eines solchen Systems hängt entscheidend vom Verständnis der physikalischen Wechselwirkungen zwischen Atmosphäre und Wirbelschleppe ab. Ziel eines solchen Systems ist die Unterstützung der Flugverkehrskontrolle (*Air Traffic Control, ATC*), wobei der Mensch als letzte Entscheidungsinstanz unverzichtbar bleiben soll.

1.2 Problemstellung

Der Sicherheitsabstand kann selbst bei langlebigen Wirbeln reduziert werden, wenn diese sich aus dem Flugpfad bewegt haben. Querwinde spielen diesbezüglich eine wichtige Rolle, da durch sie Wirbel bisweilen über Hunderte von Metern advehiert² werden können (Rudis et al. [1996], Schilling [1992]). So konnten Robins und Delisi [1993] laterale Wirbelverlagerungen von bis zu 500m bei Lebensdauern von dreieinhalb Minuten nachweisen. Andererseits kann bei Flughäfen mit mehreren parallelen Landebahnen (z. B. Frankfurt a. M. International Airport) die Wirbelschleppe eines Flugzeuges lateral von einem Gleitpfad auf den Gleitpfad der benachbarten Landebahn verdriften, so dass diese nicht unabhängig voneinan-

²In einem meteorologischen Zusammenhang versteht man unter *Advektion* die horizontale Bewegung von Luftmassen, im Gegensatz zu der vertikalen Bewegung der *Konvektion*. In der allgemeinen Strömungslehre ist diese Unterscheidung nicht üblich, so dass dort der Begriff *Konvektion* sowohl für horizontale als auch vertikale Strömung stehen kann. Durch den Bezug dieser Arbeit zur Meteorologie soll an der entsprechenden Begriffskonvention festgehalten werden.

der betrieben werden können. Der Wirbeltransport bei homogenen Windverhältnissen ergibt sich aus der additiven Überlagerung der Advektionsgeschwindigkeit und der Eigendynamik der Wirbelschlepe und stellt somit keine besondere Herausforderung für die Modellierung des Wirbeltransports dar. Zwei weitere für das Wirbelschleppenverhalten wichtige meteorologische Einflussfaktoren, die atmosphärische, homogen-isotrope Turbulenz (Holzäpfel et al. [2000], Han et al. [1999], Sarpkaya und Daly [1987]) und die thermische Schichtung (Holzäpfel et al. [2001a], Spalart [1996]), wurden bereits intensiv untersucht, wodurch ein Verständnisgrad gewonnen wurde, der eine Parametrisierung des Wirbelschleppenverhaltens ermöglicht. Im Falle der Windscherung konnte dies noch nicht hinlänglich nachgewiesen werden.

Windscherung ist definiert als der lokale, räumliche Gradient des Windvektors $\vec{U} = (U, V, W)$ oder einer Komponente davon in einer dazu normalen Richtung. Der Gradient ergibt sich aus der Änderung der Windgeschwindigkeit, der Windrichtung oder beidem, wobei die betrachtete Raumrichtung üblicherweise vertikal oder horizontal genommen wird. Der Begriff der Windscherung bezeichnet also allgemein das Aneinandervorbeiströmen zweier unmittelbar benachbarter Luftschichten. In der atmosphärischen Grenzschicht ist die vertikale Geschwindigkeitskomponente W häufig klein im Verhältnis zur horizontalen Komponente U . Folglich denkt man zunächst, wenn von Windscherung im meteorologischen Sinne die Rede ist, an einen mit der Höhe z variierenden, in erster Linie, horizontalen Wind $U(z)$. Dieses Bild, den Begriff *Windscherung* σ mit einem vertikalen Gradienten eines horizontalen Windes $\partial U(z)/\partial z$ gleichzusetzen, soll im Rahmen dieser Arbeit aufrecht erhalten werden.

Scherung ist Basis der Produktion von Turbulenz. Die Turbulenzintensität korreliert demzufolge meist gut mit den lokalen Scherraten der Strömung, wodurch diese eng miteinander verknüpft sind. Gegensinnig rotierende Wirbel zerfallen in einer turbulenten Scherströmung unterschiedlich schnell. Dies ist nach heutiger Sicht auf die gekoppelte Wirkung von mittlerer Hintergrundscherung und Turbulenz auf die Wirbel zurückzuführen. Hierbei zeigt der gegensinnig rotierende Wirbel, also der Wirbel dessen Drehsinn entgegen dem der Windscherung ist, die Tendenz zum schnelleren Zerfall. Der Dissens, ob im Falle von Windscherung im Gegensatz zur einer scherfreien Situation, erhöhte oder verringerte Lebensdauern der Wirbel zu erwarten sind, konnte bis heute nicht beigelegt werden.

Vor dem Hintergrund des Wirbeltransports ergeben sich in Fällen von Windscherung mitunter äußerst komplexe Wirbeltrajektorien. Als hierfür charakteristische Phänomene sind die Zunahme der Wirbelabstands, das Kippen des Wirbelpaarsystems und das Wiederaufsteigen von Wirbeln zu nennen. Situationen von Windscherung zeichnen sich somit durch eine deutlich höhere Komplexität des Wirbelverhaltens aus, als dies für Situationen ohne Windscherung der Fall ist. Der Erklärung der zu beobachtenden Phänomene und deren Modellierung fehlt zumeist ein tieferes Verständnis der zugrunde liegenden physikalischen Mechanismen. Inwieweit bestehende Wirbeltransport- und Wirbelzerfallsmodelle das Wirbelschleppenverhalten im Hinblick auf eine Staffelungsoptimierung wiedergeben können, bleibt fraglich.

1.3 Stand der Forschung

Der heutige Wissensstand zum Einfluss von Scherströmungen auf Wirbelschleppen beruht zum großen Teil auf numerischen Studien. Feldmessungen sind bisher nicht in der Lage, alle bedeutenden atmosphärischen Skalen ausreichend genau aufzulösen (Sarpkaya und Daly [1987]). Auch zu Laboruntersuchungen, wie etwa mittels von Wasserschlepp- und Windkanälen, gibt es keine nennenswerten sachbezogenen Arbeiten. Grund hierfür ist die Schwierigkeit, in diesen Systemen zeitlich konstante und kontrollierte, scherbefahete Querwinde zu erzeugen.

In der Literatur finden sich hauptsächlich numerische Studien zum Einfluss von laminarer Windscherung oder scherfreier Turbulenz. Die hier vorgestellte Literaturübersicht erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Lediglich die wichtigsten Studien, auf die sich diese Arbeit stützt, sollen chronologisch vorgestellt werden. Auf weitere Arbeiten wird in den entsprechenden Kapiteln verwiesen.

Das Fundament der modernen Wirbelschleppenforschung legt Crow [1970], indem ihm als erster die theoretische Beschreibung der für den Wirbelschleppenzerfall bedeutenden, langwelligen Instabilitäten gelingt. Durch seine rein kinematische Theorie führt er den wichtigen Beweis, dass Wirbelschleppen unbedingt instabil sind und liefert ferner eine Abschätzung für die Zuwachsrate der später nach ihm benannten Instabilität. Tombach [1973] kann die von Crow [1970] aufgestellte Theorie anhand von Feldexperimenten bestätigen und weist auf das Phänomen des Wirbelkernplatzens als weiteren wichtigen Mechanismus des Wirbelschleppenzerfalls hin. Seine Messungen demonstrieren auch, dass die charakteristischen Zeitskalen beider Zerfallsmechanismen ausschließlich durch die Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ϵ^* beschrieben werden können, was durch die theoretische Arbeit von Crow und Bate [1976] untermauert wird. Zu demselben Ergebnis kommen später Sarpkaya und Daly [1987] und Liu [1992] durch Versuchsreihen in Wasserschleppkanälen.

Die in den Messdaten vereinzelt zu findenden, unterschiedlichen Zerfallsraten der Wirbel einer Wirbelschleppe sind nach der Vorstellung von Tombach [1973] auf die Wirkung der Windscherung zurückzuführen. Bestätigt werden kann diese als vage Vermutung geäußerte Feststellung durch die numerischen Untersuchungen von Robins und Delisi [1990], die den Begriff der *solitären Wirbel* prägen. Unklarheit besteht jedoch über das Vorzeichen der Auswirkung von Scherung gegenüber scherfreien Situationen auf die Wirbelalterung. Die Arbeiten von Cox et al. [1992] und Sarpkaya [1998a], die von einem beschleunigenden Effekt der Windscherung auf den Wirbelzerfall ausgehen, stehen im Widerspruch mit den Beobachtungen von Tombach [1973].

Die Studien von Risso et al. [1996] und Risso et al. [1997] zum Einfluss homogen-isotroper Turbulenz auf die Wirbelalterung heben die Bedeutung großskaliger turbulenter Bewegungen auf die Ausbildung langwelliger Deformationen der Wirbelachsen hervor. Als hiervon unabhängig identifizieren sie ferner kleinskalige Vorticity-Strukturen als wichtigen Bestandteil des Wirbelalterungsprozesses, deren Entstehung sie auf die Streckung turbulenter Strukturen zurückführen. Diese zu den Wirbeln azimuthal orientierten Strukturen erhöhen die Diffusion

von Vorticity im Bereich der Wirbelkerne.

Zum Einfluss von Scherung auf das Wirbeltransportverhalten untersuchen Proctor et al. [1997] und Proctor [1998] Szenarien von ausgeprägten, vom Boden abgehobenen Scherschichten. Es wird gezeigt, dass Scherschichten mit schwacher Scherung die Absinkgeschwindigkeit des Wirbelpaares vermindern. Obwohl in diesen Fällen unterhalb der Scherschicht kein Querwind vorherrscht, wird eine laterale Verlagerung der Wirbel beobachtet, die auf den Erhalt von Lateralimpuls des vorherrschenden Windes innerhalb des Wirbelsystems zurückgeführt wird. Die Minderung der Abwärtsbewegung wird bei einer Scherschicht mit erhöhter Scherung in ein Wiederaufsteigen des stromabliegenden (*Lee*-)Wirbels umgekehrt, während der stromaufliegende Wirbel (*Luv*-Wirbel) die Scherschicht durchdringt bzw. in ihrer Höhe verharret. Die weitere Erhöhung der Scherschichtintensität zeigt dann ein Wiederaufsteigen beider Wirbel, wobei der *Luv*-Wirbel den stärkeren Rückprall erlebt. In allen untersuchten Fällen wurde ein Kippen des Wirbelpaares (*Vortex Tilting*) beobachtet, was zu unterschiedlichen Wirbelhöhen führt (*siehe auch* Ash et al. [1994]). Die Möglichkeit des Wirbelpaarkippens und wiederaufsteigender Wirbel konnte für den Fall eines logarithmischen Vertikalgeschwindigkeitsprofils des Querwinds bereits in der Arbeit von Liu und Ting [1987] demonstriert werden. Obwohl Proctor [1998] eine Erklärung für die oben beschriebenen Phänomene schuldig bleibt, postuliert er die Bedeutung der Scheränderung $\partial^2 U / \partial z^2$ als maßgeblichem Parameter für die Wiederaufstiegstendenz eines bzw. beider Wirbel.

Darracq et al. [1999b] greifen später dieses Thema auf und untersuchen einige der genannten Phänomene mittels Parameterstudien systematisch. Die *Reynoldszahl*-Variation bei sonst identischen Simulationen zeigt gleichzeitig die hauptsächlich nicht-viskose Natur der Wirbel-Scherschicht-Wechselwirkung. Des Weiteren wurde festgestellt, dass die Wiederaufstiegstendenz von Wirbeln nicht von dem Absolutbetrag des Querwinds $U(z)$, sondern nur von deren Ableitungen $\partial U / \partial z$, $\partial^2 U / \partial z^2$, etc. abhängt, was als eine nützliche Eigenschaft in Bezug auf eine Verlagerungsvorhersage angesehen wird.

1.4 Zielsetzung und Überblick

Ziel dieser Arbeit ist es, mit Hilfe numerischer Simulationen das Verhalten von gegenseitig rotierenden Wirbelpaaren unter Scherungseinfluss detailliert zu analysieren und Verständnis im Hinblick auf eine Modellierung in Echtzeit zu schaffen. Dabei stellen der Wirbeltransport und der Wirbelzerfall die zentralen Aspekte der Studien dar. Während der Transportmechanismus durch Parameterstudien untersucht wird, werden beim Wirbelzerfall ausführlich die physikalischen Mechanismen analysiert und diskutiert. Obwohl Scherschichten in der Atmosphäre häufig mit stabiler thermischer Schichtung einhergehen, beschränkt sich diese Arbeit auf thermisch neutrale Bedingungen. Die Arbeit gliedert sich in die folgenden drei Themenkomplexe:

- Zunächst wird der Transporteinfluss von konstanter Hintergrundscherung auf ein Wirbelpaar untersucht. Anhand der Ergebnisse werden Hypothesen zum grundlegenden Wirbeltransportverhalten validiert (Proctor et al. [1997], Shen et al. [1999], Köpp [1994], Corjon und Poinso [1997]). Dieses Szenario stellt das logische Bindeglied zwischen rei-

ner Advektion bei konstantem Querwind und dem wesentlich komplexeren Verhalten bei Scherschichten dar.

Die Wirkung einer Scherschicht auf den Wirbeltransport wird zunächst exemplarisch anhand eines Falles detailliert beleuchtet und im Kontext anderer Arbeiten interpretiert. Die im Hinblick auf die Modellierung des Wirbeltransports durchgeführte Sensitivitätsanalyse liefert Aussagen über die relative Bedeutung der Einflussparameter der Wirbel-Scherschicht-Interaktion. Die Ergebnisse vervollständigen die Analysen von Darraq et al. [1999b] und liefern somit wichtige Hinweise für die Modellierung der komplexen Wirbeltransportvorgänge. Eine kritische Beurteilung von bestehenden Wirbeltransportmodellen erfolgt anhand der zuvor gewonnenen Erkenntnisse (Zheng und Lim [2000], Mokry [2001], Meleshko et al. [2001]).

- Grundlage der Untersuchungen zum Wirbelzerfall sind Fälle homogen-isotroper Turbulenz, Turbulenz bei konstanter Windscherung und turbulente Strahlströmungen. Ein Vergleich der Ergebnisse der beiden erstgenannten Szenarien offenbart den Einfluss der Windscherung auf den Zerfallsprozess der Wirbelschleppes. Durch die detaillierte Analyse und Interpretation der Strömungsverhältnisse wird ein Beitrag zu einem besseren Verständnis der physikalischen Mechanismen geliefert. Es wird hierbei insbesondere der Frage nach der Rolle der *sekundären Vorticity-Strukturen* (Risso et al. [1996]) auf den Wirbelzerfall nachgegangen. Eine Aussage darüber, inwieweit sich Konzepte des Zerfallsprozesses für scherfreie Situationen auf Wirbel in Scherströmungen übertragen lassen, liefert eine Analyse des zeitlichen Verhaltens der Wirbelintensitäten und der Phänomenologie des Wirbelzerfalls.

Wie auch im ersten Punkt erlauben die gewonnenen Erkenntnisse eine argumentative Beurteilung von Modellierungsansätzen, wobei hier die Modelle von Corjon und Poinot [1996] und Cox et al. [1992] stellvertretend bewertet werden.

- Der letzte Teil der vorliegenden Arbeit befasst sich mit einem realen, am Flughafen London-Heathrow gemessenen Fall einer landenden Boeing B-747 (Vaughan et al. [1996], Greenwood und Vaughan [1998]). Die gemessenen Daten belegen ein ungewöhnliches Wirbelverhalten. Als mögliche Gründe für den beobachteten, bisher nicht plausibel erklärbaren Wirbeltransport wurden Einflüsse des Bodens, einer dort befindlichen Baumgruppe, der Querwindscherung sowie ein mögliches Aufwindgebiet genannt. Numerische Untersuchungen mit einer realitätsnahen Nachbildung der zugrundeliegenden Situation werden durchgeführt, um im Rückschluss zu Aussagen über die Bedeutung einzelner Einflussfaktoren auf das beobachtete Wirbelschleppenverhalten zu gelangen.

Grundsätzliches, übergeordnetes Ziel ist die Modellierung der Verlagerung und des Zerfalls eines Wirbelpaares in laminaren und turbulenten Scherströmungen im Hinblick auf ein operationelles Wirbelschleppen-Vorhersagemodell. Die Behandlung dieser drei Themenschwerpunkte soll hierzu maßgeblich beitragen.

In der vorliegenden Arbeit folgt zunächst die Darstellung der für das weitere Verständnis hilfreichen Grundlagen (Kapitel 2). Das dritte Kapitel beschreibt das verwendete numerische

Modell und stellt eine Reihe von Validierungsfällen vor. Des Weiteren wird der Skaleneinfluss mit Hilfe einer Vergleichsrechnung diskutiert. Kapitel 4 befasst sich mit dem Wirbeltransport unter dem Einfluss laminarer Scherung in zweidimensionalen Scherschichten. Die unter dem ersten Punkt aufgeworfenen Fragen sollen darin beantwortet werden. Die Ausweitung auf Fälle mit atmosphärischer Turbulenz wird in Kapitel 5 behandelt. Dabei wird dem Zerfallsprozess besonderes Augenmerk geschenkt. Es wird geprüft, inwieweit sich Ergebnisse der laminaren Simulationen der vorigen Kapitel auf Fälle mit atmosphärischer Turbulenz übertragen lassen. In Kapitel 6 werden Vergleichsrechnungen zu realen Fällen vorgestellt. Erstmals wird eine Nachrechnung des Heathrow-Rebound Falles präsentiert. Es wird geprüft, inwiefern gewonnene Erkenntnisse auf die Realität übertragbar sind. Abgeschlossen wird diese Arbeit in Kapitel 7 mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf weiterführende Arbeiten.

Einzelne Bestandteile der vorliegenden Arbeit wurden bereits im Rahmen von Konferenzbeiträgen präsentiert. So wurden Ergebnisse des vierten Kapitels zum Einfluss laminarer Scherschichten auf die Wirbelschleppenentwicklung unter anderem in Hofbauer und Gerz [1999] vorgestellt, der Inhalt des fünften Kapitels zum Wirbelzerfall findet sich zum Teil in Hofbauer und Gerz [2000] und Holzäpfel et al. [2001b]. Die Untersuchungen des in Kapitel 6 thematisierten Messfalls wurden in gekürzter Fassung in Holzäpfel et al. [2001c] veröffentlicht.

Kapitel 2

Grundlagen

Ohne Anspruch auf Vollständigkeit soll in diesem Kapitel zunächst ein kurzer Überblick über atmosphärische Erscheinungsformen von Windscherung gegeben werden. Daran anschließend werden die allgemeinen und in diesem Rahmen relevanten Gesichtspunkte turbulenter Strömungen dargestellt. Schließlich wird an die in der Einführung erläuterten, grundlegenden Aspekte der Wirbelschleppe angeknüpft und deren allgemeines Verhalten weiter ausgeführt.

2.1 Ereignisse vertikaler Windscherung in der atmosphärischen Grenzschicht

Windscherung tritt als natürliches Phänomen der Meteorologie in zahlreichen Formen unterschiedlichster Längen- und Zeitskalen und in allen Höhenbereichen der Troposphäre auf. Windscherung ist definiert als die Variation des Windvektors über eine Länge in der Vertikalen (vertikale Windscherung $\sigma = \partial U / \partial z$), in der Horizontalen (horizontale Windscherung) oder jeder anderen betrachteten Raumrichtung. Als markante, großskalige Quellen von Windscherung sind beispielweise Kalt- und Warmfronten, Strahlströme des Subtropenjets und des Polarfrontjet und über Gebirge brechende Schwerewellen zu nennen. Für das Wirbelschleppenverhalten im Flughafennahbereich sind jedoch die in geringer Höhe auftretenden und zumeist kleinskaligen Erscheinungsformen der Windscherung von Interesse. Der unterste, direkt von der Erdoberfläche beeinflusste Teil der Atmosphäre wird als die atmosphärische Grenzschicht (*atmospheric boundary layer, ABL*) bezeichnet. Grundlagen für die Beschreibung der Atmosphäre und ihrer Grenzschicht finden sich beispielsweise in Stull [1988] oder Garratt [1992]. Dynamische Prozesse – angetrieben durch Impuls- und Wärmeflüsse an der Erdoberfläche – verleihen der ABL ihre stark variierende, vertikale Mächtigkeit von einigen hundert Metern bis wenigen Kilometern. Damit beherrscht sie den überwiegenden Bereich des An- und Abflugverkehrs.

Direkt an der Erdoberfläche ist infolge der Bodenrauigkeit die Luft in Ruhe. Oberhalb der ABL bestimmt die Großwetterlage die Geschwindigkeit und Richtung des dort vorherrschenden sog. *geostrophischen Winds* der freien Atmosphäre. Infolge turbulenter Impulsflüsse stellt sich in der unteren ABL ein vertikales, im zeitlichen Mittel annähernd logarithmisches Windprofil ein. Diese Form der Windscherung spielt eine untergeordnete Rolle, da nur in

unmittelbarer Nähe zum Grund¹ signifikante Scherraten erreicht werden, die schnell mit steigender Höhe abnehmen.

Zusätzlich wird das Windfeld der unteren ABL durch die Geländeform beeinflusst. Beschleunigungseffekte durch orographisch stark gegliedertes Gelände können so zu lokalen Scherströmungen bedeutender Größenordnung führen. Ist beispielsweise ein Punkt des Geländereiefs gegenüber seiner Luv-Seite erhöht, so ist ein lokales Maximum des Windprofils innerhalb der untersten 100 Höhenmetern wahrscheinlich (Ash et al. [1994], *hill effect*). Gleichermaßen können Einschnitte in der Geländekontur, wie beispielsweise Flusstäler und Bergpässe, zu strahlartigen Winden führen (*tunnel effect*). Die tagesperiodischen, thermisch angeregten Ausgleichsströmungen als Quelle von Windscherung sind ebenfalls auf die differentielle Beschaffenheit der Erdoberfläche zurückzuführen. Beispiele für diese zumeist gut vorhersagbaren Windsysteme sind *Hangwinde*, *See-* und *Landwinde*. Sofern möglich, werden bereits bei der Standortplanung von Flughäfen die orographischen Effekte zumindest für die Hauptwindrichtung berücksichtigt, um so zeitlich und räumlich möglichst homogene Windverhältnisse zu gewährleisten. Es ist nahe liegend, dass, im Gegensatz zu orographisch bedingten Windsystemen, eine Standortplanung hinsichtlich der meisten meteorologischen Wettergeschehen nicht möglich ist.

Windscherung von hoher Intensität kann beispielsweise bei sogenannten Inversionswetterlagen eintreten. Dabei zeigt das vertikale Temperaturprofil der atmosphärischen Grenzschicht eine Gradientenumkehr. Die häufigste Ursache hierfür ist die thermische Abstrahlung des Bodens bei nachlassender oder fehlender solarer Einstrahlung am Abend, bzw. in der Nacht und der damit verbundenen Auskühlung der untersten Luftschicht. Diese Inversion, typischerweise in einer Höhe von 100m bis 300m über Grund (Stull [1988]), kann als eine Trennungsschicht zwischen der darüber und der darunter liegenden Luftschicht angesehen werden. Die Entkopplung zeigt sich deutlich beim Auftreten des sogenannten *Low-Level Jets* oder *Nocturnal Jets*. Hierbei handelt es sich um eine starke, strahlartige Windschicht mit maximalen Windgeschwindigkeiten von bis zu 30m/s unmittelbar unterhalb der Inversionshöhe. Infolge der geringen vertikalen Ausdehnung des Windbandes, zeichnen sich derartige Situationen in der Regel durch Scherschichten hoher, lokaler Scherraten σ aus.

Sowohl horizontale als auch vertikale Scherwinde signifikanter Stärke sind in vielfältiger Weise bei konvektiven Wettersituationen zu finden. Die Grenzfläche zwischen Aufwind- und Abwindgebieten stellt, wie man sich leicht vorstellen kann, eine mögliche Quelle dar. Besonders dramatisch für den Luftverkehr wirken sich auch die sogenannten *Fallböen* (*downbursts*) aus. Im Sinne einer Staffelungsoptimierung sind konvektive Situationen im Gegensatz zu Strahlströmungen des Low-Level Jets durch ihre hohe Turbulenzintensität und die damit verbundene kurze Lebensdauer der Wirbelschleppen unkritisch (Holzäpfel et al. [2000]). Im Zusammenhang mit atmosphärischer Turbulenz kommt den Scherströmungen eine herausragende Bedeutung zu, da diese essentieller Bestandteil der Turbulenzproduktion sind.

¹Bedeutende Scherraten $\sigma \geq O(0.1s^{-1})$ werden lediglich bis Höhen $O(20m)$ erreicht. In diesen Höhenbereichen dominiert jedoch der Bodeneinfluss das Verhalten der Wirbelschleppe (Proctor [1998]).

2.2 Eigenschaften turbulenter Strömungen

Der effektive Austausch von Impuls, Wärme und Feuchte durch Turbulenz der atmosphärischen Grenzschicht trägt grundlegend zum Wettergeschehen bei. Obwohl der Begriff *Turbulenz* allgemein mit *Unordnung* assoziiert wird und turbulente Strömungen nicht deterministisch sind, zeigen diese dennoch geordnete Strukturen und lassen sich phänomenologisch, bzw. statistisch beschreiben.

2.2.1 Phänomenologische Charakterisierung turbulenter Strömungen

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen laminaren und turbulenten Strömungen. Eine laminare Strömung schlägt in eine turbulente Strömung um, wenn die Trägheitskräfte gegenüber den Diffusionskräften dominieren und deren Verhältnis ein kritisches Maß überschreitet. Dieses Kräfteverhältnis drückt die *Reynolds-Zahl* $Re = UL/\nu$ aus, die strömungscharakteristische Referenzgrößen für Geschwindigkeit U und Länge L mit der kinematischen Viskosität des Fluids ν ins Verhältnis setzt. Ist dieses kritische Maß überschritten, so ist mit wachsender *Reynolds-Zahl* eine Aufweitung der Bewegungs- und Zeitskalen festzustellen, die die aperiodische Strömung zunehmend *random* erscheinen lässt. Nichtsdestotrotz zeigen selbst hochturbulente Strömungen noch geordnete Wirbelstrukturen – die sogenannten *Eddies*. Dieser Sachverhalt rechtfertigt die Darstellung von turbulenten Strömungsfeldern durch die Überlagerung einer Vielzahl von Wirbelfilamenten² unterschiedlicher Orientierung und Längenskalen und verleiht dem Begriff der *kohärenten Strukturen* eine zentrale Bedeutung in der Turbulenzforschung.

Bei der Betrachtung der Rauchfahne eines Kamins oder einer Zigarette erkennt man, dass die großen Wirbel instabil sind und in kleinere Wirbel zerfallen, die wiederum kurze Zeit später in noch kleinere Wirbel zerfallen. Dieser Kaskadenprozess setzt sich solange fort, bis die kinetische Energie der Wirbel durch die viskosen Kräfte in Wärme dissipiert ist. Das Abklingen der Strömungsturbulenz durch Dissipationsverluste kann nur durch die stetige Umwandlung von Energie eines mittleren Scherfelds $\partial u_i/\partial x_j$ in turbulente kinetische Energie kompensiert werden. Die neu erzeugte turbulente kinetische Energie e wird primär den Wirbeln (*Eddies*) der makroskopischen Skalen der Turbulenz – man spricht in diesem Zusammenhang vom sogenannten *Produktionsbereich* – zugeführt.

Die Umwandlung von Energie einer Scherströmung in turbulente kinetische Energie ist auf den Mechanismus der *Wirbelfadenstreckung* (*vortex stretching*) zurückzuführen. Ein Scherfeld verrichtet Deformationsarbeit an Wirbeln, deren Skalen vergleichbar oder kleiner als die des Scherfelds sind. Isoliert betrachtete Wirbelsegmente werden dabei abhängig von ihrer räumlichen Orientierung entweder gestreckt oder gestaucht. Nach dem Prinzip des Drehimpulserhalts (*Kelvinsches Theorem*) nimmt die Vorticity der gestreckten Wirbelsegmente zu³. Obgleich umgekehrt eine Vorticityabnahme gestauchter Wirbelsegmente zu verzeichnen ist,

²Die Darstellung turbulenter Strömungsfelder durch Wirbelfilamente wird häufig mit einem losen Wust Spaghetti verglichen. Streng physikalisch hinkt dieser Vergleich, da nach dem ersten *Helmholtz*schen Wirbelsatz ein Wirbelfilament kein freies Ende besitzt und entweder geschlossen ist oder an einer festen Berandung endet.

³Als meteorologisch eindrucksvolle Erscheinung zeigt sich die Auswirkung der Wirbelstreckung bei der Entstehung und Intensivierung von *Tornados* als häufigste Ursache.

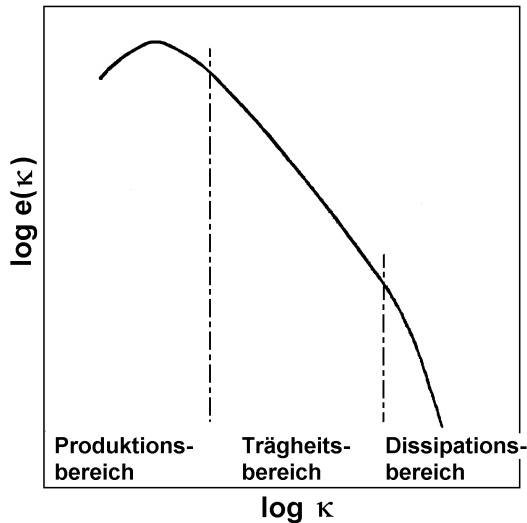


Abbildung 2.1: Spektrale Verteilung der turbulenten kinetischen Energie $\hat{e}(\kappa)$ über der Wellenzahl κ (in doppelt-logarithmischer Darstellung) einer voll-entwickelten turbulenten Strömung.

zeigt die Gesamtbetrachtung eine Intensivierung der deformierten Wirbel⁴ und folglich eine Erhöhung ihrer Energie. Gleichzeitig erfährt das Scherfeld eine Abschwächung aufgrund der geleisteten Deformationsarbeit. Die Existenz eines Wirbels wird in seiner Umgebung auf vergleichbaren oder kleineren Skalen als Scherfeld wahrgenommen. Somit erklärt der Mechanismus der Wirbelstreckung neben der Erzeugung turbulenter kinetischer Energie auch die Wirbelkaskadierung und den Energietransfer von großen zu kleinen Skalen⁵.

In einer turbulenten Strömung beeinflusst so die makroskopische Gegebenheit den Skalenbereich der größten und die Viskosität des Fluids den der kleinsten auftretenden Wirbel. Sind diese Skalenbereiche ausreichend weit voneinander getrennt, umrahmen sie einen Skalenbereich, der lediglich durch den spektralen Fluss turbulenter kinetischer Energie aufgrund der Wirbelstreckung bestimmt ist. In diesem sog. *Trägheits-* oder *Inertialbereich* verhält sich die Strömung statistisch selbstähnlich und ist skaleninvariant (Kolmogorov [1941]). Die spektrale Energieverteilung $\hat{e}(\kappa)$ über der Inversen der Wellenlänge – der Wellenzahl κ – erhält man mittels einer *Fourier-Transformation* der turbulenten kinetischen Energie und ist beispielhaft in Abbildung 2.1 dargestellt. Die spektrale Energiedichte gehorcht dabei einer Potenzfunktion $e(\kappa) \propto \kappa^{-5/3}$, sofern es sich um voll ausgebildete, *homogen-isotrope* (richtungsunabhängige) Turbulenz handelt.

Im Dissipationsbereich, der durch die Viskosität des Fluids dominiert wird, zeigt das Spektrum der turbulenten kinetischen Energie einen Abfall proportional zu κ^{-7} .

⁴Zur Verdeutlichung sei folgendes Gedankenexperiment angestellt: Ein quaderförmiges Kontrollvolumen V (Rauminhalt $|V| = \text{const}$) enthalte im Mittel ungerichtete Vorticity $\int_V |\omega_i| dx_i = 1$. Die Streckung des Kontrollvolumens um den Faktor α in einer Raumrichtung bewirkt eine entsprechende Stauchung um $\sqrt{\alpha}$ in den beiden anderen Raumrichtungen. Für jede Raumrichtung verhält sich die Änderung der Vorticity entsprechend der Änderung des Kontrollvolumens. Die gesamte, im deformierten Kontrollvolumen enthaltene Vorticity beträgt $(\alpha + 2/\sqrt{\alpha})/3 \geq 1$.

⁵Hauptverantwortlich für den spektralen Energietransfer ist nach Chorin [1993] der Mechanismus der *Wirbelfaltung* (*vortex folding*).

2.2.2 Mathematisch-statistische Beschreibung turbulenter Strömungen

Der Zustand der thermisch neutralen, atmosphärischen Grenzschicht lässt sich durch Felder der Geschwindigkeit \vec{u} , des Drucks p und der Dichte ρ beschreiben. Als ort- und zeitabhängige Variablen einer turbulenten Strömung sind diese nicht-deterministisch und müssen daher als stochastische Größen behandelt werden. Nach *Osborne Reynolds* wird bei der Untersuchung der turbulenten Grenzschicht die Zeitreihe einer beliebigen turbulenten Größe $\zeta = \zeta(t)$ in ihren zeitlichen Mittelwert $\langle \zeta \rangle_t$ und die momentane Abweichung $\zeta' = \zeta'(t)$ zerlegt, so dass der gemittelte Wert der Schwankungsgröße null ist, d.h.

$$\zeta = \langle \zeta \rangle_t + \zeta' \quad , \quad \text{so dass} \quad \langle \zeta' \rangle_t \equiv 0 . \quad (2.1)$$

Ist die Zeitreihe $\zeta(t)$ hinsichtlich des Mittelwerts $\langle \zeta \rangle_t$ statistisch stationär, oder anders ausgedrückt, ist der $\langle \zeta \rangle_t$ zeitlich unabhängig, so lässt sich dieser Mittelwert gemäß

$$\langle \zeta \rangle_t = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \zeta(t) dt \quad (2.2)$$

bestimmen. Bei statistisch instationären Zufallsprozessen muss demgegenüber das Mittelungsintervall τ problemspezifisch so gewählt werden, dass die Fluktuation $\zeta'(t)$ nur die hochfrequenten Anteile erfasst, wohingegen die tiefen Frequenzen in $\langle \zeta \rangle_t$ eingehen. Analog zur zeitlichen Mittelung, kann bei räumlich statistischer Homogenität das räumliche Mittel $\langle \zeta \rangle_x$ oder bei der Realisierung einer Serie von Experimenten unter äquivalenten Bedingungen das sogenannte *Ensemble-Mittel* $\langle \zeta \rangle_e$ definiert werden.

Die Statistik bezeichnet den Ausdruck $\langle (\zeta - \langle \zeta \rangle)^k \rangle$ als das k -te zentrale Moment einer Verteilungsfunktion, das für $k = 1$ eine verallgemeinerte Form von Beziehung (2.1) darstellt. Das zweite zentrale Moment ist die Varianz $\langle \zeta'^2 \rangle$. Als Maß für die Intensität einer turbulenten Strömung wird häufig die Quadratwurzel der Varianz einer Geschwindigkeitskomponente, auch bekannt unter *root-mean-square-(rms-)Geschwindigkeit*

$$\zeta_{rms} = \sqrt{\langle \zeta'^2 \rangle} = \sqrt{\langle (\zeta - \langle \zeta \rangle)^2 \rangle} \quad (2.3)$$

herangezogen. Diese Definition ist identisch mit der Standardabweichung. Angaben über die Intensität der Turbulenz liefert auch die massenspezifische turbulente kinetische Energie

$$e = 0.5 \langle u'^2 + v'^2 + w'^2 \rangle . \quad (2.4)$$

Die turbulente kinetische Energie ist nicht über alle Wellenzahlen gleichmäßig verteilt. Die dominanten, energietragenden Wirbel sind im Produktionsbereich der Turbulenz angesiedelt. Eine Abschätzung für diese größten auftretenden Skalen erhält man über die *integrale Längenskala* der Turbulenz, wobei die Geschwindigkeit an zwei verschiedenen Punkten x_j und $x_j + \zeta_j$ miteinander korreliert und mit dem Quadrat der Geschwindigkeitsfluktuation normiert wird:

$$\ell = \int_0^\infty (\langle u_i(x_j) u_i(x_j + \zeta_j) \rangle / \langle u'^2 \rangle) d\zeta_j \quad (2.5)$$

Die Definition des integralen Längenmaßes basiert auf der anschaulichen Überlegung, dass für Korrelationsabstände $\zeta_j < \ell$ eine Abhängigkeit des Geschwindigkeitsverlaufes an zwei

Punkten vorliegt, während diese für $\zeta_j > \ell$ verloren geht. Analog zur Definition einer Makroskala, beschreibt die sogenannte *Kolmogorovlänge* die Mikroskala der turbulenten Strömung

$$\eta = (\nu^3 / \varepsilon)^{\frac{1}{4}} \quad (2.6)$$

mit ε als der Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie. Diese lässt sich wiederum anhand der spektralen Verteilung der turbulenten kinetischen Energie angeben:

$$\varepsilon = 2\nu \int_0^\infty \kappa^2 e(\kappa) d\kappa. \quad (2.7)$$

Als Senkenterm stellt sich die Dissipationsrate in der Transportbilanzgleichung für die turbulente kinetische Energie dar, sodass alternativ ein weiterer Ausdruck für die Bestimmung von ε besteht. Dieser lautet

$$\varepsilon = \nu \left\langle \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right\rangle \quad (2.8)$$

(nach Hinze [1959]).

2.3 Die Wirbelschleppe

2.3.1 Ursache, Bildung und Transport

Sowohl die Entstehung aerodynamischen Auftriebs als auch die Ursache und Bildung von Wirbelschleppen wird bis heute unterschiedlich dargestellt. Die klassische Erklärung sieht den Grund in der Beschleunigung der Strömung oberhalb des Tragflächenprofils durch dessen Wölbung und Anstellung. Nach dem Gesetz von *Bernoulli* folgt dort eine Abnahme des statischen Drucks. Entsprechend, aber mit umgekehrten Vorzeichen, kann eine Druckerhöhung auf der Profilunterseite durch die Verzögerung der Strömung beobachtet werden. An den Flügelspitzen muss der Druckunterschied verschwinden, was zu einem seitlichen Abfließen in Spannweitenrichtung führt. Als dünne Scherschicht geht diese Sekundärströmung an der Tragflächenhinterkante ab und rollt sich zur Wirbelschleppe auf.

Eine andere Darstellung ergibt sich durch den Vertikalimpuls, den das umströmende Fluid erfährt und äußert sich in einem Abwindgebiet, dem sog. *downwash* im Nachlauf des Tragflügels. Nach dem dritten *Newtonschen Axiom actio est reactio* steht dem Auftrieb der vertikale Impuls der umgelenkten Luftmassen gegenüber. Die Strömungsumlenkung einer Parallelströmung und damit die Wirkung eines Tragflügels kann in der Potentialtheorie durch einen Wirbel beschrieben werden (Satz von Joukowski). Nach dem ersten *Helmholtzschen Wirbelsatz* kann diese Rotationsbewegung im Fluid weder beginnen noch enden. Danach gehen an der Tragflächenhinterkante entsprechend der Auftriebsverteilung freie Wirbelfäden ab. Diese, durch die *Prandtl'sche* Traglinientheorie beschriebene Vorstellung spiegelt Abbildung 1.1 schematisch wider.

Stromab rollt sich die Wirbelschicht zu zwei distinkten Wirbeln, den sogenannten Primärwirbeln, auf. Für Tragflächen elliptischer Auftriebsverteilung beträgt der Wirbelabstand nach

dem Aufrollvorgang $b_0 = B\pi/4$, wobei B die Tragflächenspannweite darstellt. Als Maß für die Intensität der Wirbel wird meist die anfängliche Zirkulation Γ_0 herangezogen. Eine gute Näherung für die anfängliche Wirbelzirkulation Γ_0 typischer Verkehrsflugzeuge liefert die Beziehung

$$\Gamma_0 = \frac{4 M g}{\pi \rho V_\infty B} \quad (2.9)$$

(Gerz et al. [2002]) für ein Flugzeug der Masse M , der Geschwindigkeit V_∞ und der Spannweite B (g und ρ kennzeichnen die Erdbeschleunigung und die Luftdichte)⁶. Aus Beziehung 2.9 ist auch ersichtlich, dass Flugzeuge stärkere Wirbel in der Start- und Landephase erzeugen. Dies ist auf die geringere Fluggeschwindigkeit V_∞ verglichen mit dem Reiseflug zurückzuführen. In mathematischem Sinne ist die Zirkulation definiert als $\Gamma = \oint_C \vec{u} \cdot d\vec{C}$, wobei die Geschwindigkeit \vec{u} über eine geschlossene Kurve C zu integrieren ist. Die Verwendung des *Stokesschen* Integralsatzes liefert die Identität mit dem Integral der Vorticity über die durch \vec{C} eingeschlossene Fläche \vec{A} :

$$\Gamma = \oint_{(C)} \vec{u} \cdot d\vec{C} = \iint_{(A)} \vec{\omega} \cdot d\vec{A} \quad \text{mit } \vec{\omega} = \nabla \times \vec{u} . \quad (2.10)$$

Das Verfahren der Zirkulationsbestimmung aus Simulationsergebnissen und der Wahl der Integrationsgrenzen wird im folgenden Kapitel näher beschrieben.

Eine Verknüpfung zwischen Zirkulation und Geschwindigkeit wird auch durch das *Biot-Savartsche* Gesetz hergestellt. Es beschreibt die kinematische Relation zwischen einem Wirbelelement und dessen induzierter Geschwindigkeit in einem zwei- bzw. dreidimensionalen Raum gemäß

$$\vec{u} = \int \vec{r} \times \Gamma d\vec{r} \quad \text{mit } \vec{r} = \begin{cases} -\frac{1}{2\pi} \frac{\vec{\zeta}}{|\vec{\zeta}|^2} & \text{zweidimensional} \\ \frac{1}{4\pi} \frac{\vec{\zeta}}{|\vec{\zeta}|^3} & \text{dreidimensional} \end{cases} , \quad (2.11)$$

wobei $\vec{\zeta}$ die Verbindung zwischen den Positionen des Wirbelelements mit der Zirkulation Γ und der induzierten Geschwindigkeit \vec{u} herstellt. Angewandt auf die Wirbelschleppe liefert das *Biot-Savartsche* Gesetz eine sehr gute Abschätzung für die anfängliche Absinkgeschwindigkeit der Wirbelschleppe mit $w_0 = \Gamma_0/(2\pi b_0)$. Diese liegt für typische Flugzeugmuster des zivilen Luftverkehrs im Bereich von 1.5m/s bis 2.5m/s.

Wenngleich sich diese Arbeit auf Fälle thermisch neutraler Schichtung beschränkt, soll an dieser Stelle dennoch die Wirkung thermisch stabiler Schichtung kurz erläutert werden. Mit Hilfe der Potentialtheorie kann anschaulich gezeigt werden, dass Fluid im Bereich des Wirbelpaars mit diesem absinkt. Die Grenzen dieses Bereichs bilden ein die Wirbel umschließendes Oval, das als Wirbel- oder *Kelvin-Oval* bezeichnet wird (Abbildung 2.2). Die auf der Generierungshöhe der Wirbelschleppe vorherrschende potentielle Temperatur wird innerhalb des *Kelvin-Ovals* konserviert. Das Absinken des Wirbelpaars in Höhen geringerer potentieller Temperatur führt zu einem horizontalen Temperaturgradienten entlang des *Kelvin-Ovals*

⁶Diese Beziehung gilt streng genommen nur für Tragflächen mit elliptischer Zirkulationsverteilung über der Spannweite, wird aber durch Messungen bei gängigen, zivilen Flugzeugtypen mit sehr guter Näherung bestätigt.

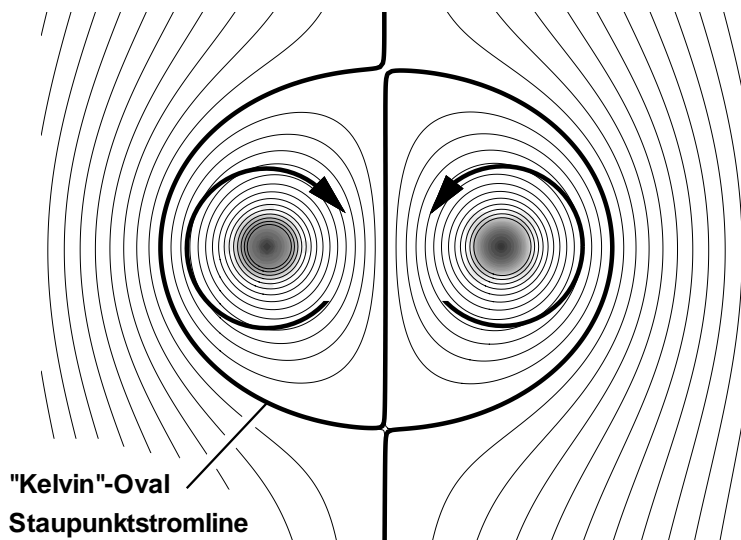


Abbildung 2.2: *Kelvin-Oval* und Stromlinien eines durch die Vorticity-Verteilung eines Wirbelpaars (grau-stufencodiert) induzierten Geschwindigkeitsfelds in einem mitbewegten Bezugssystem.

und hat die Erzeugung barokliner Vorticity zur Folge. Die durch die erzeugte barokline Vorticity induzierten Geschwindigkeiten wirken der Absinkbewegung des Wirbelpaars entgegen (Holzäpfel und Gerz [1999]).

Nähern sich die Wirbel dem Boden, so geht Ihre Absinkbewegung in eine Lateralbewegung über. Der Beginn dieses Prozesses wird im Allgemeinen ab einer Wirbelhöhe vom ein- bis zweifachen des anfänglichen Wirbelabstandes b_0 gesehen – man sagt, die Wirbel befinden sich dann in Bodeneffekt (*in ground effect, IGE*). Durch die Annäherung der Wirbel an den Boden und die damit verbundenen induzierten Geschwindigkeiten wird dort eine Schicht sekundärer Vorticity erzeugt, welche dann durch die Wirbelströmung abgelöst wird. Die Wechselwirkung zwischen sekundär erzeugter Vorticity und Wirbel führt zu einer aufsteigenden, taumelnden Bewegung des Primär-Sekundär-Wirbelpaars.

Um zu einer Abschätzung des Wirbeltransports in Bodeneffekt zu gelangen, kann man sich der Einfachheit halber auf einen reibungsfreien Boden beschränken. Diese Annahme erlaubt die Anwendung des *Biot-Savartschen* Gesetzes unter Zuhilfenahme der Symmetrierandbedingung $\omega(x, -z) = -\omega(x, z)$. Dies wird erreicht, indem in der Betrachtung jedem der beiden diskreten Primärwirbel $\Gamma(x, z)$ ein fiktiver, sogenannter Spiegelwirbel (*image vortex*) $\Gamma(x, -z)$ zugeordnet wird. Die Bewegungsgleichungen des Vier-Wirbel-Systems basierend auf obigen Überlegungen ergeben sich zu

$$\frac{dx_{i,j}}{dt} = \frac{\pm \Gamma}{4 \pi z} \frac{(x_2 - x_1)^2}{4z^2 + (x_2 - x_1)^2} \quad (2.12)$$

$$\frac{dz_{i,j}}{dt} = \frac{\Gamma}{2 \pi (x_2 - x_1)} \frac{-4z^2}{4z^2 + (x_2 - x_1)^2} \quad (2.13)$$

Die Indizierung dient der Unterscheidung zwischen den beiden Primärwirbeln. Die bisherigen Überlegungen treffen nur für den windfreien Fall zu. Nach Köpp [1994] ist für Fälle mit konstantem Querwind die Bewegungsgleichung (2.12) durch den zusätzlichen Term des

höhenabhängigen Querwindes $U(z)$ zu ergänzen.

