

Lehrstuhl für Feingerätebau und Mikrotechnik  
der Technischen Universität München

## **Winkelrekonstruktion und sensorlose Regelung von Hybridschrittmotoren**

**Peter Aicher**

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. K. Bender

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. G. Brandenburg, i. R.
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. H.-G. Herzog
3. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. B. Lohmann

Die Dissertation wurde am 16. September 2004 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 13. Dezember 2004 angenommen.



## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Feingerätebau und Mikrotechnik der Technischen Universität München. Für die tatkräftige Unterstützung und Mitwirkung möchte ich mich bei folgenden Personen bedanken:

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. J. Heinzl, dem Inhaber des Lehrstuhls für Feingerätebau und Mikrotechnik, für die Unterstützung und wohlwollende Förderung meiner Tätigkeit, wodurch der Abschluss dieser Arbeit möglich wurde.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. G. Brandenburg möchte ich für die fachliche Betreuung und ständige Diskussionsbereitschaft sowie für die vielen Anregungen, die maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, danken.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. H.-G. Herzog und Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. B. Lohmann danke ich für das Interesse an meiner Arbeit und für die Übernahme der Koreferate.

Mein abschließender Dank für die finanzielle und materielle Unterstützung dieser Arbeit gilt der Firma Berger Lahr GmbH & Co. KG. Besonders bedanke ich mich hier bei Herrn Dipl.-Ing. W. Brandstätter für die fachliche Betreuung. Ebenso möchte ich mich bei den Herren Dipl.-Ing. U. Hüglin, Dr.-Ing. Z. Han, Dipl.-Ing. (FH) W. Siefert, H. Kleis, Dipl.-Ing. T. Leibl und Dipl.-Ing. (FH) M. Saumer für ihre Hilfen und Anregungen bedanken.

Zudem danke ich allen Mitarbeitern und Kollegen am Lehrstuhl für die konstruktiven Gespräche, für die Anregungen und das ausgezeichnete Arbeitsklima.

Rohrdorf, im September 2004

Peter Aicher



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Stand der Technik</b>	<b>3</b>
2.1	Einführung . . . . .	3
2.2	Schrittwinkelerkennung . . . . .	3
2.3	Winkelrekonstruktion über Beobachter und nichtlineare Konzepte . . . . .	4
2.4	Auswertung von Reluktanzeffekten . . . . .	6
2.5	Verfahren der Künstlichen Intelligenz . . . . .	8
2.6	Vergleich . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Modellbildung</b>	<b>10</b>
3.1	Einführung . . . . .	10
3.2	Allgemeines . . . . .	10
3.3	Raumzeiger . . . . .	11
3.4	Koordinatensysteme und Feldorientierung . . . . .	12
3.5	Fluss . . . . .	14
3.5.1	Strangflüsse . . . . .	14
3.5.2	Fluss im $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem . . . . .	16
3.5.3	Fluss im d-q-Koordinatensystem . . . . .	17
3.6	Spannungs- und Stromgleichungen . . . . .	18
3.6.1	Spannungsgleichungen der Stränge . . . . .	18
3.6.2	Spannungsgleichungen, rotorfest . . . . .	19
3.6.3	Stromgleichungen . . . . .	20
3.7	Drehmomentgleichungen . . . . .	20
3.7.1	Inneres Motordrehmoment, statorfest . . . . .	20
3.7.2	Inneres Motordrehmoment, rotorfest . . . . .	21
3.8	Bewegungsgleichung . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Verfahren zur Winkelrekonstruktion</b>	<b>24</b>
4.1	Einleitung und Motivation . . . . .	24
4.2	Mathematische Grundlagen . . . . .	24
4.2.1	Stromraumzeiger bei stationärer niederfrequenter Anregung . . . . .	24
4.2.2	Träger-Stromraumzeiger . . . . .	26
4.2.3	Stromraumzeiger bei Anregung mit Steuer- und Trägerspannung . . . . .	27
4.3	Verfahren . . . . .	30
4.3.1	Beschreibung . . . . .	30
4.3.2	Prinzip . . . . .	31
4.3.3	EingangsfILTER . . . . .	32

4.3.4	Separation der winkelabhängigen Komponenten . . . . .	33
4.3.5	Winkelermittlung . . . . .	34
4.4	Filterauslegung und Wahl der Trägerfrequenz . . . . .	37
4.4.1	Filterauslegung . . . . .	37
4.4.2	Auswahl der Trägerfrequenz . . . . .	38
<b>5</b>	<b>Auftretende Rekonstruktionsfehler und Methoden zur Kompensation</b>	<b>40</b>
5.1	Einführung . . . . .	40
5.2	Drehzahlabhängige Fehler . . . . .	40
5.2.1	Auswirkungen . . . . .	40
5.2.2	Fehler durch Initialisierung und Rundung . . . . .	41
5.2.3	Fehler durch die Filterung . . . . .	42
5.2.4	Fehler durch die Abtastung . . . . .	43
5.2.5	Fehler durch die Regelung . . . . .	44
5.2.6	Drehzahlabhängiger Gesamtfehler . . . . .	47
5.3	Positionsabhängige Fehler . . . . .	47
5.3.1	Auswirkungen . . . . .	47
5.3.2	Fehler durch die Reluktanz bzw. die Rastung . . . . .	49
5.3.3	Fehler durch mechanische Ungenauigkeiten . . . . .	51
5.3.4	Fehler durch die Sättigung . . . . .	52
5.3.5	Fehler durch den Stromrichter . . . . .	54
5.3.6	Positionsabhängiger Gesamtfehler . . . . .	57
5.4	Drehmoment- bzw. steuerstromabhängige Fehler . . . . .	58
5.5	Möglichkeiten zur Fehlerkompensation bzw. Fehlerminimierung . . . . .	60
5.5.1	Drehzahlabhängige Fehler . . . . .	60
5.5.2	Minimierung der positionsabhängigen Fehler . . . . .	62
5.5.3	Minimierung der drehmomentabhängigen Fehler . . . . .	66
5.5.4	Bemerkungen zur Fehlerkompensation . . . . .	67
<b>6</b>	<b>Steuerungsmöglichkeiten von Hybridschrittmotoren</b>	<b>69</b>
6.1	Einführung . . . . .	69
6.2	Gesteuerter Betrieb . . . . .	69
6.2.1	Allgemeines . . . . .	69
6.2.2	Schrittbetrieb . . . . .	70
6.2.3	Steuerungsarten der elektrischen Größen . . . . .	74
6.2.4	Eigenschaften des Schrittmotors im Schrittbetrieb . . . . .	76
6.3	Positionsregelung mit Winkelsensor . . . . .	82
6.3.1	Feldorientierte Stromregelung . . . . .	82
6.3.2	Drehzahl- bzw. Winkelgeschwindigkeitsregelung . . . . .	85
6.3.3	Winkelregelung . . . . .	87
6.4	Vergleich der Steuerungsmöglichkeiten . . . . .	88
<b>7</b>	<b>Sensorlose Regelung</b>	<b>90</b>
7.1	Einführung . . . . .	90
7.2	Regelung ohne Winkelsensor . . . . .	90

7.2.1	Grundsätzliches . . . . .	90
7.2.2	Winkelgeschwindigkeitsermittlung . . . . .	91
7.2.3	Entkopplung zur Feldorientierung der Ströme . . . . .	93
7.2.4	Regelkonzept A: Exakte Feldorientierung . . . . .	94
7.2.5	Regelkonzept B: Drehzahlabhängige Korrektur . . . . .	98
7.3	Vergleich mit sensorbasierter Regelung . . . . .	106
<b>8</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>109</b>
8.1	Einführung . . . . .	109
8.2	Motoren und Steuerung . . . . .	109
8.2.1	Motorsatz und Drehgeber . . . . .	109
8.2.2	Steuerung . . . . .	110
8.3	Parameter . . . . .	111
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>112</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>115</b>
A.1	Herleitung der stationären Raumzeigergleichung des Statorstromes (Kapitel 4.2.1) . . . . .	115
A.2	Herleitung des Stromraumzeigers bei Anregung mit zwei Signalen (Kapitel 4.2.3) . . . . .	117
A.3	Herleitung eines digitalen Bessel-Bandpassfilters (Kapitel 4.4) . . . . .	120
A.4	Erläuterung zu den Fehlern durch die Filterung (Kapitel 5.2.3) . . . . .	121
A.5	Herleitung des Fehlers durch die Regelung (Kapitel 5.2.5) . . . . .	124
A.6	Herleitung der Reglerkoeffizienten (Kapitel 6.3) . . . . .	126
A.6.1	Winkelgeschwindigkeitsregler (Kapitel 6.3.2) . . . . .	126
A.6.2	Winkelregler (Kapitel 6.3.3) . . . . .	127
A.7	Drehmomentgleichung im stationären Zustand und Lastwinkel . . . . .	128

## Formelverzeichnis und Indizes

### Formelverzeichnis (gem. DIN 42021-2 [53])

<b>A</b>	Zustandsmatrix
<b>B</b>	Eingangsmatrix
<b>I</b>	Einheitsmatrix
<b>L<sub>H</sub></b>	Induktivitätsmatrix, Hauptanteil
<b>L<sub>R</sub></b>	Induktivitätsmatrix, Reluktanzanteil
<b>L<sub>S</sub></b>	Induktivitätsmatrix, Streuanteil
<b>A</b>	Amplitudendämpfungsfaktor oder Fläche
<b>B</b>	magnetische Flussdichte, Induktion
<b>D</b>	Dämpfungskonstante
<b>G</b>	Filter-Übertragungsfunktion
<b>H</b>	magnetische Feldstärke oder Übertragungsfunktion im z-Bereich
<b>I</b>	Strom, Raumzeiger
<b>J</b>	Massenträgheitsmoment
<b>J<sub>DG</sub></b>	Massenträgheitsmoment des Drehgebers
<b>J<sub>Kup</sub></b>	Massenträgheitsmoment der Kupplung
<b>J<sub>L</sub></b>	Lastträgheitsmoment
<b>J<sub>R</sub></b>	Läufer- (Rotor-)Trägheitsmoment
<b>J<sub>ges</sub></b>	Massenträgheitsmoment, gesamt
<b>K</b>	Faktor
<b>K<sub>FO</sub></b>	Korrekturfaktor oder Korrekturfunktion für den rekonstruierten Winkel der Feldorientierung
<b>K<sub>M</sub></b>	Drehmomentkonstante
<b>K<sub>γ</sub></b>	Korrekturfaktor oder Korrekturfunktion für den rekonstruierten Winkel der Winkelregelung
<b>L<sub>1</sub></b>	Induktivität einer Wicklungsphase, Hauptanteil
<b>L<sub>2</sub></b>	Induktivität einer Wicklungsphase, Amplitude des Reluktanzanteils
<b>L<sub>d</sub></b>	Drehfeldinduktivität in Längsrichtung
<b>L<sub>q</sub></b>	Drehfeldinduktivität in Querrichtung
<b>L<sub>σ</sub></b>	Streuinduktivität
<b>M</b>	Drehmoment
<b>M<sub>B</sub></b>	Beschleunigungsdrehmoment
<b>M<sub>D</sub></b>	Dämpfungsdrehmoment
<b>M<sub>H</sub></b>	Haltemoment
<b>M<sub>K</sub></b>	Kippdrehmoment, maximal mögliches Drehmoment

$M_L$	Lastdrehmoment, gesamt
$M_{La}$	Lastdrehmoment, äußere Belastung
$M_{Mi}$	Inneres Motordrehmoment, elektrisch erzeugtes Drehmoment
$M_N$	Nennndrehmoment
$M_R$	Reibungsdrehmoment
$M_S$	Selbsthaltungsmoment, Rastdrehmoment
$M_{Sk}$	Rastdrehmoment der Ordnung $k \cdot m_S$
$M_\sigma$	Streuinduktivität, Verkopplung
$N_k$	Nennerterm k
$N_r$	Polpaarzahl
$R$	Ohmscher Widerstand
$S$	Scheinleistung
$T$	Zeitkonstante, allgemein
$T_A$	Abtastzeit
$T_t$	Totzeit des Stromrichters
$U$	Spannung, Raumzeiger
$U_{ZWK}$	Zwischenkreisspannung, „Chopper-Spannung“
$V$	Verstärkungsfaktor
$Z_k$	Zählerterm k
$X$	physikalische Größe
$\vec{X}$	Raumzeiger einer physikalischen Größe $X \in \{U, I, \Psi\}$
$\vec{X}^*$	konjugiert komplexer Raumzeiger zu $\vec{X}$
$\underline{X}$	Vektor einer physikalischen Größe $X \in \{U, I, \Psi\}$
$\bar{X}$	stationäre physikalische Größe
$\hat{X}$	Scheitel- oder Amplitudenwert einer physikalischen Größe $X \in \{U, I, \Psi\}$
$a_0$	räumlicher Winkel, $a_0 = 0$
$a_1$	räumlicher Winkel, $a_1 = \frac{2\pi}{3}$
$a_2$	räumlicher Winkel, $a_2 = \frac{4\pi}{3}$
$a_k$	Filterkoeffizient ( $k = 0 \dots 4$ )
$a_{k2}^*$	Filterkoeffizient, Prototyp-Tiefpass 2. Ordnung mit $k = 0 \dots 4$
$b_Z$	Zahnbreite von Rotor oder Stator
$b_k$	Filterkoeffizient ( $k = 0 \dots 4$ )
$b_{k2}^*$	Filterkoeffizient, Prototyp-Tiefpass 2. Ordnung mit $k = 0 \dots 4$
$\underline{b}$	Zustandsvektor
$d$	Koeffizient des zeitdiskreten Normpolynoms oder Zwischenwert zur Filterberechnung
$f$	Frequenz oder Funktion

$f_g^*$	Grenzfrequenz des Prototyp-Tiefpasses
$i$	Strom (Raumzeigerkomponente oder Phasenstrom)
$j$	komplexer Operator, $j^2 = -1$
$k$	Laufindex
$k_l$	Zwischenwert zur Filterberechnung mit $l = 1, 2$
$l$	Laufindex oder Zwischenwert zur Filterberechnung
$l_{rkl}$	Komponente der Reluktanzinduktivitätsmatrix mit $k, l \in \{1, 2, 3\}$
$m$	Strangzahl
$m_S$	Statorstrangzahl
$n$	Drehzahl in $\text{min}^{-1}$
$o$	Zwischenwert zur Filterberechnung
$p$	Zwischenwert zur Filterberechnung
$r$	Reibbeiwert
$s$	Laplace-Operator oder Strecke
$s_k$	Wurzel des Normpolynoms 2. Ordnung im Laplace-Bereich mit $k = 1, 2$
$t$	Zeit
$u$	Spannung (Raumzeigerkomponente)
$x$	physikalische Größe mit $x \in \{u, i, \psi\}$
$\bar{x}$	stationäre physikalische Größe
$z_k$	Wurzel des Normpolynoms 2. Ordnung im z-Bereich mit $k = 1, 2$
$\underline{z}$	Störungsvektor oder Störvektor
$\frac{d}{dt}$	zeitliche Differentiation bzw. Ableitung
$\Re$	Realteil einer komplexen Größe
$\Im$	Imaginärteil einer komplexen Größe
$\Gamma$	Eingangs- oder Störmatrix, zeitdiskret
$\Delta$	Änderung einer oder Differenz zweier Größen, Quantisierung
$\Delta\gamma$	Rekonstruktionsfehler des mechanischen Winkels, $\Delta\gamma = \gamma - \gamma_{rek}$
$\Theta$	Durchflutung
$\Phi$	Zustandsmatrix, zeitdiskret
$\Psi$	magnetischer Fluss
$\Psi_0$	permanentmagnetischer (PM-)Rotorfluss
$\Omega$	Winkelgeschwindigkeit des Rotors
$\Omega_{el}$	Winkelgeschwindigkeit des Rotors in elektrischen Graden, $\Omega_{el} = \frac{d}{dt}\vartheta$
$\Omega^*$	Sollwert der mechanischen Winkelgeschwindigkeit des Rotors (Regler)
$\alpha$	Schrittwinkel
$\beta$	Lastwinkel (vgl. Kap. A.7)
$\bar{\beta}$	stationärer (statischer) Lastwinkel

$\gamma$	mechanischer Rotorwinkel
$\gamma^*$	mechanischer Rotorwinkel, Sollwert
$\delta$	Luftspalt
$\varepsilon$	Anfangswinkel
$\vartheta$	mechanischer Rotorwinkel in elektrischen Graden, elektrischer Rotorwinkel
$\vartheta_0$	mechanischer Anfangswinkel in elektrischen Graden
$\mu_0$	magnetische Feldkonstante, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$
$\mu_r$	relative Permeabilität, Permeabilitätszahl
$\nu$	Ordnungszahl von Stromoberschwingungen
$\pi$	Kreiszahl
$\tau$	Polteilung
$\tau_O$	Stromanstiegszeitkonstante einer Phase
$\tau_Z$	Zahnteilung in Rotor oder Stator
$\phi$	Phasenverschiebung
$\varphi$	Phasenwinkel eines Filters
$\varphi_{el}$	elektrischer Winkel des Spannungsraumzeigers bezogen auf Strang L1 (Steuerwinkel, vgl. Kap. A.7)
$\psi$	magnetischer Fluss (Raumzeigerkomponente)
$\omega$	Kreisfrequenz einer elektrischen Größe, $\omega = 2\pi \cdot f$
$\omega_C$	Kreisfrequenz der Trägerspannung
$\omega_M$	Kreisfrequenz der Steuerspannung, $\omega_M = \frac{d}{dt} \varphi_{el}$
$\diamond$	Kennzeichnung für eine Abweichung

## Indizes

0	Offset- oder Anfangsanteil
$L1$	Phase $L1$
$L2$	Phase $L2$
$L3$	Phase $L3$
$BP$	bandpassgefiltert
$BP1/2$	bandpassgefiltert mit Bandpass 1 bzw. 2 (vgl. Kap. 4.3)
$A$	Phasengröße beim gesteuerten Schrittmotor oder Abtastgröße
$B$	Phasengröße beim gesteuerten Schrittmotor oder Beschleunigungsgröße beim Drehmoment
$C$	Träger(-Frequenz)größe, von engl. carrier oder Phasengröße beim gesteuerten Schrittmotor
$D$	Dämpfungsgröße
$H$	Haltegröße beim Drehmoment

<i>HW</i>	Hauptwert
<i>IMP</i>	Stromraumzeigerkomponente der Impedanz
<i>INFORM</i>	Größe für das INFORM-Verfahren
<i>M</i>	Motorgröße
<i>N</i>	in negative Richtung drehende Komponente
<i>Norm</i>	Normgröße
<i>P</i>	in positive Richtung drehende Komponente oder kennzeichnet einen Parallelkondensator
<i>PT2</i>	$PT_2$ -Tiefpass-Glättung
<i>Phase</i>	Phasengröße
<i>R</i>	Hochindex: Rotorfeste Größe, $d$ - $q$ -Koordinatensystem Tiefindex: Regler
<i>REL</i>	Stromraumzeigerkomponente der Reluktanz (magnetischer Widerstand)
<i>S</i>	Hochindex: statorfeste Größe, $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem Tiefindex: Schrittgröße, Selbsthaltegröße beim Drehmoment oder Regel-Strecke
<i>SH</i>	Selbsthaltung
<i>STR</i>	Stromrichtergröße
<i>Strang</i>	Stranggröße
<i>SV</i>	Schrittverlust
<i>Trans</i>	transiente Größe
<i>V</i>	kennzeichnet einen Vorwiderstand
<i>ZWK</i>	Zwischenkreisgröße
<i>char</i>	charakteristische Größe
<i>cos</i>	kosinusförmige Größe
<i>d</i>	Raumzeigerkomponente Realteil, rotorfestes Koordinatensystem
<i>e</i>	Eigengröße, z.B. Eigenfrequenz $f_e$
<i>eff</i>	Effektivwert einer Größe
<i>ei</i>	Ersatzgröße für den geschlossenen Stromregelkreis
<i>el</i>	elektrische Größe bzw. Größe in elektrischen Graden
<i>en</i>	Ersatzgröße für den geschlossenen Drehzahl- bzw. Winkelgeschwindigkeitsregelkreis
<i>ers</i>	Ersatzgröße für das Winkelfilter
<i>filt</i>	gefilterte Größe
<i>g</i>	geschlossener Regelkreis
<i>gl</i>	geglättete Größe
<i>i</i>	induzierte Größe
<i>magn</i>	magnetische Größe

<i>max</i>	Maximalwert
<i>mech</i>	mechanische Größe
<i>min</i>	Minimalwert
<i>n</i>	Laufindex
<i>no</i>	normierte Größe
<i>p</i>	Größe einer Schwingung bzw. einer Resonanz
<i>q</i>	Raumzeigerkomponente Imaginärteil, rotorfestes Koordinatensystem
<i>rek</i>	rekonstruierte Größe
<i>rkl</i>	Koppelanteil der Reluktanzinduktivitätsmatrix mit $k, l \in \{1, 2, 3\}$
<i>s</i>	Hochindex: Größe im Laplace-Bereich
<i>sin</i>	sinusförmige Größe
<i>soll</i>	Sollgröße
<i>sys</i>	Systemgröße
<i>t</i>	Hochindex: Größe im Zeit-Bereich
<i>vs</i>	Frequenzverschiebung der Mittenfrequenz auf die Frequenz $f = 0\text{Hz}$
$\Sigma$	Zusammenfassung mehrerer Größen
$\alpha$	Raumzeigerkomponente Realteil, statorfestes Koordinatensystem
$\beta$	Raumzeigerkomponente Imaginärteil, statorfestes Koordinatensystem
$\diamond$	veränderter Wert laut Regelkonzept B

Bei der Vergabe der Bezeichnungen wurde auf Konformität mit den Vorgaben in DIN 42021 ([53]) geachtet.

## Abkürzungen

CAN	Control Area Network (Feldbussystem)
DSP	digitaler Signalprozessor
DTC	Direct Torque Control (Direkte Drehmomentregelung)
EMK	elektromotorische Kraft
GNM	Gleichstrom-Nebenschlussmaschine
IGBT	Insulated Gate Bipolar Transistor (Leistungshalbleiter)
MOSFET	Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor (Leistungshalbleiter)
PLL	Phase-Locked-Loop
PM	Permanentmagnet bzw. permanentmagnetisch
PWM	Pulsweiten-Modulation
TTL	Transistor-to-Transistor Logic
u.a.	unter anderem oder und andere
$\Delta$	Dreieckschaltung



# 1 Einleitung

Schrittmotoren werden in einer Vielzahl von Anwendungen im Privat-, Büro- und Industriebereich verwendet. Neben Antrieben in Uhren, Druckern, Scannern und Schreibmaschinen werden u.a. auch Linearachsen mit Schrittmotoren angetrieben und „Pick-and-Place“-Anwendungen realisiert. Ein Grund für den Erfolg der Schrittmotoren ist ihre einfache Ansteuerung. Bei Vorgabe einer bestimmten Schrittauflösung ist es relativ einfach, einen Schrittmotor über die Puls-Richtung-Schnittstelle zu positionieren, wobei keine umfassenden Vorkenntnisse erforderlich sind (vgl. Kap. 6.2). Über Unterteilungen der Schritte (Halb-, Mikroschrittbetrieb) lassen sich Schrittwinkelauflösungen erreichen, die für viele Positionieranwendungen durchaus ausreichen. Da dies zudem mit geringem Hardwareaufwand realisierbar ist, sind Schrittmotoren eine kostengünstige und robuste Alternative zu Servoantrieben.

Die derzeit größte Verbreitung haben Hybridschrittmotoren, da sie das beste Verhältnis von Wirkungsgrad zu Schrittwinkel bieten. Im Vergleich zu Reluktanzschrittmotoren haben sie einen besseren Wirkungsgrad und erreichen kleinere Schrittwinkel als heteropolare permanentmagnetisch erregte Schrittmotoren (PM-Schrittmotoren). Es erscheint somit lohnend, für die beabsichtigten Untersuchungen den Hybridschrittmotor zu wählen.

In diesem Projekt wurden Hybridschrittmotoren der Baureihe 90 von Berger Lahr verwendet (vgl. Kap. 8). Ziel der Untersuchungen war es, eine Methode zur Winkelrekonstruktion zu finden, die nur auf der Auswertung der Statorströme beruht und zur sensorlosen Lageregelung des Hybridschrittmotors dienen soll.

Nach der Darstellung des Stands der Technik bei sensorlosen Regelungen in Kapitel 2 wird in Kapitel 3 ein Modell des Hybridschrittmotors erstellt. Die Kapitel 4 und 5 beschäftigen sich dann mit dem entwickelten Rekonstruktionsverfahren, den dabei auftretenden Fehlern und deren Minimierung. Zum Vergleich werden im Kapitel 6 übliche Steuerverfahren und eine Positionsregelung vorgestellt, hergeleitet und abschließend verglichen. Eine auf Kapitel 4 basierende sensorlose Regelung stellt Kapitel 7 vor. Nach einer Erläuterung der auftretenden Probleme und der notwendigen Veränderungen wird die Funktion anhand von Simulationen und Messungen validiert. Nach einer Beschreibung des verwendeten Versuchsaufbaus in Kapitel 8 folgt in Kapitel 9 eine Zusammenfassung der Ergebnisse und ein kurzer Ausblick in mögliche Anwendungsbereiche dieser sensorlosen Technik.

Beide Steuerverfahren, Regelung und Steuerung, weisen Vor- und Nachteile auf und werden je nach Verwendungszweck ausgewählt. Grundsätzlich spricht gegen den gesteuerten Betrieb (Schrittbetrieb), dass Resonanzfrequenzen auftreten und speziell beim Schrittmotor Schrittverlust und damit eine Abweichung von der Sollposition möglich ist (vgl. Kap. 6.2.4). Gegen die Regelung sprechen der höhere Aufwand an Kosten, Inbetriebnahme und Bauraum, die Abhängigkeit der Steifigkeit des Antriebs von der angekuppelten Mechanik und, aufgrund der empfindlichen optischen Drehgeber, die geringere Robustheit gegenüber rauen Umgebungsbedingungen. Allerdings werden im geregelten Betrieb Pendelungen und Resonanzen bedämpft, und Abweichungen einer Positionsregelung bewegen sich nur im Bereich der Messungenauigkeit der verwendeten Sensorik.

Erwähnt werden sollte auch die Verbesserung des Wirkungsgrades vor allem im Teillastbetrieb, da eine Regelung der Stromversorgung nur annähernd soviel Energie abverlangt, wie tatsächlich am Abtrieb bzw. an der Welle verlangt wird. Beim gesteuerten Betrieb - und hier vor allem beim phasenstromgeregelten Fall - wird dagegen auch im Leerlauf etwa gleich viel Energie vom Antrieb verbraucht wie im Vollastbetrieb. Als Anwendung kann man sich den geregelten Schrittmotor zum Beispiel im Bereich der langsamdrehenden Antriebe der Servotechnik denken.

Wünschenswert ist ein Antrieb, der die Nachteile beider Steuerverfahren möglichst ausspart. Eine Möglichkeit ist die Substitution des Winkelsensors durch ein anderes „Messverfahren“ für den Winkel. Werden hierzu nur Messwerte von Motorstrom, Motorspannung und Zwischenkreisspannung des Umrichters verwendet, spricht man von einer „(winkel-)sensorlosen Regelung“. Da häufig nur von sensorloser Regelung gesprochen wird, ist dies leicht missverständlich, da im Antrieb immer noch Sensoren für Strom und/oder Spannung verwendet werden.

## 2 Stand der Technik

### 2.1 Einführung

Der Stand der Technik soll einen kurzen Einblick in vorhandene Techniken zur Winkelrekonstruktion und (winkel-)sensorlosen Regelung bei Drehstrommotoren geben. Im Hinblick auf die Anwendung auf einen Hybridschrittmotor werden vor allem Methoden angeführt, die bei permanentmagnetisch erregten Synchronmotoren bzw. Hybridschrittmotoren Anwendung finden (vgl. Kap. 3) oder finden können.

Grundsätzlich beruhen alle sensorlosen Verfahren auf der Auswertung von Messwerten der elektrischen Spannungen und Ströme eines Motors, um ein dem Winkel proportionales Signal zu ermitteln. Je nach Genauigkeit und Güte kann dieses Winkelsignal dann zur Kommutierung, Schrittnachführung oder Regelung verwendet werden.

Hierbei werden im wesentlichen zwei Eigenschaften von Elektromotoren ausgenutzt:

- Induzierte Gegenspannung des Motors (= elektromotorische Kraft, kurz EMK)
- Konstruktionsbedingte, winkelabhängige Schwankungen des Magnetfelds

Diese sensorischen Eigenschaften der Elektromotoren sind direkt oder indirekt über die Spannungen und Ströme im oder am Motor oder auch im Spannungszwischenkreis des Umrichters messbar und damit auswertbar.

In diesem Kapitel werden dem Autor bekannte Verfahren, die auf den oben genannten Eigenschaften beruhen, beschrieben und in Beobachter- und Trägerverfahren unterteilt. Einige Methoden zur sensorlosen Schritterkennung werden diesen Methoden vorangestellt, da diese als eine Art „Vorstufe“ zur sensorlosen Regelung eines Schrittmotors gelten können. Zudem werden noch kurz sensorlose Verfahren, die auf Künstlicher Intelligenz (Künstlichen Neuronalen Netzen und Fuzzy Logic) beruhen, vorgestellt. Abschließend erfolgt ein Vergleich und eine Bewertung der Eignung zur sensorlosen Positionsregelung eines Hybridschrittmotors.

### 2.2 Schrittwinkelerkennung

Üblicherweise werden Schrittmotoren im Schrittbetrieb, also gesteuert, betrieben (vgl. Kap. 6.2). Ein wesentlicher Nachteil des Schrittbetriebs ist der Schrittverlust bei einer Überschreitung des Maximaldrehmoments durch die äußere Belastung. Soll ein Schrittverlust ausgeschlossen werden, wird dies durch eine sogenannte Schrittnachführung („Closed-Loop-Betrieb“) vermieden, die über eine Winkelmessung einen Schrittverlust erkennt und die verlorenen Schritte nachführt (vgl. [83], [154] u.a.). Weitere Möglichkeiten, Schrittverlust zu vermeiden, sind der geregelte Betrieb ([30], [105], [164], [167], [223] u.a.) und Verfahren zur Überlasterkennung (z.B. [171]).

Sensorlose Schrittwinkelerkennungen ermöglichen eine Einsparung des Winkelsensors und der damit verbundenen Nachteile (Kosten, zusätzlicher Bauraum und Hardware, etc.). Ursprünglich zur Ermittlung der Kommutierungszeitpunkte für Stromrichter entwickelt, kann aus der induzierten Gegenspannung, sozusagen als „Nebenprodukt“, auch ein Winkelinkrement oder direkt der Rotorwinkel gewonnen werden. Die Verfahren sind teilweise schon in Steuerungen integriert (z.B. [10], [88]) und bieten prinzipbedingt eine Genauigkeit von einem Schritt. Aufgrund der kommerziellen Verwertung sind Informationen aber oft firmenintern und nur schwer oder gar nicht erhältlich. Die dem Autor bekannten Verfahren beruhen auf der Auswertung von Nulldurchgängen der EMK-Phasenspannungen (z.B. [88]), dem Vergleich von EMK-Phasenspannungen (z.B. [10]) oder der Nutzung eines Phasenstromfehlersignals ([219]).

Weiterhin kann ausgenutzt werden, dass im Schrittbetrieb nicht immer alle Phasen aktiv bzw. bestrahlt sind (vgl. Kap. 6.2.2). In den inaktiven Phasen kann dann die EMK gemessen und ausgewertet werden (z.B. [98]).

Wicklungen mit Mittel- oder Messabgriffen bieten weitere Möglichkeiten, indem z.B. ein Teil der Wicklung zur Drehmomentgenerierung und der andere Teil der Wicklung als Sensor zur EMK-Messung verwendet wird (vgl. [188]). Bei einer Verwendung der gesamten Wicklung zur Drehmomentgenerierung können aber auch an Messabgriffen Spannungen gemessen und ausgewertet werden, um hieraus den Rotorwinkel zu ermitteln. Ein vergleichbares Verfahren ist in [212] für Drehstrommotoren beschrieben.

Diese Kommutierungshilfen bzw. Verfahren zur Schrittwinkelerkennung oder Drehzahlerkennung (vgl. [100] u.a.) sind eine Vorstufe zur sensorlosen Regelung und zeigen schon einen möglichen Weg der Rotorwinkelrekonstruktion auf, nämlich die Auswertung der EMK.

### 2.3 Winkelrekonstruktion über Beobachter und nichtlineare Konzepte

Der „klassische“ Weg, unbekannte Systemgrößen zu rekonstruieren, sind Beobachter, die auf Grundlage von mathematischen Systemmodellen Schätzgrößen von unbekanntem Systemgrößen errechnen. Für Drehfeldmaschinen sind sehr gute Modelle vorhanden, die auch für verschiedene Beobachterkonzepte, unter anderem auch zur sensorlosen Regelung, genutzt werden. Einige wichtige Methoden sollen auf Basis mehrerer Veröffentlichungen (vgl. [13], [17], [56], [81], [87], [142], [149], [179], [190] u.a.) kurz vorgestellt und verglichen werden.

Sehr einfache Modelle für Drehfeldmotoren sind die sogenannten *Spannungs- und Strommodelle*, die auf den jeweiligen Differentialgleichungen basieren. Zur Drehzahl- und damit Winkelermittlung kann über eine Integration der entsprechenden Spannung der Flussraumzeiger bzw. der Flussvektor ermittelt werden (vgl. z.B. [85], [86], [198]). Diese Modelle sind für alle Betriebsbereiche gültig und somit auch für eine Regelung geeignet. Allerdings stellt die Integration das Problem dieser Verfahren dar, da sich die Initialisierung schwierig gestaltet und bei kleinen Drehzahlen das Messrauschen und die Integratordrift das Ergebnis verfälschen. Eine Substitution der Integratoren durch Tiefpassfilter mit einer sehr kleinen Grenzfrequenz (vgl. z.B. [69], [80], [86]) verbessert das Integrationsverhalten, und durch eine Nutzung beider Modelle zur gegenseitigen Korrektur (vgl. z.B. [86], [198]) kann eine bessere Konvergenz erzielt werden. In [86] wird zwar behauptet, dass dieses Verfahren auch für den Stillstandsfall geeignet ist, aber ein Beweis hier-

für ist dem Autor speziell für Synchronmotoren nicht bekannt. Zur Vermeidung dieser Integration werden dann beispielsweise PLL-Verfahren (PLL: Phase-Locked-Loop) verwendet (z.B. [147]), die zudem eine Korrektur über Referenzkurven im Rückführzweig erlauben.

Das *Kalman-Filter* beruht auf dem Vergleich der Ausgangs- bzw. Messgrößen des Systems mit den entsprechenden Größen eines Modells. Eine Korrektur erfolgt über eine gewichtete Rückführung der Fehler aus diesem Vergleich. Messrauschen und Modellungenauigkeiten werden über Kovarianz und Prädiktion bei der Korrektur beachtet, was die Genauigkeit des Beobachters steigert. Nachteilig bei dieser Vorgehensweise wirkt sich aus, dass die Rückführkoeffizienten des Kalman-Filters bei jedem Abtastschritt neu berechnet werden müssen, was die erforderliche Rechenleistung nach oben schraubt. Das grundlegende Problem bei allen Beobacherverfahren ist, dass bei kleinen Drehzahlen und dem Stillstand die induzierte Gegenspannung verschwindet und damit die Signalamplituden sehr klein werden (vgl. [141]). Dies gilt auch für das Kalman-Filter und führt zu instabilen bzw. sehr ungenauen Beobachtern bei kleinen Drehzahlen (vgl. [45], [107], [108], [141] - [145], [190], [201], [211] u.a.). Aus diesem Grund werden nur sensorlose Drehzahlregelungen mit Kalman-Filtern ausgeführt. Diese beherrschen bisher den Stillstand nicht. Schnelles Reversieren ist aber in der Regel möglich. Speziell für den Hybridschrittmotor ist hier die Arbeit [141] zu erwähnen. In [81] wird gezeigt, dass die Drehzahl und damit der Winkel bei Stillstand nicht beobachtbar ist, was die obigen Untersuchungen stützt und somit eine Anwendung zur Winkel- bzw. Positionsregelung ausschließt. Als weiterer Nachteil ist die Empfindlichkeit gegenüber ungenauen oder sich ändernden Parametern zu erwähnen, was natürlich die Beobachterergebnisse beeinflusst und bei sensorloser Regelung, vor allem bei kleinen Drehzahlen, bis zur Instabilität führen kann (vgl. [141]). Allerdings steht hier die Entwicklung nicht still, da zum Beispiel bei [22] Verbesserungspotential in der Einstellung des Filters aufgezeigt wird.

Der *Luenberger-Beobachter* ist eine Version des Kalman-Filters für lineare Systeme. Er kann nur durch eine Adaption (vgl. [200]), eine nichtlineare Auslegung (vgl. [62], [141], [155], [189]) oder separate Teilsystembeobachter (vgl. [116]) auf nichtlineare Systeme wie den Synchronmotor angewendet werden. Für einfachere Anwendungen reduzierter Genauigkeit werden auch reduzierte Beobachter verwendet (vgl. [67], [189], [200] u.a.). Auch hier ist für den Hybridschrittmotor die Arbeit [141] zu erwähnen. Wie beim Kalman-Filter gewinnen ungenaue und sich ändernde Parameter sowie Rauschen bei abnehmenden Drehzahlen zunehmend an Bedeutung und verfälschen das Beobachterergebnis so stark, dass eine sensorlose Regelung instabil wird (vgl. [81], [141], [149], [190] u.a.).

Um weitere Verbesserungen zu erzielen, werden auch *Adaptive Beobachterstrukturen* verwendet, die bestimmte Größen bereits erwähnter Beobachter an das reale System adaptieren (z.B. [93], [110], [116], [131], [186], [213], [217] u.a.) oder eine komplette adaptive Auslegung der Beobachter verwenden (vgl. [9], [12], [189] u.a.). Diese adaptiven Beobachter werden in der englischen Literatur MRAS (engl.: model reference adaptive system) genannt und zeigen trotz Adaption in bestimmten Betriebsbereichen teils keine Verbesserung oder gar Instabilität einer sensorlosen Regelung (z.B. [189]). Allerdings wird in der Literatur eine geringere Parameterempfindlichkeit als beim Kalman-Filter angegeben (vgl. [12]). Da diese Beobachter die gleichen Prinzipien nutzen wie das Kalman-Filter und der Luenberger-Beobachter, steigt auch hier der Fehler mit abnehmender Drehzahl und schließt somit eine Positionsregelung im Stillstand aus.

Ein nichtlineares und damit parameterrobustes Verfahren ist der *Sliding-Mode-Beobachter*. Dieser beruht ebenfalls auf einem Motormodell, das über die Ausgangsfehler korrigiert wird (vgl.

[173], [190]). Nur sind in diesem Fall die Rückführkoeffizienten nicht konstant oder werden kontinuierlich adaptiert, sondern schalten zwischen zu ermittelnden Werten. Als Schaltfunktion kann die schaltende Eigenschaft des PWM-Umrichters genutzt werden. Beobachterinstabilitäten, vor allem beim geschätzten Drehzahlwert, bedingen eine Verwendung des entsprechenden Sollwerts für die drehzahladaptiven Rückführkoeffizienten und die Regelung ([190]). Entsprechende adaptive Sliding-Mode-Konzepte, wie zum Beispiel in [43], ermöglichen auch Positionsregelungen mit hohen Lasten. Der Stillstandsfall ist aber aus den bekannten Gründen auch hier nicht, oder nur durch Erweiterungen, möglich.

Auf dem Gebiet der sensorlosen Regelung sind sehr viele verschiedene Verfahren für unterschiedliche Motoren und Anwendungen beschrieben. Neben den bereits erwähnten Beobachtern sind natürlich auch verschiedenste nichtlineare Verfahren (z.B. Beobachterausslegung mit Exakter Linearisierung in [222]), spezielle Verfahren der EMK-Auswertung (z.B. erweiterte EMK bei [132]), hardwarebasierte Methoden (z.B. VECON-Chip bei [57]) und Methoden, die zwischen Modellen in statorfesten und rotorfesten Koordinaten vergleichen (z.B. [112], [141], [192]), in der Literatur zu finden. Bisher wurde aber noch kein überzeugender Beweis für eine sensorlose Positionsregelung mit Beobachtern erbracht, die auch den Stillstandsfall beherrscht.

Kombiniert oder ergänzt man allerdings verschiedene Verfahren (z.B. [41], [112], [186]), so ist teils auch schon der Stillstandsfall zu beherrschen. Einige Verfahren umgehen gar dieses Problem, indem der Motor bis zum Erreichen einer Mindestdrehzahl für das EMK-Verfahren gesteuert betrieben wird (z.B. [160], [187]).

## 2.4 Auswertung von Reluktanzeffekten

Die bisher beschriebenen Verfahren eignen sich entweder wegen der zu geringen Positionsauflösung (z.B. Stromnulldurchgangserkennung) oder der Nichtbeherrschung kleiner Drehzahlen und des Stillstandes (v.a. Beobacherverfahren) nicht zur sensorlosen Positionsregelung. Für Beobacherverfahren werden hier zum Beispiel elektrische Winkelgeschwindigkeiten von etwa  $\Omega_{el,min} \approx 2 \dots 8 \frac{rad}{s}$  (z.B. [141]) als Untergrenze für einen stabilen, sensorlos geregelten Betrieb angegeben. Um nun einen stabilen Betrieb im Stillstand zu erreichen, ist die Auswertung einer Größe anzustreben, die eine feste Beziehung zwischen einer elektrisch messbaren Größe und dem Rotorwinkel aufweist. Wie in den Kapiteln 3 und 4 später näher beschrieben wird, läßt sich bei vielen Drehfeldmaschinen eine Abhängigkeit zwischen dem elektrischen Rotorwinkel  $\vartheta$  und der Induktivität feststellen. Ursache hierfür ist ein rotorlageabhängiger magnetischer Widerstand (Reluktanz), der sich bei Spannungsanregung im Strom und damit auch in der Induktivität widerspiegelt (vgl. Kap. 5.3.2). Die Reluktanz ändert sich nach Gl. (5.10) mit den magnetischen Eigenschaften und der Geometrie der vom magnetischen Fluss durchsetzten Medien. Ändern sich also zum Beispiel bei Sättigung die magnetischen Eigenschaften des magnetisch aktiven Eisens der Drehfeldmaschine oder variiert der Luftspalt, so wird sich die Reluktanz und damit die Induktivität ändern. Wichtig ist allerdings, dass diese Reluktanzvariation eine vom Rotorwinkel abhängige Änderung aufweist, um hieraus den Winkel ermitteln zu können. Wie in den Kapiteln 3.5, 4.2.2 und 5.3.2 gezeigt wird, ist bei Synchron-Schenkelpolmotoren, und damit auch bei Hybridschrittmotoren, eine Abhängigkeit der Induktivität  $L$  vom doppelten elektrischen Winkel  $2\vartheta$  gegeben. Aber auch Asynchronmotoren zeigen diese Effekte. Ursache hiervon ist vor allem die Nutung von Stator und Rotor, in wel-

che die Wicklungen eingebracht werden. Beim Hybridschrittmotor, beim Reluktanzmotor und bei Synchron-Schenkelpolmotoren ist allerdings vorwiegend die ausgeprägte Zahnung von Rotor und Stator dafür verantwortlich.

Die Berechnung des Rotorwinkels anhand der Reluktanzänderungen über den Rotorwinkel ist auf verschiedenen Wegen möglich. Eine Methode besteht in der Einprägung von Spannungs- oder Stromsprüngen in den Motor, wodurch aus der entsprechenden Sprungantwort die Reaktanz (Blindwiderstand) ermittelt werden kann. Da die Reaktanz bei einem Drehstrommotor im wesentlichen aus dem induktiven Blindwiderstand besteht, die Induktivität aber vom Rotorwinkel abhängt, kann hieraus der elektrische Rotorwinkel  $\vartheta$  gewonnen werden. Bekannt ist hier die sogenannte INFORM-Methode (vgl. [161], [178]-[182]). Da die Abhängigkeit vom doppelten elektrischen Winkel keine eindeutige Bestimmung der Lage der Stator- und Rotorpole zueinander ergibt, wird diese durch eine Variation der Sprunghöhe bestimmt, indem der Motor durch einen Sprung in die Sättigung gebracht wird. Hieraus kann auf die entsprechende Pollage geschlossen werden. Man erhält schließlich Signale, die eine kosinusförmige Abhängigkeit vom elektrischen Winkel aufweisen, der durch entsprechende Transformationen und zum Beispiel Arkustangensbildung gewonnen werden kann. Einflüsse der EMK werden durch entsprechende Kombination der Signale entfernt. Eine Variation hierzu ist die Auswertung der Zwischenkreisspannung des Umrichters, in der sich die Sprünge ebenfalls abbilden. Ähnliche Verfahren mit Sprunganregung wurden unter anderen auch von [23], [129] und [139] vorgestellt. Alle diese Verfahren zeigen gutes Lastverhalten, wobei aber teils Verbesserungsmaßnahmen notwendig sind (vgl. [139]), eine Positionsauflösung von einigen elektrischen Graden (ca.  $2^\circ \dots 5^\circ el.$ ), und sie funktionieren im sensorlos drehzahlgeregelten Fall für kleine Drehzahlen und im Stillstand.

Wesentlich beliebter als die Sprunganregung ist allerdings die Anregung mit kosinusförmigen Signalen. Hierbei wird entweder ein Stromsollwert (vgl. [44], [103]) oder eine Drehspannung höherer Frequenz (ca.  $300 \dots 1000 Hz$ ), in der Literatur wird diese oft als Hochfrequenz bezeichnet, dem Motor eingepreßt. Diese Signale sollten so geartet sein, dass sie den Betrieb des Motors nicht oder kaum stören (u.a. auch Anregung nur des feldbildenden Stromes  $i_d$  bei [44]) und auf einfache Art von den Steuersignalen für den Betrieb des Motors getrennt werden können. Die „Hochfrequenz“-Anregung mit Drehspannungen entspricht einem Trägerfrequenzverfahren bzw. einer Amplitudenmodulation, bei der der Strom durch die positionsabhängige Induktivität moduliert wird. Die Ermittlung des Rotorwinkels erfolgt meist über die Extraktion des Trägerstromsignals durch Filter, die Separierung der winkelabhängigen Signalanteile über Transformationen und die eigentliche Winkelberechnung. Die Winkelberechnung aus den dann vorhandenen Sinus- und Kosinussignalen des elektrischen Winkels wird entweder über Arkustangensbildung (vgl. [65], [104], [209]-[203] u.a.), über Zeitmessung zwischen den Signumfunktionen (vgl. [47], [48] u.a.), mit Hilfe von Tabellen (z.B. [126]) oder über PLL-Strukturen (PLL: Phase-Locked-Loop) (vgl. [6]-[5], [18], [33]-[31], [49], [52]-[50], [70], [82]-[81], [92]-[90] u.a.) durchgeführt. Diese Verfahren ermöglichen eine sensorlose Drehzahl- und Positionsregelung für kleine Drehzahlen und den Stillstand bei ausreichender Genauigkeit von einigen elektrischen Graden. Dass diese Verfahren auch auf Hybridschrittmotoren angewandt werden können, zeigte sich bei theoretischen und praktischen Untersuchungen am Lehrstuhl für Feingerätebau und Mikrotechnik (vgl. [117], [162]). Weitere Möglichkeiten der Rotorwinkelermittlung aufgrund von Reluktanzeffekten beruhen auf der Auswertung von Koeffizienten der Induktivitätsmatrix (vgl. Gl. (3.16)) über die statorfesten Ströme (z.B. [148]), die Anwendung von Methoden der Kreuzkorrelation (vgl. [84], [109] u.a.),

spezielle Beobachter (z.B. [66], [71], [214]), die Auswertung der Blindleistung der Stromharmonischen (vgl. [138] u.a.) oder einer stoßweisen Trägereinprägung (vgl. [191]). Auch finden verschiedene Methoden Anwendung zur Realisierung einer sensorlosen Direkten Drehmomentregelung (DTC) (z.B. [40], [137], [158]). Verschiedene Vergleiche zwischen den Verfahren zeigen hier in etwa gleiche Ergebnisse (u.a. [18], [120]).

Wie auch in Kapitel 3.5 beruhen die meisten dieser Methoden auf der Annahme, dass nur eine reluktanz- oder sättigungsbasierte Induktivitätsänderung im Trägerstrom vorhanden ist. Bei Messungen an Versuchsanlagen hat sich aber gezeigt, dass weitere positionsabhängige Harmonische im Strom zu finden sind und diese für die Winkelbestimmung entsprechend entfernt werden müssen (z.B. [6], [31], [51], [82], [209], [206] u.a.). Diese unerwünschten Effekte werden dann durch Erweiterungen der PLL-Struktur („saliency model“, z.B. [92]) oder durch Tabellen (z.B. [204]) beseitigt. Durch diese Erweiterungen bzw. Verbesserungen ist dann der Winkel mit einer Genauigkeit von einigen elektrischen Graden sowohl stationär wie auch dynamisch ermittelbar. Allerdings muss noch erwähnt werden, dass sich auch Einschränkungen bezüglich der Dynamik ergeben, da die Filter und die PLL-Strukturen Einschwingvorgängen unterworfen sind (z.B. [32]), die die Genauigkeit entsprechend beeinflussen.

## 2.5 Verfahren der Künstlichen Intelligenz

Der nichtlineare Charakter von Drehstrommotoren führt zwangsläufig auch zur Verwendung nichtlinearer Methoden wie Neuronalen Netzen, Fuzzy Logic und genetischen Algorithmen. Die Verwendung von künstlicher Intelligenz ist bei den sensorlosen Regelungen noch nicht so stark vertreten wie die bereits erwähnten Methoden zur Beobachtung oder Reluktanzauswertung, aber in [179] wird diesen Methoden für die Zukunft eine zunehmende Bedeutung beigemessen.

Die Verwendung verschiedener nichtlinearer Methoden und Neuronaler Netze wird zum Beispiel in [17] im Überblick dargestellt, wobei rekursive künstliche Neuronale Netze die besten Ergebnisse zeigten. Einige Beispiele für sensorlose Drehzahlregelungen von Asynchronmotoren sind in der Literatur zu finden, wobei sich zwar gute Ergebnisse im Lastverhalten zeigen (z.B. [111]), aber auch hier der Stillstandsfall nicht bewiesen wird. Häufig werden die Neuronalen Netze zuerst im Offline-Betrieb trainiert, um dann zur Regelung Verwendung zu finden (z.B. [20], [73]).

## 2.6 Vergleich

In den Kapiteln 2.2 bis 2.5 wurden viele verschiedene Methoden kurz beschrieben, die eine Ermittlung des Rotorwinkels von verschiedenen Drehfeldmotoren (v.a. Asynchron-, Synchron- und Reluktanzmotoren) ohne Zuhilfenahme einer Winkelmessung erlauben. Ein guter Überblick über verschiedene Methoden ist zum Beispiel auch in [218] zu finden. Diese Methoden ermöglichen einen sensorlos drehzahl- oder gar lagegeregelten Betrieb der entsprechenden Motoren. Als praktische Anwendungsbeispiele seien hier die Regelung einer Windkraftanlage über ein PLL-Verfahren (vgl. [55]) oder die sensorlose Drehzahlregelung von Festplattenlaufwerken über EMK-Auswertung (vgl. [1]) erwähnt.

Es bleibt festzustellen, dass es einerseits recht einfache Verfahren gibt, die allerdings nur grobe Auflösungen erlauben (z.B. Stromnulldurchgangdetektion) und andererseits Verfahren entwickelt

wurden, die zwar genauer arbeiten, aber auf einen bestimmten Drehzahlbereich eingeschränkt sind. Diese Einschränkung ist jeweils prinzipbedingt. Bei Beobacherverfahren funktionieren kleine Drehzahlen und der Stillstand vor allem deshalb nicht, da bei abnehmender Drehzahl das Signal-Rausch-Verhältnis der Fehlerfunktionen zunehmend schlechter wird und dies bis zur Instabilität führen kann. Gleiches gilt für ungenaue oder schwankende Parameter. Die Auswertung von Reluktanz- und Sättigungseffekten wiederum ist meist dahingehend beschränkt, dass die Auswertung der von diesen Effekten verursachten Harmonischen im Strom eine Separation von der Stromgrundwelle verlangt (z.B. [31]), was entsprechende Filter und damit Bandbreitenbeschränkungen bedingt.

Neben den bereits erwähnten Methoden zur sensorlosen Winkelermittlung finden sich zum Beispiel auch Methoden, die zusätzliche Spannungsabgriffe (z.B. [212]) oder veränderte Rotoren (z.B. [140]) zur Winkelermittlung verwenden, oder auch bisher in der Messtechnik kaum verwendete Frequenzanalysemethoden (z.B. Wavelet-Transformation, vgl. [146]). Betrachtet man nur die Regelung des Drehmomentes bzw. des Motorstromes, kommt auch die Direkte Drehmomentregelung (DTC) in Frage (z.B. [199]), da hier im Vergleich zur feldorientierten Regelung kein Winkelsignal benötigt wird.

Zwar funktionieren fast alle beschriebenen Methoden innerhalb des jeweils stabilen Drehzahlbetriebsbereichs mit angegebenen Genauigkeiten zwischen  $2^\circ$  und  $10^\circ$  *el.* bis zu annehmbaren Drehmomenten der Motoren, aber häufig müssen diese Werte durch aufwendige Korrekturen oder Modellerweiterungen erkaufte werden. Laut Expertenmeinung (vgl. [179]) bieten hier Methoden der Künstlichen Intelligenz in der Zukunft eine Verbesserungsmöglichkeit.

Im Falle des Hybridschrittmotors muss ein Verfahren gefunden werden, dass die typische Anwendung dieses Motortyps als Positionierantrieb gewährleistet. Einfache und damit meist ungenaue Methoden zur Winkelermittlung bringen keine Verbesserung, und Beobachtermethoden schließen eine dauerhafte Positionierung aus. Somit muss auf die Auswertung der Reluktanz übergegangen werden. Die ausgeprägte Zahnung von Hybridschrittmotoren dürfte sich hierbei sehr positiv auf die Auswertemöglichkeiten auswirken.

## 3 Modellbildung

### 3.1 Einführung

In diesem Kapitel werden die Gleichungen für den Schrittmotor hergeleitet. Nach einer allgemeinen Einführung in die Modellbildung bei Hybridschrittmotoren werden auf Basis des Grundwellenmodells die Gleichungen für die magnetischen, elektrischen und mechanischen Größen als Raumzeiger und Vektoren in stator- und rotorfesten Koordinatensystemen hergeleitet. Grundlage hierfür ist die Modellierung des homopolaren Hybridschrittmotors als hochpoligen Synchron-Schenkelpolmotor. Abschließend erfolgt die Formulierung der Bewegungsgleichung für einen Hybridschrittmotor.

### 3.2 Allgemeines

In der Regelungstechnik ist es wichtig, ein möglichst exaktes mathematisches Modell der Regelstrecke zu haben. Dieses ermöglicht eine Optimierung der Regelung und im Vorfeld eine simulative Untersuchung der geplanten praktischen Umsetzung.

Die Theorie der elektrischen Maschinen stellt bereits seit relativ langer Zeit sehr gute Modelle für die meisten Elektromotoren zur Verfügung. Elektrische Maschinen kleiner Leistung (Kleinmaschinen) fristeten allerdings lange Zeit ein Schattendasein in der Theorie, da hier unter anderem kaum regelungstechnischer Bedarf gesehen wurde. Aufgrund der steigenden Anforderungen an Produktionsanlagen wurde und wird die Optimierung und bessere Beherrschung der elektrischen Kleinmaschinen immer wichtiger, und somit gibt es seit einigen Jahren auch für diese Motoren Maschinenmodelle.

In verschiedenen Veröffentlichungen ([105], [114], [130], [141], etc.) wurde gezeigt, dass der Hybridschrittmotor in seinem Verhalten einer hochpoligen, permanentmagnetisch erregten Synchron-Schenkelpolmaschine entspricht. Dieser Maschinentyp ist aus der Literatur ([113], [122], [133], [134], etc.) wohlbekannt, und entsprechende Modelle sind vorhanden. Die Synchron-Schenkelpolmaschine wird mit der Drehfeldtheorie beschrieben. In dieser Theorie werden verschiedene Koordinatentransformationen vorgenommen, die eine vereinfachte mathematische Darstellung ermöglichen und eine der Gleichstromnebenschlussmaschine (GNM) ähnliche Steuerung der Größen Fluss und Strom erlauben. Diese Transformationen und der Begriff der Feldorientierung werden im Folgenden auf Basis der Raumzeigertheorie formuliert. Anschließend werden die Gleichungen für den Fluss und den Strom sowie die Bewegungsgleichung eines Hybridschrittmotors hergeleitet.

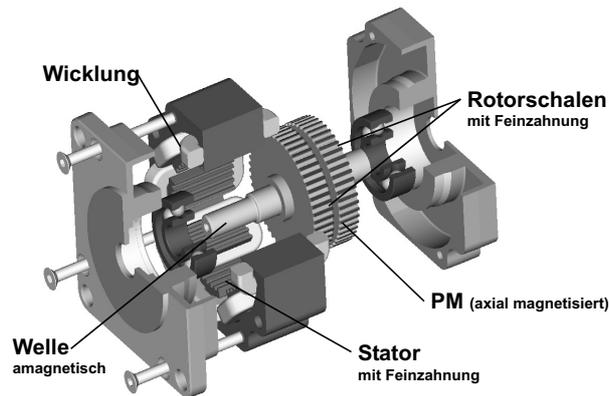


Abb. 3.1: Aufbau eines Hybridschrittmotors (Quelle: Berger Lahr)

### 3.3 Raumzeiger

Die mathematische Beschreibung einer mehrsträngigen elektrischen Maschine liefert für jeden Strang eine Gleichung für die jeweilige Systemgröße  $X$ , die sowohl die zeitliche als auch die räumliche Abhängigkeit beinhaltet. Da bei einer 3-strängigen, symmetrisch aufgebauten Drehfeldwicklung die Stränge jeweils um  $120^\circ$  bzw.  $\frac{2\pi}{3}$  zueinander räumlich versetzt angeordnet sind, kann durch eine geeignete Transformation diese feste Beziehung der 3 Phasen in ein orthogonales 2-Phasen-System umgewandelt werden. Die Annahme einer symmetrischen, kosinusförmigen Speisung des Wicklungssystems ermöglicht eine komplexe Darstellung dieser Beziehungen als Raumzeiger, der folgendermaßen definiert wird (vgl. [122], [176] u.a.):

#### Definition:

$$\begin{aligned}\vec{X}(t) &= \frac{2}{3} \cdot \sum_{n=1}^3 X_{Ln}(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3} \cdot (n-1)} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \left\{ X_{L1}(t) \cdot e^{j0} + X_{L2}(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + X_{L3}(t) \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\}\end{aligned}\quad (3.1)$$

mit

$$X \in \{I, U, \Psi\}$$

Die beispielhafte Betrachtung der Statorspannung ergibt dann folgende Raumzeigerberechnung, wobei der Winkel  $\varphi_{el}$  der Winkel der elektrischen Größe bezogen auf den Strang 1 ist:

$$\begin{aligned}U_{L1}(t) &= \hat{U}_{L1}(t) \cdot \cos(\varphi_{el}(t)) \\ U_{L2}(t) &= \hat{U}_{L2}(t) \cdot \cos(\varphi_{el}(t) - \frac{2\pi}{3}) \\ U_{L3}(t) &= \hat{U}_{L3}(t) \cdot \cos(\varphi_{el}(t) - \frac{4\pi}{3})\end{aligned}$$

Bei symmetrischer Speisung (vgl. [122], [176] u.a.) gilt:

$$\sum_{n=1}^3 U_{Ln}(t) = 0$$

d.h.

$$\hat{U}(t) = \hat{U}_{L1}(t) = \hat{U}_{L2}(t) = \hat{U}_{L3}(t)$$

Bei Verwendung der Substitution  $\cos(x) = \frac{1}{2} \cdot (e^{jx} + e^{-jx})$  erhält man folgenden Spannungs-Raumzeiger:

$$\vec{U}(t) = \frac{2}{3} \cdot \left\{ U_{L1}(t) \cdot e^{j0} + U_{L2}(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + U_{L3}(t) \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\} = \hat{U}(t) \cdot e^{j\varphi_{el}(t)} \quad (3.2)$$

In diesem Beispiel wird deutlich, dass der Faktor  $\frac{2}{3}$  dazu dient, den Amplitudenwert des Raumzeigers (hier  $\hat{U}$ ) dem Amplitudenwert der Eingangsgrößen gleich zu machen. Möglich ist allerdings auch, den Amplitudenwert des Raumzeigers als den Effektivwert der Eingangsamplituden festzulegen (Faktor  $\frac{1}{3}$ , vgl. [122]).

### 3.4 Koordinatensysteme und Feldorientierung

Aus regelungstechnischer Sicht sollte das Ziel einer Modellbildung sein, ein einfaches Regelungskonzept daraus herleiten zu können. Gewünscht ist hier ein Modell, das eine Beeinflussung von Drehmoment und Drehzahl ähnlich einfach wie bei der Gleichstromnebenschlussmaschine (GNM) über Ankerstrom und Statorfluss erlaubt.

Dreiphasige Drehstromwicklungen sind heute der Stand der Technik für Motoren und Generatoren mittlerer bis großer Leistung. Bei Kleinmaschinen sind eher Ein- oder Zweiphasenwicklungen verbreitet, aber auch Mehrphasenwicklungen sind, insbesondere bei Schrittmotoren, durchaus nicht unüblich. Der untersuchte Hybridschrittmotor (vgl. Kap. 8) ist mit einer Dreiphasenwicklung ausgeführt, wodurch die Modellbildung analog zu Drehfeldmaschinen höherer Leistung erfolgen kann (vgl. [2], [3], [105], [141]).

Die durchgängige mathematische Beschreibung eines Elektromotors mit 3 Phasen ist recht unübersichtlich, da hier immer die räumlichen Beziehungen der 3 Wicklungsstränge zueinander eingehen. Als erster Schritt zur Vereinfachung wird somit eine Transformation in ein zweiphasiges Koordinatensystem vorgenommen. Dieses System ist, wie die Beschreibung der 3 Einzelphasen, statorfest und ergibt sich aus der Raumzeigerdefinition, indem man den jeweiligen Raumzeiger in seine reelle und imaginäre Komponente aufspaltet.

#### Definition $\alpha$ - $\beta$ -Transformation (Clarke-Transformation) :

$$\begin{aligned} \vec{X}(t) &= \vec{X}^S(t) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \left\{ X_{L1}(t) \cdot e^{j0} + X_{L2}(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + X_{L3}(t) \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\} \\ &= x_\alpha(t) + j \cdot x_\beta(t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Hieraus kann man auch eine vektorielle Form dieser Transformation herleiten.

Hintransformation:

$$\begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} (t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{L1} \\ X_{L2} \\ X_{L3} \end{pmatrix} (t) \quad (3.4)$$

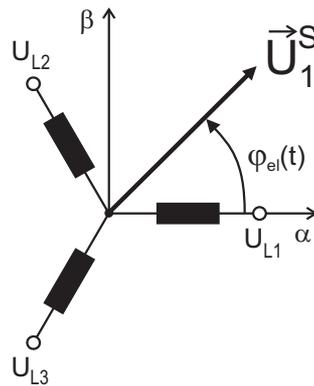


Abb. 3.2: Statorfestes Koordinatensystem beim 3-phasigen Motor am Beispiel der Statorspannung

Rücktransformation:

$$\begin{pmatrix} X_{L1} \\ X_{L2} \\ X_{L3} \end{pmatrix} (t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -\sqrt{3} \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{\alpha} \\ x_{\beta} \end{pmatrix} (t) \quad (3.5)$$

mit

$$X \in \{I, U, \Psi\} \quad \text{bzw.} \quad x \in \{i, u, \psi\}$$

Diese Zweiachstransformation erbringt zwar den Vorteil, dass die festen räumlichen Beziehungen zwischen den Phasen orthogonal sind, aber da ja Drehfeldmaschinen betrachtet werden, rotiert der Feldvektor und somit rotieren auch die Systemgrößen (Strom, Spannung und magnetischer Fluss) mit der jeweiligen Winkelgeschwindigkeit. Bei der Synchronmaschine bedeutet dies, dass eine Abhängigkeit von der Drehzahl bzw. von der Rotorposition vorliegt. Diese soll nun durch eine weitere Transformation entfernt werden.

Hierzu transformiert man die Drehfeldgrößen des  $\alpha$ - $\beta$ -Systems in ein allgemeines Koordinatensystem, das mit einer beliebigen Winkelgeschwindigkeit rotiert. Grundsätzlich kann nun eine Orientierung an einer geeigneten Größe, z.B. dem Rotor- oder dem Statorfluss, erfolgen. Bei einer Synchronmaschine wie dem Hybridschrittmotor bietet sich die Orientierung am Rotorfluss an, da die Rotorpole räumlich konstant bleiben. Die Achsen dieses neuen, mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{el}(t) = \frac{d\vartheta(t)}{dt}$  rotierenden Koordinatensystem werden mit d und q bezeichnet, wobei man die reelle d-Achse in Richtung des permanentmagnetischen Rotorflusses (Rotorflussorientierung) legt. Das erweist sich als vorteilhaft, da sich eine Entkopplung der Ströme ergibt und somit der Strom in d-Richtung (feldbildend) und der Strom in q-Richtung (drehmomentbildend) separat voneinander gesteuert werden können.

Im Folgenden soll gelten, dass der Rotorfluss bzw. die d-Achse mit der statorfesten  $\alpha$ -Achse den elektrischen Winkel  $\vartheta$  bildet. Der Winkel  $\vartheta$  unterscheidet sich im stationären Fall (Überstriche!) vom Winkel der elektrischen Größen  $\varphi_{el}$  durch einen Anteil  $\beta$ , der zum Beispiel durch äußere Belastung des Motors entsteht (Lastwinkel, vgl. Kap. A.7):

$$\bar{\vartheta} = \bar{\varphi}_{el} - \bar{\beta}$$

**Definition d-q-Transformation (Park-Transformation):**

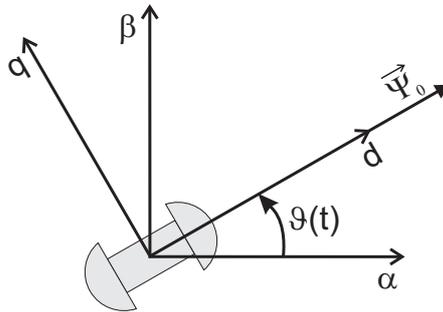


Abb. 3.3: Rotorfestes Koordinatensystem

$$\begin{aligned} \vec{X}^R(t) &= \vec{X}^S(t) \cdot e^{-j\vartheta(t)} \\ &= x_d(t) + j \cdot x_q(t) \end{aligned} \tag{3.6}$$

Hieraus kann man auch eine vektorielle Form dieser Transformation herleiten.

Hintransformation:

$$\begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix} (t) = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta(t)) & \sin(\vartheta(t)) \\ -\sin(\vartheta(t)) & \cos(\vartheta(t)) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} (t) \tag{3.7}$$

Rücktransformation:

$$\begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{pmatrix} (t) = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta(t)) & -\sin(\vartheta(t)) \\ \sin(\vartheta(t)) & \cos(\vartheta(t)) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix} (t) \tag{3.8}$$

mit

$$X \in \{I, U, \Psi\} \quad \text{bzw.} \quad x \in \{i, u, \psi\}$$

### 3.5 Fluss

#### 3.5.1 Strangflüsse

Die Herleitung der Strangflüsse  $\psi_{L1}$ ,  $\psi_{L2}$  und  $\psi_{L3}$  aus den Maxwell'schen Gleichungen wird in verschiedenen Quellen ([113], [122], [133], [134] u.a.) gezeigt und soll hier nicht explizit ausgeführt werden. Als Ergebnis dieser Berechnungen ergibt sich ein Gleichungssystem, das die einzelnen Flussanteile einer symmetrischen Drehstromwicklung beinhaltet, wobei im wesentlichen der Hauptfluss, der Streufluss und der Fluss aufgrund der Änderung der Reluktanz (= magnetischer Widerstand) maßgebend sind. Die vektorielle Flussgleichung kann somit wie folgt notiert werden:

$$\begin{pmatrix} \psi_{L1} \\ \psi_{L2} \\ \psi_{L3} \end{pmatrix} (\vartheta(t), t) = [\mathbf{L}_H^S + \mathbf{L}_R^S(\vartheta(t)) + \mathbf{L}_\sigma^S] \cdot \begin{pmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \end{pmatrix} (t) + \underline{\Psi}_0(\vartheta(t)) \tag{3.9}$$

Die Hauptinduktivitätsmatrix  $\mathbf{L}_H^S$  beinhaltet nur die Induktivitätskomponenten, die der jeweilige Strang erzeugt, und hat somit nur Elemente in der Hauptdiagonalen. Sie können bei symmetrischem Wicklungsaufbau in jedem Strang als annähernd gleich angesehen werden:

$$\mathbf{L}_H^S = \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 \\ 0 & 0 & L_1 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Der Hybridschrittmotor stellt eine elektromaschinenbauliche Kombination aus Reluktanz- und PM-Schrittmotor dar. Die Nutzung kleiner Schrittwinkel und reluctanter Drehmomente erfordert eine Zahnung der Rotor- und Statorblechpakete, die allerdings eine winkelabhängige Änderung des magnetischen Widerstands (Reluktanz) im Motor hervorrufen. Je nach Stellung der Zähne von

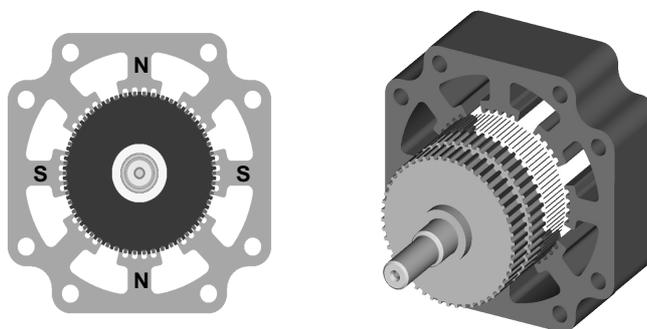


Abb. 3.4: Schnittbild eines Hybridschrittmotors (Quelle: Berger Lahr)

Stator und Rotor zueinander ändert sich der magnetische Widerstand zwischen einem Minimalwert (Koinzidenz der Zähne zueinander) und einem Maximalwert (Opposition der Zähne zueinander) und zwar mit der räumlichen Frequenz des zweifachen elektrischen Rotorwinkels  $2\vartheta$  (vgl. [113], [114], [133] u.a.). Dieser Effekt kann sich zudem durch Sättigung an den Zahnflanken verstärken. Da sich die Bedingungen des magnetischen Kreises in den elektrischen Strömen des Motors

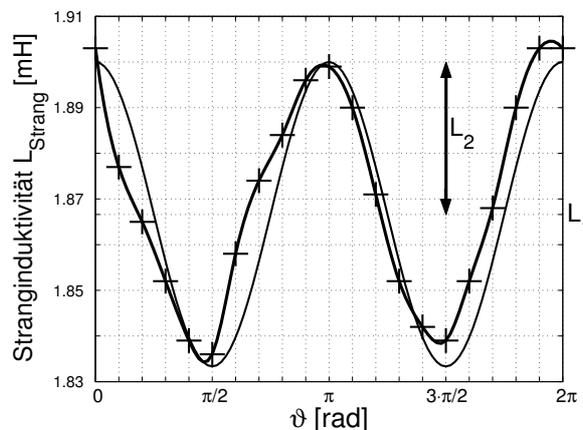


Abb. 3.5: Stranginduktivität: Vergleich Messung-Modellierung

$$L_{Strang}(\vartheta(t)) = L_1 + L_2 \cdot \cos(2\vartheta(t))$$

widerspiegeln, ist der Reluktanzeffekt in den Induktivitäten sichtbar (vgl. Abb. 3.5).

