

Technische Universität München
Lehrstuhl für Aerodynamik

Einfluss eines positiven Druckgradienten auf turbulente Grenzschichten an glatten und gerillten Oberflächen

Thomas Indinger

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer
Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nikolaus A. Adams
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans-Hermann Fernholz, i. R.,
Technische Universität Berlin

Die Dissertation wurde am 30.06.2005 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 10.10.2005 angenommen.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit ist als Dissertation an der Technischen Universität München entstanden und stellt ein Ergebnis meiner Tätigkeiten als wissenschaftlicher Mitarbeiter der Gesellschaft für Wissens- und Technologietransfer der TU Dresden mbH, des Instituts für Strömungsmechanik der Technischen Universität Dresden sowie des Lehrstuhls für Aerodynamik der Technischen Universität München dar.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Nikolaus A. Adams und Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Hermann Fernholz vom Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik der Technischen Universität Berlin: Die jederzeit vorhandene Bereitschaft zur fachlichen Diskussion, ihre wertvollen Ratschläge und nicht zuletzt die vertrauensvolle Zusammenarbeit haben ganz wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Für sein Entgegenkommen, den Vorsitz in der Prüfungskommission an der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zu übernehmen, danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattelmayer. Ebenfalls bedanke ich mich ganz herzlich bei Herrn Prof. em. Dr.-Ing. Dr. h. c. mult. Werner Albring für die wissenschaftlichen Gespräche mit sehr wertvollen Hinweisen und Anregungen. Meiner Mutter, Frau Christa Indinger, Herrn Dr.-Ing. Christian Stemmer und meiner Freundin Frau Annett Gregor danke ich für das abschließende Korrekturlesen der Arbeit.

Gefördert wurde diese Arbeit durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) und durch die Fa. MTU Aero Engines. Diesen Institutionen gilt mein Dank; im Besonderen Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Reiner Vollheim und Herrn Prof. Dr.-Ing. Konrad Vogeler für die Projektleitung gegenüber der DFG sowie Herrn Dr.-Ing. Hartmut Gruber und Herrn Dipl.-Ing. Günter Albrecht für die Ermöglichung der finanziellen Unterstützung durch die Fa. MTU.

Dank sagen möchte ich auch meinen Kollegen Herrn PD Dr.-Ing. habil. Gottfried Schindler, Herrn Dr.-Ing. Jürgen Klingenberg, Herrn Dr.-Ing. Wolfgang Wienken, Herrn Dipl.-Ing. Tobias Kempe, Herrn Dipl.-Ing. Daniel Gaudlitz sowie allen weiteren Kollegen für ihre Hilfsbereitschaft bei allen kleineren und größeren Problemen des wissenschaftlichen Alltages. Ebenso danke ich ganz besonders Herrn PD Dr.-Ing. habil. Matthias H. Buschmann für die Diskussion und Interpretation der Messergebnisse, Herrn Dr.-Ing. Ingolf Lehmann für erste Unterweisung und die stete Hilfe bei den LDA-Messungen und Herrn Dipl.-Ing. Stefan Hickel für die tatkräftige Unterstützung bei den Untersuchungen mittels der PIV.

Als kompetenter Ratgeber bei sämtlichen technischen Problemen und als jederzeit zur Verfügung stehender Gesprächspartner bei wohl zwangsläufig eintretenden Unwägbarkeiten einer Arbeit wie dieser, hat sich Herr Dr.-Ing. Winfried Heller als äußerst wertvoller Freund erwiesen. Ihm gilt mein herzlichster Dank für diese Unterstützung.

Der Erfolg einer Arbeit mit großen experimentellen Anteilen hängt ganz wesentlich von der Unterstützung der Werkstätten ab. Hier danke ich stellvertretend für alle, die ihren Beitrag geleistet haben, Frau Dipl.-Ing. (FH) Christiana Sperling und den Meistern Herrn Ralf Sterzik und Herrn Joachim Koch vom Labor- und Versuchsfeldverbund MOLLIER-Bau

der Technischen Universität Dresden für die gewissenhafte und zeitgerechte Fertigung aller mechanischen Komponenten der Versuchsanlage. Bei der Lösung elektronischer Probleme waren Herr Dipl.-Ing. (FH) Jürgen Hofert und Herr Dipl.-Ing. Marko Noack immer eine sehr große Hilfe. Für den Vorschlag zur technischen Realisierung der *riblet*-Struktur danke ich sehr Herrn Max Prem von der Fa. WEMA GmbH.

Für die ausnahmslose Hilfe beim Betrieb der Computer Hard- und Software danke ich ganz herzlich Herrn Sven Martinek.

Nicht zuletzt hängt das Ergebnis einer umfangreichen Arbeit wie dieser vom persönlichen Umfeld ab. Daher danke ich meinen Freunden Herrn Wolfgang Kistler, Herrn Bernd Huber, Frau Dr. rer. nat. Susanne Ertel und allen anderen Menschen, die mir während dieser Zeit ihre Freundschaft zugesprochen und mich unterstützt haben.

Mein größter Dank gilt meiner Familie, meinen Eltern Günter und Christa Indinger sowie meinem Bruder Michael Indinger, die mir zu jedem Zeitpunkt den notwendigen privaten Rückhalt gegeben und mich in jeder Hinsicht unterstützt haben.

Die größten Entbehrungen innerhalb der vergangenen vier Jahre musstest wohl du hinnehmen, liebe Annett. Trotzdem bist du immer für mich da gewesen und hast mir wo du konntest geholfen. Dafür danke ich dir aus tiefstem Herzen.

Thomas Indinger
Hebertshausen, November 2005

Übersicht

Die optimale Nutzung des Betriebsbereichs von z.B. Turbomaschinen erfordert eine höchstmögliche Verzögerung der Durchströmung, die oft zur Ablösung von Grenzschichten führen kann. Turbulente Grenzschichten sind gegenüber laminaren in der Lage, einen höheren Druckanstieg ablösefrei zu bewältigen. Ihr wesentlicher Nachteil ist der höhere Reibungswiderstand. Ein passives Mittel zur Reduzierung dieses Widerstandes in turbulenten Grenzschichten sind sogenannte *riblets*, mikroskopisch feine, in Hauptströmungsrichtung orientierte Rillen. Deren widerstandsvermindernde Wirkung konnte in zahlreichen Untersuchungen nachgewiesen werden. Diese verfolgten vornehmlich das Ziel, die Rillengeometrie sowie deren Abmessungen zu optimieren, so dass eine Minimierung des Reibungswiderstandes erreicht wird. Bisher ungeklärt ist aber ihr Einfluss auf eine turbulente Grenzschicht bei positiven Druckgradienten, insbesondere auf das Ablöseverhalten. Die vorliegende Arbeit verfolgt daher zwei Ziele. Erstens, der direkte Vergleich der Grenzschichtentwicklungen an der *riblet*- zu der an einer glatten Oberfläche für eine Beurteilung des Oberflächeneinflusses auf die Ablösung. Zweitens, die Messung der mittleren und Schwankungsgeschwindigkeiten in einer druckgradientenbehafteten Grenzschicht an einer glatten Oberfläche zur Ermittlung einer hierfür geeigneten Skalierung. Zur Klärung der Fragen wurden experimentelle Untersuchungen in einem geschlossenen Wasserumlaufkanal durchgeführt. Die Messergebnisse zeigen, dass *riblets* ohne Anpassung der Form an die lokale Wandschubspannung in Hauptströmungsrichtung keinen Einfluss auf die Lage der Grenzschichtablösung haben. Außerdem konnte gezeigt werden, dass eine für die mittleren Geschwindigkeitsprofile im Außenbereich einer Nicht-Gleichgewichtsgrenzschicht bis zur Ablösung geeignete Skalierung durch $u_\delta \frac{\delta_1}{\delta}$ gegeben ist.

Summary

For optimal efficiency of turbo machines a strong flow deceleration is required. This promotes the tendency of boundary layers to separate. However, turbulent boundary layers are known to be less prone to separation than laminar ones. The main disadvantage of turbulent boundary layers is a larger friction loss. *Riblets*, microscopic grooves aligned with mean-flow direction, are passive devices to reduce these losses. Numerous investigations on their mechanism resulted in the design of optimal *riblet* shapes and dimensions. A yet unsolved issue is their influence on an adverse-pressure-gradient turbulent boundary layer. The present work has two objectives. First, turbulent-boundary-layer development over smooth and rough surfaces are to be compared to examine the influence of *riblets* on the attached and separating flow. Second, mean- and fluctuating-velocity distributions of turbulent boundary layers over smooth surfaces subjected to a pressure gradient are to be determined in order to find proper scaling laws. Experimental data obtained in a closed-circuit water tunnel show that *riblets* without geometrical adaption to the local wall shear stress in mean flow direction have no influence on the location of boundary layer separation. Moreover, by $u_\delta \frac{\delta_1}{\delta}$ a proper scaling for the mean-velocity profiles in the outer region of non-equilibrium turbulent boundary layers approaching separation is given.

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen und Abkürzungen	vii
1 Einleitung	1
1.1 Zielsetzung und Vorgehensweise	3
1.2 Grundlagen und Literaturübersicht	5
1.2.1 <i>Riblets</i> in verzögerten Grenzschichten	5
1.2.2 Skalierung der turbulenten Grenzschicht	8
2 Konfiguration der Messstrecke	18
2.1 Vorbemerkungen mit Beschreibung des Versuchsstandes	18
2.2 Auslegung der Gegenkontur zur Realisierung des Druckgradienten	18
2.2.1 Vorbemerkungen und Konventionen	18
2.2.2 Form der Gegenkontur für konstante Druckgradienten	19
2.2.3 Grenzschichtrechnung nach dem Integralverfahren	21
2.3 Die gerillte Oberfläche	23
2.3.1 Geometrische Auslegung der Rillenstruktur	23
2.3.2 Fertigung der gerillten Oberfläche	25
2.4 Die glatte Referenzoberfläche	27
2.5 Auslegung der Oberfläche in der laminaren Anlaufstrecke	28
2.6 Gestaltung der Plattenvorderkante und der Plattenhinterkante	29
2.7 Umschlaggeber	30
2.7.1 Auswahl und Dimensionierung geeigneter Varianten	30
2.7.2 Lokalisierung in Hauptströmungsrichtung	32
2.7.3 Auswahl einer Konfiguration	37
2.8 Konstruktive Realisierung der Messstrecke	38
2.8.1 Messplatte	38
2.8.2 Einstellbare Gegenkontur	39
2.8.3 Gesamtsystem mit Sekundärkreisläufen	41
2.9 Numerische Betrachtung zur strömungsmechanischen Auslegung	45
2.9.1 Zielsetzung und Vorbemerkungen	45
2.9.2 Modellbildung und Simulation	46
2.9.3 Darstellung der Ergebnisse mit Bewertung	50
3 Messtechnik und Datenaufbereitung	56
3.1 Druckmesstechnik	56
3.1.1 Grundsätzlicher Aufbau	56
3.1.2 Messung der statischen Druckverteilung	58
3.1.3 Kontrolle der Anströmgeschwindigkeit und Staupunktlagen	59
3.1.4 Bestimmung der Wandschubspannung mit dem PRESTON-Rohr	60
3.2 <i>Laser DOPPLER anemometry</i> (LDA)	70

3.2.1	Physikalisches Grundprinzip	70
3.2.2	<i>Tracer</i> -Partikel	71
3.2.3	Systemanpassung und Parameterauswahl	72
3.2.4	Betrachtung zur Koinzidenz und Dimensionierung des Messvolumens .	73
3.2.5	Bestimmung des zweidimensionalen Strömungsfeldes mit einem 1C-LDA	75
3.2.6	Statistische Beschreibung einer turbulenten Strömung mit LDA-Zeitreihenanalyse	77
3.2.7	Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Geschwindigkeitsschwankungen .	81
3.2.8	Fehlerquellen der LDA	82
3.2.9	Aufbereitung und Auswertung der Daten	84
3.3	<i>Particle image velocimetry</i> (PIV)	89
3.3.1	Physikalisches Grundprinzip	89
3.3.2	Systemaufbau für Messungen am Wasserumlaufkanal	90
3.3.3	Auswertung der Bilddaten	94
4	Experimentelle Ergebnisse und deren Analyse	96
4.1	Konventionen und Voruntersuchungen	96
4.1.1	Konventionen	96
4.1.2	Turbulenzgrad in der Anströmung	97
4.1.3	Zweidimensionalität der mittleren Strömung	97
4.2	Skalierung der turbulenten Grenzschicht	99
4.2.1	Druckgradientenparameter und Gleichgewichtscharakter der Grenzschicht	99
4.2.2	Grenzschichtentwicklung an der glatten Wand	102
4.2.3	Mittlere Geschwindigkeitsprofile in Hauptströmungsrichtung	103
4.2.4	Zeitgemittelte Normalspannungen in Hauptströmungsrichtung	106
4.3	Vergleich der Grenzschichtentwicklungen an der glatten und der gerillten Oberfläche	107
4.3.1	Mittleres Strömungsfeld	108
4.3.2	Turbulenzgrößen	124
5	Zusammenfassung mit Ausblick	132
Literaturverzeichnis		135
A	SST-Turbulenzmodell	153
B	Ergänzende Informationen zur Messtechnik	155
C	Kalibrierung der LDA-Sonde	159
D	Strahlgangberechnung mittels eines finiten Ray-Tracing Verfahrens	164
E	Betrachtung zum Partikelfolgevermögen	183
F	Streulichtverhalten sphärischer Partikel	189
G	Ergänzende Messergebnisse	193

Formelzeichen und Abkürzungen

Lateinische Buchstaben

A	m^2	Flächeninhalt
C	–	Integrationskonstante im logarithmischen Überlappungsgesetz, Gleichung (1.7)
$c_{f,\text{ref}}$	–	Reibungsbeiwert, $c_{f,\text{ref}} = \frac{\tau_w}{\rho/2 U_{\text{ref}}^2}$
$c_{f,\text{loc}}$	–	lokaler Reibungsbeiwert, $c_{f,\text{loc}} = \frac{\tau_w}{\rho/2 u_\delta^2}$
c_p	–	Druckbeiwert
d	m	Durchmesser
e	–	relativer Fehler
$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$	–	Einheitsvektoren für die Achsenrichtungen
f	Hz	Frequenz
f	m	(Linsen-) Brennweite
g	m/s^2	Fallbeschleunigung
Ha	–	HAGEN-Zahl
H_{12}	–	Formfaktor des Geschwindigkeitsprofils, $H_{12} = \frac{\delta_1}{\delta_2}$
h	m	Rillenhöhe
h_p	m	Herausraghöhe der Rippenspitzen, Gleichung (2.14)
i	–	imaginäre Einheit, $i^2 = -1$
K	–	dimensionsloser Druckgradient, $K = -\frac{\nu}{\rho u_\delta^3} \frac{dp}{dx}$
k	m^2/s^2	kinetische Energie der turbulenten Schwankungsbewegung
k	–	Imaginärteil eines komplexen Brechungsindex
L	m	integrales Längenmaß
l	m	Plattenlänge
ℓ	m	turbulenter Mischungsweg
m	kg	Masse
\dot{m}	kg/s	Massenstrom
n	–	Realteil eines komplexen Brechungsindex
\mathbf{n}	–	Einheitsnormalenvektor einer Oberfläche
\mathcal{P}	m^2/s^3	Produktion turbulenter kinetischer Energie
p	N/m^2	Druck
Re	–	REYNOLDS-Zahl

Re_{pl}	–	Platten-REYNOLDS-Zahl, $Re_{pl} = \frac{U_{ref} l}{\nu}$ mit $l = 0,725$ m
$Re_{\mathcal{L}}$	–	REYNOLDS-Zahl der Grenzschicht, gebildet mit \mathcal{L} als charakteristische Länge, $Re_{\mathcal{L}} = \frac{u_{\delta} \mathcal{L}}{\nu}$ mit $\mathcal{L} = \delta$, $\mathcal{L} = \delta_1$ oder $\mathcal{L} = \delta_2$
Re_{τ}	–	auf der Wandschubspannungsgeschwindigkeit basierende REYNOLDS-Zahl, $Re_{\tau} = \frac{u_{\tau} \delta}{\nu}$
R_{ij}	–	Korrelationsfunktion bzgl. i und j
$\langle S_{ij} \rangle$	s^{-1}	mittlere Scherrate, $\langle S_{ij} \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)$
s	m	Rillenabstand
Tu	–	Turbulenzgrad, $Tu = \frac{1}{3 \langle u \rangle} \sqrt{\langle u'_i u'_i \rangle}$
t	s	Zeit
s^+	–	dimensionsloser Rillenabstand, $s^+ = s \frac{u_{\tau}}{\nu}$
U	m/s	EUKLID-Norm des Geschwindigkeitsvektors
U_{ref}	m/s	Referenzgeschwindigkeit, Gleichung (4.1)
\mathbf{u}	m/s	resultierender Geschwindigkeitsvektor, $\mathbf{u} = \mathbf{e}_x u + \mathbf{e}_y v + \mathbf{e}_z w$
u	m/s	Geschwindigkeitskomponente in x -Richtung oder bei Indexschreibweise allgemein Strömungsgeschwindigkeit
u, v, w	m/s	Komponenten des kartesischen Geschwindigkeitstensors in x -, y -, z -Richtung
u_{δ}	m/s	mittlere Geschwindigkeit am Außenrand der Grenzschicht, $u_{\delta} = \langle u \rangle _{y=\delta}$
u_e	m/s	mittlere Geschwindigkeit in der Außenströmung, $u_e = \langle u \rangle _{\eta \rightarrow \infty}$
u_S	m/s	PERRY-SCHOFIELD Geschwindigkeitsskala
u_p	m/s	DURBIN-BELCHER (Druckgradienten)-Geschwindigkeit, $u_p = \left(\frac{\nu}{\rho} \frac{dp_{\delta}}{dx} \right)^{1/3}$
u_0	m/s	ZAGAROLA-SMITS Geschwindigkeitsskala, $u_0 = u_{\delta} \frac{\delta_1}{\delta}$
u_{τ}	m/s	Wandschubspannungsgeschwindigkeit, $u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$
\dot{V}	m^3/s	Volumenstrom
v	m/s	Geschwindigkeitskomponente in y -Richtung
w	m/s	Geschwindigkeitskomponente in z -Richtung
\mathbf{x}	m	Ortsvektor, $\mathbf{x} = \mathbf{e}_x x + \mathbf{e}_y y + \mathbf{e}_z z$
x, y, z	m	kartesische Koordinaten

Griechische Symbole

α	°	Anstellwinkel (der Platte)
α_b	°	Strahl-Divergenzwinkel im Fernfeld
β	°	Drehwinkel zur positiven x -Achse (LDA)
β	–	dimensionsloser Druckgradient (nach CLAUSER), $\beta = \frac{\delta_1}{\rho u_{\tau}^2} \frac{dp_{\delta}}{dx}$
β_H	–	HARTREE-Parameter

Δ	m	ROTTA-CLAUSER-Länge, $\Delta = \int_0^{\infty} \frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_\tau} dy$
Δ_P	–	dimensionsloser Druckgradient (nach PATEL), $\Delta_P = \frac{\nu}{\rho u_\tau^3} \frac{dp_\delta}{dx}$
δ	m	Grenzschichtdicke, $\delta = y _{\langle u \rangle = 0,995 u_e}$
δ_1	m	Verdrängungsdicke der Grenzschicht, $\delta_1 = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{\langle u \rangle}{u_\delta}\right) dy$
δ_2	m	Impulsverlustdicke der Grenzschicht, $\delta_2 = \int_0^{\infty} \frac{\langle u \rangle}{u_\delta} \left(1 - \frac{\langle u \rangle}{u_\delta}\right) dy$
δ_{ij}	–	KRONECKER-Delta, $\delta_{ij} = 1$ wenn $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ wenn $i \neq j$
ε	m^2/s^3	(turbulente) Dissipationsrate
η	–	dimensionslose y -Koordinate, Ähnlichkeitskoordinate, $\eta = \frac{y}{\delta}$
η	Pa s	dynamische Zähigkeit
η_t	Pa s	Wirbelzähigkeit
Π	–	Nachlauf-Parameter, Gleichung (1.11)
Θ_b	°	Schnittwinkel (zwischen zwei Laserstrahlen)
ϑ	K	Temperatur
κ	–	VON KÁRMÁN-Konstante, Gleichung (1.7)
Λ	–	dimensionsloser Druckgradientenparameter, $\Lambda = \frac{\delta}{\rho u_\delta^2} \frac{dp_\delta}{dx}$
Λ_F	–	Formparameter, Gleichung (2.11)
λ	m	Wellenlänge
λ	m	TAYLOR-Mikromaß
ν	m^2/s	kinematische Zähigkeit, $\nu = \frac{\eta}{\rho}$
ν_t	m^2/s	(kinematische) Wirbelzähigkeit
ρ	kg/m^3	Dichte
ρ_{ij}	–	Korrelationskoeffizient bzgl. i und j
τ	N/m^2	Schubspannung
τ_t	N/m^2	turbulente Schubspannung
τ_ν	N/m^2	viskose Spannung
φ_b	°	Winkel in der Meridian-Ebene zur positiven z -Achse (LDA)
ψ	m^2/s	Stromfunktion
ψ_b	°	Winkel in der Sagittal-Ebene zur positiven z -Achse (LDA)
ω	s^{-1}	Kreisfrequenz
ω	s^{-1}	Wirbelstärke
χ	–	Rückströmfaktor

Indizes und Hochzeichen

b	Strahl (engl.: <i>beam</i>)
D	DOPPLER
δ	Außenrand der Grenzschicht
e	Außenströmung
F	Interferenzstreifen (engl.: <i>fringes</i>)
f	Fluid
ges	gesamt
I	Intensität (des Laserlichtes)
i, j, k	Komponente i, j, k oder laufender Index
<i>konst</i>	konstant
korr	korrigierter Wert
krit	kritisch, Ort abgeschlossener Transition
L	Linse
loc	lokal (engl.: <i>local</i>)
MV	Messvolumen
m	gemessener Wert
P	PRESTON
p	Partikel
pl	Platte
ref	Referenzwert
<i>rms</i>	<i>root mean square</i>
S	Sonde
sep	Ablösung (engl.: <i>separation</i>)
vac	Vakuum
w	Wand
x, y, z	in x, y, z -Richtung
∞	ungestört vom Objekt
ϕ^+	mit viskoser Längenskala l^* skalierte Größe, $\phi^+ = \phi/l^*$ mit $l^* = \nu/u_\tau$
ϕ'	Schwankungsgröße, $\phi' = \phi - \langle \phi \rangle$
$\langle \phi \rangle$	arithmetisch gemittelte Größe (Ensemble-gemittelt)
$\bar{\phi}$	zeitlich gemittelte Größe

Symbole

A	Matrix
a	Vektor
$\ \mathbf{a}\ $	Norm des Vektors a im \mathbb{R}^n

$\max(a,b)$	der größere Wert von a und b
$\min(a,b)$	der kleinere Wert von a und b
$K^{\mathcal{B}}$	(kartesisches) Koordinatensystem zur Basis \mathcal{B}
\mathbb{R}^n	n -dimensionaler EUKLIDischer Vektorraum
Δ	Variation einer Größe
∇	Differential-Vektoroperator, $\nabla = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$

Abkürzungen

APG	<i>adverse pressure gradient</i>
BSA	<i>burst spectrum analyzer</i>
CCD	<i>charge coupled device</i>
CFD	<i>computational fluid dynamics</i>
CFX	kommerzielles Finite-Volumen CFD-Programmsystem
DGL	Differentialgleichung
DNS	direkte numerische Simulation
FFT	<i>fast FOURIER transformation</i>
FPG	<i>favorable pressure gradient</i>
ISM	Institut für Strömungsmechanik, Technische Universität Dresden
LDA	<i>laser DOPPLER anemometry</i>
LDV	<i>laser DOPPLER velocimetry</i>
PIV	<i>particle image velocimetry</i>
RANS	REYNOLDS <i>averaged</i> NAVIER-STOKES (-Gleichungen oder -Modell)
SST	<i>shear stress transport</i> (-Turbulenzmodell)
ZPG	<i>zero pressure gradient</i>

1 Einleitung

Die Grenzschicht unter dem Einfluss eines aufgeprägten positiven Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung (engl.: *adverse pressure gradient*, APG), welche die Strömungsablösung begünstigt, ist von fundamentalem Interesse. Mit Ablösung der Grenzschicht von der Wand erhöht sich aufgrund der Verdrängungswirkung des Ablösebereichs der Druck- oder Profilverstand als Anteil am Gesamtwiderstand eines umströmten Körpers. Vor der Ablösung spielen der Einfluss des Druckgradienten auf die turbulenten Transportprozesse in der Grenzschicht und die Entwicklung der Wandschubspannung zentrale Rollen bei der Grenzschichtentwicklung und der Entstehung der Ablösung.

Ein positiver Druckgradient in der Grundströmung resultiert im Allgemeinen aus der technischen Anforderung an Komponenten von Strömungsmaschinen, wie z. B. Pumpe, Ventilator oder Verdichterstufe, eine maximale Drucksteigerung zur Optimierung des Betriebsbereiches bzw. des hydraulischen Wirkungsgrades zu erzielen. Aus den zur Realisierung dieser Forderung notwendigen geometrischen Randbedingungen, der verfahrenstechnischen oder maschinenbaulichen Anwendung und den Stoffdaten des Arbeitsmediums bzw. allgemein des verwendeten Fluids ergibt sich meist zwangsläufig eine Grenzschicht in turbulenter Strömungsform.

Im Vergleich zu einer laminaren Grenzschicht ist die turbulente in der Lage, einen höheren Druckanstieg ablösefrei zu bewältigen. Dies ist jedoch mit einem erhöhten Reibungswiderstand zwischen Fluid und Wand verbunden. Alle geeigneten Maßnahmen, diesem nachteiligen Effekt des Reibungsverlustes entgegen zu wirken, können in zwei Gruppen eingeteilt werden. *Aktive* Verfahren sind in diesem Zusammenhang Systeme aus Sensoren und Aktuatoren, wobei mittels des Sensors der lokale Zustand der Grenzschicht bzw. das Auftreten von charakteristischen Ereignissen der Turbulenz detektiert und durch die Aktuatoren geeignete Gegenmaßnahmen zur Beeinflussung der Grenzschichtentwicklung eingeleitet werden. *Passive* Mittel sind hingegen meist konstruktive Maßnahmen, die somit zeitlich unverändert durch Form und Wirkung auf die Grenzschicht einwirken. Eine umfassende Darstellung realisierbarer Möglichkeiten beider Kategorien wurde z. B. von BUSHNELL & HEFNER [27] oder COUSTOLS & SAVILL [51] erstellt.

Eine Variante der passiven Beeinflussung sind sogenannte *riblets*,¹ vornehmlich in Hauptströmungsrichtung orientierte Mikrorillen auf der überströmten Oberfläche, deren Höhe etwa der Dicke der viskosen Unterschicht entspricht. Der Ursprung dieser Idee und die Durchführung erster Untersuchungen fand an zwei unterschiedlichen Orten nahezu zeitgleich, jedoch unabhängig voneinander statt. Am NASA² Langley Research Center wurde unter der Leitung von WALSH nach Möglichkeiten zur Reduzierung des Treibstoffverbrauchs von Flugzeugen gesucht, der seine Arbeiten später ausführlich in [234] zusammenfasste. Auf der Haut schnell schwimmender Haie fand der Paläontologe und Zoologe REIF in Tübingen Schuppen mit mikroskopisch feinen Längsrillen, deren Zweck eingehend untersucht und einer Reibungswiderstandsreduzierung zugeschrieben wurde (vgl. REIF & DINKELACKER [175]).

¹ engl. für *kleine Rippen*

² National Aeronautics & Space Administration (NASA)

Die positive Wirkung von *riblets* ist auf den Bereich der Grenzschicht mit entwickelten turbulenten Strukturen beschränkt. Dies konnte durch eine Vielzahl sowohl experimenteller (vgl. z.B. PARK & WALLACE [160], DJENIDI *et al.* [63] oder BRUSE [23]), als auch numerischer Untersuchungen (vgl. z.B. CHOI [35] oder CHU & KARNIADAKIS [41]) bestätigt werden. Im laminaren Grenzschichtteil wirken die Rillen aufgrund der größeren benetzten Fläche widerstandserhöhend, innerhalb des laminar-turbulenten Transitionsbereichs kann zwar die Reibungsverminderung durchaus so groß sein wie in der voll ausgebildeten turbulenten Grenzschicht (vgl. NEUMANN & DINKELACKER [152]), jedoch ist die Aussage über den Einfluss auf die Transitionslage in der Literatur nicht eindeutig (vgl. GREK *et al.* [93], KOZLOV [123] oder Literaturübersicht von INDINGER [108]).

Hinsichtlich des physikalischen Mechanismus als Ursache für die reibungsvermindernde Wirkung von *riblets* in einer turbulenten Grenzschicht scheint nunmehr als gesichert angesehen werden zu können, dass durch die Rillen, bei angepassten geometrischen Verhältnissen,³ der turbulente Impulsaustausch im wandnahen Bereich reduziert wird. Dabei wird die Strömung quer zu den in Hauptströmungsrichtung angebrachten *riblets* stärker gehemmt als in Längsrichtung (vgl. BECHERT & BARTENWERFER [13], BRUSE [23] oder HAGE [96]). Wesentliches Element dieser Vorgänge ist die Beeinflussung der so genannten kohärenten Strukturen in der Grenzschicht, insbesondere die Einflussnahme auf deren selbsterhaltenden Mechanismus. Dominante Wirbelstrukturen im Außenbereich der viskosen Unterschicht sind, in Anlehnung an die konzeptionellen Modelle von ROBINSON [177], [178] zu den kinematischen Zusammenhängen der wandnahen Turbulenzstruktur, vorrangig in Hauptströmungsrichtung orientierte Längswirbel, die auch in paarweiser Anordnung mit gegensinniger Drehrichtung auftreten können und nach deren Streckung und Abheben von der Oberfläche den Fuß von Haarnadel- oder Hufeisenwirbelstrukturen bilden. Dazwischen eingebettet sind sich in longitudinaler Richtung erstreckende Bereiche energiearmen Fluids, sogenannte *low speed streaks*, aus denen mittels *ejections* auf der *upwash*-Seite der Längswirbel Material vom unmittelbar wandnahen Bereich in die Grenzschicht hinein transportiert wird. Das umgekehrte lokale Ereignis auf der *downwash*-Seite des Wirbels mit Transport schnellen, energiereichen Fluids zur Wand hin wird als *sweep* bezeichnet, das nach CHOI [38] durch die Impulsübertragung auf die Wand, neben den aufplatzenden Primärwirbelstrukturen, einen wesentlichen Beitrag zur Produktion an turbulenter kinetischer Energie leistet. Nach TARDU *et al.* [210] bzw. TARDU [209] schwächen bzw. verhindern *riblets* die Bildung dreidimensionaler Wirbelstrukturen durch Begrenzung der lateralen Bewegung der Längswirbel. Damit einher geht eine Intensitätsreduzierung der Wirbelstärke nahe der Wand, da die schubspannungsproduzierenden Längswirbel in der viskosen Unterschicht mit die größte Wirbelstärke enthalten (vgl. JIMÉNEZ & MOIN [113]).

Eine verminderte Turbulenzproduktion über gerillten Oberflächen konnte z.B. durch Messungen von GALLAGHER & THOMAS [86] oder TANG & CLARK [208] festgestellt werden.

Die Wandschubspannung ist proportional zum wandnormalen Gradienten der mittleren Geschwindigkeit an der Oberfläche (vgl. z.B. POPE [167]). Wird die Wandreibung durch *riblets* verringert, so bedeutet dies also eine Reduzierung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit nahe der Oberfläche und damit eine Verminderung des mittleren Impulses in Hauptströmungsrichtung.

Durch eine Verzögerung der Grenzschicht bzw. das Anlaufen gegen einen Druckgradienten und die starken Reibungskräfte verlieren die Fluidteilchen an der Wand stromab fortlaufend

³ vgl. Ausführungen in [Abschnitt 2.3.1](#) zur geometrischen Anpassung von *riblet*-Strukturen

an Impuls in Hauptströmungsrichtung, den sie jedoch für die Vorwärtsbewegung benötigen. Reduziert sich durch die Wirkung der gerillten Oberfläche zusätzlich der mittlere Impuls, wird das Teilchen vom außen aufgeprägten Druck im Vergleich zu einer glatten Oberfläche stärker abgebremst und früher in Rückwärtsbewegung versetzt, was ein früheres Ablösen der Grenzschicht von der Wand bedeutet.

Aus dieser Argumentation stellt sich zwangsläufig die Frage, ob der positive Aspekt der Wandreibungsverminderung durch *riblets* mit einem früheren Ablösen der Grenzschicht und damit einer nachteiligen Erhöhung des Druckwiderstandes verbunden ist.

Dieser Zusammenhang ist bislang ungeklärt. Die Mehrzahl der durchgeführten Experimente und numerischen Simulationen zu Strömungen über *riblets* beschränkte sich auf die druckgradientenfreie Grenzschicht, auf die im weiteren Verlauf nur am Rande eingegangen werden kann. Gegenstand der vorliegenden Untersuchung ist vielmehr eine bis zur Ablösung stark verzögerte Grenzschicht über einer *riblet*-Oberfläche.

1.1 Zielsetzung und Vorgehensweise

Zur Klärung der Fragestellung wurden geeignete Experimente im geschlossenen Wassermumlaufkanal des Instituts für Strömungsmechanik an der Technischen Universität Dresden durchgeführt. Es handelt sich dabei um eine Weiterführung mit Konkretisierung der Fragestellung eines früheren Projektes, in Rahmen dessen die Umströmung eines kompletten NACA-Tragflügelprofils⁴ in modifizierter Konfiguration untersucht wurde. Die wesentlichen Inhalte und Ergebnisse hieraus sind von INDINGER [109] und KLINGENBERG & SCHINDLER [120] zusammengefasst worden.

Als wesentliches Problem stellte sich bei den durchgeführten Versuchen die technische Realisierung der *riblet*-Struktur auf der gekrümmten Profiloberfläche unter Gewährleistung der für die Wirksamkeit der Rillen notwendigen mechanischen Präzision dar. Ferner war die maximale Grenzschichtdicke (≈ 2 mm) auf dem Profil mit einer Sehnenlänge von lediglich 150 mm für eine detaillierte Untersuchung unter Verwendung der vor Ort verfügbaren strömungsmechanischen Messtechnik zu gering.

Um diesen Problemen zu begegnen, wurde im Rahmen dieses Projektes die vorhandene Messstrecke mit einem neuen Einbau ausgestattet, optimiert, und systematische Messreihen in Form eines direkten Vergleiches zwischen der Grenzschichtentwicklung über der *riblet*- zu der über einer glatten Referenzoberfläche durchgeführt.

Die konstruktive Ausführung, detailliert vorgestellt in **Kapitel 2**, basiert auf dem Konzept einer ebenen Platte mit relativ einfacher fertigungstechnischer Möglichkeit zur Aufbringung der Rillenstruktur. Der positive Druckgradient in Hauptströmungsrichtung wird durch eine flexibel einstellbare Gegenkontur erzeugt. Speziell für die Anwendung im Strömungsmedium Wasser wurde, auf bisherigen Ergebnissen zur Optimierung der Rillengeometrie und Rillenabmessungen aufbauend, eine *riblet*-Konfiguration ausgewählt, die im Hinblick auf eine größtmögliche Widerstandsreduzierung die oben vorgestellten Effekte in der turbulenten Grenzschicht maximiert. Die Grenzschicht wurde zur Reduzierung schädlicher Einflüsse variierender Anfangsbedingungen künstlich voll turbulent gemacht. Hierzu geeignete Mittel wurden eingehend untersucht und bewertet. Die Auslegung des Messaufbaus schließt mit

⁴ National Advisory Committee for Aeronautics (NACA)

einer numerischen Betrachtung der gewählten Konfiguration unter Verwendung des Programmpaketes CFX-5 und Vergleich der Auslegungsverfahren mit Messdaten ab.

Zur Vermessung des Geschwindigkeitsfeldes normal zur Plattenoberfläche im Mittelschnitt der Messstrecke kamen die berührungslosen optischen Messverfahren *laser DOPPLER anemometry* (LDA) und *particle image velocimetry* (PIV) zum Einsatz, die in **Kapitel 3** beschrieben sind. Hauptaugenmerk liegt dabei auf der Anpassung und der Optimierung vorhandener bzw. kommerzieller Systeme auf Messungen in einer Wasserströmung. Dies beinhaltet im Wesentlichen die Auswahl geeigneter Partikel hinsichtlich Streulichtverhalten und Partikelfolgevermögen sowie die Entwicklung eines Verfahrens zur Berechnung des Strahlenganges von Laserstrahlen durch Medien unterschiedlicher Brechungsindizes.

Messtechnische Neuerung gegenüber bisherigen experimentellen Untersuchungen zu *riblets*, sowohl druckgradientenfrei, als auch druckgradientenbehaftet, wird die Möglichkeit der lokalen Wandschubspannungsmessung sein. Dies ist, insbesondere zur dezidierten Beurteilung der lokalen Strömungsverhältnisse und des Bereiches der Grenzschichtablösung, von großer Bedeutung. Bislang konnte lediglich der integrale Wert der Wandschubspannung über den gesamten betrachteten Messbereich mittels Schubspannungswaagen, differentiell oder absolut arbeitend, gemessen werden. Dies stellt bei verzögerten Grenzschichten, mit einer zumeist deutlichen Reduzierung der Wandschubspannung mit größer werdender Grenzschichtauflänge, keine zufriedenstellende Lösung dar. Weit verbreitet ist ferner die Bestimmung der Schubspannung über eine Impulsbilanz, die jedoch mangels Bestimmbarkeit relevanter Beiträge im Bereich positiver Druckgradienten auch nicht angewendet werden kann.

Für die qualitative und quantitative Bewertung der Grenzschichtentwicklung über der *riblet*-Oberfläche und einer glatten Referenzoberfläche in Form jeweils eines direkten Vergleiches, wurden geeignete Messreihen für beide Oberflächenqualitäten bei konstant gehaltener REYNOLDS-Zahl aufgenommen und ausgewertet. Die Ergebnisse hieraus sind in **Kapitel 4** präsentiert und werden abschließend einer umfassenden Diskussion unterzogen.

Die Vorstellung der Grundlagen mit Literaturübersicht im nachfolgenden Abschnitt schließt zunächst an die Ausführungen über *riblets* in der Einleitung an, beschränkt sich aber auf verzögerte Grenzschichten und deren Beeinflussung durch Oberflächenlängsrillen. Im zweiten Teil wird eingehend auf die Möglichkeiten der Skalierung einer turbulenten Grenzschicht eingegangen. Ausgehend von Ansätzen zur Normierung druckgradientenfreier Grenzschichten, werden aktuelle Ansätze zur Skalierung druckgradientenbehafteter Grenzschichten vorgestellt und später in **Kapitel 4** an Hand der ermittelten Messdaten hinsichtlich ihrer Verwendbarkeit in stark verzögerten Grenzschichten bewertet.

Die Verfügbarkeit einer geeigneten Skalierung für die zeitgemittelten Verteilungen der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung einer turbulenten Grenzschicht ist zur Klassifizierung physikalischer Zusammenhänge und Separation von Parametereinflüssen bei vergleichenden Untersuchungen notwendig.

1.2 Grundlagen und Literaturübersicht

1.2.1 Riblets in verzögerten Grenzschichten

In seiner Übersicht zu *riblets* stellt WALSH [234] bereits 1990 am Ende des Abschnitts „Effects of dp/dx “ fest,⁵ „More work is needed in the area of riblet boundary layers with a pressure gradient“. Motiviert wurde er zu dieser Aussage wohl durch die geringe Anzahl an verfügbarer Literatur und die zum Teil kontroversen Darstellungen. Hauptursache hierfür dürften die hohen Anforderungen an die Messgenauigkeit aufgrund der geringen zu erwartenden Differenzen in den Entwicklungen der charakteristischen Grenzschichtparameter über gerillten und glatten Oberflächen gewesen sein. Dies trifft, in Anlehnung an die bereits getroffenen Aussagen, im Besonderen auf die Bestimmung der Wandschubspannung zu, die beim überwiegenden Teil der Experimente durch nur sehr unzulängliche Methoden wie der Impulsbilanz in Hauptströmungsrichtung bestimmt wurde.

An dieser Situation hat sich in der Zwischenzeit wenig geändert. Bislang sind keine Veröffentlichungen über numerische oder analytische Untersuchungen allgemein druckgradientenbehafteter Grenzschichten bzw. experimentelle Studien zu ablösenden oder ablösenahen turbulenten Grenzschichten über *riblet*-Oberflächen bekannt. Die Gesamtzahl der veröffentlichten Ergebnisse bei schwachen und moderaten positiven Druckgradienten ist gering und beschränkt sich zumeist auf die Präsentation integraler Größen der Grenzschichtentwicklung. Selektiv werden nachfolgend die wichtigsten Untersuchungen aus der Literatur durch Zusammenfassung der Strömungsform vorgestellt.

1.2.1.1 Diffusordurchströmungen

In einem geschlossenem Windkanal mit diffusorförmiger Messstrecke untersuchten PULVIN [171] (vgl. auch Zusammenfassung von COUSTOLS & SAVILL [50]) und später TRUONG & PULVIN [218] bei einer Anströmgeschwindigkeit von 40 m/s und halben Öffnungswinkeln von 0°, 2° und 4° des Diffusors Rillenstrukturen mit einem konstanten Höhen-/Seitenverhältnis von eins. Das Strömungsfeld wurde mit einem PITOT-Rohr und Hitzdrahtanemometer vermessen, um die integralen Grenzschichtparameter zu bestimmen. Da keine Wandschubspannung gemessen werden konnte, wurde die Widerstandsverminderung der gerillten Oberfläche über einen Vergleich der Entwicklungen von Verdrängungsdicke, Impulsverlustdicke und Formfaktor des Geschwindigkeitsprofils in Hauptströmungsrichtung bestimmt. Ergebnis der Untersuchungen war, dass ausgehend von einer Widerstandsreduzierung um 6% für die druckgradientenfreie Konfiguration und einer Verminderung um 3% bis 4% bei schwachen positiven Druckgradienten, bei noch stärkerer Verzögerung die Reibungswiderstandsverminderung verschwindet.

1.2.1.2 Profilmströmungen

Die turbulente Umströmung eines angestellten NACA 0012 Profils mit V-förmigem Rillenquerschnitt auf der Saugseite wurde von SUNDARAM *et al.* [204] bei einer Geschwindigkeit von 30 m/s vermessen. Unter Verwendung eines PITOT-Rohres konnte die Druckverteilung im Nachlauf des Profils vermessen und so der Gesamtwiderstand bestimmt werden. Auf diese

⁵ Einfluss des Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung

Weise waren monoton steigende Widerstandsreduzierungen mit größer werdendem Anstellwinkel des Profils mit *riblets* messbar, die bis zu 16 % bei 6° Anstellung reichten.

In einem Nachfolgeprojekt am gleichen Messaufbau konnten SUBASCHANDAR *et al.* [203] nachweisen, dass bei weiterer Erhöhung des Anstellwinkels die Wirkung eines gerillten Profils mit Reduzierung des viskosen Widerstandes und des Gesamtreibungswiderstandes im Vergleich zu einer glatten Referenzoberfläche sehr schnell abnimmt.

Vergleichbare Untersuchungen an einem Flugzeugflügel von SUNDARAM *et al.* [205] mit der gleichen Rillenfolie bei REYNOLDS-Zahlen $Re = 0,75 \times 10^6$ lieferten ein gegenteiliges Ergebnis. Hier konnten bis zu 8 % Widerstandsverminderung bei 0° Anstellung erzielt werden. Bei Vergrößerung des Anstellwinkels sank die Reibungsreduzierung progressiv auf 1 % bei einem Anstellwinkel von 6° ab.

1.2.1.3 Gitterdurchströmungen

FANG *et al.* [75] verwendeten eine Kompressor-Kaskade mit 7 Schaufeln und ein einzelnes Profil mit Sehnenlänge 112 mm zur Beurteilung des *riblet*-Einflusses bei einer REYNOLDS-Zahl von $Re = 0,2 \times 10^6$. Dabei wurden ausschließlich Nachlauftraversierungen mit einer 5-Lochsonde und einem Hitzdraht durchgeführt. Bei dem frei angeströmten Profil konnten so 8 % Reibungsreduzierung nachgewiesen werden, im Gitterverbund konnten anschließend sogar mehr als 10 % erzielt werden. Die Rillen waren bei der größtmöglichen Verminderung ausschließlich auf der Druckseite der Schaufeln angebracht.

Ein supersonisch durchströmtes Verdichtergitter bei einer MACH-Zahl $Ma = 2,36$ und REYNOLDS-Zahl $Re = 4,8 \times 10^6$ untersuchten NINNEMANN & WING [156] [157] unter Variation des Anstellwinkels. Mit den V-förmigen Rillen und einem Höhen-/Seitenverhältnis von eins konnte beim Anstellwinkel der Auslegung eine maximale Differenz des Totaldruckbeiwertes von 8,5 % gefunden werden.

Über reine Verlustbestimmungen hinausgehende Messungen an einem Verdichtergitter führten BOESE & FOTTNER [19] und BOESE [16] in einem Hochgeschwindigkeits-Gitterwindkanal durch, der eine unabhängige Variation von MACH- und REYNOLDS-Zahl zulässt (SCHOLZ & HOPKES [189]). Neben der Ermittlung des Verlustverhaltens mit einer PITOT-Sonde wurde die saugseitige Grenzschichtentwicklung mittels der Laser-2-Fokus-Messtechnik sowie Hitzdrahtmessungen zur Analyse der Turbulenzstruktur detailliert untersucht. Dabei konnte für den gesamten Gitterverbund eine Reduzierung des integralen Verlustbeiwertes von 6 % bis 8 % und der Saugseite der Profile der Haupteinfluss durch die *riblets* nachgewiesen werden. Die Messungen in der Nachlaufebene des Verdichtergitters wiesen erst in der Analyse von Momenten höherer Ordnung der Geschwindigkeitsschwankungen Unterschiede zwischen den Profilen mit gerillter und glatter Oberfläche auf.

1.2.1.4 Plattenströmungen mit Druckgradienten

Grenzschichtströmungen über Plattenoberflächen sind aufgrund der einfacheren messtechnischen Zugänglichkeit der wandnahen Region für Untersuchungen der Turbulenzentstehung und -entwicklung im Bereich nahe der Wand besser geeignet als die bisher vorgestellten anwendungsnäheren Konfigurationen. Nachteilig ist jedoch die Notwendigkeit einer geeignet gekrümmten, mechanisch oft aufwendigen Gegenkontur zur Realisierung des Druckgradienten. Dies führt zu einer die Grenzschicht an der ebenen Platte störenden, früheren Ablösung an

der gegenüberliegenden Wand und erfordert hier entsprechende Gegenmaßnahmen wie z. B. Ausblasen oder Absaugen.

SQUIRE *et al.* [200] (vgl. auch Zusammenfassung von COUSTOLS & SAVILL [50]) und SQUIRE & SAVILL [199] untersuchten wahlweise eine druckgradientenfreie und mit positivem Gradienten beaufschlagte Grenzschichtentwicklung. Sie fanden, dass bei druckgradientenfreier Strömung eine Widerstandsreduzierung von etwa 5,5% ($\pm 1\%$) möglich ist, während im Falle der Verzögerung die Wirkung der *riblets* bei schwachen Gradienten nahezu nicht beeinflusst wird und bei stärkeren verschwinden kann. Bei diesen Experimenten wurde der Versuch unternommen, die lokale Schubspannung mit einer Schubspannungswaage (*floating element*) zu bestimmen. Dieser Versuch scheiterte aber daran, die *riblet*-Oberfläche auf dem Messelement mit 10 mm Durchmesser so anzubringen, dass der Effekt der Rillen bei gleichzeitiger mechanischer Entkoppelung von der umgebenden Oberfläche für ein unverfälschtes Messergebnis erhalten bleibt. Daraufhin wurde die Wandschubspannung aus dem Impuls-gleichgewicht in Hauptströmungsrichtung bestimmt.

CHOI [39] untersuchte eine derartige Konfiguration detailliert mit der Hitzdraht- und der Heißfilmanemometrie in einem Grenzschicht-Windkanal, der neben druckgradientenfreien Grenzschichtentwicklungen auch die Realisierung positiver und negativer Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung ermöglichte. Leider wurden bei den Messungen an der glatten und gerillten Oberfläche nur mittlere Strömungsgeschwindigkeiten und Turbulenzgrößen bestimmt und in beiden Fällen auf die Messung der Wandschubspannung verzichtet. CHOI stellte durch Approximation des zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofils in Hauptströmungsrichtung durch jeweils eine geeignete Logarithmusfunktion fest, dass die Profile mit *riblets* eine geringere Wandreibung aufweisen als die an der glatten Oberfläche. Die Turbulenz in Wandnähe schien durch den eingestellten Druckgradienten in ihrer Struktur nicht beeinflusst zu werden. Dies sollte die Wirkung der Rillen auch bei beschleunigten bzw. verzögerten Strömungen erhalten.

Eine Widerstandserhöhung in der Grenzschicht über gerillten Oberflächen konnte DEMENT [55] bei einem positiven Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung durch Messungen mit einem 3C-LDA feststellen. Die erhöhte Reibung schrieb er den paarweise angeordneten Längswirbelstrukturen zu, die bei der ihm vorliegenden Konfiguration mit zu großem Spitzenabstand der Rillen in den Tälern lokalisiert waren. Die Wirbel konnten so, im Gegensatz zur Platzierung über den Rillen, jeweils auf einer größeren Fläche an den seitlichen Rillenflanken Wandreibung verursachen. Die Größe der Wandschubspannung wurde bei diesen Experimenten unter Verzicht auf eine eingehende Fehlerbetrachtung aus der Steigung des mittleren Geschwindigkeitsprofils an der Wand berechnet. Aufgrund der zu erwartenden geringen Widerstandsreduzierung in Höhe von 6% bis 8% und gleichzeitig signifikant ansteigendem Messfehler vergleichbarer Größe bei LDA-Messungen in Wandnähe (Abschnitt 3.2.8), ist das Ergebnis aus dieser Arbeit unter Vorbehalt zu betrachten.

Hinsichtlich der Zielsetzung der vorliegenden Arbeit am nächsten kommende Experimente wurden von NIEUWSTADT *et al.* [155] und später DEBISSCHOP & NIEUWSTADT [52] in einer Plattengrenzschicht innerhalb einer konvergent/divergenten Messstrecke durchgeführt, in deren Verzögerungsbereich ein moderater positiver Druckgradient erzeugt werden konnte. NIEUWSTADT *et al.* führten grundlegende Messungen mit der implementierten Schubspannungswaage durch, die zur Bestimmung der integralen Wandschubspannung über den Messbereich der turbulenten Grenzschicht bei einer Wiederholgenauigkeit von 1% sehr gut geeignet war. Wesentliches Ergebnis war die Bestätigung des Potentials von *riblets* zur Wider-

standsreduzierung in einer druckgradientenfreien Grenzschicht von 5 % und die anschließende Erweiterung auf eine druckgradientenbehaftete Strömung mit 7 % Wandreibungsverminderung als maximal zu erzielender Wert.

DEBISSCHOP & NIEUWSTADT [52] führten diese Arbeiten fort und konzentrierten sich auf die mittleren Geschwindigkeitsverteilungen und Turbulenzgrößen. Nach Optimierung der *riblet*-Geometrie zu trapezförmigen Rillen mit einem Höhen-/Seitenverhältnis von 0,5 und einem Spitzenwinkel von 30° , konnten sie eine um bis zu 13 % geringere Wandschubspannung bei einem positiven Druckgradienten messen. Die Ergebnisse bei den Grenzschichtprofilen waren vergleichbar zu den von CHOI [39] gefundenen. Bei innerer Skalierung des mittleren Geschwindigkeitsprofils lag das an der *riblet*-Oberfläche gemessene oberhalb desjenigen an der glatten Oberfläche. Die Unterschiede in den statistischen Größen waren gering und beschränkten sich auf den unmittelbar wandnahen Bereich. Auch hier wurde weder eine komplette Grenzschichtentwicklung mit mehreren stromabwärtigen Positionen vermessen, noch der Druckgradient bis zur Ablösung der Grenzschicht erhöht.

1.2.2 Skalierung der turbulenten Grenzschicht

Ohne *a priori* Annahmen zur Modellierung turbulenter Grenzschichten kann lediglich durch direkte numerische Simulation (DNS) der beschreibenden Differentialgleichungen (DGL) in Form der NAVIER-STOKES-Gleichungen (NSG) ein Zugang zu dieser Problematik gefunden werden. Bisher sind die numerischen Verfahren zur direkten Lösung der NSG jedoch auf relativ niedrige REYNOLDS-Zahlen beschränkt (vgl. z. B. MOIN & MAHESH [141]).

Insofern werden jeweils geeignete *Ähnlichkeitsansätze* für die Beschreibung der lokalen Struktur der turbulenten Grenzschicht mit dem Ziel herangezogen, die ursächlichen physikalischen Effekte zu klassifizieren und so Ergebnisse aus Berechnungen oder Messdaten nach einer Reskalierung in allgemeingültiger Form darstellen zu können. Das Interesse an solchen Verfahren wird z. B. in der aktuellen Debatte bezüglich des funktionalen Zusammenhangs zwischen dem zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofil in Hauptströmungsrichtung und dem wandnormalen Abstand deutlich (vgl. z. B. BUSCHMANN & GAD-EL-HAK [26]).

Da ein der Grenzschicht durch die Außenströmung aufgeprägter Druckgradient wesentlichen Einfluss auf die Wahl einer geeigneten Skalierung hat, werden die hierfür in Betracht kommenden Möglichkeiten zur Anwendung auf druckgradientenfreie (*zero pressure gradient*, ZPG-) und druckgradientenbehaftete Grenzschichten nachfolgend separat beschrieben. Im Wesentlichen wird dabei auf verzögerte (*adverse pressure gradient*, APG-) Grenzschichten, mit der besonderen Problematik bei Annäherung an die Ablösung, eingegangen. Die Ausführungen beschränken sich auf die zeitgemittelte Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung, die zugehörige Normalspannung und die Scherspannung.

1.2.2.1 Klassische Skalierungsansätze für druckgradientenfreie Grenzschichten

1.2.2.1.1 Zeitgemitteltes Geschwindigkeitsprofil

Im Gegensatz zu laminaren Grenzschichten, bei denen eine Selbstähnlichkeit der Geschwindigkeitsprofile durch Wahl geeigneter Ansätze in Form des Profils nach BLASIUS oder der sogenannten FALKNER-SKAN-Lösung erreicht werden kann (vgl. z. B. SCHLICHTING & GERSTEN [186]), gibt es für turbulente Grenzschichten keinen allgemeingültigen funktionalen Zusammenhang zwischen den charakteristischen Grenzschichtparametern zur Beschreibung des

gesamten mittleren Geschwindigkeitsprofils $\langle u \rangle = f(y)$ normal zur Oberfläche. Dabei ist u die Komponente des Geschwindigkeitsvektors \mathbf{u} in Hauptströmungsrichtung x und y die wandnormale Koordinate.⁶

Nach MILLIKAN [140], der auf Arbeiten von VON KÁRMÁN [228] und PRANDTL [169] aufbaute, kann jedoch separat nach Ähnlichkeitslösungen für den inneren und äußeren Bereich der Grenzschicht gesucht werden. Diese als klassische Theorie der turbulenten Grenzschicht bezeichnete Herangehensweise basiert insofern auf deren Beschreibung in Form einer Zwei-Schicht-Struktur, schematisch dargestellt in **Abbildung 1.1**. Der Mittelwert der Geschwindigkeitskomponente $\langle u \rangle$ wurde in der Abbildung mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit am Grenzschichttrand u_δ dimensionslos gemacht. Der Rand der Wandgrenzschicht mit der Dicke δ wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit als der wandnormale Abstand definiert, an dem die mittlere Strömungsgeschwindigkeit $\langle u \rangle$ 99,5% der mittleren Geschwindigkeit in der Außenströmung u_e erreicht ($\delta = \delta_{99,5}$ und $u_e = \langle u \rangle|_{\eta \rightarrow \infty}$ mit $\eta = \frac{y}{\delta}$).

Die wandnahe innere, verglichen mit der Grenzschichtdicke δ , sehr dünne Schicht, ist durch die molekulare Zähigkeit des Fluids dominiert und schließt die viskose Unterschicht (engl.: *viscous sublayer*) und die Pufferschicht (engl.: *buffer layer*) ein. Die viel dickere äußere Schicht ist trägheitsdominiert und erstreckt sich im Wesentlichen über den Nachlaufbereich (engl.: *wake region*). Die Überlappungsschicht (engl.: *overlap layer*) stellt die Anschlussbedingung zwischen der inneren und der äußeren Schicht her.

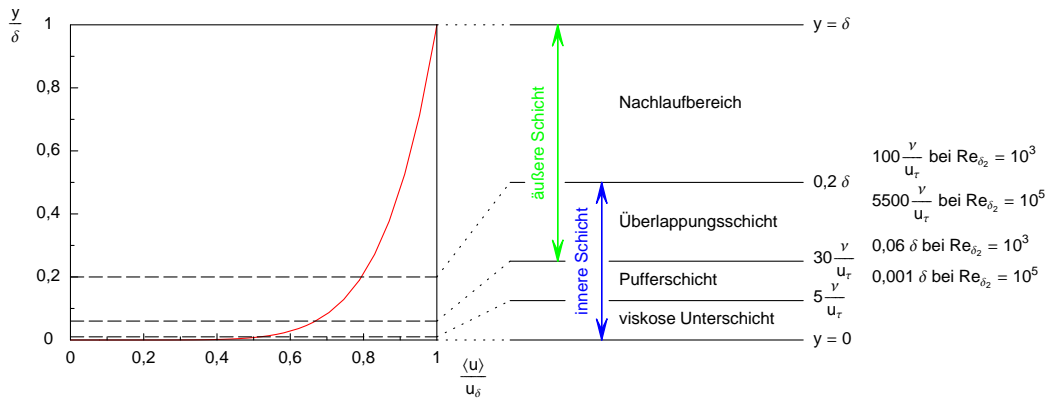


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung eines turbulenten Geschwindigkeitsprofils der zeitgemittelten Komponente in Hauptströmungsrichtung $\langle u \rangle$ (dimensionslos gemacht mit der Strömungsgeschwindigkeit am Rand der Grenzschicht u_δ). Dargestellt sind die einzelnen Zonen nach der Zwei-Schicht-Theorie (Zahlenwerte der Bereichsgrenzen nach POPE [167]). Die Koordinate y ist normal zur Oberfläche gerichtet.

Die Grundlagen für die weiteren Ausführungen zur Darstellung geeigneter Möglichkeiten zur Skalierung des mittleren Geschwindigkeitsprofils einer turbulenten Grenzschicht sind ausführlich bei TENNEKES & LUMLEY [213] oder HINZE [103] beschrieben. Bei der Angabe bzw. Diskussion von Konstanten wird dabei nicht detailliert auf deren Werte beeinflussende Effekte eingegangen, die auf niedrige REYNOLDS-Zahlen in der Strömung zurückzuführen sind.

⁶ Auf die Berechnung des Mittelwertes $\langle u \rangle$ als statistische Größe aus einer Anzahl von Einzelmessungen der momentanen Strömungsgeschwindigkeit u wird in **Abschnitt 3.2.6** detailliert eingegangen.

Im Grenzschichtbereich in der Nähe der festen Wand kann, den Ausführungen von ROTTA [180] folgend, als Ähnlichkeitsbeziehung das bereits von PRANDTL [169] vorgeschlagene Wandgesetz

$$u^+ = f_1(y^+) \quad (1.1)$$

formuliert werden.

Dabei sind u^+ und y^+ mit der sogenannten Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ dimensionslos gemachte Größen nach **Gleichung (1.2)** bis **Gleichung (1.4)**, wobei τ_w die Schubspannung an der Wand, ν die kinematische Zähigkeit und ρ die Dichte des Fluids ist. Nach PRANDTL [169] ist die Funktion f_1 unabhängig vom Ort x in Hauptströmungsrichtung.

$$u^+ = \frac{\langle u \rangle}{u_\tau} \quad (1.2)$$

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \quad (1.3)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (1.4)$$

Unmittelbar an der Wand dominiert der Einfluss der Zähigkeit und **Gleichung (1.1)** reduziert sich zu dem bekannten und mit sehr guter Näherung für $y^+ \lesssim 5$ gültigen linearen Zusammenhang zwischen Strömungsgeschwindigkeit und wandnormaler Koordinate

$$u^+ = y^+ . \quad (1.5)$$

Im äußeren Grenzschichtbereich ($y^+ \gtrsim 50$) sind hingegen Zähigkeitseinflüsse vernachlässigbar und die turbulente Schubspannung $\tau_t = -\rho \langle u'v' \rangle$ überwiegt deutlich die viskose Spannung $\tau_\nu = \nu \rho \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}$. Diese Region skaliert mit den äußeren Skalen Grenzschichtdicke δ und mittlere Geschwindigkeit am Rand der Grenzschicht u_δ .

Da die Übergangsschicht zwischen dem inneren und dem äußeren Grenzschichtbereich Bestandteil beider angrenzenden Schichten ist (vgl. **Abbildung 1.1**), muss hier eine Anpassung der Geschwindigkeitsverteilungen stattfinden. Betrachtet wird der zur Beschreibung der Dynamik in der Strömung relevante Geschwindigkeitsgradient

$$\frac{d \langle u \rangle}{dy} = \frac{u_\tau}{y} y^+ f_1'(y^+) \quad (1.6)$$

aus **Gleichung (1.1)**. Aus Gründen der Ähnlichkeit muss der dimensionslose Gradient $\frac{y}{u_\tau} \frac{d \langle u \rangle}{dy}$ für jeden Wandabstand y^+ unabhängig von der Zähigkeit ν sein. Diese Forderung wird mit $y^+ f_1'(y^+) = \frac{1}{\kappa}$ (für $\frac{y}{\delta} \ll 1$ und $y^+ \gg 1$) erfüllt (vgl. VON KÁRMÁN [228]). Die Integration von **Gleichung (1.6)** und anschließende Einführung der dimensionslosen Variablen (1.2) bis (1.4) liefert das sogenannte *logarithmische Überlappungsgesetz*, (1.7), (für den inneren Bereich, engl.: *law of the wall*) mit der VON KÁRMÁN-Konstanten κ und der Integrationskonstanten C .⁷ Da ausschließlich innere Variablen verwendet werden, wird auch von *inner scaling* gesprochen.

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad (1.7)$$

⁷ In Anlehnung an die Ergebnisse von COLES [47] wird bei der graphischen Darstellung der mittleren Geschwindigkeitsprofile im Rahmen dieser Arbeit zu Vergleichszwecken $\kappa = 0,40$ und $C = 5,1$ verwendet.

Die Geschwindigkeitsverteilung im äußeren Bereich in Form eines Geschwindigkeits-Defektes $u_\delta - \langle u \rangle$ zu beschreiben und mit der oben genannten Längenskala δ und der Geschwindigkeitsskala u_δ in Zusammenhang zu bringen, wurde erst für eine Kanalströmung durch VON KÁRMÁN [228] vorgeschlagen und später für eine Grenzschicht von ROTTA [179] verwendet.

$$\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_\tau} = f_2 \left(\frac{y}{\delta}, \frac{u_\tau}{u_\delta} \right) \quad (1.8)$$

Durch eine asymptotische Betrachtung konnten, jeweils unabhängig voneinander, IZAKSON [111], MILLIKAN [140] und VON MISES [229] zeigen, dass

$$\lim_{y \rightarrow 0} f_2 \left(\frac{y}{\delta}, \frac{u_\tau}{u_\delta} \right) = -\frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{y}{\delta} \right) + C' \quad (1.9)$$

gelten muss. Die Integrationskonstante C' weicht dabei von C aus Gleichung (1.7) ab. Damit lautet das, bis in Bereich des logarithmischen Überlappungsgesetzes gültige Defekt- oder Außengesetz der Grenzschicht

$$\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_\tau} = -\frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{y}{\delta} \right) + C'. \quad (1.10)$$

COLES [47] kombinierte das innere und das Defekt-Gesetz zu einem empirischen, universellen Geschwindigkeitsgesetz, gültig über den gesamten Grenzschichtbereich $0 \leq y \leq \delta$,

$$u^+ = f_1(y^+) + \frac{\Pi}{\kappa} W \left(\frac{y}{\delta} \right). \quad (1.11)$$

Der Nachlauf- oder *wake*-Parameter Π gibt die Abweichung vom logarithmischen Überlappungsgesetz an. Er zeigt eine starke Abhängigkeit bei kleinen, mit der Impulsverlustdicke der Grenzschicht δ_2 gebildeten REYNOLDS-Zahlen Re_{δ_2} , Gleichung (1.12), tendiert für $\text{Re}_{\delta_2} > 6000$ zu einem konstanten Wert und beginnt bei $\text{Re}_{\delta_2} > 15000$ stetig zu fallen (vgl. FERNHOLZ & FINLEY [80] oder GAD-EL-HAK & BANDYOPADHYAY [85]).

$$\text{Re}_{\delta_2} = \frac{u_\delta \delta_2}{\nu} \quad (1.12)$$

Die Funktion $W \left(\frac{y}{\delta} \right)$ ist eine universelle Nachlauf- bzw. *wake*-Funktion. Durch sie erreichte COLES die Erweiterung des für den inneren Bereich gültigen Gesetzes, Gleichung (1.7), auf den äußeren Teil der Grenzschicht.

Nachteilig bei der vorgestellten äußeren Skalierung mit der Längenskala δ und Geschwindigkeitsskala u_δ ist deren Abhängigkeit von der experimentell nur schwer zu bestimmenden (und willkürlich gewählten)⁸ Grenzschichtdicke δ . Wesentlich zuverlässiger bestimmbar sind hingegen integrale Grenzschichtgrößen, wie die Verdrängungsdicke δ_1 , Gleichung (1.13), und die Impulsverlustdicke δ_2 , Gleichung (1.14), die außerdem physikalisch deutbare Maße für die Dicke der Grenzschicht darstellen (vgl. z. B. SCHLICHTING & GERSTEN [186]).

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\langle u \rangle}{u_\delta} \right) dy \quad (1.13)$$

⁸ Genauso wie die hier gewählte Definition für den Ort des Grenzschichtendes mit $\delta = \delta_{99,5}$, s. o., sind $\delta = \delta_{95}$ oder $\delta = \delta_{99}$ üblich.

$$\delta_2 = \int_0^{\infty} \frac{\langle u \rangle}{u_\delta} \left(1 - \frac{\langle u \rangle}{u_\delta} \right) dy \quad (1.14)$$

Von ROTTA [179] wurde eine geschwindigkeitsgewichtete Grenzschichtdicke Δ , Gleichung (1.15), eingeführt, die nach ROTTA [180] bzw. FERNHOLZ & FINLEY [80] die charakteristische Längenskala für den äußeren Bereich von druckgradientenfreien (ZPG)-Grenzschichten ist.

$$\Delta = \int_0^{\infty} \frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_\tau} dy = \delta_1 \sqrt{\frac{2}{c_{f,loc}}} = \delta_1 \frac{u_\delta}{u_\tau} \quad (1.15)$$

Mit dieser später als ROTTA-CLAUSER-Länge bezeichneten Größe lässt sich die mit äußeren Variablen skalierte Geschwindigkeitsverteilung, Gleichung (1.8), umformulieren zu

$$\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_\tau} = f\left(\frac{y}{\Delta}\right). \quad (1.16)$$

Das entsprechende logarithmische Defekt-Gesetz lautet damit

$$\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_\tau} = -M \ln\left(\frac{y}{\Delta}\right) - N. \quad (1.17)$$

Die beiden Konstanten M und N sind empirisch zu ermitteln, wobei FERNHOLZ [78] z. B. $M = 4,70$ und $N = 6,74$ fand.

Eine Darstellung von Messwerten mit dieser Skalierung führt nur bei Grenzschichten ohne Druckgradienten im äußeren Bereich zu einer Selbstähnlichkeit der zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofile in Hauptströmungsrichtung (vgl. z. B. FERNHOLZ & FINLEY [80]).

1.2.2.1.2 Zeitgemittelte Scher- und Normalspannungen

SONG [195] stellte kürzlich fest, dass eine geeignete Skalierung der Turbulenzgrößen bzw. der REYNOLDS-Spannungen in der Grenzschicht, genauso wie die oben vorgestellten Möglichkeiten zur Skalierung des mittleren Geschwindigkeitsprofils, von großem Interesse ist, die Wahl hierfür geeigneter Skalen jedoch in der Literatur kontrovers diskutiert wird.

Nach TOWNSEND [216] müssen die REYNOLDS-Spannungen mit inneren Grenzschichtvariablen skalieren, da dies, wie oben dargestellt, für die mittleren Geschwindigkeitsprofile in Wandnähe auch gültig ist und eine Kopplung über die Transportgleichungen des REYNOLDSSchen Spannungstensors und der turbulenten kinetischen Energie besteht. Bestätigt wird dies durch Experimente lediglich in unmittelbarer Nähe von festen Wänden, also im Bereich großer wandnormaler Gradienten (vgl. z. B. FERNHOLZ & FINLEY [80]).

Um dieser Problematik und der REYNOLDS-Zahl Abhängigkeit des Maximums im Profil der REYNOLDSSchen Normalspannung $\langle u'^2 \rangle$ bei $y^+ \approx 15$ zu begegnen (vgl. z. B. MARUŠIĆ *et al.* [132]), haben DEGRAAFF & EATON [54] eine aus inneren und äußeren Variablen kombinierte Skalierung mit $u_\tau u_\delta$ vorgeschlagen und an Hand eigener, experimentell gewonnener REYNOLDS-Spannungsverteilungen von druckgradientenfreien Grenzschichten verifiziert.

Äußere Variablen für die Skalierung der REYNOLDS-Spannungen in ZPG-Grenzschichten werden hingegen von GEORGE & CASTILLO [91] verwendet, die durch eine analytische

asymptotische Betrachtung der NAVIER-STOKES-Gleichungen zeigen, dass das Geschwindigkeitsquadrat u_δ^2 zur Reskalierung von $\langle u'^2 \rangle$ -Profilen druckgradientenfreier Grenzschichten geeignet ist. Später können CASTILLO & GEORGE [29] diese Aussage auch auf druckgradientenbehaftete, insbesondere APG-Grenzschichten erweitern. Die REYNOLDSschen Schubspannungen $\langle u'v' \rangle$ skalieren dabei mit $u_\delta^2 \frac{d\delta}{dx}$.

FERNHOLZ & FINLEY [80] schlagen für den Fall der äußeren Skalierung in einer druckgradientenfreien Grenzschicht vor, die ROTTA-CLAUSER-Länge Δ , Gleichung (1.15), anstelle der Grenzschichtdicke δ zu wählen.

1.2.2.2 Skalierung von verzögerten Grenzschichten

Im Falle einer verzögerten turbulenten Grenzschicht nimmt die Wandschubspannung in Hauptströmungsrichtung ab und der Gültigkeitsbereich des logarithmischen Überlappungsgesetzes, Gleichung (1.7), wird kleiner. Handelt es sich lediglich um einen schwachen Druckgradienten, der nicht zur Ablösung führt, ist die Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ größer als Null und kann somit als charakteristische Geschwindigkeitsskala für den wandnahen Bereich genutzt werden. Damit ist die Skalierung der zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofile mit inneren Variablen weiterhin möglich. Zu diesem Ergebnis kamen z. B. SAMUEL & JOUBERT [184], die eine derartige Strömungskonfiguration mit zunehmenden Druckgradienten, jedoch ohne Ablösung, experimentell untersuchten.

Um den Gültigkeitsbereich der inneren Skalierung auf größere Druckgradienten längs der Grenzschichtentwicklung zu erweitern, haben BERNARD *et al.* [14] einen Vorschlag von COLES [47] aufgegriffen und aus einer auf der Verdrängungsdicke δ_1 basierenden externen Längenskala

$$\delta \approx \delta_1 \frac{u_\delta}{u_\tau} = \Delta \quad (1.18)$$

eine innere Skala

$$l \approx \delta_1 \frac{u_\tau}{u_\delta} \quad (1.19)$$

abgeleitet. Mit dieser Definition kann der wandnormale Abstand y durch Einführung einer neuen Koordinate y^* ,

$$y^* = \frac{y}{l} = \frac{y}{\delta_1} \frac{u_\delta}{u_\tau}, \quad (1.20)$$

skaliert und die Geschwindigkeitsprofile in der Form $u^+ = f(y^*)$ aufgetragen werden. Hiermit handelt es sich also um eine mit inneren und äußeren Variablen gemischte Skalierung (engl.: *mixed scaling*).

Somit lautet das logarithmische Überlappungsgesetz in innerer Skalierung, Gleichung (1.7), mit der neuen Koordinate y^*

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^* + C^* \quad \text{mit} \quad C^* = \frac{1}{\kappa} \ln \left[\frac{u_\delta \delta_1}{\nu} \left(\frac{u_\tau}{u_\delta} \right)^2 \right] + C. \quad (1.21)$$

Nähert man sich der Ablösung weiter an, ist zur Skalierung der Geschwindigkeitsprofile wegen $u_\tau \rightarrow 0$ ein Ersatz der Wandschubspannungsgeschwindigkeit durch Größen aus dem

äußeren Grenzschichtbereich vorteilhaft. SCHOFIELD & PERRY [188], PERRY & SCHOFIELD [164] und SCHOFIELD [187] verwendeten dazu eine auf einem *half-power profile*⁹ basierende äußere Geschwindigkeitsskala u_S .

Die Existenz eines $y^{\frac{1}{2}}$ -Bereichs im Geschwindigkeitsprofil als asymptotischer Anschluss der inneren Schicht an den mittleren Bereich mit logarithmischer Geschwindigkeitsverteilung (engl.: *middle region*), und somit die Erweiterung der klassischen *Zwei-Schicht-Theorie* auf *drei Schichten* in der Grenzschicht, wird von ALVING & FERNHOLZ [5] belegt. Da der innere Bereich der äußeren Schicht, wie oben erläutert, durch einen Geschwindigkeits-Defekt charakterisiert wird, erfolgt auch die Formulierung der (PERRY-) SCHOFIELD [188] Skalierung für den äußeren Bereich in einer Defekt-Schreibweise, **Gleichung (1.22)**. In der inneren Schicht wird das Wandgesetz mit der Skala u_S neu formuliert, **Gleichung (1.23)**.

$$\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_S} = f\left(\frac{y}{B}\right) = 1 - 0.4\left(\frac{y}{B}\right)^{\frac{1}{2}} - 0.6\left(\frac{\pi y}{2B}\right) \quad \text{mit} \quad B = 2.86 \delta_1 \frac{u_\delta}{u_S} \quad (1.22)$$

$$\frac{\langle u \rangle}{u_\delta} = 0.47 \left(\frac{u_S}{u_\delta}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{y}{\delta_1}\right)^{\frac{1}{2}} + 1 - \frac{u_S}{u_\delta} \quad (1.23)$$

Die Geschwindigkeitsskala u_S kann z. B. aus einem Diagramm ähnlich der CLAUSER-chart (vgl. CLAUSER [44]) ermittelt werden. DENGEL & FERNHOLZ [57] untersuchten dies an diversen APG-Grenzschichten und fanden lediglich in unmittelbarer Nähe der Ablösung eine Selbstähnlichkeit der Profile. Weiter stromauf ist die Ähnlichkeit der Geschwindigkeitsverteilungen zueinander deutlich schlechter.

DURBIN & BELCHER [65] unterstützten die Drei-Schicht-Theorie, bestehend aus innerer Schicht an der Wand, äußerer Schicht im Nachlaufbereich und einer Übergangsschicht mit $y^{\frac{1}{2}}$ -Verhalten, und ersetzten die Wandschubspannungsgeschwindigkeit nach einer asymptotischen Analyse der Grenzschichtgleichungen von APG-Grenzschichten durch eine auf dem lokalen Druckgradienten basierende Geschwindigkeit u_p ,

$$u_p = (\nu \alpha)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{\nu dp_\delta}{\rho dx}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (1.24)$$

Diese viskose Druckgradienten-Geschwindigkeit leiteten sie aus einem von YAGLOM [243] als kinematischen Druckgradienten¹⁰ bezeichnete Größe α und einer für die Strömung in Hauptströmungsrichtung charakteristischen Längenskala L ab,

$$\alpha = -u_\delta \frac{du_\delta}{dx}, \quad L = \frac{u_\delta^2}{\alpha} = -\frac{u_\delta}{du_\delta/dx}. \quad (1.25)$$

Damit lassen sich die reskalierten Variablen für den inneren Bereich der Grenzschicht nach **Gleichung (1.26)** formulieren.

$$\hat{u} = \frac{\langle u \rangle}{u_p} \quad \text{und} \quad \hat{y} = \frac{y u_p}{\nu}. \quad (1.26)$$

⁹ Bei Auftragen des zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofils in der Form $\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_S} = f\left(\frac{y}{B}\right)$, Variablen nach **Gleichung (1.22)**, und Skalierung der Abszisse zur Potenz $\frac{1}{2}$, tritt nach PERRY & SCHOFIELD [164] ein Überlappungsbereich mit linearer Verteilung auf.

¹⁰ Der kinematische Druckgradient wird aus der BERNOULLI-Gleichung (2.1) für eine stationäre Strömung und einen inkompressiblen Stromfaden nach Differentiation in Hauptströmungsrichtung x ermittelt.

Für den mittleren Bereich wurden die Skalen auf die Größe ϵ , **Gleichung (1.27)**, bezogen und die Variablen mit einem Überstrich markiert. Der Exponent $\frac{1}{3}$ von ϵ in **Gleichung (1.28)** entspricht dabei der Annahme einer konstanten Wirbelzähigkeit, bei Annahme einer konstanten Mischungsweglänge ist dieser durch $\frac{1}{2}$ zu setzen (vgl. DURBIN & BELCHER [65]).

$$\epsilon = \frac{u_p}{u_\delta} = \left(-\frac{\nu}{u_\delta^2} \frac{du_\delta}{dx} \right)^{\frac{1}{3}} = \text{Re}_L^{-\frac{1}{3}} \quad (1.27)$$

$$\bar{u} = \frac{\langle u \rangle}{\sqrt{u_\delta^2 \epsilon^{\frac{1}{3}}}} \quad \text{und} \quad \bar{y} = \frac{y}{\delta \epsilon^{\frac{1}{3}}}. \quad (1.28)$$

Im nichtlinearen Nachlaufbereich der Grenzschicht¹¹ gilt nach DURBIN & BELCHER [65] für die Größe $\epsilon = \frac{\delta}{L} = 1$ und die charakteristische Skala für die Wirbelzähigkeit ν ist $u_\delta \frac{\delta^2}{L}$. Damit lassen sich aus **Gleichung (1.26)** die dimensionslosen Koordinaten für den äußeren Bereich, gekennzeichnet mit einer Tilde, formulieren,

$$\tilde{u} = \frac{\langle u \rangle}{u_\delta} \quad \text{und} \quad \tilde{y} = \frac{y}{\delta}. \quad (1.29)$$

Die Geschwindigkeit u_p wurde später auf einem vergleichbaren Weg von GEORGE & CASTILLO [90] mittels einer Ähnlichkeitsanalyse für die Geschwindigkeitsskala der inneren (zwei) Schichten einer turbulenten APG-Grenzschicht gefunden.

Ausgehend von der Impulsgleichung in Hauptströmungsrichtung x und der Kontinuitätsgleichung zeigten GEORGE & CASTILLO [91] zunächst nur für eine ZPG-Grenzschicht, später (CASTILLO & GEORGE [29]) auch für den äußeren Bereich einer APG-Grenzschicht, dass eine Selbstähnlichkeit für Gleichgewichtsgrenzschichten nach ihrer Definition (siehe unten) nur erzielt werden kann, wenn die mittlere Geschwindigkeit im Nachlaufbereich mit der Geschwindigkeit am Grenzschichtrand u_δ skaliert. Sie wendeten dazu das sogenannte AIP (*asymptotic invariance principle*) nach GEORGE [89] an, das besagt, dass für $\delta^+ = \frac{\delta u_\tau}{\nu} \rightarrow \infty$ die äußeren Grenzschichtgleichungen unabhängig von der REYNOLDS-Zahl sind, weshalb auch eine geeignete Skala für die mittlere Geschwindigkeit asymptotisch REYNOLDS-Zahl-unabhängig sein muss.

Formuliert man die nach DURBIN & BELCHER skalierten mittleren Geschwindigkeitsprofile im Außenbereich, **Gleichung (1.29)**, in Defekt-Schreibweise, lautet die lokale Skalierung der Geschwindigkeitsverteilung nach CASTILLO & GEORGE [29]

$$\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_\delta} = f\left(\frac{y}{\delta}\right). \quad (1.30)$$

Gleichgewichtsgrenzschichten im Sinne von GEORGE [89] sind Grenzschichten,¹² die eine *Gleichgewichtsähnlichkeit* aufweisen, was bedeutet, dass alle Terme in den beschreibenden Gleichungen mit fortschreitender Entwicklung der Strömung im gleichen *relativen* Verhältnis zueinander bleiben müssen.

¹¹ Zur Möglichkeit der Linearisierung der REYNOLDSschen Gleichungen der turbulenten Grenzschicht nach der Zwei-Schicht-Theorie siehe auch MELLOR [135].

¹² Nach CLAUSERS [45] klassischer Definition einer Gleichgewichtsgrenzschicht muss $\beta = \frac{\delta_1}{\rho u_\tau^2} \frac{dp_\delta}{dx} = \text{konst}$ gelten. Aufgrund von $u_\tau \rightarrow 0$ im Bereich der Ablösung versagt dort jedoch diese Definition als Grundlage für die Selbstähnlichkeit der Geschwindigkeitsprofile.