2.3.2 Persistenz und Zerfallsmechanismen

Wirbelströmungen sind typischerweise dreidimensional und instationär. Im Bereich des Wirbelzentrums wird Turbulenz durch die Stabilität der rotierenden Strömung unterdrückt (Hecht et al. [1981]). Es bedarf daher zunächst einer Störung, die die Kohärenz der Wirbel bricht. Die gegenrotierenden Nachlaufwirbel der Flugzeugwirbelschleppe zeigen verschiedene Instabilitätsmechanismen. Bei Flugzeugwirbelschleppen sind die Hauptmechanismen die sogenannte Crow-Instabilität⁷ und das Wirbelplatzen (*engl. vortex core bursting*).

Die Störung eines parallelen Wirbelpaars auf geeigneten Wellenlängen führt zu einer symmetrischen, großskaligen Deformation der Wirbelachsen. Diese nach Crow [1970] benannte langwellige Instabilität äußert sich als eine *sinusförmige* Auslenkung der Wirbel in axialer Richtung in einer unter 48° zur Horizontalen geneigten Ebene (siehe auch Sarpkaya und Daly [1987]). Crow konnte mittels seiner Stabilitätstheorie zeigen, dass eine endliche, aber kleine Auslenkung exponentiell mit der Zeit anwächst und der dominante Eigenmode dieser Instabilität in der Atmosphäre bei einer theoretischen Wellenlänge von circa $8.6 b_0$ liegt. Mit zunehmender Turbulenzintensität und abnehmender integraler Länge nimmt diese am stärksten angeregte Wellenlänge ab (Han et al. [2000]). Bei schwacher bis mittelstarker Turbulenz können sich die Wirbel an einzelnen Stellen verbinden (*linking, reconnection*) und eine Folge oszillierender Wirbelringe bilden. Sarpkaya und Daly [1987] weisen darauf hin, dass Skaleneffekte durch die Reynoldszahl Re_T oder die integrale Länge der Turbulenz ℓ bestenfalls untergeordnete Rollen bei der charakteristischen Zeitskala T^* der Wirbelalterung oder der Lebensdauer der Wirbel spielen. Stattdessen erweist sich, wie zahlreiche Laborexperimente und Feldmessungen empirisch belegen, die normierte Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie

$$\varepsilon^* = \frac{(\varepsilon b_0)^{1/3}}{w_0} \quad (2.14)$$

als verlässlicher Parameter zur Abschätzung der Lebenszeit (*vgl.* Crow und Bate [1976], Sarpkaya [1998a]). Diese Kennzahl verknüpft demnach die Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ε als charakteristische Größe der Turbulenz mit den spezifischen Flugzeugparametern b_0 und w_0 .

Während bei geringen Dissipationsraten $\varepsilon^* < 0.01$ die langwelligeren Instabilitäten der primäre Mechanismus des Wirbelschleppenzerfalls sind, zeigt sich für $\varepsilon^* > 0.4$ das sogenannte Wirbelkernplatzen (*vortex core bursting*) als der dominante Zerfallsprozess (Liu [1992], Sarpkaya [1998a]). Dies äußert sich durch eine plötzliche Zunahme des Wirbelkernradius als eine lokale Erscheinung. Die von Tombach [1973] festgestellte Propagation der Instabilität entlang der Wirbelachse widerspricht den Ergebnissen von Sarpkaya und Daly [1987], der keine derartige Fortpflanzung konstatieren kann.

Es hat sich gezeigt, dass die Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ε^* auch

⁷auch bekannt als Scorer-Crow-Instabilität

für den Mechanismus des Wirbelkernplatzens eine gute Abschätzung der Zeit erlaubt (Liu [1992], Sarpkaya [1998a]). Die Zeit bis zum Verbinden der Wirbel, bzw. Platzen des Wirbelkerns wird häufig als Lebenszeit des Wirbels betrachtet, obwohl zu diesen Zeitpunkten noch kohärente, im Sinne der Wirbelschleppenproblematik intakte Wirbelstrukturen vorhanden sind.

Kapitel 3

Methode

Der Wunsch nach einem universellen Werkzeug zur Untersuchung einer ganzen Reihe meteorologischer Fragestellungen war Anstoß für die Entwicklung des in dieser Arbeit verwendeten numerischen Modells MESOSCOF (Schumann et al. [1987]). Im Mittelpunkt des Interesses standen ursprünglich Themenschwerpunkte, wie atmosphärische Turbulenz, Wolkenphysik und Gebirgsüberströmungen. Weiterentwicklungen und Modifikationen des Modells dehnten dessen Einsatz auf eine Vielzahl weiterer Anwendungsgebiete aus (z.B. Krettenauer [1991], Maaß [1996], Schmidt und Schumann [1989]).

Dieses Kapitel stellt das prinzipielle Konzept der numerischen Methode vor. Dies beinhaltet neben der Formulierung der Grundgleichungen und deren Diskretisierung auch die Betrachtung der Rand- und Anfangsbedingungen, sowie eine Beschreibung der Auswertemethoden. Eine Begründung für die Favorisierung der *Direkten Numerischen Simulation (DNS)* gegenüber der *Large-Eddy Simulation (LES)* gibt der letzte Abschnitt.

3.1 Die Grundgleichungen

Grundlage des hier vorgestellten Modells sind die für ein Kontinuum herleitbaren Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls. Auch bekannt als Kontinuitäts- und *Navier-Stokes-Gleichung*, bilden diese, auf die relevanten Terme eines inkompressiblen (dichtebeständigen) und instationär strömenden *Newtonschen Fluids* reduzierten Beziehungen¹, ein System partieller Differenzialgleichungen:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}. \quad (3.2)$$

In diesen Gleichungen beschreiben die u_i die Geschwindigkeitskomponenten in den drei

¹Hier, wie auch im Folgenden dieser Arbeit, gilt die tensorielle Indeschreibweise der *Einsteinschen* Summenkonvention. Diese Notation schreibt vor, dass für Terme mit doppelt auftretenden Indizes die Summe über alle drei Raumrichtungen gebildet werden muss.

Raumrichtungen x_i , t kennzeichnet die Zeitkoordinate, p die Abweichung von einem hydrostatischen Referenzdruck und ν die kinematische Viskosität des Fluids.

Im Allgemeinen ist die Luftdichte ρ eine Funktion des Drucks und der Temperatur. Die Annahme eines inkompressiblen Fluids ist gerechtfertigt, wenn die in der Simulation auftretenden Strömungsgeschwindigkeiten vergleichsweise klein sind gegenüber der Schallgeschwindigkeit und die hydrostatische Dichtedifferenz im Modellgebiet vernachlässigt werden kann (Stull [1988]). Die substantielle Zeitableitung der Dichte $D\rho/Dt = 0$, auch bekannt unter dem Begriff der *Kontinuitätsgleichung*, verkümmert dann zur Transversalitätsbedingung (3.1).

Infolge der eingangs erwähnten Beschränkung auf thermisch neutrale Fälle muss hier keine Transportgleichung für die innere Energie gelöst werden und der Auftriebsterm der Impulsgleichung tritt nicht auf. Der für meteorologische Fragestellungen oft wichtige Einfluss der durch die Erdrotation hervorgerufenen *Coriolis*-Beschleunigung kann aus skalenanalytischer Betrachtung ebenfalls vernachlässigt werden.

Das System partieller Differenzialgleichungen (3.1)–(3.2) bildet die Grundlage für die weitere Betrachtung.

3.2 Modellgleichungen und Diskretisierung

Ziel der Diskretisierung ist es, die für das Kontinuum hergeleiteten Grundgleichungen für Masse (3.1) und Impuls (3.2) zur numerischen Behandlung an diskreten Stützstellen in ein System algebraischer Beziehungen zu überführen. Die Differenzialquotienten werden durch Differenziationsschemata approximiert.

3.2.1 Raumdiskretisierung

Das quaderförmige Modellgebiet $\vec{L} = (L_x; L_y; L_z)$ wird durch ein strukturiertes, kartesisches Gitter konstanter Maschenweiten $\Delta x_i = (\Delta x; \Delta y; \Delta z)$ abgedeckt. Hierzu sei bereits an dieser Stelle erwähnt, dass x , y , z die Raumrichtungen jeweils in Spannweitenrichtung, in Flugrichtung und in der Vertikalen darstellen. Mittels der Methode der zentralen finiten Differenzen werden die differenziellen Terme der Advektion (*AD*) und der Diffusion (*DF*) des Gleichungssystems (3.1)–(3.2) in Differenzenausdrücke der zweiten Ordnung $O(2)$ überführt. Unter Zuhilfenahme des symbolischen Differenzenoperators δ (z.B. Ferziger [1981]) ergibt sich zunächst das Gleichungssystem

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = - \underbrace{\frac{\delta}{\delta x_j} (u_i u_j)}_{(AD)} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \underbrace{\nu \frac{\delta^2 u_i}{\delta x_j^2}}_{(DF)}. \quad (3.4)$$

Die räumliche Kopplung der Grundgrößen p und u_i führt bei Finite-Differenzen-Verfahren zu hochfrequenten, nicht-physikalischen Oszillationen des Drucks. Eine Entkopplung wird

durch das Konzept der versetzten Gitter erwirkt (Schönung [1990]). Danach werden skalare Größen in den Volumenmittelpunkten genommen, während Komponenten der Vektor-, bzw. Flussgrößen um eine halbe Maschenweite in der jeweiligen Raumrichtung versetzt sind. Diese Formulierung zeichnet sich durch den weiteren Vorzug aus, dass sich die Summe aller Impulsflüsse pro Masche aufheben und das Lösungsverfahren somit einen den Finiten-Volumen-Methoden ähnlichen, flusserhaltenden Charakter aufweist.

3.2.2 Zeitintegration

Zur Bestimmung der instationären Strömungsentwicklung schreitet das Lösungsverfahren in konstanten Zeitschrittweiten Δt voran und berechnet das Strömungsfeld zu diskreten Zeitpunkten $t^n = n \Delta t$, wobei n der ganzzahlige Rechenschrittindex, bzw. die Iterationszahl ist. Die Berechnung der Grundgrößen u, v, w, p eines neuen Zeitpunktes $t^{(n+1)}$ erfolgt durch einen ersten prognostischen Teilschritt², einen darauffolgenden, diagnostischen Teilschritt und durch eine abschließende Korrektur der Geschwindigkeitskomponenten. Der prognostische Teilschritt bestimmt durch das explizite *Adams-Bashforth*-Verfahren die vorläufigen Geschwindigkeiten $\tilde{u}_i^{(n+1)}$ für die Zeitebene $n+1$ aus den Strömungsvariablen der vorherigen Zeitebenen n und $n-1$. Durch Einbeziehen von zwei Zeitebenen für die Berechnung einer dritten ist dieses Verfahren in zweiter Ordnung genau. Da zu Beginn der Simulation lediglich eine Zeitebene bekannt ist, wird im ersten Zeitschritt stattdessen das explizite *Euler*-Verfahren erster Ordnung verwendet. Bei dem prognostischen Teilschritt werden lediglich die Terme der Advektion (*AD*) und der Diffusion (*DF*) berücksichtigt und der Druckgradiententerm $-\frac{1}{\rho} \partial p / \partial x_i$ zunächst vernachlässigt

$$\frac{\tilde{u}_i^{(n+1)} - u_i^{(n)}}{\Delta t} = - \underbrace{\frac{\delta}{\delta x_j} (u_i u_j)}_{(AD)} \Big|^{(n)} + \nu \underbrace{\frac{\delta^2 u_i}{\delta x_j^2}}_{(DF)} \Big|^{(n)}, \quad (3.5)$$

wobei aus Gründen der Übersichtlichkeit das einfachere *Euler*-Verfahren dargestellt ist. Beziehung (3.5) stellt sich für das *Adams-Bashforth*-Verfahren analog dar, wobei die Zeitebenen n und $n-1$ mit den Wichtungsfaktoren $+\frac{3}{2}$ und $-\frac{1}{2}$ gewichtet werden³. Für eine detailliertere Ausführung des Prognose-Algorithmus sei auf Schmidt [1988] verwiesen.

Da auch zum nächsten Zeitschritt die Transversalitätsbedingung (3.3) erfüllt sein muss, ergibt sich das Druckfeld $p^{(n+1)}$ diagnostisch aus Lösung der elliptischen *Poisson*-Gleichung

$$\frac{1}{\rho} \frac{\delta}{\delta x_i} \left(\frac{\delta p^{(n+1)}}{\delta x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\delta \tilde{u}_i^{(n+1)}}{\delta x_i}, \quad (3.6)$$

die aus Gründen der numerischen Effizienz durch ein semi-spektrales Verfahren gelöst wird. Das Verfahren zur Lösung der *Poisson*-Gleichung ist in Schmidt et al. [1984] ausführlich beschrieben. Das korrigierte Geschwindigkeitsfeld des folgenden Zeitschritts $u_i^{(n+1)}$ kann nun

²In der Meteorologie werden als prognostische Größen die zeitabhängigen Zustandsgrößen bezeichnet, die sich, im Gegensatz zu beispielsweise dem Druck p , nicht aus den übrigen Zustandsgrößen berechnen lassen.

³Aus einer Differenzialgleichung $Du/Dt = (AD) + (DF)$ wird mittels des Adams-Bashforth-Verfahrens (AB2) die Diskretisierung $u^{(n+1)} = u^{(n)} + \Delta t \left[\frac{3}{2}((AD) + (DF))^{(n)} - \frac{1}{2}((AD) + (DF))^{(n-1)} \right]$

mit dem ermittelten Druck $p^{(n+1)}$ unter Berücksichtigung des Druck-Gradienten-Terms gemäß

$$u_i^{(n+1)} = \tilde{u}_i^{(n+1)} - \frac{1}{\rho} \frac{\delta p^{(n+1)}}{\delta x_i} \quad (3.7)$$

berechnet werden.

3.2.3 Grundlegende Modellparameter

Das Verfahren zur Lösung der Grundgleichungen (3.1) und (3.2) in diskretisierter Form beschreibt Beziehung (3.5)–(3.7). Wie aus den Beziehungen ersichtlich ist, werden neben den Anfangsfeldern für u_i , ρ noch Werte für die Maschenweiten Δx_i , den Zeitschritt Δt und die kinematische Viskosität des Fluids ν für deren Lösung benötigt. Diese grundsätzlichen Modellparameter sind jedoch nicht unabhängig voneinander frei wählbar, sondern hängen voneinander ab und müssen geeignet gewählt werden.

Gebietsgröße und Maschenweite

Das Ziel der Simulationen ist es, das zeitliche Verhalten der Wirbelschlepe numerisch so exakt wie möglich zu beschreiben. Der Wunsch nach möglichst realitätsnaher Modellierung hoher Genauigkeit und feiner Auflösung steht der technischen Machbarkeit und dem ökonomisch vertretbaren Aufwand an verfügbaren Rechnerressourcen gegenüber.

Die Abmessung des Simulationsvolumens muss ausreichend groß gewählt werden, dass Rand- und Bodeneffekte an den Gebietsgrenzen das Ergebnis nicht verfälschen. Die Größe des Modellgebiets in lateraler und vertikaler Richtung wird durch den Wirbeltransport infolge von Advektion und Absinken bestimmt. Diese liegen typischer Weise in der Größenordnung von einigen wenigen hundert Metern. Die laterale Ausdehnung des Modellgebiets wird abhängig von der zu erwartenden Abdrift der Wirbel an den jeweiligen Fall angepasst. Demgegenüber bestimmt die wissenschaftliche Fragestellung die Abmessung des Modellgebiets in axialer Richtung.

Die durch die Wirbelströmung auftretenden, hohen Geschwindigkeitsbeträge und -gradienten, erfordern eine feinere räumliche Auflösung in lateraler und vertikaler Richtung. Basierend auf den technischen Möglichkeiten werden, so weit nicht anders angegeben, die Maschenweiten festgesetzt zu $\Delta x = \Delta z = 1\text{m}$ und $\Delta y = 1.5\text{m}$.

Zeitschritt

Die richtige Wahl des Zeitschrittes ist entscheidend für die Stabilität eines zeitlich expliziten Verfahrens. Die Frage nach der Stabilität der numerischen Methode wird nach der Bedingung von Courant, Friedrichs und Lewy (CFL) beantwortet. Für die Methode der zentralen Differenzen zweiter Ordnung besagt dieses Kriterium, dass sich während der Dauer eines Zeitschrittes keine Information weiter als eine Gitterzelle ausbreiten darf. Unter Berücksichtigung sowohl der advektiven, als auch der diffusiven Flüsse ergibt sich für das *Adams-Bashforth*-Verfahren nach Schumann [1975] der kritische Zeitschritt

$$\Delta t_{krit} = 0.5 \left[\frac{\max(|u_i|)}{\Delta x_i} + \frac{4 \nu}{\Delta x_i^2} \right]^{-1}, \quad (3.8)$$

wobei jede Raumrichtung getrennt betrachtet werden muss⁴ und der kleinste Wert für den Zeitschritt ausschlaggebend ist.

Viskosität, Reynoldszahl

Eine Simulation nach der oben beschriebenen Methode löst die Grundgleichungen in diskretisierter Form auf allen Skalen der Turbulenz zeitlich und räumlich exakt und wird daher als direkte numerische Simulation (DNS) bezeichnet. Infolge der hohen Anforderung an die Auflösung, insbesondere durch die Skalenaufweitung bei turbulenten Strömungen, ist die Methode der direkten numerischen Simulation kaum in den Bereich hoher *Reynoldszahlen* vorgedrungen. Man begegnet dieser Problematik durch die Erhöhung der Viskosität, wodurch der Skalenbereich bei hohen Wellenzahlen eingeschränkt wird. In der Praxis bedeutet dies, dass eine Viskosität ν vorgegeben wird, so dass die kleinsten auftretenden Längenskalen der Größenordnung der Maschenweite entsprechen, also $\Delta x_i \approx \eta(\nu)$. Diese Vorgehensweise unterstellt, dass viskose Effekte eine nur untergeordnete Rolle spielen, bzw. man sich deren Wirkung bewusst ist.

Eine Abschätzung der kleinsten Längenskalen erlaubt die von Kolmogorov [1941] eingeführte und später nach ihm benannte mikroskopische Längenskala η (Beziehung 2.6) als Funktion der Viskosität ν und der turbulenten Dissipationsrate ε . Während ν explizit als Modellparameter vorgegeben wird, ist ε eine sensitive Größe, die zu bestimmen ist. Zur Abschätzung von ε existieren verschiedene Ansätze der Form $\varepsilon = C_\ell \ell^{-1} e^{3/2}$ als Abhängigkeit von der integralen Längenskala der Turbulenz ℓ , der turbulenten kinetischen Energie e und einer Konstanten C_ℓ (siehe z. B. Sarpkaya [1998b], Han et al. [1999]). Da einerseits Unsicherheit hinsichtlich des Wertes von C_ℓ besteht und C_ℓ andererseits für die hohen *Reynoldszahlen* atmosphärischer Strömungen bestimmt wurde, darf nicht von der Anwendbarkeit der Approximation auf die numerische Simulation ausgegangen werden.

Da es also nicht möglich ist, die mikroskopische Längenskala *ad hoc* abzuschätzen, wird stattdessen zunächst eine überschlägige Annahme für die Viskosität ν mittels einer vergleichbaren Studie getroffen (z.B. Risso et al. [1997]). Hiernach wird die vorläufige Viskosität mit $\nu = 0.114 \text{m}^2/\text{s}$ festgesetzt. Inwieweit diese Annahmen zutreffend sind, wird in Abschnitt 3.5 anhand von Simulationsergebnissen *a posteriori* diskutiert und geklärt.

3.3 Anfangs- und Randbedingungen

Für die eindeutige Lösung der diskretisierten Erhaltungsgleichungen nach (3.5)–(3.7) werden Anfangs- und Randbedingungen benötigt. Die Anfangsbedingungen werden als Vektorfeld der Geschwindigkeit beschrieben, das durch die lineare Kombination der Anteile aus atmosphärischem Hintergrund und Wirbelpaar gebildet wird.

⁴Die *Einsteinsche* Summenkonvention ist hier nicht anzuwenden.

3.3.1 Atmosphärischer Hintergrund

Für die Anfangsbedingung wird die räumlich gemittelte, atmosphärische Hintergrundströmung als horizontal homogenes, höhenabhängiges Windfeld $(U, V, W)(z)$ vorgegeben. Die Initialisierung der zeitlichen Mittelwerte des vertikalen Windprofils lautet

$$\langle U \rangle_{z=const} = f_U(z) ; \quad \langle V \rangle_{x,y,z} = \langle W \rangle_{x,y,z} = 0 , \quad (3.9)$$

wobei die Funktion $f_U(z)$ fallspezifisch gewählt wird. In einzelnen Fällen wird abweichend hiervon eine axiale Windkomponente $\langle V \rangle = f_V(z)$ zugelassen (Kapitel 6). Für die laminaren Fälle des Kapitels 4 entfallen die Mittelungsoperatoren.

In Fällen mit atmosphärischer Turbulenz werden dem mittleren Wind turbulente Fluktuationen mit spektralen Eigenschaften superponiert. Das Verfahren zur Bestimmung der Fluktuationen geht auf Gerz und Schumann [1989] zurück und erlaubt die Vorgabe homogen-isotroper oder homogen-anisotroper Varianzdichtespektren der Geschwindigkeit

$$R_{ij}(\kappa) = \sum_{\kappa_1=\kappa}^{\kappa+1} \sum_{\kappa_2=\kappa}^{\kappa+1} \sum_{\kappa_3=\kappa}^{\kappa+1} \hat{u}_i(\vec{\kappa}) \hat{u}_j^*(\vec{\kappa}) \quad (3.10)$$

welche als Summe aller Beiträge zwischen zwei sphärischen Kugelschalen der Radien κ und $\kappa + 1$ definiert werden kann⁵. Allgemein gilt $R_{ij}(\kappa) = R_{ji}(\kappa)$ und $R_{11}^2(\kappa) + R_{22}^2(\kappa) + R_{33}^2(\kappa) = 2\hat{\epsilon}(\kappa)$. Nach Schumann und Herring [1976] sind die Varianzdichtespektren so gewählt, dass die spektrale Verteilung der turbulenten kinetischen Energie die Form

$$\hat{\epsilon}(\kappa) = 16 \sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\right)} (u'_0)^2 \frac{\kappa^4}{\kappa_p^5} \exp\left(-2\left(\frac{\kappa}{\kappa_p}\right)^2\right) \quad (3.11)$$

annimmt, wobei $(u'_0)^2$ die anfängliche Geschwindigkeitsvarianz bezeichnet und κ_p die Wellenzahl des Energiemaximums (*peak*) kennzeichnet. Durch die Annahme homogen-isotroper Turbulenz ($R_{ij} = 0$, $R_{ii} = R_{jj}$ für alle $i \neq j$) vereinfacht sich die Bestimmung sowohl der Zusatzspektren zu $\tilde{R}_{ii} = 1.5 R_{ii}$, als auch die Zerlegung der R_{ij} in die *Choleskymatrix* $\gamma_{ij}(\kappa)$, so dass $\sum \gamma_{in} \gamma_{jn} = R_{ij}$; $n \in \{1; 2; 3\}$ ist. Die Anzahl der *Fouriermoden* jedes Wellenzahlintervalls $\kappa \leq |\vec{\kappa}| < \kappa + 1$ beträgt $Z(\kappa) = \sum \sum \underline{1}$. Für jede diskrete Wellenzahl wird die komplexe Amplitude *random* durch $\alpha_j = a_j + \sqrt{-1} b_j$ festgesetzt, so dass $\langle a_i a_j \rangle_e = \langle b_i b_j \rangle_e = \delta_{ij}$ und $\langle a_i b_j \rangle_e = 0$. Die Ziehung der a_j, b_j erfolgt aus einer Zufallszahlensequenz Z mit approximierter *Gaussverteilung*, Mittelwert $\langle Z \rangle_e = 0$ und Varianz $\langle ZZ \rangle_e = 1$. Diese Zufallszahlen liefern die komplexen *Fouriermoden* der Geschwindigkeit:

$$\tilde{u}_i(\vec{\kappa}) = \left(\frac{1}{2Z(\kappa)}\right)^{0.5} \sum_{j=1}^3 \gamma_{ij} \alpha_j \quad (3.12)$$

Die Forderung nach einem divergenzfreien Geschwindigkeitsfeld $\vec{\kappa} \cdot \hat{\vec{u}}(\vec{\kappa}) = 0$ wird durch die Projektion⁶

⁵Da die u_i reale Größen sind, ist deren konjugiert komplexe Geschwindigkeit $\hat{u}_j^*(\vec{\kappa}) = \hat{u}_j(-\vec{\kappa})$.

⁶spektraler Raum: $w_i(\vec{\kappa}) = 1$; $q_i(\vec{\kappa}) = \kappa_i$; physikalischer Raum: $w_i(\vec{\kappa}) = \exp(\sqrt{-1} \pi \kappa_i / M)$; $q_i(\vec{\kappa}) = \sin(\pi \kappa_i / M)$

$$\hat{u}_i(\vec{\kappa}) = w_i(\vec{\kappa}) \left(\tilde{u}_i(\vec{\kappa}) - q_i(\vec{\kappa}) \sum_{j=1}^3 \frac{q_j(\vec{\kappa}) \tilde{f}_j(\vec{\kappa})}{q^2(\vec{\kappa})} \right) \quad (3.13)$$

erfüllt. Die Transformation der komplexen *Fouriermoden* $\hat{u}_i(\vec{\kappa})$ in den physikalischen Raum erfolgt gemäß

$$u_i(\vec{m}) = \sum_{\kappa_1=-K}^{K-1} \sum_{\kappa_2=-K}^{K-1} \sum_{\kappa_3=-K}^{K-1} \hat{u}_i(\kappa) \exp\left(\sqrt{-1} \pi K^{-1} \vec{m} \cdot \vec{\kappa}\right) \quad (3.14)$$

Dieses Verfahren erzeugt Geschwindigkeitsfelder einer homogenen und isotropen Turbulenz. Die in Scherströmungen auftretende Turbulenz ist jedoch anisotrop und mit Ausnahme von Fällen konstanter Scherung auch inhomogen. Um diesem Sachverhalt Rechnung zu tragen, setzt sich die Simulation aus zwei aufeinanderfolgenden Zeitabschnitten zusammen. Der erste Simulationszeitraum dient daher lediglich der Anpassung der turbulenten Strukturen an die äußeren Konditionen der Scherung und des Bodeneinflusses. Die Anfangsbedingung wird durch die lineare Überlagerung des atmosphärischen Hintergrunds (3.9) mit dem Geschwindigkeitsfeld der turbulenten Fluktuationen (3.14) gebildet und stellt hinsichtlich der Turbulenzcharakteristik einen aus den oben genannten Gründen unbeständigen Zustand dar. Die Initialisierung des Wirbelpaars erfolgt erst, nachdem die Turbulenz einen statistisch quasistationären Zustand erreicht hat.

3.3.2 Wirbelinitialisierung

Der direkte Tragflügelnachlauf⁷ ist geprägt von hohen Strömungsgeschwindigkeiten und Geschwindigkeitsgradienten (Jacquin et al. [2001], Green [1995]). Eine numerische Simulation dieses Regimes erfordert kleine Maschenweiten und Zeitschritte. Die Fernfeldcharakteristik von Wirbelschleppen zeigt sich jedoch nahezu unabhängig von Details der Strömungsverhältnisse des Nahfeldes. Es ist somit für diese Arbeit zweckmäßig und tolerierbar, dieses Regime zu übergehen und die Betrachtung bei bereits aufgerollten Wirbeln zu beginnen. Dies wird durch superponieren zweier gegensinnig rotierender *Lamb-Oseen-Wirbel* (Oseen [1912]) mit einem anfänglichen horizontalen Abstand $b^{(0)}$ bewirkt.

Der *Lamb-Oseen-Wirbel* simuliert die viskose Diffusion eines Potentialwirbels und lässt sich aus der zweidimensionalen Wirbeltransportgleichung $D\omega/Dt = \mathbf{v} \cdot (\partial^2 \omega / \partial x_i^2)$ ableiten. Nach dem *Biot-Savartschen* Gesetz (2.11) ist der Vektor der von einem Potentialwirbel induzierten Geschwindigkeit orthogonal zu dessen Zirkulations- bzw. Vorticity-Vektors. Für diesen Fall entfällt der Advektionsterm der Wirbeltransportgleichung $u_j \partial \omega / \partial x_j$ und führt zur *Poisson-Gleichung* $\partial \omega / \partial t = \mathbf{v} \cdot (\partial^2 \omega / \partial x_i^2)$. Die analytische, auf ein Polarkoordinatensystem $(\theta; r)$ bezogene Lösung lautet

⁷Der direkte Nachlauf des Tragflügels bis ca. 10–30 Spannweiten stromab wird allgemein als das (*erweiterte*) *Nahfeld* bezeichnet. Es kennzeichnet das Regime, in dem sich die an den Tragflügeln abgehende Wirbelschicht zu zwei distinkten Wirbeln aufrollt. Strömungsgeschwindigkeiten von bis zu 100 m/s werden dabei gemessen. Im daran anschließenden *Fernfeld* kann der Aufrollvorgang der Wirbelschleppe als abgeschlossen angesehen werden.

$$\omega(r, t) = \frac{\Gamma}{4 \pi \nu t} \exp(-r^2 / 4 \nu t) \quad (3.15)$$

und beschreibt die radiale, zeitabhängige Verteilung der Vorticity $\omega(r, t)$ eines als Folge der viskosen Diffusion zerfließenden Potentialwirbels, der für Zeiten $t > 0$ definitionsgemäß mit dem *Lamb-Oseen-Wirbel* gleichzusetzen ist. Hieraus lässt sich die radiale Verteilung der Azimuthalgeschwindigkeit V_θ ableiten:

$$V_\theta(r, t) = \frac{\Gamma}{2 \pi r} (1 - \exp(-r^2 / 4 \nu t)) \quad (3.16)$$

Die Diffusion solch eines Einzelwirbels verschaulicht Abbildung 3.1 anhand von Radialprofilen der Azimuthalgeschwindigkeit und der Vorticity zu zwei verschiedenen Zeitpunkten. Die radiale Entfernung zwischen Wirbelzentrum und Geschwindigkeitsmaxima kennzeichnet den sog. *Kernradius* r_c . Die zeitliche Entwicklung von Kernradius und Vorticitymaxima kann ebenfalls Abbildung 3.1 entnommen werden. Ausgehend vom Potentialwirbel bei $t = 0$ ($r_c = 0$) wird dieses Wachstum beschrieben durch

$$r_c(t) = \sqrt{4 \beta \nu t} \quad \text{mit } \beta \approx 1.2564 \quad \text{aus } 1 + 2\beta = \exp(\beta) \quad (3.17)$$

Das für die Initialisierung erforderliche Geschwindigkeitsfeld $V_\theta^{(0)} = f(\Gamma, r_c)|^{(0)}$ ergibt sich aus den Beziehungen (3.16) und (3.17) und lautet

$$V_\theta^{(0)}(r) = \frac{\Gamma^{(0)}}{2 \pi r} \left[1 - \exp\left(-\beta \left(r/r_c^{(0)}\right)^2\right) \right] \quad (3.18)$$

Der Übergang vom Starrkörperbereich ($\omega \approx const.$) bei Radien $r \ll r_c$, zum Potentialbereich ($\omega = 0$) bei $r > r_c$ verläuft im Gegensatz zum sogenannten *Rankinewirbel* kontinuierlich und erlaubt die stetige Differenzierbarkeit der Azimuthalgeschwindigkeit.

Aufgrund der Herleitung aus der Wirbeltransportgleichung stellt dieser Wirbeltyp eine exakte Lösung der *Navier-Stokes-Gleichungen* dar. Infolge der nichtlinearen, advektiven Glieder führt jedoch die lineare Kombination von exakten Einzellösungen zu Abweichungen von der exakten Gesamtlösung. Die Superposition zweier oder mehrerer *Lamb-Oseen-Wirbel* stellt somit lediglich eine Lösung der linearisierten *Navier-Stokes-Gleichungen* dar (Sipp et al. [2000]). Die Fehlerbereiche dieser approximierten Lösung beschränken sich allerdings im Wesentlichen auf die unmittelbare Umgebung der Wirbelzentren (Fischer [1997]). Die Linearkombination ist zulässig, sofern der Abstand der Wirbel mehreren Kernradien entspricht (vgl. Risso et al. [1997]).

Die Wirbelschleppenparameter für die Initialisierung entsprechen mit Ausnahme des Kernradius aus oben genannten Gründen den realen Werten und sind in Tabelle B.1 wiedergegeben.

3.3.3 Behandlung von Randbedingungen

Die Lösung der Gleichungen verlangt außer der Anfangsbedingung auch Randbedingungen auf allen Rändern und zu allen Zeitpunkten $t^{(n)}$, die entweder direkt als Vorgabe der Varia-

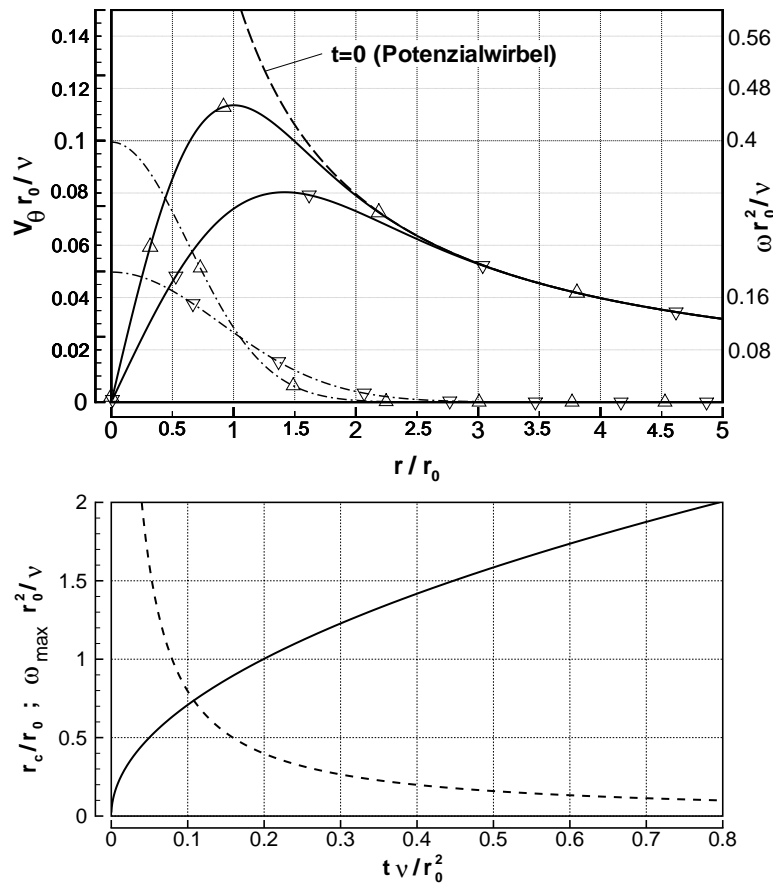


Abbildung 3.1: *Lamb-Oseen-Wirbel*. Oben: Radialprofile der normalisierten Tangentialgeschwindigkeit $V_\theta r_0 / \nu$ (durchgezogene Linie) und der Vorticity $\omega r_0^2 / \nu$ (gestrichelte Linie) zu den Zeitpunkten $t v / r_0^2 = 0.2$ (Δ) und 0.4 (∇). Unten: Zeitliche Entwicklung des Kernradius r_c / r_0 (durchgezogene Linie; mit $r_0 \equiv 1\text{m}$ willkürlich) und des Vorticitymaximums $\omega_{max} r_0^2 / \nu$ (gestrichelte Linie).

blenwerte (*Dirichlet*-Formulierung) oder deren Gradienten (*Neumann*-Formulierung) spezifiziert werden. Zyklische Randbedingungen eignen sich bei Strömungen mit periodisch unendlich fortsetzbaren Strömungsmustern $\varphi(x; y; z) = \varphi(x + iL_x; y + jL_y; z)$ (i, j ganzzahlig) und kommen dem oben beschriebenen semi-spektralen Lösungsverfahren entgegen. Die Homogenität eines verhältnismässig kleinen Abschnittes der Wirbelschleife in Flugrichtung y wird durch zyklische Ränder geeignet repräsentiert. Die Verwendung zyklischer Ränder in Quer(wind)richtung x macht die Randwertbeschreibung durch deutlich aufwendigere Einström- und Ausströmrandbedingungen unnötig, bzw. für den Fall der Advektion von Turbulenz mit angepassten spektralen Eigenschaften überhaupt erst möglich.

Die obere und untere Begrenzung des Modellgebiets ist impermeabel ($\vec{u} \cdot \vec{n} = \vec{0}$; \vec{n} : Einheitsvektor normal zum Boden). Abhängig davon, ob bei dem betrachteten Fall am Boden $z = 0$ die vorgegebene mittlere Strömungsgeschwindigkeit verschwindet oder nicht, gilt zusätzlich entweder die Haftbedingung $u = v = 0$ oder die sogenannte *Free-Slip*-Bedingung $\partial u / \partial z = \partial v / \partial z = 0$. Für die obere Berandung gilt demgegenüber stets die *Free-Slip*-Bedingung.

3.4 Verfahren der Datenanalyse

Zur Auswertung der bei den Simulationen anfallenden, umfangreichen Datenmengen wurden automatisierte Analyseverfahren entwickelt, die eine Interpretation der Ergebnisse ermöglichen.

3.4.1 Identifikation kohärenter Strukturen

Spätestens seitdem kohärente Strukturen einer turbulenten Strömung allgemein als Wirbel angesehen werden, ist deren eindeutige und objektive Identifikation von besonderem Interesse. Häufig werden hierfür Schwellenwerte des Drucks oder der Vorticity herangezogen. In einer reibungsfreien Wirbelströmung bildet sich ein lokales Druckminimum auf der Wirbelachse, so dass sich ein Gleichgewicht zwischen den Druckkräften und den Zentrifugalkräften der Rotationsbewegung einstellt (*zyklostrophisches Gleichgewicht*).

Im Falle einer reibungsbehafteten Strömung (Re_T klein) wird das Kräftegleichgewicht indes teilweise oder gänzlich durch viskose Kräfte aufrecht erhalten, wodurch ein Druckminimum weder eine hinreichende, noch notwendige Bedingung für die Existenz eines Wirbels ist. Ebenso wenig stellt die Forderung eines Vorticity-Extremums ein universelles Kriterium für die Wirbelidentifikation dar, wie man sich am Beispiel eines Wirbels in einer Scherströmung mit vergleichbaren Größenordnungen der Vorticity veranschaulichen kann. Als Kenngröße für die Sichtbarmachung von kohärenten Strukturen und Wirbeln findet daher das von Jeong und Hussain [1995] vorgeschlagene λ_2 -Identifikationsschema Verwendung. Ausgangspunkt dieses Verfahrens ist das Kriterium des Druckminimums. Aufschluss über ein Druckextremum kann aus dem symmetrischen Druckgradiententensor $\partial^2 p / \partial x_k \partial x_i$ gewonnen werden, der Bestandteil des Gradienten der *Navier-Stokes-Gleichung* (3.2)

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{Du_i}{Dt} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial p}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\mathbf{v} \frac{\partial^2 u_i}{\partial^2 x_j} \right) \quad (3.19)$$

ist. Der Gradient der individuellen Zeitableitung Du_i/Dt lässt sich in einen symmetrischen und einen schiefsymmetrischen Anteil zerlegen, es folgt

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{Du_i}{Dt} \right) = \underbrace{\frac{DS_{ik}}{Dt} + A_{ij}A_{jk} + S_{ij}S_{jk}}_{\text{symmetrisch}} + \underbrace{\frac{DA_{ik}}{Dt} + A_{ij}S_{jk} + S_{ij}A_{jk}}_{\text{schiefsymmetrisch}}. \quad (3.20)$$

Dabei ist $S_{lm} = \frac{1}{2}(\partial u_l / \partial x_m + \partial u_m / \partial x_l)$ die symmetrische (translatorische) und $A_{lm} = \frac{1}{2}(\partial u_l / \partial x_m - \partial u_m / \partial x_l)$ die schiefsymmetrische (rotatorische) Komponente des Geschwindigkeitsgradiententensors ∇u . Die Identität von (3.19) und (3.20) lässt sich unter alleiniger Berücksichtigung der symmetrischen Anteile schreiben als

$$\frac{DS_{ik}}{Dt} - \mathbf{v} \frac{\partial^2 S_{ik}}{\partial x_j^2} + A_{ij}A_{jk} + S_{ij}S_{jk} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial p}{\partial x_i} \right). \quad (3.21)$$

Die Inkonsistenz zwischen der Existenz eines Druckminimums und der Existenz eines Wirbels ist auf die Kompensation der unstetigen, rotationsfreien Deformation DS_{ik}/Dt und der vis-

kosen Diffusion $v \partial^2 S_{ik} / \partial x_j^2$ zurückzuführen. Für die Ermittlung eines lokalen Druckminimums durch eine rein rotatorische Bewegung liefert die Vernachlässigung dieser Terme den symmetrischen Tensor $S^2 + A^2$, dessen Eigenwerte $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ mit der Krümmung von Druckisoflächen verglichen werden können. Jeong und Hussain [1995] untersuchen die Vorzeichen der Eigenwerte für verschiedene Fälle rotationsbehafteter Strömungen und finden, dass ein negativer Wert λ_2 ein hinreichendes Kriterium für die Existenz eines Wirbels ist.

3.4.2 Wirbelcharakteristika

Zur Bestimmung der Wirbelkenngrößen Wirbelposition (x, z) , Kernradius r_c und Zirkulation Γ wurden verschiedene Verfahren entwickelt.

Wirbelposition

Die Bestimmung der Wirbelposition ist eines der zentralen Anliegen bei der Auswertung der Simulationsdaten. Zwei unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung der Wirbelposition wurden entwickelt. Bei der Wahl des Verfahrens wird unterschieden, ob es sich um einen zweidimensionalen, laminaren oder einen dreidimensionalen, turbulenten Fall handelt.

Zur Ermittlung der Wirbelposition ist grundsätzlich ein Verfahren basierend auf dem λ_2 -Eigenwert zu bevorzugen. Im laminaren Fall ist jedoch eine deutliche Korrelation zwischen λ_2 und der Vorticity ω festzustellen, weshalb dort dem weniger Rechenzeit-intensiven Kriterium des ω -Extremums der Vorrang gegeben wird. Es wird zunächst die Masche des Vorticityextremums bestimmt. Eine räumlich höhere Auflösung, die zu *glatten* Trajektorien führt und die Interpretation der Ergebnisse erleichtert, wird durch einen nachfolgenden zweiten Schritt erreicht. Durch ein Interpolationsverfahren, das auch die Vorticitywerte der acht umgebenden Maschen berücksichtigt, wird das Vorticityfeld lokal durch einen Polynomansatz approximiert (Press et al. [1992]). Mit Hilfe der Polynomfunktion wird die Wirbelposition anschliessend mit einer Auflösung von $0.05 \Delta x_i$ abgeschätzt. Ermittelte Wirbeltrajektorien stützen *a posteriori* die diesem Verfahren zugrunde liegende Annahme, dass die Vorticityverteilung lokal durch einen Polynomansatz gut approximiert wird. Diese eigens entwickelte Methode wurde später in anderen Studien übernommen (Pereira et al. [1999], Darracq et al. [1999b]).

Turbulente Eddies können durch den Mechanismus der Wirbelfadenstreckung ω -Intensitäten erreichen, deren Größenordnung der der Wirbelkerne entspricht. Eine eindeutige Identifikation der Wirbel nach dem oben beschriebenen Verfahren ist bei turbulenten Strömungen daher nicht möglich. Stattdessen hat es sich bewährt, die Wirbelposition als Zentroid von $-\lambda_2$ zu bestimmen. Selbst bei fortgeschrittenem Wirbelzerfall konzentrieren sich die λ_2 -Extrema, wenn auch intermittent, in einem engen Bereich. Insofern ist es für die Ermittlung der Wirbelposition ausreichend, wenn das Zentroid den Bereich der Wirbelkerne einschließt.

Die nachfolgenden Überlegungen in diesem Abschnitt sind zweidimensional in dem Sinne, dass stets nur eine Ebene $y = \text{const.}$ betrachtet wird.

Bestimmung des Wirbelkernradius

Der Kernradius r_c eines Wirbels ist definiert als der räumliche Abstand von Wirbelachse zum Betragsmaximums der azimuthalen Strömungsgeschwindigkeit. In diesem Sinne wird mit der zuvor bestimmten Position der Wirbelachse der Wirbelkernradius ermittelt. Es ist dabei zu be-

rücksichtigen, dass für Einzelwirbel in Scherströmungen und Wirbelpaaren der so ermittelte Kernradius zu unterschiedlichen Werten führt, je nachdem, welcher Radialschnitt betrachtet wird. Diesem Sachverhalt Rechnung tragend wird der Wirbelradius horizontal und vertikal in beiden Richtungen ermittelt und das arithmetische Mittel genommen. Wie auch schon bei der Positionsbestimmung im laminaren Fall wird der dort angesprochene Polynomansatz angewendet.

Bestimmung der Zirkulation

Ausgehend von der Wirbelposition wird die Zirkulation gemäß Beziehung (2.10) als Flächenintegral der Vorticity ω über Kreise des Radius $b_0/2$ berechnet. In der Wirbelschleppenforschung ist in erster Linie die potentielle Gefährdung eines Flugzeugs von Bedeutung. Als Kenngröße eines Gefährdungsmaßes schlugen Hinton und Tatnall [1997] alternativ die Kenngröße Γ_{5-15} vor. Danach wird eine radiengemittelte Zirkulation im Bereich 5m bis 15m gebildet. Wegen des Bezugs zu realen Fällen wird im sechsten Kapitel Γ_{5-15} verwendet.

3.4.3 Stromfunktion und Stromlinien

Zusätzlich zur Darstellung von λ_2 -Isoflächen liefert die Sichtbarmachung der Strömungsrichtung wichtige Informationen über das Strömungsfeld.

In einer ebenen, inkompressiblen Strömung kann das Vektorfeld der Geschwindigkeit durch eine skalare Funktion, die sogenannte *Stromfunktion* ψ , dargestellt werden, für die gilt

$$u \equiv \frac{\partial \psi}{\partial z} ; \quad w \equiv -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.22)$$

Die Inkompressibilitätsbeziehung $\nabla \cdot \vec{u} = 0$ ist dabei automatisch erfüllt:

$$\nabla \cdot \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial x} = 0 \quad (3.23)$$

Die Isolinien $\psi = \text{const.}$ dieser Funktion stellen die Stromlinien dar, die zu einem speziellen Zeitpunkt in jedem Punkt tangential zum Geschwindigkeitsvektor sind. Wesentlich ist, dass aufgrund der Definition die Komponente der Geschwindigkeit senkrecht zu einer Stromlinie immer Null ist, so dass kein Massenfluss durch eine Stromlinie hindurch stattfindet. Dies bedeutet gleichzeitig, dass die Richtung der Tangente an eine Stromlinie in jedem Punkt mit der Richtung der instantanen Geschwindigkeit übereinstimmt.

Um die Luftmasse zu erkennen, die mit der Wirbelschleppe absinkt, muss ein mitbewegtes Bezugssystem gewählt werden. Dies bedeutet, dass das Geschwindigkeitsfeld vor der Ermittlung der Stromfunktion um die Eigengeschwindigkeit des Wirbelpaares korrigiert werden muss.

3.5 Validierung anhand ausgewählter Fälle

In den beiden folgenden Abschnitten wird die zuvor vorgestellte Methodik anhand von zwei Beispielen verifiziert. Aufschluss über die numerische Diffusivität des Modells gibt das er-

ste Beispiel anhand eines laminar zerfließenden *Lamb-Oseenschen* Wirbels. Abklingende isotrop-homogene Turbulenz ist Gegenstand des zweiten Beispiels, das die in Abschnitt 3.2.3 getroffenen Annahmen für die voneinander abhängigen Parameter Δx_i und *a posteriori* verifiziert und bestätigt.

3.5.1 Molekulare Diffusion eines Lamb-Oseen Wirbels

Die durch die Gleichungen (3.16) und (3.17) beschriebene, exakte Lösung des zerfließenden Potential-, bzw. des *Lamb-Oseen-Wirbels* ist ein einfacher, aber nützlicher Fall zur Modellvalidierung. Ausgangspunkt ist das Geschwindigkeitsfeld eines einzelnen *Lamb-Oseen-Wirbels* gemäß Beziehung (3.18) mit der normierten Zirkulation $\Gamma = 1$ und dem Kernradius $r_c^0 = 4 \Delta x$. Der Wirbel befindet sich mittig in einem Modellgebiet der Größe $64\Delta x \times 64\Delta z$. Die Wirbel-*Reynoldszahl* Re_Γ beträgt 2200.