Der Reluktanzeffekt wirkt sich nicht nur innerhalb eines Statorstranges aus, sondern er beeinflusst auch die anderen Wicklungsstränge. Somit beinhaltet die Matrix der Reluktanzinduktivität  $\mathbf{L}_R^S(\vartheta(t))$  auch Verkopplungen und wird wie folgt angeschrieben

$$\mathbf{L}_R^S(\vartheta(t)) = \begin{pmatrix} l_{r11} & l_{r12} & l_{r13} \\ l_{r21} & l_{r22} & l_{r23} \\ l_{r31} & l_{r32} & l_{r33} \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} l_{r11} &= L_2 \cos(2\vartheta(t) + a_0) & l_{r12} = l_{r21} &= -\frac{1}{2}L_1 + l_{r33} \\ l_{r22} &= L_2 \cos(2\vartheta(t) + a_1) & l_{r13} = l_{r31} &= -\frac{1}{2}L_1 + l_{r22} \\ l_{r33} &= L_2 \cos(2\vartheta(t) + a_2) & l_{r23} = l_{r32} &= -\frac{1}{2}L_1 + l_{r11} \end{aligned}$$

und den räumlichen Winkeln

$$a_0 = 0 \quad a_1 = \frac{2\pi}{3} \quad a_2 = \frac{4\pi}{3}.$$

Bei [113] wird keine induktive Kopplung der Stränge über die Streuung angegeben und damit die Streukoppelinduktivität  $M_\sigma$  vernachlässigt. Diese Verkopplung kann aber nach [114] bei verteilten Wicklungen auftreten und wird somit berücksichtigt, wodurch sich folgende Streuinduktivitäts-Matrix ergibt:

$$\mathbf{L}_\sigma^S = \begin{pmatrix} L_\sigma & M_\sigma & M_\sigma \\ M_\sigma & L_\sigma & M_\sigma \\ M_\sigma & M_\sigma & L_\sigma \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Hybridschrittmotoren sind homopolar permanentmagnetisch erregt, und der Läuferfluss verteilt sich auf eine symmetrische Drehstromwicklung in der Form:

$$\underline{\Psi}_0(\vartheta(t)) = \hat{\Psi}_0 \cdot \begin{pmatrix} \cos(\vartheta(t)) \\ \cos(\vartheta(t) - a_1) \\ \cos(\vartheta(t) - a_2) \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

### 3.5.2 Fluss im $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem

Bei der Annahme einer symmetrischen Stromverteilung (vgl. 3.3) erhält man mit dem Statorstromraumzeiger

$$\begin{aligned} \vec{I}_1^S(t) &= \frac{2}{3} \cdot \left\{ I_{L1}(t) \cdot e^{j0} + I_{L2}(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + I_{L3}(t) \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\} \\ &= \hat{I}(t) \cdot e^{j\varphi_{el}(t)} = \hat{I}(t) \cdot e^{j(\vartheta(t) + \beta(t))} \end{aligned} \quad (3.14)$$

folgenden statorfesten Flussraumzeiger (zeitliche und räumliche Abhängigkeiten der Strangflüsse sind der Übersichtlichkeit halber nicht angegeben):

$$\begin{aligned}\vec{\Psi}_1^S(\vartheta(t), t) &= \frac{2}{3} \cdot \left\{ \Psi_{L1}^S \cdot e^{j0} + \Psi_{L2}^S \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + \Psi_{L3}^S \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\} \\ &= \left( \frac{3}{2} L_1 + L_\sigma - M_\sigma \right) \cdot \vec{I}_1^S(t) + \frac{3}{2} L_2 \cdot e^{j2\vartheta(t)} \cdot \vec{I}_1^{S*}(t) + \hat{\Psi}_0 \cdot e^{j\vartheta(t)} \\ &= \Psi_\alpha(\vartheta(t), t) + j \cdot \Psi_\beta(\vartheta(t), t)\end{aligned}\quad (3.15)$$

Mit Hilfe der Transformationen

$$\begin{aligned}\vec{I}_1^S &= i_\alpha + j \cdot i_\beta \\ \vec{I}_1^{S*} &= i_\alpha - j \cdot i_\beta \\ e^{j \cdot n\vartheta} &= \cos(n\vartheta) + j \cdot \sin(n\vartheta) \quad \text{mit } n \in \{1, 2\},\end{aligned}$$

kann der Raumzeiger  $\vec{\Psi}_1^S(\vartheta(t), t)$  in die vektorielle Form

$$\begin{pmatrix} \Psi_\alpha \\ \Psi_\beta \end{pmatrix}(\vartheta(t), t) = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix}(t) + \hat{\Psi}_0 \cdot \begin{pmatrix} \cos(\vartheta(t)) \\ \sin(\vartheta(t)) \end{pmatrix}\quad (3.16)$$

mit den Matrixkoeffizienten

$$\begin{aligned}l_{11} &= \left( \frac{3}{2} L_1 + L_\sigma - M_\sigma \right) + \frac{3}{2} \cdot L_2 \cdot \cos(2\vartheta(t)) \\ l_{12} = l_{21} &= \frac{3}{2} \cdot L_2 \cdot \sin(2\vartheta(t)) \\ l_{22} &= \left( \frac{3}{2} L_1 + L_\sigma - M_\sigma \right) - \frac{3}{2} \cdot L_2 \cdot \cos(2\vartheta(t))\end{aligned}\quad (3.17)$$

umgewandelt werden.

### 3.5.3 Fluss im d-q-Koordinatensystem

Über die Transformationen (Gl. 3.6)

$$\begin{aligned}\vec{X}_1^R(t) &= \vec{X}_1^S(t) \cdot e^{-j\vartheta(t)} \\ \vec{X}_1^{R*}(t) &= \vec{X}_1^{S*}(t) \cdot e^{j2\vartheta(t)} \cdot e^{-j\vartheta(t)} \\ &\text{mit } X \in \{I, U, \Psi\}\end{aligned}\quad (3.18)$$

ergibt sich die rotorfeste (= feldorientierte) Raumzeigergleichung

$$\begin{aligned}\vec{\Psi}_1^R(t) &= \vec{\Psi}_1^S(\vartheta(t), t) \cdot e^{-j\vartheta(t)} \\ &= \left( \frac{3}{2} L_1 + L_\sigma - M_\sigma \right) \cdot \vec{I}_1^R(t) + \frac{3}{2} L_2 \cdot \vec{I}_1^{R*}(t) + \hat{\Psi}_0 \\ &= \Psi_d(t) + j \cdot \Psi_q(t),\end{aligned}\quad (3.19)$$

und in Vektorschreibweise

$$\begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{pmatrix}(t) = \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix}(t) + \hat{\Psi}_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\quad (3.20)$$

mit den Substitutionen

$$L_d = \frac{3}{2}(L_1 + L_2) + L_\sigma - M_\sigma \quad (3.21)$$

$$L_q = \frac{3}{2}(L_1 - L_2) + L_\sigma - M_\sigma. \quad (3.22)$$

In Gl. (3.20) ist die Orientierung am Rotorfluss dadurch erkennbar, dass nur der Fluss in d-Richtung den PM-Rotorfluss  $\hat{\Psi}_0$  enthält. Zudem wurde das in Kapitel 3.4 formulierte Ziel der getrennten Steuerbarkeit der feldbildenden d-Komponente und der drehmomentbildenden q-Komponente erreicht, da die Induktivitätsmatrix in Gl. (3.20) nur noch Elemente in der Hauptdiagonalen enthält.

## 3.6 Spannungs- und Stromgleichungen

### 3.6.1 Spannungsgleichungen der Stränge

Im vorherigen Kapitel wurde in Gl. (3.14) von einer symmetrischen Stromspeisung ausgegangen. Üblicherweise werden in modernen Servoantrieben aber keine Frequenzumrichter mit Stromeinprägung (I-Umrichter), sondern Frequenzumrichter mit Spannungszwischenkreis und somit Spannungseinprägung (U-Umrichter, engl. VSI: Voltage Source Inverter) verwendet, da diese nicht speziell an den jeweiligen Motor angepasst werden müssen. Für die Berechnungen im Kapitel 3.5 war die Annahme der Stromeinprägung praktikabel, der reale Stromverlauf soll aber nun bei Spannungseinprägung ermittelt werden.

Bei symmetrischer Speisung der Drehstromwicklung ergeben sich somit folgende Strangspannungen (vgl. Kap. 3.3)

$$\begin{aligned} U_{L1}(t) &= \hat{U}_M(t) \cdot \cos(\varphi_{el}(t)) \\ U_{L2}(t) &= \hat{U}_M(t) \cdot \cos(\varphi_{el}(t) - \frac{2\pi}{3}) \\ U_{L3}(t) &= \hat{U}_M(t) \cdot \cos(\varphi_{el}(t) - \frac{4\pi}{3}), \end{aligned} \quad (3.23)$$

wobei  $\hat{U}_M(t)$  der Amplitudenwert der Spannung und  $\varphi_{el}(t)$  der Steuerwinkel ist.

Die Beziehung  $\overline{\varphi}_{el}(t) = \overline{\omega}_M \cdot t + \varphi_{el,0}$  ist nur im stationären Fall (d.h.  $\omega_M(t) = \overline{\omega}_M = \textit{konstant}$ ) gültig, da allgemein gilt:  $\omega_M(t) = \frac{d\varphi_{el}(t)}{dt} \Rightarrow \varphi_{el}(t) = \int \omega_M(t) dt$ . In der stationären Beziehung für den Steuerwinkel ist  $\overline{\omega}_M$  eine konstante Speisefrequenz und  $\varphi_{el,0}$  ist ein Anfangswinkel.

Über die Raumzeigertransformation Gl. (3.1) ergibt sich folgender Spannungsraumzeiger:

$$\vec{U}_1^S(t) = \hat{U}_M(t) \cdot e^{j\varphi_{el}(t)} \quad (3.24)$$

Nachfolgend wird der Anfangswinkel zu  $\varphi_{el,0} = 0 \textit{ rad}$  angenommen und nicht mehr explizit angeschrieben.

Um nun eine Stromgleichung im statorfesten  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem zu erhalten, müsste die Spannungsdifferentialgleichung

$$\vec{U}_1^S(t) = R \cdot \vec{I}_1^S(\vartheta(t), t) + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_1^S(\vartheta(t), t) \quad (3.25)$$

gelöst werden. Dies ist nicht trivial, da hier durch die Verkopplung der Flüsse die Berechnung der transienten Einschwingvorgänge sehr umfangreich wird. Aus diesem Grund wird später nur die

stationäre Lösung dieser Differentialgleichung gesucht (vgl. Kap. 4).

Zur Ermittlung der stationären Lösung ist die Herleitung der Stromgleichungen über die rotorfesten Beziehungen am praktikabelsten. Im d-q-System sind nämlich bei stationärem Betrieb alle Größen konstant und somit lassen sich die Stromgleichungen ins  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem leicht zurückrechnen.

### 3.6.2 Spannungsgleichungen, rotorfest

Der Weg zur Berechnung des rotorfesten Statorstromes führt über die Spannungsdifferentialgleichung (3.25). Bei Anwendung der Transformation

$$\vec{X}_1^S = \vec{X}_1^R \cdot e^{j\vartheta} \quad X \in \{U, I, \Psi\} \quad (3.26)$$

und der Produktregel der Differentialrechnung erhält man folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} \vec{U}_1^R(t) e^{j\vartheta(t)} &= R \cdot \vec{I}_1^R(t) \cdot e^{j\vartheta(t)} + \frac{d}{dt} \left( \vec{\Psi}_1^R(t) \cdot e^{j\vartheta(t)} \right) \\ &= R \cdot \vec{I}_1^R(t) \cdot e^{j\vartheta(t)} + e^{j\vartheta(t)} \cdot \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_1^R(t) + j \cdot \vec{\Psi}_1^R(t) \cdot e^{j\vartheta(t)} \cdot \frac{d}{dt} \vartheta(t) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Mit der elektrischen Winkelgeschwindigkeit des Rotors

$$\Omega_{el}(t) = \frac{d}{dt} \vartheta(t) = \Omega_{mech}(t) \cdot N_r \quad (3.28)$$

ergibt sich bei Kürzung des Drehoperators  $e^{j\vartheta(t)}$  die rotorfeste Spannungsgleichung:

$$\vec{U}_1^R(t) = R \cdot \vec{I}_1^R(t) + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_1^R(t) + j \cdot \Omega_{el}(t) \cdot \vec{\Psi}_1^R(t) \quad (3.29)$$

Durch die Aufspaltung der Raumzeigergleichung (3.29) in die komplexe Schreibweise

$$\vec{X}_1^R = x_d + j \cdot x_q \quad \text{mit } X \in \{U, I, \Psi\} \quad \text{und } x \in \{u, i, \psi\} \quad (3.30)$$

erhält man über Gl. (3.20) den Spannungsvektor:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} (t) &= R \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} (t) + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{pmatrix} (t) + \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_{el}(t) \\ \Omega_{el}(t) & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{pmatrix} (t) \\ &= R \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} (t) + \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} (t) + \underbrace{\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{=0 \text{ } (\hat{\Psi}_0 = \text{konst. !})} \\ &\quad + \Omega_{el}(t) \cdot \begin{pmatrix} 0 & -L_q \\ L_d & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} (t) + \Omega_{el}(t) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\Psi}_0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Zusammengefasst dargestellt erhält man:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} (t) &= \left[ \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} + \Omega_{el}(t) \cdot \begin{pmatrix} 0 & -L_q \\ L_d & 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} (t) \\ &+ \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} (t) + \Omega_{el}(t) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\Psi}_0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.32)$$

### 3.6.3 Stromgleichungen

Die Ströme im d-q-Koordinatensystem lassen sich nach Gl. (3.32) wie folgt als Differentialgleichungssystem anschreiben:

$$\begin{aligned} R \cdot i_d(t) + L_d \cdot \frac{d}{dt} i_d(t) &= u_d(t) + \Omega_{el}(t) \cdot L_q \cdot i_q(t) \\ R \cdot i_q(t) + L_q \cdot \frac{d}{dt} i_q(t) &= u_q(t) - \Omega_{el}(t) \cdot (L_d \cdot i_d(t) + \hat{\Psi}_0) \end{aligned} \quad (3.33)$$

In der Literatur wird häufig die zeitliche Ableitung  $\frac{d}{dt}$  symbolisch durch den Buchstaben  $s$  ersetzt. Es ist aber zu beachten, dass die Substitution  $s$  nicht dem Laplace-Operator entspricht, da die Laplace-Transformation für nichtlineare Systeme wie Gl. (3.31) nicht gültig ist (vgl. [124]). Die Nichtlinearität ergibt sich durch die Verkopplung der jeweiligen Stromdifferentialgleichung über den jeweils anderen Strom und über die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{el}$ , die über die mechanischen Zusammenhänge mit den Strömen verknüpft ist (vgl. Kap. 3.7).

Mit dieser Substitution ergeben sich die Stromgleichungen zu:

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{1+s \cdot T_d} \cdot [u_d + \Omega_{el} \cdot L_q \cdot i_q] \\ i_q &= \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{1+s \cdot T_q} \cdot [u_q - \Omega_{el} \cdot (L_d \cdot i_d + \hat{\Psi}_0)] \end{aligned} \quad (3.34)$$

Die Substitutionen

$$T_d = \frac{L_d}{R} \quad T_q = \frac{L_q}{R} \quad (3.35)$$

werden meist, in Anlehnung zur Ankerzeitkonstante bei Gleichstrommotoren, als die Zeitkonstanten der jeweiligen Achse bezeichnet. Eine genauere Betrachtung obiger Gleichungen ist in Kapitel 6.3.1.2 zu finden.

## 3.7 Drehmomentgleichungen

### 3.7.1 Inneres Motordrehmoment, statorfest

Die Wechselwirkung zwischen dem Magnetfeld des Rotors und einem elektrisch erzeugten Magnetfeld im Stator erzeugt ein Drehmoment. Mathematisch lässt sich dieser Sachverhalt durch das Kreuzprodukt der Vektoren des Rotorflusses und des Statorstromes darstellen. In Raumzeigerdarstellung entspricht der Betrag dieses Vektors dem Imaginärteil des Produktes aus Statorstromraumzeiger und konjugiert komplexem Flussraumzeiger. Die Multiplikation mit einem Faktor, der die

Polpaarzahl und die Strangzahl des jeweiligen Motors berücksichtigt, ergibt dann das motorisch erzeugte Drehmoment (Faktor  $\frac{3}{2} \cdot N_r$  für 3-strängige Motoren, vgl. [176], [122], [133], etc.).

Bei einem dreisträngigen Hybridschrittmotor errechnet sich das innere Motordrehmoment  $M_{Mi}$  im statorfesten Koordinatensystem somit wie folgt (zeitliche und räumliche Abhängigkeiten sind nicht angeschrieben):

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot \Im \{ \vec{\Psi}_1^{S*} \cdot \vec{I}_1^S \} = \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot (\psi_\alpha \cdot i_\beta - \psi_\beta \cdot i_\alpha) \quad (3.36)$$

### 3.7.2 Inneres Motordrehmoment, rotorfest

Das Drehmoment ist invariant gegen eine Koordinatentransformation. Deshalb gilt im rotorfesten Koordinatensystem:

$$\begin{aligned} M_{Mi} &= \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot \Im \{ \vec{\Psi}_1^{R*} \cdot \vec{I}_1^R \} = \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot (\psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d) \\ &= \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot [\hat{\Psi}_0 \cdot i_q + (L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q] \\ &= \underbrace{\frac{3}{2} \cdot N_r \cdot \hat{\Psi}_0 \cdot i_q}_{\text{Synchrodrehmoment } M_{syn}} + \underbrace{\frac{3}{2} \cdot N_r \cdot (L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q}_{\text{Reluktanzdrehmoment } M_{rel}} \end{aligned} \quad (3.37)$$

An der letzten Umformung lassen sich hier die beiden Drehmomentkomponenten erkennen, die das gesamte elektrisch erzeugte Drehmoment ergeben. Der Rotorfluss  $\hat{\Psi}_0$  und die drehmomentbildende Stromkomponente  $i_q$  bilden das Synchrodrehmoment  $M_{syn}$ , wohingegen der Unterschied zwischen den Drehfeldinduktivitäten  $L_d$  und  $L_q$  für das Reluktanzdrehmoment  $M_{rel}$  verantwortlich ist.

## 3.8 Bewegungsgleichung

Die mechanische Grundgleichung für einen Drehstrommotor ergibt sich aus der Drehmomentenbilanz an der Welle:

$$\sum_i M_i \equiv 0$$

Vernachlässigt wird bei dieser Betrachtung die Steifigkeit der Stahlwelle, die hier als unendlich hoch angenommen wird. Somit gehen in die Drehmomentenbilanz nur noch folgende Drehmomente ein:

$M_{Mi}$	Inneres Motordrehmoment (vgl. Kap. 3.7)
$M_{La}$	Lastdrehmoment (äußere Belastung)
$M_R$	Reibdrehmoment (Lager- und/oder Luftreibung)
$M_D = D \cdot \Omega_{mech}$	Dämpfungs-drehmoment (vgl. [141] u.a.)
$M_{S,ges} = \sum_{k=2}^n \hat{M}_{Sk} \cdot \sin(k \cdot m_S \cdot N_r \cdot \gamma)$	Rastdrehmoment (vgl. [114], [165] u.a.)
$M_B = J \cdot \frac{d}{dt} \Omega_{mech}$	Beschleunigungs-drehmoment (Drallsatz)

Hierbei stellt  $\Omega_{mech} = \frac{d}{dt}\gamma$  die mechanische Winkelgeschwindigkeit der Motorwelle dar. Das Dämpfungsdrehmoment wird durch Reibung und bei Dreieckschaltung der Stränge durch induzierte Ströme erzeugt (u.a. [165]) und ist damit drehzahlabhängig. Bei der verwendeten Sternschaltung der Stränge kann der Anteil der elektrischen Dämpfung vernachlässigt werden. Nach [114] und [165] werden die Rastdrehmomente von Harmonischen der Ordnung  $k \cdot m_S$  mit  $k = 2, 3, 4, \dots, n$  erzeugt. Da die Rastdrehmomentamplituden  $\widehat{M}_{Sk}$  sehr klein sind und mit zunehmender Ordnung abnehmen, wurde nur das oben angegebene Rastdrehmoment der kleinsten Ordnung dem Modell hinzugefügt. Bei einem dreisträngigen Motor ( $m_S = 3$ ) ergibt sich damit folgendes Rastdrehmoment:

$$M_S = \widehat{M}_{S2} \cdot \sin(2 \cdot 3 \cdot N_r \cdot \gamma) = \widehat{M}_S \cdot \sin(6 \cdot N_r \cdot \gamma). \quad (3.38)$$

Die Bewegungsgleichung kann somit folgendermaßen notiert werden:

$$M_B = \underbrace{M_{Mi} + M_S}_{\text{Motordrehmoment } M_M} - \underbrace{(M_{La} + M_R + M_D)}_{\text{Lastdrehmoment } M_L} \quad (3.39)$$

Die angegebenen Gleichungen lassen sich als Wirkungsplan (Signalflussplan) darstellen, den Abb. 3.6 zeigt. Die Darstellung der  $PT_1$ -Glieder für  $T_d$  und  $T_q$  hat hier, wie in Kapitel 3.6.3 angedeutet, nur symbolische Bedeutung. Die  $PT_1$ -Glieder ergeben sich durch eine Linearisierung von Gl. (3.33) und sind für beliebige Zeitverläufe ohne diese Linearisierung nicht korrekt (vgl. Kap. 6.3.1.2).

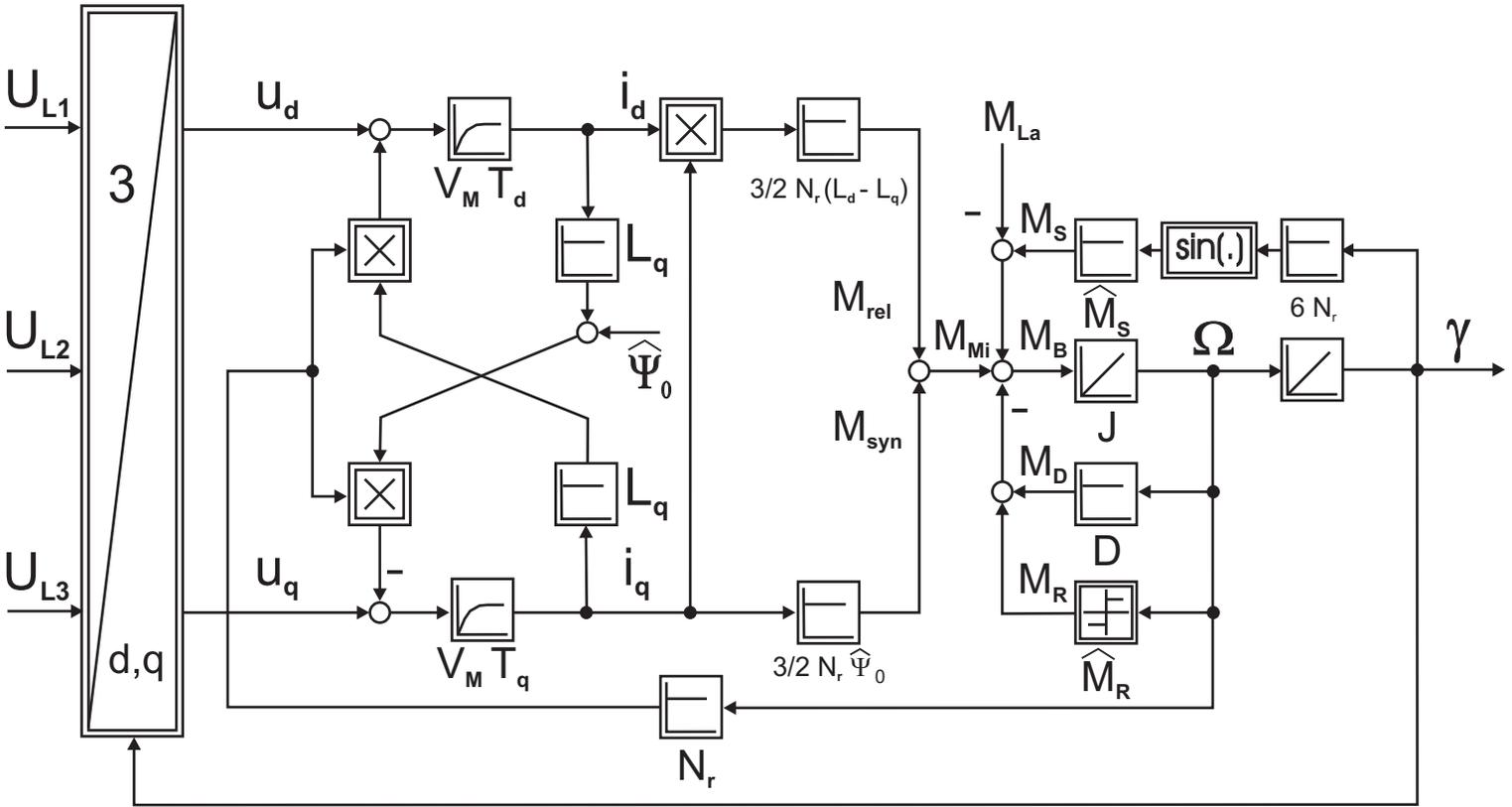


Abb. 3.6: Motormodell

## 4 Verfahren zur Winkelrekonstruktion

### 4.1 Einleitung und Motivation

Wie bereits in den Kapiteln 1 und 2 beschrieben, erfordert die übliche Anwendung eines Schrittmotors als Positionierantrieb eine Beherrschung des Stillstandsfallens. Will man nun eine sensorlose Regelung erreichen, so erscheint es sinnvoll, eine Methode zu verwenden, die diese Möglichkeit bietet.

Aufgrund des Vergleiches der verschiedenen sensorlosen Methoden im Kapitel 2 erscheint ein Verfahren mit Einprägung eines Zusatzsignals als sinnvoll. Hier wird ein sinusförmiges, hochfrequentes Drehfeld gewählt, das mathematisch einfacher zu behandeln ist als Spannungssprünge und zudem auch keine stoßförmigen Drehmomente erzeugt. Dieses Trägersignal wird durch die positionsabhängige Induktivität moduliert. Aus der Nachrichtentechnik ist dieses Verfahren bekannt und entspricht der dortigen Amplitudenmodulation (vgl. [63], [97] u.a.).

### 4.2 Mathematische Grundlagen

#### 4.2.1 Stromraumzeiger bei stationärer niederfrequenter Anregung

Die Rekonstruktion des Rotorwinkels mit Hilfe eingepprägter Spannungen erfolgt über die Auswertung der gemessenen Stromsignale des Motors. Zur mathematischen Beschreibung des Verfahrens ist somit die Herleitung der Stromgleichungen notwendig. Da eine Transformation in rotorfeste Koordinaten aufgrund des fehlenden Winkelmesssignals bei der Rekonstruktion nicht möglich ist, muss die Darstellung der Stromgleichungen im statorfesten  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem erfolgen. Die Ermittlung der Stromgleichungen bei Spannungsanregung erfolgt somit über die Lösung der Differentialgleichung der Spannung (3.25)

$$\vec{U}_1^S(t) = R \cdot \vec{I}_1^S(\vartheta(t), t) + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_1^S(\vartheta(t), t) \quad (4.1)$$

mit dem Flussraumzeiger nach Gl. (3.15)

$$\vec{\Psi}_1^S(\vartheta(t), t) = \left(\frac{3}{2} L_1 + L_\sigma - M_\sigma\right) \cdot \vec{I}_1^S(t) + \frac{3}{2} L_2 \cdot e^{j2\vartheta(t)} \cdot \vec{I}_1^{S*}(t) + \widehat{\Psi}_0 \cdot e^{j\vartheta(t)}.$$

Bei Einprägung bzw. Anregung des Motors mit dem stationären Spannungsraumzeiger nach Gleichung (3.24)

$$\overline{\vec{U}}_1^S(t) = \overline{\vec{U}}_M \cdot e^{j\overline{\varphi}_{el}(t)} = \overline{\vec{U}}_M \cdot e^{j(\overline{\omega}_M t + \varphi_{el,0})} \quad (4.2)$$

erhält man bei Vernachlässigung der Streukomponenten  $L_\sigma$  und  $M_\sigma$  und den Festlegungen

$$\begin{aligned}\omega_M &= \bar{\omega}_M = \textit{konstant} & \bar{\varphi}_{el}(t) &= \bar{\omega}_M \cdot t + \varphi_{el,0} \\ \bar{\Omega}_{el} &= \frac{d\bar{\vartheta}(t)}{dt} = \bar{\omega}_M & \bar{\vartheta}(t) &= \bar{\Omega}_{el} \cdot t + \vartheta_0 \\ \frac{dx_{q,d}(t)}{dt} &= 0 \quad \text{mit } x \in \{i, u, \psi\}\end{aligned}$$

nach umfangreicher Rechnung (vgl. Anhang A.1) einen Stromraumzeiger

$$\bar{I}_1^S(t) = \underbrace{\bar{I}_{1,IMP}^S(t)}_{\text{Wicklungsimpedanz}} + \underbrace{\bar{I}_{1,REL}^S(\bar{\vartheta}(t), t)}_{\text{Reluktanz}} + \underbrace{\bar{I}_{1,i}^S(\bar{\vartheta}(t), t)}_{\text{induzierte Gegenspannung}} \quad (4.3)$$

mit den Komponenten

$$\begin{aligned}\bar{I}_{1,IMP}^S(t) &= \frac{\left(R - j \cdot \bar{\omega}_M \cdot \frac{3}{2} L_1\right)}{\bar{\omega}_M^2 \cdot \left(\left(\frac{3}{2} L_1\right)^2 - \left(\frac{3}{2} L_2\right)^2\right) + R^2} \cdot \widehat{U}_M \cdot e^{j(\bar{\omega}_M t + \varphi_{el,0})} \\ \bar{I}_{1,REL}^S(\bar{\vartheta}(t), t) &= -\frac{j \cdot \bar{\omega}_M \cdot \frac{3}{2} L_2}{\bar{\omega}_M^2 \cdot \left(\left(\frac{3}{2} L_1\right)^2 - \left(\frac{3}{2} L_2\right)^2\right) + R^2} \cdot \widehat{U}_M \cdot e^{j(2\bar{\vartheta}(t) - \bar{\omega}_M t - \varphi_{el,0})} \\ \bar{I}_{1,i}^S(\bar{\vartheta}(t), t) &= -\frac{\left[R - j \cdot \bar{\omega}_M \cdot \left(\frac{3}{2} L_1 - \frac{3}{2} L_2\right)\right]}{\bar{\omega}_M^2 \cdot \left(\left(\frac{3}{2} L_1\right)^2 - \left(\frac{3}{2} L_2\right)^2\right) + R^2} \cdot j \cdot e^{j\bar{\vartheta}(t)} \cdot \underbrace{\widehat{\Psi}_0 \cdot \bar{\Omega}_{el}}_{\widehat{U}_i}\end{aligned} \quad (4.4)$$

Gleichung (4.3) gilt, wenn alle transienten Vorgänge abgeschlossen sind und sich der Motor mit konstanter elektrischer Winkelgeschwindigkeit  $\bar{\Omega}_{el}$ , d.h. mit der Drehfeldwinkelgeschwindigkeit  $\bar{\omega}_M = \bar{\Omega}_{el}$ , dreht.

Bei Vernachlässigung transients Vorgänge und einer symmetrischen, quasistationären Drehspannungsanregung nach Gl. (4.2) ergeben sich somit Stromkomponenten der Wicklungsimpedanz, des positionsabhängigen magnetischen Widerstandes (Reluktanz) und der drehzahlabhängigen induzierten Gegenspannung  $U_i$  (EMK).

Die Komponenten des Stromraumzeigers aus Gl. (4.4) lassen sich weiter vereinfachen, da im stationären Betrieb die mechanische Winkelgeschwindigkeit  $\bar{\Omega}_{el}$  der Kreisfrequenz der erregenden elektrischen Größen  $\bar{\omega}_M$  entspricht. Für den elektrischen Rotorwinkel  $\vartheta(t)$  ergibt sich damit im stationären Betrieb:

$$\bar{\vartheta}(t) = \bar{\Omega}_{el} \cdot t + \vartheta_0 = \bar{\omega}_M \cdot t + \vartheta_0 \quad (4.5)$$

Mit Gl. (4.5) können die Stromkomponenten der Reluktanz und der induzierten Gegenspannung aus Gl. (4.4) wie folgt vereinfacht dargestellt werden:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{1,REL}^S(t) &= -\frac{j \cdot \bar{\omega}_M \cdot \frac{3}{2} L_2}{\bar{\omega}_M^2 \cdot \left( \left( \frac{3}{2} L_1 \right)^2 - \left( \frac{3}{2} L_2 \right)^2 \right) + R^2} \cdot \bar{U}_M \cdot e^{j(\bar{\omega}_M t + 2\vartheta_0 - \varphi_{el,0})} \\ \bar{I}_{1,i}^S(t) &= -\frac{\left[ R - j \cdot \bar{\omega}_M \cdot \left( \frac{3}{2} L_1 - \frac{3}{2} L_2 \right) \right]}{\bar{\omega}_M^2 \cdot \left( \left( \frac{3}{2} L_1 \right)^2 - \left( \frac{3}{2} L_2 \right)^2 \right) + R^2} \cdot j \cdot \bar{U}_i \cdot e^{j(\bar{\omega}_M t + \vartheta_0)}\end{aligned}\quad (4.6)$$

In dieser Darstellungsart ist der zeitliche Verlauf des elektrische Rotorwinkel  $\bar{\vartheta}(t)$  nicht mehr sichtbar. Das bedeutet, dass der positionsabhängige Reluktanzanteil, und damit der Rotorwinkel, nicht mehr aus dem Stromsignal separiert werden kann. Um eine Winkelrekonstruktion aus dem Stromsignal zu ermöglichen, darf somit der elektrische Rotorwinkel  $\bar{\vartheta}(t)$  nicht von der Kreisfrequenz der erregenden elektrischen Größen  $\bar{\omega}$  abhängen. Aus diesem Grund wird zur Winkelrekonstruktion ein zusätzliches Trägersignal verwendet.

#### 4.2.2 Träger-Stromraumzeiger

Zur Ermittlung des Rotorwinkels an der Drehfeldmaschine soll ein hochfrequenter Spannungsraumzeiger mit konstanten Werten für die Amplitude  $\bar{U}_C$  und die Kreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  als Trägersignal (Index C von engl. Carrier) dienen ( $\varphi_{C,0} = 0 \text{ rad}$ ):

$$\bar{U}_{1,C}^S(t) = \bar{U}_C \cdot e^{j\bar{\omega}_C t} \quad (4.7)$$

Nun ist zu klären, was dieser Trägerspannungsraumzeiger im Motor bewirkt. Hierzu wird zuerst folgender Fall betrachtet. Der Motor wird nur mit einem Trägerspannungsraumzeiger beaufschlagt und mechanisch an einer Position festgebremst. Der Rotor befindet sich somit im Stillstand und es gelten folgende Annahmen:

$$\begin{aligned}\bar{\omega}_C &\neq 0 \text{ s}^{-1} \\ \bar{U}_C &\neq 0 \text{ V} \\ \bar{\Omega}_{el} &= 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Grundsätzlich soll die Trägerkreisfrequenz nur zur Winkelermittlung dienen. Das bedeutet, dass auch bei Motordrehung (d.h.  $\bar{\Omega}_{el} \neq 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ) möglichst wenig Einfluss auf einen Steuerstrom (siehe Kap. 4.2.3) und damit das Drehmoment an der Motorwelle vorhanden ist. Hierzu wird die Trägerkreisfrequenz sehr weit entfernt von den relativ niederfrequenten Steuerfrequenzen  $\omega_M(t)$  und damit sehr hoch gewählt.

$$\bar{\omega}_C \gg \omega_M(t)$$

In Abtastsystem muss allerdings auf die Einhaltung des Shannon'schen Abtasttheorems geachtet werden ( $\omega_A = 2\pi f_A = \frac{2\pi}{T_A} \gg \bar{\omega}_C$ ). Diese hohe Trägerfrequenz erleichtert auch eine Separierung der

zugehörigen Trägerstromanteile bei der Auswertung.

Wird die Trägerkreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  so hoch gewählt, dass gilt

$$\bar{\omega}_C^2 \cdot \left( \left( \frac{3}{2} L_1 \right)^2 - \left( \frac{3}{2} L_2 \right)^2 \right) \gg R^2, \quad (4.8)$$

d.h. die induktiven Blindwiderstände  $X_{1/2}$  (Reaktanzen) sehr groß gegenüber dem Strangwiderstand  $R$  (Resistanz) werden,

$$X_{1/2}(\bar{\omega}_C) = j \cdot \bar{\omega}_C \cdot \frac{3}{2} L_{1/2} \gg R \quad (4.9)$$

so kann man diesen vernachlässigen (vgl. Gl. (4.3)). Eine weitere Vereinfachung ergibt sich durch den hier mechanisch erzwungenen Stillstand. Für  $\Omega_{el} = 0 \frac{rad}{s}$  verschwindet die Stromkomponente der induzierten Gegenspannung  $\vec{I}_{1,i}^S(\bar{\vartheta}(t), t)$  in Gl (4.3). Dies erscheint logisch, da nur bei drehendem Motor Spannungen und damit Ströme in den Wicklungen induziert werden.

Wendet man diese Vernachlässigungen auf Gl. (4.3) an, so ergibt sich näherungsweise folgender Trägerstromraumzeiger

$$\begin{aligned} \vec{I}_{1,C}^S(\bar{\vartheta}(t), t) &= \vec{I}_{1,C,IMP}^S(t) + \vec{I}_{1,C,REL}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \\ &\approx -j \cdot I_P \cdot e^{j\bar{\omega}_C t} - j \cdot I_N \cdot e^{j(2\vartheta_0 - \bar{\omega}_C t)} \end{aligned} \quad (4.10)$$

mit den Amplitudenwerten

$$\begin{aligned} I_P &= \frac{2}{3} \cdot \frac{L_1 \cdot \bar{U}_C}{\bar{\omega}_C \cdot (L_1^2 - L_2^2)} \\ I_N &= \frac{2}{3} \cdot \frac{L_2 \cdot \bar{U}_C}{\bar{\omega}_C \cdot (L_1^2 - L_2^2)}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Der Trägerstromraumzeiger in Gl. (4.10) bei festgebremstem Motor setzt sich somit aus einer vom elektrischen Rotorwinkel  $\bar{\vartheta}(t)$  (hier:  $\bar{\vartheta}(t) = \vartheta_0$ ) abhängigen und einer davon unabhängigen Raumzeigerkomponente zusammen. Dies entspricht der bereits erwähnten Amplitudenmodulation (vgl. Abb. 4.1, [64] u.a.) und ergibt sich durch die Wirkung der winkelabhängigen Induktivität des Motors (vgl. Kap. 3.5) auf den Träger-Spannungsraumzeiger. Die Winkelinformation ist somit im Betrag des Trägerstromraumzeigers kodiert und kann über eine Demodulation gewonnen werden. Eine Möglichkeit hierzu wird in Kapitel 4.3 vorgestellt.

### 4.2.3 Stromraumzeiger bei Anregung mit Steuer- und Trägerspannung

Der normale Betrieb eines Motors umfasst nicht nur den Stillstand, sondern auch beliebige Bewegungen des Rotors. An dieser Stelle erhebt sich natürlich die Frage, ob der in Gl. (4.10) ermittelte Trägerstromraumzeiger auch in diesem Fall gültig bleibt.

Da dieses Trägersignal nicht zur Bewegungssteuerung des Motors genutzt wird und ausschließlich der Rotorwinkelermittlung dienen soll, wird ein separates Steuersignal benötigt. Der Motor wird somit mit dem Spannungsraumzeiger

$$\vec{U}_1^S(t) = \underbrace{\vec{U}_{1,M}^S(t)}_{\text{Motor-Steuersignal}} + \underbrace{\vec{U}_{1,C}^S(t)}_{\text{Trägersignal}} \quad (4.12)$$

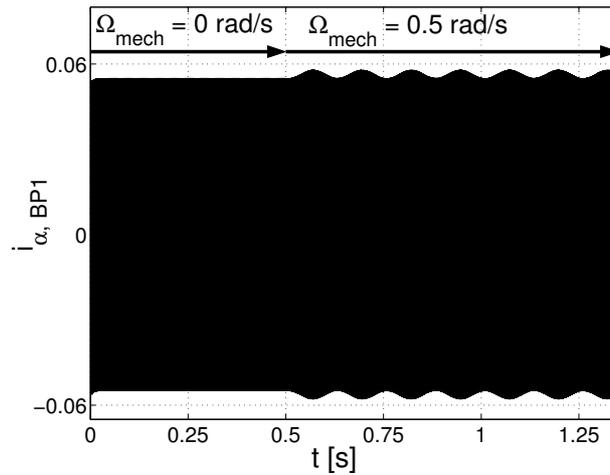


Abb. 4.1: Amplitudenmodulation am Beispiel des Stromes  $i_{\alpha, BP1}$  (vgl. Gl. (4.19))

bestehend aus den einzelnen Spannungsraumzeigern

$$\text{Motor-Steuerung: } \vec{U}_{1,M}^S(t) = \widehat{U}_M(t) \cdot e^{j\omega_M(t)t} \quad (4.13)$$

$$\text{Träger: } \vec{U}_{1,C}^S(t) = \widehat{U}_C \cdot e^{j\overline{\omega}_C t} \quad (4.14)$$

beaufschlagt. Der Trägerspannungsraumzeiger wird, wie in Kapitel 4.2.2, konstant in Amplitude  $\widehat{U}_C$  und Kreisfrequenz  $\overline{\omega}_C$  gewählt. Der Motor-Steuerspannungsraumzeiger wird unabhängig vom Trägersignal über eine Steuereinrichtung oder einen Regler vorgegeben und ist in Amplitude und Frequenz abhängig von der jeweils auszuführenden Motorbewegung. Amplitude und Kreisfrequenz des Steuerspannungsraumzeigers sind somit zeitabhängige bzw. bewegungsabhängige Größen.

Um für die Anregung nach Gl.(4.12) eine Lösung für den Strom zu finden, muss grundsätzlich die Spannungsdifferentialgleichung

$$\vec{U}_{1,M}^S(t) + \vec{U}_{1,C}^S(t) = R \cdot \vec{I}_1^S(\vartheta(t), t) + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_1^S(\vartheta(t), t) \quad (4.15)$$

gelöst werden.

Es erhebt sich aber die Frage, ob durch geeignete Einschränkung und Umformung ähnlich wie in Kapitel 4.2.1 eine Lösung gefunden werden kann.

Werden folgende Annahmen getroffen,

1. Leerlauf, d.h.  $M_{La} = 0 Nm$
2. Reibung, Rastung und Dämpfung werden vernachlässigt, d.h.  $M_R = M_S = M_D = 0 Nm$
3. Konstante Parameter  $R$ ,  $\widehat{\Psi}_0$  und  $L_{1/2}$  bzw.  $L_{d/q}$
4. Kleine, konstante Drehzahlen bzw. Winkelgeschwindigkeiten:  
 $\overline{\Omega}_{mech} = \frac{\overline{\omega}_M}{N_r} = \frac{\overline{\Omega}_{el}}{N_r} = \text{konst.}$

5. Hohe Trägerfrequenz:  $\bar{\omega}_C \gg \bar{\omega}_M(t) = \bar{\Omega}_{el}(t)$
6. Trägergenerierte Reaktanzen sind viel größer als die Resistanz und die steuerfrequenzgenerierten Reaktanzen:  
 $\bar{\omega}_C \cdot L_{1/2} \gg R$  bzw.  $\bar{\omega}_C \cdot L_{1/2} \gg \bar{\omega}_M \cdot L_{1/2} = \bar{\Omega}_{el} \cdot L_{1/2}$
7. Der Träger erzeugt keine Drehmomente am Rotor, d.h. es darf in Gl. (4.10) gesetzt werden:  
 $\vartheta_0 \approx \bar{\vartheta}(t)$

so ergibt sich nach Anhang A.2 näherungsweise ein stationärer Stromraumzeiger der Form

$$\bar{I}_1^S(\bar{\vartheta}(t), t) \approx \left. \begin{aligned} & \frac{\bar{U}_M \cdot \left[ \left( R - j \cdot \bar{\Omega}_{el} \cdot \frac{3}{2} L_1 \right) \cdot e^{j\bar{\omega}_M t} - j \cdot \bar{\Omega}_{el} \cdot \frac{3}{2} L_2 \cdot e^{j(2\bar{\vartheta}(t) - \bar{\omega}_M t)} \right]}{R^2 + \bar{\Omega}_{el}^2 \cdot \left( \left( \frac{3}{2} L_1 \right)^2 - \left( \frac{3}{2} L_2 \right)^2 \right)} \\ & - j \cdot \frac{R - j \cdot \bar{\Omega}_{el} \cdot \left( \frac{3}{2} L_1 - \frac{3}{2} L_2 \right)}{R^2 + \bar{\Omega}_{el}^2 \cdot \left( \left( \frac{3}{2} L_1 \right)^2 - \left( \frac{3}{2} L_2 \right)^2 \right)} \cdot \bar{\Omega}_{el} \cdot \hat{\Psi}_0 \cdot e^{j\bar{\vartheta}(t)} \\ & - j \cdot \frac{\bar{U}_C \cdot \left( \frac{3}{2} L_1 \cdot e^{j\bar{\omega}_C t} + \frac{3}{2} L_2 \cdot e^{j(2\bar{\vartheta}(t) - \bar{\omega}_C t)} \right)}{\bar{\omega}_C \cdot \left( \left( \frac{3}{2} L_1 \right)^2 - \left( \frac{3}{2} L_2 \right)^2 \right)} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \bar{I}_{1,M}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \\ & \text{vgl. Gl. (A.6)} \\ & \bar{I}_{1,C}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \\ & \text{vgl. Gl. (A.12)} \end{aligned} \quad (4.16)$$

bzw.

$$\bar{I}_1^S(\bar{\vartheta}(t), t) = \bar{I}_{1,M}^S(\bar{\vartheta}(t), t) + \bar{I}_{1,C}^S(\bar{\vartheta}(t), t). \quad (4.17)$$

Die Stromraumzeiger  $\bar{I}_{1,M}^S(t)$  und  $\bar{I}_{1,C}^S(t)$  entsprechen hier den in den Kapiteln 4.2.1 und 4.2.2 gefundenen Raumzeigern. Durch die Höhe der Anregungskreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  findet somit eine Entkopplung des Steuer- und des Trägersignals statt.

Der gefundene Raumzeiger ist eine stationäre Lösung für konstante Drehzahlen laut Annahmen 4 und 5. Für eine Anwendung zur sensorlosen Regelung taucht natürlich die Frage auf: Welchen Einfluss haben höhere und variable Drehzahlen auf das Ergebnis?

Grundsätzlich wird sich das Ergebnis natürlich verändern. Vernachlässigungen, die durch die hochfrequente „Entkopplung“ zwischen Träger- und Steuersignal getroffen wurden, können ihre Gültigkeit bei höheren Drehzahlen verlieren, und es können ggf. bei schnellen Drehzahländerungen die transienten Übergangsströme nicht mehr vernachlässigt werden. Allerdings bleibt der Umstand erhalten, dass die elektrischen Zeitkonstanten (z.B.  $T_d, T_q$ ) sehr viel kleiner sind als die mechanische Zeitkonstante, die sich aus dem Massenträgheitsmoment ergibt. Dadurch werden sich die mechanische Drehzahl  $n$  bzw. die mechanische Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{mech}$  langsamer ändern als die elektrischen und magnetischen Größen ( $U, I, \Psi$ ).

Im Vorgriff auf die Kapitel 4.3.5, 4.4, 4 und 5 kann hier von einem eingeschränkten Betriebsbereich für das Rekonstruktionsverfahren ausgegangen werden. Diese Einschränkungen betreffen vor allem die Drehzahl, da die Bandbreite der später beschriebenen Filter nur eine stabile Rekonstruktion bis zu einer Drehzahlgrenze zulässt. Die Drehzahlbegrenzung erzwingt auch die Bedingung  $\bar{\omega}_C \gg \omega_M(t)$ , und somit behalten auch die Vernachlässigungen bezüglich des ohmschen

Widerstands und der steuerfrequenzbedingten Blindwiderstände im Trägerstrom ihre Gültigkeit. Die erwähnten Filter weisen jeweils spezifische Einschwingverhalten auf, die das Rekonstruktionsverfahren zudem auf eine bestimmte Winkelbeschleunigung begrenzen. Diese Einschränkung der Winkelbeschleunigung begrenzt auch den Einfluss von transienten Strömen im Betriebsbereich des Rekonstruktionsverfahrens. Eine Beschleunigung des Motors, zum Beispiel durch die Änderung der Kreisfrequenz  $\omega_m$  des Steuerspannungsraumzeigers  $\vec{U}_{1,M}^S(t)$ , erzeugt transiente Ströme. Ist die Größe und die Geschwindigkeit der Änderung der Kreisfrequenz  $\omega_m$  beschränkt, so beschränkt dies auch die transienten Ströme und damit deren Einfluss auf die Rekonstruktion.

Ein weiterer Umstand bei der praktischen Realisierung begünstigt die Anwendung obiger Stromraumzeigergleichung. Bei der Berechnung eines Winkelsignals zur Regelung eines Motors muss auf Echtzeitfähigkeit geachtet werden. Das bedeutet, dass innerhalb eines Abtastschrittes bzw. eines Berechnungsschrittes für das Winkelsignal die Drehzahl annähernd konstant bleiben muss, um eine stabile Stromregelung zu erreichen. Übliche Stromregler arbeiten mit Abtastfrequenzen bis ca.  $25\text{kHz}$  und Bandbreiten bis ca.  $1\text{kHz}$ . Wird innerhalb eines Abtastschrittes, der im vorliegenden Fall  $50\mu\text{s}$  dauert, der gemessene Stromraumzeiger ausgewertet, so kann von einer konstanten Drehzahl ausgegangen werden, da auch bei einer sensorbehafteten Regelung nur ein Winkel- bzw. Drehzahlsignal ausgewertet wird.

Für kleine Drehzahlen und hohe Anregungsfrequenzen kann damit von der Gültigkeit der errechneten Stromraumzeigergleichung ausgegangen werden. Dies bestätigen auch die Untersuchungen der in Kapitel 2.4 angeführten Autoren, deren Verfahren zur Winkelrekonstruktion ebenfalls auf der Auswertung von Reluktanzeffekten mit Hilfe von kosinusförmigen Trägersignalen beruhen. Erwähnt werden muss aber, dass diese Gleichungen bei genauer Betrachtung nur im stationären Fall gelten und bei den transienten Übergängen gewisse Fehler auftreten (z.B. [31]-[33]). Dies wird in Kapitel 5 gezeigt.

### 4.3 Verfahren

Da es bei dem Rekonstruktionsverfahren im Folgenden ausschließlich um stationäre oder langsam veränderliche Größen geht, wird vereinbart, dass bei der Kennzeichnung der Raumzeiger der Querstrich (Überstrich) entfällt.

#### 4.3.1 Beschreibung

Das Verfahren zur Rekonstruktion des Rotorwinkels an einem Hybridschrittmotor beruht auf der Auswertung des in Kapitel 4.2.2 beschriebenen hochfrequenten Trägerstromsignals  $\vec{I}_{1,C}^S(t)$ . Wie bereits in Kapitel 4.2.1 erläutert, ist das zusätzliche Trägersignal notwendig, damit der positionsabhängige Reluktanzanteil aus dem Stromsignal separiert werden kann. Durch Verwendung eines von der Rotordrehung unabhängigen Trägersignals erfolgt eine Amplitudenmodulation des Trägersignals durch die winkelabhängigen reluktanten Induktivitätsanteile. Über eine Demodulation soll nachfolgend aus dem Trägerstromsignal der Rotorwinkel gewonnen werden.

Wie in Abb. 4.2 gezeigt und in Kapitel 4.2.3 beschrieben, wird dem Motor neben dem zur Bewegungssteuerung dienenden Steuersignal  $\vec{U}_{1,M}^S(t)$  ein Trägersignal  $\vec{U}_{1,C}^S(t)$  aufgeprägt, das zur einfacheren Auswertung dieser Modulation in Amplitude  $\overline{U}_C$  und Kreisfrequenz  $\overline{\omega}_C$  konstant gehalten

wird. Die Trägerkreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  wird möglichst hoch gewählt, damit sie weit über der Steuer-

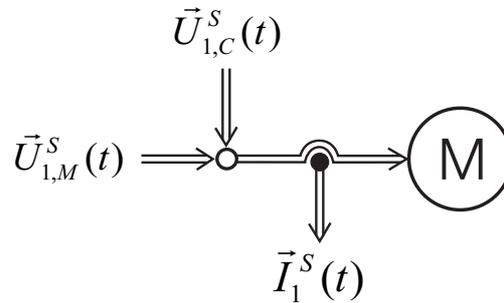


Abb. 4.2: Prinzipbild: Ansteuerung mit Trägersignal

kreisfrequenz  $\omega_M(t)$  liegt und damit die in den Kapiteln 4.2.2 und 4.2.3 gezeigten Näherungen zulässig sind. In schaltenden Verstärkern wie PWM-Frequenzumrichtern werden bisher Schalt- und damit Abtastfrequenzen bis maximal  $25\text{ kHz}$  verwendet, da höhere Frequenzen verstärkt Verluste im Eisenkreis (z.B. [122]) verursachen würden. Bei Beachtung des Shannon'schen Abtasttheorems (vgl. Kap. 4.4) ist somit die Trägerfrequenz nach oben begrenzt, was eine Einschränkung des Verfahrens auf verhältnismäßig kleine Steuerfrequenzen und damit kleine Motordrehzahlen bedingt. Bei der Voraussetzung

$$\bar{\omega}_C \gg \omega_M(t)$$

gilt laut Kapitel 4.2.3 in erster Näherung folgender Gesamt-Stromraumzeiger:

$$\vec{I}_1^S(t) \approx \vec{I}_{1,M}^S(t) + \vec{I}_{1,C}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \quad (4.18)$$

Die Komponenten des komplexen Stromraumzeigers  $\vec{I}_1^S(t) = i_\alpha(t) + j \cdot i_\beta(t)$  können an den Motorklemmen gemessen werden und dienen als Eingangssignal für das Rekonstruktionsverfahren. Die Frequenzanteile in einer Stromkomponente sind in Abb. 4.3 anhand einer Simulation gezeigt und beweisen die Gültigkeit von Gl. (4.18).

### 4.3.2 Prinzip

Mit Hilfe der nachfolgend beschriebenen Demodulation wird aus dem gemessenen Stromraumzeiger  $\vec{I}_1^S(t)$  ein dem doppelten elektrischen Rotorwinkel  $2\bar{\vartheta}(t)$  proportionales Signal erzeugt. Dies erfolgt über Transformations- und Filtertechniken sowie eine Arkustangensbildung. Das erhaltene Hauptwertsignal des doppelten elektrischen Rotorwinkels wird anschließend durch einen Zähler in ein kontinuierliches Winkelsignal gewandelt und schließlich in den rekonstruierten mechanischen Winkel  $\gamma_{rek}(t)$  umgerechnet. Im Folgenden wird anhand des im Kapitel 4.2.3 gefundenen Stromraumzeigers Gl. (4.16) das Prinzip zur Rekonstruktion des Rotorwinkels dargestellt. Hierbei gelten die in diesem Kapitel getroffenen Annahmen, insbesondere die Annahme einer konstanten mechanischen Winkelgeschwindigkeit  $\bar{\Omega}_{mech}$ . Transiente Vorgänge werden der Übersichtlichkeit halber vernachlässigt.

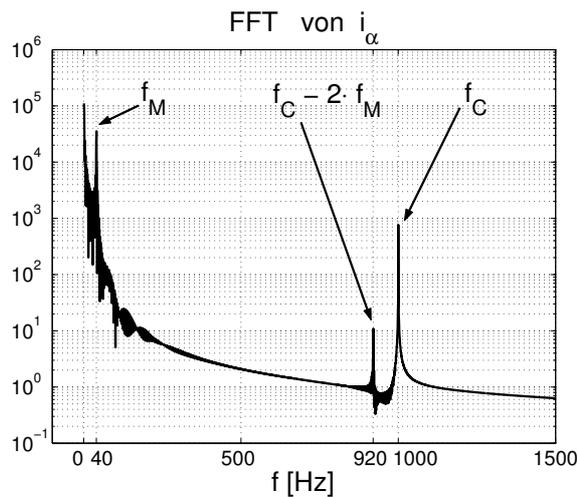


Abb. 4.3: Frequenzanalyse des Stromes  $i_\alpha$  für  $\Omega_{mech} \approx 5 \frac{rad}{s}$  (Simulation)

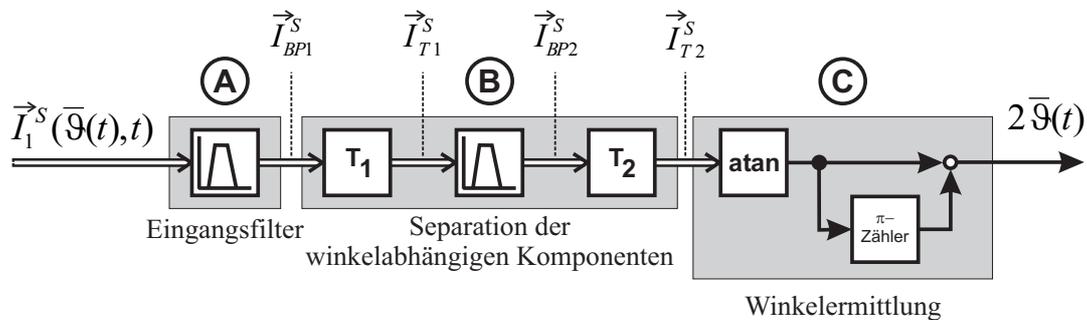


Abb. 4.4: Prinzipbild der Winkelrekonstruktion

### 4.3.3 Eingangsfiler

Der erste Schritt zur Extraktion eines rotorwinkelabhängigen Signals besteht in der Entfernung bzw. Bedämpfung der Messsignalkomponenten der Steuerspannung und der EMK. Hierzu werden mit Hilfe der Eingangsfiler die Strommesssignale so bedämpft, dass näherungsweise nur noch die Trägerstromsignale übrig bleiben (vgl. Abb. 4.4 Block (A)):

$$\vec{I}_{BP1}^S(\bar{\vartheta}(t), t) = i_{\alpha, BP1}(\bar{\vartheta}(t), t) + j \cdot i_{\beta, BP1}(\bar{\vartheta}(t), t) \approx \vec{I}_{1,C}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \quad (4.19)$$

Die Auslegung und Designkriterien für die Filter der statorfesten Ströme  $i_\alpha$  und  $i_\beta$  werden im Kapitel 4.4 näher beschrieben. Die obige Raumzeigergleichung ist nur eine Näherung, da reale digitale Filter nur eine endliche Bedämpfung im Sperrbereich und einen Phasengang aufweisen. Dies wird in Kapitel 5.2 genauer betrachtet. Leider wird der Idealfall aus Gl. (4.19) in der Realität nicht erreicht, wie dies in der FFT einer simulierten Stromkomponente in Abb. 4.5 beispielhaft dargestellt ist. Je nach Amplitude des Steuerstromes  $\bar{U}_M$  und je nach Filterauslegung wird weiterhin ein Anteil des Steuerstromes nach der Filterung vorhanden sein. Die Auswirkungen dieses Steuerstromanteils werden in Kapitel 5 gezeigt und in diesem Kapitel nicht näher beleuchtet.

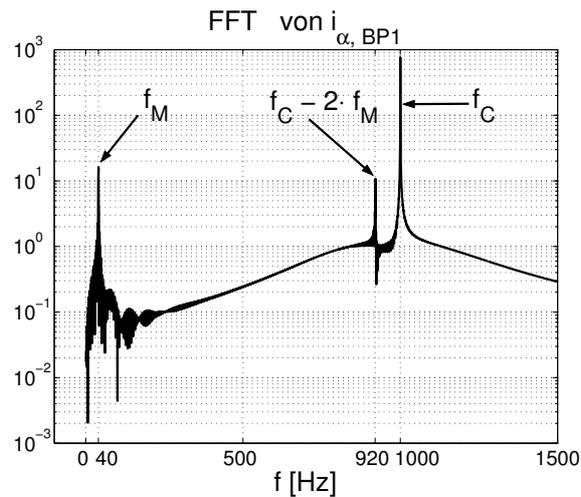


Abb. 4.5: Frequenzanalyse des Stromes  $i_{\alpha, BP1}$  für  $\Omega_{mech} \approx 5 \frac{rad}{s}$  (Simulation)

### 4.3.4 Separation der winkelabhängigen Komponenten

#### 4.3.4.1 Hintransformation

Der Stromraumzeiger des Trägers besteht nach Gl. (4.10) aus einer mit der Kreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  in positiver Richtung rotierenden Raumzeigerkomponente (Index P) und einer in negativer Richtung rotierenden Raumzeigerkomponente (Index N), die durch die Läuferwinkelinformation verändert wird. Um nun die Winkelinformation zu extrahieren, wird im ersten Schritt die positiv drehende Raumzeigerkomponente in einen konstanten Wert umgewandelt (vgl. Abb. 4.4 Block ③). Durch die Transformation  $T_1$  von Gl. (4.10) in ein mit der Kreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  drehendes System wird genau dies erreicht.

Es ergibt sich:

$$\begin{aligned} \vec{I}_{T1}^S(\bar{\vartheta}(t), t) &= \vec{I}_{BP1}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \cdot e^{-j\bar{\omega}_C t} \approx \vec{I}_{1,C}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \cdot e^{-j\bar{\omega}_C t} \\ &= \underbrace{j \cdot I_P}_{\text{winkelunabhängig}} - \underbrace{j \cdot I_N \cdot e^{j(2\bar{\vartheta}(t) - 2\bar{\omega}_C t)}}_{\text{winkelabhängig}} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Diese Transformation ist vergleichbar der d-q-Transformation (Park-Transformation, Synchronmodulation, vgl. Gl. (3.6)) und kann durch Anwendung der gleichen Formeln berechnet werden.

#### 4.3.4.2 Filterung

Im zweiten Schritt zur Separation der winkelabhängigen Stromkomponenten soll der nun konstante winkelunabhängige Anteil aus Gl. (4.20) entfernt werden. Dieser „Offset-Anteil“ kann leicht durch eine Hochpassfilterung eliminiert werden. Um in der Praxis sicherzustellen, dass nur die erwünschte winkelabhängige Raumzeigerkomponente aus Gl. (4.20) weiterverarbeitet wird, werden Bandpassfilter verwendet (vgl. Abb. 4.4). Bessel-Bandpassfilter (vgl. Kap. 4.4) haben sich auch hier bewährt, um unerwünschte Frequenz- und Offsetanteile, die sich durch Modellvereinfachungen und Fehlereinflüsse ergeben (vgl. Kap. 5), teilweise zu unterdrücken.

Bei Annahme einer annähernd idealen Filterung erhält man:

$$\vec{I}_{BP2}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \approx -j \cdot I_N \cdot e^{j(2\bar{\vartheta}(t) - 2\bar{\omega}_C t)} = -j \cdot I_N \cdot e^{j2\bar{\vartheta}(t)} \cdot e^{-j2\bar{\omega}_C t} \quad (4.21)$$

Die Filterung wird hier noch idealisiert genähert, eine genauere Betrachtung der Abweichungen erfolgt in Kapitel 5.2.

#### 4.3.4.3 Rücktransformation

Nach der Filterung bleibt ein Raumzeigersignal  $\vec{I}_{BP2}^S(\bar{\vartheta}(t), t)$  übrig, das eine Abhängigkeit vom doppelten elektrischen Rotorwinkel aufweist. Wie in Gl. (4.21) leicht zu erkennen ist, rotiert aber dieser Raumzeiger zudem mit der doppelten Trägerkreisfrequenz  $2\bar{\omega}_C$ . Die Trägerfrequenz wird nun nicht mehr benötigt und deshalb im dritten Schritt durch eine Rücktransformation  $\mathbf{T}_2$  in ein Koordinatensystem, das mit  $2\bar{\omega}_C$  rotiert, entfernt (vgl.  $\mathbf{T}_2$  in Abb. 4.4). Übrig bleibt ein Raumzeigersignal  $\vec{I}_{T2}^S(\bar{\vartheta}(t))$ , das nur noch vom doppelten elektrischen Rotorwinkel  $2\bar{\vartheta}(t)$  abhängt (vgl. Abb. 4.6):

$$\begin{aligned} \vec{I}_{T2}^S(\bar{\vartheta}(t)) &= \vec{I}_{BP2}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \cdot e^{j2\bar{\omega}_C t} \\ &= -j \cdot I_N \cdot e^{j2\bar{\vartheta}(t)} = I_N \cdot e^{j(2\bar{\vartheta}(t) - \frac{\pi}{2})} \\ &= I_N \cdot [ \sin(2\bar{\vartheta}(t)) - j \cdot \cos(2\bar{\vartheta}(t)) ] \\ &= i_{sin}(\bar{\vartheta}(t)) + j \cdot i_{cos}(\bar{\vartheta}(t)) \end{aligned} \quad (4.22)$$

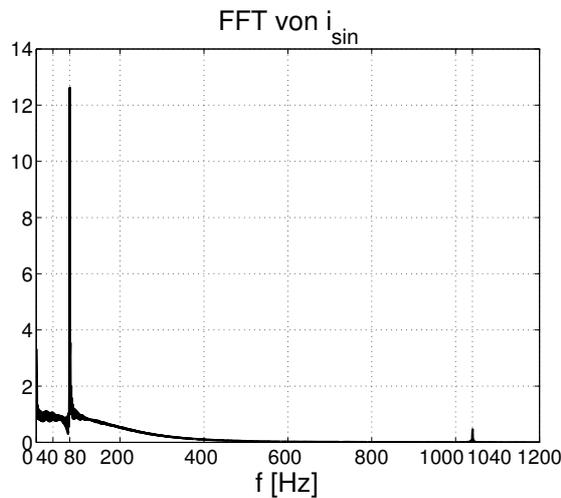


Abb. 4.6: Frequenzanalyse des Signals  $i_{sin}$  für  $\Omega_{mech} \approx 5 \frac{rad}{s}$  (Simulation)

### 4.3.5 Winkelermittlung

#### 4.3.5.1 Arkustangensbildung

Aus diesem komplexen Raumzeigersignal  $\vec{I}_{T2}^S(\bar{\vartheta}(t))$  kann nun der Winkel  $\bar{\vartheta}$  mittels einer Arkustangensbildung errechnet werden (vgl. Abb. 4.4 Block ©). Der Faktor  $I_N$  kürzt sich bei der notwendigen Division heraus, und somit ist bis zu diesem Schritt keine Kenntnis über Motorparameter

(z.B. Widerstand, Induktivität) erforderlich.