Auf dieser Aussage aufbauend definierten CASTILLO & GEORGE [29] einen dimensionslosen Druckgradientenparameter Λ nach Gleichung (1.31) und stellten fest, dass für eine Gleichgewichtsströmung $\Lambda = \text{konst}$ gelten muss. Mit der EULER-Gleichung (2.4) kann damit nach Integration der Gleichung (1.31) für die Größen am Grenzschichttrand auf die Proportionalität $\delta \sim u_\delta^{-1/\Lambda}$ geschlossen werden.

$$\Lambda = \frac{\delta}{\rho u_\delta^2} \frac{dp_\delta}{d\delta/dx} \frac{dx}{dx} = - \frac{\delta}{u_\delta} \frac{du_\delta}{d\delta/dx} \frac{dx}{dx} \quad (1.31)$$

Nach CASTILLO & GEORGE [29] ist der Gleichgewichtszustand in der von ihnen beschriebenen Form, im Gegensatz zur Klassifizierung einer Grenzschicht nach der konventionellen Definition (vgl. Fußnote 12 auf der vorherigen Seite), im Experiment *nicht* schwer zu erreichen. Vielmehr handelt es sich bei *jeder* Grenzschicht um eine Gleichgewichtsströmung, deren (lokaler) charakteristischer Parameter Λ lediglich vom Vorzeichen des Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung abhängt. Somit kann Λ jeweils nur einen konstanten Wert für ZPG-, FPG- (*forward pressure gradient*-) und APG-Grenzschichten annehmen.

Für eine APG-Grenzschicht fanden sie z. B. $\Lambda = 0,22$. Den gleichen Zahlenwert ermittelten CASTILLO & WANG [32] ($\Lambda_{\delta_2} = 0,22$) bzw. CASTILLO *et al.* [33] ($\Lambda_{\delta_2} = 0,21 \pm 0,01$) für den mit der Impulsverlustdicke δ_2 berechneten Druckgradientenparameter anstelle der lokalen Grenzschichtdicke δ

$$\Lambda_{\delta_2} = \frac{\delta_2}{\rho u_\delta^2} \frac{dp_\delta}{d\delta_2/dx} \frac{dx}{dx} \quad (1.32)$$

Diese Größe ist selbst bei Grenzschichten mit ausgeprägt globalem Nicht-Gleichgewichtscharakter nach CLAUSER [45] (Wechsel von FPG auf ZPG und APG oder umgekehrt) aufgrund deren integraler Form im Experiment besser bestimmbar.

Formuliert man die integrale Grenzschichtgleichung mit der oben definierten Größe Λ_{δ_2} , so lässt sich nach CASTILLO *et al.* [33] für den Ablöseort der Grenzschicht ($c_{f,\text{ref}} = 0$) mit dem Formparameter H_{12} der Grenzschicht,

$$H_{12} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \quad (1.33)$$

ein Ablösekriterium $H_{12,\text{sep}} = 1/\Lambda_{\delta_2} - 2 \cong 2,76 \pm 0,23$ ermitteln. DENGEL & FERNHOLZ [56] bzw. später ALVING & FERNHOLZ [6] fanden hierfür experimentell im Bereich $H_{12,\text{sep}} = 2,85 \pm 0,1$ liegende Werte des Formfaktors.

Anhand eigener Messungen in einem glatten Rohr mit REYNOLDS-Zahlen bis zu $\text{Re} = \frac{\bar{u}D}{\nu} = 35 \times 10^6$ zeigten ZAGAROLA & SMITS [244], [245], dass im Überlappungsbereich zwischen Wand- und Kernschicht der voll entwickelten turbulenten Rohrströmung (vgl. z. B. SCHLICHTING & GERSTEN [186]) sowohl ein Potenzgesetz als auch eine Logarithmusfunktion zur Beschreibung des mittleren Geschwindigkeitsprofils gültig ist. Die Existenz eines logarithmischen Bereichs erfordert dabei genügend hohe REYNOLDS-Zahlen ($\text{Re} > 400 \times 10^3$) in der Strömung. Die Geschwindigkeit \bar{u} ist hier die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Rohr und D dessen Durchmesser.

ZAGAROLA & SMITS führten für den wandfernen Bereich eine neue Geschwindigkeitskala $u_0 = u_{CL} - \bar{u}$ ein, wobei u_{CL} die Geschwindigkeit auf der Rohrachse (Maximalgeschwindigkeit) ist. Zur asymptotischen Annäherung der Geschwindigkeitsverteilung in der Überlappungsschicht bei großen REYNOLDS-Zahlen an eine Logarithmusfunktion, muss u_0

direkt proportional zur inneren Skala u_τ sein. Die Funktion $\frac{u_0}{u_\tau} = f(\text{Re})$ ist für niedrige REYNOLDS-Zahlen Re nichtlinear und geht für $\text{Re} \rightarrow \infty$ in $\frac{u_0}{u_\tau} = \text{konst}$ über.

Die Skala u_0 ist proportional zum reduzierten Massendurchsatz der turbulenten Rohrströmung gegenüber einer Potentialströmung. Durch eine Analogiebetrachtung gelang ZAGAROLA & SMITS [244] damit die Erweiterung der Skalierung von einer Rohr- auf eine Grenzschichtströmung. Sie fanden

$$u_0 = u_\delta \int_0^1 \left(1 - \frac{\langle u \rangle}{u_\delta}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right) = u_\delta \frac{\delta_1}{\delta}. \quad (1.34)$$

In Defekt-Schreibweise mit der Grenzschichtdicke δ als charakteristische Längenskala lautet somit nach ZAGAROLA & SMITS eine geeignete Skalierung der Geschwindigkeitsverteilung im Außenbereich einer Grenzschicht

$$\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_0} = f\left(\frac{y}{\delta}\right). \quad (1.35)$$

CASTILLO & WALKER [30] zeigten, dass $\frac{\delta_1}{\delta} \rightarrow \text{konst}$ für $\delta^+ = \frac{\delta u_\tau}{\nu} \rightarrow \infty$ gilt, wobei der Wert der Konstante von den Strömungszuständen stromauf abhängt. Die mit inneren Variablen dimensionslos gemachte Grenzschichtdicke δ^+ beschreibt dabei die lokale REYNOLDS-Zahl-Abhängigkeit der Grenzschichtentwicklung. Für $\delta^+ \rightarrow \infty$ reduziert sich die Skalierung nach ZAGAROLA & SMITS mit $u_\delta \frac{\delta_1}{\delta}$ somit auf u_δ als charakteristische Geschwindigkeitsskala, also auf die Skalierung nach GEORGE & CASTILLO für den äußeren Bereich der Grenzschicht. Insofern haben beide Varianten vergleichbaren Charakter, ZAGAROLA & SMITS berücksichtigen aber Stromaufzustände sowie REYNOLDS-Zahl-Effekte.

2 Konfiguration der Messstrecke

2.1 Vorbemerkungen mit Beschreibung des Versuchsstandes

Die experimentellen Untersuchungen der vorliegenden Arbeit fanden im Wasserumlaufkanal des Instituts für Strömungsmechanik (ISM) der Technischen Universität Dresden statt. Dieser im geschlossenen Kreislauf arbeitende Kanal mit einer zirkulierenden Wassermenge von ca. 9 m^3 ist aus Stahl gefertigt und innen voll verzinkt. Der Antrieb des Axialrades mit drei Schaufeln im Vorlauf des Systems wird über einen frequenzumrichter gesteuerten Elektromotor mit einer elektrischen Antriebsleistung von $7,5 \text{ kW}$ realisiert. Weiterführende Informationen zur Versuchsanlage, insbesondere zur Ausgangskonfiguration der Messstrecke, sind bei KLINGENBERG & SCHINDLER [120] zu finden.

Als Fluid wird in der Anlage kommunales Wasser, vor Durchführung der Versuche jeweils mehrfach gefiltert, verwendet. Um im Wasser natürlich vorhandene Bakterien zu bekämpfen und so der Bildung von Biofilmen auf benetzten Oberflächen zu begegnen, wurde dem Fluid in regelmäßigen Abständen ca. $0,01 \text{ \%Vol.}$ Natriumhypochlorid (Chlor) zugesetzt. Dieses Biozid wirkt schnell keimtötend und hat durch seine Bindung an in Wasser enthaltene Partikel eine anhaltende Wirkung.

Die Konfiguration einer Messstrecke zur Realisierung einer bis zur Ablösung verzögerten turbulenten Grenzschicht wird wesentlicher Inhalt der nachfolgenden Abschnitte sein.

2.2 Auslegung der Gegenkontur zur Realisierung des Druckgradienten

2.2.1 Vorbemerkungen und Konventionen

Voruntersuchungen zeigten (vgl. KLINGENBERG & SCHINDLER [120]), dass bei Untersuchungen zum Einfluss von Oberflächenstrukturen auf das Grenzschichtverhalten gekrümmte Oberflächen erhebliche fertigungstechnische Probleme mit sich bringen. Deshalb wurde hier ein Konzept mit einer ebenen Platte als Untersuchungsgegenstand verfolgt. Dadurch wird außerdem der Einfluss der Wandkrümmung auf die Grenzschichtentwicklung eliminiert, die von SCHLICHTING & GERSTEN [186] neben der Verdrängungswirkung als einer der beiden wichtigsten Grenzschichteffekte genannt wird (vgl. auch ALVING & FERNHOLZ [6]).

Bei Strömungen über ebenen Platten ist zur Generierung eines Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung eine geeignet gekrümmte Gegenkontur notwendig. Soll dabei ein linearer Anstieg des örtlichen Druckes an der Plattenoberfläche zwischen den Orten s_1 und s_2 erzielt werden, muss analog zur Impulsgleichung einer reibungsfreien Strömung längs einer Stromlinie mit einem Potential G der Volumenkraft, BERNOULLI-Gleichung (2.1), eine kon-

tinuierliche Verzögerung der Strömung mit der Geschwindigkeit U längs dieses Stromfadens erzwungen werden.

$$\int_{s_1}^{s_2} \frac{\partial U}{\partial t} ds + \frac{1}{2} U^2 \Big|_{s_1}^{s_2} + \int_{s_1}^{s_2} \frac{dp}{\rho} + G \Big|_{s_1}^{s_2} = 0 \quad (2.1)$$

Um dies zu realisieren ist, unter Berücksichtigung der Massenerhaltung innerhalb eines raumfesten Kontrollvolumens mit Oberfläche S und Normalenvektor \mathbf{n} im stationären Fall, **Gleichung (2.2)**, eine stetige Erweiterung des lokal durchströmten Querschnitts A herbeizuführen.

$$\int_S \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (2.2)$$

Dies wird deutlich, wenn ein in x -Richtung divergierender Kanal mit lediglich einem Eintritts- und einem Austrittsquerschnitt sowie fluidundurchlässigen Seitenwänden betrachtet wird. Vernachlässigt man die Geschwindigkeitskomponente in y -Richtung und geht von konstanten Geschwindigkeitsverteilungen bis an die Wände aus, führt **Gleichung (2.2)** zu dem Volumenstrom

$$\dot{V} = u(x)A(x) = \text{konst.} \quad (2.3)$$

Wird das Problem als eben betrachtet, kann die Berechnung der Form für die Gegenkontur in der x,y -Ebene durchgeführt werden. Für diese Auslegung sollen im weiteren Verlauf die Definitionen und Koordinatensysteme gemäß **Abbildung 2.1** gelten.

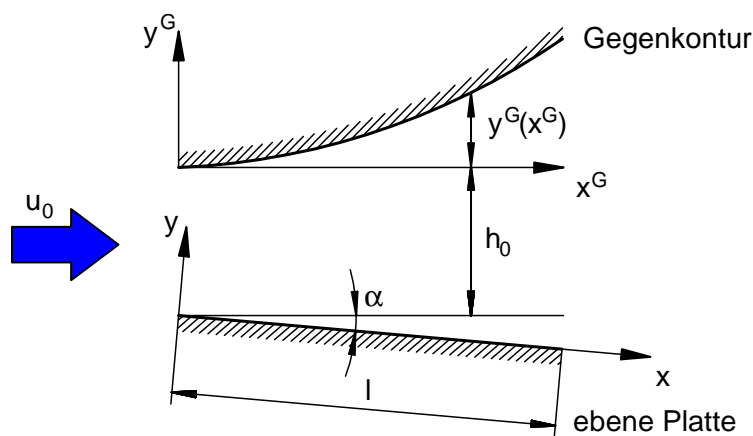


Abbildung 2.1: Prinzipskizze zur Auslegung der Gegenkontur mit angestellter ebener Platte und kartesischem Koordinatensystem an der Gegenkontur K^G sowie dem plattenorientierten Koordinatensystem K . In z -Richtung hat der divergierende Kanal die konstante Breite b .

2.2.2 Form der Gegenkontur für konstante Druckgradienten

Für eine reibungsfreie Strömung lässt sich aus der Impulsgleichung in differenzieller Form die EULER-Gleichung ableiten,

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{f} \quad (2.4)$$

Angewandt auf das vorliegende eindimensionale Problem, stationär betrachtet unter Vernachlässigung der Volumenkraft \mathbf{f} , vereinfacht sich diese Gleichung zu

$$\frac{dp}{dx^G} = -\rho u^G \frac{du^G}{dx^G}. \quad (2.5)$$

Hiervon ausgehend lässt sich unter Verwendung der **Kontinuitätsgleichung (2.3)** eine **Differenzialgleichung (2.6)** für die Änderung des durchströmten Querschnitts $A(x^G)$ finden,

$$\frac{dA}{dx^G} = \frac{A(x^G)}{\rho u^G (x^G)^2} \frac{dp}{dx^G} = K_1 A(x^G)^3 \quad \text{mit} \quad K_1 = \frac{1}{\rho (u_0 A_0)^2} \frac{dp}{dx^G}. \quad (2.6)$$

Führt man nach Trennung der Veränderlichen unter Wahl geeigneter Randbedingungen ($x^G = 0 \rightarrow A = A_0 = h_0 b$, $\frac{dp}{dx^G} = \text{konst}$)¹ die Integration durch, erhält man nach einigen Umformungen die explizite Lösung für Verlauf der Gegenkontur im sich erweiternden Teil der Messstrecke als Funktion der Lauflänge x^G ,

$$y^G(x^G) = h_0 \left[\sqrt{\frac{1}{1 - 2 \frac{dp}{dx^G} \frac{x^G}{\rho u_0^2}} - 1} \right] - x^G \tan \alpha. \quad (2.7)$$

Auf dieser Gleichung aufbauend galt es, unter Berücksichtigung nachfolgend aufgeführter Randbedingungen, geeignete Kombinationen aller auftretenden Variablen zu finden:

- Geometrisch bedingt war aufgrund der inneren Abmaße der Messstrecke die maximale Erweiterung des Diffusors bei $x^G = l \sin \alpha$ auf 0,4 m begrenzt.²
- Die Strömungsgeschwindigkeit am Eintritt u_0 konnte im Betriebsbereich des Wasserumlaufkanals (bis max. 6 m/s) frei variiert werden.
- Der (konstante) Druckgradient in Hauptströmungsrichtung $\frac{dp}{dx^G}$ war so zu wählen, dass der Umschlag der zunächst laminaren Grenzschicht möglichst früh stattfindet und somit ein ausgeprägter turbulenter Bereich für die Messungen zur Verfügung steht. Außerdem sollte, um insbesondere den Einfluss der gerillten Oberfläche auf das Ablöseverhalten der turbulenten Grenzschicht untersuchen zu können, die Ablösung möglichst im hinteren Drittel der Platte erfolgen.
- Um die eine mögliche Ablösung der Grenzschicht an der Gegenkontur unterstützenden Krümmungseffekte zu minimieren, sollte der Anstellwinkel α der Platte möglichst groß sein. Dabei ist jedoch zu beachten, dass mit größer werdendem Anstellwinkel auch die Stromlinienkrümmung in der Plattengrenzschicht zunimmt.

Letztendlich sollte noch die Verdrängungswirkung der (sich an allen vier Wänden der Messstrecke entwickelnden) Grenzschichten Berücksichtigung finden. Dazu wurde der Verlauf der Verdrängungsdicke $\delta_1(x)$ herangezogen, um die errechnete Form für die Gegenkontur $y^G(x^G)$ nach **Gleichung (2.7)** zu korrigieren.

Die hierfür notwendige Berechnung der Grenzschichtentwicklung im plattenorientierten Koordinatensystem K wurde mittels eines Integralverfahrens durchgeführt, dessen Grundlagen und Ergebnisse nachfolgend dargestellt werden.

¹ b : Breite des Messstrecke, hier 0,4 m

² Die Gesamtlänge der Platte sollte $l = 0,6$ m nicht überschreiten, um sie bei PIV-Aufnahmen durch das Seitenfenster der Messstrecke uneingeschränkt unter einem Winkel von 90° beobachten zu können. Die Messstrecke ohne Einbauten hat die Abmessungen $\text{Länge} \times \text{Breite} \times \text{Höhe} = 0,8 \text{ m} \times 0,4 \text{ m} \times 0,4 \text{ m}$.

2.2.3 Grenzschichtrechnung nach dem Integralverfahren

Die Verteilungen der für eine Grenzschicht charakteristischen Kenngrößen Grenzschichtdicke $\delta(x)$, Verdrängungsdicke $\delta_1(x)$ sowie Impulsverlustdicke $\delta_2(x)$ wurden mit einer Grenzschichtrechnung nach dem Integralverfahren in Form eines *Isoklinenverfahrens*³ bestimmt. Dabei wurden zur Lösung der Impulsgleichung der stationären inkompressiblen Grenzschicht, **Gleichung (2.8)**, in deren laminaren Teil die HARTREE-Profile [100] und im turbulenten Teil die Grenzschichtprofile von COLES [47] herangezogen.

$$\frac{d\delta_2}{dx} = \frac{\tau_w}{\rho u_\delta^2} - \left(2 + \frac{\delta_1}{\delta_2}\right) \frac{\delta_2}{u_\delta} \frac{du_\delta}{dx} \quad (2.8)$$

Eingabegröße für die Grenzschichtrechnung war die Geschwindigkeitsverteilung $u(x)$ in Hauptströmungsrichtung x im sich erweiternden Teil der Messstrecke. Diese konnte, nach Vereinfachung für eine reibungsfreie, stationäre, inkompressible Strömung und unter Annahme eines konstanten Druckgradienten $\frac{dp}{dx}$, durch Integration von **Gleichung (2.4)** in x -Richtung errechnet werden,

$$u(x) = \sqrt{u_0^2 - \frac{2}{\rho} \frac{dp}{dx} x}, \text{ wenn } \frac{dp}{dx} = \text{konst.} \quad (2.9)$$

Aus dieser Verteilung kann der Verlauf des Geschwindigkeitsgradienten bestimmt werden. Anschließend wird, nach Bestimmung eines geeigneten Startwertes für $\delta_2(x)$, im Zuge der laminaren Grenzschichtrechnung die auf der Impulsverlustdicke basierende HAGEN-Zahl, **Gleichung (2.10)**, bzw. nach Erfüllung des Umschlagkriteriums der dimensionslose Formparameter Λ_F , **Gleichung (2.11)**, als Grundlage für die turbulente Berechnung der Grenzschicht an jeder Stützstelle x ermittelt.

$$\text{Ha}_{\delta_2} = \frac{du_\delta}{dx} \frac{\delta_2^2}{\nu} \quad (2.10)$$

$$\Lambda_F = -\frac{1}{u_\delta} \frac{du_\delta}{dx} \delta_2 = -\frac{\text{Ha}_{\delta_2}}{\text{Re}_{\delta_2}} \quad (2.11)$$

Im Vorwärtsschrittverfahren, z. B. nach der Sehnen-Trapez-Regel, werden sodann für jeden Ort x bis zum Erreichen des Plattenendes bei $x = l$ bzw. bis zur Erfüllung eines Ablösekritieriums die Grenzschichtkenngrößen nach HARTREE bzw. COLES entsprechend **Tabelle 2.1** bestimmt.

HARTREE-Profile	COLES-Profile
$f_1(\text{Ha}_{\delta_2}) = \frac{d\delta_2}{dx} \text{Re}_{\delta_2}$	$f_1(\text{Re}_{\delta_2}, \Lambda_F) = \frac{\delta_1}{\delta_2}$
$f_2(\text{Ha}_{\delta_2}) = \frac{\delta_1}{\delta_2}$	$f_2(\text{Re}_{\delta_2}, \Lambda_F) = \frac{\tau_w}{\rho u_\delta^2}$
$f_3(\text{Ha}_{\delta_2}) = \frac{\delta_2}{\delta}$	$f_3(\text{Re}_{\delta_2}, \Lambda_F) = \frac{d\delta_2}{dx}$
$f_4(\text{Ha}_{\delta_2}) = \frac{\tau_w}{\rho u_\delta^2} \text{Re}_{\delta_2}$	

Tabelle 2.1: Profile nach HARTREE und COLES für die Berechnung der Grenzschicht nach dem Integralverfahren. Die zugehörigen Diagramme sind z. B. bei ALBRING [4] zu finden.

³ Ein Isoklinenverfahren ist ein (grafisches) Verfahren zum Auffinden partikulärer Lösungen von Differentialgleichungen 1. Ordnung durch Vorgabe der Anfangsbedingungen.

Im Rahmen dieses Verfahrens konnten zwei unterschiedliche Konfigurationen gefunden werden. Kontur 1, bei welcher die Ablösung der turbulenten Grenzschicht etwa in Plattenmitte auftritt und Kontur 2 mit Ablösung nahe der Hinterkante. Die dabei zugrunde gelegten bzw. errechneten Parameter sind in **Tabelle 2.2** zusammengefasst. Der Verlauf der Konturen ist in **Abbildung 2.2** grafisch dargestellt. Darin enthalten ist auch eine mittlere Kontur, welche sich aus den Verläufen der beiden berechneten durch arithmetische Mittelung ergab. Diese Funktion wurde später der Konstruktion der Messstrecke zugrunde gelegt. Für eine konstruktiv notwendige, einheitliche Gesamtlänge der Konturen mussten diese, basierend auf der längsten mit 0,62 m, extrapoliert werden, nachdem jeweils die diskret berechneten Stützstellen interpoliert und die zweiten Ableitungen der Funktion für die Gegenkontur $y^G = f(x^G)$ geglättet wurden.

Kontur	u_0 [$\frac{m}{s}$]	h_0 [m]	α [°]	$\frac{N}{h_0}$	$\frac{dp}{dx}$ [$\frac{Pa}{m}$]	$x_{Umschlag}$ [m]	$x_{Ablösung}$ [m]
Kontur 1	1,0	0,18	4,0	3,33	504	0,187	0,599
Kontur 2	1,0	0,16	4,0	3,74	604	0,160	0,495

Tabelle 2.2: Parameter der berechneten Grenzschichten für beide Gegenkonturen.

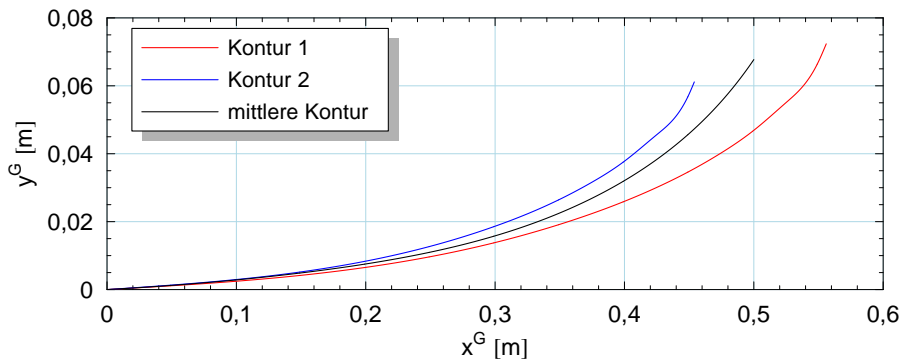


Abbildung 2.2: Berechnete Verläufe der Gegenkonturen mit arithmetisch gemittelter Kontur als Basis für die konstruktive Ausführung der Messstrecke.

Die letzte Überprüfung galt der Einhaltung des Diffusorkriteriums als Ablösekontrolle. Dazu wurde für beide Konturen an jedem Ort x unter Berücksichtigung der durchströmten Fläche A mit Umfang U sowie der dort vorherrschenden Strömungsgeschwindigkeit u der Halböffnungswinkel Θ nach **Gleichung (2.12)** bestimmt und mit Ergebnissen aus systematisch durchgeführten Untersuchungen zum Ablöseverhalten von Grenzschichten in zweidimensionalen Diffusoren verglichen (vgl. z. B. MOORE & KLINE [142], FOX & KLINE [81], RENEAU *et al.* [176] und BARDINA *et al.* [9]).

$$\Theta \approx \frac{1}{U} \frac{dA}{dx} = \frac{A}{U} \frac{1}{\rho u^2} \frac{dp}{dx} \quad (2.12)$$

Mit dem Verhältnis aus der gestreckten Länge des Diffusors $N = l \cos \alpha$ zur Eintrittshöhe h_0 für beide betrachtete Konfigurationen (vgl. **Tabelle 2.2**) darf demzufolge für eine ablösefreie

Strömung, ohne Berücksichtigung des Turbulenzgrades in der Anströmung,⁴ ein kritischer Halböffnungswinkel von $\Theta_{\text{krit}} \approx 7,9^\circ$ (Kontur 1) bzw. $\Theta_{\text{krit}} \approx 7,4^\circ$ (Kontur 2) lokal nicht überschritten werden.

Diese Bedingung war für die Verläufe beider Konturen (zumindest bis zum jeweils errechneten Ablösepunkt der Grenzschicht) durchgängig erfüllt.

2.3 Die gerillte Oberfläche

2.3.1 Geometrische Auslegung der Rillenstruktur

Ziel der geometrischen Auswahl und Dimensionierung der Rillenstruktur war, eine optimale Konfiguration in Hinblick auf eine möglichst hohe Reduzierung des Reibungswiderstandes zu finden. Damit sollten die durch die *riblets* hervorgerufenen physikalischen Effekte in der Strömung, insbesondere innerhalb der sich längs der Platte ausbildenden Grenzschicht, maximiert und so für die später Anwendung findenden optischen Messverfahren bestmöglich zugänglich gemacht werden.

Hinsichtlich der technischen Gestaltung von *riblets* in Anlehnung an die in der Natur vorzufindenden Strukturen sind verschiedene Varianten denkbar (vgl. z. B. BECHERT & BARTENWERFER [13]). Hauptsächlich bedingt durch die jeweils zu deren Herstellung Anwendung findenden Fertigungsverfahren unterscheidet man gemäß **Abbildung 2.3** Rippen mit a) dreieckigem oder b) halbrundem Querschnitt sowie c) stegartige Rillen.

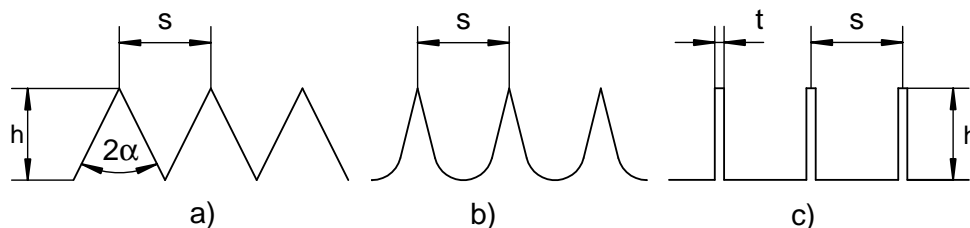


Abbildung 2.3: Prinzipskizze zu unterschiedlichen Rillengeometrien mit Nomenklatur zur Dimensionierung.

Seit Entdeckung des wandreibungsvermindernden Effektes gerillter Oberflächen Mitte der siebziger Jahre hat es viele Arbeiten zur Optimierung ihrer Geometrie gegeben. Eine erste Zusammenfassung bisheriger Ergebnisse hat WALSH [234] verfasst, der maßgeblich von Anbeginn der Forschungsaktivitäten am NASA Langley Research Center beteiligt war. Schwerpunkt seiner Untersuchungen waren Rillen mit dreieckigem sowie trapezförmigem Querschnitt (ähnlich zur dreieckigen Geometrie, jedoch mit ausgeprägtem Talgrund). Er fand für diese Formen eine maximale Reduzierung der Wandreibung von $6 \pm 2\%$ gegenüber einer vergleichbaren glatten Platte bei einem Höhen-Seitenverhältnis der Rillen von $h/s = 1$. Für eine notwendigerweise durchzuführende Parameterstudie fehlten ihm zu diesem Zeitpunkt genügend unterschiedliche Konfigurationen. Tendenziell konnte WALSH jedoch feststellen, allerdings auf, hinsichtlich der Quantität, nicht repräsentativem Datenmaterial, dass für $h/s < 1$ noch eine weitere Reduzierung der Wandschubspannung möglich sein müsste.

⁴ Mit steigendem Turbulenzgrad in der Anströmung wird auch der kritische Öffnungswinkel für eine ablösefreie Grenzschicht in einem Diffusor größer.

Nach den eingangs erwähnten, zeitgleichen Untersuchungen von REIF & DINKELACKER [175] bzw. DINKELACKER *et al.* [60] in Deutschland, beschäftigte sich eine Gruppe beim DLR⁵ in Berlin mit der Vermessung von Geschwindigkeitsverteilungen über gerillten Oberflächen. Basierend auf diesen Ergebnissen stellten BECHERT & BARTENWERFER [13] erste Theorien zum Mechanismus der Schubspannungsverminderung auf. Die in diesem Zusammenhang durchgeführten experimentellen Untersuchungen wurden an einem eigens entwickelten Ölkanal durchgeführt. Dieser erlaubte einerseits, bedingt durch das Strömungsmedium Öl, die Untersuchung von Rillen mit Abmessungen im Millimeterbereich. Andererseits konnte durch die konstruktive Konzeption des Versuchsstandes der Einfluss der Rillen auf die Wandschubspannung differentiell bestimmt werden, indem mittels einer speziellen Differential-Schubspannungswaage eine z. B. gerillte Oberfläche mit einer glatten Referenzplatte direkt verglichen wurde.

Eine detaillierte Beschreibung des Ölkanals sowie der durchgeführten Untersuchungen kann der Dissertation von BRUSE [23] entnommen werden. Kern seiner Arbeit war die systematische Variation der *riblet*-Geometrie mit dem Ziel einer maximalen Reduzierung des Reibungswiderstandes. Er fand eine, auf den Wert der glatten Referenzplatte bezogene Wandschubspannungsdifferenz von 9,88 % bei einem Höhen-/Seitenverhältnis der Rillen von $h/s = 0,5$. Es handelte sich dabei um stegartige Rippen mit einer Rippenweite von $s = 5$ mm und einer Stärke von $t = 0,02$ s (vgl. [Abbildung 2.3](#)).

Kennzeichnend war, dass die Minderung der Wandreibung umso größer ausfiel, je dünner bzw. genauer gesagt, je schärfer die bandförmigen Rippen sind. Er stellte jedoch selbst fest, dass diese Bauform eher von akademischen Interesse ist. Der fertigungstechnische Aufwand sowie die Sensibilität der Rippen hinsichtlich äußerer Einflüsse auf ihre Lebensdauer machen einen praktischen Einsatz zum heutigen Zeitpunkt unwahrscheinlich.

Aber auch mit einer technologisch realistischeren Geometrie wie der trapezförmigen konnte BRUSE eine Reduktion der Wandreibung von 8,2 % nachweisen. Die größte Widerstandsverminderung fand er für eine dimensionslose Rillenweite von $16 \lesssim s^+ \lesssim 19$. Diese Größe wird mit dem physikalischen Rillenabstand s nach [Gleichung \(2.13\)](#) unter Verwendung der Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ gebildet und dient dem direkten Vergleich unterschiedlicher Experimente.

$$s^+ = s \frac{u_\tau}{\nu} \quad (2.13)$$

Das gefundene Optimum hinsichtlich des Bereiches von s^+ deckt sich mit vielen weiteren Ergebnissen. Entsprechende Zusammenstellungen mit grafischen Darstellungen wurden z. B. von WALSH [234], KLINGENBERG & SCHINDLER [120] oder HAGE [96] angefertigt.

Basierend auf diesen Daten wurde die Rillengeometrie für die vorliegende Untersuchung festgelegt. Das Verhältnis h/s sollte 0,5 betragen, die Rillenweite s^+ etwa den Wert 16 erreichen. Um letztendlich unter Berücksichtigung von [Gleichung \(2.13\)](#) die physikalischen Abmessungen der für die anschließenden experimentellen Untersuchungen zu fertigenden Rillen zu erhalten, wurden die mittels der Grenzschichtrechnung berechneten Verläufe der Wandschubspannung herangezogen und nach einer geeigneten Konfiguration der *riblets* gesucht, welche bestmöglich den oben genannten Forderungen entsprach. Da später die turbulente Grenzschicht über der gerillten Platte im Bereich nach Abschluss der Transition und vor deren Ablösepunkt untersucht werden sollte, wurde insbesondere darauf geachtet, dass möglichst hier ein s^+ von etwa 16 erzielt wird. In [Abbildung 2.4](#) ist das Ergebnis aus diesem

⁵ Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR)

Prozess mit $h = 0,2\text{ mm}$ und $s = 0,4\text{ mm}$ für beide gewählte Druckgradienten $\frac{dp}{dx} = 504\frac{\text{Pa}}{\text{m}}$ sowie $\frac{dp}{dx} = 604\frac{\text{Pa}}{\text{m}}$ grafisch dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass im gewünschten Bereich $0,2\text{ m} \lesssim x \lesssim 0,45\text{ m}$ der Rillenabstand im Bereich des optimalen s^+ -Wertes liegt und somit eine durchaus akzeptable Anpassung der Rillen auf die Strömungsverhältnisse in der verzögerten Grenzschicht realisiert werden konnte.

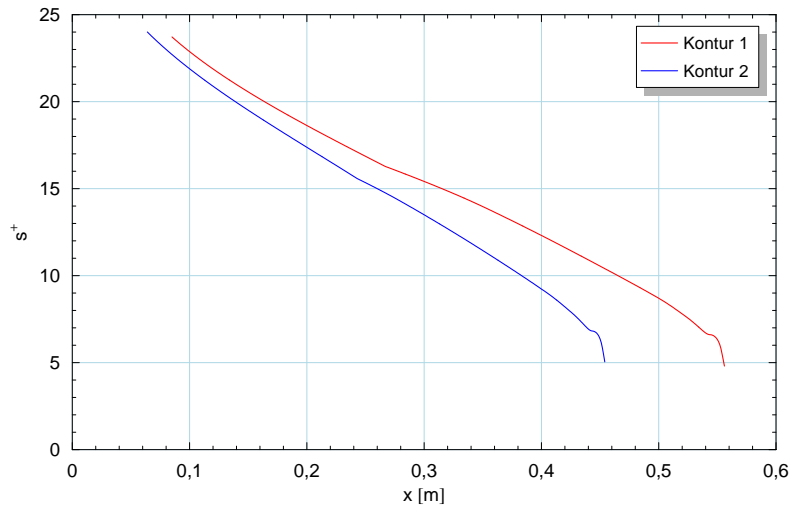


Abbildung 2.4: Verlauf des dimensionslosen Rillenabstandes s^+ als Funktion der Grenzschicht-Lauflänge x für die Druckgradienten $\frac{dp}{dx} = 504\frac{\text{Pa}}{\text{m}}$ (Kontur 1) sowie $\frac{dp}{dx} = 604\frac{\text{Pa}}{\text{m}}$ (Kontur 2), jeweils im Bereich der turbulenten Grenzschicht.

2.3.2 Fertigung der gerillten Oberfläche

Die Fertigung der Rillen mit der gewünschten Genauigkeit stellte zunächst ein erhebliches Problem dar. In Anlehnung an die oben erwähnten Ergebnisse war, neben Einhaltung der Maßhaltigkeit, eine Hauptvorgabe, dass die Spitze der Rillen so scharf wie möglich und möglichst genau und gleichmäßig mechanisch gefertigt sein sollte. Dabei waren die Abmessungen der Rippen im $0,1\text{ mm}$ -Bereich für zunächst anvisierte hochgenaue mikroskopische Fertigungsverfahren (hauptsächlich laserinduzierte Fertigungsverfahren) zu groß. Mit diesen Methoden hätte zwar sicherlich eine sehr gute Oberflächenqualität erzielt werden können, aufgrund der großen abzutragenden Materialmenge und somit langen Maschinenzeiten wären jedoch die Gesamtkosten der Fertigung äußerst hoch gewesen.

Somit wurden makroskopische Verfahren wie Fräsen und Schleifen in Betracht gezogen. Erste Voruntersuchungen lieferten aber auch hier keine zufriedenstellenden Ergebnisse. So wurde z. B. unter Verwendung CNC-gesteuerter Anlagen versucht, mit einem speziellen Stirnfräser zunächst jede Rille einzeln in einem Arbeitsgang, später dann jede Flanke einzeln zu fräsen. Bei metallischen Werkstoffen⁶ wurde das Fräswerkzeug sehr schnell stumpf bzw. verlor seine ursprüngliche Form, so dass keine gleichbleibende Qualität der einzelnen Rillen erzielt werden konnte. Beim Versuch, verschiedene Kunststoffmaterialien der Fräsbearbeitung zu unterziehen, zeigte sich fortwährend das gleiche Problem. Aufgrund des thermischen Einflusses

⁶ Aufgrund des späteren Einsatzes in Wasser wurden hauptsächlich nichtrostende Edelmetalle verwendet.

des Schneidvorganges konnte, selbst nach umfangreicher Optimierung der Schnittparameter, keine zufriedenstellend scharfen Rippen erzeugt werden, da deren Spitzen während des Fertigungsprozesses regelrecht abschmolzen.

Das Schleifen eines Probestückes aus Metall unter Einsatz eines eigens angefertigten Formfräasers mit negativer Rillenstruktur gelang zwar in Hinblick auf die strömungsmechanischen Anforderungen hinreichend gut, jedoch waren hier die Werkzeugkosten derart hoch, dass in Hinblick auf etwaige spätere Variationen der Rillenabmessungen auch diese Möglichkeit schnell verworfen wurde.

Letztendlich wurde versucht, die Rillenstruktur durch Drahterosion zu erzeugen. Dies ist ein Verfahren zur Metallbearbeitung, bei welchem mit Hilfe eines Impulsstromes, ionisiertem Wasser zum Kühlen und einer Elektrode Material abgetragen wird (Erosionsvorgang). Als Elektrode verwendet man im Allgemeinen einen Draht aus Messing oder beschichtetem Kupfer mit einem Durchmesser von 0,05 mm–0,3 mm. Die dabei erreichbaren Fertigungstoleranzen sowie Oberflächenrauigkeiten sind in Hinblick auf die Herstellung hydraulisch glatter Oberflächen hervorragend. Einzig begrenzender Parameter ist die maximale Länge des zu verwendenden Drahtes. Da diese Restriktion hier eine Werkstücklänge von lediglich 100 mm zuließ, jedoch eine Gesamtfläche von 400 mm × 600 mm mit der gerillten Oberfläche ausgestattet werden sollte, wurden später einzelne *Schindeln*⁷ mit der entsprechenden Oberflächenstruktur versehen, um anschließend auf eine spezielle Trägerplatte geschraubt zu werden (siehe unten).

Das Ergebnis aus diesem Versuch war mehr als zufriedenstellend. Die Oberflächengüte der Rillenstruktur, deutlich ausgeprägte und sehr scharfe Spitzen der Rippen sollten eine gute Ausgangsbasis für die nachfolgenden strömungsmechanischen Experimente sein. Einerseits zur Vermessung, aber auch zur visuellen Begutachtung der erzielten Rillenstruktur wurde ein Verfahren der *Laser-Scanning-Mikroskopie* herangezogen. Das dabei gewonnene Ergebnis ist in [Abbildung 2.5](#) dargestellt.

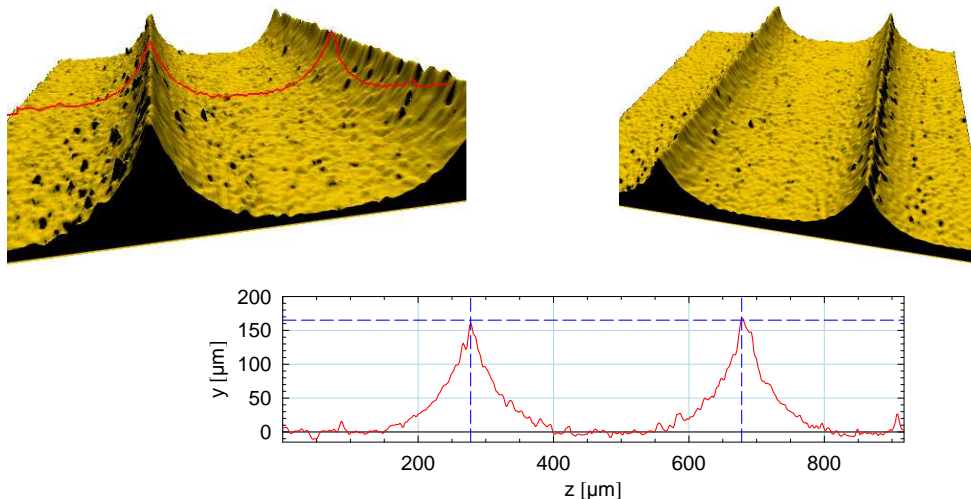


Abbildung 2.5: Visualisierung der Rillenstruktur durch eine mittels der Laser-Scanning-Mikroskopie erzeugten Aufnahme mit Topologieschnitt (Ort des Schnittes in linkem Bild durch rote Linie gekennzeichnet).

⁷ Ein Halbzeug aus Edelstahl wurde zunächst mit einem Übermaß versehen auf das Maß 100 mm × 100 mm × 10 mm gefräst, dann auf Endmaß geschliffen und vor dem abschließenden Drahterodieren gehärtet.

Es ist zu erkennen, dass im betrachteten Bildausschnitt die Rippenhöhe $h \approx 165 \mu\text{m}$ und der Abstand der Spitzen zueinander $s \approx 400 \mu\text{m}$ beträgt. Dies entsprach zwar nicht exakt den Forderungen, sollte jedoch für die Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit ausreichend sein. Bedingt durch den Draht bildete sich am Übergang vom Talgrund zur Rillenflanke ein Radius von $140 \mu\text{m}$ aus, welchem keine schädliche, sondern vielmehr eine die Rippe mechanisch stabilisierende Wirkung zugesprochen werden kann.

Bedingt durch die bei diesem Fertigungsverfahren langen Maschinenzeiten⁸ entstehen relativ hohe Kosten für die Herstellung eines Bauteiles. Um die Gesamtkosten für die Rillenfertigung zu reduzieren, wurde nach einem möglichen Kopierverfahren gesucht, um den nun vorhandenen Prototypen zu multiplizieren und so die insgesamt notwendigen 15 Schindeln herzustellen. Anwendung fand letztendlich das sogenannte *Silikon-Vakuum-Gießen*, welches eine Folgetechnologie aus Prozessen des *Rapid Prototyping* ist. Dabei wird, ausgehend von einem Urmodell, zunächst ein Silikon-Gießwerkzeug hergestellt. Dazu muss nach Festlegung von Anguß und Trennebene das Urmodell in einen Gießrahmen gestellt und unter Vakuum Silikonmasse um das Modell gegossen werden. Das Aushärten der Form geschieht anschließend in einem Wärmeofen. Nach vollständiger Aushärtung des Silikons kann das Modell aus der Gießform entformt werden, indem längs der vorher festgelegten Trennebene ein Wellenschnitt angesetzt wird. Wiederum unter Vakuum werden im nächsten Arbeitsschritt die Gießharze⁹ abgewogen, gemischt und in die Silikonform gegossen. Nach Aushärten des Kunststoffes im Ofen kann letztendlich das fertige Bauteil der Form entnommen werden. Die Abbildungsgenauigkeit dieses Verfahrens ist äußerst hoch, so dass die Fertigungsqualität und Toleranz des drahterodierten Prototypen nahezu verlustfrei wiedergegeben wird.

2.4 Die glatte Referenzoberfläche

Zum Vergleich des Oberflächeneinflusses der Rillenstruktur auf das Grenzschichtverhalten wurde eine glatte Referenzoberfläche hergestellt. Im Gegensatz zu den mit *riblets* versehenen Schindeln wurde diese aus einer einzigen, auf die Trägerplatte aufzubringenden Glasscheibe mit äußeren Abmaßen $300 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$ und einer Dicke von 9 mm gefertigt.

Das hierfür gewählte Spezialglas BOROFLOAT[®] 33 von SCHOTT JENA^{er} Glas GmbH zeichnet sich, bedingt durch das *Microfloat*-Herstellungsverfahren aus Borosilicatglas und die feuerpolierte Oberfläche, durch eine gute Homogenität und eine sehr gute Planität aus. Die, aufgrund ihrer schwach blauen Fluoreszenz zu erkennende, spiegelglasähnliche Oberfläche hat eine Rauigkeit von lediglich $5 - 7 \text{ \AA}$.

Der Plattenzuschnitt wurde nach dem Einsetzen von Gewindebuchsen zur Verschraubung und Einbringen der Druckanbohrungen ($\varnothing 1 \text{ mm}$) auf der Rückseite mit einem Speziallack matt schwarz gefärbt, um eine für die optischen Messverfahren optimale verspiegelte Oberfläche zu erzeugen.

⁸ Die Vorschubgeschwindigkeit des Drahtes innerhalb des Materials liegt beim Erodieren etwa bei 3 mm/min .

⁹ Verwendet wurde das MCP Vakuum-Gießharz 8051 der HEK GmbH, versetzt mit schwarzen Farbpartikeln, um später im Rahmen der PIV-Aufnahmen die Reflexion des Laserlichtes zu minimieren.

2.5 Auslegung der Oberfläche in der laminaren Anlaufstrecke

Im vorderen Bereich der Messplatte, somit im Gebiet der laminaren Anlaufstrecke der Grenzschicht, war keine Rillenstruktur aufzubringen. Dazu wurden zusätzlich glatte Elemente zur Herstellung der Oberfläche stromaufwärts der Rillenstruktur gefertigt. Dies hatte den Vorteil, dass die Plattenvorderkante frei gestaltet und mit geringerem Aufwand hergestellt werden konnte. Die mittlere Rautiefe für die mechanische Fertigung wurde hier so gewählt, dass die Oberfläche hydraulisch glatt war.

In diesem Zusammenhang musste auch die Dicke der aus Kunststoff gefertigten glatten Platte festgelegt werden, um den Übergang zur *riblet*-Oberfläche an deren hinterem Ende sinnvoll gestalten zu können. Den Ausführungen von BECHERT & BARTENWERFER [13] folgend, hat das sich über der gerillten Oberfläche ausbildende Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht nach der viskosen Theorie einen *virtuellen* (zeitlich gemittelten) Ursprung, wobei die Spitzen der Rillen um den Abstand h_p (aus dem Englischen für *protrusion height*) darüber hinausragen. Diese geometrischen Zusammenhänge sind in **Abbildung 2.6** dargestellt.

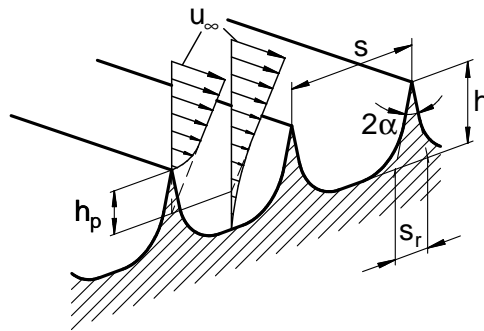


Abbildung 2.6: Prinzipskizze zur Erläuterung der Lage des virtuellen Ursprungs des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofils in Hauptströmungsrichtung über einer gerillten Oberfläche.

Unter Zuhilfenahme der konformen Abbildung gelang es BECHERT & BARTENWERFER [13], für unterschiedliche Rillengeometrien den Abstand h_p zu berechnen. Dabei fanden sie für trapezförmige Querschnitte, wie sie hier vorliegen, eine asymptotische Gleichung, welche sich für kleine Rillenhöhen h wie folgt darstellt:

$$\frac{h_p}{s} \sim \left(1 - \frac{s_r}{s}\right) \frac{h}{s} + \frac{s_r}{s} \frac{h}{2s}. \quad (2.14)$$

Mit den oben bereits erwähnten Ergebnissen aus der Vermessung der drahterodierten Rillenplatte $h = 165 \mu\text{m}$ und $s = 400 \mu\text{m}$ sowie zusätzlich dem Spitzenwinkel $2\alpha = 30^\circ$ und dem Abstand $s_r = 88,4 \mu\text{m}$ erhält man, basierend auf den Ergebnissen von BECHERT & BARTENWERFER [13], für das Verhältnis h_p/s den Wert 0,185.¹⁰ Mit der mittleren Gesamthöhe der Rillenplatte, welche fertigungsbedingt minimal unter den veranschlagten 10 mm lag, konnte die Dicke der glatten Platte im laminaren Grenzschichtteil vor der *riblet*-Oberfläche letztendlich zu 9,91 mm festgelegt werden.

¹⁰ Das optimale Rillendesign liefert für $h = 200 \mu\text{m}$, $s = 400 \mu\text{m}$, $2\alpha = 30^\circ$ und $s_r = 107,2 \mu\text{m}$ ein Verhältnis $h_p/s = 0,192$.

2.6 Gestaltung der Plattenvorderkante und der Plattenhinterkante

Für die möglichst ungestörte Entwicklung einer Grenzschicht längs einer endlich langen Platte ist es unerlässlich, Form und Ausführung der Vorder- und Hinterkante geeignet zu wählen. Voruntersuchungen im Rahmen dieser Arbeit zur Gestaltung der Plattenvorderkante zeigten, dass hier insbesondere scharfe Kanten oder unsymmetrische Varianten in Verbindung mit auch nur minimalen Fehlanströmungen des geometrischen Staupunktes unmittelbar zur Strömungsablösung, kurz hinter der Plattenvorderkante, mit teilweiser Ausbildung einer ausgeprägten stationären laminaren Ablöseblase, führen.

Um dies weitestgehend zu vermeiden, wurde für die Vorderkante eine Ellipse mit einem Verhältnis der Haupt- zur Nebenachse von 6 : 1 gewählt. Neben einer erhöhten Unempfindlichkeit in Bezug auf die Lage des Staupunktes reduziert die moderate Beschleunigung der laminaren Grenzschicht die Ablösegefahr und dämpft Turbulenzen in ihr.

Da die nun wesentlich größere Gesamtlänge der Platte dazu führte,¹¹ dass die Plattenvorderkante in Hauptströmungsrichtung bis auf die Höhe des Eintritts zur Messstrecke reichte, wurde die Ellipse um 8° gegenüber der Horizontalen nach unten geneigt. Durch diese Maßnahme konnten gleichmäßigere Anströmbedingungen realisiert werden, da, bedingt durch die Düsenströmung vor der Messstrecke und die Installation der Messplatte in der Nähe des Kanalbodens, in der Umgebung des Staupunktes eine ausgeprägte Geschwindigkeitskomponente in y -Richtung in der Grundströmung vorzufinden war.

Der Übergang zum 4° angestellten ebenen Plattenteil wurde zunächst durch einen einfachen Radius hergestellt, der beidseitig tangential anschloss. Die damit zwar in der ersten Ableitung stetigen, jedoch in der zweiten un stetigen Übergänge von der Ellipse zum Radius und vom Radius zum ebenen linearen Teil wurden später einer geeigneten Glättung unterzogen (vgl. [Abbildung 2.10](#)). Die Ausführung dieser Konstruktion ist vergrößert in der oberen Hälfte der [Abbildung 2.7](#) dargestellt.

Wie aus der Detaildarstellung der Hinterkante im rechten Bildteil zu ersehen ist, wurde über die gesamte Plattenbreite eine 50 mm lange Klappe aus Edelstahl installiert. Diese lässt sich im Bereich zwischen 0° und 40°, relativ zur Messplattenoberfläche, stufenlos verstellen und hat die Aufgabe, dem abströmenden Fluid eine Impulskomponente in y -Richtung zu verleihen und so eine mögliche Rezirkulation der Strömung unter die Platte zurück zu deren Vorderkante entgegen zu wirken.

Die Gesamtdarstellung der Messplatte in [Abbildung 2.7](#) zeigt auch die Anordnung und Aufteilung der Messoberfläche in den 100 mm langen glatten und den sich daran anschließenden 500 mm langen, mit *riblets* versehenen Teil.

¹¹ Die Länge des ebenen Plattenteils mit 600 mm sollte in Hinblick auf einen ausgeprägten turbulenten Grenzschichtteils mit nicht zu niedrigen REYNOLDS-Zahlen erhalten bleiben.

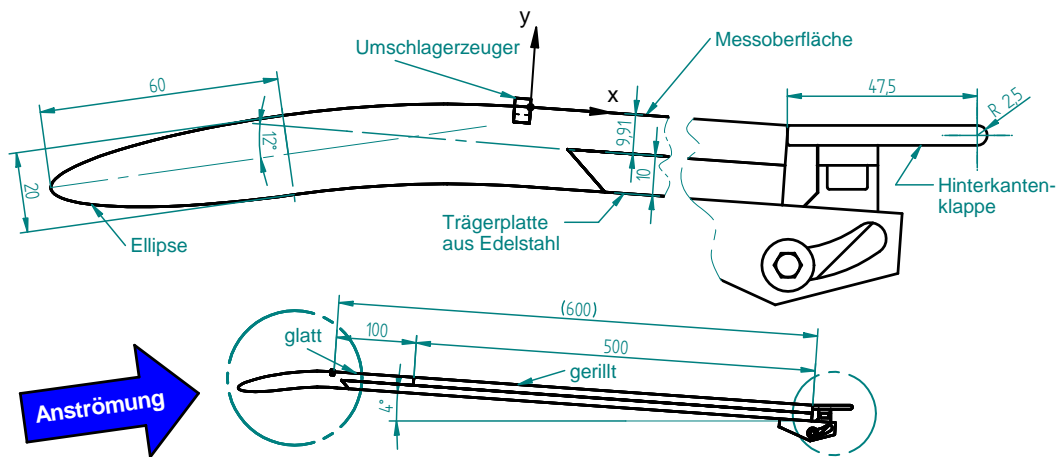


Abbildung 2.7: Detaildarstellung der kompletten Messplatte, bestehend aus einer Trägerplatte, der Messoberfläche im ebenen Teil der Platte, einer elliptischen Vorderkante und einer Hinterkantenklappe. Mit eingezeichnet ist das plattenorientierte kartesische Koordinatensystem mit seinem Ursprung im Anschluss an die Umschlagzeuger zu Beginn des ebenen Plattenteils mit einer Länge von 600 mm. Die x -Achse weist in Hauptströmungsrichtung, die y -Koordinatenrichtung steht senkrecht auf der Oberfläche.

2.7 Umschlagzeuger

Entsprechend den Ausführungen in [Abschnitt 2.2](#) zur Auslegung der Gegenkontur, findet der laminar-turbulente Umschlag der Grenzschicht bei etwa $x/l = 0,33$ statt. Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass eine turbulente Grenzschicht wesentlicher Gegenstand der vorliegenden Untersuchung sein soll und diese erst deutlich weiter stromab des nach dem Integralverfahren berechneten Umschlagortes voll ausgebildet ist, werden zum Erzwingen der Transition Umschlagzeuger auf der Plattenoberfläche eingesetzt.

Neben der Fixierung der Transitionslage bringen Umschlagzeuger ferner den Vorteil mit sich, dass die gesamte Grenzschichtentwicklung weniger abhängig von Randbedingungen der Strömung in der Messstrecke, insbesondere des Turbulenzgrades in der freien Anströmung, wird. Dies ist für eine hinreichende Reproduzierbarkeit des Betriebspunktes bei der vergleichenden Betrachtung des Oberflächeneinflusses auf die Grenzschichtentwicklung bis hin zur Ablösung bei unabhängig voneinander durchgeführten Messungen von großer Bedeutung.

2.7.1 Auswahl und Dimensionierung geeigneter Varianten

Bei der Auswahl und Dimensionierung geeigneter Umschlagzeuger zur Grenzschichtbeeinflussung werden zwei unterschiedliche Konfigurationen betrachtet. In Anlehnung an die Grundlagenuntersuchungen von PEARCEY [162] werden zunächst dreidimensionale Umschlagzeuger ausgelegt, die aufgrund ihrer Bauform regelmäßige Wirbelstrukturen in der Grenzschicht generieren. Unregelmäßige Strukturen generiert eine zweite Konfiguration, deren Eignung anhand der Schubspannungsverteilung quer zur Hauptströmungsrichtung mit der ersten verglichen wird.

2.7.1.1 Dreidimensionale Umschlagzeuge für regelmäßige Wirbelstrukturen

Nach PEARCEY [162] können Umschlagzeuge klassifiziert werden in solche, die gleichsinnig oder solche, die entgegengesetzt rotierende Wirbelstrukturen erzeugen. Die jeweilige Wirkung kann durch Anbringung einfacher Bleche in geeigneter Weise erreicht werden. Dabei sind Anordnungen in einer oder mehreren hintereinander liegenden Reihen denkbar.

In der praktischen Anwendung, insbesondere im Bereich verzögerter Grenzschichten, haben sich Systeme als vorteilhaft erwiesen, die gegenläufig rotierende Wirbelpaare erzeugen. Bei nicht optimaler Auslegung ist diese Konfiguration unempfindlicher gegenüber variierenden Anströmrandbedingungen, was den Vorteil eines breiteren Einsatzbereiches bei gleichbleibender Effektivität mit sich bringt. Neben der größeren Unabhängigkeit gegenüber unterschiedlichen Anströmwindwinkeln sind sie für die vorliegende Untersuchung einer turbulenten Grenzschicht ferner von Vorteil, da, im Gegensatz zu einem gleichsinnig rotierenden System, keine Vorzugsrichtung der Wirbelstrukturen in die Grenzschicht eingebracht wird. Ferner kann eine stärkere Durchmischung und somit ein schnelleres Abklingen der Wirbel in Strömungsrichtung erreicht werden.

Insofern wurde für die erste zu betrachtende Konfiguration eine Anordnung entsprechend dem linken Bild in **Abbildung 2.8** mit positiver Pfeilung und einer Reihe gewählt, die entgegengesetzt rotierende Wirbelpaare erzeugt.

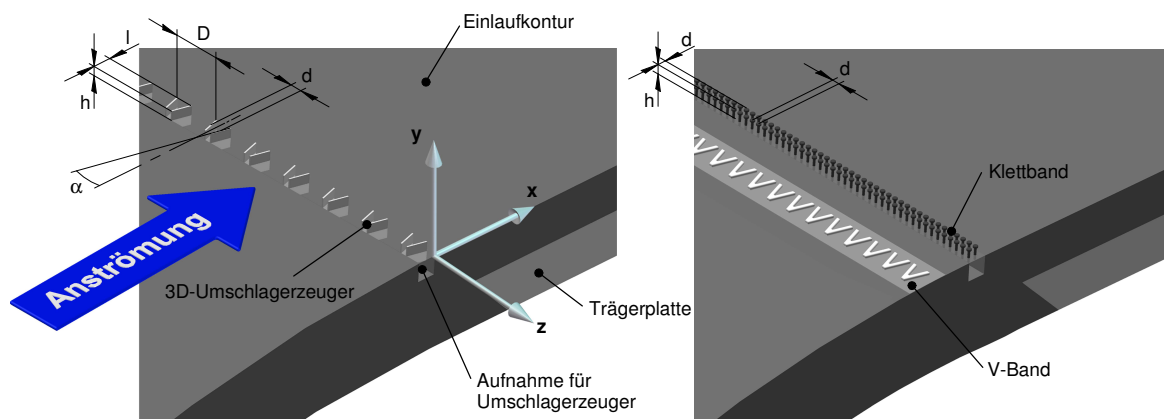


Abbildung 2.8: Skizze der dreidimensionalen Umschlagzeuge für regelmäßige Wirbelstrukturen in der Grenzschicht (linker Bildteil) und eher unregelmäßige im rechten Bild zur Grenzschichtbeeinflussung mit Notation für deren jeweilige geometrische Dimensionierung sowie Lage des Plattenkoordinatensystems mit Ursprung im Anschluss an die Umschlagzeuge. Die x -Achse weist in Hauptströmungsrichtung, die y -Koordinatenrichtung steht senkrecht auf der Plattenoberfläche.

Wesentlicher Parameter bei der geometrischen Auslegung der dreidimensionalen Umschlagzeuge ist deren Höhe h , die entweder, bei Anwendung auf einer Profilkontur, an die Sehnenlänge c des Profils oder an die Grenzschichtdicke δ am Ort der Umschlagzeuge gekoppelt ist. Wird die Sehnenlänge als maßgeblicher Parameter angenommen, ist $h = 0,01 c$, bei Wahl der Grenzschichtdicke $h = \delta$, empfehlenswert. Im Rahmen von Voruntersuchungen der Plattengrenzschicht ohne Umschlagzeuge wurde gefunden, dass die Dicke der Grenzschicht im gewählten Auslegungspunkt etwa $\delta \approx 2 \text{ mm}$ beträgt. Deshalb wurde die Höhe der Umschlagzeuge mit $h = 2 \text{ mm}$ gewählt. Für eine maximale Effektivität empfahl

PEARCEY [162], den lateralen Abstand der Umschlagzeugerpaare mit $D/h = 5$ zu wählen und die einzelnen Bleche eines Paares in einem Abstand von $D/d = 4$ anzubringen. Die Länge ist nach seinen Ergebnissen mit maximal $l = 2,5 h$, die Inzidenz mit $\alpha = 15^\circ$ angemessen.

2.7.1.2 Umschlagzeuger für unregelmäßige Wirbelstrukturen

Zur Realisierung von unregelmäßigen Wirbelstrukturen in der Grenzschicht eignen sich Umschlagzeuger, deren geometrische Abmessungen in Relation zu vorherrschenden charakteristischen Längen kleiner skalieren. Die hier gewählte Konfiguration, dargestellt im rechten Bildteil von [Abbildung 2.8](#), setzt sich aus zwei Komponenten zusammen.

Das System besteht, ähnlich wie die oben vorgestellte Konfiguration für regelmäßige Längswirbel, aus positiv gefeilten Rauigkeitselementen und, etwas stromabwärts liegend, aus einem Klettband mit in die Grenzschicht hineinragenden *pins*. Aufgrund ihres Herstellungsprozesses (siehe unten), sind die Winkelelemente deutlich niedriger (ca. $1/5 h$) als die Umschlagzeuger nach PEARCEY [162], und somit sind die induzierten Wirbelstärken wesentlich kleiner. Die dabei generierten (regelmäßigen) Strukturen werden durch die *pins* weitgehend zerstört und breiter verteilt.

In Anlehnung an die grundsätzlichen Ausführungen im vorigen Unterabschnitt zur Dimensionierung der Umschlagzeuger wurde die Höhe der *pins* mit $h = \delta \approx 2 \text{ mm}$ gewählt. Ihr lateraler und longitudinaler Abstand beträgt $d \approx 3/2 h$.

2.7.1.3 Konstruktive Ausführung der beiden Konfigurationen

In [Abbildung 2.8](#) ist neben der Notation für die geometrische Auslegung der Umschlagzeuger ihre jeweilige konstruktive Ausführung ersichtlich. Demnach wurde in die Einlaufkontur aus PVC eine Nut $4 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ gefräst, in die verschiedene dreidimensionale Umschlagzeuger eingesetzt werden können. Die entsprechend obiger Auslegung dimensionierten 3D-Wirbelgeneratoren wurden aus $0,3 \text{ mm}$ Aluminiumblech gefertigt und in ein vorab geschlitztes Trägermaterial aus PLEXIGLAS® eingeklebt. Für die zweite vorgestellte Konfiguration wurden „V“-s in ein Schriftband DYMO® D1 geprägt und bei $x/h \approx -10$ aufgeklebt. Die *pins* bestanden aus zwei Reihen eines VELCRO®-Klettbandes, das, wie die 3D-Umschlagzeuger, auf ein Trägermaterial aufgebracht wurde.¹²

2.7.2 Lokalisierung in Hauptströmungsrichtung

Neben der richtigen Dimensionierung der Wirbelgeneratoren gilt es vor Beurteilung der Wirksamkeit, auf der Oberfläche einen geeigneten Ort für ihre Anbringung in Strömungsrichtung zu finden. Dabei ist es notwendig, den instabilen Bereich der Grenzschicht zu lokalisieren, damit die eingebrachten Störungen stromab angefacht werden und so die laminar-turbulente Transition erzwungen wird.

Für diese Stabilitätsbetrachtung soll die in der Literatur dokumentierte Stabilitätsgrenze aus numerischer Auswertung der ORR-SOMMERFELD-Gleichung,¹³ bzw. experimentellen Unter-

¹² Das V-Band wird als Umschlagzeuger bei Grenzschichtuntersuchungen z. B. am Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik (HfI) der Technischen Universität Berlin seit den 1960iger Jahren verwendet. Die Idee, hierfür ein Klettband einzusetzen, geht auf J. H. HARITONIDIS zurück.

¹³ Störungsdifferentialgleichung 4. Ordnung, die ein wesentliches Teilergebnis für die Stabilitätstheorie in laminaren Strömungen ist.

suchungen zur Transition (vgl. WHITE [239] oder SCHLICHTING & GERSTEN [186]), mit den entsprechenden Größen der zu erwartenden Grenzschichtentwicklung verglichen werden. Notwendig hierzu ist zunächst die Kenntnis von Geschwindigkeits- bzw. Druckverteilung in Hauptströmungsrichtung, welche neben der Geschwindigkeit in der freien Anströmung maßgeblich durch die geometrischen Randbedingungen beeinflusst wird.

Dabei kann im Rahmen dieser Vorauslegung das Problem mit hinreichender Genauigkeit als stationär, zweidimensional, reibungsfrei und inkompressibel angesehen werden. Daher soll im weiteren Verlauf ein potentialtheoretisches Berechnungsverfahren Anwendung finden.

2.7.2.1 Potentialtheoretische Berechnung der Plattenvorderkantenumströmung

Ein für die Berechnung des Potential-Strömungsfeldes um beliebig geformte Körper geeignetes Verfahren, ist die sogenannte Quell-*panel* bzw. Wirbel-*panel* Methode.¹⁴ Dabei wird die zu untersuchende Geometrie in einzelne gerade, voneinander unabhängige *panels* zerlegt und in einem in der Mitte des *panel* liegenden Kontrollpunkt mit einer Quelle, Senke oder Wirbel belegt, was von der Wahl des Verfahrens abhängt. Mathematisch betrachtet induziert nun jedes *panel* eine zunächst unbekannte Geschwindigkeit oder Wirbelstärke auf sich selbst, sowie auf jedes andere *panel* im System. Die Hauptaufgabe des Verfahrens besteht nun darin, die einzelnen Panelstärken zu bestimmen, so dass die Körperoberfläche zur Stromlinie wird und die KUTTA-Bedingung als Abströmrandbedingung an der Hinterkante erfüllt wird. Die induzierten Geschwindigkeiten können durch relativ einfache Gleichungen, welche lediglich die geometrischen Abhängigkeiten der einzelnen Panel zueinander enthalten, formuliert werden. Fügt man diese Zusammenhänge in einer Matrix zusammen, ergibt sich in Verbindung mit den genannten Randbedingungen, sowie einer zu definierenden Anströmgeschwindigkeit, ein lineares Gleichungssystem, das mit einem geeigneten Verfahren für die unbekannt Panelstärken numerisch zu lösen ist.

Die *panel*-Verfahren sind darüber hinaus in der Lage, mehrere Profile in einem Strömungsfeld, sowie deren gegenseitige Beeinflussung, zu berücksichtigen. Diese Eigenschaft ist hier insofern von Bedeutung, da die zu bestimmende Geschwindigkeitsverteilung im Bereich der Plattenvorderkante nicht losgelöst von der zur Erzeugung des Druckgradienten installierten Gegenkontur betrachtet werden kann.

Wesentlich für ein optimales Ergebnis des Verfahrens ist, dass die einzelnen Konturen mit einer ausreichenden Anzahl von *panels* belegt werden. Dabei ist möglichst in Bereichen starker Krümmung, und somit großer Geschwindigkeitsgradienten, eine lokale Verfeinerung durchzuführen.

Vorteilhaft ist, die Berechnung in dimensionsloser Form durchzuführen. So wurde aus den CAD-Daten der Konstruktion erst eine Kontur generiert, die nach dem elliptischen Vorderkantenbereich noch 100 mm des ebenen Plattenteils enthält. Die anschließende Entdimensionalisierung der Koordinaten erfolgte mit der Gesamtlänge l des Bauteils. Entsprechend der realen Konfiguration wurde im Abstand von $y/l = 0,64$ das gespiegelte Bauteil zur Simulation der Gegenkontur platziert. Bei der Berechnung des Strömungsfeldes wurde die Geschwindigkeit in der freien Anströmung so gewählt, dass am Ort $x = 0$ des Plattenkoordinatensystems die Auslegungsgeschwindigkeit von $U_x = 1$ m/s erreicht wird.

¹⁴ Der Unterschied zwischen beiden Verfahren liegt darin, dass bei der Quell-*panel* Methode die Zirkulation um ein *panel* gleich Null ist, weshalb lediglich Probleme ohne Auftrieb betrachtet werden können, wohingegen beim Wirbel-*panel* Verfahren Auftriebseffekte berücksichtigt werden.

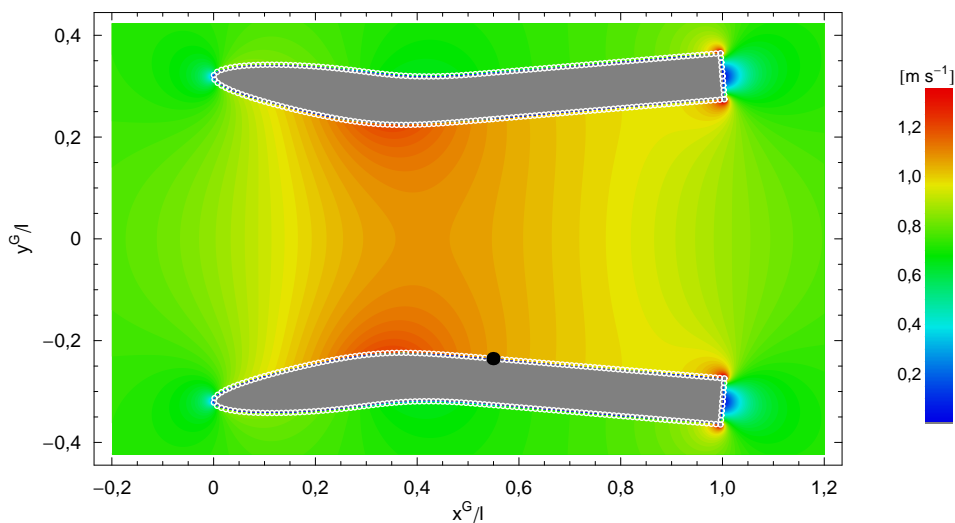


Abbildung 2.9: Im globalen Koordinatensystem K^g potentialtheoretisch berechnetes Strömungsfeld im Bereich zwischen der Plattenvorderkante und der Gegenkontur nach dem *panel*-Verfahren. Die Färbung ist ein Maß für den Betrag des Geschwindigkeitsvektors \mathbf{u} . Der schwarze Punkt auf der Oberfläche der Kontur kennzeichnet den Beginn des ebenen Plattenteils und damit den Ursprung des gewählten Plattenkoordinatensystems K . Die weißen Kreise zeigen Anzahl und Lage der auf der Oberfläche von Einlauf- und Gegenkontur aufgebrauchten *panels* zur Durchführung der potentialtheoretischen Berechnung.

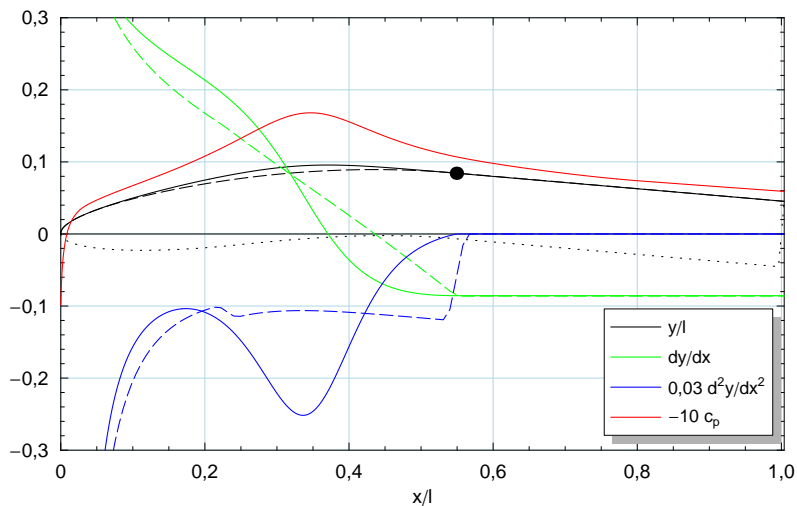


Abbildung 2.10: Funktion der Profilkontur und deren Ableitungen für den Bereich der Plattenvorderkante mit potentialtheoretisch berechneter Verteilung des Druckbeiwertes c_p . Die gestrichelten Verläufe der Konturfunktion sowie deren Ableitungen beschreiben die Ausgangskonfiguration, die durchgezogenen die der optimierten Version. Der schwarze Punkt kennzeichnet den Beginn des ebenen Plattenteils. Der gepunktete Verlauf verdeutlicht die Geometrie auf der Unterseite der berechneten Kontur.

Die geometrische Anordnung der beiden Konturen mit Belegung durch die *panels* sowie das Ergebnis aus der Berechnung des Strömungsfeldes ist in Form eines Farbkonturplots für den Geschwindigkeitsbetrag in [Abbildung 2.9](#) dargestellt. Deutlich zu erkennen ist die Ausbildung eines Staupunktes an der Plattenvorderkante und die Beschleunigung des Fluids in Hauptströmungsrichtung aufgrund der Verjüngung des durchströmten Querschnitts zwischen Messplatte und Gegenkontur. Mit Beginn des sich erweiternden Teils findet eine kontinuierliche Verzögerung statt, die letztendlich durch den Einfluss der Hinterkantenumströmungen gestört wird. Dies sollte jedoch einen zu vernachlässigen Einfluss auf die Geschwindigkeitsverteilung im für die Stabilitätsuntersuchung wesentlichen vorderen Plattenteil haben.

Nur im Fall einer in der zweiten Ableitung glatten Funktion der Oberfläche sind auch die Geschwindigkeitsverteilungen auf der Oberfläche glatt. Wie oben beschrieben, besteht die Plattenvorderkante aus einer elliptischen Nase und einem Übergangsradius zum ebenen Plattenteil. Da die Funktionen der Übergänge bei tangentialem Anschluss zwar in der ersten, jedoch nicht in der zweiten Ableitung stetig sind, musste die ursprüngliche Konfiguration optimiert werden. Dazu wurde die zweite Ableitung geglättet und die verbesserte Kontur durch Integration gefunden. Das Ergebnis hieraus, sowie die damit berechnete Druckverteilung auf der Oberfläche der Einlaufkontur, ist in [Abbildung 2.10](#) grafisch dargestellt.

2.7.2.2 Stabilitätsbetrachtung

Aus der Verteilung des Druckbeiwertes c_p , bzw. der zu dessen Berechnung zu Grunde liegenden Geschwindigkeitsverteilung der freien Strömung um den Körper U_x , lässt sich der Verlauf des HARTREE-Parameters β_H entlang der umströmten Oberfläche bestimmen.

Ausgehend von einer stationären, zweidimensionalen Strömung, in der sich vom Staupunkt ausbildenden laminaren Grenzschicht, schlugen für diesen Strömungszustand bereits 1931 FALKNER & SKAN [\[74\]](#) eine Familie von selbstähnlichen Geschwindigkeitsprofilen zur Lösung der Grenzschicht-Gleichungen nach einer Ähnlichkeitstransformation vor.¹⁵ Sie fanden selbstähnliche Profile bei Zugrundelegen einer Geschwindigkeitsverteilung in der reibungsfreien Außenströmung mit

$$U_x = Kx^m. \quad (2.15)$$

Neben der Konstanten K wird der Exponent m als FALKNER-SKAN Potenzgesetz-Parameter bezeichnet. Er kann mit dem HARTREE-Parameter β_H in Zusammenhang gesetzt werden,

$$m = \frac{\beta_H}{2 - \beta_H}. \quad (2.16)$$

Der Parameter β_H ist ein Maß für den Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung $\frac{dp}{dx}$. Dabei bedeutet ein positives β_H einen negativen Druckgradienten bzw. eine beschleunigte Strömung und ein negativer HARTREE-Parameter einen positiven Druckgradienten in der Strömung außerhalb der wandgebundenen Grenzschicht.

Setzt man [Gleichung \(2.16\)](#) in den Potenzansatz der Geschwindigkeitsverteilung nach [Gleichung \(2.15\)](#) ein, so lässt sich nach einigen Umformungen der gesuchte Zusammenhang zwischen dem HARTREE-Parameter β_H und der sich aufgrund der Geometrie und der

¹⁵ Die Gleichungen von FALKNER & SKAN konnten jedoch erst im Jahre 1937 von HARTREE [\[100\]](#) numerisch gelöst werden, weshalb der Parameter β_H im Rahmen dieser Arbeit nach ihm benannt wird.

Strömungsrandbedingungen einstellenden Geschwindigkeitsverteilung in der freien Strömung finden,

$$\beta_H = \frac{2}{\frac{U_x}{x} \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} \right)^{-1} + 1} . \quad (2.17)$$

Ausgehend von einer stationären Strömung kann mit der BERNOULLI-Gleichung (2.1) ein Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeits- und der Druckverteilung nach Gleichung (2.18) hergestellt werden. Die Geschwindigkeit U_{ref} ist dabei der Betrag der Strömungsgeschwindigkeit an einem zu definierenden Referenzort im betrachteten System.

$$U_x = U_{\text{ref}} \sqrt{1 - c_p} \quad (2.18)$$

Substituiert man dies für die Geschwindigkeit U_x in Gleichung (2.17), kann β_H auch aus der potentialtheoretisch berechneten Druckverteilung berechnet werden,

$$\beta_H = \frac{2}{1 - \frac{2(1-c_p)}{x} \left(\frac{\partial c_p}{\partial x} \right)^{-1}} . \quad (2.19)$$

Dies wurde für die oben gefundene Druckverteilung durchgeführt. Das Ergebnis aus dieser Betrachtung ist in **Abbildung 2.11** dargestellt. Ferner wurde die Stabilitäts- bzw. Neutralkurve eingetragen. Der HARTREE-Parameter ist im vorderen Teil der Einlaufkontur positiv und wird mit Beginn der Verzögerung negativ.

Daraus ist abzuleiten, dass mit Schnitt der beiden Kurven bei etwa $\text{Re}_{\delta_1} \approx 520$ die Grenzschicht instabil wird und stromab mit weiter steigenden REYNOLDS-Zahlen Instabilitäten angefacht werden. Somit kann ein geeigneter Ort für die Umschlagerzeuger auf der Oberfläche der Kontur nur im Bereich größerer REYNOLDS-Zahlen als am Schnittpunkt liegen.

Basierend auf diesen Ergebnissen wurden die Wirbelgeneratoren beider vorgestellten Konfigurationen so installiert, dass sich deren Hinterkante am Ursprung des Plattenkoordinatensystems bei $x = 0$ befindet. Dies ist in **Abbildung 2.8** verdeutlicht.

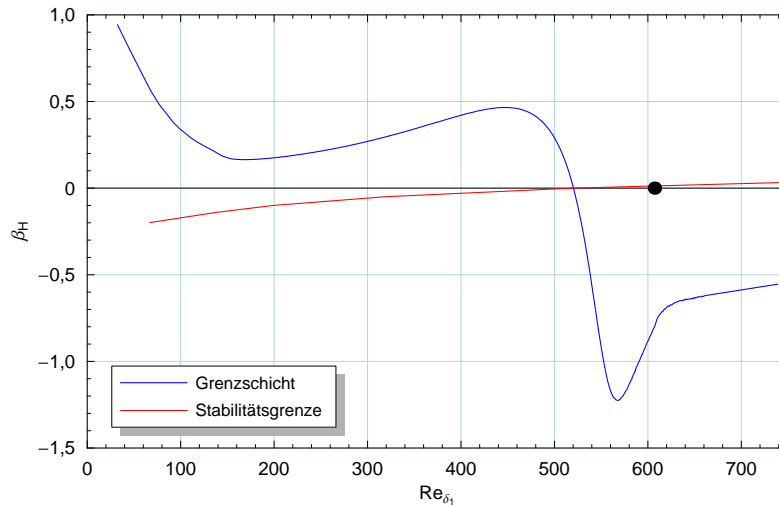


Abbildung 2.11: Aus der potentialtheoretischen Geschwindigkeitsverteilung berechneter Verlauf des HARTREE-Parameters β_H als Funktion der REYNOLDS-Zahl Re_{δ_1} mit Stabilitätsgrenze $\text{Re}_{\delta_1, \text{krit}} = f(\beta_H)$ nach WHITE [239]. Der schwarze Punkt bei $\text{Re}_{\delta_1} = 607$ kennzeichnet den Beginn des ebenen Plattenteils.

2.7.3 Auswahl einer Konfiguration

Eine Beurteilung der Wirksamkeit der Umschlagzeuger kann durch Vermessung des Schubspannungs-Querprofils stromabwärts der Wirbelgeneratoren vorgenommen werden. Dies wurde für beide vorgestellten Varianten und für die glatte Oberfläche ohne Rauigkeitselemente in einem vergleichbaren Betriebspunkt des Wasserumlaufkanals durchgeführt.

Die Messungen wurden mit dem in [Abschnitt 3.1.4](#) detailliert beschriebenen PRESTON-Rohr durchgeführt. Das Ergebnis hieraus ist in [Abbildung 2.12](#) dargestellt. Aufgetragen wurde für jede Messreihe der Gesamtdruck am PRESTON-Rohr $p_{P,ges}$, jeweils mit dem Referenzdruck p_{ref} an der Plattenvorderkante dimensionslos gemacht. Die Traversierung erfolgte automatisiert mit einer ISEL[®]-Lineareinheit (vgl. [Abschnitt 3.1.4.5](#)) in 0,5 mm-Schritten ($\Delta z/h = 0,25$) über einen Bereich von $z = 50$ mm.