Die Bestimmung der effektiven Viskosität wird mittels einer Regressionsanalyse basierend auf Gleichung (3.17) vollzogen. Methodisch bedingt ist die erste Simulationsphase durch eine starke Zunahme des Wirbelkernradius geprägt und kann durch die Initialisierung eines homogenen Druckfelds erklärt werden. Die Ausbildung eines Druckminimums im Wirbelzentrum zeigt sich als Einschwingvorgang und führt zu einer Aufweitung des Wirbelkerns. Da der Einschwingvorgang möglichst unberücksichtigt bleiben soll, wurde die Regressionsanalyse auf das Zeitintervall $t = 5\text{s}$ bis $t = 30\text{s}$ beschränkt. Abbildung 3.2 verdeutlicht die Übereinstimmung zwischen Modellviskosität und effektiver Viskosität und zeigt somit, dass die numerische Diffusion lediglich 3.3 Prozent zum Kernradiuswachstum beiträgt.

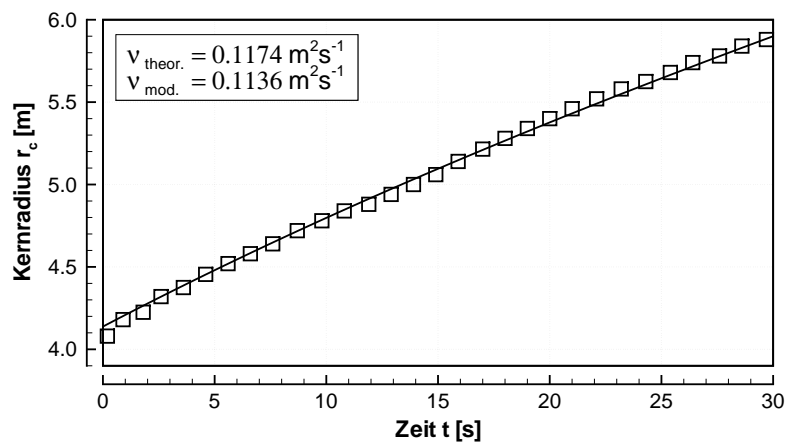


Abbildung 3.2: Zeitliche Entwicklung des Kernradius durch molekulare Diffusion, Simulationsergebnisse (Symbole) wurden bei einer Modellviskosität von $v_{mod.} = 0.1136 \text{ m}^2/\text{s}$ erzielt. Die Anpassung der theoretischen Funktion ergibt ein $v_{reg.} = 0.1174 \text{ m}^2/\text{s}$.

3.5.2 Homogen–isotrope Turbulenz

Basierend auf Aspekten der verwendeten, numerischen Verfahren wurde in Abschnitt 3.2.3 eine vorläufige Annahme für die kinematische Viskosität des Fluids ν , bzw. die daraus abgeleitete *Reynoldszahl* Re_T getroffen. Die Rechtfertigung dieser Annahme durch die physikalisch-methodisch begründete Anforderung, alle relevanten Bewegungsskalen der Strömung durch die Maschen der räumlichen Diskretisierung aufzulösen, folgt in diesem Abschnitt. Der Betrachtung zugrunde liegt die Forderung nach Dissipation der turbulenten kinetischen Energie auf den kleinen Skalen. Ist diese Forderung nicht erfüllt, so akkumuliert die turbulente kinetische Energie auf großen Wellenzahlen und führt zu nicht-physikalischen Simulationsergebnissen.

Während sich bei turbulenten Strömungen die größten Bewegungsskalen aus den makroskopischen Begebenheiten abschätzen lassen, ist dies für die kleinsten Skalen nicht ohne Weiteres möglich. Die nach Kolmogorov [1941] benannte kleinste Längenskala η der turbulenten Bewegung ergibt sich als Funktion der kinematischen Viskosität ν und der Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ε nach Gleichung (2.6). Während ν als Modellparameter explizit vorgegeben wird, ist ε indes eine äußerst sensitive Größe, deren Wertebereich sich über mehrere Größenordnungen erstreckt. Für die atmosphärische Grenzschicht existieren verschiedene Ansätze der Form

$$\varepsilon \approx C_\ell \ell^{-1} e^{3/2} \quad (3.24)$$

zur Abschätzung von ε als Funktion der integralen Längenskala ℓ , der turbulenten kinetischen Energie e und einer Konstanten C_ℓ , die situationsabhängig angepasst wird (z.B. Sarpkaya [1998b], Han et al. [1999]). Die C_ℓ wurden für hohe *Reynoldszahlen* der atmosphärischen Strömung hergeleitet und verlieren ihre Gültigkeit für die untersuchten Strömungen mit geringen *Reynoldszahlen*. Daher wird durch eine Modellrechnung homogen-isotrope Turbulenz simuliert und ε anhand der Ergebnisse bestimmt. Die zuvor getroffenen Annahmen für die Maschenweite $\Delta x = 1\text{m}$ und die kinematische Viskosität $\nu = 0.114\text{m}^2/\text{s}$ werden schließlich *a posteriori* mit Beziehung (2.6) geprüft.

Das als Anfangsbedingung vorgegebene Turbulenzfeld wird nach dem in Abschnitt 3.3.1 vorgestellten Verfahren erzeugt. Als charakteristische Werte der Turbulenz werden $\ell = 24\Delta x$ und $\langle u'^2 \rangle^{1/2} = 7.5\nu\Delta x^{-1}$ angenommen, was damit dem Fall höchster Turbulenzintensität in Kapitel 5 entspricht.

Für den untersuchten Fall der isotropen Turbulenz ist zu bemerken, dass sich Turbulenzproduktion und Turbulenzdissipation nicht im Gleichgewicht befinden, da die Produktionsrate der turbulenten kinetischen Energie P zu Null wird. Anders ausgedrückt bedeutet das, dass die turbulente kinetische Energie stetig abnimmt, wie auch die Auswertung der Simulationsergebnisse zeigt. Nach Beziehung (3.24) ist gleichzeitig eine Abnahme der Dissipationsrate ε zu erwarten. Dabei gilt das Interesse den größten auftretenden Dissipationsraten, da sie nach Beziehung (2.6) die kleinsten Längenskalen liefern.

Die turbulente Dissipationsrate ε wird nach Gleichung (2.8) durch die kinematische Viskosität und den Geschwindigkeitsgradienten bestimmt (Hinze [1959]) und liefert erwartungsgemäß den Maximalwert zu Beginn der Simulation mit $\varepsilon = 1.9\text{m}^2\text{s}^{-3}$. Mit der Modell-*Reynoldszahl*

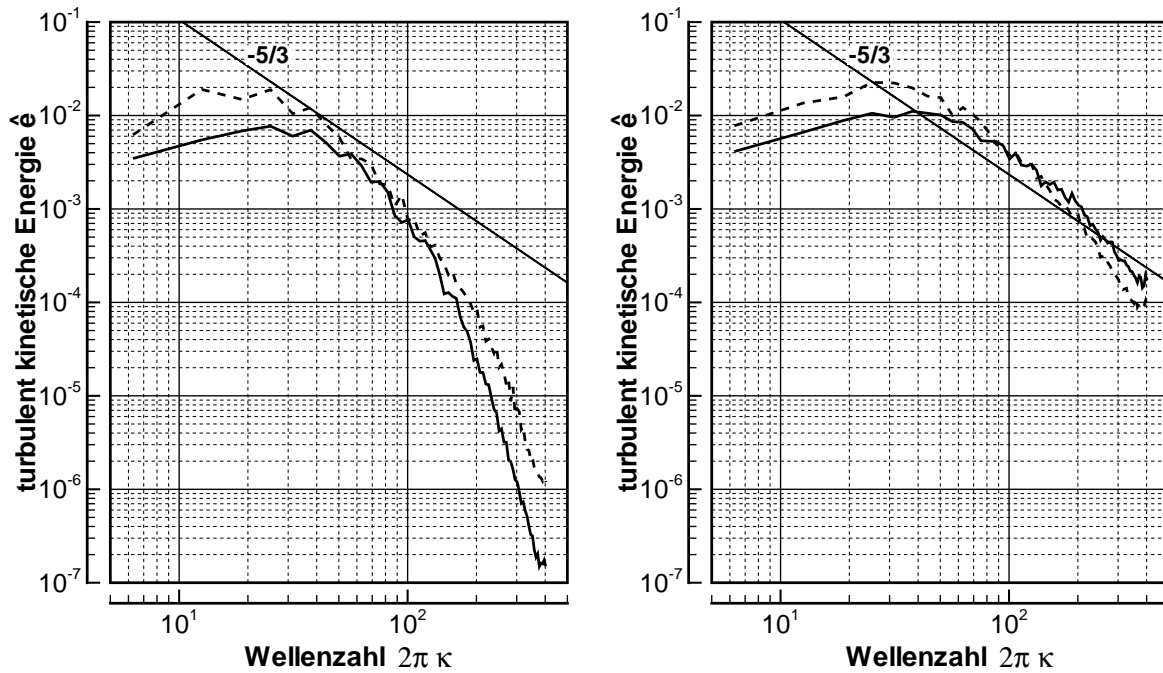


Abbildung 3.3: Spektrum der turbulenten kinetischen Energie abklingender homogener isotroper Turbulenz in doppelt-logarithmischer Darstellung. $Re_M = 32.6$ (links) und $Re_M = 103.2$ (rechts) für Zeiten $t v \Delta x^{-2} = 1.8$ (---) und $t v \Delta x^{-2} = 3.6$ (—).

$Re_M = \langle u'^2 \rangle^{1/2} \Delta x / \nu = 10.3$ und Beziehung (2.6) ergibt sich somit der Wert der kleinsten zu erwartenden Längenskalen zu $\eta = 0.17 \Delta x$. Damit erweist sich die Kolmogorovsche Längenskala als subskalig und wird nicht durch das Maschengitter aufgelöst.

Verschiedene numerische Studien haben jedoch gezeigt, dass es ausreichend ist, die Maschenweite in der Größenordnung von η zu wählen, anstatt sie gleichzusetzen. So schlägt Reynolds [1990] vor, die Maschenweite gerade so zu wählen, dass das Maximum des Dissipationsspektrums $2\nu\kappa^2 e(\kappa) \approx 4\eta$ durch die Maschenweite aufgelöst wird. Moin und Mahesh [1998] gehen sogar noch einen Schritt weiter, und geben an, dass eine Auflösung von 10η genügt.

Der bisherige Weg zur Validierung der kinematischen Viskosität ν führte über die turbulente Dissipationsrate ε . Eine in der Praxis häufig verwendete Möglichkeit besteht darin, die Daten einer Spektralanalyse zu unterziehen. Ein eindeutiges, visuelles Indiz für eine nicht ausreichende Auflösung ist eine stetige Zunahme der turbulenten kinetischen Energie bei hohen Wellenzahlen. Zur Veranschaulichung sind die spektralen Verläufe der turbulenten kinetischen Energie in Abbildung 3.3 für zwei Simulationen verschiedener Modell-Reynoldszahlen Re_M und zu jeweils zwei Zeitpunkten wiedergegeben. Es wird hierbei deutlich, dass bei hohen Wellenzahlen κ für eine Modell-Reynoldszahl $Re_M = 32.6$ eine zeitliche Abnahme der turbulenten kinetischen Energie e und eine spektrale Verteilung $\hat{e} \propto \kappa^{-7}$ zu verzeichnen ist. Demgegenüber zeigt sich für $Re_M = 103.2$ eine zeitliche Zunahme der turbulenten kineti-

schen Energie und eine Verteilung $\hat{e} \propto \kappa^{-5/3}$.

Somit ergibt sich mit der analytischen Bestimmung der Dissipationsrate ε und *Kolmogorov*schen Längenskala das stringentere Kriterium für die Wahl der Maschenweite, was die zuvor getroffene Annahme rechtfertigt.

3.6 Die Grobstruktursimulation (LES)

Bei der beschriebenen Methode der direkten numerischen Simulation (DNS) werden in einer instationären Rechnung alle turbulenten Skalen durch das Rechengitter als auch durch den Zeitschritt räumlich und zeitlich aufgelöst. Alternativ erlaubt das Modell auch die sogenannte Grobstruktursimulation (engl. *Large-Eddy Simulation* oder kurz *LES*). Hierbei werden nur die großen, energietragenden Skalen (*Grobstruktur*) aufgelöst und direkt berechnet, wohingegen die kleinskaligen Bewegungen (*Feinstruktur*), die weniger anisotrop sind, durch sogenannte *Subgrid-Scale* (SGS) Modelle behandelt werden. Die Trennung zwischen Grobstruktur und Feinstruktur erfolgt durch die räumliche Filterung der Impulstransportgleichung (3.2) in aufgelöste, skalige und modellierte, subskalige Größen.

Die Wirkung der nicht aufgelösten Feinstruktur auf die Grobstruktur durch die Filterung nicht-linearer Terme zeigt sich in der Impulsbilanzgleichung⁸

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j + \overline{u_i'' u_j''}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (3.25)$$

durch den zusätzlichen Term der Feinstruktur-Spannungen $\partial \overline{u_i'' u_j''} / \partial x_j$. Die auftretenden Divergenzen der Impulsflüsse werden parametrisiert durch

$$\overline{u_i'' u_j''} = -K_M D_{ij} + \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{e''} \quad , \quad (3.26)$$

wobei $D_{ij} = 2S_{ij}$ den Deformationstensor darstellt und δ_{ij} das *Kroneckersymbol* ist. Der turbulente Diffusionskoeffizient K_M für Impuls wird zu

$$K_M = \frac{2}{3} \frac{1 - c_{Gm}}{c_{Rm}} \sqrt{\overline{e''}} \Delta \quad (3.27)$$

angenommen. $\Delta = \min\{1/3(\Delta x + \Delta y + \Delta z), c_{\varepsilon m} z\}$ ist ein Maß für die Filterweite und die charakteristische integrale Länge der subskaligen Turbulenz. Die Wahl der Schließungskonstanten mit $c_{Gm} = 0.55$ und $c_{Rm} = 3.5$ geht dabei auf Schmidt und Schumann [1989] zurück. Die subskalige turbulente kinetische Energie $\overline{e''}$ wird durch eine weitere prognostische Gleichung

$$\frac{\partial \overline{e''}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \overline{e''}) = -\frac{1}{2} \overline{u_i'' u_j''} D_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{5}{3} c_{3m} \Delta \frac{\partial \overline{e''}}{\partial x_i} \right] - c_{\varepsilon m} \frac{\overline{e''}^{3/2}}{\Delta} \quad (3.28)$$

⁸Subskalige Größen sind durch Doppelstrich (") gekennzeichnet.

mit $c_{\varepsilon m} = 0.845$ und $c_{3m} = 0.2$ ermittelt. Bei der Wahl der Schließungskonstanten c_{Gm} , $c_{\varepsilon m}$ und c_{3m} wurden die Werte aus den Arbeiten Schmidt und Schumann [1989], Krettenauer [1991] und Maaß [1996] verwendet. Wenn diese Methode dem klassischen Ansatz der Feinstrukturmodellierung gegenübergestellt wird, kann anhand der *Prandtl-Kolmogorov*-Diffusivität $\nu_t = (c_s \Delta)^2 \sqrt{D}$ die *Smagorinsky*-konstante

$$c_s = \left(\frac{c_v^3}{c_{\varepsilon m}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad \text{mit} \quad c_v = \frac{2}{3} \frac{1 - c_{Gm}}{c_{Rm}} \quad (3.29)$$

ermittelt werden. Mit der Wahl $c_{Rm} = 3.5$ ergibt sich die *Smagorinsky*-konstante somit zu $c_s = 0.165$.

Da der Term $\overline{u_i'' u_j''}$ die Dissipation der turbulenten kinetischen Energie auf der Skala der Filterweite steuert, wird bei der Impulsbilanzgleichung (3.25) häufig auf die Modellierung des Terms molekular viskoser Dissipation $\nu \partial^2 u_i / \partial x_j^2$ verzichtet. Wie Testrechnungen zeigen, führt diese Vorgehensweise für die hier zu untersuchenden Fälle und mit der oben getroffenen Wahl der Schließungsparameter zu hochfrequenten Störungen in Bereichen geringer Scherraten, die sich vermutlich auf lokal zu geringe Dissipationsraten der turbulenten kinetischen Energie zurückführen lassen. Ein Ausweg bestünde unter Umständen darin, die einzige nicht herleitbare Schließungskonstante c_{3m} als maßgeblichen Parameter für die Diffusion der subskaligen turbulenten kinetischen Energie anzupassen (Schmidt und Schumann [1989]). Insofern wurden auch für die Fälle der Grobstruktursimulation die aus Abschnitt 3.5 abgeleitete kinematische Viskosität $\nu = 0.1136 \text{ m}^2/\text{s}$ angenommen. Nicht im Rahmen dieser Arbeit untersucht, jedoch prinzipiell möglich wäre auch eine Kompromisslösung durch die geeignete Wahl der kinematischen Viskosität ν .

Mit dem Konzept der Grobstruktursimulation ist man grundsätzlich in der Lage, physikalische Problemstellungen hoher *Reynoldszahlen*, bzw. geringerer Viskositäten zu behandeln, die außerhalb der Machbarkeit direkter numerischer Simulationen liegen.

Die Wiederholung des zuvor mittels einer direkten numerischen Simulation behandelten Falls verdeutlicht, dass LES-Schließungsansätze problematisch bezüglich ihrer Wirkung auf kohärente Wirbelstrukturen, wie z.B. der Wirbelschleife, sind (Friedrich und Rodi [2002]). Der in Abschnitt 3.5.1 beschriebene Fall konnte zeigen, dass die effektive Viskosität der direkten numerischen Simulation mit der vorgegebenen Modellviskosität übereinstimmt. Abbildung 3.4 ist zu entnehmen, dass sich für eine Grobstruktursimulation mit ansonsten identischen Parametern das radiale Geschwindigkeitsprofil vom *Lamb-Oseen*-Wirbel abweicht. Eine Regressionsanalyse entsprechend der in Abschnitt 3.5.2 verwendeten Vorgehensweise liefert für die LES eine um etwa 15 Prozent höhere effektive Viskosität gegenüber der Simulation mittels DNS, was aufgrund der zur DNS identischen, kinematischen Viskosität nicht weiter überrascht. Jedoch erweist sich damit die Grobstruktursimulation als numerische Methode für die in dieser Arbeit behandelten Fälle nicht zwangsläufig als die bessere Wahl.

Unabhängig von höheren Werten der effektiven Viskosität zeigen sich darüberhinaus für die Grobstruktursimulation Übergeschwindigkeiten im Bereich $r/r_0 \approx 3$ und es offenbart sich ein physikalisch unrichtiges Verhalten des Schließungsansatzes. Diese Schwäche, die die meisten, auf dem Wirbelviskositätsprinzip basierenden Schließungsansätze aufweisen, ergibt

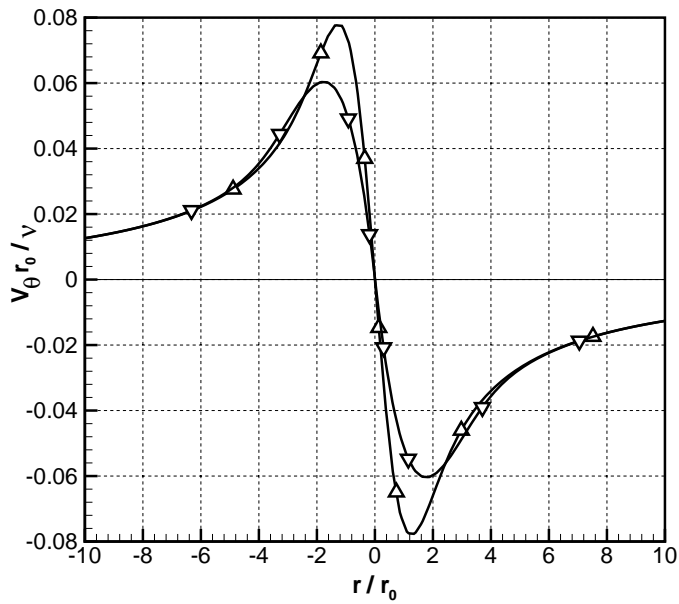


Abbildung 3.4: Radialprofil der Azimuthalgeschwindigkeit $V_\theta r_0 / \nu$ zum Zeitpunkt $t \nu / r_0^2 = 1.00$ für direkte numerische Simulation (Δ) und Grobstruktursimulation (∇).

sich durch die erhöhte turbulente Diffusivität ν_t durch die starke Stromlinienkrümmung im Bereich der Wirbelströmung. Die Modellierung des subskaligen Spannungstensors erfordert also neuartige Parametrisierungsansätze. Dies wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht behandelt, ist jedoch Gegenstand aktueller Forschung (Friedrich und Rodi [2002]). Wegen der geringeren Wirbelaufweitung, wird mit Ausnahme von Kapitel 6, die Methode der direkten numerischen Simulation bevorzugt.

Kapitel 4

Wirbeltransport in laminaren Scherströmungen

Atmosphärischer Wind spielt die entscheidende Rolle beim horizontalen Transport der Wirbelschleppe. Der zur Flugrichtung normalen Windkomponente, dem Querwind, kommt hierbei besondere Beachtung zu. Im Falle scherfreien Windes zeigen sich die Advektion und die selbstinduzierte Absinkbewegung als zwei voneinander unabhängig ablaufende Transportprozesse, was zur geometrischen Addition beider Geschwindigkeitskomponenten zu einer Resultierenden berechtigt.

Kontrovers diskutiert wird demgegenüber das Transportverhalten bei Windscherung. Beobachtungen während der Messkampagnen von *Idaho Falls, ID* und *Memphis, TN* zeigen häufig komplexe Wirbeltrajektorien. (Zak [1996]). Die physikalischen Mechanismen sind bis dato nicht eindeutig geklärt (Proctor et al. [1997]).

In diesem Kapitel wird anhand von Modellrechnungen die Wirkung von Windscherung auf den Transport von Wirbelschleppen untersucht. Mit dem Ziel, etablierte Grundsätze ebenso wie hypothetisch aufgestellte Annahmen zum Wirbeltransport zu verifizieren, wird zunächst der Fall konstanter Windscherung eingehend beleuchtet. Verantwortlich für komplexes Wirbelverhalten ist nach allgemeinem Dafürhalten die Situation nicht-konstanter Windscherung, die vorläufig nur phänomenologisch an dem Szenario einer abgehobenen Scherschicht exemplarisch dargelegt und diskutiert wird. Mittels einer Sensitivitätsstudie wird der Einfluss ausgewählter Parameter auf den Wirbeltransport untersucht und quantifiziert. Vor dem Hintergrund einer Echtzeitvorhersage des Wirbeltransportverhaltens werden anhand der gewonnenen Ergebnisse abschließend verschiedene Modellierungskonzepte bewertet.

4.1 Auslegung der numerischen Experimente

Im laminaren Fall stellt sich der Nachlauf eines Flugzeugs für einen mitbewegten Beobachter als stationäre Strömung dar. Infolge des großen Verhältnisses von Fluggeschwindigkeit V_∞ zu Absinkgeschwindigkeit der Wirbelschleppe w_0 , ist deren Lage im Raum nahezu parallel zur

Horizontalen¹. Da darüber hinaus die in Flugrichtung y auftretenden Gradienten $\partial/\partial y$ bei einer bereits aufgerollten Wirbelschleppes gering sind, ist es möglich, das dreidimensionale Problem vereinfachend zweidimensional zu betrachten. Die zur Flugrichtung entgegengesetzte Raumkoordinate des mit dem Flugzeug mitbewegten Referenzsystems y^\dagger wird dabei mittels der Transformation $y = y^\dagger - V_\infty t$ in eine Zeitkoordinate t überführt, die das Alter der Wirbelschleppes charakterisiert. Anders ausgedrückt vereinfacht sich das Modellgebiet auf eine zur Flugrichtung y orthogonale, ortsfeste Ebene, in der die Nachlaufwirbel zu ebenen Wirbeln reduziert sind. Die verbleibenden Raumrichtungen des Simulationsgebiets x und z kennzeichnen dabei die Lateral- und Vertikalrichtung. Die Initialisierung des atmosphärischen Hintergrunds und der Wirbel erfolgt gemäß Abschnitt 3.3.

Zunächst wird der Einfluss einer konstanten Hintergrundscherung $\sigma^* = \partial U^*/\partial z^* = 0.58$ mit $U^*(z=0) = 0$ untersucht. In Übereinstimmung mit der allgemein gängigen Notation, sind mit einem Asterisk (*) gekennzeichnete Größen als normiert zu betrachten. Referenzgrößen der Normierung stellen dabei der anfängliche Wirbelabstand b_0 und die theoretische Absinkgeschwindigkeit $w_0 = \Gamma_0/(2\pi b_0)$ dar. Der Quotient aus anfänglichem Wirbelabstand b_0 und theoretischer Absinkgeschwindigkeit w_0 bildet die Referenzgröße der Zeit $t_0 = 2\pi b_0^2/\Gamma_0$.

In den Untersuchungen zum Einfluss von Scherschichten folgt das vertikale Querwindprofil $U(z)$, das von einem verschwindenden Querwind in Bodenhöhe ausgeht, einer *Tangens-hyperbolicus*-Funktion der Form

$$U(z) = \frac{\Delta U}{2} \left(\frac{2}{\pi} \tanh \left(c_\delta \delta_{SL}^{-1} (z - z_{SL}) \right) + 1 \right) . \quad (4.1)$$

Die Scherschicht mit der Geschwindigkeitsdifferenz ΔU befindet sich in einer mittleren Höhe $z_{SL} = 2.7$. Da der Tangens hyperbolicus eine approximative Funktion ist, werden die Geschwindigkeiten 0 und ΔU erst für $z \rightarrow \mp\infty$ erreicht. Die Konstante $c_\delta = 25.4$ im Argument der tanh-Funktion stellt sicher, dass 95 Prozent der Geschwindigkeitsdifferenz ΔU und damit auch der Scherschicht-Vorticity innerhalb der hier getroffenen Definition der Schichtdicke δ_{SL} liegt. Abbildung 4.1 zeigt die vertikalen Querwind- und Scherprofile für drei Scherschichten mit $\Delta U^* = 1.8$ und drei verschiedene Scherschichtdicken $\delta_{SL}^* = 0.2$, $\delta_{SL}^* = 0.8$ und $\delta_{SL}^* = 2.1$. Die zeitliche Entwicklung der Wirbelpaar-Scherschicht-Interaktion soll beispielhaft am Fall einer Scherschicht mit $\Delta U^* = 1.8$ und $\delta_{SL}^* = 0.8$ beleuchtet werden. Definitionsgemäß ist die Wirbelzirkulation $\Gamma_0^* = 2\pi$ und der Wirbelabstand $b_0^* = 1$.

4.2 Wirbeltransport bei konstanter Scherung

Es wird der Fall untersucht, in dem am Boden kein Querwind herrscht und die atmosphärische Scherung $\sigma^* = 0.58$ beträgt. Die Wirbel $\Gamma^* = 2\pi$, $r_c^* = 1/8$ werden in einer Höhe $z_0^* = 4$ initialisiert. Die Wirbeltrajektorien können Abbildung 4.2 entnommen werden. Isolinien axialer Vorticity ω_y zeigen die Intensität und den Drehsinn rotationsbehafteter Strömungsgebiete.

¹Die Lage der Wirbelschleppes zur Horizontalen kann unter Annahme typischer Flugzeugparameter ($O(V_\infty) = 70\text{m/s}$, $O(w_0) \leq 2\text{m/s}$) mit kleiner 2° abgeschätzt werden. Diese Betrachtung berücksichtigt nicht das Nahfeld

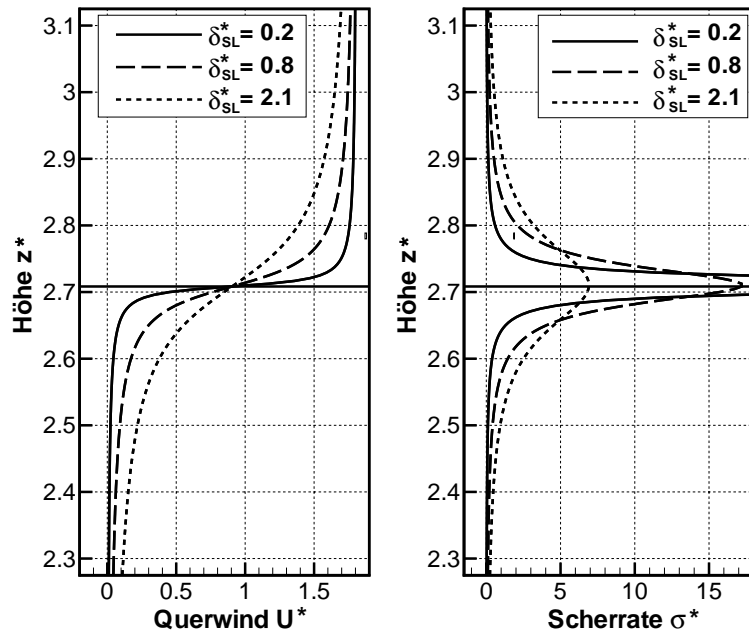


Abbildung 4.1: Vertikales Querwindprofil $U^*(z)$ nach der *hyperbolicus tangens* Funktion (links) und abgeleitetes Scherprofil $\sigma^*(z)$ (rechts) für $\Delta U^* = 1.8$, $z_{SL}^* = 2.7$.

Die Koordinatenachsen x , y , z bilden ein Rechtssystem. Bereiche positiver Vorticity ω_y , kennzeichnen demzufolge Strömungsgebiete mit positivem Drehsinn (im Uhrzeigersinn), negative Vorticity mit negativem Drehsinn.

In Übereinstimmung mit den Studien von Brashears et al. [1975], Zheng und Baek [1998], zeigt sich, dass konstante Scherung nicht zum Wiederaufsteigen von Primärwirbeln führt. Ebenso kann im Regime außerhalb des Bodeneffekts (*out-of-ground effect, OGE*) weder eine nennenswerte Zunahme des Wirbelabstands b noch ein Kippen des Wirbelsystems festgestellt werden. Auch ist die Absinkgeschwindigkeit des Wirbelsystems außerhalb des Bodeneffekts nahezu konstant und entspricht in guter Näherung dem theoretischen Wert $w = \Gamma / (2\pi b_0)$. Vor weiteren Analysen zum Transportverhalten der Wirbel wird zunächst die von Proctor et al. [1997] aufgestellte Hypothese vorgestellt, wonach die Wirbelschleppelateralimpuls, der durch atmosphärischen Wind aufgeprägt wurde, erhalten kann. Daran anschließend werden die Simulationsergebnisse mit dieser Theorie verglichen.

4.2.1 Die Impulserhaltungshypothese nach Proctor

Motiviert durch die Beobachtungen aus den vorgenannten Messkampagnen, untersuchen Proctor et al. [1997] erstmals und später Proctor [1998] mit Hilfe von zwei-dimensionalen *Navier-Stokes*-Simulationen den Einfluss vom Boden abgehobener Scherschichten auf die Trajektorien flugzeuginduzierter Nachlaufwirbel. Die untersuchten Scherschichten resultierten dabei aus dem linearen Übergang zwischen einem querwindfreien Bereich unterhalb $z = 52.5\text{m}$ und einem Bereich konstanten Querwinds ΔU bei $z \geq 77.5\text{m}$. Die Initialisierung der Wirbel (Parametersatz B-727, Anhang B) erfolgt in einer Höhe $z_0 = 175\text{m}$. Im Rahmen einer Simulationsreihe wurde dabei ΔU zwischen 0m/s und 4m/s variiert. Für die Fälle $\Delta U = 0 \dots 2\text{m/s}$ durchlaufen die Wirbel alle drei Höhenbereiche $z \geq 77.5\text{m}$, $77.5\text{m} > z > 52.5\text{m}$

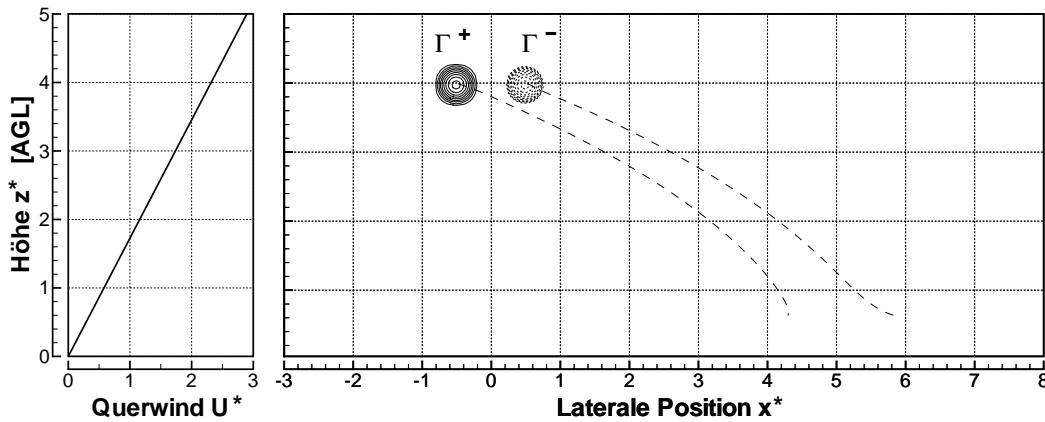


Abbildung 4.2: Anfangszustand und Wirbeltrajektorien bei konstanter Scherung $\sigma^* = 0.58$. Links: Vertikales Querwindprofil; rechts: Isolinien der Vorticity und Wirbeltrajektorien (Abschnitt 4.2).

und $z \leq 52.5\text{m}$.

Im ersten Höhenbereich ($z \geq 77.5\text{m}$) stimmt die Neigung der Wirbeltrajektorien zur Vertikalen in guter Näherung mit dem theoretischen Wert $\tan^{-1}(2\pi b^0 \Delta U / \Gamma)$ überein. Unabhängig von den sich ändernden Querwindverhältnissen der Fälle $\Delta U = 1\text{m/s}$ und $\Delta U = 2\text{m/s}$, behalten die nahezu parallel verlaufenden Wirbeltrajektorien auch bei $b_0 < z < 77.5\text{m}^2$ diese Neigung bei. Die Lateralbewegung der Wirbel im querwindfreien Höhenbereich führt Proctor auf den Erhalt von Horizontalimpuls innerhalb des *Kelvin*-Ovals zurück.

Die Analogie zum Erhalt potentieller Temperatur eines in einer thermisch stabil geschichteten Umgebung absinkenden Wirbelpaars (z.B. Holzäpfel et al. [2001a]) verleiht dieser Sichtweise eine gewisse Rechtfertigung. Tatsächlich gibt die verhältnismäßig hohe Komplexität des Falles jedoch auch Spielraum für andere Effekte. Das Postulat zum Impulserhalt wird anhand des einfachst möglichen aller Fälle – der konstanten Scherung – verifiziert. Die Umkehrung der aufgestellten These erlaubt deren Überprüfung. Dies ist Gegenstand des nachfolgenden Abschnitts.

4.2.2 Die kinematische Approximation nach Biot-Savart

Die Advektion der Wirbel durch den Querwind ist nach Köpp [1994] unabhängig von deren Eigenbewegung zu sehen. Die weitere Annahme eines reibungsfreien Bodens ($z = 0$), realisiert durch die Berücksichtigung von Spiegelwirbeln, führt Köpp zu den kinematischen Bewegungsgleichungen:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\pm \Gamma}{4 \pi z} \frac{(x_2 - x_1)^2}{4z^2 + (x_2 - x_1)^2} \underbrace{\text{Querwind}}_{+ U(z)} \quad (4.2)$$

²Nach erstmaligen Unterschreiten von $z \approx b_0$ zeigen die Trajektorien das für den Bodeneffekt typische seitliche Ausweichen der Wirbel.

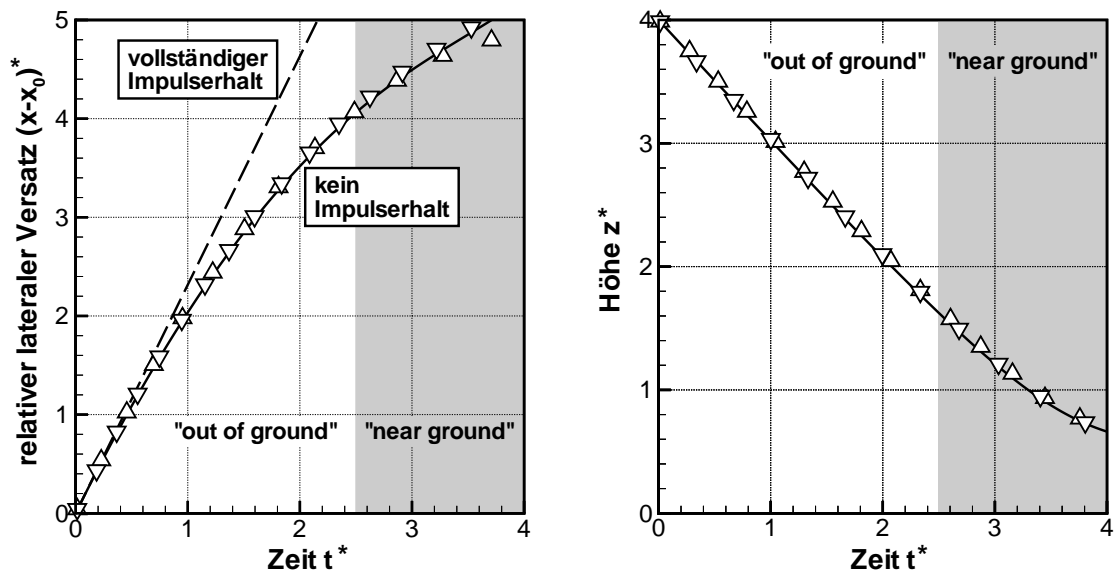


Abbildung 4.3: Orts-Zeit-Diagramm der Primärwirbelposition für den Fall konstanter Scherung $\sigma^* = 0.58$ – laterale Position (links) und Höhe (rechts) als Funktion der Zeit t^* . Simulation (\triangle :Luv-, ∇ :Lee-Wirbel, grau: *near ground effect*, $z^* < 1.5$) gegenüber Hypothese von verschwindendem Impulserhalt (durchgezogene Linie) und vollständigem Impulserhalt (strichliert).

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\Gamma}{2\pi(x_2 - x_1)} \frac{-4z^2}{4z^2 + (x_2 - x_1)^2} \quad (4.3)$$

Die Gleichung drückt somit aus, dass die Wirbel durch die Advektion des auf der jeweiligen Höhe vorherrschenden Winds $U(z)$ transportiert werden (vgl. Gleichungen (2.12) und (2.13)). Diese Beziehungen stehen folglich im Widerspruch zur These des vollständigen Impulserhalt nach Proctor et al. [1997].

In Abbildung 4.3 ist das Ergebnis der Simulation in Form der getrennten Betrachtung der zeitlichen Entwicklung von vertikaler, bzw. horizontaler Position den Thesen von Proctor et al. [1997] und Köpp [1994] gegenübergestellt. Zunächst ist festzustellen, dass konstante Scherung keinen Effekt auf das Wiederaufstiegsverhalten zeigt. Hieraus folgt, dass zumindest für den Fall konstanter Scherung, die Gleichungen (4.2) und (4.3) nahezu exakt das Transportverhalten der Wirbel widerspiegeln. Dadurch wird gleichzeitig auch die These von Proctor falsifiziert.

4.3 Wirbeltransport in Scherschichten

Anknüpfend an die Arbeiten von Proctor et al. [1997], Hofbauer und Gerz [1999] und Darraq et al. [2000] wird der Einfluss nicht-konstanter Scherung anhand des Szenarios einer vom Boden abgehobenen Scherschicht auf ein Wirbelpaar zunächst unter phänomenologischen Gesichtspunkten beschrieben.

4.3.1 Phänomenologie der Wirbel-Scherschicht-Wechselwirkung

Die bei der Wechselwirkung zwischen einer Scherschicht und einem Wirbelpaar auftretenden Phänomene werden beispielhaft für den Fall einer Scherschicht gemäß Gleichung (4.1) mit $\delta_{SL}^* = 0.8$, $\Delta U^* = 1.8$ aufgezeigt. Dieser Fall wurde in verschiedenen Studien mit leicht abgeänderten Parametern und Bedingungen untersucht und stellt somit den am besten dokumentierten Fall dar (Proctor et al. [1997], Hofbauer und Gerz [1999], Pereira et al. [1999], Darracq et al. [1999b]). Die auf die gesamte Scherschichtdicke δ_{SL} gemittelte Scherrate beträgt $\langle \sigma^* \rangle = 0.34$. Die zeitliche Entwicklung des Strömungsfelds ist, illustriert durch vier Momentaufnahmen der Vorticity-Verteilung in den Abbildungen 4.4 und 4.5, nachzuvollziehen. Die Darstellung durch Isolinien axialer Vorticity ω_y^* verdeutlicht den Drehsinn der rotationsbehafteten Strömungsgebiete.

In der ersten Simulationsphase bis $t^* \approx 2$ (ohne Bild) sinken die Wirbel aufgrund der gegenseitigen Induktion ab und werden gleichzeitig durch den Querwind advehiert. Entscheidend dabei ist, dass die Advektion der Wirbel nur durch die lokal vorherrschenden Strömungsverhältnisse des nahezu konstanten Querwinds beeinflusst wird. Der lineare Zusammenhang zwischen lateraler und vertikaler Wirbelposition zu Zeiten $t^* < 2$ offenbart die geringe Fernfeldwirkung der Scherschicht auf den Wirbeltransport, wie auch bereits von Liu und Ting [1987] erkannt wird.

Bei weiterer Annäherung des Wirbelpaars bis auf eine Distanz $O(b_0)$ an die Scherschicht, werden Anzeichen der Interaktion deutlich, die sich zunächst in einer Deformation der Scherschicht offenbart. Die gegensinnige Rotation der beiden Wirbel führt zu einer vertikalen, abwärtsgerichteten Strömung im Bereich zwischen den Wirbeln (*Downwash*), die die Vorticity der Scherschicht verdrängt. Das lokale Absinken der Schicht führt in Übereinstimmung mit Zheng und Baek [1999] zur Deformation der Schicht. Durch in lateraler Richtung divergierende Strömung unterhalb des Wirbelpaars staut sich gleichzeitig Vorticity der Scherschicht beidseitig auf, wobei sich dieser Effekt stromab stärker auswirkt. Die Advektion der Wirbel ist Ursache für die charakteristische, asymmetrische Deformation der Scherschicht (vgl. Abbildung 4.4 oben).

Ab der Zeit $t^* = 2.1$ wird das Kippen des Wirbelpaarsystems³ deutlich. Dabei ändert sich die Höhe der Wirbel zueinander. Das Wirbelpaarkippen ist die direkte Konsequenz aus der reduzierten Absinkgeschwindigkeit des Lee-Wirbels als Folge der asymmetrisch deformierten Scherschicht. Mit dem Kippen des Wirbelsystems geht eine zunehmende Trennung der Einzelwirbel einher. Die hier vorgestellten Ergebnisse der phänomenologischen Studie zeigen somit, dass ein Wiederaufsteigen der Wirbel ohne Bodeneffekt möglich ist. Dies widerlegt Studien, die von einer Notwendigkeit des Bodens für ein Wiederaufsteigen ausgehen (Liu und Ting [1987]). Bei unmittelbarer Nähe des Wirbelpaars zur Scherschicht werden angrenzende Bereiche der Scherschicht wiederum durch die Wirkung der Wirbel angehoben (Zheng und Baek [1998]). Dieses Verhalten ist zunächst nur am Lee-Wirbel zu erkennen. Durch die Bodenhaftung entsteht eine dünne Bodengrenzschicht, die auch als tertiäre Vorticity bezeichnet wird. Das Wirbelpaarkippen ist bereits in einem fortgeschrittenen Stadium.

Eindeutige und besonders ausgeprägte Fälle von Wirbelpaarkippen fanden sich in der frühen

³engl: *vortex tilting*; wird auch als *Rotieren des Wirbelsystems* bezeichnet.

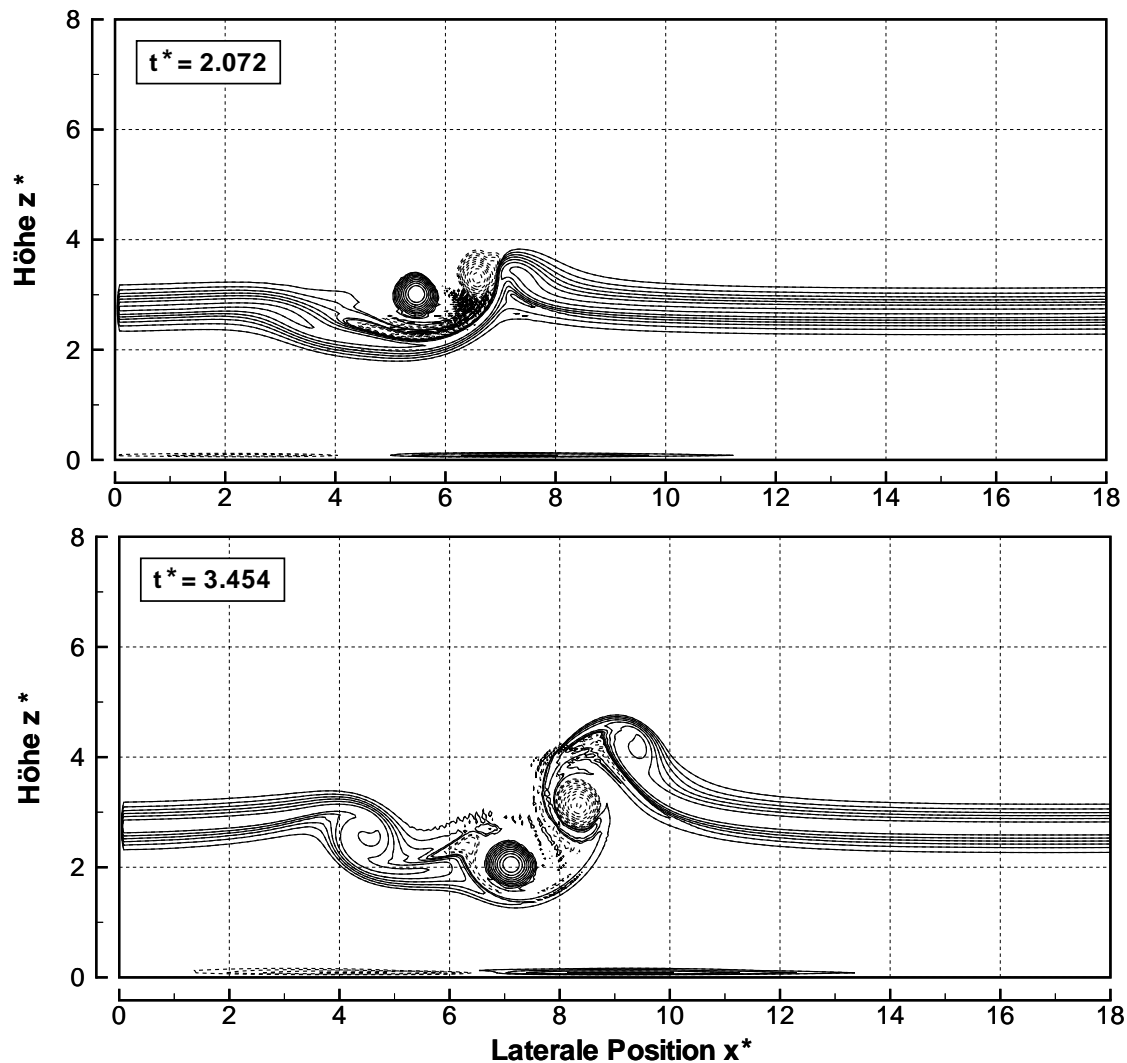


Abbildung 4.4: Zeitliche Entwicklung des Strömungsfeldes dargestellt durch Vorticity-Isolinien (negative Vorticity dargestellt durch gestrichelte Linien) bei $t^*=2.1$ und $t^*=3.5$. Deformation der Scherschicht und einsetzendes Wirbelpaarkippen (oben). Durchtrennen der Scherschicht und Einsetzen der Wirbeltrennung (unten).