Um den elektrischen Winkel zu erhalten, wird das Argument des Raumzeigers Gl. (4.22) gebildet. In der Signalverarbeitung bedeutet dies, dass der Arkustangens der Raumzeigerkomponenten  $i_{sin}$  und  $i_{cos}$  gebildet wird. In Gl. (4.22) wird der Imaginärteil des Raumzeigers zu  $i_{cos} = -\cos(2\bar{\vartheta}(t))$  definiert, und daher muss das negative Vorzeichen bei der Berechnung beachtet werden (vgl. [127]):

$$\vartheta_{HW,rek}(t) = -\arg\left(\vec{I}_{T2}(\bar{\vartheta}(t))\right) = -\arctan\left(\frac{i_{sin}}{i_{cos}}\right) \quad (4.23)$$

Die Arkustangensbildung ist nur für den Hauptwert (HW) definiert, und somit ergeben sich nur Werte für  $\vartheta_{HW,rek}(t)$  innerhalb der Wertemenge  $\mathbf{W} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ . Um ein kontinuierliches Winkelsignal zu erhalten, muss ein Zähler („ $\pi$ -Zähler“, vgl. Kap. 4.3.5.2) die Bereichsüberschreitung erkennen und einen inkrementalen Wert  $k \cdot \pi$  zum Raumzeigerargument addieren (vgl. Abb. 4.4):

$$\vartheta^*(t) = 2 \cdot \bar{\vartheta}(t) = \vartheta_{HW,rek}(t) + k \cdot \pi \quad \text{mit } k \in [0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots] \quad (4.24)$$

Aus diesem nun kontinuierlichen doppelten elektrischen Winkelsignal errechnet sich mit Hilfe der Polpaarzahl  $N_r$  der **mechanische Winkel**:

$$\gamma_{rek}(t) = \frac{\vartheta^*(t)}{2N_r} \quad (4.25)$$

#### 4.3.5.2 $\pi$ -Zähler

An dieser Stelle soll eine Möglichkeit gezeigt werden, den bereits erwähnten Zähler ( $\pi$ -Zähler) zu realisieren. Zur Auswertung von inkrementalen Drehgebern sind Verfahren bekannt, um aus einer Sinus- und einer Kosinusspur einen kontinuierlichen Winkel zu berechnen (vgl. [156] u.a.). Im Unterschied zu diesen Drehgeber-Auswerteverfahren sind aber die Amplituden der beiden Signale  $i_{sin}$  und  $i_{cos}$  nicht konstant, da das beschriebene Rekonstruktionsverfahren durch später beschriebene Effekte verfälscht wird (vgl. Kap. 5). Der Zähler muss somit unabhängig von den Signalamplituden arbeiten.

In Gl. (4.23) ist erkennbar, dass durch die Division der Raumzeigerkomponenten im Arkustangenssignal die Abhängigkeit von der Amplitude  $I_N$  nicht mehr auftritt. Das Signal  $\vartheta_{HW,rek}(t)$  springt aber beim Überschreiten des Hauptwertes um  $\pi$  je nach Drehrichtung  $\frac{d\vartheta(t)}{dt}$  von  $-\frac{\pi}{2}$  nach  $\frac{\pi}{2}$  oder umgekehrt. Dieser Sprung kann ausgenutzt werden, um aus dem unstetigen Arkustangenssignal ein kontinuierliches (stetiges) Winkelsignal zu erzeugen (vgl. Gl. (4.24)). Bildet man hierzu die zeitliche Ableitung des Arkustangenssignals  $\vartheta_{HW,rek}(t)$ , so ist jede Bereichsüberschreitung klar als Spitze erkennbar. Auch die Sprungrichtung, d.h. die Drehrichtung, ist aus dem Vorzeichen des Signals erkennbar. Somit ist die gewünschte Inkrementierung oder Dekrementierung des Zählers möglich.

In Abtastsystemen mit einer kleinen Abtastzeit  $T_A$  kann die Ableitung durch den Differenzenquotienten (vgl. [25] u.a.)

$$\begin{aligned} \frac{d\vartheta_{HW,rek}(t)}{dt} &\approx \frac{\vartheta_{HW,rek}(k \cdot T_A) - \vartheta_{HW,rek}((k-1) \cdot T_A)}{T_A} \\ &= \frac{\Delta\vartheta_{HW,rek}(k \cdot T_A)}{T_A} \\ &\quad \text{für } T_A \rightarrow 0s \end{aligned}$$

genähert werden. Zur Erkennung einer Bereichsüberschreitung reicht es aus, nur die Differenz  $\Delta\vartheta_{HW,rek}(k \cdot T_A)$  auszuwerten. Dies spart Rechenzeit, ist allerdings nur bei einer konstanten Abtastzeit  $T_A$  möglich. Bei einer fortlaufenden Differenzbildung setzen sich die Werte bei Wertebereichsüberschreitung (Unstetigkeitsstelle) deutlich von den Differenzwerten ab, bei denen der Winkel  $\vartheta_{HW,rek}(t)$  stetig verläuft. Abhängig vom Vorzeichen der Differenz kann dann der Zähler inkrementiert ( $\Delta\vartheta_{HW,rek}(k \cdot T_A) \approx -\pi$ ) oder dekrementiert ( $\Delta\vartheta_{HW,rek}(k \cdot T_A) \approx \pi$ ) werden. Der Differenzwert  $\pm\pi$  wird aber nur erreicht, wenn innerhalb eines Abtastschrittes der Arkustangenswert an der Unstetigkeitsstelle verweilt und bei einem Abtastzeitpunkt der obere und beim anderen Abtastzeitpunkt der untere Wert erfasst wird. Wie in Abb. 4.7 erkennbar, werden durch die zeit-

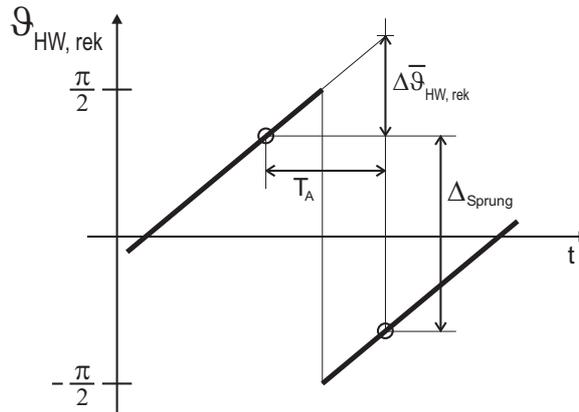


Abb. 4.7: Sprunghöhe bei positiver Drehzahl

liche und nicht winkelabhängige Diskretisierung unterschiedliche Sprungdifferenzwerte möglich, die mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{el}$ , der Abtastzeit  $T_A$  und der Winkellage  $\vartheta_{HW,rek}(t)$  variieren. Um dies zu berücksichtigen, muss die Grenze, bei der ein Sprung erkannt werden soll, wie folgt festgelegt werden:

$$\Delta_{Sprung} = \pi - \max(\Delta\bar{\vartheta}_{HW,rek}) = \pi - \max(\bar{\Omega}_{HW,el,rek} \cdot T_A)$$

Für eine Abschätzung der Maximaldrehzahl, bei der dieses Verfahren noch funktioniert, nimmt man an, dass die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{HW,rek}$  so groß wird, dass ein Sprung nicht erkannt wird. Dies bedeutet für eine Abtastfrequenz von  $f_A = 20\text{kHz}$  (vgl. Kap. 4.4 und 8.3):

$$\begin{aligned} \Omega_{HW,el,rek} &\equiv 2 \cdot \Omega_{el} = 2 \cdot N_r \cdot \Omega_{mech} \leq \frac{\pi}{T_A} \\ \Rightarrow \Omega_{mech,rek} &\leq 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Der Faktor 2 bei der realen Winkelgeschwindigkeit ergibt sich aus Gl. (4.24) und trägt der Tatsache Rechnung, dass durch das Verfahren der doppelte elektrische Winkel gewonnen wird. Da Messsystemrauschen und der Rekonstruktionsfehler (vgl. Kap. 5.3)  $\Omega_{HW,el,rek}$  „verunreinigen“, erzeugen sie eine gewisse Unsicherheit bei der Sprungdetektion. Dies sollte bei der Wahl der Detektionsgrenze  $\Delta_{Sprung}$  berücksichtigt werden.

## 4.4 Filterauslegung und Wahl der Trägerfrequenz

### 4.4.1 Filterauslegung

Der Auslegung der digitalen Filter kommt bei der angewandten Methode eine zentrale Bedeutung zu. Hier musste einerseits ein Kompromiss zwischen dynamischem Verhalten (Einschwingen), stationärer Genauigkeit und möglichst kleiner Phasenverschiebung der Filterung gefunden werden (vgl. Kap. 5).

Es zeigte sich bei den verschiedenen Filterauslegungen, dass die Verwendung eines Bandpassfilters auf Basis eines IIR-Bessel-Prototyp-Tiefpasses 2. Ordnung die besten Ergebnisse erzielte. Dieser Filtertyp wurde für die Filter, wie sie in den Kapiteln 4.3.3 und 4.3.4.2 beschrieben werden, verwendet. Die Anwendung von Bandpassfiltern erscheint praktikabel, da neben der Bedämpfung der niederfrequenten Steuersignale auch unerwünschte hochfrequente Stromkomponenten des Messsignals bedämpft werden. Digitale Bessel-Bandpassfilter weisen zudem einen annähernd linearen Phasenverlauf im Durchlassbereich auf, der sich durch eine annähernd konstante Gruppenlaufzeit ergibt. Der lineare Phasenverlauf erleichtert eine gegebenenfalls notwendige Kompensation der Phasenverschiebung (vgl. [63], [68], [78], [185] u.a.). Laut [78] ist ein linearer Phasengang nur für nichtrekursive Filter (Transversalfilter, FIR-Filter) möglich, was aber bei einem vergleichbaren Amplitudengang eine höhere Filterordnung und damit mehr Rechenleistung und Speicher erfordert. Der gewählte Filtertyp stellt aber den besten Kompromiss dar und erfüllt folgende Auslegungskriterien:

- Niedrige Ordnung  $\Rightarrow$  schnelles Einschwingen
- Kein Rippel im Durchlassbereich
- Hohe Dämpfung im Sperrbereich
- Annähernd linearer Phasengang im Durchlassbereich
- Einfache Auslegung auf Basis eines Prototyp-Tiefpasses

Ein digitales Bessel-Bandpassfilter 2. Ordnung erhält man aus einem Bessel-Prototyp-Tiefpass 2. Ordnung ([184]) der Form:

$$G(z^*) = \frac{a_{02}^* + a_{12}^* \cdot z^{*-1} + a_{02}^* \cdot z^{*-2}}{b_{02}^* + b_{12}^* \cdot z^{*-1} + b_{02}^* \cdot z^{*-2}}$$

Aus einem Prototyp-Tiefpass kann über eine Frequenztransformation für digitale Filter ein entsprechendes Bandpassfilter erzeugt werden.

$$G(z^{-1}) = \frac{a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + a_3 \cdot z^{-3} + a_4 \cdot z^{-4}}{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + b_3 \cdot z^{-3} + b_4 \cdot z^{-4}} \quad (4.26)$$

Die Auslegung und Transformation digitaler Filter ist bei [184] allgemein vorgeführt und speziell für dieses Filter im Anhang A.3 zu finden.

Die Bandbreite der Bandpassfilter muss so gewählt werden, dass

1. alle Steuerstromkomponenten, inklusive aller Harmonischen (z.B. durch den Stromrichter), möglichst stark bedämpft werden und
2. die Rekonstruktion in einem möglichst großen Drehzahlbereich funktioniert.

Dies erfordert die Wahl einer Bandbreite  $\Delta f$ , die bei gegebener Trägerfrequenz  $\bar{f}_C$  die höchste Harmonische des Stromes noch so bedämpft, dass die Rekonstruktion weitgehend unbeeinflusst bleibt.

#### 4.4.2 Auswahl der Trägerfrequenz

Die Wahl der Trägerkreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  ist natürlich sehr wichtig zur Erzielung guter Rekonstruktionsergebnisse. Folgende Punkte müssen bei der Festlegung beachtet werden:

1. Einhaltung der Nyquistfrequenz bzw. des Shannon'schen Abtasttheorems des Abtastsystems (vgl. [58],[89], [176] u.a). Diese Grenze gilt für die höchste im System vorhandene Nutzfrequenz, um einen Informationsverlust durch die Abtastung zu vermeiden (Aliasing). Im Verfahren nach Kapitel 4.3 treten die höchsten Frequenzen in den Raumzeigern  $\vec{I}_{T1}^S(\bar{\vartheta}(t), t)$  und  $\vec{I}_{BP2}^S(\bar{\vartheta}(t), t)$  nach Gl. (4.20) und Gl. (4.21) auf. Für eine konstante Drehzahl ergibt sich der elektrische Winkel zu:

$$\bar{\vartheta}(t) = \bar{\Omega}_{el} \cdot t + \vartheta_0$$

Das Argument der Drehoperatoren dieser Raumzeiger:

$$\arg \left( \vec{I}_{BP2}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \right) = 2\bar{\vartheta}(t) - 2\bar{\omega}_C t = 2 \cdot (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C) \cdot t + 2 \cdot \vartheta_0$$

Zur Einhaltung der Nyquistfrequenz muss damit für das Rekonstruktionsverfahren gelten:

$$\omega_{Nyquist} = \frac{2\pi \cdot f_A}{2} \geq 2 \cdot |(\bar{\Omega}_{el,max} - \bar{\omega}_C)| = 2\pi \cdot f_{sys,max}$$

In der Praxis sollte allerdings eine restriktivere Begrenzung der maximalen Systemfrequenz  $f_{sys,max}$  vorgenommen werden. Gebräuchlich ist hier  $f_{sys,max} \leq \frac{f_A}{10}$  (vgl. [172] u.a.).

2. Die Frequenz  $\bar{\omega}_C$  sollte möglichst hoch gewählt werden, damit die Vereinfachungen aus Kapitel 4.2.2 gelten. Allerdings ist zu beachten, dass mit steigender Trägerfrequenz die Amplitude des Trägersignals sinkt (vgl. Gln. (4.10)) und (4.11)) und damit der Auflösung des Strommesssystems zunehmende Bedeutung zukommt. Zudem steigt die Empfindlichkeit bei Belastung, da das Verhältnis Trägerstromamplituden zu Steuerstromamplituden bei Belastung sinkt und die Rekonstruktion verfälscht (vgl. Kap. 5). Eine möglichst hohe Trägerstromamplitude ist somit gewünscht. Laut [97] ist es bei Amplitudenmodulation sinnvoll, die Trägerfrequenz hoch zu wählen, um den Einfluss von Nebenbändern der Modulation zu minimieren bzw. zu eliminieren.

**Gewählte Frequenzen für den Versuchsaufbau und die Simulation:**

Abtastfrequenz $f_A$ (gegeben):	$20\text{kHz}$
Trägerfrequenz $\bar{f}_C$ :	$1\text{kHz}$
maximale Systemfrequenz $f_{\text{sys,max}}$ :	ca. $2235\text{Hz}$ (vgl. Kap. 7.2.5.4)

**Bandpassfilter BP1 (Eingangsfiler):**

Mittenfrequenz $f_{0,BP1}$ :	$1\text{kHz}$
Bandbreite $\Delta f_{BP1}$ :	$300\text{Hz}$

**Bandpassfilter BP2:**

Mittenfrequenz $f_{0,BP2}$ :	$2\text{kHz}$
Bandbreite $\Delta f_{BP2}$ :	$300\text{Hz}$

Die jeweiligen Filterkoeffizienten errechnen sich aus den oben angegebenen Gleichungen. Bei einer Implementierung der Filter in einem Festkomma-DSP sollte beachtet werden, dass eine ausreichende Genauigkeit der Parameter gewährleistet ist. Die Stabilität und Funktion der Filter sind gegebenenfalls durch Simulation zu überprüfen.

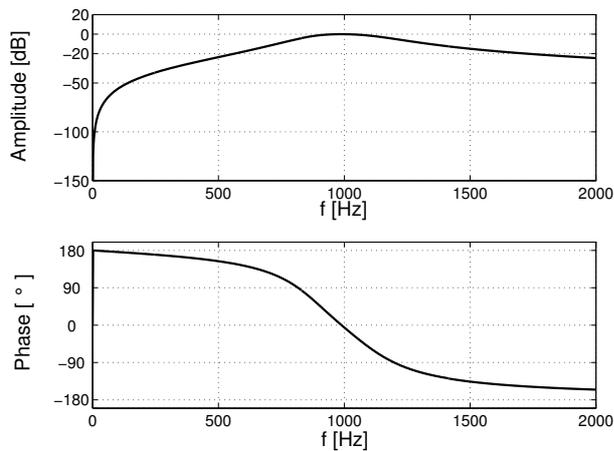


Abb. 4.8: Bode-Diagramm eines Bandpassfilters BP1

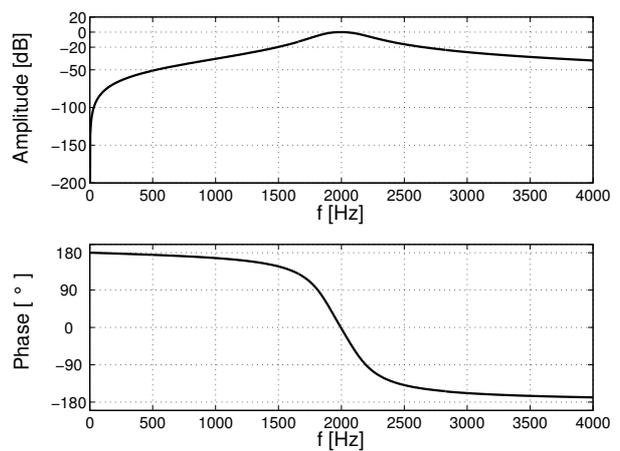


Abb. 4.9: Bode-Diagramm eines Bandpassfilters BP2

# 5 Auftretende Rekonstruktionsfehler und Methoden zur Kompensation

## 5.1 Einführung

Die in Kapitel 4 vorgestellte Methode zur Rekonstruktion des Rotorwinkels weist prinzipbedingt und hardwarespezifisch (u.a. Motor, Frequenzumrichter) einige Fehler auf. Diese Fehler lassen sich in drehzahlabhängige und positionsabhängige Fehler unterteilen. In diesem Kapitel werden die jeweiligen Fehler analysiert sowie verschiedene Möglichkeiten zur Minimierung oder Kompensation dieser Abweichungen vorgestellt und untersucht.

## 5.2 Drehzahlabhängige Fehler

### 5.2.1 Auswirkungen

Drehzahlabhängige Fehler treten bei der Rekonstruktion des Rotorwinkels nach dem Verfahren aus Kapitel 4 immer auf. Dies zeigt sich dadurch, dass auch bei Vorgabe eines idealen Stromraumzeigers nach Gl. (4.10) immer eine Abweichung zwischen dem Istwinkel  $\gamma$  bzw.  $\vartheta$  und dem rekonstruierten Winkel  $\gamma_{rek}$  bzw.  $\vartheta_{rek}$  auftritt, die mit der Drehzahl des Motors korreliert (vgl. Abb. 5.1). Bei den Simulationsergebnissen aus Abb. 5.1 wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit auf das Rastdrehmoment  $M_S$  verzichtet. Dadurch sind während der Bewegung des Rotors keine Schwingungen im Fehlersignal  $\Delta\gamma$  zu erkennen.

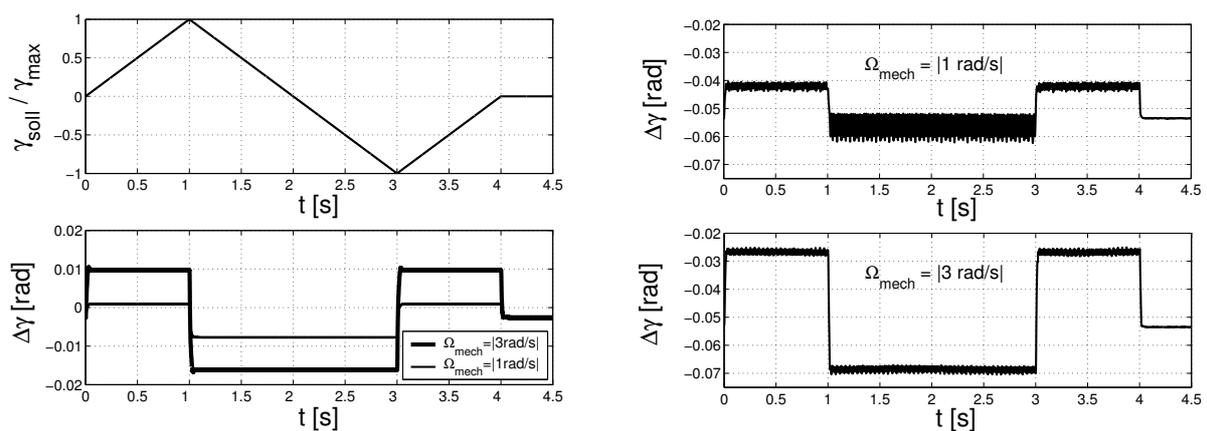


Abb. 5.1: Fehler an einem gesteuert betriebenen Motor ( $|\Omega_{mech}| = 1 \frac{rad}{s}$  und  $|\Omega_{mech}| = 3 \frac{rad}{s}$ ) (Sollwertverlauf und Simulation links, Messungen rechts)

Hierbei ist ebenfalls festzustellen, dass zwischen dem stationären und dem transienten Fehler zu

unterscheiden ist. Transiente Fehler ergeben sich zum Beispiel durch Einschwingvorgänge der Filter bei Stromänderungen aufgrund von Drehmoment- bzw. Drehzahländerungen, wie dies in Abb. 5.1 bei größerer Auflösung zu sehen wäre. Bei einer näheren Betrachtung des Rekonstruktionsverfahrens (vgl. Abb. 4.4) kann eine Fehlerquelle in den Filtern identifiziert werden. Weitere Fehlerquellen ergeben sich durch die Verwendung von Abtastsystemen und Reglern.

Für eine Verwendung des rekonstruierten Winkels zur Substitution eines Winkelmesssignals bedeutet dies, dass einerseits eine stationäre Abweichung entstehen wird und andererseits eine zeitliche Verzögerung des Rekonstruktionssignals bei Winkeländerung auftritt, was einer Messwertglättung durch ein Tiefpassfilter vergleichbar ist. Welche Auswirkungen dies auf die Reglerauslegung und die Regelkreisdynamik hat, wird in Kapitel 7 behandelt.

### 5.2.2 Fehler durch Initialisierung und Rundung

Vergleicht man die Ergebnisse von Simulation und Messung in Abb. 5.1, zeigt sich, dass die Fehler nicht übereinstimmen. Dies lässt sich auf zwei Ursachen zurückführen: Einerseits auf Abweichungen bei der Initialisierung des Modells bzw. des Versuchsstands und andererseits auf Abweichungen aufgrund von Rundungsfehlern im Digitalen Signal Prozessor (DSP).

Die Filterkoeffizienten der Bandpassfilter (vgl. Kap. 4.3.3 und 4.3.4.2) für die Simulation und die Messung werden zwar aus denselben Parametern berechnet (vgl. Kapitel 4.4.2 und A.3), die genauen Eigenschaften (Dämpfung und Bandbreite) hängen aber von der Rechengenauigkeit ab. Die höhere Änderung des Fehlers  $\Delta\gamma$  lässt hier auf eine kleinere effektive Filterbandbreite  $\Delta f_{BP1}$  und  $\Delta f_{BP2}$  am Versuchsstand schließen. Die Voreinstellung der Bandbreiten auf  $150\text{ Hz}$  wird effektiv halbiert auf ca.  $80\text{ Hz}$ . Die Annahme, dass die Filterberechnung in MATLAB/SIMULINK (Bemerkung: verwendetes Simulationsprogramm) sehr genau ist, lässt auf Rundungsfehler in der Berechnung beim DSP schließen. Das 32-Bit-Datenformat „float“, welches einen typischen Wertebereich von  $[\pm 1 \cdot 10^{-37} \dots \pm 1 \cdot 10^{37}]$  mit 6-stelliger Genauigkeit aufweist (vgl. [169]), wurde gewählt, um Echtzeitfähigkeit zu erhalten. Die Filterkoeffizienten reagieren aber sehr empfindlich auf kleinste Änderungen auch in den hinteren Nachkommastellen, wie ein Test mit in MATLAB berechneten Parametern im Quellcode des DSP zeigte. Die Berechnung der Filterkoeffizienten im DSP nutzt die volle Genauigkeit des Systems und ist damit der Berechnung und Übertragung der Parameter aus MATLAB vorzuziehen. Die Auswirkungen der Filterung auf den Fehler werden im folgenden Kapitel 5.2.3 genauer beschrieben.

Die zweite Ursache für die Abweichung ergibt sich durch die Initialisierung der Rotornulllage am Versuchsstand. Es wurde ein sehr einfaches Verfahren gewählt, das die Nulllage durch Beaufschlagung des Motors mit einem definierten Spannungsraumzeiger bestimmt. Rastdrehmomente, magnetische Unsymmetrien, Reibung, äußere Lasten und andere Effekte verfälschen aber das Ergebnis, wodurch das Rekonstruktionsergebnis einen Offsetfehler beim Vergleich mit dem Winkelmesssignal erhält. In der Simulation ist die Nulllage aber durch das Modell richtig vorgegeben. Verbesserung versprechen hier Verfahren, die die Nulllage unter Berücksichtigung oben genannter Effekte bestimmen (z.B. [23], [38] u.a.), diese wurden aber nicht durchgeführt.

### 5.2.3 Fehler durch die Filterung

Wie bereits erwähnt, ergibt sich ein Fehleranteil am Rekonstruktionssignal aus der Verwendung von Bandpassfiltern (vgl. Kapitel 4.3.3 und 4.3.4.2). Dieser Fehler resultiert aus dem Amplitudengang  $A_{BP}(\omega)$  und dem Phasengang  $\varphi_{BP}(\omega)$  der Filter (vgl. Abb. 4.8 und Abb. 4.9) und ist auch aus der Literatur bekannt (z.B. [31] - [33]).

In den Kapiteln 4.3.3 und 4.3.4.2 wird eine ideale Bandpassfilterung angenommen, was für den Amplitudengang und den Phasengang einen Verlauf nach Abb. 5.2 bedeuten würde.

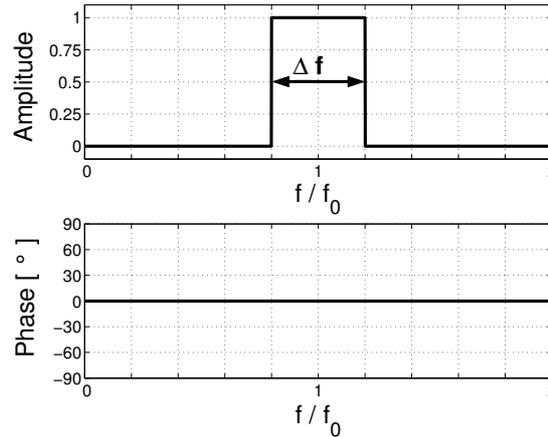


Abb. 5.2: Bode-Diagramm eines idealen Bandpassfilter

Ein reales Bandpassfilter ermöglicht vor allem für den Amplitudengang keine solch scharfen Grenzen, vielmehr weisen die verwendeten Bandpassfilter Amplitudengänge und Phasengänge auf, wie sie in Abb. 4.8 und Abb. 4.9 dargestellt sind.

Bei der Filterung eines beliebigen Stromraumzeigers  $\vec{I}(\omega)$  erfolgt somit eine Veränderung des Amplitudenwertes und der Phasenlage des gefilterten Signals im Bezug zum ungefilterten Eingangssignal. Mathematisch kann dies durch eine Multiplikation des Eingangs-Raumzeigers mit einem frequenzabhängigen Dämpfungsfaktor  $A_{BP1}(\omega)$  und der Addition einer ebenfalls frequenzabhängigen Phasenverschiebung  $\varphi_{BP1}(\omega)$  für jede im Eingangssignal vorhandene Frequenz dargestellt werden (vgl. Kap. A.4).

Wendet man dies auf das Rekonstruktionsverfahren aus Kapitel 4.3 an, so ergeben sich nach Kapitel A.4 und Gl. (A.23) für die Teilschritte folgende Raumzeiger:

#### Eingangsfilerung BP1:

$$\begin{aligned} \vec{I}_{BP1}(\bar{\vartheta}(t), t) &\approx -j \cdot [I_P \cdot A_{BP1}(\bar{\omega}_C)] \cdot e^{j(\bar{\omega}_C t + \varphi_{BP1}(\bar{\omega}_C))} \\ &\quad - j \cdot [I_N \cdot A_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1})] \cdot e^{j(\bar{\omega}_{rel1} t + \varphi_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1}))} \end{aligned}$$

mit

$$\bar{\omega}_{rel1} = \frac{d}{dt} [2 \cdot \bar{\vartheta}(t) - \bar{\omega}_C t]$$

Diese Näherung ist zulässig, da die Sperrbanddämpfung für kleine Kreisfrequenzen  $\omega$  sehr hoch ist, und somit der niederfrequente Steuerstromraumzeiger  $\vec{I}_{1,M}^S$  (vgl. Gln. (4.3) und (4.18)) vernachlässigt werden kann. Für den Betrieb bei kleinen Drehzahlen ( $\bar{\omega}_M \ll \bar{\omega}_C$ ) und im Stillstand

( $\bar{\omega}_M = 0 \frac{rad}{s}$ ) gilt diese Näherung. Zu beachten ist hier auch, dass hohe Steuerstromamplituden, die sich z.B. bei hohen Lastdrehmomenten einstellen, zu weiteren Fehlern führen. Diese werden im Kapitel 5.4 näher betrachtet.

Die Eingrenzung auf kleine Drehzahlen und den Stillstand beruht auf dem Amplitudengang der Filter. Bei einer Annäherung der Frequenz des Filtereingangssignals an den Durchlassbereich der Bandpassfilter nimmt die Dämpfung ab (vgl. Abb. 4.8), und somit werden Steuerstromamplituden für zunehmende Drehzahlen, und damit zunehmende Steuerfrequenzen, weniger bedämpft.

### Hintransformation:

$$\begin{aligned}\vec{I}_{T1}(\bar{\vartheta}(t), t) &= \vec{I}_{BP1}(\bar{\vartheta}(t), t) \cdot e^{-j\bar{\omega}_C t} \\ &= -j \cdot [I_P \cdot A_{BP1}(\bar{\omega}_C)] \cdot e^{j\varphi_{BP1}(\bar{\omega}_C)} \\ &\quad - j \cdot [I_N \cdot A_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1}(t))] \cdot e^{j(2\bar{\vartheta}(t) - 2\bar{\omega}_C t + \varphi_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1}))}\end{aligned}$$

### Filterung BP2:

$$\begin{aligned}\vec{I}_{BP2}(\bar{\vartheta}(t), t) &= \vec{I}_{T1}(\bar{\vartheta}(t), t) \cdot \vec{F}_{BP2}(\omega) \\ &= -j \cdot [I_N \cdot A_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1}) \cdot A_{BP2}(\bar{\omega}_{rel2})] \cdot e^{j(\bar{\omega}_{rel2} + \varphi_{BP2}(\bar{\omega}_{rel2}))}\end{aligned}$$

mit

$$\bar{\omega}_{rel2} = \frac{d}{dt}[2 \cdot \bar{\vartheta}(t) - 2 \cdot \bar{\omega}_C t + \varphi_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1})]$$

### Rücktransformation:

$$\begin{aligned}\vec{I}_{T2}(\bar{\vartheta}(t)) &= \vec{I}_{BP2}(\bar{\vartheta}(t), t) \cdot e^{j2\bar{\omega}_C t} \\ &= -j \cdot [I_N \cdot A_{BP\Sigma}] \cdot e^{j2\bar{\vartheta}(t)} \cdot \underbrace{e^{j\varphi_{BP\Sigma}}}_{\text{Abweichung a)}\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}A_{BP\Sigma} &= A_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1}) \cdot A_{BP2}(\bar{\omega}_{rel2}) \\ \varphi_{BP\Sigma} &= \varphi_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1}) + \varphi_{BP2}(\bar{\omega}_{rel2})\end{aligned}$$

Bei der Winkelermittlung nach Kapitel 4.3.5 wird die Dämpfung der Amplitude durch den Amplitudengang der Filterungen  $A_{BP\Sigma}$  keinen Fehlereinfluss haben, da durch die Arkustangensbildung der Quotient aus den Signalen  $i_{sin}$  und  $i_{cos}$  gebildet wird und sich somit die Dämpfung herauskürzt. Der Phasengang  $\varphi_{BP\Sigma}$  wird aber sehr wohl einen Einfluss zeigen und damit die Rekonstruktion verfälschen.

## 5.2.4 Fehler durch die Abtastung

Die in Kapitel 4.3 beschriebenen Gleichungen gehen bei den Transformationen davon aus, dass die Transformationen T1 und T2 ohne Zeitverzögerung zur Anregung mit dem Träger  $\vec{U}_{1,C}^S$  stattfinden. Bei einem Abtastsystem ist dies aber nicht der Fall, da der Stromrichter eine Verzögerung

(Stromrichtertotzeit, vgl. Kapitel 6.3.1.3) erzeugt und die Strommesswerte immer erst um einen Abtastschritt verzögert verarbeitet werden können. Der gemessene Trägerstromraumzeiger aus Gl. (4.10) muss somit wie folgt angeschrieben werden:

$$\vec{I}_{1,C}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \approx -j \cdot I_P \cdot e^{j\bar{\omega}_C(t-T_A)} - j \cdot I_N \cdot e^{j(2\bar{\vartheta}(t) - \bar{\omega}_C(t-T_A))} \quad (5.1)$$

Daraus folgt nach Anwendung des Rekonstruktionsverfahrens laut Kapitel 4.3 für den auszuwertenden Raumzeiger  $\vec{I}_{T2}^S(\bar{\vartheta}(t))$ :

$$\vec{I}_{T2}^S(\bar{\vartheta}(t)) = -j \cdot I_N \cdot e^{j2 \cdot \bar{\vartheta}(t)} \cdot \underbrace{e^{j\bar{\omega}_C \cdot T_A}}_{\text{Abweichung b)} \quad (5.2)$$

Vergleicht man diesen Raumzeiger mit dem theoretischen Raumzeiger aus Gl. (4.22), so ist eine Abweichung b) erkennbar, die nur von der Abtastzeit  $T_A$  und der Anregungskreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  abhängt. Diese wird durch die um einen Abtastschritt verspätete Berechnung des Winkels erzeugt.

### 5.2.5 Fehler durch die Regelung

Wird eine Regelung angedacht, so sollte auch untersucht werden, welche Auswirkungen die Regelung auf das Rekonstruktionsergebnis hat. Wie in Abb. 4.2 gezeigt, wird dem Motorsteuerspannungsraumzeiger  $\vec{U}_{1,M}^S(t)$  das Trägersignal  $\vec{U}_{1,C}^S(t)$  an einer Einspeisestelle überlagert. Der resultierende Eingangsspannungsraumzeiger  $\vec{U}_1^S(t)$  ruft im Motor Ströme hervor, die zur Regelung gemessen werden (vgl. Abb. 5.3). Abhängig vom Übertragungsverhalten der Stromregelstrecke wird das Trägersignal im Strom verändert sichtbar sein. Die Ströme werden nun zur Regelung verwendet und das rückgekoppelte Anregungssignal wird in Abhängigkeit von der Reglerwahl am Reglerausgang mehr oder weniger stark, aber in Phasenlage und Amplitude verändert, erscheinen. An

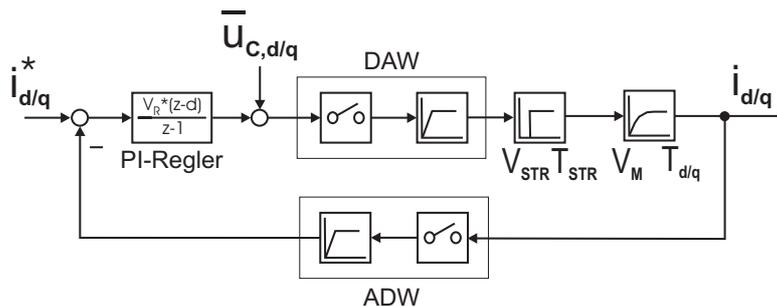


Abb. 5.3: Einspeisung eines Zusatzsignals bei der Stromregelung

der Einspeisestelle des Anregungssignals wird dann das Signal vom Reglerausgang dem eigentlichen Anregungssignal überlagert. Diese Überlagerung bewirkt eine mehr oder weniger große Phasenverschiebung  $\varphi_{Regler}$  und Amplitudendämpfung  $A_{Regler}$  zwischen eingprägtem Trägersignal  $\vec{U}_{1,C}^S(t)$  und wirksamem Trägersignal. Die Höhe dieser Veränderungen hängt von den Phasengängen der Stromregelstrecke und der Stromregler ab.

Hilfreich ist an dieser Stelle eine Beispielrechnung, die der Übersichtlichkeit halber mit einem

zeitkontinuierlicher Regelkreis ausgeführt wird. Die wirksamen Spannungen im rotorfesten Koordinatensystem ergeben sich laut Anhang A.5 zu:

$$u_{d/q}(s) = \underbrace{\frac{F_R(s)}{1 + F_R(s) \cdot F_S(s)} \cdot i_{d/q}^*(s)}_{\text{Führung}} + \underbrace{\frac{1}{1 + F_R(s) \cdot F_S(s)} \cdot \bar{u}_{C,d/q}(s)}_{\text{Störung}} \quad (5.3)$$

Setzt man für die Regelstrecke die Gl. (A.25) an, wobei das Totzeitverhalten (Totzeit  $T_t$ ) des Stromrichters als  $PT_1$ -Glied genähert wird, und legt die Stromregler nach dem Betragsoptimum Gl. (A.26) aus, erhält man:

$$u_{d/q}(s) = \underbrace{\frac{(1 + s \cdot T_t) \cdot (1 + s \cdot T_{d/q})}{V_S \cdot (2 \cdot s^2 \cdot T_t^2 + 2 \cdot s \cdot T_t + 1)} \cdot i_{d/q}^*(s)}_{\text{Führung}} + \underbrace{\frac{2 \cdot T_t \cdot s \cdot (1 + s \cdot T_t)}{2 \cdot s^2 \cdot T_t^2 + 2 \cdot s \cdot T_t + 1} \cdot \bar{u}_{C,d/q}(s)}_{\text{Störung}} \quad (5.4)$$

Hierbei wurde das Trägersignal als Störsignal bezeichnet, da es im regelungstechnischen Sinn eine Störung des Führungsverhaltens darstellt.

Im stationären Betrieb (d.h.  $i_d = 0A$ ,  $i_q = \bar{i}_q = konst.$  und  $\Omega_{el} = \bar{\Omega}_{el} = konst.$ ) erhält man laut Anhang A.5 für dieses Übertragungsverhalten folgendes Ergebnis:

$$\vec{U}_1^S(t) = \underbrace{\frac{1}{V_S} \cdot \bar{i}_q^* \cdot e^{j(\vartheta_0 + \frac{\pi}{2})}}_{\text{Steuerspannung}} + \underbrace{\vec{U}_{1,C}^S(t) \cdot A_{Regler} \cdot e^{j\varphi_{Regler}}}_{\text{wirksame Trägerspannung}} \quad (5.5)$$

Die Gleichungen für den Dämpfungsfaktor  $A_{Regler}$  und die Phasenverschiebung  $\varphi_{Regler}$  sind im Anhang A.5 zu finden und sollen an dieser Stelle nicht explizit angeschrieben werden. Wichtig ist in diesem Zusammenhang allerdings, dass diese Faktoren folgende Abhängigkeiten aufweisen:

$$\begin{aligned} A_{Regler} &= f(T_t, \bar{\omega}_C, \bar{\Omega}_{el}) \\ \varphi_{Regler} &= f(T_t, \bar{\omega}_C, \bar{\Omega}_{el}) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Vergleichbares tritt in den Reglern der Winkelgeschwindigkeit und des Rotorwinkels auf, wobei natürlich wieder das Übertragungsverhalten der jeweiligen Regelstrecke und der Regler die Größe dieses rückgekoppelten Anregungssignals und damit der Anregungssignalveränderung bestimmen.

Diese Abweichung spiegelt sich somit auch im Argument des Raumzeigers  $\vec{I}_{T2}(\bar{\vartheta}(t))$  wieder:

$$\begin{aligned} \vec{I}_{T2}(\bar{\vartheta}(t)) &= -j \cdot I_N \cdot e^{j2 \cdot \bar{\vartheta}(t)} \cdot \underbrace{A_{Regler}(\bar{\omega}_C, \bar{\Omega}_{el}) \cdot e^{j\varphi_{Regler}(\bar{\omega}_C, \bar{\Omega}_{el})}}_{\text{Abweichung c)} \\ &= -j \cdot A_{Regler}(t) \cdot I_N \cdot e^{j(2 \cdot \bar{\vartheta}(t) + \varphi_{Regler}(t))} \end{aligned} \quad (5.7)$$

In den Gleichungen wird der Fehler in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  angegeben. Dies ist eine Vereinfachung der bereits erwähnten Abhängigkeiten, da die Totzeit  $T_t$  und die Trägerkreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  (vgl. Kap. 4) als konstant angenommen werden.

## 5 Auftretende Rekonstruktionsfehler und Methoden zur Kompensation

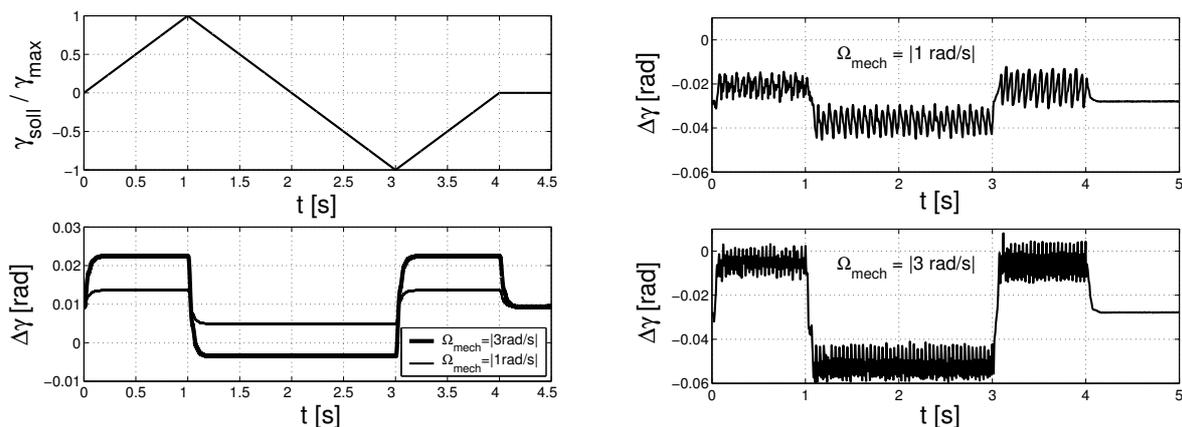


Abb. 5.4: Fehler an einem geregelt betriebenen Motor ( $|\Omega_{\text{mech}}| = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  und  $|\Omega_{\text{mech}}| = 3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ) (Sollwertverlauf und Simulation links, Messungen mit  $T_{\text{en}} = 10 \text{ms}$  rechts)

Welchen Einfluss eine Regelung auf das stationäre und transiente Verhalten des Rekonstruktionsfehlers hat, kann bei einem Vergleich der Abbn. 5.1 und 5.4 leicht erkannt werden. Der stationäre Fehler erhält eine konstante Verschiebung, wohingegen der transiente Fehler durch die Regelung einen „sanfteren“ Übergang in den jeweiligen stationären Wert erzeugt. Hierbei ist zu beachten, dass in Abb. 5.4 wieder die Abweichungen aus Kapitel 5.2.2 wirken.

Der Einfluss der Ersatzzeitkonstante des Winkelgeschwindigkeitsregelkreises  $T_{\text{en}}$  ist ebenfalls nicht zu vernachlässigen, was durch den Vergleich der Abbn. 5.4 und 5.5 leicht festgestellt werden kann. Da diese Ersatzzeitkonstante wesentlich von der Massenträgheit  $J$  abhängt, ist ein Einfluss der an den Rotor angekuppelten Massen ebenfalls vorhanden.

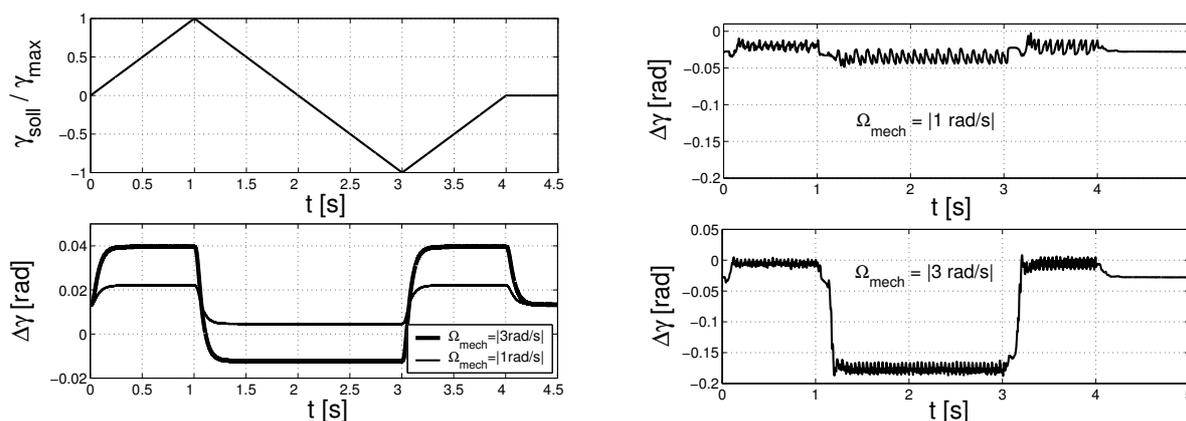


Abb. 5.5: Fehler an einem geregelt betriebenen Motor ( $|\Omega_{\text{mech}}| = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  und  $|\Omega_{\text{mech}}| = 3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ) (Sollwertverlauf und Simulation links, Messungen mit  $T_{\text{en}} = 20 \text{ms}$  rechts)

### 5.2.6 Drehzahlabhängiger Gesamtfehler

Fasst man die Ergebnisse der Kapitel 5.2.3 bis 5.2.5 zusammen, so ergibt sich bei einer digitalen Regelung folgender Raumzeiger in der Rekonstruktion:

$$\vec{I}_{T2}(\bar{\vartheta}(t)) = \underbrace{-j \cdot I_N \cdot e^{j2 \cdot \bar{\vartheta}(t)}}_{\text{Gl. (4.22)}} \cdot \underbrace{A_{ges}(t)}_{\text{Fehler}} \cdot e^{j2 \cdot \Delta \bar{\vartheta}(t)} \quad (5.8)$$

mit

$$A_{ges} = \underbrace{A_{BP\Sigma}}_{\text{Filterung}} \cdot \underbrace{A_{Regler}(t)}_{\text{Regelung}} \quad \text{und} \quad e^{j2 \cdot \Delta \bar{\vartheta}(t)} = \underbrace{e^{j\varphi_{BP\Sigma}}}_{\substack{\text{Abweichung a)} \\ \text{Filterung}}} \cdot \underbrace{e^{j\bar{\omega}_C \cdot T_A}}_{\substack{\text{Abweichung b)} \\ \text{Abtastung}}} \cdot \underbrace{e^{j\varphi_{Regler}(t)}}_{\substack{\text{Abweichung c)} \\ \text{Regelung}}}$$

Die Dämpfung  $A_{ges}$  wird sich im rekonstruierten Winkelsignal nicht bemerkbar machen, da sie nur eine Auswirkung auf die Amplituden der Signale hat und sich bei der Arkustangensauswertung wegekürzt. Allerdings muss bei der praktischen Realisierung auf eine entsprechende Auflösung der Signale sowohl im Messsystem als auch in der Auswertung geachtet werden.

Einen Fehler werden die mit Abweichung a) - c) bezeichneten Drehoperatoren erzeugen. Da der Winkel aus dem Argument des Raumzeigers  $\vec{I}_{T2}(\bar{\vartheta}(t))$  über Arkustangensauswertung ermittelt wird, ergeben die Argumente der Abweichungs-Drehoperatoren einen Rekonstruktionsfehler. Der rekonstruierte doppelte elektrische Winkel  $2 \cdot \bar{\vartheta}_{rek}(t)$  ergibt sich mit den drehzahlabhängigen Abweichungen somit zu:

$$\begin{aligned} 2 \cdot \bar{\vartheta}_{rek}(t) &= \arg \{ \vec{I}_{T2}(\bar{\vartheta}(t)) \} \\ &= \underbrace{2 \cdot \bar{\vartheta}(t)}_{\text{Gl. (4.24)}} + \underbrace{\varphi_{BP\Sigma} + \bar{\omega}_C \cdot T_A + \varphi_{Regler}(t)}_{\text{Winkelfehler } 2 \cdot \Delta \bar{\vartheta}(t)} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Mögliche Ansätze zur Entfernung dieser Abweichungen aus dem rekonstruierten Winkelsignal werden im Kapitel 5.5 behandelt.

## 5.3 Positionsabhängige Fehler

### 5.3.1 Auswirkungen

Neben den in Kapitel 5.2 beschriebenen Fehlern, zeigen sich in der Praxis weitere Abweichungen des rekonstruierten Winkels  $\gamma_{rek}(t)$  vom gemessenen Winkel  $\gamma_{mech}(t)$ . Wie in den Abbn. 5.1, 5.4 und 5.5 erkennbar ist, weisen die Messergebnisse zusätzlich eine Art „Rauschen“ um einen Fehlermittelwert auf. Dieser Mittelwert entspricht etwa dem drehzahlabhängigen Fehler aus Kapitel 5.2, wohingegen die Amplitude des „Rauschens“ bei verschiedenen Drehzahlen annähernd gleich groß bleibt.

Es stellt sich hier die Frage nach den Ursachen dieser Abweichung bzw. dieses „Rauschens“. Für das in der Praxis übliche thermische Rauschen von elektronischen Bauteilen ist die Abweichung zu groß und zu regelmäßig, und deshalb liegt die Vermutung nahe, dass die Ursache auf einem

Modellfehler oder einer Modellvereinfachung beruht. Verfolgt man diese These in der Annahme einer fehlerfreien Signalverarbeitung, so muss der Fehler bereits im Motorstrom vorhanden sein. In den Frequenzanalysen der Signale  $i_{sin}$  und  $i_{cos}$  des Raumzeigers aus Gl. (4.22) sind neben der Grundfrequenz, die sich laut Kapitel 4 einstellt, noch weitere Frequenzen vorhanden (vgl. Abb. 5.6 und Abb. 5.7).

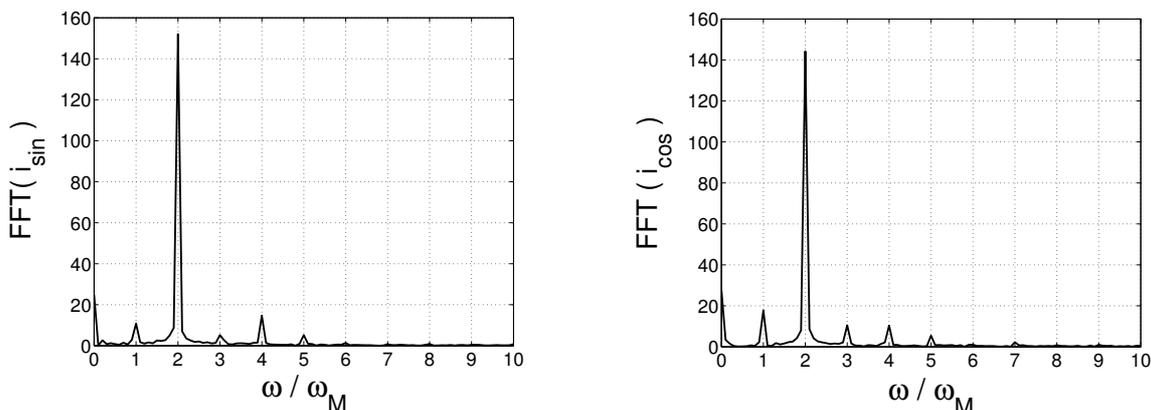


Abb. 5.6: FFT von  $\vec{I}_{T2} = i_{sin} + j \cdot i_{cos}$  bei  $\Omega_{mech} = +1 \frac{rad}{s}$

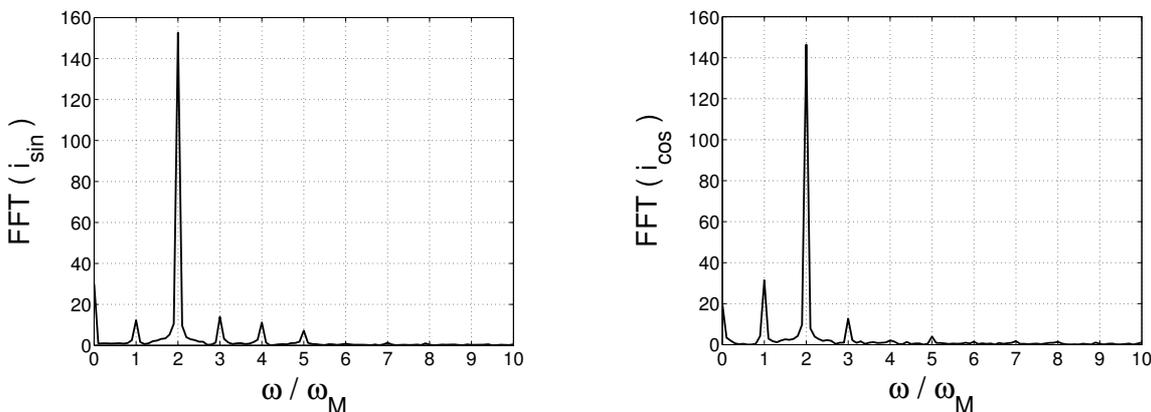


Abb. 5.7: FFT von  $\vec{I}_{T2} = i_{sin} + j \cdot i_{cos}$  bei  $\Omega_{mech} = -1 \frac{rad}{s}$

Eine genauere Untersuchung zeigte, dass die in dem „Rauschen“ vorhandenen Frequenzen mit der Drehzahl steigen, aber in der Amplitude nur von der Drehrichtung abhängen. Schließlich stellte sich eine Abhängigkeit von der elektrischen Winkelposition heraus, was auf zusätzliche Reluktanzen als Ursache schließen lässt. Da bei genauerer Betrachtung der Ströme und der Motorgeometrie auch Totzeiteffekte im Stromrichter und, wegen der kleinen Luftspalte im Schrittmotor, Sättigung als Ursache in Frage kommen, sind diese ebenfalls in Betracht zu ziehen. Betrachtet man die Lissajous-Figuren für eine positive und eine negative Motordrehung in Abb. 5.8, so ist diese räumliche Verzerrung sichtbar, da die Lissajous-Figuren idealerweise einen Kreis bilden sollten. Die Abhängigkeit von der Winkelposition ist auch für Asynchron- und Synchronmotoren aus der Literatur bekannt (u.a. [33], [52], [208], [104]), und es wurden entsprechende Vorschläge zur Kom-

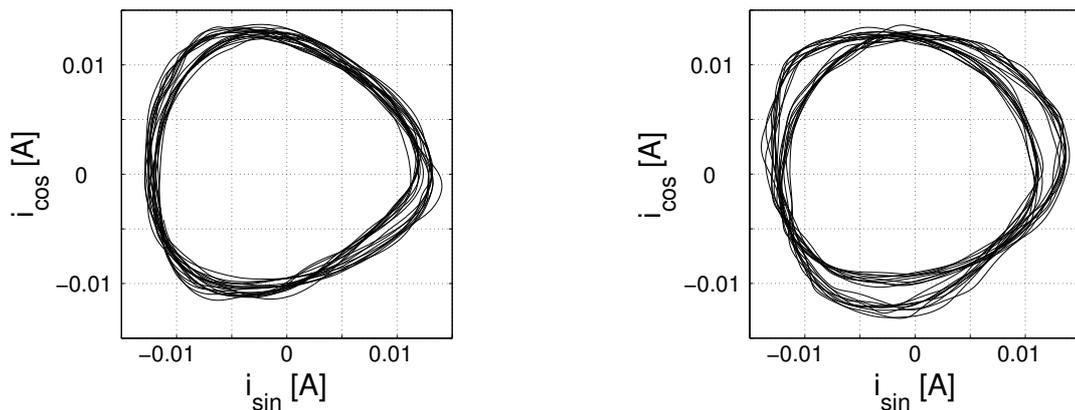


Abb. 5.8: Lissajous-Figuren von  $\vec{I}_{T2}$  bei  $U_{ZWK} = 40\text{VDC}$   
 $\Omega_{mech} = +1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  (links);  $\Omega_{mech} = -1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  (rechts)

pensation beschrieben. Beim Vergleich der Lissajous-Figuren in Abb. 5.8 zeigt sich zudem eine Abhängigkeit von der Drehrichtung.

### 5.3.2 Fehler durch die Reluktanz bzw. die Rastung

Die Reluktanz (magnetischer Widerstand) hängt von den Feldverteilungen, der Geometrie und dem Material des betrachteten Objektes ab. In Analogie zum Ohmschen Gesetz im elektrischen Kreis ist im magnetischen Kreis der magnetische Widerstand (Reluktanz) definiert als (vgl. [74]):

$$R_{magn} = \frac{\Theta}{\Psi} = \frac{\delta}{\mu_0 \mu_r \cdot A} \quad (5.10)$$

Der magnetische Widerstand  $R_{magn}$  ist abhängig von der Permeabilität  $\mu = \mu_0 \mu_r$ , von der vom Magnetfeld durchsetzten Fläche  $A$  und vom Luftspalt  $\delta$ . Im Motor ändert sich die relative Permeabilität  $\mu_r$  abhängig von der Länge des radial von der Feldstärke  $H$  durchsetzten magnetisch aktiven Materials. Da die relative Permeabilität in den Blechpaketen ( $500 < \mu_r < 3000$ , vgl. [122]) viel höher ist als in Luft ( $\mu_r \approx 1$ ), wird die Reluktanz dann am kleinsten sein, wenn der Luftspalt am kleinsten wird, also wenn sich die Zähne von Stator und Rotor gegenüberstehen (Koinzidenz).

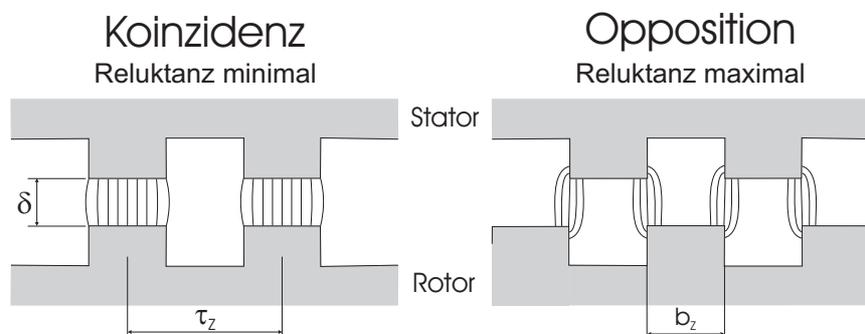


Abb. 5.9: Exponierte Zahnstellungen

Sind die Zähne des Stators und des Rotors gegeneinander versetzt (Opposition), wird wegen des großen Luftspaltes  $\delta$  der magnetische Widerstand am größten. Sind die Zahnteilungen  $\tau_z$  und die Zahnbreiten  $b_z$  von Stator und Rotor gleich ausgeführt, so ergibt sich ein zum doppelten elektrischen Winkel periodischer Reluktanzverlauf. Es stellt sich bei Bestromung eine Induktivität nach Abb. 3.5 ein. Laut [114] ergibt sich für den Betrieb von Reluktanzmotoren ein optimaler, d.h. minimaler Reluktanzverlauf über den Rotorwinkel bei einem Verhältnis von Zahnbreite zu Zahnteilung von  $\frac{b_z}{\tau_z} = 0.38$ . Da Hybridschrittmotoren eine Mischung aus PM-Schrittmotor und Reluktanzschrittmotor sind, hat dieser Geometriefaktor hier ebenfalls Gültigkeit. Von der Firma Berger Lahr wurde dies bestätigt, da die Statorbleche mit dem Zahn-Breiten-Teilungs-Verhältnis  $\frac{b_z}{\tau_z} \approx 0.4$  gefertigt werden. Die Rotorbleche weisen hingegen ein Verhältnis  $\frac{b_z}{\tau_z} = 0.5$  auf.

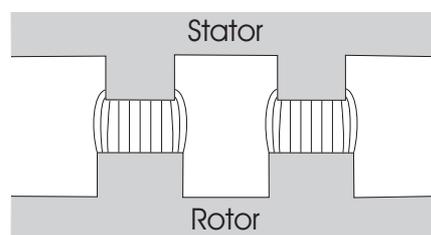


Abb. 5.10: Optimale Zahngeometrie für Hybrid- und Reluktanzschrittmotoren

Die in Kapitel 3.5.1 angenommene sinusförmige räumliche Induktivitätsänderung basiert aber auf der Annahme einer Zahnteilung von  $\frac{b_z}{\tau_z} = 0.5$  für Stator- und Rotorbleche, was bei Hybridschrittmotoren, wie bereits erwähnt, nicht der Realität entspricht. Dies führt zu Verzerrungen des Induktivitätsverlaufs, wie in Abbildung 3.5 erkennbar ist. Die Gestaltung von Hybridschrittmotoren mit einer ausgeprägten Zahnung von Rotor und Stator, und damit die Ausnutzung der Reluktanz zur Drehmomentbildung, ermöglicht die Verkleinerung der Schrittzahl bzw. des Schritt winkels im Vergleich zu PM-Schrittmotoren.

Diese Verzerrungen ergeben sich aus der räumlichen Überlagerung des theoretisch angenommenen sinusförmigen Verlaufes mit reluktanten Oberschwingungen, hervorgerufen durch die Optimierung des Schrittbetriebs über die Zahngeometrie. Bei der Modellbildung in Kapitel 3 müssten zum Erhalt einer exakten Rekonstruktion möglichst alle Oberschwingungen berücksichtigt werden. Allerdings stellt sich hier die Frage, wie genau man rekonstruieren will bzw. welchen Aufwand eine Verbesserung der Rekonstruktionsgenauigkeit rechtfertigt. Neben einer exakten messtechnischen Erfassung des räumlichen Induktivitätsverlaufs in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern (Strom, Messverfahren bei der Regelung, etc.), einer Analyse derselben und einer entsprechenden Anpassung des Modells, ist auch der Aufwand für die Signalverarbeitung nicht zu vernachlässigen. Der Aufwand bemisst sich deshalb nach dem Verwendungszweck des Verfahrens.

Theoretische Betrachtungen und Herleitungen zum Reluktanzverlauf sind in mehreren Quellen zu finden (z.B. [59], [101], [114], [133], [141], [165]). Der Reluktanzverlauf bewirkt die sogenannte Rastung des Motors, da der Rotor bestrebt ist, sich energieoptimal, d. h. in Richtung kleinsten magnetischen Widerstands, zu orientieren. Dies ergibt innerhalb einer Polteilung eine Vorzugslage, beim Schrittbetrieb magnetische Raststellung im unbelasteten Zustand genannt (vgl. [53]).

Eine aufwändige Berechnung der geometrischen Einflüsse soll an dieser Stelle nicht durchgeführt werden, da eine sorgfältige Herleitung und Analyse keinen Vorteil verspricht. Statt dessen wird

auf Ergebnisse und Berechnungen anderer Quellen verwiesen (u.a. [31], [87], [205]). Nach [205] ergibt sich für den Trägerstromraumzeiger  $\vec{I}_{1,C}^S$  folgende Gleichung:

$$\vec{I}_{1,C}^S = I_P \cdot e^{j\bar{\omega}_C t} + \sum_m \sum_k I_{Nmk} \cdot e^{j(h_{mk} \cdot \bar{\vartheta}(t) - \bar{\omega}_C t + \varphi_{mk})} \quad (5.11)$$

mit

Ordnung:	$k = 1(\text{Grundwelle}), 2, 3, \dots$	
Phase:	$\varphi_{mk}$	
Sättigung:	$m = 1$	$h_{1k} = -2, \dots, (-2)^k$
Nutung:	$m = 2$	$h_{2k} = 2 \cdot n, \dots, 2 \cdot k \cdot n$
		$n = \frac{\text{Anzahl der Rotornuten}}{N_r}$

In den Abbildungen 5.6 und 5.7 sind geradzahlige und ungeradzahlige Vielfache der Steuerkreisfrequenz  $\omega_M$  im Rekonstruktionssignal  $\vec{I}_{T2}$  erkennbar. Laut Gl. (4.22) ist in diesem Stromraumzeiger aber nur eine Frequenz  $2 \frac{d}{dt} \bar{\vartheta}(t) = 2 \cdot \bar{\Omega}_{el}$  vorhanden. Im Synchronismus entspricht die Steuerkreisfrequenz  $\bar{\omega}_M$  der elektrischen Winkelgeschwindigkeit  $\bar{\Omega}_{el}$  des Rotors, daher sollte nur die in diesen Abbildungen dominante Frequenz  $\omega/\omega_M = 2 \cdot \bar{\Omega}_{el}/\bar{\omega}_M = 2$  auftauchen. Aus der Ausführbarkeitsbedingung für Hybridschrittmotoren ergibt sich nach [114] für die Anzahl der Rotornuten ein ungeradzahliges Vielfaches der Polpaarzahl  $N_r$ , das heißt, der Faktor  $n$  in Gl. (5.11) nimmt ungeradzahlige Werte an ( $n = 1, 3, 5, \dots$ ). Reluktanzbedingte Ortsfrequenzen ergeben somit geradzahlige Vielfache von  $\omega_M$ , da die Faktoren  $h_{2k}$  für ganzzahlige Werte von  $n$  geradzahlig sind. Bestätigt wird dieses Ergebnis von [114] und [31], die den Induktivitätsverlauf in Gl. (3.11) auf die Zahnung bzw. Nutung zurückführen. Laut [31] ergeben sich aus der Überlagerung von Reluktanzeffekten und der Sättigung auch Ortsfrequenzen mit einem ungeradzahligem Vielfachen von  $\omega_M$ . Zu einem vergleichbaren Ergebnis kommt auch [220] bezüglich der Einflüsse von Zahnzahl und Sättigung (vgl. Kap. 5.3.4) bei Drehfeldmaschinen.

### 5.3.3 Fehler durch mechanische Ungenauigkeiten

Laut [87] können zu den Stromharmonischen (Ordnungszahl  $k = 1, 2, 3, \dots$ ) aus Gl. (5.11) auch noch Harmonische der Exzentrizität, zum Beispiel durch nichtzentrische Lagerung, hinzukommen. Dies erklärt sich über den gesamten magnetischen Widerstand  $R_{magn,ges}$ , der sich, analog zum elektrischen Kreis, durch die Summe der in Reihe liegenden magnetischen Widerstände ergibt (vgl. [74], [101]). Ändert sich nun der Luftspalt  $\delta$  aufgrund von Nutung oder exzentrischer Lagerung der Welle oder tritt Sättigung (vgl. Kap. 5.3.4) auf, so ändert sich hierdurch auch die Reluktanz. Da Drehfeldmaschinen über dem Umfang gleichverteilte Wicklungen und damit auch eine gleichverteilte Nutung aufweisen, tritt eine mit der Rotorposition periodische Änderung der Reluktanz auf. Da Fertigungstoleranzen (u.a. bei Lagerung, Blechen, Blechschnitt und Wicklungen) bei jedem industriell hergestellten Gerät vorhanden sind, zeigen sich neben den auf die Polteilung bezogenen Stromharmonischen aus Gl. (5.11) auch „Sub“-Harmonische (Unterschwingungen,  $|h_{mk}| < 1$ ) im Stromsignal, welche auf die mechanische Rotordrehung bezogen sind. Die örtliche Verschiebung der Lissajous-Figur innerhalb der  $i_{sin}-i_{cos}$ -Ebene in Abb. 5.8 ist auf solche Ortsfrequenzen zurückzuführen. Die Auswirkungen dieses Fehlers sind beispielhaft in Abb. 5.11 bei einer Winkelgeschwindigkeit von  $\Omega = -2 \frac{rad}{s}$  an einem winkelgeregelten Hybridschrittmotor dargestellt.

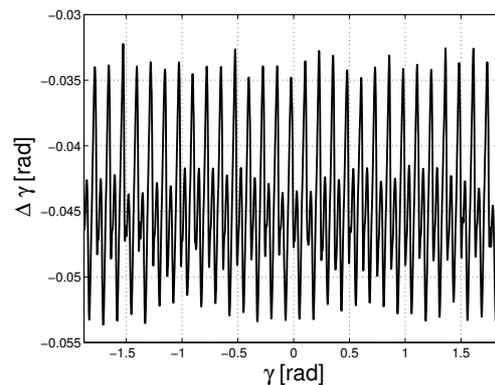


Abb. 5.11: Fehler durch Subharmonische bei  $\Omega = -2 \frac{rad}{s}$ , geregelter Motor im Leerlauf

Man erkennt hier, dass der Fehler auch über eine halbe Umdrehung einer gewissen Schwankung im „Großen“ unterliegt, der sich auf mechanischen Ungenauigkeiten zurückführen lässt.