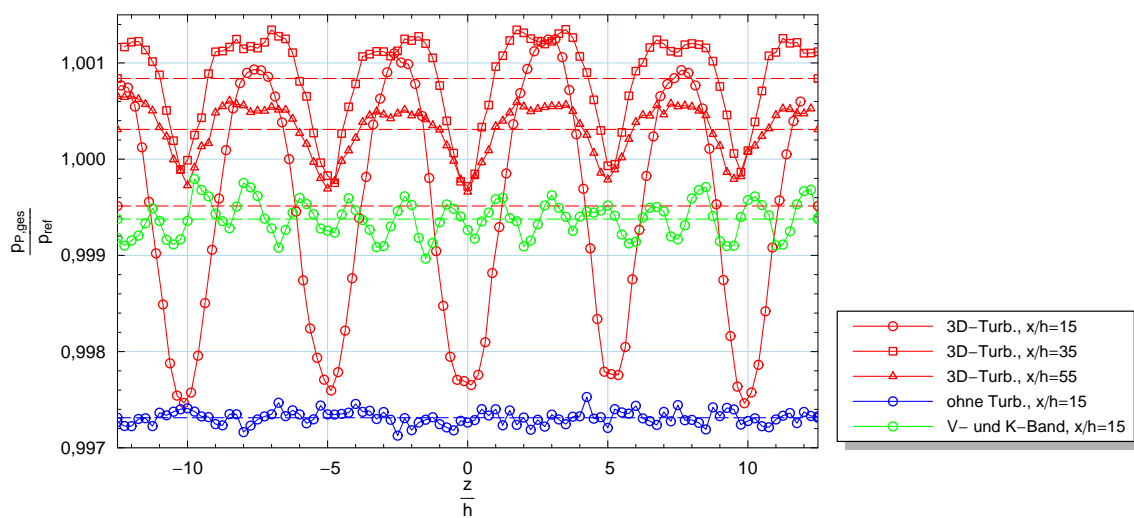


Abbildung 2.12: Schubspannungsverteilung quer zur Hauptströmungsrichtung im Nachlauf der Umschlagzeuger, in Form des dimensionslosen PRESTON-Rohr Gesamtdrucks $p_{P,ges}$, für die erste Konfiguration der dreidimensionalen Umschlagzeuger (rot) sowie die zweite, bestehend aus Schriftband (V-Band) und Klettband (grün) mit Vergleich zur glatten Oberfläche (blau). Die horizontalen gestrichelten Linien kennzeichnen die Mittelwerte der Messreihen.

Für den Fall ohne Umschlagzeuger, blau dargestellt, ist eine zufriedenstellend konstante Verteilung in spannweitischer Richtung bei $x/h = 15$ nach dem Koordinatenursprung zu verzeichnen, was ein hinreichendes Indiz für ein gutes zweidimensionales Verhalten der Grundströmung in der x,y -Ebene ist. Die Schwankung um den Mittelwert beträgt hier im Messbereich lediglich $\pm 0,02\%$.

An gleicher Position zeigt die zweite Konfiguration (Schrift- und Klettband) aufgrund der eingebrachten Turbulenzenergie ein deutlich höheres Schubspannungsniveau mit ausgeprägter Periodizität im lateralen Abstand der *pins* ($\Delta z/h = d \approx 3/2 h$).

Für die nach PEARCEY [162] ausgelegten 3D-Umschlagzeuger ist die sehr gute Detektierbarkeit der Wirbelstrukturen mit dem eigens konstruierten PRESTON-Rohr bemerkenswert. Die mittlere Schubspannung liegt bei $x/h = 15$ geringfügig höher als bei der zweiten Konfiguration und klingt in x -Richtung nach einer weiteren Erhöhung langsam ab. Die periodische

Struktur passt exakt zum Abstand der Umschlagzeugerpaare mit $D/h = 5$. Während bei $x/h = 15$ lediglich eine ausgeprägte Schubspannungsspitze je Wirbelgeneratorpaar zu verzeichnen ist, wird stromabwärts das allmähliche Absinken der durch die beiden Bleche induzierten Längswirbel zur Oberfläche hin, mit zusätzlicher gegenseitiger Separation in Form der spannweitig ausgeprägteren Verteilung, deutlich. Bei $x/h = 35$ und $x/h = 55$ sind sogar die Wirkungen der beiden Längswirbel innerhalb eines Wirbelpaares zu unterscheiden. Für die erste Konfiguration wurde die Darstellung von drei Positionen in Hauptströmungsrichtung gewählt, um die lange „Lebensdauer“ der Längswirbel zu verdeutlichen. Selbst 110 mm ($x/h = 55$) hinter den Umschlagzeugern des $l = 600$ mm langen ebenen Plattenteils sind diese noch sehr deutlich zu erkennen. Da solche Längswirbel auf die Ablösung der turbulenten Grenzschicht eine stabilisierende Wirkung ausüben, hier jedoch der Einfluss der Oberflächenstruktur insbesondere auf das Ablöseverhalten untersucht werden soll, wurden für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit Umschlagzeuger der zweiten vorgestellten Konfiguration, bestehend aus jeweils einer Reihe V- und Klettband, eingesetzt.

2.8 Konstruktive Realisierung der Messstrecke

Nachdem die Auslegung des gesamten experimentellen Aufbaus aus strömungsmechanischer Sicht abgeschlossen war, konnte die konstruktive Umsetzung erfolgen. Dazu wurden zunächst am Institut vorhandene Zeichnungen der ursprünglichen Messstrecke in ein CAD-Programm¹⁶ übertragen und sodann der neue Messeinbau integriert. Die gesamte Konstruktion wurde dreidimensional ausgeführt. Erst nach Evaluation der Auslegungsparameter (siehe [Abschnitt 2.9](#)) wurden die Fertigungszeichnungen generiert. Die Fertigung selbst erfolgte anschließend größtenteils in den hauseigenen mechanischen Werkstätten der Technischen Universität Dresden. Alle Komponenten wurden zur Vermeidung von Korrosion aus rostfreiem Edelstahl mit der Materialbezeichnung 1.4301 gefertigt. Im weiteren Verlauf sollen nun einige grundsätzliche Erläuterungen zur konstruktiven Ausführung der Hauptkomponenten des Messeinbaus folgen.

2.8.1 Messplatte

Den Ausführungen im vorhergehenden Abschnitt folgend, wurde die Rillenoberfläche aus einzelnen quadratischen Schindeln mit 100 mm Kantenlänge zusammengesetzt, die jeweils mit vier Schrauben auf einer plangedrehten, 10 mm starken Trägerplatte befestigt wurden. Zur Kontrolle des sich längs der Platte einstellenden Druckgradienten war sowohl die gerillte, als auch die Referenzoberfläche mit 12 Wandanbohrungen $\varnothing 1$ mm versehen. Deren Platzierung jeweils 12,5 mm außer Plattenmitte sollte dazu beitragen, Störungen auf die Strömung im Mittelschnitt der Messstrecke zu vermeiden und eine optisch homogene Oberfläche im Bereich des mit dem LDA zu vermessenden Ursprungs der Geschwindigkeitsprofile zu erhalten.

Die fertige Messplatte mit Einlaufkontur wurde letztendlich auf drei, unter 4° abgeschrägte Streben gestellt, um die horizontale visuelle Zugänglichkeit durch die Seitenfenster auf die Plattenoberfläche für die später Anwendung findenden optischen Messverfahren uneingeschränkt zu gewährleisten und die Grenzschichtentwicklung auf der Messoberfläche störenden Einflüsse des Kanalbodens zu entgehen.

¹⁶ SOLID EDGE® Version 14 von Unigraphics Solutions Inc.

Abbildung 2.13 zeigt die technische Ausführung der kompletten Messplatte als Explosionsdarstellung. Dieses sehr flexible konstruktive Konzept einer Trägerplatte mit leicht austauschbaren Oberflächen und Vorderkanten stellt eine sehr gute Basis für kostengünstige Parameterstudien des Oberflächeneinflusses auf das Grenzschichtverhalten über einer ebenen Platte dar.

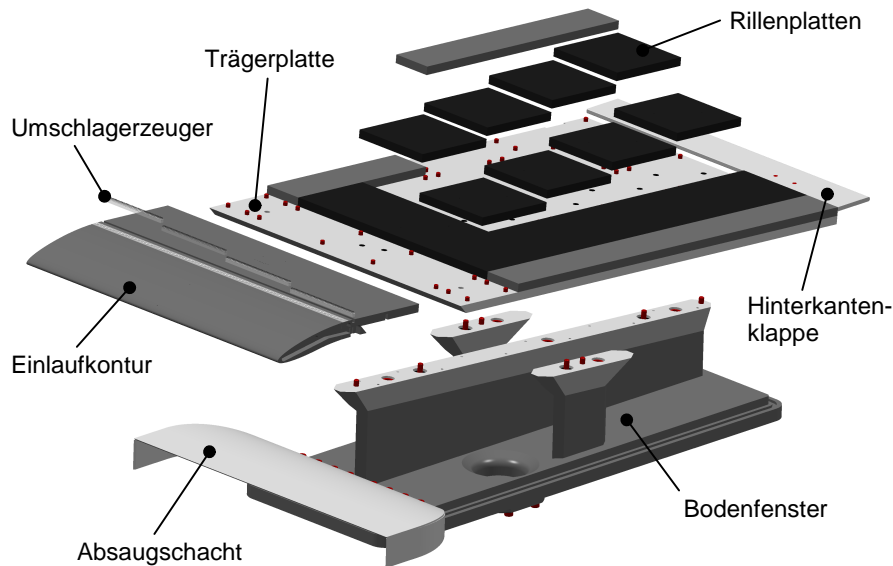


Abbildung 2.13: Explosionsdarstellung der Messplatte. Dargestellt sind die einzelnen Schindeln, die Trägerplatte mit Einlaufkontur und Hinterkantenklappe sowie die Mittelstrebe mit seitlichen Füßen, aufgebaut auf dem sogenannten Bodenfenster der Messstrecke. Der Absaugschacht dient der Kontrolle der Staupunktströmung an der Plattenvorderkante.

2.8.2 Einstellbare Gegenkontur

Die zweite Hauptkomponente des Messeinbaus ist die zur Erzeugung des Druckgradienten erforderliche Gegenkontur. Diese sollte es erlauben, zunächst unterschiedlich große Gradienten einzustellen, aber auch deren Gleichmäßigkeit in Hauptströmungsrichtung zu kontrollieren. Um aufwändig zu fertigende feste Einbauten zu vermeiden, wurde der Weg einer justierbaren flexiblen Kontur verfolgt. Ferner musste die Gegenkontur transparent sein, um später den Laser-Lichtschnitt in die Messstrecke führen zu können, was auch in deren verformtem Zustand uneingeschränkt der Fall bleiben sollte.

Der Kunststoff MAKROLON^{®17} entspricht den genannten Anforderungen. Dieses außerordentlich widerstandsfähige Polycarbonat zeichnet sich durch sehr gute Durchsichtigkeit, hervorragende Oberflächen, leichte mechanische Bearbeitbarkeit sowie eine sehr niedrige Wasseraufnahme aus. Verwendung fand letztendlich eine 4 mm starke Platte, welche, um den im hinteren Bereich zunehmenden Krümmungen der Konturen folgen zu können (vgl. Abbildung 2.2), mit mehreren, 2 mm tiefen Nuten auf der Oberfläche versehen wurde.

Die Aufnahme der Gegenkontur in der Messstrecke des Wasserumlaufkanals inklusive aller Verstellereinheiten ist in Abbildung 2.14 dargestellt. Zu erkennen ist im vorderen Bereich ein vertikaler Verstellmechanismus, angetrieben über eine Trapezgewindestange mit Handrad,

¹⁷ MAKROLON[®] ist eine registrierte Marke der BAYER AG, Leverkusen

um die im Rahmen der Vorauslegung bestimmten unterschiedlichen Eintrittshöhen h_0 (vgl. **Tabelle 2.2**) realisieren zu können. Die Führung dieses Systems geschieht über zwei gehärtete und geschliffene Stahlstangen mit $\varnothing 20$ mm sowie sechs Linearrollführungen.

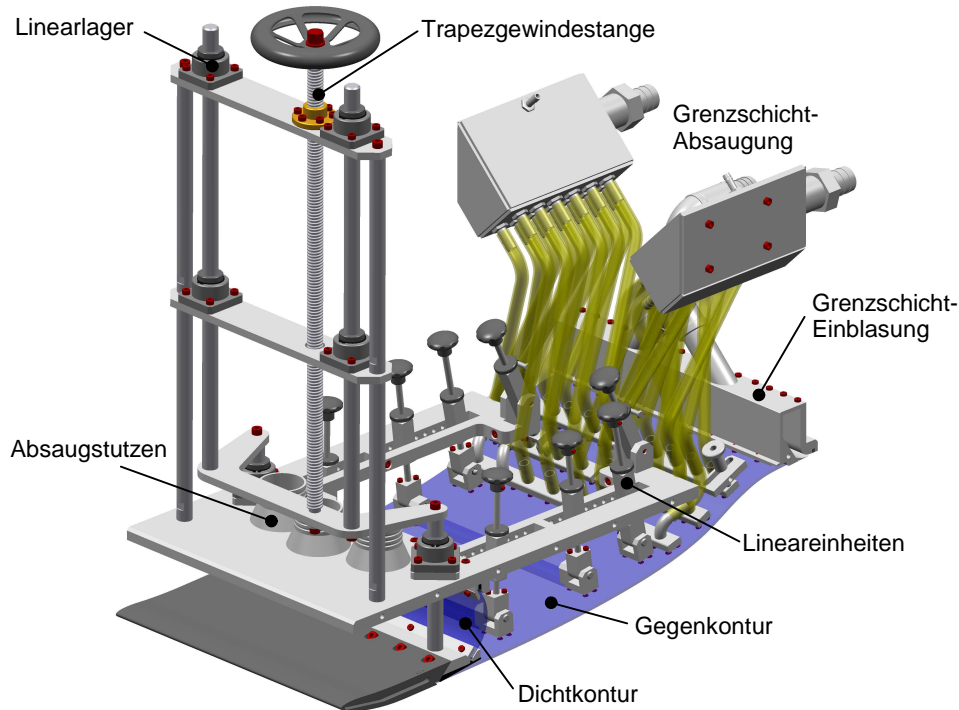


Abbildung 2.14: Konstruktive Ausführung der Gegenkontur mit Aufnahme, allen Verstellmechanismen, Grenzschicht-Absaugung und -Einblasung.

Die Hinterkante der Kontur wurde, um einen geeigneten, tangentialen Übergang in den an die Messstrecke anschließenden Diffusor herstellen zu können, fest eingespannt und abgedichtet. In longitudinaler Richtung sind insgesamt acht, direkt auf die MAKROLON[®]-Platte wirkende, Linearverstellereinheiten angeordnet. Diese sind beidseitig drehbar gelagert, jeweils mit einer Gewindestange sowie einem Sterngriff versehen, und dienen der Einstellung der jeweiligen Kontur in Hauptströmungsrichtung. Ferner erlaubt ihre beidseitige Anordnung den Ausgleich etwaiger Unsymmetrien der im Mittelschnitt der Messstrecke gewünschten zweidimensionalen Strömung.

Die letzte offene Fragestellung im Rahmen der Vorauslegung des Systems betraf einen sinnvollen Beginn der Gegenkontur in Strömungsrichtung. Ein erster Ansatz, die Kontur bis in die der Messstrecke vorgelagerte Düse zu ziehen, wurde nach ersten Untersuchungen verworfen. Hier zeichneten sich als Hauptprobleme die störenden Einflüsse der sich an dieser Wand zwangsläufig entwickelnden, weit vor der Plattenvorderkante beginnenden Grenzschicht sowie die konstruktive Realisierung einer flexiblen und einfachen Einstellbarkeit der Kontur ab.

Eine verbesserte Lösung wurde darin gefunden, die Gegenkontur frei in der Strömung auf Höhe der Plattenvorderkante beginnen zu lassen und hinsichtlich ihrer Geometrie identisch zur Vorderkante der Messplatte auszuführen. Dies sollte helfen, durch die Bauform bedingte Unsymmetrien in der Grundströmung konstruktiv zu vermeiden. Das Problem bei diesem Konzept war einzig das über der Kontur anströmende Wasservolumen, das nicht über die

Kontur geleitet werden konnte, da erstens der Querschnitt der Messstrecke hierfür zu gering gewesen und zweitens eine freie Wasseroberfläche entstanden wäre. Die nicht zu kontrollierende Brechung des Laser-Lichtschnittes an diesem Medienübergang hätte inakzeptable Qualitätseinbußen bei den später durchzuführenden PIV-Aufnahmen bedeutet.

Somit wurde es notwendig, eine zusätzliche, den Strömungsraum über der Vorderkante der Gegenkontur abschließende Wand zu installieren. Dieses in [Abbildung 2.14](#) als *Dichtkontur* bezeichnete und im gewölbtem Zustand dargestellte Bauteil wurde wiederum aus MAKROLON[®] gefertigt. Deren Wölbung dient dem Längenausgleich bei vertikaler Verstellung der gesamten Gegenkontur über die bereits erläuterten Mechanismen.

Um zu verhindern, dass sich vor der Wand ein Wasservolumen aufstauen kann, musste eine separate Absaugung installiert werden. Ohne eine angepasste Absaugung über der Gegenkontur würde eine Fehlanströmung ihrer Vorderkante stattfinden, die eine Störung der Grenzschichtentwicklung auf der Messoberfläche verursachen würde.

Die Ausführung dieser Absaugung, sowie die der beiden weiterhin vorhandenen Sekundärkreisläufe mit ihrer Integration in das Gesamtsystem Wasserumlaufkanal, wird nachfolgend vorgestellt.

2.8.3 Gesamtsystem mit Sekundärkreisläufen

Neben der Absaugung über der Gegenkontur sind zur Realisierung einer möglichst störungsfreien Grenzschichtströmung auf der Plattenoberfläche innerhalb der Messstrecke zwei weitere Absaugungen notwendig. Deren Positionierung, die prinzipielle Wirkungsweise, sowie die daraus resultierenden Fluidströme, sind in [Abbildung 2.15](#) dargestellt.

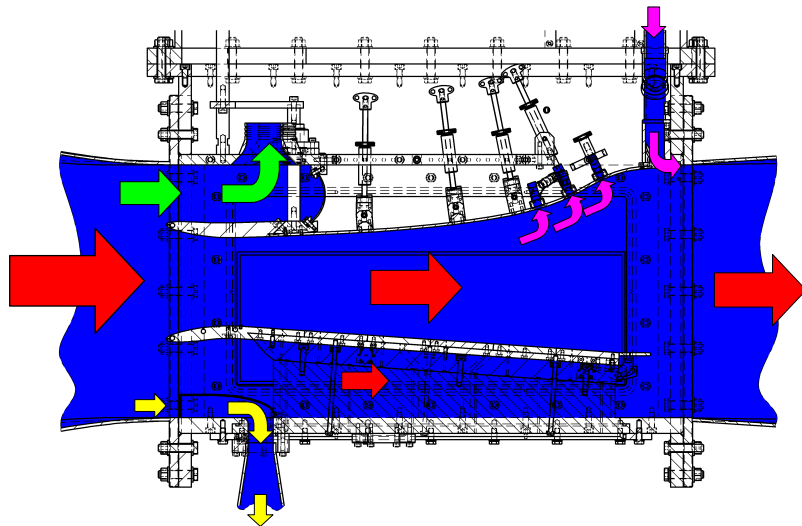


Abbildung 2.15: Vollschnitt in der x,y -Ebene der Messstrecke mit Darstellung der einzelnen Fluidströme. Blau dargestellt ist der mit Wasser gefüllte Bereich.

Rot dargestellt ist die aus der Düse austretende Grundströmung, die sowohl über, als auch, bedingt durch die konstruktive Ausführung durch Installation der Messplatte etwas über dem Kanalboden, unter der Platte hindurchströmen kann. Bereits erwähnt wurde die Notwendigkeit der Absaugung über der Gegenkontur, die durch grüne Pfeile markiert ist.

Voruntersuchungen zeigten, dass aufgrund der 10 mm breiten Streben zur Befestigung der Messplatte und der damit verbundenen Versperrung sowie des Platten-Anstellwinkels die Strömung im Kanal zwischen der Messplatte und dem Kanalboden leicht zu Blockagen neigt. Die Folge daraus waren stark instationäre Strömungszustände im Bereich des Staupunktes an der Plattenvorderkante. Um dieser Problematik zu begegnen, wurde auf Höhe der Plattenvorderkante am Boden der Messstrecke eine Absaugung installiert, die in [Abbildung 2.15](#) durch gelbe Pfeile kenntlich gemacht ist. Die Kontrolle der Staupunktlage mit Regelung des Absaugvolumenstromes wurde über eine spezielle Differenzdruckmessung durchgeführt, die in [Abschnitt 3.1.3](#) beschrieben ist.

Eine Krümmung der Wand, dabei insbesondere eine konvexe Oberflächenkrümmung, führt im Vergleich zu einer Grenzschichtentwicklung längs einer ebenen Platte zu einer früheren Ablösung. Die theoretischen Hintergründe hierfür können z. B. bei WHITE [239], SCHLICHTING & GERSTEN [186] oder KLUWICK [121] nachgelesen werden.

Da der sich in der Messstrecke einstellende Druckgradient näherungsweise in vertikaler Richtung konstant ist, würde die Grenzschicht an der Gegenkontur früher ablösen als an der Messplatte. In Folge der Verdrängungswirkung der abgelösten Strömung wäre eine massive Störung der Plattengrenzschicht die Folge (vgl. GRUSCHWITZ [94]).

Um dies zu verhindern, ist eine Grenzschichtbeeinflussung an der Gegenkontur notwendig. Gewählt wurde eine Kombination aus einer Absaugung und einer Einblasung, die in [Abbildung 2.15](#) durch magentafarbene Pfeile dargestellt ist.

Die Absaugung findet über drei, sich über die gesamte Kanalbreite erstreckende Schlitze statt. Die Einblasung der hier abgesaugten Fluidmenge geschieht auch über einen Schlitz der vollen Breite am oberen Ende der Messstrecke. Die zur Kanaloberseite tangential ausgerichtete Einblasung hat, aufgrund des eingebrachten energiereichen Fluids, eine stabilisierende Wirkung auf die bereits stark verzögerte Strömung am Ende der Messstrecke, die im nachfolgenden Diffusor noch weiter gegen einen Druckgradienten anlaufen muss.

Die technische Ausführung der genannten Systeme wird im weiteren Verlauf kurz erläutert.

2.8.3.1 Absaugung über der Gegenkontur

Auf der Oberseite der Messstrecke wurden für diese Absaugung in Querrichtung vor der MAKROLON[®]-Dichtkontur drei Stützen mit $\varnothing 60$ mm angebracht (zu erkennen in [Abbildung 2.14](#)) und mittels PVC-Schläuchen¹⁸ eine Verbindung zu drei Absperrschiebern hergestellt. Mittels der Schieber konnten mögliche spannweitige Unsymmetrien in der Absaugung egalisiert werden. Zur Reduzierung des Gesamtdruckverlustes wurde versucht, diese Schläuche möglichst frühzeitig zusammenzuführen und das Fluid in einem weiteren mit deutlich größerem Durchmesser ($\varnothing 200$ mm) weiterzuleiten.¹⁹ Bei der Auslegungsgeschwindigkeit von 1 m/s am Eintritt zur Messstrecke musste ein Volumenstrom von ca. 72 l/s abtransportiert werden. Die Verluste in der gesamten Absaugung entstanden hauptsächlich in den dünneren Schläuchen, in welchen Strömungsgeschwindigkeiten bis zu 12 m/s erreicht wurden.

Zur Kompensation der Druckverluste musste, aus Platzgründen unter dem Wasserumlaufkanal, eine zusätzliche Pumpe (Lagerstuhlpumpe der Firma HIDROSTAL mit einer elektrischen

¹⁸ Abkürzung für den Kunststoff Polyvinylchlorid

¹⁹ Hierfür wurde eine spezielle Kupplung mit drei integrierten Übergangsdiffusoren konstruiert und in Hinblick auf die Minimierung des Druckverlustes numerisch optimiert.

Antriebsleistung von 5,5 kW) installiert werden. Diese Schrauben-Zentrifugalpumpe ist in ihrem Auslegungspunkt in der Lage, bei einer Fördermenge von 80 l/s eine Förderhöhe von 4 m zu realisieren.

Zur Verbindung der Pumpendruckseite mit dem der Messstrecke nachgeordneten Diffusor wurde ein PVC-Rohrleitungssystem mit Durchmesser²⁰ DN200 eingesetzt. Diese hinsichtlich ihres Installationsaufwandes sehr umfangreiche Maßnahme war notwendig, um den relativ komplizierten Verlauf mit zahlreichen engen Radien zu ermöglichen. Um etwaige betriebsbedingte Schwingungen der Pumpe nicht in das Rohrsystem einzuleiten, wurde ein Kompensator, bestehend aus einem Gummischlauch mit Innendurchmesser 250 mm und Wandstärke 6 mm nach der Pumpe angebracht. Das Einströmen in den Hauptvolumenstrom des Diffusors im Wasserumlaufkanal geschah unter einem Winkel von 30°. So konnten mögliche Rückwirkungen auf die Strömung in der Messstrecke vermieden werden.

2.8.3.2 Absaugung unter der Messplatte

Die Absaugung zur Kontrolle der Staupunktlage an der Messplatte findet auf Höhe der Vorderkante am Kanalboden statt. Dazu wurde ein sich über die gesamte Messstreckenbreite erstreckender, 35 mm hoher Absaugschacht (vgl. [Abbildung 2.13](#)) installiert, der das anströmende Wasser aufnimmt, um 90° nach unten umlenkt und durch eine 180 mm × 40 mm große Öffnung im Bodenfenster leitet.

Eine eigens konstruierte Düse stellt den Übergang zwischen dem rechteckigen und dem kreisrunden Querschnitt mit Außendurchmesser 90 mm her. Mittels eines Schlauchstückes zur Schwingungskompensation und eines PVC-Rohrsystems (DN80) findet der Anschluss an die Saugseite der Pumpe statt, die aus Platzgründen wieder unter dem Wasserumlaufkanal angebracht wurde.

Ausgewählt wurde hierfür eine Kreiselpumpe LOWARA FHS 65-125/75, die über einen Drehstrommotor mit 7,5 kW angetrieben wird und eine Fördermenge bis 25 l/s hat.

Die an der Platte abgesaugte Wassermenge wird vor der dritten Umlenkung des Wasserumlaufkanals radial in den Hauptstrom eingeleitet (vgl. [Abbildung 2.16](#)).

2.8.3.3 Grenzschichtabsaugung an der Gegenkontur

Wie einleitend in [Abschnitt 2.8.3](#) erwähnt, erfolgt die Grenzschichtabsaugung an der Gegenkontur durch drei in das MAKROLON[®] eingefräste Schlitze. Diese wurden entsprechend den numerischen Untersuchungen zur Beurteilung des Systems (vgl. [Abschnitt 2.9](#)) so platziert, dass sich der erste noch vor dem zu erwartenden Ort der Ablösung befindet und die beiden anderen unmittelbar darauf folgen, um das sehr energiearme wandnahe Fluid in diesem Bereich abzutransportieren.

Die einzelnen Schlitze haben jeweils eine Länge von 2 mm in Strömungsrichtung und münden in einer sogenannten Absaugleiste zur Gewährleistung einer homogenen Absaugung über die gesamte Breite der Messstrecke. Darauf aufgeschweißt sind insgesamt 26 Schlauchstutzen für PVC-Schläuche mit einem Durchmesser von 13 mm, die eine Verbindung zu den beidseitig angebrachten und in [Abbildung 2.14](#) dargestellten Sammlern herstellen.

²⁰ DN ist eine Kenngröße, die eine angemessene runde Zahl angibt, die ungefähr gleich ist mit dem Durchmesser in mm.

Als Absaugpumpe wird hier eine mehrstufige, nicht selbstansaugende Kreiselpumpe LOWARA Modell COM 350/11 mit offenem Laufrad aus Edelstahl 1.4401 und einer Leistung von 1,1 kW verwendet. Die Betriebswerte 41/s Fördervolumenstrom bei 11 m Druckhöhe wurden bei den vorliegenden Untersuchungen voll ausgeschöpft.

Die Einblasung in Form eines Wandstrahles wird durch einen auch 2 mm breiten Schlitz realisiert, der das von oben eintretende Fluid um 90° in Hauptströmungsrichtung ablenkt und unter einem Winkel von 5° gegenüber der Horizontalen an die obere Wand der Messstrecke bzw. des Diffusors richtet.

2.8.3.4 Integration der Sekundärkreisläufe

Neben dem Hauptkreislauf des Wasserumlaufkanals wurden somit im Rahmen dieser Arbeit drei voneinander unabhängige Sekundärkreisläufe in das System implementiert und hinsichtlich ihrer Wirkung und die Hauptströmung möglichst nicht beeinflussenden Betrieb optimiert. Nach Füllen und Entlüften der Anlage arbeitet der Wasserumlaufkanal als in sich geschlossenes System.

Die Integration der vorgestellten Absaugsysteme in die Versuchsanlage mit Aufstellung der einzelnen Pumpen und Rohrführung ist zur Verdeutlichung in [Abbildung 2.16](#) dargestellt.

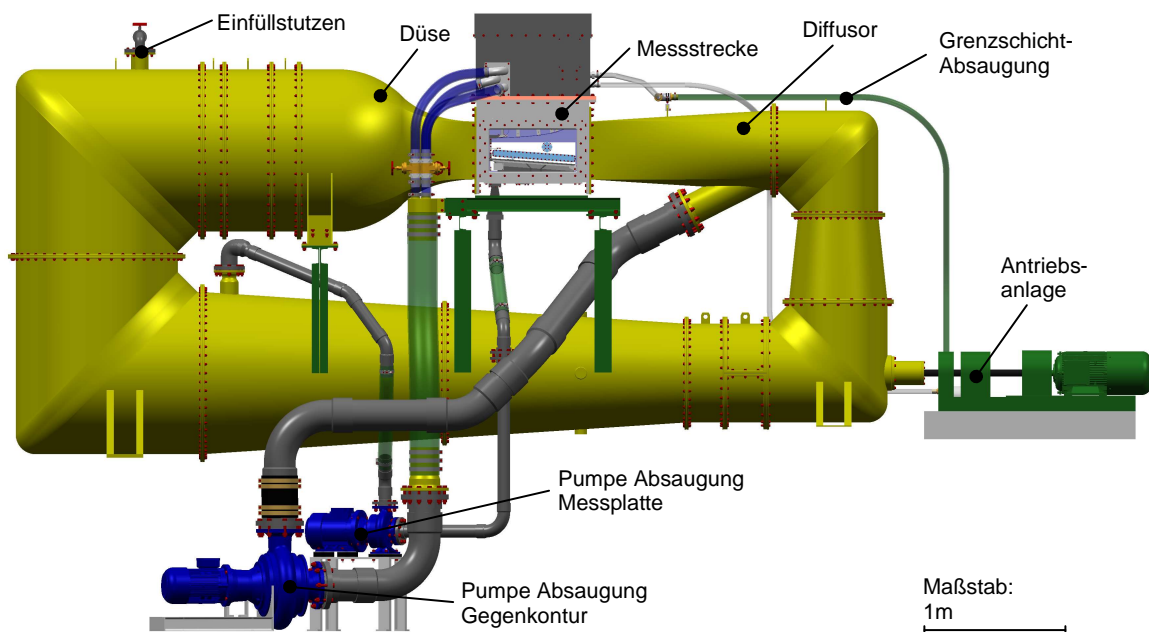


Abbildung 2.16: Wasserumlaufkanal mit neuer Messstrecke zur Untersuchung von turbulenten Plattengrenzschichten bei konstanten Druckgradienten. Verdeutlichung der Integration der Absaugsysteme mit Aufstellung der Pumpen und Rohrführungen.

Da die an den drei Absaugstellen zu fördernden Volumenströme nicht konstant sind, sondern vielmehr vom jeweils eingestellten Betriebspunkt des Wasserumlaufkanals abhängen, sind zusätzliche Drehzahlregelungen der Pumpen notwendig. Hierzu wurde für jeden Motor der Sekundärkreisläufe ein eigener Frequenzumrichter installiert, der in 0,1 Hz-Schritten

einzustellen ist. So konnten die voneinander nicht unabhängigen Kreisläufe aufeinander abgestimmt und der gewünschte Betriebspunkt gewählt werden.

Im abschließenden Abschnitt zur Auslegung des Systems Wasserumlaufkanal werden die Konzeption sowie Ergebnisse der durchgeführten CFD-Simulationen erläutert.

2.9 Numerische Betrachtung zur strömungsmechanischen Auslegung

2.9.1 Zielsetzung und Vorbemerkungen

Die numerische Untersuchung der in den letzten Abschnitten vorgestellten Konfiguration der Messstrecke mittels CFD wurde im Wesentlichen mit zwei Zielstellungen verfolgt. Neben der grundsätzlichen Verifikation der Grenzschichtrechnung zur Auslegung der Gegenkonturen, insbesondere dem Ablöseort der turbulenten Grenzschicht, sollte der mögliche Einfluss aller Absaugungen auf die Strömung der Plattengrenzschicht im Allgemeinen, sowie auf deren Zweidimensionalität im Speziellen untersucht werden.

Es galt zu überprüfen, inwiefern die konzeptionelle Gestaltung der Messstrecke mit den Absaugungen sowie den umfangreichen Einbauten zur Realisierung des Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung, in Verbindung mit dem für Untersuchungen einer 2D-Grenzschicht ungünstig großen Höhen-/Seitenverhältnis von eins, einen signifikanten Einfluss auf die Symmetrieeigenschaften der Strömung in der Messstrecke bzw. im Bereich der turbulenten Grenzschicht auf der Plattenoberfläche hat.

Für die numerische Betrachtung hierzu wurde zunächst die kommerziell verfügbare CFD-Software CFX-TASCflow in der Version 2.11 von AEA Technology Engineering Software Ltd. verwendet, wobei das blockstrukturierte Rechengitter mit dem Programm *P-Cube* von ICEM-CFD zu erstellen war.

Aufgrund der umständlichen, manuellen Gittergenerierung mit *P-Cube* für die komplexe Geometrie des Messeinbaus und wegen der benutzerunfreundlichen Handhabung von TASCflow im Zuge der Rechnung, wurde nach Verfügbarkeit im weiteren Verlauf das Nachfolgeprodukt CFX-5 in der Version 5.7.1 verwendet.

Das aus dem Hause ANSYS stammende Programmpaket CFX-5 besteht im Wesentlichen aus den drei Modulen CFX-Pre, dem sogenannten *Solver Manager* und dem Programm CFX-Post zur Auswertung und Visualisierung der Ergebnisse. Im Pre-Prozessor CFX-Pre, in welchem zunächst ein vorab generiertes Gitter zu importieren ist, werden nach Definition der Strömungsräume und Auswahl des Fluids mit seinen Eigenschaften die Randbedingungen für die Simulation festgelegt. Anschließend sind hier sämtliche Parameter für den *Solver*, wie Konvergenzkriterien, Diskretisierungsschema und Zeitschritt für die Rechnung, auszuwählen. Die anschließende Berechnung kann über den bereits erwähnten Solver Manager gestartet und überwacht werden.

2.9.2 Modellbildung und Simulation

2.9.2.1 Modellierung des Systems und Gittergenerierung

Für die geometrische Darstellung des Strömungsgebietes und die Generierung des Rechengitters wurde die ANSYS Workbench Version 8.1 verwendet, wobei die vorhandene CAD-Konstruktion als Volumenmodell direkt über die IGES-Schnittstelle²¹ von SOLID EDGE® in den *DesignModeler* der Workbench exportiert werden konnte.

Um mögliche Einflüsse der Beschleunigung des Fluids vor der Messstrecke in der Düse, bzw. im Rahmen der Verzögerung innerhalb des ihr folgenden Diffusors, berücksichtigen zu können, wurden diese Komponenten in das Berechnungsgitter mit einbezogen. In diesem Zusammenhang konnte auch der Einfluss des am Ende des Diffusor wieder zugeführten Massenstroms der Absaugung über der Gegenkontur auf die Kernströmung innerhalb der Messstrecke untersucht werden. Da die Geometrie symmetrisch zum Mittelschnitt in der x,y -Ebene ist, wurde zur Reduzierung der Gitterpunkte lediglich eine Hälfte untersucht und eine Symmetriebedingung als Randbedingung in transversaler Richtung verwendet.

Da die in [Abschnitt 2.7.1](#) ausgelegten Umschlaggeber wesentlichen Einfluss auf den Ort des laminar-turbulenten Umschlags auf der Plattenoberfläche und somit auf die Grenzschichtablösung haben, wurden diese unter Inkaufnahme eines deutlichen Anstieges der Zahl der zu berechnenden Gitterpunkte mit modelliert.

Bei der Grenzschichtabsaugung am stark gekrümmten Ende der Gegenkontur über die drei Schlitze in spannweitischer Richtung waren zur Berücksichtigung des sich in Folge der einzelnen Absaugvolumenströme einstellenden statischen Drücke alle Schläuche und der Sammler (vgl. [Abbildung 2.14](#)) mit in das Modell einzubeziehen. Genauso wurde die Einblasung des hier abgesaugten Massenstromes am Ende der Messstrecke mit der entsprechenden Zuführung berücksichtigt.

Das daraus resultierende geometrische Modell des Berechnungsgebietes ist in [Abbildung 2.17](#) mit grau gefärbten Wänden dargestellt.

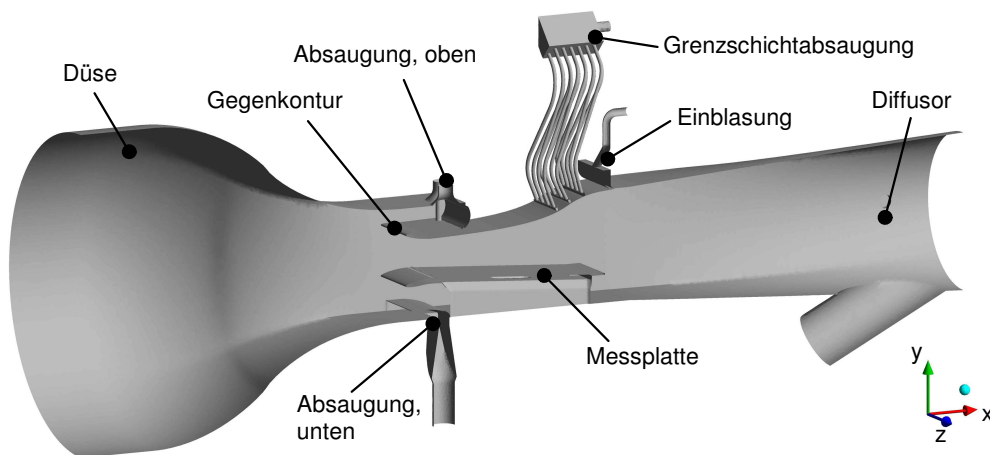


Abbildung 2.17: Visualisierung der Berandung des Rechenggebietes mit Messstrecke, Düse und Diffusor als Grundlage für die Gittergenerierung und die CFD-Rechnungen.

²¹ Abkürzung für ein CAD-Daten-Format: **I**nitial **G**raphics **E**xchange **S**pecification

Die automatische Vernetzung dieser Geometrie mit überwiegend Tetraedern und einigen Prismen und Pyramiden an den Wänden fand im Programmteil CFX-Mesh des Workbench-Paketes statt. Dazu wurden, zur effektiven Nutzung des Arbeitsspeichers, einzelne Blöcke separat vernetzt und anschließend in CFX-Pre mit *domain interface*-Randbedingungen zusammen gefügt.

Nach Wahl der Parameter für die Gittergenerierung, wie z. B. globale Maschenweiten und Gebiete lokaler Verfeinerung, sind speziell für Berechnung von Grenzschichten relevante Steuergrößen der automatischen Gittergenerierung im wandnahen Bereich zu deklarieren. Hier besteht die Möglichkeit, eine *inflated boundary* zu generieren. Dabei wird, zur feineren Auflösung der Wandgrenzschicht, ein aus Prismen und Pyramiden bestehendes Netz erzeugt.

Das so generierte Volumengitter bestand aus insgesamt 5.631.199 Knotenpunkten mit 39,5 % der Berechnungspunkte im Bereich der Messstrecke (ohne Umschlagerzeuger) und 53,0 % im Bereich um die Umschlagerzeuger. Der Rest wurde für die Vernetzung der Grenzschichtabsaugung, der Düse und des Diffusors aufgewendet.

2.9.2.2 Randbedingungen

Neben der bereits erwähnten Symmetrieebene im Mittelschnitt der Messstrecke wurden nachfolgend aufgeführte Randbedingungen im Zuge der Simulation berücksichtigt:

- Alle Wände sind hydraulisch glatt und als Fluid wird Wasser mit einer konstanten Dichte von $\rho = 997 \text{ kg/m}^3$ verwendet.
- Am Eintritt in die Düse strömt das Fluid normal zur Oberfläche mit einer Geschwindigkeit von $0,107 \text{ m/s}$ bei einem Turbulenzgrad von $Tu_x = 1.0 \%$, so dass zu Beginn des ebenen Plattenteils ($x = 0$) in etwa der Betriebspunkt entsprechend der Auslegung mit den Integralverfahren bei $u \approx 1 \text{ m/s}$ erreicht wird.
- An der Austrittsfläche des Diffusors kann sowohl Ein- als auch Ausströmen stattfinden, wobei als mittlerer statischer Referenzdruck $1 \times 10^5 \text{ Pa}$ verwendet wird.
- Die Absaugung des Fluids wird jeweils durch Vorgabe des Massenstromes an der Austrittsfläche vorgegeben. Dieser betrug an der Absaugung über der Gegenkontur $\dot{m} = 10,933 \text{ kg/s}$ ($\dot{V} = 21,932 \text{ l/s}$), unter der Plattenvorderkante zur Kontrolle der Staupunktlage $\dot{m} = 4,554 \text{ kg/s}$ ($\dot{V} = 9,136 \text{ l/s}$) und an der Grenzschichtabsaugung $\dot{m} = 1,450 \text{ kg/s}$ ($\dot{V} = 3,001 \text{ l/s}$).²²
- Eine stationäre Lösung der REYNOLDS-gemittelten NAVIER-STOKES-Gleichungen (RANS) wird unter Verwendung des SST-Turbulenzmodells²³ berechnet. Hierbei handelt es sich um ein modifiziertes $k-\omega$ -Modell, das den Beginn der Ablösung, insbesondere bei Vorhandensein eines Druckgradienten, besser vorhersagt.
- Als Kriterium für die zu erreichende Konvergenz sollen die *rms*-normierten Ergebnisse aus der Simulationen einen Wert von 1×10^{-4} erreichen.
- Der zu verwendende Zeitschritt für die Lösung wird durch Vorgabe des *Physical Timescale* mit $0,015 \text{ s}$ vorgegeben.

²² Die in Klammern angegebenen Volumenströme beziehen sich auf die gesamte Messstrecke und können z. B. für die Auswahl geeigneter Pumpen herangezogen werden.

²³ Abkürzung für **Shear Stress Transport**

2.9.2.3 Anpassung des verwendeten Turbulenzmodells

Im Rahmen der ersten Rechnungen zeigte sich beim Vergleich der Ergebnisse mit Messungen bzw. Beobachtungen eine deutlich zu frühe Grenzschichtablösung auf der Plattenoberfläche. Ursache hierfür ist, dass der Umschlag von einer laminaren zur turbulenten Grenzschicht durch das verwendete Turbulenzmodell ungenau vorhergesagt wurde. Im vorliegenden Fall bedeutet dies, dass bei der numerischen Simulation, vom Staupunkt an der Plattenvorderkante ausgehend, eine zu hohe Turbulenzproduktion berechnet wird. So kann die Grenzschicht längs der Plattenoberfläche in der Rechnung früher ablösen als in der Realität.

Wird der Ort des Grenzschichtumschlags vorab, zum Beispiel experimentell, bestimmt, so kann dieser Problematik auf mehreren Wegen begegnet werden. Zunächst ist denkbar, das Turbulenzmodell in Strömungsrichtung am Umschlagpunkt zu aktivieren und stromauf eine rein laminare Rechnung durchzuführen. Aktuelle, insbesondere auf dem Wirbelzähigkeitsansatz basierende Zweigleichungs-Turbulenzmodelle wie das verwendete SST-Modell (beschrieben in [Anhang A](#)), verfolgen einen alternativen Ansatz. Hier wird der Produktionsterm \mathcal{P} in der Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie, [Gleichung \(A.1\)](#), mit einem Begrenzungswert versehen. Um dies kenntlich zu machen, ist dieser Term in [Gleichung \(A.1\)](#) mit einer Tilde versehen worden,

$$\tilde{\mathcal{P}} = \min(\mathcal{P}, c_{lim} \varepsilon). \quad (2.20)$$

Die lokale Limitierung findet beim SST-Modell somit über die Größe der turbulenten Dissipationsrate ε statt, welche mit einem zusätzlichen Faktor $c_{lim} = 10$ versehen ist (vgl. MENTER [\[137\]](#)). Damit soll die Produktion in der Umgebung von Staupunkten aerodynamischer Anwendungen deutlich reduziert werden. Durch Implementierung einer geeigneten Übergangsfunktion im SST-Modell (vgl. [Anhang A](#)) wird die Strömung im wandnahen Bereich der Grenzschicht nicht beeinflusst. Vorteil dieser Vorgehensweise ist, dass kein Transitionsort vorgegeben werden muss und die Berechnung komplexer Geometrien für den Nutzer deutlich vereinfacht wird.

Trotz Optimierung der Randbedingungen und Modellparameter führte auch dieser Ansatz bei der Simulation der Plattenströmung nicht zum gewünschten Ergebnis, weil der Ablöseort zu früh berechnet wurde. Da sich das Turbulenzmodell in CFX-5 nicht lokal deaktivieren lässt, wurde nach einer weiteren Lösungsmöglichkeit gesucht. Dazu sollte der Produktionsterm \mathcal{P} in der Transportgleichung der turbulenten kinetischen Energie lokal, vor dem (bekannten) Ort der Transition, kompensiert werden.

Da die Größe dieses Terms in CFX-5 nicht direkt zugänglich ist, wurde er nach jedem Zeitschritt aus dem Lösungsfeld separat berechnet und anschließend in einem zusätzlich definierten Quellterm für die [Gleichung \(A.1\)](#) zur Kompensation der lokal produzierten turbulenten kinetischen Energie eingebracht.

Die Produktion turbulenter kinetischer Energie ist nach [Gleichung \(2.21\)](#) definiert.²⁴ Dabei ist u_i die i -Komponente des Geschwindigkeitsvektors \mathbf{u} und u'_i der Schwankungsanteil zum Mittelwert $\langle u_i \rangle$ über ein Ensemble von Realisierungen (vgl. auch [Abbildung 3.11](#)).

$$\mathcal{P} = - \langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \quad (2.21)$$

²⁴ Hier und im weiteren Verlauf ist zu beachten, dass die EINSTEINSche Summations-Konvention gilt.

Die Produktion \mathcal{P} beschreibt die Rate, mit der kinetische Energie von der mittleren Strömung an die fluktuierende Strömung transferiert wird. Unter der Annahme der Gültigkeit der Wirbelzähigkeitshypothese können die REYNOLDS-Spannungen auf die Geschwindigkeitsgradienten und die Wirbelzähigkeit ν_t mittels der Gradienten-Diffusions-Hypothese modelliert werden, d. h., der deviatorische Teil des REYNOLDS-Spannungs-Tensors ist direkt proportional zur mittleren Scherrate $\langle S_{ij} \rangle$,

$$-\rho \langle u'_i u'_j \rangle + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = \rho \nu_t \underbrace{\left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)}_{2 \langle S_{ij} \rangle}. \quad (2.22)$$

Hier ist die turbulente kinetische Energie mit $k = \frac{1}{2} \langle u'_i u'_i \rangle$ bezeichnet und δ_{ij} ist das KRONECKER-Delta.²⁵

Somit erhält man für den Produktionsterm einer inkompressiblen Strömung nach der Wirbelzähigkeitshypothese

$$\mathcal{P} = \left[\nu_t \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}. \quad (2.23)$$

Das Programmpaket CFX-5 bietet mehrere programmtechnische Möglichkeiten, zusätzliche Funktionalitäten hinzuzufügen sowie Änderungen an standardmäßig implementierten Modellen vorzunehmen. So können z. B. in FORTRAN²⁶ programmierte Unterprogramme in Form einer *Shared Library* abgelegt und anschließend über einen *Runtime-Link* mit dem Strömungslöser gekoppelt werden. Dabei wird im Rahmen des CFX-5 MMS (**M**emory **M**anagement **S**ystem) auf die interne Datenstruktur zugegriffen und so sämtliche Parameter sowie Variablen für die Problemlösung zur Verfügung gestellt.

Für die Berechnung der Produktion an turbulenter kinetischer Energie wurde die Variante einer *User CEL Function* gewählt (**CFX Expression Language**). Dabei können dem Unterprogramm zusätzliche Werte übergeben werden, wie hier der Bereich, in welchem die produzierte Turbulenz kompensiert werden soll. Innerhalb der Routine werden im Wesentlichen für jeden Ort im Rechengebiet die erforderlichen Geschwindigkeitsgradienten berechnet, daraus die Produktion nach [Gleichung \(2.23\)](#) bestimmt und das Ergebnis einer zusätzlichen Variable übergeben. Diese wird sodann dazu verwendet, die lokale Stärke der Quelle in der k -Transportgleichung, [Gleichung \(A.1\)](#), einzustellen.

2.9.2.4 Durchführung der Simulation

Die vergleichsweise hohe Anzahl der Knoten im Rechengitter erforderte Computerhardware mit ausreichend Arbeitsspeicher. Dabei stellte insbesondere die Partitionierung des Rechengebietes für die anschließende parallele Simulation ein Problem dar, da diese auf einem Rechner lokal durchzuführen ist. Die Rechnungen wurden auf einem *Red Hat* Linux-Cluster mit 17 Knoten durchgeführt, wobei jeder einzelne mit jeweils 2 AMD Opteron[®] DP 246 2,0 GHz Prozessoren und 4 GB DDR RAM PC400 ausgestattet war. Die Parallelisierung der insgesamt 34 Partitionen wurde mittels PVM²⁷ realisiert.

Mit dieser Architektur dauert die Berechnung eines Iterationsschrittes ca. 2 Minuten.

²⁵ $\delta_{ij} = 1$ wenn $i = j$ und $\delta_{ij} = 0$ für $i \neq j$

²⁶ Mathematisch-wissenschaftliche Programmiersprache, Abkürzung für **F**ormula **T**ranslator

²⁷ Abkürzung für die Parallelisierungssoftware **P**arallel **V**irtual **M**achine

2.9.2.5 Auswertung der Ergebnisse

Da die Möglichkeiten der Datenaufbereitung und -auswertung in CFX-Post begrenzt sind, wurden sämtliche interessierende Größen, insbesondere alle integralen Grenzschichtparameter längs der Plattenoberfläche, mittels eines in PERL programmierten Skriptes berechnet. Über die Kopplung zur CEL in CFX-Post können die Ergebnisdateien geladen und weiter bearbeitet werden. Die anschließende grafische Darstellung der aufbereiteten Daten wurde mit MATHEMATICA[®] durchgeführt.

2.9.3 Darstellung der Ergebnisse mit Bewertung

Mit dem vorgestellten Modell wurden drei Simulationen unter Variation des Turbulenzmodells durchgeführt. Neben dem Standard-SST-Modell fand das modifizierte SST-Modell mit kompensiertem Produktionsterm sowie ein ab der CFX Version 5.7.1 neu implementiertes Transitionsmodell Verwendung (vgl. MENTER *et al.* [138]).

Die Ergebnisse hieraus werden im weiteren Verlauf mit der Auslegung der Messstrecke nach dem Integralverfahren sowie den experimentell gewonnenen Daten verglichen.

2.9.3.1 Entwicklung der Strömung in Hauptströmungsrichtung

2.9.3.1.1 Druckgradient

Wesentliche Fragestellung der numerischen Betrachtungen war, ob mit der neuen Messstrecke der Druckgradient in Hauptströmungsrichtung aus der Auslegung der Gegenkontur mit dem Integralverfahren realisiert werden kann. Dazu wurde die sich in x -Richtung einstellende Druckverteilung in Form des dimensionslosen Druckbeiwertes c_p sowie der Gradient $\frac{dc_p}{dx}$ längs der Plattenoberfläche ausgewertet. Das Ergebnis hieraus ist in **Abbildung 2.18** grafisch dargestellt.

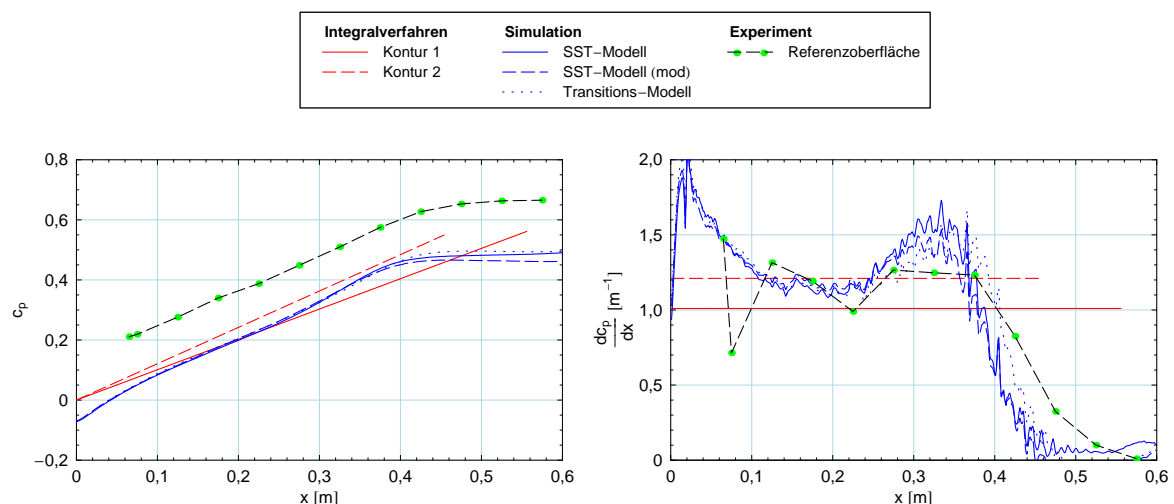


Abbildung 2.18: Verlauf des dimensionslosen Druckbeiwertes c_p und des Gradienten $\frac{dc_p}{dx}$ in Hauptströmungsrichtung x aus Integralverfahren, numerischer Simulation und Experiment.

Das etwas höhere Niveau der experimentell gewonnenen Druckverteilung²⁸ gegenüber den Ergebnissen aus der Simulation bzw. des Integralverfahrens hat seine Ursache in den geringfügig voneinander abweichenden Anströmrandbedingungen mit $U_{\text{ref}} \approx 1 \text{ m/s}$ in der Auslegung und Simulation gegenüber $U_{\text{ref}} \approx 1,2 \text{ m/s}$ im Experiment. Auf eine Korrektur der Werte wurde zur Verdeutlichung dieses Unterschiedes verzichtet. Die Referenzgrößen statischer Druck p_{ref} und Geschwindigkeit U_{ref} zur Berechnung des dimensionslosen Druckbeiwertes nach Gleichung (3.1) sind dabei die lokalen Größen am Ort $x = 0$ (vgl. z. B. Abbildung 2.7).

Die Druckverteilungen zeigen durchweg einen stetigen Anstieg bis zur Annäherung an die Ablösung der Grenzschicht. Bei der Simulation wird deutlich, dass nach dem Wechsel von Beschleunigung der Strömung im Bereich der Einlaufkontur zur Verzögerung der Grenzschicht ab $x = 0$, ca. 0,1 m Lauflänge in x -Richtung notwendig sind, einen näherungsweise konstanten Druckgradienten zu erreichen. Im weiteren Verlauf bis $x \approx 0,25 \text{ m}$ liegt der Druckgradient sehr gut zwischen den beiden Verläufen, die Vorgaben für die Auslegung mit dem Integralverfahren waren. An dieser Stelle ist noch einmal anzumerken, dass Grundlage für die konstruktive Auslegung der Messstrecke und somit für das CAD-Modell als Ausgangsbasis für die Erstellung des Rechengitters eine „mittlere Kontur“, interpoliert zwischen „Kontur 1“ mit $\frac{dp}{dx} = 504 \frac{\text{Pa}}{\text{m}}$ und „Kontur 2“ mit $\frac{dp}{dx} = 604 \frac{\text{Pa}}{\text{m}}$ (vgl. Abbildung 2.2), war.

Im unmittelbar vor der Grenzschichtablösung liegenden Bereich mit Abklingen des Druckgradienten kommt es im Experiment und bei der Simulation zu einem Anstieg des lokalen Gradienten in Folge der Verdrängungswirkung des Ablösegebietes.

Die experimentell gemessene Druckverteilung zeigt bis $x \approx 0,42 \text{ m}$ eine annähernd konstante Entwicklung. Sowohl qualitativ als auch quantitativ liefern die Verteilungen der Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung aller drei Fälle eine für die nachfolgende vergleichende Betrachtung der Ergebnisse gute Übereinstimmung.

2.9.3.1.2 Grenzschichtentwicklung entlang der glatten Platte

Zur Beurteilung der Grenzschichtentwicklung und insbesondere deren Ablöseort wurden vier Größen der drei gewählten Methoden gegenübergestellt. Die grafische Darstellung der Ergebnisse hieraus ist in Abbildung 2.19 zusammengefasst.

Bei der Schubspannungsverteilung des Integralverfahrens wird zunächst der sprunghafte Übergang von der laminaren zur turbulenten Rechnung kurz vor $x \approx 0,09 \text{ m}$ deutlich. Die fehlende Transitionsphase führt hier zu einer deutlich zu großen lokalen Wandschubspannung im Vergleich zu den experimentell gewonnenen Werten. Lediglich der Gradient zur Ablösung hin ist in diesem Bereich vergleichbar.

Die numerische Simulation zeigt für alle drei Turbulenzmodelle einen rapiden Anstieg der Wandreibung ab $x = 0$. Mit Abklingen der durch die Umschlagerezeuger induzierten, wandnahen Turbulenz und Übergang zum vollturbulenten Bereich der Grenzschicht wird der Anstieg geringer und ab $x \approx 0,2 \text{ m}$ beginnt die Wandreibung kleiner zu werden. Dabei ist der Gradient für die Abnahme der Wandschubspannung für alle Fälle vergleichbar, die Beträge der Schubspannung weichen hingegen voneinander ab. Sowohl das Standard-, als auch das modifizierte SST-Modell liefert im Bereich $0,25 \text{ m} \approx x \approx 0,35 \text{ m}$ deutlich zu geringe Werte gegenüber dem

²⁸ In Hinblick auf eine direkte Vergleichbarkeit der Ergebnisse wurde hier nicht, wie in Abschnitt 4.1.1.2 ausgeführt, die Plattenvorderkante als Referenzort bei der Berechnung des dimensionslosen Druckbeiwertes c_p gewählt, sondern die lokalen Werte von Druck und Geschwindigkeit bei $x = 0$ (vgl. z. B. Abbildung 2.7).

Experiment. Die beiden Modelle zeigen über weite Bereiche der Grenzschichtentwicklung ein vergleichbares Verhalten. Ab $x \approx 0,35$ m nehmen sie jedoch einen unterschiedlichen Verlauf bis es beim Standard-SST-Modell bei $x \approx 0,39$ m zur Ablösung kommt. Das modifizierte Modell liefert vor der Ablösung etwas größere Werte und löst erst kurz vor dem Platteneende ab. Mit dem Transitionsmodell konnten insgesamt höhere Schubspannungswerte im Bereich der verzögerten Grenzschicht berechnet und eine bessere Übereinstimmung mit dem Experiment zu Beginn der turbulenten Grenzschichtentwicklung gefunden werden. Der Ablöseort liegt hier bei $x \approx 0,41$ m.

Die integralen Grenzschichtgrößen, insbesondere die Verdrängungsdicke δ_1 , zeigen beim Vergleich von Experiment und Simulation eine gute Übereinstimmung. Trotzdem bei der Auslegung mittels des Integralverfahrens die jeweilige Impulsverlustdicke δ_2 bei $x = 0$, angepasst an die Anströmung längs der Einlaufkontur, als Startwert vorgegeben wurde, ist der stromabwärts gerichtete Einfluss der Umschlagerezeuger so groß, dass deutliche Unterschiede zur Grenzschichtentwicklung nach den Integralverfahren auftreten. Dies ist besonders beim schnellen Anwachsen von δ_1 und δ_2 zu Beginn des ebenen Plattenteils bzw. durch die Schwankungen des Formfaktors H_{12} im Bereich $0 \text{ m} \approx x \approx 0,05$ m mit anschließendem Absinken und Wiederanstieg mit fortschreitender Verzögerung zu erkennen.

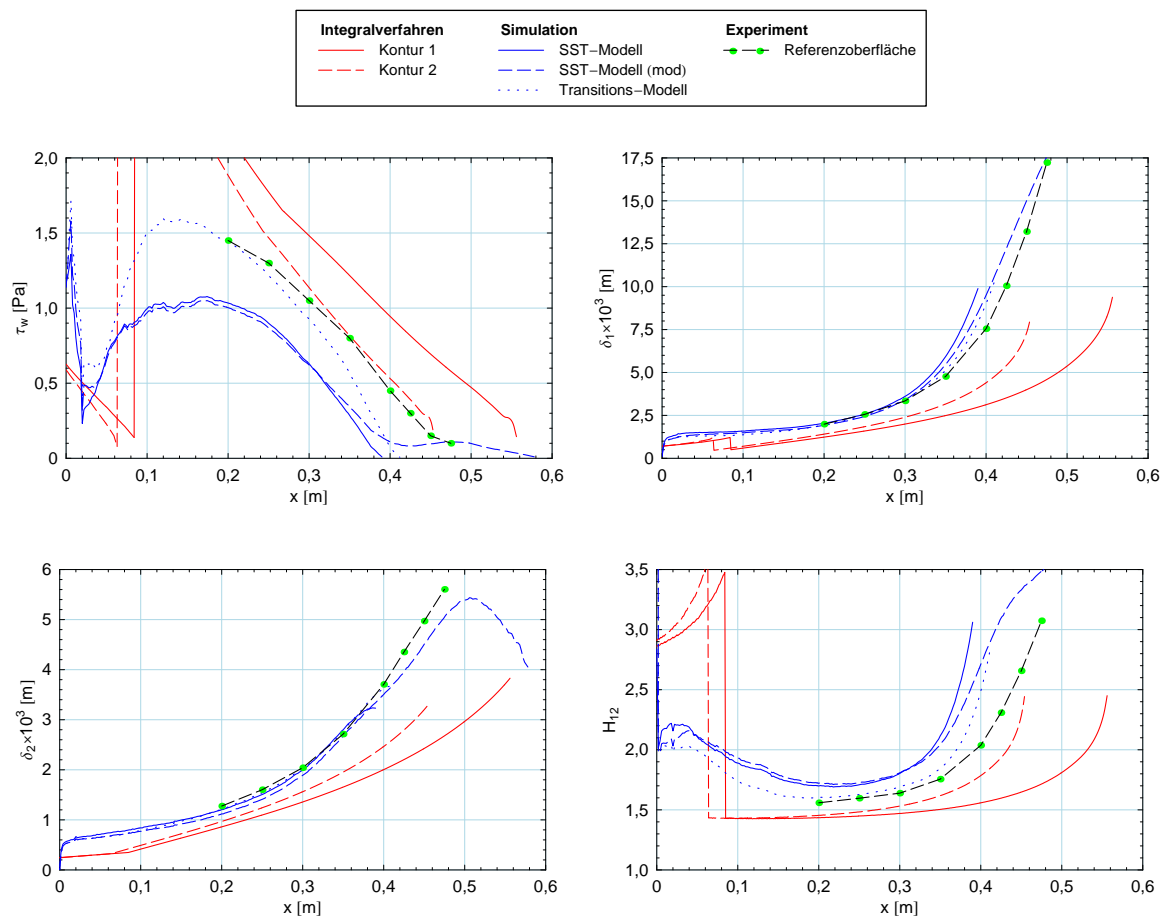


Abbildung 2.19: Verlauf der Wandschubspannung und der integralen Grenzschichtgrößen in Hauptströmungsrichtung aus Integralverfahren, numerischer Simulation und Experiment.

2.9.3.2 Zweidimensionalität der Grenzschichtströmung

Die Überprüfung der Strömung innerhalb der Messstrecke in Bezug auf das Vorhandensein ausgeprägter dreidimensionaler Strukturen bzw. die Zweidimensionalität der Grenzschicht in deren Mittelschnitt, wird nachfolgend sowohl qualitativ, als auch quantitativ durchgeführt. Wie einleitend zu diesem Abschnitt erwähnt, muss bei den großen Absaugmengen (vgl. [Abschnitt 2.8.3](#)) zunächst davon ausgegangen werden, dass diese einen Einfluss auf die Plattenströmung ausüben. Darüber hinaus stellen die geringen inneren Abmessungen der Messstrecke und das ungünstige Höhen-/Seitenverhältnis aufgrund der sich zwangsläufig am Übergang von der Messplatte zur seitlichen Berandung ausbildenden Eckenwirbel ein nicht zu vernachlässigendes Problem dar. Hier stellt sich unmittelbar die Frage, wie stark diese, ausgehend von ihrem Ursprung an der Plattenvorderkante, in die Kernströmung hineinwachsen und möglicherweise die Plattengrenzschicht im messtechnisch interessanten Bereich im Mittelschnitt der Messstrecke beeinflussen.

Für eine derartige Beurteilung stellen die durchgeführten numerischen Simulationen der Strömung in der mit allen Details modellierten Messstrecke ein sehr gutes Mittel dar. Für die grafische Darstellung mit Erläuterung wurden die Ergebnisse aus der Simulation mit dem modifizierten SST-Turbulenzmodell herangezogen.

In [Abbildung 2.20](#) sind die Wirbelstrukturen als Isoflächen der Invariante Q mit Färbung in der Stärke der Wirbelstärke (engl.: *vorticity*) dargestellt. Die zweite Invariante Q von $\nabla \cdot \mathbf{u}$ beschreibt das lokale Gleichgewicht zwischen der Scherrate und dem Betrag des Wirbelstärkevektors (vgl. JEONG & HUSSAIN [112]). Das linke Bild zeigt dabei die vorher erwähnten, ausgeprägten Wirbel in den Ecken der Messstrecke ① sowie das Ablösegebiet in spannweitischer Richtung im hinteren Drittel der ebenen Platte ②. Signifikant, jedoch unwesentlich für den Bereich der Messung in Plattenmitte, sind die Wirbelstrukturen im Nachlauf der Platte ③, an der Absaugung über der Gegenkontur ④ sowie an der Einblasung am oberen Übergang von der Messstrecke zum Diffusor ⑤.

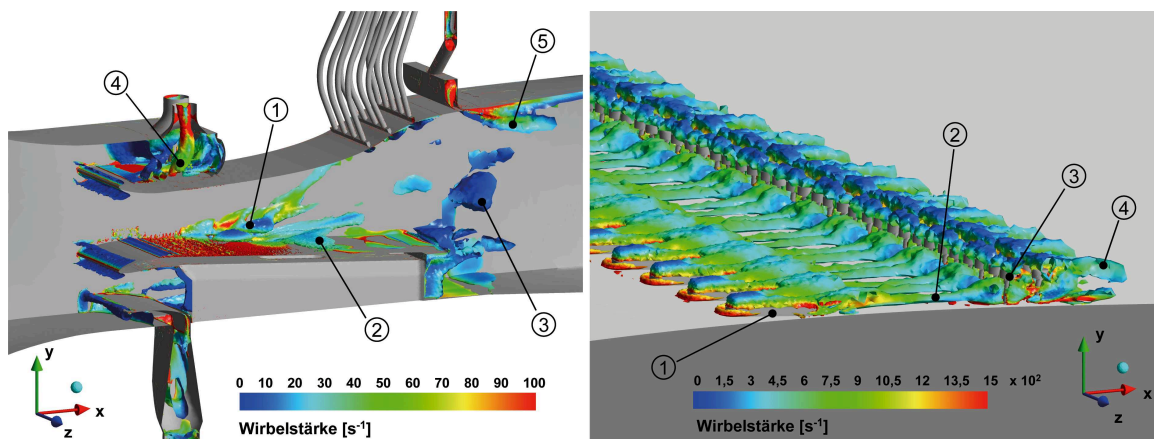


Abbildung 2.20: Visualisierung der mittels numerischer Simulation berechneten Wirbelstrukturen im Bereich der Messstrecke (links) und zwischen den Umschlagzeugern, bestehend aus einer Reihe V-Band und einer Reihe Klettband.

Im rechten Teilbild sind, im Sinne eines besseren Verständnisses der Turbulenzgenerierung durch die Umschlagzeuger, die sich ausbildenden Strukturen in diesem Bereich dargestellt.

Deutlich zu erkennen sind, in Anlehnung an die Ausführungen in [Abschnitt 2.7.1](#), die sich im Nachlauf des V-Bandes ① bildenden, gegenläufigen Längswirbel in paarweiser Anordnung ②. Das Problem ihrer langen Lebensdauer in Hauptströmungsrichtung wurde bereits in [Abschnitt 2.7.3](#) dargestellt. Durch das Auftreffen dieser großen langgestreckten Wirbel auf das nachgelagerte Klettband ③ kommt es zum Aufbrechen der Strukturen in wesentlich kleinere Skalen ④. Diese Konstellation ist für das Anfachen der Transition bzw. zur Erzeugung der turbulenten Grenzschicht an einem definierten Ort wesentlich günstiger.

Da die Darstellung der Wirbelstrukturen in Form dreidimensionaler Isoflächen zwar sehr anschaulich die Strömungssituation innerhalb der Messstrecke verdeutlicht, jedoch nur schwer eine eindeutige Beurteilung der Strömung in Plattenmitte zulässt, wird abschließend die Plattenoberfläche detailliert zweidimensional betrachtet. Ein geeigneter Parameter hierzu ist z. B. die Wandschubspannung τ_w .

In [Abbildung 2.21](#) sind die entsprechenden Bereiche aus [Abbildung 2.20](#) als Farbkonturplots des Wandschubspannungsbetrages dargestellt.²⁹ Die linke Abbildung zeigt dabei deutlich die vergleichsweise hohe Wandreibung nach den beiden Umschlagzeugern, den weiteren Anstieg bis $x \approx 0,18\text{ m}$ und das anschließende Absinken zur Ablösung hin. Die Wirbel an der Ecke zwischen Plattenoberfläche und Seitenwand der Messstrecke wachsen sehr schnell und breiten sich unter einem Winkel von ca. 12° gegenüber der seitlichen Berandung aus, so dass sie am hinteren Ende der Messplatte die Strömung auf etwa $1/3$ der Kanalbreite beeinflussen.

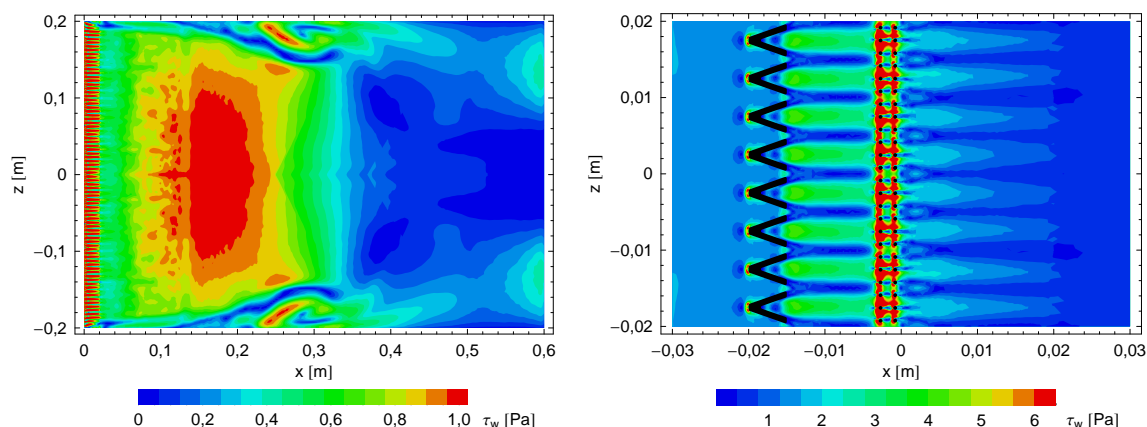


Abbildung 2.21: Mittels numerischer Simulation berechneter Betrag der Wandschubspannung auf der Plattenoberfläche. Bei $z = -0,2\text{ m}$ bzw. $z = 0,2\text{ m}$ befindet sich die seitliche Berandung der Messstrecke. Rechts abgebildet ist eine Detailansicht im Bereich der Umschlagzeuger.

In [Abbildung 2.21](#) rechts dargestellt ist eine Detailansicht im Bereich der Umschlagzeuger. Diese bestehen aus einer Reihe V- und einer Reihe Klettband (vgl. [Abschnitt 2.7.3](#)). Hier wird die relativ hohe Schubspannung von $\tau_w \approx 4\text{ Pa}$, hervorgerufen durch die langgestreckten Wirbelpaare und das sehr schnelle Abklingen nach der zweiten Reihe Umschlagzeuger, deutlich. Bereits nach einer Lauflänge von ca. $x \approx 0,025\text{ m}$ liegt ein ausgeglichenes Wandschubspannungsprofil in spannweiterer Richtung vor.

²⁹ Zur Darstellung der Wandschubspannungsverteilung über den gesamten spannweiten Bereich der Messplatte wurden die Ergebnisse aus der Simulation an der Symmetrieebene bei $z = 0$ gespiegelt.

Vergleichbare Visualisierungen der Ablöseblase hinter einem Klettband als Umschlagerezeuger und der daraus resultierenden Wandschubspannungsverteilung wurden von SILLER [191] erstellt, der fand, dass etwa $x/h = 25$ Lauflänge der Grenzschicht notwendig ist, um den Einfluss des Klettbandes auf das spannweitige Schubspannungsprofil zu verlieren.

Somit ist, nach den Ergebnissen aus der numerischen Simulation der Strömung in der Messstrecke, die zu erwartende Grenzschichtentwicklung längs der Plattenoberfläche für die Durchführung der beabsichtigten Untersuchungen geeignet.

3 Messtechnik und Datenaufbereitung

Zur Durchführung der experimentellen Untersuchung des Grenzschichtverhaltens längs der Plattenoberfläche im Wasserumlaufkanal des ISM kamen im Wesentlichen drei Messverfahren zum Einsatz. Deren Anpassung zur Durchführung der Experimente im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird jeweils nach kurzer Vorstellung spezifischer Grundlagen Inhalt der nachfolgenden Abschnitte sein:

- Die Druckmesstechnik zur Kontrolle des statischen Druckverlaufes in Hauptströmungsrichtung sowie der Lage der Staupunkte an den Vorderkanten von Messplatte und Gegenkontur. Ferner wurde ein PRESTON-Rohr für die Bestimmung der Wandschubspannung entwickelt, erprobt und eine numerische Untersuchung zur Kalibrierung des PRESTON-Rohres für Messungen über einer *riblet*-Oberfläche durchgeführt.
- Die *laser DOPPLER anemometry* (LDA) zur punktuellen Vermessung eines zweidimensionalen Geschwindigkeitsfeldes normal zur Plattenoberfläche. Ausführlich dargestellt ist hier eine geeignete Aufbereitung und Nachbearbeitung von Messergebnissen. Dies beinhaltet die Entwicklung eines räumlichen Verfahrens zur Strahlgangberechnung bei internen Messungen.
- Die *particle image velocimetry* (PIV) zur Bestimmung des Strömungsfeldes im Bereich der in Folge des aufgeprägten Druckgradienten von der Wand ablösenden Grenzschicht. Wesentlicher Bestandteil ist dabei die Entwicklung eines mechanischen Strahlunterbrechers zur Erzeugung der Doppel-Lichtpulse aus einem kontinuierlichen Laserstrahl, inklusive Kamera-Synchronisationselektronik und einer integrierten Einrichtung zur Messung des zeitlichen Pulsabstandes.

3.1 Druckmesstechnik

3.1.1 Grundsätzlicher Aufbau

Die für die Grenzschichtuntersuchungen notwendigen Druckmessungen zur Bestimmung des statischen Druckverlaufes in Hauptströmungsrichtung, die Kontrolle der Staupunktlagen und die Wandschubspannungsmessungen mit dem PRESTON-Rohr beschränkten sich auf Messungen zeitgemittelter Werte.

Dazu wurde eine Messkette konfiguriert, die in [Abbildung 3.1](#) dargestellt ist. Da lediglich ein piezoresistiver Drucktransmitter zur Verfügung stand, kam zum automatisierten seriellen Abtasten der einzelnen Druckmessstellen ein mechanischer Messstellenumschalter (SCANIVALVE 48J7-2144) mit 48 Eingängen und einem Ausgang zum Druckaufnehmer zum Einsatz, dessen Belegung [Anhang B](#) zu entnehmen ist. Um den Transmitter möglichst resistent gegen Schwankungen in der Versorgungsnetzspannung zu machen, und somit ein

möglichst störungsfreies Ausgangssignal zu erhalten, wurde er mit einer separaten, spannungsstabilisierten und entstörten Gleichstromquelle versehen. Dies stellte sich als besonders wichtig für die verhältnismäßig kleinen zu messenden Druckunterschiede, insbesondere in Hinblick auf die Bestimmung der Wandschubspannung mit dem PRESTON-Rohr (vgl. [Abschnitt 3.1.4](#)), heraus. Der Drucktransmitter wurde vor Durchführung der Experimente einer Kalibrierung zur Bestimmung der Kennlinie unterzogen, die in [Anhang B](#) beschrieben ist.

Das vom Druckaufnehmer erzeugte Signal wurde nach Umsetzung am *Connector-Block* (NI CB-68LP) an die *Multifunction DAQ-Karte*¹ PCI-MIO-16XE-10 (PCI-6030E) von NATIONAL INSTRUMENTS (NI) im Datenerfassungsrechner für die Druckmessungen geleitet und dort weiter verarbeitet. Mit einem parallel geschalteten digitalen Multimeter konnte das Druckmesssignal kontrolliert werden.

Die Messkarte erlaubte bei einer maximalen Datenerfassungsrate von 100 kSample/s und einer 16 bit-Auflösung über den gesamten zur Verfügung stehenden Messbereich, in Verbindung mit dem bereits oben erwähnten Drucktransmitter und einem softwareseitig eingestellten Spannungsbereich von 1,5 V, einen minimal messbaren Druckunterschied zwischen zwei aufeinander folgenden Messwerten von 0,34 Pa.

Für die Steuerung sämtlicher Komponenten der Druckmesstechnik sowie zur Messwerterfassung und deren anschließender Aufbereitung kam ein für die Belange am Wasserumlaufkanal angepasstes LABVIEW[®]-Programm (NI) zum Einsatz. Der hierfür verwendete Computer war ein handelsüblicher PC mit Intel Pentium[®]-II Prozessor (400 MHz) und 512 MB RAM Arbeitsspeicher.

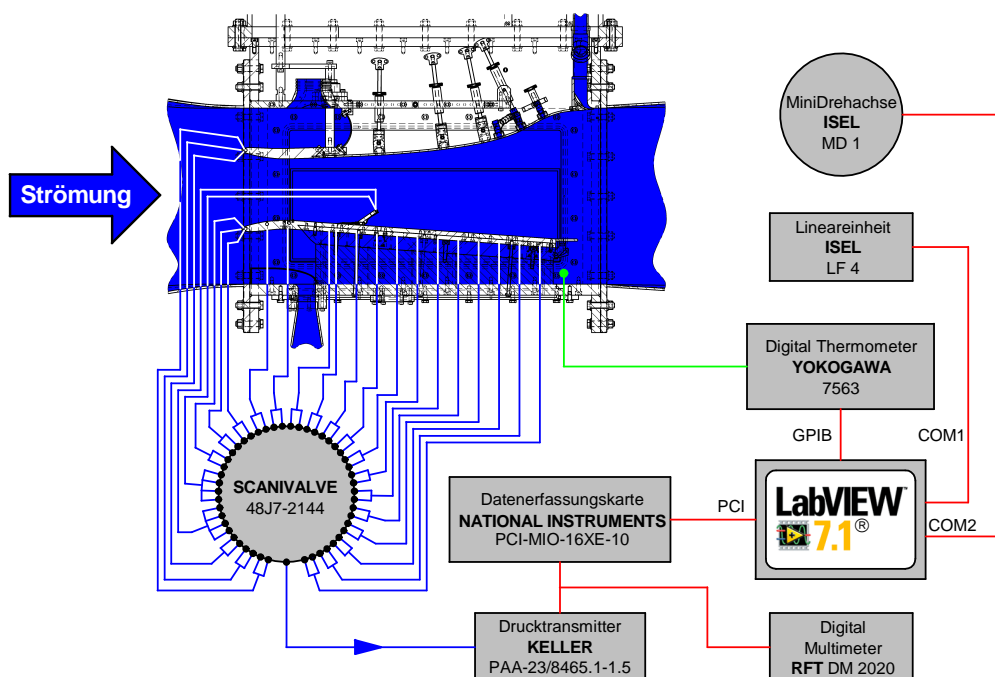


Abbildung 3.1: Prinzipskizze der messtechnischen Konfiguration für sämtliche Druckmessungen am Wasserumlaufkanal des ISM.

¹ Firmenbezeichnung von NATIONAL INSTRUMENTS für *data acquisition* (Datenerfassung).

3.1.1.1 Messung der Wassertemperatur

Um im Rahmen der Messdatenaufbereitung die zum Zeitpunkt der Messung einer Geschwindigkeitsverteilung temperaturabhängigen Stoffgrößen Dichte und Zähigkeit des verwendeten Fluids entsprechend berücksichtigen zu können, wurde in regelmäßigen Abständen die Wassertemperatur gemessen und eine Mittelwertbildung über den Messzeitraum eines Profils durchgeführt.

Dazu wurde ein Thermoelement (*K-Type*, NiCrNi) unter der Messplatte installiert und an ein digitales Thermometer YOKOGAWA Model 7563 mit interner Temperaturkompensation (Genauigkeit $\pm 0,2^\circ\text{C}$) angeschlossen. Die Kommunikation mit dem Messrechner fand über ein NATIONAL INSTRUMENTS AT-GPIB/TNT² Interface statt.

Mit der jeweiligen Temperatur konnten alle notwendigen Stoffgrößen aus den z. B. in BAEHR & STEPHAN [7] tabellierten Werten interpoliert werden.