Messkampagne von *El Mirage Dry Lake, CA* (Tombach [1973]). Mit Hilfe von Rauchgeneratoren, die an den Flugzeugtragflächen angebracht wurden, konnten die Nachlaufwirbel sichtbar und deren Lage im Raum eindeutig bestimmt werden. In mehreren Fällen konnte eine Rotation des Wirbelsystems von mehr als 90° zur Horizontalen beobachtet werden. Für die mit MESOSCOP untersuchten Fälle einer laminaren Strömung ergeben sich hingegen Kippwinkel von maximal 60° . In der hier vorgestellten Simulation ist der Luv-Wirbel gegenüber dem Lee-Wirbel nach unten versetzt. Tombach [1973] beziffert die Häufigkeit dieser Situation mit 73 von hundert Fällen.

Brashears et al. [1975] finden durch Auswertung ihrer Messdaten, dass der Drehsinn des Wirbelpaarkippens neben dem Vorzeichen auch vom Betrag der Scherung abhängt. Tendenziell

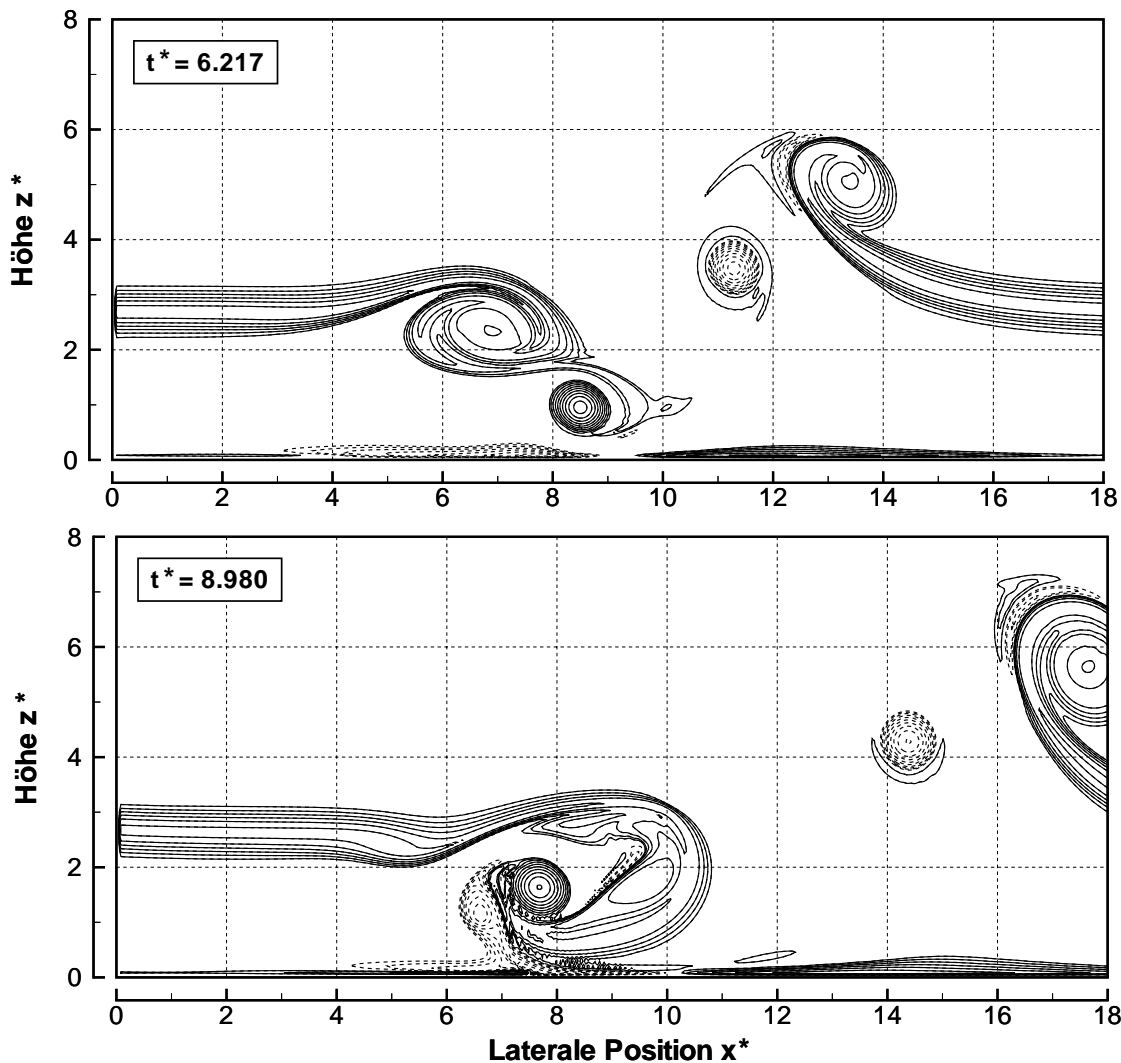


Abbildung 4.5: Darstellung wie Abbildung 4.3.1 für Zeiten $t^* = 6.2$ und $t^* = 9.0$. Weitere Trennung und Einsetzen der Wirbel-Boden-Interaktion (Luv-Wirbel) bei ca. $t^* = 2.1$. Wiederaufstieg (*Rebound*) bei $t^* = 3.5$ dargestellt durch Vorticity-Isolinien.

stellen sie bei schwacher Scherung $\sigma^* \leq 0.32$ eine Rotation des Wirbelpaars im Gegenuhrzeigersinn fest, die sich bei höheren Scherraten σ umkehrt. Eine Erklärung für dieses Verhalten bleiben die Autoren schuldig. Im vorliegenden Fall, mit einer Scherung von $\langle \sigma^* \rangle = 0.34$, ist die gefundene Rotationsrichtung in Übereinstimmung mit Brashears et al. [1975] im Gegenuhrzeigersinn.

Robins und Delisi [1990] führen das Wirbelparkippen in der gescherten und thermisch stabil geschichteten Atmosphäre auf den schnelleren Zerfall des Lee-Wirbels zurück. Da der turbulente Zerfall in der hier durchgeführten zweidimensionalen Simulationen nicht erfasst wird, kann diese These an dieser Stelle nicht überprüft werden.

Die Wirbel beginnen zu divergieren, wobei der wechselseitige Einfluss geringer wird. Ver-

gleichbare Beobachtungen macht Tombach [1973], der von einem Fall berichtet, bei dem ein gekipptes Wirbelpaar einen vertikalen Abstand von $1.5 b_0$ hat.

Zum Zeitpunkt $t^*=3.5$ ist das Wirbelpaar auf die Höhe der Scherschicht abgesunken und in diese eingedrungen. Bereiche der Scherschicht wickeln sich um die Wirbel und umschließen diese. (Burnham [1972]). Die horizontal divergente Strömung unterhalb des Wirbelpaars verdrängt die Scherschicht und bricht diese auf. Dies wird auch in Zheng und Baek [1998] hervorgehoben. Hierdurch wird diese instabil und beginnt sich an ihren Enden aufzurollen. Dies hat die beidseitige Bildung von wirbelartigen Strukturen aus der Scherschicht zur Folge.

Stärker ausgeprägt ist das Aufrollen der Scherschicht bei $t^* = 6.2$ (Abbildung 4.5). Die Trennung der Wirbel kann als nahezu abgeschlossen angesehen werden. Die zum Teil aufgerollten Enden der Scherschicht interagieren mit den jeweiligen Wirbeln und bilden neue Wirbel-dipole. Durch die gleichsinnige Vorticity des Luv-Wirbels mit der Scherschicht, vollführt dieser eine taumelnde Bewegung. In Höhe des Luv-Wirbels akkumuliert sich sekundär erzeugte Vorticity umgekehrten Vorzeichens am Boden. Die sekundär erzeugte Vorticity löst sich durch den Einfluss des Luv-Wirbels vom Boden ab und wickelt sich um diesen ($t^* = 9.0$) (Corjon und Poinot [1997], Bilanin et al. [1978]). Zu diesem Schluss kommt auch Darracq et al. [1999b] und bezeichnet diesen Vorgang als Ausbrechen der Vorticity (*eruption of vorticity*).

Die Rückwirkung der deformierten Scherschicht äußert sich in einem Kippen des Wirbelpaar-systems bei gleichzeitiger Vergrößerung des Wirbelabstands. Teile der Scherschicht kombinieren sich mit den Primärwirbeln zu neuen Dipolen, die im Fall des Lee-Wirbels zum Wiederaufsteigen führen.

4.3.2 Sensitivitätsstudie

Um die Variabilität des Wirbeltransports und hierbei insbesondere das Regime des Wiederaufsteigens von Wirbeln abzuschätzen, wird nachfolgend der Fall des Wirbelverhaltens bei Wechselwirkung mit einer Scherschicht einer parametrischen Sensitivitätsstudie unterzogen.

Ausgangspunkt der Studie stellt das Szenario einer vom Boden abgehobenen Scherschicht gemäß des vorhergehenden Abschnitts und Beziehung (4.1) dar, die noch um den Betrag eines konstanten Querwinds U_0 als additiven Term erweitert wird. Der Parameterraum des betrachteten Systems umfasst somit folgende Einflussgrößen:

- charakteristische Größen des Wirbelpaars:
 - Zirkulation der Wirbel Γ_0 ,
 - Wirbelabstand b_0 ,
 - Kernradius der Wirbel r_c .
 - Höhe des Wirbelpaars über Grund z_{WS} .
- charakteristische Größen des Querwinds und der Scherschicht:
 - konstanter Querwind U_0
 - Differenz der Querwindgeschwindigkeit über die Scherschicht ΔU ,
 - Scherschichtdicke δ_{SL} ,
 - Scherschichthöhe über Grund z_{SL} ,

- *Reynoldszahl* Re_Γ , bzw. molekulare Viskosität ν .

Die hohe Dimensionalität des Parameterraums mit insgesamt neun Parametern macht es erforderlich, die Allgemeinheit der Betrachtung einzuschränken, um mit einem vertretbaren Aufwand an Rechenleistung zu Ergebnissen zu gelangen. Durch nachfolgende Überlegungen wird die Zahl der Einflussgrößen reduziert.

Das Verhältnis von Zirkulation Γ_0 zu Wirbelabstand b_0 variiert für typische Flugzeugmuster der zivilen Luftfahrt in einem Wertebereich zwischen 6 und 14 (*siehe z.B.* Hinton und Tatnall [1997]). Die Bandbreite des Wertebereichs ist gegenüber der Streuung anderer Einflussgrößen vergleichsweise gering, weshalb hier Γ_0 und b_0 im weiteren Sinne zweckmäßigerweise als zwei voneinander linear abhängige Parameter und deren Verhältnis Γ_0/b_0 als konstant verstanden werden. Es ist somit ausreichend, lediglich die Zirkulation Γ in der weiteren Betrachtung zu berücksichtigen. Beschränkungen in der numerischen Auflösung erlauben nur bedingt eine Variation der Wirbelkernradien r_c . Da diese für $r_c \ll b_0$ ohnehin nur geringe Auswirkung auf den Wirbeltransport aufweisen, (Darracq et al. [1999a], Darracq et al. [1999b]), wird auf deren weitere Betrachtung als Parameter verzichtet.

Die Einflüsse der Parameter z_{WS} , z_{SL} , U_o und Re_Γ auf die Wirbeltrajektorien wurden in Darracq et al. [2000] untersucht. Danach ist die anfängliche Höhe der Wirbel für die Wirbeltrajektorien nur dann entscheidend, wenn die Wirbel in unmittelbarer Nähe der Scherschicht erzeugt, bzw. initialisiert werden. Die Abnahme der Scherschichthöhe wirkt sich in positiver, wenn auch geringer Weise auf das Wiederaufstiegsverhalten aus, was die Autoren plausibel auf einen mitwirkenden Beitrag des Bodens zurückführen. Ebenso wurde gezeigt, dass einzig die laterale Position durch einen Geschwindigkeitsversatz U_o beeinflusst wird, was sich in einer Verlagerung der Positionen um $\delta x = U_o t$ äußert. Unter Vernachlässigung des Bodeneffekts (IGE) zeigt eine Variation der *Reynoldszahl* Re_Γ über zwei Größenordnungen deren untergeordnete Bedeutung für die Wirbeltrajektorien.

Aus den oben genannten Gründen lassen sich mit Γ_0 , ΔU und δ_{SL} drei wesentliche Parameter identifizieren, deren Untersuchung im Rahmen dieser Arbeit sinnvoll erscheint. Die Erhöhung der Wirbelzirkulation bei einer gegebenen Intensität der Scherschicht kommt aus Ähnlichkeitstheoretischen Überlegungen einer Verminderung der Scherschichtintensität bei einer konstant gehaltenen Wirbelzirkulation gleich⁴. Als Einflussgrößen der Sensitivitätsstudie verbleiben folglich zwei Parameter: ΔU und δ_{SL}^* . Der Wertebereich der Geschwindigkeitsdifferenz ΔU^* variiert zwischen 1.2 und 3.0 in Intervallen von 0.6. Die Scherschichtdicke δ_{SL}^* kann die Werte 0.2, 0.8 und 2.1 annehmen. Es ergeben sich somit insgesamt 12 Szenarien, wovon der Fall $\Delta U^* = 1.8$, $\delta_{SL}^* = 0.8$ im vorhergehenden Abschnitt bereits Gegenstand der phänomenologischen Interpretation war.

Die zeitlichen Verläufe von Höhe und lateraler Position der Wirbel bezogen auf deren Anfangswert können Abbildung 4.6 und 4.7 entnommen werden. Aus Abbildung 4.6 fällt zunächst eine mit der Geschwindigkeitsdifferenz ΔU zunehmende Tendenz zum Wiederaufsteigen des Lee-Wirbels auf. Während für $\Delta U^* = 1.2$ die Absinkbewegung des Lee-Wirbels durch die Scherschicht lediglich verzögert wird, kommt es bei $\Delta U^* = 1.8$ zum Wiederauf-

⁴In strengem Sinne vernachlässigt diese Überlegung die Effekte von z_{WS} , z_{SL} , deren Wirkung jedoch als gering aufgezeigt wurden.

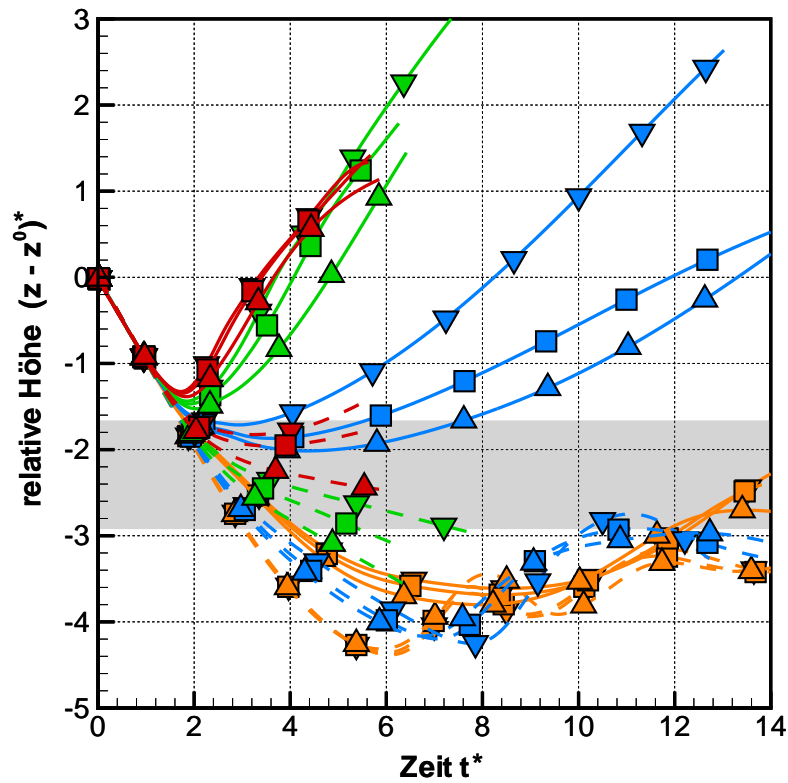


Abbildung 4.6: Relative Höhe bezüglich anfänglicher Höhe als Funktion der Zeit. Legende : $\Delta U^* = 1.2, 1.8, 2.4, 3.0$, für Lee-Wirbel (—) und Luv-Wirbel (---) als Funktion der Scherschichtdicke $\delta_{SL}^* = 0.2$ (∇), 0.8 (\square) und 2.1 (\triangle). Mittlere Scherschichthöhe $z_{SL}^* = -2.3$ (grau), Boden $z_G^* = -5$.

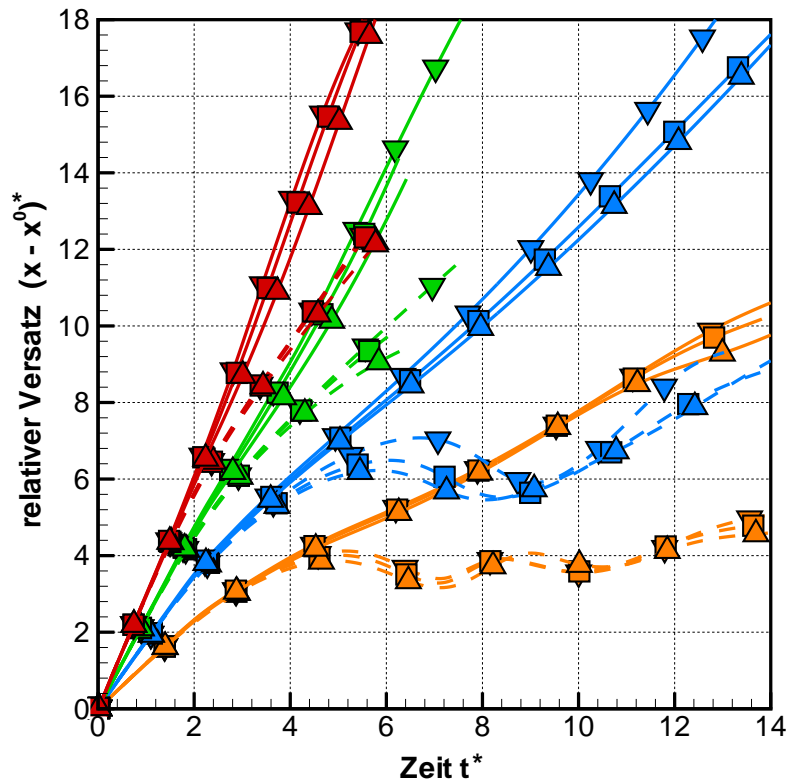


Abbildung 4.7: Zeitliche Entwicklung der lateralen Position x bezogen auf Anfangszustand x^0 (relativer Versatz). Legende : $\Delta U^* = 1.2, 1.8, 2.4, 3.0$, für Lee-Wirbel (—) und Luv-Wirbel (---) als Funktion der Scherschichtdicke $\delta_{SL}^* = 0.2$ (∇), 0.8 (\square) und 2.1 (\triangle).

steigen des Lee-Wirbels. Die Geschwindigkeitsdifferenz $\Delta U^* = 1.8$ markiert somit hier den Grenzfall zwischen verzögertem Absinken und Wiederaufsteigen des Lee-Wirbels. Ähnlich lautende Befunde finden sich in Darracq et al. [1999b] für $\Delta U^* = 1.3$. Noch ausgeprägter ist die Wiederaufstiegstendenz für $\Delta U^* = 2.4$ und $\Delta U^* = 3.0$. Bemerkenswerterweise unterschieden sich die Höhen-Zeit-Verläufe dieser beiden Fälle nur geringfügig voneinander. Auch ist auffällig, dass die Steigungen der Kurven annähernd konstant sind und der ungefähren negativen Steigung w_0 der frühen Simulationsphase $t^* < 2$ entsprechen.

Ein weiterer auffallender Punkt ist eine im Allgemeinen zunehmende Tendenz zum Wirbelwiederaufstieg mit abnehmender Scherschichtdicke δ_{SL} . Diese Abhängigkeit zeigt sich besonders prägnant in den Fällen $\Delta U^* = 1.8$, die als Grenzfälle des Wirbelaufsteigens offensichtlich besonders sensitiv erscheinen. Für alle anderen Fälle zeigt sich diese Tendenz weit weniger ausgeprägt. Eine Abhängigkeit des Wiederaufstiegsverhaltens von den mittleren Scherraten $\langle \sigma \rangle \approx \Delta U / \delta_{SL}$ wäre intuitiv vorstellbar, bestätigt sich jedoch nicht, wie man sich anhand der präsentierten Fälle vor Augen führen kann. Ebenso lässt sich die in Proctor et al. [1997] geäußerte Behauptung entkräften, wonach der vertikale Gradient der Scherung $\partial \sigma / \partial z \equiv \partial^2 U / \partial z^2$ als entscheidende Größe für das Wirbelwiederaufsteigen verantwortlich ist. Es zeigt sich somit, dass die Geschwindigkeitsdifferenz ΔU für Scherschichtdicken $O(\delta_{SL}) = b_0$ der primäre Parameter für den Wirbelwiederaufstieg darstellt. Einleuchtend ist, dass die Wirkung der Scherschicht auf den Wirbel verschwinden muss, wenn $\delta_{SL} \rightarrow \infty$.

Aufschluss über den Wirbeltransport in lateraler Richtung gibt Abbildung 4.8 durch die zeitlichen Verläufe des relativen Versatzes $(x - x_0)^*$. Es fällt hierbei sofort auf, dass sich ein Großteil der untersuchten Szenarien in dieser Darstellung näherungsweise als Geraden der Steigung ΔU widerspiegeln. Abweichungen davon ergeben sich in erster Linie durch die Wechselwirkung zwischen Luv-Wirbel und Boden, die sich in der Abflachung sowie einer Schwingung der Verläufe abzeichnen. Die unterschiedlichen Trajektorien von Luv- und Lee-Wirbel führen natürlich zu einer Zunahme des horizontalen Wirbelabstands. Hieraus wird ersichtlich, dass die Wechselwirkung mit dem Boden hinsichtlich der Wirbeltrennung dominant gegenüber dem Einfluss der Scherschicht ist.

Aus der Variation der Scherschichtdicke δ_{SL} ergeben sich Unterschiede in den lateralen Wirbelpositionen, die, gemessen in absoluten Werten, den Unterschieden der vertikalen Wirbelposition entsprechen. Die signifikante Bedeutung der Advektion für den Wirbeltransport drückt sich durch einen auf die Verlagerung bezogenen, geringeren Einfluss der Scherschichtdicke aus. Diese Feststellung könnte sich für zukünftige Projekte als nützlich hinsichtlich einer Vorhersage der Wirbelposition herausstellen.

Durch die Normierung des lateralen Versatzes $(x - x_0)^*$ mit $\Delta U t$ erhält man mit Abbildung 4.8 ein gegenüber Abbildung 4.7 aufschlussreicheres Bild. Erwartungsgemäß entspricht der laterale Transport im Regime konstanten Querwinds bis Zeiten $t^* \approx 2$ der Advektionsgeschwindigkeit ΔU . Durch die Wechselwirkung zwischen Scherschicht und Primärwirbel weichen die Kurvenverläufe für spätere Zeiten von $(x - x_0)^* / (\Delta U^* t^*) \approx 1$ ab. Man erkennt nun deutlich, dass Luv- und Lee-Wirbel bis zum Zeitpunkt $t^* = 2$ ähnliche Kurvenverläufe aufweisen. Zu Translationsgeschwindigkeiten, die höher als die Advektionsgeschwindigkeit oberhalb der Scherschicht sind, kommt es im Fall $\Delta U^* = 3$.

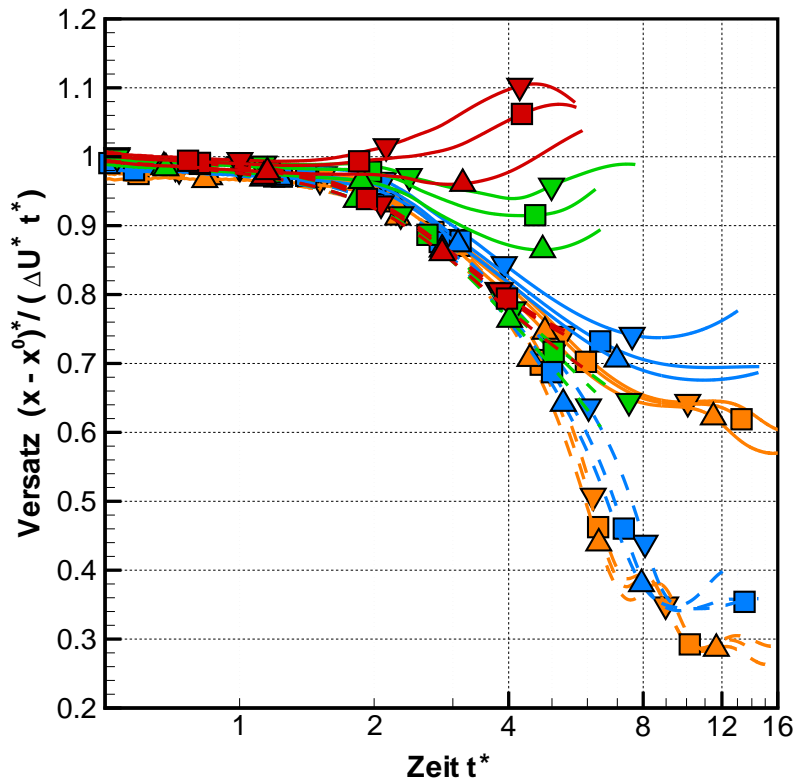


Abbildung 4.8: Wirbelversatz normiert mit $\Delta U^* t^*$. Legende : $\Delta U^* = 1.2, 1.8, 2.4, 3.0$, für Lee-Wirbel (—) und Luv-Wirbel (---) als Funktion der Scherschichtdicke $\delta_{SL}^* = 0.2$ (∇), 0.8 (\square) und 2.1 (\triangle).

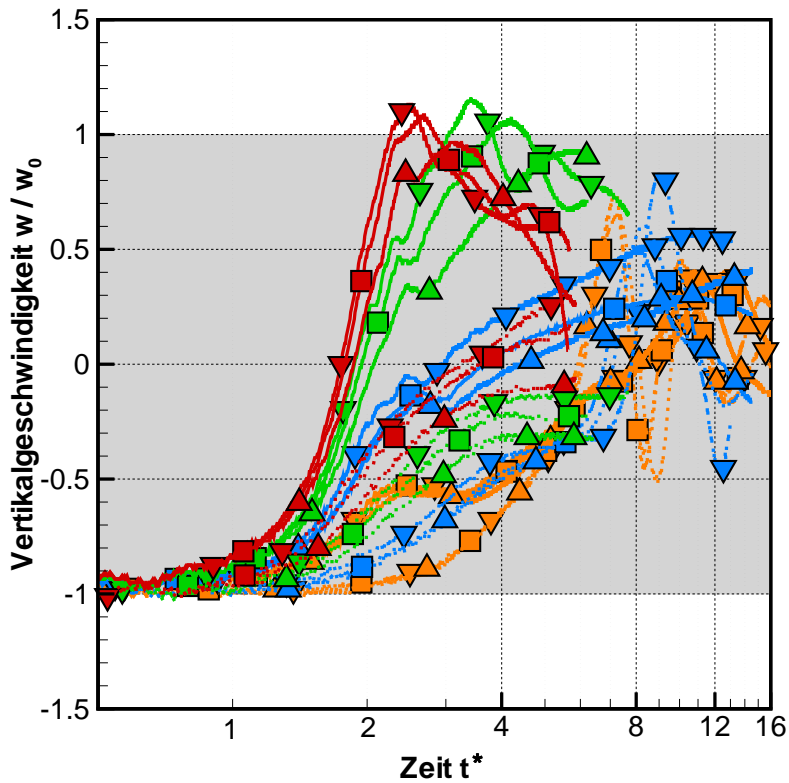


Abbildung 4.9: Verhältnis der vertikalen Wirbelgeschwindigkeit w zu theoretischer Absinkgeschwindigkeit $w_0 = \Gamma_0 / (2\pi)$. Legende : $\Delta U^* = 1.2, 1.8, 2.4, 3.0$, für Lee-Wirbel (—) und Luv-Wirbel (---) als Funktion der Scherschichtdicke $\delta_{SL}^* = 0.2$ (∇), 0.8 (\square) und 2.1 (\triangle).

Die Überlegungen zu den auftretenden Vertikalgeschwindigkeiten lassen sich durch die Darstellung der zeitlichen Entwicklung von w/w_0 veranschaulichen, wobei w die Vertikalgeschwindigkeit eines Wirbels und w_0 die theoretische Absinkgeschwindigkeit $\Gamma_0/(2\pi b_0)$ sind (Abbildung 4.9). Demnach bestätigt sich die zuvor geäußerte Vermutung, nachdem die auftretenden, vertikalen Wirbeltransportgeschwindigkeiten gerade im Bereich $\pm w_0$ liegen.

Die Ergebnisse der Sensitivitätsstudie zeigen interessante Aspekte. Diese Ergebnisse sind aber nur in dem zugrunde liegenden Parameterbereich gültig und können nicht verallgemeinert werden. Ob sich die hier gefundenen Gesetzmäßigkeiten auch auf andere Parameterbereiche übertragen lassen, lässt sich nicht schlussfolgern. Um allgemein gültigere Aussagen treffen zu können sind also weitere Untersuchungen notwendig. Dies bleibt zukünftigen Arbeiten vorbehalten.

4.4 Bewertung vorhandener Wirbeltransportmodelle

Die Optimierung der Flugzeugstaffelung auf Basis einer Echtzeitvorhersage des Wirbelschleppenverhaltens erfordert einen Prognosealgorithmus mit geringem Rechenzeitbedarf. Man ist daher versucht, die relevanten Aspekte der physikalischen Prozesse zu erfassen und durch ein Modell der Vorhersage zugänglich zu machen.

Die Diskretisierung des Konvektionsterms und das damit verbundene konvektive Stabilitätslimit bei der Behandlung von Transportgleichungen in der *Eulerschen* Formulierung ist zumeist die Ursache für kleine Zeitschritte und hohe Rechenzeiten (*siehe* Abschnitt 3.2.2). Die sog. Methoden der diskreten Wirbel (*discrete vortex methods*) basieren auf der *Lagrangeschen* Formulierung der zweidimensionalen Wirbeltransportgleichung, wodurch eine explizite Diskretisierung des Konvektionsterms vermieden wird. Dabei wird die in dem Strömungsfeld enthaltene Vorticity zu diskreten, zirkulationsbehafteten Elementen zusammengefasst, deren kinematische Wechselwirkung simuliert wird.

Bei den sog. *Punktwirbelmodellen* wird die in einem zweidimensionalen Strömungsgebiet kontinuierlich verteilte Vorticity durch eine endliche Anzahl von Potentialwirbeln diskretisiert. Dieses Verfahren macht sich das Modell von [Zheng et al. \[1999; 2000\]](#) für die Prognose der Wirbeltrajektorien unter Schereinfluss zunutze. Unter der Voraussetzung der Divergenzfreiheit beschreibt das *Biot-Savartsche* Gesetz die Kinematik der sich wechselseitig beeinflussenden Punktwirbel durch ein System gewöhnlicher Differenzialgleichungen.

Zheng und Baek [1999] wenden die Methode auf die bereits von Proctor et al. [1997] mittels Grobstruktursimulationen untersuchten Fälle an und reproduzieren die Phänomene des Wirbelpaarkippens und des Wirbelwiederaufstiegs. Die betonte Übereinstimmung ist jedoch kritisch zu hinterfragen, da sich die Scherschicht lateral nur bis ca. $\pm 8 b_0$ erstreckt und zu einem nicht vernachlässigbaren Kippen der Scherschicht selbst führt. Des Weiteren wird der Einfluss des Bodens nicht berücksichtigt. Zheng und Lim [2000] wiederholen die Untersuchungen und dokumentieren eine bessere Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Grobstruktursimulationen. Zurückführen lässt sich diese Verbesserung primär auf eine lateral

ausgeweitete Scherschicht und sekundär auf die Modellierung eines reibungsfreien Bodens durch Spiegelwirbel.

Bei der Nachrechnung von Feldmessungen der Messkampagne von *Idaho-Falls, ID* wird in einem der drei untersuchten Fälle eine signifikante Abweichung der Wirbeltrajektorien augenfällig. Dabei unterschreitet der stromabliegende Wirbel die theoretische minimale Höhe $b_0/2$ deutlich. Die Nähe zum Grund führt infolgedessen zu hohen Lateralgeschwindigkeiten des Lee-Wirbels von nahezu 80m/s bei Windgeschwindigkeiten von weniger als 1m/s in der entsprechenden Höhe. Wie auch intuitiv vermutet werden kann, liegt hier ein Versagen des Modells vor. Begründet wird dieses Verhalten mit der Modellierung des idealisierten, reibungsfreien Bodens. Tatsächlich ist jedoch zu vermuten, dass ein zu groß gewählter Zeitschritt verantwortlich für die ungewöhnlich geringe Wirbelhöhe ist. Der geringe Abstand ζ zwischen Primär- und Spiegelwirbel führt infolgedessen zu der hohen Wirbeltransportgeschwindigkeit, die für $\zeta \rightarrow 0$ gegen Unendlich geht. Dies stellt ein prinzipielles Problem der Punktwirbelmethode dar, das ebenso bei der Wechselwirkung zwischen Primärwirbeln und Scherschicht eintreten kann.

Alternativ zur Punktwirbelmethode setzt Mokry [1999; 2001] die *Methode der kontinuierlichen Wirbelschicht*⁵ zur Vorhersage des Wirbeltransports unter Schereinfluss ein. Grundlage der Untersuchungen bildet ein allgemeines Zirkulationsmodell für stückweise lineare Linienelemente, basierend auf der komplexen Form der *Birkhoff-Rott*-Gleichung für die Beschreibung der induzierten Geschwindigkeiten (Mokry [1999]). Bei der Streckung von Liniensegmenten ändert sich deren Zirkulation antiproportional zur relativen Längenänderung. Zwar führt auch diese Methode für verschwindende Abstände zu unendlich hohen induzierten Geschwindigkeiten, jedoch wirkt sich dieser Effekt durch reduzierte Zirkulationen der gestreckten Segmente weniger drastisch aus, als dies bei Punktwirbelmodellen der Fall ist. Durch diese Vorgehensweise wird das oben beschriebene Problem nicht beseitigt, jedoch deren negative Auswirkungen auf die Lösung reduziert.

Besondere Eignung zeigt die Methode, wie sie von Mokry [1999; 2001] benutzt wird, bei der Simulation dünner Scherschichten, was am Beispiel des Aufrollvorgangs einer Wirbelschleife demonstriert werden konnte. Mokry [2001] räumt ein, dass eine feine Segmentierung einer Wirbel- bzw. einer Scherschicht zu unphysikalischen Instabilitäten und der numerischen Diffusion von kohärenten, zirkulationsbehafteten Strömungsgebieten führen kann. Dieser Problematik kann dadurch begegnet werden, dass zunächst von einer groben Diskretisierung ausgegangen wird und eine sukzessive Verfeinerung der Segmentierung mittels eines adaptiven Verfahrens erfolgt.

Die Ergebnisse zur Wirbel-Scherschicht-Wechselwirkung werden in eher qualitativer Natur dargestellt, so dass keine Aussage über die Genauigkeit des Verfahrens gemacht werden kann. Der Vergleich der Strömungsmuster und die Wiedergabe von Phänomenen wie dem Kippen des Wirbelpaarsystems und dem Wiederaufsteigen der Wirbel zu den in Abschnitt 4.3 dargestellten Ergebnissen zeigt eine bessere Übereinstimmung als dies durch das Punktwirbelmodell nach Zheng und Lim [2000] erreicht wird.

Meleshko et al. [2001] verwenden eine Punktwirbelmethode, um die Wirbel-Scherschicht-

⁵engl.: *Continuous Vortex Sheet Method*

Wechselwirkung zu studieren. Dem Problem des eigeninduzierten Aufrollens der Scherschicht, wie dies beispielsweise bei Zheng und Baek [1999] zu beobachten ist, begegnen sie durch die Fortsetzung der Scherschicht mittels einer analytischen Beschreibung des Geschwindigkeitsfelds einer halbunendlich ausgedehnten Scherschicht. Trotz dieser Vorgehensweise kann, infolge des wenn auch geringen Einflusses der Primärwirbel, ein Aufrollen der Scherschicht nicht in allen Fällen vermieden werden.

Als Grundlage der Modellvalidierung dient der in Abschnitt 4.3.1 beschriebene Fall (Hofbauer und Gerz [1999]). Bei der Nachrechnung variieren Meleshko et al. [2001] die Diskretisierung der Scherschicht. Wie ein Vergleich der Wirbeltrajektorien zeigt, konnte eine qualitative Übereinstimmung in allen Fällen, eine quantitative Übereinstimmung jedoch nur in einem Fall bei höher aufgelöster Scherschicht, festgestellt werden. Kritisch zu bewerten sind die zum Teil starken Abweichungen der Fälle untereinander und die Tatsache, dass eine feinere Diskretisierung durch eine höhere Anzahl von Punktwirbeln nicht zwangsläufig zu präziseren Ergebnissen führt.

Aus der Sicht des Autors der vorliegenden Arbeit bleibt Folgendes festzuhalten: Alle vorgestellten Modelle sind in der Lage die charakteristischen Phänomene der Wirbel-Scherschicht-Interaktion, wie dem Wirbelpaarkippen und dem Wiederaufsteigen von Wirbeln qualitativ richtig wiederzugeben. Wie dargelegt wurde und auch eigene Erfahrungen belegen, ist eine quantitative Übereinstimmung mit höherwertigen Methoden (DNS, LES) bzw. Messungen in hohem Maße sensitiv gegenüber der Wahl der Modellparameter und der Diskretisierung. Vor dem Hintergrund einer operationellen Wirbeltransportvorhersage wäre selbst unter der Voraussetzung, dass die meteorologischen Daten exakt vorlägen, ein Ensemble von Modellrechnungen notwendig, um die numerische Unsicherheit abzudecken. Inwieweit ein solches Ensemble von Einzelergebnissen noch Spielraum für die Optimierung der Flugzeugstaffelung böte, bliebe zu untersuchen.

Die numerische Unsicherheit ist nach eigener Ansicht primär der Diskretisierung durch Punktwirbel und den damit verbundenen Singularitäten des Geschwindigkeitsfelds zuzuschreiben, die aus genannten Gründen zu unrealistisch hohen induzierten Transportgeschwindigkeiten führen kann. Um diesem Problem zu begegnen und als Empfehlung für zukünftige Modellentwicklungen sei an dieser Stelle auf die sogenannte *vortex-blob*-Methode verwiesen (z. B. Leonard [1980]), die auf der Modellierung durch viskose oder nichtviskose Wirbel mit endlichen Kernradien basiert. Die maximal auftretende, durch ein Wirbelelement induzierte Transportgeschwindigkeit ist so auf die Tangentialgeschwindigkeit V_θ bei Radien $r = r_c$ beschränkt (vgl. Gleichung (3.18)). Als weiterer Vorschlag sei die Verwendung von zyklischen Randbedingungen angeraten, wodurch, wie eigene Untersuchungen zeigen, ein Aufrollen der Scherschicht durch Eigeninduktion weitestgehend vermieden werden kann.

4.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden zweidimensionale Simulationen zum Wirbeltransport unter Scherfluss durchgeführt, deren Ergebnisse im Kontext anderer Arbeiten diskutiert wurden.

Die Hypothese, wonach Lateralimpuls des Querwinds innerhalb des *Kelvin*-Ovals konserviert

würde, konnte durch den Fall der konstanten Scherung widerlegt werden. Demgegenüber zeigte sich eine ausgeprägte Übereinstimmung mit dem um einen additiven Term des Querwinds erweiterten *Biot-Savartschen* Gesetz. Wirbelpaarkippen bzw. das Wiederaufsteigen von Wirbeln wurde hier nicht festgestellt und bestätigt damit Ergebnisse anderer Arbeiten.

Der Fall einer vom Boden abgehobenen Scherschicht wurde exemplarisch untersucht und unter einem phänomenologischen Gesichtspunkt dargestellt. Die Gegenüberstellung der eigenen Ergebnisse mit Resultaten anderer Arbeiten erlaubte eine umfassende Darstellung und neue Sichtweisen für die plausible Erklärung der beobachteten Phänomene des Wirbelpaarkippens und des Wiederaufsteigens von Wirbeln.

Basierend auf dem beschriebenen Szenario wurde eine Sensitivitätsstudie zum Einfluss der Geschwindigkeitsdifferenz ΔU und der Dicke δ_{SZ} einer Scherschicht auf den Wirbeltransport und die sich ergebenden Wirbeltrajektorien durchgeführt. Dabei konnte eine zunehmende Wiederaufstiegstendenz der Wirbel mit steigender Geschwindigkeitsdifferenz und abnehmender Scherschichtdicke festgestellt werden, wobei die Geschwindigkeitsdifferenz als die dominantere Größe identifiziert werden konnte. Vorstellungen, wonach die Scherrate $\sigma = \partial U / \partial z$ bzw. deren Gradient als maßgebliche Größen für das Wiederaufsteigen zu sehen sind, konnten nur bedingt bestätigt werden. So wurde deutlich, dass der Schergradient eine notwendige Bedingung für wiederaufsteigende Wirbel ist, sein Betrag jedoch keine Aussage über die Nachhaltigkeit des Aufstiegs erlaubt. Durch eine geeignete Normierung des lateralen Wirbelversatzes bzw. der vertikalen Transportgeschwindigkeiten konnten interessante Erkenntnisse gewonnen werden. Diese könnten sich, nach Rückversicherung durch weitere Untersuchungen, als nützlich im Hinblick auf die Modellierung des Wirbeltransports erweisen.

Anhand der gewonnenen Ergebnisse und eigener Erfahrung im Umgang mit Punktwirbelmethoden wurden Ergebnisse von Wirbeltransportmodellen analysiert und die verwendeten Methoden bewertet. Die vorgestellten Modellansätze bewiesen ihre konzeptionelle Eignung zur Vorhersage des Wirbeltransports unter Schereinfluss nur bedingt. Wirbelpaarkippen und das Wiederaufsteigen von Wirbeln konnte zwar grundsätzlich von allen Modellen beschrieben werden, quantitative Vergleiche zeigten jedoch zum Teil erhebliche Abweichungen zu den Ergebnissen anderer Arbeiten. Methodische Ansätze, wie beispielsweise die Verwendung von zyklischen Rändern oder die Anwendung sog. *vortex-blob*-Methoden anstelle von Punktwirbelmethoden, für zukünftige Modellentwicklungen zur Verbesserung der Vorhersagegenauigkeit wurden aufgezeigt.

Kapitel 5

Wirbelzerfall in turbulenten Strömungen

Trotz der in den letzten Jahren zunehmenden Anstrengung, die physikalischen Prinzipien des Wirbelschleppenzerfalls durch Turbulenz zu verstehen, blieben nach wie vor viele Fragen ungeklärt. Zwar sind Einzelaspekte des Wirbelzerfalls gut verstanden, die Realität mit der Vielfalt der zeitgleich ablaufenden, physikalischen Prozesse verhinderte bisher ein tieferes und weitergehendes Verständnis. Für den Zerfall von Wirbelschleppen unter Einfluss von Scherung fehlte noch vor kurzem praktisch jegliches Verständnis.

Im Gegensatz zum scherfreien Fall, unterscheidet sich der Wirbelzerfall unter Einfluss von Windscherung durch die ungleichen Zerfallsraten für Luv- und Lee-Wirbel. Diese symmetriebrechende Eigenschaft als wesentliches Kennzeichen der Scherung wurde in vorangegangenen Arbeiten erkannt, ihre Wirkungsweise blieb jedoch bisher ungeklärt. Hauptanliegen dieses Kapitels ist die Charakteristik des Wirbelzerfalls und die Entstehung solitärer Wirbel durch eine phänomenologisch-topologische Beschreibung zu erhellen.

Wichtig im Hinblick auf ein operationelles Echtzeitmodell für die Vorhersage der Wirbelpersistenz ist auch die Frage, ob und inwieweit bestehende Modellansätze das Wirbelschleppenverhalten in angemessener Weise prognostizieren können. Diesem Aspekt widmet sich der letzte Teil dieses Kapitels.

5.1 Beschreibung der numerischen Experimente

Im Gegensatz zu den Fällen laminarer Strömungen, die als ebene Probleme behandelt werden konnten, erfordern die nachfolgenden Untersuchungen zum turbulenten Wirbelzerfall dreidimensionale Modellgebiete. Daran gekoppelt ist ein deutlich erhöhter Bedarf an Rechnerressourcen, was die Wiederholung der im vorigen Kapitel untersuchten Fälle unter Berücksichtigung eines turbulenten Hintergrunds, jedoch sonst identischen Bedingungen verhindert.

Für die nachfolgende Auswahl der zu untersuchenden Fälle sind neben physikalischen Fragestellungen folglich auch die technischen Beschränkungen wichtige Entscheidungskriterien. Grundlage für die spätere Interpretation der Simulationsergebnisse sind Aspekte der Initiali-

sierung und Klassifizierung der Hintergrundturbulenz, die im zweiten Teil dieses Abschnitts thematisiert werden.

5.1.1 Auswahl und Methodik der numerischen Experimente

Der Zerfall von Wirbeln in turbulenter Umgebung ist Gegenstand von zahlreichen Abhandlungen aus den verschiedensten wissenschaftlichen und technischen Fachgebieten. Untersuchungen, die sich auf den Einfluss homogen-isotroper Turbulenz beschränken, nehmen den Großteil der Studien ein.

Eine Bewertung der hier erzielten Ergebnisse im Kontext anderer Arbeiten stellt somit einen kritischen Punkt dar. Den in dieser Arbeit im Mittelpunkt stehenden Fällen von Turbulenz und Scherung wird daher zum Zwecke der Vergleichbarkeit vorab ein Referenzfall homogen-isotroper Turbulenz („HIT“) als Ausgangspunkt vorangestellt und später gegenübergestellt. Mit Ausnahme der turbulenten kinetischen Energie e bzw. der turbulenten Dissipationsrate ε , die sich aufgrund fehlender Turbulenzproduktionsmechanismen zeitlich unterschiedlich entwickeln, orientieren sich alle Modellparameter und Wirbelparameter, an den nachfolgenden Fällen konstanter Scherung.

Im Rahmen der Fälle mit Scherung wird analog zu Kapitel 4 der Fall konstanter Hintergrund-scherung mit horizontal homogener Turbulenz untersucht – man spricht hier auch von homologer Turbulenz¹ („HOT“, von Kármán [1937]). Ziel ist hierbei, die prinzipiellen Besonderheiten des Wirbelschleppenerfalls unter Schereinfluss aufzuzeigen.

Maßgebend bei der Wahl der Scherrate σ^* sind Überlegungen zum Einfluss der Hintergrund-scherung auf die Anfachung konvektiver Instabilitäten. Die Ursache dieser Instabilitäten liegt in der Tatsache begründet, dass das durch einen Wirbel induzierte Geschwindigkeitsfeld $V_\theta(r)$ durch den Nachbarwirbel in einem Abstand b_0 als Scherfeld erfahren wird. Grundsätzlich plausibel erscheint somit, dass die durch die Überlagerung von Wirbel- und Hintergrundströmung lokal modifizierte Scherrate imstande ist, die Ausbildung der Instabilität zu beeinflussen. Nach dieser Vorstellung ergibt sich ein *worst case scenario* hinsichtlich langlebender Wirbel gerade dann, wenn beide Anteile betragsmäßig gleich sind und sich somit gegenseitig aufheben. Die Scherrate der Hintergrundströmung wird diesbezüglich festgesetzt und ergibt sich mit $r = b_0$ zu $\sigma^* = dV_\theta^*(r^*)/dr^* = 1$.

Großskalige, turbulente Schwankungsbewegungen sind imstande, die Wirbelschlepp nachhaltig zu deformieren und infolgedessen langwellige Wirbelinstabilitäten anzuregen. Die Ed-dies im Größenordnungsbereich der integralen Länge der Turbulenz ℓ vermögen hierzu effektiv beizutragen. In der atmosphärischen Grenzschicht liegt ℓ typischerweise in der Größenordnung $\mathcal{O}(100\text{m})$. Aus meteorologischer Sicht ist die in den untersuchten Fällen angenommene integrale Länge von $\ell = b_0$ vergleichsweise gering.