### 5.3.4 Fehler durch die Sättigung

Um hohe Drehmomente zu erhalten, wird bei Hybridschrittmotoren der Luftspalt  $\delta$  zwischen Statorbohrung und Rotor möglichst klein gehalten. Dies führt zu hohen magnetischen Flussdichten  $B$  im Luftspalt und bei höheren Statorströmen zu Sättigung im aktiven Eisen (Blechpakete) der Motoren. Der bei der Modellierung als linear angenommene Zusammenhang zwischen magnetischer Flussdichte (Induktion)  $B$  und magnetischer Feldstärke  $H$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \cdot \vec{H} \quad (5.12)$$

ist laut [122] in drei Bereiche unterteilbar. Im ungesättigten Bereich und im voll gesättigten Bereich ist die relative Permeabilität  $\mu_r$  annähernd konstant und damit ist die obige Gleichung linear. Im

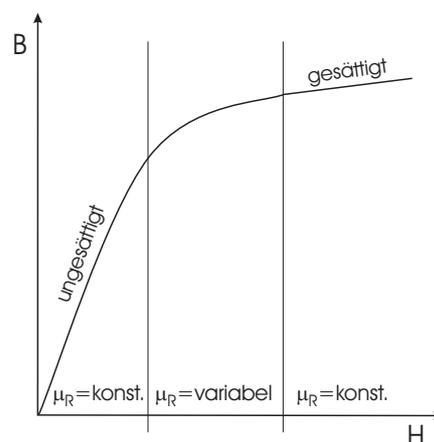


Abb. 5.12: Magnetisierungskennlinie

Bereich beginnender Sättigung ist die Permeabilität  $\mu_r$  hingegen variabel und die Flussdichte  $B$

somit nichtlinear von der Feldstärke  $H$  abhängig. Da sich der Vektor des magnetischen Flusses  $\vec{\Psi}$  aus der Integration des Vektors der Flussdichte  $\vec{B}$  über die von ihr durchsetzte Fläche  $\vec{A}$  errechnet,

$$\vec{\Psi} = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = L(\vartheta) \cdot \vec{I} \quad (5.13)$$

ist der Fluss ebenfalls dieser Nichtlinearität unterworfen. Bei hohen Feldstärken  $H$ , die im Motor laut Durchflutungsgesetz

$$\sum_k I = \Theta = \oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

durch hohe Ströme erzeugt werden, kann damit Sättigung auftreten, zumal nur kleine Luftspalte  $\delta$  vorliegen. Eine Abhängigkeit vom Rotorwinkel tritt durch die Zahnung bzw. Nutung des Stators und des Rotor auf, da sich hier der Luftspalt  $\delta$  je nach Stellung der Rotor- und Statorzähne zueinander ändert und auch positionsabhängig hohe Feldstärken  $H$  an den Zahnecken auftreten können. Wie die Fehler durch Reluktanz bzw. Rastung verzerrt auch die Sättigung den theoretischen Induktivitätsverlauf durch Überlagerung von Oberwellen (vgl. [31], [80], [92], [205], [208] u.a.). Diese Überlagerung wird nach [205] ebenfalls in Gl. (5.11) erfasst, wobei der Sättigung alle Ortsfrequenzanteile mit einem geradzahligem Vielfachen der Steuerkreisfrequenz  $\omega_M$  zugeordnet werden. Da also sowohl die Reluktanz als auch die Sättigung Ortsfrequenzanteile mit geradzahligem Vielfachen von  $\omega_M$  ergeben, werden sich beide Anteile, je nach Motordesign und Ordnung  $k$ , verstärken oder abschwächen. Höherfrequente Anteile werden üblicherweise durch das Blechdesign reduziert und bei dem Rekonstruktionsverfahren nach Kap. 4.3 zusätzlich durch die Filterungen bedämpft. Dass die Sättigung eine Auswirkung auf den Rekonstruktionsfehler  $\Delta\gamma$  zeigt, kann anhand von Abb. 5.13 gezeigt werden. Erhöht man im Leerlauf die Stromstärke im Motor und damit den

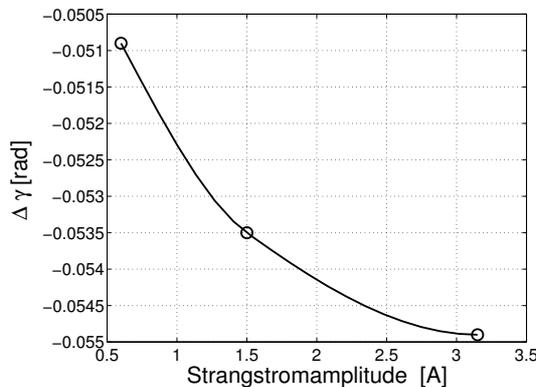


Abb. 5.13: Fehler (interpoliert) bei verschiedenen Strangströmen im Stillstand bei Sollwinkel  $\gamma^* = 0 \text{ rad}$ , gesteuerter Betrieb

magnetischen Fluss  $\Psi$ , so erhöht sich der Betrag des Rekonstruktionsfehlers  $\Delta\gamma$ . Dies ist eine Auswirkung der Sättigung und wird im geregelten Betrieb des Motors bei hohen Lastdrehmomenten  $M_{La}$  wirksam. Dieses Messergebnis zeigt auch, dass der hier dominante Sättigungsanteil der Stromharmonischen eine Phasenverschiebung  $\varphi_{mk}$  im Trägerstromraumzeiger  $\vec{I}_{1,C}^S$  (vgl. Gl. (5.11)) verursacht, was wiederum auf eine entsprechende Phasenverschiebung zwischen dieser Stromharmonischen und der Stromharmonischen der Nutung schließen lässt.

Sättigungseinflüsse auf den magnetischen Kreis eines Motors sind somit einerseits positiv und andererseits negativ zu bewerten. Dies wird auch in verschiedenen Veröffentlichungen (u.a. [21], [19], [123], [191], [203] - [209], [220]) deutlich, die sowohl Verbesserungsmöglichkeiten zur Vermeidung oder optimalen Nutzung von Sättigungseinflüssen aufzeigen, aber auch die Möglichkeiten der Nutzung zur sensorlosen Regelung beleuchten. Beispielsweise wird bei der INFORM-Methode zur sensorlosen Regelung die Sättigung dazu genutzt, die Drehrichtung zu ermitteln (z.B. [180]).

### 5.3.5 Fehler durch den Stromrichter

Wie in Kapitel 8 beschrieben, wird als Stellglied ein Frequenzumrichter verwendet. Analoge Verstärker sind nur für sehr kleine Leistungen energetisch sinnvoll, da sie eine hohe Verlustleistung erzeugen. Aus diesem Grund werden Schaltverstärker für kleinere bis hohe Leistungen eingesetzt, wobei am häufigsten der Spannungs-Zwischenkreisumrichter (U-Umrichter) Verwendung findet, da dieser am universellsten einsetzbar ist.

Allerdings verstärken diese meist pulswellenmodulierten (PWM) U-Umrichter nicht verzögerungsfrei (Totzeit), und durch den Schaltbetrieb entstehen zusätzliche Oberschwingungen der Grundschwingung im Strom (vgl. Abb. 5.14). Dies wurde unter anderem von [77] untersucht. Laut [35] produziert die verwendete B6-Brücke Oberschwingungen der Ordnungen  $\nu = 5, 7, 11, 13$  usw., deren Amplituden allerdings mit  $1/\nu$  zurückgehen (vgl. Abb. 5.14). Die Oberschwingungen werden sowohl netz- als auch motorseitig von den Umrichtern erzeugt und stören den gewünschten Betrieb. Da die Oberschwingungen im Strom eine zusätzliche Blindleistungsquelle darstellen und Störungen im Versorgungsnetz hervorrufen können, müssen sie durch entsprechende Maßnahmen (z.B. Netzfilter, Drosseln oder Leistungsfaktorkorrektur) eingeschränkt werden. Grenzwerte für nieder- und mittelfrequente Stromharmonische sind beispielsweise in der EMV-Norm EN 61000-3-2 für Geräte mit Leistungen bis  $1\text{ kW}$  angegeben. Auf der Motorseite ist dies eher unüblich und wird nur für hochpräzise Antriebe verwendet (Sinusfilter). Um den Einfluss zwischen dem netzseitigen Teil und dem motorseitigen Teil des Umrichters zu entkoppeln, sind Zwischenkreisumrichter, wie der hier verwendete U-Umrichter, sinnvoll.

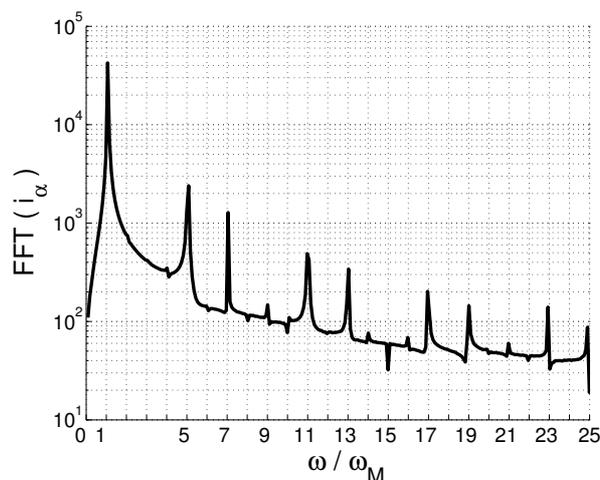


Abb. 5.14: Harmonische im Strom

Die Ursache für dieses Verhalten der Umrichter liegt in der Leistungselektronik. Betrachtet man den Wechselrichter in Abb. 6.2, so erkennt man, dass für jeden Umrichterausgang immer zwei Leistungsschalter (in diesem Fall IGBTs) in Reihe an der Zwischenkreisspannung liegen. Als „worst case“ kann hier ein Kurzschluss in einem dieser Zweige angenommen werden, da er zur Zerstörung der IGBTs führen würde. Prinzipiell muss somit ein gleichzeitiges Leiten der IGBTs in einem Zweig verhindert werden. Hierbei ist zu beachten, dass IGBTs nicht unendlich schnell in den Sperrzustand bzw. in den Durchlasszustand übergehen können, da die Ladungsträger im Halbleitermaterial gewisse Zeiten für den Auf- und Abbau der entsprechenden Ladungsträgerdichten benötigen. Schaltungstechnisch muss damit eine Totzeit zwischen den Schaltvorgängen in einem Brückenweig eingefügt werden, die sicherstellt, dass die gewünschten und kurzschlussfreien Schaltzustände erreicht werden.

Die Auswirkungen dieser Totzeiten sind eine verzögerte Reaktion auf ein Eingangssignal am Umrichter und eine Verzerrung der Ströme durch Oberschwingungen (vgl. [75] - [77]). Natürlich

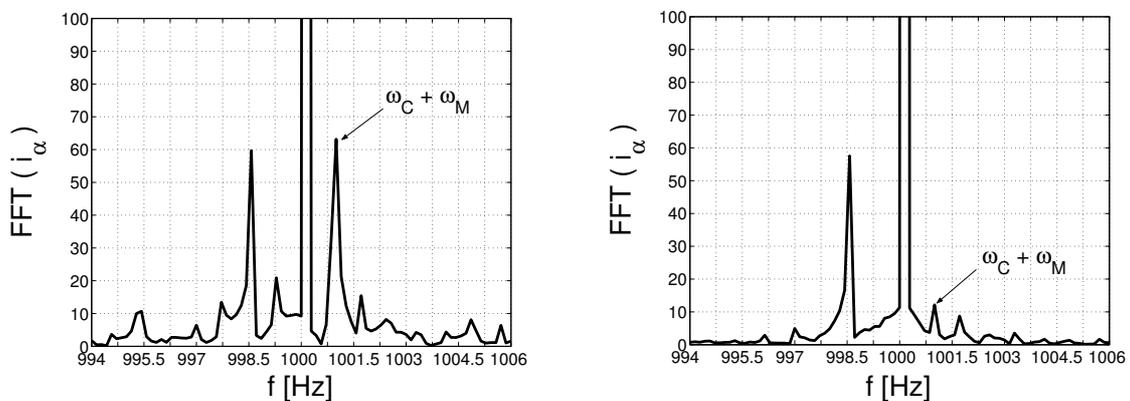


Abb. 5.15: Harmonische im Bereich der Trägerfrequenz bei verschiedenen Anregungsamplituden:

$$\overline{U}_{C,Abbrechts} = 1.5 \cdot \overline{U}_{C,Abblinks}, \overline{f}_C = 1000 \text{ Hz}$$

bewirken die Verzerrungen der Ströme auch einen Fehler im Rekonstruktionssignal, wenn die vorgegebene Anregung nicht mehr dem gewünschten Signal entspricht (vgl. [205], [220]). Da die Ordnungszahlen  $v$  aber recht weit von der gewünschten Grundschwingung  $v = 1$  entfernt sind, und deren Amplituden klein gegenüber der Grundschwingung sind, werden sie kaum in Erscheinung treten. Zudem werden durch die verwendeten Filter (vgl. Kap. 4.3) weit von den Nutzkreisfrequenzen ( $\overline{\omega}_C$  und  $d(2\overline{\vartheta}(t) - \overline{\omega}_C t)/dt$ ) des Anregungssignals entfernte Frequenzen stärker bedämpft, was deren Einfluss weiter vermindert.

Ein größeres Problem ergibt sich bei hohen Drehzahlen, da sich die Stromharmonischen des Steuersignals  $\overline{I}_{1,M}^S(t)$  dann dem Bereich des Trägersignals und des modulierten Signals nähern. Bei kleinen Drehzahlen und somit kleinen Steuersignalfrequenzen ist der Einfluss verschwindend gering, da die Bandpassfilter die Steuersignale sehr stark bedämpfen und damit diese Stromharmonischen aus dem gemessenen Signal entfernen.

Problematisch werden aber Anwendungsfälle, die hohe Steuerströme (d.h.  $M_{La}$  ist hoch) und hohe Drehzahlen  $n$  erfordern. Die Trägerstromsignale werden aufgrund der gewählten Kreisfrequenz  $\overline{\omega}_C$  und der kleinen Trägerspannungsamplitude  $\overline{U}_C$  auch nur eine kleine Amplitude aufweisen. Werden nun die Amplituden der höheren Oberschwingungen der Steuerströme so hoch, dass die gefilterten

Ströme im Bereich der Trägerstromamplitude sind, so wird ein deutlicher Einfluss der Stromharmonischen auf das Rekonstruktionssignal erkennbar sein. Dies kann durch zusätzliche Filterung und/oder durch Erhöhung der Trägerspannungsamplitude vermieden werden. Weiteres hierzu ist im Kapitel 5.4 zu finden.

An dieser Stelle sei erwähnt, dass auch das verwendete Modulationsverfahren (vgl. [156] u.a.) des Umrichters Auswirkungen auf die Oberschwingungen der Motorströme hat. Mit Hilfe eines Modulationsverfahrens werden die Leistungsschalter (z.B. IGBTs) so angesteuert, dass am Umrichter Ausgang diejenigen gepulsten Spannungen entstehen, die von der Signalverarbeitung (z.B. DSP) vorgegeben werden. Verschiedene Optimierungskriterien für den Umrichter ergeben verschiedene Modulationsverfahren, die mehr oder weniger Oberschwingungen in den Motorströmen erzeugen (vgl. [177], [218]). In modernen Frequenzumrichtern wird die Raumzeigermodulation verwendet, um einen möglichst hohen Grundschwingungsanteil in den Strömen zu erhalten.

Zu den bereits erwähnten Veränderungen des modellierten Stromsignals kommen noch nichtlineare Effekte des Stromrichters hinzu. Sehr gut zu erkennen ist dies in Abb. 5.15. Eine Frequenz  $\omega \approx \bar{\omega}_C + \omega_M$  tritt hier bei einer kleinen Trägerstromamplitude  $\bar{U}_C$  (Abb. 5.15 links) stärker zutage als bei einer höheren Amplitude (Abb. 5.15 rechts). Dies ist durch die nichtlinearen Effekte bei kleinen Spannungen im Stromrichter zu erklären, wie sie in Abb. 5.16 dargestellt sind. Es wird deutlich, dass vor allem bei kleinen Ausgangsspannungen aus dem Frequenzumrichter eine deutliche Nichtlinearität im Strom-Spannungs-Verlauf entsteht, die durch die Pulsweitenmodulation erzeugt wird. Dieser nichtlineare Verlauf zeigt natürlich einen deutlichen Einfluss auf den Fehler-

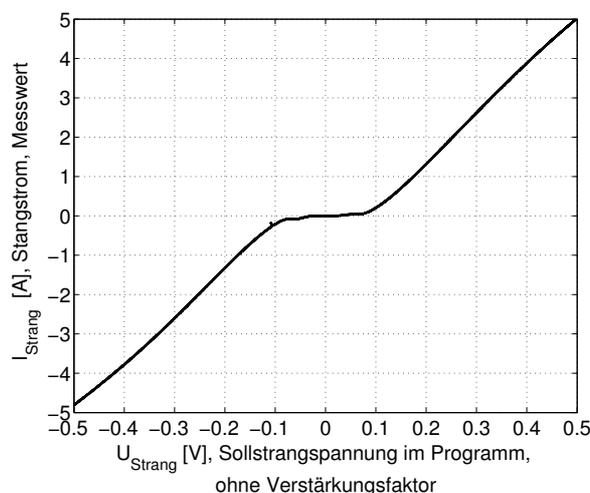


Abb. 5.16: Nichtlinearität des Stromrichters

verlauf der Rekonstruktion und kann unter anderem durch eine Veränderung der Lissajous-Figuren sichtbar gemacht werden. Beim Vergleich der Lissajous-Figuren aus Abb. 5.8 mit Abb. 5.17 ist diese Veränderung offensichtlich.

Die Verwendung eines Stromrichters zur Erzeugung des Steuer- und des Trägersignals vermeidet zusätzlichen Hardwareaufwand für die Trägersignalerzeugung und ist in der Literatur häufig zu finden (u.a. [5], [32], [82], [90], [104], [109], [204]). Zur Vermeidung von Rekonstruktionsfehlern durch den Stromrichter sollte der Frequenzumrichter aber möglichst gut an die Bemessungswerte des Motors (Spannung, Strom) und an die Trägerspannung angepasst sein. Eine Anpassung an die

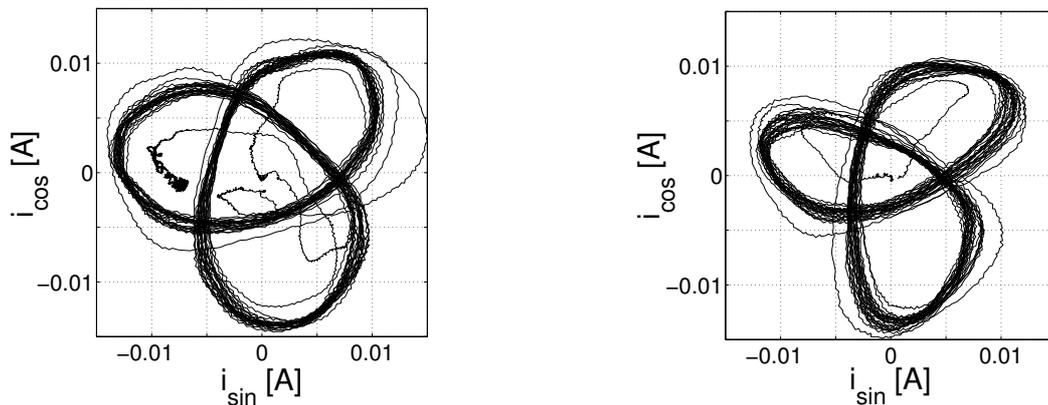


Abb. 5.17: Lissajous-Figuren von  $\vec{I}_{T2}$  bei  $U_{ZWK} = 20\text{VDC}$   
 $\Omega_{mech} = +1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  (links);  $\Omega_{mech} = -1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  (rechts)

Trägerspannung ist wichtig, da eine zu kleine Wahl der Trägerspannungsamplitude  $\widehat{U}_C$  entsprechende Fehler verursachen kann. Vermieden werden können diese Effekte auch durch die Verwendung eines nichtschaltenden analogen Verstärkers wie bei [141].

### 5.3.6 Positionsabhängiger Gesamtfehler

Der gesamte positionsabhängige Fehler ergibt sich aus der Wirkung und Wechselwirkung aller erwähnten potentiellen Fehlerquellen. Diese Fehler wurden anhand von Messungen am Versuchstand (vgl. Kap. 8) dargestellt. Die Fehlerquellen beruhen vorwiegend auf konstruktionsbedingten (z.B. Zahnung, Sättigung und exzentrische Lagerung) und prinzipbedingten (z.B. Stromrichtertotzeit) örtlichen Schwankungen des magnetischen Flusses. Diese Magnetfeldschwankungen erzeugen Harmonische und Subharmonische der elektrischen Winkelgeschwindigkeit des Rotors  $\Omega_{el}$  ( $\approx \omega_M$ ) im Strom. Es muss allerdings darauf hingewiesen werden, dass bei unterschiedlichen Drehfeldmaschinen die erwähnten Fehlerquellen, je nach Bauweise, unterschiedlich stark ausgeprägt sein können. Gegebenenfalls sind noch weitere, hier nicht erwähnte oder hier nicht in Erscheinung getretene Fehlerquellen vorhanden. Beispielsweise kann bei Synchronmotoren eine Schränkung des Rotors ebenfalls Stromüberschwingungen erzeugen, wie bei [220] gezeigt wird.

In der Praxis lassen sich die drehzahl- und positionsabhängigen Fehler nur schwer voneinander trennen. Aus diesem Grund ist jeweils der gesamte Fehler anhand eines Beispiels, meist nur bei einer Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{mech}$ , dargestellt. Schlussfolgerungen hieraus lassen sich auf alle Drehzahlen im für das Verfahren nach Kapitel 4 gültigen Bereich ausdehnen.

Der positionsabhängige Fehler weist eine gewisse Periodizität auf, die in Abb. 5.18 dargestellt ist. Wie deutlich erkennbar ist, weist der Fehler einen periodischen Verlauf mit der Polteilung  $\tau = \frac{2\pi}{N_p} \text{rad}$  auf, und ist zusätzlich mit einem von der Winkelstellung abhängigen Fehler behaftet, der in Abb. 5.18 als überlagerte Schwingung sichtbar ist. Die Fehler bei positiven und negativen Drehzahlen sind nicht identisch, da hier bei Drehzahlumkehr Unsymmetrien in der Bestromung wirksam sind.

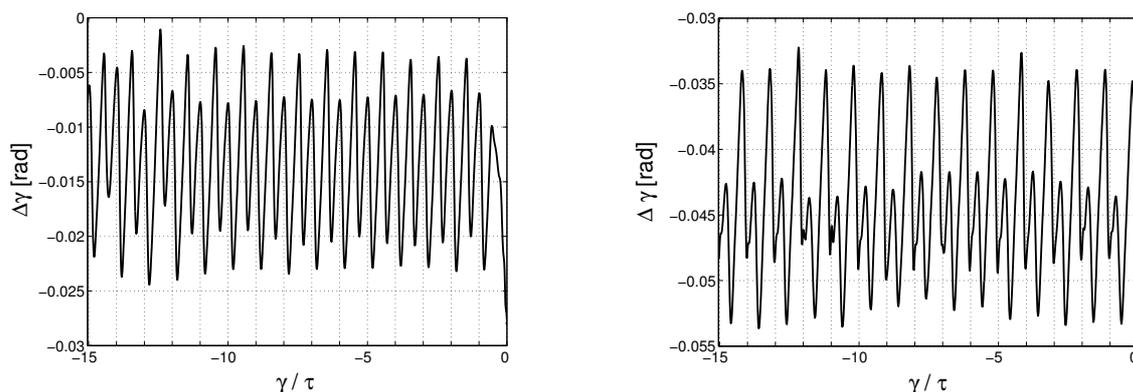


Abb. 5.18: Abhängigkeit des Fehlers von der Polteilung  $\tau$  bei  $\Omega_{mech} = +2 \frac{rad}{s}$  (links) und  $\Omega_{mech} = -2 \frac{rad}{s}$  (rechts), geregelter Motor im Leerlauf

## 5.4 Drehmoment- bzw. steuerstromabhängige Fehler

Bisher wurde das Rekonstruktionsverfahren nur im Leerlauf (d.h.  $M_{La} = 0 Nm$ ) betrachtet. Dies berechtigte zu der Annahme, dass alle Steuerstromanteile  $\vec{I}_{1,M}^S$  durch die Eingangsfiler aus dem Messsignal entfernt werden (vgl. Kap. 4.3.3 und Kap. 5.2.3). Grundlage für diese Annahme war, dass einerseits die Sperrbanddämpfung der Eingangsfiler für kleine Kreisfrequenzen und damit kleine Drehzahlen sehr groß ist, und andererseits im Leerlauf nur „relativ kleine“ Steuerströme auftreten. „Relativ klein“ bedeutet in diesem Zusammenhang, dass nur motorspezifische Drehmomente (Reibung, Rastung, Dämpfung) und das drehzahlabhängige Beschleunigungsdrehmoment  $M_B$  zur Motorbewegung generiert werden müssen und damit nur kleine drehmomenterzeugende Steuerströme auftreten. Die Drehzahleinschränkung für das Verfahren wiederum resultiert in den Bandbreiten der Filter (vgl. Kap. 4.4) und begründet die Annahme kleiner (Kreis-)Frequenzen. Wird nun neben den oben erwähnten Drehmomenten dem Motor auch noch ein Lastdrehmoment  $M_{La}$  abverlangt, so steigt bei einer Regelung der drehmomenterzeugende Strom  $i_q$  und damit auch die Amplitude des Steuerstromraumzeigers  $\vec{I}_{1,M}^S$ . Die Sperrbanddämpfung der Eingangsfiler bleibt aber gleich. Somit steigt die Amplitude des gefilterten Steuerstromraumzeigers, der Anteil des Steuerstroms im Signal  $\vec{I}_{BP1}^S$  nimmt zu und kann nicht mehr vernachlässigt werden. Erkennbar ist dies an einem Anstieg einer dem rekonstruierten Winkel  $\vartheta_{rek}$  überlagerten Schwingung.

In Abb. 5.19 rechts ist dieser Effekt auf die Winkelrekonstruktion am Beispiel eines winkelgeregelten Motors dargestellt. Bei gleicher Winkelgeschwindigkeit des Motors  $\Omega_{mech}$  ist im Leerlauf eine überlagerte Schwingung kaum sichtbar, wohingegen diese Schwingung bei einem höheren Lastdrehmoment  $M_{La}$  (hier:  $M_{La} = 1 Nm$ ) deutlich erkennbar ist. Im gesteuerten Betrieb steigt der Lastwinkel bei zunehmenden Drehzahlen und zeigt den gleichen Effekt, wie in Abb. 5.1 sichtbar. An dieser Stelle muss natürlich auch erwähnt werden, dass hohe Beschleunigungen den gleichen Effekt haben. Schlägt man Reib-, Rast- und Dämpfungsdrehmomente dem Lastdrehmoment  $M_L$  zu, kann aus der Bewegungsgleichung

$$M_B = M_{Mi} - M_L = J \cdot \frac{d\Omega_{mech}}{dt} \Rightarrow M_{Mi} = M_B + M_L \approx M_{syn} \sim i_q$$

entnommen werden, dass auch die Beschleunigung  $\frac{d}{dt}\Omega_{mech}$  direkt eine Stromerhöhung hervor-

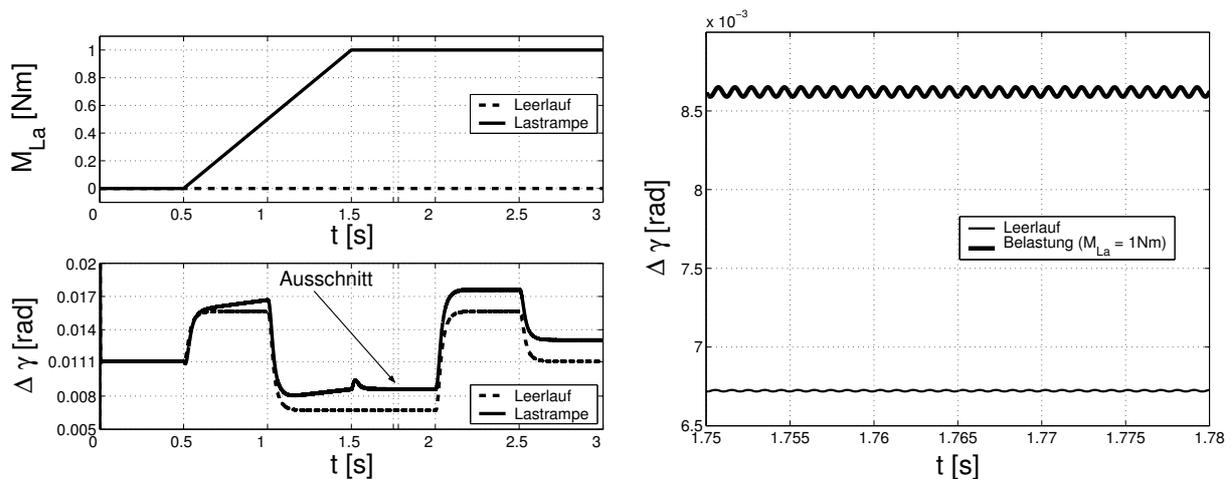


Abb. 5.19: Simulation des Winkelfehlers bei Belastung, winkel geregelter Motor,

$$|\Omega_{mech}| = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \text{ rechts: Ausschnitt aus Bild links unten}$$

Verlauf des Winkelsollwerts  $\gamma^*(t)$  wie in Abb. 5.4 mit Zeitverschiebung um 0.5 s

ruft. Da allerdings hohe Beschleunigungen meist nur kurzfristig auftreten, ist diese Fehlerquelle nur dann ausschlaggebend, wenn zusätzlich ein entsprechendes Lastdrehmoment vorhanden ist. Zudem ist das Rekonstruktionsverfahren in der Drehzahl und der Beschleunigung begrenzt (vgl. Kap. 4.2.3 und Kap. 4.4), was den Fehlereinfluss ebenfalls einschränkt. Positioniervorgänge sind somit nur in einem eingeschränkten Betriebsbereich möglich, der von der Drehzahl, der Beschleunigung und dem Lastdrehmoment abhängt.

Ebenfalls einen begrenzten Einfluss hat das drehzahlabhängige Dämpfungsdrehmoment  $M_D$ . Die Einschränkung des Drehzahlbereichs für das Rekonstruktionsverfahren und die meist sehr kleinen Dämpfungskonstanten  $D$  ergeben nur einen geringen Fehleranteil, der näherungsweise vernachlässigt werden kann.

Reib- und Rastdrehmomente bleiben in ihren Amplituden konstant und wirken im Leerlauf gleichermaßen wie bei hohen Lastdrehmomenten oder hohen Drehzahlen. Ihr Einfluss auf die Rekonstruktion ist gering und wird deshalb nicht näher betrachtet bzw. vernachlässigt. Würde allerdings die Drehzahl einen Wert erreichen, dass die Kreisfrequenz des Rastdrehmoments  $M_S \sim \sin(6 \cdot N_r \cdot \gamma)$  in den Durchlassbereich der Eingangsfiler gelänge, würde ein Einfluss merkbar.

Für den Versuchsstand wurden vergleichbare Ergebnisse zur obigen Simulation erzielt, wobei vor allem der Fehlerverlauf bei verschiedenen Lastdrehmomenten wichtig erscheint. In Abb. 5.20 ist der Verlauf des Rekonstruktionsfehlers bei einem sinusförmigen Verlauf des Lastdrehmoments zu erkennen. Wichtig ist hier vor allem die Feststellung, dass der konstante Fehleranteil beim Rückgang der Belastung auf  $M_{La} = 0 \text{ Nm}$  wieder den Ausgangswert erreicht. Der Fehlerverlauf in Abb. 5.20 ist nicht exakt sinusförmig wie der Sollwert der Belastung. Hierzu muss erwähnt werden, dass die Belastung durch einen gekuppelten, drehmomentgeregelten Servomotor erzeugt wurde (vgl. Kap. 8.2). Die Dynamik der Regelkreise beider Motoren sowie Sättigungseffekte ergeben den erkennbaren Fehlerverlauf, wobei an dieser Stelle keine eindeutige Zuordnung zu einem bestimmten Fehlertyp gemacht werden soll. Dies müsste gesondert, abhängig von den jeweils verwendeten Motoren und Reglern, untersucht werden. Die beschriebene Wirkung der höheren

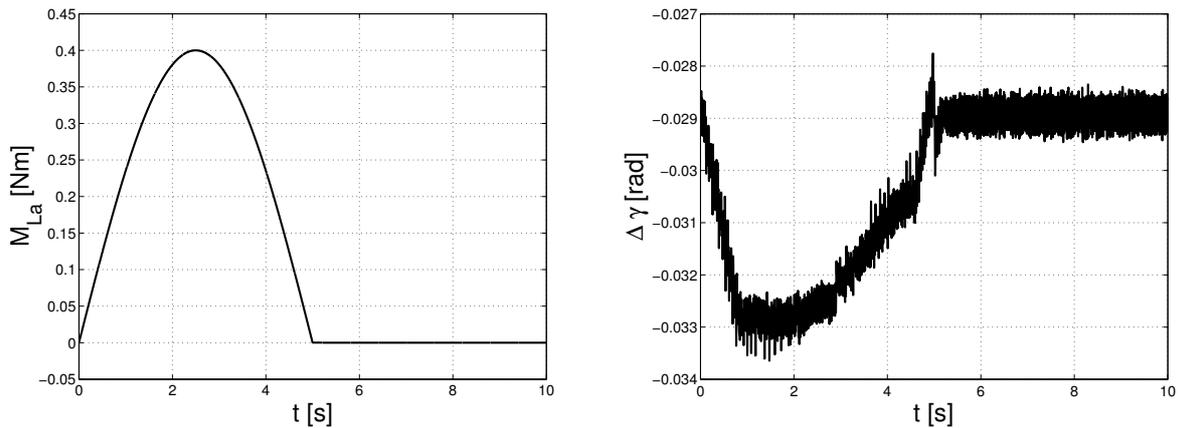


Abb. 5.20: Fehler an einem geregelt betriebenen Motor im Stillstand  $\Omega_{mech} = 0 \frac{rad}{s}$ ,  
(Sollwertverlauf links, Messung rechts),  $T_{en} = 10ms$

Stromamplituden auf die Rekonstruktion kann anhand dieser Abbildung nicht gezeigt werden, da das deutlich erkennbare Rauschen, und damit das im Vergleich zur Simulation niedrigere Signal-Rausch-Verhältnis, eine Bewertung hierzu ausschließt.

## 5.5 Möglichkeiten zur Fehlerkompensation bzw. Fehlerminimierung

### 5.5.1 Drehzahlabhängige Fehler

#### 5.5.1.1 Kompensation der Fehler nach Kapitel 5.2.3 (Filterung):

Laut Kapitel 5.2.3 errechnet sich der Phasenfehler durch die Filterung zu:

$$\Phi_{BP\Sigma} = \Phi_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1}) + \Phi_{BP2}(\bar{\omega}_{rel2})$$

$$\text{mit} \quad \bar{\omega}_{rel1} = \frac{d}{dt}[2 \cdot \bar{\vartheta}(t) - \bar{\omega}_C t]$$

$$\bar{\omega}_{rel2} = \frac{d}{dt}[2 \cdot \bar{\vartheta}(t) - 2 \cdot \bar{\omega}_C t + \Phi_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1})]$$

Grundsätzlich wäre natürlich die beste „Kompensationsmethode“ die Fehlervermeidung bzw. in diesem Fall eine Filterung ohne Phasenverschiebung. Dies ist nur mit beträchtlichem Aufwand (z.B. [68]) möglich und würde, abhängig von der Rechenleistung des DSPs, unter Umständen eine Erhöhung der Abtastzeiten und damit eine Verschlechterung der Regelung bedingen (Echtzeitfähigkeit!).

Aus diesem Grund soll der Fehler durch die Filterung kompensiert werden. Eine Phasenkompensation bei einem Filter erfolgt beispielsweise in 3 Stufen ([78], [128] u.a.):

1. Linearisierung eines nichtlinearen Phasenganges (z.B. durch Allpassfilterung)
2. Ermittlung der Eingangsfrequenz oder des Phasenversatzes
3. Korrektur des Phasenversatzes

Da hier mehrere Filter parallel (Filter für die  $\alpha$ - und die  $\beta$ -Komponente des jeweiligen Stromraumzeigers) und in Reihe (Filterungen BP1 und BP2) wirken, ergibt sich der obige Gesamtfehler, und es erscheint daher sinnvoll, nicht die Fehler jedes einzelnen Filters, sondern den Gesamtfehler zu kompensieren. Wie in der Fehlergleichung erkennbar, ist hierzu die Kenntnis des Phasenganges der Bandpassfilter BP1 und BP2, die Trägerkreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  und der elektrische Winkel  $\bar{\vartheta}(t)$  notwendig.

Wie bei der Herleitung des Rekonstruktionsverfahrens in Kapitel 4 sei angenommen, dass die Drehzahl konstant ist oder sich nur sehr langsam innerhalb eines Abtastschrittes ändert. Damit gilt für den elektrischen Winkel näherungsweise:

$$\bar{\vartheta}(t) = \bar{\Omega}_{el} \cdot t \quad \text{mit} \quad \bar{\Omega}_{el} = \text{konst.}, \quad \vartheta_0 = 0$$

Mit dieser Annahme ergeben sich die Kreisfrequenzen in der Fehlergleichung (5.9) zu:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_{rel1} &= \frac{d}{dt} [(2 \cdot \bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C) \cdot t] = 2 \cdot \bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C \\ \bar{\omega}_{rel2} &= \frac{d}{dt} [2 \cdot (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C) \cdot t + \varphi_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1})] = 2 \cdot \bar{\Omega}_{el} - 2 \cdot \bar{\omega}_C \end{aligned}$$

Für kleine Drehzahlen gilt  $\bar{\Omega}_{el} \ll \bar{\omega}_C$ , und damit sind die obigen Kreisfrequenzen negativ. Dies hat keinen Einfluss auf die Filterung, da positive wie negative Frequenzen gleichen Betrages gleiche Amplituden- und Phasengänge liefern.

Verschiebt man den Phasengang des jeweiligen Filters so, dass die Mittenfrequenz zur Frequenz  $f = 0 \text{ Hz}$  verschoben wird, so wird die Abhängigkeit der Phasengänge von der Differenz zwischen den Mittenfrequenzen  $f_{0,BP1} = \frac{\bar{\omega}_C}{2\pi}$  und  $f_{0,BP2} = \frac{2\bar{\omega}_C}{2\pi}$  und der doppelten elektrischen Winkelgeschwindigkeit  $2 \cdot \bar{\Omega}_{el}$  in eine Abhängigkeit nur von der doppelten elektrischen Winkelgeschwindigkeit gewandelt. Die oben berechneten Kreisfrequenzen ergeben sich damit zu  $\bar{\omega}_{rel1} = \bar{\omega}_{rel2} = 2 \cdot \bar{\Omega}_{el}$ , und der Phasenfehler lässt sich wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} \varphi_{BP\Sigma}(\bar{\Omega}_{el}) &= \varphi_{BP1}(\bar{\omega}_{rel1}) + \varphi_{BP2}(\bar{\omega}_{rel2}) \\ &= \varphi_{BP1,vs}(2 \cdot \bar{\Omega}_{el}) + \varphi_{BP2,vs}(2 \cdot \bar{\Omega}_{el}) \end{aligned}$$

Der Index *vs* kennzeichnet hierbei die oben beschriebene Verschiebung der Mittenfrequenz auf die Frequenz  $f = 0 \text{ Hz}$ .

Die Phasengänge der Filter können errechnet werden, und über eine Fehlertabelle (Look-Up-Tabelle) oder eine analytische Funktion kann in Abhängigkeit von  $2 \cdot \bar{\Omega}_{el}$  eine Kompensation erfolgen, indem der Fehlerwert  $\varphi_{BP}(\bar{\Omega}_{el})$  dem rekonstruierten Winkel  $2 \cdot \bar{\vartheta}(t)$  invers aufgeschaltet wird. Diese Kompensation basiert auf der Annahme konstanter Drehzahlen bzw. Winkelgeschwindigkeiten und wird nur in diesem Fall exakt sein (vgl. [32] u.a.). Die Genauigkeit der Kompensation ist außerdem abhängig von der rekonstruierten Drehzahl, da diese ja zur Kompensation zwingend notwendig ist. Weitere und ähnliche Verfahren sind bereits aus der Literatur bekannt (z.B. [112], [205]).

Allerdings ist bei dieser Art der Kompensation zu beachten, dass die Güte der Kompensation von der Drehzahl abhängt, die zur Kompensation genutzte Drehzahl aber aus dem rekonstruierten Winkelsignal errechnet wird. Es ergibt sich somit eine Rückkopplungsschleife, die einer gewissen Dynamik unterworfen ist. Eine Anpassung (Fitting) der Kompensationskurve (vgl. Abb. 5.21) am realen Motor kann somit unter Umständen erforderlich werden.

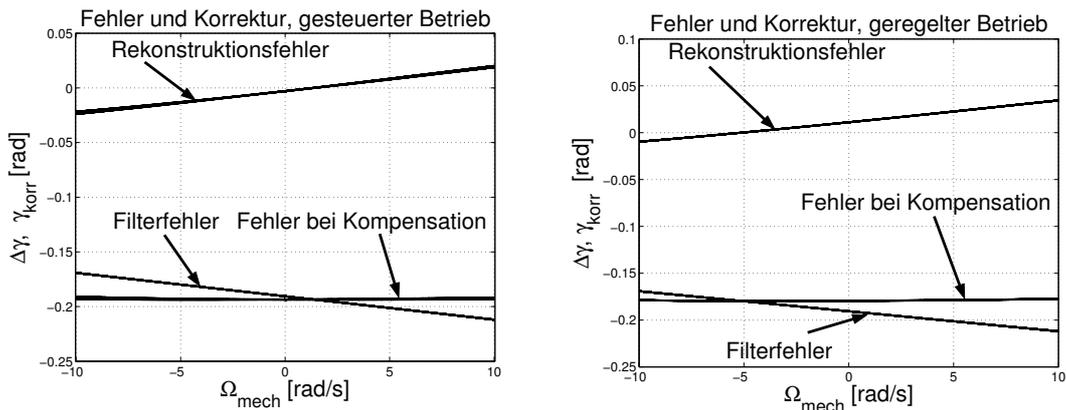


Abb. 5.21: Gesamtfehler und Kompensation des Filterfehlers bei gesteuertem und geregelter Motor (Simulation)

### 5.5.1.2 Kompensation der Fehler nach Kapitel 5.2.4 (Abtastung):

Der Fehler durch die Abtastung entsteht dadurch, dass das Trägerstromsignal  $\vec{I}_{1,C}^S(\bar{\vartheta}(t), t)$  jeweils die Reaktion des Motors auf das Trägerspannungssignal  $\vec{U}_C^S(t)$  vor einem Abtastschritt ist. Die Transformationen mit der Kreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  sind somit um einen Abtastschritt falsch.

Dieser Fehler kann recht leicht kompensiert werden, indem das Trägersignal und die Transformationsgleichungen zeitlich aufeinander abgestimmt werden, also um einen Abtastschritt versetzt werden. Die Abweichung b) (vgl. Gl. (5.8)) verschwindet unter dieser Voraussetzung.

### 5.5.1.3 Kompensation der Fehler nach Kapitel 5.2.5 (Regelung):

Wie in Kapitel 5.2.5 und Anhang A.5 gezeigt, ist der Fehler, der durch Regelung erzeugt wird, abhängig von den konstanten Werten der Stromrichtertotzeit  $T_t = T_A = 50\mu\text{s}$  und der Trägerkreisfrequenz  $\bar{\omega}_C = 2\pi \cdot 1\text{kHz}$  sowie von der elektrischen Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{el}(t)$  des Rotors. Der Rekonstruktionsfehler Abweichung c) (vgl. Gl. (5.8)) durch die Regelung errechnet sich nach Anhang A.5 und den Gln. (5.5), (5.6) und (5.9) zu:

$$\varphi_{\text{Regler}} = \arctan\left(\frac{1}{A_\Sigma}\right) \quad \text{mit} \quad A_\Sigma = T_t (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C) (2T_t^2 (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C)^2 + 1)$$

Für die Möglichkeit einer Kompensation ist die Komplexität des Fehlerverlaufs über der mechanischen Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{\text{mech}} = \frac{\Omega_{el}}{N_r}$  wichtig. Dieser stellt sich wie in Abb. 5.22 dar. Da der Fehlerverlauf abhängig von der Drehzahl ist, könnte eine Kompensation mit Hilfe einer Tabelle erfolgen. Zu beachten ist hier, wie in Kapitel 5.5.1.1, dass hierbei eine Rückkopplung auf das Rekonstruktionssignal entsteht und gegebenenfalls eine Korrektur des im nicht rückgekoppelten Fall gemessenen Verlaufs erfolgen muss.

## 5.5.2 Minimierung der positionsabhängigen Fehler

Wie in Kapitel 5.3 gezeigt wurde, ergibt sich am Versuchsstand (vgl. Kap. 8) eine Abhängigkeit zwischen dem Rekonstruktionsfehler  $\Delta\vartheta(t)$  und dem elektrischen Rotorwinkel  $\vartheta(t)$ . Diese Ab-

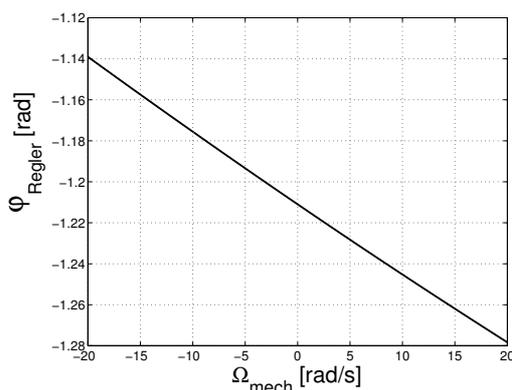


Abb. 5.22: Reglerfehler (Simulation) in Abhängigkeit von der mechanischen Drehzahl ( $\Delta f_{BP1/BP2} = 400 \text{ Hz}$ )

hängigkeit kann zur Kompensation genutzt werden. Erschwerend wirkt sich aber aus, dass der positionsabhängige Fehler mit der Drehrichtung variiert (vgl. Abb. 5.8). Somit ist eine Drehrichtungserkennung erforderlich.

In der Literatur (z.B. [7], [50], [82], [163], [204], [214]) sind diese Fehler beschrieben, und es wird meist eine Kompensation nach Abb. 5.23 vorgeschlagen (u.a [50], [204]), die eine inverse Fehleraufschaltung über den rekonstruierten Winkel darstellt.

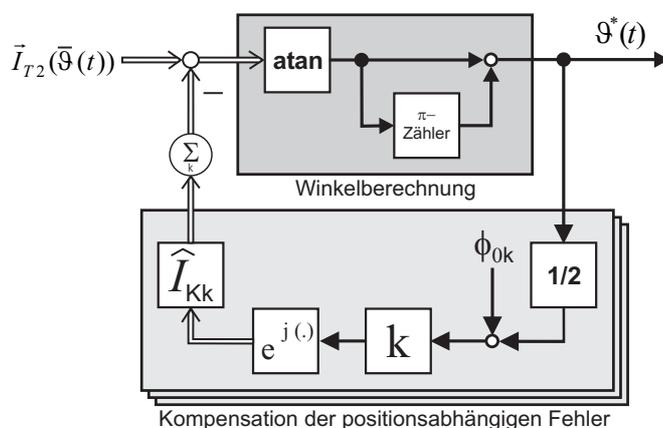


Abb. 5.23: Minimierung der positionsabhängigen Fehler, Möglichkeit 1

Nachteilig hierbei ist, dass bei Drehzahl- und Drehrichtungsänderung aufgrund der Rückkopplung ein Einschwingvorgang erzeugt wird (vgl. [31] bis [33] u.a.), der zu Instabilität des kompensierten Signals führen kann. Diese transienten Vorgänge erschweren die Verwendung des Signals in einem Regelkreis und schränken die Verwendungsmöglichkeiten entsprechend ein (vgl. [32]). In [31] wird zur Verbesserung ein zusätzlicher Beobachter für die Stromgrundwelle vorgeschlagen, der aber wiederum die Nachteile eines Beobachters laut Kapitel 2.3 in sich birgt. Zudem wird diese Kompensation dadurch erschwert, dass für die Rückkopplung die entsprechenden Parameter (Amplitude  $I_{Kk}$ , Phase  $\phi_{0k}$ ) für die jeweilige Harmonische der Ordnung  $k$  gefunden werden müssen. Erfahrungsgemäß benötigt die Einstellung einer solchen Kompensation einige Zeit, da dies eine

iterative Anpassung erfordert. Über eine Analyse der Harmonischen können zuerst Startparameter für die Kompensation gewonnen werden, welche dann am laufenden Motor iterativ verbessert werden müssen. Da sich die Änderung eines jeden Parameters auf die gesamte Kompensation auswirkt, können in jedem Iterationsschritt nur kleine Änderungen vorgenommen werden. In der Praxis hat sich gezeigt, dass dies einen gewissen Zeitaufwand erfordert.

Eine weitere Möglichkeit besteht in der Verwendung einer Tabellenkorrektur (Look-Up-Tabelle). Diese ist auch aus der Literatur bekannt (vgl. [204] u.a.) und weist als Vorteil gegenüber der inversen Rückführung auf, dass keine Einschwingvorgänge erzeugt werden. Prinzipiell sind hier zwei Möglichkeiten denkbar, die in den Abbildungen 5.24 und 5.25 dargestellt sind. Allerdings kann auch hier die Änderung der Drehrichtung einen Fehler während des Übergangs von einer Richtung auf die andere erzeugen, wie Abb. 5.27 (rechts) zeigt.

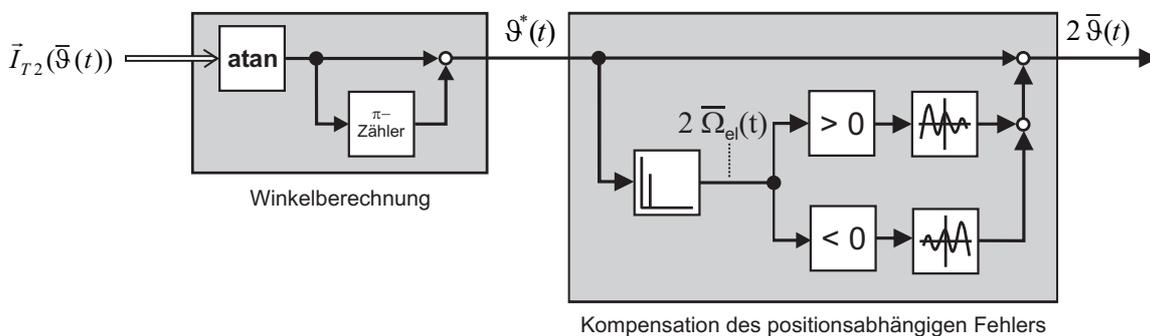


Abb. 5.24: Minimierung der positionsabhängigen Fehler, Möglichkeit 2

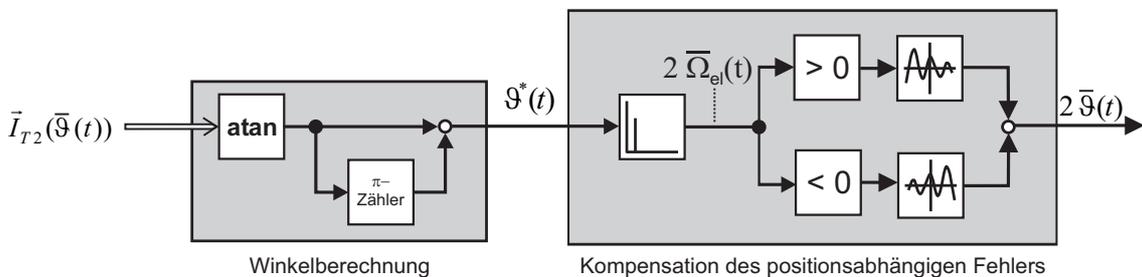


Abb. 5.25: Minimierung der positionsabhängigen Fehler, Möglichkeit 3

Wie in Kapitel 5.3 gezeigt wurde, weisen positionsabhängige Fehler eine periodische Abhängigkeit vom elektrischen Winkel  $\vartheta(t)$  auf, der einer Polteilung  $\tau$  entspricht. Diese Periodizität kann zur Kompensation genutzt werden, da auch das Rekonstruktionsverfahren nur den elektrischen Winkel  $\vartheta$  erkennt. Der mechanische Winkel  $\gamma$  wird dann inkrementell über einen Zähler ( $\pi$ -Zähler, vgl. Kap. 4.3.5.2) errechnet. Verfahrensbedingt steigt oder fällt der Zählerwert mit jedem halben elektrischen Winkel  $\frac{\vartheta}{2}$ . In Abb. 5.26 ist diese Abhängigkeit des Fehlers  $\Delta\gamma$  vom halben elektrischen Winkel erkennbar, und somit kann der erwähnte Zählerwert zur Kompensation genutzt werden. Der Fehler ist zudem drehrichtungsabhängig, wie in den Abbildungen 5.18 und 5.26 zu erkennen ist. Eine Tabellenkorrektur erfordert also auch die Bestimmung der Drehrichtung. Neben diesen Abhängigkeiten „im Kleinen“ ist auch noch eine Abhängigkeit „im Großen“ in Form eines Exzentrizitätsfehler in Abb. 5.18 als Überlagerung zu erkennen.

Um die Auswirkungen von Totzeiteffekten der Stromrichter zu minimieren, wurden Methoden zur Totzeitkompensation entwickelt. Diese sind als einfache Korrekturen der Sollwert-Eingangssignale des Stromrichters (vgl. [94], [156]), durch schaltungstechnische Methoden in der Hardware der Brückensteuerungen oder durch aufwendige zusätzliche hard- oder softwarebasierte Methoden realisierbar (u.a. [75], [159], [163], [206]).

Die Anzahl der Stützpunkte von Korrekturtabellen und die Verwendung einer Interpolation zwischen den Werten ist anwendungsspezifisch und hängt von der gewünschten Genauigkeit, der Komplexität des Fehlerverlaufs, der Abtastzeit, der Rechenleistung des Mikroprozessors und vom vorhandenen Speicherplatz ab. Unter Umständen kann bereits eine analytische Fehlerfunktion annehmbare Kompensationsergebnisse liefern. Dies gilt vor allem für relativ einfache Fehlerverläufe. Als Schwierigkeit bei allen genannten Kompensationsmöglichkeiten ist die Erkennung des Startwinkels beim Einschalten und die Ermittlung der Drehrichtung zu erwähnen. Es ist zu beachten, dass auch bei der inversen Fehleraufschaltung nach Abb. 5.23 eine Drehrichtungsabhängigkeit vorhanden ist, diese wurde aber der Übersichtlichkeit halber nicht gezeichnet. Die Auswirkung dieser Abhängigkeit ist in Abb. 5.27 (links) zu sehen, da sich der positionsabhängige Fehler bei Änderung der Drehrichtung ändert und der Drehrichtungswechsel einen Fehleroffset erzeugt.

Für die Ermittlung des Startwinkels kann die Einprägung eines definierten Spannungsraumzeigers dienen. Diese Maßnahme kann zu einer Rotorbewegung führen und deshalb in der Praxis nicht erlaubt sein. In diesem Fall sind andere Methoden zur Startwinkelerkennung, wie zum Beispiel bei [38] oder [215], anzuwenden.

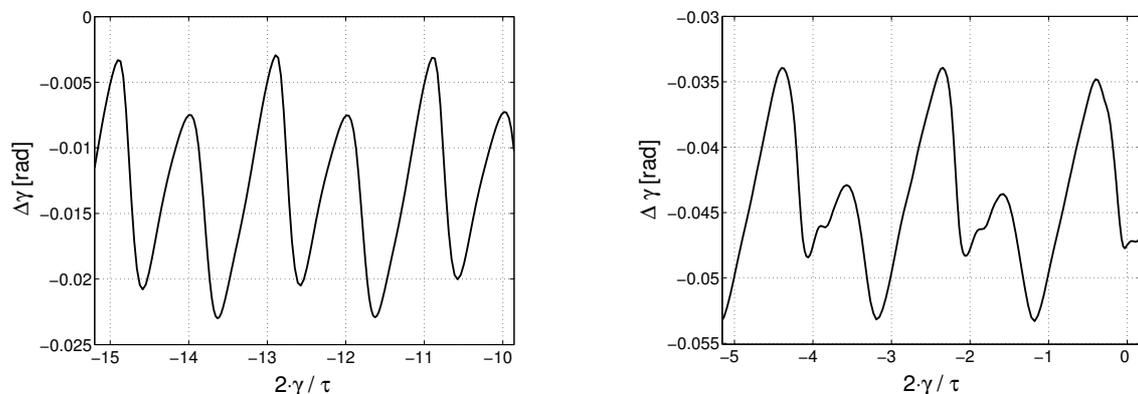


Abb. 5.26: Abhängigkeit des Fehlers von der halben Polteilung  $\frac{\tau}{2} \equiv \frac{\vartheta}{2}$  bei  $\Omega_{mech} = +2 \frac{rad}{s}$  (links) und  $\Omega_{mech} = -2 \frac{rad}{s}$  (rechts), geregelter Motor im Leerlauf

Eine Ermittlung der Drehrichtung aus dem Rekonstruktionssignal ist nicht trivial, da neben den stationären drehzahl- und positionsabhängigen Fehlern auch transiente Fehler (Einschwingvorgänge der Filter und der Regler) und Rauscheffekte auf die Rekonstruktion wirken. All diese Effekte sollten einen möglichst geringen Einfluss auf das Ermittlungsverfahren zeigen, wobei ein gewisser Einfluss vermutlich nicht ganz ausgeschlossen werden kann. Als einfachste Möglichkeit ist hier die Differentiation des rekonstruierten Winkels  $\gamma_{rek}(t)$  mit nachfolgender Glättung und Vorzeichen-erkennung zu nennen.

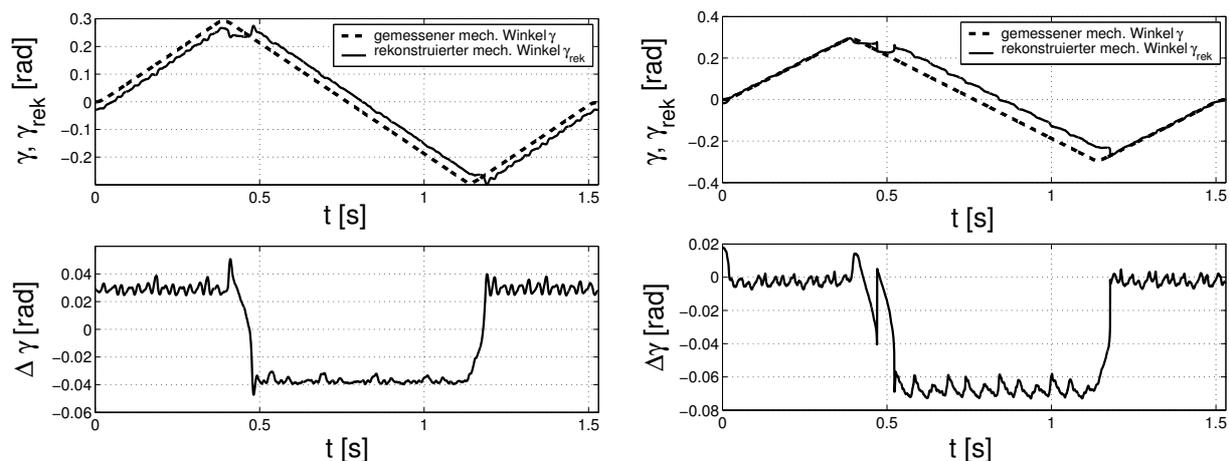


Abb. 5.27: Kompensationsverfahren bei  $\Omega_{mech} = 0.8 \frac{rad}{s}$   
Möglichkeit 1 (links), Möglichkeit 3 (rechts)

### 5.5.3 Minimierung der drehmomentabhängigen Fehler

Drehmomentabhängige Fehler werden durch den Anstieg der Steuerstromanteile bei zunehmendem inneren Drehmoment  $M_{Mi}$  erzeugt. Die Steuerstromanteile im Signal  $\vec{I}_{BP1}^S$  nehmen zu und erzeugen eine dem gewünschten Signal überlagerte Schwingung.

Abhilfe gegen diese Fehlerquelle schafft beispielsweise eine restriktivere Auslegung der Eingangsfiler, um eine höhere Sperrbanddämpfung zu erzielen und damit die Steuerstromanteile stärker zu bedämpfen. Für die Auslegung dieser Filter sind weiterhin die in Kapitel 4.4 formulierten Eigenschaften gültig. Eine einfache Realisierungsmöglichkeit bietet eine Reihenschaltung der Bandpassfilter nach Kapitel 4.4 bzw. Kapitel A.3. Dies soll im Folgenden betrachtet werden.

Bei einer Reihenschaltung von zwei Filtern mit den Amplitudengängen  $A_1(\omega) = A_{BP1}(\omega)$  und  $A_2(\omega) = A_{BP1}(\omega)$  sowie den Phasengängen  $\varphi_1(\omega) = \varphi_{BP1}(\omega)$  und  $\varphi_2(\omega) = \varphi_{BP1}(\omega)$  ergibt sich gemäß der Systemtheorie für das resultierende Filter:

$$\begin{aligned} A_{ges}(\omega) &= A_1(\omega) \cdot A_2(\omega) = A_{BP1}^2(\omega) \\ \varphi_{ges}(\omega) &= \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) = 2 \cdot \varphi_{BP1}(\omega) \end{aligned}$$

Die Verdopplung des Phasenganges wirkt sich natürlich wieder auf die drehzahlabhängigen Fehler nach Kapitel 5.2.3 aus, und die Kompensation nach Kapitel 5.5.1.1 muss entsprechend angepasst werden. Durch die stärkere Sperrbanddämpfung werden aber hohe Steuerstromamplituden so stark bedämpft, dass der Drehmomenteinfluss auf die Rekonstruktion vernachlässigt werden kann.

Drehmomentabhängige Fehler, die durch Sättigung oder nichtlineare Effekte im Stromrichter entstehen, können nicht durch Optimierung der Filter kompensiert werden. Die Abhängigkeit des Drehmoments vom Strom in den Motorwicklungen (vgl. Kap. 3.7) kann aber genutzt werden, um diese Fehler zu kompensieren (vgl. [203], [205]). Hier wären die gleichen Ansätze wie in Kapitel 5.5.2 denkbar: Korrektur über algebraische Gleichung oder über Tabellen.

Allerdings muss bei der Verwendung der rotorfesten Ströme  $i_d$  und  $i_q$  beachtet werden, dass diese aus einer Transformation mit dem Rotorwinkel hervorgehen. Mit Hilfe von Gl. (3.7) ergibt sich

aus Gl. (3.37) folgende Formel für das innere Motordrehmoment (die zeitliche Abhängigkeit ist nicht explizit angegeben):

$$\begin{aligned}
 M_{Mi} &= \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot \mathfrak{S}\{\vec{\Psi}_1^{R*} \cdot \vec{I}_1^R\} = \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot (\Psi_d \cdot i_q - \Psi_q \cdot i_d) \\
 &= \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot [\hat{\Psi}_0 \cdot i_q + (L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q] \\
 &= \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot (\Psi_\alpha \cdot i_\beta - \Psi_\beta \cdot i_\alpha) \\
 &= \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot [3 \cdot L_2 \cdot \cos(2\vartheta) \cdot i_\alpha \cdot i_\beta - \frac{3}{2} \cdot L_2 \cdot \sin(2\vartheta) \cdot (i_\alpha^2 - i_\beta^2) \\
 &\quad + \hat{\Psi}_0 \cdot (\cos(\vartheta) \cdot i_\beta - \sin(\vartheta) \cdot i_\alpha)]
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Im Fall einer sensorlosen Lösung würde das Drehmoment mit dem rekonstruierten elektrischen Winkel  $\vartheta_{rek}$  berechnet, der ja fehlerbehaftet ist. Das bedeutet aber auch, dass die Kompensation mit Hilfe eines Parameters erfolgt, der durch die Kompensation verbessert werden soll. Es ergibt sich somit eine Rückkopplung in der Kompensation, die einer gewissen Dynamik unterworfen ist. Wird zudem der sensorlose Regelkreis geschlossen, werden hier ebenfalls dynamische Effekte durch die Kompensation entstehen.

Die Verwendung eines Lastdrehmomentbeobachters könnte Abhilfe schaffen, allerdings muss beachtet werden, dass das Streckenmodell entsprechend genau vorliegt und keine Rekonstruktions-signale verwendet werden, da diese drehmomentabhängige Fehler aufweisen.

#### 5.5.4 Bemerkungen zur Fehlerkompensation

Je nach Aufwand für die jeweilige Kompensationsmethode wird auch der Erfolg ausfallen. Allerdings muss immer beachtet werden, dass nur die statorfesten Ströme und die rekonstruierten Signale zur Kompensation zur Verfügung stehen. Es werden also immer die zu kompensierenden Signale mit Hilfe von sich selbst verbessert. Thermische Effekte, die im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht wurden, können ebenfalls eine Rolle spielen, da sich durch Stromwärme die Kompensationskurven verändern können. Neuronale Verfahren (vgl. [197] u.a.) zur Kompensation versprechen hier die besten Ergebnisse.

Ebenfalls beachtet werden muss, dass diese Kompensationsmethoden auch auf die sensorlose Regelung einen Einfluss haben, wenn der oder die Regelkreis(e) geschlossen werden. Hierbei entsteht eine Rückkopplung der kompensierten Signale, die, je nach Reglerparameter, eine gewisse dynamische und stationäre Veränderung der Kompensationskurven hervorrufen kann. Zur Verbesserung können hier nur iterative oder adaptive Verfahren dienen, die an den jeweiligen Antrieb angepasst sind. Welcher Aufwand in die Kompensation gesteckt werden soll, hängt von der jeweiligen Anwendung ab. Unter Umständen ist eine Kompensation nicht notwendig, da die erzielte Genauigkeit durchaus ausreicht.

Alle an der Motorwelle angeschlossenen Anlagen und Geräte haben einen Einfluss über das Drehmoment auf die Rekonstruktion und damit auch auf die Kompensation. Bekannte Periodizitäten, vor allem des Drehmoments, sollten nach Möglichkeit bereits in die Kompensation mit einfließen. Abschließend sei noch bemerkt, dass alle vorgestellten Kompensationsmethoden Vorschläge zur Fehlerkompensation sind, die sich in ähnlicher Weise auch in der Literatur wiederfinden (z.B. [5], [204]) und nur der Verbesserung der Genauigkeit der Rekonstruktion dienen. Da alle Vorschläge nur durch sukzessive Verbesserung und Anpassung an die jeweilige Anwendung eine Wirkung zeigen (vgl. Kap. 5.5.2), wurde in den Versuchen zur sensorlosen Regelung auf eine Kompensation

verzichtet. Dies gilt vor allem für positionsabhängige Fehler, da diese gerätespezifisch (Motor, Stromrichter) sind und nur schwer im Vorfeld ermittelt werden können.

## 6 Steuerungsmöglichkeiten von Hybridschrittmotoren

### 6.1 Einführung

Zur Verdeutlichung der Möglichkeiten und Anwendungsfelder einer Winkelrekonstruktion sind in diesem Kapitel kurz die verschiedenen Steuerverfahren für Schrittmotoren beschrieben. Neben verschiedenen Schrittbetriebsarten (Voll-, Halb- und Mikroschrittbetrieb) ohne und mit Phasenstromregelung wird auch eine feldorientierte Regelung des Hybridschrittmotors dargestellt und eine mögliche Reglerauslegung hergeleitet. Zum Abschluss des Kapitels erfolgt eine Bewertung der verschiedenen Methoden.

Gegenstand der Untersuchungen war ein 3-Phasen-Hybridschrittmotor der Firma Berger Lahr (vgl. Kap. 8), der an einem Frequenzumrichter betrieben wurde. Aus diesem Grund wird nur dieser Schrittmotortyp bei bipolarer Ansteuerung betrachtet. Auf die Darstellung unipolarer und andersphasiger Schrittmotorsteuerverfahren sowie linearer Schrittmotoren wird verzichtet und auf die einschlägige Literatur verwiesen ([114], [165], [170], [194] u.a.).

### 6.2 Gesteuerter Betrieb

#### 6.2.1 Allgemeines

In Kapitel 3 wird der Hybridschrittmotor als Synchron-Schenkelpolmotor betrachtet. Dieser Motortyp ist eine Drehfeldmaschine und wird üblicherweise nur im geregelten Betrieb, z.B. als Servomotor zur Winkelpositionierung, verwendet. Es stellt sich nun die Frage, was der Unterschied zwischen einem gewöhnlichen Synchron-Schenkelpolmotor und einem Schrittmotor ist. Hierzu wird der Schrittmotor folgendermaßen definiert:

**Definition:**

*Ein Schrittmotor ist ein Elektromotor, der durch seine Konstruktion im Zusammenwirken mit einer elektronischen Ansteuereinheit in der Lage ist, digitale elektrische Signale in mechanische Drehwinkel umzuformen (vgl. [153]).*

Laut dieser Definition ist der Schrittmotor ein Positionierantrieb, dessen Bewegungsinformation in Digitalsignalen kodiert ist. Um eine eindeutige Bewegung zu erhalten, müssen die Informationen über Drehzahl, Drehrichtung und Schrittzahl digital dargestellt werden. Üblicherweise erfolgt dies anhand einer Puls-Richtung-Schnittstelle (vgl. [54], [195], [216]).

Diese Puls-Richtung-Schnittstelle wird technisch über zwei Digitaleingänge (z.B. TTL) an der Schrittmotorsteuerung realisiert. Wie der Name bereits sagt, kann am Richtungseingang die Drehrichtung gewählt werden. Am Pulseingang ist es über die Anzahl und Frequenz (Schrittfrequenz  $f_S$ ) der Pulse möglich, die zurückzulegenden Winkelschritte und die Drehzahl vorzugeben. Moderne Schrittmotorantriebe verfügen schon über Bus-Schnittstellen (z.B. CAN, Profibus, etc.), über

die die entsprechende Bewegungsinformation von einem übergeordneten Automatisierungssystem übertragen werden kann.

## 6.2.2 Schrittbetrieb

### 6.2.2.1 Kontinuierlicher Betrieb und Beschaltung

Wenn nun die Bewegungsinformation (Drehrichtung, Schrittfrequenz  $f_S$  bzw. Drehzahl und Schrittanzahl) an der Schrittmotorsteuerung anliegt, muss diese Information in eine Rotorbewegung umgeformt werden. Hierzu wird eine Definition des statorfesten Koordinatensystems (vgl. Kap. 3.4) nach Abb. 6.1 verwendet. Als  $\alpha$ -Achse dient hier die Phase A.