3.1.1.2 Praktische Aspekte bei Druckmessungen in einer Wasserströmung

Bei sämtlichen durchgeführten Druckmessungen in der Wasserströmung sind im Wesentlichen zwei Aspekte für qualitativ hochwertige Messungen von Bedeutung:

Erstens ist es das Absinken des statischen Druckes über einen längeren Messzeitraum, z. B. bei den Schubspannungsmessungen mit dem PRESTON-Rohr (vgl. [Abschnitt 3.1.4](#)), aufgrund von Leckagen im System, die insbesondere an der flexiblen Gegenkontur und deren Abdichtung zu den Seitenwänden auftraten. Dies wurde kompensiert, indem permanent eine geringe Menge Frischwasser der Anlage zugeführt wurde. An einer freien Oberfläche über dem Umlaufkanal konnte überschüssiges Wasser in die Kanalisation ablaufen.

Zweitens sind es Verunreinigungen sowie Gasbläschen in den Druckmessleitungen. Beidem konnte begegnet werden, indem jeweils vor Aufnahme einer Messreihe sämtliche Leitungen der Anlage mit desinfiziertem Wasser aus einem separaten Reservoir schwerkraftgetrieben gespült wurden.

3.1.2 Messung der statischen Druckverteilung

Für die Messung der statischen Druckverteilung in Hauptströmungsrichtung, bzw. Einstellung des konstanten Druckgradienten durch Anpassung der Gegenkontur, wurden 12 statische Druckbohrungen auf der Plattenoberfläche zwischen $x = 0,065\text{ m}$ (M_6) und $x = 0,575\text{ m}$ (M_{17}) mit $\varnothing 1\text{ mm}$ angebracht. Dies stellte insbesondere im Bereich der Glasplatte ein fertigungstechnisch nicht unerhebliches Problem dar. Zwei weitere Bohrungen waren bei $x = -0,01\text{ m}$ und $x = -0,062\text{ m}$ (M_4 und M_5) im Bereich der beschleunigten Grenzschicht vor den Umschlagzeugern lokalisiert (zur Nummerierung der Druckmessstellen siehe [Tabelle B.1](#) in [Anhang B](#)).

In [Abbildung 3.2](#) ist der dimensionslose Druckbeiwert β für die Grenzschichtuntersuchungen relevanten Plattenbereich zwischen $x = 0$ (Beginn des ebenen Teils nach den Umschlagzeugern) und $x = 0,6\text{ m}$ (Plattenende, ohne Hinterkantenklappe) aufgetragen. Für eine Beurteilung des zeitlichen Verhaltens des eingestellten Betriebspunktes und der daraus resultierenden Wiederholbarkeit der Druckverteilungsmessungen, wurden insgesamt fünf Druckverläufe über einen Zeitraum von fünf Tagen aufgenommen und grafisch dargestellt.

² Der GPIB (General Purpose Interface Bus) von NI basiert auf der IEEE-488 Schnittstellenspezifikation.

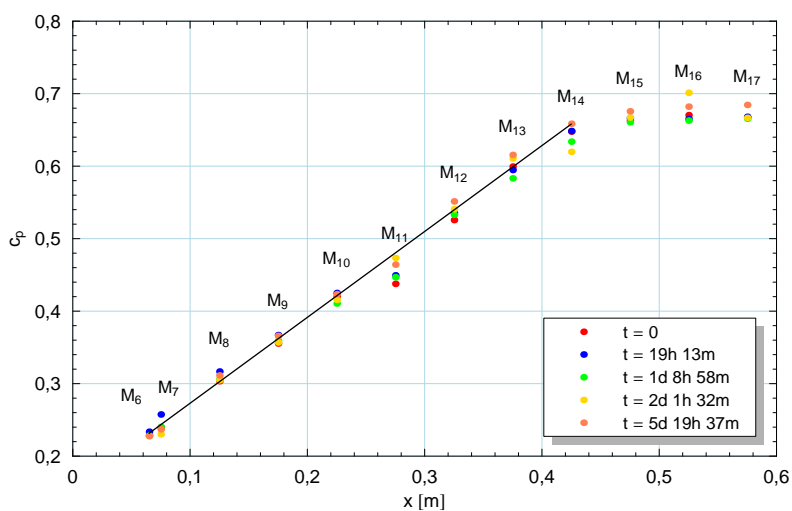


Abbildung 3.2: Verteilung des Druckbeiwertes c_p längs der Plattenoberfläche an den Messstellen M_6 bis M_{17} während einer Messperiode von über fünf Tagen. Bei der Geraden handelt es sich um eine lineare Approximation der Mittelwerte zwischen M_6 bis M_{12} , extrapoliert bis zur Messstelle M_{14} . Zur Nummerierung der Druckmessstellen siehe auch [Tabelle B.1](#).

Die Berechnung des Druckbeiwertes c_p erfolgte mit [Gleichung \(3.1\)](#), wobei p der gemessene mittlere statische Druck an der jeweiligen Messstelle ist und die Referenzgrößen p_{ref} bzw. U_{ref} der statische Druck bzw. die Anströmgeschwindigkeit bei $x = 0$ sind. Die Bestimmung der Referenzgrößen ist in [Abschnitt 4.1.1.2](#) beschrieben.

$$c_p = \frac{(p - p_{\text{ref}})}{\frac{\rho}{2} U_{\text{ref}}^2} \quad (3.1)$$

Die einzelnen, farblich unterschiedlich dargestellten Verteilungen zeigen jeweils eine gute Linearität und somit einen annähernd konstanten Druckgradienten. Erst unmittelbar vor der Ablösung ab $x \approx 0,4\text{m}$ wird der Gradient kleiner und es findet ein Übergang in einen für einen Ablösebereich typischen, nahezu konstanten Verlauf von $c_p = f(x)$ statt.

Obwohl die Druckverläufe nicht identisch sind, ist ihre Reproduzierbarkeit angesichts des langen Beobachtungszeitraumes zufriedenstellend. Erst mit Annäherung an die Ablösung nach der Messstelle M_{13} nehmen die Abweichungen deutlich zu und setzen sich in den Ablösebereich hinein fort. Bei den Abweichungen vom Mittelwert handelt es sich um geringfügige Variationen in der Anströmgeschwindigkeit, die sich in den für die Berechnung des Druckbeiwertes verwendeten Referenzgrößen niederschlägt.

Die in allen Druckverläufen an der Messstelle M_{11} zu kleinen Werte haben ihre Ursache in einer Verfälschung der Messungen aufgrund einer ausgeprägten Gratbildung an der Druckanbohrung, was zu einer Erhöhung des Druckverlustes führt.

3.1.3 Kontrolle der Anströmgeschwindigkeit und Staupunktlagen

Voruntersuchungen hinsichtlich der Gestaltung der Plattenvorderkante und der Anströmbedingungen zeigten, dass eine elliptische Form in Verbindung mit einer Anströmung möglichst in Richtung der Ellipsenhauptachse eine ablösefreie laminare Strömung vor den

Umschlagzeugern begünstigt. Gleiches gilt für die Gegenkontur zur Realisierung des Druckgradienten an der Oberseite der Messstrecke.

Um die Staupunktlagen zu kontrollieren, wurden an den Vorderkanten von Gegenkontur bzw. Messplatte jeweils drei Bohrungen (M_1 bis M_3 bzw. G_1 bis G_3) mit $\varnothing 0,8$ mm angebracht und der lokale Druck gemessen. In **Abbildung 3.3** ist die Lage dieser Messstellen an der Platte dargestellt. Über die an den Bohrungen M_1 und M_3 auftretende Druckdifferenz konnte auf die Fehlanströmung geschlossen und in Abhängigkeit davon die Absaugmenge unter der Platte bzw. über der Gegenkontur reguliert werden.

Mit den in 0,1 Hz-Schritten einzustellenden Frequenzumrichtern der beiden Pumpen und der hohen Empfindlichkeit des KELLER-Drucktransmitters konnte der jeweilige Betriebspunkt bis auf eine maximale Druckdifferenz von $\Delta p_{M_1-M_3} \approx \pm 10$ Pa eingestellt werden.

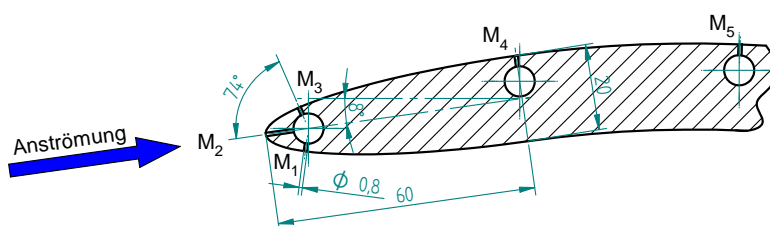


Abbildung 3.3: Gestaltung der elliptischen Plattenvorderkante mit Druckmessstellen M_1 bis M_3 zur Kontrolle der Anströmgeschwindigkeit und Staupunktlage.

Zur Überprüfung der Anström-Stationarität wurde über einen Zeitraum von einer Stunde der Druckverlauf an den Messstellen M_1 bis M_3 bestimmt und damit eine FFT durchgeführt. Alle Druckverläufe und die berechneten Spektren zeigten dabei keine signifikanten Ausprägungen. Die Standardabweichungen lagen für die Mittelwerte des Druckes zwischen 49,4 Pa und 52,0 Pa.

3.1.4 Bestimmung der Wandschubspannung mit dem PRESTON-Rohr

Die experimentelle Bestimmung der Wandschubspannung τ_w in einer Grenzschicht stellt eine vergleichsweise anspruchsvolle Aufgabe dar. Aufgrund des linearen Zusammenhangs zwischen Schubspannung und Scherrate für ein NEWTONSches Fluid könnte sie, entsprechend deren Definition, aus dem Gradienten der mittleren Geschwindigkeit an der Wand bei $y = 0$ bestimmt werden,

$$\tau_w = \eta \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)_{y=0} . \quad (3.2)$$

Wird bei Anwendung von **Gleichung (3.2)** eine aus Messungen gewonnene Geschwindigkeitsverteilung zu Grunde gelegt, muss diese in hinreichender Genauigkeit für den Bereich $y^+ \approx 5$ ($y/\delta \approx 1\%$, vgl. **Abbildung 1.1**) vorliegen, so dass eine Approximation und die anschließende Differentiation im linearen Teil des Profils erfolgen kann. Messungen hoher Güte mit einem LDA in diesem Bereich stellen aufgrund des endlichen Messvolumens, vgl. Ausführungen in **Abschnitt 3.2.8** für den vorliegenden Aufbau, ein nicht unerhebliches Problem dar.

Ist die Wandschubspannung trotzdem aus der mittleren Geschwindigkeitsverteilung zu ermitteln ist es vorteilhaft, nicht nur Messwerte innerhalb deren linearen Bereichs, sondern

zusätzlich Daten mit geringerem Messfehler weiter entfernt von der Wand zu verwenden. Damit notwendig werdende Approximationen der Verteilungen durch Polynome höheren Grades werden z. B. von DURST *et al.* [69] oder GIBBINGS [92] vorgeschlagen.

Weit verbreitet sind die CLAUSER *chart* Methode [44] und die Bestimmung des Reibungsbeiwertes aus dem Impulsintegral nach VON KÁRMÁN [227]. Diese Verfahren versagen jedoch bei Messungen in einer turbulenten Grenzschicht bei Vorhandensein eines Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung. Wesentliche Grundlage für die Anwendung der Methode nach CLAUSER ist ein ausgeprägter logarithmischer Bereich im mittleren Geschwindigkeitsprofil mit Gültigkeit des Überlappungsgesetzes, der jedoch bei einer verzögerten Grenzschicht mit steigender Lauflänge x kleiner wird (vgl. Abschnitt 4.2.2). Bei Ableitung des VON KÁRMÁNSchen Impulsintegrals aus der REYNOLDSSchen Transportgleichung wurden die Gradienten der REYNOLDSSchen Normalspannung(sdifferenz) $\frac{\partial}{\partial x} (\langle u'^2 \rangle - \langle v'^2 \rangle)$ und die REYNOLDSSche Tangentialspannung $\frac{\partial}{\partial y} \langle u'v' \rangle$ vernachlässigt. Diese Terme sind im Ablösebereich messtechnisch schwer bestimmbar, können jedoch in dieser Region einen Beitrag von bis zu 30% bei Bilanz der Transportgleichung leisten (vgl. SIMPSON *et al.* [192], DENGEL & FERNHOLZ [56], ALVING & FERNHOLZ [6] oder ELSBERRY *et al.* [73]). Werden diese Terme im Impulsintegral berücksichtigt, ergibt sich bei der Berechnung der Wandschubspannung zusätzlich die mathematisch ungünstige Notwendigkeit der Differenzbildung zwischen zwei Termen vergleichbarer Größe (vgl. BRADSHAW & GREGORY [21]).

Die verschiedenen Verfahren zur *direkten* Messung der Wandschubspannung, z. B. mittels einer Schubspannungswaage, bzw. *indirekten* Messung sind von HANRATTY & CAMPBELL [97], HARITONIDIS [99] oder FERNHOLZ *et al.* [76] zusammengestellt und vergleichend bewertet worden. Dabei wird deutlich, dass mit verhältnismäßig aufwändigen Messtechniken nicht zwangsläufig eine deutlich höhere Genauigkeit, verglichen mit einfachen Aufbauten, erreicht werden kann.

Eines dieser einfachen Messmittel zur indirekten Wandschubspannungsmessung ist das sogenannte PRESTON-Rohr, mit dem zunächst der Gesamtdruck p_{ges} , integriert über den jeweiligen Rohrdurchmesser, an der Wand gemessen wird. Von J. H. PRESTON wurde vorgeschlagen, die Druckdifferenz $\Delta p = p_{\text{ges}} - p_{\text{stat}}$ zum lokalen statischen Druck p_{stat} in einen funktionalen Zusammenhang zur Wandschubspannung zu setzen,

$$\tau^+ = f(\Delta p^+) \quad \text{mit} \quad \tau^+ = \frac{\tau_w d_P^2}{\rho \nu^2} \quad \text{und} \quad \Delta p^+ = \frac{\Delta p d_P^2}{\rho \nu^2}. \quad (3.3)$$

Die entsprechenden Kalibrierkurven für unterschiedliche Rohrdurchmesser d_P einer voll entwickelten turbulenten Strömung wurden zunächst von PRESTON [170], RECHENBERG [173], PATEL [161], HEAD & RECHENBERG [102] und HEAD & RAM [101] erstellt und später überprüft, erweitert und optimiert ([116], [12], [206], [246]).

3.1.4.1 Dimensionierung und konstruktive Ausführung

Bei der konstruktiven Auslegung und Dimensionierung des PRESTON-Rohres sind, neben der Minimierung der äußeren Abmessungen zur Reduzierung der zwangsläufig entstehenden Störungen der zu vermessenden Strömung, zwei Parameter für die Qualität des Messergebnisses maßgebend. Diese sind der Rohraußendurchmesser $d_{P,o}$ und das Verhältnis zwischen Innen- zu Außendurchmesser $\frac{d_{P,i}}{d_{P,o}}$ (vgl. HEAD & RECHENBERG [102]).

oder RECHENBERG [173]). Dabei sollte, aufgrund des Gültigkeitsbereiches der verschiedenen Kalibrierkurven, der äußere Rohrdurchmesser nicht über das obere Ende des Gültigkeitsbereiches des logarithmischen Überlappungsgesetzes hinaus ragen und für das Durchmesser Verhältnis $\frac{d_{P,i}}{d_{P,o}} \geq 0,6$ gelten.

Bei verzögerten Grenzschichten liegt das obere Ende des logarithmischen Grenzschichtbereiches mit größer werdender Koordinate x in Hauptströmungsrichtung zunehmend näher an der Wand, weshalb in dieser Strömungskonfiguration eher kleine, das untere Ende der Kalibrierkurve ausnutzende Rohrdurchmesser vorteilhaft sind. Dabei gilt es jedoch anzumerken, dass eine geringere Druckdifferenz Δp am PRESTON-Rohr³ in Folge eines kleineren Rohraußendurchmessers längere Einstell- und Messzeiten bedingt.

Will man einen für die vorliegende Strömungskonfiguration minimal notwendigen Rohrdurchmesser im Rahmen der Auslegung des PRESTON-Rohres ermitteln, bietet sich an, die sowohl für den wandnahen, als auch wandfernen Bereich gültige Kalibrierkurve von BECHERT [12] zu verwenden,

$$\tau^+ = \left[28,44\Delta p^{+2} + (6,61 \times 10^{-6})\Delta p^{+3,5} \right]^{0,25}. \quad (3.4)$$

Für die Grenzschichtentwicklung längs der ebenen Platte am Wasserumlaufkanal lässt sich so ein minimaler Rohrdurchmesser von $d_{P,min} = 0,49$ mm ermitteln. Demzufolge sowie entsprechend der Staffelung verfügbarer Rohre, wurde ein äußerer Durchmesser von $d_P = d_{P,o} = 0,6$ mm in Verbindung mit einer Wandstärke von 0,11 mm gewählt. Daraus resultiert ein, das oben genannte Kriterium erfüllendes Verhältnis zwischen Innen- zu Außendurchmesser von $\frac{d_{P,i}}{d_{P,o}} = 0,63$. In Wandeinheiten skaliert beträgt der äußere Durchmesser hier maximal $d_P^+ \approx 27$ ($x = 0,2$ m).

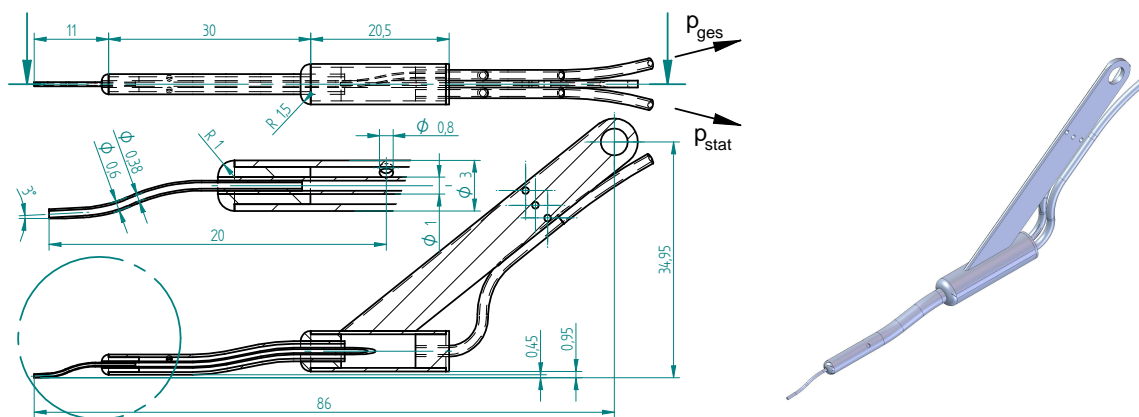


Abbildung 3.4: Konstruktive Ausführung des PRESTON-Rohres für die Messung der Wandschubspannung in einer verzögerten Plattengrenzschicht mit Wasser als Fluid.

Die konstruktive Ausführung des auf dieser Auslegung basierenden PRESTON-Rohres ist in **Abbildung 3.4** dargestellt. Dieses aus Edelstahl gefertigte Messgerät erlaubt die simultane Erfassung des lokalen statischen Druckes p_{stat} und Gesamtdruckes p_{ges} in der Grenzschicht. Da jedoch der statische Druck 20 mm stromab des Gesamtdruckes gemessen wird, muss

³ Mit der hier gewählten Konfiguration des PRESTON-Rohres lag die größte zu messende Druckdifferenz zu Beginn der turbulenten Grenzschichtentwicklung bei $\Delta p \approx 120$ Pa.

aufgrund der verzögerten Strömung im Rahmen der Datenauswertung entweder eine Interpolation der Messwerte auf den Ort der PRESTON-Rohrspitze durchgeführt werden oder nach Traversierung des PRESTON-Rohres in 20 mm-Schritten der gemessene mittlere statische Druck jeweils dem zugehörigen Gesamtdruck für einen Ort x in Hauptströmungsrichtung zugeordnet werden.⁴

Das um 3° gegenüber der Horizontalen geneigte Rohrende in Verbindung mit einer Torsionsfeder an der oberen Aufnahme des PRESTON-Rohres (in der Abbildung nicht dargestellt), gewährleistet das permanente Aufliegen der Rohrspitze bei Traversierung an der Plattenoberfläche.

3.1.4.2 Kalibrierung

Bei sorgfältiger fertigungstechnischer Ausführung des PRESTON-Rohres (gratfreie Gestaltung der Rohrspitze) bedarf dies keiner gesonderten Kalibrierung, vielmehr ist lediglich eine der oben genannten Kalibrierkurven zur Ermittlung der Wandschubspannung auszuwählen und zu verwenden.

Im Gegensatz zur umständlich zu handhabenden Kalibrierkurve von PATEL [161], die eine Fallunterscheidung nach der Größe der dimensionslosen Druckdifferenz Δp^+ erfordert, haben HEAD & RAM [101] eine *universelle* Kalibrierung für den funktionalen Zusammenhang zwischen Druckdifferenz und Wandschubspannung entwickelt, die sich über den gesamten Gültigkeitsbereich von Δp^+ erstreckt. Insofern wurden diese Daten im Rahmen der vorliegenden Untersuchung für die Messungen über der glatten Oberfläche verwendet.

3.1.4.3 Korrektur der Fehlanzeige im positiven Druckgradienten

PATEL [161] hatte in seiner Arbeit bereits den Einfluss des Druckgradienten auf die Genauigkeit der Messungen mit einem PRESTON-Rohr untersucht. Dazu führte er den dimensionslosen Druckgradienten-Parameter Δ_P , Gleichung (3.5), ein und stellte fest, dass für den Bereich $-0,007 \leq \Delta_P \leq 0,015$ eine Messgenauigkeit von $\pm 6\%$ erzielt werden kann.

$$\Delta_P = \frac{\nu}{\rho u_\tau^3} \frac{dp}{dx} \quad (3.5)$$

Die bei den durchgeführten Experimenten auftretenden Werte des dimensionslosen Druckgradienten variieren zwischen $\Delta_P \approx 0,01$ bei $x = 0,15$ m und $\Delta_P \approx 0,14$ bei $x = 0,4$ m unmittelbar vor Ablösen der turbulenten Grenzschicht mit $\tau_w \rightarrow 0$ (siehe linkes Diagramm in Abbildung 4.8). Insofern wird die Wandschubspannung mit den konventionellen Kalibrierkurven nach PATEL [161] oder HEAD & RAM [101] überschätzt (vgl. auch Ergebnisse von FERNHOLZ *et al.* [76] durch Vergleich unterschiedlicher Methoden zur Wandschubspannungsmessung).

Um diesen Fehler zu bestimmen und so Messungen mit einem PRESTON-Rohr in Strömungen mit Druckgradienten korrigieren zu können, wurden diverse Untersuchungen durchgeführt. Von FREI [82] (vgl. auch FREI & THOMANN [83]) wurde z. B. eine Schubspannungswaage entwickelt und damit direkte Messungen der an einem Oberflächenelement angreifenden Kräfte

⁴ Der mit dem PRESTON-Rohr gemessene lokale statische Druck wurde mit den Messwerten der Druckanbohrungen an der Plattenoberfläche verglichen (vgl. Abschnitt 3.1.2). Dabei traten Differenzen von maximal $\pm 1,2$ Pa auf.

durchgeführt, wobei insbesondere stark druckgradientenbehaftete turbulente Strömungen bis $\Delta_P \approx 0.2$ untersucht wurden. Im Rahmen einer Parameterstudie unterschiedlicher Durchmesser von PRESTON-Rohren und Variation des Druckgradienten ermittelte er die Fehlanzeige des PRESTON-Rohres $\Delta\tau_w$ als bezogene Differenz zwischen dem wahren Schubspannungswert τ_w und dem mit dem PRESTON-Rohr gemessenen Wert $\tau_{w,P}$. Mit dem PRESTON-Rohrdurchmesser d_P als maßgeblichen Parameter konnte er einen Zusammenhang finden, mit dem sich der jeweilige Messwert korrigieren lässt,

$$\tau_w = \frac{\tau_{w,P}}{\Delta\tau_w + 1} \quad \text{mit} \quad \Delta\tau_w = C_1\Delta_P + \frac{C_2}{C_3\Delta_P + 1} - C_2. \quad (3.6)$$

Für das in der vorliegenden Untersuchung verwendete PRESTON-Rohr mit einem Durchmesser von $d_P = 0,6 \text{ mm}$ nehmen hier nach den Ergebnissen von FREI [82] die einzelnen Koeffizienten die Werte $C_1 = 250$, $C_2 = 49,4$ und $C_3 = 4,9$ an.

Die Anwendung dieses Korrekturverfahrens ist exemplarisch für eine Messreihe am Wasserumlaufkanal in **Abbildung 3.5** dargestellt. Dabei wurden alle Messwerte mit einem Fehlerbalken in der von PATEL [161] angegebenen Größe von $\pm 6\%$ versehen, die im von ihm genannten Bereich des Druckgradienten-Parameters $\Delta_P \leq 0,015$ liegen. Mit größer werdender x -Koordinate und Annäherung an die Ablösung der Grenzschicht ist von einem Anstieg des Messfehlers auszugehen.

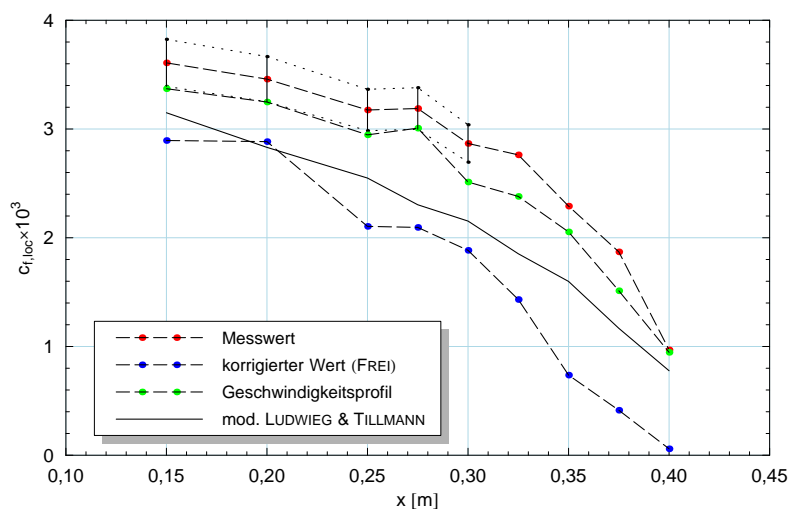


Abbildung 3.5: Exemplarische Anwendung des Korrekturverfahrens für die Fehlanzeige des PRESTON-Rohres bei positiven Druckgradienten nach FREI [82] auf eine Messung der Wandschubspannung mit Vergleich zu einem empirischen gefundenen Zusammenhang von LUDWIG & TILLMANN [127] (modifiziert durch FERNHOLZ [77]). Mit eingetragen ist die aus der Steigung des zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofils gewonnene Wandschubspannung.

Die Auftragung der Messwerte in **Abbildung 3.5** erfolgte in dimensionsloser Form der Wandschubspannung τ_w mittels des lokalen Wandreibungskoeffizienten $c_{f,loc}$ nach **Gleichung (3.7)**, der mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit am Grenzschichttrand u_δ und der Dichte ρ des Fluids berechnet wird.

$$c_{f,loc} = \frac{\tau_w}{\frac{\rho}{2} u_\delta^2} \quad (3.7)$$

Zu Vergleichszwecken wurde in [Abbildung 3.5](#) ferner die aus der Steigung des zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofils berechnete Wandschubspannung nach [Gleichung \(3.2\)](#) und eine von FERNHOLZ [77] modifizierte Variante, [Gleichung \(3.8\)](#), der von LUDWIEG & TILLMANN [127] abgeleiteten und experimentell bestätigten Gleichung zur Bestimmung der Wandschubspannung aus der Grenzschichtentwicklung eingetragen.

$$c_{f,loc} = 0,0580 \left(\log \frac{8,05}{H_{12}^{1,818}} \right)^{-1,705} \text{Re}_{\delta_2}^{-0,268} \quad (3.8)$$

Die Modifikation von FERNHOLZ [77] erlaubt bei schwachen positiven Druckgradienten in der Strömung, im Gegensatz zu ihrer ursprünglichen Form, die Bestimmung der Wandschubspannung bis zur Ablösung.

Die Messwerte der Wandschubspannung mit dem PRESTON-Rohr liegen gegenüber den Vergleichsverläufen am höchsten. Die aus dem mittleren Geschwindigkeitsprofil berechneten Werte liegen zu Beginn des Messbereichs für $0,15 \text{ m} \lesssim x \lesssim 0,275 \text{ m}$ etwa im Bereich des Messfehlers nach PATEL [161] unterhalb der Messwerte und weichen ab $x \approx 0,3 \text{ m}$ stärker ab. Dies hat seine Ursache im anwachsenden Messfehler der LDA-Messungen an der Wand mit Annäherung an die Ablösung und der damit verbundenen abnehmenden Eignung dieses Verfahrens für die Bestimmung der Wandschubspannung mit steigender Lauflänge x . Genauso nimmt der Fehler der Messungen mit dem PRESTON-Rohr zu.

Die Korrektur der Messwerte nach FREI [82] führt zu einer deutlichen Reduzierung des gesamten Schubspannungsniveaus um $\frac{\Delta\tau_w}{\tau_{w,P}} \approx 19\%$ bei $x = 0,15 \text{ m}$ bis zu $\frac{\Delta\tau_w}{\tau_{w,P}} \approx 94\%$ bei $x = 0,4 \text{ m}$. Dabei ändert sich in unphysikalischer Weise die Höhe der Korrektur über den gesamten betrachteten Bereich der Grenzschicht kaum, was mit Annäherung an die Ablösung mit $c_{f,loc} \rightarrow 0$ zu einer Verfälschung der Aussage in Form einer im Experiment nicht beobachteten Ablösung der Grenzschicht bei $x \approx 0,4 \text{ m}$ führt.

An der Anlage von FREI [82] wurden später noch von HIRT & THOMANN [104] bzw. GASSELER *et al.* [87] weitere Messungen bei positiven Druckgradienten bis zur Ablösung der Grenzschicht durchgeführt. Bei einem direkten Vergleich von drei Messmethoden (PRESTON-Rohr, Grenzschichtzaun und Wandpulsdraht) gegenüber den mit der Schubspannungswaage gemessenen Werten konnten die beiden letztgenannten eine zufriedenstellende Übereinstimmung und keine derart großen Abweichungen des PRESTON-Rohres finden, dass die Anwendung des Korrekturverfahrens von FREI eine Verbesserung herbeigeführt hätte.

Deshalb und aus den oben erläuterten Beobachtungen im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen werden die hier gemessenen Werte der Wandschubspannung mit dem PRESTON-Rohr ohne weitere Korrektur verwendet. Insbesondere beim angestrebten Vergleich der Grenzschichtentwicklung an der *riblet*-Oberfläche mit der an einer glatten Oberfläche sollte dies aussagekräftigere Ergebnisse liefern als bei Anwendung des Korrekturverfahrens, da die dabei festgestellte Reduzierung der Messwerte größer ist als die zu erwartenden Effekte (vgl. [Abschnitt 1.2.1.4](#) und [Abschnitt 2.3.1](#)).

3.1.4.4 Kalibrierung für Messungen über der gerillten Oberfläche

3.1.4.4.1 Situation

Alle bisherigen Ausführungen treffen ausschließlich für glatte Oberflächen zu. Der Einfluss einer möglichen Wandrauigkeit blieb unberücksichtigt. Insofern kann die Wandschubspan-

nung der *riblet*-Oberfläche mit den oben vorgestellten Kalibrierkurven nicht ohne weiteres ermittelt werden.

Um z. B. zur Skalierung gemessener Geschwindigkeitsverteilungen trotzdem die Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ zur Verfügung zu haben, sind diverse andere Ansätze denkbar. Von SCHWARZ-VAN MANEN *et al.* [190] werden aus experimenteller Sicht alle für gerillte Oberflächen möglichen Verfahren vorgestellt und bewertet. Die sogenannte *viscous layer method* als einfachstes, aber nach seiner Sicht zuverlässigstes Verfahren, geht von einem modifizierten Ansatz für die Geschwindigkeitsverteilung in der viskosen Unterschicht mit $y = 0$ am virtuellen Ursprung über den *riblets* aus (vgl. [Abschnitt 2.5](#)). Zur Berechnung der Wandschubspannung aus diesem Profil werden im unmittelbar wandnahen Bereich zuverlässige Messwerte der mittleren Geschwindigkeit in und quer zur Hauptströmungsrichtung benötigt. Bei einem zweiten Ansatz, der auf CHOI [38] zurück geht, wird mittels eines iterativen Verfahrens eine optimale Überlagerung der mit $\frac{u_\infty - \langle u \rangle}{u_\tau} = f\left(\frac{y u_\tau}{\delta_1 u_\infty}\right)$ skalierten Geschwindigkeitsprofile über der glatten und gerillten Oberfläche im Bereich $0,002 \leq \frac{y u_\tau}{\delta_1 u_\infty} \leq 0,15$ gesucht. Als Vergleichsvariante verwendet er ein Modell von BECHERT & BARTENWERFER [13], das auf fundamentalen Vereinfachungen der NAVIER-STOKES Gleichungen aufbaut und eine LAPLACE-Gleichung für die mittlere Geschwindigkeitskomponente längs einer gerillten Oberfläche liefern. Mittels konformer Abbildungen konnten sie daraus ferner die „Herausraghöhe“ der Rillen berechnen (vgl. Ausführungen in [Abschnitt 2.5](#)).

Nachteil dieser Möglichkeiten ist, dass in Wandnähe mehrere Messwerte der Geschwindigkeit hoher Güte benötigt werden. Dies stellt bei einer gerillten Oberfläche und besonders für die hier vorliegende Konfiguration mit einem Rillenabstand von lediglich 0,4 mm ein Problem der optischen Zugänglichkeit mit dem LDA-Messvolumen dar. Somit ist denkbar, die grundsätzliche Eignung des PRESTON-Rohres zur Bestimmung der Wandschubspannung über rauen Oberflächen zu nutzen. Untersuchungen dazu wurden z. B. von HOLLICK [107] oder WU & RAJARATNAM [242] durchgeführt, die im Wesentlichen die vorhandene Rauigkeit mittels der Sandrauheit quantifiziert und eigene Kalibrierkurven entwickelt haben.

Um den Problemen mit Beeinflussung der Druckverteilung im unmittelbar wandnahen Bereich durch die Oberflächenstruktur zu begegnen, wählten sie jeweils so große Rohrdurchmesser, dass gerade noch das äußere Ende des logarithmischen Überlappungsbereiches bei der Messung des Gesamtdruckes eingeschlossen wurde.

Grundsätzlich ist dies auch für eine *riblet*-Oberfläche möglich, jedoch liegen derzeit keine entsprechenden Kalibrierkurven vor. Sollten diese numerisch ermittelt werden, müssten aufwändige Simulationen über den gesamten Grenzschichtbereich mit Modellierung der gerillten Oberflächenstruktur zur Ermittlung des in Wandnähe resultierenden Druckfeldes durchgeführt werden.

Deshalb wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein alternativer Ansatz verfolgt, der den minimal notwendigen PRESTON-Rohrdurchmesser berücksichtigt (vgl. [Abschnitt 3.1.4.1](#)). Dabei wird der Durchmesser des Rohres klein gewählt, um weitestgehend die Strömungsverhältnisse in der viskosen Unterschicht und der Pufferschicht mit einfacheren Randbedingungen bei der Rechnung nutzen zu können. Wenn das obere Ende des PRESTON-Rohres möglichst nicht in den Bereich des logarithmischen Überlappungsgesetzes reicht und damit das Rechenggebiet klein gehalten werden kann, ist die numerische Simulation, auch unter Berücksichtigung der *riblet*-Oberfläche, entsprechend günstig durchzuführen.

3.1.4.4.2 Numerische Simulationen

Basierend auf dem gewählten äußeren Rohrdurchmesser von $d_p = 0,6 \text{ mm}$ (entspricht für die verzögerte Grenzschicht hier dimensionslos $12 \approx d_p^+ \approx 27$) wurde ein würfelförmiges Rechengebiet mit $0,8 \text{ mm}$ Kantenlänge gewählt und die gerillte Oberfläche entsprechend der Dimensionierung in [Abschnitt 2.3.1](#) mit $s = 0,4 \text{ mm}$, $h = 0,2 \text{ mm}$ und einem Spitzenwinkel von 30° modelliert.

In [Abbildung 3.6](#) ist dieser Bereich mit den Oberflächengittern am Austritt und der rechten Berandung in Strömungsrichtung dargestellt. Die Vernetzung wurde automatisch auf den Oberflächen mittels *Delauney Surface Meshing*, das Volumengitter daraus mit dem *Advancing Front and Inflation*-Mode des CFX-5 Paketes durchgeführt. Das so erzeugte unstrukturierte Gitter hat insgesamt ca. 135.000 Knoten, wobei sich etwa 25 % direkt an der Oberfläche im Bereich der lokalen Verfeinerung zur Berücksichtigung des Wandeinflusses befinden.

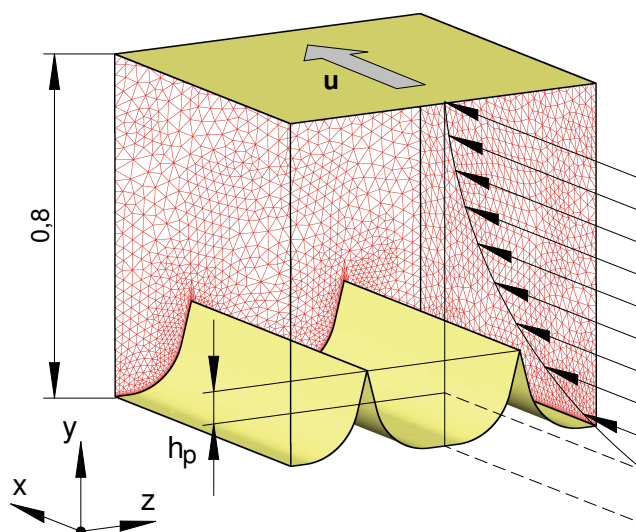


Abbildung 3.6: Rechengebiet zur Bestimmung einer Kalibrierkurve für die Wandschubspannungsbestimmung mit dem PRESTON-Rohr über einer *riblet*-Oberfläche.

Die [Abbildung 3.6](#) zeigt auch prinzipiell das mittlere Geschwindigkeitsprofil als Eintrittsrandbedingung, das seinen Ursprung auf Höhe h_p unter den Rillenspitzen hat. Bei der Rechnung wurde entsprechend der Auslegung in [Abschnitt 2.5](#) eine Herausraghöhe von $h_p = 0,074 \text{ mm}$ verwendet. Für die sich anschließende Geschwindigkeitsverteilung bis $y^+ \approx 50$ am oberen Ende des Berechnungsgebietes wurde ein von NICKELS [154] verwendeter und auf REICHARDT [174] zurückgehender Zusammenhang nach [Gleichung \(3.9\)](#) gewählt, der im zähigkeitsdominierten Bereich an der Wand mit Pufferschicht den Einfluss des Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung in dimensionsloser Form mit $p_x^+ = \frac{\nu}{\rho u_\tau^3} \frac{dp_\delta}{dx}$ berücksichtigt.

$$u^+ = y_c^+ \left\{ 1 - \left[1 + 2 \frac{y^+}{y_c^+} + \frac{1}{2} (3 - p_x^+ y_c^+) \left(\frac{y^+}{y_c^+} \right)^2 - \frac{3}{2} p_x^+ y_c^+ \left(\frac{y^+}{y_c^+} \right)^3 \right] e^{-3 \frac{y^+}{y_c^+}} \right\} \quad (3.9)$$

Der freie Parameter y_c^+ kann als Maß für die Dicke der viskosen Unterschicht angesehen werden und stellt somit für jedes Geschwindigkeitsprofil eine individuelle Konstante dar.

Die Zahlenwerte für die Berechnung der Randbedingung im Zuge der Simulation wurden aus den experimentellen Voruntersuchungen entnommen.

Dieses Profil wurde am Ein- und Austritt vorgegeben, die linke und rechte Begrenzung des Berechnungsgebietes wurden als Symmetrieflächen definiert. Als Turbulenzmodell wurde das Standard-SST-Modell in Verbindung mit dem *Automatic Near Wall Treatment* von CFX-5 zur Wandmodellierung verwendet, das bei genügend hoch aufgelöstem Gitter an der Wand das Turbulenzmodell lokal deaktiviert. Mit diesen Randbedingungen waren ca. 100 Zeitschritte für das Erreichen einer konvergierten, stationären Lösung für eine Geschwindigkeit am Grenzschichttrand u_δ notwendig.

Da für die gerillte Oberfläche keine Vergleichsdaten zur Verifizierung des Verfahrens vorliegen, wurde eine weitere Simulation mit gleichen Randbedingungen, jedoch ohne Rillenstruktur an der unteren Wand durchgeführt.

Exemplarisch für eine Anströmgeschwindigkeit, es wurden jeweils 15 Fälle unter Variation der Geschwindigkeit am Grenzschichttrand simuliert, sind in **Abbildung 3.7** die Ergebnisse für die glatte und die *riblet*-Oberfläche gegenübergestellt. Dabei wurden jeweils die Oberflächen mit der Wandschubspannung gefärbt und eine zweigeteilte Höhenliniendarstellung in der Mitte des Rechengebietes platziert, auf dem links die Verteilung des Geschwindigkeitsbetrages und rechts der Gesamtdruck dargestellt ist.

Zusätzlich ist die Position und maßstabgetreue Größe des PRESTON-Rohres zu sehen, das links auf der unteren Fläche und rechts auf den *riblet*-Spitzen aufliegt.

Während bei der glatten Platte eine homogene Wandschubspannungs- und auch Geschwindigkeitsverteilung zu erkennen ist, wird bei den Rillen die Konzentration der Reibung auf deren Spitze deutlich. Die Geschwindigkeitsverteilung weist hier eine deutliche Auswirkung der *riblets* auf, die sich jedoch bis zum oberen Rand des Gebietes wieder ausgleicht.

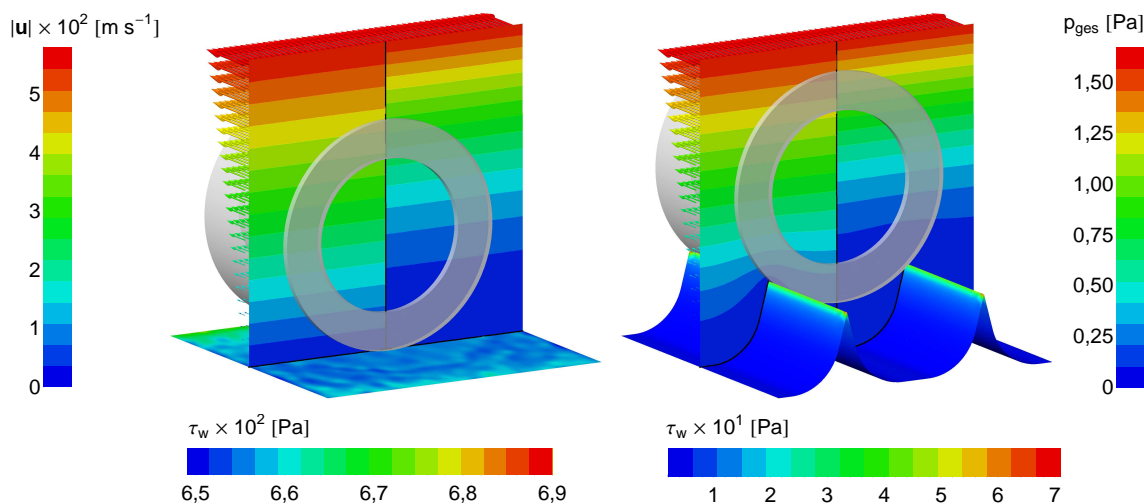


Abbildung 3.7: Ergebnisse aus der Simulation der wandnahen Strömung über glatter und gerillter Oberfläche mit Darstellung eines PRESTON-Rohres zur Wandschubspannungsbestimmung (nicht modelliert und bei der Simulation berücksichtigt). Einfärbung der Wand mit dem Betrag der Wandschubspannung, Höhenliniendarstellungen normal zur Oberfläche jeweils zweigeteilt mit Geschwindigkeitsbetrag (links) und Gesamtdruck (rechts).

3.1.4.4.3 Bewertung der Ergebnisse

Im Rahmen der Datenauswertung wurden für beide Oberflächenqualitäten zunächst die flächengemittelten Wandschubspannungswerte τ_w sowie der von einem PRESTON-Rohr gemessene Differenzdruck Δp am Ort der Rohröffnung durch Integration aus den Ergebnissen der Simulationen bestimmt. Mit diesen Werten konnten die notwendigen Variablen $\frac{\Delta p d_P^2}{\rho \nu^2}$ bzw. $\frac{\Delta p}{\tau_w}$ berechnet und mit den experimentellen Daten von HEAD & RAM [101] verglichen werden. Dies ist in **Abbildung 3.8** dargestellt.

Zu erkennen ist eine sehr gute Übereinstimmung beider numerisch gefundener Kalibrierkurven mit der konventionellen aus der Literatur im ausgeprägt viskosen Bereich mit $\frac{\Delta p d_P^2}{\rho \nu^2} \lesssim 1 \times 10^4$. Erst für höhere Strömungsgeschwindigkeiten bzw. größere Druckdifferenzen Δp am PRESTON-Rohr liegen die Ergebnisse aus der Simulation, sowohl für die glatte als auch für die gerillte Oberfläche, geringfügig über den Daten von HEAD & RAM. Ab hier wird der zunehmende Einfluss des logarithmischen Geschwindigkeitsbereiches in der Überlappungsschicht zur Wand hin deutlich, was in einem Versagen der Randbedingungen am Ein- und Austritt des Simulationsgebietes resultiert.

Der ausschließlich durch die Zähigkeit dominierte Bereich in der Kalibrierkurve kann durch eine Betrachtung zur Impulserhaltung am PRESTON-Rohr (vgl. RECHENBERG [173]) unter Annahme einer COUETTE-Strömung an dessen Eintrittsöffnung ermittelt werden. Die Auswertung des Impulsintegrals liefert für ein Rohr mit kreisförmigem Querschnitt eine Kurve $\frac{\Delta p}{\tau_w} = \frac{1}{4} \sqrt{3 \Delta p^+}$ mit $\Delta p^+ = \frac{\Delta p d_P^2}{\rho \nu^2}$, die in **Abbildung 3.8** mit eingetragen wurde.

Die Simulation zeigt, dass für genügend kleine Rohrdurchmesser d_P des PRESTON-Rohres in Relation zur Grenzschichtdicke die konventionellen Kalibrierkurven nach z. B. HEAD & RAM [101] auch für die Kalibrierung von Messungen in einer druckgradientenbehafteten Grenzschicht über glatten und *riblet*-Oberflächen geeignet sind. Daher wurden sämtliche Werte der Wandschubspannung mit diesen Daten aus den gemessenen Druckverteilungen kalibriert.

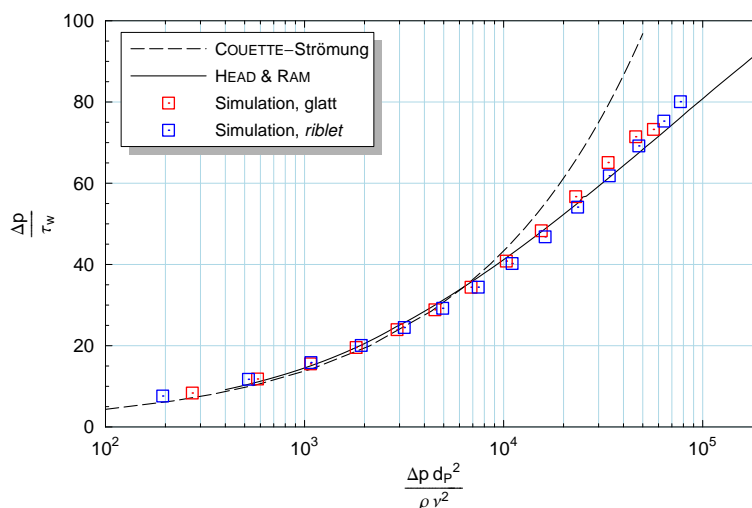


Abbildung 3.8: Numerisch ermittelte Kalibrierkurven für ein PRESTON-Rohr über glatten bzw. *riblet*-Oberflächen durch Berechnung der wandnahen Strömung mit Referenzdaten nach HEAD & RAM [101].

3.1.4.5 Praktische Aspekte der Wandschubspannungsmessung

Bei jeder Vermessung der Wandschubspannung wurde bei Traversierung des PRESTON-Rohres die Ausgangs- und Endposition in Hauptströmungsrichtung anhand der vorab justierten und exakt positionierten LDA-Sonde festgestellt.

Für die Traversierung längs der Plattenoberfläche kam dabei eine eigens für die Anforderungen am Wasserumlaufkanal konstruierte und optimierte Einheit zum Einsatz. Diese bestand im Wesentlichen aus einem MiniDrehachse ISEL[®] MD 1, einem Zahnriemen (BRECOFLEX[®] 10AT3) sowie einer, den Sondenträger aus Edelstahl aufnehmenden Führung aus PVC. Dabei stellte sich als besonders problematisch heraus, die bei einer für Grenzschichtuntersuchungen zu fordernde hohe Positioniergenauigkeit des PRESTON-Rohres bei gleichzeitig zufriedenstellender Abdichtung und Gangbarkeit des Systems zu gewährleisten. Gleiches gilt für die installierte Traversierung quer zur Hauptströmungsrichtung, die durch eine konventionelle Lineareinheit (ISEL[®] LF 4) realisiert wurde.

Die Messdatenerfassung am jeweiligen Ort längs der Plattenoberfläche fand über eine Periode von 30 s bei einer Aufnahmefrequenz von 200 Ereignissen/s statt.

Zur Minimierung des Messfehlers in Folge von Verunreinigungen, hauptsächlich der Öffnung am vorderen Ende des PRESTON-Rohres nach deren Traversierung, wurde vor Aufnahme der Messdaten eine Spülung mit anschließender Wartezeit zum Ausgleich des Druckniveaus am piezoresistiven Transmitter durchgeführt.

3.2 Laser DOPPLER anemometry (LDA)

3.2.1 Physikalisches Grundprinzip

Die LDA ist ein berührungsloses, eindimensionales und indirektes optisches Messverfahren zur Bestimmung der lokalen Strömungsgeschwindigkeit in einem transparenten Fluid. Der indirekte Charakter ist insofern gegeben, als die Geschwindigkeit eines dem Strömungsmedium zugesetzten Partikels⁵ gemessen und diese der Fluidgeschwindigkeit gleichgesetzt wird. Das physikalische Grundprinzip zur Erfassung der Teilchengeschwindigkeit beruht dabei auf dem DOPPLER-Effekt. Weiterführende Erläuterungen zu diesem Prinzip mit Vorstellung diverser System-Konfigurationen für dessen messtechnische Realisierung sind bei ALBRECHT *et al.* [3] oder RUCK [182] nachzulesen und sollen deshalb hier nicht weiter vertieft werden.

Vielmehr wird wesentlicher Gegenstand der nachfolgenden Kapitel sein, alle aus Sicht des Autors zu berücksichtigenden Aspekte für die Anwendung eines kommerziellen LDA-Systems auf Messungen in einer Wasserströmung, insbesondere im Grenzschichtbereich, zu beleuchten. Die daraus resultierende Problematik liegt in der optischen Zugänglichkeit des unmittelbar wandnahen Bereiches und den damit verbundenen optischen Abberationen, zurückzuführen auf die unterschiedlichen Brechungsindizes der Medien in den jeweiligen Strahlverläufen. In Hinblick auf genaue Messergebnisse werden dazu nach Auswahl geeigneter *tracer*-Partikel die Konfigurationsparameter des Systems zur Datenaufnahme und die Messdatenauswertung auf Basis des gegenwärtigen Kenntnisstandes zu optimieren sein.

⁵ engl.: *tracer* oder *seeding*

3.2.2 Tracer-Partikel

Die Auswahl geeigneter Partikel ist bei LDA-Untersuchungen wesentliche Grundlage für genaue Messungen. ALBRECHT *et al.* [3] oder DURST *et al.* [71] fassten die wesentlichen Kriterien bei der Auswahl des *seedings* für laseroptische Messverfahren in der Strömungsmechanik zusammen. Demzufolge sollten die Partikel generell in der Lage sein, der Strömung hinreichend gut zu folgen, unter Bestrahlung möglichst viel Licht zu streuen, in die Strömung leicht einzubringen, nicht flüchtig, toxisch, korrosiv oder abrasiv und möglichst billig sein.

Im Sinne einer Wertung dieser Kriterien muss den beiden erstgenannten, dem Partikelfolgevermögen und dem Streulichtverhalten, die größte Bedeutung zugesprochen werden. Partikel weisen prinzipiell ein gutes Folgevermögen auf, wenn sie sehr klein sind und möglichst nahe an die Dichte des Trägerfluids heran kommen. Hingegen ist die gestreute Lichtintensität des Partikels näherungsweise proportional zum Quadrat dessen Durchmessers. Beide Forderungen gleichzeitig zu erfüllen ist somit nicht möglich.

Hinsichtlich des *seedings* hat die Strömung in einem geschlossenen Wasserumlaufkanal zwei wesentliche Vorteile gegenüber einer Luftströmung. Nach dem Einbringen der Partikel bleiben diese, sofern die minimale Zirkulationsgeschwindigkeit des Kanals genügend hoch ist, im System und stehen für den Zeitraum der Messwertaufnahme zur Verfügung. Ferner erlaubt das Medium Wasser die Wahl eines Partikelmaterials zur Realisierung eines Dichteverhältnisses $s = \rho_p / \rho_f \approx 1$. Dafür sind verschiedene Kunststoffarten geeignet, wobei sich aber Polyamide, hauptsächlich aufgrund ihrer geringen Hygroskopie, etabliert haben. Insbesondere Polyamid 12 (PA 12) mit einer Dichte von $\rho_p = 10 \text{ kg/m}^3$ ist besonders gut geeignet und zeichnet sich darüber hinaus durch eine gute Beständigkeit in siedendem und detergentienhaltigem Wasser sowie gegen leicht aggressive Medien aus.

Aus diesem Material bestehen kommerziell verfügbare *tracer*-Partikel, wie das von der Firma DANTEC vertriebene PSP-*seeding* mit mittleren Partikeldurchmessern von $5 \mu\text{m}$, $10 \mu\text{m}$ oder $10 \mu\text{m}$. Wesentlich kostengünstiger sind jedoch vergleichbare Produkte, die in der Kosmetikindustrie, für Metallbeschichtungen oder als Lackadditive eingesetzt werden. Diese Partikel weisen die gleichen Abmessungen auf und sind hinsichtlich ihrer Geometrie, zurückzuführen auf den Herstellungsprozess und das Material, nicht absolut sphärisch, haben jedoch glatte Oberflächen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde für die optischen Messverfahren das VESTOSINT[®]-Pulver der DEGUSSA AG, zumeist in $5 \mu\text{m}$ -Körnung, verwendet.

Wird der Schwerpunkt bei der Partikelauswahl auf eine Optimierung ihres Streulichtverhaltens gelegt, bieten sich für Wasserströmungen hohle Glaskügelchen, optional auch mit einer zusätzlichen Silberbeschichtung, an, wie sie in der Oberflächentechnik zur Generierung elektrisch leitender Beschichtungen verwendet werden. Deren Form ist im Vergleich zu den *tracer*-Partikeln aus Polyamid näher an der Kugelform, jedoch in Bezug auf das Dichteverhältnis aufgrund des 20 bis 30 %-igen Metallanteils deutlich schlechter. Das bessere Streulichtverhalten ausnutzend kamen hier bei schlechten Lichtverhältnissen die CONDUCT-O-FIL[®] *Silver-Coated Hollow Glass Spheres* von POTTERS INDUSTRIES INC., die mit dem DANTEC-Produkt S-HGS vergleichbar sind, zum Einsatz.

Eine detaillierte Bewertung der vorgestellten *tracer*-Partikel hinsichtlich ihres Partikelfolgevermögens bzw. Streulichtverhaltens in Bezug auf den Anwendungsfall von LDA- oder PIV-Messungen in einer Wasserströmung ist in [Anhang E](#) bzw. [Anhang F](#) enthalten. Da es sich, wie einleitend zu diesem Abschnitt erwähnt, um ein Optimierungsproblem handelt, erfüllt kein Seedingmaterial sämtliche Ansprüche für eine Grenzschichtuntersuchung.

3.2.2.1 Praktische Aspekte für das Einbringen von Partikel in eine Wasserströmung

Optische Messungen in einer Grenzschicht mittels LDA oder PIV erfordern eine relativ hohe lokale Partikel-Konzentration in der Strömung. Bei Untersuchungen mit der LDA ist dies notwendig, um in akzeptabler Messzeit eine zufriedenstellende statistische Sicherheit bei der Mittelwertbildung zu erzielen, bei PIV-Untersuchungen, damit ein genügend enges Raster für die Auswertung mittels der Kreuz-Korrelation gewählt werden kann.⁶

Um dies zu erreichen, wurden im Mittelschnitt der Messplatte in spannweitung Richtung verteilt neun Bohrungen $\varnothing 0,8$ mm bei $x = 50$ mm angebracht, durch welche eine konzentrierte *seeding*-Suspension unmittelbar in die Grenzschicht eingebracht werden konnte.

Diese Suspension bestand aus den jeweiligen *tracer*-Partikeln, die zunächst mit Toluol vergälltem 96 %-igen Ethanol angerührt und anschließend mit Wasser verdünnt wurden. Dies war notwendig, da sich insbesondere die Kunststoff-Partikel nicht homogen mit reinem Wasser vermischen lassen, sondern aufgrund der polymertypischen Hydrophobizität⁷ zur Bildung von Klumpen neigen.

3.2.3 Systemanpassung und Parameterauswahl

Für die Messungen am Wasserumlaufkanal des ISM wurde das kommerzielle zwei-Komponenten (2C) *FiberFlow* LDA-System von DANTEC DYNAMICS in Verbindung mit der BSAFlow Software in der Version 1.40 verwendet. Als Lichtquelle diente ein Argon-Ionen-Laser INNOVA[®] 300 von COHERENT mit einer maximalen Leistung von 10 W. Eine ausführliche Beschreibung dieser Anlage wurde z. B. von LEHMANN [126] oder KALTER [115] gegeben.

Die LDA-Sonde konnte in allen drei Raumrichtungen mit einer 3D-Traversierung von ISEL, bestehend aus zwei Lineareinheiten LF 4 in Hauptströmungsrichtung x und spannweitung Richtung z und einer Doppelspur-Vorschubeinheit LF 5 normal zur Plattenoberfläche (y -Richtung), verfahren werden. Die Ansteuerung erfolgte dabei mittels eines ISEL-Schrittmotor-Controllers C142-4, der bei maximal 80 Pulse/min eine minimale Positionierschrittweite von 0,0125 mm in jeder Richtung erlaubte.

Die gesamte Traversierung wurde so positioniert, dass die x -Achse parallel zur um 4° angestellten Messplatte verfahren und so die Geschwindigkeitsprofile normal zur Oberfläche durch Bedienung nur einer Positionierichtung vermessen werden konnten.

Hinsichtlich der ausgewählten Parameter bei Aufnahme der Messwerte mit den verschiedenen Konfigurationen (vgl. **Tabelle D.2** in **Anhang D**), wurden die in **Anhang B** genannten Werte verwendet.

Die früher aus 20 mm dickem Plexiglas[®] bestehende Seitenscheibe des Wasserumlaufkanals wurde zur Reduzierung der Streulichtverluste beim Durchgang des Laserlichtes durch eine 9 mm starke Glasscheibe ersetzt. Dabei wurde, aufgrund der hervorragenden Transparenz und geringen Eigenfluoreszenz im relevanten Spektralbereich, das BOROFLOAT[®] 33 Borosilicat-Floatglas von SCHOTT verwendet.

⁶ Entsprechend der Ergebnisse von KEANE & ADRIAN [117] sind etwa 10 auswertbare Partikel je Auswertebereich (*interrogation-window*) optimal.

⁷ Hydrophobe Materialien bestehen aus Molekülen mit überwiegend nichtpolaren Bindungen, die wasserabstoßend sind.

3.2.4 Betrachtung zur Koinzidenz und Dimensionierung des Messvolumens

Sind mit einem nach dem Rückwärtsstreuerverfahren arbeitenden LDA Geschwindigkeitsmessungen in unmittelbarer Wandnähe der Messoberfläche durchzuführen, ist aufgrund des Öffnungswinkels zwischen den beiden Strahlen eines Paares bzw. der Strahldivergenz zwangsläufig ein Abweichen von der orthogonalen Ausrichtung der LDA-Sondenachse gegenüber der die Messstrecke berandenden Grenzflächen notwendig (vgl. [Abbildung 3.9](#) und weitergehende Ausführungen mit grafischen Darstellungen in [Anhang D](#)). Weist darüber hinaus der Brechungsindex des Fluids im Messbereich n_2 einen Unterschied gegenüber dem des Mediums an der Sonde n_0 auf, hat dies verschiedene Konsequenzen. Im Falle einer 1C-Konfiguration des Systems werden sich, sofern mehr als eine Drehung um eine Sonden-Koordinatenachse durchgeführt wird, die beiden Strahlen nicht mehr mit ihren Achsen schneiden. Sofern in diesem Falle der geringste Abstand der Strahlen zueinander nicht größer ist als ihr lokaler Durchmesser, wird dennoch aufgrund der endlichen Strahlaustrahlung ein Messvolumen für das Strahlenpaar entstehen können. Jede Abweichung von der idealen, orthogonalen Ausrichtung hat eine Beeinträchtigung der Qualität des Messvolumens zur Folge. Die maximale Lichtintensität sowie die Intensitätsverteilung innerhalb des Interferenzstreifenmusters wird mit größer werdender Abweichung von der orthogonalen Ausrichtung der LDA-Sonde relativ zur Grenzfläche inhomogener. Dies hat bei der Messwertaufnahme wesentlichen Einfluss auf die maximal erreichbare Datenrate. Darüber hinaus kann sich ein in Richtung der Ellipsenhauptachse unterschiedlicher Interferenzstreifenabstand einstellen (vgl. [Anhang C](#)).

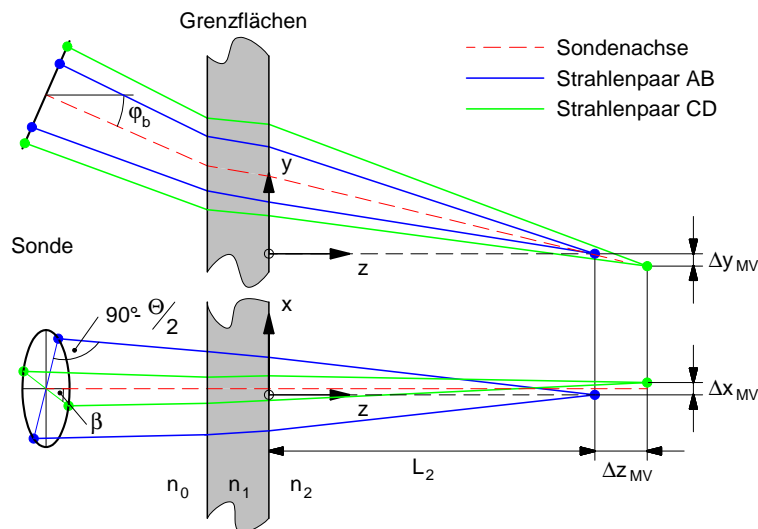


Abbildung 3.9: Prinzipische Skizze einer zwei-Komponenten Messung mit einem 2C-LDA mit Darstellung nicht koinzidenter Messvolumina beim mehrfachen Medienübergang unterschiedlicher Brechungsindizes aufgrund der Neigung der Sonde um den Winkel φ_b und der Drehung um den Winkel β .

Wird eine 2C-Konfiguration gewählt, kommt ein weiteres Problem hinzu. Aufgrund der unterschiedlichen Auftreffwinkel der einzelnen Laserstrahlen eines Strahlenpaares erfahren diese für beide Messebenen voneinander abweichende Ablenkungen an den Medienübergängen. Dies führt dazu, dass die beiden Messvolumina (Index M_V) nicht exakt übereinander liegen

und somit die u - und v -Komponente des Geschwindigkeitsvektors im sondenorientierten Koordinatensystem bei einer Messung an zwei verschiedenen Orten erfasst wird. Quantifiziert wird diese Abweichung in den drei Koordinatenrichtungen mit den Größen Δx_{MV} , Δy_{MV} und Δz_{MV} . Dieser Zusammenhang ist in [Abbildung 3.9](#) dargestellt. Eine gleichzeitige Messung mehrerer Geschwindigkeitskomponenten an einem Ort wird in der LDA als *koinzidente* Messung bezeichnet.

Die Quantifizierung der Koinzidenz sowie die Bestimmung der räumlichen Orientierung und Abstände der Interferenzstreifen nach den Medienübergängen der einzelnen Strahlen ist, aufgrund der komplexen Fragestellung für eine im Raum beliebig ausgerichtete Sonde, aufwändig. Diese Informationen sind jedoch notwendig, um z. B. die Wahl zwischen einem 1C- oder 2C-Systemaufbau vornehmen, sowie Richtung und Betrag der gemessenen Geschwindigkeitskomponenten zuordnen zu können. Das Fluid Wasser führt hierbei aufgrund des von Luft stark abweichenden Brechungsindex zu einer Vergrößerung der Problematik.

Optische Probleme werden weitestgehend zweidimensional betrachtet. Dies ist aber hier nur so lange zulässig, wie lediglich eine Winkellage der Sonde verändert wird. Die gleichzeitige Variation mehrerer, die Lage der Sonde im Raum beschreibenden Winkel, führt zwangsläufig zu einem räumlichen Problem. Wesentliche Untersuchungen hierzu wurden nach Kenntnis des Autors bislang lediglich von ZHANG & EISELE [\[248\]](#), [\[250\]](#) veröffentlicht. Dort wurde jedoch eine Drehung der Sonde nicht als messtechnisch erforderlich angesehen, wie es hier der Fall ist und einleitend zu diesem Abschnitt erläutert wurde, sondern vielmehr lediglich eine Winkellageänderung als Fehlerquelle betrachtet und deren Einfluss auf die Messung untersucht.

Um dennoch diese Zusammenhänge bei beliebiger Orientierung der Sonde im Raum erfassen zu können, wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein Verfahren zur Strahlgangberechnung eines 2C-LDA-Systems für interne Messungen mit mehrfachem Medienübergang, unterschiedlichen Brechungsindizes und Grenzflächen allgemeiner Form entwickelt, das neben der Berechnung von Sonden-Traversierkoordinaten die quantitative Beurteilung der Qualität der beiden Messvolumina durch Berechnung von Lichtintensitätsverteilungen erlaubt. Die oben gestellten Fragen nach Interferenzstreifenorientierung und deren Abstand bzw. der Messvolumen-Koinzidenz im Falle einer 2C-Konfiguration können damit exakt, unter Vorgabe der Systemparameter, beantwortet werden.

Das Verfahren ist detailliert in [Anhang D](#) beschrieben. Im Rahmen einer Beispielrechnung wird dort das vorhandene System der Firma DANTEC hinsichtlich dessen Verwendbarkeit in einer 1C- oder 2C-Konfiguration für wandnahe Messungen in einer Grenzschicht untersucht. Für die internen Messungen im Wasserumlaufkanal werden optimierte Winkellagen und Linsenkonfigurationen ermittelt und abschließend sämtliche Parameter für den Aufbau dieser Konfigurationen sowie die Auswertung der damit gewonnenen Daten angegeben.

Demnach sind zwei-Komponenten Messungen in der Grenzschicht nur sinnvoll mit einer Linsenbrennweite $f_L = 400$ mm durchzuführen, was aber bedingt durch das relativ große Messvolumen für die Aufnahme der Geschwindigkeitsverteilungen in der Nähe der Oberfläche nicht empfehlenswert ist. Deshalb wurden die koinzidenten Messungen mittels der Konfiguration \mathcal{A} (Systemparameter beschrieben in [Tabelle D.2](#) im [Anhang D](#)) auf die Orte der Korrelationsmessungen beschränkt.

3.2.5 Bestimmung des zweidimensionalen Strömungsfeldes mit einem 1C-LDA

Um trotz der erläuterten optischen Probleme das zweidimensionale Strömungsfeld an der Wand bestimmen zu können, wurde ein alternativer Ansatz gewählt, wobei mittels einer 1C-LDA-Konfiguration und Durchführung mehrerer unabhängiger eindimensionaler Messungen an einem Ort die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors \mathbf{u} (blau dargestellt in [Abbildung 3.10](#)) in x - und y -Richtung (u und v) bestimmt werden. Dabei würden grundsätzlich zwei Messungen an jeder Position genügen, wobei die plattenparallele u - sowie die plattennormale v -Komponente separat und direkt erfasst werden. Etabliert hat sich jedoch eine erweiterte, von DURST *et al.* [70] vorgeschlagene Variante mit *drei* unabhängigen Messungen unter den Winkeln β_0 , β_1 und β_2 gegenüber der in Hauptströmungsrichtung orientierten x -Achse nach [Abbildung 3.10](#).

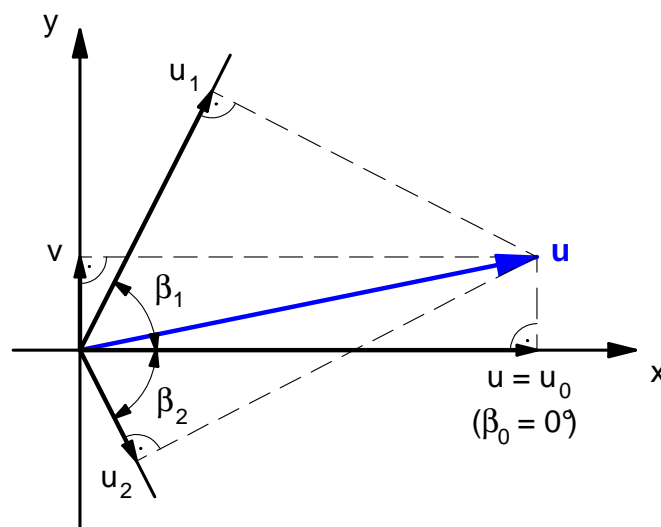


Abbildung 3.10: Koordinatensystem zur Vermessung eines 2D-Strömungsfeldes mit einem 1C-LDA

Wesentlicher Vorteil dieser Methode, neben der nicht unerheblichen Systemkostensparnis, ist die höhere Datenrate sowie eine verbesserte Messgenauigkeit im wandnahen Bereich, zurückzuführen auf den um ca. 37%⁸ kleiner zu wählenden Sondenneigungswinkel φ_b (vgl. [Abbildung 3.9](#) oder [Abbildung D.2](#) in [Anhang D](#)) aufgrund der Rotation um die Längsachse der Sonde. Grundvoraussetzung ist jedoch, für möglichst geringe Veränderungen im Betriebspunkt, ein über einen langen Zeitraum sehr gleichförmig laufender Versuchsstand.

Zur Wahl geeigneter Winkel β_0 , β_1 und β_2 wurden zahlreiche Untersuchungen durchgeführt. Es liegt nahe, die Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung u direkt unter dem Winkel $\beta_0 = 0^\circ$ zu messen. Weiterhin fand TROPEA [217] unter Betrachtung der Fehler der einzelnen Messungen und der daraus resultierenden Unsicherheits-Intervalle für die berechneten Größen (siehe unten), dass idealerweise $\beta_1 = -\beta_2 = \beta = 40^\circ$ zu wählen ist,⁹ damit die Fehler der statistischen Größen minimiert werden.

⁸ $\varphi_b = 3,8096^\circ$ für $\beta_1 = -\beta_2 = 40^\circ$ gegenüber $\varphi_b = \Theta/2 = 5,4268^\circ$ bei $\beta = 90^\circ$ für $f_L = 400$ mm.

⁹ Hierbei wurde der Schwerpunkt auf die REYNOLDSsche Schubspannung $\langle u'v' \rangle$ gelegt. Wird der Normalspannung in wandnormaler Richtung $\langle v'^2 \rangle$ mehr Bedeutung zugemessen, so tendiert der ideale Winkel zu $\beta = 90^\circ$. Sollen also beide Größen bestimmt werden, ist nach Ergebnissen von TROPEA [217] $\beta \approx 60^\circ$ zur Minimierung des Messfehlers ein Kompromiss.

Liegen die drei unabhängigen Messreihen für die Geschwindigkeiten u_i unter den Winkeln β_i mit $i = 0, 1$ und 2 gegenüber der positiven x -Achse vor, lassen sich aus den Zeitreihen der LDA-Messungen die jeweiligen Mittelwerte für die Geschwindigkeiten $\langle u \rangle_i$ und die der quadrierten Schwankungsanteile $\langle u'^2 \rangle_i$ berechnen. Unter Verwendung der REYNOLDSschen Mittelung (vgl. [Abschnitt 3.2.6.1](#)) lassen sich daraus mit $u_i = (\langle u \rangle + u') \cos \beta_i + (\langle v \rangle + v') \sin \beta_i$ die Geschwindigkeiten und statistischen Größen eines zweidimensionalen Strömungsfeldes mit den nachfolgenden Gleichungen berechnen.

Die Messungen am Wasserumlaufkanal des ISM mit dem DANTEC-System können dabei mit den Konfigurationen \mathcal{B}_0 , \mathcal{B}_1 und \mathcal{B}_2 entsprechend [Tabelle D.2](#) in [Anhang D](#) durchgeführt werden.

Der Mittelwert der Geschwindigkeitskomponente in x -Richtung (Hauptströmungsrichtung) wird mit $\beta_0 = 0^\circ$ direkt gemessen,

$$\langle u \rangle = \langle u \rangle_0 . \quad (3.10)$$

Zur Kontrolle kann diese Komponente auch aus den beiden Messungen unter den Winkeln β_1 und β_2 bestimmt werden,

$$\langle u \rangle = \frac{\langle u \rangle_2 \sin \beta_1 - \langle u \rangle_1 \sin \beta_2}{\sin(\beta_1 - \beta_2)} \quad \text{bzw.} \quad \langle u \rangle = \frac{\langle u \rangle_1 + \langle u \rangle_2}{2 \cos \beta} \quad \text{für} \quad \beta_1 = -\beta_2 = \beta . \quad (3.11)$$

Aus dem Schwankungsanteil u' zum Mittelwert $\langle u \rangle$ der momentanen Geschwindigkeit u (vgl. [Abschnitt 3.2.6.1](#)) wird durch Quadrieren und Mittelung über die Messreihe die Varianz der Messung in x -Richtung berechnet,

$$\langle u'^2 \rangle = \langle u'^2 \rangle_0 . \quad (3.12)$$

In entsprechender Weise ergibt sich der Mittelwert der Geschwindigkeitskomponente in y -Richtung (wandnormale Richtung),

$$\langle v \rangle = \frac{\langle u \rangle_1 \cos \beta_2 - \langle u \rangle_2 \cos \beta_1}{\sin(\beta_1 - \beta_2)} \quad \text{bzw.} \quad \langle v \rangle = \frac{\langle u \rangle_1 - \langle u \rangle_2}{2 \sin \beta} \quad \text{für} \quad \beta_1 = -\beta_2 = \beta \quad (3.13)$$

und die Varianz der Messung in y -Richtung zu

$$\begin{aligned} \langle v'^2 \rangle &= \frac{(\langle u'^2 \rangle_1 - \langle u'^2 \rangle_0 \cos^2 \beta_1) \frac{\cos \beta_2}{\sin \beta_1} - (\langle u'^2 \rangle_2 - \langle u'^2 \rangle_0 \cos^2 \beta_2) \frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_2}}{\sin(\beta_1 - \beta_2)} \quad \text{bzw.} \\ \langle v'^2 \rangle &= \frac{\langle u'^2 \rangle_1 + \langle u'^2 \rangle_2 - 2 \langle u'^2 \rangle_0 \cos^2 \beta}{2 \sin^2 \beta} \quad \text{für} \quad \beta_1 = -\beta_2 = \beta . \end{aligned} \quad (3.14)$$

Aus dem Produkt der Schwankungsgrößen u' und v' wird eine Korrelation der Geschwindigkeitsschwankungen

$$\begin{aligned} \langle u'v' \rangle &= \frac{(\langle u'^2 \rangle_2 - \langle u'^2 \rangle_0) \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} - (\langle u'^2 \rangle_1 - \langle u'^2 \rangle_0) \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1}}{2 \sin(\beta_1 - \beta_2)} \quad \text{bzw.} \\ \langle u'v' \rangle &= \frac{\langle u'^2 \rangle_1 - \langle u'^2 \rangle_2}{4 \cos \beta \sin \beta} \quad \text{für} \quad \beta_1 = -\beta_2 = \beta \end{aligned} \quad (3.15)$$

und damit die Produktion turbulenter kinetischer Energie für die Grenzschicht an einer ebenen Platte berechnet,

$$\mathcal{P} = - \langle u'v' \rangle \frac{d \langle u \rangle}{dy} . \quad (3.16)$$

3.2.6 Statistische Beschreibung einer turbulenten Strömung mit LDA-Zeitreihenanalyse

3.2.6.1 Physikalische Zusammenhänge und Stationarität der Strömung

Nach einem Vorschlag von O. REYNOLDS aus dem Jahre 1894 kann das Geschwindigkeitsfeld einer turbulenten Strömung in einen Mittelwert und die Fluktuation um diesen Mittelwert (Schwankungsanteil) aufgeteilt und durch diese Größen beschrieben werden. Bei einer dreidimensionalen Betrachtung bedeutet dies in Vektorschreibweise

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \langle \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \rangle + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) . \quad (3.17)$$

Im weiteren Verlauf wird die Geschwindigkeitskomponente u in x -Richtung (Hauptströmungsrichtung) betrachtet, jedoch gelten alle nachfolgend getroffenen Aussagen sinngemäß auch für die v - und w -Komponente des Geschwindigkeitsvektors.

Liegt die Verteilung als Zeitsignal (vgl. [Abbildung 3.11](#)) für einen Ort im Geschwindigkeitsfeld mit hinreichend hoher Auflösung vor, kann der zeitliche Mittelwert \bar{u} für den Beobachtungszeitraum T durch Integration berechnet werden,

$$\bar{u} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt . \quad (3.18)$$

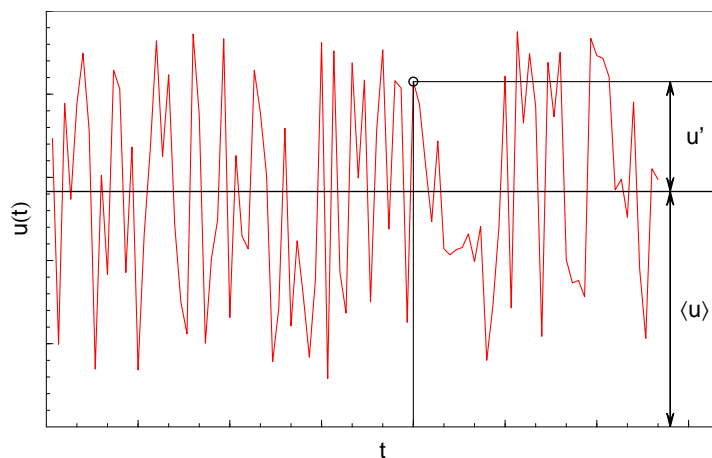


Abbildung 3.11: Beispiel eines Zeitsignals für die Geschwindigkeit an einem Ort in einer turbulenten Strömung.

Wenn kein kontinuierliches Signal sondern, zum Beispiel aus einer Messung, lediglich ein Ensemble mit der Gesamtanzahl N von statistisch unabhängigen Messungen vorliegt, man spricht von einer konkreten Stichprobe mit N Realisierungen bzw. N Elementen, handelt es sich beim arithmetischen Mittelwert um einen ensembledemittelten, der hinsichtlich des zu beschreibenden physikalischen Prozesses nur für den Zeitraum t_1 der Messwertaufnahme Gültigkeit hat,

$$\langle u \rangle (t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_n(t_1) . \quad (3.19)$$

Soll eine Aussage über die Stationarität der Strömung an einem Ort des Feldes getroffen werden, ist für diesen eine (Auto-)Korrelation der Geschwindigkeiten zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten t_1 und $t_1 + \tau$ durchzuführen, **Gleichung (3.20)**. Dazu wird das Ensemblemittel des Geschwindigkeitsproduktes zu diesen beiden Zeitpunkten gebildet und eine Bewertung in Verbindung mit dem Moment erster Ordnung durchgeführt, **Gleichung (3.19)**.

$$R_{uu}(t_1, \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_n(t_1) u_n(t_1 + \tau) \quad (3.20)$$

Das Strömungsfeld wird als *instationär* bezeichnet, wenn sowohl das Moment erster Ordnung, als auch die Autokorrelationsfunktion von t_1 abhängig sind. Es ist im Umkehrschluss *stationär*, wenn beide Größen keine Funktionen von t_1 sind, wobei von *schwacher Stationarität* gesprochen wird, wenn die Korrelation noch mit dem zeitlichen Abstand τ funktional zusammen hängt bzw. *starker Stationarität*, wenn τ beliebig gewählt werden kann.

3.2.6.2 Schätzen der univariaten Größen

Bei einem turbulenten Geschwindigkeitsfeld handelt es sich um ein multivariates System physikalisch zufälliger Ereignisse. Insofern hat dieser Prozess einen stochastischen Charakter in mehreren Dimensionen. Durch separate Betrachtung der einzelnen Komponenten des Geschwindigkeitsvektors bei der Auswertung von Messdaten zur Ermittlung die Strömung beschreibender relevanter Größen lässt sich eine univariate (eindimensionale) Analyse des Merkmalraumes durchführen.

Da im Rahmen der mathematischen Statistik eine Aussage über die Grundgesamtheit (z. B. die Fluidgeschwindigkeit) immer nur auf einer konkreten, stetig oder diskret gewonnenen Zufallsstichprobe getroffen wird, kann diese Aussage lediglich den Charakter einer *Schätzung* haben. Das Verfahren bzw. der mathematische Algorithmus zur Bestimmung dieser Größen wird daher *Schätzer* genannt. Das aus der Anwendung des Schätzers gewonnene Ergebnis ist wiederum eine Zufallsgröße.