Diesem Sachverhalt Rechnung tragend, wird in einem zweiten Szenario (HOT2) von einer

¹Der Begriff der *homologen Turbulenz* geht auf von Kármán [1937] zurück und bezeichnet eine turbulente Strömung, deren Korrelationskoeffizienten invariant gegenüber Translation, nicht invariant jedoch gegenüber Rotation ist. Unter Vernachlässigung der wandnahen Bereiche trifft diese Definition auf voll-entwickelte turbulente Strömungen mit $\langle \partial u / \partial z \rangle = \text{const}$ zu.

geringfügigen Deformation der Wirbelachsen ausgegangen, das jedoch abgesehen von dieser Ausnahme identisch mit HOT1 ist. Entsprechend der Theorie von Crow [1970] wird die Wellenlänge der Deformation mit $8.6 b_0$ angenommen, die gleichzeitig die Größe des Modellgebiets L_y^* ist. Die Deformation folgt dabei der *Cosinus*-Funktion mit einer gleichfalls horizontalen wie vertikalen Amplitude von 1% b_0 .

Szenarien von Scherschichten, vergleichbar den in Kapitel 4 behandelten Fällen, sind mit den zur Verfügung stehenden Rechnerressourcen nicht realisierbar. Verantwortlich hierfür ist die lateral erforderliche Größe des Modellgebiets infolge der Wirbeladvektion insbesondere im Bereich hoher Querwinde oberhalb der Scherschicht. In der Klasse der Fälle nicht-konstanter Windscherung werden stattdessen turbulente Strahlströmungen („TS“) untersucht. Vergleichbare Szenarien finden sich in der atmosphärischen Grenzschicht beispielsweise bei Inversionswetterlagen oder durch eine lokale, orographisch bedingte Modifikation des Windfelds. Das angenommene, mittlere Querwindprofil wird durch die Beziehung

$$U^*(y^*, z^*) = U_{max}^* \left(1 + \cos \left(\pi \frac{z^* - z_0^*}{\delta^*(y^*)} \right) \right) \quad (5.1)$$

beschrieben, wobei die maximale Strahlgeschwindigkeit $U_{max}^* = 2.4$ in einer Höhe $z_0^* = 1.5$ auftritt. Für eine in axialer Richtung kontinuierlich variierende Scherschichtdicke $\delta^*(y^*)$ zwischen einer und zwei Längeneinheiten, wird eine *cos*-Funktion der Wellenlänge L_y^* der Form

$$\delta^*(y^*) = \delta_m^* - \delta_v^* \cos \left(2\pi y^* / L_y^* \right) \quad (5.2)$$

angesetzt. Es ergibt sich somit eine mittlere Schichtdicke $\delta_m^* = 1.5$ und die hiervon abweichende, maximale Amplitude $\delta_v^* = 0.5$. Die Variation der Scherschichtdicke ist durch die Frage nach dem Einfluss auf die axiale Deformation der Wirbelachse motiviert. Die Durchführung von insgesamt drei Fällen turbulenter Strahlströmungen, die sich durch die anfängliche Turbulenzintensität bzw. die Maschenweite der räumlichen Diskretisierung unterscheiden, erlaubt deren Einfluss auf die Entwicklung der Wirbelschleppe abzuschätzen. Die Wirkung der Turbulenz selbst auf die Wirbelverlagerung wird anhand des Vergleichfalls einer laminaren Strahlströmung (LS) erörtert. Die Aufteilung der insgesamt sieben untersuchten Fälle auf die drei unterschiedlichen Szenarien zeigt Tabelle 5.1.

5.1.2 Initialisierung und Aspekte zur Turbulenzintensität

Turbulente Strömungen sind nicht-deterministisch und werden deshalb häufig durch statistische Größen beschrieben. Befindet sich eine turbulente Strömung in einem statistischen Sinne im Gleichgewicht, verhalten sich die statistischen Größen also (quasi-)stationär, so bezeichnet man die Turbulenz als voll entwickelt. Das durch das in Kapitel 3.3 vorgestellte Verfahren bereitgestellte Feld turbulenter Schwankungsbewegungen ist homogen und isotrop. Das Geschwindigkeitsfeld der Anfangsbedingung, das durch die Überlagerung des gemittelten und turbulenten Anteils erzeugt wird, befindet sich, mit Ausnahme des Falls HIT, nicht im Zustand des statistischen Gleichgewichts.

Um zu Anfangsbedingungen mit voll ausgebildeter Turbulenz zu gelangen, werden die Ge-

Bez.	$\Delta x/b_0$ [—]	$\Delta y/b_0$ [—]	Re_Γ [—]	u'^* [—]	Bemerkung
HIT1	0.04	0.13	2200	0.120	Homogen-isotrope Turbulenz, kein Vorlauf
HOT1	0.04	0.13	2200	0.120	Homologe Turbulenz
HOT2	0.04	0.13	2200	0.120	Homologe Turbulenz, b_0 -Variation
TS1	0.04	0.06	4400	0.239	Turbulente Strahlströmung
TS2	0.02	0.03	4400	0.239	Turb. Strahlströmung, hohe Auflösung
TS3	0.04	0.06	4400	0.120	Turb. Strahlströmung, schwache Turbulenz
LS	0.04	0.06	4400	—	Laminare Strahlströmung

Tabelle 5.1: Überblick über die Eckdaten der durchgeführten Simulationen. Weiterführende Information sind Anhang B zu entnehmen.

schwindigkeitsfelder durch Vorlaufsimulationen zu einem quasi-stationären Zustand geführt. Mit dem Erreichen der Quasistationarität erfolgt die Initialisierung der Wirbelschlepe. Eine Abschätzung für die erforderliche Dauer der Vorlaufsimulation liefert die charakteristische Zeitskala der makroskopischen Turbulenzbewegungen $\tau = \ell/u_{rms}$ (*eddy turnover time*).

Die Anpassung des anfänglich isotropen Turbulenzfelds an die anisotropen Strömungsbedingungen durch die Umorientierung turbulenter Eddies zeigt Abbildung 5.1 anhand von Isolinen der kinetischen Energie für unterschiedliche Ebenen y und unterschiedliche Zeiten t . Die abgebildeten Zeitpunkte $t^* = 0$ und $t^* = \tau^*$, die den Beginn und das Ende der Vorlaufsimulation darstellen, verdeutlichen den Anpassungsvorgang der Turbulenz durch die lokale Gradientenaufsteilung im Bereich der Strahlströmung.

Grundsätzlich kann die Konvergenz der turbulenten Strömung hin zu einem statistisch stationären Zustand auch durch die zeitliche Entwicklung geeigneter Größen gezeigt werden. Als eine hierzu geeignete Größe soll der Impulsflusskoeffizient

$$C_u = \frac{\langle u' w' \rangle}{\sqrt{\langle u'^2 w'^2 \rangle}} \quad (5.3)$$

eingeführt werden (Gerz [1987]). Ein Maß für die Asymmetrie einer Strömung erhält man durch den Koeffizienten der Schiefe von $\partial u' / \partial x$

$$S_u = -\frac{1}{3} \left\langle \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^3 \right\rangle \left[\left\langle \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 \right\rangle \right]^{-3/2}, \quad (5.4)$$

der die zweiten und dritten statistischen Momente in ein Verhältnis setzt.

Die zeitliche Entwicklung der mittleren Vertikalprofile von C_u , S_u sowie der turbulenten Dissipationsrate ε^* der Vorlaufsimulation TS ist Abbildung 5.2 zu entnehmen. Deutlich zu erkennen ist, dass der Impulsflusskoeffizient C_u mit dem gemittelten Vertikalprofil der Scherung $\partial U(z)/\partial z$ antikorreliert ist und für $t \geq 2/3\tau$ als quasistationär angesehen werden kann. Etwas

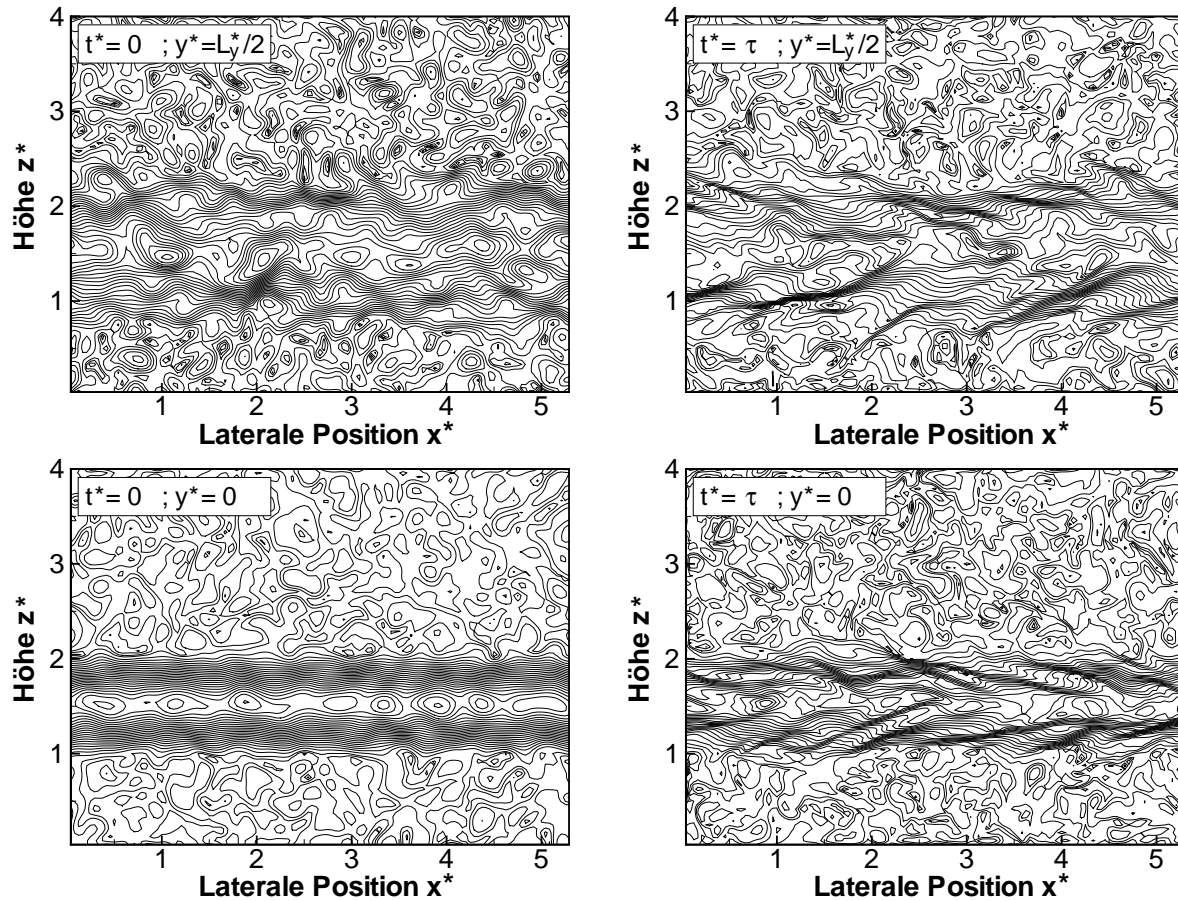


Abbildung 5.1: Isolinien der kinetischen Energie $0.5(u_i u_i)$ in Vertikalschnitten $y^* = L_y^*/2$ (oben) und $y^* = L_y^*$ (unten) zu Zeiten $t^* = 0$ (links) und $t^* = \tau^*$ (rechts) der Vorlaufsimulation für Fälle TS1 bis TS3.

weniger stationär zeigt sich der Koeffizient der Schiefe von $\partial u' / \partial x$, der Extremwerte in $z^* \approx 1$ und $z^* \approx 2$ (Bereich maximaler Scheränderungsraten $\partial^2 U(z) / \partial z^2$) annimmt. Die theoretischen Erwartungen bei homogen-isotroper Turbulenz werden durch Werte um $S_u(z) = -0.45$ in Höhenbereichen verschwindender, mittlerer Scherung angetroffen.

In den Untersuchungen von Risso et al. [1997] zum Einfluss homogen-isotroper Turbulenz auf Wirbelschleppen mittels direkter numerischer Simulationen wird analog zur Definition von τ eine für die Wirbel äquivalent bestimmte Zeitskala ermittelt und gezeigt, dass diese klein im Verhältnis zur makroskopischen Zeitskala der Turbulenz ist. Darauf aufbauend wird argumentiert, dass die Turbulenz als *eingefroren* und deren Charakteristik somit über den Zeitraum der Simulation als konstant angesehen werden kann.

Insbesondere für den Fall homogen-isotroper Turbulenz kann nicht von dieser Annahme ausgegangen werden. Dies kann durch die zeitliche Entwicklung der turbulenten kinetischen Energie ϵ und deren Dissipationsrate nach Gleichung (2.8) (Hinze [1959]) gezeigt werden. Eine im Rahmen von Testfällen durchgeführte Analyse dieser Größen ist für homogen-isotrope

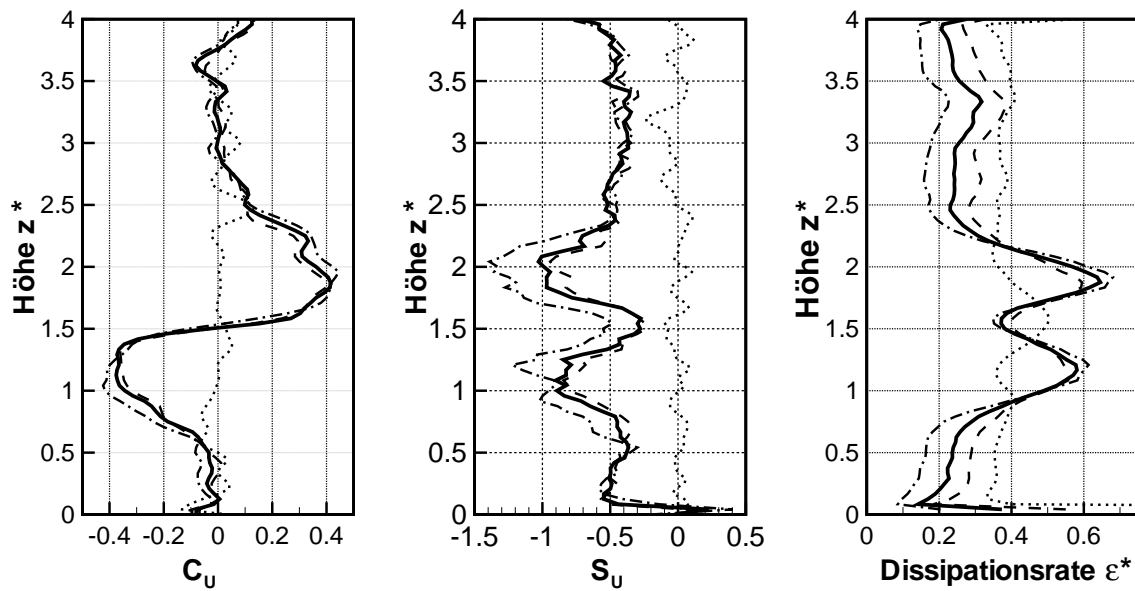


Abbildung 5.2: Vertikalprofile des Impulsflusskoeffizienten C_u , der statistischen Schiefe S_u und der turbulenten Dissipationsrate ε^* für TS-Vorlaufsimulation zu Zeiten $t^*=0$ (\cdots), $t^*=0.7\tau$ ($-\cdot-$), $t^*=\tau$ ($—$) und $t^*=1.5\tau$ ($-\cdot-$).

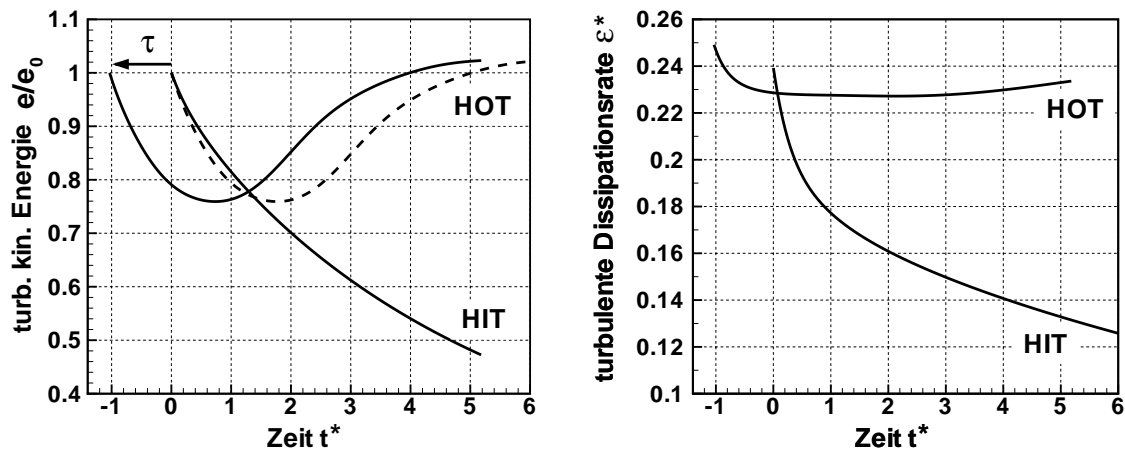


Abbildung 5.3: Zeitlicher Verlauf der turbulenten kinetischen Energie $e(t^*)/e_0$ und der turbulenten Dissipationsrate $\varepsilon^*(t^*)$.

und homologe Turbulenz in Abbildung 5.3 wiedergegeben².

Eine Abnahme der turbulenten kinetischen Energie e kann aufgrund fehlender Produktionsmechanismen erwartungsgemäß bei homogen-isotroper Turbulenz verzeichnet werden. Das Abklingen der Turbulenz spiegelt sich auch in einer stetigen Abnahme der Dissipationsrate ε

²Die vertikale Inhomogenität des Falls TS verhindert hier eine vergleichende Darstellung.

wider.

Für den Fall konstanter Scherung $\sigma^* = 1$ (Vorlaufsimulation für HOT1, HOT2) zeigt sich ausgehend vom Zeitpunkt $t^* = 0$ zunächst eine Abnahme der turbulenten kinetischen Energie e über etwa zwei Zeiteinheiten mit einer anschließenden Zunahme (Gerz [1987]). Um eine Vorstellung davon zu bekommen, welche Turbulenzintensitäten und -dissipationsraten auf das Wirbelpaar wirken, müssen die Verläufe von HIT und HOT relativ zueinander um die Dauer der Vorlaufsimulation $\tau^* = 1.04$ zeitverschoben betrachtet werden, da für HIT keine Vorlaufsimulation notwendig ist (siehe Bild 5.3). So zeigt sich für den Fall konstanter Scherung eine geringere turbulente kinetische Energie für das frühe Stadium der Wirbelschleppes ($0 < t^* < 1.3$). Ginge man von der Annahme einer zeitlich mittleren Wirkung der turbulenten kinetischen Energie $\int_0^{t_1} e^* dt^* / t_1$ auf die Wirbelalterung aus, so würde dies einen direkten Vergleich der Ergebnisse zum Zeitpunkt $t^* \approx 2.5$ erlauben. Plausibel erscheint vielmehr die Anschauung, wonach sich eine Störung der Wirbel durch die umgebende Turbulenz zu frühen Stadien gewichtiger auf die Wirbelentwicklung auswirkt, als zu späteren Zeitpunkten. Vor diesem Hintergrund muss ein quantitativer Vergleich der Fälle HIT und HOT1/HOT2 kritisch betrachtet werden.

Analog zu e zeigt sich, wenn auch weniger stark ausgeprägt, die Entwicklung der Dissipationsrate ε , die für $t^* > 0$ als nahezu konstant angesehen werden kann, was sich im Hinblick auf die Klassifizierung der Turbulenz als vorteilhaft erweist.

5.2 Simulationsergebnisse

Die Simulationen wurden nach den beschriebenen Vorgehensweisen durchgeführt. In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Simulationen vorgestellt und miteinander verglichen. Dabei richtet sich das Augenmerk vor allem auf den Wirbelzerfall.

5.2.1 Homogen-isotrope Turbulenz

Abbildung 5.4 verdeutlicht die Strömung im Bereich des Wirbelpaars exemplarisch durch λ_2 -Isoflächen zum Zeitpunkt $t^* = 2.1$. Bei der Betrachtung fallen sofort kohärente Gebilde auf, die sich durch hohe $|\lambda_2|$ - bzw. $|\vec{\omega}|$ -Werte auszeichnen und die Primärwirbel umschließen. Diese sogenannten *sekundären Vorticity-Strukturen (SVS)* werden, wie auch die Intensivierung und räumliche Neuausrichtung von Wirbelstrukturen turbulenter Strömungen, auf den Mechanismus der Wirbelfadenstreckung zurückgeführt. Eine engere Affinität zu dem Mechanismus sekundär erzeugter Vorticitieschichten durch Primärwirbel in Bodeneffekt, wie der Terminus es vermuten lassen könnte, besteht dem Gegenüber nicht. Geprägt durch die Lage und die räumliche Ausrichtung dieser Strukturen zumeist entlang von Stromlinien im Allgemeinen und der Staupunktstromlinie im Speziellen³ findet sich in der Literatur ferner der Begriff der *azimuthalen Strukturen* (Risso et al. [1996], Holzäpfel et al. [2001b]).

Nicht erfasst durch den Ausdruck der *azimuthalen Strukturen* werden sekundäre Wirbelstrukturen, die die Primärwirbel spiralförmig umschließen, weshalb im Rahmen dieser Arbeit

³vergleiche Abbildung 2.2, Seite 23.

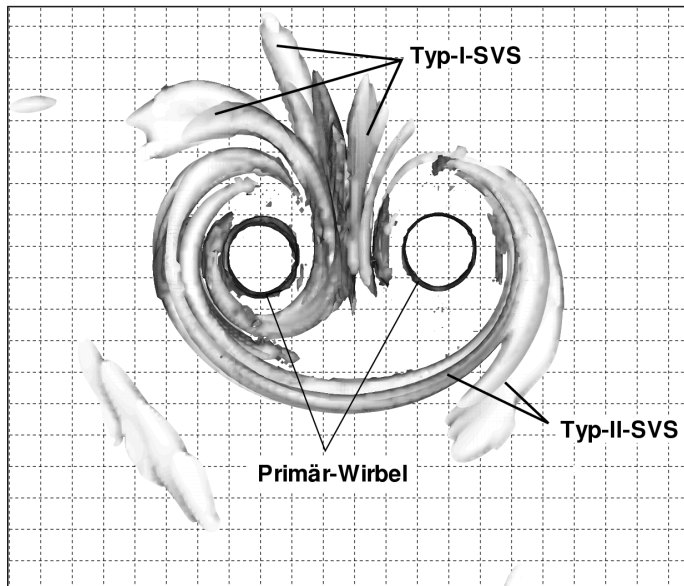


Abbildung 5.4: Isoflächen λ_2^* des Falls HIT zum Zeitpunkt $t^* = 2.1$. Entstehung von sekundären Vorticity-Strukturen (SVS) aus homogen-isotroper Turbulenz.

am Begriff der SVS festgehalten werden soll. Die spiralförmigen Strukturen entstehen aus der Umorientierung kohärenter Wirbelstrukturen, die eine radiale Erstreckung im Scherfeld der Primärwirbel $\partial V_\theta / \partial r$ aufweisen und somit unterschiedlichen Umfangsgeschwindigkeiten ausgesetzt sind.

Durch eine nähere Analyse können die SVS in zwei Klassen unterteilt werden. Fluid im Nachlauf des Wirbelpaars, also oberhalb des *Kelvin*-Ovals, wird durch das Absinken der Primärwirbel zum Teil mitgeführt. Die mit dem Abstand zum Wirbelpaar abnehmende Sinkgeschwindigkeit des Umgebungsfluids entspricht einem vertikalen Geschwindigkeitsgradienten $\partial w / \partial z$, der zur Streckung turbulenter Eddies und zur Entstehung der *Typ-I-SVS* durch die Intensivierung von $|\omega_z|$ führt. *Typ-II-SVS* entstehen demgegenüber unterhalb und seitlich des Wirbelpaars und entwickeln sich entlang der Staupunktstromlinie. Die divergierende Strömung am unteren Staupunkt des *Kelvin*-Ovals führt zu einer Trennung des umgebenden Fluids und zu dessen Beschleunigung $\partial V_\theta / \partial \theta$ entlang der gekrümmten Stromlinien. Sekundäre Vorticity-Strukturen beider Kategorien können am oberen Staupunkt des *Kelvin*-Ovals in dieses eindringen. Die Konsequenz ist ein erhöhter Impuls- und Vorticityaustausch über die Symmetriegrenzen des Wirbelpaars hinweg, der zu einer Destabilisierung der Primärwirbel führt, womit den SVS eine entscheidende Rolle in Bezug auf den Wirbelzerfall zukommt (Holzapfel et al. [2001b]).

Ogleich eine eindeutige Trennung zwischen Typ-I- und Typ-II-SVS und deren Wirkung auf den Wirbelzerfall nicht möglich ist, deuten nähere Untersuchungen dennoch auf eine bedeutendere Rolle der erstgenannten hin. Dies stützt sich auf die um circa 25 Prozent höheren $|\bar{\omega}|$ -Maximalwerte gegenüber den Typ-II-SVS. Eine Analyse von Bildfolgen belegt des Weiteren das frühere Eindringen der Typ-I-SVS in das *Kelvin*-Oval.

Die Auswertung der Zirkulationsverläufe liefert einen nur geringfügigen Rückgang bis $t^* \approx 2$ mit anschließend stärkerem Abfall von Γ . Die grafische Darstellung der Zirkulationsverläufe wird mit denen der folgenden Fälle verglichen und ist deshalb dem nächsten Abschnitt zu

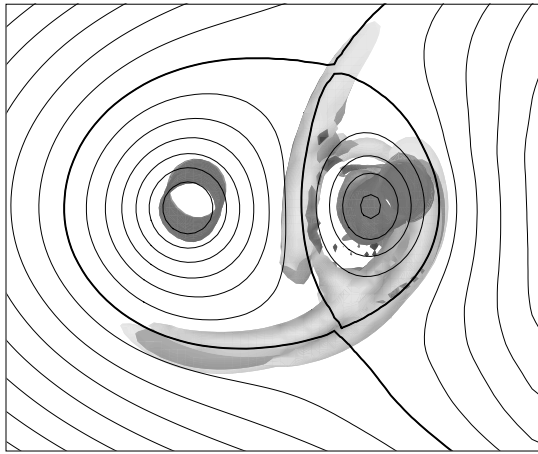


Abbildung 5.5: Isoflächen von λ_2^* (schwarz) und des Vorticity-Betrags $|\vec{\omega}|$ (grau) zum Zeitpunkt $t^* = 2.1$ (HOT2). Stromlinien im mitbewegten Bezugssystem des Vertikalschnitts $y^* = L_y^*/2$.

entnehmen.

5.2.2 Homologe Turbulenz

In diesem Abschnitt werden die Simulationsergebnisse der Fälle konstanter Hintergrundscherung und homologer Turbulenz (HOT1, HOT2) beschrieben und direkt gegenübergestellt. Ziel der hier vorgestellten Simulationen ist es, den Einfluss von Scherung im Allgemeinen und die Auswirkung großskaliger Deformationen im Speziellen zu studieren.

Vergleichbar mit dem im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen scherungsfreien Fall der homogen-isotropen Turbulenz ist auch hier bereits in einer frühen Phase das Auftreten von sekundären Vorticity-Strukturen zu erkennen. Als grundlegenden Unterschied ist die Unsymmetrie hinsichtlich der Stromlinien und insbesondere der SVS zu nennen. So ist auffällig, dass diese vorzugsweise in der Umgebung des Lee-Wirbels⁴ in Erscheinung treten. Die in Abbildung 5.5 dargestellte Seitenansicht ($t^* = 2.2$, HOT2) verdeutlicht dieses Phänomen. Entscheidend ist vor allem, dass auch die Typ-II-SVS aus dem Bereich unterhalb des Wirbelpaars hierzu beitragen und den Lee-Wirbel umschließen. Lokal erreicht der Vorticitybetrag der SVS Spitzenwerte von bis zu 40% der maximalen Wirbelvorticity.

Der Verlauf der Stromlinien, sowie die flächenmäßig ungleiche Aufteilung des *Kelvin*-Ovals durch die Staupunktstromlinie stimmt mit der theoretischen Beschreibung von Donaldson und Bilanin [1976] überein. Wie im Falle homogen-isotroper Turbulenz ist auch hier eine Korrelation zwischen der Staupunktstromlinie und sekundärer Vorticity-Strukturen hinsichtlich der räumlichen Lage und Orientierung festzustellen.

Abbildung 5.5 ist ebenfalls die Auswirkung der Wirbelachsenvariation in axialer Richtung zu entnehmen. Die anfänglich maximale Auslenkung der Wirbel von $0.01 b_0$ ist bis zum Zeitpunkt $t^* = 2.1$ auf circa $0.06 b_0$ (Luv-Wirbel) bzw. $0.11 b_0$ (Lee-Wirbel) angewachsen. Die Wirbelachsen, die gemäß Crow [1970] zu Beginn der Simulation in Ebenen von 45°

⁴Die Begriffswahl Luv und Lee ist in diesem Falle unpräzise, da die Geschwindigkeit der gemittelten Hintergrundströmung einen Vorzeichenwechsel, also eine Richtungsumkehr, bei $z = L_z/2$ aufweist. Es soll dennoch an dieser Begriffskonvention festgehalten werden, wobei gemäß Kapitel 4 der Wirbel, dessen Vorticity umgekehrtes Vorzeichen zur Hintergrundscherung aufweist als Lee-Wirbel bezeichnet wird.

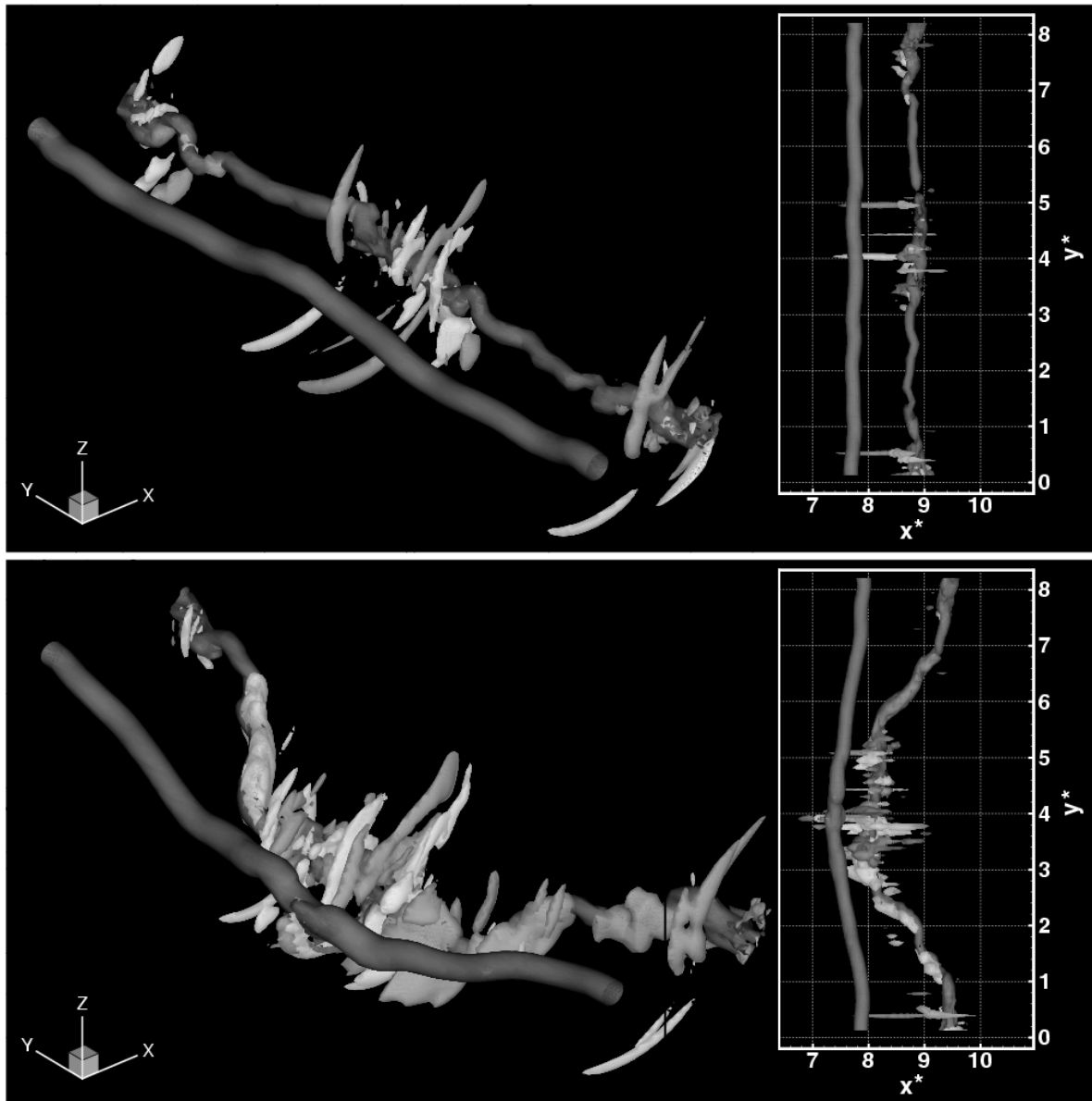


Abbildung 5.6: Strömungszustand zum Zeitpunkt $t^* = 3.7$ für HOT1 (oben) und HOT2 (unten) in perspektivischer Darstellung (links) und Aufsicht (rechts) durch Isoflächen von λ_2 (dunkelgrau), positive ω_x/ω_z (medium) und negative ω_x/ω_z (hellgrau).

liegen, befinden sich schließlich in den Ebenen von ca. 70° (Luv-Wirbel) und 26° (Lee-Wirbel) gegenüber der Horizontalen. Eine entsprechende großskalige Deformation der Wirbelachse ist in HOT1 weder bei $t^* = 2.1$ noch zu späteren Zeitpunkten festzustellen.

Die unterschiedliche Entwicklung zwischen HOT1 und HOT2 verdeutlichen die Abbildungen 5.6 ($t^* = 3.7$) und 5.7 ($t^* = 5.2$). Zu erkennen ist in beiden Fällen das Auftreten von sekundären Vorticity-Strukturen vorzugsweise am Lee-Wirbel. Für HOT2 führt die gegenseitige Annäherung der Wirbel zu lokal höheren, radialen Geschwindigkeitsgradienten und somit zu SVS höherer Intensitäten.

Noch deutlicher wird die unterschiedliche Entwicklung am Zeitpunkt $t^* = 5.2$. Für HOT1 sind die Wirbelachsen noch in guter Näherung parallel. Der Luv-Wirbel zeigt vergleichsweise geringe Anzeichen von Erosion, während der Lee-Wirbel durch SVS deutlich angegriffen erscheint, was sich auch an der Verkrümmung der Wirbelachse zeigt.

HOT2 zeigt dem gegenüber ein völlig anderes Bild. Die Annäherung der Wirbel zueinander führte schließlich zum Verbinden und nachfolgenden Wirbelkernplatzen in diesem Bereich. Berücksichtigt man die Periodizität der Lösung in axialer Richtung, wird eine Ringbildung deutlich.

Den Einfluss der unterschiedlichen Anfangsbedingung auf den Verlauf der Szenarios verdeutlicht auch Abbildung 5.8 anhand des zeitlichen Verhaltens der Zirkulation Γ/Γ_0 . Es zeigt sich, dass diese sich zunächst über einen gewissen Zeitraum nahezu konstant halten. Eine erste Gabelung der Zirkulationsverläufe in Lee- und Luv-Wirbel ist bei $t^* \approx 2$ zu erkennen. Hierbei fällt die Zirkulation des Lee-Wirbels merklich ab, während die Zirkulation des Luv-Wirbels keine Anzeichen einer Verminderung aufzeigt. Die unterschiedlichen Anfangsbedingungen der beiden Fälle wirken sich bis zu Zeiten von $t^* \approx 3.8$ nur geringfügig aus. Visuell kann diesem Zeitpunkt das Ereignis des Wirbelverbindens durch den langwelligen Instabilitätsmechanismus zugeordnet werden (HOT2). Ein stärkerer Zirkulationsabfall des Luv- und Lee-Wirbels von HOT2 ist dann zu beobachten, was den Begriff des zwei-phasigen Wirbelzerfalls rechtfertigt.

Ein ganz wesentlicher Aspekt in Abbildung 5.8 ist die Übereinstimmung des Zirkulationsverlaufs von HIT mit dem des Lee-Wirbels von HOT2. Unter der Voraussetzung der Vergleichbarkeit der Szenarien bedeutet dies, dass im Falle von Windscherung der zur Hintergrund-scherung gleichsinnig rotierende Wirbel eine höhere Lebenserwartung aufweist als die Wirbel im scherfreien Fall (HIT). Dies widerspricht der Vorstellung, wonach der zur Scherung gleichsinnig rotierende Wirbel bestenfalls eine Lebenserwartung wie die des ungescherten Falls aufwiese, wohingegen für den gegensinnig rotierenden Wirbel eine deutlich verringerte Lebensdauer zu erwarten wäre. Die größtenteils in der Literatur zu findenden Wirbelzerfallsmodelle wurden anhand homogen-isotroper Szenarien validiert. Die durch diese Modelle prognostizierten Zirkulationshistorien stellen somit keine konservative Abschätzung bei Anwendung auf Scherwindfälle dar.

5.2.3 Turbulente Strahlströmung

Motivation der beiden oben beschriebenen Fälle war die Fragestellung, inwieweit homologe Turbulenz und eine großskalige Störung der Wirbelachsen mit einer Wellenlänge, die der Crow-Instabilität entspricht, Einfluss auf den Wirbelzerfall hat. Letzteres führt durch eine gegenseitige Annäherung und dem Wiederverbinden der Wirbel (Crow-Linking) zu einem beschleunigten Zerfall. Derartige Störungen können sowohl durch großskalige turbulente Schwankungsbewegungen als auch durch axiale Variationen der gemittelten Strömung hervorgerufen werden. Die in diesem Abschnitt untersuchten Fälle von Strahlströmungen weisen eine axiale Variation des nichtkonstanten, vertikalen Scherungsprofils $\sigma(z)$ auf. Nichtkonstante Hintergrundscherung, wie z.B. für Scherschichten, führt zu einem Kippen des Wirbelpaar-

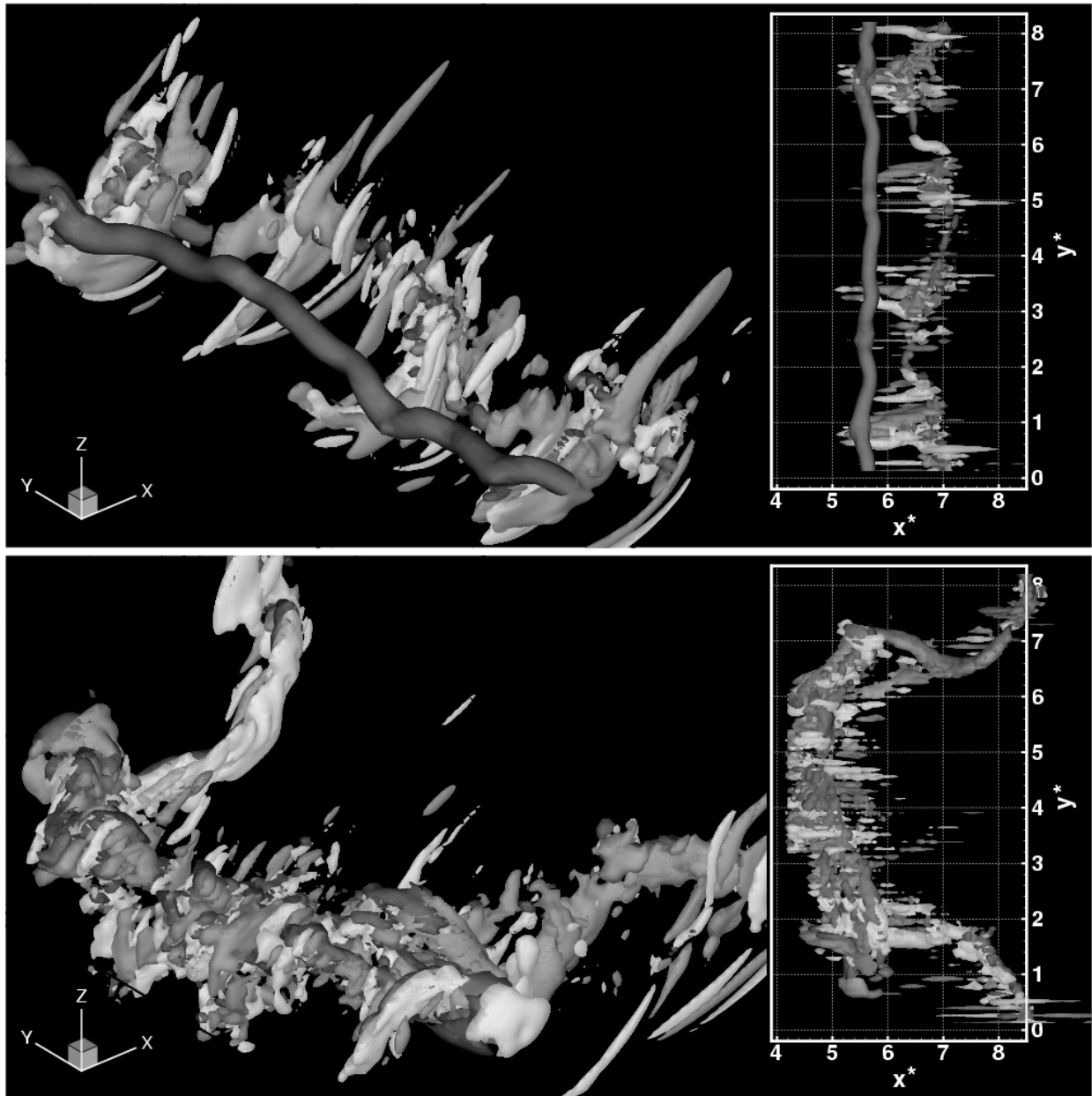


Abbildung 5.7: Strömungszustand zum Zeitpunkt $t^* = 5.2$ für HOT1 (oben) und HOT2 (unten) in perspektivischer Darstellung (links) und Aufsicht (rechts) durch Isoflächen von λ_2 (dunkelgrau), positive ω_x/ω_z (medium) und negative ω_x/ω_z (hellgrau).

systems und, damit verbunden, zu größeren Wirbelabständen b . Somit kann einerseits erwartet werden, dass die axiale Variation der mittleren Strömung eine langwellige Instabilität auslöst und zu einem schnellen Zerfall der Wirbel führt. Andererseits ist es denkbar, dass die dazu gegensätzliche Wirkung der nichtkonstanten Scherung überwiegt und die Separation der Wirbel ein Wiederverbinden der Wirbel verhindert.

Abbildungen 5.9 und 5.10 zeigen das Strömungsfeld durch Isoflächen von λ_2 . Eine erste Störung des Luv-Wirbels ist bei $t^* = 0.86$ und $y^* \approx 1$ zu erkennen. Zum Zeitpunkt $t^* = 2.1$ wird

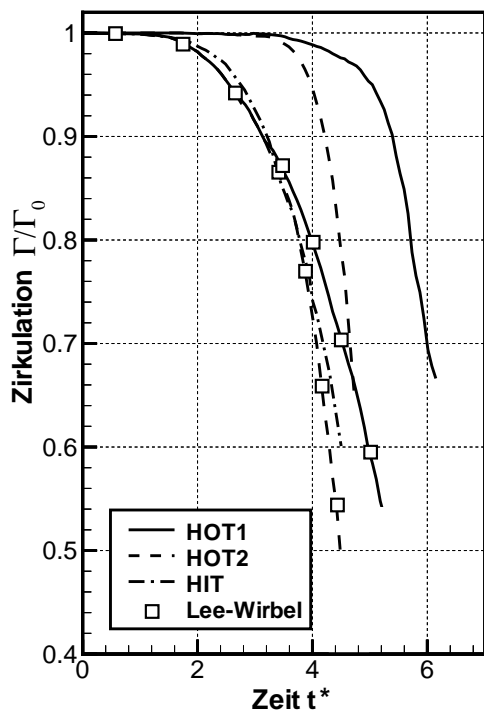


Abbildung 5.8: Zeitliche Entwicklung der Wirbelzirkulation Γ/Γ_0 für HÖT1/HÖT2 (□ entspricht Lee-Wirbel) und HIT (Für HIT beträgt die Differenz der Zirkulation zwischen Lee- und Luv-Wirbel zu keinem Zeitpunkt mehr als 1.1 Prozent, so dass nur der Verlauf des Lee-Wirbels dargestellt ist).

deutlich, dass sich die Störung zu einer schnell anwachsenden Instabilität entwickelt hat. Das plötzliche Wachstum des Wirbelkernradius deutet auf das Phänomen des Wirbelkernplatzens hin (Sarpkaya [1998a]). Die Zunahme des Kernradiuses ist gekoppelt mit einem Anstieg des Drucks auf der Wirbelachse.

Eine Bildfolgenreihe belegt, dass sich diese Instabilität in axialer Richtung entlang des Wirbels ausbreitet und zu dessen Erosion führt.

Mit einem zeitlichen Versatz von etwa zwei Zeiteinheiten ist eine entsprechende Instabilitätsentwicklung für den Lee-Wirbel zu beobachten. Zu beachten ist hier, dass, wie auch zuvor für den Luv-Wirbel, erste Hinweise auf das Einsetzen der Instabilität bei $y^* \approx 1$ festzustellen sind. Dieser Bereich zeichnet sich durch Häufung sekundärer Vorticity-Strukturen und intensiver turbulenter Strukturen aus.

Aufschluss über die zeitlichen Verläufe der in der y -Richtung gemittelten Wirbelzirkulationen Γ der Fälle LS und TS1 bis TS3 gibt Abbildung 5.11 (siehe auch Hofbauer und Gerz [2000]). Im laminaren Fall wird erwartungsgemäß nur eine geringfügige Abnahme der Wirbelzirkulation festgestellt. Es ist zu beachten, dass die Auswertung der Zirkulation durch Integration axialer Vorticity über Kreisflächen (Radien $r = b_0/2$) auch Beiträge der Hintergrundscherung beinhaltet, sodass von einem tatsächlichen Zirkulationsverlauf ausgegangen werden kann, der gerade das Mittel der für Luv- und Lee-Wirbel ermittelten Werte darstellt.