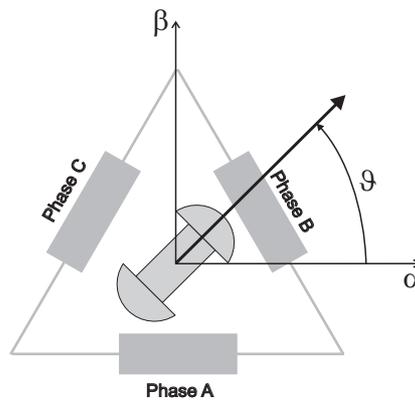


Abb. 6.1: Statorfestes Koordinatensystem beim 3-phasigen Motor in Dreieckschaltung

Die Dreieckschaltung der Phasen (vgl. Abb. 6.1) wird bei der bipolaren Ansteuerung gerne verwendet, da hier durch die jeweils inaktiven Phasen eine zusätzliche Dämpfung in das System eingebracht wird. Bei Sternschaltung ist dies nicht gegeben, da hier in den unbestromten Phasen keine dämpfenden Ausgleichsströme fließen können.

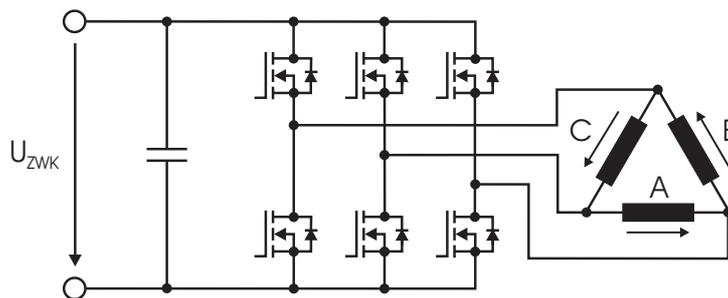
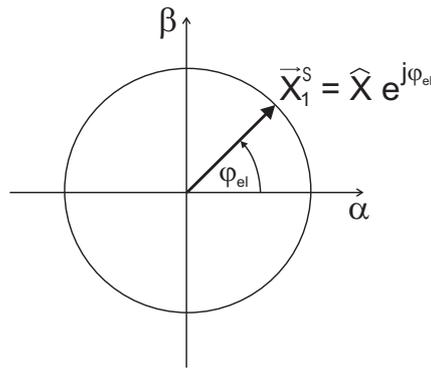


Abb. 6.2: Bipolare Ansteuerung in Dreieckschaltung

Zum einfacheren Verständnis wird nachfolgend der Motor im Leerlauf betrieben, d.h. es ist keine äußere Belastung (z.B. Drehmomente durch Last, Reibung, Rastung, etc.) vorhanden. Der statische Lastwinkel ergibt sich somit zu Null ( $\beta = 0 \text{ rad}$ , vgl. Kap. A.7).

Im stationären Betrieb werden sich die Raumzeiger der entsprechenden Größen entsprechend Ab-

Abb. 6.3: Raumzeiger bei kontinuierlicher Drehung mit  $X \in \{U, I, \Psi\}$ 

bildung 6.3 einstellen. Voraussetzung hierfür ist allerdings die Möglichkeit einer kontinuierlichen Speisung der Phasen nach folgender Gleichung:

$$\begin{aligned}
 \vec{U}_1^S &= \overline{\hat{U}} \cdot e^{j\overline{\varphi}_{el}} = \overline{\hat{U}} \cdot \{\cos(\overline{\varphi}_{el}) + j \sin(\overline{\varphi}_{el})\} \\
 &= \overline{\hat{U}} \cdot \{\cos(\overline{\varphi}_{el}) \cdot e^{j0} + \cos(\overline{\varphi}_{el} - 120^\circ) \cdot e^{j120^\circ} + \cos(\overline{\varphi}_{el} - 240^\circ) \cdot e^{j240^\circ}\} \\
 &= U_A(\overline{\varphi}_{el}) \cdot e^{j0} + U_B(\overline{\varphi}_{el}) \cdot e^{j120^\circ} + U_C(\overline{\varphi}_{el}) \cdot e^{j240^\circ} \quad (6.1) \\
 \text{mit } \overline{\varphi}_{el} &= \overline{\vartheta} + \overline{\beta} \quad \text{und} \quad \varphi_{el} \in [0, 2\pi[
 \end{aligned}$$

Schaltungstechnisch bedeutet dies, dass für jede Phase der Wertebereich  $U_{A/B/C} \in [-\hat{U}, \hat{U}]$  über zum Beispiel einen Wechselrichter (vgl. Abb. 6.2) ermöglicht wird. Die Raumzeiger für den Strom und den Fluss stellen sich entsprechend den Motorparametern ein (vgl. Kap. 3 und A.1).

### 6.2.2.2 Vollschrittbetrieb

Eine wesentliche Vereinfachung der Beschaltung ergibt sich, wenn man nur die volle Zwischenkreisspannung  $U_{ZWK}$  an den Phasen anlegt. Somit sind nur die Spannungswerte  $U_{A/B/C} \in [U_{ZWK}; 0V; -U_{ZWK}]$  möglich, wobei sich die Werte für die Ströme und die Flüsse aus den jeweiligen Motorparametern ergeben. Diese Vorgehensweise entspricht einer Diskretisierung von Gl. (6.1), wobei der Winkel  $\varphi_{el}$  und damit der elektrische Rotorwinkel  $\vartheta$  nur noch Schrittwinkel  $\alpha_S$  von  $60^\circ$  bzw.  $\frac{\pi}{3}$  ausführt (bipolare Ansteuerung; unipolare Ansteuerung:  $\alpha_S = 120^\circ$  bzw.  $\frac{2\pi}{3}$ ). Diese Betriebsart nennt man Vollschrittbetrieb. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 \vec{U}_1^S &= U(\overline{\varphi}_{el}) \cdot e^{j\overline{\varphi}_{el}} \quad \text{mit } \overline{\varphi}_{el} = k \cdot \frac{\pi}{3} + \varphi_{el,0} \\
 &\quad \text{und } k = 0, 1, \dots \text{ (Schrittzahl)} \\
 &\quad \varphi_{el,0} = 0 \quad \text{(1-aus-3-Betrieb)} \\
 &\quad \varphi_{el,0} = \frac{\pi}{6} \quad \text{(2-aus-3-Betrieb)}
 \end{aligned}$$

Wie in der obigen Gleichung dargestellt, sind beim bipolaren Vollschrittbetrieb zwei Varianten möglich (vgl. [165], [114], etc.):

- *1-aus-3-Betrieb*: Es ist jeweils nur eine Phase bestromt. Folgende diskrete Winkelpositionen des elektrischen Winkels werden erreicht:  
 $\overline{\varphi}_{el} = k \cdot \frac{\pi}{3} = k \cdot \alpha_S \cdot N_r$  mit  $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

- **2-aus-3-Betrieb:** Es sind 2 Phasen bestromt.

Folgende diskrete Winkelpositionen des elektrischen Winkels werden erreicht:

$$\bar{\varphi}_{el} = k \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = k \cdot \alpha_S \cdot N_r + \frac{\pi}{6} \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

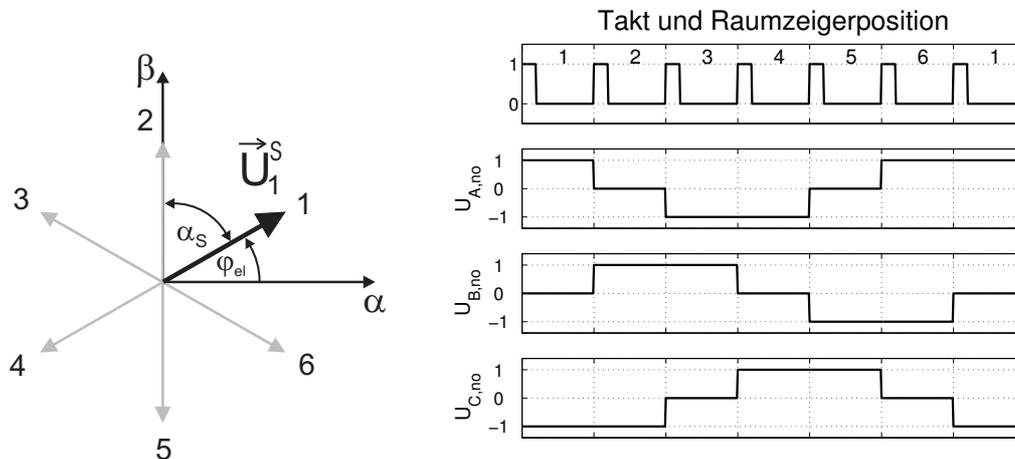


Abb. 6.4: 2-aus-3-Vollschrittbetrieb - Raumzeigerpositionen und Bestromung

$$(N_r = 1, U_{A/B/C,no} = \frac{U_{A/B/C}}{U_{ZWK}})$$

Schaltungstechnisch ist der Vollschrittbetrieb durch einfache Schaltelemente (Schalttransistoren, MOSFETs, IGBTs, etc.) realisierbar.

Die Bestromung zweier Phasen hat den Vorteil, dass sich ein um den Faktor  $\sqrt{3}$  höherer Strom und damit ein entsprechend höheres Drehmoment  $M_{Mi}$  am Motor einstellt. Der Versatz von  $\frac{\pi}{6}$  beim 2-aus-3-Betrieb ist durch die Überlagerung der Spannungsraumzeiger der beiden bestromten Phasen erklärbar. Der resultierende Raumzeiger ergibt sich aus der Linearkombination der beiden Phasenraumzeiger. Da die Beträge dieser Phasenraumzeiger gleich groß sind und beide Raumzeiger den Schrittweite  $\alpha_S$  (bei  $N_r = 1$ ) aufspannen, ergibt sich ein Versatz des resultierenden Raumzeigers um den halben Schrittweite  $\alpha_S/2 = \frac{\pi}{6}$ .

Bisher wurde der Einfachheit halber ein zweipoliger Motor betrachtet ( $N_r = 1$ ). Hier entspricht der elektrische Winkel  $\vartheta$  dem mechanischen Winkel  $\gamma$ . Handelsübliche Schrittmotoren werden mit wesentlich höheren Polzahlen (z.B. 100, d.h.  $N_r = 50$ ) gefertigt, und die mechanischen Winkel  $\gamma$  und Schrittweite  $\alpha_S$  sind entsprechend kleiner:

$$\begin{array}{ll} \text{mech. Winkel} & \text{Schrittweite} \\ \bar{\gamma} = \frac{\bar{\vartheta}}{N_r} = \frac{\bar{\varphi}_{el} - \bar{\beta}}{N_r} & \alpha_S = \frac{360^\circ}{N_r \cdot 2 \cdot m_S} = \frac{2\pi}{N_r \cdot 2 \cdot m_S} \end{array}$$

Bei der Positionierung muss immer auch die äußere Belastung und der damit verbundene Lastwinkel  $\beta$  beachtet werden. Näheres hierzu wird in Kapitel 6.2.4 behandelt.

### 6.2.2.3 Halbschrittbetrieb

Der Halbschrittbetrieb ergibt sich aus der Kombination der beiden Varianten des Vollschrittbetriebes.

triebs, wobei folgende diskrete Winkelpositionen innerhalb einer elektrischen Umdrehung (d.h. einer Polteilung) erreicht werden:

$$\bar{\varphi}_{el} = k \cdot \frac{\pi}{6} = k \cdot \alpha_S \cdot N_r \quad \text{mit } k = 0, 1, \dots, 11$$

Wie der Name bereits sagt, halbiert sich der Schrittwinkel  $\alpha_S$  beim Halbschrittbetrieb, und es können gegenüber dem Vollschrittbetrieb doppelt so viele Winkelpositionen angesteuert werden. Zu

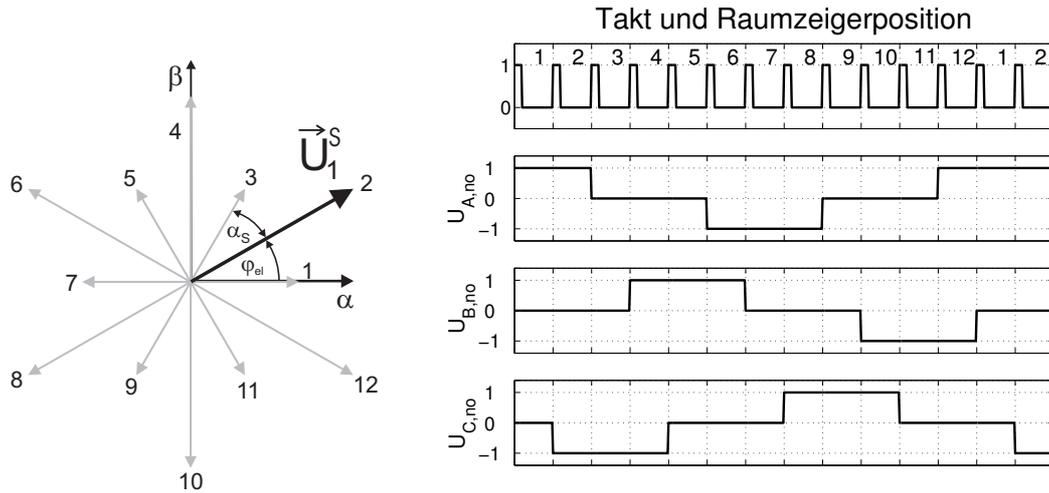


Abb. 6.5: Halbschrittbetrieb - Raumzeigerpositionen und Bestromung

$$(N_r = 1, U_{A/B/C,no} = \frac{U_{A/B/C}}{U_{ZWK}})$$

beachten ist bei dieser Betriebsart, dass sich die resultierenden Spannungen abhängig von der Anzahl der bestromten Phasen ändert (Bemerkung: Bei zwei bestromten Phasen ergibt sich eine resultierende Spannung von  $\hat{U} = \sqrt{3} \cdot U_{ZWK}$ ). Dies bedeutet, dass das erzeugte Drehmoment ebenfalls eine Winkelabhängigkeit aufweist. In Abb. 6.5 ist dies durch die unterschiedlichen Raumzeigerlängen angedeutet.

#### 6.2.2.4 Mikroschrittbetrieb

Werden noch kleinere Schrittwinkel gefordert, so kann einerseits konstruktiv die Polpaarzahl  $N_r$  des Motors erhöht oder, falls dies fertigungstechnisch nicht möglich ist, auf den Mikroschrittbetrieb übergegangen werden.

Beim Mikroschrittbetrieb wird die Quantisierung der Eingangsspannungen kleiner. Es findet also eine Annäherung der Phasenspannungen an den kontinuierlichen Betrieb nach Gl. (6.1) statt. Die Spannungswerte der Phasen  $U_{A/B/C}$  ergeben sich somit an den jeweiligen Winkelpositionen nach der folgenden Gleichung (vgl. Gl. (6.1)):

$$\begin{aligned} \vec{U}_1^S &= \vec{U} \cdot e^{j\bar{\varphi}_{el}} = \vec{U} \cdot \{ \cos(\bar{\varphi}_{el}) + j \sin(\bar{\varphi}_{el}) \} \\ &= \vec{U} \cdot \{ \cos(\bar{\varphi}_{el}) \cdot e^{j0} + \cos(\bar{\varphi}_{el} - 120^\circ) \cdot e^{j120^\circ} + \cos(\bar{\varphi}_{el} - 240^\circ) \cdot e^{j240^\circ} \} \\ &= U_A(\bar{\varphi}_{el}) \cdot e^{j0} + U_B(\bar{\varphi}_{el}) \cdot e^{j120^\circ} + U_C(\bar{\varphi}_{el}) \cdot e^{j240^\circ} \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$\text{mit } \bar{\varphi}_{el} = k \cdot \frac{2\pi}{N} = k \cdot \alpha_S \cdot N_r \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

$N$ : Anzahl der Mikroschritte pro Polteilung

Um hierbei den Aufwand zu reduzieren, geben Schrittmotorhersteller gewöhnlich feste Schrittzahlen für den Mikroschrittbetrieb an (bis ca. 100000 Schritte pro Umdrehung).

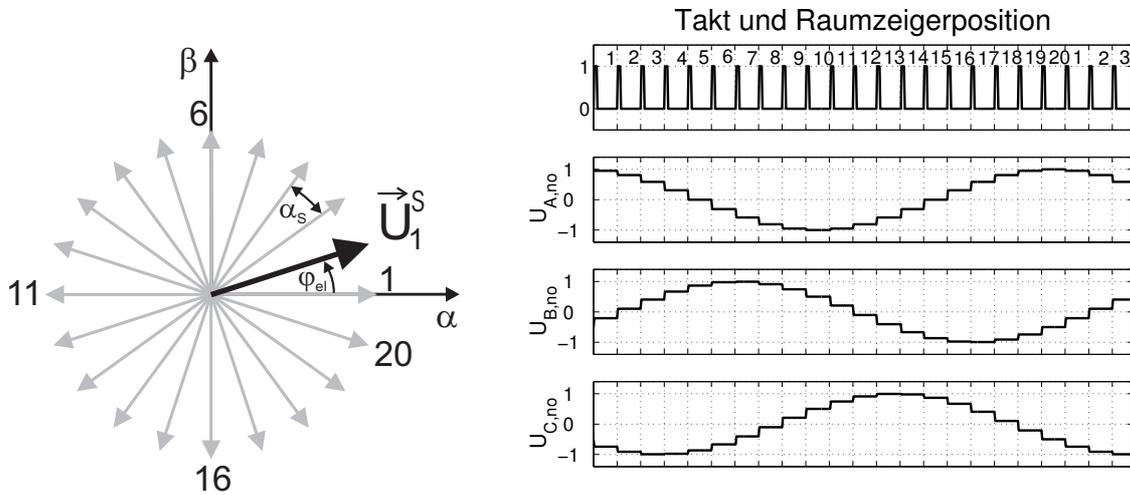


Abb. 6.6: Mikroschrittbetrieb - Raumzeigerpositionen und Bestromung für 20 Mikroschritte pro Polteilung ( $N_r = 1$ ,  $U_{A/B/C,no} = \frac{U_{A/B/C}}{U_{ZWK}}$ )

Die Werte für die Phasenspannungen werden in Tabellen abgelegt, und – z.B. über eine PWM-Steuerung – erzeugt die Leistungselektronik die entsprechenden Spannungen am Schrittmotor. Vorteilhaft beim Mikroschrittbetrieb erweisen sich auch die verbesserte Laufruhe und die geringeren Geräusche, die durch die Annäherung an den kontinuierlichen Betrieb entstehen.

### 6.2.3 Steuerungsarten der elektrischen Größen

Zu den Schrittbetriebsarten soll nicht unerwähnt bleiben, dass neben der reinen Spannungssteuerung, die im Kapitel 6.2.2 betrachtet wurde, noch andere Steuerungsarten für die elektrischen Größen, vor allem den Strom, üblich sind. Die nachfolgenden Betrachtungen basieren im wesentlichen auf [170].

Die **Spannungssteuerung** ist die kostengünstigste Variante, da nur eine Konstantspannungsquelle benötigt wird. Hinsichtlich der Dynamik des Antriebs ist man somit von dieser eingprägten Spannung  $U_0$  abhängig. Eine Veränderung der Strom- und somit der Drehmomentdynamik ist durch die Beschaltung mit einem ohmschen Vorwiderstand  $R_V$  möglich.

$$\tau_V = \frac{L_{Phase}}{R + R_V} \quad \text{Stromanstiegszeitkonstante}$$

Über den **Vorwiderstand**  $R_V$  kann auf einfache und kostengünstige Weise die Stromdynamik verbessert werden. Der stationäre Wert des Stromes  $I_0$  wird somit schneller erreicht (Stromanstiegszeitkonstante:  $\tau_V < \tau_O = \frac{L_{Phase}}{R}$ ). Allerdings bedingt dies Stromwärmeverluste ( $P_{Verlust} = I^2 \cdot (R + R_V)$ ) und kann damit nur für relativ kleine Leistungen und kleine Frequenzerhöhungen verwendet werden. Eine zusätzliche Variante ist die Beschaltung mit einem zur Phasenwicklung

**parallelen Kondensator  $C_P$ .** Dieser Kondensator erzeugt während des Schaltvorgangs eine kurzfristige Spannungserhöhung an der Wicklung und damit einen steileren Verlauf des Phasenstroms (vgl. Abb. 6.7). Trotz der recht guten Frequenzerhöhung kann auch diese Variante nur bei kleinen Leistungen angewandt werden, da im Vorwiderstand  $R_V$  die bereits erwähnten Wärmeverluste entstehen.

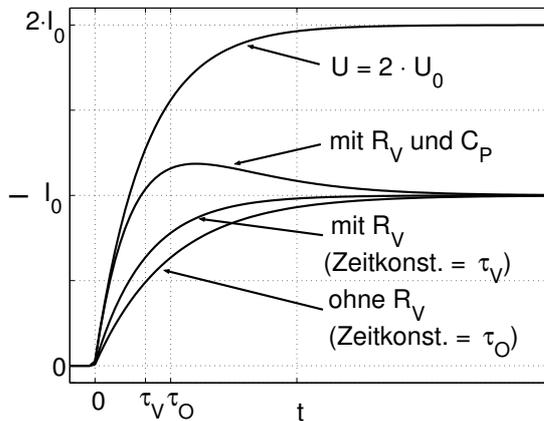


Abb. 6.7: Stromverlauf bei Beschaltung mit Vorwiderstand  $R_V$  und Parallelkondensator  $C_P$

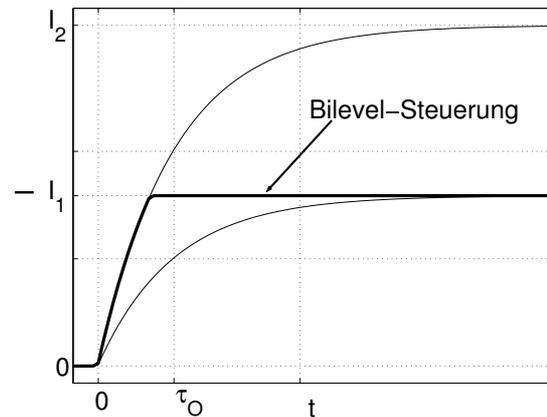


Abb. 6.8: Stromverlauf bei Bilevel-Betrieb

Eine weitere Verbesserung stellt der sogenannte **Bilevel-Betrieb** dar (vgl. Abb. 6.8). Dieser beruht auf dem gleichen Effekt wie die Verwendung eines Parallelkondensators, indem man während des Schaltvorgangs das Spannungsniveau erhöht ( $U_1 \rightarrow U_2 > U_1$ ) und damit einen steileren Stromanstieg erzielt. Allerdings wird hier eine zusätzliche Spannungsquelle verwendet, die beim Weiterschalten zugeschaltet und nach einer auf die Motorparameter abgestimmten Zeit wieder abgeschaltet wird. Der Bilevel-Betrieb erlaubt eine sehr gute Frequenzerhöhung und arbeitet verlustarm. Für den zusätzlichen Schaltungsaufwand und die zweite Spannungsquelle müssen allerdings Mehrkosten in Kauf genommen werden.

Die hochwertigste Möglichkeit zur Schrittmotorsteuerung ist die Regelung der Ströme in den Phasenwicklungen. Die einfachere, weil kostengünstigere Variante ist die **Chopper-Steuerung**, die vorwiegend bei bipolar angesteuerten Wicklungen verwendet wird und einer Zweipunkt-Regelung entspricht. Wie beim Bilevel-Betrieb wird eine hohe Spannung („Chopperspannung“) verwendet um die Stromanstiegszeit niedrig zu halten. Um nun den Motor thermisch nicht zu überlasten, wird bei der Chopper-Steuerung nicht die Phasenspannung abgesenkt, sondern der Phasenstrom auf einen verträglichen Sollwert geregelt. Die Zweipunkt-Regelung schaltet abhängig von den Stromgrenzen  $I_{oG}$  und  $I_{uG}$  die Spannung an den Wicklungen so zu oder ab, dass der Wicklungsstrom innerhalb dieser Grenzen bleibt (vgl. Abb. 6.9). Liegen diese Grenzwerte nahe beieinander, so kann der Phasenstrom als annähernd konstant angenommen werden. Diese Variante ist zwar die teuerste der bisher erwähnten Steuerungsarten für den Strom, bietet aber den Vorteil, dass sehr hohe Schaltfrequenzen möglich sind ( $f_s$  bis ca.  $40\text{kHz}$ ), kaum Zusatzverluste im Leistungskreis auftreten und die Leistungselektronik nicht verändert werden muss.

Die Verbesserungen durch die beschriebenen Stromsteuerungen sind in der Abb. 6.10 zu sehen

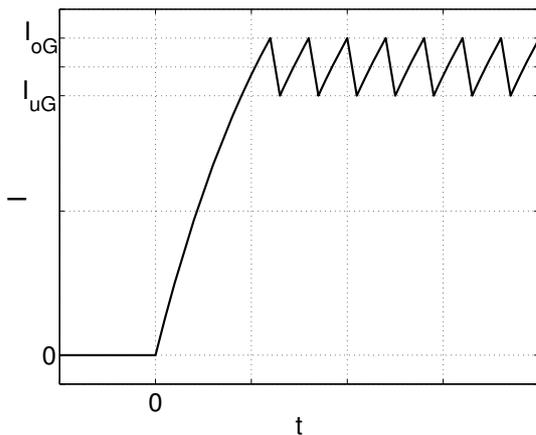


Abb. 6.9: Stromverlauf bei Chopperbetrieb

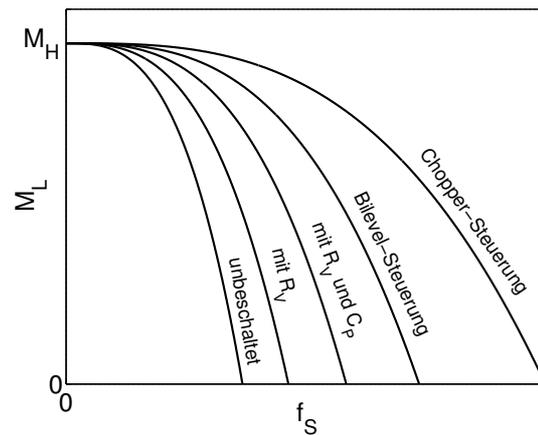


Abb. 6.10: Qualitative Drehmomentkennlinie bei den verschiedenen Stromsteuerarten

(vgl. [170] u.a.). Will man eine weitere Verbesserung der Schaltvorgänge erzielen, so kommt nur eine kontinuierliche Phasenstromregelung in Frage. Hierzu werden allerdings Mikroprozessoren oder Digitale Signalprozessoren benötigt, die wesentlich teurer sind als die bisher erwähnten Möglichkeiten. Dies ist nur dann sinnvoll, wenn diese Mikroprozessoren zusätzlich zur Anbindung an die Automatisierungsperipherie bzw. zur Bedienung benötigt werden. Die beste Performance ist hier der feldorientierten Stromregelung zuzuordnen, wozu allerdings der Rotorwinkel erforderlich ist. Der Rotorwinkel muss gemessen werden (vgl. Kap. 6.3.1.3) oder kann über Rekonstruktion gewonnen werden, wie in den vorigen Kapiteln gezeigt wurde.

### 6.2.4 Eigenschaften des Schrittmotors im Schrittbetrieb

Zuerst soll das **statische Drehmomentverhalten** näher beschrieben werden. Der Einfachheit halber wird ein 2-poliger Motor mit permanentmagnetisch erregtem Rotor angenommen (d.h.  $N_r = 1$ ). Wird dieser Motor entsprechend bestromt, so stellt sich ein Stator magnetfeld ein, das ebenfalls zwei Pole ausbildet. Um nun einen energetisch optimalen, d.h. stabilen Zustand zu erreichen, werden sich die Magnetfelder von Rotor und Stator so ausrichten, dass jeweils ungleichnamige Pole von Rotor und Stator gegenüberstehen. Diese Position nennt man die *magnetische Raststellung*, die nur beim unbelasteten Motor (Leerlauf) erreicht wird.

Lenkt man den Rotor über ein Drehmoment  $M_{La}$  an der Welle aus dieser Lage aus, so entsteht im bestromten Motor zwischen Rotor und Stator ein Drehmoment  $M_{Mi}$  (Bem.: bei Linearmotoren eine Kraft), das dieser Belastung entgegenwirkt. Abhängig vom Reluktanzdrehmoment  $M_{rel}$  und vom Rastdrehmoment  $M_S$  wird sich ein statisches Drehmoment ergeben, das einen mehr oder weniger verzerrten sinusförmigen Verlauf zwischen zwei Raststellungen aufweist (vgl. Gl. (6.3)). Ohne Verzerrungen ( $M_{rel} = M_S = 0Nm$ ) ist dieser Verlauf sinusförmig und wird einen labilen Zustand bei sich gegenüberstehenden, gleichnamigen Rotor- und Statorpolen ergeben. Verzerrungen können den Verlauf des statischen Drehmoments verschlechtern.

Der Winkel, um den sich der Rotor bei Steuerfrequenz  $f_s = 0Hz$  durch Belastung mit einem stati-

schen Lastdrehmoment  $M_{La}$  gegenüber der magnetischen Raststellung dreht, wird *statischer Lastwinkel*  $\bar{\beta}$  genannt (vgl. [53]). Berechnet man den Zusammenhang zwischen äußerem Lastdrehmoment  $M_{La}$  und Lastwinkel  $\bar{\beta}$  aus den Gln. (3.36) und (3.39), so ergibt sich im statischen Fall ( $M_D = M_B = 0 Nm$ ) folgender Zusammenhang:

$$\begin{aligned}
 M_{La}(\bar{\beta}) &= M_{Mi}(\bar{\beta}) + M_S(\bar{\beta}) - M_R \\
 &= \underbrace{\hat{M}_{syn} \cdot \sin(\bar{\beta})}_{M_{syn}(\bar{\beta})} + \underbrace{\hat{M}_{rel} \cdot \sin(2 \cdot \bar{\beta})}_{M_{rel}(\bar{\beta})} + \underbrace{\hat{M}_S \cdot \sin(6 \cdot \bar{\beta})}_{M_S(\bar{\beta})} - M_R \\
 &= M_M(\bar{\beta}) - M_R
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Wie man aus Gl. (6.3) leicht erkennen kann, ist das Drehmoment am Motor  $M_M$  im statischen Betrieb sinusförmig. Allerdings ergeben sich Verzerrungen durch das Reluktanzdrehmoment  $M_{rel}$  und das Selbsthaltungemoment  $M_S$ . In Abb. 6.11 sind diese Verzerrungen vernachlässigt. Das mögliche maximale Drehmoment nennt man *Haltemoment*  $M_H$ , und es entsteht bei einer Auslenkung um  $\bar{\beta} = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$  bzw.  $\gamma = \frac{90^\circ}{N_r} = \frac{\pi}{2 \cdot N_r}$  im unverzerrten Fall.

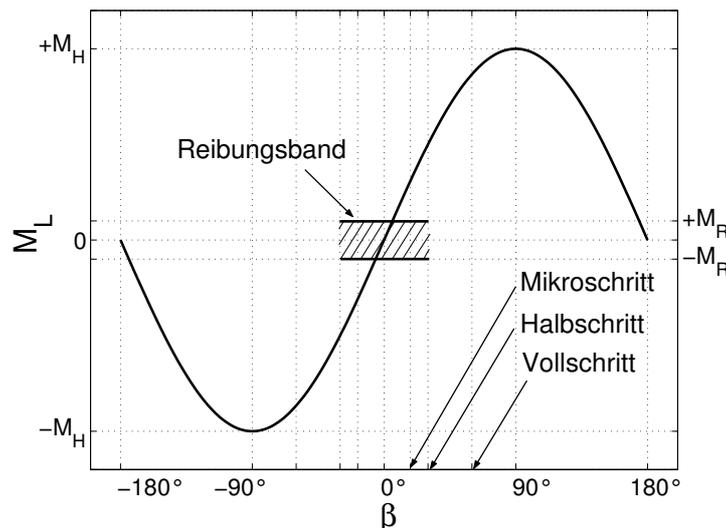


Abb. 6.11: Statische Drehmomentkennlinie eines 3-phasigen Schrittmotors ( $m_s = 3$ )

Häufig wird die Schrittauflösung vor allem im Mikroschrittbetrieb als realisierbare mechanische Schrittauflösung angesehen. Wie in Abb. 6.11 angedeutet, ergeben sich aber bei höheren Auflösungen im Mikroschrittbetrieb Grenzen der Ausführbarkeit dieser Mikroschritte bereits bei leerlaufendem Motor ( $M_{La} = 0 Nm$ ). Bei einer Bewegung aus dem Stillstand heraus muss immer zuerst die vorhandene Haftreibung überwunden werden (Reibungsband), um auch eine reale Bewegung am Motor zu erreichen. Sind die Mikroschritte zu klein gewählt, müssen erst so viele Mikroschritte ausgeführt werden, bis das Drehmoment das Reibungsband überschreitet. Dies führt zu einer Erhöhung des relativen Schrittwinkelfehlers (vgl. [99], [165]). Eine Reduzierung der Auflösung ist in diesem Fall sinnvoll. Weitere Lastdrehmomente müssen natürlich ebenfalls Beachtung finden. Daher kann festgestellt werden, dass eine Positionierung gesichert nur mit der Genauigkeit eines Vollschrittes möglich ist.

Ist ein Schritt ausgeführt, so kann man von einer „sehr steifen“ Anordnung sprechen, da die Steifigkeit des Antriebs nur von der Steigung der Kennlinie in Abb. 6.11 abhängt:

$$M_M(\bar{\beta}) \approx M_H \cdot \sin(\bar{\beta}) \approx M_H \cdot \bar{\beta} \quad \text{für } \bar{\beta} \leq 30^\circ = \frac{\pi}{6}, \quad M_H \approx \hat{M}_{syn}$$

Problematisch ist allerdings der Fall, wenn durch stationäre oder dynamische Vorgänge das Haltemoment  $M_H$  überschritten wird. In diesem Fall tritt ein quantisierter Schrittverlust  $\alpha_{SV}$  auf:

$$\alpha_{SV} = k \cdot \Delta\alpha_{SV} \cdot \alpha_S \quad \text{mit } k = 1, 2, \dots$$

Die Quantisierung  $\Delta\alpha_{SV}$  entspricht der Anzahl der Schritte  $\alpha_S$  pro Polteilung. Im *2-aus-3-Vollschrittbetrieb* bei einem zweipoligen Motor ( $N_r = 1$ ) beträgt diese beispielsweise:

$$\Delta\alpha_{SV} = \frac{360^\circ}{N_r \cdot \alpha_S} = \frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$$

Wird die unbedingte Einhaltung der Schrittfortschaltung gefordert, so ist eine Schrittnachführung notwendig. Hierzu ist aber eine Erkennung des Schrittverlustes notwendig, die in der Regel mit einem Winkelmesssystem realisiert wird (vgl. u.a. [83], [154] und Kap. 2.2).

Bisher wurden nur statische Verhältnisse betrachtet. Nun sollen auch die dynamischen Vorgänge am Schrittmotor beleuchtet werden. Die Schrittwinkel  $\alpha_S$  in den Betriebsarten Voll- und Halbschrittbetrieb sind relativ groß, und die Bewegung um einen Schritt wird eine entsprechende dynamische Reaktion am Motor hervorrufen. Um nun die Dynamik des Rotorwinkels bei der Schrittfortschaltung zu erfassen, wird eine Drehmomentbilanz (vgl. Gl. (3.39)) aufgestellt:

$$\underbrace{J \cdot \Delta\ddot{\vartheta}(t)}_{M_B} = \underbrace{-M_H \cdot \Delta\vartheta(t) + M_S}_{M_M} - \underbrace{D \cdot \Delta\dot{\vartheta}(t)}_{M_D} - M_{La} - M_r \quad (6.4)$$

Voraussetzung für die Gültigkeit dieser Gleichung ist eine Linearisierung um einen Gleichgewichtspunkt (Kleinsignalverhalten). Da dies eine dynamische Gleichung ist, wurde der statische Lastwinkel  $\bar{\beta}$  durch die Änderung des elektrischen Winkels  $\Delta\vartheta(t) = N_r \cdot \Delta\gamma(t)$  um die stabile Gleichgewichtslage ersetzt. Dies ist zulässig, da beide Winkel auf eine Polteilung bezogen sind.

Das Motormoment wurde durch die Gleichung  $M_M(\Delta\vartheta(t)) \approx -M_H \cdot \sin(\Delta\vartheta(t)) = M_{syn}$  genähert, die für kleine Winkeländerungen linear als  $M_M(\vartheta(t)) \approx -M_H \cdot \Delta\vartheta(t)$  notiert werden kann (vgl. [165]). Der Einfachheit halber werden im Folgenden alle Anteile aus Reibung, Rastung und Reluktanz vernachlässigt ( $M_R = M_S = M_{rel} = 0 Nm$ ).

Aus der Drehmomentenbilanz geht hervor, dass der Schrittmotor als Einmassenschwinger genähert werden kann (vgl. [26]-[29], [99], [114], [165], [170], [194] u.a.). Wird Gl. (6.4) für kleine Winkeländerungen  $\Delta\gamma = \gamma^* - \gamma$  um den Sollwinkel  $\gamma^*$  bei Leerlauf ( $M_{La} = 0 Nm$ ) angeschrieben

$$J \cdot \Delta\ddot{\gamma}(t) = -M_H \cdot N_r \cdot \Delta\gamma(t) - D \cdot \Delta\dot{\gamma}(t),$$

so erhält man im Laplace-Bereich die Übertragungsfunktion:

$$F(s) = \frac{\gamma(s)}{\gamma^*(s)} = \frac{1}{1 + \frac{D}{M_H \cdot N_r} \cdot s + \frac{J}{M_H \cdot N_r} \cdot s^2} \quad (6.5)$$

Die Verwendung des mechanischen Winkels  $\gamma$  ist zulässig, da sich bei den getroffenen Annahmen ( $M_R = M_S = M_{rel} = M_{La} = 0Nm$ ) die Polpaarzahl aus der Gl. (6.4) herauskürzt. Hieraus ergibt sich folgende Eigenfrequenz für Hybridschrittmotoren:

$$f_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{M_H \cdot N_r}{J}} \quad (6.6)$$

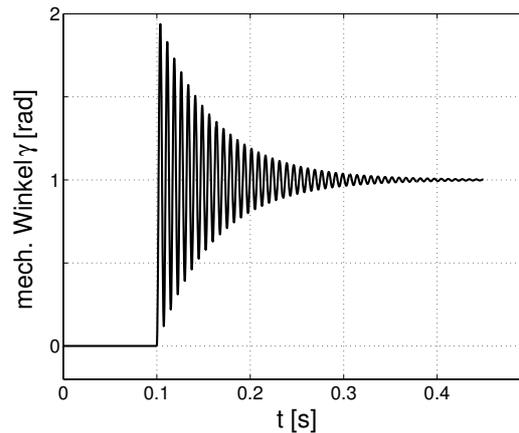


Abb. 6.12: Simulierte Sprungantwort des Winkels auf einen Lastsprung, normiert

Da der Betrieb im Halb- und Vollschrittmodus somit Rotorschwingungen anregt, sind diese Betriebsarten nur für Anwendungen geeignet, die auf diese Schwingungen unkritisch reagieren. Eine Verbesserungsmöglichkeit ergibt sich durch eine feinere Unterteilung der Schrittweite im Mikroschrittbetrieb, wodurch der Antrieb mehr Laufruhe und eine geringere Schwingungsneigung erhält. Nicht unerwähnt bleiben dürfen **Resonanzen**, die den Rotor des Schrittmotors zu Schwingungen anregen (vgl. [29], [165], [194] u.a.). Laut [165] gibt es zwei prinzipielle Mechanismen für diese Schwingungen:

1. *Parametrische Anregung:* Diese werden durch eine Anregung der Eigenfrequenz  $f_e$  durch die Schrittfrequenz  $f_S$  ausgelöst. Hierzu gehören Schwingungen aufgrund der Schrittfortschaltung, des Rastdrehmoments, von mechanischen Unsymmetrien, von unsymmetrischer Bestromung (Offsetfehler und Amplitudenfehler) und von Stromharmonischen. Diese Schwingungen treten immer als Vielfache und ganzzahlige Quotienten der Eigenfrequenz auf ( $f_p = k \cdot f_e$  bzw.  $f_p = f_e/k$  mit  $k = 1, 2, \dots$ ).
2. *Selbsterregte Schwingungen:* Diese auch „negative Dämpfung“ genannte Erscheinung wird durch die Rotorbewegung ausgelöst und tritt nur bei unbelastetem Motor im mittleren Drehzahlbereich (engl.: midrange resonances) auf. Da diese Schwingungen kaum praktische Bedeutung haben und vorwiegend bei der recht seltenen Spannungssteuerung auftreten, soll eine genauere Betrachtung an dieser Stelle nicht vorgenommen werden. Grundsätzlich kann aber ihre Entstehung auf die Rückwirkung des permanentmagnetischen Rotors auf die Statorströme erklärt werden.

Um eine Resonanzanregung zu vermeiden, wird in modernen Schrittantrieben versucht, diese aktiv zu bedämpfen bzw. zu vermeiden (vgl. [27]-[29] u.a.). In älteren Steuerungen werden Resonanzen dadurch vermieden, dass die bekannten Resonanzstellen „schnell“ durchfahren oder ausgeblendet werden, damit sich keine Dauerschwingung ausprägen kann. Der Nachteil dieser Methode ist, dass Drehzahlen bzw. Schrittfrequenzen nahe bei oder auf den Resonanzstellen nicht möglich sind. Für genauere Ausführungen sei auf die Literatur verwiesen (z.B. [165] u.a.)

Zum Schluss der Betrachtungen des Schrittbetriebs soll noch der **Start-Stopp-Betrieb** von Schrittmotoren kurz und vereinfacht erläutert werden. Wie bereits erwähnt, darf zu keinem Zeitpunkt das maximale Drehmoment überschritten werden, damit kein Schrittverlust auftritt. Im Stillstand, d.h. bei Schrittfrequenz  $f_S = 0\text{ Hz}$ , ist dies das Haltemoment  $M_H$ . Bei Motordrehung ( $f_S > 0\text{ Hz}$ ) verringert sich das maximale Drehmoment des Motors abhängig von der angelegten Frequenz (vgl. Abb. 6.13) aufgrund von Verlusten in den magnetisch aktiven Eisenteilen (v.a. Statorblechpaket). Zum Anlaufen des Motors müssen alle angreifenden Drehmomente durch das innere Motormoment  $M_{Mi}$  überwunden werden. Bei hohen Beschleunigungen wird das Beschleunigungsdrehmoment  $M_B$  dominant. Für einen Anlauf muss daher nach Gl. (3.39) gelten (Rast- und Dämpfungsdrehmomente werden vernachlässigt):

$$M_{Mi}(f_S) \geq M_B(f_S) + M_L = J \cdot \frac{d\Omega_{mech}}{dt} + M_L \approx J \cdot 2\pi \cdot f_S \cdot \alpha_S + M_L \quad (6.7)$$

Die mechanische Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{mech}$  wurde hier mit der Winkelgeschwindigkeit beim Schrittbetrieb ( $= 2\pi \cdot f_S \cdot \alpha_S$ ) angenähert. Hierbei ist  $f_S$  die Schrittfrequenz und  $\alpha_S$  ist der Schrittwinkel in Grad. Aus Gl. (6.7) kann man erkennen, dass neben der Schrittfrequenz  $f_S$  auch das gesamte Massenträgheitsmoment  $J = J_M + J_L$  und das Lastmoment  $M_L$  einen Einfluss auf das Anlaufverhalten haben. Die Frequenzabhängigkeit des Motordrehmoments ist nur schwer analytisch zu bestimmen und wird deshalb meist experimentell ermittelt und in sogenannten Betriebskennlinien (vgl. Abb. 6.13) angegeben. Diese motorspezifischen Kennlinien erlauben eine Bestimmung des Anlaufvermögens des Schrittmotors mit und ohne Last (Lastträgheitsmoment und Lastdrehmoment). Üblicherweise werden hierzu nur die Kurven 1 und 2 aus Abb. 6.13, die den unbelasteten Motor beschreiben, angegeben. Innerhalb des Bereiches, den die Kurve 2 mit den Koordinatenachsen aufspannt (Start-Stopp-Bereich), kann der Motor ohne zusätzliche Massenträgheit ( $J_L = 0\text{ kgm}^2$ ), aber abhängig von einem Lastdrehmoment  $M_L$ , mit der jeweiligen Schrittfrequenz  $f_S$  aus dem Stillstand beschleunigt (Start) und in den Stillstand abgebremst (Stopp) werden. Hierbei muss allerdings die jeweilige Schrittauflösung beachtet werden. Die Kurve 1 begrenzt den möglichen Betriebsbereich. Der Bereich zwischen Kurve 1 und Kurve 2 kann nach einem erfolgreichen Start innerhalb des Start-Stopp-Bereiches genutzt werden.

Wird der Motor mit einer Last beaufschlagt, so muss entsprechend dem Lastträgheitsmoment  $J_L$  die Begrenzung des Start-Stopp-Bereiches angepasst werden, indem man die Kurve 2 parallel zur Ordinate verschiebt. Wie in Abb. 6.13 gezeigt, erhält man den Fußpunkt  $f_{30}$  ( $M_L = 0\text{ Nm}$ ) der Kurve 3, indem aus der Kennlinie des Lastträgheitsmomentes  $J_L$  die entsprechende Frequenz ermittelt wird. Die Betriebskennlinien wie in Abb. 6.13 werden dem Anwender vom Hersteller im Datenblatt mitgeliefert (vgl. [53], [195], [196] u.a.). Weiteres zu den Begriffen und der Steuerung der Schrittfrequenzen ist in der einschlägigen Literatur (z.B. [114], [165], [170], [194]) und in der DIN-Norm [53] zu finden.

Zusammenfassend lassen sich folgende Aussagen treffen: Schrittmotorantriebe sind kostengünstige, einfach zu bedienende Positionierantriebe, die hohe Winkelauflösungen erreichen. Gesteuert

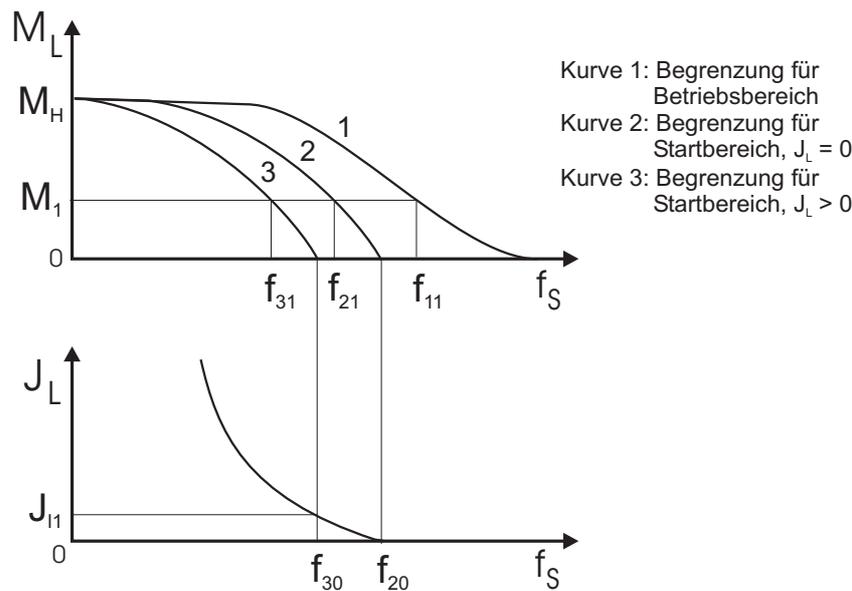


Abb. 6.13: Betriebskennlinien des Schrittmotors (qualitativ)

betriebe Schrittmotoren können maximal mit ihrem Haltemoment  $M_H$  belastet werden. Bei einer Belastung wird der Motor aus seiner magnetischen Raststellung (unbelasteter Fall) ausgelenkt, wobei der Winkel dieser Auslenkung im statischen Fall statischer Lastwinkel  $\bar{\beta}$  genannt wird. Der maximal mögliche Lastwinkel ergibt sich bei einer Belastung des Motors mit dem Haltemoment  $M_H$ . Im unverzerrten statischen Fall wird der Lastwinkel maximal zu  $|\bar{\beta}| = 90^\circ$  (vgl. Abb. 6.11), was einer Winkelauslenkung in mechanischen Graden von  $\frac{90^\circ}{N_r}$  entspricht. Wird das Haltemoment und damit der maximale Lastwinkel aufgrund einer Belastung überschritten, so tritt ein Schrittverlust auf. Das gilt auch im nichtstationären Betrieb. Da Schrittmotoren in der Regel hohe Polpaarzahlen  $N_r$  aufweisen, wird die Winkelauslenkung durch ein Lastdrehmoment verhältnismäßig klein sein, und man kann daher von einem recht steifen Antrieb sprechen. Mit steigender Drehzahl bzw. steigender Schrittfrequenz zeigt sich aber eine Abhängigkeit des maximalen möglichen Lastdrehmoments vom gewählten Steuerverfahren (vgl. Abb. 6.10).

Nachteilig wirken sich das Einschwingverhalten und die Resonanzen aus. Falls das maximale Drehmoment überschritten wird, tritt Schrittverlust auf, der von der Steuerung nicht erkannt wird. Diese Nachteile können nur durch zusätzliche Maßnahmen (Resonanzunterdrückung, Schrittnachführung, Überdimensionierung, etc.) vermieden oder korrigiert werden. Beachtet werden muss auch, dass die gewählte Schrittauflösung in bestimmten Betriebsbereichen nicht erreicht werden kann. Dies begründet sich durch die Tatsache, dass Reibungs- oder Lastdrehmomente überwunden werden müssen, was bei hohen Schrittfrequenzen oder sehr kleinen Schrittwinkeln unter Umständen nicht erreicht wird. Eine Erhöhung des Schrittwinkels kann hier Abhilfe schaffen. Somit nähert sich die Schrittauflösung mit steigenden Lastdrehmomenten der Auflösung im Vollschrittbetrieb.

Das Verfahren zur Winkelrekonstruktion nach Kapitel 4 kann zur Erkennung von Schrittverlusten oder des Lastwinkels verwendet werden. Eine Anwendung zur Schrittüberwachung und Schrittnachführung ist damit denkbar.

## 6.3 Positionsregelung mit Winkelsensor

### 6.3.1 Feldorientierte Stromregelung

#### 6.3.1.1 Reglerwahl

Zur Überleitung auf die Realisierung einer sensorlosen Regelung soll in diesem Kapitel zuerst eine Regelung beschrieben werden, die dem industriellen Standard bei geregelten Drehstromantrieben und Servoantrieben entspricht. Üblicherweise werden zur Winkelregelung Kaskadenregler eingesetzt, da diese viele Vorzüge aufweisen, die auch bei einer sensorlosen Regelung von Vorteil sind. Im wesentlichen können hier als Vorteile aufgeführt werden:

- Einfache Regler:  
Durch die Aufspaltung der Regelstrecke können einfache Regler (P, PI, PID) verwendet werden.
- Einfache Inbetriebnahme:  
Die Kaskadenregler können einzeln, beginnend mit dem innersten Regler, in Betrieb genommen und gegebenenfalls optimiert werden.
- Stellgrößenbegrenzung:  
Die Sollwerte für die unterlagerten Regler können jeweils begrenzt werden, und somit kann im vorliegenden Fall zum Beispiel der Motorstrom auf seinen Maximalwert eingeschränkt werden. Dem Stromrichter werden damit nur Stellgrößen abverlangt, auf die er ausgelegt ist, und der Motor kann nicht überhitzen.
- Störgrößen werden schnell ausgeregelt:  
Die auftretenden Störungen wirken sich auf überlagerte Regelkreise kaum aus, da der jeweils „nächstliegende“ Regler diese bereits ausregelt. Dies wirkt als Linearisierung eines nichtlinearen Übertragungsverhaltens, wodurch die Regler linear ausgelegt werden können.

Zur Messung der Winkelposition werden in der Praxis hauptsächlich optische Encoder und Resolver verwendet, wobei die optischen Encoder bevorzugt bei hochgenauen Anwendungen eingesetzt werden. Der Trend hierbei geht zu optischen Absolutwertgebern, die keinen inkrementalen Winkelwert, sondern die tatsächliche Lage angeben und somit eine aufwändige Nulllagenermittlung ersparen (vgl. [38], [135] u.a.).

Üblicherweise werden die Regler als digitale Regler ausgeführt. Als Stellglied fungieren meist Frequenzumrichter mit Spannungszwischenkreis, die über Pulsweitenmodulation (PWM) angesteuert werden (vgl. Kap. 8). Da die PWM-Frequenz und die Reglerabtastzeiten voneinander abhängen, werden meist keine höheren Frequenzen als ca.  $25\text{ kHz}$  verwendet, um Verluste in den Motoren (u.a. Wirbelstromverluste), und damit eine Erwärmung und eine Leistungsminderung, zu vermeiden. Eine mögliche Reglerstruktur auf der Basis von [36] und [141] wird im Folgenden beschrieben.

### 6.3.1.2 Regelstrecke und Entkopplung

In Gl. (3.33) wurde gezeigt, dass ein nichtlineares System vorliegt.

$$\begin{aligned} R \cdot i_d(t) + L_d \cdot \frac{d}{dt} i_d(t) &= u_d(t) + \Omega_{el}(t) \cdot L_q \cdot i_q(t) \\ R \cdot i_q(t) + L_q \cdot \frac{d}{dt} i_q(t) &= u_q(t) - \Omega_{el}(t) \cdot \left( L_d \cdot i_d(t) + \hat{\Psi}_0 \right) \end{aligned}$$

Eine Reglerauslegung müsste also mit Methoden der nichtlinearen Regelungstechnik erfolgen. Zur Linearisierung dieses Systems werden folgende Substitutionen eingeführt:

$$\begin{aligned} u_d^*(t) &= u_d(t) + \Omega_{el}(t) \cdot L_q \cdot i_q(t) \\ u_q^*(t) &= u_q(t) - \Omega_{el}(t) \cdot \left( L_d \cdot i_d(t) + \hat{\Psi}_0 \right) \end{aligned} \quad (6.8)$$

Wenn diese Linearisierung durchgeführt wird und zu jedem Zeitpunkt wirksam ist, liegt ein lineares System vor. Nur dann darf mit der „echten“ Laplace-Transformation gearbeitet werden, und die Reglerbemessung kann im s-Bereich erfolgen. Die Regelstrecke des Stromreglers ergibt sich mit Gl. (6.8) im Laplace-Bereich wie folgt:

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{1+sT_d} \cdot u_d^* \\ i_q &= \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{1+sT_q} \cdot u_q^* \end{aligned} \quad (6.9)$$

Aus der Literatur ([141], [36], [176], [156] u.a.) ist bekannt, dass durch die nichtlineare Vorsteuerung mit Gl. (6.8) eine Linearisierung und Entkopplung erreicht werden kann. Das Übertragungsverhalten dieser entkoppelten Ströme nach Gl. (6.9) entspricht dann einem linearen  $PT_1$ -Verhalten und kann mit einem linearen Regler geregelt werden. Voraussetzung für die Gültigkeit von Gl. (6.9) für die Stromregelung ist, dass die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{el}$  während eines Abtastschrittes annähernd konstant bleibt und die Regelung innerhalb eines Abtastschrittes gerechnet wird. Diese Annahmen können getroffen werden, da moderne digitale Regler sehr schnell arbeiten und sich die Winkelgeschwindigkeit aufgrund der Massenträgheit des Rotors innerhalb eines Abtastschritts kaum ändert.

Als Stellglied wird am Versuchsstand ein Spannungszwischenkreis-Frequenzumrichter verwendet. Dieser verstärkt über eine Pulsweitenmodulation (PWM) die Ausgangssignale der Stromregelung so, dass sich am Motor die entsprechenden Spannungen und Ströme einstellen. Der Umrichter ist aus einer gesteuerten Brückenschaltung (B6) mit IGBTs aufgebaut (vgl. Abb. 6.2) und weist aus technischen Gründen eine Totzeit  $T_{STR}$  auf, um Kurzschlüsse in der Leistungselektronik zu vermeiden (vgl. Kap. 5.3.5). Durch die PWM-Steuerung wird bei der verwendeten Sternschaltung (Bemerkung: In Abb. 6.2 ist eine Dreieckschaltung dargestellt) die halbe Zwischenkreisspannung  $0.5 \cdot U_{ZWK}$  je nach Schaltzustand positiv oder negativ an der entsprechenden Phase, bezogen auf den Sternpunkt, wirksam (vgl. [35], [176], etc.). Das Übertragungsverhalten des Umrichters kann somit folgendermaßen genähert werden (vgl. Abb. 6.14):

$$F_{STR}(s) = \frac{u_{d,q}^*}{u_{d,q}^{Regler}} \approx \frac{U_{ZWK}}{2} \cdot e^{T_{STR} \cdot s} \quad (6.10)$$

### 6.3.1.3 Digitale Stromregelung

Es wird nun die Auslegung der Regler für die Ströme aus Gl. (6.9) dargestellt. Beide Ströme zeigen  $PT_1$ -Verhalten und können deshalb analog behandelt werden.

Durch die Verwendung eines Frequenzumrichters muss die jeweilige Stromregelstrecke

$$F_{Sid,q}(s) = \frac{i_{d,q}}{i_{d,q}^*} = V_M \cdot \frac{1}{1 + sT_{d,q}} \quad (6.11)$$

mit 
$$V_M = \frac{1}{R} \quad \text{und} \quad T_{d,q} = \frac{L_{d,q}}{R}$$

durch die Übertragungsfunktion  $F_{STR}(s)$  ergänzt werden. Die Totzeit  $T_{STR}$  wird hier zu einem Abtastschritt  $T_A$  angenommen. Die reale Verzögerungszeit wird, je nach verwendeter Technik, unter einem Abtastschritt liegen, aber bei der Berechnung eines digitalen Reglers muss als kleinste Zeit mindestens ein Abtastschritt angesetzt werden.

Die Übertragungsfunktionen der Ströme ergibt sich also im Laplace-Bereich zu

$$F_{Si,STR}(s) = V_M \cdot \frac{1}{1 + sT_{d,q}} \cdot \frac{U_{ZWK}}{2} \cdot e^{-T_{STR} \cdot s} = \frac{V_M \cdot U_{ZWK}}{2} \cdot \frac{1}{1 + sT_{d,q}} \cdot e^{-T_A \cdot s} \quad (6.12)$$

und kann im digitalen z-Bereich wie folgt angegeben werden (vgl. [174]):

$$H_{Si,STR}(z) = V_{M,STR} \cdot \frac{1 - d}{z(z - d)} \quad (6.13)$$

mit

$$V_{M,STR} = \frac{V_M \cdot U_{ZWK}}{2} \quad \text{und} \quad d = e^{-\frac{T_A}{T_{d,q}}}$$

Eine Optimierung dieser Strecke nach dem Betragsoptimum ist sinnvoll, um gutes Führungsverhalten bei gleichzeitig geringem Überschwingen zu erhalten (vgl. [176]). Die Ermittlung der Parameter des digitalen Stromreglers kann über Wurzelortskurven (vgl. [36], [141]) oder durch Berechnung erfolgen (vgl. Digitales Betragsoptimum (DBO) in [174]). Wie im kontinuierlichen Fall werden PI-Regler verwendet, die im z-Bereich folgende Übertragungsfunktion aufweisen

$$H_{R,PI}(z) = V_R \cdot \frac{z - d_R}{z - 1} \quad (6.14)$$

und bei Verwendung der Parameter nach ([174])

$$V_R = \frac{1}{3 \cdot (1 - d_R) \cdot V_{M,STR}} \quad \text{und} \quad d_R = e^{-\frac{T_A}{T_{d,q}}} \quad (6.15)$$

betragsoptimales Verhalten im geregelten Betrieb erzeugen. Zur Auslegung der Drehzahlregelung darf die Stromregelung als sehr schnell angenommen werden, da die kontinuierliche Ersatzübertragungsfunktion des  $i_q$ -Stromreglers eine Ersatzzeitkonstante  $T_{ei} < 1ms$  aufweist (vgl. [36], [141]). Also gilt:

$$F_{eiq,d}(s) = \frac{i_{q,d}}{i_{q,d}^*} = \frac{V_{ei}}{1 + s \cdot T_{ei}} \approx 1 \quad (6.16)$$

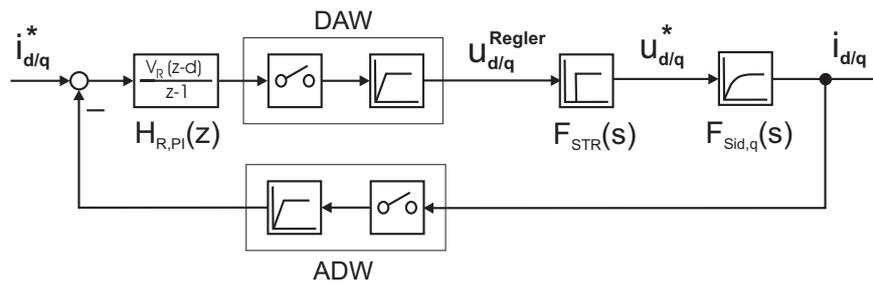
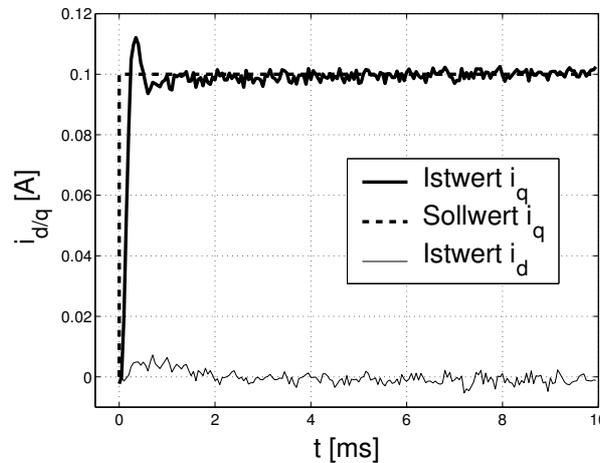


Abb. 6.14: Digitale Stromregelung

Wie in Kapitel 3.4 bereits beschrieben, ist die  $d$ - $q$ -Transformation so ausgeführt, dass der Strom in  $d$ -Richtung in gleiche Richtung wie der Rotorfluss  $\hat{\Psi}_0$  weist und somit feldbildend wirkt (vgl. Gl. (6.9)). Da kein Feldschwächbetrieb vorgesehen ist, soll also der Rotorfluss möglichst seinen Wert beibehalten, was durch eine Regelung des Stromes  $i_d$  auf den Sollwert  $i_d^* = 0A$  erreicht wird. Hierdurch wird der Reluktanzanteil an der Drehmomentbildung ausgeblendet, und es ergibt sich aus den Gleichungen (3.37) und (6.16) folgende Beziehung:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot \hat{\Psi}_0 \cdot i_q \approx K_M \cdot i_q^* \quad (6.17)$$

Hierbei wird der Faktor  $K_M$  als Drehmomentkonstante des Motors bezeichnet.

Abb. 6.15: Führungsverhalten der Stromregelung, Messung im Leerlauf ( $M_{La} = 0Nm$ )

### 6.3.2 Drehzahl- bzw. Winkelgeschwindigkeitsregelung

Die Regelstrecke für die Winkelgeschwindigkeit ergibt sich dann aus der Bewegungsgleichung (3.39).

Im Folgenden wird vereinfachend das Rastdrehmoment  $M_S$  vernachlässigt und das Dämpfungsdrehmoment  $M_D$  separat angeschrieben. Damit setzt sich das Lastdrehmoment  $M_L$  nun aus dem Reibdrehmoment  $M_R$  und der äußeren Belastung  $M_{La}$  zusammen.

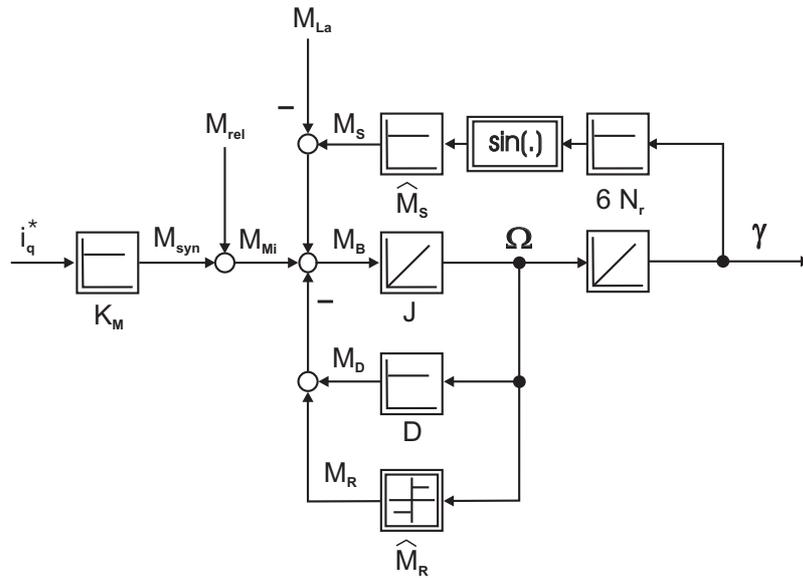


Abb. 6.16: Strecke des Winkelgeschwindigkeitsregelkreises

Hieraus kann man die folgende Zustandsdarstellung herleiten:

$$\frac{d}{dt}\Omega_{mech} = -\frac{D}{J} \cdot \Omega_{mech} + \frac{K_M}{J} \cdot i_q^* - \frac{1}{J} \cdot M_L \quad (6.18)$$

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot \underline{u} + \underline{b}_z \cdot \underline{z}$$

Der Einfachheit halber wird nachfolgend der Index *mech* bei der Winkelgeschwindigkeit unterdrückt, d.h.  $\Omega = \Omega_{mech}$ . Eine Transformation mit den Gleichungen (vgl. [36] u.a.)

$$\Phi = e^{\mathbf{A}T_A} \quad \Gamma = \int_0^{T_A} (e^{\mathbf{A}t} \cdot \mathbf{B}) dt \quad \text{mit } \mathbf{B} \in [\underline{b}, \underline{b}_z] \quad (6.19)$$

ergibt die diskrete Zustandsdarstellung

$$x(k+1) = \Phi \cdot x(k) + \Gamma_u \cdot u(k) + \Gamma_z \cdot z(k). \quad (6.20)$$

Zur Vermeidung von großem Überschwingen wird anstatt eines PI-Reglers im Vorwärtszweig ein Zustandsregler mit Führungsintegrator für die Winkelgeschwindigkeit entworfen.

Die Gleichungen für diesen Zustandsregler mit Führungsintegrator lauten dann

$$\begin{aligned} i_q^*(k) &= -K_\Omega \cdot \Omega(k) + s(k) \\ s(k+1) &= s(k) + K_S \cdot (\Omega^*(k) - \Omega(k)), \end{aligned} \quad (6.21)$$

und man erhält mit Gl. (6.20) die diskrete Zustandsgleichung für den geschlossenen Winkelgeschwindigkeitsregelkreis:

$$\begin{bmatrix} \Omega(k+1) \\ s(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi - \Gamma_u K_\Omega & \Gamma_u \\ -K_S & 1 \end{bmatrix}}_{\Phi_{geschl}} \begin{bmatrix} \Omega(k) \\ s(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_S \end{bmatrix} \Omega^*(k) + \begin{bmatrix} \Gamma_z \\ 0 \end{bmatrix} M_L(k) \quad (6.22)$$

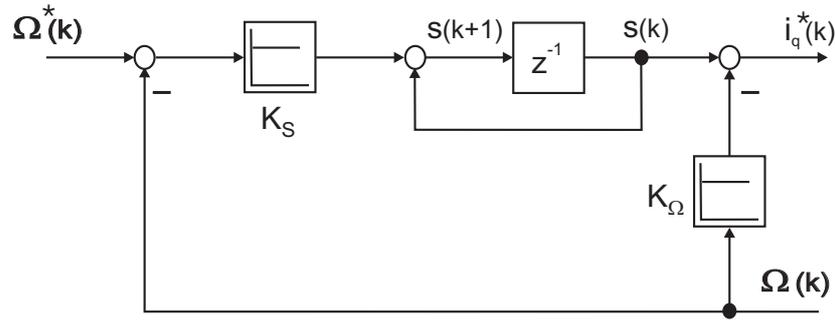


Abb. 6.17: Zustandsregler mit Führungsintegrator für die Winkelgeschwindigkeit

Der diskrete Zustandsregler wird nun mit Hilfe des Polvorgabeverfahrens ausgelegt. Hierzu wird das charakteristische Polynom der Strecke

$$P_{char}(z) = \det(z \cdot \mathbf{I} - \Phi_{geschl}) \quad (6.23)$$

mit einem Normpolynom nach dem Dämpfungsoptimum (vgl. [176] u.a.)

$$P_{Norm}(z) = z^2 - z \left( 2 \cdot e^{-\frac{T_A}{T_{en}}} \cdot \cos\left(\frac{T_A}{T_{en}}\right) \right) + e^{-\frac{2T_A}{T_{en}}} \quad (6.24)$$

verglichen. Ein Koeffizientenvergleich  $P_{char}(z) \equiv P_{Norm}(z)$  liefert dann die Reglerparameter. Über Näherungen für die Kosinusfunktion und die Exponentialfunktion (vgl. Anhang A.6.1) ergeben sich für die Reglerparameter folgende vereinfachte Werte:

$$K_{\Omega} \approx \frac{2J}{K_M \cdot T_{en}} - \frac{D}{K_M} \quad (6.25)$$

$$K_S \approx \frac{2J \cdot T_A}{K_M \cdot T_{en}^2} \quad (6.26)$$

Die Herleitung dieser Reglerparameter ist im Anhang A.6.1 zu finden. In Abb. 6.18 (links) ist eine Messung eines Sollwertsprung für diese Reglerauslegung dargestellt.

### 6.3.3 Winkelregelung

Zur Auslegung einer Winkel- bzw. Positionsregelung wird zuerst die Übertragungsfunktion des Winkelgeschwindigkeitsregelkreises benötigt. Dieser ist nach Kapitel 6.3.2 dämpfungsoptimal eingestellt und kann nach [176] durch die zeitkontinuierliche Ersatzfunktion

$$F_{en}(s) = \frac{\Omega}{\Omega^*} = \frac{1}{1 + s \cdot T_{en}} \quad (6.27)$$

dargestellt werden. Da die Ersatzzeitkonstante  $T_{en}$  sehr viel größer als die Abtastzeit  $T_A$  ist, kann der Winkelregler quasikontinuierlich ausgelegt werden.