Liegen insgesamt N diskrete Messwerte einer Geschwindigkeitskomponente am gleichen Ort vor, so lautet ein geeigneter (erwartungstreuer) Schätzer für die Bestimmung des Mittelwertes $\langle u \rangle$ über dieses Ensemble (arithmetisches Mittel bzw. zentrales Moment erster Ordnung)

$$\langle u \rangle = \mu_{1,u} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_n . \quad (3.21)$$

Die *Varianz* oder *Dispersion* ist im Sinne der deskriptiven Statistik der mittlere quadratische Fehler dieses Schätzers. Er ist gegeben durch

$$\sigma_{\langle u \rangle}^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (u_n - \langle u \rangle)^2 . \quad (3.22)$$

Der erwartungstreue Schätzwert für die Varianz der Grundgesamtheit, dem zentralen Moment zweiter Ordnung, ist hingegen die *empirische Varianz* (empirische mittlere quadratische Abweichung) nach **Gleichung (3.23)**. Handelt es sich bei der betrachteten Zufallsgröße

um die Komponente einer momentanen Fluidgeschwindigkeit, beschreibt sie die Normalspannungskomponente $\langle u'^2 \rangle$ des REYNOLDSschen Spannungstensors in der betrachteten Koordinatenrichtung x . Sie ist das arithmetisch gemittelte Quadrat der Schwankungsgeschwindigkeiten u' .

$$s_u^2 = \mu_{2,u} = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (u_n - \langle u \rangle)^2 = \langle u'^2 \rangle \quad (3.23)$$

Die positive Quadratwurzel aus der empirischen Varianz wird als *Standardabweichung* bezeichnet. Im Sinne der Strömungsmechanik ist dies die *root-mean-square-* oder kurz *rms*-Geschwindigkeit u_{rms} ,

$$s_{\langle u \rangle} = +\sqrt{s_u^2} = u_{rms} = \sqrt{\langle u'^2 \rangle}. \quad (3.24)$$

Das auf die dritte Potenz der Standardabweichung bezogene zentrale Moment dritter Ordnung ist die Schiefe oder *skewness*. Sie ist dimensionslos und beschreibt die Asymmetrie einer Wahrscheinlichkeitsdichte. Wurde eine Stichprobe vom Umfang N genommen, lässt sich die Schiefe mit

$$S_{u'} = \frac{\mu_{3,u}}{s_u^3} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (u_n - \langle u \rangle)^3}{s_u^3} = \frac{\langle u'^3 \rangle}{\langle u'^2 \rangle^{3/2}} \quad (3.25)$$

berechnen. Eine quantitative Aussage über eine eher spitze oder flache Wahrscheinlichkeitsdichte kann mit der Kurtosis (Wölbung) oder *flatness* getroffen werden,

$$F_{u'} = \frac{\mu_{4,u}}{s_u^4} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (u_n - \langle u \rangle)^4}{s_u^4} = \frac{\langle u'^4 \rangle}{\langle u'^2 \rangle^2}. \quad (3.26)$$

3.2.6.3 Ausreißerproblematik und alternative Schätzer

Die oben beschriebenen, empirischen Mittel als Erwartungswertschätzer sind nur dann ohne Einschränkung anzuwenden, wenn die der Berechnung zu Grunde gelegte Stichprobe hinreichend homogen ist. Diese Homogenität ist gegeben, wenn die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Datenbasis an den Rändern keine unphysikalisch kleine oder große Werte enthält. Derartige Elemente, die nicht mit der Verteilungsannahme für die Daten zu vereinbaren sind (verursacht z. B. durch Messfehler oder allgemein durch überdurchschnittlich günstige bzw. ungünstige Ereignisse), werden in der deskriptiven Statistik als *Ausreißer* bezeichnet. Messwerte, die als Ausreißer identifiziert wurden, sind entweder zu eliminieren oder bei der Anwendung eines Schätzers gesondert zu behandeln. Andernfalls tritt eine Verzerrung (*biasing*) des Ergebnisses durch die Ausreißer auf (vgl. [25] oder [10]).

Ausschließen von Ausreißern bedeutet, dass die untere und obere Grenze für den Gültigkeitsbereich der Daten zu definieren ist und Werte ausserhalb dieses Bereiches ausgeschlossen werden. Eine in der Messtechnik übliche Möglichkeit hierfür ist z. B. alle Werte auszuschließen, die weiter als drei Standardabweichungen vom Mittelwert entfernt liegen.

Eliminieren von Daten ist jedoch als nicht zulässig anzusehen, wenn die Ausreißer Ausdruck der Variabilität in der Grundgesamtheit, also ein Zeichen für die Richtung der Abweichung

von der Verteilungsannahme, sind. In diesem Fall sind für die Punktschätzung von Lageparametern sogenannte *robuste* Erwartungswertschätzer notwendig.¹⁰ Diese basieren auf einer Linearkombination T_N mit reellen Gewichtskoeffizienten $a_{(n)}$,

$$T_N = \sum_{n=1}^N a_{(n)} x_{(n)} \quad \text{mit} \quad 0 \leq a_{(n)} \leq 1 \quad \text{für} \quad n = 1, \dots, N \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^N a_{(n)} = 1. \quad (3.27)$$

Eine Möglichkeit für die Gewichtung in diesem Schema ist die *Winsorisierung*.¹¹ Dabei wird eine feste Anzahl h von Ausreißern am unteren und oberen Ende der Datenreihe durch die benachbarten Werte ersetzt und so der Umfang der Stichprobe nicht verändert. Die Anzahl $h = \lceil N\alpha \rceil$ (h ist auf eine ganze Zahl abzurunden) wird mit dem für dieses Verfahren geeignet zu wählenden Parameter α berechnet ($0 \leq \alpha \leq 0,5$). Somit lauten die Gewichtungskoeffizienten in [Gleichung \(3.27\)](#)

$$a_{(n)} = \begin{cases} \frac{1}{N}(h+1) & \text{für } n = h+1 \quad \text{und} \quad n = N-h \\ \frac{1}{N} & \text{für } h+1 < n < N-h. \end{cases} \quad (3.28)$$

Aus dem mittels der Winsorisierung korrigierten Ensemble von Messwerten lässt sich wieder ein arithmetischer Mittelwert berechnen, der nach diesem Verfahren benannte α -winsorisierte Mittelwert. Für z. B. die mittlere Strömungsgeschwindigkeit $\langle u \rangle_\alpha$ eines Fluids lautet dieser

$$\langle u \rangle_\alpha = \frac{1}{N} \left[h u_{(h+1)} + \sum_{n=h+1}^{N-h} u_n + h u_{(N-h)} \right]. \quad (3.29)$$

In diesem Fall erfolgt die Winsorisierung beidseitig mit gleicher Gewichtung. Bei unsymmetrischer Wichtung sind die Koeffizienten in [Gleichung \(3.28\)](#) bzw. die Summationsgrenzen für den Mittelwert nach [Gleichung \(3.29\)](#) entsprechend anzupassen.

Als robuste Schätzung für die Summe der quadratischen Abweichungen kann die winsorisierte Varianz $s_{u,\alpha}^2$, [Gleichung \(3.30\)](#), und daraus abgeleitet die winsorisierte Standardabweichung $s_{\langle u \rangle,\alpha}$ nach [Gleichung \(3.31\)](#) berechnet werden (vgl. z. B. TUKEY & McLAUGHLIN [220] oder DIXON & TUKEY [62]).

$$s_{u,\alpha}^2 = \frac{1}{N-1} \left[h (u_{(h+1)} - \langle u \rangle_\alpha)^2 + \sum_{n=h+1}^{N-h} (u_n - \langle u \rangle_\alpha)^2 + h (u_{(N-h)} - \langle u \rangle_\alpha)^2 \right] \quad (3.30)$$

$$s_{\langle u \rangle,\alpha} = \frac{N-1}{N-2h-1} \frac{s_{u,\alpha}}{\sqrt{N(N-1)}} \quad (3.31)$$

BOLLINGER & CHANDRA [18] zeigten mittels einer analytischen Untersuchung des Einflusses von Trimmen und Winsorisieren einer künstlich mit Ausreißern versehenen Datenreihe, dass, erstens, das Winsorisieren dem Eliminieren eindeutig vorzuziehen ist, und zweitens, dabei $\alpha = 0,01$ zur Beschränkung des *biasings*¹² geeignet ist.

Insofern wurden sämtliche, mittels der LDA gewonnenen Zeitreihen vor der weiteren Datenaufbereitung einer 1 %-Winsorisierung unterzogen.

¹⁰ Ein Überblick über robuste Verfahren wird z. B. von VANDEV [223] gegeben. Weiterführende Informationen zu dieser Thematik werden anschaulich von HOAGLIN *et al.* [106] präsentiert.

¹¹ Nach TUKEY [219] besagt das nach CHARLES PAYNE WINSOR (1895–1951) benannte Prinzip: „*All distributions are normal in the middle*“.

¹² Verfälschung des Messergebnisses aufgrund zu großer Einflussnahme auf die Datenbasis.

3.2.7 Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Geschwindigkeitsschwankungen

Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen (CDF)¹³ eindimensionaler Zufallsgrößen, wie z. B. der momentanen Fluidgeschwindigkeit u und v , bzw. genauer von deren Schwankungsanteilen u' und v' , geben Aufschluss über die REYNOLDSSchen Normalspannungen $\langle u'^2 \rangle$ und $\langle v'^2 \rangle$. Messungen von CDF der Geschwindigkeitsschwankungen in einer turbulenten Grenzschicht wurden z. B. von ECKELMANN [72] durchgeführt, der fand, dass diese Verteilungsfunktionen zum Teil erheblich von einer GAUSSSchen Verteilung abweichen.

Eine Aussage über die Wechselwirkung der Geschwindigkeitsschwankungen erhält man aus der mehrdimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion. Trägt man z. B. die CDF zweidimensional in einer u',v' -Ebene auf, können mittels der sogenannten *Quadranten-Analyse* die Beiträge zur REYNOLDSSchen Schubspannung $\langle u'v' \rangle$ durch charakteristische und zu kategorisierende *events* in der turbulenten Grenzschicht abgeschätzt werden. Diese Methode wurde erstmalig von WALLACE *et al.* [232] angewandt, ist sehr anschaulich von NAKAGAWA & NEZU [150] beschrieben worden und wird hier bei Diskussion der Ergebnisse näher erläutert (vgl. [Abschnitt 4.3.2.3](#)).

3.2.7.1 Berechnung mehrdimensionaler Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen aus LDA-Zeitreihen

Die Berechnung einer multivariaten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (JPDF)¹⁴ aus gemessenen Wahrscheinlichkeitsverteilungen erfordert geeignete Zeitreihen von Messdaten für die weitere Auswertung. Da hier die Interaktion der Geschwindigkeitsschwankungen u' und v' betrachtet wird, ist zwangsläufig eine koinzidente Messung mit einem LDA in einer 2C-Konfiguration notwendig. Insofern wurden sämtliche Messungen für die Betrachtung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit der Konfiguration \mathcal{A} (vgl. [Tabelle D.2](#) in [Anhang D](#)) durchgeführt.

Zur Berechnung der JPDF $f(u',v')$ für die bivariate Zufallsgröße u' und v' nach [Gleichung \(3.32\)](#) werden, in Anlehnung an die Ausführungen von DURST *et al.* [67] für ein univariates Problem, die relative Anzahl der Ereignisse N_i/N innerhalb des Intervalls $(\Delta u'_i; \Delta v'_i)$ gezählt. Dabei ist N_i die Anzahl aller Ereignisse innerhalb dieses, aufgrund der Bivarianz, quadratischen Intervalls $(\Delta u'_i; \Delta v'_i) = (u'_{i+1/2} - u'_{i-1/2}; v'_{i+1/2} - v'_{i-1/2})$ und N die Gesamtanzahl der zur Verfügung stehenden Werte in der Zeitreihe.

$$f(u',v') = \lim_{\substack{\Delta u' \rightarrow 0 \\ \Delta v' \rightarrow 0}} \left[\frac{\text{CDF}[u' < u'_i \leq u' + \Delta u' \wedge v' < v'_i \leq v' + \Delta v']}{\Delta u' \Delta v'} \right] \quad (3.32)$$

Ist N_R die Gesamtzahl aller zu betrachtenden Intervalle, lässt sich der jeweilige Wert $f(u'_i, v'_i)$ der JPDF für die diskret verteilten LDA-Messwerte mit folgendem Schema berechnen

$$\begin{aligned} \Delta u' &= \frac{u'_{\max} - u'_{\min}}{N_R}, & \Delta v' &= \frac{v'_{\max} - v'_{\min}}{N_R} \\ u'_1 &= u'_{\min} + \frac{\Delta u'}{2}, & v'_1 &= v'_{\min} + \frac{\Delta v'}{2}, & u'_i &= u'_{i-1} + \Delta u', & v'_i &= v'_{i-1} + \Delta v' \\ f(u'_i, v'_i) &= \frac{N_i}{N \Delta u' \Delta v'} \quad \text{mit } i = 1, 2, \dots, N_R. \end{aligned} \quad (3.33)$$

¹³ Abkürzung für *cumulative distribution function*.

¹⁴ Abkürzung für *joint probability density function*.

Der max- und min-Wert ist dabei das innerhalb der Zeitreihe auftretende Maxima und Minima. Die Anzahl der Teilintervalle N_R wurde bei den Auswertungen der LDA-Messergebnisse zu $N_R = N/100$ gewählt.

3.2.7.2 Berechnung der Beiträge zur REYNOLDSSchen Schubspannung

Ist die JPDF $f(u',v')$ an einem Ort in der Grenzschicht bekannt, lassen sich die verschiedenen Beiträge zur REYNOLDSSchen Schubspannung $\langle u'v' \rangle$ für ein besseres Verständnis ihres Ursprungs mittels einer von LU & WILLMARTH [129] vorgeschlagenen Methode bestimmen. Dabei wird, in Erweiterung der Quadranten-Analyse nach WALLACE *et al.* [232], die u',v' -Ebene $E_{u',v'}$ in fünf Regionen geteilt. Diese setzen sich aus einem hyperbolischen Loch der Größe H (*hole*), begrenzt durch Kurven $|u'v'| = H\sqrt{\langle u'^2 \rangle}\sqrt{\langle v'^2 \rangle}$, sowie den vier Quadranten, jeweils den Bereich des Loches ausgeschlossen, zusammen. Mit dem Konzept eines Loches werden bei der Quadranten-Analyse kleinere, wenig aussagekräftige Schwankungen im $u'v'$ -Signal nicht berücksichtigt und so die Analyse der Turbulenzstruktur auf starke, statistisch relevante Ereignisse mit großen u' - und v' -Werten beschränkt. Ein Beitrag zu $\langle u'v' \rangle$ ist für $H \geq 4$ als gewichtig zu werten (vgl. LU & WILLMARTH [129]).

Die Beiträge $\langle u'v' \rangle_i$ aus den vier Quadranten Q_i lassen sich als Funktion der Loch-Größe H unter Zuhilfenahme einer Indikator-Funktion $I_i(t,H)$ berechnen,

$$\frac{\langle u'v' \rangle_i(H)}{\langle u'v' \rangle} = \frac{1}{\langle u'v' \rangle} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u'v'(t) I_i(t,H) dt \quad \text{mit } i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.34)$$

$$\text{und } I_i(t,H) = \begin{cases} 1, & \text{für } |u'v'(t)| > H\sqrt{\langle u'^2 \rangle}\sqrt{\langle v'^2 \rangle} \wedge (u',v') \in Q_i \\ 0, & \text{andernfalls.} \end{cases}$$

Mit entsprechender Vorgehensweise ist der Loch-Beitrag $\langle u'v' \rangle_h$ zu erfassen,

$$\frac{\langle u'v' \rangle_h(H)}{\langle u'v' \rangle} = \frac{1}{\langle u'v' \rangle} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u'v'(t) I_h(t,H) dt \quad (3.35)$$

$$\text{mit } I_h(t,H) = \begin{cases} 1, & \text{für } |u'v'(t)| \leq H\sqrt{\langle u'^2 \rangle}\sqrt{\langle v'^2 \rangle} \\ 0, & \text{andernfalls.} \end{cases}$$

3.2.8 Fehlerquellen der LDA

Mit der LDA gemessene Größen sind, wie bei jedem anderem Messverfahren auch, mit einem systematischen Fehler behaftet. Eine detaillierte Diskussion ihrer Ursache und Einfluss auf das Messergebnis wurde z. B. von DEGRAAFF [53] vorgenommen. Darauf aufbauend hat KALTER [115] eine Bewertung des kommerziellen DANTEC-Systems mit Hauptaugenmerk auf Grenzschichtuntersuchungen vorgenommen. Demnach sind im Wesentlichen vier Hauptfehlerquellen zu nennen, der Fringebias, der Validierungsbias, der Geschwindigkeitsbias und der Geschwindigkeits-Gradienten-Bias.

Der Fringebias resultiert aus einer Abweichung von der optimal orthogonalen Ausrichtung der Partikelbewegungsbahn beim Passieren des Interferenzstreifenmusters, so dass nicht

genügend Streifen gekreuzt werden. Die bei den Messungen eingestellte Frequenzverschiebung von 40 MHz führt zu einer hochfrequenten Relativbewegung zwischen Interferenzstreifenmuster und Strömung und unterbindet so dieses Problem.

Aufgrund seiner starken Systemkonfigurationsabhängigkeit ist der Validierungsbias schwer zu quantifizieren, lässt sich jedoch bei sorgfältiger Parameterselektion bei den Messungen minimieren. Dieser Bias kombiniert den Filter- und Prozessorbias des BSA und beschreibt die Güte der Frequenzantwort der Auswertekette für den gesamten Bereich der zu messenden Geschwindigkeiten. Beträgt das Verhältnis zwischen Messvolumendurchmesser und eingestelltem *record interval* etwa 0,45,¹⁵ ist der Messfehler in Bezug auf diese Fehlerquelle so klein als möglich.¹⁶

Der Geschwindigkeitsbias hat seine Ursache darin, dass trotz homogener Partikeldistribution im Fluid die Wahrscheinlichkeitsverteilung für Teilchendurchgänge im Messvolumen geschwindigkeitsabhängig ist. Insofern werden bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten mehr Partikel detektiert, als bei niedrigen, was, ohne Korrekturverfahren, unmittelbaren Einfluss auf den arithmetischen Mittelwert der Messwerte hat. Für die Korrektur dieses Bias hat sich eine entsprechende Wichtung der einzelnen Messwerte mit deren *transit time* oder *residence time* nach GEORGE [88] etabliert. Es empfiehlt sich jedoch, bereits bei der Datenaufnahme einen geeigneten Modus zur Reduzierung des Fehlers zu wählen. Geeignet dazu sind zwei, in der BSA Flow Software implementierte Modi. Der *controlled dead time mode*, wobei die *dead time* doppelt so groß wie die integrale Zeitskala der Strömung sein sollte. Mit diesem Modus sind die Messwerte statistisch unabhängig und die Momente somit frei von Bias-Effekten. Alternativ kann der *continuous mode* verwendet werden, was aber eine hohe Partikeldichte im Fluid bzw. eine hohe Strömungsgeschwindigkeit erfordert, so dass das DOPPLER-Signal quasi-kontinuierlich ist und eine äquidistante Aufnahme der Geschwindigkeitswerte bei einer akzeptablen Datenrate realisiert werden kann.

Auf den Geschwindigkeits-Gradienten-Bias wird an dieser Stelle nicht näher eingegangen, dessen Erklärung erfolgt bei Vorstellung des Korrekturverfahrens in [Abschnitt 3.2.9.2](#).

Letztendlich kann Streulicht durch Reflexion des Laserlichtes in unmittelbarer Wandnähe ein zusätzliches Rauschen verursachen, das die *burst*-Signale von Partikeln nachhaltig beeinflusst und im ungünstigsten Falle diese für den BSA undetektierbar macht. Die bei den Referenzmessungen verwendete verspiegelte Glasplatte vermeidet bei entsprechender Reinigung vor Aufnahme der Messung dieses Problem. Bei den Vermessungen der Geschwindigkeitsprofile über der gerillten Oberfläche hilft der umgekehrte Effekt, maximale Absorption des Lichtes durch die diffuse Oberfläche und Wahl eines schwarz-matten Kunststoffes, diese Fehlerquelle zu minimieren.

In Zusammenhang mit den Fehlerquellen der LDA darf abschließend nicht versäumt werden zu erwähnen, dass niedrige Turbulenzgrade ($Tu \leq 2\%$) generell zu groß gemessen werden. Im direkten Vergleich mit Hitzdrahtmessungen zeigte KALTER [115], dass aufgrund von Begrenzungen des BSA-Prozessors Turbulenzgrade unter 1% nicht bestimmbar sind. RUCK *et al.* [183] untersuchten darüber hinaus den Einfluss von Partikeln, die innerhalb der Laserstrahlen vor dem Messvolumen lokalisiert sind und konnten dabei zeigen, dass durch Beugung des Laserlichtes an diesen Tracerteilchen das Interferenzstreifenmuster verzerrt und so der Turbulenzgrad etwa um 0,5% zu groß bestimmt wird.

¹⁵ DANTEC ELEKTRONIK, Users Guide 57N10/57N14/57N25, Denmark, Reg. Nr. 9150A9101.

¹⁶ Die bei den Messungen in der turbulenten Grenzschicht mit dem DANTEC-System eingestellten Parameter sind in [Anhang B](#) zusammengefasst.

3.2.9 Aufbereitung und Auswertung der Daten

Die mit dem DANTEC-System gemessenen und deren BSA FLOW SOFTWARE erfassten Daten wurden als Zeitreihen für einen Messpunkt als ASCII-Dateien abgespeichert und anschließend im ersten Schritt der Datenauswertung mit dem eigens in FORTRAN programmierten Programm LDAPPISM¹⁷ bearbeitet.

Dabei erfolgte zunächst die Korrektur der Geschwindigkeitsbeträge mit dem nach [Anhang C](#) kalibriertem und [Anhang D](#) korrigiertem Interferenzstreifenabstand der gewählten Konfiguration. Um die in [Abschnitt 3.2.6.3](#) beschriebene Winsorisierung der Rohdaten durchführen zu können, mussten die Zeitreihen zunächst sortiert werden. Dies erfolgte mittels eines schnellen internen Sortierverfahrens (*Quicksort*-Algorithmus). Im letzten Teilschritt fand in dem Programm die Schätzung sämtlicher statistischer Parameter einer turbulenten Strömung aus den bereinigten Zeitreihen statt.

Der zweite Schritt der Datenauswertung wurde mittels eines speziell für die Auswertung und Präsentation von Grenzschichtprofilen und integralen Grenzschichtgrößen programmierten MATHEMATICA[®]-Notebooks durchgeführt.

In diesem Programm sind im Wesentlichen folgende Inhalte implementiert:

- Berechnung der Geschwindigkeitskomponenten im plattenorientierten bzw. laborfesten Koordinatensystem K^G mittels der Richtungskosinus des Interferenzstreifen-Normalenvektors für die verwendete Messkonfiguration nach [Tabelle D.2](#) in [Anhang D](#).
- Interpolation der Stoffwerte Dichte und Zähigkeit des Fluids Wassers anhand dessen gemessener Temperatur¹⁸ aus tabellierten Werten (vgl. BAEHR & STEPHAN [7]).
- Korrektur des Wandabstandes (Auffinden von $y = 0$) nach dem in [Abschnitt 3.2.9.1](#) beschriebenen Verfahren für die Verteilungen der plattenparallelen und der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente.
- Berechnung der Wandschubspannung τ_w aus der Steigung des Geschwindigkeitsprofils in Wandnähe (vgl. [Gleichung 3.2](#)) zum Vergleich mit dem mittels des PRESTON-Rohres gemessenen Wertes.
- Anwendung des Korrekturverfahrens für den Geschwindigkeits-Gradienten-Bias nach [Abschnitt 3.2.9.2](#).
- Bestimmung der VON KÁRMÁN-Konstante κ und der Integrationskonstante C des logarithmischen Überlappungsgesetzes, [Gleichung \(1.7\)](#), mittels eines von KEMPE [118] programmierten LEVENBERG-MARQUARDT-Verfahrens.
- Ermittlung der lokalen Grenzschichtdicke δ , der Verdrängungsdicke δ_1 und der Impulsverlustdicke δ_2 sowie weiterer charakteristischer Größen wie z. B. REYNOLDS-Zahlen.
- Skalierung der mittleren Geschwindigkeitskomponenten und Schwankungsgrößen mit inneren und äußeren Grenzschicht-Variablen.
- Konfidenzschätzung in Form einer relativen Abweichung $e_{(u)}$ für den Erwartungswert der mittleren Strömungsgeschwindigkeit (vgl. Ausführungen in [Abschnitt 3.2.9.3](#)).

¹⁷ LDA post-processing ISM

¹⁸ Gemittelt aus der Fluidtemperatur zu Beginn und Ende der Profilmessung.

3.2.9.1 Ermittlung des korrekten Wandabstandes

Nach Vermessung der Geschwindigkeitsprofile normal zur Plattenoberfläche war aus den Messdaten der korrekte Wandabstand bzw. der Ort $y = 0$ zu ermitteln. Dazu kam bei den Messungen der u -Komponente des Geschwindigkeitsvektors ein Verfahren zur Anwendung, das von URZYNICOK [221] beschrieben wurde. Dabei wird an der verspiegelten Messoberfläche die Geschwindigkeitsverteilung in Wandnähe doppelt gemessen und so, nach einer geeigneten Approximation der Messwerte, in der Mitte zwischen zwei gleich großen Werten der Ort der Oberfläche angenommen. Hinsichtlich der Genauigkeit dieses Verfahrens wird von KALTER [115] für eine vergleichbare Konfiguration eine Toleranz von $\pm 0,05$ mm genannt.

Bei den Messungen zur Bestimmung der v -Komponente unter Verwendung der Konfigurationen \mathcal{B}_1 und \mathcal{B}_2 (vgl. [Tabelle D.2](#) in [Anhang D](#)) versagt dieses Verfahren, da aufgrund der Sonden-Drehung um den Winkel $\beta = \pm 40^\circ$ bei Spiegelung der Strahlen vor deren Schnitt kein Messvolumen entstehen kann. Insofern musste hier ein anderer Ansatz gewählt werden.

Mittels einer nichtlinearen Optimierung ist dazu eine Lösung für folgende Kostenfunktion zu suchen

$$\hat{\Theta} = \arg \min_{\Theta} \left[\langle u \rangle_0(y) - \langle u \rangle_{1,2}(y, \Theta) \right]^2. \quad (3.36)$$

Dabei ist $\langle u \rangle_0$ die mit der Konfiguration \mathcal{B}_0 direkt gemessene bzw. $\langle u \rangle_{1,2}$ die mit [Gleichung \(3.11\)](#) berechneten Mittelwerte der Geschwindigkeiten aus den Messungen unter den Winkeln β_1 und β_2 gegenüber der Plattenoberfläche. Die Größe Θ beschreibt geometrisch betrachtet einen Punkt im vierdimensionalen Merkmalsraum mit den freien Parametern dieses Problems als Koordinatenachsen. Diese Parameter sind die unbekannt Wandabstände $y_{0,1}$ und $y_{0,2}$ sowie die genauen Werte der Sonden-Drehwinkel β_1 und β_2 .

Aufgrund der schwierigen Differenzierbarkeit von [Gleichung \(3.36\)](#) und dem Vorhandensein lokaler Minima wurde ein gradientenfreies mehrdimensionales *Verfahren des Goldenen Schnittes* implementiert, das ausführlich bei BRONSTEIN *et al.* [22] beschrieben ist. Unter Vorgabe sinnvoller Intervallgrenzen für die vier oben genannten Variablen konvergiert es schneller als z. B. ein NEWTON- oder Pseudo-NEWTON-Verfahren und liefert so das globale Minimum der Kostenfunktion.

3.2.9.2 Korrekturverfahren für den Geschwindigkeits-Gradienten-Bias

Jedes das LDA-Messvolumen passierende validierte Partikel¹⁹ liefert einen Beitrag bei der Berechnung der statistischen Größen. Dabei kann, insbesondere in Bereichen mit starken Gradienten des Geschwindigkeitsfeldes, wie z. B. in der Nähe von festen Wänden, keine Aussage über den Ort des Partikeldurchganges innerhalb des endlich ausgedehnten Messvolumens getroffen werden. Daraus unmittelbar resultierend ist die detektierte mittlere Geschwindigkeit des *tracer*-Partikels nicht als die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids im Zentrum des LDA-Messvolumens anzusehen. Ist der Gradient der Geschwindigkeit über dem Durchmesser des Messvolumens klein oder gleich Null, ist dieser Messfehler vernachlässigbar.

Von ALBRECHT [3] bzw. DURST *et al.* [68] [66] wird eine Möglichkeit aufgezeigt, hier eine Korrektur herbei zu führen. Bei diesem Verfahren wird die Geschwindigkeit im Messvolumenmittelpunkt in eine TAYLOR-Reihe entwickelt und nach anschließender Integration über

¹⁹ Jeder DOPPLER-burst eines detektierten Partikels muss üblicherweise über ein zu definierendes *peak-to-peak ratio* im mittels einer FFT berechneten Spektrums validiert werden.

die hier elliptische Querschnittsfläche des Messvolumens der entsprechende Mittelwert berechnet. Im Rahmen der Datenaufbereitung gemessener Geschwindigkeitsprofile lässt sich so im Umkehrschluss bei bekanntem Mittelwert und Geschwindigkeitsgradienten die Differenz erster Ordnung zum Wert im Zentrum des Messvolumens bestimmen.

Wurde die mittlere Geschwindigkeit $\langle u \rangle_m$ am Ort y über der Plattenoberfläche gemessen, so kann deren auf das Zentrum $y = y_{MV,Z}$ korrigierte Wert $\langle u \rangle_{\text{kor}}$ berechnet werden,

$$\langle u \rangle_{\text{kor}} = \langle u \rangle_m - \frac{d_{MV}^2}{32} \frac{d^2 \langle u \rangle_m (y)}{dy^2} \Big|_{y=y_{MV,Z}}. \quad (3.37)$$

Analog liefert eine Korrekturmöglichkeit für die gemessenen Geschwindigkeitsschwankungen $\langle u'^2 \rangle_m$ den korrigierten Wert $\langle u'^2 \rangle_{\text{kor}}$,

$$\langle u'^2 \rangle_{\text{kor}} = \langle u'^2 \rangle_m - \frac{d_{MV}^2}{16} \frac{d \langle u \rangle_m (y)}{dy} \Big|_{y=y_{MV,Z}}^2 - \frac{d_{MV}^2}{32} \frac{d^2 \langle u'^2 \rangle_m (y)}{dy^2} \Big|_{y=y_{MV,Z}}. \quad (3.38)$$

Der nominelle Durchmesser d_{MV} an der kleinen Halbachse des in erster Näherung elliptischen Messvolumens kann in Anlehnung an die Ausführungen im [Anhang C](#) unter der Annahme, dass dieser dem Strahltaillendurchmesser d_w entspricht, aus den Daten der optischen Komponenten des LDA-Systems nach [Gleichung \(3.39\)](#) bestimmt werden.²⁰ DURST *et al.* [68] zeigten experimentell, dass die $1/e^2$ -Intensitätsgrenzen (vgl. [Anhang C](#)) des Messvolumens für die Durchmesserbestimmung geeignet sind.

$$d_{MV} = \frac{4 \lambda_b f_L}{\pi d_{bL}} \quad (3.39)$$

Etwas aufwändiger ist die Bestimmung der Geschwindigkeitsgradienten aus den nicht-äquidistant verteilten Messwerten.²¹ Ein geeignetes Verfahren hierzu ist die Approximation von drei nebeneinander liegenden Messwerten der Geschwindigkeit $\langle u \rangle_{i-1}$, $\langle u \rangle_i$ und $\langle u \rangle_{i+1}$ durch ein LAGRANGESCHES Interpolationspolynom 2. Ordnung, Differenzierung dessen und Auswertung am Ort y_i .

Dabei stellt man nach erfolgter Differentiation fest, dass die wandnahen Messwerte, im durch die Zähigkeit dominierten Bereich (bis $y^+ \approx 15$), bereits in der ersten Ableitung aufgrund der zur Wand hin absinkenden Datenrate und dem anwachsenden Messfehler mit starken Schwankungen versehen sind. Dem wurde durch Glätten der wandnahen Messwerte in den Verteilungen der Gradienten $d \langle u \rangle / dy$ und $d \langle u'^2 \rangle / dy$ begegnet, wobei der bei $y = 0$ fehlende Wert durch einen physikalisch sinnvollen ergänzt wurde. Aus dem Wandgesetz für die viskose Unterschicht, $u^+ = y^+$, lässt sich für den Gradienten des Mittelwerts der Geschwindigkeit $d \langle u \rangle / dy|_{y=0} = u_\tau^2 / \nu$ bzw. $d^2 \langle u \rangle / dy^2|_{y=0} = 0$ ableiten. Für den Verlauf der Schwankungsgrößen an der Wand kann eine TAYLOR-Reihe der Form $u'^+ = c_0 y^+ + c_1 y^{+2}$ aufgestellt werden (vgl. z. B. TOWNSEND [216]). Für den fehlenden Wert des Gradienten der Normalspannung in Hauptströmungsrichtung an der Wand findet man somit $d \langle u'^2 \rangle / dy|_{y=0} = 0$ bzw. $d^2 \langle u'^2 \rangle / dy^2|_{y=0} = 2 (c_0 u_\tau^2 / \nu)^2$.

²⁰ $d_{MV} = 56,49 \mu\text{m}$ für Linsenbrennweite $f_L = 200 \text{ mm}$, Wellenlänge des Laserlichtes $\lambda_b = 488 \text{ nm}$ und Strahldurchmesser an der Linse $d_{bL} = 2,2 \text{ mm}$

²¹ Die Vermessung der Geschwindigkeitsverteilung normal zur Wand wurde mit einem logarithmischen Messraster vorgenommen.

In Bezug auf den Koeffizienten c_0 fand SREENIVASAN [202] experimentell $c_0 = 0,30$, während numerische Simulationen von KIM *et al.* [119] $c_0 = 0,36$ ($Re_\tau = 180$) lieferten. Eine 1999 von MOSER *et al.* [144] durchgeführte DNS bei höheren REYNOLDS-Zahlen zeigt hier eine signifikante REYNOLDS-Zahl-Abhängigkeit, wobei für $Re_\tau = 590$ ein $c_0 = 0,405$ berechnet wurde. Da die REYNOLDS-Zahlen Re_τ in der vorliegenden Untersuchung in einem vergleichbaren Bereich zu MOSER *et al.* [144] liegen (vgl. Tabelle 4.1), wurde bei Anwendung des Korrekturverfahrens deren Wert verwendet.

In Abbildung 3.12 ist dieses Verfahren exemplarisch für ein gemessenes Geschwindigkeitsprofil dargestellt. Die Teilbilder (a) und (b) zeigen die Gradienten erster und zweiter Ordnung für den Mittelwert der Geschwindigkeit $\langle u \rangle$ sowie für die Normalspannung in Hauptströmungsrichtung $\langle u'^2 \rangle$ mit dem jeweils geglätteten Bereich der ersten Ableitung und der nach Substitution der fehlerbehafteten Messwerte resultierenden zweiten Ableitung. In den Bildern (c) und (d) sind die Grenzschichtprofile vor und nach der Anwendung des Korrekturverfahrens aufgetragen.

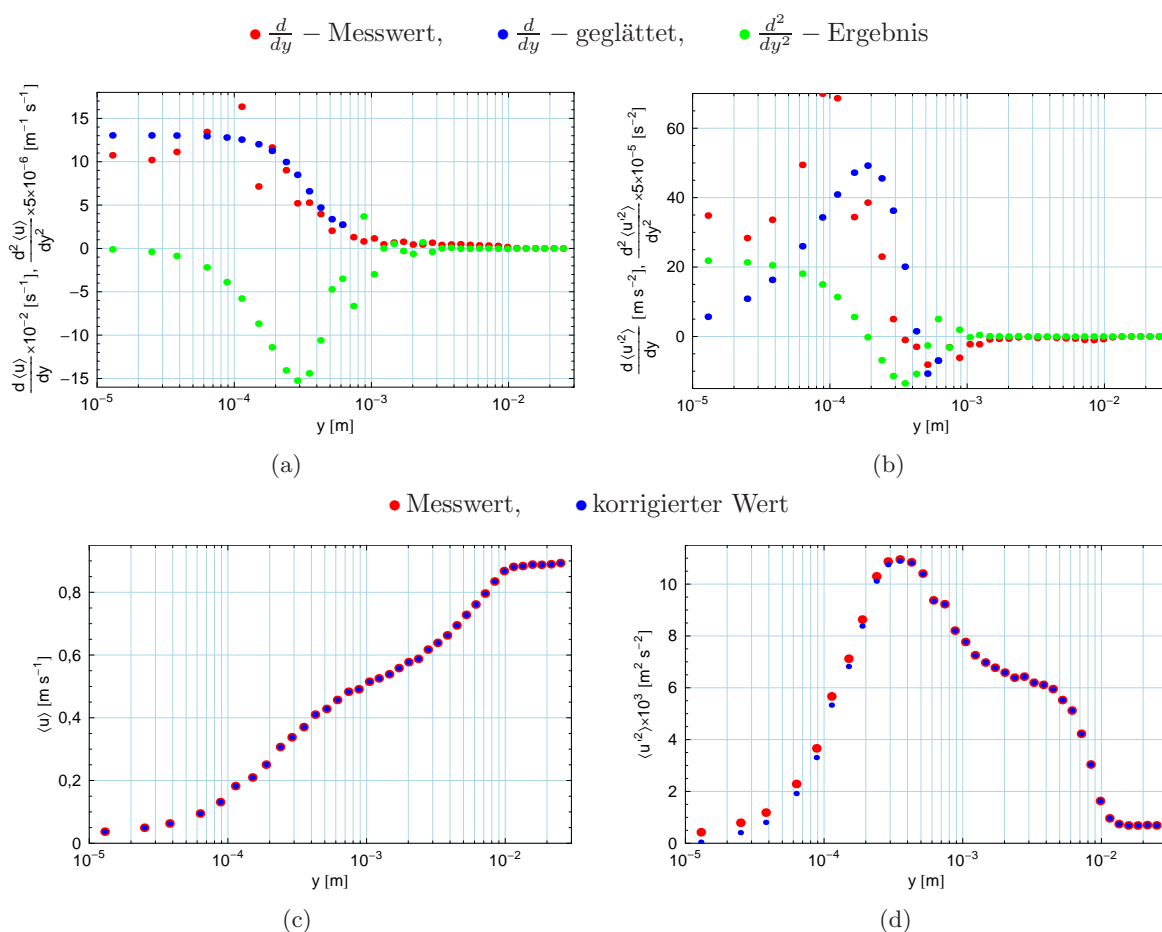


Abbildung 3.12: Anwendung eines Korrekturverfahrens für den Geschwindigkeits-Gradienten-Bias bei LDA-Messungen. Die Teilbilder (a) und (b) zeigen die Gradienten mit geglätteten Verteilungen im Bereich der viskosen Unterschicht. Die Bilder (c) bzw. (d) die Wirkung des Verfahrens auf das Profil für den Mittelwert der Geschwindigkeit $\langle u \rangle$ bzw. für die Normalspannung in Hauptströmungsrichtung $\langle u'^2 \rangle$.

Daraus ist ersichtlich, dass der Mittelwert lediglich eine marginale Korrektur erfährt. Hier kann die Aussage von DEGRAAFF [53], dass der Einfluss einer Korrektur auf den Messwert unter 1 % liegt, bestätigt werden. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung wurden sogar, zurückzuführen auf die optimierte Messvolumendimensionierung relativ zu den Grenzschichtabmessungen, selten Differenzen zwischen dem Mess- und dem korrigiertem Wert von 0,5 % überschritten.

Hingegen hat das Korrekturverfahren insbesondere im inneren Bereich der Grenzschicht bei der REYNOLDSschen Normalspannung eine erhebliche Auswirkung. Die in Wandnähe zu groß gemessenen Fluktuationen werden deutlich zur physikalisch zu erwartenden Randbedingung $\langle u'^2 \rangle|_{y=0} = 0$ hin korrigiert. Die Differenz kann hier bis zu 90 % des Messwertes betragen, was mit den Ergebnissen von ALBRECHT *et al.* [3] übereinstimmt.

3.2.9.3 Konfidenzschätzung für den Erwartungswert der mittleren Geschwindigkeit

Der mittels Gleichung (3.21) aus den N diskreten Werten der LDA-Messung berechnete Mittelwert für die Größe der Geschwindigkeitskomponente in x -Richtung $\langle u \rangle$ weicht, da es sich im statistischen Sinne um eine Schätzung handelt, vom wahren Wert bzw. Erwartungswert der Messgröße ab.

Aus Gründen der Vergleichbarkeit wird der Konfidenzbereich dieser Schätzung als relative Abweichung vom Erwartungswert angegeben. Geht man beim Messwert von einer normalverteilten Zufallsgröße aus, lässt sich die Wahrscheinlichkeitsdichte der Fehler aller gemessenen Einzelwerte durch eine *Student*- bzw. *t*-Verteilung²² beschreiben und so der Konfidenzbereich quantifizieren.

Unter Vorgabe der Irrtumswahrscheinlichkeit α sowie der Anzahl der Freiheitsgrade $m = N - 1$ ist für eine zweiseitige Fragestellung, wie sie hier vorliegt, die Quantile der *t*-Verteilung $t_{1-\frac{\alpha}{2};m}$ zu berechnen oder aus einschlägigem Tafelwerk zu bestimmen (vgl. z. B. [15]). In Verbindung mit der Streuung des Stichprobenumfangs bzw. der Standardabweichung $s_{\langle u \rangle}$ kann die relative Abweichung $e_{\langle u \rangle}$ der Mittelwerte berechnet werden,

$$e_{\langle u \rangle} = t_{1-\frac{\alpha}{2};m} \frac{s_{\langle u \rangle}}{\sqrt{N} \langle u \rangle}. \quad (3.40)$$

Für ein gemessenes Geschwindigkeitsprofil ist die aus der Zeitreihe berechnete relative Abweichung vom Erwartungswert exemplarisch in Abbildung 3.13 dargestellt. Dabei wurde als Irrtumswahrscheinlichkeit der bei experimentellen Untersuchungen übliche Wert $\alpha = 1\%$ gewählt.

Bedingt durch die geringere Datenrate in Wandnähe, und somit kleineren Anzahl N der Messwerte innerhalb eines zu mittelnden Ensembles, tritt dort die größte Abweichung $e_{\langle u \rangle, \max} \approx 0,49\%$ auf. Mit Annäherung an den Grenzschichtrand nimmt die Streuung der Messwerte ab und die Partikeldichte deutlich zu. Der Mittelwert der Geschwindigkeit kann hier mit einer höheren Sicherheit geschätzt werden, die relative Abweichung erreicht ein Minimum von $e_{\langle u \rangle, \min} \approx 0,02\%$.

²² *Student* ist ein Pseudonym des englischen Naturforschers W. S. GOSSET (1876–1937)

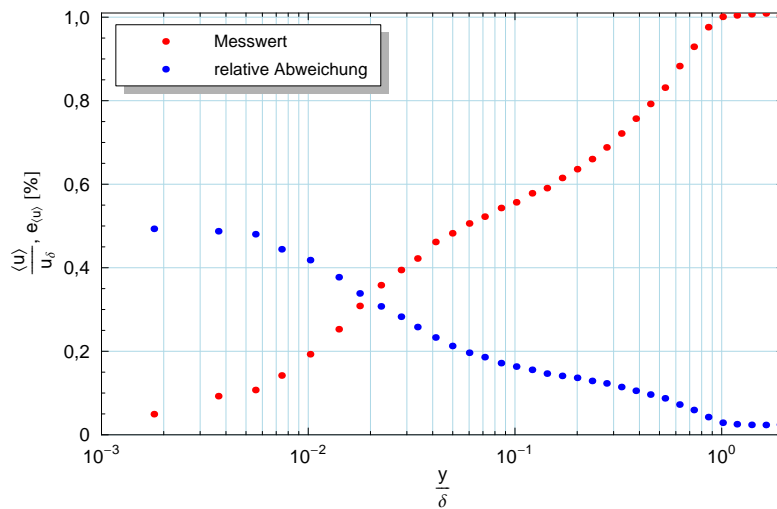


Abbildung 3.13: Mittels der LDA gemessene Verteilung der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung mit relativem Fehler $e_{\langle u \rangle}$ des berechneten Mittelwertes.

3.3 Particle image velocimetry (PIV)

3.3.1 Physikalisches Grundprinzip

Ausführliche Darstellungen der Grundlagen dieses Messverfahrens sind an diversen Stellen in der Literatur zu finden. Die aktuellsten Informationen und Entwicklungen werden z. B. von ADRIAN [2], WESTERWEEL [237] [238] und RAFFEL *et al.* [172] vorgestellt. Insofern soll hier der Vollständigkeit halber lediglich eine kurz gehaltene Beschreibung der theoretischen Grundlagen erfolgen.

Historisch gesehen ist die PIV aus der *laser speckle velocimetry* (LSV) entstanden, die ursprünglich zur Bewegungsanalyse fester Körper verwendet und letztendlich bei Vorhandensein von zu geringen *seeding*-Konzentrationen in strömungsmechanischen Anwendungen treffender als *particle image velocimetry* bezeichnet wurde (vgl. PICKERING & HALLIWELL [165] bzw. ADRIAN [1]).

Die PIV ist eine optische, daher berührungslose Messtechnik zur zeitgleichen Erfassung eines kompletten Geschwindigkeitsfeldes. Dabei werden die sich im Bildausschnitt der verwendeten Kamera befindenden natürlichen Schwebeteilchen im Trägerfluid oder das künstlich zugesetzte *seeding* mittels eines Laserlichtschnittes beleuchtet und das an der Phasengrenze zwischen Fluid und Partikel gestreute Licht aufgenommen. Im Gegensatz zu einer Strömungsvisualisierung durch eine länger belichtete Aufnahme, mit zumeist qualitativem Charakter, wird bei der PIV durch Doppelbilder die aktuelle Situation des Strömungsfeldes im betrachteten Bildausschnitt erfasst. Der lokale Translationsvektor in den Partikelbildern zwischen erster und zweiter Aufnahme wird in zu wählenden Auswertebereichen mittels statistischer Methoden (Auto- und Kreuzkorrelation) bestimmt. In Verbindung mit der bekannten Zeitdifferenz der Bilder zueinander kann der Geschwindigkeitsvektor am Ort der Teilchen berechnet und so eine quantitative Analyse des Strömungsfeldes durchgeführt werden.

Neben Aufbauten mit mehreren Kameras zur Realisierung von so genanntem Stereo-PIV mit zeitgleicher Messung aller drei Geschwindigkeitskomponenten wird standardmäßig lediglich eine Kamera eingesetzt, um die beiden Komponenten (2C) eines zweidimensionalen Strömungsfeldes (2D) zu bestimmen. Dieses Verfahren (2D-2C-PIV) hat hier für die Messungen am Wasserumlaufkanal des ISM Anwendung gefunden.

3.3.2 Systemaufbau für Messungen am Wasserumlaufkanal

Für die vorliegenden Untersuchungen in einer turbulenten Grenzschicht mit Bestimmung des wandnahen Strömungsfeldes durch 2D-2C-PIV wurde ein eigenes System aufgebaut, dessen einzelne Komponenten in den nachfolgenden Kapiteln beschrieben werden.

Wesentliche Herausforderungen waren dabei die Konzeption, Fertigung, Inbetriebnahme und Optimierung des in [Abschnitt 3.3.2.2](#) beschriebenen Strahlunterbrechers zur Erzeugung von Doppel-Lichtimpulsen gleicher Intensität aus einem kontinuierlichen Laserstrahl in Verbindung mit der damit notwendig gewordenen Synchronisationselektronik zur Steuerung der Kamera-Bildaufnahmefrequenz ([Abschnitt 3.3.2.5](#)) sowie die Messung des zeitlichen Pulsabstandes. Dies wurde notwendig, da am ISM kein gepulster Laser zur Verfügung stand.

3.3.2.1 Lichtquelle

Als Lichtquelle wurde, wie bei PIV-Messungen üblich, ein LASER²³ verwendet. Diese sind in der Lage, monochromatisches Licht von hoher Energiedichte zu emittieren, welches leicht mittels einer Lichtschnittoptik geeignet zu lokalisieren ist und so zur Beleuchtung der Tracerpartikel im Fluid genutzt werden kann.

Für Wasserströmungen bei moderaten Geschwindigkeiten eignet sich, aufgrund seiner sehr hohen Ausgangsleistung im sichtbaren Spektralbereich, besonders ein Argon-Ionen-Laser (Ar⁺-Laser) [172]. Dessen Hauptlinien liegen bei 514,5 nm, 488 nm, 476,5 nm und 457,9 nm. Am ISM der TU Dresden ist deshalb für PIV-Untersuchungen am Wasserumlaufkanal ein Ar⁺-Laser Typ ILA 190 von CARL ZEISS JENA beschafft worden. Die Leistungsparameter und technischen Daten dieses Systems sind in [Tabelle B.3 \(Anhang B\)](#) zusammengefasst.

Wesentlicher Nachteil dieses Laser für PIV-Messungen ist die kontinuierliche Emittierung des Lichtes. Somit ist für die verfahrensbedingte Beleuchtung der Partikel mit zwei kurz aufeinander folgenden Lichtimpulsen eine separate Unterbrechung oder Ablenkung des Lichtstrahles notwendig. Das hierfür entwickelte System wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

3.3.2.2 Strahlunterbrechung

Zur Erzeugung von Lichtimpulsen aus einem kontinuierlichen Strahl sind verschiedene Verfahren denkbar. Am ISM kam hierfür bisher eine sogenannte Bragg-Zelle zum Einsatz, die in Abhängigkeit vom Anliegen einer hochfrequenten Spannung den Laserstrahl erster Ordnung unter einem anderen Winkel als den (intensitätsstärksten) Strahl nullter Ordnung aus dem speziellen Kristall austreten lässt. Der Vorteil dieses Systems einer bequemen und sehr

²³ Abkürzung für *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, Lichtverstärkung durch angelegte (induzierte oder stimulierte) Strahlungsemission.

schnellen elektronischen Ansteuerung bringt den Nachteil mit sich, dass lediglich der wesentlich lichtschwächere Strahl erster Ordnung für die gepulste Beleuchtung der Partikel genutzt werden kann.

Da trotz der hohen Lichtleistung des zur Verfügung stehenden Ar^+ -Lasers Voruntersuchungen zeigten, dass für hochauflösende Grenzschichtaufnahmen mittels der PIV die bisherige Konfiguration nur unzufriedenstellende Ergebnisse liefert, wurde ein eigenes System zur Erzeugung der Doppel-Pulse aus dem kontinuierlichen Strahl entwickelt. Dieses besteht im Wesentlichen aus einem Motor mit Getriebe und zwei rotierenden, mit Bohrungen bzw. einem Schlitz versehenen Scheiben und ist in [Abbildung 3.14](#) dargestellt.

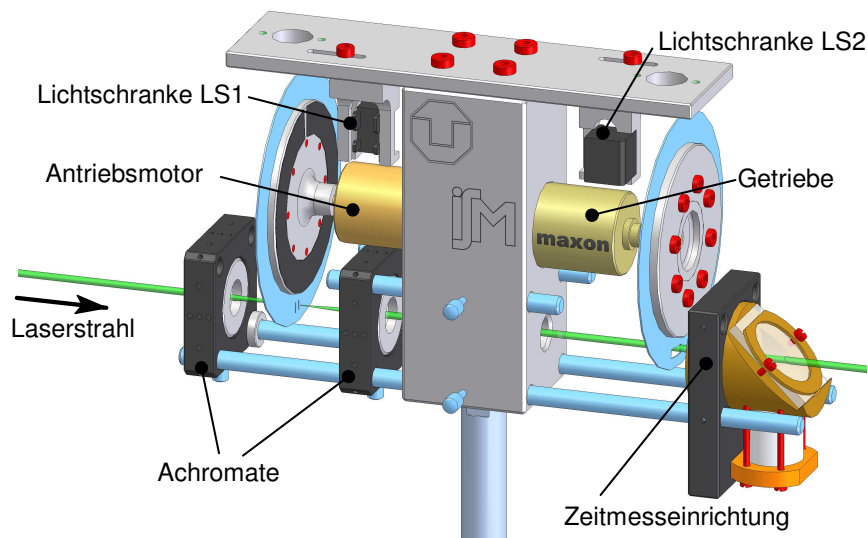


Abbildung 3.14: Konfiguration des Systems zur Erzeugung von Doppel-Licht-Impulsen aus einem kontinuierlichen Strahl mittels zwei geschlitzter rotierender Scheiben mit Einrichtung zur Bestimmung des zeitlichen Doppel-Pulsabstandes.

Als Antrieb dient ein Präzisions-Gleichstrommotor (DC Motor RE 25 von MAXON MOTOR), der bei seiner Nennspannung von 24 V eine Drehzahl von 9550 min^{-1} erreicht. Auf der Motorabtriebswelle ist eine Scheibe mit $\varnothing 80 \text{ mm}$ montiert. Auf dieser sind zwei Schlitz mit Breite 0,5 mm radial unter einem Winkelversatz von 5° angebracht. Ein zusätzliches Getriebe (Planetengetriebe GP 26 B ebenfalls von MAXON MOTOR) ermöglicht die Untersetzung der Drehzahl im Verhältnis $i = 15/4$. Auf dieser Seite ist eine Scheibe mit einem Längsausschnitt in Umfangsrichtung montiert, der bei höheren Drehzahlen (zur Realisierung eines geringeren Bildabstandes bei größeren Strömungsgeschwindigkeiten) eine doppelte Belichtung der Bilder verhindert.

Die exakte Drehzahl der beiden Scheiben wird jeweils durch einer Photologic[®] Reflexions-Lichtschranke (Type OPB715 von OPTEK) erfasst. Als reflektierende Fläche dient dabei jeweils eine Markierung auf den schwarz lackierten Naben, welche die oben beschriebenen Funktionsscheiben mittels eines Gegenhalters fixieren. Die Feinjustierung der Signalzeiten wird durch eine radiale, stufenlose Einstellmöglichkeit des Markierungsträgers ermöglicht.

Für die Fokussierung des Laserstrahles auf die Schlitze der rotierenden Scheibe mit anschließender Parallelisierung wurden zwei positive Achromate²⁴ eingesetzt. Für diesen Anwendungsfall besitzen Achromate gegenüber z. B. gewöhnlichen bi-konvex Linsen den Vorteil, dass trotz der unterschiedlichen Wellenlängen des auftreffenden Laserlichtes die chromatische Längsaberration²⁵ sowie die Wellenfrontdeformation minimal gehalten werden können, was einen wesentlichen Einfluss auf die Güte des Laser-Lichtschnittes hat. Die hier gewählte Achromat-Konfiguration ermöglicht die Realisierung eines Strahltaillendurchmessers von $d_w = 14\text{--}20\ \mu\text{m}$ an der rotierenden Scheibe für die Qualität des im vorigen Abschnitt beschriebenen Laserstrahles.

3.3.2.3 Lichtschnittoptik

Die optischen Komponenten zur Erzeugung des Laser-Lichtschnittes aus dem (gepulsten) Strahl nach dem oben beschriebenen Strahlunterbrecher wurden mit dem frei verfügbaren Programm **WinLens** (Version 4.3.5) der LINOS Photonics GmbH & Co. KG zusammengestellt. Dabei sind die entsprechenden Linsen vorab überschlägig auszuwählen und zu einem Ensemble zu kombinieren, so dass der Strahlengang mittels der paraxialen Optik durch das System hindurch verfolgt werden kann.

Das Programm erlaubt nach der optischen Auswahl der Linsen, Festlegung deren Abstände zueinander und der Strahleigenschaften vor dem System, eine Auswertung der unter optimalen Bedingungen zu erwartenden Abbildung in der Bildebene.

Entsprechend den Gegebenheiten am Wasserumlaufkanal wurde so das aus vier Linsen bestehende Ensemble derart optimiert, dass in der etwa 1 m entfernten Bildebene auf der Messoberfläche ein möglichst dünner Lichtschnitt ($< 1\ \text{mm}$) mit einer maximalen Ausdehnung von ca. 150 mm entsteht. Basierend auf dem „Microbench“-System von LINOS sind demzufolge die in **Tabelle B.4 (Anhang B)** notwendigen Linsen in der genannten Reihenfolge geeignet.

3.3.2.4 Kamera

Zur Aufnahme der Bilder wurde eine digitale PIV-Kamera der Firma PCO Modell SensiCam[®] verwendet. Diese erlaubt mit einem Peltier-gekühlten CCD-Chip, bei einer Auflösung von 1280×1024 Pixel (SuperVGA) im getriggerten „DoubleShutter“-Mode, eine maximale Aufnahme Frequenz von maximal 5 Doppel-Bildern pro Sekunde.

3.3.2.5 Synchronisationselektronik

Die Verwendung des in **Abschnitt 3.3.2.2** beschriebenen mechanischen Strahlunterbrechers zur Erzeugung der Doppel-Lichtpulse erfordert eine externe Triggerung der Digitalkamera zur Synchronisation von Lichtpräsenz am Messort und Auslösung der Doppelbild-Aufnahme. Dazu wurde eine eigene elektronische Logik-Schaltung entwickelt.

²⁴ Ein Achromat ist ein optisches System aus zwei Linsen gleicher Größe, wobei jedoch die Gläser unterschiedliche Brechungsindizes haben. Hier wurde ein Achromat mit einer Brennweite $f' = 25\ \text{mm}$ und Durchmesser $\varnothing 12,5\ \text{mm}$ von LINOS verwendet. Dieser besteht aus einer bi-konvex Linse (Glasmaterial N-Sk2 von SCHOTT mit $n = 1,6136$) sowie einer konkav-konvex Linse (Glasmaterial SF10 von SCHOTT mit $n = 1,7432$), die miteinander verkittet sind. Die Breitband-Antireflexbeschichtung ARB2 gewährleistet einen Transmissionsgrad von 99,7% im Wellenlängenbereich $\lambda_b = 450\text{--}700\ \text{nm}$.

²⁵ Brennweitendifferenz aufgrund unterschiedlicher Wellenlängen im Lichtstrahl.

Die Eingangssignale sind dabei die beiden TTL²⁶-Impulse der Lichtschranken am Strahlunterbrecher LS1 und LS2 sowie ein zusätzliches, mit einem Signalgenerator erzeugtes Trigger-Signal (Trigger in) zur Realisierung einer kontinuierlichen, zeitlich äquidistanten Bildaufnahme. Wenn diese drei Signale „high-active“ sind, erzeugt die Schaltung nach einer Verzögerungszeit t_D den für die Kamera notwendigen Trigger-Impuls der Länge t_B . Beide Zeiten sind jeweils mittels eines verstellbaren Widerstandes im für die Messungen am Wasserumlaufkanal relevanten Bereich stufenlos einstellbar. Die Kontrolle und Regulation der Zeiten wurde mit einem Oszilloskop vorgenommen (Messung C4→C1 und C4 für t_D und t_B in [Abbildung 3.16](#)).

In [Abbildung 3.15](#) sind diese Zusammenhänge in Form eines Logik-Diagramms sowie deren anschließende Umsetzung in der elektronischen Schaltung dargestellt. Der Aufbau der Schaltung erfolgte mittels „Low Power Schottky TTL-ICs“. Kernelemente bilden dabei die Verzögerungsglieder für die Zeiten t_D und t_B , die jeweils aus einem re-triggerbaren monostabilen Multivibrator (IC SN74LS123) und einem einstellbaren RC-Glied bestehen. Wesentlich ist außerdem eine den Eingang blockierende Signalerückführung während einer Periode der Signalerzeugung zur Gewährleistung eines stabilen TTL-Signals am Ausgang der Schaltung.

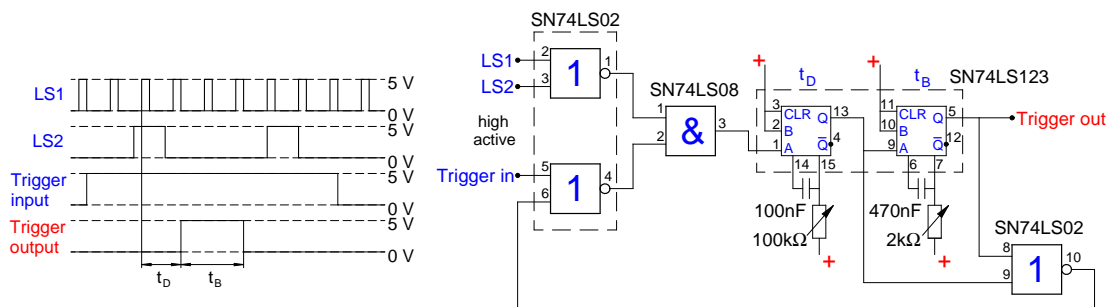


Abbildung 3.15: Logik-Diagramm und elektronische Schaltung zur Synchronisation des Laserlichtes mit der Doppelbild-Aufnahme. Die einzelnen Logik-Bauelemente sind mit deren Anschlussbelegung versehen. Mittels variabler RC-Kombinationen lassen sich die Verzögerungszeiten t_D und t_B einstellen.

3.3.2.6 Bestimmung des zeitlichen Pulsabstandes

Für die Berechnung der Partikelgeschwindigkeit aus dem Translationsvektor im Rahmen der PIV ist die Kenntnis über den exakten zeitlichen Abstand Δt_P der beiden Laserlicht-Pulse notwendig. Daher wurde dieser mit einer unmittelbar nach den rotierenden Scheiben zur Erzeugung des Doppel-Pulses angeordneten Einrichtung direkt gemessen (vgl. [Abbildung 3.14](#)).

Die Messeinrichtung besteht im Wesentlichen aus einem unter 45° gegenüber den auftreffenden Doppel-Pulsen angeordneten dielektrischen UV-Hochleistungsspiegel, der wellenlängenabhängig einen sehr geringen Teil des Laserlichtes um 90° nach unten ablenkt und einer dort angebrachten, im relevanten Spektralbereich sensitiven Photodiode mit einer aktiven Fläche von 100 mm^2 zuführt. Der in Folge der Lichteinwirkung von der Diode erzeugte Photostrom wurde mit einem digitalen Oszilloskop TEKTRONIX TDS744A (500 MHz, 2 GSample/s, 4 Kanäle) ausgewertet.

²⁶ Abkürzung in der Elektronik für die Logikfamilie Transistor-Transistor-Logik.

In **Abbildung 3.16** ist dieses Signal in Form einer Bildschirmkopie des Oszilloskops dargestellt. Der Dioden-Photostrom wird auf Kanal 3 (Light) dargestellt. Deutlich zu erkennen sind die zwei zeitlich sehr gut zu separierenden Impulse (Messung C3 in der Abbildung) sowie deren gleiche Signalform und maximale Amplitude, resultierend in zwei homogenen Lichtpulsen vergleichbarer Lichtintensität.

Die zeitliche Stabilität der Signale ist aufgrund des Präzisions-Antriebsmotors mit einer maximalen Schwankung von 0,02 % sehr gut und für das Messverfahren ausreichend.

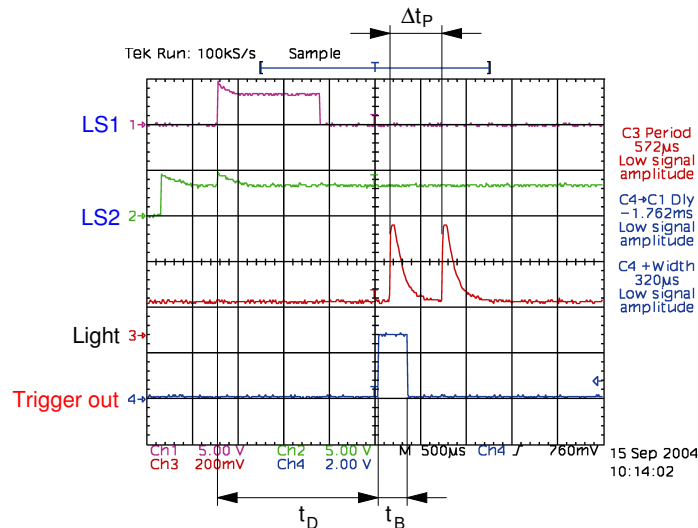


Abbildung 3.16: Bildschirmkopie des Oszilloskops zur Kontrolle der Zeiten t_D und t_B des Kamera-Triggersignals auf Kanal C4 sowie Bestimmung der Zeitdifferenz zwischen den Laserlicht-Doppel-Pulsen auf Kanal C3.

3.3.3 Auswertung der Bilddaten

Nach Aufnahme der Bilder mit der vom Kamerahersteller mitgelieferten Software CamWare wurden diese hinsichtlich Kontrast, Schärfe und Helligkeit optimiert und im bmp-Format abgespeichert. Die anschließende Auswahl des relevanten Bildbereichs sowie die Korrektur der Bild-Winkellage relativ zur Messoberfläche im ersten Schritt der Auswertung fand mit der Software ADOBE® PHOTOSHOP® statt.

Je Betriebspunkt wurden zur Mittelwertbildung 1000 Bilder im Ablösebereich der Grenzschicht aufgenommen. Nach deren oben beschriebener Aufbereitung wurde zur PIV-Auswertung der Doppel-Bilder das kommerzielle Programm der Firma ILA VidPIV in der Version 4.5 verwendet. Aufgrund des direkten *seedings* in die Grenzschicht war die Partikel-Konzentration für ein Auswertegitter von 16×16 Pixel im Rahmen der Kreuz-Korrelation ausreichend. Dementsprechend konnte die Größe des Interrogation Window zu 32×32 Pixel gewählt werden. Nach standardmäßiger globaler Filterung, Interpolation von Ausreißern, lokaler Filterung und nochmaliger Interpolation, sollte eine zusätzliche adaptive Kreuz-Korrelation das Zwischenergebnis der Auswertung nochmals verbessern. Durch einen Offset des jeweiligen Interrogation-Bereichs des ersten und zweiten Bildes bis zur Größe des zu erwartenden Translationsvektors in Hauptströmungsrichtung kann ein kleineres Gitter gewählt und somit eine größere räumliche Auflösung bei erhöhter Genauigkeit erzielt werden.

Vor dem dritten Schritt des PIV-Auswerteverfahrens mit Visualisierung der Endergebnisse fand eine erneute Filterung und Interpolation der Geschwindigkeitsfelder statt. In einem separaten MATHEMATICA[®]-Notebook wurden die Mittelwerte und REYNOLDS-Spannungen beider Geschwindigkeitskomponenten, die Verläufe der Stromlinien sowie die Korrelationen $\langle u'v' \rangle$, $\langle u'^2v' \rangle$ bzw. $\langle u'v'^2 \rangle$, die turbulente kinetische Energie k , der Turbulenzgrad Tu und der Rückströmfaktor χ berechnet.

4 Experimentelle Ergebnisse und deren Analyse

Mittels der im vorangestellten Kapitel beschriebenen Konfigurationen der Druck- und optischen Messverfahren wurden mehrere Messreihen¹ in einer stark verzögerten, voll turbulenten Plattengrenzschicht am Wasserumlaufkanal des ISM in Dresden durchgeführt, von denen nur ein Teil zur Analyse herangezogen wurde.

Nach einer kurzen Darstellung von prüfstandsspezifischen Konventionen und Voruntersuchungen werden an Hand ausgewählter Messergebnisse diverse Möglichkeiten der Skalierung hinsichtlich ihrer Eignung für druckgradientenbehaftete Geschwindigkeits- und Normalspannungsprofile bewertet.

In Form einer vergleichenden Bewertung werden darauf folgend die Ergebnisse aus den Messungen mittels LDA und PIV über der gerillten und glatten Referenzoberfläche mit dem Ziel vorgestellt, den Einfluss der *riblet*-Struktur auf die Grenzschichtentwicklung zu verdeutlichen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem Ablöseverhalten der Grenzschicht.

Die im weiteren Verlauf vorgestellten und diskutierten quantitativen Ergebnisse in Form von Grenzschichtprofilen oder Grenzschichtentwicklungen wurden mit der LDA gemessen. Der Einsatz der PIV beschränkt sich auf die qualitative Beurteilung der Strömung im Bereich der Ablösezone (vgl. [Abschnitt 4.3.1.6.3](#)).

4.1 Konventionen und Voruntersuchungen

4.1.1 Konventionen

4.1.1.1 Koordinatensystem

Der Darstellung der Ergebnisse in diesem Kapitel liegt das in [Abbildung 2.1](#) bereits eingeführte, plattenorientierte kartesische Koordinatensystem K zu Grunde. Dabei weist die positive x -Koordinate in Richtung der Plattenlängsachse (Hauptströmungsrichtung), die y -Achse ist normal zur Plattenoberfläche gerichtet. Der Ursprung liegt am Ende der gekrümmten Einlaufkontur, somit am Beginn des ebenen Plattenteils, im unmittelbaren Anschluss an die Umschlagerzeuger (vgl. [Abschnitt 2.7.1](#)) in der Mitte der 0,4 m breiten Messstrecke (siehe auch [Abbildung 2.7](#) oder [Abbildung 2.8](#)).

Für die zu vermessende Grenzschichtentwicklung in x -Richtung ergibt sich damit auf Grund der Plattengeometrie eine maximale Länge von $l = 0,6$ m (die Hinterkantenklappe, dargestellt in [Abbildung 2.7](#), ausgeschlossen). Die sich ab dem Staupunkt der Plattenvorderkante ausbildende Grenzschicht hat bis zum Ursprung des Koordinatensystems bereits eine Lauflänge von 0,125 m.

¹ Eine Messreihe wurde an der glatten Oberfläche für den Vergleich der Ergebnisse aus der numerischen Simulation ([Abschnitt 2.9](#)) und die Skalierung der turbulenten Grenzschicht ([Abschnitt 4.2](#)) aufgenommen. Zwei weitere, bei vergleichbaren Anströmbedingungen, für die Gegenüberstellung der Grenzschichtentwicklungen an der *riblet*- und der glatten Oberfläche ([Abschnitt 4.3](#)).

4.1.1.2 Referenzwerte

Zur dimensionslosen Darstellung diverser Messgrößen ist ein bestimmter, für das durchgeführte Experiment charakteristischer Referenzwert (Index „ref“) notwendig. Aus messtechnischen Gründen wurde im Rahmen der vorliegenden Untersuchung als Referenzort die elliptische Plattenvorderkante gewählt.²

Am Referenzort wird die Strömungsgeschwindigkeit U_{ref} bestimmt, welche aus der gemessenen Druckdifferenz zwischen dem Gesamtdruck $p_{\text{ref_ges}}$ an der Messstelle M_2 (vgl. [Abbildung 3.3](#)) und dem statischen Druck p_{ref} auf Höhe des Ellipsenhauptscheitels und der Dichte ρ unter Berücksichtigung der Wassertemperatur im Datenaufnahmeprogramm des Messrechners berechnet wird,

$$U_{\text{ref}} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_{\text{ref_ges}} - p_{\text{ref}})} \quad (4.1)$$

Mit dieser Referenzgeschwindigkeit kann die mit der Gesamtplattenlänge $l_{\text{ges}} = 0,725$ m gebildete REYNOLDS-Zahl ([Gleichung \(4.2\)](#)) sowie der dimensionslose Druckbeiwert c_p nach [Gleichung \(3.1\)](#) bestimmt werden.

$$\text{Re}_{\text{pl}} = \frac{U_{\text{ref}} l_{\text{ges}}}{\nu} \quad (4.2)$$

4.1.2 Turbulenzgrad in der Anströmung

Für die Bestimmung des Turbulenzgrades in der freien Anströmung wurde vor Durchführung der Messkampagnen ein kommerzielles 1C-Hitzdraht-System (DANTEC DYNAMICS *Stream-Line*) eingesetzt. Die verwendete Spezialsonde mit einer 2 μm dicken Schutzschicht aus Nickel für Messungen in Wasser,³ war im engsten Querschnitt der Messstrecke bei $x = 0$, $y = 0,07$ m und $z = 0$ zwischen der Messplatte und der Gegenkontur installiert und so ausgerichtet, dass die Strömungsgeschwindigkeit in x^g -Richtung (vgl. [Abbildung 2.1](#), globales bzw. messstreckenorientiertes Koordinatensystem) bestimmt werden kann.

Nach Kalibrierung des Hitzdrahtes mittels eines PRANDTL-Rohres und Durchführung der Messungen mussten beide Sonden aus der Messstrecke entfernt werden (vgl. Anmerkungen in [Fußnote 2 auf dieser Seite](#)).

Unter Variation der Anströmgeschwindigkeit konnte festgestellt werden, dass im Betriebspunkt für die vergleichenden Untersuchungen der *riblet*- zur Referenzoberfläche mit $\langle u \rangle \approx 1$ m/s der Turbulenzgrad in Hauptströmungsrichtung bei $\text{Tu}_{x^g} = 0,41$ % liegt.

4.1.3 Zweidimensionalität der mittleren Strömung

4.1.3.1 Qualitative Betrachtung

Zur Beurteilung der Zweidimensionalität der Grenzschichtströmung längs der Platte und zur Beurteilung der Gleichförmigkeit der Anströmung sind verschiedene Vorgehensweisen denk-

² Im Rahmen der Optimierung der Messstreckenkonfiguration wurde festgestellt, dass ein zunächst am engsten Querschnitt zwischen Messplatte und Gegenkontur eingesetztes PRANDTL-Rohr, bedingt durch ein ausgeprägtes unsymmetrisches Nachlaufgebiet, die Entwicklung der Plattengrenzschicht unvermeidbar stark stört. Die Beeinflussung des Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung führte zu einer kompletten Unterdrückung der Ablösung auf der Mesoberfläche.

³ DANTEC DYNAMICS Fiber-film probe, straight (Part Nr. 55R11)

bar. Neben quantitativen Verfahren, die im Anschluss diskutiert werden, ist ein rein qualitativer Vergleich verschiedener, an unterschiedlichen Orten quer zur Hauptströmungsrichtung gemessener Geschwindigkeitsprofile hilfreich.

Dazu wurden bei $x = 200$ mm und $x = 250$ mm jeweils im Mittelschnitt der Messstrecke ($z = 0$) sowie bei $z = \pm 50$ mm die mittlere Strömungsgeschwindigkeit $\langle u \rangle$ und die Normalspannung $\langle u'^2 \rangle$ in Hauptströmungsrichtung mit dem LDA gemessen. Das Ergebnis hieraus ist in **Abbildung 4.1** dargestellt. In Hinblick auf eine deutliche Unterscheidung der beiden Profilgruppen bei $x = 200$ mm und $x = 250$ mm wurde zur dimensionslosen Darstellung der Grenzschichtprofile die Referenzgeschwindigkeit U_{ref} an Stelle der sonst üblichen örtlichen Geschwindigkeit am Grenzschichttrand gewählt.

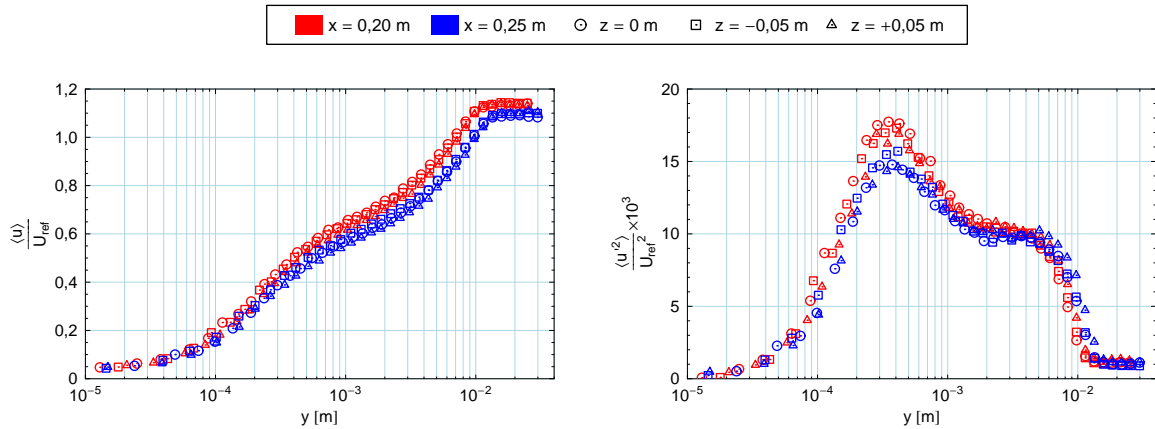


Abbildung 4.1: Mittlere Geschwindigkeitsprofile und Normalspannungen in Hauptströmungsrichtung an jeweils drei unterschiedlichen Orten quer zur Anströmung an zwei Positionen in x -Richtung über der glatten Referenzoberfläche, jeweils skaliert mit der Referenzgeschwindigkeit U_{ref} .

Die Verteilungen der mittleren Geschwindigkeiten zeigen für beide dargestellten Positionen in Hauptströmungsrichtung jeweils sehr gute spannweitige Übereinstimmung. Besonders hervorzuheben ist insbesondere die sowohl quer zur Hauptströmungsrichtung, als auch bis weit in die Strömung ausserhalb der Grenzschicht reichende, konstante Geschwindigkeitsverteilung mit einem verschwindend geringen Gradienten $\frac{d\langle u \rangle}{dy}$ für $y > \delta$.

Bei den mittleren Geschwindigkeiten treten die maximalen Abweichungen im äußeren Bereich der Pufferschicht sowie im Gültigkeitsbereich des logarithmischen Überlappungsgesetzes ($2 \times 10^{-4} \text{ m} \lesssim y \lesssim 2 \times 10^{-3} \text{ m}$) auf. Die relativen Differenzen in spannweiteriger Richtung zum Mittelwert über die drei Profile einer x -Position betragen hier etwa $\pm 4\%$. Bei den Profilen der Normalspannung in Hauptströmungsrichtung $\langle u'^2 \rangle$ im rechten Bild von **Abbildung 4.1** wird diese Abweichung größer, überschreitet aber nicht $\pm 8\%$. Dies hat seine Ursache in einer zu geringen Anzahl verfügbarer Messwerte zur Berechnung der statistischen Größen.

Bei den Normalspannungsprofilen hervorzuheben ist wieder ihre gute Übereinstimmung im Außenbereich der Grenzschicht sowie in der Außenströmung, was die gute Qualität der Strömung zu Beginn der Verzögerung widerspiegelt und so die Eignung der Messstreckenkonfiguration für Grenzschichtuntersuchungen verdeutlicht.

Ferner macht sich bei den Verteilungen der Schwankungsgrößen in unmittelbarer Wandnähe die positive Wirkung des in **Abschnitt 3.2.9.2** vorgestellten Verfahrens für die Korrektur des

Geschwindigkeits-Gradienten-Bias bei LDA-Messungen bemerkbar. Hier streben die Verteilungen für $y \rightarrow 0$ sehr gut gegen den physikalisch zu erwartenden Wert $\langle u'^2 \rangle = 0$.

4.1.3.2 Quantitative Betrachtung

Für eine quantitative Beurteilung der Gleichförmigkeit in der Grenzschichtströmung wird oftmals das Impulsleichgewicht in Strömungsrichtung nach VON KÁRMÁN [227] verwendet. Dieses Verfahren ist jedoch, und auch nur mit Einschränkungen, auf druckgradientenfreie und mit sehr schwachen Druckgradienten behaftete Grenzschichten anwendbar, da die REYNOLDS-Normalspannungsterme $\langle u'^2 \rangle$ und $\langle v'^2 \rangle$ keine Berücksichtigung finden.

Da die messtechnische Berücksichtigung aller Terme in der vollständigen REYNOLDSschen Gleichung für eine Strömung mit Grenzschichtcharakter (vgl. z. B. SCHLICHTING & GERSTEN [186]) im Rahmen dieser Voruntersuchungen zu aufwändig erschien, wurde ein anderes Verfahren herangezogen. Dieses basiert auf der quantitativen Beurteilung der Wandschubspannungsverteilung in spannweitung z -Richtung innerhalb der Messstrecke.

Geht man von einer Ungenauigkeit bei Messungen mit dem PRESTON-Rohr von $\pm 1.5\%$ nach Angaben von PATEL [161] für die druckgradientenfreie Grenzschicht aus, wäre eine Variation der Wandschubspannung unter $\pm 2\%$ ausreichend für eine zufriedenstellende Zweidimensionalität der Strömung.

Die hierfür notwendigen Messungen wurden im Rahmen der vorliegenden Untersuchung bereits zur Beurteilung der Strömung nach den Umschlagzeugern, vorgestellt in [Abschnitt 2.7.1](#), durchgeführt. Die Referenzmessungen bei $x/h = 15$ bzw. $x = 30$ mm über der Oberfläche ohne Umschlagzeuger (blaue Markierungen und Linie in [Abbildung 2.12](#)) zeigen, dass der zur Wandschubspannung proportionale und mit dem Referenzdruck p_{ref} dimensionslos gemachte Gesamtdruck am PRESTON-Rohr $p_{\text{P}_{\text{ges}}}$ quer zur Hauptströmungsrichtung über einen Bereich von $\Delta z = 50$ mm um lediglich $\pm 0,01\%$ schwankt.

Diese sehr geringe Schwankung der Messwerte verdeutlicht die gute Gleichförmigkeit der Strömung in spannweitung z -Richtung zu Beginn der turbulenten Grenzschichtentwicklung. Eine Unsymmetrie in der Anströmung bzw. eine starke Abweichung von der Zweidimensionalität der Strömung kann daher ausgeschlossen werden.

4.2 Skalierung der turbulenten Grenzschicht

Vor Anwendung und Bewertung der in [Abschnitt 1.2.2.1](#) und [Abschnitt 1.2.2.2](#) vorgestellten Möglichkeiten der Skalierung druckgradientenfreier und verzögerter Grenzschichten werden zur Beschreibung verzögerter Grenzschichten geeignete Druckgradientenparameter vorgestellt und mit diesen der Gleichgewichtscharakter der hier vorliegenden Grenzschichtentwicklung diskutiert.