Deutlich unterschiedliche Zerfallsraten für Luv- und Lee-Wirbel sind in den turbulenten Fällen TS1 bis TS3 zu beobachten. Der Luv-Wirbel, dessen Drehsinn, im Gegensatz zu den zuvor untersuchten Fällen, entgegen dem der Hintergrundscherung ist, zeigt einen schnellen Zirkulationsabfall ab $t^* = 0.7$. Dieser Zeitpunkt stimmt näherungsweise mit dem Eindringen der Primärwirbel in die obere Scherzone der Strahlströmung und mit dem einsetzenden Wirbel-

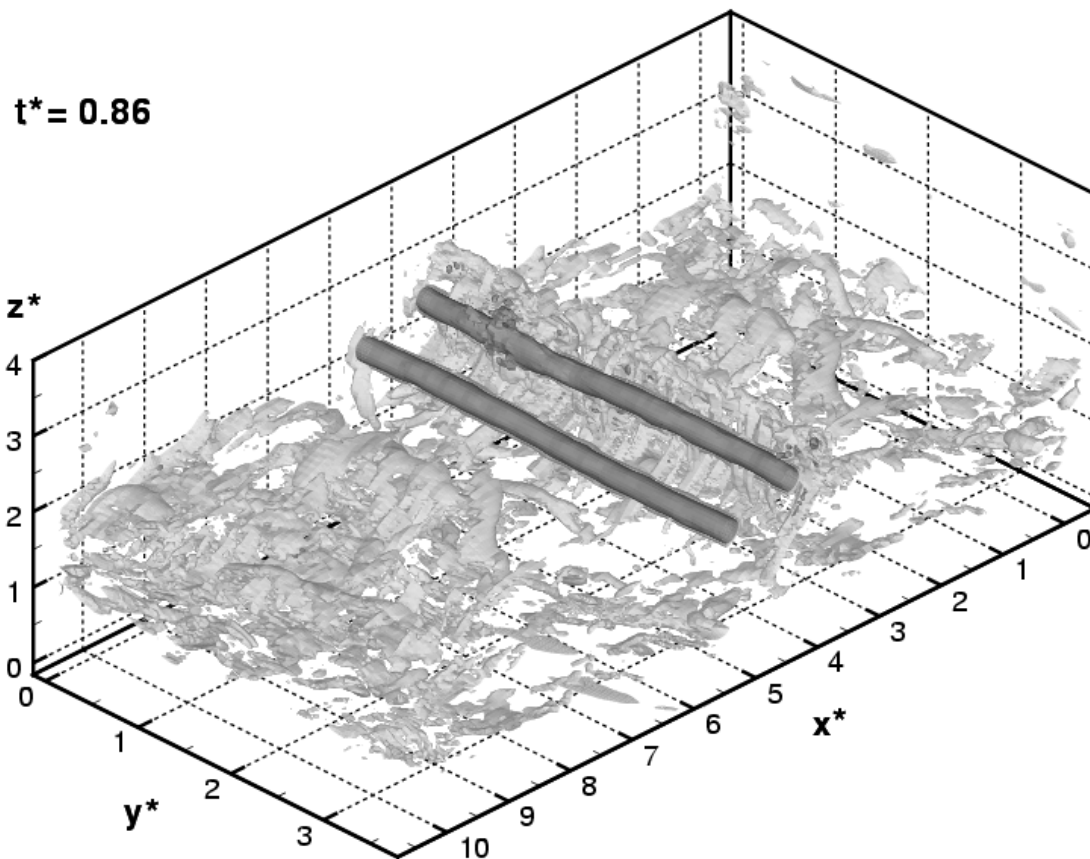


Abbildung 5.9: Isoflächen λ_2^* zum Zeitpunkt $t^* = 0.86$ (TS1).

kernplätzen des Luv-Wirbels überein (vgl. Abbildung 5.9).

Der Vergleich der Fälle TS1 und TS2, die sich in der zeitlichen und räumlichen Auflösung der Diskretisierung um einen Faktor 2 unterscheiden, liefert bis Zeiten $t \approx 1.7$ nahezu identische Ergebnisse. Dies bestätigt die Gitterunabhängigkeit der Lösung und kann somit als eine weitere Validierung der getroffenen Annahmen angesehen werden, obgleich der Wirbelzerfall durch die relativ großen Eddies initiiert wird, die von der Auflösung wenig beeinflusst sind. Bei fortgeschrittenem Zerfall gewinnen die kleinskaligen, turbulenten Fluktuationsbewegungen an Bedeutung und damit auch die Auflösung.

Der Fall TS3 unterscheidet sich von TS1 lediglich in einer um die Hälfte verringerten Turbulenzintensität des Anfangsfelds. Plausibel erscheinen somit die anfänglich geringeren Zerfallsraten für TS3 bis $t^* = 1.7$. Der im Vergleich zu TS1 und TS2 stärkere Abfall zu späteren Zeiten erscheint zunächst nicht sinnföällig, was jedoch relativiert wird, wenn die in Abschnitt 5.1.2 gemachten Feststellungen, wonach sich Turbulenzgrad und turbulente Dissipationsrate entsprechend der mittleren Strömung einstellt. Die automatisierte Analyse der Daten, wie sie in Abschnitt 3.4 beschrieben wurde, versagt bereichsweise bei der Identifikation der Position des Lee-Wirbels für $t^* > 2.6$, wodurch die Wirbelzirkulation zwangsläufig unterschätzt wird und somit deren starken Abfall erklärt.

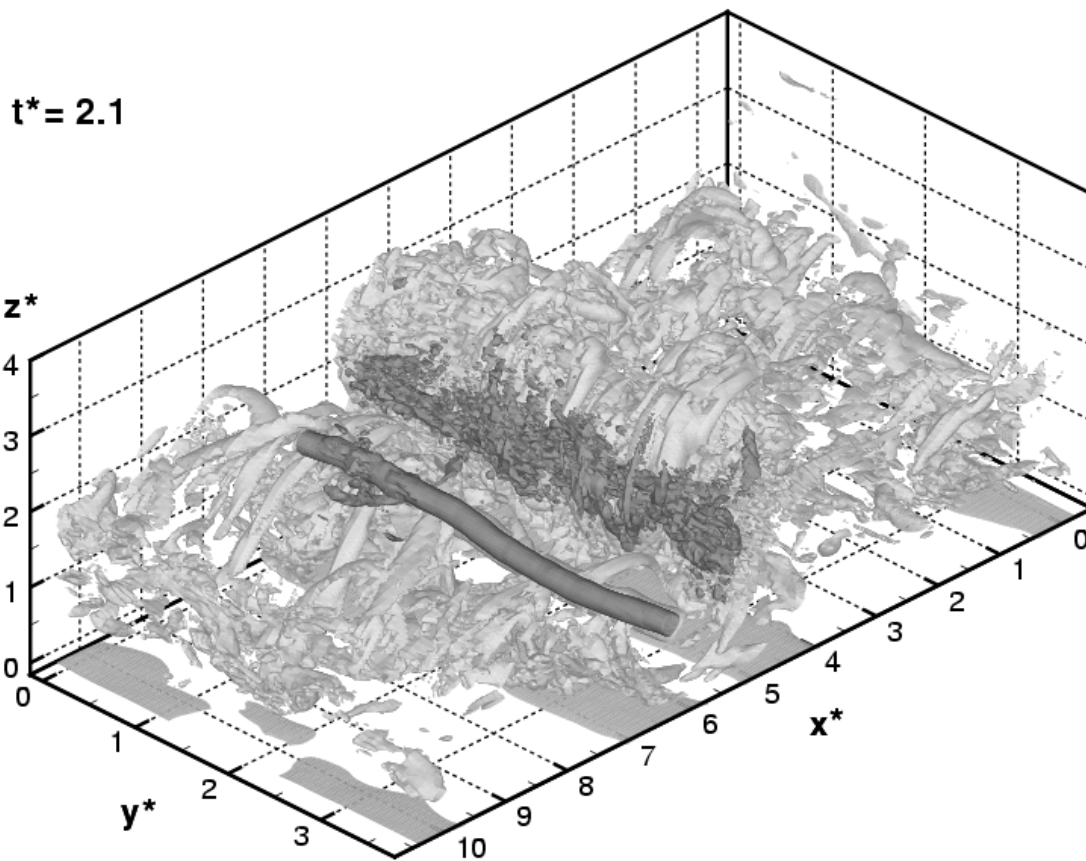


Abbildung 5.10: Wie Abbildung 5.9 für $t^* = 2.1$

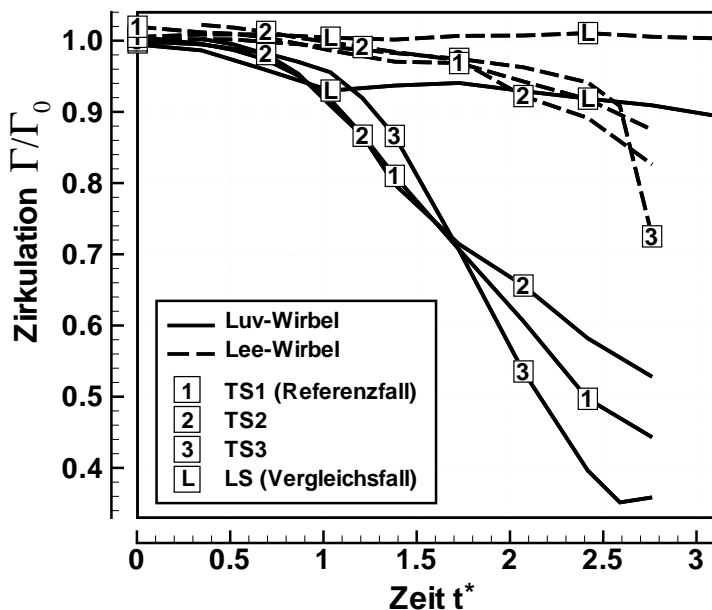


Abbildung 5.11: Zeitliche Entwicklung der Wirbelzirkulationen der Simulationen TS1, TS2, TS3 und LS für Luv-(—) und Lee-(---)-Wirbel.

5.3 Diskussion der Ergebnisse

Die in diesem Abschnitt geführte Diskussion verfolgt das Ziel, durch eine detaillierte Studie der Simulationsergebnisse und der Auseinandersetzung im Kontext anderer Arbeiten, eine

Vorstellung über die Natur des Wirbelzerfalls unter Schereinfluss zu vermitteln. Besondere Aufmerksamkeit soll dabei den sekundären Vorticity-Strukturen geschenkt werden.

5.3.1 Topologie der Strömung

Stromlinienverläufe und sekundäre Vorticity-Strukturen

Zur Veranschaulichung komplexer Strömungsverhältnisse wird häufig auf die Darstellung durch Stromlinien zurückgegriffen. In einer laminaren, von Scherung freien Umgebung zeigen sich die Stromlinien eines Wirbelpaar als ein zu dessen Mittelpunkt symmetrisches Bild, was auch in guter Näherung für den Fall homogen-isotroper Turbulenz gefunden wird.

Hinsichtlich der Lage und der Orientierung finden sich die sekundären Vorticity-Strukturen, als bedeutendes Merkmal des Wirbelschleppenerfalls, in räumlich ausgeprägter Korrelation zu den Stromlinienverläufen. Die nach allgemeinem Dafürhalten herrschende Vorstellung, dass es sich bei der Staupunktstromlinie um eine immaterielle Barriere zweier voneinander getrennter Strömungsgebiete handelt, wird durch die Häufung der SVS entlang des *Kelvin*-Ovals untermauert. Besonderes Augenmerk richtete sich auf turbulente Strukturen oberhalb des Wirbelpaars, nachdem gezeigt werden konnte, dass diese imstande sind, rasch in das *Kelvin*-Oval einzudringen und eine Destabilisierung der Wirbel hervorzurufen (Risso et al. [1996], Holzäpfel et al. [2001b]). Obgleich die sekundären Vorticity-Strukturen meist spiralförmig bezüglich der Wirbelzentren orientiert sind, ist eine räumliche Korrelation mit den Stromlinien gegeben (Abbildung 5.4)

Die Symmetrie der Stromfunktion und somit auch des Stromlinienverlaufs wird durch Hintergrundscherung gebrochen. Wie Abbildung 5.5 verdeutlicht, ergeben die durch die Strömung der Einzelwirbel vereinnahmten Zellen unterschiedliche Flächeninhalte. (*siehe auch* Brashears et al. [1975], Lissaman et al. [1973]). Auch geht die Symmetrie hinsichtlich der Verteilung und Ausrichtung der sekundären Vorticity-Strukturen verloren. Bislang stand der Austausch von Impuls und Vorticity durch sekundäre Vorticity-Strukturen zwischen den Primärwirbeln (*Typ-I-SVS*) als Hauptbeitrag zum Wirbelschleppenerfall im Mittelpunkt des Interesses. Aufgrund der asymmetrischen Verteilung der SVS, hinsichtlich sowohl der Lage und Orientierung im Raum als auch deren Intensitäten, muss diese Sichtweise korrigiert werden. Damit kommen im Falle von Windscherung selbst in frühen Phasen des Wirbelschleppenerfalls den *Typ-II-SVS* eine bedeutendere Rolle für den Alterungsprozess der Wirbelschleppe zu. Angesichts der einerseits durch jüngere Arbeiten gesteigerten Bedeutung sekundärer Vorticity-Strukturen für den Wirbelzerfall und andererseits der Tatsache, dass sich deren Entstehung nicht allein durch die Stromlinienverläufe begründen lassen, erfolgt eine detaillierte Analyse der Strömungsverhältnisse.

Wirbeltransportgleichung und Geschwindigkeitsgradiententensor

Wie Risso et al. [1996] in ihrer Arbeit zum Einfluss homogen-isotroper Turbulenz finden, unterliegen sekundäre Vorticity-Strukturen dem Mechanismus der Wirbelfadenstreckung. Die dort geschilderten Argumente sind allerdings eher oberflächlich, und tragen wenig zu einem tieferen Verständnis der zugrunde liegenden Strömungsverhältnisse bei. Als Beleg für die Entstehung der SVS als Konsequenz des Mechanismus der Wirbelfadenstreckung genügte es den Autoren, die zeitliche Zunahme des Betrags der axialen und vertikalen Vorticity-

komponenten zu zeigen. Solche Untersuchungen, die die Folgen, nicht aber die Ursachen physikalischer Prozesse aufzeigen, sind nicht imstande, diese vollständig zu klären.

Eine Analyse der Strömungsverhältnisse im Zusammenhang mit dem Mechanismus der Wirbelfadenstreckung ist besser dazu geeignet, Aussagen über deren Wirkungsweisen zu machen, als dies durch die bloße Beobachtung der Auswirkungen möglich wäre. In der Wirbeltransportgleichung

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{\omega} = (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{u} + \nu \nabla^2 \vec{\omega} . \quad (5.5)$$

wird der Mechanismus der Wirbelfadenstreckung durch den ersten Term der rechten Seite, dem sog. *Stretching- & Tilting*-Term, beschrieben. Vernachlässigt man für die weitere Betrachtung den Dissipationsterm $\nu \nabla^2 \vec{\omega}$, so lässt sich die Wirbeltransportgleichung (5.5) unter Verwendung der substantiellen Ableitung in der kartesischen Komponentenschreibweise formulieren als

$$\frac{D\omega_i}{Dt} = \omega_x \frac{\partial u_i}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial u_i}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial u_i}{\partial z} \quad (5.6)$$

Für die Komponente $i=1$, stellt der erste Term der rechten Seite die Änderung von ω_x durch die longitudinale Streckung in x -Richtung dar (*vortex stretching*). Die zwei folgenden Terme repräsentieren die ω_x -Änderung durch die Umverteilung von ω_y und ω_z durch lokale Geschwindigkeitsgradienten (*vortex tilting*). Entsprechend kann dies auf die Komponenten $i=2$ und $i=3$ übertragen werden. Elemente der Hauptdiagonalen des Tensors $\omega_j(\partial u_i/\partial x_j)$ reflektieren somit die Streckung und Intensivierung von Wirbelstrukturen, wohingegen die verbleibenden Elemente die Umverteilung von Vorticity darstellen.

Um einen tieferen Einblick in die Strömungsverhältnisse und Aufschluss über charakteristische Strömungsmuster zu erlangen, läge es nahe, einen Nettoeffekt einzelner Komponenten der Gleichung (5.6) durch Mittelung in axialer Richtung nachzuweisen und deren Korrelation zu den beobachteten Strukturen zu untersuchen. Diese Art der Betrachtung ist jedoch ungeeignet, da rechts- und linksdrehende SVS und damit gleichbedeutend positive und negative Vorticity nahezu gleichverteilt auftreten, wodurch die Mittelung $\langle \omega_j(\partial u_i/\partial x_j) \rangle$ in axialer Richtung Werte nahe Null liefert.

Besser geeignet ist die Darstellung der Jacobimatrix des Geschwindigkeitsfelds, bzw. gleichbedeutend des Geschwindigkeitsgradiententensors $J(\vec{U}) = \partial u_i/\partial x_j$. Die Elemente der Jakobimatrix bestehen aus den partiellen Ableitungen der einzelnen Komponenten des Geschwindigkeitsfelds nach den verschiedenen kartesischen Raumrichtungen $\partial u_i/\partial x_j$, deren Mittelwerte in Abbildung 5.12 gezeigt sind (HOT1, $t^* = 2.4$). Um die Lage der intensiven, strömungsrelevanten Strukturen zu veranschaulichen, sind Isoflächen des λ_2 -Betrags graustufen-codiert dargestellt.

Die Verteilung von $\partial u/\partial x$ zeigt sich in erster Näherung symmetrisch und, wie man sich anhand der Wirbelströmung veranschaulichen kann, vergleichbar zum ungescherten Fall. Durch die Darstellung einer Wirbelströmung in einem kartesischen Koordinatensystem ergibt sich eine Aufteilung des Strömungsfelds in Quadranten bezogen auf die Wirbelzentren. Das Geschwindigkeitsgradientenfeld $\partial u/\partial x$ weist an den Übergängen zwischen Quadranten einen

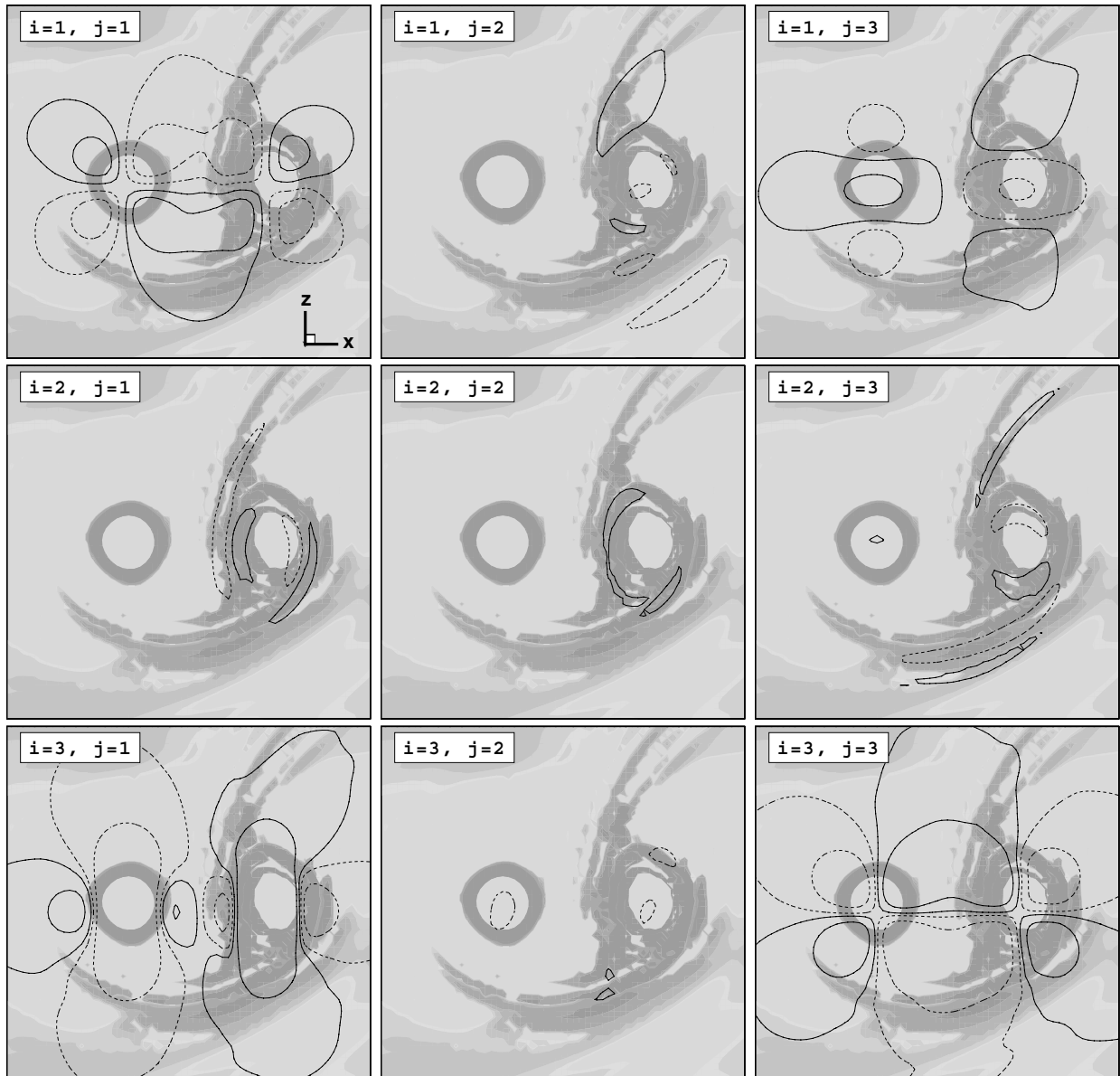


Abbildung 5.12: Betrag λ_2 graustufen-codiert für HOT1 ($t^* = 2.4$) Isolinien der in y -Richtung gemittelten Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors $J(\vec{U}) = \partial u_i / \partial x_j$ (negative Werte sind strichliert).

Vorzeichenwechsel auf, wodurch sich hier, wie auch für $\partial w / \partial z$, der typische Verlauf von Isolinien zeigt. Abgesehen von turbulenten Schwankungsbewegungen ist der Fall HOT1 in Richtung der y -Achse homogen. Die Änderung der Lateralgeschwindigkeit in dieser Richtung ist, wie auch gezeigt wird, erwartungsgemäß gering. Offenkundig asymmetrisch ist die Verteilung $\partial u / \partial z$ infolge der aufgeprägten Hintergrundscherung, die sich als konstanter Offset $\sigma^* = 1$ manifestiert und, gegenüber der scherungsfreien Situation, eine Verschiebung um gerade diesen Wert äußert.

Die bereits bei $\partial u / \partial y$ gefundenen geringen Werte, zeichnen sich ebenso für alle $\partial u_i / \partial y$ ab.

Dies ist damit zu erklären, dass im Mittel nicht von einer Netto-Wirkung von Geschwindigkeitsgradienten in axialer Richtung einerseits und Gradienten der Axialgeschwindigkeit in beliebiger Richtung andererseits ausgegangen werden kann. Letzteres zeigt mäßige Werte im Bereich der SVS, die auf geringfügige Überschüsse von rechtsdrehender Vorticity der oberen ($\partial v/\partial x$) und unteren SVS ($\partial v/\partial z$) hindeuten.

Aus genanntem Grund finden sich auch für den Gradienten der Vertikalgeschwindigkeit in axialer Richtung nur geringe Werte $\partial w/\partial y$. Die Gradienten der Vertikalgeschwindigkeit in longitudinaler und vertikaler Richtung sind wie für $\partial u/\partial x$ quasisymmetrisch und ähneln dem scherfreien Fall. Eine Ähnlichkeit der Isolinienverläufe, wie sie für $\partial u/\partial x$ und $\partial w/\partial z$ gefunden wurde, kann auch, unter Berücksichtigung der Hintergrundscherung und einer gedachten Drehung um 90° eines Diagramms, auch für $\partial w/\partial x$ und $\partial u/\partial z$ gefunden werden.

Es bleibt somit festzuhalten, dass die gemittelten Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors keine Rückschlüsse auf die Entstehung der sekundären Vorticity-Strukturen liefert. Betrachtet man anstatt des statischen Mittelwertes stattdessen einzelne Ebenen $y = \text{const}$, so findet sich lokal zum Teil eine deutliche Korrelation zwischen Geschwindigkeitsgradienten einerseits und λ_2 -Strukturen andererseits. Eine eindeutige Trennung zwischen Ursache und Wirkung dieser Strukturen ist indes nicht möglich.

Helizität, relative Helizität

Bei der Beschreibung sekundärer Vorticity-Strukturen als Wirbelfilamente, die einer Streckung entlang ihrer Längsachse ausgesetzt sind, drängt sich der Gedanke an eine Helix-artige, also eine schraubenförmige Bewegung auf. In mathematischem Sinne ist Helizität h (*helicity* bzw. *helicity density*) das Skalarprodukt von Geschwindigkeitsvektor und Vorticityvektor: $h = \vec{v} \cdot \vec{\omega}$.

Normiert man die Helizität mit den Beträgen der Vektoren der Geschwindigkeit und der Vorticity, führt dies zu dem Begriff der relativen Helizität (engl. *relative helicity* bzw. *stream vorticity*):

$$rh = \frac{\vec{v} \cdot \vec{\omega}}{|\vec{v}| |\vec{\omega}|} \quad (5.7)$$

Diese Größe ist identisch mit dem *Cosinus* des zwischen Geschwindigkeitsvektor und Vorticityvektor eingeschlossenen Winkels und nimmt daher Werte zwischen -1 und +1 an. Die in axialer Richtung gemittelte, relative Helizität ist in Abbildung 5.13 dargestellt. Sofort fällt hier die räumliche Übereinstimmung von hohen Werten für $|rh|$ und den sekundären Vorticity-Strukturen auf. Eine Korrelation zu den Primärwirbeln besteht hingegen nicht, da hier Geschwindigkeit und Vorticity orthogonal zueinander stehen.

Bemerkenswert ist, dass die durch Zahlenwerte gekennzeichneten Extremwerte von rh trotz räumlicher Mittelung lokal Werte nahe ± 1 erreichen, die zumindest für diese Bereiche auf ausgeprägt systematische Strömungsverhältnisse schließen lassen. Darüber hinaus liefert der Vorzeichenwechsel entlang der λ_2 -Strukturen unterhalb des *Kelvin*-Ovals einen eindeutigen Beleg für einen positiven, longitudinalen Geschwindigkeitsgradienten und ein sicheres Indiz für Wirbelfadenstreckung.

Enstrophie

Multipliziert man die Wirbeltransportgleichung (5.5) mit der Vorticity, erhält man die Bilanz-

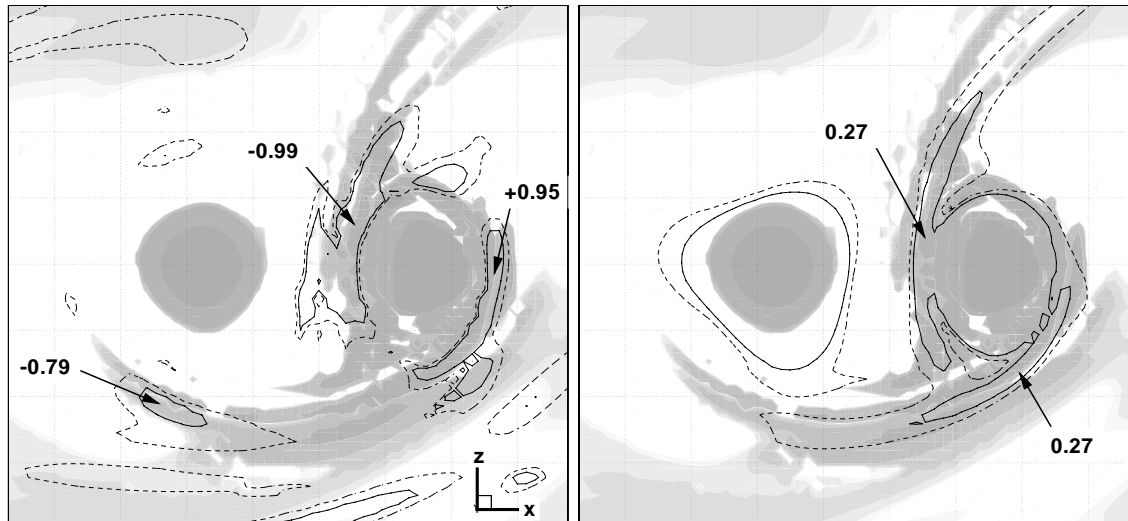


Abbildung 5.13: Betrag λ_2 graustufen-codiert für HOT1 ($t^* = 2.4$, $y^* = L_y^*/2$) und Isoflächen der gemittelten, relativen Helizität $\langle rh \rangle_y$ (links) und der gemittelten Enstrophie $\langle F^* \rangle_y$ (rechts). Zahlenangaben kennzeichnen lokale Extrema.

gleichung der Enstrophie $\Phi_{ij} = \omega_i \omega_j$. Im klassischen Sinne wird häufig, wenn von Enstrophie die Rede ist, die skalare Definition $F = \frac{1}{2} \sum \Phi_{ii}$ verwendet. Enstrophieerzeugung lässt sich auf den Mechanismus der Wirbelfadenstreckung zurückführen, wodurch sich entsprechende Strömungsgebiete gut lokalisieren lassen sollten.

Für den bereits oben diskutierten Strömungszustand wurde die in axialer Richtung y gemittelte Enstrophie F^* ausgewertet und ist Abbildung 5.13 zu entnehmen. Da die Enstrophie F gemäß ihrer Definition nur positiv sein kann, konnte für das gemittelte Enstrophiefeld eine bessere Übereinstimmung mit Vorticity-Strukturen erwartet werden, als dies durch die vorzeichenbehaftete Vorticity oder Ausdrücke, die diese beinhalten, der Fall wäre. Selbstverständlich ist die Übereinstimmung jedoch nicht, sondern belegt durch die erhöhten Werte der Enstrophie im Bereich der sekundären Vorticity-Strukturen, dass diese zumindest teilweise auf den Mechanismus der Wirbelfadenstreckung zurückzuführen sind. Ein weiterer auffälliger Punkt ist, dass sich für die Bereiche beider Typen der SVS identische, lokale Maximalwerte der Enstrophie nahe des Lee-seitigen, rechten Wirbels finden lassen. Dies deutet darauf hin, dass *Typ-I*- und *Typ-II*-SVS gleichermaßen zum Zerfall des Lee-Wirbels beitragen.

Stretching & Tilting

Die Zunahme der Enstrophie in Bereichen der SVS belegt, dass der Prozess der Streckung vortikaler Strukturen (*vortex stretching*) bei der Entstehung beteiligt ist. Eine Aussage, über die Rolle der Umverteilung von turbulenter Wirbelstrukturen (*vortex tilting*) ist indes nicht möglich.

Dass es sich bei den sekundären Wirbelstrukturen um helikale Gebilde handelt, konnte durch die relative Helizität als das normierte Produkt von Vorticity- und Geschwindigkeitsvektor gezeigt werden. Streckung impliziert streng genommen nicht Geschwindigkeit, sondern vielmehr einen longitudinalen Geschwindigkeitsgradienten in Richtung des Vorticity-Vektors.

Ein dementsprechend konstruierte Größe ist offensichtlich besser geeignet, Rückschlüsse über die Streckung sekundärer Vorticity-Strukturen zu geben, führt jedoch gerade auf den Streckungsterm der Wirbeltransportgleichung $\omega_j \partial u_j / \partial x_j$ zurück.

Die Übereinstimmung der relativen Helizität rh und der Enstrophie F mit den sekundären Vorticity-Strukturen ist unter anderem auch darauf zurückzuführen, dass es sich hierbei um skalare Größen handelt, deren Darstellung unabhängig von der Wahl des Koordinatensystems ist. Wie sich nachvollziehen lässt und auch durch Abbildung 5.12 belegt wird, erweist sich die Darstellung von Komponenten einer vektoriellen oder tensorieller Größe einer Wirbelströmung in einem kartesischen Koordinatensystem als ungeeignet, bzw. schwer zu interpretieren.

Eine Lösung dieses Problems besteht darin, stattdessen von einem den Wirbelfilamenten folgenden, natürlichen Koordinatensystem auszugehen. Wie aus Abbildung 5.12 ersichtlich, kann die Strömung als homogen in axialer Richtung angesehen werden, weshalb eine zwei-dimensionale Betrachtung für Ebenen $y = const$ genügen sollte. Die räumliche Orientierung der Wirbelfilamente entspricht in jedem Punkt der Richtung des Vorticity-Vektors und lässt sich somit anhand einfacher trigonometrischer Funktionen bestimmen. Wesentlich übersichtlicher gestaltet sich die Wirbeltransportgleichung

$$\frac{\vec{\omega}}{|\vec{\omega}|} \cdot \frac{D\vec{\omega}}{Dt} = \frac{D\vec{\omega}}{Dt} = \omega_s \frac{\partial U_s}{\partial s} \quad (\text{vortex stretching}), \quad (5.8)$$

$$\vec{n} \cdot \frac{D\vec{\omega}}{Dt} = \omega_s \frac{\partial U_n}{\partial s} \quad (\text{vortex tilting}). \quad (5.9)$$

wobei s die Richtung entlang des Wirbelfilaments und n die hierzu normale Richtung in den Ebenen $y = const$ darstellt. Die Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors $\partial U_s / \partial s$ und $\partial U_n / \partial s$ können durch Anwendung einer Matrixdrehung aus den kartesischen Komponenten ermittelt werden.

Abbildung (5.14) fasst die Analyse der Gleichungen (5.8) und (5.9) zusammen. Deutlich zu erkennen ist, dass sowohl $\omega_s \partial U_s / \partial s$ als auch $\omega_s \partial U_n / \partial s$ mit Bereichen von hohem λ_2 korreliert. Hieraus wird ersichtlich, dass sich für beide Größen hohe Werte im Bereich des Luv-Wirbels finden, der zu diesem Zeitpunkt bereits einen turbulenten Wirbelkern aufweist. Bemerkenswert ist, dass lokale Maxima im Bereich der unteren SVS höhere Werte aufweisen, als im Bereich der oberen SVS. Die Vorzeichenumkehr im Bereich der unteren SVS ist eine Eigenheit der betrachteten Ebene $y = L_y / 2$ und nicht zwangsläufig in anderen Ebenen zu finden. Auch ist der Darstellung zu entnehmen, dass sich für Terme des *Vortex stretching* und *Vortex tilting* Werte der selben Größenordnung finden, was schließen lässt, dass die zugrunde liegenden Mechanismen gleichermaßen bei Bildung sekundärer Vorticity-Strukturen beteiligt sind.

Instabilitätsmechanismen

Zwei grundsätzlich unterschiedliche Erscheinungsformen von Instabilitäten sind entscheidend für den Zerfall von Wirbelschleppen: langwellige Instabilitäten mit Wiederverbinden der Wirbel und der Bildung von Wirbelringen (Crow und Bate [1976]) und das Wirbelkernplatzen

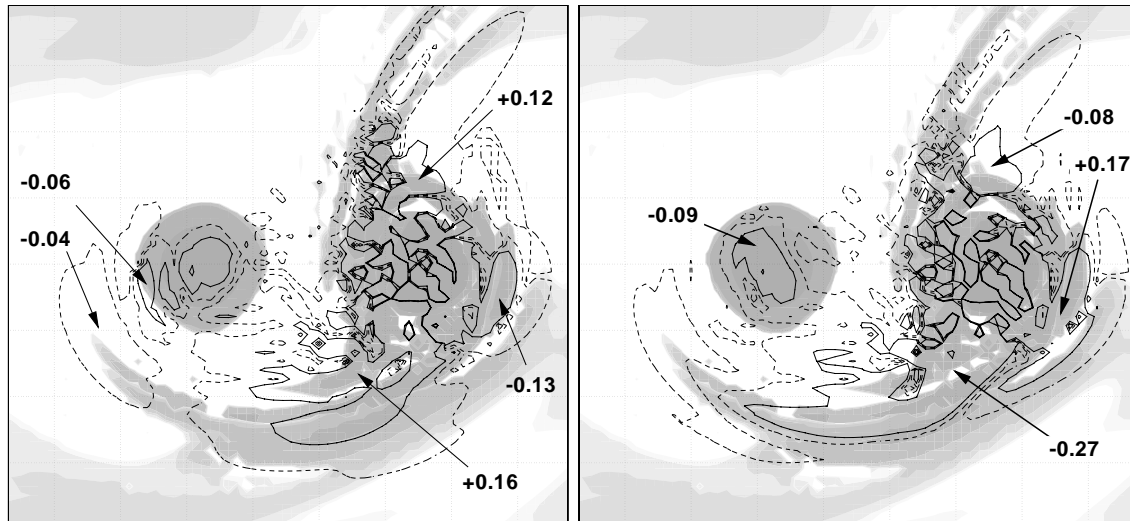


Abbildung 5.14: Betrag λ_2 graustufen-codiert für HOT1 ($t^* = 2.4$, $y^* = L_y^*/2$) und Terme der zweidimensionalen Wirbeltransportgleichung für *Vortex-Stretching* $\omega_s \partial U_s / \partial s$ (links) und *Vortex-Tilting* $\omega_s \partial U_n / \partial s$ (rechts) in einem natürlichen Koordinatensystem. Zahlenangaben kennzeichnen lokale Extrema.

(z.B. Sarpkaya und Daly [1987]).

Langwellige Instabilität · Langwellige Instabilitäten, als bekannteste Vertreter der für den Wirbelschleppenerfall relevanten Mechanismen, finden sich auch in den vorgestellten Simulationen. Bei HOT2 wächst die durch die Anfangsbedingungen vorgegebene Verkrümmung der Wirbelachsen zeitlich an, führt zu einer Einschnürung des Wirbelpaarssystems bei $y^* = L_y^*/2$ und hat bei $t^* \approx 3.8$ schließlich das Verbinden der Wirbel zur Konsequenz. Unter Berücksichtigung der Periodizität der Strömung in y^* -Richtung wird zu späteren Zeiten eine Ringwirbelbildung mit den hierfür typischen Merkmalen deutlich (vgl. Abbildung 5.7, $t^* = 5.18$): Die sattelförmige Gestalt des Wirbelrings ist zu den Verbindungsstellen hin vertieft und lässt den Rücken bei $y^* = 0$ deutlich hervortreten; augenfällig ist der markante Verlust der Wirbelkohärenz im Bereich zwischen den Verbindungsstellen außerhalb des Wirbelrings.

In den Fällen TS1, TS2 und TS3 konnte ebenfalls eine Variation der axialen Wirbelposition festgestellt werden. Ausschlaggebend für die Verkrümmung der Wirbelachse ist, anders als im Fall HOT2, die axiale Variation der gemittelten Hintergrundströmung. Es konnte somit nachgewiesen werden, dass als Auslöser langwelliger Instabilitäten neben großskaliger Turbulenz (Liu [1992]) auch eine Variation der gemittelten Windprofile in Flugrichtung gelten kann, was jedoch intuitiv zu erwarten war. Bemerkenswerterweise kommt es in diesen Fällen nicht zu einem Wiederverbinden der Wirbel und der oben beschriebenen Wirbelringbildung. Der visuelle Eindruck suggeriert, dass es sich hier stattdessen um den zweiten, für den Wirbelschleppenerfall wichtigen Instabilitätsmechanismus des Wirbelkernplatzens handelt.

Wirbelkernplatzten · Von den unterschiedlichen Resultaten am schwierigsten zu deuten und eindeutig zu identifizieren ist das Wirbelkernplatzten (engl: *vortex breakdown*). Entsprechend vage sind manche Erklärungsversuche geraten; ernsthaft diskutiert werden nur wenige von ihnen. Im Rahmen technischer Anwendungen wurde Wirbelkernplatzten intensiv untersucht.

Die beiden am häufigsten beobachteten Formen sind das blasen- und das spiralförmige Aufplatzen eines schlanken Wirbels.

Deutliche Anzeichen von Wirbelkernplatzen sind in den Fällen TS1 bis TS3 festzustellen. Nach der allgemeinen Auffassung tritt diese Form der Instabilität insbesondere bei mittleren bis hohen Turbulenzintensitäten auf. Nach Liu [1992] sind für $\epsilon^* \approx 0.2$ vereinzelte Ereignisse von Wirbelkernplatzen zu erwarten; für $\epsilon^* > 0.4$ dominiert Wirbelkernplatzen gegenüber langwelligen Instabilitäten den Wirbelzerfall. Diese Feststellung kann hier bestätigt werden, da die Fälle der turbulenten Strahlströmungen TS1 bis TS3 lokal im Bereich der Strahlströmung mit $\epsilon^* \approx 0.6$ die höchsten Dissipationsraten der untersuchten Fälle aufweisen (vgl. Abbildung 5.2). Bei technischen Drallströmungen tritt Wirbelkernplatzen auf, wenn die Axialgeschwindigkeit im Kernbereich des Wirbels einen Stagnationspunkt aufweist. Da die Wirbel der hier untersuchten Fälle keine nennenswerten Axialgeschwindigkeiten aufweisen, können derartige Konzepte nicht ohne Weiteres übertragen werden. Dennoch gehen die Terminologie und Studien von ähnlichen physikalischen Prozessen aus (Sarpkaya und Daly [1987]).

Es kann erwartet werden, dass die Bildung der sekundären Vorticitystrukturen zu einer Modifikation der Axialgeschwindigkeit auf der Wirbelachse verursacht. Befinden sich zwei SVS umgekehrten Drehsinns unmittelbar nebeneinander, so ist mit der Vorstellung der Geschwindigkeitsinduktion einzusehen, dass sich auf der Wirbelachse eine entweder konvergente oder eine divergente Axialgeschwindigkeit einstellt. Sowohl die konvergente als auch die divergente Strömung weist damit einen Stagnationspunkt mit verschwindender Geschwindigkeit auf. Während die divergente Strömung durch die Forderung des Massenerhalts zu einem kompakten Wirbelkern führt, führt eine konvergente Strömung zu einem radialen Ausfließen und somit zu einer Vergrößerung des Wirbelkerns. Dieser Effekt geht einher mit einem Ansteigen des Kerndrucks, der in Abbildung 5.15 für den Fall LS zu sehen ist.

Sarpkaya und Daly [1987] finden in ihren Laborexperimenten, dass das Wirbelplatzen nur an einem Wirbel auftritt. Dieser Wirbel wird dann schnell zerstört, während der zweite Wirbel weitere $V_0 t / b_0 = 1 \dots 2$ überlebt. Verantwortlich für den Wirbelzerfall allgemein, identifizieren die Autoren unterschiedliche Prozesse: Detrainment von Vorticity, Vorticity-Flüsse über die Grenzen des Wirbelkerns und des *Kelvin*-Ovals hinweg, sowie die Störung von letzterem aufgrund turbulenter Fluktuationen. Es wird hierbei ferner darauf hingewiesen, dass eine eindeutige Unterscheidung dieser letztgenannten Prozesse nicht möglich ist.

5.3.2 Persistenz

Bei der Optimierung der Flugzeugstaffelung durch ein Echtzeitmodell ist die Zirkulation der Primärwirbel in zweifacher Hinsicht eine wichtige Größe für die Güte der Prognose. Zum einen ist das Gefährdungsmaß, das von einem Nachlaufwirbel ausgeht, direkt korreliert mit dessen Zirkulation. Des Weiteren ist die Zirkulation der Wirbel Grund für die Absinkbewegung und damit entscheidend für die Position der Primärwirbel.

Die zeitlichen Verläufe der Zirkulation bei großen Radien sind für die Fälle der homogenisotropen und der homologen Turbulenz in Abbildung 5.8 und für den Fall der turbulenten Jetströmung in Abbildung 5.11 gezeigt. Hieraus ist zu entnehmen, dass für alle Szenarien

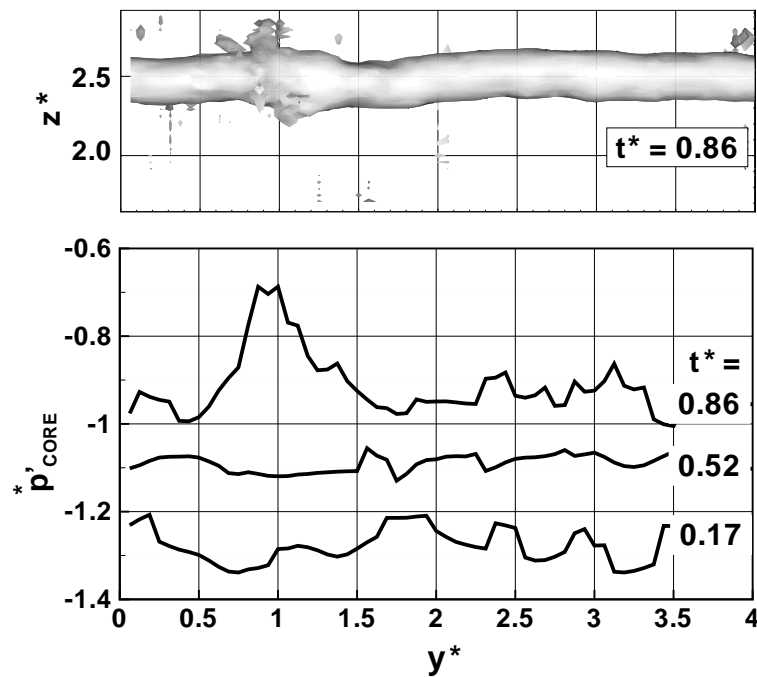


Abbildung 5.15: Oben: Isoflächen λ_2^* des Luv-Wirbels (TS1). Unten: Druckverteilung p'_{CORE} auf Wirbelachse.

eine zunächst nahezu konstante Zirkulation festzustellen ist. Der nachfolgende Zirkulationsabfall ist als Phase schnellen Zerfalls (*rapid decay phase*) zu interpretieren. Nach den in der Übersichtsarbeit von Spalart [1996] ausführlich thematisierten, konkurrierenden Anschauungen der graduellen Diffusion (*gradual diffusion model*) gegenüber dem Konzept der katastrophalen Ereignisse (*catastrophic event, CE*) sind diese Ergebnisse eindeutig letzterer Betrachtungsweise zuzuordnen (Gerz et al. [2002]). Der scheinbare Widerspruch dieser Konzepte ist aus der Sichtweise von Moët et al. [2000] auf die Wahl der Integrationsgrenzen zurückzuführen. Bei der Ermittlung der Wirbelzirkulationen Γ durch Integration der Vorticity $\int \omega dA$ über Kreisflächen A (Radius r_1) aus Daten von Grobstruktursimulationen stellen die Autoren für Integrationsgrenzen $r_1 \approx r_c$ einen für das Diffusionsmodell typischen, exponentiellen Abfall der Zirkulation fest. Die Integration über größere Radien $r_1 = 4r_c$ ergibt demgegenüber das auch in dieser Arbeit festgestellte Bild des zweiphasigen Zerfalls und stützt das Konzept der katastrophalen Ereignisse (Moët et al. [2000]).

Aus einer allgemeinen Perspektive müssen damit zunächst beide Konzepte als gleichwertige Anschauungen betrachtet werden. Das bei engen Staffelungen meist konservativere Konzept der katastrophalen Ereignisse sollte jedoch – auch hinsichtlich des nach Hinton und Tatnall [1997] über induzierte Rollmomente nachfolgender Flugzeuge definierten Gefährdungsmaß – stärker gewichtet werden. Eine Beurteilung und Wertung der konkurrierenden Konzepte bezüglich der Modellierung der Verlagerung soll im Zusammenhang mit dem im folgenden Abschnitt behandelten Wirbeltransport erörtert werden.