Die Regelstrecke für den Winkelregelkreis ergibt sich aus der Ersatzfunktion für den Winkelgeschwindigkeitsregelkreis Gl. (6.27) und dem Zusammenhang  $\Omega = \frac{d\gamma}{dt}$  zu (vgl. Anhang A.6.2):

$$F_{S\gamma}(s) = \frac{\gamma}{\Omega^*} = F_{en}(s) \cdot F_{\Omega\gamma}(s) = \frac{1}{1 + s \cdot T_{en}} \cdot \frac{1}{s} \quad (6.28)$$

Zur Regelung dieser Strecke ist ein P-Regler

$$F_{R\gamma}(s) = \frac{\Omega^*}{\Delta\gamma} = K_\gamma \quad (6.29)$$

ausreichend, und man erhält für den geschlossenen Regelkreis folgende Übertragungsfunktion:

$$F_{g\gamma}(s) = \frac{\gamma}{\gamma^*} = \frac{K_\gamma}{s^2 T_{en} + s + K_\gamma} \quad (6.30)$$

Fordert man für Positioniervorgänge ein Einlaufen in die Sollposition ohne Überschwingen, so kann durch die Vorgabe eines reellen Doppelpoles für Gl. (6.30) aperiodisches Verhalten erzeugt werden. Der Reglerkoeffizient

$$K_\gamma = \frac{1}{4 \cdot T_{en}} \quad (6.31)$$

erfüllt diese Forderung, da sich hier die Diskriminante des Nennerpolynoms zu Null ergibt (vgl. Anhang A.6.2, Abb. 6.18 (rechts)).

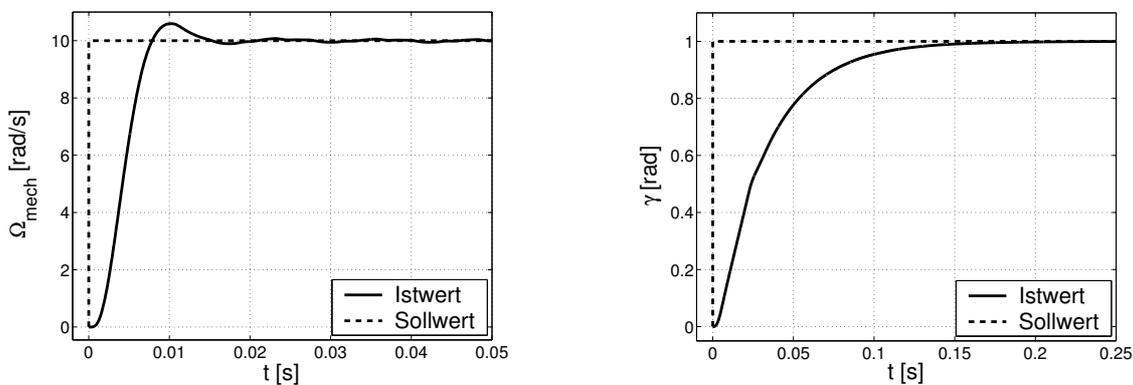


Abb. 6.18: Führungsverhalten der Regelung (Messungen): Winkelgeschwindigkeit (links) und Winkel (rechts),  $T_{en} = 10\text{ms}$ ,  $M_{La} = 0\text{Nm}$

### 6.4 Vergleich der Steuerungsmöglichkeiten

Wie der Name bereits sagt, werden Schrittmotoren üblicherweise im Schrittbetrieb, also gesteuert, betrieben. Hierdurch lassen sich sehr gute Positionsaufösungen mit relativ geringen Kosten erzielen, die Installation ist einfach, und die Positionsabweichungen bleiben in einem überschaubaren Bereich (maximal ein Vollschritt), solange kein Schrittverlust ( $M_L > M_{max}(f_s)$ ) und keine Resonanzanregung auftritt.

Servomotoren ihrerseits sind geregelt betriebene Motoren. Für hochgenaue Anwendungen werden sinuskommutierte, permanentmagnetisch erregte Synchronmotoren verwendet, deren Hauptunterschied zu Hybridschrittmotoren darin besteht, dass Hybridschrittmotoren wesentlich höhere Polpaarzahlen aufweisen. Es gibt allerdings auch hochpolige Servomotoren, die in der Antriebstechnik Torquemotoren genannt werden und vom Aufbau her den Schrittmotoren ähnlich sind. Mit Torquemotoren lassen sich hohe Drehmomente bei gleichzeitig kleinen Drehzahlen erreichen. Servoantriebe erreichen sehr hohe Drehzahl- und Positioniergenauigkeiten und eine sehr hohe Dynamik. Neben höheren Kosten ist aber auch mehr Wissen über die angetriebene Mechanik notwendig um einen Servoantrieb zu optimieren, da die Regelung an die Eigenfrequenzen der angekuppelten Mechanik angepasst werden muss. „Weiche“ Elemente wie Riemen verschlechtern die Positionstreue im dynamischen Betrieb, wobei aber die stationäre Genauigkeit nicht leidet. Störeinflüsse bzw. Lastdrehmomente werden immer ausgeregelt.

Somit lässt sich die Trennung der Anwendungsbereiche von Schritt- und Servoantrieben zum einen durch die Kosten und zum anderen durch die notwendige Genauigkeit, vor allem im Hinblick auf Störeinflüsse, beurteilen. Schrittantriebe decken im wesentlichen den Niedrigkostenbereich ab, wohingegen Servoantriebe in hochgenauen Applikationen zu verwenden sind.

Die Nutzung einer feldorientierten Regelung für den Schrittmotor ist dann interessant, wenn vergleichsweise hohe Drehmomente bei hoher Positioniergenauigkeit gefordert sind. Dieser Servoantrieb hat gegenüber dem Schrittmotor im gesteuerten Betrieb bei annähernd gleichem Maximaldrehmoment die Vorteile, dass über die Wahl des Winkelsensors die Positioniergenauigkeit erhöht werden kann, Schrittverluste nicht auftreten und Resonanzen bedämpft werden.

# 7 Sensorlose Regelung

## 7.1 Einführung

Die bisher üblichen Betriebsarten von Antrieben, gesteuert und geregelt (vgl. Kap. 6), werden seit einigen Jahren durch die sogenannte „Sensorlose Regelung“ ergänzt. Hinsichtlich der dynamischen und stationären Güte bewegt sich diese neue Technik zwischen den traditionellen Steuerverfahren, wobei die Einsatzmöglichkeiten wesentlich durch die Genauigkeit und Robustheit der jeweiligen Technik zur Winkelrekonstruktion bzw. Winkelbeobachtung beschränkt sind.

Schrittmotoren werden vorwiegend als kostengünstige Positionierantriebe verwendet. Bei der Positionierung ist der Stillstand ein unabdingbarer Betriebszustand und muss beherrscht werden. Gerade dieser Stillstand stellt aber bei sensorlosen Techniken das größte Problem dar (vgl. Kap. 2).

Es stellt sich damit die Frage, warum man von der üblichen und kostengünstigen Schrittsteuerung (vgl. Kap. 6.2.2) auf ein sensorlos geregeltes System wechseln sollte, das zudem noch einige Schwierigkeiten aufweist. Wie in Kapitel 6.2.4 beschrieben, ergeben sich durch den Schrittbetrieb einige negative Effekte (vor allem Resonanzanregung, Schrittverlust und Positionierungengenauigkeit infolge von Belastung), die durch eine Regelung vermindert oder gar vermieden werden können. Bei der sensorlosen Regelung werden zudem die Kosten für die Sensorrückführung eingespart. Gelingt eine sensorlose Positionsregelung auch im Stillstandsfall, so kann dies bei bestimmten Anwendungsfällen durchaus eine Alternative für den Schrittbetrieb darstellen.

In diesem Kapitel wird das Winkel-Rekonstruktionsverfahren aus Kapitel 4 zur sensorlosen Positionsregelung eines Hybridschrittmotors für kleine Drehzahlen und den Stillstand verwendet. Prinzipbedingte und motorspezifische Änderungen an der Regelung werden erläutert und die erzielten Ergebnisse vorgestellt. Da bereits in den Kapiteln 4 und 5 Einschränkungen der Rekonstruktion festgestellt wurden, werden hier deren Auswirkungen auf den sensorlos geregelten Betrieb untersucht.

## 7.2 Regelung ohne Winkelsensor

### 7.2.1 Grundsätzliches

Bevor auf die Regelung näher eingegangen wird, sollen noch einige grundsätzliche Gedanken zur sensorlosen Regelung vorangestellt werden. Diese betreffen im wesentlichen die gewählte Regelkreisstruktur einer Kaskadenregelung mit feldorientierter Stromregelung, wie sie bereit in Kapitel 6.3 vorgestellt wurde. Die Kaskadenregelung wurde deshalb gewählt, da sie einerseits die derzeit verbreitetste Methode zur Regelung elektrischer Antriebe ist und andererseits die Inbetriebnahme vereinfacht (vgl. Kap. 6.3.1.1).

Das Winkel-Rekonstruktionsverfahren nach Kapitel 4 verwendet ein Trägerspannungssignal  $\vec{U}_{1,C}^S(t)$

zur Ermittlung des Rotorwinkels eines Motors. Dieses Trägersignal und die daraus resultierenden Ströme werden zur Regelung (speziell Stromregelung) und Bewegungssteuerung des Motors nicht unmittelbar benötigt und wirken somit störend. Es muss deshalb für die Regelung sichergestellt werden, dass das Trägerstromsignal  $\vec{I}_{1,C}^S(\vartheta(t), t)$  keinen negativen Einfluss auf die Regelung hat.

Weiterhin ist zu beachten, dass prinzipbedingt nicht beliebige Drehzahländerungen in der sensorlosen Regelung zugelassen werden können. Grund hierfür sind die Bandbreiten der Filter und die Nyquistfrequenz (vgl. Kap. 4), die in der Rekonstruktion drehzahlabhängige Frequenzen beschränken, und somit auch die Rekonstruktion entsprechend begrenzen.

Zu lösen ist auch das Problem der Drehzahlermittlung aus dem rekonstruierten Winkelsignal. Wie im Kapitel 5 bei Rekonstruktionen am Motor festgestellt wurde, treten noch zusätzliche Frequenzen auf, die eine Drehzahlermittlung über Differentiation erschweren. Die Drehzahlermittlung muss entsprechend gestaltet werden und soll die Reglerbandbreite nach Möglichkeit nur wenig beeinflussen.

Bei allen Maßnahmen zum Erreichen einer sensorlosen Regelung muss immer auf Echtzeitfähigkeit geachtet werden.

## 7.2.2 Winkelgeschwindigkeitsermittlung

Neben der Drehzahl- bzw. Winkelgeschwindigkeitsregelung benötigt nach Gl. (6.8) auch die Entkopplung der feldorientierten Stromregelung einen Messwert für die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{mech}$ . Bisher (vgl. Kap. 4) wurde aber nur der Rotorwinkel  $\gamma$  rekonstruiert.

Wie bereits im Kapitel 7.2.1 erwähnt, ist die Ermittlung der Winkelgeschwindigkeit aus einem Winkelsignal prinzipiell über eine Differentiation möglich.

$$\Omega_{mech} = \frac{d}{dt}\gamma$$

Allerdings bedingt die Differentiation (zeitdiskreter Fall: Differenzenquotient) eine Verstärkung hochfrequenter Anteile des Winkelsignals. In der Praxis treten fast immer, z.B. durch thermisches Rauschen der Bauteile, hochfrequente Anteile im Winkelsignal auf. Im vorliegenden Fall sind neben dem Rauschen auch noch Ortsfrequenzen im Winkelsignal vorhanden (vgl. Kap. 5.3). Eine entsprechende Filterung der Winkelgeschwindigkeit und des Winkels ist also erforderlich. Um eine Differentiation zu vermeiden, wurde im ersten Ansatz eine in [119] vorgestellte Methode gewählt. Vorteilhaft ist hierbei, dass sich der geglättete Winkel  $\gamma_{rek,gl}$  über Integration aus der geglätteten Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{rek,gl}$  ergibt, und dadurch eine Differentiation vermieden wird.

Wie in Abb. (7.1) zu erkennen ist, besteht dieses Filter aus dem mechanischen Streckenmodell für die Winkelgeschwindigkeit und den Winkel, das über Rückkopplungen erweitert wird. Stellt man die Übertragungsfunktion dieses Filters auf, ergibt sich ein Tiefpassfilter 2. Ordnung ( $PT_2$ -Filter) für den Eingangswert (hier  $\gamma_{rek}$ ):

$$F_{PT2}(s) = \frac{\gamma_{rek}}{\gamma_{rek,gl}} = \frac{K_1}{J \cdot s^2 + K_2 \cdot s + K_1} = \frac{1}{\frac{J}{K_1} \cdot s^2 + \frac{K_2}{K_1} \cdot s + 1} \quad (7.1)$$

Idealerweise soll das Filter dämpfungsoptimales Verhalten aufweisen. Über einen Koeffizientenvergleich zwischen einem dämpfungsoptimalen Nenner-Normpolynom (vgl. [176] u.a.) und dem

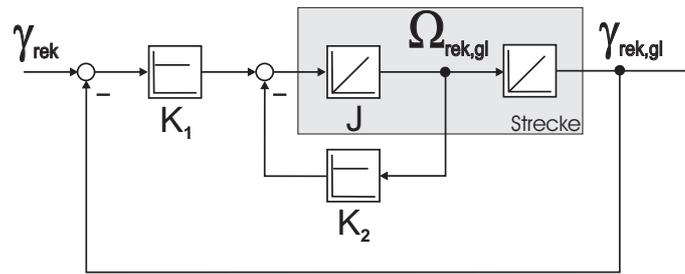


Abb. 7.1: Drehzahlmittlung und Winkelglättung

Nennerpolynom aus Gl. (7.1) sind die entsprechenden Pole festgelegt.

$$\frac{J}{K_1} \cdot s^2 + \frac{K_2}{K_1} \cdot s + 1 \equiv \frac{1}{2} \cdot T_{ers}^2 \cdot s^2 + T_{ers} \cdot s + 1$$

Ein Koeffizientenvergleich liefert die Faktoren  $K_1$  und  $K_2$ :

$$\begin{aligned} \frac{J}{K_1} &= \frac{1}{2} \cdot T_{ers}^2 \implies K_1 = \frac{2 \cdot J}{T_{ers}^2} \\ \frac{K_2}{K_1} &= T_{ers} \xrightarrow{\text{mit } K_1} K_2 = \frac{2 \cdot J}{T_{ers}} \end{aligned} \quad (7.2)$$

Dieses Filter wurde ursprünglich in [119] zur Auswertung von Drehgebersignalen verwendet, um Drehzahl- und Beschleunigungswerte aus dem Winkelsignal zu erhalten. Da sich jeweils die Drehzahl und die Beschleunigung aus Ableitungen des Winkels ergeben, ist die Winkelbeschleunigung in diesem Filter ein dem ersten Integratoreingang proportionaler Wert.

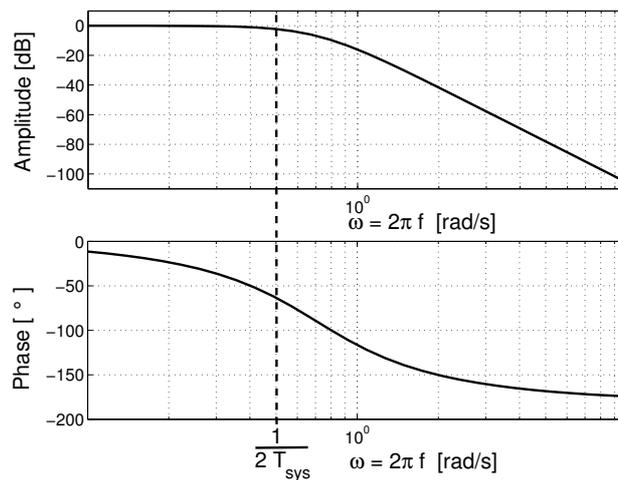


Abb. 7.2: Dynamik des Winkelfilters bei  $T_{ers} = 2 \cdot T_{sys} = 0.5 \text{ s}$

Im Bode-Diagramm dieses Filters in Abb. 7.2 ist erkennbar, dass diese dämpfungsoptimale Auslegung eine einfache Anpassung der 3dB-Grenzfrequenz des Filters an die jeweiligen Erfordernisse über die Ersatzzeitkonstante  $T_{ers}$  ermöglicht.

### 7.2.3 Entkopplung zur Feldorientierung der Ströme

Um die Kaskadenregelung (vgl. Kap. 6.3) realisieren zu können, sollte das Drehmomentverhalten möglichst genau bekannt sein. Gutes Drehmomentverhalten bei niedrigen Drehzahlen verspricht hier die feldorientierte Stromregelung nach Kapitel 6.3.1. Da durch die Abweichungen nach Kapitel 5 einige Korrekturmaßnahmen erforderlich sind, wird eine sowohl zeitlich genaue wie auch winkelgenaue Feldorientierung vermutlich nicht möglich sein.

Zu beachten ist hierbei auch die Tatsache, dass in Kapitel 5 die Winkelrekonstruktion nur als „Beobachter“ fungierte und damit dynamische Vorgänge beim Schließen des sensorlosen Regelkreises noch nicht Beachtung fanden. Es wird nachfolgend versucht, einerseits die Feldorientierung möglichst genau zu realisieren (Kap. 7.2.4) und andererseits einen möglichst guten Betrieb des sensorlosen Reglers zu erreichen (Kap. 7.2.5).

Die feldorientierte Stromregelung beruht einerseits auf der Transformation der messbaren statorfesten Ströme in die entsprechenden rotorfesten Ströme und andererseits auf der Entkopplung (vgl. Kap. 6.3.1.3). Diese beiden Umwandlungen ergeben laut Kapitel 6.3.1.2 lineare Stromstrecken ( $PT_1$ -Strecken, vgl. Gl. (6.9) bzw. Gl. (6.11)), die sowohl die Verwendung von linearen PI-Reglern als auch die unabhängige Regelung des feldbildenden Stromes  $i_d$  und des drehmomentbildenden Stromes  $i_q$  erlauben. Die Entkopplung beruht im wesentlichen auf der Umwandlung der virtuellen Spannungen  $u_d^*$  und  $u_q^*$  nach Gl. (6.8) in die realen feldorientierten Spannungen.

$$\begin{aligned} u_d(t) &= u_d^*(t) - \Omega_{el}(t)L_q i_q(t) \\ u_q(t) &= u_q^*(t) + \Omega_{el}(t) \cdot (L_d i_d(t) + \hat{\Psi}_0) = u_q^*(t) + \Omega_{el}(t)L_d i_d(t) + u_i(t) \end{aligned} \quad (7.3)$$

Hierzu sind neben den Streckenparametern ( $L_d$ ,  $L_q$  und  $\hat{\Psi}_0$ ) die elektrische Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{el}(t)$  und, laut Kapitel 3.4, der elektrische Winkel  $\vartheta(t)$  für die Feldorientierung notwendig. Laut [156] ist diese Entkopplung in der Praxis meist nur unzureichend gegeben. Ursache hierfür sind ungenaue oder schwankende Parameter und ein ungenauer Messwert der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{el}$ . Wie bereits erwähnt, wird dieser Fall auch bei der sensorlosen Regelung auftreten. Die Entkopplung beruht auf der Linearisierung der Stromgleichung (3.33). Diese Linearisierung unterliegt einigen Bedingungen, die beachtet werden müssen und in Kapitel 6.3.1.2 näher beschrieben sind.

Aufgrund der in Kapitel 5 gewonnenen Ergebnisse kann man schlussfolgern, dass die winkelabhängigen Fehler im rekonstruierten Winkelsignal Schwingungen im rekonstruierten Winkelgeschwindigkeitssignal erzeugen werden, wenn sich der Rotor dreht. Wie in Kapitel 7.2.2 dargestellt, können durch Filterung diese Schwingungen reduziert werden. Abhängig von der Ersatzzeitkonstanten  $T_{ers}$  wird aber die mögliche Dynamik der Rekonstruktion verringert. Es hat sich gezeigt, dass die Verwendung eines stark „verrauschten“ Winkelgeschwindigkeitssignals  $\Omega_{rek}$  zur Instabilität der Stromregelkreise beiträgt, und andererseits ein gefilterter Wert die mögliche Reglerdynamik verschlechtert. Um das zu vermeiden, wurde die Entkopplung nicht vollständig durchgeführt. Sowohl in der Simulation als auch am Versuchsstand haben sich keine großen Einschränkungen bezüglich der Regelgüte im betreffenden Drehzahlbereich ergeben, wenn man die Entkopplung vereinfacht (vgl. Abb. 7.3) und zudem schnelle PI-Stromregler verwendet. Dies ist unter anderem auch deshalb möglich, weil die ermittelten Induktivitäten sehr klein sind und deshalb die Stromverkopplungen kaum Einfluss auf die Regelung haben.

Um aber der drehzahlabhängigen induzierten Gegenspannung  $u_i(t)$  Rechnung zu tragen, wird diese weiterhin entkoppelt. Da die induzierte Gegenspannung keine Verkopplung mit den Strömen im

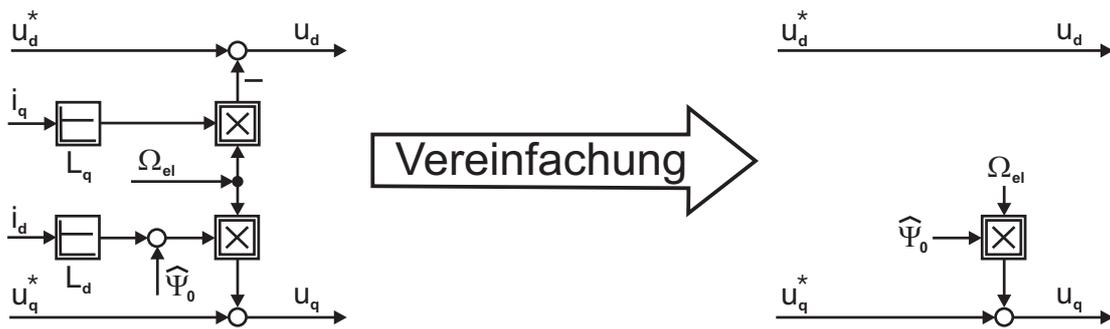


Abb. 7.3: Entkopplung und Vereinfachung

rotorfesten Koordinatensystem aufweist, wird die Stabilität kaum beeinflusst. Aus Gl. (7.3) ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} u_d(t) &= u_d^*(t) \\ u_q(t) &= u_q^*(t) + \Omega_{el}(t) \cdot \hat{\Psi}_0 = u_q^*(t) + u_i(t) \end{aligned} \quad (7.4)$$

Dies vereinfacht zudem die Einstellung der Regler, da die Drehfeldinduktivitäten  $L_d$  und  $L_q$  zur Regelung nicht ermittelt werden müssen.

## 7.2.4 Regelkonzept A: Exakte Feldorientierung

### 7.2.4.1 Grundgedanke und Stromregelung

Im ersten Ansatz wurde natürlich versucht, dem theoretischen Fall der Feldorientierung möglichst nahe zu kommen. Die Einstellung der Korrekturwerte (vgl. Bild 7.4) für den rekonstruierten Winkel  $\gamma_{rek}$  wurde so gewählt, dass ein möglichst kleiner Fehler zwischen rekonstruiertem und gemessenem Rotorwinkel entsteht. Es wurden deshalb zwei Korrekturgrößen gewählt, damit eine unabhängige Korrektur für den Winkelregler (Korrekturgröße  $K_\gamma$ ) und die Feldorientierung (Korrekturgröße  $K_{FO}$ ) möglich ist. Der im Kapitel 5 ermittelte Winkelfehler  $\Delta\gamma$  kann hier nur als Anhaltspunkt dienen, da sich durch die Wahl der jeweiligen Regler und das Schließen der Regelkreise ein davon abweichender Winkelfehler einstellt. Im vorliegenden Fall wurde für die beiden Korrekturgrößen ein Wert (Offset) von  $K_\gamma = K_{FO} = -0.01 \text{ rad}$  als bestes Ergebnis bei einer Regelkreis-Ersatzzeitkonstanten  $T_{en} = 20 \text{ ms}$  ermittelt.

Ansonsten fanden die am Versuchsstand optimierten PI-Stromregler für die jeweiligen Achsen (Bem.: d- und q-Achse) Verwendung.

### 7.2.4.2 Drehzahl- und Winkelregelung

Es zeigte sich sowohl in der Simulation als auch in der Praxis, dass die Winkelgeschwindigkeitsberechnung mit dem Filter nach Abb. 7.1 nicht die beste Lösung darstellt. Wesentlich günstigere Ergebnisse zeigten sich bei Verwendung eines Winkelgeschwindigkeitssignals, dass sich durch Differentiation aus dem geglätteten Winkelsignal  $\gamma_{rek,gl}$  aus Kapitel 7.2.2 mit nachfolgender  $PT_1$ -Glättung (Zeitkonstante  $T = 8 \text{ ms}$ ) ergab. Dieses Reglerkonzept ist in Abb. 7.4 dargestellt.

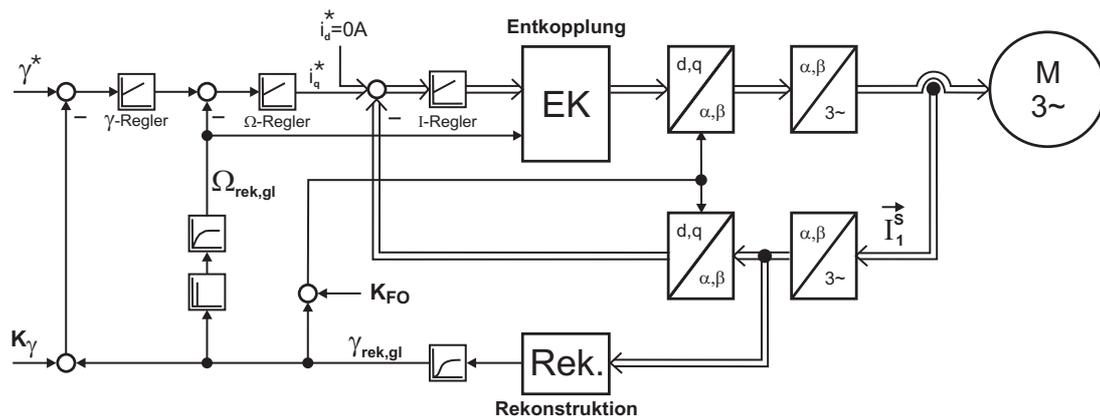
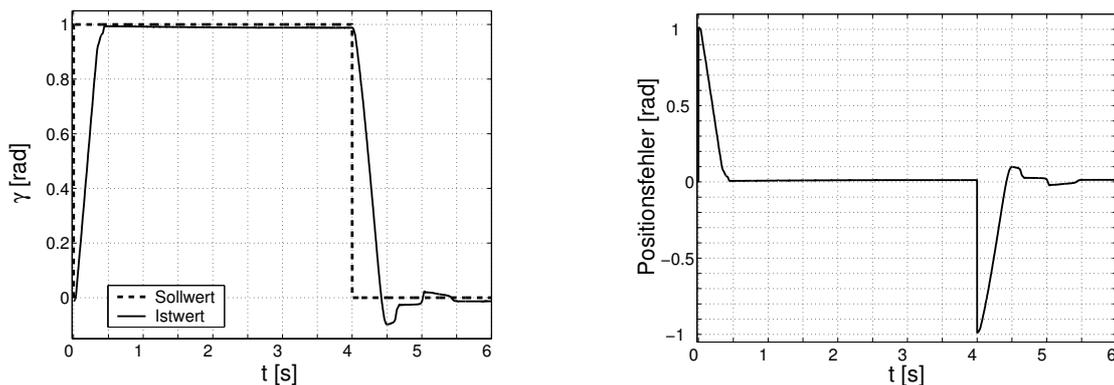


Abb. 7.4: Reglerstruktur für die sensorlose Regelung

Die Reglerstruktur aus den Kapiteln 6.3.2 und 6.3.3 wurde übernommen, wobei im Leerlauf bei einer Ersatzzeitkonstante des Winkelgeschwindigkeitsregelkreises von  $T_{en} = 20\text{ms}$  nachfolgende Ergebnisse erzielt wurden:

Abb. 7.5: Regelkonzept A: Sprungantwort im Leerlauf ( $M_L \approx 0Nm$ )

In den Versuchsergebnissen aus den Abbn. 7.6, 7.7, 7.8 und 7.9 zeigt sich immer etwa der gleiche Winkelfehler von  $\Delta\gamma = -0.01 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  im Stillstand bei dieser Wahl der Korrekturgrößen  $K_\gamma$  und  $K_{FO}$  (vgl. jeweils die Bilder rechts in den Zeitbereichen  $t < 1\text{s}$  und  $t > 7\text{s}$ ). Kleine Abweichungen von diesem Fehlerwert ergeben sich durch die Initialisierungs- und Rundungsfehler nach Kapitel 5.2.2 und durch positionsabhängige Fehler nach Kapitel 5.3. Es erscheint daher praktikabler und schneller, den Sollwert des Winkelreglers um den bekannten stationären Winkelfehler zu korrigieren, anstatt durch Iteration die richtigen Korrekturwerte für den rekonstruierten Winkel zu finden.

### 7.2.4.3 Lastverhalten

Leider ließ sich am Versuchsstand mit diesem Reglerkonzept kein stabiler Betrieb bei Belastung erzielen. Dynamische Vorgänge innerhalb der Regelkreise brachten den Regler immer in einen instabilen Zustand, der nur durch einen Neustart zu beheben war. Diese Instabilität trat schon bei verhältnismäßig kleinen Belastungen auf. Aufgrund der Komplexität des Zusammenwirkens von

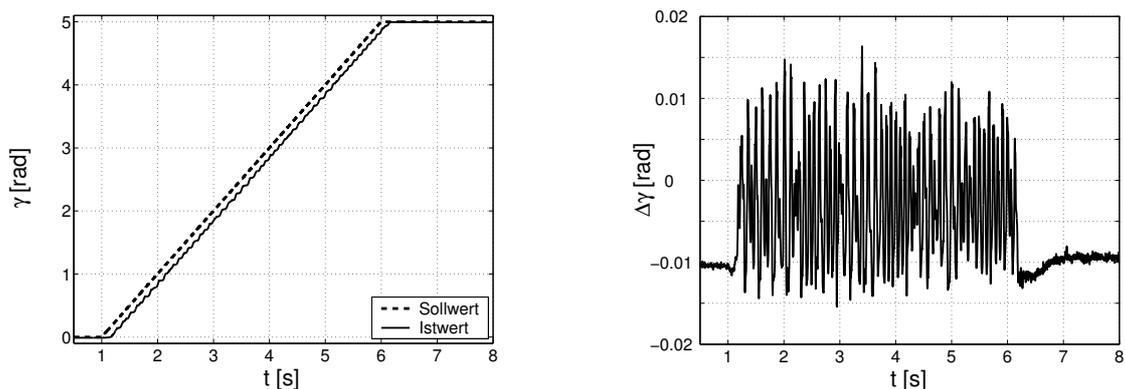


Abb. 7.6: Regelkonzept A: Positionieren mit  $\Omega_{mech} = +1 \frac{rad}{s}$  im Leerlauf ( $M_{La} \approx 0Nm$ )

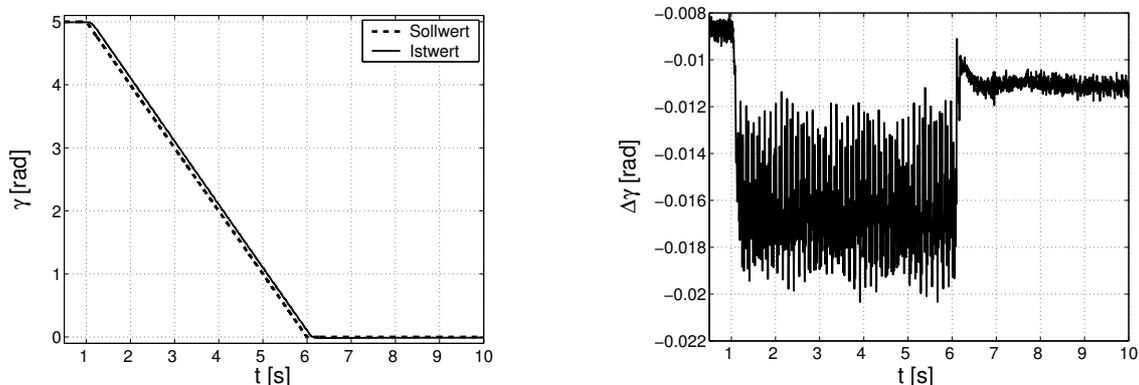


Abb. 7.7: Regelkonzept A: Positionieren mit  $\Omega_{mech} = -1 \frac{rad}{s}$  im Leerlauf ( $M_{La} \approx 0Nm$ )

Regelung und Rekonstruktion ist es sehr schwierig bis unmöglich, eine definitive Fehlerursache zu finden. Vermutlich erzeugen Harmonische im Stromsignal Schwingungen im Rekonstruktions-signal, die sich über die Regelkreise, vor allem die feldorientierte Stromregelung, verstärken und damit die gesamte Regelung destabilisieren.

Die Simulation zeigte sich hier stabiler, wobei natürlich nicht alle Fehlereffekte nach Kapitel 5 berücksichtigt wurden oder werden konnten. In Abb. 7.10 werden verschiedene Belastungsfälle gezeigt. Im Gegensatz zum praktischen Versuch zeigt sich hier, dass dieses Regelkonzept stabil bis zum Nenn Drehmoment arbeitet und somit keinen prinzipiellen Fehler aufweist.

In der Simulation konnte dieses Verfahren vom Stillstand bis zu einem Drehmoment von  $M_{La} \approx 1.16Nm$  stabil betrieben werden. Im Gegensatz zum realen Regelkreis wurden in der Simulation keine Begrenzungen für den Stromrichter oder die Regler verwendet. Der mögliche Drehzahlbereich entspricht in etwa dem in den Messungen ermittelten Bereich.

Erkennbar ist auch, dass der stationäre Regelfehler bei Belastung relativ klein ist. Hierzu muss bemerkt werden, dass in dieser Simulation keine Kompensation des Rekonstruktionsfehlers  $\Delta\gamma$  aufgrund der Belastung vorgenommen wurde (vgl. Kap. 5.5.3). Als Kompensationsmaßnahmen wurden für die Korrekturgrößen  $K_\gamma$  und  $K_{FO}$  feste Werte verwendet, und der Regelfehler im unbelasteten Stillstand als zusätzlicher Sollwert aufgeschaltet.

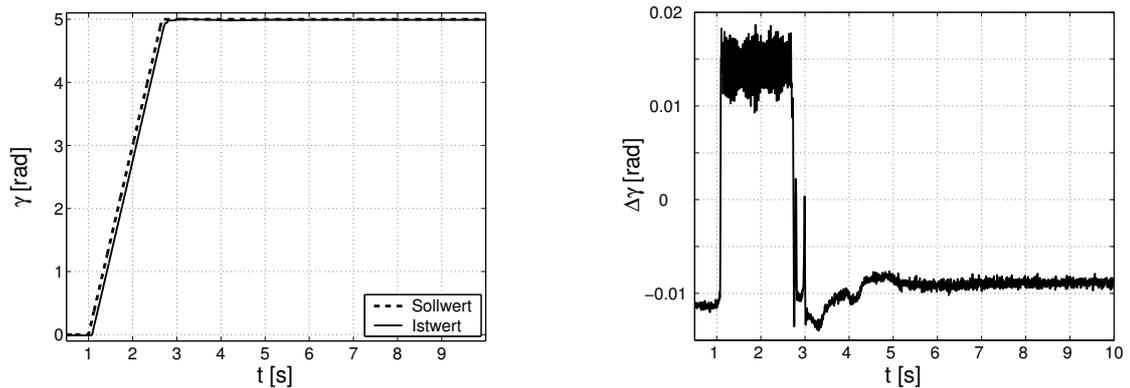


Abb. 7.8: Regelkonzept A: Positionieren mit  $\Omega_{mech} = +3 \frac{rad}{s}$  im Leerlauf ( $M_{La} \approx 0 Nm$ )

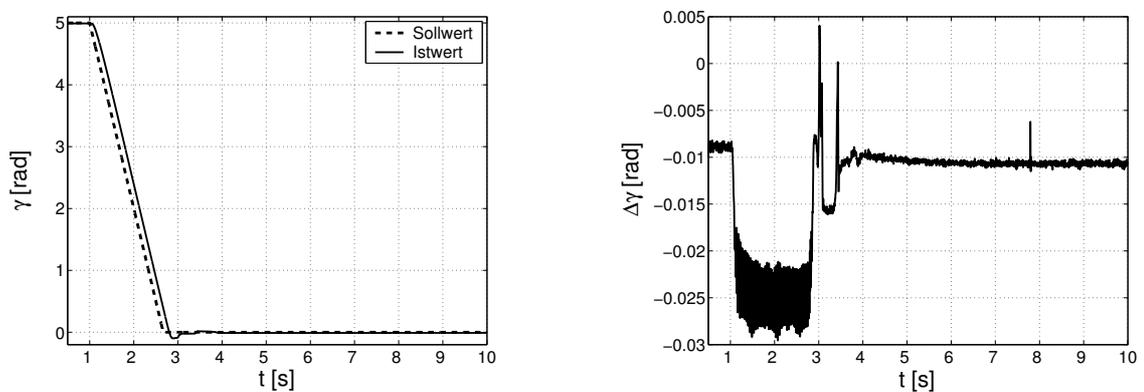


Abb. 7.9: Regelkonzept A: Positionieren mit  $\Omega_{mech} = -3 \frac{rad}{s}$  im Leerlauf ( $M_{La} \approx 0 Nm$ )

#### 7.2.4.4 Grenzen

Bei diesem Konzept zur trägerfrequenzbasierten sensorlosen Regelung gelten natürlich auch die bereits in Kapitel 5 festgestellten Einschränkungen.

Abhängig von der Trägerfrequenz  $\bar{f}_C$  und der Abtastfrequenz  $f_A$  nähert sich das Seitenband der Amplitudenmodulation entweder der Nyquistfrequenz  $\frac{1}{2}f_A$  oder der Grundfrequenz des Steuersignals  $f_M$  bzw. dessen Oberschwingungen  $k \cdot f_M$ . Der Oberschwingungsanteil der Steuerfrequenz hängt natürlich einerseits von Effekten im Motor an sich (Rastung, Sättigung, etc.), und andererseits vom Frequenzumrichter (vgl. Kap. 5.3) und der äußeren Belastung ab.

Im vorliegenden Fall zeigte sich eine Grenze von  $\Omega_{mech,max} \approx \pm 3 \frac{rad}{s}$  für die Winkelgeschwindigkeit, was einer Drehzahl von ca.  $\pm 28.6 min^{-1}$  entspricht. Bei Drehmomentänderungen ist dies ebenfalls eine Grenze, da hier die Reglerdynamik eine gewisse lastabhängige (zeitliches Verhalten!) Beschleunigung zulässt, bis ein „Abfangen“ der Störung eintritt. Diese Beschleunigung führt unweigerlich zu Winkelgeschwindigkeiten, die obigen Wert aber nicht überschreiten dürfen, um einen sicheren Betrieb aufrecht zu erhalten.

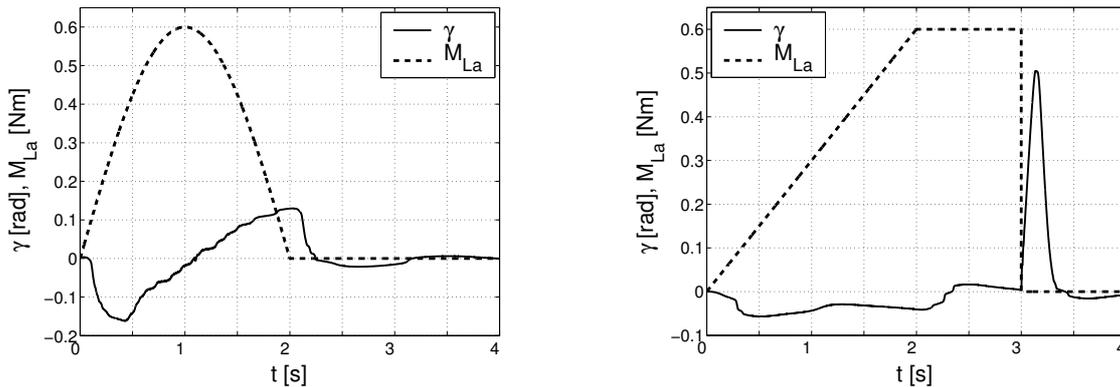


Abb. 7.10: Simulation Regelkonzept A: Winkelverlauf bei sinusförmiger, rampenförmiger und sprungförmiger Belastung

## 7.2.5 Regelkonzept B: Drehzahlabhängige Korrektur

### 7.2.5.1 Grundgedanke und Stromregelung

Das Lastverhalten von Konzept A erwies sich als ungeeignet für den verwendeten Versuchsaufbau. Es hat sich gezeigt, dass unterschiedliche Winkelgeschwindigkeiten unterschiedliche Korrekturwerte für den rekonstruierten Winkel der Feldorientierung benötigen, um ein annehmbares Lastverhalten zu erhalten. Das entspricht den Erkenntnissen aus Kapitel 5. Durch Messung und iterative Verbesserung wurde folgende Korrekturfunktion für den verwendeten Versuchsaufbau gefunden:

$$K_{FO}(t) = \frac{0.025}{3} \cdot \Omega^*(t) - 0.04 \text{ rad}; \quad K_\gamma = 0 \text{ rad}$$

Zu beachten ist, dass sich dann die Transformation nach Gl. (3.6) wie folgt ergibt:

$$\begin{aligned} \vec{I}_1^{R\Diamond}(t) &= \vec{I}_1^S(t) \cdot e^{-j\gamma_{rek,gl}(t)} \cdot e^{-jK_\gamma(t)} \\ &= i_d^\Diamond(t) + j \cdot i_q^\Diamond(t) \\ &= \vec{I}_1^R(t) \cdot e^{-j\gamma^\Diamond(t)} \end{aligned} \quad (7.5)$$

Da der Wert von  $K_{FO}$  und der Rekonstruktionsfehler  $\Delta\gamma$  nicht identisch sind, ergeben sich durch diese Transformation nicht die exakten feldorientierten Ströme. Diese Abweichung wird durch das Zeichen  $\Diamond$  ausgedrückt. Das bedeutet wiederum, dass das Reluktanzdrehmoment  $M_{rel}$  nicht, wie in Kapitel 6.3.1.3 vorausgesetzt, Null ist, und damit eine nichtlineare Drehzahlregelstrecke vorliegt. Diese „Feldverstärkung“ ( $i_d > 0A$ ) bewirkt aber eine Stabilisierung des Reglerverhaltens. Dieser Sachverhalt wurde auch in [69] festgestellt.

Die Auswirkungen dieser Nichtlinearität werden im folgenden Kapitel gezeigt, wobei wiederum die am Versuchsstand optimierten PI-Stromregler für die jeweilige Achse Verwendung fanden.

### 7.2.5.2 Drehzahl- und Winkelregelung

Die Ermittlung der Winkelgeschwindigkeit erfolgte analog zu Kapitel 7.2.4.2. Somit gilt auch für dieses Regelkonzept die Struktur aus Abb. 7.4.

In den Abb. 7.11 bis 7.15 sind einige Messergebnisse zu Positioniervorgängen im Leerlauf (d.h.  $M_{La} = 0Nm$ ) bei verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten  $\Omega_{mech}$  dargestellt.

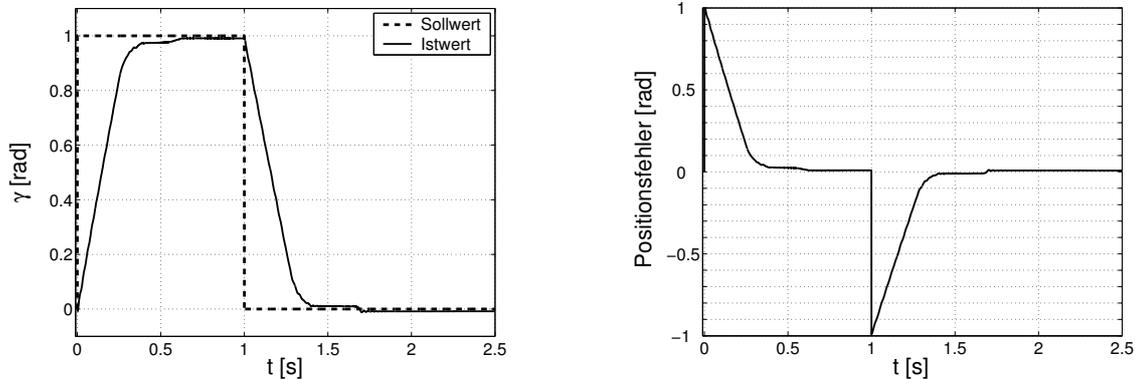


Abb. 7.11: Regelkonzept B: Sprungantwort im Leerlauf ( $M_L \approx 0Nm$ )

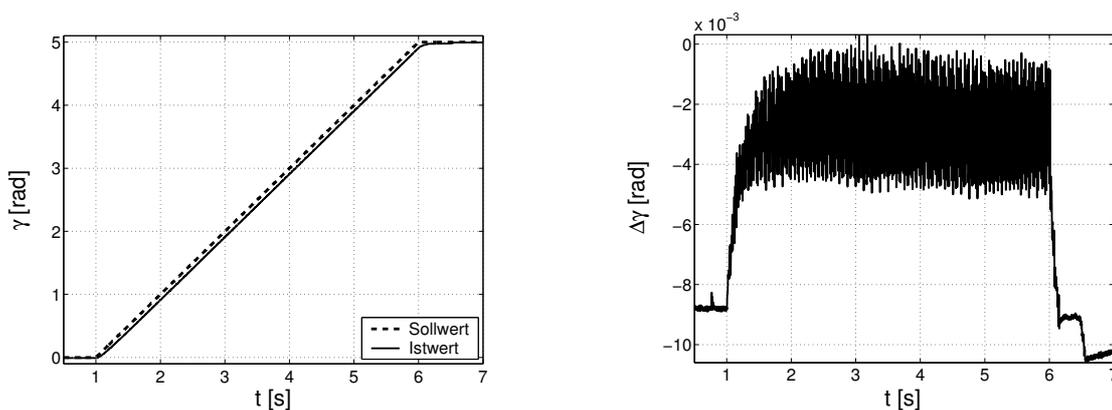


Abb. 7.12: Regelkonzept B: Positionieren mit  $\Omega_{mech} = +1 \frac{rad}{s}$  im Leerlauf ( $M_{La} \approx 0Nm$ )

Für diese Messungen wurden, außer der Korrekturfunktion  $K_{FO}$  laut Kapitel 7.2.5.1, keine weiteren Maßnahmen zur Kompensation von Fehlern angewandt. Alle drehzahl- und winkelabhängigen Fehler aus Kapitel 5 sind damit entsprechend wirksam.

Es fällt auf, dass beim Einlaufen des Winkelistwerts in den Sollwert ein transienter Übergang, eine Art „Nachregeln“, stattfindet. Dieser Effekt begründet sich in der Abhängigkeit der Korrekturfunktion  $K_{FO}$  vom Winkelgeschwindigkeitssollwert  $\Omega^*$ . Dieser Sollwert weist aber ein zeitliches Verhalten aufgrund der Filterungen in der Rekonstruktion (u.a. Einschwingzeit) auf. Hierdurch ist der zur Stromregelung verwendete korrigierte, rekonstruierte Winkelistwert ( $\gamma_{rek,gl} + K_{FO}(\Omega^*)$ ) immer zum realen Istwert  $\gamma$  zeitlich versetzt. Bei schnellen Positioniervorgängen ist es möglich, dass die Filter in der Rekonstruktion und Korrektur dem realen Verlauf nicht schnell genug folgen können. Schwingt die Regelung schneller ein als die Korrekturfunktion, wird der Winkel zuerst auf einen vorläufigen Endwert geregelt. Abhängig von der Dynamik der Rekonstruktion, der Korrektur und der Regler, wird der richtige Endwert erst später erreicht.

Eine Optimierung dieses transienten Vorgangs wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt.

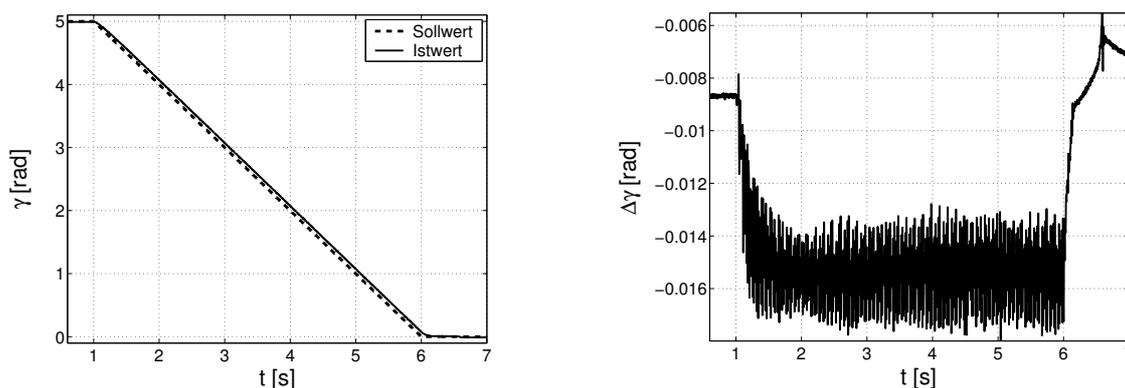


Abb. 7.13: Regelkonzept B: Positionieren mit  $\Omega_{mech} = -1 \frac{rad}{s}$  im Leerlauf ( $M_{La} \approx 0Nm$ )

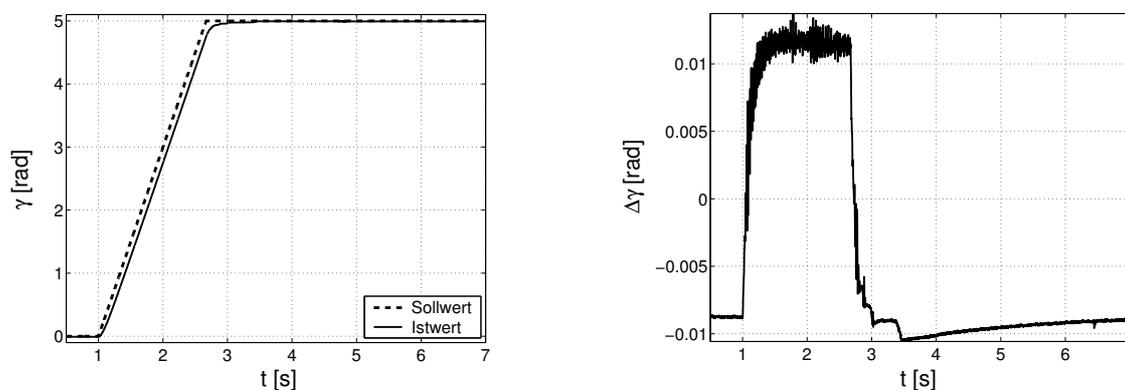


Abb. 7.14: Regelkonzept B: Positionieren mit  $\Omega_{mech} = +3 \frac{rad}{s}$  im Leerlauf ( $M_{La} \approx 0Nm$ )

Dies erfordert aufgrund der Einbindung der Rekonstruktion und Korrektur in den Regelkreis eine Betrachtung des Gesamtverhaltens des Systems und ist daher sehr aufwändig.

### 7.2.5.3 Lastverhalten

Das Lastverhalten dieses Regelkonzeptes zeigt eine deutliche Verbesserung am Versuchsstand gegenüber Konzept A (vgl. Kap. 7.2.4). Vor allem ist ein stabiler Betrieb bei Belastung der Motorwelle mit dem angekuppelten Servomotor möglich.

Das stationäre Lastverhalten ( $M_{La} \approx konst.$ ) ist vergleichbar mit dem Verhalten bei Regelung mit einem Sensor, da zum Beispiel im Stillstand ( $\Omega_{mech} = 0 \frac{rad}{s}$ ) ein stationäres Lastdrehmoment  $M_{La}$  bis zu 160% des Nenndrehmomentes  $M_N$  erreicht werden konnte.

Das dynamische Verhalten des sensorlos geregelten Systems ist natürlich abhängig vom dynamischen Verhalten der Rekonstruktion. Begrenzend wirkt hier das Zusammenspiel des äußeren Lastdrehmomentes  $M_{La}$  an der Motorwelle mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{mech}$  des Motors. Nach Gl. (3.39) ist das vom Motor aufzubringende innere Motordrehmoment  $M_{Mi}$  abhängig vom gesamten Lastmoment  $M_L$  und dem Beschleunigungsdrehmoment  $M_B$ . Das Beschleunigungsdrehmoment wiederum ist proportional zur Winkelbeschleunigung  $\frac{d\Omega}{dt}$ . Wird der geregelte Motor nun mit einem äußerem Lastdrehmoment  $M_{La}$  beaufschlagt, bewirkt das eine Beschleunigung der Welle in

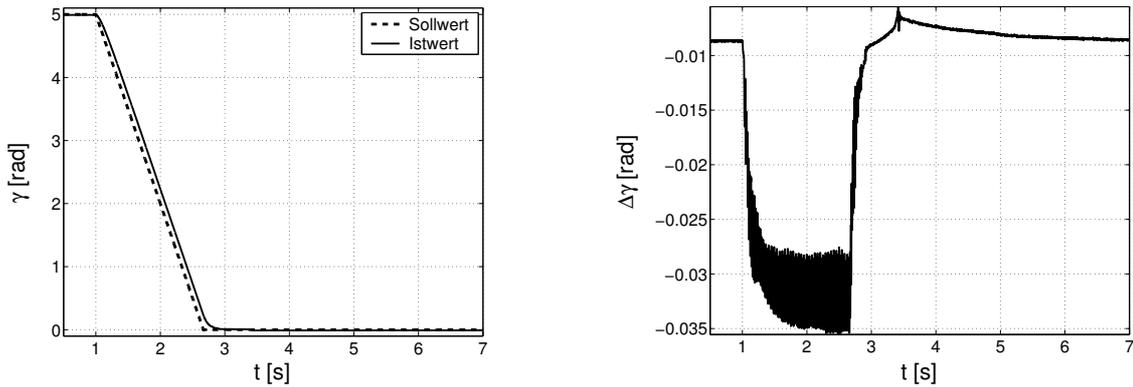


Abb. 7.15: Regelkonzept B: Positionieren mit  $\Omega_{mech} = -3 \frac{rad}{s}$  im Leerlauf ( $M_{La} \approx 0 Nm$ )

Wirkungsrichtung dieses Drehmomentes und damit ein Beschleunigungsdrehmoment  $M_B$ . Die Kaskadenregelung wirkt dieser Beschleunigung entgegen, wobei die hierbei maximal erreichte Winkelgeschwindigkeit der Motorwelle vom Betrag und der zeitlichen Änderung ( $\frac{d}{dt}$ ) des wirksamen äußeren Lastdrehmoment  $M_{La}$  und der Reglereinstellung (Reglerdynamik) abhängt. Überschreitet die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{mech}$  des Motors die Grenzen für stabilen Betrieb des Rekonstruktionsverfahrens, die im wesentlichen durch die Filterbandbreite  $\Delta f_{BP1/2}$  im Rekonstruktionsverfahren und die Höhe des Anregungssignals  $\overline{U}_C$  bestimmt werden (vgl. Kap. 4 und 5), geht die sensorlose Regelung in einen instabilen Betriebszustand über. Vor allem beim Betrieb der sensorlosen Regelung in der Nähe dieser Drehzahlgrenzen ist auch noch die Einschränkung der Drehmomentdynamik durch drehzahlabhängige Drehmomente wie das Dämpfungsdrehmoment  $M_D$  zu beachten. An dieser Stelle sollte erwähnt werden, dass Eigenfrequenzen im geregelten System ebenfalls Probleme verursachen können, wenn diese Frequenzen in der Nähe der Trägerfrequenz  $\overline{f}_C$  liegen bzw. in der Bandbreite der Auswertefilter  $\Delta f_{BP1/2}$  liegen (vgl. Kap. 4.4).

Zur Ermittlung des Lastverhaltens von Regelkonzept B wurden verschiedene Messungen durchgeführt, wovon einige repräsentative Ergebnisse im Folgenden dargestellt sind.

Zuerst wurde das Verhalten auf Änderungen des äußeren Drehmomentes untersucht. Hierzu wurden mit dem Belastungs-Servomotor (vgl. Kap. 8) rechteckförmige, rampenförmige und sinusförmige Lastprofile erzeugt. Bei einem Lastsprung wie in Abb. 7.16 (links) ist erkennbar, dass der Winkelwert  $\gamma$  des Rotors relativ schwach gedämpft in einen stationären Endwert einschwingt. Dieses transiente Verhalten ist bei schnellen Drehmomentänderungen erkennbar und auf die Wirkung des Drehmomentes auf die Rekonstruktion und damit auch auf die Regelung zurückzuführen (vgl. Kap. 5.4). Bei schnellen Drehmomentänderungen zeigt sich zudem verstärkt der Einfluss der Einschwingzeit der Rekonstruktionsfilter. Die Regelung schwingt entsprechend der Einstellung der einzelnen Reglerkaskaden ein, wobei hier auf eine möglichst stabile Auslegung für diesen Fall zu achten ist. Die Ursache für dieses schwach gedämpfte Einschwingen ist in der Korrekturfunktion  $K_{FO}$  zu suchen. Wie in Kapitel 7.2.5.1 bereits erwähnt, erzeugt diese Wahl einer Korrekturfunktion keine exakte Feldorientierung der Ströme und damit ist die Stromregelstrecke nichtlinear. Eine leichte Abweichung des in der Signalverarbeitung verwendeten Winkelwertes ist in der Praxis nicht ungewöhnlich, da auch bei Regelung mit Sensor durch Messungenauigkeiten (Auflösung, Signalverarbeitung, etc.) Abweichungen vom realen Winkel auftreten (vgl. [156]). Die

Verwendung eines Winkelsignals für die Feldorientierung, dass eine konstante Abweichung zum Rotorwinkelsignal aufweist, zeigte in der Simulation zwar abweichendes Verhalten der Regelung bei einem Lastsprung, eine Schwingungsneigung wurde aber nicht festgestellt. Weiterhin ist die Korrekturfunktion  $K_{FO}$  vom Winkelgeschwindigkeitssollwert  $\Omega_{mech}^*$  abhängig, womit eine weitere Nichtlinearität in den Stromregelkreis eingeht. Die Schwingung des Winkelwertes bei schneller Belastungsänderung lässt sich auf die Überlagerung dieser beiden Effekte zurückführen, wobei die Abhängigkeit vom Winkelgeschwindigkeitssollwert hier den stärkeren Einfluss ausübt.

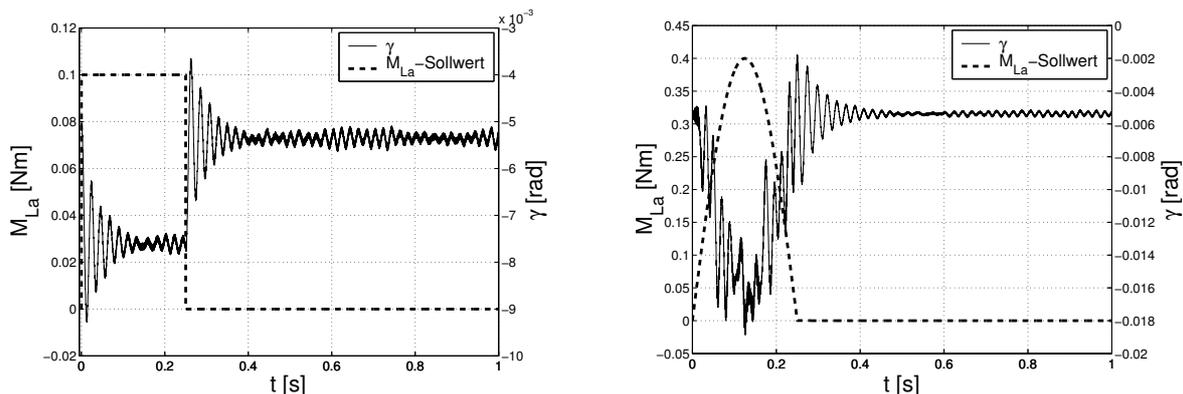


Abb. 7.16: Lastsprung und sinusförmiger Lastverlauf im Stillstand ( $\Omega_{mech} = 0 \frac{rad}{s}$ )

Vergleichbares Verhalten ist bei einem Lastverlauf mit einer Sinushalbwellenform, wie in Abb. 7.16 (rechts), erkennbar. Der Rotorwinkel  $\gamma$  schwingt relativ stark, solange der Lastverlauf nicht konstant ist, und schwingt auf einen Endwert ein, sobald die Belastung konstant wird.

Um diese Schwingungen zu vermeiden, ist eine langsamere Belastungsänderung anzustreben, die der Winkelrekonstruktion - und damit der sensorlosen Regelung - mehr Zeit für den Einschwingvorgang belässt. Eine Möglichkeit bietet eine rampenförmige Laständerung, wie in Abb. 7.17 gezeigt. Obwohl das äußere Lastdrehmoment  $M_{La}$  einen höheren Wert erreicht als in den vorherigen Profilen, ist der Winkelverlauf nicht so stark schwingungsbehaftet.

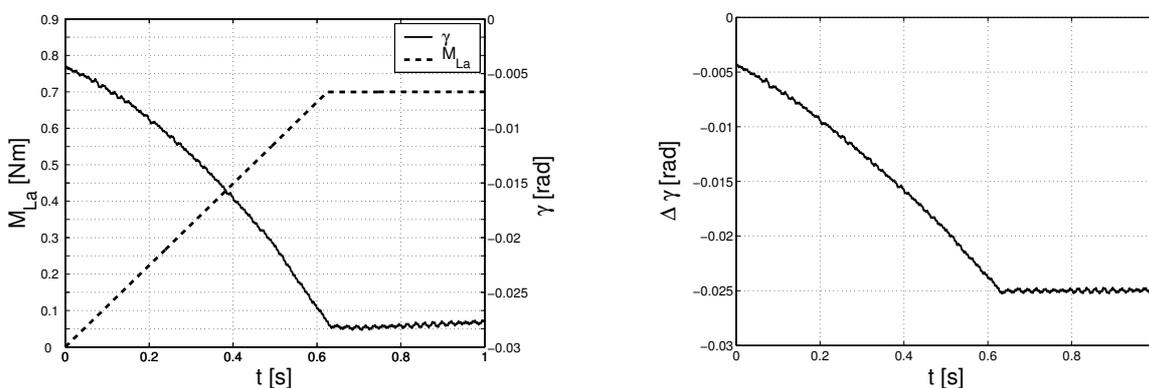


Abb. 7.17: Lastrampe ( $M_{La} = 0 \rightarrow 0.7 Nm$ ) im Stillstand ( $\Omega_{mech} = 0 \frac{rad}{s}$ )

Da sich in der Praxis schnell ändernde Belastungen und Lastsprünge nicht immer vermeiden lassen, muss bei einer Anwendung dieses Verfahrens mit diesen Schwingungen gerechnet werden.

Nun stellt sich aber noch die Frage, welches Verhalten diese sensorlose Regelung nach Konzept B bei konstanter Belastung ( $M_{La} = \text{konst.}$ ) zeigt. Um diese Frage zu klären, wurden verschiedene Winkelprofile (Positionieren, Reversieren) bei konstanten äußeren Lastdrehmomenten  $M_{La}$  untersucht. Die Abbn. 7.18 bis 7.20 zeigen hier einige repräsentative Messungen bei einer Winkelgeschwindigkeit im mittleren Bereich der für das Verfahren möglichen Drehzahlen.

Bei höheren Drehzahlen bzw. Winkelgeschwindigkeiten innerhalb der Stabilitätsgrenzen ergeben sich vergleichbare Ergebnisse mit dem Unterschied, dass der Fehler  $\Delta\gamma$  entsprechend der Winkelgeschwindigkeit höher oder niedriger ausfällt. Dies begründet sich in der Überlagerung der verschiedenen Fehlerarten der Rekonstruktion (vgl. Kap. 5), wie zum Beispiel dem Drehzahlfehler und dem Drehmomentfehler.

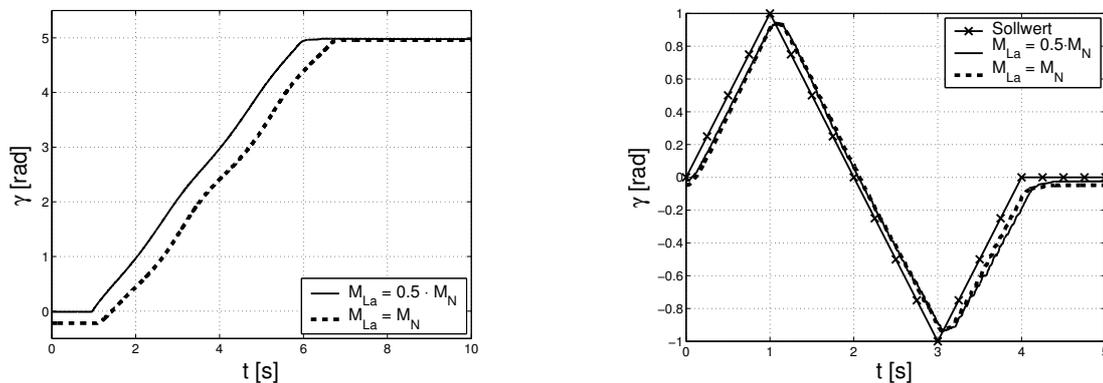


Abb. 7.18: Positionieren und Reversieren mit  $|\Omega_{mech}| = 1 \frac{rad}{s}$  unter Belastung

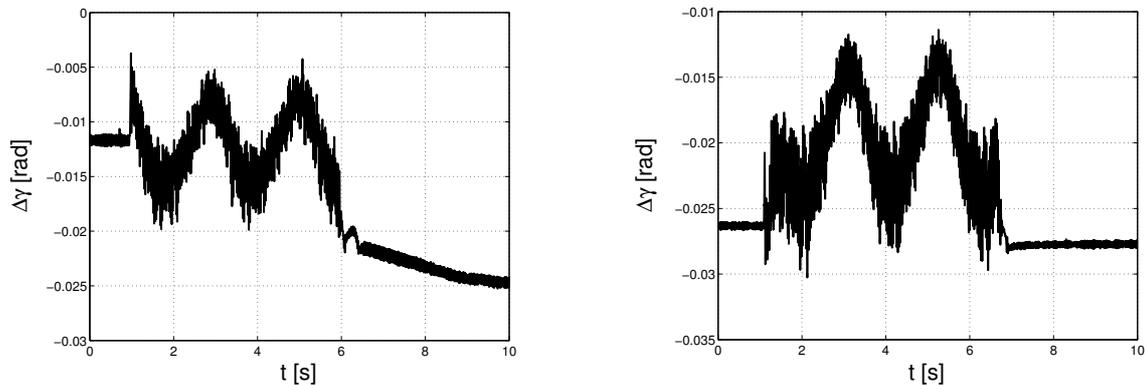


Abb. 7.19: Rekonstruktionsfehler beim Positionieren mit  $\Omega_{mech} = 1 \frac{rad}{s}$  unter Belastung  
(links:  $M_{La} = \frac{M_N}{2}$ ; rechts:  $M_{La} = M_N$ )

Festzustellen ist, dass sich bei konstanter Belastung ähnliche Ergebnisse für die Positionierung ergeben wie im unbelasteten Fall (vgl. Kap. 7.2.4.2). Allerdings ist im Stillstand ein drehmomentabhängiger Fehler vorhanden, der aufgrund des Drehmomentfehlers im Rekonstruktionsverfahren (vgl. Kap. 5.4) nicht ausgeglichen wird. Da keine Kompensation von drehmomentbedingten Rekonstruktionsfehlern oder Initialisierungsfehlern vorgenommen wurde (vgl. Kap. 7.2.5.1), ist der

Startwinkel  $\gamma(t = 0s)$  entsprechend des jeweiligen Drehmoments verschoben. Dies gilt auch für alle vorangegangenen Messungen zu Kapitel 7.2.5.3.

Auffällig ist in den Abbn. 7.18 bis 7.20 auch eine periodische Schwingung im Winkelsignal und im Fehlersignal. Diese Schwingung begründet sich auf den Einfluss des Belastungsservomotors, da dessen Pole Rastdrehmomente erzeugen, die sich als Rekonstruktionsfehler niederschlagen und im Fehlersignal  $\Delta\gamma(t)$  deutlich erkennbar sind (Drehmomentfehler der Rekonstruktion, vgl. Kap. 5.4).