4.2.1 Druckgradientenparameter und Gleichgewichtscharakter der Grenzschicht

Eine Gleichgewichtsgrenzschicht (engl.: *equilibrium boundary layer*) liegt vor, wenn Produktion und Dissipation in der Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie k

(vgl. z.B. ROTTA [181]) im Gleichgewicht zueinander stehen. Die Bilanz der konvektiven und diffusiven Terme muss also zu Null werden (vgl. TOWNSEND [214], [215]). Für eine derartige Strömung kann, in Hinblick auf die Turbulenzmodellierung, zwischen der Mischungsweglänge $\ell(x,y)$ und den lokalen Grenzschichtgrößen $\delta(x)$ bzw. $\delta_1(x)$ ein exakter Zusammenhang hergestellt werden (vgl. SCHLICHTING & GERSTEN [186]).

Dies bedingt, dass das Dickenverhältnis zwischen innerer und äußerer Schicht in der sich entwickelnden Grenzschicht (vgl. **Abbildung 1.1**) konstant bleibt und alle Längenskalen L linear proportional zum gleichen Abstand zwischen dem Ort der Auswertung x an einem Ausgangsort x_0 sind. Damit ist der Formfaktor H_{12} , das Verhältnis zwischen innerer und äußerer Geschwindigkeitsskala $\frac{u_\tau}{u_\delta}$ und die Verteilung des bezogenen Geschwindigkeits-Defektes unabhängig vom Ort in Hauptströmungsrichtung. Das ist der Fall, in exakter Analogie zu den laminaren FALKNER-SKAN Ähnlichkeitslösungen, vgl. z.B. SKÅRE & KROGSTAD [193], wenn die Geschwindigkeitsverteilung in der Außenströmung einem Potenzgesetz genügt ($u_\delta \sim (x - x_0)^{-m}$ mit $0 < m < 0,23$ nach MELLOR & GIBSON [136]).

In seinen beiden klassischen Arbeiten über verzögerte turbulente Grenzschichten hat CLAUSER [44], [45] seine Ergebnisse aus experimentellen Untersuchungen von Gleichgewichtsgrenzschichten vorgestellt. Er definierte als erster einen Druckgradientenparameter β als Kriterium für das Einhalten der genannten Gleichgewichtsbedingungen,

$$\beta = \frac{\delta_1}{\rho u_\tau^2} \frac{dp_\delta}{dx}. \quad (4.3)$$

Er fand, dass sich für $\beta = \text{konst}$ die Geschwindigkeitsprofile der Komponente in Hauptströmungsrichtung in universeller Weise in Form eines Defekt-Gesetzes, **Gleichung (1.8)** angeben lassen.

Der Verlauf des CLAUSER-Parameters in x -Richtung ist in **Abbildung 4.2** für die Orte der gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen über der glatten Referenzoberfläche zwischen $x = 0,15 \text{ m}$ und $x = 0,4 \text{ m}$ aufgetragen. Die Ablösung der turbulenten Grenzschicht erfolgt, wie weiter unten noch dargestellt wird, weiter stromab zwischen $x = 0,4 \text{ m}$ und $x = 0,5 \text{ m}$. Der Druckgradientenparameter ist in keinem Bereich der Grenzschichtentwicklung konstant. Er steigt von $\beta \approx 0,96$ am ersten Ort der Messung sehr stark mit Annäherung an die Grenzschichtablösung an.

In **Abbildung 4.2** mit eingetragen ist der mit inneren Variablen dimensionslos gemachte Druckgradienten-Parameter Δ_P nach **Gleichung (3.5)**, den PATEL [161], basierend auf Arbeiten von ROTTA [180] und MELLOR [134], zur Quantifizierung der Anwendbarkeit des PRESTON-Rohres für die Wandschubspannungsmessung in Grenzschichten mit positiven Druckgradienten verwendete.

Der Parameter Δ_P zeigt ein ähnliches Verhalten wie der CLAUSER-Parameter β . Zu Beginn der turbulenten Grenzschichtentwicklung mit mäßigem Absinken der Wandschubspannung bei steigender Lauflänge x , s. u., bleibt Δ_P mit 0,01 in etwa konstant, um dann mit einem vergleichbaren Gradienten wie β auf $\Delta_P \approx 0,14$ bei $x = 0,4 \text{ m}$ anzusteigen.

Das starke Anwachsen der beiden vorgestellten Parameter ist mit der sich jeweils im Nenner befindenden Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ und dem Verhalten $u_\tau \rightarrow 0$ bei anhaltendem Druckgradienten begründet. Eine Möglichkeit diesem Problem zu entgehen, stellt

der dimensionslose Druckgradient⁴ K nach Gleichung (4.4) dar, der die Geschwindigkeit am Rand der Grenzschicht u_δ enthält (vgl. MORETTI & KAYS [143]).

$$K = -\frac{\nu}{\rho u_\delta^3} \frac{dp_\delta}{dx} \quad (4.4)$$

Auch der Druckgradientenparameter K bleibt im Bereich der betrachteten Grenzschichtentwicklung nicht konstant, fällt jedoch vergleichsweise leicht von $K \approx -9 \times 10^{-7}$ bei $x = 0,15$ m auf $K \approx -1,5 \times 10^{-6}$ bei $x = 0,4$ m ab.

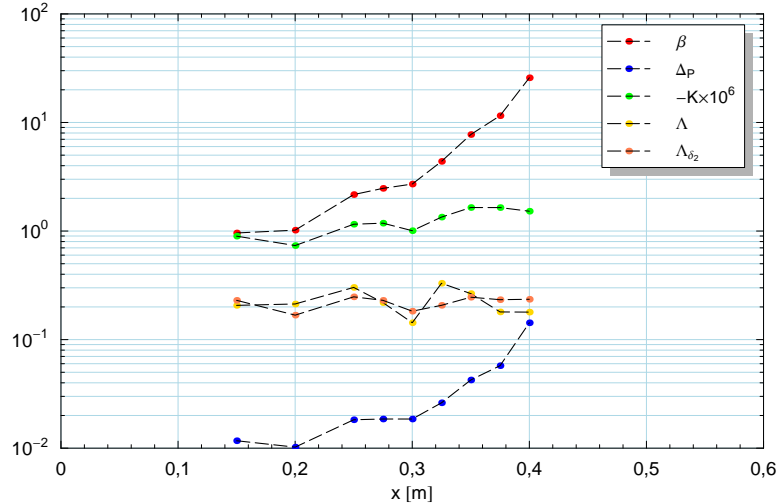


Abbildung 4.2: Verlauf verschiedener Druckgradientenparameter in Hauptströmungsrichtung zur Beurteilung des Gleichgewichtscharakters der Grenzschicht.

Die Entwicklung aller drei Druckgradientenparameter in Hauptströmungsrichtung lässt zweifellos den Schluss zu, dass es sich im Sinne von CLAUSER ($\beta \neq \text{konst}$) bei der vorliegenden, bis zur Ablösung verzögerten turbulenten Plattengrenzschicht um eine Nicht-Gleichgewichtsgrenzschicht handelt.

In **Abbildung 4.2** sind zusätzlich die Verläufe der Druckgradientenparameter Λ bzw. Λ_{δ_2} mit dargestellt (vgl. Ausführungen in **Abschnitt 1.2.2.2**). Wie für Parameter erwartet werden kann, die ein lokales oder Pseudogleichgewicht (*moving equilibrium*) beschreiben (vgl. z. B. KADER & YAGLOM [114]), verhalten sich Λ und Λ_{δ_2} im turbulenten Grenzschichtbereich vor der Ablösung näherungsweise konstant.

Trägt man zur Bestimmung der beiden Parameter Λ bzw. Λ_{δ_2} doppeltlogarithmisch $\log_{10} u_\delta = f(\delta)$ bzw. $\log_{10} u_\delta = f(\delta_2)$ auf (vgl. z. B. CASTILLO & GEORGE [29]), lassen sich mittels einer linearen Regression über alle Messstellen ($\delta \sim u_\delta^{-1/\Lambda}$ bzw. $\delta \sim u_\delta^{-1/\Lambda_{\delta_2}}$) die Werte $\Lambda = 0,246$ bzw. $\Lambda_{\delta_2} = 0,215$ mit einer Varianz von lediglich $\pm 2,1\%$ bzw. $\pm 1,6\%$ ermitteln. Dies passt für Nicht-Gleichgewichtsgrenzschichten gut zum Ergebnis von CASTILLO & WANG [32] mit $\Lambda_{\delta_2} = 0,22$. Der Wert für Λ liegt mit 0,22 etwas unter dem hier gefundenen von 0,246.

⁴ Der Parameter K ist auch in der Form $K = \frac{\nu}{u_\delta^3} \frac{du_\delta}{dx}$ als Beschleunigungsparameter bei Untersuchungen zur Relaminarisierung von stark beschleunigten turbulenten Grenzschichten bekannt (vgl. z. B. NARASIMHA & SREENIVASAN [151]).

4.2.2 Grenzschichtentwicklung an der glatten Wand

Für die Bewertung der einzelnen Skalierungen mit inneren, gemischten und äußeren Variablen, in der mit einem starken positiven Druckgradienten beaufschlagten, turbulenten Grenzschicht, wurden Messungen mit dem 2C-LDA-System in einer 1C-Konfiguration (Konfiguration \mathcal{B}_0 der [Tabelle D.2](#) in [Anhang D](#)) über der glatten Referenzoberfläche durchgeführt und die Größe der örtlichen Wandschubspannung mit dem PRESTON-Rohr (vgl. [Abschnitt 3.1.4](#)) bestimmt. Dabei wurden die Messwerte des PRESTON-Rohres trotz des in der Strömung vorhandenen Druckgradienten nicht korrigiert (vgl. Ausführung in [Abschnitt 3.1.4.3](#)).

Die im weiteren Verlauf untersuchten Grenzschichtprofile wurden an neun Orten zwischen $x = 0,15$ m mit $Re_{\delta_2} = 1238$ und $x = 0,4$ m mit $Re_{\delta_2} = 3767$, also stromauf der Grenzschichtablösung (*approaching separation*) ermittelt. Die Profile der gemittelten Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung sind für eine Darstellung der Grenzschichtentwicklung, siehe auch [Tabelle 4.1](#), in der Standardauftragung $\frac{\langle u \rangle}{u_\delta} = f\left(\frac{y}{\delta}\right)$ nach PRANDTL [\[169\]](#) in [Abbildung 4.3](#) gezeigt.

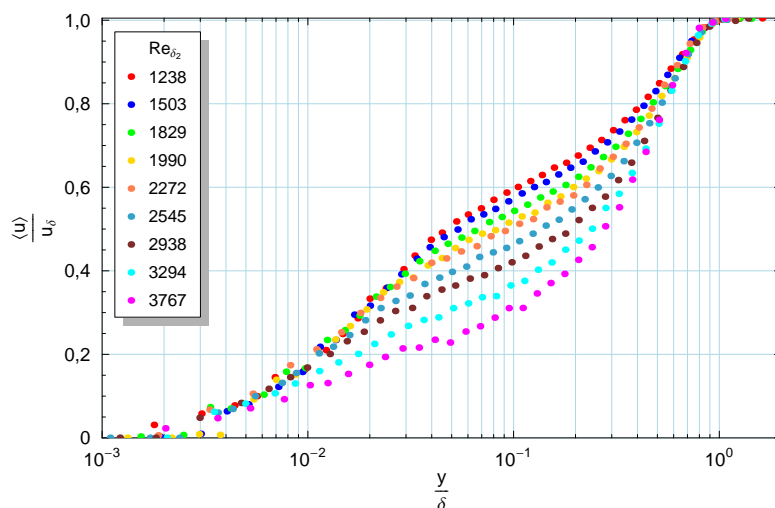


Abbildung 4.3: Mittlere Profile der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung in Standardauftragung für die zur Skalierung verwendeten Grenzschicht über der glatten Wand.

Alle Profile der mittleren Geschwindigkeit fallen im äußeren Bereich der Grenzschicht ($\frac{y}{\delta} \gtrsim 0,75$) zusammen, in Wandnähe für $\frac{y}{\delta} \approx 0,03$ skalieren lediglich, unter Berücksichtigung des für $y \rightarrow 0$ ansteigenden Messfehlers bei LDA-Messungen, die für $Re_{\delta_2} \leq 2272$. In der Überlappungsschicht weichen die Geschwindigkeitsverteilungen bei weiter steigendem Druck nach unten aus. Ein solches Verhalten einer Nicht-Gleichgewichtsgrenzschicht ist bereits bei den mit unterschiedlich starken Druckgradienten behafteten Grenzschichten von LUDWIG & TILLMANN⁵ [\[127\]](#), [\[128\]](#) bzw. NEWMAN⁶ [\[153\]](#) bei sehr starken Druckgradienten ($3,230 \leq \beta \leq 182,776$) beobachtet worden (vgl. CASTILLO & GEORGE [\[29\]](#)).

⁵ Grenzschicht mit schwachem Druckgradient im Bereich $0,181 \leq \beta \leq 6,615$ bzw. starkem Druckgradient mit $0,292 \leq \beta \leq 6,312$ (*Flow 1100* und *Flow 1200* der *Computation of Turbulent Boundary Layers-1968 AFOSR-IFP-Stanford Conference*).

⁶ Grenzschicht an einem Profil mit Bestimmung der Wandschubspannung aus der Steigung des Geschwindigkeitsprofils an der Wand. Der daraus resultierende Fehler für τ_w beträgt nach Angaben des Autors $\approx 20\%$.

x [m]	β	$\Delta_P \times 10^3$	$-K \times 10^6$	H_{12}	Re_{δ_2}	Re_τ	$c_{f,loc} \times 10^3$	$Tu_{x,\delta}$ [%]
0,15	0,960	11,71	0,897	1,560	1238	438	3,608	3,007
0,2	1,019	10,22	0,735	1,595	1503	512	3,459	3,030
0,25	2,168	18,27	1,156	1,628	1829	558	3,175	3,004
0,275	2,473	18,56	1,181	1,677	1989	598	3,189	3,071
0,3	2,709	18,56	1,007	1,697	2272	663	2,867	2,806
0,325	4,383	26,19	1,344	1,770	2545	686	2,762	2,765
0,35	7,747	42,48	1,647	1,834	2938	684	2,291	2,765
0,375	11,55	57,54	1,645	1,992	3294	707	1,870	2,606
0,4	25,81	142,9	1,523	2,180	3767	605	0,969	2,608

Tabelle 4.1: Charakteristische Größen der zur Skalierung verwendeten Grenzschicht an der glatten Wand.

4.2.3 Mittlere Geschwindigkeitsprofile in Hauptströmungsrichtung

4.2.3.1 Skalierung mit inneren und gemischten Variablen

Obwohl Skalierungen, basierend auf inneren Variablen, wegen $u_\tau \rightarrow 0$ mit Annäherung an die Ablösung versagen sollten, werden sie dennoch auf die vorliegende, stark verzögerte Grenzschicht angewendet. Mit dieser Darstellung sollen die Grundlagen für eine weitere Untersuchung des logarithmischen Überlappungsgesetzes⁷ in druckgradientenbehafteten Nicht-Gleichgewichtsgrenzschichten und für einen qualitativen Vergleich von Skalierung mit gemischten oder äußeren Variablen geschaffen werden.

In [Abbildung 4.4](#) sind zwei Möglichkeiten der in [Abschnitt 1.2.2.1](#) vorgestellten Skalierungen mit inneren und gemischten Variablen der Grenzschicht dargestellt.

[Bild 4.4\(a\)](#) zeigt die klassische Skalierung für druckgradientenfreie Grenzschichten $u^+ = f(y^+)$. Die Profile sind in dieser Darstellung in keinem Bereich der betrachteten Grenzschicht ähnlich. Lediglich im Bereich der viskosen Unterschicht folgen sie, versehen mit Schwankungen in der Größenordnung des Messfehlers in Wandnähe, der linearen Funktion $u^+ = y^+$.

Im Bereich der Überlappungsschicht folgen die Messwerte nicht dem logarithmischen Gesetz nach COLES [\[47\]](#) mit den Konstanten $\kappa = 0,40$ und $C = 5,1$ (*standard log-law*). Diese Abweichung stimmt selbst bei kleinen REYNOLDS-Zahlen Re_{δ_2} mit den Angaben in der Literatur überein und ist durch den sehr starken Druckgradienten⁸ bedingt (vgl. z. B. NICKELS [\[154\]](#)). Darüber hinaus kommt es bei anhaltendem Druckanstieg zu einem signifikanten, kontinuierlichen Absinken der Geschwindigkeitsprofile vom logarithmischen Gesetz. Das Abweichen beginnt etwa am Übergang von der viskosen Unterschicht zur Pufferschicht (vgl. [Abbildung 1.1](#)). Damit einher geht eine Verkleinerung des ausgebildet lo-

⁷ Während einige Autoren ein Abweichen des mittleren Geschwindigkeitsprofils vom logarithmischen Überlappungsgesetz mit festen Konstanten bei fortschreitender Lauflänge bei innerer Skalierung gefunden haben (DENGEL & FERNHOLZ [\[57\]](#), NAGANO *et al.* [\[149\]](#), NAGANO & HOURA [\[147\]](#)), bleibt bei anderen die Selbstähnlichkeit der Profile bis zum oberen Ende der Überlappungsschicht trotz positivem Druckgradient und Nicht-Gleichgewicht in der Grenzschicht erhalten (LUDWIG & TILLMANN [\[127\]](#), MARUŠIĆ [\[131\]](#)).

⁸ Von *starken* Druckgradienten wird in der Literatur bei $\Delta_P > 5 \times 10^{-3}$ gesprochen, beim vorliegenden Experiment steigen die Werte von $\Delta_P \approx 10 \times 10^{-3}$ auf Werte über 0,1 an.

garithmischen Bereiches, was anhand des in der Datenauswertung implementierten iterativen LEVENBERG-MARQUARDT-Verfahrens (vgl. [Abschnitt 3.2.9](#)) zur Bestimmung der VON KÁRMÁN-Konstante κ und Integrationskonstante C bestätigt werden konnte.

BERNARD *et al.* [14] haben für die wandnormale Koordinate anstelle von y^+ eine gemischte Skalierung $y^* = \frac{y}{\delta_1} \frac{u_\delta}{u_\tau}$ vorgeschlagen und für die Geschwindigkeit $u^+ = \frac{\langle u \rangle}{u_\tau}$ beibehalten ([Bild 4.4\(b\)](#)). Im Bereich der Überlappungsschicht fächern die Profile nicht so stark auf wie bei der klassischen Skalierung ([Bild 4.4\(a\)](#)). Die Ähnlichkeit im Bereich der viskosen Unterschicht ist unverändert und es erfolgt ein Überkreuzen der Profile am oberen Ende der Überlappungsschicht. Insofern ist diese Möglichkeit der Skalierung nicht sonderlich hilfreich.

Von DURBIN & BELCHER [65] wurde eine zweite, rein innere Normierung $\hat{u} = f(\hat{y})$ mit $\hat{u} = \frac{\langle u \rangle}{u_p}$ und $\hat{y} = \frac{y u_p}{\nu}$ sowie eine gemischte Skalierung gewählt (vgl. [Abschnitt 1.2.2.2](#)). In beiden Varianten weist die Grenzschichtentwicklung keine Ähnlichkeit auf (vgl. [Abbildung G.1](#) in [Anhang G](#)). Lediglich die beiden ersten Profile bei $Re_{\delta_2} = 1238$ und $Re_{\delta_2} = 1503$ fallen im Bereich der inneren Schicht zusammen, die nachfolgenden drei Verteilungen weichen mäßig und alle weiteren, stromab folgenden Geschwindigkeitsprofile relativ stark voneinander ab.

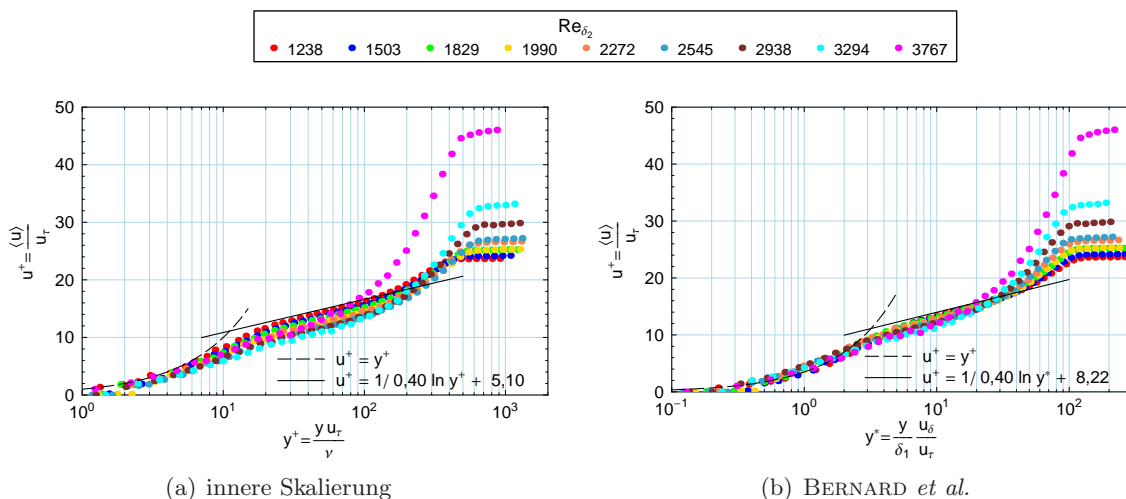


Abbildung 4.4: Mittlere Profile der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung stromauf der Ablösung in innerer und gemischter Skalierung.

4.2.3.2 Skalierung mit äußeren Variablen

In [Abbildung 4.5](#) sind die gemessenen zeitgemittelten Geschwindigkeitsprofile über der glatten Wand in äußerer Skalierung in drei Varianten halblogarithmisch dargestellt.

Das klassische Defekt-Gesetz nach VON KÁRMÁN [228], gezeigt in [Bild 4.5\(a\)](#), skaliert die Geschwindigkeit mit der Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ und den Wandabstand mit der Grenzschichtdicke δ , da nach der Zwei-Schicht-Theorie (vgl. [Abbildung 1.1](#) und TOWNSEND [216]) die äußere Schicht mit äußeren Längen skalieren muss. Die über der glatten Wand gemessenen Geschwindigkeitsprofile fallen nur für $\frac{y}{\delta} \approx 0,75$ zusammen. Näher an der Wand kommt es in dieser Darstellung mit steigendem Druck zu einem starken Auffächern der Profile nach oben.

Bild 4.5(b) zeigt eine Variante der klassischen Normierung für eine Grenzschicht ohne Druckgradient durch Reskalierung des Wandabstandes mit der ROTTA-CLAUSER-Länge Δ . Zum Vergleich ist als durchgezogene Linie die Asymptote für die mittlere Geschwindigkeitsverteilung einer druckgradientenfremen Grenzschicht nach FERNHOLZ [78] gezeigt. Lediglich das erste Profil bei $Re_{\delta_2} = 1238$ erfüllt diese Voraussetzung zwischen $\frac{\delta}{\Delta} \approx 0,05$ und $\frac{\delta}{\Delta} \approx 0,1$. Für alle anderen Geschwindigkeitsverteilungen ergibt sich eine für druckgradientenbehaftete Grenzschichten typische Verteilung (vgl. FERNHOLZ & FINLEY [79]).

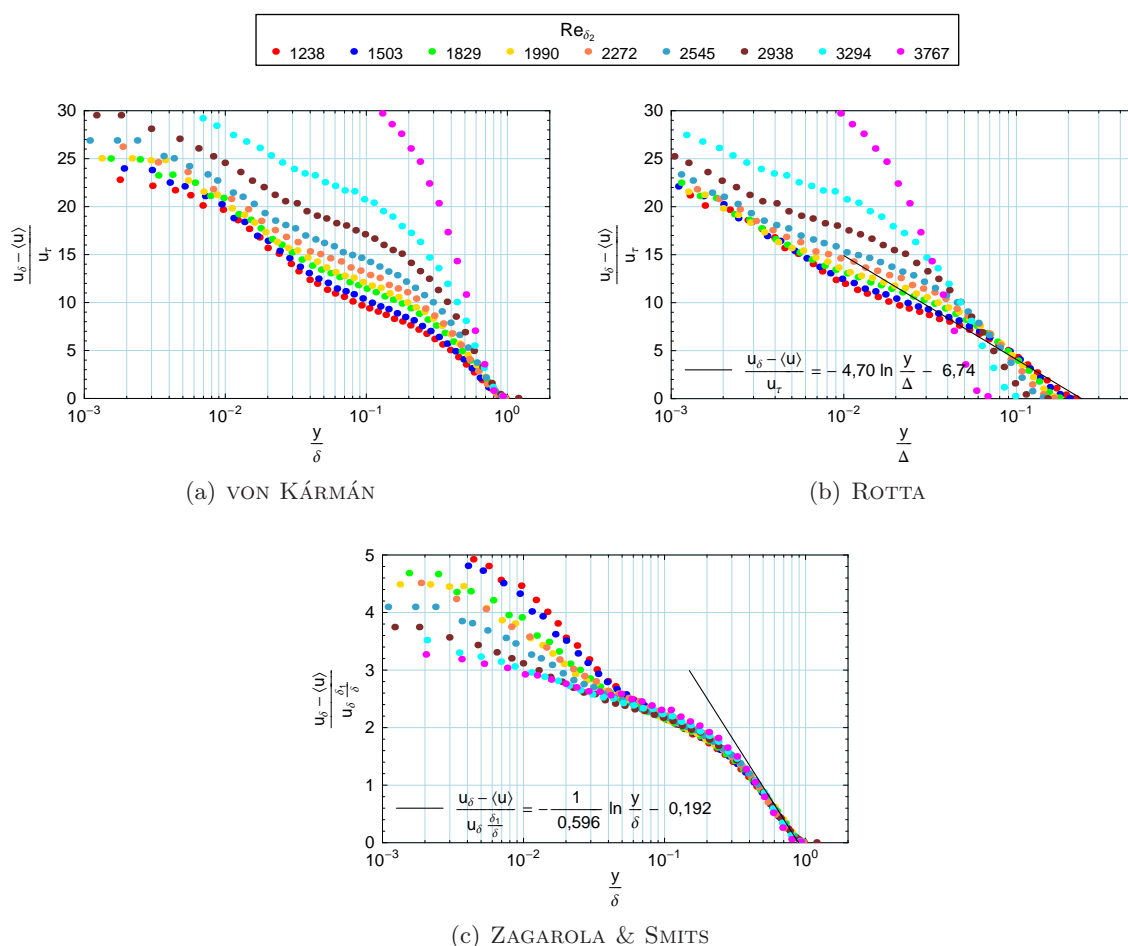


Abbildung 4.5: Mittlere Profile der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung stromauf der Ablösung über der glatten Wand in äußerer Skalierung.

Obwohl die Skalierung von ZAGAROLA & SMITS [244], [245], gefunden bei der experimentellen Untersuchung einer turbulenten Rohrströmung, nicht für den Fall eines Druckgradienten formuliert wurde, liegen die hier gemessenen und durch einen starken Druckgradienten geprägten Geschwindigkeitsprofile bei Skalierung des Geschwindigkeitsdefizites mit $u_0 = u_\delta \frac{\delta_1}{\delta}$ über einen weiten Bereich der Grenzschicht übereinander. Zum gleichen Ergebnis kamen durch Auswertung einer Reihe von experimentellen Daten bei negativen (FPG), als auch positiven (APG) Druckgradienten CASTILLO [28] und CASTILLO *et al.* [31].

Aus Bild 4.5(c) ist ersichtlich, dass sämtliche Profile, auch in der Nähe der Grenzschichtablösung bei $Re_{\delta_2} = 3294$ und $Re_{\delta_2} = 3767$, für $\frac{y}{\delta} \gtrsim 0,4$ sehr gut und im Bereich $0,05 \lesssim \frac{y}{\delta} \lesssim 0,4$

gut übereinstimmen. Lediglich die beiden Profile mit dem stärksten Druckanstieg weichen etwas stärker von den übrigen ab. Im wandnahen Bereich für $\frac{y}{\delta} \lesssim 0,05$ kommt es zum Auffächern der einzelnen Profile, wobei mit der Position stromab dieses Verhalten stärker wird. Selbst hier stimmen jedoch die dem ZPG-Gleichgewicht nächsten Profile mit $Re_{\delta_2} = 1238$ und $Re_{\delta_2} = 1503$ noch erstaunlich gut überein und streben für $\frac{y}{\delta} \rightarrow 0$ gegen $\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_0} \approx 5,2$. Zum Grenzschichtrand hin kann ein logarithmischer Bereich festgestellt werden, der durch die in **Bild 4.5(c)** angegebene Funktion approximiert wird (vgl. INDINGER *et al.* [110]).

Somit stellt die von ZAGAROLA & SMITS vorgeschlagene Geschwindigkeitsskala eine geeignete Möglichkeit zur dimensionslosen Darstellung der mittleren Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung über den gesamten Bereich der äußeren Schicht (vgl. **Abbildung 1.1**) einer Nicht-Gleichgewichtsgrenzschicht dar. Diese Tatsache wurde bereits von SONG [195] berichtet. Für eine Erweiterung dieser Aussage auf Grenzschichten bei größeren REYNOLDS-Zahlen und anderen Druckverhältnissen sind in **Anhang G** die Messergebnisse von KALTER [115] und SKÅRE & KROGSTAD [193] in der gleichen Auftrugung dargestellt. Sowohl die Nicht-Gleichgewichtsgrenzschicht von KALTER, die etwas höhere REYNOLDS-Zahlen aufweist als die hier untersuchte, als auch die Gleichgewichtsgrenzschicht von SKÅRE & KROGSTAD bei wesentlich größeren REYNOLDS-Zahlen bestätigen die Skalierung. Für Gleichgewichtsgrenzschichten ist die Ähnlichkeit sogar über den ganzen Grenzschichtbereich exzellent.

4.2.4 Zeitgemittelte Normalspannungen in Hauptströmungsrichtung

Die Skalierung von ZAGAROLA & SMITS [244], [245] wurde auch für die zeitgemittelten Normalspannungen $\langle u'^2 \rangle$ in der Form $\frac{\langle u'^2 \rangle}{u_0^2} = f\left(\frac{y}{\delta}\right)$ mit $u_0 = u_\delta \frac{\delta_1}{\delta}$ auf die aktuellen Messdaten angewendet. Dies ist in **Bild 4.6(a)** dargestellt. Die Profile zeigen ausschließlich im äußeren Bereich für $\frac{y}{\delta} \gtrsim 0,5$ eine mäßige Übereinstimmung. Darunter kommt es zu einer sehr starken Druckabhängigkeit der Profile, insbesondere bei dem sich bei $\frac{y}{\delta} \approx 0,03$ befindenden Maximums.⁹

Im direkten Vergleich zur rein äußeren Skalierung $\frac{\langle u'^2 \rangle}{u_\delta^2} = f\left(\frac{y}{\delta}\right)$, dargestellt in **Bild 4.6(b)**, ist festzustellen, dass die REYNOLDS-Zahl Abhängigkeit des wandnahen Maximums weniger stark ausfällt. Im Bereich $\frac{y}{\delta} \gtrsim 0,6$ skalieren alle Normalspannungsprofile sehr gut mit dem Quadrat der Geschwindigkeit am Grenzschichtrand u_δ^2 . Im äußeren Bereich bildet sich jedoch ein zusätzliches Maximum aus. Hier sind lediglich die Profile mit kleinen Werten des Druckgradientenparameters β bei $Re_{\delta_2} = 1238$ und $Re_{\delta_2} = 1503$ gut zur Deckung zu bringen.

In der klassischen Innenbereichsnormierung für ZPG-Grenzschichten (**Bild 4.6(c)**) liegt das wandnahe Maximum bei $y^+ \approx 14$, was mit dem Verhalten von Grenzschichten ohne Druckgradient sehr gut übereinstimmt (vgl. SREENIVASAN [201], [202], GAD-EL-HAK & BANDYOPADHYAY [85], FERNHOLZ & FINLEY [80]). Bezüglich $\langle u'^2 \rangle_{\max}$ kann man Einflüsse von Druckgradient und REYNOLDS-Zahl nicht trennen. Ein zweites, sich bei $y^+ \approx 200$ ausbildendes Maximum, deutlich außerhalb des Überlappungsbereiches, ist hingegen klar vom Druckverlauf abhängig.

⁹ Der Vollständigkeit halber soll hier bemerkt werden, dass kürzlich von BRZEK *et al.* [24] eine Erweiterung dieser äußeren Skala für die zeitgemittelte Normalspannungen $\langle u'^2 \rangle$ in der Form $u_\delta^2 (\delta_1/\delta)^{1-\Lambda\delta_2}$ vorgeschlagen wurde.

Die von DEGRAAFF & EATON [54] vorgeschlagene, aus inneren und äußeren Variablen kombinierte Skalierung mit $u_\tau u_\delta$ (Bild 4.6(d)) ergibt ein besseres Zusammenfallen der Daten im Innenbereich, versagt aber völlig im äußeren Bereich der Grenzschicht.

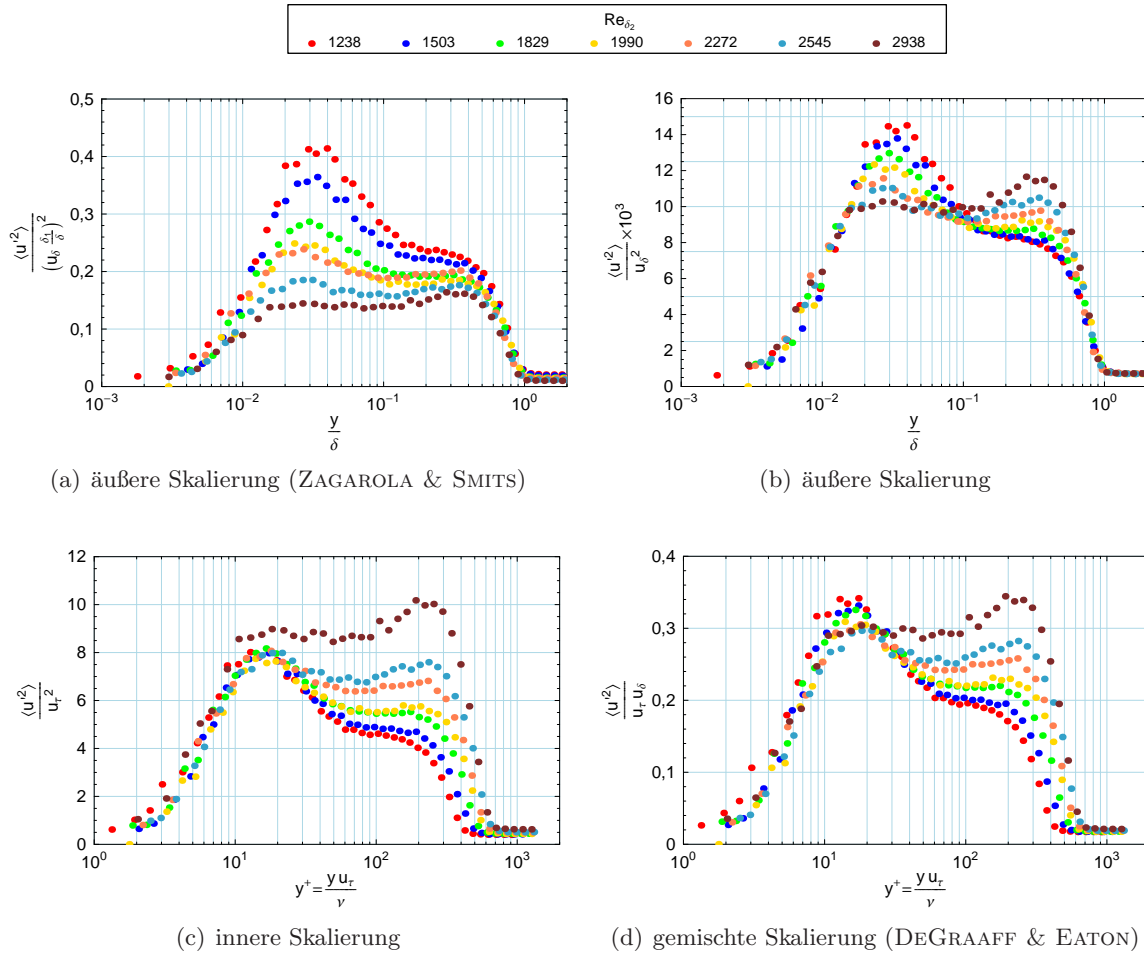


Abbildung 4.6: Profile der REYNOLDSschen Normalspannung in Hauptströmungsrichtung stromauf der Ablösung in innerer, gemischter und äußerer Skalierung an der glatten Wand.

4.3 Vergleich der Grenzschichtentwicklungen an der glatten und der gerillten Oberfläche

Nach Beurteilung der einzelnen Skalierungsmöglichkeiten turbulenter Grenzschichten unter dem Einfluss starker Druckgradienten bei glatter Wand, werden die Ergebnisse der Messungen über der *riblet*-Oberfläche dargestellt und zur Referenzoberfläche mit dem Ziel verglichen, den Einfluss der Rillenstruktur auf die Entwicklung der verzögerten turbulenten Grenzschicht, insbesondere im wandnahen Bereich, zu untersuchen.

Dazu wurde eine weitere LDA-Messung in der Grenzschicht an der glatten und eine an der gerillten Oberfläche bei vergleichbaren Anströmbedingungen durchgeführt.

Mit den Ergebnissen hieraus soll weiterhin die einleitend gestellte Frage nach der Beeinflussung des Ablöseverhaltens der Grenzschicht durch *riblets* beantwortet werden. Dazu werden zunächst die charakteristischen Parameter der Grenzschichtentwicklungen beider Messkampagnen gegenüber gestellt. Betrachtet wird dabei ausschließlich der Plattenteil stromab der Umschlaglerzeuger im Bereich $0\text{ m} \leq x \leq 0,6\text{ m}$.

4.3.1 Mittleres Strömungsfeld

4.3.1.1 Verteilungen des statischen Druckes

Der Verlauf des statischen Wanddruckes in Hauptströmungsrichtung ist ein wesentlicher Parameter zur Charakterisierung einer Grenzschichtströmung. **Abbildung 4.7** zeigt die Druckverteilungen in Form des dimensionslosen Druckbeiwertes c_p , **Gleichung (3.1)**, auch Druckkoeffizient genannt, als Funktion der Grenzschichtlauflänge x . Im rechten Bild ist dabei der Gradient des Beiwertes

$$\frac{dc_p}{dx} = \frac{1}{\frac{\rho}{2} U_{\text{ref}}^2} \frac{dp}{dx} \quad (4.5)$$

dargestellt, der aus der Steigung der Regressionsgeraden für die diskreten Messwerte des mittleren statischen Druckes p ermittelt wurde.

Betrachtet man die Druckverläufe im linken Teilbild, fällt auf, dass neben der qualitativ annähernd gleichen Verteilung die Werte für die *riblet*-Oberfläche durchweg größer sind. Dies ist auf die geringfügig unterschiedlichen Anströmrandbedingungen beider Versuchsreihen zurück zu führen. Während die mittlere Referenzgeschwindigkeit bei der Vermessung der Grenzschicht über der *riblet*-Oberfläche $U_{\text{ref}} = 0,775\text{ m/s}$ betrug, lag dieser Wert bei den Messungen über der Referenzoberfläche bei $U_{\text{ref}} = 0,860\text{ m/s}$. Hierbei wurde versucht, die REYNOLDS-Zahl in der Anströmung annähernd konstant zu halten. Letztendlich konnte mit einer mittleren REYNOLDS-Zahl über den Messzeitraum $Re = 691\,192$ für die gerillte Oberfläche gegenüber $Re = 727\,103$ bei der Messreihe für die glatte Oberfläche eine für die relativ langen Messperioden zufriedenstellende Übereinstimmung erzielt werden.¹⁰

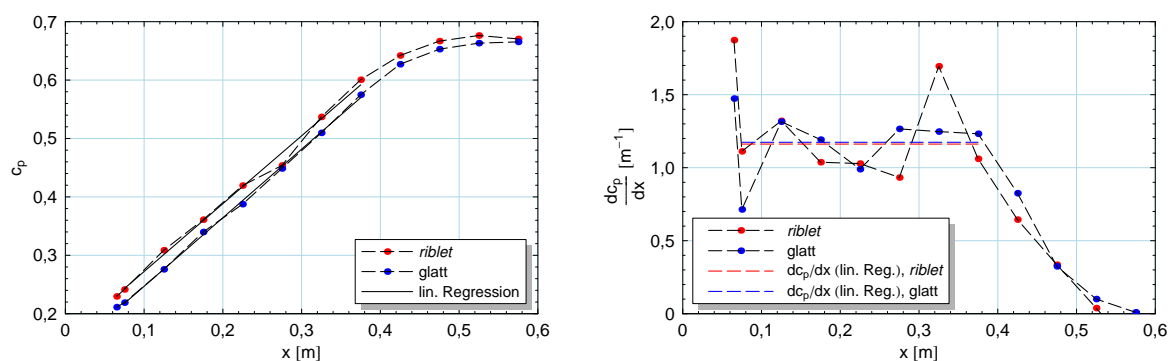


Abbildung 4.7: Verlauf des Druckkoeffizienten c_p und des Gradienten $\frac{dc_p}{dx}$ in Hauptströmungsrichtung für die glatte und die gerillte Oberfläche.

¹⁰ Für die komplette Vermessung der Grenzschicht über einer Oberflächenstruktur mit dem LDA waren ca. 5 Tage Messzeit ohne Unterbrechungen notwendig.

Die Delle im c_p -Verlauf der *riblet*-Oberfläche bei $x = 0,275$ m gegenüber der nahezu linearen Entwicklung wurde durch die Art der Anbringung der Druckmessbohrungen auf der gerillten Oberfläche verursacht. Um Gratbildung zu minimieren, wurden die Bohrungen mit Durchmesser 0,5 mm im Talgrund zwischen den Rippenspitzen mit einem Abstand von 0,4 mm angebracht. Das ist an der betreffenden Stelle nicht einwandfrei gelungen.

Im rechten Bild der **Abbildung 4.7** ist der Druckgradient $\frac{dc_p}{dx}$ in Hauptströmungsrichtung für beide Fälle dargestellt. Zu erkennen sind vergleichsweise starke Schwankungen im Bereich der ersten Messstellen, die durch die an den Umschlagzeugern in die Grenzschicht eingebrachten Störungen hervorgerufen werden,¹¹ und ein mehr oder weniger konstanter Druckgradient für $0,075 \text{ m} \lesssim x \lesssim 0,375 \text{ m}$. In diesem Bereich (gekennzeichnet jeweils durch die Länge der gestrichelten horizontalen Linie) beträgt der Druckgradient über der *riblet*-Oberfläche $\frac{dc_p}{dx} = 1,162 \frac{1}{\text{m}}$, über der Referenzoberfläche $\frac{dc_p}{dx} = 1,174 \frac{1}{\text{m}}$ und ist damit bei Vergleich beider Fälle im bis zur Ablösung relevanten Grenzschichtbereich nahezu gleich groß. Für $x \gtrsim 0,375 \text{ m}$ fällt der Druckgradient in beiden Verteilungen mit Annäherung zur Grenzschichtablösung ab.

4.3.1.2 Wandreibung

Im linken Bild der **Abbildung 4.8** sind die Verläufe der mit dem PRESTON-Rohr gemessenen Werte der Wandschubspannung dargestellt. Dabei wurde, sowohl bei der glatten als auch bei der gerillten Oberfläche, die Wandschubspannung mit der konventionellen Kalibrierkurve nach HEAD & RAM [101] aus den gemessenen Druckdifferenzen bestimmt. Auf eine Korrektur der Messwerte aufgrund des in der Strömung vorhandenen Druckgradienten wurde aus den in **Abschnitt 3.1.4** genannten Gründen verzichtet.

Die Grenzschichten über beiden Oberflächen zeigen aufgrund der verzögerten Außenströmung im gesamten Messbereich eine Abnahme der Wandschubspannung mit größer werdender Lauflänge x . Dabei ist die gemessene Wandreibung an der gerillten Oberfläche durchweg niedriger als an der glatten Referenzoberfläche.

Aufgrund der um etwa 10 % geringeren Geschwindigkeit in der Anströmung bei den Messungen an der *riblet*-Oberfläche im Vergleich zur Messkampagne mit der glatten Referenzoberfläche (vgl. **Abschnitt 4.3.1.1**) und den damit verbundenen unterschiedlichen Randbedingungen beider Messreihen, ist ein direkter Vergleich der Wandschubspannung zur Beurteilung der Reibungswiderstandsreduzierung durch die *riblets* gegenüber einer glatten Oberfläche ungeeignet.

Eine geeignete Alternative hingegen stellt der dimensionslose Wandreibungskoeffizient $c_{f,\text{ref}}$, auch Reibungsbeiwert genannt, **Gleichung (4.6)**, dar, dessen Verläufe im rechten Bild der **Abbildung 4.8** dargestellt sind. Alternativ kann auch der lokale Reibungsbeiwert $c_{f,\text{loc}}$, **Gleichung (3.7)**, verwendet werden, der mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit am Grenzschichttrand berechnet wird und so den örtlichen Grad der Verzögerung in Hauptströmungsrichtung berücksichtigt.

$$c_{f,\text{ref}} = \frac{\tau_w}{\frac{\rho}{2} U_{\text{ref}}^2} \quad (4.6)$$

¹¹ Siehe auch berechnete und in **Abbildung 2.20** visualisierte Wirbelstrukturen und den daraus resultierenden Verlauf des Druckgradienten in **Abbildung 2.18** im Anschluss an die Umschlagzeuger.

Qualitativ nehmen die Reibungsbeiwerte die gleiche Entwicklung mit der stromabwärtigen Position wie die Wandschubspannungen. Die Werte für die *riblet*-Oberfläche liegen zunächst deutlich unter denen der glatten Oberfläche, gleichen sich jedoch zur Ablösung hin an.

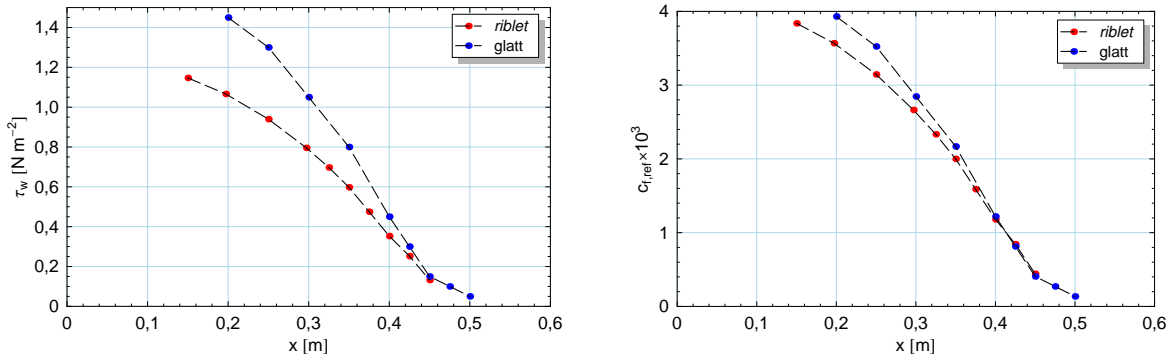


Abbildung 4.8: Verlauf der Wandschubspannung τ_w und des dimensionslosen Wandreibungskoeffizienten $c_{f,\text{ref}}$ in Hauptströmungsrichtung für die glatte und die gerillte Oberfläche.

Zur übersichtlicheren Darstellung des Unterschiedes zwischen *riblet*- und Referenzoberfläche ist im linken Bild der **Abbildung 4.9** die prozentuale Differenz zwischen beiden Messreihen für den Reibungsbeiwert mit Bezug auf die Referenzmessreihe aufgetragen. Somit entsprechen negative Werte einer Widerstandsverminderung der gerillten Struktur. Bei der Berechnung der Differenzen wurden ausschließlich die Orte in Hauptströmungsrichtung ausgewählt, für die Messwerte beider Kampagnen vorlagen, so dass auf eine Interpolation der Daten verzichtet werden konnte.

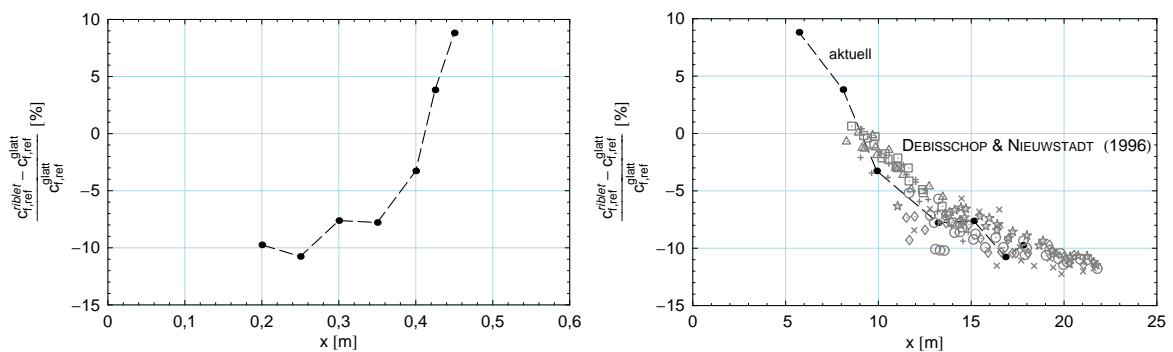


Abbildung 4.9: Verlauf der prozentualen relativen Differenz in Hauptströmungsrichtung zwischen *riblet*- und glatter Oberfläche für den dimensionslosen Wandreibungskoeffizienten $c_{f,\text{ref}}$ (linkes Bild) und als Funktion des dimensionslosen Rillenabstandes s^+ (rechts dargestellt) mit Ergebnissen von DEBISSCHOP & NIEUWSTADT [52].

Die Verringerung der Wandschubspannung durch die *riblet*-Oberfläche erreicht im Bereich der frühen turbulenten Grenzschichtentwicklung bei noch nicht völlig entfalteter Wirkung des Druckgradienten ihren Maximalwert von etwa $-10,7\%$. Mit größer werdender Lauflänge

der Grenzschicht und stärkerer Verzögerung der Strömung nimmt die gemessene Widerstandsreduzierung jedoch sehr schnell ab. In der Nähe der Ablösung ($x \approx 0,41$ m bzw. $s^+ \approx 9$) liefern die Rillen im Vergleich zur glatten Referenzoberfläche einen erhöhten Wandreibungskoeffizienten. In Anlehnung an die Ausführungen in [Abschnitt 3.1.4](#) ist jedoch an dieser Stelle kritisch anzumerken, dass der Messfehler des PRESTON-Rohres in Ablösenähe (hier nicht näher quantifizierbar) zunimmt.

Im messtechnisch für eine vergleichende Betrachtung vertretbaren Einsatzbereich des PRESTON-Rohres bis in die Nähe der Grenzschichtablösung ($0,2$ m $\lesssim x \lesssim 0,45$ m) beträgt die mittlere Verminderung der Wandschubspannung für die *riblet*-Oberfläche mit der hier vorliegenden Konfiguration gegenüber der glatten Referenzoberfläche $-8,3\%$. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Ungenauigkeit bei Messungen mit dem PRESTON-Rohr in Grenzschichten mit Druckgradienten bei der glatten und der gerillten Oberfläche gleich groß ist.

Diese mittlere Reduzierung von $-8,3\%$, sowie besonders die hier maximal gemessene mit $-10,7\%$, ist deutlich größer als der z.B. von BRUSE [\[23\]](#) gefundene Wert für vergleichbare *riblet*-Strukturen mit halbrunder Rillenform und einem geometrischen Höhen-/Seitenverhältnis von $h/s = 0,5$. BRUSE [\[23\]](#) ermittelte für die druckgradientenfreie Grenzschicht in einem Ölkanaal maximal -6% Widerstandsverminderung für den Fall der gerillten Oberfläche. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit gemessene größere Widerstandsreduktion durch *riblets* für Grenzschichten mit positiven Druckgradienten ist konsistent mit den Angaben in der Literatur (vgl. z.B. NIEUWSTADT *et al.* [\[155\]](#), DEBISSCHOP & NIEUWSTADT [\[52\]](#), SUNDARAM *et al.* [\[204\]](#)). Dabei konnten jedoch keine lokalen Werte der Wandreibung bestimmt werden.

DEBISSCHOP & NIEUWSTADT [\[52\]](#) ermittelten z.B. unter Verwendung einer Schubspannungswaage eine maximale Reduktion von -13% . Der Druckgradient in Hauptströmungsrichtung lag dabei längs der Messplatte im Bereich $1,8 \leq \beta \leq 2,4$. Diese eher geringe Verzögerung entspricht bei den hier durchgeführten Experimenten der turbulenten Grenzschicht mit schwachem Druckanstieg in der Region $0,255$ m $\lesssim x \lesssim 0,281$ m (vgl. Angaben in [Tabelle 4.3](#)).

Üblicherweise wird zur Untersuchung der Wirksamkeit von *riblets* die gemessene Widerstandsreduktion über dem dimensionslosen Rillenabstand s^+ (vgl. [Gleichung \(2.13\)](#), berechnet mit der Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ der glatten Referenzoberfläche) aufgetragen. Für die vorliegenden Ergebnisse ist diese Darstellung im rechten Bild der [Abbildung 4.9](#) zu finden. Ebenfalls eingetragen wurden die aus Experimenten gewonnenen Ergebnisse von DEBISSCHOP & NIEUWSTADT [\[52\]](#) für *riblets* mit trapezförmigem Querschnitt (dargestellt durch Symbole in grauer Farbe).

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit (markiert durch *aktuell* in [Abbildung 4.9](#)) mit lokaler Bestimmung der Wandschubspannung über einer gerillten Oberfläche bei konstant gehaltener *riblet*-Geometrie in Hauptströmungsrichtung liegen im Bereich der integralen Messungen der Wandschubspannung unter Variation des Rillenabstandes in einer verzögerten turbulenten Grenzschicht. Dabei scheint der (optimale) Rillenabstand für eine maximale Reduktion der Wandreibung im Vergleich zu den Ergebnissen für die druckgradientenfreie Grenzschicht zu größeren s^+ verschoben zu sein. Während der dimensionslose Rillenabstand für ZPG-Grenzschichten im Bereich $16 \lesssim s^+ \lesssim 19$ liegen sollte (vgl. Ausführungen in [Abschnitt 2.3.1](#)), wären bei APG-Grenzschichten besser Werte $s^+ \approx 20$ zu wählen. Eine Studie zur Variation des Rillenabstandes war allerdings nicht Gegenstand dieser Arbeit.

4.3.1.3 Grenzschichtdicken

Abbildung 4.10 zeigt im linken Bild die Verläufe der Grenzschichtdicke $\delta = \delta_{99,5\%}$ in Hauptströmungsrichtung x für beide Fälle. Im rechten Bild ist die Dicke der viskosen Unterschicht $5l^*$ unter der Annahme dargestellt, dass diese mit Entwicklung der Grenzschicht konstant bei 5 Wandeinheiten $l^* = \frac{\nu}{u_\tau}$ bleibt.

In Abbildung 4.11 sind die Verläufe für die Verdrängungsdicke δ_1 , Gleichung (1.13), und die Impulsverlustdicke δ_2 , Gleichung (1.14), in Hauptströmungsrichtung gezeigt.

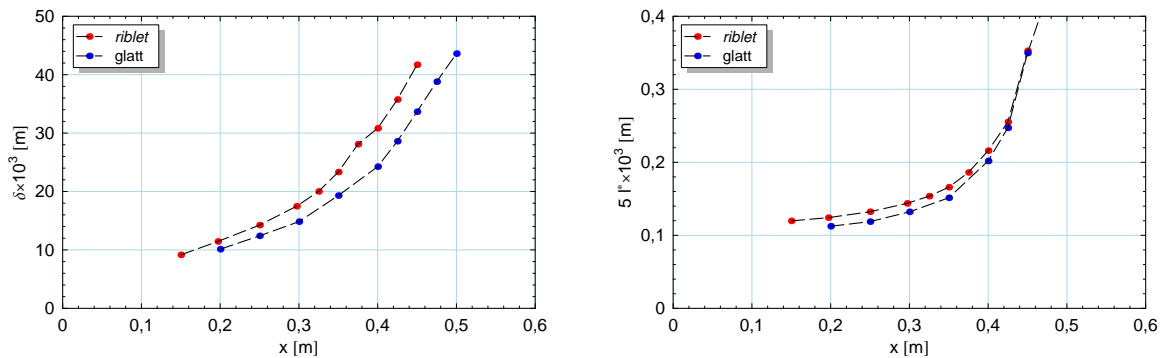


Abbildung 4.10: Verlauf der Grenzschichtdicke δ und der viskosen Längenskala l^* in Hauptströmungsrichtung für die glatte und gerillte Oberfläche.

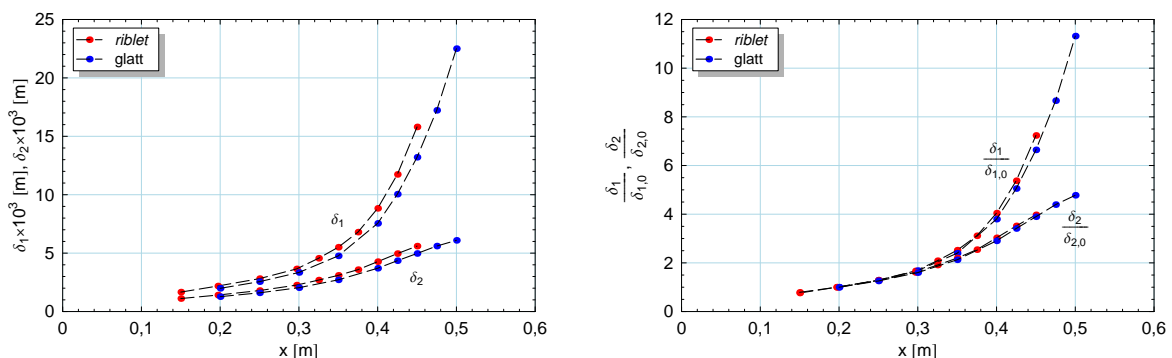


Abbildung 4.11: Verlauf der Verdrängungsdicke δ_1 und Impulsverlustdicke δ_2 in Hauptströmungsrichtung für die glatte und gerillte Oberfläche mit dimensionsloser Darstellung im rechten Bild (Referenzort bei $x_0 = 0,2$ m).

Aufgrund des positiven Druckgradienten in der Strömung wachsen sämtliche Schichtdicken im betrachteten Bereich der turbulenten Grenzschicht stark monoton mit der Lauflänge x an. Im qualitativen Vergleich entwickeln sich dabei die Grenzschichten über der *riblet*- und der glatten Oberfläche in ähnlicher Weise. Trotz der geringfügig niedrigeren Geschwindigkeit in der Anströmung bei Aufnahme der Messreihe für die *riblets* (vgl. Abschnitt 4.3.1.1), sind alle Schichtdicken im Vergleich zur Entwicklung über der Referenzoberfläche größer. Dies liegt an der Wirkung der Rillen, die viskose Unterschicht aufzudicken und so die Grenzschichtdicke ansteigen zu lassen. Mit Angleichung der Wandreibung zwischen den beiden Messreihen zur Ablösung hin reduzieren sich die Differenzen in der Längenskala l^* .

Der Einfluss der unterschiedlichen Anströmrandbedingungen auf die Entwicklung der Grenzschichtdicken kann durch eine dimensionslose Darstellung durch Größen an einem Referenzort kompensiert werden. Im rechten Bild von [Abbildung 4.11](#) sind deshalb die Verdrängungsdicke und die Impulsverlustdicke in relativer Darstellung zu den Werten $\delta_{1,0}$ und $\delta_{2,0}$ am Ort $x_0 = 0,2\text{m}$ gezeigt. Die Verteilungen für beide Dicken zeigen keine signifikanten Unterschiede in der Entwicklung der Grenzschichten.

Eine Untersuchung der Beeinflussung des Ablöseortes der Grenzschicht durch die *riblet*-Oberfläche mittels der Grenzschichtentwicklung ist nicht möglich. Zur Beurteilung des Zustandes einer Grenzschicht in Bezug auf seine Ablösenähe können jedoch die lokalen wandnormalen Geschwindigkeitsverteilungen herangezogen werden.

4.3.1.4 Formparameter und REYNOLDS-Zahl

Die Form des Geschwindigkeitsprofils hängt außer von der REYNOLDS-Zahl vom aufgeprägten Druckgradienten ab und wird durch den Formparameter H_{12} der Grenzschicht, [Gleichung \(1.33\)](#), charakterisiert.

Formuliert man die Beziehungen für die Verdrängungsdicke δ_1 , [Gleichung \(1.13\)](#), und die Impulsverlustdicke δ_2 , [Gleichung \(1.14\)](#), in Defekt-Schreibweise, führt das Außengesetz nach COLES [\[47\]](#), [Gleichung \(1.11\)](#), ein und wählt für die Nachlauffunktion $W\left(\frac{y}{\delta}\right)$ einen geeigneten Ansatz,¹² kann nach Einsetzen in [Gleichung \(1.33\)](#) und Auswerten des integralen Zusammenhangs gezeigt werden, dass der Formparameter H_{12} vom dimensionslosen Reibungsbeiwert $c_{f,\text{ref}}$ und dem Nachlaufparameter Π abhängt, $H_{12} = f(c_{f,\text{ref}}, \Pi)$.

Mittels einer Π - β -Korrelation nach VON KÁRMÁN [\[227\]](#) ist COLES' Nachlaufparameter mit dem dimensionslosen Druckgradient β nach CLAUSER in Zusammenhang zu setzen. Zu Beginn der turbulenten Grenzschichtentwicklung nach den Umschlagerezeugern bei $x = 0$, mit Wechsel von einer beschleunigten zu einer verzögerten Strömung, liegen in der Grenzschicht näherungsweise Gleichdruckverhältnisse vor und es gilt $\beta \approx 0$. Der Formparameter H_{12} hängt also zu Beginn der turbulenten Grenzschichtentwicklung nur vom Reibungsbeiwert $c_{f,\text{ref}}$ bzw. der mit der Impulsverlustdicke δ_2 gebildeten REYNOLDS-Zahl Re_{δ_2} , [Gleichung \(1.12\)](#), ab. Erst weiter stromabwärts wird der Druckgradient als zusätzlicher Parameter im Verlauf $H_{12} = f(x)$ wirksam.

Die für beide Messreihen berechneten Verläufe von Re_{δ_2} sind in [Abbildung 4.12](#) dargestellt. Da für die Größenordnung der mittleren Geschwindigkeit am Außenrand der Grenzschicht $\frac{u_\delta}{U_{\text{ref}}} = \mathcal{O}(1)$ im Vergleich zur Ordnung $\frac{\delta_2}{l} = \mathcal{O}((\ln \text{Re}_{\text{pl}})^{-2})$ mit $\text{Re}_{\text{pl}} = \frac{U_{\text{ref}} l}{\nu}$ der Impulsverlustdicke in der turbulenten Grenzschicht gilt (vgl. SCHLICHTING & GERSTEN [\[186\]](#)), zeigen die Verläufe der REYNOLDS-Zahl Re_{δ_2} mit ebenfalls $\text{Re}_{\delta_2} = \mathcal{O}((\ln \text{Re}_{\text{pl}})^{-2})$ stromab ein ähnliches Verhalten wie die der Impulsverlustdicken δ_2 in [Abbildung 4.11](#). Aufgrund der bereits oben erläuterten Aufdickung der Grenzschicht durch die *riblet*-Strukturen, liegen auch hier die REYNOLDS-Zahlen um etwa 5% über den Ergebnissen aus der Messreihe über der glatten Oberfläche.

¹² Mögliche Ansätze für die universelle Nachlauffunktion sind $W = 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{y}{\delta}\right)$ nach COLES (in ROTTA [\[181\]](#)), $W = 1 - \cos \pi \frac{y}{\delta}$ nach HINZE [\[103\]](#) oder $W = 2 \left[3 \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 - 2 \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \right]$ nach MOSES [\[145\]](#).

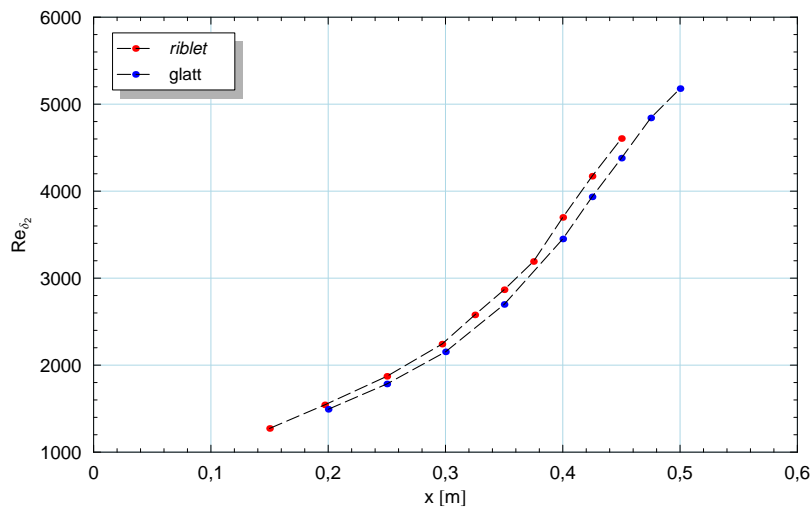


Abbildung 4.12: Verlauf der REYNOLDS-Zahl Re_{δ_2} in Hauptströmungsrichtung für die glatte und die gerillte Oberfläche.

Die Verläufe des Formparameters H_{12} sind in **Abbildung 4.13** dargestellt. Geht man, wie oben erläutert, bei $x = 0$ von einer Gleichdruckgrenzschicht aus, sollten die beiden turbulenten Grenzschichtentwicklungen bei $Re_{\delta_2} \approx 900$ mit einem Formparameter $H_{12} \approx 1,47$ (CEBECI & BRADSHAW [34]) beginnen. Dieser Wert kann durch Extrapolation beider Verläufe gut erreicht werden. Mit fortschreitender Lauflänge x steigt der Formparameter H_{12} aufgrund des zunehmenden Einflusses des Druckgradienten und dem damit verbundenen Anstieg des CLAUSER-Parameters β stark an (vgl. **Tabelle 4.3** und **Tabelle 4.2**). In der Grenzschichtentwicklung äußert sich dies in einem größeren Gradienten der ansteigenden Verdrängungsdicke δ_1 verglichen mit der Impulsverlustdicke δ_2 (vgl. **Abbildung 4.11**).

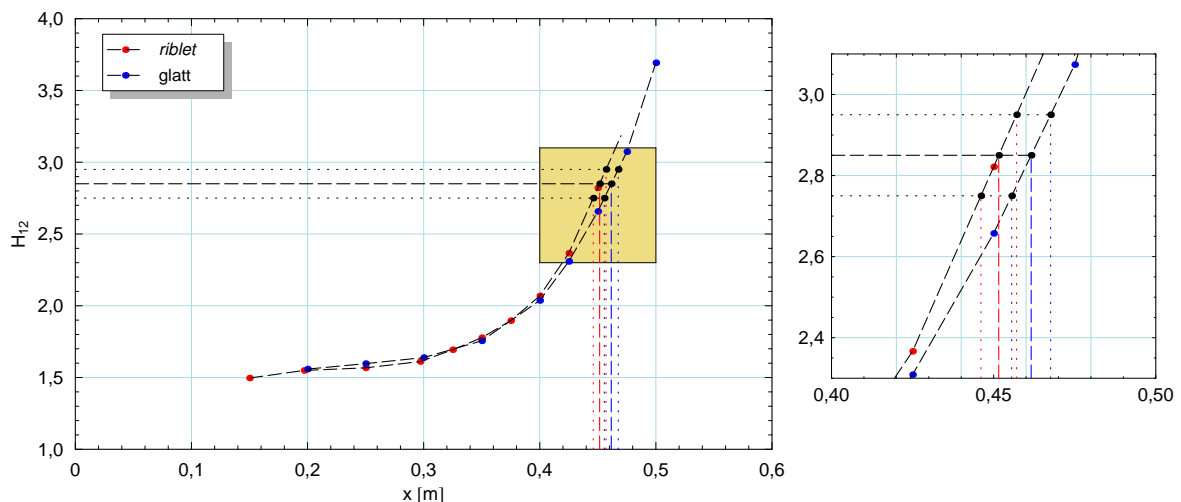


Abbildung 4.13: Verlauf des Formparameters H_{12} in Hauptströmungsrichtung für die glatte und die gerillte Oberfläche mit Detailansicht und Darstellung der Ablösebereiche (Entwicklung von H_{12} der Grenzschicht an der *riblet*-Oberfläche extrapoliert).

Der direkte Vergleich beider Grenzschichtentwicklungen in [Abbildung 4.13](#) zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. In Verbindung mit den ebenso gut übereinstimmenden relativen Grenzschichtdicken (vgl. rechtes Bild in [Abbildung 4.11](#)) kann daraus geschlossen werden, dass die im Rahmen der Messkampagnen gewählten Betriebspunkte für eine vergleichende Bewertung des Ablöseverhaltens der *riblet*-Oberfläche gegenüber der glatten Referenzoberfläche geeignet sind.

Der Ort der Ablösung zeichnet sich dadurch aus, dass die Wandschubspannung verschwindet ($\tau_w = 0$) und der Anteil an rückströmenden Ereignissen an der Wand genauso groß ist wie in vorwärtsströmender Richtung ($\chi_w \approx 50\%$). DENGEL & FERNHOLZ [56] bzw. später ALVING & FERNHOLZ [6] fanden hierfür experimentell $H_{12} = 2,85 \pm 0,1$. Dieser Wert des Formfaktors ist in [Abbildung 4.13](#) durch eine horizontale gestrichelte Linie in schwarzer Farbe und die dazu gehörende obere und untere Grenze durch jeweils eine gepunktete Linie gekennzeichnet.

Die Schnittpunkte mit den beiden H_{12} -Verläufen liefern die Ablöseregionen beider Grenzschichtentwicklungen, die jeweils durch die vertikale gestrichelte Linie mit den gepunkteten Linien als Grenzen in der Farbe für die Oberflächenbeschaffenheit in [Abbildung 4.13](#) dargestellt sind. Nach diesem Kriterium löst die Grenzschicht über der *riblet*-Oberfläche im Bereich $0,446 \text{ m} \lesssim x \lesssim 0,457 \text{ m}$ und über der glatten Oberfläche für $0,456 \text{ m} \lesssim x \lesssim 0,468 \text{ m}$ ab. Selbst bei Berücksichtigung der sehr engen Grenzen des Kriteriums kommt es zu einer Überschneidung der beiden Bereiche.

Betrachtet man zusätzlich die gemessenen Wandschubspannungsverteilungen mit Erreichen $c_{f,\text{ref}} \approx 0$ an vergleichbaren Orten längs der Plattenoberfläche (vgl. [Abbildung 4.8](#) bzw. [Tabelle 4.3](#) und [Tabelle 4.2](#)) kann deshalb der Schluss gezogen werden, dass die *riblet*-Oberfläche im Vergleich zur glatten Oberfläche keinen Einfluss auf die Ablösung der turbulenten Grenzschicht hat.

4.3.1.5 Quantitative Gegenüberstellung

Die vergleichende Betrachtung der Grenzschichtentwicklungen an der *riblet*- und an der Referenzoberfläche abschließend, sind in [Tabelle 4.3](#) und [Tabelle 4.2](#) die wichtigsten Grenzschichtparameter für beide Strömungskonfigurationen zusammengefasst. Die Berechnung der Größen erfolgte im Wesentlichen aus den Druckverteilungs- und Geschwindigkeitsprofilmessungen mit der LDA an den beiden Oberflächen (vgl. [Abbildung 4.14](#)).

Neben dem dimensionslosen Druckgradientenparameter nach CLAUSER β und PATEL Δ_P , dem Beschleunigungsparameter K , dem Formparameter H_{12} und der REYNOLDS-Zahl Re_{δ_2} , ist die auf der Wandschubspannungsgeschwindigkeit basierende REYNOLDS-Zahl

$$\text{Re}_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu}, \quad (4.7)$$

der dimensionslose Wandreibungskoeffizient $c_{f,\text{ref}}$ und der Turbulenzgrad am Außenrand der Grenzschicht in Hauptströmungsrichtung

$$\text{Tu}_{x,\delta} = \frac{\sqrt{\langle u_\delta'^2 \rangle}}{u_\delta} \quad (4.8)$$

angegeben. Bei den hier vorzufindenden Turbulenzgraden $2,1\% \lesssim \text{Tu}_{x,\delta} \lesssim 3,2\%$ handelt es sich, in Anlehnung an die von KALTER [115] getroffene Klassifizierung für die Größe der Freistromturbulenz, um einen *mittleren* Turbulenzgrad.

4.3 Vergleich der Grenzschichtentwicklungen an der glatten und der gerillten Oberfläche

x [m]	β	$\Delta_P \times 10^3$	$-K \times 10^6$	H_{12}	Re_{δ_2}	Re_τ	$c_{f,loc} \times 10^3$	$Tu_{x,\delta}$ [%]
0,2	1,111	12,56	0,689	1,559	1493	450	2,888	2,965
0,25	1,718	15,95	0,863	1,597	1784	523	2,860	2,816
0,3	3,103	24,52	1,132	1,639	2153	562	2,574	2,903
0,35	5,849	37,17	1,363	1,756	2698	638	2,207	2,534
0,4	13,20	70,61	1,329	2,037	3451	601	1,415	2,731
0,425	20,10	98,89	1,108	2,309	3934	579	1,001	2,278
0,45	36,63	193,9	0,829	2,657	4380	482	0,527	2,638
0,475	43,41	216,8	0,533	3,074	4841	453	0,365	2,125
0,5	67,51	363,4	0,333	3,693	5179	360	0,189	2,814

Tabelle 4.2: Charakteristische Größen der Grenzschicht an der glatten Oberfläche, vgl. Bild 4.14(a).

x [m]	β	$\Delta_P \times 10^3$	$-K \times 10^6$	H_{12}	Re_{δ_2}	Re_τ	$c_{f,loc} \times 10^3$	$Tu_{x,\delta}$ [%]
0,15	1,021	14,68	0,714	1,496	1272	403	2,665	3,210
0,197	1,176	13,37	0,665	1,549	1543	586	2,704	3,032
0,25	1,700	15,97	0,764	1,567	1872	568	2,635	2,954
0,297	3,759	29,63	1,283	1,611	2242	641	2,466	2,876
0,325	6,070	40,89	1,609	1,693	2578	686	2,314	2,535
0,35	7,372	44,42	1,535	1,777	2867	741	2,122	2,737
0,375	8,216	44,98	1,236	1,896	3192	809	1,821	2,821
0,4	12,23	59,78	1,142	2,069	3698	752	1,429	2,736
0,425	17,68	76,91	1,712	2,367	4172	738	1,085	2,737
0,45	34,18	152,6	1,819	2,821	4605	623	0,594	2,420

Tabelle 4.3: Charakteristische Größen der Grenzschicht an der *riblet*-Oberfläche, vgl. Bild 4.14(b).

4.3.1.6 Geschwindigkeitsfeld

Die nachfolgende Untersuchung der Geschwindigkeitsfelder innerhalb der Grenzschicht basiert auf LDA- und PIV-Messungen. Mittels dem in Abschnitt 3.2 vorgestellten LDA wurden Geschwindigkeitsprofile normal zur Plattenoberfläche für einige Orte x in Hauptströmungsrichtung vermessen. Auf diese Daten werden die für druckgradientenbehaftete turbulente Grenzschichten geeigneten Skalierungen (vgl. Abschnitt 4.2) angewandt, um die Beeinflussung der lokalen Geschwindigkeitsverteilung durch die *riblet*-Struktur zu untersuchen.

Die PIV (vgl. Abschnitt 3.3) mit dem hier gewählten Aufbau liefert hingegen zweidimensionale Strömungsfelder für einen qualitativ anschaulichen und direkten Vergleich der Grenzschicht im Bereich der Ablösung.

Bei den im weiteren Verlauf dargestellten Grenzschichtprofilen über der *riblet*-Oberfläche liegt $y = 0$ auf Höhe des *virtuellen* Ursprungs des mittleren Geschwindigkeitsprofils in Hauptströmungsrichtung (vgl. Abschnitt 2.5).

4.3.1.6.1 Messungen mittels LDA

Normierte Gesamtdarstellung

In [Abbildung 4.14](#) sind für sieben stromab-Positionen die Profile der gemittelten Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung $\langle u \rangle$ für die *riblet*- und die Referenzoberfläche in dimensionsloser Form mit Normierung der wandnormalen Koordinate y durch die Grenzschichtdicke δ und der Fluidgeschwindigkeit mit der mittleren Geschwindigkeit am Außenrand der Grenzschicht u_δ (Standardauftragung) dargestellt.

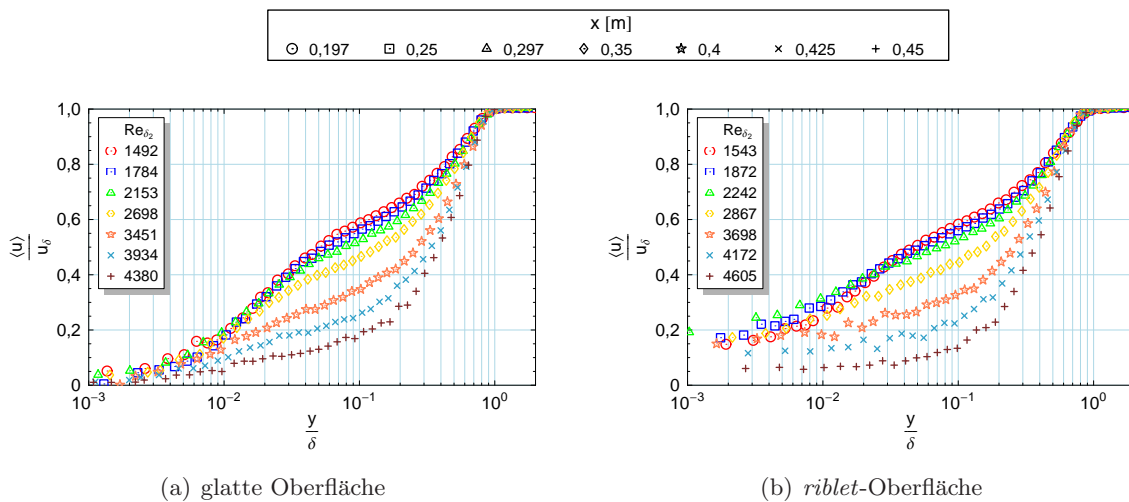


Abbildung 4.14: In Standardauftragung normierte mittlere Geschwindigkeitsprofile der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung an glatter und gerillter Oberfläche.

Die Geschwindigkeitsprofile zeigen bei beiden Konfigurationen ein für stark verzögerte Grenzschichten typisches Verhalten. Ausgehend von einer bereits voll turbulenten Grenzschicht bei $x = 0,2$ m ($Re_{\delta_2} = 1543$ bei der *riblet*-Oberfläche bzw. $Re_{\delta_2} = 1492$ bei der glatten Oberfläche), verliert die Grenzschicht mit fortschreitender Entwicklung aufgrund des Anlaufens gegen den Druckgradienten stromab an Impuls. In der Form des Geschwindigkeitsprofils äußert sich das durch eine mit größer werdendem Druck abnehmende Völligkeit bis es letztendlich zum Ablösen der Grenzschicht von der Wand kommt.

Im Bereich der Grenzschichtablösung nehmen die Fluktuationen der mittleren Geschwindigkeit, vor allem in Wandnähe, stark zu. Bei gleichzeitig kleiner werdender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit wird der Variationskoeffizient $V = \frac{\sqrt{\langle u'^2 \rangle}}{\langle u \rangle}$, der die zufällige Messabweichung quantifiziert und in der Messtechnik auch Unpräzision genannt wird, stromab und zur Wand hin größer. Dies führt dazu, dass glatte Geschwindigkeitsverteilungen zunehmend schwieriger zu messen sind (vgl. Profile beider Oberflächenbeschaffenheiten in [Abbildung 4.14](#) für $x = 0,4$ m bis $x = 0,45$ m).

Die Unterschiede in den beiden Grenzschichtentwicklungen beschränken sich in der Standardauftragung auf den wandnahen Bereich $\frac{y}{\delta} \lesssim 0,02$. Während die Geschwindigkeitsprofile an der glatten Oberfläche für $\frac{y}{\delta} \rightarrow 0$ physikalisch sinnvoll auch gegen $\frac{\langle u \rangle}{u_\delta} \rightarrow 0$ streben, liegen in diesem Bereich alle Profile an der *riblet*-Oberfläche höher.

Skalierung mit inneren Variablen

Die Skalierung der Geschwindigkeitsprofile für ZPG-Grenzschichten mit inneren Variablen $u^+ = f(y^+)$ ist in **Abbildung 4.15** dargestellt. Zum Vergleich sind ebenfalls der lineare Zusammenhang $u^+ = y^+$ im Bereich der viskosen Unterschicht für $y^+ \approx 5$ und das logarithmische Überlappungsgesetz mit Werten nach COLES [47] für die Konstanten $\kappa = 0,40$ und $C = 5,1$ gezeigt.

Sowohl die Profile über der glatten Oberfläche (**Bild 4.15(a)**), als auch die Geschwindigkeitsverteilungen an der *riblet*-Oberfläche (**Bild 4.15(b)**), weisen das in **Abschnitt 4.2.3.1** erläuterte Verhalten bei Wahl ausschließlich innerer Skalen auf. Wegen des starken Druckgradientens weichen die Profile vom Verlauf des logarithmischen Überlappungsgesetzes ab. Es kommt zu einem deutlichen Absinken der Geschwindigkeitsverteilungen in der Überlappungsschicht (vgl. **Abbildung 1.1**) bei gleichzeitigem Auffächern in der Nachlaufregion bei anhaltendem Druckgradient und damit größer werdendem Parameter β . Gekennzeichnet ist dieses Verhalten in **Bild 4.15(a)** durch die Pfeile.