Von besonderer Bedeutung für das Konzept des katastrophalen Ereignisses ist der Zeitpunkt T^* , bei dem der Zirkulationsverlauf in einem scharfen Übergang in die Phase des schnellen Zerfalls übergeht. Die Beobachtungen von Tombach [1973] sowie Analysen von Crow und Bate [1976] führten sie zu dem Schluss, dass T^* mit der normierten turbulenten Dissipations-

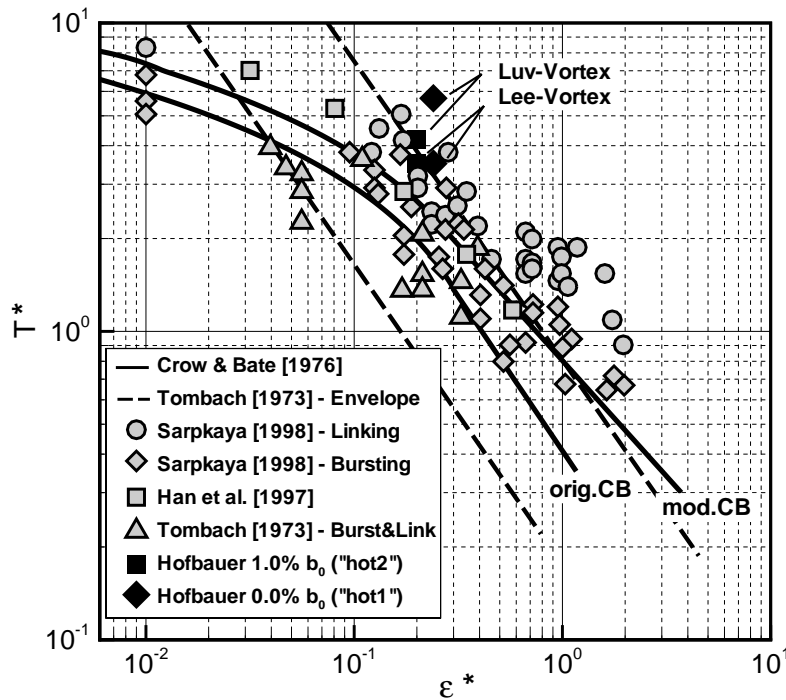


Abbildung 5.16: Einsetzzeit T^* der *Rapid Decay Phase* als Funktion der normierten Dissipationsrate ε^*

rate ε^* korreliert ist. Diese Behauptung konnte unter anderem durch die Studien von Sarpkaya und Daly [1987], Liu [1992] untermauert werden. Tombach [1973] und Bilanin et al. [1978] konnten zeigen, dass Flugzeugwirbel unter Einfluss von Scherung unterschiedlich schnell zerfallen, wobei der Wirbel, dessen Zirkulation der atmosphärischen Scherung entgegengesetzt ist, schneller zerfällt. Die gewonnenen Ergebnisse stützen diese Sichtweise und liefern mit den in den Abbildungen 5.8 und 5.11 gezeigten Zirkulationshistorien eindeutige Belege für das Auftreten unterschiedlicher Wirbelzerfallsraten und der Gültigkeit des Konzepts des zweiphasigen Zerfalls. Eine Klassifizierung der für das Konzept des zweiphasigen Zerfalls charakteristischen Zeitskala T^* mit der Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ε^* der Fälle HOT1 und HOT2 ist Abbildung 5.16 zu entnehmen. Erwartungsgemäß führt die anfängliche *Crow*-Auslenkung zu einem schnelleren Linking. Die Gegenüberstellung mit Ergebnissen anderer Studien verdeutlicht, dass in dieser Arbeit vergleichsweise hohe Lebenszeiten der Wirbel festzustellen sind. Ist dieses Phänomen ausreichend stark ausgeprägt, führt diese Situation zu solitären Wirbeln. Das Ausbilden der *Crow*-Instabilität ist dann nicht mehr möglich. Die gute Übereinstimmung von Daten aus sowohl Feldmessungen, Laborexperimenten und numerischen Studien sprechen für die Anwendbarkeit des Konzeptes der katastrophalen Ereignisse.

5.3.3 Wirbeltransport

Der Einfluss von Scherung auf den Wirbeltransport war bereits Gegenstand von Kapitel 4. Um eine vollständigere Beschreibung zu erreichen, werden die in diesem Kapitel untersuchten

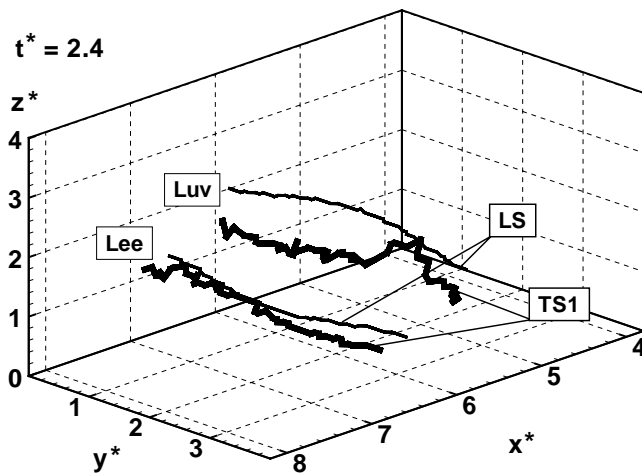


Abbildung 5.17: Räumlichen Lage der Wirbelzentren für Strahlwindfälle TS1 und LS nach $t^*=2.4$.

Fälle in Bezug auf die zuvor gefundenen Ergebnisse diskutiert.

Ein entscheidendes Ergebnis des vierten Kapitels ist die Feststellung, dass das Wirbelpaarkippen und das Wiederaufsteigen von Wirbeln eine Gradientenänderung der Scherung bedingen. Die Umkehrung dieses Schlusses bedeutet, dass sich Wirbel stets dieselbe Höhenhistorie aufweisen. Die Auswertung des Falls HOT1 bestätigt diese Feststellung.

Im Simulationsverlauf HOT2 entsteht eine Variation der Wirbelhöhen in axialer Richtung y^* . Dies stellt keinen Widerspruch zu dem oben Gesagten dar, da es aufgrund der anfänglichen Deformation der Wirbel und der Ausbildung einer langwelligen Instabilität lokal zu einer Annäherung der Wirbel zueinander und folglich zu erhöhten Absinkraten führt. In Wirbelbereichen, die weiter voneinander entfernt sind, verringert sich die Absinkrate demgegenüber, so dass im Mittel die Absinkraten nahezu gleichbleibend sind und der Effekt der langwelligen Instabilität lediglich eine Aufweitung des Bereichs bedeutet.

Die räumliche Lage der Wirbelzentren für die Fälle LS und TS1 sind in Abbildung 5.17 wiedergegeben. Für die Fälle TS2 und TS3 finden sich marginal unterschiedliche Ergebnisse, so dass grundsätzlich ein systematischer Fehler ausgeschlossen werden kann. Betrachtet man die unterschiedlichen Zirkulationsverläufe, so ist dieses Ergebnis um so erstaunlicher.

Die Auswirkung einer räumlich ungleichen Verteilung energiereicher Turbulenzstrukturen auf die längerfristig Wirbeltrajektorien ist schwer zu quantifizieren. Dass die Fälle TS1 bis TS3 von ein und derselben Vorlaufsimulation ausgehen, können die Ergebnisse nicht als unabhängige Fälle turbulenter im Sinne eines Ensembles angesehen werden. Insofern ist diese Feststellung nur bedingt belastbar und erfordert weitere Untersuchungen zu deren Stützung.

Sollte sich dies durch weitere Studien bestätigen, so ist die Modellierung des Wirbeltransports auf Basis des *Biot-Savartschen* Gesetzes kritisch zu hinterfragen.

5.4 Modell nach Corjon und Poinsot

Bereits in Kapitel 4 wurde ein Modell zur Echtzeitvorhersage des Wirbelschleppentransports vorgestellt und kritisch diskutiert. Ein wesentlicher Nachteil dieses Modells bestand darin,

dass die Zirkulation der Wirbel keine Schwächung, wie z.B. durch turbulente Diffusion, erfährt. Zur Vorhersage sowohl des Wirbeltransports als auch des Wirbelzerfalls, als wichtiges Element des zur Minimierung der Flugzeugstaffelung konzipierten Projekts SYAGE, entwickelten Corjon und Poinot [1996] das Echtzeitmodell VORTEX, das versucht, durch Berücksichtigung des Wirbelzerfalls eine höhere Prognosegüte zu erreichen.

Ausgangspunkt des Modellierungsansatzes stellt wiederum das *Biot-Savartsche* Gesetz dar. Der Einfluss eines reibungsfreien Bodens wurde durch Spiegelwirbel erfasst. Der Wirbelschleppenerfall wurde auf Basis eines semi-empirischen Ansatzes für die zeitliche Entwicklung der Wirbelzirkulation berücksichtigt und basiert auf dem Konzept des diffusiven, exponentiellen Zerfalls. Bei der Modellierung des Wirbeltransports wurde der Einfluss der Windscherung entsprechend den Gleichungen (4.2) und (4.3) durch einen additiven Term $U(z)$ formuliert, anstelle einer aufwendigeren Diskretisierung durch Punktwirbel. In den beiden letztgenannten Eigenschaften unterscheidet sich der Ansatz von dem im vierten Kapitel diskutierten Modell nach Zheng et al. [1999; 2000].

Die Modellierung des Wirbelzerfalls unter Berücksichtigung des Schereinflusses erfolgt nach dem konzeptuellen Modellansatzes nach Cox et al. [1992] (zitiert nach Corjon und Poinot [1996]) für den Zirkulationsabfall

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\frac{2}{3} C_{DV} \sigma U^{(0)} b_0 , \quad (5.10)$$

wobei $C_{DV} = 0.2$ in Anlehnung an die Vorstellung von Greene [1986] als viskoser Widerstandskoeffizient bei Querwindeinfluss bezeichnet wird und $U^{(0)}$ der Geschwindigkeitsbetrag des Querwinds in der anfänglichen Wirbelhöhe, also bei $t^* = 0$, ist. Den unterschiedlichen Zerfallsraten Rechnung tragend, wird Gleichung (5.10) nur auf den Wirbel angewandt, dessen Drehsinn entgegen dem der Windscherung gerichtet ist.

In Folge der gewählten Modellierungsansätze ergeben sich für das Wirbelschleppenverhalten gleich mehrfach grundlegende Abweichungen von den bisherigen Erkenntnissen der vorliegenden Arbeit.

Gleichung (5.10) beschreibt die zeitliche Entwicklung der Wirbelzirkulation nach dem Konzept des diffusiven Zerfalls. Dies steht im Widerspruch zu den hier gefundenen Ergebnissen eines zweiphasigen Zerfalls (vgl. Hofbauer und Gerz [2000], Gerz et al. [2002]). Auch in der Frage, ob die Lebensdauer des einen Wirbels durch Windscherung verkürzt wird, oder stattdessen die des anderen verlängert wird, nimmt die gewählte Modellierung einen konträren Standpunkt zu den Befunden dieser Arbeit ein. So geht das Zerfallsmodell nach Cox et al. [1992] von einer kürzeren Lebensdauer des zur Scherung gegensinnig rotierenden Wirbels aus. Der Vergleich der in dieser Arbeit durchgeführten Fälle HIT und HOT weisen hingegen auf eine zur scherfreien Situation erhöhte Lebensdauer des zur Hintergrundscherung gleichsinnig rotierenden Wirbels hin.

Die notwendige Bedingung $U^{(0)} \neq 0$ für Auftreten unterschiedlicher Zerfallsraten entbehrt intuitiv jeglicher Grundlage und wird anhand der Fälle TS1 bis TS3 belegt.

Über die Zirkulation besteht eine Kopplung des Zerfallsmodells mit den Bewegungsgleichungen des Wirbeltransportmodells. Als Folge des Zerfallsmodells führt Windscherung zu einer

asymmetrischen Zirkulationsverteilung, die wiederum zwangsläufig ein Kippen des Wirbelpaarsystems impliziert. Dies ist auch dann der Fall, wenn es sich um eine konstante Hintergrundscherung handelt und steht damit im Gegensatz zu den Simulationsergebnissen dieses und des vorherigen Kapitels.

Dass das durch die Modellierung hervorgerufene Wirbelpaarkippen nicht als solches im Sinne einer dynamischen Betrachtung der Wirbel-Scherschicht-Interaktion angesehen werden kann, offenbart sich des Weiteren durch eine gegensätzliche Kipprichtung des Wirbelsystems (vgl. z.B. Abbildung 4.4–4.6). Als weitere Schwäche ist zu berücksichtigen, dass es durch die getroffene Wahl der Modellierung bei Situationen von Windscherung zwangsläufig zu Wirbelpaarkippen, jedoch unter keinen Umständen zu wiederaufsteigenden Wirbeln führt.

Wie bereits bei der Diskussion der Simulationsergebnisse im vorhergehenden Abschnitt dargestellt, ist der Wirbeltransport aus Sicht der *Biot-Savartschen* Gleichung nicht in Einklang mit den Wirbelzirkulationen zu bringen und entzieht sich somit einer rein kinematischen Betrachtungsweise. Inwieweit die Diskrepanzen der Vorhersage durch erhöhte Sicherheitszuschläge abgesichert werden können, bleibt zu untersuchen. Obgleich auf den ersten Blick nachvollziehbar und sinnvoll, erweist sich eine Kopplung zwischen Wirbeltransport- und Wirbelzerfallsmodell somit als eine Schwachstelle des Gesamtmodells.

Es bleibt somit festzuhalten, dass das Wirbeltransport-/zerfallsmodell nach Corjon und Poincot [1996] für Fälle von Windscherung zu zum Teil erheblichen Abweichungen von den Ergebnissen dieser Arbeit führt. Entscheidende Merkmale des Wirbelschleppenverhaltens – die unterschiedliche Wirbelzerfallsraten, das Wirbelpaarkippen und das Wiederaufsteigen von Wirbeln – wurden ungenügend erfasst und rechtfertigen Zweifel an der Tauglichkeit des Modellansatzes für einen operationellen Einsatz unter Situation von Windscherung.

5.5 Zusammenfassung

Die Untersuchungen dieses Kapitels zum Einfluss turbulenter Scherströmungen auf das Wirbelschleppenverhalten ergaben neue und interessante Aspekte. Wie die Ergebnisse belegen, ergeben sich hinsichtlich des Wirbelzerfalls signifikante Unterschiede gegenüber scherungsfreien Szenarien.

Als auffälliges Merkmal von Wirbelschleppen in einer turbulenten Umgebung finden sich im Bereich des *Kelvin*-Ovals kohärente Strukturen, die als Wirbelfäden mit hohen Vorticity-Niveaus beschrieben werden können. Im scherfreien Fall treten diese *sekundären Vorticitystrukturen* (SVS) hinsichtlich deren Lage und deren räumlicher Ausrichtung symmetrisch entlang des *Kelvin*-Ovals auf und können am oberen Staupunkt in dieses eindringen. Ein wichtiges Ergebnis dieses Kapitels ist, dass es in Fällen mit turbulenten Scherströmungen zu einer asymmetrischen Verlagerung dieser Strukturen kommt. Die SVS umschließen dabei den zur Hintergrundscherung entgegengesetzt rotierenden Wirbel torusartig und führen zu dessen schnellem Zerfall. Durch eine detaillierte Analyse der Strömungsverhältnisse konnte deren helikaler Charakter näher beleuchtet und erstmals der Zusammenhang mit dem Me-

chanismus der Wirbelfadenstreckung direkt gezeigt werden.

Die Auswertung der Wirbelzirkulationen lieferte für das Konzept des zweiphasigen Zerfalls typische Verläufe. Entscheidend ist hierbei, dass für den Lee-Wirbel längere Lebensdauern festgestellt werden können, wohingegen die Verläufe des Luv-Wirbels denen des ungeschernten Falls entsprechen, wodurch sich die These langlebiger Wirbel bei Scherung erhärtet.

Auch nach den empirisch gewonnenen und mehrfach verifizierten Gesetzmäßigkeiten zur Abschätzung der Lebensdauer anhand der normalisierten turbulenten Dissipationsrate als universeller Größe erscheint das Einsetzen der Phase des schnellen Zerfalls zeitverzögert.

Die Fälle homogener Scherung bestätigen die Ergebnisse des vierten Kapitels, wonach hier kein Wirbelpaarkippen festzustellen ist. Diese Feststellung erweist sich als kritischer Punkt für die Parametrisierung des Wirbeltransports durch das *Biot-Savartsche* Gesetz.

Als Vertreter der etablierten Vorhersagemodelle wurde das Modell von Corjon und Poinot [1996] anhand der Simulationsergebnisse diskutiert. Die Erkenntnisse aus den numerischen Simulationen spiegeln sich nicht in der Modellierung des Wirbelschleppenverhaltens durch Echtzeitmodelle wider. Diese Arbeit stellt damit einen Beitrag zur Neubewertung der zugrundeliegenden Modellierungsansätze dar.

Kapitel 6

Messfall London-Heathrow

Die in den vorhergehenden Kapiteln geführte Diskussion zum Wirbeltransport unter Einfluss von Windscherung liefert eine plausible Sichtweise für das im Rahmen der untersuchten Fälle beobachtete Wirbelverhalten. Damit kann der Wirbeltransport zumindest in qualitativer Hinsicht überzeugend erklärt werden.

Ein aus dieser Sicht atypisches Wirbelverhalten zeigt ein Messfall einer am Flughafen London-Heathrow durchgeführten LIDAR¹-Messkampagne. Der Erklärung des beobachteten Verhaltens ist dieses Kapitel gewidmet.

6.1 Fallbeschreibung und Datenbasis

Zentrales Anliegen der Messkampagne von London-Heathrow war die Charakterisierung des Transports und Zerfalls von Wirbelschleppen in Bodennähe. Nahezu 3000 Messfälle wurden zwischen Dezember 1994 und September 1995 aufgezeichnet. Als *ungewöhnlich* hinsichtlich des Wirbelverhaltens bezeichnen Vaughan et al. [1996] und Greenwood und Vaughan [1998] den am 20. Dezember 1994 aufgezeichneten Fall eines landenden Flugzeugs vom Typ Boeing 747-200. Abbildung 6.1 verdeutlicht die Situation dieses Falles in schematischer Weise.

Die Darstellung wurde gerade so gewählt, dass sich das zur Messung der Wirbelschleppe eingesetzte LIDAR im Ursprung des Koordinatensystems befindet. Für die Messung wurde das sog. *Elevation-Scan-Verfahren* angewandt, bei dem der Elevationswinkel des Messstrahls zwischen zwei Grenzwinkeln hin- und herbewegt wird (*hier* 21.5° und 41.5°). Durch die Änderung des Elevationswinkels wandert der Messstrahl durch das Geschwindigkeitsfeld der Wirbel. Die hierdurch aufgespannte Messebene ist normal zum Gleitpfad und befindet sich in ca. 1.8 km Entfernung von der Landebahnschwelle. Der Bereich der höchsten Messgenauigkeit kennzeichnet die sogenannte *sensitivity region*.

Das Flugzeug passierte die Messebene zum Zeitpunkt $t^* \approx 12:15:35$ UTC bei $x \approx 110$ m, $z \approx 85$ m.

¹Die *Light Detection And Ranging*-(LIDAR)-Messtechnik nutzt die Eigenschaft, dass ein emittierter Laserimpuls von in der Atmosphäre mitbewegten Partikeln teilweise reflektiert wird. Die Analyse des zurückgestreuten, frequenz- und zeitaufgelösten Signals liefert ein Profil der Strömungsgeschwindigkeit, wodurch das Verfahren als optisches Äquivalent zur *Radar*-Technik angesehen werden kann.

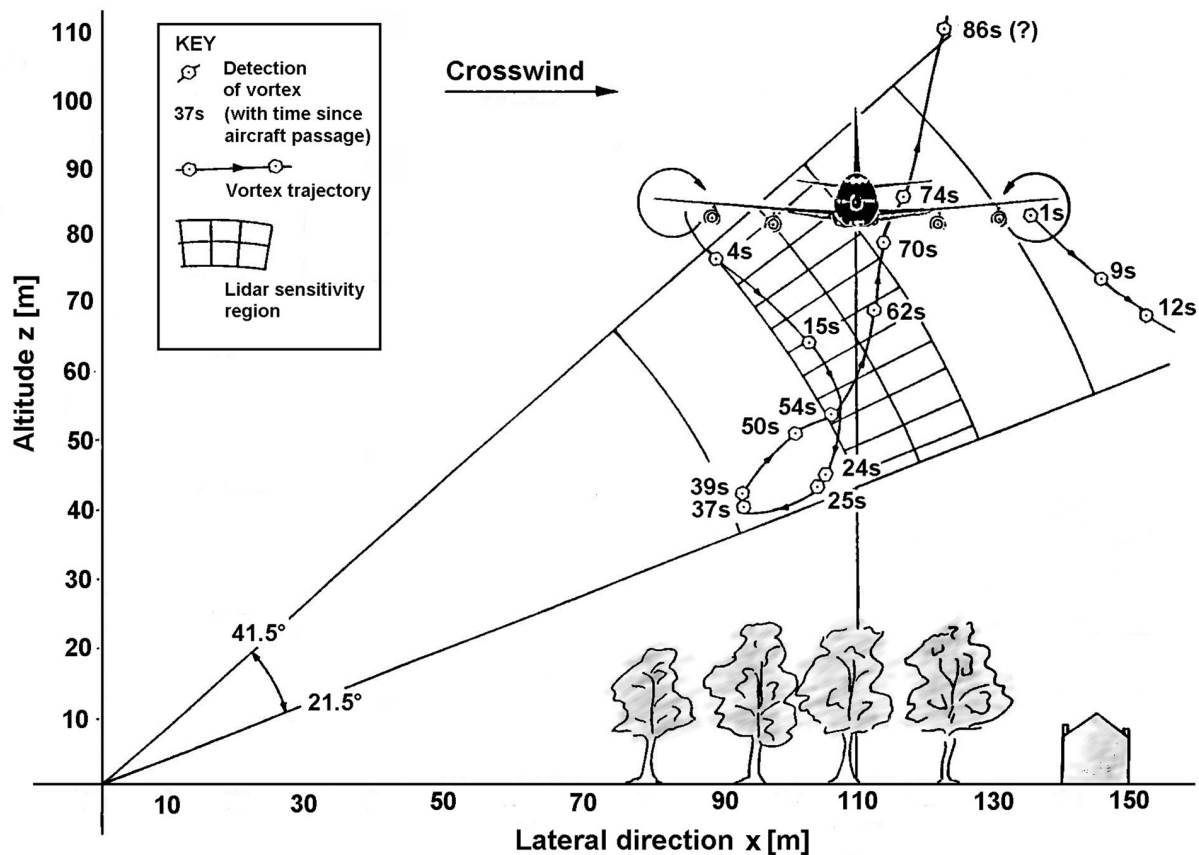


Abbildung 6.1: Rekonstruierte Wirbeltrajektorien einer Boeing 747-200 im Landeanflug auf Flughafen *London-Heathrow*; (aus Vaughan et al. [1996], mit freundlicher Genehmigung QINETIQ).

Immer wenn der Messstrahl einen Wirbel schneidet, kann dessen Position anhand der LIDAR-Spektren ermittelt werden. Die angegebenen Zeiten t zu den ebenfalls in Abbildung 6.1 dargestellten Wirbelpositionen beziehen sich auf den Zeitpunkt der Passage des Luftfahrzeugs t_0 . Diese Informationen erlauben die Rekonstruktion der Wirbeltrajektorien.

Die Auswertung der Datenbasis liefert zunächst ein Absinken der Wirbel bei gleichzeitiger Verlagerung durch den vorherrschenden Querwind. Die Rekonstruktion der Wirbeltrajektorien suggeriert eine frühe, geringfügige Zunahme des Wirbelabstands, was jedoch nicht mit letzter Gewissheit bestätigt werden kann, da, methodisch bedingt, eine zeitgleiche Detektion beider Wirbel mit nur einer Messeinrichtung nicht möglich ist. Als Folge des Absinkvorganges und der Advektion verlässt der Lee-Wirbel alsbald den Messbereich des Wirbelschleppen-LIDARS, sodass hier keine Informationen für Zeiten später als $t = 12s$ vorliegen.

Eine Verringerung der Lateralverlagerung zwischen $t=15s$ und $t=24s$ ist hingegen für den Luv-Wirbel festzustellen. Im Zeitintervall zwischen $t=24s$ und $t=39s$ stagniert die Abwärtsbewegung des Wirbels oberhalb einer an dieser Stelle befindlichen Baumgruppe in einer ungefähren Höhe von 40m über Grund. Simultan ist eine Richtungsumkehr der bereits ver-

Höhe z [m] über Grund	Horizontalwindgeschwindigkeit [m/s] zur Zeit t UTC				
	12:15	12:16	12:17	12:18	12:19
100	4.0	2.2	2.8	4.0	4.0
75	1.5	2.2	4.6	4.3	2.0
50	2.0	5.6	2.0	5.0	1.2
25	4.3	3.8	2.1	-2.1	0.4
8	0.3	-0.3	-0.6	1.0	2.0

Tabelle 6.1: Von Wind-LIDAR gemessene Horizontalwindgeschwindigkeit (Windrichtung WNW) als ein-Minuten-Mittelwerte. Flugzeug passierte LIDAR-Standort um ca. 12:15:35 UTC

ringerten Lateralbewegung auszumachen, so dass sich der Wirbel bemerkenswerterweise entgegen der Richtung des Querwinds bewegt. Von wesentlicher Bedeutung ist das Einsetzen einer intensiven Wiederaufwärtsbewegung bei $t \approx 39s$ sowie eine erneute Richtungsumkehr der Lateralbewegung. Wie aus Abbildung 6.1 ersichtlich, führt dies zu einer schleifenförmigen Wirbeltrajektorie. Die nachhaltige Aufwärtsbewegung führt schließlich zu einem Wiederaufsteigen des Wirbels bis auf das Flugniveau des erzeugenden Flugzeugs ($t \approx 70s$) bzw. eventuell darüber hinaus.

Dass sich der Luv-Wirbel nach einer Zeit, die der Größenordnung der zeitlichen Staffelung entspricht, gerade wieder auf Höhe des Flugzeugs befindet, verdeutlicht die potentielle Gefährdung nachfolgender Luftfahrzeuge in dieser Situation. Weitaus schwerwiegender ist das Ergebnis der Zirkulationsanalyse von Greenwood und Vaughan [1998] zu werten, wonach keine nennenswerte Schwächung des Wirbels bis $t = 70s$ festzustellen ist.

Die Geschwindigkeit und Richtung des vorherrschenden, gemittelten Winds in einer Höhe $z = 75m$ wurde mit circa 11 Knoten² aus WNW angegeben. Im Bezugssystem des landenden Luftfahrzeugs ergibt sich mit der zugrundeliegenden Landebahn 27L³ ein Windeinfallwinkel von -30° und damit eine Aufteilung in eine Gegenwindkomponente V und eine Querwindkomponente U derart, dass etwa die Hälfte des Horizontalwinds auf die Querkomponente entfällt.

Der Einsatz eines Wind-LIDARs, dessen Standort bei $x \approx -30m$ (gemäß des Koordinatensystems Abbildung 6.1) liegt, erlaubte mittels eines konischen Scans unter 30° Nadirwinkel eine präzisere Angabe über den lokal vorherrschenden, dreidimensionalen Windvektor. Die räumlich und zeitlich aufgelösten, gemessenen Horizontal- und Vertikalgeschwindigkeiten des Windes können den Tabellen 6.1 und 6.2 entnommen werden. Die Variabilität der gemessenen Windgeschwindigkeiten lässt auf böige Windverhältnisse schließen. Als weiterer Beleg hierfür ist der Geschwindigkeitsbetrag des Querwinds U zu deuten, dessen Werte in einem Bereich zwischen 0 und +2m/s variieren (Vaughan et al. [1996]).

Verschiedene Gründe für das beobachtete Verhalten der Wirbelschlepe werden durch Green-

²Die mit 11 Knoten angegebene Windgeschwindigkeit entspricht 5.7m/s

³Die geografische Ausrichtung der Landebahn ist $270^\circ \pm 5^\circ$ im Uhrzeigersinn gegenüber *magnetisch Nord*.

Höhe z [m] über Grund	Vertikalwindgeschwindigkeit [m/s] zur Zeit t UTC				
	12:15	12:16	12:17	12:18	12:19
100	0.0	0.0	0.5	0.0	0.0
75	0.2	0.1	0.6	1.0	0.0
50	0.4	0.3	0.6	1.3	0.3
25	0.0	0.4	0.1	0.0	0.0
8	0.1	0.3	0.2	0.2	0.1

Tabelle 6.2: Von Wind-LIDAR gemessene Vertikalwindgeschwindigkeit als ein-Minuten-Mittelwerte. Flugzeug passierte LIDAR-Standort um ca. 12:15:35 UTC

wood und Vaughan [1998] in Betracht gezogen. Als potentieller Auslöser identifizieren die Autoren den Bodeneffekt und die Wechselwirkung mit sekundärer, am Boden erzeugter Vorticity. Es erscheint ihnen ebenso denkbar, dass der um 12:17 UTC und 12:18 UTC bei $x = -30\text{m}$ nachgewiesene, verstärkte Aufwind zum Wiederaufsteigen beigetragen haben könnte (siehe Tabelle 6.2). Des Weiteren räumen die Autoren ein, dass die dort befindliche Baumgruppe durch die Erzeugung eines lokalen Aufwindgebiets, welches zu einem Vertikaltransport der Wirbel geführt haben könnte, als weitere mögliche Ursache in Betracht zu ziehen ist (siehe auch Zak und Rodgers [1997]).

Vor dem Hintergrund der bisherigen Ergebnisse dieser Arbeit muss auch der eventuelle Einfluss einer lokalen, zeitlich beschränkten Scherschicht erwogen werden, wie die gemessenen, vertikalen Geschwindigkeitsprofile des Horizontalwinds dies erwarten lassen (vgl. Tabelle 6.1, 12:15/12:16 UTC). Hierbei stellt sich auch die Frage, inwieweit der Axialwind, der betragsmäßig stärker als der Querwind ist, einen Einfluss auf das Wirbelschleppenverhalten haben kann.

Aus der Reihe der offenen Fragen und der Signifikanz im Hinblick auf die Optimierung bestehender Sicherheitsabstände heraus, wird der dargelegte Fall numerisch untersucht. Numerische Nachrechnungen von Labor- oder Feldexperimenten dienen meist zur Validierung des Modells bzw. der experimentellen Messung oder um einen tieferen Einblick in die Strömungsverhältnisse zu erlangen. Da in dem zugrunde liegenden Fall gewisse Unsicherheiten hinsichtlich der meteorologischen Datenbasis, wie z. B. der Windrichtung, herrschen, wird ein abweichender Weg beschritten. Das erklärte, vorrangige Ziel der Untersuchungen ist, zu demonstrieren, dass sich das beobachtete Wirbelverhalten unter bestimmten Voraussetzungen rekonstruieren lässt, wobei dem Wirbeltransportverhalten eine besondere Bedeutung zukommt. Im Rückschluss können dann mögliche, für das Wirbelschleppenverhalten maßgebliche Ursachen identifiziert werden.

6.2 Methodik

Die numerische Behandlung des geschilderten Falles unterscheidet sich aufgrund der immanenten Komplexität in einigen entscheidenden Punkten von den Untersuchungen der vor-

hergehenden Kapitel. Es erscheint daher sinnfälliger, die methodischen Konzepte nachfolgend darzulegen.

6.2.1 Grundlegende Aspekte

Für die in diesem Kapitel durchgeführten Untersuchungen wird die Methode der Grobstruktursimulation angewandt (Abschnitt 3.6). Wie eigene und im Rahmen des Projekts WAVENC (Darracq et al. [1999a]) durchgeführte Studien belegen, ergeben sich zwischen direkt numerischen Simulationen und Grobstruktursimulationen nur geringfügige Diskrepanzen bezüglich der Wirbeltrajektorien.

Der Ursprung des Koordinatensystems entspricht gemäß Abbildung 6.1 dem Standort des Wirbelschleppen-LIDARs. Das Simulationsgebiet erstreckt sich lateral von der Position des Wind-LIDARs bei -30m bis $+354\text{m}$. Die axiale und vertikale Ausdehnung ist $L_y = 48\text{m}$ und $L_z = 144\text{m}$, mit Maschenweiten $\Delta x_i = (1\text{m}, 1.5\text{m}, 1\text{m})$.

Gemäß der Vorgehensweise der im vorhergehenden Kapitel durchgeführten Simulationen, erlaubt ein Vorlauf beginnend um 12:14:50 UTC, die Entwicklung statistisch quasistationärer Turbulenz. Die Initialisierung der Wirbelschleppe, deren Aufrollvorgang als abgeschlossen angesehen wird, erfolgt zum Zeitpunkt der ersten Messung des Luv-Wirbels um $t = 4\text{s}$ nach Flugzeugpassage (entspricht 12:15:40 UTC). Die charakteristischen Wirbelparameter werden, den theoretischen Werten des Flugzeugmusters entsprechend, mit $\Gamma = 565\text{m}^2/\text{s}$ und $b_0 = 46\text{m}$ festgesetzt.

Um die aufgeworfenen Fragen zu beantworten, werden drei verschiedene Fälle betrachtet (Holzäpfel et al. [2001c]): Im ersten Fall (LH1) wird nur der Querwind und die Baumgruppe modelliert. Axialwind, Querwind und Baumgruppe stellen den realistischeren Fall dar und dieser wird in Fall 2 (LH2) untersucht. Demgegenüber vernachlässigt Fall 3 (LH3) sowohl den Axialwind als auch die Baumgruppe.

6.2.2 Vegetationsmodellierung

Will man der in Vaughan et al. [1996] aufgeworfenen Frage nach dem Einfluss der Vegetation auf die lokal vorherrschende Strömung und damit indirekt auf die Wirbeltrajektorien nachgehen, ist eine Modellierung dieses Sachverhalts nötig. Shaw und Schumann [1992] folgend, wurde hierzu der Bereich der Vegetation als Impulssenke modelliert und deren Beitrag direkt in den diskretisierten Impulsbilanzgleichungen berücksichtigt. Die Vegetation stellt dabei einen ortsabhängigen Senkenterm der Impulsbilanzgleichung dar, dessen vertikale Verteilung durch lokale Laubdichte a (*leaf area density, LAD*) gegeben ist. Die Navier-Stokes Gleichungen müssen hierfür entsprechend modifiziert werden und nehmen die Form

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + F_i \quad (6.1)$$

an, wobei im Bereich der Vegetation der Impulssenkenterm

$$F_i = -c_d a |\vec{U}| u_i \quad (6.2)$$

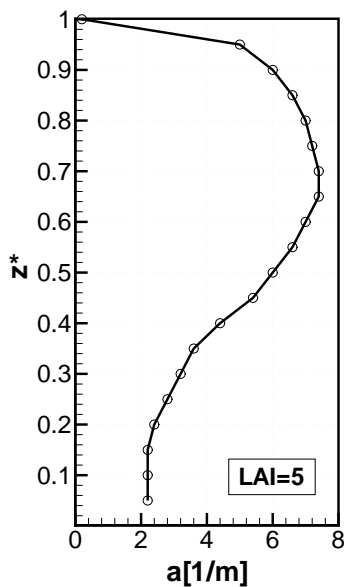


Abbildung 6.2: Vertikalprofil der lokalen Laubdichte a (engl. Leaf Area Density, LAD) für Laubflächenindex $LAI=5$. Höhenkoordinate z^* wurde mit der Baumhöhe $h_{veg}=20\text{m}$ normiert.

zum Tragen kommt. Hierbei sind $c_d=0.15$ der Widerstandskoeffizient, a die höhenabhängige, lokale Laubdichte (Abbildung 6.2) und $|\vec{U}|$ der lokale Geschwindigkeitsbetrag. Durch die vergleichbare Wirkung auf die Strömung kann der Bereich der Vegetation ($70\text{m} < x < 140\text{m}$ und $z < 20\text{m}$) gewissermaßen als poröses Medium verstanden werden. Sowohl die Parameter, als auch das angenommene Profil der lokalen Laubdichte $a(z)$ orientieren sich an den Arbeiten von Groß [1993] und Mix et al. [1994].

6.2.3 Instationarität des Windes

Die in den Tabellen 6.1 und 6.2 zusammengefassten Messdaten verdeutlichen die starke, räumliche und zeitliche Variabilität der Windgeschwindigkeit. Die Annahme einer im statistischen Mittel stationären Hintergrundströmung, wie dies im vorhergehenden Kapitel der Fall war, würde die geschilderte Situation nur unzureichend wiedergeben. Darüber hinaus würde eine derartige Vorgehensweise die Frage nach der geeigneten Wahl des für die Mittelung der Vertikalprofile zugrundeliegenden Zeitfensters aufwerfen.

In der Praxis wird für die numerische Behandlung instationärer Strömungsverhältnisse meist auf Einström- und Ausströmrandbedingungen zurückgegriffen. Am Einströmrand werden hierbei die instationären Strömungsgrößen explizit vorgegeben (*Dirichlet*-Formulierung). Für voll-entwickelte, turbulente Strömungen mit spektralen Eigenschaften eignet sich die Vorgehensweise jedoch nicht.

Dieser Unzulänglichkeit Rechnung tragend wurde ein eigens entwickeltes, alternatives Verfahren verwendet. Im Zusammenhang mit den lateral periodischen Randbedingungen wird entsprechend der Vorgehensweise der Vegetationsmodellierung, eine Anpassung der mittleren Strömung an die Messdaten mittels von Impulsquellen und -senken erreicht. Die Anpassung des Strömungsfelds erfolgt gemäß Gleichung (6.1) durch einen zusätzlichen Term F_i , der hier die Gestalt

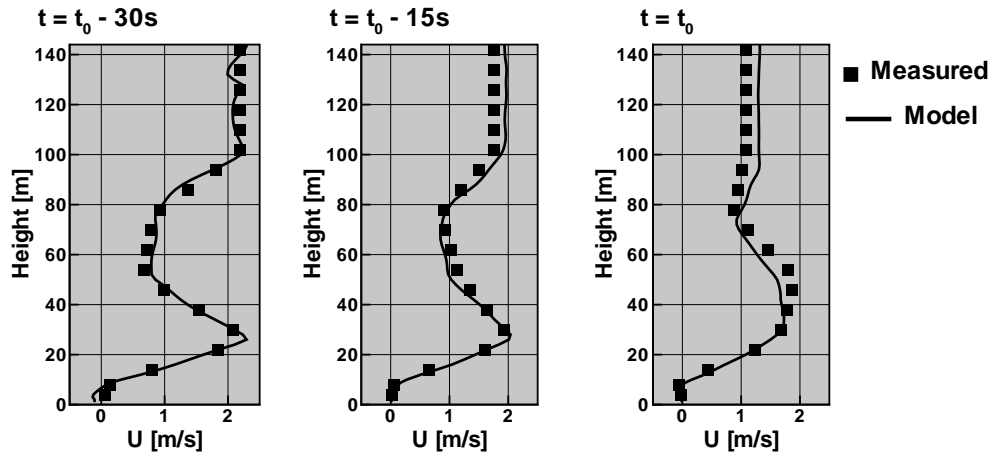


Abbildung 6.3: Vertikalprofile des Querwinds U bei $x = L_x$ von Simulation und Messung.

$$F_i = c_f w_f(x) \Delta u_i(z) \quad (6.3)$$

annimmt. Die Steuerung des Verfahrens erfolgt über die Differenz der vertikalen Geschwindigkeitsprofile $\Delta u_i(z)$ von Messung und Simulation. Hierzu sei angemerkt, dass die gemessenen Winddaten räumlich und zeitlichen interpoliert werden. Das Geschwindigkeitsprofil der Simulation wird bei $x = L_x$ durch Mittelung in axialer Richtung y bestimmt. Durch $w_f(x)$ wird F_i räumlich gewichtet, sodass die Wirkung an der Position des Wind-LIDARs $x = -30\text{m}$ maximal wird und stromaufwärts kontinuierlich in der Form $\exp^2(x - L_x)$ abnimmt. Um die Wirkung der Modellierung möglichst gering zu halten, wurde der Koeffizient c_f im Rahmen von Testläufen bestimmt, wobei das Kriterium die Übereinstimmung der Geschwindigkeitsprofile von Messung und Simulation war. Abbildung 6.3 verdeutlicht die Eignung des Verfahrens durch Vergleich der Geschwindigkeitsprofile von Messung und Simulation an der Position des LIDARs bei $x = -30\text{m}$ zu verschiedenen Zeiten t .

Um Mißverständnissen vorzubeugen, sei bereits an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass sich die in den Simulationen angenommene Windrichtung von der in Greenwood und Vaughan [1998] eher unpräzise angegebenen Windrichtung WNW (300°N) unterscheidet. Legitimiert wird dieses Vorgehen mit der gestellten Zielsetzung, wonach die Reproduktion des beobachteten Wirbelverhaltens an erster Stelle steht. Wie Testläufe zeigen, führt die Annahme der angegebenen Windrichtung zu hohen Advektionsgeschwindigkeiten, die eine Wechselwirkung der Wirbel mit der Baumgruppe verhindert. In den hier vorgestellten Simulationen wurde daher eine abweichende Windrichtung von 292°N angenommen. Ebenso muss darauf hingewiesen werden, dass auf eine Modellierung des Vertikalwinds gemäß Tabelle 6.2 verzichtet wurde, da vertikale Ausgleichsströmungen Gebiete nachhaltigen Aufwinds ohnehin verhindern würden.

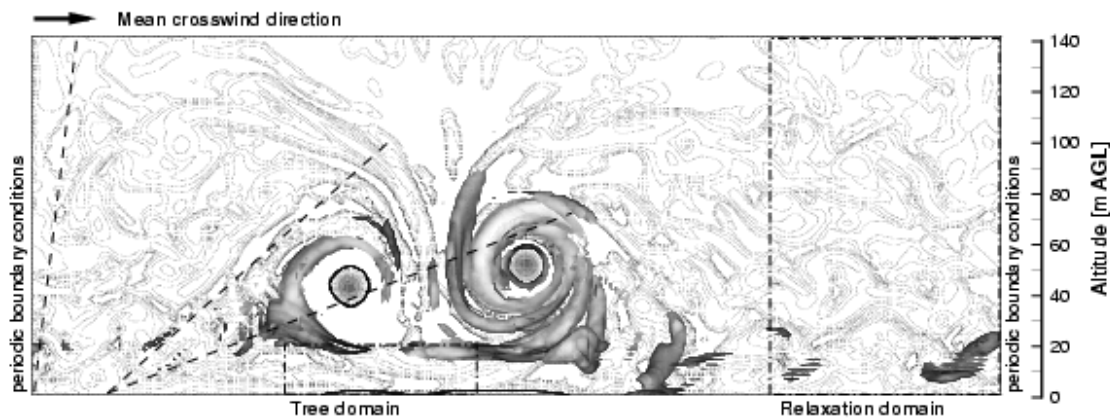


Abbildung 6.4: Isoflächen/Isolinien von $|\lambda_2|$ des Falls LH1 zum Zeitpunkt $t = 12:16:00$. Die als *tree domain* und *relaxation domain* gekennzeichneten Bereiche stellen die für die Modellierung der Vegetation und des instationären Windes beeinflussten Gebiete dar.

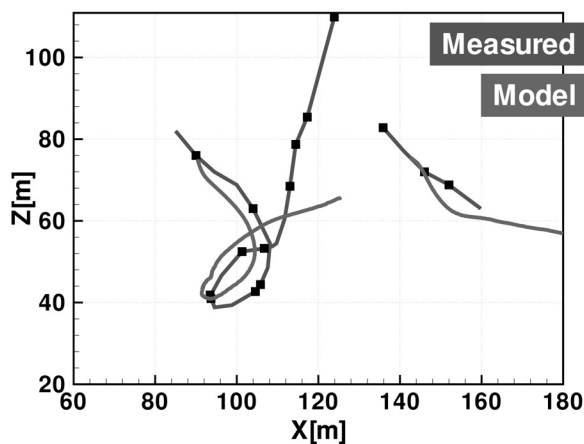


Abbildung 6.5: Trajektorienvergleich zwischen Messung und Simulation LH1: Vegetationsmodell, Axialwind.

6.3 Simulationsergebnisse und Vergleich mit Messung

Für den Fall mit Vegetationsmodellierung, jedoch ohne Axialwind (LH1) sind die anhand der Simulationsdaten ermittelten Wirbeltrajektorien gemeinsam mit den aus den Messdaten rekonstruierten Wirbeltrajektorien in Abbildung 6.5 dargestellt. Durch den Vergleich zwischen Simulation und Messung kann grundsätzlich festgestellt werden, dass die prinzipiellen Charakterzüge des Wirbeltransports wiedergegeben werden. Für die Simulation ist eine anfänglich höhere Absinkgeschwindigkeit beider Wirbel festzustellen. Die Richtungsumkehr des Lateraltransports des Luv-Wirbels wird ebenso übereinstimmend wiedergegeben.

Wie es das in Tabelle 6.1 angegebene, vertikale Windprofil bei $t = 12:15$ erwarten lässt, kommt es zu einer ausgeprägten Scherschicht in einer Höhe von $h \approx 25\text{m}$ über Grund. Die Scherschicht, die sich lateral über das gesamte Modellgebiet erstreckt, erweist sich als beson-

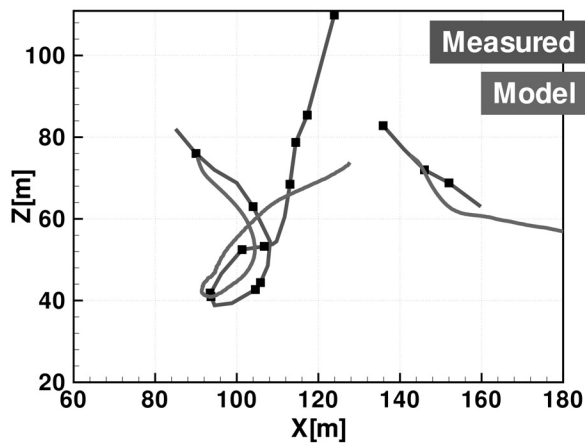


Abbildung 6.6: Trajektorienvergleich zwischen Messung und Simulation LH2: Vegetationsmodell, kein Axialwind.

ders intensiv im Bereich der Vegetation, die hier auch als Grenzschicht über porösem Medium angesehen werden kann. Durch die Annäherung des absinkenden Luv-Wirbels, kommt es zu einer Durchtrennung der Scherschicht in einen stromauf- und einen stromabliegenden Teil. Während der stromabliegende Teil der Scherschicht durch den Horizontalwind advehiert wird, lösen sich im Laufe der Simulationsdauer mehrfach Vorticityblasen aus dem stromaufliegenden Anteil der Scherschicht durch die Wechselwirkung mit dem Luv-Wirbel ab (Hofbauer [2002]).

Desweiteren ergibt sich luvseitig im Bereich der Baumgruppe ein Aufwindgebiet, da die Strömung das Gebiet der Vegetation als Hindernis erfährt und dieses teils durch-, teils überströmt. Ob nun die Wechselwirkung des Wirbels mit der Scherschicht oder aber vielmehr das Aufwindgebiet Auslöser für das Wiederaufsteigen ist, kann letztlich nicht eindeutig geklärt werden (siehe Zeitpunkt $t = 12:16:10$ UTC). Es bleibt jedoch zu vermuten, dass beide Einflussfaktoren hierzu beitragen.

Das Aufsteigen des Luv-Wirbels ist geprägt von starken Wechselwirkungen zwischen Primärwirbel sowohl mit aus der Scherschicht herausgelösten Vorticityblasen als auch mit sekundären Vorticity-Strukturen.

Berücksichtigt man den Axialwind (Fall LH2) so zeigt sich grundsätzlich ein ähnliches Verhalten von Primär- und sekundärer Vorticity (Abbildung 6.6). Der Wiederaufstieg ist geringfügig stärker und erreicht mit $h = 72\text{m}$ annähernd die Ausgangshöhe. Wie in Fall LH1, ist für den Wiederaufstieg eine höhere Advektionsgeschwindigkeit gegenüber der Messung festzustellen.

Ohne Modellierung der Baumgruppe (Fall LH3) ergibt sich hingegen ein anderes Verhalten (Abbildung 6.7). Unter nahezu konstanter Advektion sinkt der Luv-Wirbel bis auf eine Höhe von unter 20 Metern ab, was noch unter der für den scherfreien Fall theoretischen Wert von $b_0/2 = 23\text{m}$ liegt. In diesem Höhenbereich kommt der Bodeneinfluss voll zum Tragen und führt zu einem Stromaufwandern des Luv-Wirbels. Zu einem Wiederaufsteigen kommt es für den Rest der Simulation nicht.

Die Auswertung der Zirkulation Γ_{5-15} nach dem Verfahren von Hinton und Tatnall [1997], liefert für die untersuchten Fälle ähnliche Verläufe. Hiernach zeigt sich die zeitliche Änderung

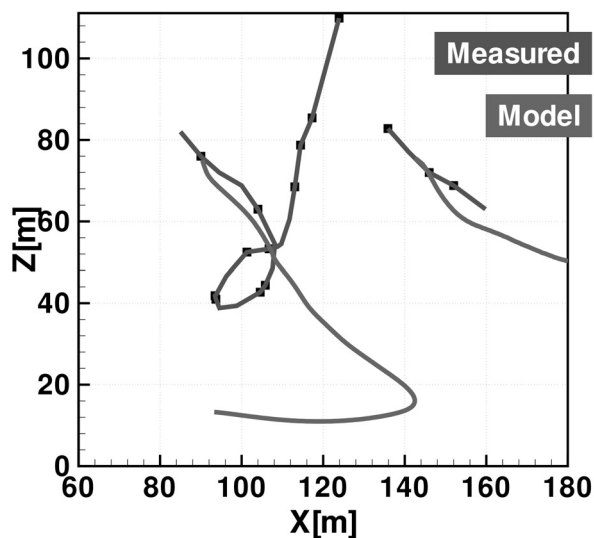


Abbildung 6.7: Trajektorienvergleich zwischen Messung und Simulation LH3: kein Vegetationsmodell, Axialwind.