Im Fall der Positionierung wird nur eine positive Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  gezeigt, da sich bei Umkehr der Drehrichtung analoge Ergebnisse einstellen. Grundsätzlich ist festzustellen, dass sich

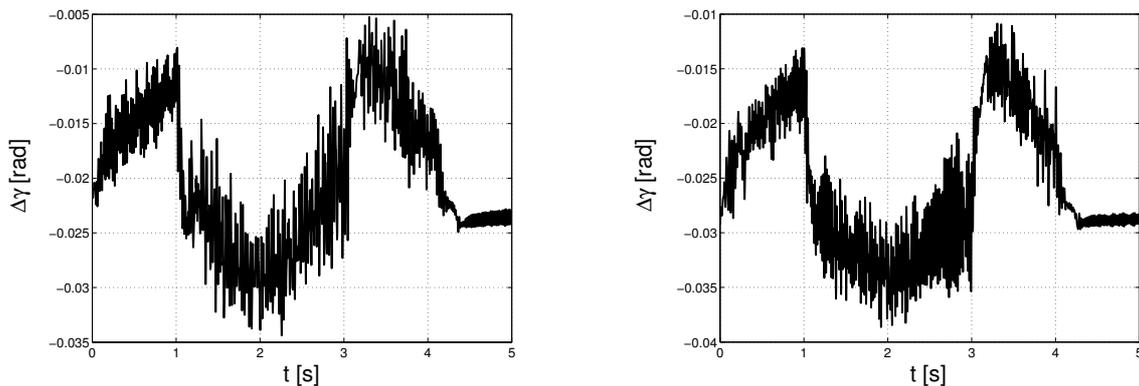


Abb. 7.20: Rekonstruktionsfehler beim Reversieren mit  $|\Omega_{mech}| = 1 \frac{rad}{s}$  unter Belastung  
(links:  $M_{La} = \frac{M_N}{2}$ ; rechts:  $M_{La} = M_N$ )

durch die Belastung des Motors mit einem äußeren Lastdrehmoment  $M_{La}$  eine Abweichung im Winkel ergibt, die stationär vom Betrag des Lastdrehmoments und dynamisch von der zeitlichen Änderung der Last  $\frac{dM_{La}}{dt}$  abhängt. Um diesen Fehler zwischen Soll- und Istwert des Rotorwinkels (Positionierfehler) zu minimieren, ist eine Kompensation notwendig, die allerdings von den jeweiligen Motorparametern und dem verwendeten Regler (Struktur und Dynamik) abhängt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde diese Untersuchung nicht durchgeführt.

#### 7.2.5.4 Grenzen

Die Grenzen dieses Regelkonzeptes sind natürlich abhängig von der jeweiligen Regelstrecke, das heißt vom Motor und der angekuppelten Belastung. Alle nachfolgend dargestellten Ergebnisse beziehen sich nur auf den verwendeten Versuchsaufbau (vgl. Kap. 8) und können bei anderen Konfigurationen davon abweichen.

Wie in Kapitel 7.2.4.4 ergab sich auch hier für die Winkelgeschwindigkeit eine Grenze bei einer für den Motor verhältnismäßig kleinen Drehzahl. Als Obergrenze konnte im Leerlauf ( $M_{La} = 0Nm$ )  $\Omega_{mech,max} = 4.7 \frac{rad}{s}$  ( $n \approx 44.8 min^{-1}$ ) erreicht werden (vgl. Abb. 7.21), wobei diese Begrenzung durch die Bandbreite der Filter in der Rekonstruktion entsteht.

Bei sehr kleinen Winkelgeschwindigkeiten begrenzen Schwingungen im Rekonstruktionssignal den sensorlosen Betrieb. Ursache hierfür sind einerseits Stromharmonische aufgrund von positionabhängigen Fehlern (vgl. Kap. 5.3) und andererseits drehmomentabhängige Fehler aufgrund

der Polteilung (Rastung) des Belastungs-Servomotors (vgl. Kap. 7.2.5.3). Beide Fehlerarten zeigen entsprechende Wirkungen auf die Rekonstruktion und damit die sensorlose Regelung. Bei sehr kleinen Winkelgeschwindigkeiten  $\Omega$  (d.h.  $\frac{d\gamma_{rek}}{dt} = \Omega_{rek}$  ist klein) werden diese Ortsfrequenzen nicht so stark durch die Rekonstruktionsfilter (vgl. Kap. 4.4 und 7.2.2) und die Regelung bedämpft wie bei höheren Winkelgeschwindigkeiten (d.h.  $\frac{d\gamma_{rek}}{dt}$  ist groß). Das wirkt sich auf die erzielbaren Genauigkeiten von Winkelposition und Winkelgeschwindigkeit der Regelung aus und hängt natürlich von Höhe und Frequenz dieser Ortsfrequenzen, und damit den verwendeten Geräten (Motor, Belastung), ab. Die Regelung folgt der fehlerhaften rekonstruierten Position und ist damit entsprechend ungenau (Bemerkung: Signal-Rausch-Verhältnis nimmt ab). Zur Verbesserung wäre eine Adaptation der Regelung und der entsprechenden Filter denkbar, was aber die Reglerdynamik bei kleinen Winkelgeschwindigkeiten verschlechtert.

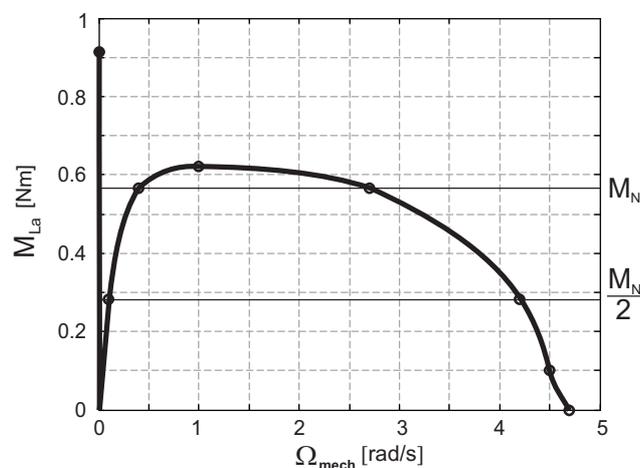


Abb. 7.21: Regelkonzept B: Stationäre  $M_{La}$ - $\Omega_{mech}$ -Betriebsgrenzkennlinie

Die Grenzen der Winkelgeschwindigkeit sind zudem abhängig von der jeweiligen äußeren Belastung  $M_{La}$ . Diese Abhängigkeit im stationären Betrieb zeigt das gemessene Lastdrehmoment-Winkelgeschwindigkeits-Verhalten in Abb. 7.21. Diese Betriebskennlinie stellt die ermittelte Grenze des möglichen Betriebs dar. Aufgrund der erreichbaren Lastdrehmomente über dem Nenndrehmoment  $M_N$  sind die Winkelgeschwindigkeiten  $\Omega_{mech}$  zwischen  $0.5 \frac{rad}{s}$  und  $2.5 \frac{rad}{s}$  wohl am besten für den sensorlosen Betrieb mit diesen Geräten (vgl. Kap. 8) geeignet. Im Stillstand konnte das äußere Lastdrehmoment  $M_{La}$  bis nahe an das Kippdrehmoment ( $\approx 0.915 Nm$ ) erhöht werden. In Abb. 7.21 ist dieses Drehmomentverhalten im Stillstand durch eine Linie bei  $\Omega_{mech} = 0 \frac{rad}{s}$  gekennzeichnet, die vom Lastdrehmoment  $M_{La} = 0 Nm$  bis zu diesem erzielten Maximalwert  $M_{La} \approx 0.915 Nm$  reicht. Einschränkend ist zu beachten, dass hierbei die Belastung nur sehr langsam erhöht wurde. Bei schnellen Laständerungen kann nur ein der zeitlichen Änderung der Last  $\frac{dM_{La}}{dt}$  entsprechender kleinerer Wert erreicht werden.

Begrenzend für das Betriebsverhalten des sensorlosen Regelungsverfahrens wirkt neben den bereits erwähnten Bandbreiten der Filter in der Winkelrekonstruktion auch das maximal erreichbare innere Motordrehmoment  $M_{Mi}$ . Je höher die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{mech}$  des Motors wird, desto höher werden auch konstruktionsbedingte Lastdrehmomentanteile (vgl. Gl. (3.39)) wie das drehzahlabhängige Dämpfungs-drehmoment  $M_D$ . Auch das Reibdrehmoment  $M_R$  muss nicht konstant sein, sondern kann auch eine drehzahlabhängige Komponente beinhalten. Außerdem benötigt der

Motor Drehmoment, um zu beschleunigen (Beschleunigungsdrehmoment  $M_B$ ) und um z. B. die Rastdrehmomente des Belastungs-Servomotors zu überwinden. Bei den kleinen Winkelgeschwindigkeiten wirkt natürlich wieder der Einfluss von Ortsfrequenzen auf die Rekonstruktion begrenzend. Das Zusammenspiel all dieser Einflüsse begrenzt den Bereich für einen stabilen Betrieb der sensorlosen Regelung. Die jeweiligen Einflüsse gehen fließend ineinander über, und je nach äußerem Lastdrehmoment  $M_{La}$  und Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_{mech}$  ist jeweils ein anderer Einfluss dominant.

Schließlich stellt sich noch die Frage nach der Positioniergenauigkeit. Grundsätzlich ist diese Frage nicht allgemeingültig zu beantworten, da viele Einflüsse auf die Rekonstruktion wirken (vgl. Kap. 5). Im Stillstand wird die Positioniergenauigkeit im wesentlichen von der resultierenden Phasenlage der Filter (vgl. Abbn. 4.8 und 4.9, Kap. 5.2) in diesem Arbeitspunkt (Sollposition), vom gesamten positionsabhängigen Fehler (vgl. 5.3) in diesem Arbeitspunkt und der äußeren Belastung (vgl. Kap. 5.4) bestimmt. Das heißt, je nach Arbeitspunkt, Geräten (Motor, Regelung, Frequenzumrichter, etc.) und äußerer Belastung wird der Fehler unterschiedlich ausfallen. Zur Angabe eines Positionierfehlers müssen damit immer alle Einflussfaktoren betrachtet werden.

Für die betrachtete sensorlose Regelung nach Regelkonzept B ohne Fehlerkompensation kann die erreichbare Genauigkeit der Positionierung im unbelasteten Zustand (Leerlauf) aus den Abbn. 7.12 bis 7.15 entnommen werden. Sie variiert, abhängig von der jeweiligen Winkelposition des Rotors, im Bereich von etwa  $0 \dots 5.5 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$  ausgehend vom Fehler im Nullpunkt. Der Fehler im Nullpunkt wiederum ist abhängig von der Phasenlage der Rekonstruktionsfilter und dem Lastdrehmoment  $M_L$  bei der Initialisierung der Winkelnulllage. Dieser positionsabhängigen Genauigkeit überlagert sich noch eine Abweichung durch die äußere Belastung  $M_{La}$ , wie sie zum Beispiel in Abb. 7.17 dargestellt ist. Bei Rotorbewegung addiert sich noch der drehzahlabhängige Fehler nach Kapitel 5.2.

### 7.3 Vergleich mit sensorbasierter Regelung

Eine sensorlose Regelung bietet in gewissen Anwendungen Vorteile. Es werden Kosten (Installation, Kabel, Messsystem) gespart, und in rauen Umgebungen erhöht sich die Robustheit, da das eingesparte, häufig optische Messsystem am anfälligsten ist.

Wie in den vorangegangenen Kapiteln gezeigt wurde, ergeben sich bei der gezeigten Methode auch einige Nachteile. In Abb. 7.22 sind je ein Sollwertsprung (Winkel) und ein Lastsprung (rechteckförmiger Verlauf) eines mit Sensorrückführung geregelten Motors dargestellt. Der Vergleich mit entsprechenden Messungen (z.B. Abb. 7.11 und Abb. 7.16) zeigt, dass eine sensorlose Regelung Einschränkungen bei der Dynamik und beim Lastverhalten nach sich zieht. Vergleichbare Ergebnisse zeigen sich im Reversierbetrieb. Das Messergebnis mit Sensorrückführung in Abb. 7.23 weicht weniger vom Sollwertverlauf bei Nennbelastung ab als die sensorlose Regelung in Abb. 7.18. Am auffälligsten ist hier der Fehler aufgrund der Belastung, da dieser einen permanenten Offset im Winkel bei der sensorlosen Regelung ergibt.

Verbesserungsmöglichkeiten wurden in Kapitel 5.5 gezeigt, sind aber immer abhängig vom Motor, dem Frequenzumrichter und dem Lastverlauf. Wichtig ist auch die Feststellung, dass das vorgestellte Verfahren nur in einem eingeschränkten Drehzahlbereich um den Stillstand funktioniert. Bei höheren Drehzahlen kann auf ein anderes Verfahren, zum Beispiel eine EMK-basierte Metho-

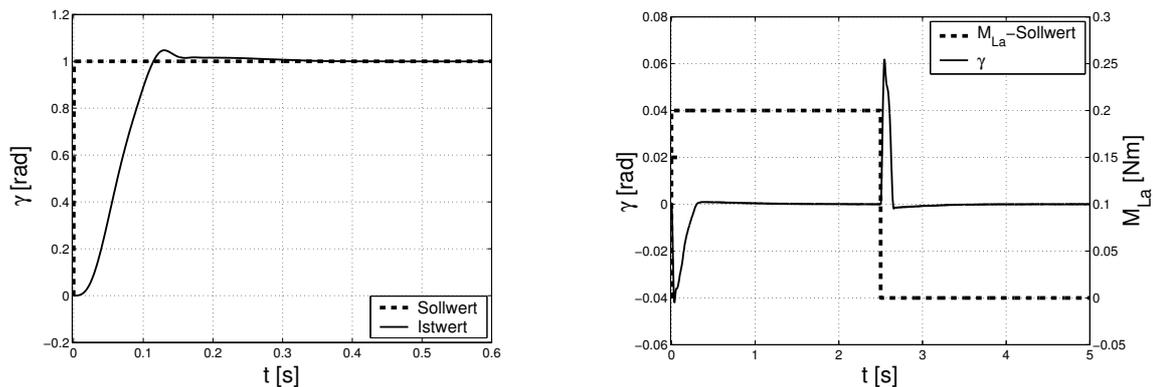


Abb. 7.22: Regelung mit Sensor: Sprungantworten bei Führungsgrößen- und Lastmomentsprung bei angekuppeltem Servomotor ( $T_{en} = 10\text{ms}$ )

de wie in [141], umgeschaltet werden. Hierzu wird aber eine Umschaltstrategie nötig, wie sie unter anderem in [180] beschrieben ist.

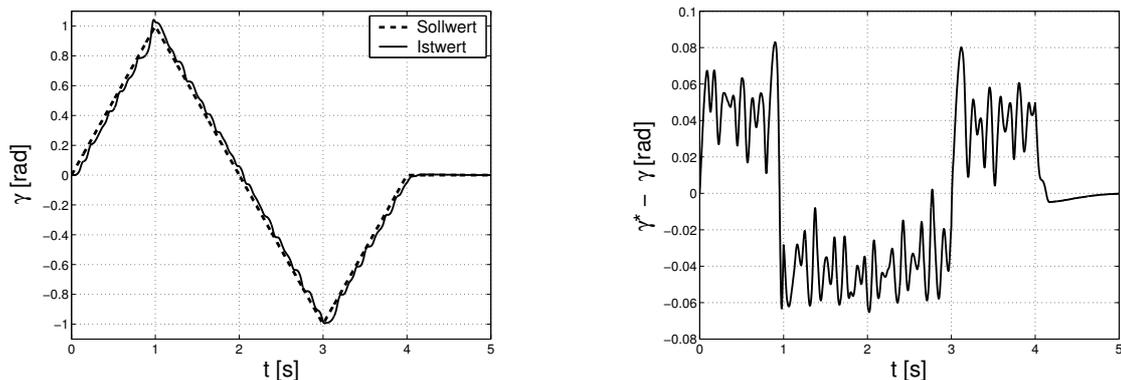


Abb. 7.23: Regelung mit Sensor: Positionierfehler beim Reversieren mit  $|\Omega_{mech}| = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  und  $M_{La} = M_N$ , (links: Winkelprofil; rechts: Positionierfehler)

Neben den bereits festgestellten Einschränkungen bezüglich der zulässigen Bereiche für Drehzahl und Belastungsmoment sind noch zwei weitere Nachteile für trägerfrequenzbasierte Verfahren anzuführen: Wirkungsgrad und Geräusche.

Das Trägersignal (vgl. Kap. 4.2.2 und 4.2.3) wird zur Winkelrekonstruktion genutzt und muss zusätzlich zum Steuersignal aufgebracht werden. Der Wirkungsgrad eines Motors definiert sich aus dem Quotienten der mechanischen Leistung an der Motorwelle mit der elektrischen Scheinleistung  $S$  an den Motorklemmen. Das Trägersignal wird als elektrische Leistung in den Motor eingespeist, soll aber möglichst keinen Einfluss auf das Drehmoment haben und verschlechtert somit definitionsgemäß den Wirkungsgrad des Motors. Diese zusätzlich erforderliche elektrische Scheinleistung errechnet sich näherungsweise (Annahmen: hohe Trägerfrequenz  $\bar{f}_C$ , kleiner Widerstand  $R$ , vgl. Kap. 4.2.2) wie folgt

$$\bar{S}_C = 3 \cdot \bar{U}_{C,eff} \cdot \bar{I}_{C,eff} \approx \frac{\bar{U}_C^2}{\bar{\omega}_C \cdot (L_1 + L_2)},$$

und ist von den Motorparametern ( $L_1$ ,  $L_2$  und  $R$ ), der Trägerkreisfrequenz  $\bar{\omega}_C = 2\pi \cdot \bar{f}_C$  und der Trägerspannungsamplitude  $\bar{U}_C$  abhängig.

Inwiefern die Trägerscheinleistung allerdings wirklich einen Nachteil darstellt, hängt von der Leistung ab, die für ein gleichwertiges Winkelmesssystem notwendig wäre.

Bei der Verwendung einer Trägerfrequenz  $\bar{f}_C$  unterhalb von etwa  $10\text{kHz}$  wird das Trägersignal aufgrund magnetischer Effekte im Motor (Magnetostriktion) hörbar sein, und mit steigender Trägerstromamplitude  $\bar{I}_C$  wird der jeweilige Ton lauter. Da sich nach Kapitel 4.4.2 bestimmte technische Beschränkungen der Trägerfrequenz  $\bar{f}_C$  bei Verwendung eines PWM-Umrichters ergeben, werden die trägerfrequenzgenerierten Geräusche nicht oder nur schwer zu vermeiden sein. Eine Erhöhung der Schaltfrequenzen der PWM-Umrichter zur Vermeidung dieser hörbaren Geräusche ist derzeit aus technischen Gründen nicht sinnvoll, da hierdurch im Motor frequenzabhängige Eisenverluste verstärkt werden. Für Anwendungen, die sich dauerhaft im Hörbereich von Personen befinden, sind trägerfrequenzbasierte Verfahren somit nur bedingt geeignet.

## 8 Versuchsaufbau

### 8.1 Einführung

Zur Verifizierung der dargestellten Methoden in der Praxis wurde ein Versuchsstand (vgl. Abb. 8.1) aufgebaut. Die entsprechenden Größen und Parameter sind tabellarisch in Kapitel 8.3 aufgeführt.

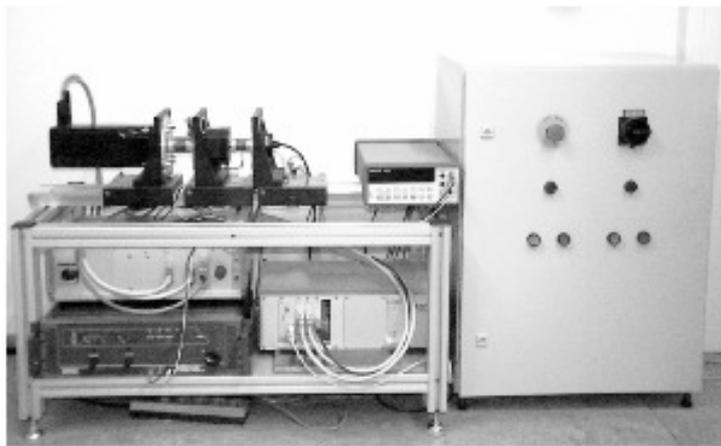


Abb. 8.1: Gesamter Versuchsaufbau

### 8.2 Motoren und Steuerung

#### 8.2.1 Motorsatz und Drehgeber

Die Versuche wurden mit einem Hybridschrittmotor VRDM 397/50 LHA von Berger Lahr durchgeführt, der laut Datenblättern (vgl. [195], [196]) bei Dreieckschaltung ein Haltedrehmoment von  $1.7 Nm$  aufweist. Am Versuchsstand wurde der Schrittmotor (Abb. 8.2 Mitte) in Sternschaltung betrieben, wodurch sich die Belastbarkeit entsprechend verringert.

Zur Simulation des Lastverhaltens diente ein Servoantrieb (AC-Servomotor M506K, Abb. 8.2 links, und Servoregler SCE 905) der Firma BAUTZ. Laut Datenblätter (vgl. [14], [15]) erreicht er ein Stillstandsrehmoment von  $6.9 Nm$  bei einer Stromreglerbandbreite von  $1500 Hz$ . Der Servoantrieb wurde strom- bzw. drehmomentgeregelt betrieben, wobei der Drehmomentsollwert als Analogwert von der Schrittmotorsteuerung vorgegeben wurde. Aufgrund der hohen Regelkreisbandbreite der Stromregelung konnten somit annähernd beliebige bis hin zu sprungförmigen Drehmomentänderungen am Servomotor erzielt werden. Diese Drehmomente dienen als Lastdrehmomente für den angekuppelten Hybridschrittmotor.

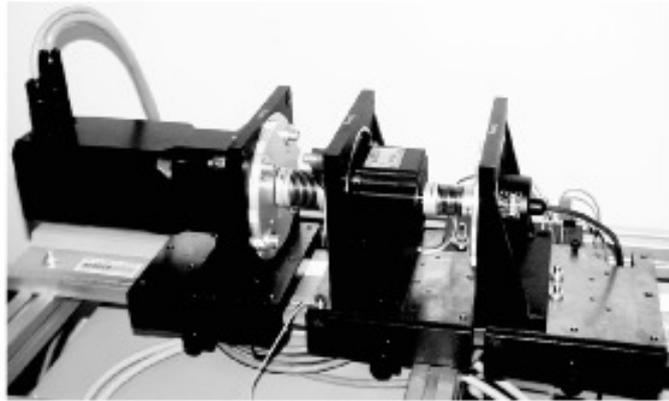


Abb. 8.2: Motorsatz mit Drehgeber

Den Motorsatz komplettiert ein inkrementaler Drehgeber des Typs ROD 486 der Firma Heidenhain mit 3600 Strichen pro Umdrehung (vgl. [72]). Die Sinus-Kosinus-Signale des Drehgebers (Abb. 8.2 rechts) werden in der Steuerung 4Con 1024-fach interpoliert und daraus ein inkrementaler, d.h. relativ zu einer initialisierten Nullposition, Winkelwert und die Drehzahl des Motorsatzes ermittelt. Die Drehgebersignale dienen zur Validierung der Ergebnisse der verschiedenen Steuer-, Regel- und Rekonstruktionsverfahren.

An beweglichen Motorböcken waren die Motoren und der Drehgeber annähernd zentrisch zueinander befestigt und über Metallbalgkupplungen miteinander verkuppelt. Die Kupplungen wurden so gewählt, dass die Steifigkeiten und somit die Eigenfrequenzen möglichst hoch liegen (berechnete Eigenfrequenzen: Hybridschrittmotor-Servomotor:  $1325.75\text{ Hz}$ ; Hybridschrittmotor-Drehgeber:  $4044.26\text{ Hz}$ ).

### 8.2.2 Steuerung

Für die Untersuchung neuer Steuerungs- oder Regelungsverfahren ist es zweckmäßig, einen einfachen Zugriff auf alle relevanten Größen und Parameter in der verwendeten Hard- und Software zu haben. Die Steuerung 4Con, die am Lehrstuhl für Feingerätebau und Mikrotechnik der TU München zur hochgenauen Regelung von Lineardirektantrieben entwickelt wurde (vgl. [36]), stellte diese Möglichkeit zur Verfügung, da über ein Programm in der Hochsprache C ein Zugriff auf alle Eingänge (Drehgeber- und Strommesssignale), Ausgänge (PWM- und Analogausgänge) und Zwischenwerte möglich ist.

Zudem war bereits eine Bedienoberfläche zur Steuerung, Visualisierung und Online-Messung vorhanden, die eine schnelle Überprüfung und Messung ermöglichte.

Auf der Hardwareseite besteht dieses Steuerungssystem aus einem Dreiphasen-IGBT-Frequenzumrichter, dessen Zwischenkreisgleichspannung über ein Schaltnetzgerät (vgl. [210]) bereitgestellt wird. Der Umrichter wird über einen Digitalen Signalprozessor (SHARC-DSP ADSP-21061 KS-200, 32-Bit floating point,  $f_{clock} = 50\text{ MHz}$ , vgl. [11]) gesteuert. Die Erfassung der Strommesswerte erfolgt an Shuntwiderständen über ein Oversampling-Verfahren und 1-Bit- $\Sigma$ - $\Delta$ -Wandlung, was eine effektive Auflösung von etwa 12Bit bei einem Messbereich von  $10\text{ A}$  erlaubt (vgl. [37]). Die Rechenleistung des DSP ermöglicht eine Abtastfrequenz von  $f_A = 20\text{ kHz}$  für alle notwendigen

Operationen. Alle Regelkreise und die Rekonstruktion werden mit dieser Abtastfrequenz betrieben.

### 8.3 Parameter

Bei Messungen am Motor VDRM 397/50 LHA von Berger Lahr bzw. aus den Datenblättern (vgl. [195], [196]) wurden für Sternschaltung folgende Motorparameter ermittelt:

Ohmscher Widerstand $R$ :	$0.45 \Omega$
<b>Drehfeldinduktivitäten:</b>	
d-Richtung $L_d$ :	$2.85 \text{ mH}$
q-Richtung $L_q$ :	$2.75 \text{ mH}$
Zwischenkreisspannung $U_{ZWK}$ :	$40.0 \text{ VDC}$
Haltestrom $I_H$ :	$5.8 \text{ A}$ (lt. Datenblatt, $\Delta$ -Schaltung)
Permanentmagnetischer Rotorfluss $\hat{\Psi}_0$ :	$6.1 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$
Dämpfungskonstante $D$ :	$4.0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Nms}}{\text{rad}}$
<b>Massenträgheitsmomente:</b>	
Rotor $J_R$ :	$110.00 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$
Drehgeber $J_{DG}$ :	$1.45 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$
Kupplung $J_{Kup}$ :	$10.30 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$
Gesamt $J_{ges}$ :	$121.75 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$
<b>Drehmomente:</b>	
Haltdrehmoment $M_H$ :	$1.7 \text{ Nm}$ (lt. Datenblatt, $\Delta$ -Schaltung)
Kippdrehmoment $M_K$ :	$0.915 \text{ Nm}$
Nenn Drehmoment $M_N$ :	$0.5667 \text{ Nm}$
Reibdrehmoment $M_R$ :	$40.0 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$
Rastdrehmoment $\hat{M}_S$ :	$10.0 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$
Polpaarzahl $N_r$ :	50

## 9 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde ein Verfahren vorgestellt, das geeignet erscheint, einen Hybridschrittmotor bzw. einen hochpoligen Synchron-Servomotor sensorlos positionsgeregelt zu betreiben. Sensorlos bedeutet in diesem Fall, dass ein Messsystem für den Rotorwinkel nicht benötigt wird, da dieser über ein Rekonstruktionsverfahren aus dem Stromsignal gewonnen wird. Einschränkend wurde in Kauf genommen, dass das Verfahren nur für kleine Drehzahlen und den Stillstand funktionieren muss, da für höhere Drehzahlen bereits Lösungen vorliegen (u.a. [141]).

Nach einer Einleitung in das Thema im ersten Kapitel wird im zweiten Kapitel der Stand der Technik bei der sensorlosen Regelung dargestellt. Aufgrund der Feststellung, dass die meisten Verfahren entweder auf der Auswertung der EMK oder der Auswertung von Reluktanzeffekten beruhen, wird eine genauere Aufteilung vorgenommen. Neben der einfachen Schrittwinkelerkennung beim Schrittmotor wurden in den letzten Jahren verschiedene Methoden zur Winkelrekonstruktion entwickelt und verbessert. Hierzu zählen die Auswertung der EMK, nichtlineare Verfahren, wie zum Beispiel Kalman-Filter, sowie die Auswertung der Reluktanz (magnetischer Widerstand) und Verfahren der künstlichen Intelligenz zur Ermittlung des Rotorwinkels. Diese verschiedenen Möglichkeiten zur sensorlosen Regelung werden anhand von Literaturbeispielen erläutert. Alle Verfahren werden abschließend miteinander verglichen und anhand der Eignung für eine Positionsregelung bewertet.

Die Herleitung eines Modells für einen Hybridschrittmotor wird in Kapitel 3 durchgeführt. Der Hybridschrittmotor wird als hochpoliger Synchron-Schenkelpolmotor betrachtet, da diese Annahme in vorangegangenen Arbeiten bewiesen wurde. Ausgehend von der Spannungsdifferentialgleichung eines dreiphasigen Synchronmotors werden die Strom- und Flussgleichungen in statorfesten und rotorfesten (feldorientierten) Koordinaten berechnet. Die mechanische Bewegungsgleichung für den Rotor vervollständigt das Motormodell, das am Kapitelende in Form eines Wirkungsplans (Signalflussplans) graphisch dargestellt wird.

Das vierte Kapitel beschreibt das Verfahren zur Winkelrekonstruktion, ausgehend vom Motormodell aus Kapitel 3. Aus der Anregung des Motors mit einem Spannungsraumzeiger wird der stationäre Stromraumzeiger ermittelt. In diesem Stromraumzeiger ist eine Abhängigkeit vom mechanischen Rotorwinkel erkennbar, wenn sich die Reluktanz und damit die Induktivität des Motors mit dem Rotorwinkel ändert. Ein Spannungsraumzeiger fester Frequenz und Amplitude bewirkt bei einem winkelabhängigen Induktivitätsverlauf eine Amplitudenmodulation des Stromes und wird hier zur Rekonstruktion genutzt. Um eine Entkopplung der Rekonstruktion von den drehmomenterzeugenden Steuerströmen zu erzielen, wird ein zusätzliches, hochfrequentes Trägersignal verwendet. Der nun aus Steuer- und Trägersignal bestehende Stromraumzeiger wird errechnet und das Demodulationsverfahren sowie die Winkelrekonstruktion werden schrittweise beschrieben. Abschließend erfolgt eine Untersuchung der Trägerfrequenz und der im Verfahren verwendeten Filter bezüglich geeigneter Einstellungen für das Verfahren.

Da sich am Versuchsaufbau Abweichungen des rekonstruierten Winkels vom realen Rotorwinkel

---

bei verschiedenen Betriebsbedingungen gezeigt haben, werden diese Abweichungen im Kapitel 5 untersucht und Kompensationsmöglichkeiten aufgezeigt. Es zeigte sich, dass die Rekonstruktionsfehler in drei Gruppen aufgeteilt werden können: drehzahlabhängige Fehler, positionsabhängige Fehler und drehmomentabhängige Fehler. Diese Fehlergruppen werden auf ihre Ursachen hin analysiert und Möglichkeiten zur Kompensation werden dargestellt und diskutiert.

Zur Überleitung auf die sensorlose Regelung sind im sechsten Kapitel die verschiedenen Möglichkeiten, einen Schrittmotor zu betreiben, beschrieben. Neben der klassischen Schrittfortschaltung im Vollschritt-, Halbschritt- und Mikroschrittbetrieb und deren verschiedenen Realisierungen und Problemen, wird hier die Herleitung der Reglerparameter einer PI-Kaskadenregelung für einen Synchronmotor gezeigt.

Die Ergebnisse, welche sich mit der Verwendung der Winkelrekonstruktion nach Kapitel 4 in einer sensorlosen Regelung erzielen lassen, sind in Kapitel 7 dargestellt. Nach der Beschreibung von Modifikationen an der Regelung und zusätzlichen Filtern werden zwei verschiedene Regelkonzepte erläutert und untersucht. Hierbei zeigte sich, dass eine äußere Belastung mit einem Drehmoment an der Motorwelle nur dann möglich ist, wenn eine geeignete Korrektur- bzw. Kompensationsfunktion für den rekonstruierten Winkel gewählt wird. Die Ergebnisse beider Konzepte sind anhand von Messungen dargestellt und werden erläutert. Anhand dieser Ergebnisse werden die Grenzen für das jeweilige Konzept bestimmt und abschließend mit der Regelung mit Messrückführung verglichen.

Im Kapitel 8 wird schließlich noch der verwendete Versuchsaufbau beschrieben.

Zum Ende dieser Arbeit lässt sich folgender Schluss ziehen: Das Ziel dieser Arbeit, ein Verfahren zu entwickeln, das eine Positionsregelung im Stillstand und bei kleinen Drehzahlen ermöglicht, wurde erreicht. Das Verfahren ermöglicht es, einen Hybridschrittmotor mit einem Standardregelungsverfahren, wie der PI-Kaskadenregelung, sensorlos positionszuregeln. Zwingend notwendig ist hierzu, dass die Reluktanz des Motors eine Abhängigkeit vom doppelten elektrischen Winkel aufweist. Außerdem kommt dem Strommesssystem eine zentrale Bedeutung zu, da alle Informationen aus dem Stromsignal gewonnen werden. Das vorgestellte reluktanzbasierte Verfahren zur Winkelrekonstruktion ist weitgehend unabhängig von Motorparametern, variiert aber in Abhängigkeit von verschiedenen Betriebszuständen des Motors in der Genauigkeit. Bei einer Verwendung des Rekonstruktionsverfahrens für eine sensorlose Winkelregelung ergibt sich der Positionierfehler ebenfalls in Abhängigkeit von diesen Rekonstruktionsfehlern. Beispielsweise zeigt der rekonstruierte Winkel eine Abhängigkeit vom Lastdrehmoment an der Motorwelle, wodurch sich bei einer sensorlosen Winkelregelung ein drehmomentabhängiger Positionierfehler einstellt. Bei einer Regelung hängt der Regelfehler immer von der Genauigkeit der verwendeten Signale ab. Wird also anstatt des drehmomentabhängigen Rekonstruktionssignals der Messwert eines drehmomentunabhängigen Winkelsensors in der Regelung verwendet, wird sich die Positioniergenauigkeit durch ein Lastdrehmoment nicht ändern. Beim Schrittbetrieb stellt sich ebenfalls eine drehmomentabhängige Abweichung des Rotorwinkels vom Winkel im unbelasteten Fall ein. Diese Lastwinkel genannte Abweichung ist allerdings nicht wie bei einer Regelung abhängig von der Genauigkeit des verwendeten Istwerts, sondern ergibt sich durch das Drehmomentverhalten des Motors.

Eine Verbesserung der Genauigkeit des Rekonstruktionsverfahrens kann durch ein Konzept zur Kompensation der Fehler erzielt werden. Diese Kompensation ist aber abhängig von den Betriebszuständen und den verwendeten Geräten und kann nur mit Hilfe der zur Verfügung stehenden Strom- und Rekonstruktionssignale erfolgen. Die Verwendung von fehlerhaften, rekonstruierten

Signalen zur Kompensation der Rekonstruktionsfehler ergibt eine Rückkopplung über den Motor oder die Regelung auf die Kompensation, die eine Optimierung der Kompensation und der Regelung erschwert. Positionsabhängige Rekonstruktionsfehler können auch durch Verbesserungen bzw. Optimierung der Geräte reduziert werden. Auf die Winkelrekonstruktion optimierte Reluktanzverläufe im Motor und Frequenzumrichter, die weniger Oberschwingungen im Strom erzeugen, können beispielsweise eine wesentliche Verbesserung bewirken.

Obwohl das Verfahren Rekonstruktionsfehler aufweist, kann der Rotorwinkel des Hybridschrittmotors für Drehzahlen bis etwa  $40 \text{ min}^{-1}$  gut rekonstruiert werden. Eine Anwendung zur Erkennung von Schrittfehlern bei einem gesteuerten Hybridschrittmotor ist ebenso möglich wie eine sensorlose Winkelregelung innerhalb der festgestellten Grenzen. Das Verfahren zur Winkelrekonstruktion ist prinzipiell für alle Drehfeldmotoren geeignet, die eine Abhängigkeit der Reluktanz vom doppelten elektrischen Winkel aufweisen. Es funktioniert vom Stillstand bis hin zu einer Drehzahl, die von den Bandbreiten der Filter im Rekonstruktionsverfahren vorgegeben wird. Wenn erforderlich, kann bei höheren Drehzahlen auf ein Verfahren zur EMK-Auswertung übergegangen werden, wie dies in Kapitel 2 beschrieben ist.

Weiteres Verbesserungspotential steckt noch in der Genauigkeit der Rekonstruktion bzw. der Positionierung bei der sensorlosen Regelung über Kompensationsmethoden und in der Verwendung anderer Modulationsverfahren zur Auswertung der winkelabhängigen Reluktanz.

# A Anhang

## A.1 Herleitung der stationären Raumzeigergleichung des Statorstromes (Kapitel 4.2.1)

Als stationärer Fall wird nachfolgend der Zustand bezeichnet, bei dem sich der Motor mit konstanter Drehzahl bewegt und alle Ausgleichsvorgänge (Transiente) aufgrund von Änderungen in Amplitude oder Frequenz der statorfesten Spannungen abgeklungen sind.

Um die Ermittlung der Statorströme zu vereinfachen, werden die Berechnungen in rotorfesten Koordinaten durchgeführt, da hier keine räumlichen Abhängigkeiten vom elektrischen Winkel  $\vartheta(t)$  berücksichtigt werden müssen.

Nach Kapitel 3.6.2 ergibt sich die Spannungsdifferentialgleichung in rotorfesten Koordinaten zu

$$\vec{U}_1^R(t) = R \cdot \vec{I}_1^R(t) + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_1^R(t) + j \cdot \Omega_{el}(t) \cdot \vec{\Psi}_1^R(t), \quad (\text{A.1})$$

woraus sich nach Kap. 3.6.3 die Stromdifferentialgleichungen der Achsen errechnen lassen:

$$\begin{aligned} R \cdot i_d(t) + L_d \cdot \frac{d}{dt} i_d(t) &= u_d(t) + \Omega_{el}(t) \cdot L_q \cdot i_q(t) \\ R \cdot i_q(t) + L_q \cdot \frac{d}{dt} i_q(t) &= u_q(t) - \Omega_{el}(t) \cdot (L_d \cdot i_d(t) + \hat{\Psi}_0) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Zur Herleitung der stationären Stromgleichungen müssen alle zeitlichen Ableitungen aus Gl. (A.2) verschwinden, was bedeutet, dass alle Ströme konstant sind:

$$\frac{d}{dt} i_d(t) = \frac{d}{dt} i_q(t) = 0$$

Das gilt allerdings nur, wenn die zugehörigen Anregungsfunktionen des Differentialgleichungssystems Gl. (A.2) ebenfalls konstant sind. Somit ist zu ermitteln, für welche Bedingungen die verbleibenden zeitvarianten Größen ( $u_d(t)$ ,  $u_q(t)$  und  $\Omega_{el}(t)$ ) konstant werden.

Für den stationären Betrieb werden folgende Annahmen getroffen:

1. Leerlauf, d.h.  $M_{La} = 0Nm$
2. Reibung, Rastung und Dämpfung werden vernachlässigt, d.h.  $M_R = M_S = M_D = 0Nm$
3. Konstante Parameter  $R$ ,  $\hat{\Psi}_0$  und  $L_{d/q}$
4. Konstante Drehzahlen bzw. Winkelgeschwindigkeiten (Synchronismus):  
$$\bar{\Omega}_{el} = \frac{d\vartheta(t)}{dt} = \frac{d\bar{\varphi}_{el}(t)}{dt} = \bar{\omega}_M = konst.$$

5. Konstante Spannungsamplitude:  $\overline{\hat{U}}_M = konst.$

Aus diesen Festlegungen ergibt sich folgender Steuerwinkel

$$\overline{\varphi}_{el}(t) = \overline{\omega}_M \cdot t + \varphi_{el,0},$$

und der stationäre Spannungsraumzeiger im statorfesten Koordinatensystem kann wie folgt angeschrieben werden:

$$\begin{aligned} \overline{\hat{U}}_1^S(t) &= \overline{\hat{U}}_M \cdot e^{j\overline{\varphi}_{el}(t)} = \overline{\hat{U}}_M \cdot e^{j(\overline{\omega}_M \cdot t + \varphi_{el,0})} \\ &= \underbrace{\overline{\hat{U}}_M \cdot \cos(\overline{\omega}_M \cdot t + \varphi_{el,0})}_{\overline{u}_\alpha(t)} + j \cdot \underbrace{\overline{\hat{U}}_M \cdot \sin(\overline{\omega}_M \cdot t + \varphi_{el,0})}_{\overline{u}_\beta(t)} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Zur Begriffsklärung sei angemerkt, dass dieser Fall, mathematisch gesehen, nur im rotorfesten d-q-Koordinatensystem stationär (d.h.  $\frac{d}{dt} = 0$ ) ist.

Aus Gl. (A.2) ergeben sich nach obigen Bedingungen im stationären Fall die Gleichungen:

$$\bar{i}_d = \frac{1}{R} \cdot [\bar{u}_d + \overline{\Omega}_{el} \cdot L_q \cdot \bar{i}_q] \quad (\text{A.4})$$

$$\bar{i}_q = \frac{1}{R} \cdot [\bar{u}_q - \overline{\Omega}_{el} \cdot (L_d \cdot \bar{i}_d + \widehat{\Psi}_0)] \quad (\text{A.5})$$

Bei einer Synchronmaschine entspricht dies dem synchronen Betrieb, da sich der Motor mit der synchronen Drehzahl  $n_{syn} = \frac{60 \cdot f_M}{N_r} [min^{-1}]$  dreht. Es treten keine transienten Vorgänge auf.

Auflösen des Gleichungssystems (A.4) (A.5) nach den Größen  $\bar{i}_d$  und  $\bar{i}_q$  ergibt:

$$\begin{aligned} \bar{i}_d &= \frac{\bar{u}_d \cdot R + \overline{\Omega}_{el} \cdot L_q \cdot \bar{u}_q - \overline{\Omega}_{el}^2 \cdot L_q \cdot \widehat{\Psi}_0}{R^2 + \overline{\Omega}_{el}^2 \cdot L_d \cdot L_q} \\ \bar{i}_q &= \frac{-\bar{u}_q \cdot R + \overline{\Omega}_{el} \cdot L_d \cdot \bar{u}_d + \overline{\Omega}_{el} \cdot R \cdot \widehat{\Psi}_0}{R^2 + \overline{\Omega}_{el}^2 \cdot L_d \cdot L_q} \end{aligned}$$

Werden diese Gleichungen ins  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem mit den Gleichungen (3.7) bzw. (3.8) und den Substitutionen (3.21) und (3.22) transformiert, und setzt man die statorfesten Spannungen  $\overline{u}_\alpha$  und  $\overline{u}_\beta$  aus Gl. (A.3) ein, so ergeben sich die statorfesten Ströme im Synchronismus. Werden diese

Ströme mit Hilfe der Gl. (3.3) als Raumzeiger notiert, erhält man den stationären Stromraumzeiger:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1^S(\bar{\vartheta}(t), t) = & \frac{\left( R - j \cdot \bar{\omega}_M \cdot \frac{3}{2} L_1 \right)}{\bar{\omega}_M^2 \cdot \left( \left( \frac{3}{2} L_1 \right)^2 - \left( \frac{3}{2} L_2 \right)^2 \right) + R^2} \cdot \widehat{U}_M \cdot e^{j(\bar{\omega}_M t + \varphi_{el,0})} \\ & - \frac{j \cdot \bar{\omega}_M \cdot \frac{3}{2} L_2}{\bar{\omega}_M^2 \cdot \left( \left( \frac{3}{2} L_1 \right)^2 - \left( \frac{3}{2} L_2 \right)^2 \right) + R^2} \cdot \widehat{U}_M \cdot e^{j(2\bar{\vartheta}(t) - \bar{\omega}_M t - \varphi_{el,0})} \\ & - \frac{\left[ R - j \cdot \bar{\omega}_M \cdot \left( \frac{3}{2} L_1 - \frac{3}{2} L_2 \right) \right]}{\bar{\omega}_M^2 \cdot \left( \left( \frac{3}{2} L_1 \right)^2 - \left( \frac{3}{2} L_2 \right)^2 \right) + R^2} \cdot j \cdot e^{j\bar{\vartheta}(t)} \cdot \widehat{\Psi}_0 \cdot \underbrace{\frac{d\bar{\vartheta}(t)}{dt}}_{\widehat{U}_i} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Bei dieser Berechnung wurden die Streukomponenten  $L_\sigma$  und  $M_\sigma$  vernachlässigt. Zum Nachweis der Korrektheit obiger Gleichung wurde diese in die Spannungsdifferentialgleichung Gl. (3.25) eingesetzt, und es ergab sich hieraus der Spannungsraumzeiger der Anregung nach Gl. (A.3). Transiente Vorgänge wurden vernachlässigt. Die Berechnungen wurden mit der Mathematiksoftware MAPLE V durchgeführt.

## A.2 Herleitung des Stromraumzeigers bei Anregung mit zwei Signalen (Kapitel 4.2.3)

Zur Berechnung des Stromes bei Anregung mit einem Steuer- und einem Trägersignal werden folgende Annahmen getroffen:

1. Leerlauf, d.h.  $M_{La} = 0 Nm$
2. Reibung, Rastung und Dämpfung werden vernachlässigt, d.h.  $M_R = M_S = M_D = 0 Nm$
3. Konstante Parameter  $R$ ,  $\widehat{\Psi}_0$  und  $L_{1/2}$  bzw.  $L_{d/q}$
4. Konstante Drehzahlen bzw. Winkelgeschwindigkeiten (Synchronismus):  
 $\bar{\Omega}_{el} = \frac{d\bar{\vartheta}(t)}{dt} = \bar{\Omega}_{mech} \cdot N_r = \bar{\omega}_M = konst.$
5. Konstante Trägerkreisfrequenz:  $\bar{\omega}_C = konst.$
6. Trägerkreisfrequenz ist viel größer als die Steuerkreisfrequenz:  
 $\bar{\omega}_C \gg \bar{\omega}_M = \bar{\Omega}_{el}$
7. Trägergenerierte Reaktanzen sind viel größer als die Resistanz und die steuerfrequenzgenerierten Reaktanzen:  
 $\bar{\omega}_C \cdot L_{1/2} \gg R$  und  $\bar{\omega}_C \cdot L_{1/2} \gg \bar{\omega}_M \cdot L_{1/2} = \bar{\Omega}_{el} \cdot L_{1/2}$

8. Der Träger erzeugt keine Drehmomente am Rotor, d.h. es darf für das Trägersignal gesetzt werden:  $\vartheta_0 \approx \bar{\vartheta}(t)$

9. Konstante Spannungsamplituden:  $\bar{U}_M = konst., \bar{U}_C = konst.$

Für die Ströme im rotorfesten Koordinatensystem erhält man nach Gl. (3.33) folgendes Strom-Differentialgleichungssystem:

$$\begin{aligned} R \cdot i_d(t) + L_d \cdot \frac{d}{dt} i_d(t) &= u_d(t) + \Omega_{el} \cdot L_q \cdot i_q(t) \\ R \cdot i_q(t) + L_q \cdot \frac{d}{dt} i_q(t) &= u_q(t) - \Omega_{el} \cdot \left( L_d \cdot i_d(t) + \hat{\Psi}_0 \right) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Der Motor wird mit einer frequenz- und amplitudenkonstanten Steuerspannung und einer frequenz- und amplitudenkonstanten Trägerspannung angeregt.

$$\bar{U}_1^S(t) = \underbrace{\bar{U}_M \cdot e^{j\bar{\omega}_M t}}_{\text{Motor-Steuersignal}} + \underbrace{\bar{U}_C \cdot e^{j\bar{\omega}_C t}}_{\text{Trägersignal}} \quad (\text{A.8})$$

Bei der Annahme einer konstanten Drehzahl  $\Omega_{el}(t) = \bar{\Omega}_{el} = \bar{\omega}_M$  ergibt sich mit Gl. (A.34) für einen Steuerwinkel  $\bar{\varphi}_{el}(t) = \bar{\omega}_M \cdot t$  folgende Gleichung für den elektrischen Winkel:

$$\bar{\vartheta}(t) = \bar{\varphi}_{el}(t) - \bar{\beta} = \bar{\omega}_M \cdot t - \bar{\beta}, \quad (\text{A.9})$$

Der Anfangswinkel des Steuerwinkels wurde hierbei vernachlässigt ( $\varphi_{el,0} = 0 \text{ rad}$ ). Eine Transformation in rotorfeste Koordinaten nach den Gln. (3.6) und (3.7) ergibt die stationären rotorfesten Spannungen.

$$\bar{U}_1^R(t) = \bar{U}_1^S(t) \cdot e^{-j\bar{\vartheta}(t)} \Rightarrow \begin{cases} \bar{u}_d(t) = \bar{U}_M \cdot \cos(\bar{\beta}) + \bar{U}_C \cdot \cos((\bar{\omega}_C - \bar{\omega}_M)t - \bar{\beta}) \\ \bar{u}_q(t) = \bar{U}_M \cdot \sin(\bar{\beta}) + \bar{U}_C \cdot \sin((\bar{\omega}_C - \bar{\omega}_M)t - \bar{\beta}) \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Der stationäre Fall kann hier deshalb angenommen werden, da der Träger laut Annahmen keinen Einfluss auf den Rotor und damit die Drehzahl haben soll, und die Drehzahl als konstant vorausgesetzt wurde.

Das verkoppelte Differentialgleichungssystem aus Gl. (A.7) mit den Anregungsfunktionen aus Gl. (A.10) ist für den stationären Fall im rotorfesten Koordinatensystem lösbar. Um die gesuchten Lösungen im statorfesten Koordinatensystem zu erhalten, ersetzt man die Parameter  $L_{d/q}$  nach den Gln. (3.21) und (3.22), bildet aus den Lösungen einen Stromraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem und transformiert diesen über Gl. (3.6) in einen Raumzeiger im statorfesten Koordinatensystem.

Die Lösung der Differentialgleichungen, die Substitutionen und Transformation wurden mit der Mathematiksoftware MAPLE V durchgeführt. Der Übersichtlichkeit halber werden die Zwischenschritte dieser Rechnungen aber nicht angegeben, da die entsprechenden Gleichungen teils sehr umfangreich sind. Setzt man für  $\bar{\beta}$  die Gl. (A.9) ein, so ergibt sich schließlich folgender Stromraumzeiger im statorfesten Koordinatensystem:

$$\bar{I}_1^S(t) = \underbrace{\bar{I}_{1,M}^S(\bar{\vartheta}(t), t)}_{\text{Steuerstrom Gl. (A.6)}} + \underbrace{\bar{I}_{1,C}^S(\bar{\vartheta}(t), t)}_{\text{Trägerstrom}} + \underbrace{\bar{I}_{1,Trans}^S(t)}_{\text{transienter Ausgleichsstrom}} \quad (\text{A.11})$$

Durch die zusätzliche Anregung mit einem hochfrequenten Trägersignal addieren sich zum Stromraumzeiger nach Gl. (A.6) (vgl. Kapitel A.1) ein Trägerstromraumzeiger  $\vec{I}_{1,C}^S(t)$  und ein Stromraumzeiger für die transienten Übergänge  $\vec{I}_{1,Trans}^S(t)$ . Der Stromraumzeiger  $\vec{I}_{1,Trans}^S(t)$  zeigt gedämpftes Verhalten und verschwindet im stationären Betrieb ( $t \rightarrow \infty$ ). Aus diesem Grund und aus Gründen der Übersichtlichkeit wird er im Folgenden vernachlässigt.

Der stationäre Raumzeiger des Trägerstroms setzt sich aus mehreren Teilen zusammen

$$\vec{I}_{1,C}^S(t) = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4}{N_1},$$

mit folgenden Zählertermen und Nennerterm:

$$\begin{aligned} Z_1 &= -j \widehat{U}_C \cdot \left(\frac{3}{2} L_1\right)^3 \cdot (\overline{\omega}_M - \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el})^2 \cdot (-\overline{\omega}_M + \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el}) \cdot e^{j\overline{\omega}_C t} \\ Z_2 &= +j \widehat{U}_C \cdot \left(\frac{3}{2} L_2\right)^3 \cdot (\overline{\omega}_M - \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el})^2 \cdot (-\overline{\omega}_M + \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el}) \cdot e^{j(2\overline{\vartheta} - \overline{\omega}_C t)} \\ Z_3 &= -j \widehat{U}_C \cdot \left(\frac{3}{2} L_1\right) \cdot \left(\frac{3}{2} L_2\right) \cdot (\overline{\omega}_M - \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el}) \cdot (-\overline{\omega}_M + \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el}) \\ &\quad \cdot \left(\frac{3}{2} L_1 \cdot e^{j(2\overline{\vartheta} - \overline{\omega}_C t)} - \frac{3}{2} L_2 \cdot e^{j\overline{\omega}_C t}\right) \\ Z_4 &= R^3 \cdot \widehat{U}_C \cdot e^{j\overline{\omega}_C t} \\ &\quad - j R^2 \cdot \widehat{U}_C \cdot \left[ \frac{3}{2} L_1 \cdot (-\overline{\omega}_M + \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el}) \cdot e^{j\overline{\omega}_C t} + \frac{3}{2} L_2 \cdot (\overline{\omega}_M - \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el}) \cdot e^{j(2\overline{\vartheta} - \overline{\omega}_C t)} \right] \\ &\quad + R \cdot \widehat{U}_C \cdot \left[ \left(\frac{3}{2} L_1\right)^2 \cdot (\overline{\omega}_M - \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el})^2 \cdot e^{j\overline{\omega}_C t} \right. \\ &\quad \quad \left. + \left(\frac{3}{2} L_2\right)^2 \cdot (\overline{\omega}_M - \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el}) \cdot (-\overline{\omega}_M + \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el}) \cdot e^{j\overline{\omega}_C t} \right. \\ &\quad \quad \left. + 2 \cdot \left(\frac{3}{2} L_1\right) \cdot \left(\frac{3}{2} L_2\right) \cdot (\overline{\omega}_M - \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el}) \cdot (\overline{\omega}_M - \overline{\omega}_C) \cdot e^{j(2\overline{\vartheta} - \overline{\omega}_C t)} \right] \\ N_1 &= R^4 + 2R^2 \cdot \left[ \overline{\Omega}_{el}^2 \cdot \left(\left(\frac{3}{2} L_1\right)^2 - \left(\frac{3}{2} L_2\right)^2\right) + (\overline{\omega}_M - \overline{\omega}_C)^2 \cdot \left(\left(\frac{3}{2} L_1\right)^2 + \left(\frac{3}{2} L_2\right)^2\right) \right] \\ &\quad + \left(\left(\frac{3}{2} L_1\right)^2 - \left(\frac{3}{2} L_2\right)^2\right)^2 \cdot (\overline{\omega}_M - \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el})^2 \cdot (-\overline{\omega}_M + \overline{\omega}_C + \overline{\Omega}_{el})^2 \end{aligned}$$

Sind die Bedingungen

$$\overline{\omega}_C \gg \overline{\Omega}_{el} = \overline{\omega}_M \quad \text{und} \quad \overline{\omega}_C \frac{3}{2} L_{1/2} \gg R$$

erfüllt, kann hieraus der Trägerstromraumzeiger wie folgt genähert werden:

$$\vec{I}_{1,C}^S(\overline{\vartheta}(t), t) \approx \frac{-j \widehat{U}_C \left( \frac{3}{2} L_1 e^{j\overline{\omega}_C t} + \frac{3}{2} L_2 e^{j(2\overline{\vartheta}(t) - \overline{\omega}_C t)} \right)}{\overline{\omega}_C \left( \left(\frac{3}{2} L_1\right)^2 - \left(\frac{3}{2} L_2\right)^2 \right)} \quad (\text{A.12})$$

Überprüft man diese Lösung mit Hilfe der Mathematiksoftware MAPLE V, indem die Lösung für den Stromraumzeiger in die Spannungsdifferentialgleichung Gl. (3.25) eingesetzt wird, so erhält man den Spannungsraumzeiger nach Gl. (A.8).

### A.3 Herleitung eines digitalen Bessel-Bandpassfilters (Kapitel 4.4)

Die Auslegung der digitalen Bandpassfilter für die Eingangsfiler (Kap. 4.3.3) und die Filter in Kapitel 4.3.4.2 wurde nach [184] durchgeführt.

Aufgrund der Kriterien in Kapitel 4.4 wurde ein digitales Bessel-Bandpassfilter 2. Ordnung gewählt. Grundlage für die Auslegung ist ein **Bessel-Prototyp-Tiefpass**:

$$G(z^*) = \frac{a_{02}^* + a_{12}^* \cdot z^{*-1} + a_{22}^* \cdot z^{*-2}}{b_{02}^* + b_{12}^* \cdot z^{*-1} + b_{22}^* \cdot z^{*-2}} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{ll} a_{02}^* = 0.3356 & b_{02}^* = 1.0 \\ a_{12}^* = 2 \cdot a_{02}^* = 0.6712 & b_{12}^* = 0.2564 \\ a_{22}^* = a_{02}^* & b_{22}^* = 0.086 \end{array}$$

Über eine Frequenztransformation für digitale Filter erhält man aus dem Tiefpass das entsprechende Filter. Die **Tiefpass-Bandpass-Transformation** erfolgt über die Zwischengrößen

$$\begin{array}{lll} k_1 = 2\pi \cdot \frac{f_0}{f_A} & k_2 = \pi \cdot \frac{\Delta f}{f_A} & k = \cot(k_2) \cdot \tan\left(\pi \frac{f_g^*}{f_A}\right) = \cot(k_2) \\ d = \frac{\cos(k_1)}{\cos(k_2)} & o = 2 \cdot d \cdot \frac{k}{k+1} & p = \frac{k-1}{k+1} \end{array}$$

mit der Abtastfrequenz  $f_A$ , der Mittenfrequenz  $f_0$  und der Bandbreite  $\Delta f$ . Der Faktor  $k$  ergibt sich zu  $\cot(k_2)$ , da laut [184] für die Grenzfrequenz  $f_g^*$  des Prototyp-Tiefpasses immer gilt:  $f_A = 4 \cdot f_g^*$ . Hieraus erhält man über die Tiefpass-Bandpass-Transformationsgleichung (vgl. [184])

$$z^{*-1} = \frac{z^{-2} - \frac{2 \cdot d \cdot k}{k+1} \cdot z^{-1} + \frac{k-1}{k+1}}{\frac{k-1}{k+1} \cdot z^{-2} - \frac{2 \cdot d \cdot k}{k+1} \cdot z^{-1} + 1}$$

die Übertragungsfunktion des gewünschten **Bessel-Bandpassfilters 2. Ordnung**

$$G(z^{-1}) = \frac{a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + a_3 \cdot z^{-3} + a_4 \cdot z^{-4}}{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + b_3 \cdot z^{-3} + b_4 \cdot z^{-4}} \quad (\text{A.13})$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{array}{l} a_0 = \frac{a_{02}^* - a_{12}^* \cdot p + a_{22}^* \cdot p^2}{b_{02}^* - b_{12}^* \cdot p + b_{22}^* \cdot p^2} \\ a_1 = -o \cdot \frac{2 \cdot a_{02}^* - a_{12}^* - a_{12}^* \cdot p + 2 \cdot a_{22}^* \cdot p}{b_{02}^* - b_{12}^* \cdot p + b_{22}^* \cdot p^2} \\ a_2 = \frac{2 \cdot a_{02}^* \cdot p + a_{02}^* \cdot o^2 - a_{12}^* - a_{12}^* \cdot o^2 - a_{12}^* \cdot p^2 + 2 \cdot a_{22}^* \cdot p + a_{22}^* \cdot o^2}{b_{02}^* - b_{12}^* \cdot p + b_{22}^* \cdot p^2} \\ a_3 = o \cdot \frac{-2 \cdot a_{02}^* \cdot p + a_{12}^* + a_{12}^* \cdot p - 2 \cdot a_{22}^*}{b_{02}^* - b_{12}^* \cdot p + b_{22}^* \cdot p^2} \\ a_4 = \frac{a_{02}^* \cdot p^2 - a_{12}^* \cdot p + a_{22}^*}{b_{02}^* - b_{12}^* \cdot p + b_{22}^* \cdot p^2} \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 b_0 &= 1 \\
 b_1 &= -o \cdot \frac{2 \cdot b_{02}^* - b_{12}^* - b_{12}^* \cdot p + 2 \cdot b_{22}^* \cdot p}{b_{02}^* - b_{12}^* \cdot p + b_{22}^* \cdot p^2} \\
 b_2 &= \frac{2 \cdot b_{02}^* \cdot p + b_{02}^* \cdot o^2 - b_{12}^* - b_{12}^* \cdot o^2 - b_{12}^* \cdot p^2 + 2 \cdot b_{22}^* \cdot p + b_{22}^* \cdot o^2}{b_{02}^* - b_{12}^* \cdot p + b_{22}^* \cdot p^2} \\
 b_3 &= o \cdot \frac{-2 \cdot b_{02}^* \cdot p + b_{12}^* + b_{12}^* \cdot p - 2 \cdot b_{22}^*}{b_{02}^* - b_{12}^* \cdot p + b_{22}^* \cdot p^2} \\
 b_4 &= \frac{b_{02}^* \cdot p^2 - b_{12}^* \cdot p + b_{22}^*}{b_{02}^* - b_{12}^* \cdot p + b_{22}^* \cdot p^2} .
 \end{aligned}$$

## A.4 Erläuterung zu den Fehlern durch die Filterung (Kapitel 5.2.3)

Aus der Literatur ([78], [183] u.a.) ist bekannt, dass die Filterung eines sinusförmigen Signals eine frequenzabhängige Veränderung des gefilterten Signals im Vergleich zum Eingangssignal in der Phasenlage und der Amplitude bewirkt. Hier nun soll die Filterung eines Raumzeigers zuerst allgemein und später am konkreten Beispiel eines Stromraumzeigers mathematisch dargestellt werden, um Rekonstruktionsfehler durch die Filterung beschreiben zu können.

Da alle Fehlerbetrachtungen im Zeitbereich erfolgen, muss auch die Wirkung der Filter im Zeitbereich beschrieben werden. Es ist also eine Transformation dieser Übertragungsfunktion in den Zeitbereich notwendig. Eine Filterung stellt im Zeitbereich eine Faltung des Eingangssignals  $X(t)$  mit der Impulsantwort des Filters  $G(t)$  dar (u.a. [78]). Bei zeitdiskreten Systemen errechnet sich das Ausgangssignal wie folgt:

$$X_{filt}(lT_A) = \sum_{k=0}^l G((l-k)T_A) \cdot X(kT_A)$$

Die Faltung im Zeitbereich entspricht im  $z$ - und im Laplace-Bereich einer Multiplikation (vgl. [152], [176] u.a.):

$$X_{filt}(z) = \mathbf{Z}\{G(t) * X(t)\} = G(z) \cdot X(z) \quad X_{filt}(s) = \mathbf{L}\{G(t) * X(t)\} = G(s) \cdot X(s) \quad (\text{A.14})$$

Dies soll im Folgenden ausgenutzt werden, indem die Filterübertragungsfunktion zuerst in den Laplace-Bereich transformiert und mit den ebenfalls in den Laplace-Bereich transformierten Eingangssignalen multipliziert wird. Die Transformation wurde mit Hilfe der „Bilinear-Transformation“ durchgeführt, die eine gute Näherung der Transformation vom  $z$ - in den Laplace-Bereich darstellt:

$$z = \frac{1 + 0.5 \cdot T_A \cdot s}{1 - 0.5 \cdot T_A \cdot s} \quad (\text{A.15})$$

Im Rekonstruktionsverfahren für den Winkel nach Kapitel 4 werden Bessel-Bandpassfilter ver-

wendet, die im Kapitel A.3 hergeleitet werden. Notiert man die Filterübertragungsfunktion aus Gl. (A.13) in Summenform, so ergibt sich diese im Laplace-Bereich wie folgt:

$$G(z^{-1}) = \frac{\sum_{k=0}^4 a_k \cdot z^{-k}}{\sum_{k=0}^4 b_k \cdot z^{-k}} \quad \overset{Z^{-1}}{\circ \longrightarrow} \quad G(s) = \frac{\sum_{k=0}^4 a_k^s \cdot s^k}{\sum_{k=0}^4 b_k^s \cdot s^k} \quad (\text{A.16})$$

Die Filterkoeffizienten  $a_i^s$  und  $b_i^s$  werden nicht explizit angeschrieben, da dies keine relevante Information erbringt. Der Hochindex  $s$  dieser Koeffizienten bedeutet, dass diese Koeffizienten im Laplace-Bereich gelten.

Um nun die Wirkung der Filterung auf einen Raumzeiger zu erhalten, wird nachfolgend ein Raumzeiger  $\vec{X}_1^s$  einer beliebigen Größe einer Filterung unterworfen. Für die nachfolgende Berechnung werden der Einfachheit halber die Amplitude und die Kreisfrequenz als konstant angenommen. Für die Fehlerbetrachtung ist diese Annahme zulässig, da das Verfahren auf der Auswertung stationärer Stromraumzeiger basiert. Die relevanten Frequenzen und Amplituden im Stromsignal sind daher annähernd konstant oder sie ändern sich nur verhältnismäßig langsam, da ein stationärer Trägerspannungsraumzeiger verwendet wird (vgl. Kap. 4.2.3) und die Betriebsbereiche für die Drehzahl und die Beschleunigung bei diesem Rekonstruktionsverfahren eingeschränkt sind (vgl. Kap. 4.2.3 und Kap. 4.4). Ein Raumzeiger ist eine mathematische Beschreibung mehrerer, gleichartiger und zueinander in einer festen Beziehung stehender Einzelsignale (vgl. Kap. 3.3), und er kann in seine Komponenten aufgespalten werden. Die Betrachtung im statorfesten  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem führt zur Aufspaltung in  $\alpha$ - $\beta$ -Komponenten:

$$\vec{X}_1^s(t) = \vec{X} \cdot e^{j\bar{\omega}t} = \vec{X} \cdot (\cos(\bar{\omega}t) + j \sin(\bar{\omega}t)) = \bar{x}_\alpha(t) + j\bar{x}_\beta(t) \quad (\text{A.17})$$

Die Transformation in den Laplace-Bereich ergibt:

$$\bar{x}_\alpha(s) = \vec{X} \cdot \frac{s}{s^2 + \bar{\omega}^2} \quad \bar{x}_\beta(s) = \vec{X} \cdot \frac{\bar{\omega}}{s^2 + \bar{\omega}^2} \quad (\text{A.18})$$

Nach Gl. (A.14) ergeben sich die gefilterten Signale durch eine Multiplikation der Signale im Laplace-Bereich mit der entsprechenden Filterübertragungsfunktion:

$$\begin{aligned} x_{\alpha,BP}(s) &= G(s) \cdot \bar{x}_\alpha(s) = \vec{X} \cdot \frac{\sum_{k=0}^4 a_k^s \cdot s^{k+1}}{\sum_{k=0}^4 b_k^s \cdot s^{k+2} + \bar{\omega}^2 \sum_{k=0}^4 b_k^s \cdot s^k} \\ x_{\beta,BP}(s) &= G(s) \cdot \bar{x}_\beta(s) = \vec{X} \cdot \frac{\bar{\omega} \cdot \sum_{k=0}^4 a_k^s \cdot s^k}{\sum_{k=0}^4 b_k^s \cdot s^{k+2} + \bar{\omega}^2 \sum_{k=0}^4 b_k^s \cdot s^k} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Eine Transformation in den Zeitbereich führt zu den Gleichungen:

$$\begin{aligned} x_{\alpha,BP}(\bar{\omega}, t) &= \frac{\vec{X}}{N(\bar{\omega})} \cdot (A_1^t(\bar{\omega}) \cdot \cos(\bar{\omega}t) - A_2^t(\bar{\omega}) \cdot \sin(\bar{\omega}t)) + f_{Trans}(\bar{\omega}, t) \\ x_{\beta,BP}(\bar{\omega}, t) &= \frac{\vec{X}}{N(\bar{\omega})} \cdot (A_1^t(\bar{\omega}) \cdot \sin(\bar{\omega}t) + A_2^t(\bar{\omega}) \cdot \cos(\bar{\omega}t)) + f_{Trans}(\bar{\omega}, t) \end{aligned}$$

mit den Substitutionen

$$A_1^t(\bar{\omega}) = \sum_{k=0}^4 a_{2k}^t \cdot \bar{\omega}^{2k}, \quad A_2^t(\bar{\omega}) = \sum_{k=0}^4 a_{2k-1}^t \cdot \bar{\omega}^{2k-1} \quad \text{und} \quad N(\bar{\omega}) = \sum_{k=0}^4 b_k^t \cdot \bar{\omega}^{2k}.$$

Die transienten Anteile  $f_{Trans}(\bar{\omega}, t)$  werden nicht weiter angeschrieben, da sie nur bei Änderung der Eingangssignale bzw. des Eingangsraumzeigers in Amplitude oder Kreisfrequenz auftreten und im stationären Fall verschwinden.

Die Umformungen (u.a. [34])

$$A \cdot \sin(\bar{\omega}t + \varphi) = \sum_{k=0}^n A_k \cdot \sin(\bar{\omega}t + \varphi_k) \quad \text{und} \quad A \cdot \cos(\bar{\omega}t + \varphi) = \sum_{k=0}^n A_k \cdot \cos(\bar{\omega}t + \varphi_k)$$

ergeben für  $n = 2$  und gleicher Frequenz  $\bar{\omega}$  für die Amplitude und die Phasen die Terme:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad \tan(\varphi) = \frac{A_1 \cdot \sin(\varphi_1) + A_2 \cdot \sin(\varphi_2)}{A_1 \cdot \cos(\varphi_1) + A_2 \cdot \cos(\varphi_2)}$$

Die Raumzeigerkomponenten im stationären Fall ergeben sich damit zu

$$\begin{aligned} \bar{x}_{\alpha, BP}(\bar{\omega}, t) &= \widehat{\bar{X}} \cdot A_{BP}(\bar{\omega}) \cdot \cos(\bar{\omega}t + \varphi_{BP}(\bar{\omega})) \\ \bar{x}_{\beta, BP}(\bar{\omega}, t) &= \widehat{\bar{X}} \cdot A_{BP}(\bar{\omega}) \cdot \sin(\bar{\omega}t + \varphi_{BP}(\bar{\omega})), \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

und der Ausgangsraumzeiger im stationären Fall (transiente Anteile gehen gegen Null) kann wie folgt notiert werden

$$\vec{X}_{BP}^S(\bar{\omega}, t) = \widehat{X} \cdot A_{BP}(\bar{\omega}) \cdot e^{j(\bar{\omega}t + \varphi_{BP}(\bar{\omega}))} = \vec{X}^S(t) \cdot A_{BP}(\bar{\omega}) \cdot e^{j\varphi_{BP}(\bar{\omega})} \quad (\text{A.21})$$

mit

$$A_{BP}(\bar{\omega}) = \frac{\sqrt{(A_1^t(\bar{\omega}))^2 + (A_2^t(\bar{\omega}))^2}}{N(\bar{\omega})} \quad \text{und} \quad \varphi_{BP}(\bar{\omega}) = \arctan\left(\frac{A_2^t(\bar{\omega})}{A_1^t(\bar{\omega})}\right).$$

$A_{BP}(\bar{\omega})$  und  $\varphi_{BP}(\bar{\omega})$  entsprechen dem Amplitudengang und dem Phasengang des Filters. Trägt man diese je in ein Diagramm über der Frequenz auf, so erhält man das Bode-Diagramm.