Im Vergleich zu den Profilen an der glatten Oberfläche sind alle an der *riblet*-Oberfläche gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen in dieser Skalierung insgesamt zu etwas größeren u^+ -Werten verschoben (vgl. **Bild 4.15(b)**). Diese grundsätzliche Tendenz wird für die druckgradientenfreie Grenzschicht über gerillten Oberflächen durch die experimentellen Untersuchungen von BRUSE [23] und die direkte numerische Simulation von CHOI *et al.* [35] bestätigt. Eine derartige Verschiebung der Profile ist auch bei anderen Maßnahmen zur Reibungsverminderung vorzufinden, z. B. beim Einsatz von Polymer-Additiven in einer wandgebundenen Strömung (vgl. z. B. VIRK *et al.* [225], TOONDER [58] bzw. TOONDER & NIEUWSTADT [59]) oder bei Beeinflussung der turbulenten Grenzschicht durch LEBUS¹³ (vgl. z. B. BANDYOPADHYAY [8]) zeigen die mittleren Geschwindigkeitsprofile ein vergleichbares Verhalten.

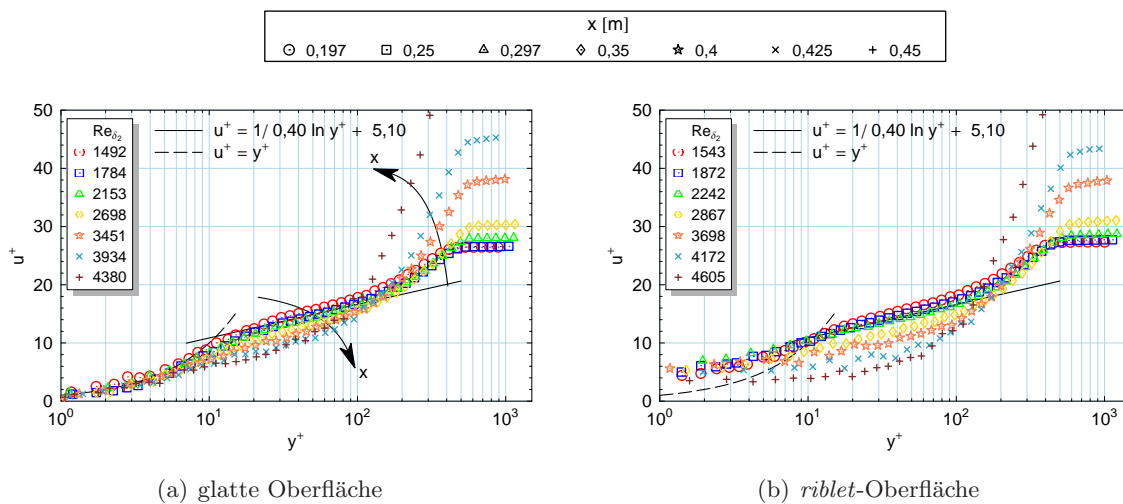


Abbildung 4.15: Mit inneren Variablen skalierte Geschwindigkeitsprofile der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung an glatter und gerillter Oberfläche.

Nach CHOI [40] kann eine derartige Verschiebung der mittleren Geschwindigkeitsprofile in Hauptströmungsrichtung als lokale Anpassung des Gleichgewichtes zwischen Produktion an

¹³ Abkürzung für *large eddy brake-up device*

turbulenter kinetischer Energie und viskoser Dissipation angesehen werden. Eine damit einhergehende Vergrößerung der kleinsten Turbulenzstrukturen, CHOI stützt sich dabei auf Aussagen von LUMLEY [130], führt zu einer größeren Dicke der viskosen Unterschicht an der *riblet*-Oberfläche im Vergleich zur Grenzschichtentwicklung an einer glatten Oberfläche.

Diese Aussagen können mit den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit nur dahingehend bestätigt werden, dass für den Bereich der frühen turbulenten Grenzschichtentwicklung, weit stromauf der Ablösung, eine etwas dickere viskose Unterschicht über den *riblets* bestimmt werden konnte (vgl. rechtes Bild in [Abbildung 4.10](#)). Die für eine detaillierte Betrachtung notwendigen Spektren der turbulenten kinetischen Energie k bzw. die TAYLOR-Mikroskala λ im wandnahen Bereich der Grenzschicht, konnten aus den LDA-Zeitreihen nicht sinnvoll berechnet werden.

Skalierung mit äußeren Variablen

Die Bewertung verschiedener äußerer Skalierungen in [Abschnitt 4.2.3.2](#) hat gezeigt, dass die von ZAGAROLA & SMITS [244], [245] vorgeschlagene Geschwindigkeitsskala $u_0 = u_\delta \frac{\delta}{\delta^*}$, in Verbindung mit einer Defekt-Formulierung und Normierung der wandnormalen Koordinate mit der Grenzschichtdicke δ , zur dimensionslosen Darstellung der Geschwindigkeitsprofile einer stark verzögerten Grenzschicht sehr gut geeignet ist.

[Abbildung 4.16](#) zeigt die Anwendung dieser äußeren Skalierung auf die Ergebnisse beider Fälle. Der Vergleich lässt keine, auf die Wirkung der *riblet*-Oberfläche zurückzuführenden, signifikanten Unterschiede in den Profilen erkennen. Die Geschwindigkeitsverteilungen fallen für $\frac{y}{\delta} \approx 0,5$ auf eine Kurve, skalieren im Bereich $0,1 \approx \frac{y}{\delta} \approx 0,5$ sehr gut und fächern in Wandnähe für $\frac{y}{\delta} \approx 0,1$ in beiden Fällen auf. Auch im letztgenannten, wie oben gezeigt durch die *riblet*-Oberfläche beeinflussten Grenzschichtbereich an der Wand (vgl. [Abbildung 4.14](#)), wird kein Unterschied in dieser Auftragung deutlich. Für das minimal schlechtere Zusammenfallen der Profile über der *riblet*-Oberfläche für $0,1 \approx \frac{y}{\delta} \approx 0,3$ konnte hier keine Ursache festgestellt werden.

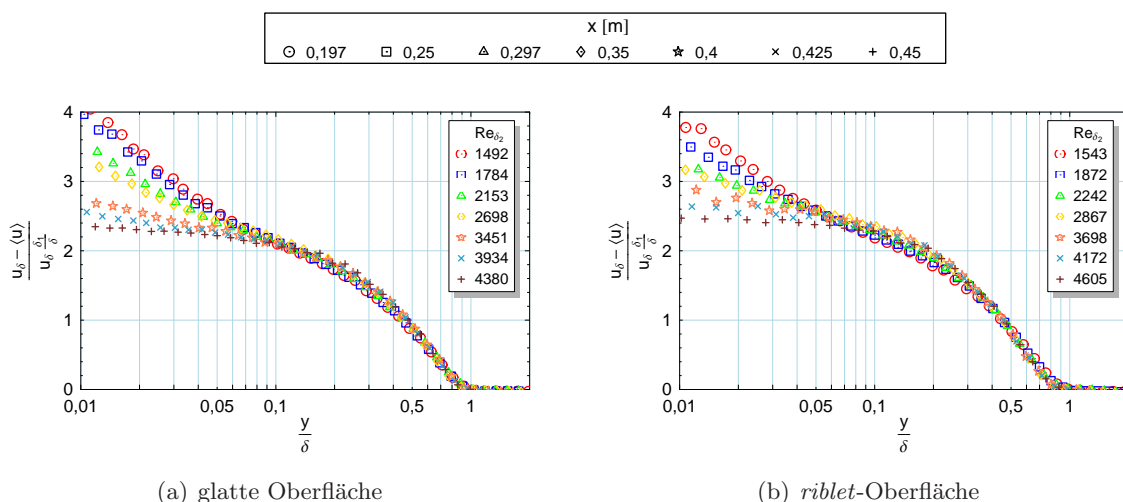


Abbildung 4.16: Mit äußeren Variablen nach ZAGAROLA & SMITS skalierte Profile der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung an glatter und gerillter Oberfläche.

Die Bewertung der mittleren Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung schließt eine Betrachtung der gleichgewichtsnahen Profile zu Beginn der turbulenten Grenzschichtentwicklung ab. Dies hat zum Ziel, die vertikale Verschiebung der Profile bei Darstellung in innerer Skalierung zu quantifizieren und eine approximierende Funktion für den Bereich des logarithmischen Überlappungsgesetzes bei einer glatten Oberfläche zu finden.

4.3.1.6.2 Vergleich der Profile mit kleinen Werten des CLAUSER-Parameters

Die Diskussion zum Gleichgewichtscharakter der hier vorliegenden Grenzschicht in [Abschnitt 4.2.1](#) hat gezeigt, dass es sich bei Zugrundelegen des *strengen* Kriteriums $\beta = \text{konst}$ für eine Gleichgewichtsgrenzschicht (vgl. [Gleichung \(4.3\)](#)) nach CLAUSER [44], [45] im gesamten betrachteten Bereich der Grenzschichtentwicklung um eine Nicht-Gleichgewichtsgrenzschicht handelt.

Dies hat zur Folge, dass der Großteil der Skalierungen mit inneren und gemischten Variablen (vgl. [Abbildung 4.4](#)) bzw. äußeren Skalen (vgl. [Abbildung 4.5](#)), mehr oder weniger rasch mit Anwachsen der Grenzschicht bei fortschreitender Lauflänge x versagt. Genauso zu erkennen ist aber auch das durchweg zufriedenstellende Ergebnis der Normierungen für die stromaufgelegensten Geschwindigkeitsprofile mit kleinen Werten des dimensionslosen Druckgradienten nach CLAUSER.

Obwohl der positive Druckgradient der Grenzschichtentwicklung bereits nach den Umschlagerezeugern aufgeprägt wird (vgl. [Abbildung 4.7](#)), entfaltet er seine volle Wirkung in Form einer Beeinflussung des Gleichgewichtszustandes in der Grenzschicht erst weiter stromab. Dies äußert sich in der Entwicklung des dimensionslosen Druckgradientenparameters β , der im frühen Stadium der Grenzschichtentwicklung nur wenig und erst für größere x -Werte stark ansteigt (vgl. [Abbildung 4.2](#)). Ursache hierfür ist der Einfluss der Vorgeschichte auf die lokalen Gegebenheiten in der Grenzschicht und der relaxierende Charakter turbulenter Strömungen (vgl. WHITE [239]). Dies bedeutet, dass sich Veränderungen in den Randbedingungen der Strömung, wie z. B. dem Druckgradienten, nicht nur lokal, sondern erst mit einer nicht unwesentlichen Verzögerung auf den Zustand und die Struktur der Grenzschicht auswirken. Dabei wird durch eine *Relaxation* ein neuer, im Falle von Nicht-Gleichgewichtsgrenzschichten lokaler, Gleichgewichtszustand erreicht.

Somit können die ersten Profile der beiden Grenzschichtentwicklungen ($1543 \leq \text{Re}_{\delta_2} \leq 2242$ bei der *riblet*-Oberfläche bzw. $1492 \leq \text{Re}_{\delta_2} \leq 2153$ bei der glatten Oberfläche) als Geschwindigkeitsprofile einer Grenzschicht mit nur mäßigem Ungleichgewicht bzw. besser als Grenzschicht mit kleinen Werten des Druckgradientenparameters β betrachtet werden. Hier beträgt der CLAUSER-Parameter $1,176 \leq \beta \leq 3,759$ (*riblet*-Oberfläche) bzw. $1,111 \leq \beta \leq 3,103$ bei der glatten Oberfläche (vgl. [Tabelle 4.3](#) und [Tabelle 4.2](#)).

[Abbildung 4.17](#) zeigt diese Profile in inner Skalierung und äußerer Skalierung nach ZAGAROLA & SMITS. Zu erkennen sind bei der inneren Skalierung ([Bild 4.17\(a\)](#)), wenn auch nur geringfügig, die voneinander zu unterscheidenden Profilgruppen für die *riblet*- und für die glatte Oberfläche. Für $y^+ \rightarrow 0$ folgen die mit inneren Variablen skalierten Profile über der glatten Oberfläche der Funktion $u^+ = y^+$. Die Geschwindigkeitsverteilungen über der gerillten Oberfläche streben gegen $u^+ \approx 5$. Dies ist für einen dimensionslosen Rillenabstand $s^+ \approx 16$ in Übereinstimmung mit anderen Experimenten (vgl. z. B. WEISS [236], SUZUKI & KASAGI [207], BRUSE [23]).

In der äußeren Skalierung ([Bild 4.17\(b\)](#)) sind hingegen alle betrachteten Profile für $\frac{y}{\delta} \approx 0,4$ sehr gut zum Zusammenfallen zu bringen. Im Bereich der Überlappungsschicht

($0,06 \lesssim \frac{y}{\delta} \lesssim 0,4$) liegen die Profile an der *riblet*-Oberfläche etwas über den an der glatten Oberfläche. Im wandnahen Bereich $\frac{y}{\delta} \lesssim 0,04$ unterscheiden sich die beiden Profilgruppen. Insbesondere die jeweils ersten beiden Profile streben beim Grenzwertübergang $\frac{y}{\delta} \rightarrow 0$ gegen $\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_\delta \frac{\delta_1}{\delta}} \approx 4,8$ (glatte Oberfläche) bzw. $\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_\delta \frac{\delta_1}{\delta}} \approx 4,4$ (*riblet*-Oberfläche).

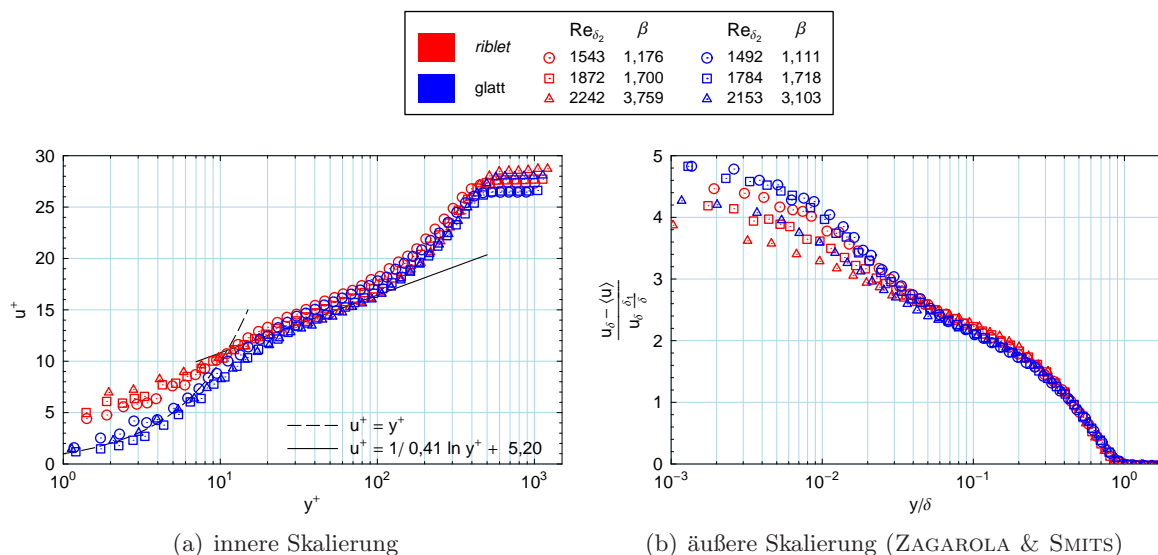


Abbildung 4.17: Mit inneren und äußeren Variablen skalierte Geschwindigkeitsprofile der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung an glatter und gerillter Oberfläche der Grenzschicht mit kleinen β -Werten.

Zur Beantwortung der Frage nach Quantifizierung der vertikalen Verschiebung bei innerer Skalierung und nach dem funktionalen Zusammenhang im Bereich der Überlappungsschicht bei der äußeren Skalierung, sind zunächst die hierfür relevanten Bereiche der Geschwindigkeitsprofile aus [Abbildung 4.17](#) in [Abbildung 4.18](#) dargestellt.

Für beide Profilgruppen ist in der gewählten Detailansicht der inneren Skalierung, [Bild 4.18\(a\)](#), das bereits im letzten Abschnitt erläuterte Abweichen der Geschwindigkeitsprofile von einem logarithmischen Gesetz hin zu kleineren Werten mit steigendem Druckgradientenparameter β zu erkennen. Aus diesem Grund wurden für jede Geschwindigkeitsverteilung einzeln die Konstanten des logarithmischen Überlappungsgesetzes, [Gleichung \(1.7\)](#), mittels des iterativen LEVENBERG-MARQUARDT-Verfahrens (vgl. [Abschnitt 3.2.9](#)) ermittelt.

Nach einer Mittelwertbildung der Konstanten über die drei Profile einer Oberflächenqualität erhält man für die glatte Oberfläche eine VON KÁRMÁN-Konstante $\kappa = 0,344$ und eine Integrationskonstante $C = 3,536$.¹⁴ Die gleiche Vorgehensweise liefert für die Geschwindigkeitsprofile an der *riblet*-Oberfläche $\kappa = 0,366$ und $C = 4,932$.

¹⁴ Die Variation der VON KÁRMÁN-Konstante mit dem Druckgradienten wurde bereits in [Abschnitt 4.2.3.1](#) angesprochen. In Anlehnung an diese Ausführungen erhält man mit einem mittleren dimensionslosen Druckgradienten $\Delta_P = 17,68 \times 10^3$ der betrachteten drei Profile (vgl. [Tabelle 4.2](#)), $\kappa_0 = 0,39$ für eine ZPG-Grenzschicht und $y_c^+ = 12$ (Dicke der Unterschicht) nach NICKELS [\[154\]](#) einen Wert von $\kappa = 0,354$ für die glatte Oberfläche. Der geringere Wert der Integrationskonstante gegenüber dem Wert aus dem logarithmischen Gesetz nach COLES [\[47\]](#) mit $C = 5,1$ ist konsistent zu Ergebnissen anderer Experimente (vgl. z. B. NAGANO *et al.* [\[148\]](#), SPALART & WATMUFF [\[198\]](#)) und zu DNS-Daten (vgl. z. B. SKOTE & HENNINGSON [\[194\]](#), COLEMAN *et al.* [\[46\]](#)).

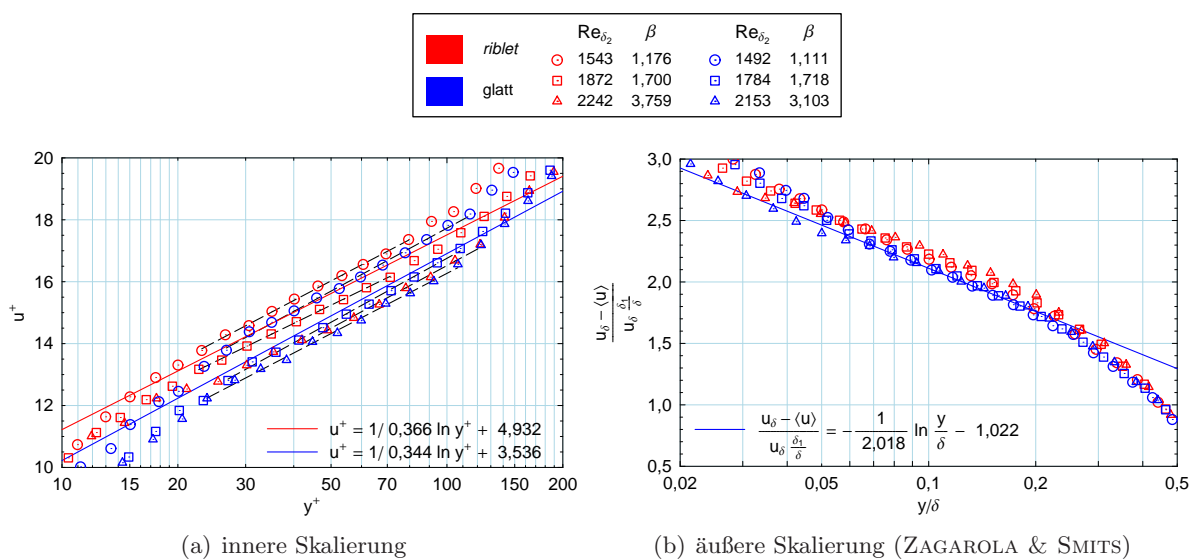


Abbildung 4.18: Mit inneren und äußeren Variablen skalierte Geschwindigkeitsprofile der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung an glatter und gerillter Oberfläche der Grenzschicht mit kleinen β -Werten im Gültigkeitsbereich des logarithmischen Überlappungsgesetzes. Im linken Teilbild sind durchgezogen und farblich der jeweiligen Oberfläche zugeordnet die logarithmischen Regressionen der Datenpunkte mit den gemittelten Konstanten dargestellt.

Beim Vergleich des logarithmischen Überlappungsgesetzes von Geschwindigkeitsprofilen bei kleinen β -Werten an der *riblet*- mit denen an einer glatten Oberfläche ändert sich somit die VON KÁRMÁN-Konstante nur wenig um $\Delta\kappa = +0,022$ und die Integrationskonstante um $\Delta C = +1,396$. Bei diesen Zahlenangaben, insbesondere beim Wert für die Änderung der Integrationskonstante, ist anzumerken, dass sie mit $y = 0$ auf Höhe des virtuellen Ursprungs des mittleren Geschwindigkeitsprofils in Hauptströmungsrichtung (vgl. [Abschnitt 2.5](#)) bestimmt wurden. Von der jeweiligen Definition $y = 0$ an der gerillten Oberfläche hängt die Größe der Differenz für die Integrationskonstante C an der *riblet*-Oberfläche bei Vergleich zu einer glatten Referenzoberfläche ab.

Im Rahmen von vergleichbaren experimentellen Untersuchungen in einer druckgradientenfreien Grenzschicht fand CHOI [36], [37], [38] eine Zunahme von $C = 5,45$ auf $C = 6,89$ ($\Delta C = +1,44$) bei unveränderter VON KÁRMÁN-Konstante κ .

Auch bei der äußeren Skalierung nach ZAGAROLA & SMITS (vgl. [Bild 4.18\(b\)](#)) wurde das LEVENBERG-MARQUARDT-Verfahren zur Regression der Datenpunkte für die Geschwindigkeitsprofile über der glatten Oberfläche angewandt. Die arithmetische Mittelwertbildung über die einzelnen Ergebnisse der drei betrachteten Geschwindigkeitsverteilungen liefert den funktionalen Zusammenhang nach [Gleichung \(4.9\)](#). Die über der *riblet*-Oberfläche gemessenen Profile liegen im betrachteten Bereich geringfügig über dieser Näherung.

$$\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_\delta \frac{\delta_1}{\delta}} = -\frac{1}{2,018} \ln \frac{y}{\delta} + 1,022 \quad (4.9)$$

4.3.1.6.3 Messungen mittels PIV

Zur Darstellung des Einflusses der Oberflächenstruktur auf den Ablöseort der turbulenten Grenzschicht, wurden PIV-Aufnahmen für beide Fälle gemacht. Bei einem in der Mitte der Messstrecke platzierten und senkrecht zur Plattenoberfläche orientierten Laserlichtschnitt wurde dazu ein Bildausschnitt der Kamera im Ablösebereich der Plattengrenzschicht gewählt und ausschließlich die Oberflächenbeschaffenheit variiert.

Die Mitte des Bildausschnitts befand sich ca. bei 0,41 m des $l = 0,6$ m langen ebenen Plattenteils. Der Lichtschnitt wurde vor der Aufnahme beider Messreihen in Hauptströmungsrichtung und senkrecht zur Plattenoberfläche ausgerichtet. Beim Wechsel der Oberflächen blieben sowohl die Lichtschnitteinstellungen und die Kameraposition, als auch die Einstellungen für den Betriebspunkt des Wassenumlaufkanals und die Frequenzumrichter der Sekundärkreisläufe unverändert.

So konnte eine maximale Differenz von 0,51 % der Strömungsgeschwindigkeiten im Referenzpunkt U_{ref} bzw. 1,4 % der Druckgradienten $\frac{dc_p}{dx}$ bis zur jeweiligen Ablösung beider Messreihen realisiert werden.

Das Ergebnis hieraus lässt sich aus den Ensemble-gemittelten Größen, jeweils berechnet aus 1000 Doppelbild-Aufnahmen, ableiten. Exemplarisch für alle ermittelten Parameter der turbulenten Grenzschicht zeigt [Abbildung 4.19](#) bzw. [Abbildung 4.20](#) den Geschwindigkeitsbetrag $U = \sqrt{u^2 + v^2}$ im gewählten Bildausschnitt mit Verläufen der Stromlinien $\psi = \text{konst}$ bzw. den Rückströmfaktor χ in Form von Höhenliniendarstellungen. Der Rückströmfaktor ist der lokale Anteil an rückströmenden Ereignissen innerhalb des betrachteten Ensembles.

Weitere vergleichende Ergebnisse dieser Messreihe mit statistischen Größen und Korrelationen sind in [Anhang G](#) zusammengestellt.

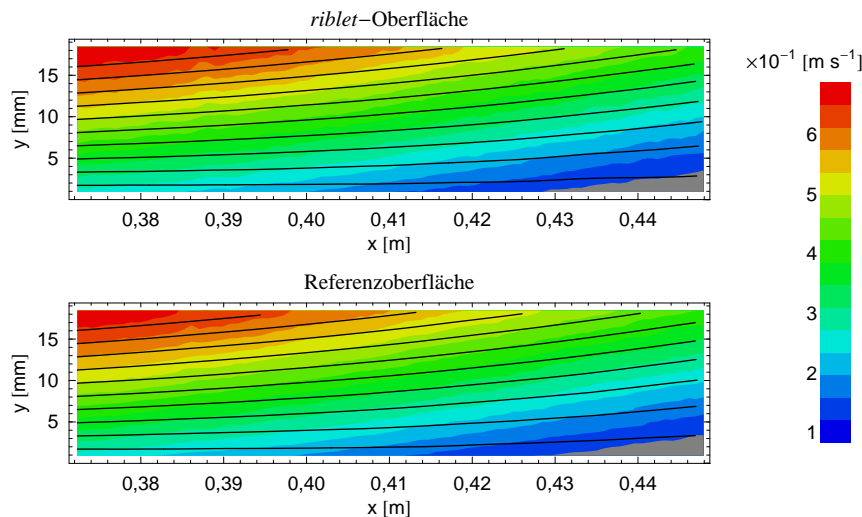


Abbildung 4.19: Höhenliniendarstellung des aus 1000 PIV-Messungen gemittelten Betrages des Geschwindigkeitsvektors \mathbf{u} mit Stromlinien für die turbulent ablösende Grenzschicht an der glatten bzw. an der gerillten Oberfläche mit aus den Geschwindigkeitsfeldern berechneten Verläufen der Stromlinien.

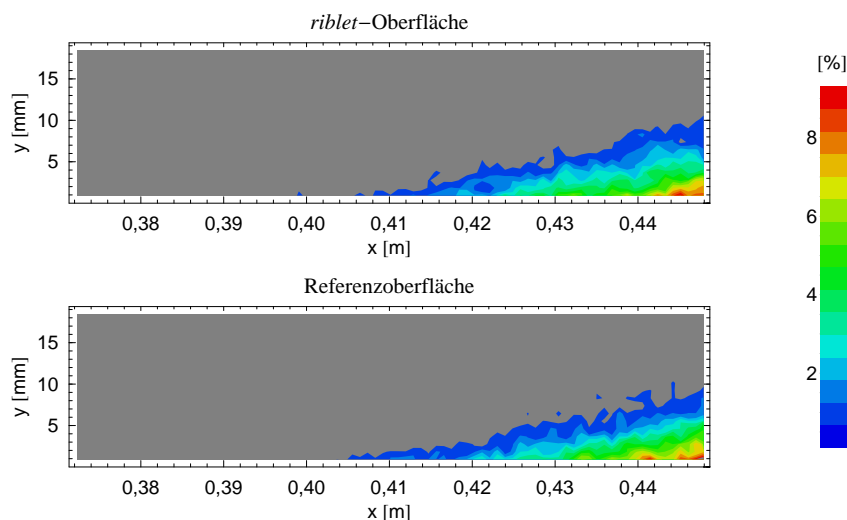


Abbildung 4.20: Rückströmfaktor χ im Bereich der turbulenten Grenzschicht-Ablösung bei glatter bzw. gerillter Oberfläche zur Visualisierung des Ablösebereiches.

Die Gegenüberstellung zeigt qualitativ, dass der Ablösungsort längs der Plattenoberfläche unabhängig von der Beschaffenheit der Oberfläche, glatt oder mit *riblets* versehen, ist. Nicht nur die Geschwindigkeitsverteilungen im Grenzschichtbereich vor der Ablösung, auch die Lage und Ausdehnung der Ablösegebiete zeigen keine signifikanten Unterschiede. Dies wird durch den grau dargestellten Bereich in [Abbildung 4.19](#) und [Abbildung 4.20](#) deutlich, in dem die Strömungsgeschwindigkeit unter den gewählten Maximalwert der Höhenliniendarstellung von $U_{\min} = 0,08 \text{ m/s}$ fällt bzw. der Rückströmfaktor kleiner als $\chi_{\min} = 0,2 \%$ ist.

4.3.2 Turbulenzgrößen

Die Auswertung der Turbulenzgrößen aus den LDA-Zeitreihen der einzelnen Grenzschichtprofile wird auf die Normalspannungskomponente in Hauptströmungsrichtung $\langle u'^2 \rangle$ des REYNOLDSschen Spannungstensors beschränkt. Aus den 2C-koinzidenten Messungen der u - und v -Komponente werden ferner bivariate Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beurteilung der wandnahen Turbulenz mit Berechnung der Beiträge zur REYNOLDSschen Schubspannung $\langle u'v' \rangle$ gebildet (vgl. [Abschnitt 3.2.7](#)).

4.3.2.1 Normalspannung in Hauptströmungsrichtung der Grenzschicht

Bei der Vorstellung und Bewertung der Normalspannungsprofile in Hauptströmungsrichtung werden wieder lediglich die Messergebnisse aus dem Grenzschichtbereich mit kleinen Werten des CLAUSER-Parameters verwendet ($1,176 \leq \beta \leq 3,759$ bei der *riblet*-Oberfläche bzw. $1,111 \leq \beta \leq 3,103$ bei der glatten Oberfläche). In Anlehnung an die Ausführungen zur Beurteilung der verschiedenen Skalierungen für die Turbulenzgrößen (vgl. [Abschnitt 4.2.4](#)), werden die Profile der beiden betrachteten Grenzschichtentwicklungen in innerer Skalierung sowie äußerer Skalierung mit Variablen nach ZAGAROLA & SMITS [244], [245] dargestellt.

Abbildung 4.21 zeigt die Profile, reskaliert in der Form $\frac{\langle u'^2 \rangle}{u_\tau^2} = f(y^+)$ bzw. $\frac{\langle u'^2 \rangle}{u_0^2} = f\left(\frac{y}{\delta}\right)$ mit $u_0 = u_\delta \frac{\delta_1}{\delta}$, für beide Oberflächenbeschaffenheiten im genannten Grenzschichtbereich.

In der inneren Skalierung (Bild 4.21(a)) wird für alle betrachteten Profile ein ausgeprägtes Maximum bei $y^+ \approx 14$ deutlich (vgl. Ausführungen in Abschnitt 4.2.4), an dem in einer ZPG-Grenzschicht die größte Turbulenzproduktion auftritt. Der Wert des Maximums zeigt aufgrund des engen REYNOLDS-Zahl-Spektrums der berücksichtigten Profile keine Re_{δ_2} -Abhängigkeit. Für beide Profilgruppen ist in dieser Darstellung ein unterschiedlicher Maximalwert zu erkennen. Die Größe des Maximalwertes liegt mit $\frac{\langle u'^2 \rangle}{u_\tau^2} \approx 9$ bei den Profilen der glatten Oberfläche über dem z. B. von SPALART [197] mittels einer DNS bei vergleichbarer REYNOLDS-Zahl ($Re_{\delta_2} = 1410$) errechneten von $\frac{\langle u'^2 \rangle}{u_\tau^2} \approx 7$. Dies könnte seine Ursache in dem etwas erhöhten Freistromturbulenzgrad (vgl. Tabelle 4.3 und Tabelle 4.2) der hier vorliegenden verzögerten Grenzschicht haben. Bei den Normalspannungsprofilen an der *riblet*-Oberfläche liegt das Maximum deutlich niedriger bei $\frac{\langle u'^2 \rangle}{u_\tau^2} \approx 8$, was auf eine reduzierte Produktion in Wandnähe, verglichen mit der Grenzschichtentwicklung an der glatten Oberfläche, hinweist.

Im wandfernen Bereich bei $y^+ \approx 150$ bildet sich bei innerer Skalierung der Daten ein zweites Maximum aus, das durch den aufgeprägten positiven Druckgradienten bedingt ist. Bis zu dieser Entfernung in wandnormaler Richtung in der Grenzschicht üben die *riblets* keine Wirkung aus, die Profile zeigen ein vergleichbares Verhalten.

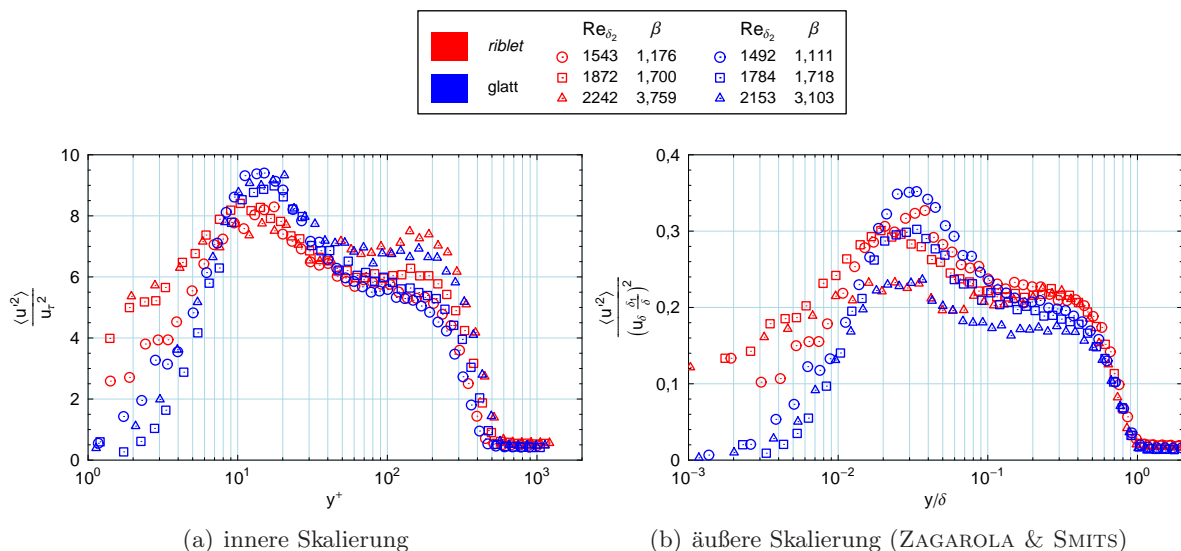


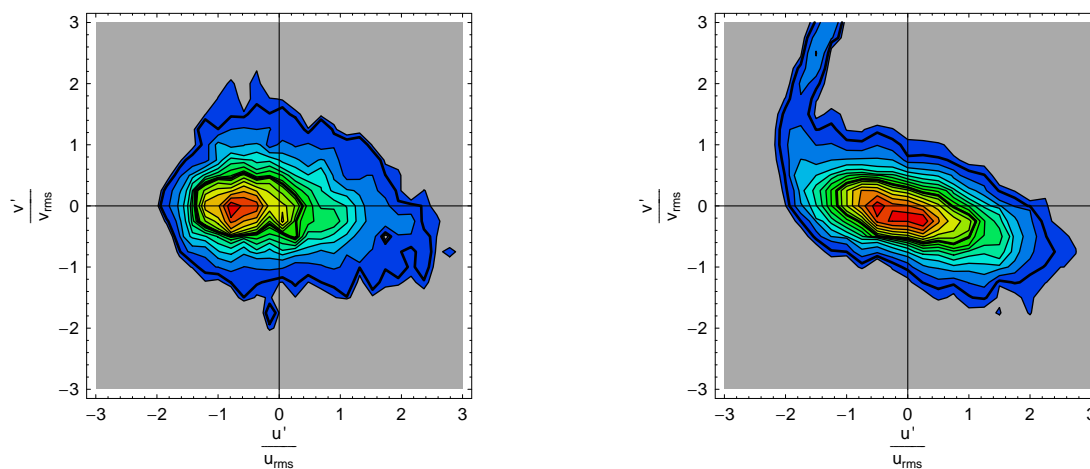
Abbildung 4.21: Mit inneren und äußeren Variablen skalierte REYNOLDSsche Normalspannungskomponente in Hauptströmungsrichtung an glatter und gerillter Oberfläche der Grenzschicht mit kleinen β -Werten.

Bild 4.21(b) zeigt die gleichen REYNOLDS-Spannungsprofile mit äußeren Variablen nach ZAGAROLA & SMITS normiert. Qualitativ betrachtet, wird dabei ein vergleichbares Bild deutlich, ein ausgeprägtes Maximum nahe der Wand sowie ein weiteres, sehr viel schwächeres und druckgradientenabhängiges Maximum im äußeren Bereich, das im Falle der Rillen etwas besser skaliert und über dem der glatten Oberfläche liegt. Für $\frac{y}{\delta} \approx 0,6$ fallen alle dargestellten Normalspannungsprofile, unabhängig von der Oberflächenbeschaffenheit, zusammen.

Für beide Profilgruppen wird mit steigendem Druckgradientenparameter β der Wert des Maximums an der Wand kleiner, während das wandferne nahezu konstant bleibt und gut skaliert. Bemerkenswert ist auch hier, dass die einzelnen Maximalwerte der Profile über der *riblet*-Oberfläche unter den über der glatten Oberfläche gemessenen liegen (deutlich zu erkennen in **Bild 4.21(a)**). Die somit durch die gerillte Oberfläche in Wandnähe bedingte, geringere Energie der turbulenten Schwankungsbewegung¹⁵ im Vergleich zur Grenzschicht an einer glatten Wand, ist in Übereinstimmung mit diversen anderen Ergebnissen zu *riblet*-Strukturen in ZPG-Grenzschichten (CHOI [38], CHOI *et al.* [35], SUZUKI & KASAGI [207], VUKOSLAVČEVIC *et al.* [230], WALSH [233]) und auch APG-Grenzschichten (SUNDARAM *et al.* [204], DEBISSCHOP & NIEUWSTADT [52]).

4.3.2.2 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Geschwindigkeitsschwankungen

Aus den Zeitreihen der koinzidenten Messungen mit dem LDA wurden unter Anwendung des in **Abschnitt 3.2.7.1** beschriebenen Verfahrens die bivariaten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f(u',v')$ für die Geschwindigkeitsschwankungen u' und v' in Wandnähe berechnet. Geeignete Profile waren bei den Messungen über der *riblet*-Oberfläche bei $x = 0.297$ m bzw. $x = 0,3$ m bei der glatten Referenzoberfläche gegeben. Für die dimensionslose Darstellung der Schwankungsgrößen wurden die *root mean square*-Geschwindigkeiten $u_{rms} = \sqrt{\langle u'^2 \rangle}$ und $v_{rms} = \sqrt{\langle v'^2 \rangle}$ gewählt.



(a) glatte Oberfläche: $y^+ \approx 4$, $Re_{\delta_2} = 2282$

(b) *riblet*-Oberfläche: $y^+ \approx 2$, $Re_{\delta_2} = 2385$

Abbildung 4.22: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(u',v')$ der Geschwindigkeitsschwankungen in Hauptströmungsrichtung und normal zur Plattenoberfläche in unmittelbarer Nähe der Wand bei $x = 0,3$ m. Die dicke äußere Isolinie repräsentiert den Wert $f = 0,02$, die innere $f = 0,2$.

Exemplarisch für die wandnächsten Messungen beider Oberflächenbeschaffenheiten sind in **Abbildung 4.22** die so gewonnenen Verteilungen in Form von Höhenliniendarstellungen dargestellt. Der qualitative Vergleich zeigt bei der JPFD über der *riblet*-Oberfläche eine Streckung in Hauptströmungsrichtung und eine geringe Drehung der Hauptachsen im Uhrzeiger-

¹⁵ In der Nähe einer festen Wand überwiegt der Anteil von $\langle u'^2 \rangle$ gegenüber $\langle v'^2 \rangle$ und $\langle w'^2 \rangle$ als Beiträge zur turbulenten kinetischen Energie $k = \frac{1}{2} \langle u'_i u'_i \rangle$ (vgl. z. B. SCHLICHTING & GERSTEN [186]).

sinn für die annähernd elliptische Verteilung. Dieses Verhalten mit einer Vergrößerung der Schwankungsbewegungen in Hauptströmungsrichtung bei gleichzeitiger Verminderung der Schwankungen normal zur Wand ist für eine Strömung mit reduzierter Wandschubspannung typisch (vgl. z. B. HARDER & TIEDERMAN [98]) und konsistent mit Ergebnissen z. B. aus Messungen in einer mit Polymer-Lösung versetzten Grenzschicht (vgl. z. B. WALKER & TIEDERMAN [231] oder TOONDER [58]).

Die Ausprägung im linken oberen Bereich der Verteilung über der gerillten Oberfläche ist unphysikalisch und resultiert aus der geringeren Datenrate in Verbindung mit den größeren Schwankungen der Messdaten in Wandnähe.

Aufgrund des eingeschränkten Wirkungsbereiches der Rillenstruktur wird lediglich die Turbulenzstruktur der wandnahen Grenzschichtregion beeinflusst. Dies wird durch den Vergleich der JPDF $f(u', v')$ für unterschiedliche Orte normal zur Oberfläche deutlich. In [Anhang G](#) sind sämtliche Verteilungen für $y^+ \approx 300$ (*riblet*-Oberfläche) bzw. $y^+ \approx 380$ für die glatte Oberfläche gegenüber gestellt.

Der Vergleich dieser JPDFs zeigt lediglich im inneren Bereich ($y^+ \approx 12$) eine ausgeprägte Anisotropie der Turbulenz, resultierend in einer Streckung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, zu erkennen. Mit größer werdender Entfernung von der Wand nimmt die Anisotropie schnell ab und es tritt in beiden Fällen eine Ausrichtung des Ellipsoids mit seinen Hauptachsen unter $\pm 45^\circ$ auf. Für $y^+ \approx 250$ geht die annähernd elliptische Verteilung in eine näherungsweise kreisförmige über, was einen isotropen Turbulenzcharakter bedeutet. Dieses Ergebnis ist in guter Übereinstimmung mit den Angaben in der Literatur (vgl. z. B. GYR & BEWERSDORFF [95]).

Als Maß für die Größe der gegenseitigen Beeinflussung der Geschwindigkeitsschwankungen ist der von TAYLOR [211] eingeführte Korrelationskoeffizient ρ_{uv} ,

$$\rho_{uv} = \frac{R_{uv}}{s_u s_v} = \frac{\langle u'v' \rangle}{\sqrt{\langle u'^2 \rangle} \sqrt{\langle v'^2 \rangle}}, \quad (4.10)$$

auch normierte Korrelationsfunktion genannt, geeignet. Für die beiden in [Anhang G](#) mittels JPDFs dargestellten Verteilungen normal zur Oberfläche bei $x = 0,297$ m bzw. $x = 0,3$ m sind dessen Werte in [Abbildung 4.23](#) aufgetragen.

Hier wird besonders der auf $y^+ \approx 12$ beschränkte Einflussbereich der *riblets* deutlich. Für größere Wandabstände bleibt der Korrelationskoeffizient in beiden Fällen annähernd konstant. Das etwas höhere Niveau bei der glatten Oberfläche im wandfernen Bereich hat seine Ursache in den geringfügig voneinander abweichenden Randbedingungen der beiden Messreihen und der daraus resultierenden unterschiedlichen Werte der lokalen Wandschubspannung (vgl. [Abbildung 4.8](#)). Zur Wand hin steigt ρ_{uv} über der glatten Oberfläche deutlich an, während die Rillenstruktur eine Reduzierung hervor ruft. Dieses Verhalten ist auf den wandnormalen Bereich beschränkt, in dem die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen über der gerillten Oberfläche eine Streckung und Rotation erfahren (vgl. [Abbildung 4.22](#) und [Anhang G](#)) und deutet auf eine Verminderung der REYNOLDSSchen Schubspannung $\langle u'v' \rangle$ hin.

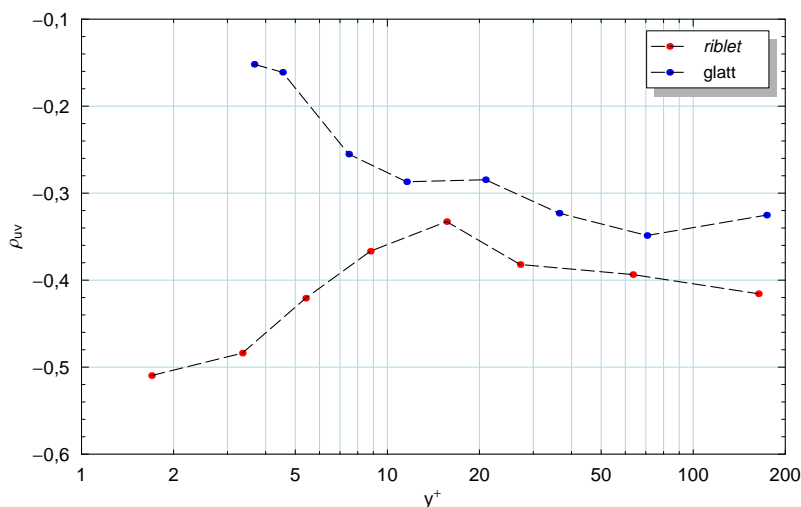


Abbildung 4.23: Vergleich des Korrelationskoeffizienten ρ_{uv} innerhalb der Grenzschicht für die glatte und gerillte Oberfläche bei $x = 0,3\text{ m}$.

4.3.2.3 Beiträge zur REYNOLDSschen Schubspannung

Mittels des in [Abschnitt 3.2.7.2](#) beschriebenen Verfahrens der Quadranten-Analyse können die Beiträge zur Zusammensetzung der multivariaten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in der u', v' -Ebene dargestellt werden. Nach der Klassifizierung von CORINO & BRODKEY [48] beschreibt z. B. ein Fluidpartikel, das sich in Hauptströmungsrichtung langsamer fortbewegt als die mittlere Strömungsgeschwindigkeit ($u' < 0$) und von der Wand weggetragen wird ($v' > 0$) ein Quadrant Q_2 -Ereignis ($\langle u'v' \rangle_2$). Dies wird als *ejection-like event* bezeichnet. Partikel, die sich schneller als die mittlere Geschwindigkeit ($u' > 0$) und zur festen Wand hin bewegen, sind dem Quadrant Q_4 zuzuordnen und heißen *sweep-like event* ($\langle u'v' \rangle_4$).

Die beiden verbleibenden Quadranten beschreiben in entsprechender Weise den Transport energiereicher Fluids von der Wand weg (Q_1 -outward interaction) und das kontinuierlich bedingte Rückfließen langsameren Fluids hin zur Oberfläche (Q_3 -inward interaction). Für eine Beurteilung der Turbulenzstruktur in der Grenzschicht sind diese beiden Ereignisse jedoch wegen ihrer vergleichsweise kleinen und stets negativen Beiträge zur Gesamtbilanz von $\langle u'v' \rangle$ unwesentlich (vgl. z. B. LU & WILLMARTH [129]).

Die Anwendung der Quadranten-Analyse auf die JPDF $f(u', v')$ für die Grenzschicht bei $x = 0,3\text{ m}$ (glatte Oberfläche mit $\beta = 3,103$) und $x = 0,297\text{ m}$ (riblet-Oberfläche mit $\beta = 3,759$) ist für jeweils zwei wandnormale Orte in unmittelbarer Nähe der festen Wand in [Abbildung 4.24](#) dargestellt. Die Verteilungen zeigen für beide Versuchsreihen, dass die aktiven Q_2 - und Q_4 -Bewegungen gegenüber den Q_1 - und Q_3 -Interaktionen dominant sind. Bei der riblet-Oberfläche sind lediglich schwache Q_1 - und Q_3 -Ereignisse für $H \approx 2$ vorzufinden, was auf eine Ordnung der in Hauptströmungsrichtung orientierten Wirbelstrukturen mit Konzentration der Ereignisse auf *ejection-like* und *sweep-like events* hindeutet.

Der relative Anteil von *ejections* und *sweeps* ist bei der Grenzschicht an der riblet-Oberfläche geringer als bei der Referenzoberfläche. Für die Loch-Größe $H = 0$ (vgl. [Abschnitt 3.2.7.2](#)) sind bei der glatten Oberfläche im Abstand $y^+ \approx 8$ ca. 154% Q_2 - und Q_4 -Ereignisse gegenüber 122% bei $y^+ \approx 4$ über der Rillenstruktur zu verzeichnen. Im Wandabstand $y^+ \approx 22$

beträgt die Summe der aktiven Ereignisse 160% bzw. 138%. Dies bedeutet eine Verminderung um 21% bei $y^+ \approx 8$ bzw. $y^+ \approx 4$. Werden nur starke Ereignisse berücksichtigt ($H = 4$), beträgt die Reduzierung durch die *riblet*-Oberfläche hier immerhin noch 8% (vgl. Bild 4.24(a) und Bild 4.24(b)). Dies unterstützt die eingangs erläuterte Argumentation zum Wirkmechanismus der Reibungsverminderung durch *riblets* in Kapitel 1.

• $Q_1 (u' > 0, v' > 0)$, • $Q_2 (u' < 0, v' > 0)$, • $Q_3 (u' < 0, v' < 0)$, • $Q_4 (u' > 0, v' < 0)$, • Loch

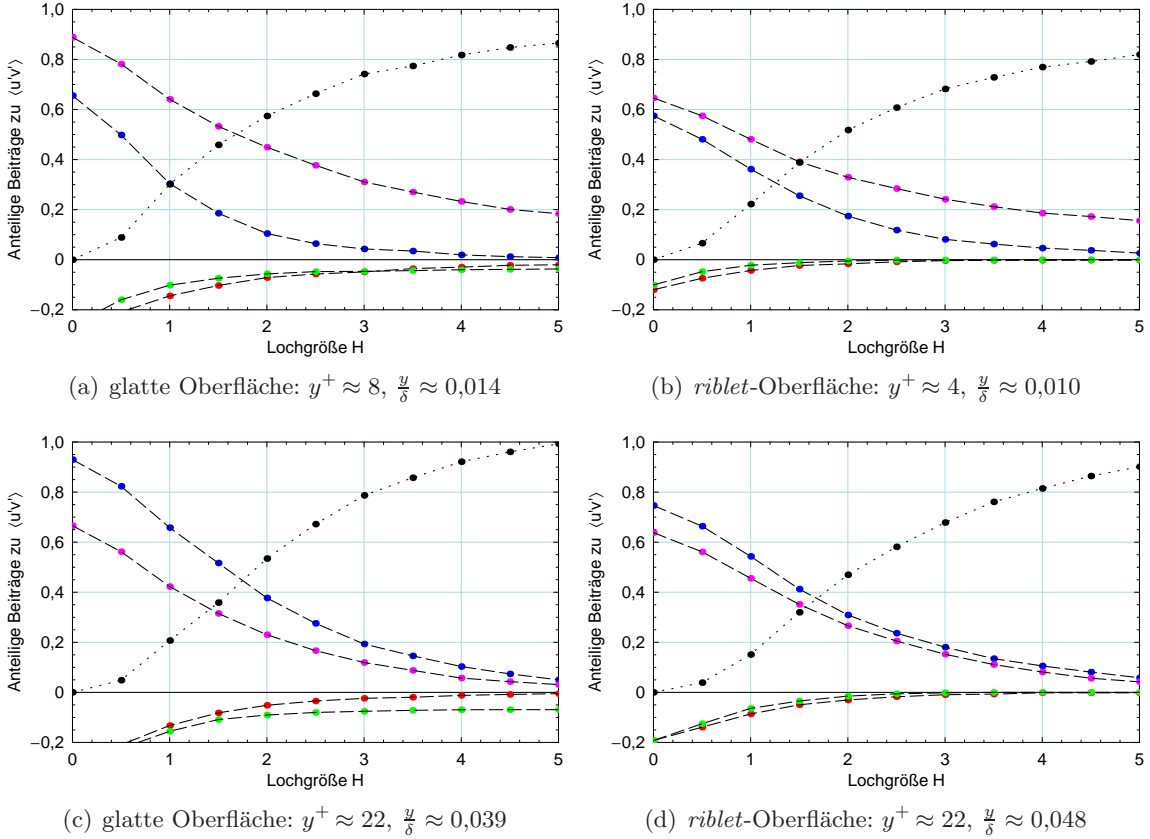


Abbildung 4.24: Berechnete Beiträge zur REYNOLDSSchen Schubspannung $\langle u'v' \rangle$ aus der Quadranten-Analyse in Wandnähe. $Q_i : \frac{\langle u'v' \rangle_i}{\langle u'v' \rangle}$
 glatte Oberfläche: $x = 0,3 \text{ m}$, $\text{Re}_{\delta_2} = 2153$, $\Delta_P = 24,52 \times 10^{-3}$
riblet-Oberfläche: $x = 0,297 \text{ m}$, $\text{Re}_{\delta_2} = 2242$, $\Delta_P = 29,63 \times 10^{-3}$

Während die bivariaten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen in Richtung der Quadranten Q_1 und Q_3 in allen Fällen nahezu normalverteilt sind ($\langle u'v' \rangle_1 \approx \langle u'v' \rangle_3$), weicht $\langle u'v' \rangle_2$ jeweils deutlich von $\langle u'v' \rangle_4$ ab. Dies ist sowohl konsistent mit den Ergebnissen in der Literatur für eine ZPG-Grenzschicht (vgl. z. B. LU & WILLMARTH [129], NAKAGAWA & NEZU [150]), als auch für eine APG-Grenzschicht (vgl. z. B. KROGSTAD & SKÅRE [124], NAGANO *et al.* [149]). Über die gesamte druckgradientenfreie Grenzschicht überwiegen die Q_2 - gegenüber den Q_4 -Ereignissen (LU & WILLMARTH [129]). Für einen relativ schwachen Druckgradienten mit $\Delta_P = 30,8 \times 10^{-3}$ konnten NAGANO *et al.* [149] zeigen, dass $\langle u'v' \rangle_2 \approx \langle u'v' \rangle_4$ gilt und die Werte zur Wand hin ansteigen. Bei stärkerer Verzögerung der Strömung (KROGSTAD & SKÅRE [124]) überwiegen im äußeren Bereich der Grenzschicht die Q_2 -Ereignisse, während nahe der Wand die Q_4 -sweeps dominant sind.

Dieses Verhalten konnte auch hier festgestellt werden. Bereits in [Abbildung 4.24](#) ist für die beiden betrachteten Orte normal zur Oberfläche bei $y^+ \approx 8$ bzw. $y^+ \approx 4$ und $y^+ \approx 22$ jeweils das Überwiegen von $\langle u'v' \rangle_4$ ([Bild 4.24\(a\)](#) und [Bild 4.24\(b\)](#)) bzw. $\langle u'v' \rangle_2$ ([Bild 4.24\(c\)](#) und [Bild 4.24\(d\)](#)) zu erkennen. Anschaulicher wird diese Situation bei Betrachtung der Verteilungen über die Grenzschicht in wandnormaler Richtung, dargestellt für beide Oberflächenqualitäten mit der Loch-Größe $H = 0$ in [Abbildung 4.25](#).

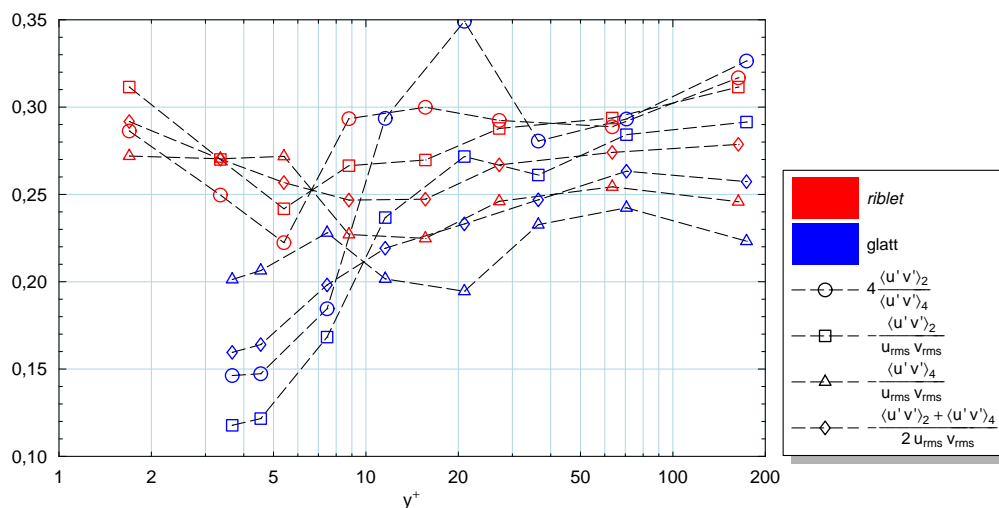


Abbildung 4.25: Verteilungen der Quadrant Q_2 - und Q_4 -Ereignisse im wandnahen Bereich der Grenzschicht für die glatte und gerillte Oberfläche bei $x = 0,3$ m bzw $x = 0,297$ m ($H = 0$).

Beide Messreihen zeigen die wandnahe Dominanz der Q_4 -Ereignisse, die in etwa ab dem Bereich des inneren, von der Oberflächenbeschaffenheit unabhängig lokalisierten, Maximums der Turbulenzproduktion bei $y^+ \approx 14$ (vgl. [Abschnitt 4.3.2.1](#)) von den Q_2 -ejections andauernd überboten wird. [Abbildung 4.25](#) verdeutlicht ferner die oben bereits für zwei wandnormale Orte quantifizierte, geringere *ejection*- und *sweep*-Rate bei Präsenz der *riblet*-Struktur. Dieser, für die reibungsvermindernde Wirkung der Rillen ursächliche Einfluss ist jedoch nur in unmittelbarer Nähe der Wand vorhanden. Ab $y^+ \approx 12$ gleichen sich die Verteilungen aller betrachteten Größen für die *riblet*- und die glatte Oberfläche an. Mit dieser Beurteilung der Turbulenzstruktur kann in Verbindung mit der oben dargestellten Entwicklung des Korrelationskoeffizienten ρ_{uv} (vgl. [Abbildung 4.26](#)) der wandnormale Einflussbereich der annähernd optimal konfigurierten *riblets* ($s^+ \approx 15$) in der druckgradientenbehafteten Grenzschicht auf $y^+ \approx 12$ festgelegt werden.

Letztendlich offen ist die Frage nach der Beeinflussung der Turbulenzstruktur mit fortschreitender Entwicklung der Grenzschicht in Hauptströmungsrichtung x unter anhaltendem Druckgradienten. In [Abbildung 4.26](#) sind dazu die *ejection-like* und *sweep-like events* im 2. und 4. Quadranten der u',v' -Ebene für die stromabwärtigen Positionen $x = 0,3$ m und $x = 0,35$ m dargestellt. Der dimensionslose Rillenabstand der *riblets* beträgt hier $s^+ \approx 15$ bzw. $s^+ \approx 13$.

Die Analyse der Beiträge zur REYNOLDSSchen Schubspannung zeigt bei der Grenzschicht über der glatten Referenzoberfläche keine nennenswerten Unterschiede. Sowohl die wandnormalen Verteilungen von $\langle u'v' \rangle_2$, als auch die Profile von $\langle u'v' \rangle_4$ bleiben im Rahmen der

4.3 Vergleich der Grenzschichtentwicklungen an der glatten und der gerillten Oberfläche

Messungenaugigkeit trotz des Druckgradienten praktisch unverändert. Bei der Grenzschichtentwicklung über der *riblet*-Oberfläche hingegen reicht bereits der Weg von $\Delta x = 0,05$ m mit Reduzierung des Rillenabstandes um lediglich $\Delta s^+ \approx 2$, um einen signifikanten Anstieg der *ejection*- und *sweep*-Rate im wandnahen Bereich mit Angleichung an die Verteilungen über der Referenzoberfläche herbeizuführen. Die wandreibungsvermindernde Wirkung der *riblets* durch Reduzierung der *ejections* und *sweeps* nimmt somit im relativ kleinen Beobachtungsbereich merklich ab.

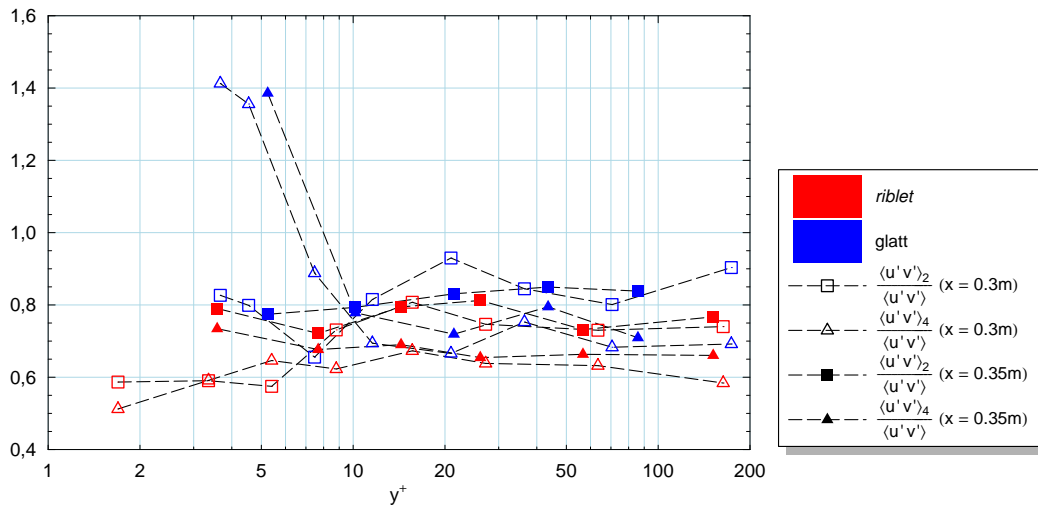


Abbildung 4.26: Vergleich der Verteilungen der Quadrant Q_2 - und Q_4 -Ereignisse für die stromabwärtigen Position bei $x = 0,3$ m und $x = 0,35$ m ($H = 0$).

5 Zusammenfassung mit Ausblick

Der experimentelle Vergleich der turbulenten Grenzschichtentwicklung an einer *riblet*-Oberfläche mit derjenigen an einer glatten Referenzoberfläche hat gezeigt, dass bei genügend starker Verzögerung der Strömung und der daraus resultierenden Ablösung der Grenzschicht, eine Rillenstruktur mit konstanter Form in Hauptströmungsrichtung keinen Einfluss auf den Ort der Ablösung hat.

Der Nachweis hierfür wurde sowohl qualitativ durch Strömungsvisualisierungen mittels der zweidimensionalen Zweikomponenten-*particle image velocimetry* (2D-2C-PIV) im Ablösegebiet, als auch quantitativ durch Vergleich charakteristischer Grenzschichtparameter, berechnet aus den mit der Zweikomponenten-*laser DOPPLER anemometry* (2C-LDA) gemessenen Grenzschichtprofilen, geführt.

Die PIV-Aufnahmen in einem normal zur Oberfläche orientierten Lichtschnitt zeigen für alle dargestellten Variablen keine Anzeichen für eine Verschiebung der Grenzschichtablösung durch die gerillte Oberfläche. Besonders deutlich wird dies bei Gegenüberstellung der Verteilungen für den Rückströmfaktor χ .

Eine quantitative Aussage kann durch den Vergleich von Grenzschichtgrößen und deren Entwicklung in Hauptströmungsrichtung getroffen werden. Wird der Wert des Formfaktors der turbulenten Geschwindigkeitsprofile $H_{12} = 2,85 \pm 0,1$ als Ablösekriterium der Grenzschicht genommen, löst die Grenzschicht, bei vergleichbarem Betriebspunkt des Wasserumlaufkanals, an der *riblet*-Oberfläche im Bereich $0,446 \text{ m} \approx x \approx 0,457 \text{ m}$ und an der Referenzoberfläche für $0,456 \text{ m} \approx x \approx 0,468 \text{ m}$ ab. Diese Aussage wird dadurch unterstützt, dass die gemessenen Wandschubspannungen an vergleichbaren Orten längs der Plattenoberfläche den Wert $c_{f,\text{ref}} \approx 0$ erreichen.

Für die stark verzögerte turbulente Nicht-Gleichgewichtsgrenzschicht ($\beta \neq \text{konst}$) bei REYNOLDS-Zahlen $\text{Re}_{\delta_2} \approx 3800$ konnte bestätigt werden, dass, in Ergänzung zu den Ergebnissen von CASTILLO & GEORGE [29] und SONG [195] bzw. SONG & EATON [196], im Außenbereich der Grenzschicht stromauf der Ablösung die von ZAGAROLA & SMITS [244], [245] vorgeschlagene Skalierung $\frac{u_\delta - \langle u \rangle}{u_0} = f\left(\frac{y}{\delta}\right)$ mit $u_0 = u_\delta \frac{\delta_1}{\delta}$ geeignet ist und die Druckgradientenparameter Λ und Λ_{δ_2} bis zur Ablösung konstante Werte annehmen. Dabei stimmen die gefundenen Zahlenwerte gut mit den in der Literatur dokumentierten überein.

Für eine Anwendung einer inneren Skalierung in der Form $u^+ = f(y^+)$ ist die Kenntnis der lokalen Größe der Wandschubspannung τ_w notwendig. Zu deren experimenteller Bestimmung wurde ein PRESTON-Rohr verwendet. Die Auswahl eines vergleichsweise kleinen Rohrdurchmessers ($d^+ \approx 25$) ermöglichte dabei, trotz des positiven Druckgradienten in Hauptströmungsrichtung, die Verwendung der üblichen Kalibrierkurve nach PATEL [161] oder HEAD & RAM [101] an deren unteren Gültigkeitsbereich.

Speziell für die Messungen über der *riblet*-Oberfläche konnte für die vorliegende Konfiguration mittels einer numerischen Simulation gezeigt werden, dass zur Bestimmung der Wandschubspannung aus den Druckdifferenzmessungen am PRESTON-Rohr die konventionellen Kalibrierkurven aus der Literatur für glatte Oberflächen geeignet sind.

Die lokal gemessenen Werte der Wandschubspannung an einer gerillten Oberfläche bei konstanter *riblet*-Form in Hauptströmungsrichtung liegen im Bereich der von DEBISCHOP & NIEUWSTADT [52] ermittelten Ergebnisse, die in einer verzögerten turbulenten Grenzschicht bei Variation des Rillenabstandes die Wandschubspannung mit einer Schubspannungswaage bestimmt wurden.

Dabei ist, für eine maximale Reduktion der Wandreibung, der optimale Rillenabstand im Vergleich zur druckgradientenfreien Grenzschicht zu größeren s^+ -Werten verschoben. Während bei ZPG-Grenzschichten der dimensionslose Rillenabstand im Bereich $16 \lesssim s^+ \lesssim 19$ liegen sollte, liegt bei APG-Grenzschichten der optimale Wert eher bei $s^+ \approx 20$. Im Rahmen der durchgeführten Experimente konnte eine maximale lokale Widerstandsverminderung von ungefähr $-10,5\%$ für die *riblet*-Oberfläche im Vergleich zur glatten Oberfläche zu Beginn der turbulenten Grenzschichtentwicklung gemessen werden.

Mit Annäherung an die Ablösung der Grenzschicht ($s^+ \approx 9$ bzw. $x \approx 0,41$ m) geht die gemessene Widerstandsverminderung in eine Zunahme der lokalen Wandreibung über, da die Grenzschichtdicke und damit die Dicke der viskosen Unterschicht derart stark zunimmt, dass die Rillen mit konstanter Höhe in Hauptströmungsrichtung in diese eintauchen und somit unwirksam werden. In diesem Fall können die *riblets* nicht länger einen Einfluss auf die wandnahe Turbulenz haben. Es könnte zu einem physikalischen Vorgang in der viskosen Unterschicht kommen, der in der Literatur als *Schwappen* des Fluids zwischen den einzelnen Rippen bezeichnet wird (vgl. z. B. Experimente von CLARK [42], [43] oder numerische Untersuchung von POLLARD *et al.* [166]).

Mit der konstanten *riblet*-Form, der abnehmenden Wandschubspannung und damit der Verkleinerung von $s^+ = s \frac{u_\tau}{\nu}$ in Hauptströmungsrichtung, konnte eine mittlere Widerstandsverminderung der *riblets* in Höhe von ungefähr $-8,3\%$ über den gesamten Bereich der turbulenten Grenzschichtentwicklung bis zur Ablösung gefunden werden. Für eine größere Reduktion müsste der dimensionslose Rillenabstand s^+ konstant gehalten werden, was eine lokale Anpassung von s mit Entwicklung der Grenzschicht erfordert.

Bei dimensionsloser Darstellung der mittleren Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung in innerer Skalierung, verschieben sich die Geschwindigkeitsprofile an der *riblet*-Oberfläche zu größeren u^+ -Werten im Vergleich zu den an der glatten Oberfläche gemessenen. Betrachtet man ausschließlich Profile an der glatten Oberfläche im frühen Stadium der Grenzschichtentwicklung bei kleinen Druckgradientenparametern β ($1,11 \leq \beta \leq 3,10$) und damit bei einem kleinen Fehler der Wandschubspannungsmessungen mit dem PRESTON-Rohr, bleibt die VON KÁRMÁN-Konstante des logarithmischen Überlappungsgesetzes nahezu konstant, während die Integrationskonstante größer wird.

Ein Vergleich der Turbulenzstruktur in Wandnähe zwischen *riblet*- und glatter Oberfläche zeigt, dass der Wandabstand des Ortes der maximalen REYNOLDSSchen Normalspannung $\langle u'^2 \rangle$ in longitudinaler Richtung unverändert bei $y^+ \approx 14$ bleibt, der Betrag des Maximalwertes jedoch im Falle der gerillten Oberflächenstruktur niedriger ist als für die glatte Fläche. Das sich stromab ausbildende zweite Maximum bei $y^+ \approx 150$ in den $\langle u'^2 \rangle$ -Profilen ist unbeeinflusst von der Oberflächenbeschaffenheit.

Die bivariaten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f(u', v')$ der Geschwindigkeitsschwankungen u' und v' zeigen nahe der Wand bei der *riblet*-Oberfläche eine stärkere Anisotropie der Turbulenz mit Vorzugsrichtung in Hauptströmungsrichtung als bei der glatten Oberfläche. Der Korrelationskoeffizient ρ_{uv} ist für $y^+ \approx 12$ in der Grenzschicht an der gerillten

Oberfläche, verglichen mit der an der glatten Wand, deutlich geringer, was auf eine Verminderung der REYNOLDSSchen Schubspannung $\langle u'v' \rangle$ hindeutet.

Mittels einer Quadranten-Analyse zur Bestimmung der Beiträge zur REYNOLDSSchen Schubspannung $\langle u'v' \rangle$ konnte die Grenze des Einflussbereiches von *riblets* mit angepasstem Rillenabstand in der druckgradientenbehafteten Grenzschicht als $y^+ \approx 12$ bestimmt werden. Ferner war in diesem Bereich der Grenzschichtentwicklung eine Reduzierung der Anzahl für die Turbulenzproduktion an der Wand relevanten *ejection-like* und *sweep-like events* um ca. 20% festzustellen.

Für die internen Messungen mit dem 2C-LDA-System wurde mittels geometrischer Optik ein dreidimensionales Verfahren zur Strahlgangberechnung entwickelt, das nach Vorgabe des Messortes die Bestimmung von Sonden-Traversierkoordinaten und eine quantitative Beurteilung der Qualität der beiden Messvolumina durch Berechnung von Abstand und Ausrichtung der beiden Interferenzstreifenmuster erlaubt. Die genaue Kenntnis dieser Größen ist bei Messungen in einer Wasserströmung von großer Bedeutung, da aufgrund des größeren Brechungsindex von Wasser ($n \approx 1,33$) als Luft ($n \approx 1,0$) sowohl die Wellenlänge des Laserlichtes, als auch die Strahldivergenz bei den Grenzflächendurchgängen eine Änderung erfahren. In Verbindung mit einer Abweichung von der orthogonalen Ausrichtung der LDA-Sonde gegenüber den Grenzflächen und der daraus resultierenden windschiefen Richtung der Strahlen im Inneren des Kanals, hat dies einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf den Abstand und die räumliche Ausrichtung des Interferenzstreifenmusters im Messvolumen des LDA-Systems.

Zur Untermauerung der dargestellten Ergebnisse hinsichtlich des Einflusses der *riblet*-Oberfläche auf das Ablöseverhalten der turbulenten Grenzschicht ist es empfehlenswert, die Messungen mit dem LDA bei höheren REYNOLDS-Zahlen und kleineren Druckgradienten zu wiederholen. Eine weniger starke Verzögerung sollte die Grenzschicht, insbesondere über der gerillten Oberfläche, in die Lage versetzen, durch eine bessere Entwicklung der Turbulenzstruktur in Wandnähe über einen weiteren Bereich ein lokales Gleichgewicht zu erreichen. Damit kann eine möglicherweise zu frühe, durch das Nicht-Gleichgewicht über den gesamten Grenzschichtbereich dominierte, Ablösung ausgeschlossen werden. Ein Vergleich der wandnahen Turbulenzstruktur in Abhängigkeit vom Druckgradienten bzw. den Gleichgewichtsparametern und der Oberflächenbeschaffenheit könnte z. B. durch PIV-Messungen parallel zur Wand erfolgen.

Für weiterführende Untersuchungen zur Optimierung von *riblets* in druckgradientenbehafteten Grenzschichten ist ferner eine Variation der konstanten Form in Hauptströmungsrichtung und alternativ dazu eine Anpassung des dimensionslosen Rillenabstandes an die lokale Grenzschichtentwicklung zu empfehlen. Für die Kalibrierung der Messungen der lokalen Wand Schubspannung mit dem PRESTON-Rohr über der *riblet*-Oberfläche, sollten jedoch die mittels einer RANS-Simulation berechneten Ergebnisse durch eine DNS, möglichst mit Modellierung des PRESTON-Rohres über den *riblets*, verifiziert werden.