$d\Gamma_{5-15}/dt$ als nahezu konstant und erreicht für Γ_{5-15}/Γ_0 zum Zeitpunkt $t = 60s$ Werte um 0.7. Die in den Messungen gefundene annähernd konstante Wirbelzirkulation bis $t = 70s$ wurde somit nicht reproduziert.

Es sei an dieser Stelle abermals darauf hingewiesen, dass der Winkel zwischen Horizontalwindvektor und dessen axialer Komponente mit 22° angenommen wurde. Die Angabe der Windrichtung mit WNW (Greenwood und Vaughan [1998]), die einen Windeinfallwinkel von 30° ergeben würde, erscheint eher ungenau. Im Vorfeld durchgeführte Testläufe ergaben kein Wiederaufsteigen für diesen Winkel, da beide Wirbel durch die Advektion des Winds schnell verlagert wurden und es somit nicht zu einer Wechselwirkung zwischen Primärwirbel und Baumgruppe kommen konnte. Diese Feststellung muss ebenso als Beleg für den signifikanten Einfluss der Baumgruppe auf das beobachtete Wirbelverhalten gedeutet werden.

6.4 Diskussion und Implikation

Das beobachtete Wiederaufsteigen des Luv-Wirbels wird in zwei von drei der untersuchten Fälle mit guter Näherung reproduziert. Der Grund der Übereinstimmung in diesen Fällen muss somit auf die Berücksichtigung der Baumgruppe durch das Vegetationsmodell zurückgeführt werden.

Bereits in den Vorlaufsimulationen entstehen oberhalb der Baumgruppe maximale Strömungsgeschwindigkeiten. Erklärt werden kann dieses durchaus typische Phänomen (Groß [1993]) dadurch, dass einerseits gerade in 20 bis 50 Metern Höhe Maximalwerte der Windgeschwindigkeit herrschten und andererseits, diese noch durch die Überströmung der Baumgruppe verstärkt werden. Die daraus resultierende Strahlströmung stellt eine mögliche Ursache für das Wiederaufsteigen des Luv-Wirbels dar.

Nach Annäherung des Luv-Wirbels an die Baumgruppe zeigen sich typische Phänomene der Wirbel-Boden-Wechselwirkung. Die Änderung der Vorticityschicht an der Oberkante des durch die Vegetationsmodellierung betroffenen Bereichs sowie das Ablösen von Vorticity-

blasen kann mit der Erzeugung und Interaktion von sekundärer Vorticity durch Wirbel in erhöhtem Bodeneffekt verglichen werden. Dass der Bereich der Vegetation als angehobener Boden zu betrachten ist, lässt sich auch aus der minimalen Wirbelhöhe von circa 40m über Grund und dem horizontalen Wirbeltransport in Luv-Richtung schließen. Für eine herkömmliche Wirbel-Boden-Wechselwirkung konnten dies Corjon und Poinso [1997] zeigen. Die Wirkung des durch die Überströmung der Baumgruppe erzeugten Aufwindgebiets auf den Wirbelaufstieg ist schwer zu quantifizieren.

Obgleich auf eine Modellierung des Vertikalwinds nach Tabelle 6.2 verzichtet wurde, konnte der Wirbeltransport in den beiden ersten Fällen reproduziert werden. Hieraus lässt sich folgern, dass das gemessene Aufwindgebiet nicht zwingend zum Wirbelaufstieg beigetragen haben muss.

Die Vergleiche der Fälle LH1 bis LH3 belegen, dass lokale, topografische Gegebenheiten, wie hier durch eine unter dem Gleitpfad befindliche Baumgruppe, entscheidenden Einfluss auf das Wirbelschleppenverhalten haben können. Hierbei muss die Baumgruppe im Wesentlichen als ein erhöhter Boden bzw. als poröses Medium verstanden werden. Phänomenologisch ist die Wechselwirkung des Primärwirbels mit Teilen der Scherschicht oberhalb der Baumgruppe praktisch vergleichbar mit der Wechselwirkung von Primärwirbeln und sekundär erzeugter Vorticity der Wirbel-Boden-Interaktion (IGE). Vor dem Hintergrund einer Optimierung der Staffelungskriterien muss der bodennahe Bereich differenziert betrachtet werden.

Kapitel 7

Schlußfolgerung und Ausblick

Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind der Transport und der Zerfall von Flugzeugwirbelschleppen unter dem Einfluss atmosphärischer Windscherung und Turbulenz. Die mittels numerischer Simulationen gewonnenen Erkenntnisse leisten einen Beitrag zum tieferen Verständnis der Wirbelschleppenentwicklung unter Schereinfluss und stellen die Grundlage einer Parametrisierung dar, die eine Echtzeit-Vorhersage des Wirbelverhaltens erlaubt.

Die in den vorhergegangenen Kapiteln dargestellten Resultate entstammen Simulationsrechnungen, welche durch die Methoden der direkten numerischen Simulation (DNS) und der Grobstruktursimulation (LES) realisiert wurden. Dabei spannen die behandelten Themenkomplexe einen weiten Bogen vom Wirbeltransport bei Windscherung über den Wirbelzerfall bei homogen-isotroper, homologer (homogen-anisotroper) und inhomogen-anisotroper atmosphärischer Turbulenz, bis hin zur Reproduzierbarkeit eines realen, im Rahmen der LIDAR-Messkampagne London-Heathrow gemessenen Szenarios. Des Weiteren werden auch Besonderheiten der jeweiligen Simulationsrechnungen und die methodischen Ansätze für eine angemessene Interpretation der Daten diskutiert.

Ausgehend von den klassischen Bilanzgleichungen für Masse und Impuls wird im dritten Kapitel die verwendete numerische Methode zur Simulation der Wirbelschleppe vorgestellt. Das numerische Verfahren, dessen Tauglichkeit bereits in zahlreichen Studien unter Beweis gestellt wurde, bewährt sich auch bei den hier durchgeführten Validierungsfällen. Ebenso muss die Übereinstimmung der in den danach folgenden Kapiteln erzielten Simulationsergebnisse mit sowohl numerischen als auch experimentellen Studien als Beleg für die Eignung der angewandten Methodik gewertet werden. Ein nicht zu vermeidender Nachteil des Verfahrens erwächst indessen aus der Forderung, alle zeitlichen und räumlichen Skalen in diskretisierter Form aufzulösen. Bedingt durch beschränkte Rechnerressourcen ist man bislang noch weit davon entfernt, dieser stringenten Anforderung nachzukommen, was bei der Interpretation der Simulationsergebnisse berücksichtigt werden muss. Nicht zuletzt deshalb wird der Auswahl der untersuchten Szenarien und den methodischen Aspekten eine wesentliche Gewichtung beigemessen.

Das vierte Kapitel widmet sich dem Wirbeltransport. Zu diesem Zweck werden laminare Fälle idealisierter Szenarien mittels numerischer Simulationen in zweidimensionalen Rechengebieten durchgeführt und analysiert. Es kann gezeigt werden, dass im Fall konstanter Scherung die Wirbel aufgrund ihrer wechselseitigen Induktionswirkung absinken, während sie gleich-

zeitig mit dem in der jeweiligen Höhe vorherrschenden Querwinden transportiert werden. Die Hypothese, wonach der Lateralimpuls der Hintergrundströmung innerhalb des *Kelvin-Ovals* konserviert würde und damit direkte Auswirkung auf den Lateraltransport des Wirbelpaars habe, kann falsifiziert werden. Stattdessen wird belegt, dass im Fall konstanter Scherung das *Biot-Savartsche* Gesetz – unter Berücksichtigung eines zusätzlichen Terms für den höhenabhängigen Querwind und den Bodeneffekt – eine akkurate Prognose des Wirbeltransports liefert. Hieraus darf jedoch nicht gefolgert werden, dass sich ähnlich präzise Vorhersagen des Wirbeltransports auch bei nicht-konstanter Scherung, wie beispielsweise bei Scherschichten, erzielen lassen.

Den naturgemäß komplexeren Windverhältnissen der atmosphärischen Grenzschicht Rechnung tragend, wird ferner die Wirkung von Scherschichten auf den Wirbeltransport untersucht. Die ausführliche, phänomenologische Diskussion der Ergebnisse liefert ein umfassendes Bild der auftretenden physikalischen Effekte. Es zeigt sich allerdings, dass Primärwirbel und Scherschicht in einer komplexen Weise interagieren, so dass es zweifelhaft erscheint, ob eine Beschreibung des Wirbelverhaltens durch eine einfache Parametrisierung möglich ist.

Eine Sensitivitätsstudie demonstriert die Empfindlichkeit der Wirbeltrajektorien bezüglich der Parameter *Scherschichtdicke* und *Geschwindigkeitsdifferenz*. Die Ergebnisse enthüllen keine eindeutige Abhängigkeit des vertikalen Wirbeltransports von auf den ersten Blick naheliegenden Einflussgrößen, wie der Scherschichtintensität oder dem Gradienten der Scherung. Dem gegenüber scheint der laterale Wirbeltransport, der auch bei Scherschichten primär durch Advektion bestimmt ist, leichter vorhersagbar. Wäre das Absinkverhalten der Wirbel bekannt, so könnte der Lateraltransport bei gegebenem Querwindprofil näherungsweise abgeschätzt werden. Hieraus ergibt sich die Möglichkeit, unter Annahme verschiedener Absinkhistorien, Grenzen für den lateralen Transport anzugeben. Daher verfügt die Optimierung der Flugzeugstaffelung basierend auf der Vorhersage der Wirbelverlagerung bei mittleren bis hohen Windgeschwindigkeiten über ein deutliches Potenzial. Eine interessante Feststellung ist des Weiteren, dass die auftretenden Vertikalgeschwindigkeiten der Wirbel offenbar eingegrenzt werden können. Dieser Sachverhalt könnte sich, nach Verifikation und Bestätigung durch weitere Untersuchungen, im Hinblick auf eine Modellierung des Wirbeltransports als nützlich erweisen. Belastbare Verallgemeinerungen über Wiederaufstieg bzw. Verlagerung von Flugzeugwirbeln lassen sich derzeit jedoch aufgrund der noch zu geringen Zahl verfügbarer Daten nicht treffen.

Die gewonnenen Erkenntnisse erlauben indes eine Beurteilung der Vorhersagegüte in der Literatur dokumentierter Wirbeltransportmodelle. Die auf der Punktwirbelmethode basierenden und zur Echtzeitvorhersage konzipierten Modelle offenbaren unbefriedigende Prognosegüten im Vergleich mit Ergebnissen höherwertiger Methoden (DNS, LES) bzw. experimenteller Messdaten. Als problematisch muss insbesondere die starke Abhängigkeit des prognostizierten Wirbeltransports von methodischen Aspekten der Modellierung, wie beispielsweise der Diskretisierung oder den Randbedingungen, angesehen werden. Dies führt zu einer Neubewertung der Möglichkeiten und Grenzen derartiger Modellierungsansätze. Verbesserungsvorschläge hinsichtlich der methodischen Vorgehensweise und der Behandlung der Randbedingungen, die zu einer verlässlicheren Prognose des Wirbeltransports füh-

ren könnten, werden genannt.

Im Vordergrund des fünften Kapitels steht der Zerfall der Wirbelschleppes unter Einfluss von Turbulenz und Scherung. Es kann erstmalig dargelegt werden, dass sich die bei Scherung häufig beobachteten unterschiedlichen Zerfallsraten der Wirbel auf eine asymmetrische Verteilung sogenannter sekundärer Vorticity-Strukturen zurückführen lassen. Diese umschließen den Wirbel, dessen Drehsinn (Vorticity) entgegen dem der Hintergrundscherung gerichtet ist, eng und führen so zu seiner Destabilisierung des Wirbels und einer erhöhten turbulenten Diffusion im Wirbelkernbereich. Die räumliche Korrelation der sekundären Vorticity-Strukturen mit Bereichen hoher Enstrophie kann als Indiz gewertet werden, dass die Entstehung der sekundären Vorticity-Strukturen dem Mechanismus der Wirbelfadenstreckung unterliegt. Der eindeutige Nachweis kann jedoch erst durch die Darstellung der relativen Helizität, der sekundären Vorticity-Strukturen und der Terme für *vortex stretching* und *vortex tilting* der Wirbeltransportgleichung in einem natürlichen Koordinatensystem erbracht werden.

Der durchgeführte Vergleich des Wirbelzerfalls in gescherten und ungescherten turbulenten Umgebungen deutet darauf hin, dass bei Scherung mit erhöhten Lebenszeiten der Wirbel gerechnet werden muss. Dieser Sachverhalt kann durch die Analyse normierter Dissipationsraten der turbulenten kinetischen Energie untermauert werden und stellt ein wichtiges Ergebnis dieser Arbeit dar. Die Gültigkeit theoretisch und empirisch gewonnener Gesetzmäßigkeiten, die einen Zusammenhang zwischen der charakteristischen Zeitskala zweiphasigen Wirbelzerfalls und der Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie herstellt, bleibt somit auf Szenarien geringer Windscherung beschränkt. Es zeigt sich allerdings auch, dass die ermittelten Zirkulationshistorien nicht in Einklang mit dem Wirbeltransport im Sinne des *Biot-Savartschen* Gesetzes zu bringen sind. Hierauf basierende Wirbeltransportmodelle müssen dementsprechend kritisch betrachtet werden.

Bisher unbeantwortet bleibt auch die Frage, wie durch Modelle die räumliche Variabilität der Wirbelposition und der Wirbelzirkulation entlang der Wirbelachse erfasst werden kann. Diesbezüglich wird die Bedeutung früher, großskaliger Störungen der Wirbelachse auf sowohl die zeitliche als auch die räumliche Entwicklung der Wirbelschleppes durch eine Gegenüberstellung zweier vergleichbarer Szenarien hervorgehoben. Wirbelkernplatzen, als zweitem wichtigen Mechanismus der Wirbelalterung, ist zumindest ansatzweise in allen geschilderten Fällen zu beobachten, wobei, in Übereinstimmung mit anderen Arbeiten, eine zunehmende Ausprägung dieses Instabilitätsmechanismus mit zunehmender Turbulenzintensität zu verzeichnen ist.

Ein Modellierungsansatz, der den Wirbelzerfall mit dem Wirbeltransport verknüpft, wird anhand der gewonnenen Erkenntnisse bewertet und erweist sich als nicht praxistauglich. So kann plausibel dargelegt werden, dass Wirbelpaarkippen bei jedweder Scherung eintritt, ein Wiederaufsteigen eines oder beider Wirbel jedoch durch die Modellierung auf jeden Fall verhindert wird. Das prognostizierte Verhalten steht damit in grundlegendem Widerspruch zu den Ergebnissen dieser Arbeit. Es kann argumentativ dargelegt werden, dass selbst die Kenntnis des Zirkulationsverlaufs nicht unmittelbar zu einer präzisen Vorhersage des Wirbeltransports führen kann, wodurch prinzipieller Zweifel an dem vorgestellten Verfahren ange-

bracht erscheint.

Der im Rahmen der LIDAR-Messkampagne von London-Heathrow 1994/95 gemessene und häufig zitierte Fall eines wiederaufsteigenden Wirbels ist Gegenstand des sechsten Kapitels. Die Ursachen für das außergewöhnliche und aus Sicht der Flugsicherheit bedeutende Verhalten des Wirbels waren bisher umstritten. Das erklärte Ziel der Untersuchungen war die Frage, unter welchen Bedingungen sich dieses Verhalten reproduzieren lässt. Diese inverse Vorgehensweise begründet und legitimiert sich durch Unsicherheiten der meteorologischen Daten. Die Ergebnisse können belegen, dass die Berücksichtigung und Modellierung einer Baumgruppe im Rahmen der Untersuchungen ausschlaggebend für den Wiederaufstieg des Luv-Wirbels war. Die Vegetationsmodellierung wirkt sich gleich in mehrfacher Hinsicht auf das Strömungsfeld aus, was eine eindeutige Interpretation hinsichtlich Ursache und Wirkung der verschiedenen Einzeleffekte auf das Ergebnisse erschwert. So zeigen sich einerseits offensichtliche Ähnlichkeiten mit der Wechselwirkung zwischen einem Wirbelpaar und dem Boden, durch das Auftreten von sekundär erzeugter Vorticity. Andererseits ist durch die Überströmung der Baumgruppe ein Aufwindgebiet und gleichzeitig eine Intensivierung einer in dieser Höhe vorherrschenden Strahlströmung zu verzeichnen. Welcher der beobachteten Einzeleffekte letztendlich hauptverantwortlich für das Wirbelschleppenverhalten ist, kann infolge der immanenten Komplexität des untersuchten Falls nicht ermittelt werden. Vor diesem Hintergrund müssen topologische Effekte des bodennahen Bereichs eine gesonderte Beachtung bei der Vorhersage durch ein operationelles Modell finden.

Eine zusammenfassende Bewertung der erzielten Ergebnisse verdeutlicht, dass es mit der verwendeten, numerischen Methode möglich ist, ebenso grundlegende wie wichtige Aspekte des Wirbelschleppenverhaltens zu untersuchen. Die vorgestellten Ergebnisse belegen eine deutlich höhere Komplexität des Wirbelschleppenverhaltens bei Windscherung im Vergleich zu anderen meteorologischen Einflussparametern. Hierin begründet sich die Tatsache, dass man gegenwärtig noch weit davon entfernt ist, das Wirbelschleppenverhalten durch einen Modellansatz der operationellen Vorhersage zugänglich zu machen. Grundsätzlich zeigen die bewerteten Modelle zwar ihre konzeptionelle Eignung, um typische Phänomene wie das Wirbelpaarkippen oder das Wiederaufsteigen von Wirbeln qualitativ richtig wiederzugeben, die Vorhersage des Vertikaltransports stellt sich jedoch als nicht sonderlich akkurat heraus.

Durch die vorliegende Arbeit wird gezeigt, dass numerische Untersuchungen, einen wertvollen Beitrag zu einem tieferen Verständnis des Wirbelschleppenverhaltens leisten können. Damit ist das Potential und der Bedarf an solchen Arbeiten jedoch keineswegs erschöpft. Stattdessen spiegelt die Reihe der offenen Fragestellungen die Notwendigkeit weiterführender Untersuchungen wider. Beispielsweise könnte aufbauend auf der durchgeführten Sensitivitätsstudie der Parameterraum systematisch erweitert werden. Ebenso interessant wäre eine Aussage über die Lebenszeiten der Wirbel bei veränderten Scherraten. Da die Erforschung des Einflusses von Windscherung auf Wirbelschleppen noch am Anfang steht, sind grundsätzlich eine Vielzahl von Untersuchungen sinnvoll, die zur einer umfassenderen Datenbasis beitragen.

Aus Feldmessungen gewonnenes Datenmaterial mit ausgeprägten Scherfällen ist praktisch nicht verfügbar, aber wünschenswert. Um eine Sicherheit im Umgang mit Vorhersagemodellen zu erreichen, ist eine breite Datenbasis für die Validierung unentbehrlich. Hierbei sind

gerade Situationen von seltenen, extremen Ereignissen, wie bei dem behandelten Fall von London-Heathrow, von besonderer Bedeutung, da sie die Vielfalt der möglichen Einflussgrößen und Wechselwirkungen aufzeigen.

Hinsichtlich der Modellierung des Wirbelschleppenverhaltens bleibt zu untersuchen, inwieweit die ausgesprochenen Empfehlungen zu einer Verbesserung der Vorhersagegüte beitragen. Neben Ergebnissen von Feldmessungen könnten auch die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit zu deren Validierung herangezogen werden.

Anhang A

Nomenklatur

Die Nomenklatur erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Sie soll vielmehr nur die wichtigsten Symbole erklären, die über grössere Textpassagen hinweg Verwendung finden. Ansonsten sei auf die Definition der Symbole im laufenden Text verwiesen. Über doppelt auftretende lateinische Indices wird nach der *Einsteinschen* Summenkonvention summiert. Die Koordinaten von Vektoren und Tensoren beziehen sich in der Regel auf ein kartesisches Koordinatensystem.

Lateinische Formelzeichen

a	Laubflächendichte (<i>leaf area density</i>), [m^{-1}]
A	Fläche, [m^2]
$A_{ij} = \Omega_{ij}$	Anisotroper Anteil des <i>Reynolds'schen</i> Spannungstensors
AD	Advektionsterm der Impulsbilanzgleichung, [ms^{-2}]
B, b	Flugzeugspannweite, Wirbelabstand, [m]
$b_0 \simeq B \pi/4$	Theoretischer, anfänglicher Wirbelabstand und Normierungsgröße der Länge, [m]
C_{DV}	viskoser Widerstandskoeffizient bei Querwindeinfluss, [–]
$c_{(\dots)}$	Koeffizienten des <i>LES</i> -Schiebungssystems (<i>siehe Anhang B</i>)
$c_d = 0.15$	Widerstandskoeffizient (<i>drag coefficient</i>), [–]
C_u	Impulsflusskoeffizient, [–]
$D_{ij} = 2 S_{ij}$	Deformationstensor, [s^{-1}]
$e = 0.5 \langle u_i u_i \rangle$	turbulent kinetische Energie, [$m^2 s^{-2}$]
$g = 9.81$	Erdbeschleunigung, [ms^{-2}]
$F = \vec{\omega} \cdot \vec{\omega}$	Enstrophie, [s^{-2}]
F_i	<i>Forcing</i> -Term des Vegetations- und Windmodells, [$kg m^{-2} s^{-1}$]
$h = \vec{u} \cdot \vec{\omega}$	Helizität, [ms^{-2}]
L	Länge, [m]

L_i	$= (L_x, L_y, L_z)$	Größe des Modellgebiets, [m]
LAI		Laubflächenindex (<i>leaf area index</i>), [-]
p		statischer Druck, [$kg\ m^{-1}\ s^{-2}$]
Re	$= \Gamma/v$	<i>Reynoldszahl</i> , [-]
r, r_c		Radius, Wirbelkernradius, [m]
rh	$= h / (\vec{u} \vec{\omega})$	Relative Helizität, [-]
S_{ij}		Symmetrischer (isotroper) Anteil des Spannungstensor, [s^{-1}]
S_u		Koeffizient der Schiefe von $\partial u' / \partial x$, [-]
t		Zeitkoordinate, [s]
T^*	$= t w_0 / b_0$	Zeit bis zum Einsetzen des <i>schnellen Wirbelzerfalls</i> , [-]
\vec{u}	$= u_i = (u, v, w)$	Strömungsgeschwindigkeit, [ms^{-1}]
\vec{U}	$= U_i = (U, V, W)$	Geschwindigkeit der Hintergrundströmung, [ms^{-1}]
V_θ		Azimuthalgeschwindigkeit eines Wirbels, [ms^{-1}]
V_∞		Geschwindigkeit des Flugzeugs, [ms^{-1}]
w_0	$= \Gamma_0 / (2\pi b_0)$	Theoretische, anfängliche Absinkgeschwindigkeit und Normierungsgröße der Geschwindigkeit, [ms^{-1}]
\vec{x}	$= x_i = (x, y, z)$	kartesische Raumkoordinaten, [m]
z		Höhe, [m]

Griechische Formelzeichen

β	$\simeq 1.2564$	Wirbelparameter, [-]
δ		Scherschichtdicke, [m]
δ_{ij}		<i>Kroneckersymbol</i> , [-]
Γ	$= \oint \vec{u} \cdot d\vec{C}$	Zirkulation, [$m^2 s^{-1}$]
Δx_i	$= (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$	Maschenweite, [m]
ε		Turbulente (Eddy-)Dissipationsrate, [$m^2 s^{-3}$]
ε^*	$= (\varepsilon b_0)^{1/3} / w_0$	Entdimensionalisierte Dissipationsrate, [-]
η		<i>Kolmogorovsches</i> Längenmaß, [m]
λ_2		Wirbelidentifikationswert, [s^{-2}]
ν		kinematische Viskosität, [$m^2 s^{-1}$]
$\kappa, \vec{\kappa}$		Wellenzahl, Wellenzahlvektor, [m^{-1}]
ρ		Luftdichte, [$kg\ m^{-3}$]

τ	$= \ell / u_{rms}$	makroskopische Zeitskala der Turbulenz, [s]
τ_{ij}		
σ	$= \partial U / \partial z$	Scherzahl der vertikalen Windscherung, [s ⁻¹]
Φ_{ij}	$= \omega_i \omega_j$	Enstrophietensor, [s ⁻²]
Ψ		Stromfunktion, [-]
Ω_{ij}		Unsymmetrischer (anisotroper) Anteil des Spannungstensor
$\vec{\omega}$	$= \nabla \times \vec{u}$	Vorticity (Wirbelstärke), [s ⁻¹]

Sonstige Zeichen

ℓ	integrale Länge der Turbulenz, [m]
ℓ_{sgs}	charakteristische Länge der subskaligen Turbulenz, [m]

Obere und untere Indizes

$\square^{(0)}$	zum Zeitpunkt $t = 0$
$\square_{(0)}$	Anfangswert bzw. bei $z = 0$ (Boden)
\square'	Fluktuation, Abweichung vom Mittelwert
\square''	Wert des subskaligen Schließungsansatzes
\square^*	mit w_0 und b_0 normierte Größe
\square_{rms}	Quadratwurzel der Varianz einer Schwankungsgröße
\square_{ref}	Referenzgröße

Operatoren

$\langle \square \rangle$	Mittelungsoperator
$O(\square)$	von der Ordnung
$ \square $	Betrag eines Skalars/Länge eines Vektors
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	Skalarprodukt
$\vec{a} \times \vec{b}$	Kreuzprodukt
$\nabla \square$	Nabla-Operator
$D\square/Dt$	individuelle Zeitableitung $\partial \square / \partial t + \partial (u_j \square) / \partial x_j$

Verwendete Bezeichnungen und Abkürzungen

AD	Advektion, Advektionsterm
ATC / ATM	Air Traffic Control / Air Traffic Management
CERFACS	Centre Europeen de Recherche et de Formation Avancee en Calcul Scientifique, F (URL: http://www.cerfacs.fr/)
DF	Diffusion, Diffusionsterm
FAA	US Federal Aviation Administration (US Luftfahrtbehörde) (URL: http://www.faa.gov/)
HIT	Homogen-isotrope Turbulenz
HOT	Homologe Turbulenz
ICAO	International Civil Aviation Organization (URL: http://www.icao.org/)
IFR	Instrumental Flight Rules (Instrumentenflugrichtlinien)
IGE	In Ground Effect (Bodeneffekt $z < b_0$)
LES	Grobstruktursimulation (Large-Eddy Simulation)
LH	Messkampagne von <i>London-Heathrow, UK</i>
LIDAR	Light Detection and Ranging (Messtechnik)
LS	Laminare Strahlströmung
MESOSCOOP	Mesoskaliges Strömungs- und Konvektionsmodell Oberpfaffenhofen
MSL	Normal-Null (<i>Mean Sea Level</i>)
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NATS	National Air Traffic Services, London, UK
NTSB	National Transportation Safety Board
ONERA	Office National d'Etude et de Recherche Aeronautiques, F (URL: http://www.onera.fr/)
QINETIQ	Qinetiq Ltd., Farnborough, UK (URL: http://www.qinetiq.com/) <i>ehemals</i> : U.K. Defence Evaluation Research Agency (DERA)
SVS	Sekundäre Vorticity Strukturen
SYAGE	Systeme Anticipatif de Gestion des Espacesmets
TS	Turbulente Strahlströmung
UTC	Universal Time Coordinated (Koordinierte Weltzeit)
VFR	Visual Flight Rules (Sichtflugrichtlinien)

Anhang B

Simulationsverzeichnis

Wirbelschleppenparameter untersuchter Flugzeugtypen

Flugzeugtyp	$\Gamma^{(0)}$ (m^2/s)	$b^{(0)}$ (m)	w_0 (ms^{-1})	$r_c^{(0)}$ (m)
Boeing B-727	250	24	1.658	3
Boeing B-747	565	46	1.955	4

Tabelle B.1: Anfängliche Wirbelkenngrößen untersuchter Flugzeugtypen. Zirkulation Γ_0 und Wirbelabstand b_0 entsprechen den theoretischen Werten. Der Wirbelkernradius $r_c^{(0)}$ ist auflösungsbedingt um den Faktor 2...4 größer als der in der Realität auftretende Wert.

zu Kapitel 3

Bez.	Gebietsgröße $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$	$n_x \times n_y \times n_z$ (m, m, m)	dt (s)	ν (m^2/s)	Bemerkung
KW1	$64 \times 1 \times 64$	$64 \times 1 \times 64$	0.01	0.114	Direkte Numerische Simulation, Abb. 3.2
KW2	$64 \times 1 \times 64$	$64 \times 1 \times 64$	0.01	0.114	Grobstruktursimulation, Abb. 3.4
EPS1	$128 \times 128 \times 128$	$128 \times 128 \times 128$	0.01	0.114	
EPS2	$128 \times 128 \times 128$	$128 \times 128 \times 128$	0.01	0.036	Abbildung 3.3
EPS3	$128 \times 128 \times 128$	$128 \times 128 \times 128$	0.01	0.011	Abbildung 3.3

Tabelle B.2: Verzeichnis der in Kapitel 3 durchgeführten Simulationen zum Kernwachstum KW1 (direkte numerische Simulation), KW2 (Grobstruktursimulation) und zur Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ε (EPS1 bis EPS3).

zu Kapitel 4

Bez.	Gebietsgröße $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$	$n_x \times n_y \times n_z$ (m, m, m)	dt (s)	ν (m^2/s)	Bemerkung
KS	$256 \times 1 \times 128$	$256 \times 1 \times 128$	0.01	0.114	Konstante Scherung, Abb. 4.2, Abb. 4.3
SS	$512 \times 1 \times 256$	$512 \times 1 \times 256$	0.01	0.114	Scherschicht, Abb. 4.4–4.7, Glng (4.1)

Tabelle B.3: Verzeichnis der in Kapitel 4 durchgeführten Simulationen zum Einfluss konstanter Scherung KS und Scherschicht SS. Durch die Sensitivitätsstudie (Abschnitt 4.3.2) umfaßt SS insgesamt 12 Szenarien.

zu Kapitel 5

Bez.	Gebietsgröße $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$	$n_x \times n_y \times n_z$ (m, m, m)	dt (s)	Re_Γ (–)	σ^* (–)	Bemerkung
HIT	$384 \times 206 \times 256$	$384 \times 64 \times 256$	0.010	2200	—	homogen-isotrope Turbulenz
HOT1	$384 \times 206 \times 256$	$384 \times 64 \times 256$	0.010	2200	1.	homologe Turbulenz
HOT2	$384 \times 206 \times 256$	$384 \times 64 \times 256$	0.010	2200	1.	wie HOT1, Variation der Wirbelposition
TS1	$256 \times 96 \times 96$	$256 \times 64 \times 128$	0.010	4400	Glng. (5.1)	turb. Strahlströmung
TS2	$256 \times 96 \times 96$	$512 \times 128 \times 256$	0.005	4400	Glng. (5.1)	turb. Strahlströmung, hohe Auflösung
TS3	$256 \times 96 \times 96$	$256 \times 64 \times 128$	0.010	4400	Glng. (5.1)	turb. Strahlströmung, schwache Turb.
LS	$256 \times 96 \times 96$	$256 \times 64 \times 128$	0.010	4400	Glng. (5.1)	Laminare Strahlströmung

Tabelle B.4: Verzeichnis der in Kapitel 5 durchgeführten direkt numerischen Simulationen. Wirbelparameter entsprechen Flugzeugtyp Boeing B-727.

zu Kapitel 6

Bez.	Gebietsgröße $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$	$n_x \times n_y \times n_z$ (m, m, m)	dt (s)	ν (m^2/s)	Bemerkung
LH1	$384 \times 32 \times 144$	$384 \times 32 \times 144$	0.01	0.114	Vegetation, Axialwind, Abb. 6.4, 6.5
LH2	$384 \times 32 \times 144$	$384 \times 32 \times 144$	0.01	0.114	Vegetation, kein Axialwind, Abb. 6.6
LH3	$384 \times 32 \times 144$	$384 \times 32 \times 144$	0.01	0.114	keine Vegetation, kein Axialwind, Abb. 6.7

Tabelle B.5: Verzeichnis der in Kapitel 6 durchgeführten Simulationen zum Fall London-Heathrow.

Literaturverzeichnis

- Ash, R. L., C. Zheng und G. C. Greene, 1994: Cross wind effects on turbulent aircraft wake vortices near the ground. *25th AIAA Fluid Dynamics Conf., Colorado Springs, Co, AIAA-94-2381*.
- Bilanin, A. J., M. E. Teske und J. E. Hirsh, 1978: Neutral atmospheric effects on the dissipation of aircraft wakes. *J. Aircraft*, **16**, 956–961.
- Brashears, M. R., N. A. Logan und J. N. Hallock, 1975: Effect of wind shear and ground plane on aircraft wake vortices. *J. Aircraft*, **12**, 830–833.
- Burnham, D. C., 1972: Effect of ground wind shear on aircraft trailing vortices. *AIAA Journal*, **10**, 1114–1115.
- Chorin, A. J., 1993: *Vorticity and Turbulence*. Springer-Verlag.
- Corjon, A. und T. Poinso, 1996: Vortex model to define safe aircraft separation distances. *J. Aircraft*, **33**, 547–553.
- Corjon, A. und T. Poinso, 1997: Behavior of wake vortices near ground. *J. Aircraft*, **35**, 849–855.
- Cox, C., M. Fairbanks und R. McCulloch, 1992: Functional design specification of a model of aircraft wake vortices. Technical Report TR-92/232/1.0, SMITH.
- Crow, S. C., 1970: Stability theory for a pair of trailing vortices. *AIAA Journal*, **8**, 2172–2179.
- Crow, S. C. und E. R. Bate, 1976: Lifespan of trailing vortices in a turbulent atmosphere. *J. Aircraft*, **13**, 476–482.
- Darracq, D., A. Corjon und H. Moet, 2000: Ground and shear layer effects on wake vortices vortices. Amsterdam, The Netherlands.
- Darracq, D., H. Moet und A. Corjon, 1999a: Cerfacs contribution to WAVENC project. Technical report, Centre Européen de Recherche et de Formation Avancée en Calcul Scientifique, Toulouse, France.
- Darracq, D., H. Moet und A. Corjon, 1999b: Effects of crosswind shear and atmospheric stratification on aircraft trailing vortices. *37th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, AIAA-99-0985*.

- Donaldson, C. D. und A. Bilanin, 1976: Vortex wakes of conventional aircraft. *AGARDograph*.
- Ferziger, J. H., 1981: *Numerical Methods for Engineering Applications*. Engineering Mathematics. John Wiley & Sons, Inc.
- Fischer, T., 1997: Wavelet-Transformation von instationären Wirbeln und turbulenten Strömungsvorgängen, Diplomarbeit, Institut für Aerodynamik und Gasdynamik, Universität Stuttgart.
- Friedrich, R. und W. Rodi, 2002: *Advances in LES of Complex Flows—Proceedings of the EUROMECH Colloquium 412*. Kluwer Verlag.
- Garratt, J. R., 1992: *The atmospheric boundary layer*. Cambridge University Press.
- Gerz, T., 1987: *Direkte Simulation stabil geschichteter, homogen-turbulenter Scherströmungen*. Dissertation, Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München.
- Gerz, T., F. Holzäpfel und D. Darracq, 2002: Commercial aircraft wake vortices. *Prog. Aero-sp. Sci., in press*.
- Gerz, T. und U. Schumann, 1989: *Influence of initial conditions on the development of stratified homogeneous turbulent shear flows*, Band 25 von *Notes on Numerical Fluid Mechanics, Finite Approximations in Fluid Mechanics II*. Friedr. Vieweg & Sohn.
- Green, S. I., 1995: *Fluid Vortices*, Band 30 von *Fluid Mechanics and its Applications*. Kluwer Academic Publishers.
- Greene, G. C., 1986: An approximate model of vortex decay in the atmosphere. *J. Aircraft*, **23**, 566–573.
- Greenwood, J. S. und J. M. Vaughan, 1998: Measurements of aircraft wake vortices at Heathrow by laser doppler velocimetry. *Air Traffic Control Quarterly*, **6**, 179–203.
- Groß, G., 1993: *Numerical Simulation of Canopy Flows*, Band 12 von *Series in Physical Environment*. Springer-Verlag.
- Hallock, J. N., G. C. Greene und D. C. Burnham, 1998: Wake vortex research – a retrospective look. *Air Traff. Contr. Q.*, **6**, 161–178.
- Han, J., Y.-L. Lin, S. P. Arya und F. Proctor, 1999: Large eddy simulation of aircraft wake vortices in a homogeneous atmospheric turbulence: Vortex decay and descent. *AIAA Paper 99-0756*.
- Han, J., Y.-L. Lin, D. G. Schowalter, S. P. Arya und F. H. Proctor, 2000: Large eddy simulation of aircraft wake vortices within homogeneous turbulence. *AIAA Journal*, **38**, 292–300.
- Hecht, A. M., A. J. Bilanin und J. E. Hirsh, 1981: Turbulent trailing vortices in stratified fluids. *AIAA Journal*, **19**, 691–698.

- Hinton, D. A. und C. R. Tatnall, 1997: A candidate wake vortex strength definition for application to the NASA aircraft wake vortex spacing system (AVOSS). Technical Memorandum 110343, NASA Langley Research Center, Hampton, VA, USA.
- Hinze, J. O., 1959: *Turbulence*. McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering. McGraw-Hill Book Company Inc.
- Hofbauer, T., 2002: Wake vortex behaviour in the sheared boundary layer. Dokument verfügbar über URL <http://pa.op.dlr.de/wirbelschleppe/shear>.
- Hofbauer, T. und T. Gerz, 1999: Effect of nonlinear shear on the dynamics of a counter-rotating vortex pair. In *Proceedings for the 1st Int'l Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, Seiten 888–893.
- Hofbauer, T. und T. Gerz, 2000: Shear-layer effects on the dynamics of a counter-rotating vortex pair. *AIAA Paper 2000–0758*. In 38th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.
- Holzäpfel, F. und T. Gerz, 1999: Two-dimensional wake vortex physics in the stably stratified atmosphere. *Aerosp. Sci. Technol.*, **3**, 261–270. In 38th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.
- Holzäpfel, F., T. Gerz und R. Baumann, 2001a: The turbulent decay of wake vortices in the stably stratified atmosphere. *Aerosp. Sci. Technol.*, **5**, 95–108. In 38th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.
- Holzäpfel, F., T. Gerz, M. Frech und A. Dörnbrack, 2000: Wake vortices in a convective boundary layer and their influence on following aircraft. *J. Aircraft*, **37**.
- Holzäpfel, F., T. Hofbauer, D. Darracq, H. Moet, F. Garnier und G. C. Ferreira, 2001b: Wake Vortex Evolution and Decay Mechanisms in the Atmosphere. Proceedings of 3rd ONERA-DLR Aerospace Symposium, Paris, France, 20.-22. June. *subm. to Aerosp. Sci. Technol.*
- Holzäpfel, F., T. Hofbauer, T. Gerz und U. Schumann, 2001c: Aircraft wake vortices. In *Proceedings of the EUROMECH Colloquium No. 412 on LES of complex transitional and turbulent Flows*. Kluwer Press.
- ICAO, 1999: International Civil Aviation Organization; <http://www.icao.org/>, News release, Montreal, Canada.
- Jacquín, L., D. Fabre, P. Geffroy und E. Coustols, 2001: The properties of a transport aircraft wake in the extended near field : An experimental study. *AIAA Paper 2001–1038*.
- Jeong, J. und F. Hussain, 1995: On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.*, **285**, 69–94.
- Kolmogorov, A. N., 1941: The local structure of turbulence in compressible viscous fluids for very large reynolds numbers. *Compt. Rend. Akad. Nauk SSSR*, **30**, 301–305.
- Köpp, F., 1994: Doppler lidar investigation of wake vortex transport between closely spaced parallel runways. *AIAA Journal*, **32**, 805–810.

- Krettenauer, K., 1991: *Numerische Simulation turbulenter Konvektion über gewellten Flächen*. Dissertation, Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München.
- Leonard, A., 1980: Vortex methods for flow simulation. *J. Comp. Phys.*, **37**, 289–335.
- Lissaman, P. B. S., S. C. Crow, P. B. MacCready, I. Tombach und E. R. B. Jr., 1973: Aircraft wake vortex descent and decay under real atmospheric effects. Technical Report FAA-RD-73-120, AeroVironment, Inc.
- Liu, C. H. und L. Ting, 1987: Interaction of decaying trailing vortices in spanwise shear flows. *Computers and Fluids*, **15**, 77–92.
- Liu, H. T., 1992: Effects of ambient turbulence on the decay of a trailing vortex wake. *J. Aircraft*, **29**, 255–263.
- Maaß, C., 1996: *Numerische Simulation turbulenter Strömungen über welligen Wänden*. DLR-Forschungsbericht 96–21, Dissertation, Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München.
- Meleshko, V. V., A. A. Gurzhi, A. Dörnbrack, T. Gerz, F. Holzäpfel und T. Hofbauer, 2001: Interaction of two-dimensional trailing vortex pair with a shear layer. *International Applied Mechanics*, **37**, 948–957.
- Mix, W., V. Geldberg und K.-H. Bernhardt, 1994: Numerical experiments with different approaches for boundary layer modeling under large-area forest canopy conditions. *Meteorolo. Zeitschrift*, **3**, 187–192.
- Moët, H., D. Darracq, F. Laporte und A. Corjon, 2000: Investigation of ambient turbulence effects on vortex evolution using LES. *AIAA Paper 2000-0756*.
- Moin, P. und K. Mahesh, 1998: Direct numerical simulation : A tool in turbulence research. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **30**, 539–578.
- Mokry, M., 1999: Numerical simulation of aircraft trailing vortices in an interactive graphics environment. *AIAA 99-0827*.
- Mokry, M., 2001: Numerical simulation of aircraft trailing vortices interacting with ambient shear or ground. *J. Aircraft*, **38**, 636–643.
- NTSB, 1994: National Transportation Safety Board; <http://www.ntsb.gov/>, NTSB-Dokument : LAX94FA073.
- Oseen, C. W., 1912: Über Wirbelbewegungen in einer reibenden Flüssigkeit. *Mat. Astron. Fys.*, **7**.
- Pereira, J. C. F., A. Corjon, D. Darracq, T. Gerz, F. Holzäpfel und T. Hofbauer, 1999: Numerical simulations of wake vortex evolution, assessment of numerical methods and models. Technical Report BRPR-CT97-0593, Wake Vortex Evolution and Wake Vortex Encounter.

- Press, W. H., B. P. Flannery, S. A. Teukolsky und W. T. Vetterling, 1992: *Numerical Recipes*. Cambridge University Press.
- Proctor, F. H., 1998: The NASA-Langeley wake vortex modelling effort in support of an operational aircraft spacing system. *AIAA Paper 98-0589*.
- Proctor, F. H., D. A. Hinton, J. Han, D. G. Schowalter und Y.-L. Lin, 1997: Two dimensional wake vortex simulations in the atmosphere: Preliminary sensitivity studies. *AIAA Paper 97-0056*, NASA Langley. In 35th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit.
- Reynolds, W. C., 1990: The potential and limitations of direct and Large Eddy Simulations. In Lumley, J. L. (Hrsg.), *Whither Turbulence? Turbulence at the Crossroads*, Band 357 von *Lecture Notes in Physics*, Seiten 313–343. Springer-Verlag.
- Risso, F., A. Corjon und A. Stoessel, 1996: Direct numerical simulazion of trailing vortices in homogeneous turbulence. *AIAA Paper 96-0802*.
- Risso, F., A. Corjon und A. Stoessel, 1997: Direct numerical simulation of wake vortices in intense homogeneous turbulence. *J. Aircraft*, **35**, 1030–1040.
- Robins, R. E. und D. P. Delisi, 1990: Numerical study of vertical shear and stratification effects on the evolution of a vortex pair. *AIAA Journal*, **28**, 661–669.
- Robins, R. E. und D. P. Delisi, 1993: Potential hazard of aircraft wake vortices in ground effect with crosswind. *J. Aircraft*, **30**, 201–206.
- Rudis, R. P., D. C. Burnham und P. Janota, 1996: Wake vortex decay near the ground under conditions of strong stratification and wind shear. *Proceedings for the AGARD FDP Symposium, Trondheim*, Seiten 11-1–11-10.
- Sarpkaya, T., 1998a: Decay of wake vortices of large aircraft. *AIAA Journal*, **36**, 1671–1679.
- Sarpkaya, T., 1998b: Decay of wake vortices of large aircraft. *AIAA Paper 98-0592*.
- Sarpkaya, T. und J. J. Daly, 1987: Effects of ambient turbulence on trailing vortices. *J. Aircraft*, **24**, 399–404.
- Schilling, V. K., 1992: Motion and decay of trailing vortices within the atmospheric surface layer. *Beitr. Phys. Atmosph.*, **65**, 157–169.
- Schmidt, H., 1988: *Grobstruktur-Simulation konvektiver Grenzschichten*. DFVLR-Forschungsbericht 88-30, Dissertation, Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München.
- Schmidt, H. und U. Schumann, 1989: Coherent structure of the convective boundary layer derived from large-eddy simulations. *J. Fluid Mech.*, **200**, 511–562.
- Schmidt, H., U. Schumann und H. Volkert, 1984: Three-dimensional, direct and vectorized elliptic solvers for various boundary conditions. DFVLR-Mitteilung 84-15.

- Schönung, B. E., 1990: *Numerische Strömungsmechanik — Inkompressible Strömungen mit komplexen Berandungen*. Springer-Verlag, Berlin.
- Schumann, U., 1975: Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli. *J. Comp. Phys.*, **18**, 376–404.
- Schumann, U., T. Hauf, H. Höller, H. Schmidt und H. Volkert, 1987: A mesoscale model for the simulation of turbulence, clouds and flow over mountains: Formulation and validation examples. *Beitr. Phys. Atmosph.*, **60**, 413–446.
- Schumann, U. und J. R. Herring, 1976: Axisymmetric homogeneous turbulence: a comparison of direct spectral simulations with the direct-interaction approximation. *J. Fluid Mech.*, **76**, 755–782.
- Shaw, R. H. und U. Schumann, 1992: Large-eddy simulation of turbulent flow above and within a forest. *Boundary Layer Meteorology*, **61**, 47–64.
- Shen, S., F. Ding, J. Han, Y.-L. Lin, S. P. Arya und F. H. Proctor, 1999: Numerical modeling studies of wake vortices: Real case simulations. *AIAA Paper 99-0755*.
- Sipp, D., L. Jacquin und C. Cossu, 2000: Self-adaption and viscous selection in concentrated two-dimensional vortex dipoles. *Phys. Fluids*, **12**, 245–248.
- Spalart, P. R., 1996: On the motion of laminar wing wakes in a stratified fluid. *J. Fluid Mech.*, **327**, 139–160.
- Stull, R. B., 1988: *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Atmospheric Sciences Library. Kluwer Academic Publishers.
- Tombach, I., 1973: Observations of atmospheric effects on vortex wake behaviour. *J. Aircraft*, **10**, 641–647.
- Vaughan, J. M., D. W. Brown, G. Constant, J. R. Eacock und R. Foord, 1996: Structure, trajectories and strength of B747 aircraft wake vortices measured by laser. In *Proceedings of the AGARD FDP Symposium on The Characterisation & Modification of Wakes from Lifting Vehicles in Fluid*.
- von Kármán, T., 1937: The fundamentals of the statistical theory of turbulence. Presented at the Fluid Mechanics Session, Fifth Annual Meeting, I. Ae. S.
- Zak, J. A., 1996: Cases of interesting meteorological conditions during wake vortex measurements at Memphis, Tennessee during August 1995. *NASA Contractor Report No. NAS1-19341*.
- Zak, J. A. und W. G. Rodgers, 1997: Documentation of atmospheric conditions during observed rising aircraft wakes. *NASA Contractor Report 4767*.
- Zheng, Z. C. und K. Baek, 1998: Shear-layer effects on trailing vortices. *AIAA Paper 98-0316*.

- Zheng, Z. C. und K. Baek, 1999: Inviscid interactions between wake vortices and shear layers. *J. Aircraft*, **36**, 477–480.
- Zheng, Z. C. und S. H. Lim, 2000: Validation and operation of a vortex-wake/shear interaction model. *AIAA Paper 2000-0626*.