Das Ergebnis aus Gl. (A.21) lässt sich wie folgt interpretieren: Wird ein stationärer komplexer Raumzeiger, dessen feste Winkelgeschwindigkeit  $\bar{\omega}$  durch die zeitlich konstante Kreisfrequenz  $\bar{\Omega}$  der erregenden Größe, z.B. eines Stromes, gegeben ist, also  $\bar{\omega} = \bar{\Omega}$  gilt, gefiltert, so multiplizieren sich in komplexer Schreibweise die Amplituden, und es addiert sich der konstante Phasenwinkel des Filters an der Frequenz  $\bar{\omega}$  zum linear von der Zeit abhängigen Drehwinkel des Raumzeigers.

Sind, wie in Gl. (4.17), mehrere (Kreis-)Frequenzen wirksam, d.h. der Stromraumzeiger besteht aus einer Summe verschiedenfrequenter Ströme, so folgt aus den Gleichungen (4.17), (A.6) und (A.12):

$$\begin{aligned} \vec{I}_1^S(\bar{\vartheta}(t), t) &= \vec{I}_{1,M}^S(\bar{\vartheta}(t), t) + \vec{I}_{1,C}^S(\bar{\vartheta}(t), t) \\ &\approx \underbrace{\vec{I}_{1,IMP}^S(t)}_{f(\bar{\omega}_M)} + \underbrace{\vec{I}_{1,REL}^S(\bar{\vartheta}(t), t)}_{f(2\bar{\vartheta}(t) - \bar{\omega}_M t)} + \underbrace{\vec{I}_{1,i}^S(\bar{\vartheta}(t), t)}_{f(\bar{\vartheta}(t))} \\ &\quad + \underbrace{\vec{I}_{1,C,IMP}^S(t)}_{f(\bar{\omega}_C)} + \underbrace{\vec{I}_{1,C,REL}^S(\bar{\vartheta}(t), t)}_{f(2\bar{\vartheta}(t) - \bar{\omega}_C t)} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Im stationären Betrieb gilt für den elektrischen Winkel die Beziehung  $\bar{\vartheta}(t) = \bar{\omega}_M t + \vartheta_0$ , da im Synchronismus die Winkelgeschwindigkeit des Rotors in elektrischen Graden gleich der Kreisfrequenz der anregenden elektrischen Größen ist ( $\bar{\Omega}_{el} = \bar{\omega}_M$ ). Wird obige Beziehungen in den Stromraumzeiger der Steuerung  $\vec{I}_{1,M}^S(\bar{\vartheta}(t), t)$  eingesetzt, so entfällt die Abhängigkeit der Stromraumzeigerkomponenten der Reluktanz und der induzierten Gegenspannung vom Winkel  $\bar{\vartheta}(t)$  (vgl. Gl. (4.6)). Die Zusammenfassung der Steuerstromkomponenten  $\vec{I}_{1,IMP}^S(t)$ ,  $\vec{I}_{1,REL}^S(t)$  und  $\vec{I}_{1,i}^S(t)$  ergibt dann einen stationären Steuerstrom mit der Amplitude  $\vec{I}_{1,M}$  und der Kreisfrequenz  $\bar{\omega}_M$ . Da in diesem Kapitel nur die Filterung von Frequenzen betrachtet wird, werden die Startwinkel  $\varphi_{el,0}$  und  $\vartheta_0$  vernachlässigt.

Mit der Gl. (4.10) kann Gl. (A.22) somit wie folgt angeschrieben werden:

$$\vec{I}_1^S(\bar{\vartheta}(t), t) = \vec{I}_{1,M} \cdot e^{j\bar{\omega}_M t} - j \cdot I_P \cdot e^{j\bar{\omega}_C t} - j \cdot I_N \cdot e^{j(2\bar{\omega}_M t - \bar{\omega}_C t)}$$

Abhängig von der jeweiligen Frequenz wird jeder dieser Ströme dem Amplituden- und dem Phasengang unterworfen:

$$\begin{aligned} \vec{I}_{BP}(\bar{\vartheta}(t), t) \approx & \vec{I}_{1,M} \cdot e^{j\bar{\omega}_M t} & \cdot & A_{BP}(\bar{\omega}_M) \cdot e^{j\Phi_{BP}(\bar{\omega}_M)} \\ & - j \cdot I_P \cdot e^{j\bar{\omega}_C t} & \cdot & A_{BP}(\bar{\omega}_C) \cdot e^{j\Phi_{BP}(\bar{\omega}_C)} \\ & - j \cdot I_N \cdot e^{j(2\bar{\omega}_M - \bar{\omega}_C) \cdot t} & \cdot & A_{BP}(2\bar{\omega}_M - \bar{\omega}_C) \cdot e^{j\Phi_{BP}(2\bar{\omega}_M - \bar{\omega}_C)} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Sind noch weitere Frequenzen im jeweiligen Signal vorhanden, so sind diese analog zu behandeln.

## A.5 Herleitung des Fehlers durch die Regelung (Kapitel 5.2.5)

Um die Berechnung des Fehlers durch die Einbindung des Rekonstruktionsverfahrens in eine Regelung zu vereinfachen, soll nachfolgend die Stromregelung im kontinuierlichen Laplace-Bereich nach Abb. A.1 betrachtet werden. Dies entspricht einer guten Näherung der Verhältnisse im zeitdiskreten z-Bereich nach Kapitel 6.3.1.3. Die Übertragungsfunktion des Stromrichters entspricht

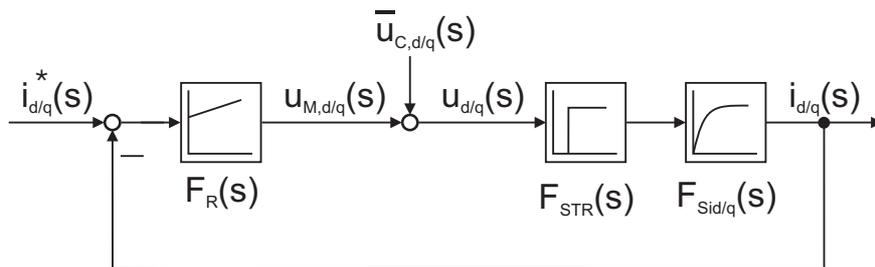


Abb. A.1: Stromregelkreis kontinuierlich

einem Totzeitglied. Bei einer im Vergleich zu den Zeitkonstanten  $T_{d/q}$  der Stromstreckenübertragungsfunktionen  $F_{Sid/q}(s)$  sehr kleinen Totzeit  $T_t = T_A$  des Stromrichters kann das Totzeitglied als  $PT_1$ -Funktion genähert werden (vgl. [174], [177]):

$$F_{STR}(s) = V_{STR} \cdot e^{-sT_t} \approx \frac{V_{STR}}{1 + sT_t} \quad \text{für } T_t = T_A \ll T_{d/q} \quad (\text{A.24})$$

Die Übertragungsfunktion der gesamten Strecke des Stromregelkreises ergibt sich somit zu:

$$F_S(s) = F_{STR}(s) \cdot F_{Sid/q}(s) = \frac{V_{STR}}{1+sT_t} \cdot \frac{V_M}{1+sT_{d/q}} = \frac{V_S}{(1+sT_{d/q}) \cdot (1+sT_t)} \quad (\text{A.25})$$

Zur Berechnung der Veränderung der Trägeranteile im Strom durch die Stromregelung wird das Übertragungsverhalten bei einer Auslegung nach dem Betragsoptimum (BO) betrachtet. Im zeitkontinuierlichen Fall ergibt sich für den PI-Regler folgende Übertragungsfunktion:

$$F_R(s) = V_R \cdot \frac{1+sT_R}{sT_R} \quad \text{mit} \quad \begin{cases} T_R = T_{d/q} \\ V_R = \frac{T_{d/q}}{V_S \cdot 2 \cdot T_t} \end{cases} \quad (\text{A.26})$$

Das Übertragungsverhalten des Regelkreises nach Abb. A.1 errechnet sich wie folgt:

$$\begin{aligned} u_{d/q}(s) &= u_{M,d/q}(s) + \bar{u}_{C,d/q}(s) \\ &= F_R(s) \cdot \left( i_{d/q}^*(s) - F_S(s) \cdot u_{d/q}(s) \right) + \bar{u}_{C,d/q}(s) \\ \Leftrightarrow u_{d/q}(s) &= \underbrace{\frac{F_R(s)}{1+F_R(s) \cdot F_S(s)} \cdot i_{d/q}^*(s)}_{\text{Führung}} + \underbrace{\frac{1}{1+F_R(s) \cdot F_S(s)} \cdot \bar{u}_{C,d/q}(s)}_{\text{Störung}} \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Setzt man in Gl. (A.27) die Gln. (A.26) und (A.25) ein, so erhält man:

$$u_{d/q}(s) = \underbrace{\frac{(1+s \cdot T_t) \cdot (1+s \cdot T_{d/q})}{V_S \cdot (2 \cdot s^2 \cdot T_t^2 + 2 \cdot s \cdot T_t + 1)}}_{\text{Führung}} \cdot i_{d/q}^*(s) + \underbrace{\frac{2 \cdot T_t \cdot s \cdot (1+s \cdot T_t)}{2 \cdot s^2 \cdot T_t^2 + 2 \cdot s \cdot T_t + 1}}_{\text{Störung}} \cdot \bar{u}_{C,d/q}(s) \quad (\text{A.28})$$

Laut dieser Gleichung kann das Einprägen einer Trägerspannung als Störgröße aufgefasst werden. Der Stromraumzeiger bei Anregung mit dem Trägersignal als Störgröße soll nun im statorfesten Koordinatensystem ermittelt werden. Es sollen für den Motor stationäre Verhältnisse gelten, d.h. die Ströme  $i_d(s)$  und  $i_q(s)$  sollen konstante Werte aufweisen, wobei der feldbildende Strom laut Reglerauslegung in Kapitel 6.3.1.3 auf den Wert  $i_d(s) = 0A$  geregelt wird.

Hierzu wird zuerst der entsprechende Trägerspannungsraumzeiger (Kreisfrequenz  $\bar{\omega}_C$  und Amplitude  $\bar{U}_C$  sind konstant)

$$\bar{U}_{1,C}^R(t) = \bar{U}_{1,C}^S(t) \cdot e^{-j\vartheta(t)} = \bar{U}_C \cdot e^{j(\bar{\omega}_C t - \vartheta(t))} = \bar{u}_{C,d}(t) + j\bar{u}_{C,q}(t)$$

in den Laplace-Bereich transformiert:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{C,d}(s) &= \bar{U}_C \cdot \frac{\cos(\vartheta_0) \cdot s + \sin(\vartheta_0) \cdot (\bar{\omega}_C - \bar{\Omega}_{el})}{s^2 + (\bar{\omega}_C - \bar{\Omega}_{el})^2} \\ \bar{u}_{C,q}(s) &= \bar{U}_C \cdot \frac{\sin(\vartheta_0) \cdot s - \cos(\vartheta_0) \cdot (\bar{\omega}_C - \bar{\Omega}_{el})}{s^2 + (\bar{\omega}_C - \bar{\Omega}_{el})^2} \end{aligned}$$

Die Annahme stationärer Verhältnisse bedingt auch eine stationäre elektrische Winkelgeschwindigkeit  $\bar{\Omega}_{el} = konst.$ , was für den elektrischen Winkel bedeutet:

$$\vartheta(t) = \bar{\vartheta}(t) = \bar{\Omega}_{el} \cdot t + \vartheta_0$$

Setzt man die Anregungsspannungen  $\bar{u}_{C,d}(s)$  und  $\bar{u}_{C,q}(s)$  in Gl. (A.28) ein, ergeben sich die Spannungen  $u_d(s)$  und  $u_q(s)$ . Da die Gleichungen in statorfesten Koordinaten gesucht sind, werden die Spannungen mit Hilfe von Gl. (3.8) transformiert. Hieraus kann wiederum ein Raumzeiger gebildet werden:

$$\bar{U}_1^S(t) = j \cdot \frac{1}{V_S} \cdot \bar{i}_q^* \cdot e^{j(\vartheta_0)} + \frac{4 \cdot \bar{U}_C \cdot T_t e^{j\bar{\omega}_C t} \cdot (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C) \cdot (T_t (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C) + j)}{(2 T_t (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C) + 1 + j) \cdot (2 T_t (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C) - 1 + j)} \quad (\text{A.29})$$

Der erste Term dieser Raumzeigergleichung entspricht der Steuergröße in Abhängigkeit vom Stromsollwert  $i_q^*$ . Der zweite Term ist nun der resultierende Trägerspannungsraumzeiger im geregelten Betrieb. Da alle Größen als stationär angenommen wurden, wurde der transiente Term unterdrückt. Ebenfalls vernachlässigt wurden Steuerfrequenzanteile, die über die überlagerten Regelkreise als Sollwerte dem Stromregelkreis zugeführt werden, da diese als sehr klein angesehen werden und deshalb kaum einen nennenswerten Einfluss haben werden.

Wenn man den Raumzeiger so anschreibt, dass die Abhängigkeit des neuen Raumzeigers vom Trägerspannungsraumzeiger erkennbar wird, ergibt sich:

$$\begin{aligned} \bar{U}_1^S(t) &= \underbrace{\frac{1}{V_S} \cdot \bar{i}_q^* \cdot e^{j(\vartheta_0 + \frac{\pi}{2})}}_{\text{Steuerspannung}} + \underbrace{\bar{U}_{1,C}^S(t) \cdot A \cdot \left( A_\Sigma + e^{-j\frac{\pi}{2}} \right)}_{\text{Trägerspannung}} \\ &= \underbrace{\frac{1}{V_S} \cdot \bar{i}_q^* \cdot e^{j(\vartheta_0 + \frac{\pi}{2})}}_{\text{Steuerspannung}} + \underbrace{\bar{U}_{1,C}^S(t) \cdot A_{Regler} \cdot e^{j\varphi_{Regler}}}_{\text{Trägerspannung}} \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

mit den Substitutionen:

$$\begin{aligned} A_{Regler} &= A \cdot \sqrt{A_\Sigma^2 + 1} & \varphi_{Regler} &= \arctan\left(\frac{1}{A_\Sigma}\right) \\ A &= \frac{2 \cdot T_t \cdot (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C)}{2 T_t^2 (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C)^2 - 2 T_t (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C) + 1} \\ A_\Sigma &= \frac{1}{2 T_t^2 (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C)^2 + 2 T_t (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C) + 1} \\ &= T_t (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C) (2 T_t^2 (\bar{\Omega}_{el} - \bar{\omega}_C)^2 + 1) \end{aligned}$$

Die Werte für  $A_{Regler}$  und  $\varphi_{Regler}$  ergeben sich aus der Überlagerung zweier gleichfrequenter, aber phasenverschobener Schwingungen (u.a. [34], [127]). Die Berechnung erfolgt analog zur Berechnung von Dämpfung und Phasenverschiebung im Kapitel A.4.

## A.6 Herleitung der Reglerkoeffizienten (Kapitel 6.3)

### A.6.1 Winkelgeschwindigkeitsregler (Kapitel 6.3.2)

Die diskrete Zustandsgleichung für den geschlossenen Winkelgeschwindigkeitsregelkreis ist für den Hybridschrittmotor mit Winkelgeschwindigkeitszustandsregler laut Kapitel 6.3.2:

$$\begin{bmatrix} \Omega(k+1) \\ s(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi - \Gamma_u K_\omega & \Gamma_u \\ -K_S & 1 \end{bmatrix}}_{\Phi_{geschl}} \begin{bmatrix} \Omega(k) \\ s(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_S \end{bmatrix} \Omega^*(k) - \begin{bmatrix} \Gamma_z \\ 0 \end{bmatrix} M_L(k)$$

Der diskrete Zustandsregler wird mit Hilfe des Polvorgabeverfahrens ausgelegt. Hierzu wird das charakteristische Polynom des geschlossenen Winkelgeschwindigkeitsregelkreis  $P_{char}(z)$  mit einem Normpolynom  $P_{Norm}(z)$  verglichen.

Aus der obigen Zustandsgleichung errechnet sich folgendes charakteristische Polynom:

$$\begin{aligned} P_{char}(z) &= \det(z\mathbf{I} - \Phi_{geschl}) = \det\left(\begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Phi - \Gamma_u K_\Omega & \Gamma_u \\ -K_S & 1 \end{bmatrix}\right) \\ &= z^2 - z(1 + \Phi - \Gamma_u K_\Omega) + \Phi + \Gamma_u (K_S - K_\Omega) \end{aligned}$$

Die Zustandsregelung soll dämpfungsoptimal ausgelegt werden. Das entsprechende Normpolynom nach dem Dämpfungsoptimum (vgl. [176] u.a.) ist zeitkontinuierlich wie folgt anzusetzen:

$$\begin{aligned} P_{Norm}(s) = \frac{1}{2} T_{en}^2 s^2 + T_{en} s + 1 &= \left(s + \frac{1}{T_{en}}(1+j)\right) \cdot \left(s + \frac{1}{T_{en}}(1-j)\right) \\ &= (s - s_1) \cdot (s - s_2) \end{aligned}$$

Um das Normpolynom im zeitdiskreten Bereich verwenden zu können, kann über die Abbildungsvorschrift für die Wurzeln  $s_1$  und  $s_2$  (vgl. [25], [36], [106], [141] u.a.)

$$z_{1/2} = e^{s_{1/2} \cdot T_A}$$

das zugehörige Normpolynom zeitdiskret formuliert werden:

$$P_{Norm}(z) = (z - e^{s_1 T_A}) \cdot (z - e^{s_2 T_A}) = z^2 - z \left(2 \cdot e^{-\frac{T_A}{T_{en}}} \cdot \cos\left(\frac{T_A}{T_{en}}\right)\right) + e^{-\frac{2T_A}{T_{en}}}$$

Ein Koeffizientenvergleich

$$P_{char}(z) \equiv P_{Norm}(z)$$

liefert dann die Reglerparameter:

$$K_\Omega = \frac{1}{\Gamma_u} \left(1 + \Phi - 2 \cdot e^{-\frac{T_A}{T_{en}}} \cdot \cos\left(\frac{T_A}{T_{en}}\right)\right) \approx \frac{2J}{T_{en} K_M} - \frac{D}{K_M}$$

$$K_S = \frac{1}{\Gamma_u} \left(1 - 2 \cdot e^{-\frac{T_A}{T_{en}}} \cdot \cos\left(\frac{T_A}{T_{en}}\right) + e^{-\frac{2T_A}{T_{en}}}\right) \approx \frac{2J \cdot T_A}{K_M \cdot T_{en}^2}$$

Hierbei wurden nach [34] nachfolgende Vereinfachungen getroffen:

$$e^x \approx 1 + \frac{1}{1!}x = 1 + x \quad \cos(x) \approx 1 - \frac{1}{2!}x^2 = 1 - \frac{1}{2}x^2$$

### A.6.2 Winkelregler (Kapitel 6.3.3)

Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises ergibt sich aus den Gln. (6.28) und (6.29).

$$F_{gY}(s) = \frac{\gamma}{\gamma^*} = \frac{F_{RY}(s) \cdot F_{SY}(s)}{1 + F_{RY}(s) \cdot F_{SY}(s)} = \frac{K_Y}{s^2 T_{en} + s + K_Y}$$

Für Positioniervorgänge wird oft ein Einlaufen in die Sollposition ohne Überschwingen gefordert. Durch die Vorgabe eines reellen Doppelpoles kann dieses aperiodische Verhalten erzeugt werden, indem die Diskriminante des Nennerpolynoms zu Null gesetzt wird:

$$\begin{aligned} \text{Nennerpolynom:} \quad & s^2 T_{en} + s + K_\gamma \equiv 0 \\ \text{Pole:} \quad & \Rightarrow s_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot T_{en} \cdot K_\gamma}}{2 \cdot T_{en}} \\ \text{Reeller Doppelpol:} \quad & \Rightarrow \sqrt{1^2 - 4 \cdot T_{en} \cdot K_\gamma} \equiv 0 \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich der Reglerkoeffizient  $K_\gamma$  zu:

$$K_\gamma = \frac{1}{4 \cdot T_{en}}$$

## A.7 Drehmomentgleichung im stationären Zustand und Lastwinkel

Nach Kapitel 3.7 ergibt sich die Gleichung des inneren Motordrehmoments aus den statorfesten Raumzeigern wie folgt:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot \Im \{ \vec{\Psi}_1^{S*} \cdot \vec{I}_1^S \} \quad (\text{A.31})$$

In Kapitel A.1 wurde für den stationären Fall die Stromraumzeigergleichung (A.6) hergeleitet. Setzt man diesen stationären Stromraumzeiger in obige Drehmomentgleichung ein, so erhält man für den Stillstandsfall ( $\vec{\Omega}_{el} = \vec{\omega}_M = 0 \text{ s}^{-1}$ ) folgende Gleichung für das stationäre innere Motordrehmoment:

$$\bar{M}_{Mi}(\bar{\vartheta}) = \underbrace{-\frac{3}{2} \cdot N_r \cdot \frac{\bar{U}_M \cdot \hat{\Psi}_0 \cdot \sin(\bar{\vartheta})}{R}}_{\text{Synchrondrehmoment } \bar{M}_{syn}} - \underbrace{\frac{3}{2} \cdot N_r \cdot \frac{\bar{U}_M^2 \cdot \frac{3}{2} L_2 \cdot \sin(2\bar{\vartheta})}{R^2}}_{\text{Reluktanzdrehmoment } \bar{M}_{rel}} \quad (\text{A.32})$$

Der Lastwinkel zeigt an, um welchen (elektrischen) Winkel sich der Motor aus der Winkelposition bei Leerlauf  $\bar{\varphi}_{el}$  (Belastung  $M_L = 0 \text{ Nm}$ ) auslenkt. Nach Gl. (3.39) spielen hier noch weitere Drehmomentanteile eine Rolle. Im Stillstand verschwindet das Beschleunigungsdrehmoment ( $M_B = 0 \text{ Nm}$ ), und die stationäre Gleichung kann wie folgt angeschrieben werden:

$$\underbrace{M_{Mi} + M_S}_{\text{Motordrehmoment } M_M} = \underbrace{(M_{La} + M_R + M_D)}_{\text{Lastdrehmoment } M_L} \quad (\text{A.33})$$

Bei einer Vernachlässigung des Rastdrehmoments  $M_S$  müssen laut Gl. (A.33) das Lastdrehmoment  $M_L$  und das innere Motordrehmoment  $M_{Mi}$  bei Stillstand gleich groß sein. Der stationäre elektrische Winkel des Motors  $\bar{\vartheta}$  stellt sich nach Gl. (A.32) entsprechend dem Lastdrehmoment  $M_L$  ein. Bei Leerlauf wird der elektrische Winkel des Motor dem Winkel  $\varphi_{el}$  entsprechen, der z.B. im Schrittbetrieb durch den Spannungsraumzeiger  $\vec{U}_1^S$  vorgegeben wird ( $\bar{\vartheta} = \bar{\varphi}_{el}$ ). Bei einem Lastdrehmoment an der Welle ( $M_{La} \neq 0 \text{ Nm}$ ) werden sich diese beiden Winkel allerdings voneinander um einen vom Lastdrehmoment abhängigen Wert unterscheiden. Das ist der Lastwinkel  $\beta$ . Der statische bzw. stationäre Lastwinkel  $\bar{\beta}$  ergibt sich somit aus folgender Gleichung (vgl. [114]):

$$\bar{\beta} = \bar{\varphi}_{el} - \bar{\vartheta} \quad (\text{A.34})$$

Bei einem Steuerwinkel  $\bar{\varphi}_{el} = 0 \text{ rad}$  ergibt sich dann aus Gl. (A.32) das stationäre Motordrehmoment in Abhängigkeit vom Lastwinkel.

$$\bar{M}_{Mi}(\bar{\beta}) = \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot \frac{\bar{U}_M \cdot \hat{\Psi}_0 \cdot \sin(\bar{\beta})}{R} + \frac{3}{2} \cdot N_r \cdot \frac{\bar{U}_M^2 \cdot \frac{3}{2} L_2 \cdot \sin(2\bar{\beta})}{R^2} = \bar{M}_L(\bar{\beta}) \quad (\text{A.35})$$

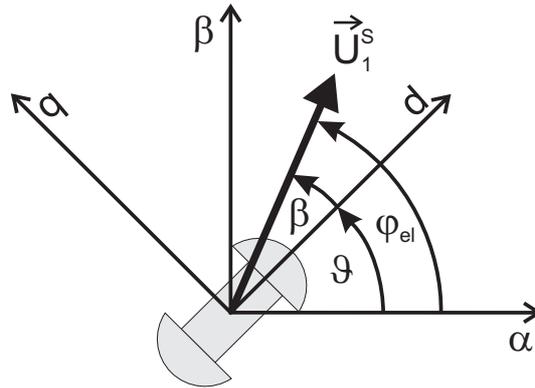


Abb. A.2: Last-, Steuer- und elektrischer Winkel

## Literaturverzeichnis

- [1] D. Abramovitch und G. Franklin: *A Brief History of Disk Drive Control*. IEEE Control Systems Magazine, Vol. 22, No. 3, June 2002, pp. 28-37.
- [2] P. Aicher: *Methode zur Winkelerkennung für die sensorlose Positionsregelung von Hybridschrittmotoren*. Tagungsband- und -CD der SPS/IPC/DRIVES'01, Nürnberg, Deutschland, 2001, S. 509-517.
- [3] P. Aicher: *Position Estimation for Sensorless Control of Hybrid Stepper Motors Including Zero Speed*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [4] P. Aicher: *Winkelrekonstruktion*. Deutsche Patentanmeldung 101 14 293.5 - 23, München, 2001.
- [5] M. L. Aime und andere: *The Effects of Saturation on Flux Angle Estimation for Sensorless , Direct Field Oriented Control of Induction Machines*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [6] M. L. Aime und andere: *The Effects of Saturation Induced Saliency Movement on Flux Angle Estimation*. Konferenzband der AMC'98, Coimbra, Portugal, 1998, S. 369-374.
- [7] S. Alahakoon und K. Walgama: *Sensorless Adaptive Control of Permanent-Magnet Synchronous Motors Based on a Voltage Error Vector*. Konferenzband der AMC'98, Coimbra, Portugal, 1998, S. 204-209.
- [8] J. M. Aller und andere: *Sensorless Speed Measurement of AC Machines Using Analytic Wavelet Transform*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 38, No. 5, September/October 2002, pp. 1344-1350.
- [9] G. D. Andreescu: *Position and Speed Sensorless Control of PMSM Drives Based on Adaptive Observer*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [10] L. Antognini: *Eigen-Synchronisation von Schrittmotoren und Bürstenlosen DC Motoren, Ein Neuartiges Konzept ohne Positionsgeber*. Firmenschrift AN07, Portescap, La Chaux-de-Fonds, 1991.
- [11] Analog Devices Inc.: *ADSP-2106x SHARC DSP Microcomputer Family, ADSP-21061/ ADSP-21061L*. Datenblatt, 2000.
- [12] G. J. Armstrong und D. J. Atkinson: *A Comparison of Model Reference Adaptive System and Extended Kalman Filter Estimators for Sensorless Vector Drives*. Proceedings of the EPE'97, Trondheim, Norway, 1997, Vol. 1, pp. 1.424-1.429.
- [13] F. J. Bartos: *Sensorless AC Drives Fill Price/Performance Niche*. Control Engineering Online, veröffentlicht im Internet (Stand Juli 2002):  
<http://www.controleng.com/archives/2001/ctl0301.01/010304.htm>.

- [14] E. Bautz GmbH: *AC-Servomotoren*. Prospekt, 1998.
- [15] E. Bautz GmbH: *AC-Servoregler*. Prospekt, 1997.
- [16] S. Beineke und A. Bünte: *Geberauswertung für geregelte Antriebe mit hoher Rundlaufgüte*. Tagungsband- und -CD der SPS/IPC/DRIVES'01, Nürnberg, Deutschland, 2001, S. 757-766.
- [17] S. Beierke und andere: *DSP-Based Intelligent Motor Control*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [18] A. Bellini und andere: *Design and implementation of a low-cost sensorless control for synchronous reluctance motors*. Proceedings of the 7th Workshop on AC Motor Drives Technology, Vicenza, Italy, May 2001.
- [19] N. Bianchi und andere: *Salient-Rotor PM Synchronous Motors for an Extended Flux-Weakening Operation Range*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 36, No. 4, July/August 2000, pp. 1118-1125.
- [20] M. Biremont und andere: *An artificial neuronal network for a DC machine and position estimator with a synchronous machine*. Konferenz-CD der PCIM 2000, Nürnberg, Deutschland, 2000.
- [21] D. Bispo und andere: *A New Strategy for Induction Machine Modeling Taking into Account the Magnetic Saturation*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 37, No. 6, November/December 2001, pp. 1710-1719.
- [22] S. Bolognani und andere: *Extended Kalman Filter Tuning in Sensorless PMSM Drives*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 39, No. 6, November/December 2003, pp. 1741-1747.
- [23] F. Bonvin und Y. Perriard: *BLDC Motor Position Detection at Standstill*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [24] F. Bonvin und Y. Perriard: *Low Cost Sensorless Position Detection for Brushless DC Motor*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [25] G. Brandenburg: *Informationsverarbeitung in der Energietechnik*. Manuskript zur Lehrveranstaltung, TU München, November 1995.
- [26] W. Brandstätter: *Neues Ansteuerungsverfahren für Schrittmotoren, Einsatz digitaler Signalprozessoren zur Ansteuerung von Schrittmotoren*. Beitrag im A&D Kompendium 2001, publish-industry Verlag GmbH, Herausgeber: Dipl.-Kfm. K. Müller, Prof. Dr.-Ing. G. Brandenburg, Prof. Dr.-Ing. E. Habinger, München, Deutschland, 2001, S. 239-243.
- [27] W. Brandstätter: *Betriebsverhalten eines neu entwickelten DSP-basierten Schrittmotorsystems*. Beitrag in der Fachzeitschrift Konstruktion, Springer-VDI-Verlag GmbH & Co. KG, Düsseldorf, Deutschland, Juli/August 2000, ISSN 0005-5953, S. 47-50.
- [28] W. Brandstätter: *A new approach for a DSP-based stepping motor control which eliminates vibrations and allows a common hardware platform for stepping motor and PM brushless motors*. Konferenz-CD der PCIM'99, Nürnberg, Deutschland, 1999.

- [29] W. Brandstätter: *Das Betriebsverhalten eines neuen DSP-basierten Schrittmotorsystems im Vergleich zu konventionellen Schrittmotor- und AC-Synchron Servosystemen*. Konferenz-CD der SPS/IPC/DRIVES'99, Nürnberg, Deutschland, 1999.
- [30] A. Brandstaetter und R. Baur: *A digital controller for closed loop operation of 5-phase step motors*. Proceedings of the 17th Symposium on IMCSD, Champaign, 1988, pp. 291-304.
- [31] F. Briz und andere: *Static and Dynamic Behaviour of Saturation-Induced Saliencies and Their Effect on Carrier-Signal-Based Sensorless AC Drives*. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 38, No. 3, May/June 2002, pp. 670-678.
- [32] F. Briz und andere: *Improving the Dynamic Performance of Carrier Signal Injection Based Sensorless AC Drives*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [33] F. Briz und andere: *Dynamic Operation of Carrier-Signal-Injection-Based Sensorless Direct Field-Oriented AC Drives*. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 36, No. 5, September/October 2000, pp. 1360-1368.
- [34] I. N. Bronstein, K. A. Semenjajew: *Taschenbuch der Mathematik*. 25., durchgesehene Auflage, Stuttgart, B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1991, ISBN 3-8154-2000-8.
- [35] P. F. Brosch: *Moderne Stromrichterantriebe, Leistungselektronik und Maschinen*. 3., überarbeitete und erweiterte Auflage, Würzburg, Vogel-Verlag, 1998, ISBN 3-8023-1735-1.
- [36] S. Brückl: *Regelung von Synchron-Linearmotoren für hochgenaue Vorschubantriebe bei Werkzeugmaschinen*. Dissertation TU München, Düsseldorf, VDI Verlag, 2000, ISBN 3-18-383108-2.
- [37] S. Brückl: *Hochgenaue Regelung von Linearmotoren durch optimierte Strommessung*. antriebstechnik 38 (1999) Nr. 9, Eltville, Vereinigte Fachverlage GmbH, 1999.
- [38] C. Brunotte und W. Schuhmacher: *Detection of the Starting Rotor Angle of a PMSM at Standstill*. Proceedings of the EPE'97, Trondheim, Norway, 1997, Vol. 1, pp. 1.250-1.253.
- [39] A. Bünte und andere: *High Performance Speed Measurement Method*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [40] M. S. Carmeli und A. Monti: *A Unified Predictive DTC Algorithm for AC Machine Sensorless Control*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [41] E. Capecchi und andere: *Position-Sensorless Control of the Transverse-Laminated Synchronous Reluctance Motor*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 37, No. 6, November/December 2001, pp. 1768-1776.
- [42] G. Cecchini und andere: *Sensorless Permanent Magnet Synchronous Motor Drive for Domestic Refrigerators*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [43] Z. Chen: *New Adaptive Sliding Observers for Position- and Velocity-Sensorless Controls of Brushless DC Motors*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47, No. 3, June 2000, pp. 582-591.
- [44] D.-W. Chung und andere: *Initial Rotor Position of PMSM at Standstill Without Rotational Transducer*. IEEE-IEMDC 1999, Seattle, Washington USA, 1999.

- 
- [45] V. Comnac und andere: *Mechanical Sensorless Speed Control of Interior Permanent Magnet Synchronous Machine Based on Extended Kalman Filter*. Konferenz-CD der PCIM 2000, Nürnberg, Deutschland, 2000.
- [46] V. Comnac und andere: *The Control of Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Using a Non-Linear Minimum Order Observer*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [47] A. Consoli und andere: *Industry Application of Zero-Speed Sensorless Control Techniques for PM Synchronous Motors*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 37, No. 2, March/April 2001, pp. 513-521.
- [48] A. Consoli: *Low- and Zero-Speed Sensorless Control of Synchronous Reluctance Motors*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 35, No. 5, September/October 1999, pp. 1050-1057.
- [49] M. J. Corley und R. D. Lorenz: *Rotor Position and Velocity Estimation for a Salient-Pole Permanent Magnet Synchronous Machine at Standstill and High Speeds*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 34, No. 4, July/August 1998, pp. 784-789.
- [50] M. W. Degner und R. D. Lorenz: *Position Estimation in Induction Machines Utilizing Rotor Bar Slot Harmonics and Carrier-Frequency Signal Injection*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 36, No. 3, May/June 2000, pp. 736-742.
- [51] M. W. Degner und R. D. Lorenz: *Using Multiple Saliencies for the Estimation of Flux, Position and Velocity in AC Machines*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 34, No. 5, September/October 1998, pp. 1097-1104.
- [52] M. W. Degner und R. D. Lorenz: *Wide Bandwidth Flux, Position and Velocity Estimation in AC Machines at Any Speed (Including Zero) Using Multiple Saliencies*. Proceedings of the EPE'97, Trondheim, Norway, 1997, Vol. 1, pp. 1.536-1.541.
- [53] Deutsche Industrie Norm: *DIN 42021, Teil 1 und Teil 2*. Beuth Verlag GmbH, Berlin, Oktober 1976.
- [54] B. Dwersteg und andere: *Motorsteuerung mit Köpfchen*. Elektronik Automotive, WEKA Fachzeitschriften-Verlag GmbH, Poing, September 2001, S. 102-105.
- [55] J. Ehrenberg und andere: *Windkraftanlagen für den Megawatt-Bereich - Digitale Steuerung eines doppelt gespeisten Asynchrongenerators ohne Lagegeber*. Beitrag in der Fachzeitschrift „Elektronik“ Nr. 18, WEKA Fachzeitschriften-Verlag GmbH, Poing, 2001, S. 60-67.
- [56] M. Ehsani und B. Fahimi: *Elimination of Position Sensors in Switched Reluctance Motor Drives: State of the Art and Future Trends*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 49, No. 1, February 2002, pp. 40-47.
- [57] O. Fenker und W. Schumacher: *Control of an Induction Motor without Shaft Encoder Using the VECON-Chip*. Proceedings of the EPE'97, Trondheim, Norway, 1997, Vol. 1, pp. 238-243.
- [58] O. Föllinger: *Regelungstechnik*. 4., verbesserte Auflage, Heidelberg, Dr. Alfred Hüthig Verlag GmbH, 1984, ISBN 3-7785-0955-1.

- [59] C. Fräger: *Kompaktservomotoren - höchste Dynamik und Leistungsdichte für moderne Antriebsaufgaben in der Handhabungstechnik*. Konferenz-CD der SPS/IPC/DRIVES'03, Nürnberg, Deutschland, 2003.
- [60] H. P. Geering: *Regelungstechnik*. 4. Auflage, Berlin, Springer-Verlag, 1996, ISBN 3-540-61079-0.
- [61] E. Gleißner: *Zum Entwurf von Hochfrequenz-Bandpassfiltern mit konzentrierten Elementen*. Dissertation TU München, Sonderdruck, AEG-Telefunken.
- [62] G. Griva und andere: *Luenberger Observer for High Speed Induction Maschine Drives based on a New Pole Placement Method*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [63] U. Gysel: *Signale der Nachrichtentechnik*. Kapitel 3 „Basisband-Übertragung analoger Signale“, Manuskript zur Vorlesung an der ZHW Zürich, veröffentlicht im WWW, November 2000.
- [64] U. Gysel: *Signale der Nachrichtentechnik*. Kapitel 4 „Frequenzversetzte Übertragung von Signalen - Modulation“, Manuskript zur Vorlesung an der ZHW Zürich, veröffentlicht im WWW, November 2000.
- [65] J.-I. Ha und andere: *Sensorless Rotor Position Estimation of an Interior Permanent-Magnet Motor from Initial States*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 39, No. 3, May/June 2003, pp. 761-767.
- [66] J.-I. Ha und S.-K. Sul: *Sensorless Field-Oriented Control of an Induction Machine by High-Frequency Signal Injection*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 35, No. 1, January/February 1999, pp. 45-51.
- [67] D. Hamada und andere: *Sensorless Control of PMSM using a Linear Reduced Order Observer including Disturbance Torque Estimation*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [68] R. W. Hamming: *Digitale Filter*. Deutsche Übersetzung der 2. Auflage, Weinheim, VCH Verlag, 1987, ISBN 3-527-26463-9.
- [69] L. Harnefors und andere: *Unified Sensorless Vector Control of Synchronous and Induction Motors*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 50, No. 1, February 2003, pp. 153-160.
- [70] L. Harnefors und H.-P. Nee: *A General Algorithm for Speed and Position Estimation of AC Motors*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47, No. 1, February 2000, pp. 77-83.
- [71] L. Harnefors und A. J. Isaksson: *Sensorless Adaptive Control of Permanent-Magnet Motors: Some Asymptotic Properties*. Proceedings of the American Control Conference 1997, Albuquerque, USA, 1997, pp. 1203-1207.
- [72] Dr. Johannes Heidenhain GmbH: *Inkrementale Drehgeber*. Prospekt, 1998.
- [73] J. R. Heredia und andere: *Sensorless Control of Induction Motors by Artificial Neuronal Networks*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 48, No. 5, October 2001, pp. 1038-1040.
- [74] E. Hering und andere: *Physik für Ingenieure*. 4., verbesserte Auflage, Düsseldorf, VDI-Verlag GmbH, 1992, ISBN 3-18-401227-1.

- 
- [75] F. Herty: *Methods Reducing Distortions on Output Current and Voltage Waveforms in PWM Voltage Source Inverters*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [76] F. Herty: *Dead-Time Behavior in PWM-VSI Drives with Space-Vector Modulation Techniques*. Konferenz-CD der PCIM 2000, Nürnberg, Deutschland, 2000.
- [77] F. Herty: *Totzeiteffekte in PWM-Stromrichtern*. Beitrag in der Fachzeitschrift *antriebstechnik*, 2000, No. 4, S. 47-51, ISSN 0722-8546.
- [78] W. Hess: *Digitale Filter - Eine Einführung*. 2., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage, Stuttgart, Teubner Verlag, 1993, ISBN 3-519-16121-4.
- [79] J. A. Holtmann und M. Gummich: *Keep on Running - Innovationen bei Hybrid-Schrittmotoren*. Beitrag in der Fachzeitschrift „F&M“ Nr. 12, Carl Hanser Verlag, München, 2000, S. 68-70.
- [80] J. Holtz und H. Pan: *Elimination of Saturation Effects in Sensorless Position Controlled Induction Motors*. Beitrag zur Informationsveranstaltung „Mechatronik, Chancen und Herausforderungen für die Automatisierungstechnik“, VDMA-Haus, Frankfurt, Februar 2003.
- [81] J. Holtz: *Methods for Speed Sensorless Control of AC Drives*. in „Sensorless Control of AC Motors“, IEEE Press, New York, USA, 1996, p. 1-9, ISBN 0-7803-1046-2.
- [82] J. Holtz: *Sensorless Position Control of Induction Motors - an Emerging Technology*. Konferenzband der AMC'98, Coimbra, Portugal, 1998, S. 1-14.
- [83] A. Houda und D. Jones: *The ALPHASTEP 2-Phase Hybrid Stepping Motor with Keep-In-Step Control*. Konferenz-CD der PCIM 2000, Nürnberg, Deutschland, 2000.
- [84] M. Hövermann und andere: *Flux-Angle Identification Using Test Signals for Field Oriented Control of Induction Motor without Speed Sensor at Very Low Stator Frequency*. Konferenz-CD der PCIM 2000, Nürnberg, Deutschland, 2000.
- [85] J. Hu und B. Wu: *Field Oriented Control CSI Synchronous Motor Drive without Shaft Sensor*. Proceedings of the IEEE-PEDS'97, Singapore, 1997, Vol. 2, pp. 798 - 803.
- [86] K. D. Hurst und andere: *Zero-Speed Tacholeless IM Torque Control: Simply a Matter of Stator Voltage Integration*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 34, No. 4, July/August 1998, pp. 790-795.
- [87] K. D. Hurst und T. G. Habetler: *A Comparison of Spectrum Estimation Techniques for Sensorless Speed Detection in Induction Machines*. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 33, No. 4, July/August 1997, pp. 898-905.
- [88] Innovatia: *Innovatia Motor-Drive Technology*. Firmenschrift, veröffentlicht im Internet: [http://www.innovatia.com/Motor\\_Control\\_Tech.htm](http://www.innovatia.com/Motor_Control_Tech.htm), Version Juni 2002.
- [89] R. Isermann: *Digitale Regelsysteme, Band I*. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage, Berlin, Springer-Verlag, 1988, ISBN 3-540-16596-7.
- [90] P. L. Jansen und R. D. Lorenz: *Transducerless Position and Velocity Estimation in Induction and Salient AC Machines*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32 No. 6, November/December 1996, pp. 1380-1393.

- [91] P. L. Jansen und andere: *Flux, Position, and Velocity Estimation in AC Machines at Zero and Low Speed via Tracking of High Frequency Saliencies*. Proceedings of the EPE'95, Sevilla, Spain, 1995, Vol. 3, pp. 3.154-3.159.
- [92] P. L. Jansen und R. D. Lorenz: *Transducerless Position and Velocity Estimation in Induction and Salient AC Machines*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 31, No. 2, March/April 1995, pp. 240-247.
- [93] P. L. Jansen und andere: *Accuracy Limitations of Velocity and Flux Estimation in Direct Field Oriented Induction Machines*. Proceedings of the EPE'93, Brighton, Great Britain, 1993, pp. 312-318.
- [94] F. Jenni, D. Wüest: *Steuerverfahren für selbstgeführte Stromrichter*. Zürich und Stuttgart, vdf Hochschulverlag AG und B.G. Teubner Verlag, 1995, ISBN 3-519-06176-7.
- [95] S. Jennings: *Basics of Stepping Motors*. Online-Seminar-Dokument von BERGER LAHR, veröffentlicht im WWW, Version 1.0, November 1996.
- [96] J. Jess: *Katalog normierter Tiefpaßübertragungsfunktionen mit Tschebyscheffverhalten der Impulsantwort und der Dämpfung*. Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen, Nr. 1329, Köln, Westdeutscher Verlag, 1964.
- [97] J. Johann: *Modulationsverfahren*. Buchreihe Nachrichtentechnik, Band 22, Berlin, Springer-Verlag, 1992, ISBN 3-540-55769-5.
- [98] D. Joneit: *Sensorlose Drehmomentermittlung*. Beitrag in der Fachzeitschrift „F&M“ Nr. 4, Carl Hanser Verlag, München, 1998, S. 208-210.
- [99] D. W. Jones: *Control of Stepping Motors, a Tutorial: Stepping Motor Physics.*, veröffentlicht im Internet: <http://www.cs.uiowa.edu/~jones/step/physics.html>, 1998.
- [100] M. Jufer: *Indirect Sensors for Electric Drives*. Proceedings of the EPE'95, Sevilla, Spain, 1995, Vol. 1, pp. 1.838-1.841.
- [101] F. Jurisch: *Nutrustmomente in elektrischen Maschinen: Neue Betrachtungsweise und Maßnahmen zur gezielten Beeinflussung*. Konferenz-CD der SPS/IPC/DRIVES'03, Nürnberg, Deutschland, 2003.
- [102] K. D. Kammeyer und K. Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung, Filterung und Spektralanalyse mit MATLAB-Übungen*. 4. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage, Stuttgart, Teubner Verlag, 1998, ISBN 3-519-36122-1.
- [103] S.-J. Kang und andere: *Position Sensorless Control of Synchronous Reluctance Motor Using High Frequency Current Injection*. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 14, No. 4, December 1999, pp. 1271-1275.
- [104] N. Kasa und H. Watanabe: *A Mechanical Sensorless Control System for Salient-Pole Brushless DC Motors with Autocalibration of Estimated Position Angles*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47, No. 2, April 2000, pp. 389-395.
- [105] H. Kellermann und andere: *Field Oriented Position Control of a Hybrid Stepper Motor*. Proceedings of the EPE'95, Sevilla, Spain, 1995, Vol. 3, pp. 3.908-3.913

- 
- [106] H. Kellermann: *Modellbildung und feldorientierte Lageregelung eines Schraubengewindereluktanzmotors*. Dissertation TU München, Düsseldorf, VDI Verlag, 1994, ISBN 3-18-343208-0.
- [107] P. Kettle und andere: *Sensorless Sinusoidal Control of Brushless Motors for Refrigerators Compressor Control*. Konferenz-CD der PCIM 2000, Nürnberg, Deutschland, 2000.
- [108] P. Kettle und andere: *Sensorless Control of a Brushless DC motor using an Extended Kalman estimator*. Konferenz-CD der PCIM 1998, Nürnberg, Deutschland, 1998.
- [109] J. Kiel und andere: *Sensorlose Drehmomentregelung permanent erregter Synchronmaschinen im unteren Drehzahlbereich und Stillstand*. Tagungsband- und -CD der SPS/IPC/DRIVES'01, Nürnberg, Deutschland, 2001, S. 776-785.
- [110] H. Kim und andere: *Sensorless Control of Interior Permanent-Magnet Machine Drives with Zero-Phase Lag Position Estimation*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 39, No. 6, November/December 2003, pp. 1726-1733.
- [111] S.-H. Kim und andere: *Speed-Sensorless Vector Control of an Induction Motors Using Neuronal Network Speed Estimation*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 48, No. 3, June 2001, pp. 609-614.
- [112] T. Klepsch: *Sensorlose Lageregelung permanenterregter Synchronservomotoren*. Dissertation RWTH Aachen, Aachen, Shaker Verlag, 1995, ISBN 3-8265-0519-0.
- [113] P. C. Krause, O. Wasynczuk und S. D. Sudhoff: *Analysis of Electric Machinery*. IEEE reprinting of the 1986 book originally published by McGraw-Hill Book Company, NJ 08855-1331/USA, IEEE PRESS Marketing, 1995, ISBN 0-7803-1101-9.
- [114] H. P. Kreuth: *Schrittmotoren*. München, R. Oldenbourg Verlag, 1988, ISBN 3-486-20264-2.
- [115] H. Kronmüller: *Digitale Signalverarbeitung, Grundlagen, Theorie, Anwendungen in der Automatisierungstechnik*. Berlin, Springer-Verlag, 1991, ISBN 3-540-54128-4.
- [116] Z. Krzemiński und andere: *Sensorless Control of the Induction Motor Based on New Observer*. Konferenz-CD der PCIM 2000, Nürnberg, Deutschland, 2000.
- [117] T. Kopetzky: *Vergleichende Untersuchung nichtlinearer Zustandsrekonstruktionsverfahren für die sensorlose Regelung von Hybridschrittmotoren*. Diplomarbeit an der TU München, 1998.
- [118] M. Lang: *Signaldarstellung*. Kurzmanuskript zur Lehrveranstaltung, TU München, Druck und Vertrieb Fachschaft Elektrotechnik, Januar 1993.
- [119] S.-H. Lee und J.-B. Song: *Acceleration Estimator for Low-Velocity and Low-Acceleration Regions Based on Encoder Position Data*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 6, No. 1, March 2001, pp. 58-64.
- [120] M. Leksell und andere: *Machine Design Considerations for Sensorless Control of PM Motors*. Proceedings of the ICEM'98, Istanbul, Turkey, Vol. 1, pp. 619-624, 1998.
- [121] Y. Li und L. Jiang: *Sensorless Control of PMSM with an Adaptive Observer*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.

- [122] H. W. Lorenzen: *Grundlagen der elektromechanischen Energiewandlung*. Manuskript zur Lehrveranstaltung, TU München, November 1993.
- [123] E. C. Lovelace und andere: *Impact of Saturation and Inverter Cost on Interior PM Synchronous Machine Drive Optimization*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 36, No. 3, May/June 2000, pp. 723-729.
- [124] K. Meyberg und P. Vachenaer: *Höhere Mathematik 2*. Berlin, Springer-Verlag, 1991, ISBN 3-540-52334-0.
- [125] K. Meyberg und P. Vachenaer: *Höhere Mathematik 1*. 1. korrigierter Nachdruck, Berlin, Springer-Verlag, 1990, ISBN 3-540-51798-7.
- [126] M. Mamo und andere: *Carrier Frequency Method of IPM Motor Rotor Position Determination*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [127] G. Merziger und T. Wirth: *Repetitorium der Höheren Mathematik*. 1. Auflage, Springer, Feldmann-Verlag, 1991, ISBN 3-923 923-33-3.
- [128] R. H. Middleton und G. C. Goodwin: *Digital Control and Estimation, A Unified Approach*. Englewood Cliffs, New Jersey 07632, USA, Prentice-Hall Inc., 1990, ISBN 0-13-211665-0.
- [129] R. Mizutani und andere: *Current Model-Based Sensorless Drives of Salient-Pole PMSM at Low Speed and Standstill*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 34, No. 4, July/August 1998, pp. 841-846.
- [130] J. Moddemann: *Simulation of a Stepping Motor System to Analyse and Optimize System Characteristics*. Konferenzband und -CD der PCIM'97, Nürnberg, Deutschland, 1997, S. 417-422.
- [131] J. L. Mora und andere: *A Speed Adaptive Kalman Filter Observer for Induction Motors*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [132] S. Morimoto und andere: *Sensorless Control Strategy for Salient-Pole PMSM Based on Extended EMF in Rotating Reference Frame*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 38, No. 4, July/August 2002, pp. 1054-1061.
- [133] G. Müller: *Theorie elektrischer Maschinen*. Weinheim, VCH Verlagsgesellschaft mbH, 1995, ISBN 3-527-28392-7.
- [134] G. Müller: *Grundlagen elektrischer Maschinen*. Weinheim, VCH Verlagsgesellschaft mbH, 1994, ISBN 3-527-28390-0.
- [135] S. Nakashima und andere: *Sensorless Initial Rotor Position Estimation of Surface Permanent-Magnet Synchronous Motor*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 36, No. 6, November/December 2000, pp. 1598-1603.
- [136] H.-P. Nee und andere: *Determination of  $d$  and  $q$  Reactances of Permanent-Magnet Synchronous Motors Without Measurement of the Rotor Position*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 36, No. 5, September/October 2000, pp. 1330-1335.
- [137] M. Niemelä und andere: *Position Sensorless PMSM DTC-Drive for Industrial Applications*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.

- 
- [138] T. Noguchi und andere: *Mechanical-Sensorless Robust Control of Permanent-Magnet Synchronous Motor Using Phase Information of Harmonic Reactive Power*. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 37, No. 6, November/December 2001, pp. 1786-1792.
- [139] N. Nomura und andere: *Position-Sensorless Drive of the Interior Permanent Magnet Synchronous Motor for Wide Speed Range*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [140] T. Nondahl und andere: *A Permanent-Magnet Rotor Containing an Electrical Winding to Improve Detection of Rotor Angular Position*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 35, No. 4, July/August 1999, pp. 819-824.
- [141] C. Obermeier: *Modellbildung und sensorlose Regelung von Hybridschrittmotoren*. Dissertation TU München, Düsseldorf, VDI Verlag, 1998, ISBN 3-18-372508-8.
- [142] C. Obermeier: *Sensorlose, feldorientierte Positionsregelung eines Hybridschrittmotors*. Tagungsband der SPS/IPC/DRIVES'97, Nürnberg, Deutschland, 1997, S. 472-481.
- [143] C. Obermeier und andere: *Sensorless Field Oriented Speed Control of a Hybrid Stepper Motor Using an Extended Kalman Filter*. Proceedings of the EPE'97, Trondheim, Norway, 1997, Vol. 1, pp. 238-243.
- [144] C. Obermeier: *Modeling of a Permanent Magnet Disk Stepper Motor and Sensorless Field Oriented Speed Control Using an Extended Kalman Filter*. Proceedings of the IEEE-PEDS'97, Singapore, 1997, Vol. 1, pp. 714-720.
- [145] C. Obermeier und andere: *Sensorless Field Oriented Speed Control of a Hybrid and a Permanent Magnet Disk Stepper Motor Using an Extended Kalman Filter*. Proceedings of the 1997 IEEE International Electric Machines and Drives Conference Record, Milwaukee, USA, 1997, pp. MC3-5.1 - MC3-5.3
- [146] A. Obradovic und andere: *Sensorless Speed Detection of Induction Machines Using Wavelet Decomposition*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [147] G. Oedl und W. Zintz: *Sensorlose Positionsregelung linearer Synchronmotoren mit segmentierten Langstator*. Konferenz-CD der SPS/IPC/DRIVES'03, Nürnberg, Deutschland, 2003.
- [148] S. Ogasawara und H. Akagi: *An Approach to Real-Time Position Estimation at Zero and Low Speed for a PM Motor Based on Saliency*. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 34, No. 1, January/February 1998, pp. 163-168.
- [149] T. Orłowska-Kowalska und andere: *Dynamical Performance of Sensorless Induction Motor Drive with Different Flux and Speed Observers*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [150] F. Parasiliti und andere: *Rotor Speed and Position Detection for PM Synchronous Motors Based on Sliding Mode Observer and Kalman Filter*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [151] N. Patel und andere: *Encoderless IPM Drive System for EV/HEV Propulsion Applications*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [152] R. Paul und S. Paul: *Repetitorium Elektrotechnik, Elektromagnetische Felder, Netzwerke, Systeme*. Berlin, Springer Verlag, 1996, ISBN 3-540-57003-9.

- [153] Praktikumsmanuskript: *Messtechnik für Lehrberufe, Versuch S1, Schrittmotor*. Manuskript zum Praktikumsversuch, Lehrstuhl für Feingerätebau und Mikrotechnik, TU München, Ausgabe SS'95.
- [154] U. Probst: *Stand der Technik beim Einsatz von Schrittmotoren in Präzisionsanwendungen*. Konferenzband der SPS/IPC/DRIVES'98, Nürnberg, Deutschland, 1998, S. 160-170.
- [155] F. Profumo und andere: *Stability Analysis of Luenberger Observers for Speed Sensorless High Performance Spindle Drives*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [156] N. P. Quang und J. -A. Dittrich: *Praxis der feldorientierten Drehstromantriebsregelungen*. 71272 Renningen-Malmsheim, expert verlag, 1999, ISBN 3-8169-1698-8.
- [157] K. Rajaschekara, A. Kawamura und K. Matsuse: *Sensorless Control of AC Motor Drives*. A Selected Reprint Volume, NJ 08855-1331/USA, IEEE PRESS Marketing, 1996, ISBN 0-7803-1046-2.
- [158] M. F. Rahman: *A Direct Torque-Controlled Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drive Incorporating Field Weakening*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 34, No. 6, November/December 1998, pp. 1246-1253 .
- [159] D. Raviv und E. W. Djaja: *Technique for Enhancing the Performance of Discretized Controllers*. IEEE Control Systems, June 1999, Vol. 19, No. 3, pp. 52-57.
- [160] S. Rees und H. Fink: *Geberfreie Drehzahlregelung schnelldrehender Asynchronmotoren*. Konferenz-CD der SPS/IPC/DRIVES'03, Nürnberg, Deutschland, 2003.
- [161] E. Robeischl und andere: *Novel Hardware Current Controller for Sensorless INFORM-based Permanent Magnet Synchronous Drives*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [162] C. Roithmeier: *Untersuchung eines sensorlosen Regelungsverfahrens für Hybridschrittmotoren*. experimentelle Semesterarbeit an der TU München, 2002.
- [163] W. le Roux und J. D. van Wyk: *The Effects of Signal Measurement and Processing Delay on the Compensation of Harmonics by PWM Converters*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, April 2000, Vol. 47, No. 2, pp. 297-304.
- [164] A. Rubaai und R. Kotaru: *Adaptive Learning Control Scheme for a High-Performance Permanent-Magnet Stepper Motor Using Online Random Training of Neuronal Networks*. IEEE Transactions on Industry Applications, March/April 2001, Vol. 37, No. 2, pp. 495-502.
- [165] E. Rummich und 3 Mitautoren: *Elektrische Schrittmotoren und -antriebe*. 7044 Ehningen bei Böblingen, expert verlag, 1992, ISBN 3-8169-0678-8.
- [166] K. Ruschmeyer und andere: *Motoren und Generatoren mit Dauermagneten*. 7031 Grafenau 1/Württ., expert verlag, 1983, ISBN 3-88508-914-9.
- [167] C. Rusu: *Robust Servo Controller for a Field Oriented Hybrid Stepper Motor*. Konferenz-CD der PCIM 2000, Nürnberg, Deutschland, 2000.
- [168] M. Sakamoto: *The performance comparison of 3 phase stepping motor by difference of construction*. Konferenz-CD der PCIM 2000, Nürnberg, Deutschland, 2000.

- 
- [169] H. Schildt: *C: The Complete Reference, Fourth Edition*. 4. Ausgabe, Berkeley/USA, Osborne/McGraw-Hill Verlag, 2000, ISBN 0-07-212124-6.
- [170] W. Schinköthe und andere: *Antriebssysteme der Feinwerktechnik*. Manuskript zum Lehrgang, Technische Akademie Esslingen, März 2000.
- [171] U. Schlien: *Der Schrittmotor, der nicht ausrastet*. Beitrag in der Fachzeitschrift „Elektronik“ Nr. 24, WEKA Fachzeitschriften-Verlag GmbH, Poing, November 2002, S. 90-93.
- [172] G. Schmidt: *Grundlagen der Regelungstechnik*. 2. Auflage, 3. berichtiger Nachdruck, Berlin, Springer-Verlag, 1994, ISBN 3-540-17112-6.
- [173] R. Schönfeld: *Sliding-Mode-Control, ein Verfahren zur robusten Regelung elektromechanischer Antriebssysteme*. Tutorialmanuskript der SPS/IPC/DRIVES 2001, Nürnberg, Deutschland, 2001.
- [174] R. Schönfeld: *Bewegungssteuerungen*. Berlin, Springer-Verlag, 1998, ISBN 3-540-63872-5.
- [175] R. Schönfeld: *Elektrische Antriebe, Bewegungsanalyse, Drehmomentsteuerung, Bewegungssteuerung*. Berlin, Springer-Verlag, 1995, ISBN 3-540-59213-X.
- [176] D. Schröder: *Elektrische Antriebe 2, Regelung von Antrieben*. Berlin, Springer-Verlag, 1995, ISBN 3-540-57610-X.
- [177] D. Schröder: *Elektrische Antriebe 1, Grundlagen*. Berlin, Springer-Verlag, 1994, ISBN 3-540-57517-0.
- [178] M. Schrödl und andere: *Sensorless INFORM-Based Positioning Drives*. Konferenz-CD der PCIM 2000, Nürnberg, Deutschland, 2000.
- [179] M. Schrödl und E. Levi: *EPE'99 Report of the Conference. Discussion Session on: The future of AC machine sensorless control - industrially viable approaches, problems and markets*. EPE Journal, Vol. 9, No. 3-4, January 2000, p. 8.
- [180] M. Schrödl: *Sensorless Control of Induction Motors and Permanent Magnet Synchronous Motors*. Tutorialmanuskript, EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [181] M. Schrödl: *Sensorless Control of AC Machines at Low Speed and Standstill Based on the "INFORM"-Method*. Proceedings of the IEEE-IAS 1996 Annual Meeting, San Diego, CA, 1996, pp. 189-196.
- [182] M. Schrödl: *Sensorless Control of Permanent Magnet Synchronous Motors*. Beitrag in "Electric Machines and Power Systems", Vol. 22, Washington D.C., USA, Taylor & Francis, 1994, S. 173-185.
- [183] E. Schrüfer: *Elektrische Messtechnik*. 5. Auflage, München, Carl Hanser Verlag, 1992, ISBN 3-446-17128-2.
- [184] E. Schrüfer: *Signalverarbeitung, Numerische Verarbeitung digitaler Signale*. 2. Auflage, München, Carl Hanser Verlag, 1992, ISBN 3-446-16563-0.
- [185] H. W. Schüßler: *Digitale Systeme zur Signalverarbeitung*. Berlin, Springer Verlag, 1973, ISBN 3-540-06087-1.

- [186] T. Senjyu und andere: *Sensorless Vector Control of Synchronous Reluctance Motors with Disturbance Torque Observer*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 48, No. 2, April 2001, pp. 402-407.
- [187] J. Shao und andere: *A Novel Microcontroller-Based Sensorless Brushless DC (BLDC) Motor Drive for Automotive Fuel Pumps*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 39, No. 6, November/December 2003, pp. 1734-1740.
- [188] D. S. Shet und andere: *Position Sensorless Control of Surface Mount Permanent Magnet AC (PMAC) Motors at Low Speeds*. Proceedings of the IEEE-APEC 1999, Dallas, Texas USA, 1999, pp. 1219-1225.
- [189] J. Solsona und andere: *On Speed and Position Estimation in Permanent-Magnet AC Drives*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47, No. 5, October 2000, pp. 1176-1180.
- [190] M. Stähler: *Sensorless Control Algorithms for AC-Motors - Overview and DSP Implementation*. Konferenz-CD der PCIM 2000, Nürnberg, Deutschland, 2000.
- [191] C. S. Staines und andere: *A Periodic Burst Injection Method for Deriving Rotor Position in Saturated Cage Salient Induction Motors Without a Shaft Encoder*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 35, No. 4, July/August 1999, pp. 851-858.
- [192] S. Stasi und andere: *Improved rotor position estimation for maximum torque/current control of PMSM drives*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [193] A. F. Stronach und P. Vas: *Development and DSP Implementation of Fully Sensorless, Self-Configuring Controllers for Electromechanical Drives*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [194] H.-D. Stölting und E. Kallenbach: *Handbuch Elektrische Kleinantriebe*. München, Carl Hanser Verlag, 2001, ISBN 3-446-21007-5.
- [195] SIG Positec Automation: *Schrittmotorantriebe*. Prospekt, 1998.
- [196] SIG Positec Automation: *3-Phasen Schrittmotoren*. Datenblatt, 1998.
- [197] M. Sumner: *A Stator Resistance Estimator for Sensorless Vector Controlled Drives using Artificial Neuronal Networks*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [198] H. Tajima und Y. Hori: *Speed Sensorless Field Orientation Control of Induction Machine*. Proceedings of the IEEE-IAS Annual Meeting, Dearborn Michigan, USA, 1991.
- [199] L. Tang und andere: *A Novel Direct Torque Control for Interior Permanent-Magnet Synchronous Machine Drive With Low Ripple in Torque and Flux - A Speed-Sensorless Approach*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 39, No. 6, November/December 2003, pp. 1726-1733.
- [200] K. Tatematsu und andere: *New Approaches with Sensorless Drives*. IEEE Industry Application Magazine, July/August 2000, pp. 44-50.
- [201] B. Terzic und M. Jadric: *Design and Implementation of the Extended Kalman Filter for the Speed and Rotor Position Estimation of Brushless DC Motor*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 48, No. 6, December 2001, pp. 1065-1073.

- [202] B. Terzic und M. Jadric: *Sensorless Brushless DC Motor Drive with Improved Speed Estimation Accuracy Using Stator Resistance Estimation*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [203] N. Teske: *PEMC Group - Sensorless Position Control*. School of Electrical and Electronic Engineering, University of Nottingham, veröffentlicht im Internet (Version Januar 2002) [www.eee.nott.ac.uk/power/nik/](http://www.eee.nott.ac.uk/power/nik/).
- [204] N. Teske und andere: *Encoderless Position Estimation for Symmetric Cage Induction Machines Under Loaded Conditions*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 37, No. 6, November/December 2001, pp. 1793-1800.
- [205] N. Teske und andere: *Encoderless Position Control of Induction Machines*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [206] N. Teske und andere: *Analysis and Suppression of Inverter Clamping Saliency in Sensorless Position Controlled Induction Machine Drives*. Conference Record of the IEEE-IAS 2001, Chicago, Illinois USA, 2001.
- [207] N. Teske und andere: *Sensorless Position Estimation for Symmetric Cage Induction Motor under Loaded Conditions*. Konferenz-CD der IAS 2000, Rom, Italien, 2000.
- [208] N. Teske und andere: *Suppression of Saturation Saliency Effects for the Sensorless Position Control of Induction Motor Drives Under Loaded Conditions*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47, No. 5, October 2000, pp. 1142-1150.
- [209] N. Teske und andere: *Sensorless Position Control of Induction Machines using Rotor Saliencies under Load Conditions*. Konferenz-CD der EPE'99, Lausanne, Schweiz, 1999.
- [210] TET Electronic: *Bedienungshandbuch Hercules 2,5 KW*. Bedienungshandbuch Hochleistungs-Netzgeräteserie, Januar 1998.
- [211] Texas Instruments Europe: *Sensorless Control with Kalman Filter on TMS320 Fixed-Point DSP*. Applikationsbericht BPRA057, Juli 1997.
- [212] H. A. Toliyat und andere: *Position-Sensorless Control of Surface-Mount Permanent-Magnet AC (PMAC) Motors at Low Speeds*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 49, No. 1, February 2002, pp. 157-163.
- [213] M. Tomita und andere: *New Sensorless Control for Brushless DC Motors Using Disturbance Observers and Adaptive Velocity Estimations*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 45, No. 2, April 1998, pp. 274-282.
- [214] G. Turl und andere: *A High Performance Sensorless Induction Motor Drive for use in Multi-Motor Speed Synchronised Applications*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [215] M. Tursini und andere: *Initial Rotor Position Estimation Method for PM Motors*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 39, No. 6, November/December 2003, pp. 1630-1640.
- [216] B. Tolkemit: *Mechatronische Komponenten: Schrittmotoren*. Lernmodul Mechatronik, veröffentlicht im Internet (Version Juli 2002): [http://at.maschinenbau.tu-ilmeneau.de/lernmodul\\_mechatronik/komponenten/aktoren/schrittmotor.html](http://at.maschinenbau.tu-ilmeneau.de/lernmodul_mechatronik/komponenten/aktoren/schrittmotor.html) .

- [217] K. Urbański und K Zawirski: *Rotor Speed And Position Observer For PMSM Sensorless Control System*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [218] P. Vas: *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. Oxford, Oxford University Press, GB, 1998, ISBN 0-19-856465-1.
- [219] J. D. Wale und C. Polloc: *A Low-Cost Sensorless Technique for Load Torque Estimation in a Hybrid Stepper Motor*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 46, No. 4, August 1999, pp. 833-841.
- [220] T. M. Wolbank und R. Wöhrnschimmel: *Influence of Rotor Design on Sensorless Control for Induction Motors*. Konferenz-CD der EPE'01, Graz, Österreich, 2001.
- [221] S. Yamamoto und andere: *Prediction of Starting Performance of PM Motors by DC Decay Testing Method*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 36, No. 4, July/August 2000, pp. 1053-1060.
- [222] G. Zhu und andere: *A Nonlinear State Observer for the Sensorless Control of a Permanent-Magnet AC Machine*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 48, No. 6, December 2001, pp. 1098-1108.
- [223] M. Zribi und J. Chiasson: *Control of a PM stepper motor by exact linearization*. Proceedings of the 18th Symposium on IMCSD, San Jose, USA, 1989, pp. 65-70.