Literaturverzeichnis

- [1] ADRIAN, R. J.: Scattering particle characteristics and their effect on pulsed laser measurements of fluid flow: speckle velocimetry vs. particle image velocimetry, *Applied Optics*, **23**, 1690–1691, 1984. **89**
- [2] ADRIAN, R. J.: Particle imaging techniques for experimental fluid mechanics, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **23**, 261–304, 1991. **89**
- [3] ALBRECHT, H.-E., M. BORYS, N. DAMASCHKE & C. TROPEA: *Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2003. **70, 71, 85, 88, 159, 161, 167, 189**
- [4] ALBRING, W.: *Angewandte Strömungslehre*, Akademie-Verlag Berlin, 6. Ausgabe, 1988. **21**
- [5] ALVING, A. E. & H.-H. FERNHOLZ: Mean-velocity scaling in and around a mild, turbulent separation bubble, *Physics of Fluids*, **7** (8), 1956–1969, August 1995. **14**
- [6] ALVING, A. E. & H.-H. FERNHOLZ: Turbulence measurements around a mild separation bubble and downstream of reattachment, *Journal of Fluid Mechanics*, **322**, 279–328, 1995. **16, 18, 61, 115**
- [7] BAEHR, H. D. & K. STEPHAN: *Wärme- und Stoffübertragung*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1994. **58, 84**
- [8] BANDYOPADHYAY, P. R.: REVIEW – Mean Flow in Turbulent Boundary Layers Disturbed to Alter Skin Friction, *Journal of Fluids Engineering (Transactions of the ASME)*, **108**, 127–140, 1986. **118**
- [9] BARDINA, J., A. LYRIO, S. J. KLINE, J. H. FERZIGER & J. P. JOHNSTON: A prediction method for planar diffuser flows, *Journal of Fluids Engineering (Transactions of the ASME, Series I)*, **103** (2), 315–321, Juni 1981. **22**
- [10] BARNETT, V. & T. LEWIS: *Outliers in Statistical Data*, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. Applied Probability and Statistics., John Wiley & Sons, Inc., 3. Ausgabe, 1994. **79**
- [11] BASSET, A. B.: On the Motion of a Sphere in a Viscous Liquid, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A*, **179**, 43–63, 1888. **183**
- [12] BECHERT, D. W.: Calibration of Preston Tubes, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **34** (1), 205–206, 1995. **61, 62**
- [13] BECHERT, D. W. & M. BARTENWERFER: The viscous flow on surfaces with longitudinal ribs, *Journal of Fluid Mechanics*, **206**, 105–129, 1989. **2, 23, 24, 28, 66**

-
- [14] BERNARD, A., J. M. FOUCAUT, P. DUPONT & M. STANISLAS: Decelerating Boundary Layer: A New Scaling and Mixing Length Model, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **41** (2), 248–255, Februar 2003. **13, 104**
- [15] BEYER, O., H. HACKEL, V. PIEPER & J. TIEDGE: *Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik*, Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, Leipzig, 7. Ausgabe, 1995. **88**
- [16] BOESE, M.: *Einfluß widerstandsreduzierender Oberflächenstrukturen auf das Strömungsverhalten eines hochbelasteten Verdichtergitters*, Dissertation, Universität der Bundeswehr München, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, 2003. **6**
- [17] BOHREN, C. F. & D. R. HUFFMAN: *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, John Wiley & Sons, Inc., 1998. **189**
- [18] BOLLINGER, C. R. & A. CHANDRA: *Iatrogenic Specification Error: A Cautionary Tale of Cleaning Data*, Discussion Paper IZA DP No. 1093, Institute for the Study of Labor (IZA), Bonn, Germany, März 2004. **80**
- [19] BÖSE, M. & L. FOTTNER: Effects of riblets on the loss behavior of a highly loaded compressor cascade, in: *ASME TURBO EXPO 2002, Paper GT-2002-30438*, Amsterdam, 2002. **6**
- [20] BOUSSINESQ, J. V.: Sur la resistance d'une sphere solide, *Comptes-rendus Hebdomadaires des Seances de l'Académie des Sciences de Paris*, **100**, 935–937, 1885. **183**
- [21] BRADSHAW, P. & N. GREGORY: *The determination of local turbulent skin friction from observations in the viscous sub-layer*, Reports and Memoranda ARC R & M 3202, Aeronautical Research Council, London, 1959. **61**
- [22] BRONSTEIN, I. N., K. A. SEMENDJAJEW, G. MUSIOL & H. MÜHLIG: *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 4. Ausgabe, 1998. **85**
- [23] BRUSE, M.: *Zur Strömungsmechanik wandreibungsvermindernder riblet-Oberflächen*, Dissertation, Technische Universität Berlin, Fachbereich 10–Verkehrswesen und Angewandte Mechanik, Juni 1998. **2, 24, 111, 118, 120**
- [24] BRZEK, B., L. CASTILLO, C. M. ANDERSON & Ö. F. TURAN: Adverse Pressure Gradient Turbulent Boundary Layer Flows: Part 2: Scaling of Reynolds Stresses, in: *Proceedings of the 15th Australasian Fluid Mechanics Conference*, Sydney NSW 2006 Australia, 13.–17. Dezember 2004, The University of Sydney. **106**
- [25] BURKE, S.: Missing Values, Outliers, Robust Statistics & Non-parametric Methods, *LCGC Europe*, 19–24, Januar 2001. **79**
- [26] BUSCHMANN, M. H. & M. GAD-EL-HAK: Debate Concerning the Mean-Velocity Profile of a Turbulent Boundary Layer, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **41** (4), 1–8, April 2003. **8**
- [27] BUSHNELL, D. M. & J. N. HEFNER (Hrsg.): *Viscous Drag Reduction in Boundary Layers*, Progress in Astronautics and Aeronautics, Band 123, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1990. **1**

-
- [28] CASTILLO, L.: Application of Zagarola/Smits Scaling in Turbulent Boundary Layers With Pressure Gradient, in: M. RAHMAN & C. A. BREBBIA (Hrsg.), *Advances in Fluid Mechanics 3*, 275–288, 2000. [105](#)
- [29] CASTILLO, L. & W. K. GEORGE: Similarity Analysis for Turbulent Boundary Layer with Pressure Gradient: Outer Flow, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **39** (1), 41–47, Januar 2001. [13](#), [15](#), [16](#), [101](#), [102](#), [132](#)
- [30] CASTILLO, L. & D. J. WALKER: The Effects of the Upstream Conditions on the Outer Flow of Turbulent Boundary Layers, *AIAA Journal*, **40** (7), 1292–1299, Juli 2002. [17](#)
- [31] CASTILLO, L., D. J. WALKER & M. WOSNIK: The Effect of the Upstream Conditions on the Mean Velocity Deficit of Turbulent Boundary Layers, in: *Fluids 2000 Conference and Exhibit, Paper AIAA-2000-2309*, Denver, Colorado, 19.–22. Juni 2000. [105](#)
- [32] CASTILLO, L. & X. WANG: Similarity Analysis for Nonequilibrium Turbulent Boundary Layers, *Journal of Fluids Engineering*, **126**, 827–834, September 2004. [16](#), [101](#)
- [33] CASTILLO, L., X. WANG & W. K. GEORGE: Separation Criterion for Turbulent Boundary Layers Via Similarity Analysis, *Journal of Fluids Engineering*, **126**, 297–304, Mai 2004. [16](#)
- [34] CEBECI, T. & P. BRADSHAW: *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*, Springer-Verlag New York Inc., 1984. [114](#)
- [35] CHOI, H., P. MOIN & J. KIM: Direct numerical simulation of turbulent flow over riblets, *Journal Fluid Mechanics*, **255**, 503–539, 1993. [2](#), [118](#), [126](#)
- [36] CHOI, K.-S.: On physical mechanisms of turbulent drag reduction using riblets, in: M. HIRATA & N. KASAGI (Hrsg.), *Transport Phenomena in Turbulent Flows*, 185–198, Hemisphere, New York, 1987. [122](#)
- [37] CHOI, K.-S.: The Wall-pressure Fluctuations of Modified Turbulent Boundary Layer with Riblets, in: H. W. LIEPMANN & R. NARASIMHA (Hrsg.), *Proceedings of the IUTAM Symposium on Turbulence Management and Relaminarization*, 149–160, Bangalore, India, 13.–23. Januar 1988, Springer-Verlag Berlin, New York. [122](#)
- [38] CHOI, K.-S.: Near-wall structure of a turbulent boundary layer with riblets, *Journal of Fluid Mechanics*, **208**, 417–458, 1989. [2](#), [66](#), [122](#), [126](#)
- [39] CHOI, K.-S.: Effects of Longitudinal Pressure Gradients on Turbulent Drag Reduction with Riblets, in: E. COUSTOLS (Hrsg.), *Turbulence Control by Passive Means*, 109–121, Kluwer Academic Press, Dordrecht, 1990. [7](#), [8](#)
- [40] CHOI, K.-S.: *Turbulent Drag-Reduction Mechanisms: Strategies for Turbulence Management*, Unterlagen zum Kurs *Turbulence Modulation and Control*, CISM, Udine, Italy, 20.–24. September 1999. [118](#)
- [41] CHU, D. C. & G. E. KARNIADAKIS: A Direct numerical simulation of laminar and turbulent flow over riblet-mounted surfaces, *Journal of Fluid Mechanics*, **250**, 1–42, 1993. [2](#)

-
- [42] CLARK, D. G.: *Boundary layer flow visualisation patterns on a riblet surface*, Technischer Bericht QMC-EP-1081, Queen Mary and Westfield College, University of London, 1989. [133](#)
- [43] CLARK, D. G.: Multiple light-plane flow visualisation of the structure within riblets, in: E. COUSTOLS (Hrsg.), *Turbulence Control by Passive Means*, 79–96, Kluwer Academic Press, Dordrecht, 1990. [133](#)
- [44] CLAUSER, F. H.: Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients, *Journal of the Aeronautical Sciences*, **21** (2), 91–108, 1954. [14](#), [61](#), [100](#), [120](#)
- [45] CLAUSER, F. H.: The Turbulent Boundary Layer, in: *Advances in Applied Mechanics*, Band 4, 1–51, Academic Press, New York, 1956. [15](#), [16](#), [100](#), [120](#)
- [46] COLEMAN, G. N., J. KIM & P. R. SPALART: Direct numerical simulation of a decelerated wall-bounded turbulent shear flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **495**, 1–18, 2003. [121](#)
- [47] COLES, D.: The Law of the Wake in the Turbulent Boundary Layer, *Journal of Fluid Mechanics*, **1**, 191–226, 1956. [10](#), [11](#), [13](#), [21](#), [103](#), [113](#), [118](#), [121](#)
- [48] CORINO, E. R. & R. S. BRODKEY: A visual investigation of the wall region in turbulent flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **37** (1), 1–30, 1969. [128](#)
- [49] CORRSIN, S. & J. LUMLEY: On the equation of motion for a particle in turbulent fluid, *Applied Scientific Research*, **A 6**, 114–116, 1956. [183](#)
- [50] COUSTOLS, E. & A. M. SAVILL: Résumé of important results presented at the Third Turbulent Drag Reduction Working Party, *Applied Scientific Research*, **46** (3), 183–196, 1989. [5](#), [7](#)
- [51] COUSTOLS, E. & A. M. SAVILL: Turbulent skin-friction reduction by active and passive means. Parts 1 and 2., in: *AGARD Special Course on Skin Friction Drag Reduction*, Report **768** (VKI Lecture Series Notes), 8.1–8.80, Rhode-St.-Genese, Belgium, 1992. [1](#)
- [52] DEBISSCHOP, J. R. & F. T. M. NIEUWSTADT: Turbulent Boundary Layer in an Adverse Pressure Gradient: Effectiveness of Riblets, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **34** (5), 932–937, 1996. [7](#), [8](#), [110](#), [111](#), [126](#), [133](#)
- [53] DEGRAAFF, D. B.: *Reynolds number scaling of the turbulent boundary layer on a flat plate and on swept and unswept bumps*, Dissertation, Stanford University, Januar 1999. [82](#), [88](#)
- [54] DEGRAAFF, D. B. & J. K. EATON: Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, **422**, 319–346, 2000. [12](#), [107](#)
- [55] DEMENT, F. L.: *Effect of pressure gradients on turbulent boundary layer flow over a flat plate with riblets*, Diplomarbeit, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, AFIT/GAE/ENY/99M-9, 1999. [7](#)
- [56] DENGEL, P. & H.-H. FERNHOLZ: An experimental investigation of an incompressible turbulent boundary layer in the vicinity of separation, *Journal of Fluid Mechanics*, **212**, 615–636, 1990. [16](#), [61](#), [115](#)

-
- [57] DENGEL, P. & H.-H. FERNHOLZ: A study of the sensitivity of an incompressible turbulent boundary layer on the verge of separation, *Zeitschrift für Flugwissenschaften und Weltraumforschung (ZFW)*, **15**, 197–202, 1991. [14](#), [103](#)
- [58] DEN TOONDER, J. M. J.: *Drag Reduction by Polymer Additives in a Turbulent Pipe Flow: Laboratory and Numerical Experiments*, Dissertation, Delft University of Technology, The Netherlands, 1995. [118](#), [127](#)
- [59] DEN TOONDER, J. M. J. & F. T. M. NIEUWSTADT: *Drag reduction additives: State-of-the-art*, Unterlagen zum Kurs *Turbulence Modulation and Control*, CISM, Udine, Italy, 20.–24. September 1999. [118](#)
- [60] DINKELACKER, A., P. NITSCHKE-KOWSKY & W.-E. REIF: On the Possibility of Drag Reduction with the Help of Longitudinal Ridges in the Walls, in: H. W. LIEPMANN & R. NARASIMHA (Hrsg.), *Proceedings of the IUTAM Symposium on Turbulence Management and Relaminarization*, 109–120, Bangalore, India, 13.–23. Januar 1988, Springer-Verlag Berlin, New York. [24](#)
- [61] DITTEON, R.: *Modern Geometrical Optics*, John Wiley & Sons, Inc., 1998. [164](#)
- [62] DIXON, W. J. & J. W. TUKEY: Approximate Behavior of the Distribution of Winsorized t (Trimming/Winsorization 2), *Technometrics*, **10** (1), 83–98, Februar 1968. [80](#)
- [63] DJENIDI, L., F. ANSELMET, J. LIANDRAT & L. FULACHIER: Boundary layer over riblets, *Physics of Fluids*, **6** (9), 2993–2999, 1994. [2](#)
- [64] DU, H.: Mie-scattering calculation, *Applied Optics*, **43** (9), 1951–1956, März 2004. [189](#)
- [65] DURBIN, P. A. & S. E. BELCHER: Scaling of adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers, *Journal of Fluid Mechanics*, **238**, 699–722, 1992. [14](#), [15](#), [104](#)
- [66] DURST, F., M. FISCHER, J. JOVANOVIĆ & H. KIKURA: Methods to set up and investigate low reynolds number, fully developed turbulent plane channel flows, *ASME Journal of Fluids Engineering*, **120**, 496–503, 1998. [85](#)
- [67] DURST, F., J. JOVANOVIĆ & LJ. KANEVCE: Probability Density Distribution in Turbulent Wall Boundary-Layer Flows, in: F. DURST, B. E. LAUNDER, J. L. LUMLEY, F. W. SCHMIDT & J. H. WHITELAW (Hrsg.), *Turbulent Shear Flows 5*, 197–220, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1987. [81](#)
- [68] DURST, F., J. JOVANOVIĆ & J. SENDER: LDA measurements in the near-wall region of a turbulent pipe flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **295**, 305–335, 1995. [85](#), [86](#)
- [69] DURST, F., H. KIKURA, I. LEKAKIS, J. JOVANOVIĆ & Q. YE: Wall shear stress determination from near-wall mean velocity data in turbulent pipe and channel flows, *Experiments in Fluids*, **20**, 417–428, 1996. [61](#)
- [70] DURST, F., A. MELLING & J. H. WHITELAW: *Principles and Practice of Laser-Doppler Anemometry*, Academic Press, London, 1976. [75](#)
- [71] DURST, F., A. MELLING & J. H. WHITELAW: *Theorie und Praxis der Laser-Doppler-Anemometrie*, G. Braun-Verlag, Karlsruhe, 1987. [71](#)

- [72] ECKELMANN, H.: The structure of the viscous sublayer and the adjacent wall region in a turbulent channel flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **65**, 439–459, 1974. [81](#)
- [73] ELSBERRY, K., J. LOEFFLER, M. D. ZHOU & I. WYGNANSKI: An experimental study of a boundary layer that is maintained on the verge of separation, *Journal of Fluid Mechanics*, **423**, 227–262, November 2000. [61](#)
- [74] FALKNER, V. M. & S. W. SKAN: Some Approximate Solutions of the Boundary Layer Equations, *Philosophical Magazine*, **12** (7), 865–896, 1931. [35](#)
- [75] FANG, C., T. YAN-PING & C. MAO-ZHANG: An Experimental Investigation of Loss Reduction with Riblets on Cascade Blade Surfaces and Isolated Airfoils, in: *Proceedings on the Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition, ASME 90-GT-207*, Brussels, Belgium, 11.–14. Juni 1990. [6](#)
- [76] FERNHOLZ, H.-H., G. JANKE, M. SCHÖBER, P. M. WAGNER & D. WARNACK: New developments and applications of skin-friction measurement techniques, *Measurement Science and Technology*, **7** (10), 1396–1409, Oktober 1996. [61](#), [63](#)
- [77] FERNHOLZ, H.-H.: Halbempirische Gesetze zur Berechnung turbulenter Grenzschichten nach der Methode der Integralbedingungen, *Ingenieur-Archiv*, **33** (6), 384–395, 1964. [64](#), [65](#)
- [78] FERNHOLZ, H.-H.: Geschwindigkeitsprofile, Temperaturprofile und halbempirische Gesetze in kompressiblen turbulenten Grenzschichten bei konstantem Druck, *Ingenieur-Archiv*, **38**, 311–328, 1969. [12](#), [105](#)
- [79] FERNHOLZ, H.-H. & P. J. FINLEY: A Critical Commentary on Mean Flow Data for Two-Dimensional Compressible Turbulent Boundary Layers, *AGARD-AG-253*, 1980. [105](#)
- [80] FERNHOLZ, H.-H. & P. J. FINLEY: The incompressible zero-pressure-gradient turbulent boundary layer: an assessment of the data, *Progress in Aerospace Sciences*, **422** (4), 245–413, 1996. [11](#), [12](#), [13](#), [106](#)
- [81] FOX, R. W. & S. J. KLINE: Flow regime data and design methods for curved subsonic diffusers, *Journal of Basic Engineering (Transactions of the ASME, Series D)*, **84**, 303–312, 1962. [22](#)
- [82] FREI, D.: *Direkte Wandschubspannungsmessung in der turbulenten Grenzschicht mit positivem Druckgradienten*, Dissertation ETH 6392, Eidgenössische Technische Hochschule (ETH), Zürich, 1979. [63](#), [64](#), [65](#)
- [83] FREI, D. & H. THOMANN: Direct measurements of skin friction in a turbulent boundary layer with strong adverse pressure gradient, *Journal of Fluid Mechanics*, **101**, 79–95, 1980. [63](#)
- [84] FRIEDLANDER, S. K.: Behavior of Suspended Particles in a Turbulent Fluid, *AIChE Journal (American Institute of Chemical Engineers)*, **3** (3), 381–385, 1957. [183](#)
- [85] GAD-EL-HAK, M. & P. R. BANDYOPADHYAY: Reynolds number effects in wall-bounded turbulent flows, *Applied Mechanics Reviews*, **47** (8), 307–365, 1994. [11](#), [106](#)

-
- [86] GALLAGHER, J. A. & S. W. THOMAS: Turbulent boundary layer characteristics over streamwise grooves, *AIAA paper 1984-2185*, 1984. **2**
- [87] GASSER, D., H. THOMANN & P. DENGEL: Comparison of four methods to measure wall shear stress in a turbulent boundary layer with separation, *Experiments in Fluids*, **15**, 27–32, 1993. **65**
- [88] GEORGE, W. K.: Limitations to measuring accuracy inherent in the laser Doppler signal, in: *Proceedings LDA Symposium*, 20–63, Copenhagen, Tonsbakken 16-18, 2740 Skovlunde, Denmark. **83**
- [89] GEORGE, W. K.: Some New Ideas for Similarity of Turbulent Shear Flows, in: K. HANJALIC & J. C. F. PEREIRA (Hrsg.), *Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 24–49, Begell House, New York, 1995. **15**
- [90] GEORGE, W. K. & L. CASTILLO: *Near Wall Turbulent Flows*, Kapitel „Boundary Layers with Pressure Gradient: Another Look at the Equilibrium Boundary Layer“, 901–910, Elsevier, New York, 1993. **15**
- [91] GEORGE, W. K. & L. CASTILLO: Zero-pressure-gradient turbulent boundary layer, *Applied Mechanics Reviews*, **50** (12), 689–730, 1997. **12, 15**
- [92] GIBBINGS, J. C.: On the measurement of skin friction from the turbulent velocity profile, *Flow Measurement and Instrumentation*, **7** (2), 99–107, 1996. **61**
- [93] GREK, G. R., V. V. KOZLOV & S. V. TITARENKO: Effects of riblets on vortex development in the wake behind a single roughness element in the laminar boundary layer on a flat plate, *La Recherche Aéronautique*, **1**, 1–9, 1996. **2**
- [94] GRUSCHWITZ, E.: Die turbulente Reibungsschicht in ebener Strömung bei Druckabfall und Druckanstieg, *Ingenieur-Archiv*, **2**, 321–346, 1931. **42**
- [95] GYR, A. & H.-W. BEWERSDORFF: Change of Structures Close to the Wall of a Turbulent Flow in Drag Reducing Fluids, in: A. GYR (Hrsg.), *Structure of Turbulence and Drag Reduction (IUTAM Symposium 1989)*, 215–222, Springer-Verlag, 1990. **127**
- [96] HAGE, W.: *Zur Widerstandsverminderung von dreidimensionalen Riblet-Strukturen und anderen Oberflächen*, Dissertation, Technische Universität Berlin, Fakultät V–Verkehrs- und Maschinensysteme, 2004. **2, 24**
- [97] HANRATTY, T. J. & J. A. CAMPBELL: *Fluid Mechanics Measurements*, Kapitel „Measurement of wall shear stress“, 559–615, New York Hemisphere, 1983. **61**
- [98] HARDER, K. J. & W. G. TIEDERMAN: Drag Reduction and Turbulent Structure in Two-Dimensional Channel Flows, *Philosophical Transactions: Physical Sciences and Engineering*, **336** (1640), 19–34, 1991. **127**
- [99] HARITONIDIS, J. H.: *Advances in Fluid Mechanics Measurement*, Kapitel „The measurement of wall shear stress“, 229–261, Springer, Berlin, 1989. **61**
- [100] HARTREE, D. R.: On an Equation Occuring in Falkner and Skan’s Approximate Treatment of the Equations of the Boundary Layer, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **33** (2), 223–239, 1937. **21, 35**

-
- [101] HEAD, M. R. & V. V. RAM: Improved Presentation of Preston Tube Calibration, *Aeronautical Quarterly*, **22**, 295–300, 1971. [61](#), [63](#), [69](#), [109](#), [132](#)
- [102] HEAD, M. R. & I. RECHENBERG: The Preston tube as a means of measuring skin friction, *Journal of Fluid Mechanics*, **14**, 1–17, 1962. [61](#)
- [103] HINZE, J. O.: *Turbulence*, McGraw-Hill, Inc., 2. Ausgabe, 1975. [9](#), [113](#), [184](#)
- [104] HIRT, F. & H. THOMANN: Measurement of wall shear stress in turbulent boundary layers subject to strong pressure gradient, *Journal of Fluid Mechanics*, **171**, 547–562, 1986. [65](#)
- [105] HJELMFELT JR., A. T. & L. F. MOCKROS: Motion of discrete Particles in a turbulent Fluid, *Applied Scientific Research*, **16**, 149–161, 1966. [184](#)
- [106] HOAGLIN, D. C., F. MOSTELLER & J. W. TUKEY: *Understanding Robust and Exploratory Data Analysis*, Wiley series in probability and mathematical statistics. Applied probability and statistics, John Wiley & Sons, Inc., 1983. [80](#)
- [107] HOLLICK, M.: Boundary shear stress measurement by Preston tube, *Journal of the Hydraulics Division*, **102 (HY7)**, 1053–1057, 1976. [66](#)
- [108] INDINGER, T.: *Einfluß von Riblets auf die natürliche Transition von Grenzschichten*, Bericht Nr. 155, Technische Universität Dresden, Institut für Strömungsmechanik, 1999. [2](#)
- [109] INDINGER, T.: *Untersuchung der Beeinflussung der Umströmung eines NACA-Tragflügelprofils im Wasserumlaufkanal durch die Zuströmbedingungen und mittels Aufbringung von Längsrillen auf die Profilloberfläche*, Diplomarbeit, Technische Universität Dresden, Institut für Strömungsmechanik, 2000. [3](#)
- [110] INDINGER, T., M. H. BUSCHMANN & M. GAD-EL-HAK: Mean-velocity Profile of Turbulent Boundary Layers Approaching Separation, in: *Proceedings to 4th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Meeting, Paper AIAA 2005-4670*, Toronto, Ontario, Canada, 2005. [106](#)
- [111] IZAKSON, A. A.: О Формуле Распределения Скоростей Вблизи Стенки (Über eine Formel für die Geschwindigkeitsverteilung in Wandnähe), *Журнал экспериментальной и теоретической физики (Journal für experimentelle und theoretische Physik)*, **7**, 919–924, 1937. [11](#)
- [112] JEONG, J. & F. HUSSAIN: On the identification of a vortex, *Journal of Fluid Mechanics*, **285**, 69–94, 1995. [53](#)
- [113] JIMÉNEZ, J. & K. MOIN: The minimal flow unit in near-wall turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, **225**, 213–240, 1991. [2](#)
- [114] KADER, B. A. & A. M. YAGLOM: Similarity treatment of moving-equilibrium turbulent boundary layers in adverse pressure gradients, *Journal of Fluid Mechanics*, **89**, 305–342, 1978. [101](#)

-
- [115] KALTER, M.: *Beeinflussung einer stark gestörten Grenzschicht mit Druckanstieg durch die Turbulenzstruktur der Außenströmung*, Dissertation, Technische Universität Berlin, Fachbereich 10–Verkehrswesen und Angewandte Mechanik, 2000. [72](#), [82](#), [83](#), [85](#), [106](#), [115](#), [193](#)
- [116] KASSAB, S. Z.: A Preston tube calibration chart, *Review of Scientific Instruments*, **64** (1), 253–256, Januar 1993. [61](#)
- [117] KEANE, R. D. & R. J. ADRIAN: Theory of cross-correlation analysis of PIV images, *Applied Scientific Research*, **49**, 191–215, 1992. [72](#)
- [118] KEMPE, T.: *Analyse turbulenter Geschwindigkeitsprofile*, Diplomarbeit, Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (FH), 2001. [84](#)
- [119] KIM, J., P. MOIN & R. D. MOSER: Turbulence Statistics in Fully-Developed Channel Flow at Low Reynolds Number, *Journal of Fluid Mechanics*, **177**, 133–166, 1987. [87](#)
- [120] KLINGENBERG, J. & G. SCHINDLER: *Einfluss von Oberflächenstrukturen von aerodynamisch hochbelasteten Verdichter- und Turbinengittern*, Abschlussbericht zum DFG-Forschungsvorhaben Vo 539/7-1+2, Technische Universität Dresden, Institut für Strömungsmechanik, 2001. [3](#), [18](#), [24](#)
- [121] KLUWICK, A.: *Recent Advances in Boundary Layer Theory*, Band Nr. 390 von CISM Courses and Lectures, Kapitel „Interacting Laminar and Turbulent Boundary Layers“, 231–330, Springer-Verlag Wien New-York, 1998. [42](#)
- [122] KOENIG, J. L.: *Spectroscopy of Polymers*, ACS Professional Reference Book, American Chemical Society, Washington, DC, 1992. [190](#)
- [123] KOZLOV, V. V.: Effect of riblets on flow-structures at laminar-turbulent transition and simulation of their influence on turbulent boundary layer, in: *Proceedings on 10th European Drag Reduction Meeting*, Berlin, 1997. [2](#)
- [124] KROGSTAD, P.-Å. & P. E. SKÅRE: Influence of a strong adverse pressure gradient on the turbulent structure in a boundary layer, *Physics of Fluids*, **7** (8), 2014–2024, 1995. [129](#)
- [125] LAUNDER, B. E. & B. I. SHARMA: Application of the Energy-Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow near a Spinning Disk, *Letters in Heat and Mass Transfer*, **1** (1), 131–138, 1974. [154](#)
- [126] LEHMANN, I.: *Strömungsuntersuchungen in stehenden und rotierenden Schaufelkanälen mittels Laser-Doppler-Anemometrie*, Dissertation, Technische Universität Dresden, 2003. [72](#)
- [127] LUDWIG, H. & W. TILLMANN: Untersuchungen über die Wandschubspannungen in turbulenten Reibungsschichten, *Ingenieur-Archiv*, **17**, 288–299, 1949. [64](#), [65](#), [102](#), [103](#)
- [128] LUDWIG, H. & W. TILLMANN: *Investigations of the Wall Shearing Stress in Turbulent Boundary Layers*, NACA TM 1285, 1950. Daten tabellarisch zu finden in *Proceedings, Computation of Turbulent Boundary Layers–1968 AFOSR-IFP-Stanford Conference* als 'Flow 1100' und 'Flow 1200'. [102](#)

-
- [129] LU, S. S. & W. W. WILLMARTH: Measurements of the structure of the Reynolds stress in a turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, **60** (3), 481–511, 1973. [82](#), [128](#), [129](#)
- [130] LUMLEY, J. L.: Drag reduction turbulent flow by polymer additives, *Journal of Polymer Sciences D: Macromolecular Reviews*, **7**, 263–290, 1973. [119](#)
- [131] MARUŠIĆ, I.: *The structure of zero and adverse pressure gradient turbulent boundary layers*, Dissertation, University of Melbourne, Australia, 1992. [103](#)
- [132] MARUŠIĆ, I., A. K. M. UDDIN & A. E. PERRY: Similarity law for the streamwise turbulence intensity in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers, *Physics of Fluids*, **9** (12), 3718–3726, Dezember 1997. [12](#)
- [133] MAXEY, M. R. & J. J. RILEY: Equation of motion for a small rigid sphere in a non-uniform flow, *Physics of Fluids*, **26** (4), 883–888, 1983. [183](#)
- [134] MELLOR, G. L.: Equilibrium turbulent boundary layers, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal, Technical Notes*, **2**, 1964. [100](#)
- [135] MELLOR, G. I.: The large Reynolds number, asymptotic theory of turbulent boundary layers, *International Journal of Engineering Sciences*, **10**, 851–873, 1972. [15](#)
- [136] MELLOR, G. L. & D. M. GIBSON: Equilibrium turbulent boundary layers, *Journal of Fluid Mechanics*, **24** (2), 225–253, 1966. [100](#)
- [137] MENTER, F. R.: Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **32** (8), 1598–1605, 1994. [48](#), [153](#)
- [138] MENTER, F. R., R. LANGTRY & T. HANSEN: CFD Simulation of Turbomachinery Flows – Verification, Validation and Modelling, in: *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS 2004*, Jyväskylä, 24.–28. Juli 2004. [50](#)
- [139] MILES, P. C.: Geometry of the fringe field formed in the intersection of two Gaussian beams, *Applied Optics*, **35** (30), 1996. [161](#)
- [140] MILLIKAN, C. B.: A critical discussion of turbulent flows in channels and circular tubes, in: J. P. DEN HARTOG & H. PETERS (Hrsg.), *Proceedings of the 5th International Congress of Applied Mechanics, held at Harvard University and the Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts*, 386–392, John Wiley & Sons, Inc., New York (USA) und Chapman & Hall Ltd., London (UK), 12.–16. September 1939. [9](#), [11](#)
- [141] MOIN, P. & K. MAHESH: Direct numerical simulation: a tool in turbulence research, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **30**, 539–578, 1998. [8](#)
- [142] MOORE, C. A. & KLINE S. J.: *Some Effects of Vanes and of Turbulence on Two-Dimensional, Wide-Angle Subsonic Diffusers*, Naca tn 4080, Juni 1958. [22](#)
- [143] MORETTI, P. H. & V. M. KAYS: Heat transfer in turbulent boundary layer with varying free-stream velocity and varying surface temperature—an experimental study, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **8**, 1187–1202, 1965. [101](#)

- [144] MOSER, R. D., J. KIM & N. N. MANSOUR: Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$, *Physics of Fluids*, **11** (4), 943–945, 1999. [87](#)
- [145] MOSES, H. L.: A strip-integral method for predicting the behavior of turbulent boundary layers, in: S. J. KLINE, M. V. MORKOVIN, G. SOVRAN & D. J. COCKRELL (Hrsg.), *Proceedings to Computation of Turbulent Boundary Layers – 1968 AFSOR-IFP-Stanford Conference, Volume I, Methods, Predictions, Evaluation and Flow Structure*, 76–82, Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, California, USA, 1968. [113](#)
- [146] MOUROULIS, P. & J. MACDONALD: *Geometrical Optics and Optical Design*, Oxford Series in Optical and Imaging Sciences, Oxford University Press, Inc., 1997. [164](#)
- [147] NAGANO, Y. & T. HOURA: Higher-order moments and spectra of velocity fluctuations in adverse-pressure-gradient turbulent boundary layer, *Experiments in Fluids*, **33**, 22–30, 2002. [103](#)
- [148] NAGANO, Y., M. TAGAWA & T. TSUJI: Effects of Adverse Pressure Gradients on Mean Flow and Turbulence Statistics in a Boundary Layer, in: *Proceedings of the 8th Symposium on Turbulent Shear Flows*, Munich, Germany, 9.–11. September 1991. [121](#)
- [149] NAGANO, Y., T. TSUJI & T. HOURA: Structure of turbulent boundary layer subjected to adverse pressure gradient, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **19**, 563–572, 1998. [103](#), [129](#)
- [150] NAKAGAWA, H. & I. NEZU: Prediction of the contributions to the Reynolds stress from bursting events in open-channel flows, *Journal of Fluid Mechanics*, **80** (1), 99–128, 1977. [81](#), [129](#)
- [151] NARASIMHA, R. & K. R. SREENIVASAN: Relaminarization of fluid flows, in: C.-S. YIH (Hrsg.), *Advances in Applied Mechanics*, Band 19, 221–309, Academic Press, New York, 1979. [101](#)
- [152] NEUMANN, D. & A. DINKELACKER: Drag measurements on V-grooved surfaces on a body of revolution in axial flow, *Applied Scientific Research*, **48**, 105–114, 1991. [2](#)
- [153] NEWMAN, B. G.: *Some Contributions to the Study of the Turbulent Boundary Near Separation*, Rept. ACA-53, Australian Department for Supply, 1951. Daten tabellarisch zu finden in: *Proceedings, Computation of Turbulent Boundary Layers–1968 AFOSR-IFP-Stanford Conference* als 'Flow 3500'. [102](#)
- [154] NICKELS, T. B.: Inner scaling for wall-bounded flows subject to large pressure gradients, *Journal of Fluid Mechanics*, **521**, 217–239, 2004. [67](#), [103](#), [121](#)
- [155] NIEUWSTADT, F. T. M., W. WOLTHERS, H. LEIJDENS, K. KRISHNA PRASAD & A. SCHWARZ-VAN MANEN: The reduction of skin friction by riblets under the influence of an adverse pressure gradient, *Experiments in Fluids*, **15** (1), 17–26, 1993. [7](#), [111](#)
- [156] NINNEMANN, T. & F. NG WING: Supersonic through-flow fan blade cascade studies part II: riblet effects, in: *Proceedings of ASME TURBO EXPO 2000, GT 0494*, 8.–11. Mai 2000. [6](#)

-
- [157] NINNEMANN, T. & F. NG WING: Loss Reduction Using Riblets on a Supersonic Through-Flow Fan Blade Cascade, *Transactions of the ASME*, **126**, 642–649, 2004. [6](#)
- [158] OSEEN, C. W.: *Hydromechanik*, Band 82, Kapitel „Über die Stokes’sche Formel und über eine verwandte Aufgabe in der Hydromechanik“, 21–29, Akademische Verlagsgemeinschaft Leipzig, 1927. [183](#)
- [159] PALIK, E. D. (Hrsg.): *Handbook of Optical Constants of Solids II*, Academic Press, 1998. [190](#)
- [160] PARK, S.-R. & J. M. WALLACE: Flow field alteration and viscous drag reduction by riblets in a turbulent boundary layer, in: R. M. C. SO, C. G. SPEZIALE & B. E. LAUNDER (Hrsg.), *Near-Wall Turbulent Flows*, 749–760, Elsevier, Amsterdam, 1993. [2](#)
- [161] PATEL, V. C.: Calibration of the Preston tube and limitations on its use in pressure gradient, *Journal of Fluid Mechanics*, **23** (1), 185–208, 1965. [61](#), [63](#), [64](#), [65](#), [99](#), [100](#), [132](#)
- [162] PEARCEY, H. H.: Shock-induced Separation and its Prevention by Design and Boundary Layer Control, in: G. V. LACHMANN (Hrsg.), *Boundary Layer and Flow Control, its Principle and Application*, Band 2, 1166–1344, Pergamon Press, 1961. [30](#), [31](#), [32](#), [37](#)
- [163] PÉREZ, J. PH.: *Optique géométrique et ondulatoire*, Masson, Paris, 2. Ausgabe, 1988. [164](#)
- [164] PERRY, A. E. & W. H. SCHOFIELD: Mean velocity and shear stress distributions in turbulent boundary layers, *Physics of Fluids*, **16** (12), 2068–2074, Dezember 1973. [14](#)
- [165] PICKERING, J. D. & N. A. HALLIWELL: Speckle photography in fluid flows: signal recovery with two-step processing, *Applied Optics*, **23**, 1128–1129, 1984. [89](#)
- [166] POLLARD, A., A. M. SAVILL, S. TULLIS & X. WANG: Simulating turbulent flow over thin element and flat valley V-shaped riblets, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **34** (11), 2261–2268, 1996. [133](#)
- [167] POPE, S. B.: *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, 2001. [2](#), [9](#), [188](#)
- [168] POPE, R. M. & E. S. FRY: Absorption spectrum (380–700 nm) of pure water. II. Integrating cavity measurements, *Applied Optics*, **36** (33), 8710–8723, November 1997. [190](#)
- [169] PRANDTL, L.: *Zur turbulenten Strömung in Rohren und längs Platten*, Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt 4, Göttingen, 1932. [9](#), [10](#), [102](#)
- [170] PRESTON, J. H.: The Determination of Turbulent Skin Friction by Means of Pitot Tubes, *Journal of the Royal Aeronautical Society*, **58**, 109–121, 1954. [61](#)
- [171] PULVIN, P.: Riblets in Internal Flows With Adverse Pressure Gradient, in: *Proceedings of the 3rd Turbulent Drag Reduction Working Party*, Paris, 29.–30. September 1988, ONERA-Chatillon. [5](#)

- [172] RAFFEL, M., C. E. WILLERT & J. KOMPENHANS: *Particle Image Velocimetry: A Practical Guide*, Experimental Fluid Mechanics, Springer-Verlag Berlin und Heidelberg GmbH & Co. KG, 1998. [89](#), [90](#)
- [173] RECHENBERG, I.: Messung der turbulenten Wandschubspannung (Measurement of turbulent wall shear stress), *Zeitschrift für Flugwissenschaften*, **11** (11), 429–438, November 1963. [61](#), [62](#), [69](#)
- [174] REICHARDT, H.: Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, **31**, 208–219, 1951. [67](#)
- [175] REIF, W.-E. & A. DINKELACKER: *Hydrodynamics of the squamation in fast swimming sharks*, Band 164 von *Neues Jahrbuch für Geologie und Paläontologie*, Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 1982. [1](#), [24](#)
- [176] RENEAU, L. R., J. P. JOHNSTON & S. J. KLINE: Performance and Design of Straight, Two-Dimensional Diffusers, *Journal of Basic Engineering (Transactions of the ASME, Series D)*, **89**, 141–156, März 1967. [22](#)
- [177] ROBINSON, S. K.: Coherent Motions in the Turbulent Boundary Layer, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **23**, 601–639, 1991. [2](#)
- [178] ROBINSON, S. K.: *The Kinematics of Turbulent Boundary Layer Structure*, Nasa tm 103859, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia 23665, 1991. [2](#)
- [179] ROTTA, J. C.: *Über die Theorie der turbulenten Grenzschichten*, Mitteilungen aus dem Max-Planck-Institut für Strömungsforschung 1, Göttingen, 1950. [11](#), [12](#)
- [180] ROTTA, J. C.: Turbulent boundary layers in incompressible flow, in: A. FERIC, D. KUCHEMANN & L. H. G. STONE (Hrsg.), *Progress in Aeronautical Sciences*, Band 2, 1–220, Pergamon Press, Oxford, 1962. [10](#), [12](#), [100](#)
- [181] ROTTA, J. C.: *Turbulente Strömungen*, B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1972. [100](#), [113](#)
- [182] RUCK, B.: *Laser-Doppler-Anemometer – Eine berührungslose optische Strömungsmesstechnik*, AT-Fachverlag GmbH, Stuttgart, 1987. [70](#)
- [183] RUCK, B., B. PAVLOVSKI & M. OETTLER: Untersuchungen zur Genauigkeit in der LDA-Turbulenzmessung, *Laser und Optoelektronik*, **25** (5), 53–60, 1993. [83](#)
- [184] SAMUEL, A. E. & P. N. JOUBERT: A boundary layer developing in an increasingly adverse pressure gradient, *Journal of Fluid Mechanics*, **66** (3), 481–505, 1974. [13](#)
- [185] SCHIEBENER, P., J. STRAUB, J. M. H. L. SENGERS & J. S. GALLAGHER: Refractive Index of Water and Steam as Function of Wavelength, Temperature and Density, *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, **19** (3), 677–717, 1990. [190](#)
- [186] SCHLICHTING, H. & K. GERSTEN: *Grenzschicht-Theorie*, Springer-Verlag, 9. Ausgabe, 1997. [8](#), [11](#), [16](#), [18](#), [33](#), [42](#), [99](#), [100](#), [113](#), [126](#)
- [187] SCHOFIELD, W. H.: Two-dimensional separating turbulent boundary layers, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **24**, 1611–1620, 1986. [14](#)

-
- [188] SCHOFIELD, W. H. & A. E. PERRY: *Mechanical Engineering Report 134*, Australien Department of Supply, Aeronautical Research Laboratories, 1972. [14](#)
- [189] SCHOLZ, N. & U. HOPKES: Der Hochgeschwindigkeits-Gitterwindkanal der Deutschen Forschungsanstalt für Luftfahrt Braunschweig, *Forschung im Ingenieurwesen*, **25**, 1959. [6](#)
- [190] SCHWARZ-VAN MANEN, A. D., A. F. M. VAN GELOVEN, J. NIEUWENHUIZEN, J. C. STOUTHART, K. KRISHNA PRASAD & F. T. M. NIEUWSTADT: Friction velocity and virtual origin estimates for mean velocity profiles above smooth and triangular riblet surfaces, *Applied Scientific Research*, **50**, 233–254, 1993. [66](#)
- [191] SILLER, H.: *Reduction of the Recirculation Length Downstream of a Fence by an Oscillating Cross-Flow*, Dissertation, Technische Universität Berlin, Fachbereich 10–Verkehrswesen und Angewandte Mechanik, 1999. [55](#)
- [192] SIMPSON, R. L., Y.-T. CHEW & B. G. SHIVAPRASAD: The structure of a separating turbulent boundary layer. Part 1. Mean flow and Reynolds stresses, *Journal of Fluid Mechanics*, **113**, 23–51, 1981. [61](#)
- [193] SKÅRE, P. E. & P.-Å. KROGSTAD: A turbulent equilibrium boundary layer near separation, *Journal of Fluid Mechanics*, **272**, 319–348, 1994. [100](#), [106](#), [193](#)
- [194] SKOTE, M. & D. S. HENNINGSON: Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, **471**, 107–136, 2002. [121](#)
- [195] SONG, S.: *Reynolds Number Effects on a Turbulent Boundary Layer with Separation, Reattachment, and Recovery*, Dissertation, Stanford University, 2002. [12](#), [106](#), [132](#)
- [196] SONG, S. & J. K. EATON: Reynolds Number Effects on a Turbulent Boundary Layer with Separation, Reattachment, and Recovery, *Experiments in Fluids*, **36** (2), 246–258, Februar 2004. [132](#)
- [197] SPALART, P. R.: Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_{\Theta} = 1410$, *Journal of Fluid Mechanics*, **187**, 61–98, 1988. [125](#)
- [198] SPALART, P. R. & J. H. WATMUFF: Experimental and numerical study of a turbulent boundary layer with pressure gradients, *Journal of Fluid Mechanics*, **249**, 337–371, 1993. [121](#)
- [199] SQUIRE, L. C. & A. M. SAVILL: Drag measurements on planar riblet surfaces at high subsonic speeds, *Applied Scientific Research*, **46** (3), 229–243, 1989. [7](#)
- [200] SQUIRE, L. C., W. SEBASTIAN & A. M. SAVILL: Effect of Varying Pressure Gradients on 3M V-Groove Performance at High Subsonic Mach Numbers, in: *Proceedings of the 3rd Turbulent Drag Reduction Working Party*, Paris, 29.–30. September 1988, ONERA-Chatillon. [7](#)
- [201] SREENIVASAN, K. R.: A Unified View of the Origin and Morphology of the Turbulent Boundary Layer Structure, in: H. W. LIEPMANN & R. NARASIMHA (Hrsg.), *Proceedings of the IUTAM Symposium on Turbulence Management and Relaminarization*, 37–61, Bangalore, India, 13.–23. Januar 1988, Springer-Verlag Berlin, New York. [106](#)

-
- [202] SREENIVASAN, K. R.: The Turbulent Boundary Layer, in: M. GAD-EL-HAK (Hrsg.), *Frontiers in Experimental Fluid Dynamics*, Band 46 von *Lecture Notes in Engineering*, 159–209, Springer-Verlag, Berlin, 1989. 87, 106
- [203] SUBASCHANDAR, N., R. KUMAR & S. SUNDARAM: *Drag Reduction Due to Riblets on NACA 0012 Airfoil at Higher Angles of Attack*, Bericht PD-EA-9504, National Aerospace Labs., Bangalore, India, March 1995. 6
- [204] SUNDARAM, S., P. R. VISWANATH & S. RUDRAKUMAR: Viscous Drag Reduction Using Riblets on NACA 0012 Airfoil to Moderate Incidence, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **34** (4), 676–682, 1996. 5, 111, 126
- [205] SUNDARAM, S., P. R. VISWANATH & N. SUBASCHANDAR: Viscous Drag Reduction Using Riblets on a Swept Wing, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **37** (7), 851–856, 1999. 6
- [206] SUTARDI & C. Y. CHING: Effect of Tube Diameter on Preston Tube Calibration Curves for the Measurement of Wall Shear Stress, *Experimental Thermal and Fluid Science*, **24**, 93–97, 2001. 61
- [207] SUZUKI, Y. & N. KASAGI: Turbulent Drag Reduction Mechanism Above a Riblet Surface, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **32** (9), 1781–1790, 1994. 120, 126
- [208] TANG, Y. P. & D. G. CLARK: On near-wall turbulence-generating events in a turbulent boundary layer on a riblet surface, *Applied Scientific Research*, **50**, 215–232, 1993. 2
- [209] TARDU, S. F.: Coherent Structures and Riblets, *Applied Scientific Research*, **54**, 349–385, 1995. 2
- [210] TARDU, S., T. V. TRUONG & B. TANGUAY: Bursting and structure of the turbulence in an internal flow manipulated by riblets, *Applied Scientific Research*, **50**, 189–213, 1993. 2
- [211] TAYLOR, G. I.: Statistical Theory of Turbulence: : Parts I-IV, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, **151**, 421–478, 1935. 127
- [212] TCHEN, C. M.: *Mean Value and Correlation Problems Connected with the Motion of Small Particles Suspended in a Turbulent Fluid*, Dissertation, Delft University, 1947. 183
- [213] TENNEKES, H. & J. L. LUMLEY: *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1972. 9
- [214] TOWNSEND, A. A.: The properties of equilibrium boundary layers, *Journal of Fluid Mechanics*, **1**, 561–573, 1956. 100
- [215] TOWNSEND, A. A.: Equilibrium layers and wall turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, **11**, 97–120, 1961. 100

-
- [216] TOWNSEND, A. A.: *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics, Cambridge University Press, 2. Ausgabe, 1976. 12, 86, 104
- [217] TROPEA, C.: A Note Concerning the Use of a One-component LDA to Measure Shear Stress Terms, *Experiments in Fluids*, 1 (4), 209–210, 1983. 75
- [218] TRUONG, T. V. & P. PULVIN: Influence of wall riblets on diffuser flow, *Applied Scientific Research*, 46 (3), 217–227, 1989. 5
- [219] TUKEY, J. W.: A survey of sampling from contaminated distributions, in: I. OLKIN, S. G. GHURYE, W. HOFFDING, W. G. MADOW & H. B. MANN (Hrsg.), *Contributions to Probability and Statistics*, 448–485, Stanford University Press, Stanford, California, 1960. 80
- [220] TUKEY, J. W. & D. H. MCCLAUGHLIN: Less Vulnerable Confidence and Significance Procedures for Location Based on a Single Sample: Trimming/Winsorization 1, *Sankhya A*, 25, 331–352, 1963. 80
- [221] URZYNICOK, F.: *Separation Control by Flow-Induced Oscillations of a Resonator*, Dissertation, Technische Universität Berlin, Fakultät V–Verkehrs- und Maschinensysteme, 2003. 85
- [222] VAN DE HULST, H. C.: *Light Scattering by Small Particles*, Dover Publications, Inc., New York, 1981. 189
- [223] VANDEV, D.: Robust Methods in Industrial Statistics, in: *Proceedings of the 1st International Conference on Mathematics and Informatics for Industry-MII2003*, 14.–16. April 2003. 80
- [224] VAN KREVELEN, D. W.: *Properties of Polymers*, Elsevier Scientific Publishing Company Inc., 3. Ausgabe, 1990. 191
- [225] VIRK, P. S., H. S. MICKLEY & K. A. SMITH: The ultimate asymptote and mean flow structure in Toms’s phenomenon, *Journal of Applied Mechanics (Transactions of the ASME, Serie E)*, 37, 488–493, 1970. 118
- [226] VOLLHEIM, R.: *Pneumatischer Transport – Beitrag zu Theorie und Anwendung feststoffbeladener Gassströmungen*, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1971. 184
- [227] VON KÁRMÁN, TH.: Über laminare und turbulente Reibung, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1 (4), 233–252, 1921. 61, 99, 113
- [228] VON KÁRMÁN, TH.: Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz, *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 5, 58–76, 1930. 9, 10, 11, 104
- [229] MISES, R. VON: Some remarks on the laws of turbulent motion in tubes, in: *Th. von Kármán, Anniversary Volume*, 317–327, Pasadena, 1941, CalTech Press. 11
- [230] VUKOSLAVČEVIC, P., J. M. WALLACE & J.-L. BALINT: Viscous drag reduction using streamwise aligned riblets, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, 30, 1119–1122, 1992. 126

- [231] WALKER, D. T. & W. G. TIEDERMAN: Turbulent structure and mass transport in a channel flow with polymer injection at the wall, *Journal of Fluid Mechanics*, **218**, 377–403, 1990. [127](#)
- [232] WALLACE, J. M., H. ECKELMANN & R. S. BRODKEY: The wall region in turbulent shear flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **54**, 39–48, 1972. [81](#), [82](#)
- [233] WALSH, M. J.: Drag characteristics of V-groove and transverse curvature riblets, in: G. R. HOUGH (Hrsg.), *Progress in Aeronautics and Astronautics*, Band 72 von *Viscous Flow Drag Reduction*, 168–188, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 1980. [126](#)
- [234] WALSH, M. J.: Riblets, in: D. M. BUSHNELL & J. N. HEFNER (Hrsg.), *Viscous Drag Reduction in Boundary Layers*, Band 123 von *Progress in Aeronautics and Astronautics*, 203–261, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1990. [1](#), [5](#), [23](#), [24](#)
- [235] WEINER, I., M. RUST & T. D. DONNELLY: Particle size determination: An undergraduate lab in Mie scattering, *American Journal of Physics*, **69** (2), 129–136, Januar 2001. [189](#)
- [236] WEISS, M. H.: *Drag reduction with riblets in a pipe flow*, Dissertation, University of Calgary, Department of Mechanical Engineering, Canada, 1993. [120](#)
- [237] WESTERWEEL, J.: *Digital Particle Image Velocimetry – Theory and Application*, Dissertation, Delft University of Technology, The Netherlands, 1993. [89](#)
- [238] WESTERWEEL, J.: Fundamentals of digital particle image velocimetry, *Measurement Science and Technology*, **8**, 1379–1392, August 1997. [89](#)
- [239] WHITE, F. M.: *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, McGraw-Hill, Inc., 2. Ausgabe, 1991. [33](#), [36](#), [42](#), [120](#)
- [240] WILCOX, D. C.: Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models, *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, **26** (11), 1299–1310, 1988. [153](#)
- [241] WISCOMBE, W. J.: Improved Mie scattering algorithms, *Applied Optics*, **19** (9), 1505–1509, Mai 1980. [189](#)
- [242] WU, S. & N. RAJARATNAM: A simple method for measuring shear stress on rough boundaries, *Journal of Hydraulic Research*, **38** (5), 399–400, 2000. [66](#)
- [243] YAGLOM, A. M.: Similarity laws for constant-pressure and pressure-gradient turbulent wall flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **11**, 505–540, 1979. [14](#)
- [244] ZAGAROLA, M. V. & A. J. SMITS: Scaling of the Mean Velocity Profile for Turbulent Pipe Flow, *Physical Review Letters*, **78** (2), 239–242, Januar 1997. [16](#), [17](#), [105](#), [106](#), [119](#), [124](#), [132](#)
- [245] ZAGAROLA, M. V. & A. J. SMITS: Mean-flow scaling of turbulent pipe flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **373**, 33–79, Oktober 1998. [16](#), [105](#), [106](#), [119](#), [124](#), [132](#)

- [246] ZAGAROLA, M. V., D. R. WILLIAMS & A. J. SMITS: Calibration of the Preston Probe for high Reynolds number flows, *Measurement Science and Technology*, **12**, 495–501, 2001. [61](#)
- [247] ZHANG, Z.: *Einfluß des Astigmatismus auf Laser Doppler Messungen*, Bericht Nr. STT. TB95.022, Sulzer Innotec, Winterthur, Schweiz, 1995. [166](#)
- [248] ZHANG, Z. & K. EISELE: Off-axis alignment of an LDA-probe and the effect of astigmatism on the measurements, *Experiments in Fluids*, **19**, 89–94, 1995. [74](#), [166](#)
- [249] ZHANG, Z. & K. EISELE: The effect of astigmatism due to beam refractions in the formation of the measurement volume in LDA measurements, *Experiments in Fluids*, **20**, 466–471, 1996. [166](#)
- [250] ZHANG, Z. & K. EISELE: Further considerations of the astigmatism error associated with off-axis alignment of an LDA-probe, *Experiments in Fluids*, **24**, 83–89, 1998. [74](#), [166](#)

A SST-Turbulenzmodell

Turbulenzmodelle werden allgemein dazu verwendet, den physikalischen Effekt der Turbulenz in einer Strömung vorherzubestimmen, ohne sämtliche Skalen, bis hin zu den kleinsten turbulenten Schwankungen, vollständig aufzulösen. Entsprechend ihren Schließungsansätzen kann eine Klassifizierung in Wirbelzähigkeits- und REYNOLDS-Spannungs-Modelle vorgenommen werden. Bei Ersteren haben sich in der ingenieurtechnischen Anwendung neben einfachen Null- und Eingleichungsmodellen hauptsächlich sogenannte Zweigleichungsmodelle etabliert, welche zusätzlich zur Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie k eine weitere Differentialgleichung für die turbulente Dissipation ε beinhalten und so separate Gleichungen für die Bestimmung der Geschwindigkeits- und Längenskalen zur Verfügung stellen. Eine Variante dieses k - ε -Modells ist das k - ω -Modell, welches im Wesentlichen auf die Arbeiten von WILCOX [240] zurückzuführen ist. Anstelle der Transportgleichung für die turbulente kinetische Dissipation wird hier eine Transportgleichung für die spezifische Dissipation $\omega = \varepsilon/k$ gelöst, sowie die Wirbelzähigkeit mit dem Ansatz $\nu_t = k/\omega$ berechnet.

Aufgrund der trotz Einfachheit und numerischen Stabilität des Algorithmus hohen Genauigkeit in der Berechnung der mittleren Größen, insbesondere im *sublayer*- und logarithmischen Bereich der Grenzschicht, wählte MENTER [137] das k - ω -Modell als Basis für sein **Shear-Stress-Transport-Modell** (SST-Modell). Ziel hierbei war, diese Vorteile im wandnahen Bereich mit der Widerstandsfähigkeit des k - ε -Modells gegenüber Störeinflüssen in der freien Strömung zu kombinieren. Dazu wurde zunächst ein Baseline (BSL) k - ω -Modell entwickelt, indem das ursprüngliche k - ε -Modell in ein k - ω -Modell transformiert und mit dem Modell nach WILCOX kombiniert wurde. Dies geschah in der Form, dass das WILCOX-Modell mit einer Übergangsfunktion F_1 und das transformierte k - ε -Modell mit $(1 - F_1)$ multipliziert wurde. Die Funktion F_1 nimmt nahe der Wand den Wert Eins und am Außenrand der Grenzschicht Null an, so dass dort und in der freien Strömung das k - ε -Modell zum Tragen kommt. Der Übergang findet dabei im Nachlaufbereich der Grenzschicht statt.

Insofern lautet die Formulierung des SST-Modells

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tilde{\mathcal{P}}\rho - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (\text{A.1})$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \langle u_j \rangle \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\gamma \rho}{\nu_t} \mathcal{P} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \quad (\text{A.2})$$

Dabei werden alle nicht indizierten Konstanten ϕ unter Verwendung von zwei Sätzen an bekannten Konstanten ϕ_1 und ϕ_2 linear überlagert,

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2. \quad (\text{A.3})$$

Die Konstanten ϕ_1 sind die des SST-Turbulenzmodells [137],

$$\sigma_{k1} = 0,85, \quad \sigma_{\omega 1} = 0,50, \quad \beta_1 = 0,0750 \quad \text{und} \quad \gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} = 0,5532. \quad (\text{A.4})$$

Der zweite Satz ϕ_2 enthält die Größen aus dem Standard- k - ε -Modell [125],

$$\sigma_{k2} = 1,0, \quad \sigma_{\omega2} = 0,856, \quad \beta_2 = 0,0828 \quad \text{und} \quad \gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega2}\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} = 0,4404. \quad (\text{A.5})$$

Die Konstante $\beta^* = 0,09$ sowie die VON KÁRMÁN-Konstante $\kappa = 0,41$ sind in beiden Modellen gleich.

Wählt man für den Satz ϕ_1 die Konstanten aus dem k - ω -Modell nach WILCOX, so erhält man das BSL- k - ω -Modell.

Zur Berechnung der Übergangsfunktion F_1 nach Gleichung (A.6) wird der Quotient aus dem turbulenten Längenmaß und dem Wandabstand y herangezogen (erster Term in arg_1), welcher im logarithmischen Grenzschichtbereich den Wert 2.5 annimmt und auf Null zum Grenzschichttrand hin abklingt. Das zweite Argument gewährleistet das zur Wand hin geforderte Verhalten von F_1 . $CD_{k\omega}$ ist der positive Anteil aus dem Cross-Diffusion-Term aus Gleichung (A.2).

$$F_1 = \tanh(arg_1^4) \quad \text{mit} \quad arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right] \quad (\text{A.6})$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 1,0 \times 10^{-10} \right)$$

Die oben genannten Unzulänglichkeiten sowohl des Standard- k - ε -, als auch des k - ω -Modells liegen darin begründet, dass der Transport turbulenter Schubspannung nicht mit berücksichtigt wird, was letztendlich in einer Überbestimmung der Wirbelzähigkeit ν_t resultiert. Insofern wurde hier ein zusätzlicher Limiter eingeführt,

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1\omega, \mathcal{S}F_2)}. \quad (\text{A.7})$$

Die Funktion F_2 nach Gleichung (A.8) führt wieder analog zu F_1 einen geeigneten Übergang von der Grenzschicht zur freien Strömung her. Dabei wurde der Konstante a_1 der Wert 0.31 zugewiesen. Die Limitierung der Wirbelzähigkeit wird durch die charakteristische mittlere Scherrate $\mathcal{S} = \sqrt{2 \langle S_{ij} \rangle \langle S_{ij} \rangle}$ bestimmt.

$$F_2 = \tanh(arg_2^2) \quad \text{mit} \quad arg_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right) \quad (\text{A.8})$$

B Ergänzende Informationen zur Messtechnik

Druckmesstechnik

Belegung des mechanischen Messstellenumschalters

An den SCANIVALVE-Messstellenumschalter mit seinen 48 Eingängen waren sämtliche Druckmessstellen im System Wasserumlaufkanal angeschlossen. Die in [Tabelle B.1](#) aufgelistete Belegung des Umschalters mit der zu dessen Ansteuerung über die Messkarte (vgl. [Abschnitt 3.1.1](#)) notwendigen Indizierung hat folgende Bedeutung:

- P_1 bzw. P_2 : Gesamt- bzw. statischer Druck am PRESTON-Rohr¹
- G_1 bis G_3 : Druckmessstellen an der Gegenkontur (vgl. [Abschnitt 3.1.3](#))
- M_1 bis M_{17} : Druckmessstellen an der Gegenkontur (vgl. [Abschnitt 3.1.2](#) bzw. [Abschnitt 3.1.3](#))

Nr.	Typ	Nr.	Typ	Nr.	Typ	Nr.	Typ	Nr.	Typ	Nr.	Typ
1	P_1	9	M_4	17	M_{12}	25	P_1	33	M_4	41	M_{12}
2	P_2	10	M_5	18	M_{13}	26	P_2	34	M_5	42	M_{13}
3	G_1	11	M_6	19	M_{14}	27	G_1	35	M_6	43	M_{14}
4	G_2	12	M_7	20	M_{15}	28	G_2	36	M_7	44	M_{15}
5	G_3	13	M_8	21	M_{16}	29	G_3	37	M_8	45	M_{16}
6	M_1	14	M_9	22	M_{17}	30	M_1	38	M_9	46	M_{17}
7	M_2	15	M_{10}	23	P_1	31	M_2	39	M_{10}	47	P_1
8	M_3	16	M_{11}	24	P_2	32	M_3	40	M_{11}	48	P_2

Tabelle B.1: Belegung des mechanischen 48-fach Messstellenumschalters SCANIVALVE 48J7-2144. Die Messstelle Nr. 48 hat den Index 0, dies entspricht der *home*-Stellung. Bei allen anderen Messstellen entspricht der Index der laufenden Nummer.

¹ Zur Messwert-Validierung konnten diese beiden Messstellen auch direkt an den KELLER-Drucktransmitter angeschlossen werden.

Kennlinie des piezoresistiven Drucktransmitters

Der in Bezug auf seine Sensitivität und Signalstabilität ausgezeichnete Absolutdruckaufnehmer der Firma KELLER Druckmesstechnik (Typ PAA-23/8465.1-1.5), der einen Druckbereich zwischen 0 bar und 1,5 bar linear in eine Spannung zwischen 0 V und 1,5 V transferiert, wurde vor Aufnahme der Messreihen einer Kalibrierung unterzogen. Dazu wurden, ausgehend von $h = 0$ auf Höhe der Membran des Transmitters, unterschiedlich hohe Wassersäulen aufgeprägt und damit, unter Berücksichtigung des lokalen atmosphärischen Umgebungsdruckes, die aus diesem Absolutdruck p_{abs} resultierende Transmitter-Spannung U_T ermittelt.

Das Ergebnis aus dieser Kalibrierung ist in [Abbildung B.1](#) aufgetragen. Ermittelt man eine Geradenfunktion nach dem Ausgleichskriterium der minimalen Fehlerquadrate, so findet man mit einer Standardabweichung von $6,54 \times 10^{-4} \text{V}$ die Übertragungsfunktion des Druckaufnehmers (mit Berücksichtigung der gesamten Messkette) zu:

$$U_T = 6,675 \times 10^{-5} \frac{\text{V}}{\text{Pa}} p_{abs} + 7,480 \times 10^{-2} \text{V} \quad (\text{B.1})$$

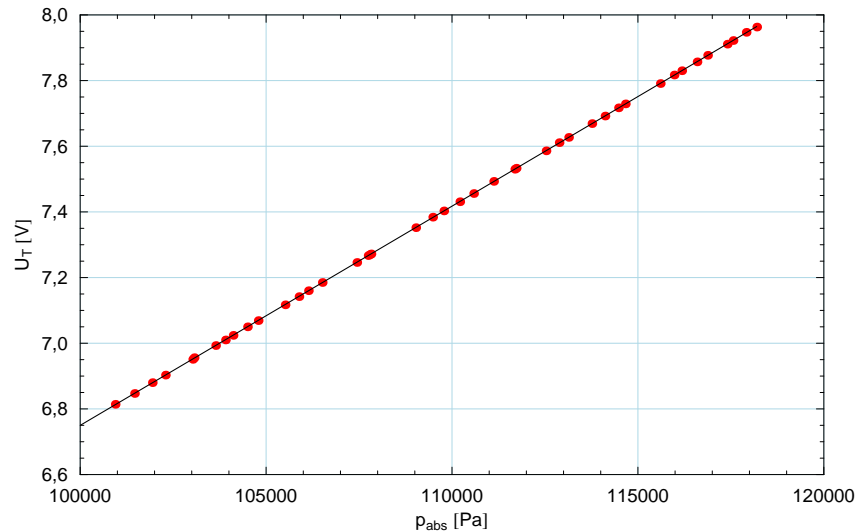


Abbildung B.1: Kennlinie des piezoresistiven Drucktransmitters KELLER Typ PAA-23/8465.1-1.5 mit Messwerten der Kalibrierung.

LDA

Eingestellte Parameter des LDA-Systems

Konfiguration		A	B_0, B_1 und B_2
<i>Range/ Gain</i>			
Range-Center	[m/s]	0	0,322
Range-Span	[m/s]	2,57/ 2,71	2,58
Record Length		64	64
High Voltage	[V]	1512/ 1552	1512
Signal Gain	[dB]	30/ 22	30
Calibration	$[\frac{m/s}{MHz}]$	5,14/ 5,42	2,58
<i>Time/ Triggering</i>			
Clock Source		Master/ Slave	Private
Coincidence Mode		Master	Private
Arrival Time Clock		Internal	Internal
<i>Data Collection/ Buffering</i>			
Data Collection Mode		Burst	Continuous
Output Buffer Mode		FIFO	FIFO
Number of Bursts	[–]	100000	100000
Measurement Interval	[s]	420	180
Validation		On	On
Validation Level		0	0
Dead Time	[ms]	0	0
Duty Cycle	[%]	0	100
<i>Advanced Options</i>			
Frequency Shift		On (40 MHz)	On (40 MHz)
Manual Shift	[MHz]	0	0
Quality Factor	[%]	0	40
Oversize Reject Level	[–]	1	1
Anode Current Limit	[mA]	3,2	3,2
Burst Detection Mode		Both	Both
Pedestal Attenuation	[dB]	0	6
<i>Output Property</i>			
Record Interval	[ms]	85,333/ 85,349	42,667

Tabelle B.2: Parameter für den Set-up von 1C- und 2C-LDA-Messungen mit dem DANTEC-System.

PIV

Lichtquelle

Wellenlänge λ_b	514,5 nm bis 454,5 nm
Durchschnittliche Leistung im TEM ₀₀ -Mode ²	10,0 W
Strahldurchmesser d_b ($\lambda_b = 514.5nm$) bei $1/e^2$	1,5 mm
Durchmesser $d_b = f(\lambda_b)$	$2,1 m^{0,5} \sqrt{\lambda_b}$
Strahldivergenz Θ_b ($\lambda_b = 514.5nm$)	0,5 mrad
Divergenz $\Theta_b = f(\lambda_b)$	$0,7 m^{-0,5} \sqrt{\lambda_b}$
Polarisationsebene	horizontal $\pm 5^\circ$
Leistungsstabilisierung (Stromstabilisierung)	$\pm 3,0\%$ über 1 Stunde
Leistungsstabilisierung (Lichtregelung)	$\pm 0,5\%$ über 0,5 Stunden
Einsatztemperatur	10°C bis 35°C
Kühlwasserbedarf	12l/min, 0,2 bar, max. 20°C
Elektrischer Anschluss	380 V, 63 A, 50 – 60 Hz

Tabelle B.3: Technische Daten des Ar⁺-Lasers Typ ILA 190 von CARL ZEISS JENA

Lichtschnittoptik

Linse	f [mm]	\varnothing [mm]	Material	Art.-Nr.
bi-konvex, symmetrisch	100	21,4	N-BK7	06 3321
Achromat	10	6	SSK51/SF56A/F4	06 3120
zylindrisch	10	18	N-BK7	31 8302
plan-konvex	80	22,4	N-BK7	06 3046

Tabelle B.4: Linsensystem zur Erzeugung des Laser-Lichtschnittes für PIV-Messungen am Wassenumlaufkanal des ISM, basierend auf dem LINOS Microbench-System

² Abkürzung für *Transverse Electric Mode*, Indizierung: Mode in x - und y -Richtung

C Kalibrierung der LDA-Sonde

Die *laser DOPPLER anemometry* ist als Messverfahren bekannt, das grundsätzlich *keiner* Kalibrierung bedarf. Die Normalenkomponente des sich durch das Messvolumen bewegendes Partikels relativ zu den Interferenzstreifen $u_{p\perp}$ wird aus dem fundamentalen Zusammenhang der LDA bestimmt,

$$u_{p\perp} = \frac{\Delta x_F}{T} = f_D \Delta x_F . \quad (\text{C.1})$$

Dabei ist T die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Pulsen bzw. f_D die DOPPLER-Frequenz. Üblicherweise wird der Abstand der Interferenzstreifen bzw. Kalibrierfaktor für die Geschwindigkeitsermittlung Δx_F aus der Wellenlänge der Laserlichtstrahlen λ_b und dem Schnittwinkel der beiden Strahlen Θ berechnet und deshalb im weiteren Verlauf als nominelle Größe (Index *nom*) gekennzeichnet,

$$\Delta x_{F,\text{nom}} = \frac{\lambda_b}{2 \sin \frac{\Theta}{2}} . \quad (\text{C.2})$$

Ist die Lichtintensitätsverteilung im Bereich des Messvolumens bekannt (siehe unten), kann der Interferenzstreifenabstand Δx_F auch aus der Phase φ_r des am Empfänger (*receiver*) des LDA-Systems empfangenen Partikel-Streulichtes berechnet werden (vgl. ALBRECHT *et al.* [3]),

$$\Delta x_{F,I} = 2\pi \left(\frac{d\varphi_r}{dx_p} \right)^{-1} . \quad (\text{C.3})$$

Auf diese Größen kann bei kommerziellen, seitens des Herstellers vorjustierten Sonden in Verbindung mit Glasfaserkabeln kein Einfluss genommen werden, weshalb zunächst *keine* Kalibrierung notwendig erscheint. Jedoch resultieren aus Toleranzen im Laser, den Lichtwellenleitern und Linsen sowie deren Justierung geringfügige Abweichungen vom nominellen Streifenabstand. Dies führt zu systematischen Fehlern bei der Geschwindigkeitsmessung. Durch eine Kalibrierung des systembedingten tatsächlich vorhandenen Interferenzstreifenabstandes kann dem jedoch begegnet werden.

Dazu notwendig ist ein Partikel zur Streuung des Laserlichts mit bekannter Geschwindigkeit. Der kalibrierte Streifenabstand $\Delta x_{F,\text{cal}}$ lässt sich dann aus dieser Referenzgeschwindigkeit u_{ref} und der DOPPLER-Frequenz des Teilchens berechnen,

$$\Delta x_{F,\text{cal}} = \frac{u_{\text{ref}}}{f_D} . \quad (\text{C.4})$$

Aufgrund der linearen Übertragungscharakteristik eines Laser DOPPLER Anemometers ist es ausreichend, die Kalibrierung für einen Geschwindigkeitsbetrag u_{ref} durchzuführen.

Versuchsaufbau

Das „Partikel“ mit konstanter und bekannter Geschwindigkeit wird durch einen sehr dünnen Draht ($\varnothing 5 \mu\text{m}$), angebracht am äußeren Rand einer drehzahlstabilen Computer-Festplatte,

realisiert und dessen Geschwindigkeit mit dem LDA gemessen (**Abbildung C.1**). Beide Komponenten sind auf einer optischen Bank montiert, was eine exakte Ausrichtung erlaubt und die Entkopplung von externen Schwingungen ermöglicht. Die Festplatte ist zusätzlich auf einen Mikroschraubstock mit manueller Betätigung geschraubt, so dass eine lineare Traversierung des Drahtes in Längsrichtung des Messvolumens möglich ist.

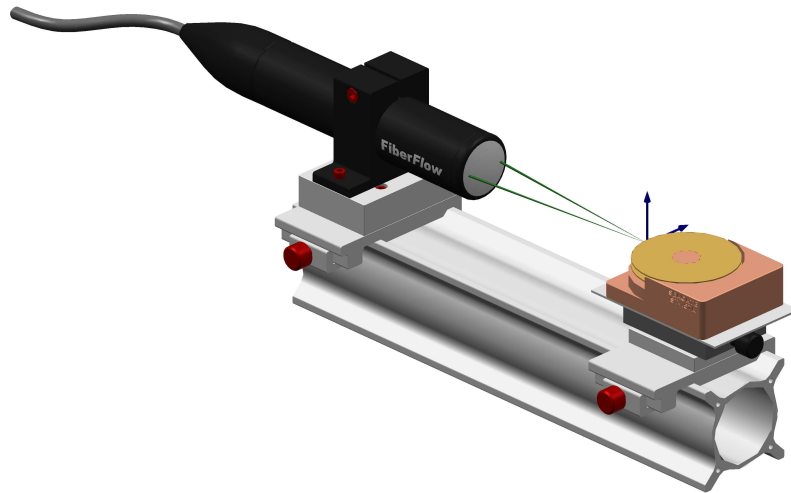


Abbildung C.1: LDA-Sonde und Festplatte auf optischer Bank zur Bestimmung des Kalibrierfaktors

Die verwendete Festplatte der Firma SEAGATE (Model ST-157A) hat im Abstand von 5 mm zwei mechanisch gekoppelte Scheiben mit Durchmesser 95,06 mm. Entsprechend der Spezifikation des Herstellers beträgt deren nominelle Drehzahl $n = 3600 \text{ min}^{-1}$.

Vernachlässigt man die Bewegung des Drahtes auf einer Kreisbahn durch das Messvolumen und geht in erster Näherung von einer linearen Translation eines idealisierten Zylinders mit Radius $r \rightarrow 0$ aus, kann die Referenzgeschwindigkeit aus der Umfangskomponente des Geschwindigkeitsvektors am Ort des Drahtenzentrums berechnet werden.

Die exakte Drehzahl der Scheiben wurde mit einem Triggersensor und Oszilloskop zu $n = 59,880 \text{ s}^{-1}$ bestimmt. In Verbindung mit dem Radius von der Drehachse der Festplatte bis zur Symmetrieachse des Drahtes von 47,533 mm beträgt die Referenzgeschwindigkeit für die Kalibrierung der LDA-Sonde $u_{\text{ref}} = 17,884 \text{ m/s}$.

Die Kalibrierung wird für das blaue Strahlenpaar mit einer Wellenlänge von $\lambda_b = 488 \text{ nm}$ durchgeführt. Die DANTEC-Sonde 60X63 war mit einer Linse Brennweite $f_L = 200 \text{ mm}$ ausgestattet.

Messergebnisse und Auswertung

Im Rahmen der Messwerterfassung wurden zunächst fünf verschiedene Winkellagen vermessen, um iterativ eine möglichst parallele Ausrichtung der Interferenzstreifenebene zur Drahtachse zu finden. Erst dann wurde die Kalibrierung für eine Anzahl von 33 Sektoren in Längsrichtung des Messvolumens mit einer Auflösung von $\Delta z = 0,02 \text{ mm}$ durchgeführt. Aus den jeweils $n = 10000$ aufgenommenen Messwerten der DOPPLER-Frequenz wurde der arithmetische Mittelwert sowie die Standardabweichung errechnet.

In [Abbildung C.2](#) sind die Mittelwerte des Interferenzstreifenabstandes Δx für jeden Messpunkt, berechnet mit [Gleichung \(C.4\)](#) und $u_{\text{ref}} = 17,884 \text{ m/s}$, dargestellt. Das Zentrum des näherungsweise elliptischen Messvolumens befindet sich bei $z = 0$. Dieser Ort wurde aus der Extremwertlage der detektierten Datenrate ermittelt.

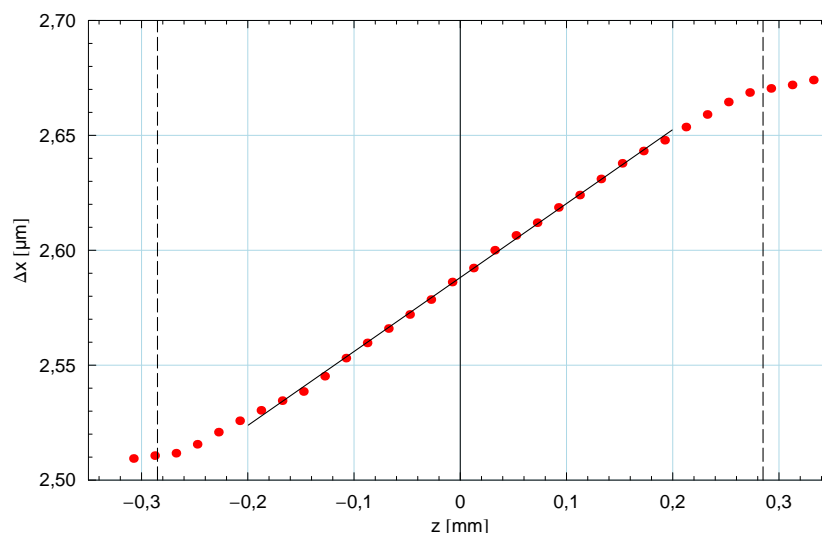


Abbildung C.2: Messwerte des Interferenzstreifenabstandes in Längsrichtung des Messvolumens zur Bestimmung des Kalibrierfaktors für $\lambda_b = 488 \text{ nm}$ und $f = 200 \text{ mm}$. Senkrechte gestrichelte Linien zeigen die Berandung des nominellen Messvolumens mit einer Gesamtausdehnung von $z_{\text{MV}} = 57 \text{ μm}$.

Die Messung zeigt, dass die aus der Überlagerung der Wellenfronten beider Laserstrahlen resultierenden Interferenzstreifen nicht parallel verlaufen, sondern divergieren. Somit ist hier eine grundlegende Annahme der LDA, ein konstanter Abstand längs des gesamten Messvolumens, nicht erfüllt. Da bei LDA-Messungen nicht festgestellt werden kann, wo sich das Partikel im Messvolumen bei Streuung des Lichtes befindet, muss Konsequenz hieraus sein, dass unter Vorgabe des Kalibrierfaktors lediglich am Ort dessen eindeutiger Gültigkeit die Geschwindigkeit aus der DOPPLER-Frequenz korrekt bestimmt werden kann. Es liegt nahe, im Zentrum des Messvolumens diesen Ort zu wählen. Zu den Rändern des Messvolumens hin wird die Geschwindigkeit unter- bzw. überbestimmt.

Ursache für diese optische Unzulänglichkeit, welche zu einem zufälligen Fehler bei der Messung führt, ist einerseits die starke Fokussierung der Strahlen von $2,2 \text{ mm}$ an der Linse auf $0,6 \text{ mm}$ im Messvolumen, resultierend in einer starken Krümmung der Wellenfronten. Der Effekt kann weiterhin darauf zurückgeführt werden, dass sich die beiden Laserstrahlen nicht exakt in ihrem engsten Querschnitt schneiden. Dies ist zur Verdeutlichung in [Abbildung C.3](#) dargestellt. In Teilbild (a) ist das Messvolumen bei exakter Ausrichtung der Strahlen und damit absolut parallelen Interferenzstreifen gezeigt, während in [Bild C.3\(b\)](#) eine deutliche Divergenz in Strahlrichtung zu erkennen ist.¹ Bei kommerziellen LDA-Sonden kann dieser Problematik von Seiten des Anwenders nicht begegnet werden.

¹ Bei den Abbildungen handelt es sich um Intensitätsdichteverteilungen, die, basierend auf der Theorie über die Lichtstreuung sehr kleiner Partikel in Anlehnung an die Ausführungen von ALBRECHT *et al.* [3] und MILES [139], in einem eigenen MATHEMATICA®-Notebook berechnet wurden. Dabei können individuell Strahlparameter, deren Geometrie sowie mögliche Delokalisierungen gewählt und damit die „Berandung“ des Messvolumens bzw. die resultierende Anzahl und Ausrichtung der Interferenzstreifen berechnet werden.

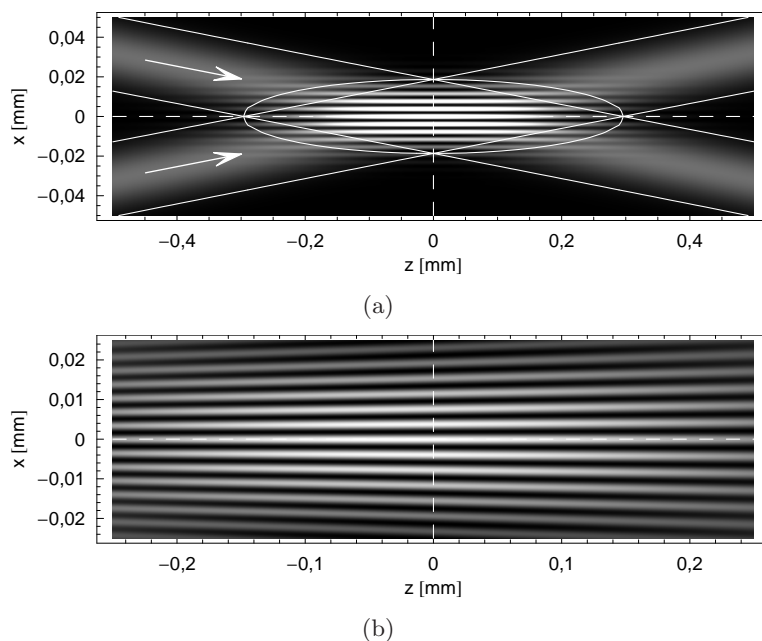


Abbildung C.3: Lichtintensitätsverteilungen im Bereich des Messvolumens mit Interferenzstreifenmuster im Falle exakter optischer Justierung (Bild a) und Delokalisierung der Strahltaillen (Bild b), Taillen jeweils um 3 mm in Strahlrichtung verschoben als Detailansicht. Die weißen Linien kennzeichnen die e^{-2} -Intensitätsgrenzen der Laserstrahlen bzw. als Ellipsoid die des nominellen Messvolumens.

Parameter: $\lambda_b = 488 \text{ nm}$, $\Theta = 7,25^\circ$, Strahltaillendurchmesser $d_w = 37,3 \mu\text{m}$, Anzahl Interferenzstreifen $N_0 = 9,7$

Führt man eine Interpolation der Messdaten im Kern des Messvolumens durch (70 % von z_{MV} , in [Abbildung C.2](#) als Gerade dargestellt), so kann bei einem linearem Bestimmtheitsmaß von 99,9 % der gesuchte Kalibrierfaktor bei $z = 0$ (für Linsenfokallänge $f_L = 200 \text{ mm}$ und $\lambda_b = 488 \text{ nm}$) zu

$$\Delta x_{F,cal} = 2,58827 \mu\text{m}$$

gefunden werden. Der Vergleich mit dem nominellen Interferenzstreifenabstand dieser Konfiguration von $\Delta x_{F,nom} = 2,57999 \mu\text{m}$ zeigt sehr gute Übereinstimmung.

Werden Geschwindigkeiten von Partikeln im Randbereich des Messvolumens detektiert, so sind diese zurückführend auf die divergierenden Interferenzstreifen maximal mit einem relativen Fehler von 2,48 % behaftet.

Fehlerbetrachtung

Der Fehler des hier bestimmten Kalibrierfaktors hat vorrangig seine Ursache in der Unsicherheit der Referenzgeschwindigkeit sowie im statistischen Fehler bei der Messwertaufnahme der DOPPLER-Frequenz. Schätzt man die Einzelfehler bei der Messung des Scheibendurchmessers und des Drahtdurchmessers zu $\Delta d_{Scheibe} = 0,01 \text{ mm}$ und $\Delta d_{Draht} = 0,1 \mu\text{m}$ bzw. der Umlaufzeit $\Delta T = 0,005 \mu\text{s}$, so lässt sich nach der Methode der kleinsten Quadrate der mittlere relative Fehler von u_{ref} zu 0,030 % bestimmen.

Die $n = 10000$ aufgenommenen Werte der DOPPLER-Frequenz an jedem Ort innerhalb des Messvolumens können jeweils als konkrete Stichprobe einer normalverteilten Grundgesamtheit angesehen werden. Insofern lässt sich aus der daraus errechneten Standardabweichung unter Vorgabe einer Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 1\%$ der Fehler des Mittelwertes von f_D errechnen und anschließend der gesuchte Fehler des Kalibrierfaktors bei Berechnung des Funktionswertes nach **Gleichung (C.4)** bestimmen. Demnach beträgt der mittlere relative Fehler von $\Delta x_{F,cal}$ lediglich $0,032\%$.

D Strahlgangberechnung mittels eines finiten Ray-Tracing Verfahrens

Geometrical Optics is either very simple, or else it is very complicated.

RICHARD P. FEYNMAN, in:
The Feynman Lectures on Physics,
Addison Wesley, 1963.

Bei internen Messungen mit einem Laser DOPPLER Anemometer, insbesondere bei erschwerter Zugänglichkeit durch eine komplexe Versuchstandsgeometrie oder bei optischen Einschränkungen durch unterschiedliche Medien im System, hat sich der Experimentator zwangsläufig drei Fragen zu stellen:

- Wie ist die LDA-Sonde relativ zu einem bekannten Ort des Messvolumens innerhalb der Messstrecke zu traversieren, um an den gewünschten Ort der Messung zu gelangen?
- Überschneiden sich bei einem 1C-LDA die Querschnitte der korrespondierenden Strahlen, so dass ein Messvolumen entstehen kann bzw. bei einer 2C-Konfiguration, kommt es zu einer Überlagerung der beiden Messvolumina, was eine koinzidente Messung beider Geschwindigkeitskomponenten ermöglicht?
- Wie groß ist der Abstand und welche räumliche Orientierung haben die sich in den Messvolumina ausbildenden Interferenzstreifen, also, wie groß ist der Betrag des gemessenen Geschwindigkeitsvektors und welche Richtung hat dieser?

Zur Beantwortung dieser Fragen im Rahmen der Vorauslegung des Systems sowie zur Realisierung minimal fehlerbehafteter Messungen, sind die Mittel der geometrischen Optik heran zu ziehen. Dabei ausschließlich als bekannt anzusehen sind die geometrischen Eigenschaften der Sonde, somit die Strahleigenschaften an deren Ursprung, sowie die Prüfstandskonfiguration. Dies beinhaltet im Wesentlichen die geometrischen Abmessungen der Anlage und Brechungsindizes der Medien im gesamten Strahlengang des LDA-Systems.

Die Aufgabe besteht nun zunächst darin, mit diesen Informationen, unter Berücksichtigung der Brechungsverhältnisse an der Ein- und Austrittsfläche der die Messstrecke berandenden Scheibe, den Weg der Laserstrahlen von der Sonde ausgehend zu berechnen.¹

¹ Die theoretischen Grundlagen zur geometrischen Optik als Basis für die Ausführungen in den folgenden Abschnitten sind im Wesentlichen in [163], [61] und [146] enthalten. Diese wurden für die Belange der LDA, insbesondere für das vorliegende Problem, entsprechend angepasst.

Vorbemerkungen und orthogonaler Fall

Das Laserlicht kann als Teil des Spektrums elektromagnetischer Strahlung angesehen werden, weshalb sich Phänomene wie Brechung, Streuung, Dispersion oder Polarisation mittels eines wellentheoretischen Ansatzes beschreiben lassen. Dabei sind folgende Annahmen der geometrischen Optik von grundlegender Bedeutung. Lichtstrahlen stehen senkrecht auf ihren Wellenfronten und sind in optisch homogenen Medien Geraden. Das Superpositionsprinzip besagt dabei, dass sich durchdringende Strahlenbündel nicht gegenseitig beeinflussen. In Anlehnung an das FERMATSche Prinzip wählt das Licht immer den kürzesten optischen Weg, außerdem ist jeder Weg umkehrbar.

Betrachtet man nun eine (handelsübliche) LDA-Sonde für zweidimensionale Messungen, so treten die einzelnen Laserstrahlen an der Linse mit der Brennweite f_L auf dem Durchmesser d_L aus. Diese schneiden sich, sofern kein Hindernis innerhalb der Brennweite auftritt, idealerweise auf der optischen Achse der Sonde. So entsteht am Ort MV mit den Koordinaten (x_{MV}, y_{MV}, z_{MV}) des laborfesten Koordinatensystems mit den Achsen x , y und z ein Messvolumen. Dabei wird mit dem zu einer Wellenlänge gehörende Strahlenpaar AB bzw. CD die Komponente u des Geschwindigkeitsvektors in x -Richtung bzw. v in y -Richtung gemessen.

Befindet sich im Strahlengang ein optisches Hindernis, wie z. B. die Messstreckenberandung, und trifft der Strahl nicht orthogonal auf die Grenzfläche zu einem anderen Medium auf, so ändert sich die Ausbreitungsrichtung der Welle. Entsprechend dem SNELLIUSSchen Brechungsgesetz² gilt dann

$$n' \sin i' = n \sin i . \quad (\text{D.1})$$

Dabei ist i der Winkel zwischen der Flächennormalen und dem auftreffenden Strahl im Medium mit dem Brechungsindex n und i' bzw. n' die entsprechenden Größen im der Grenzfläche sich anschließenden Medium.

Wurde die Sonde mit ihrer optischen Achse rechtwinklig zur Grenzfläche ausgerichtet, so treffen alle vier Strahlen unter dem Winkel $\Theta/2 = \arctan \frac{d_L}{2f_L}$ gegenüber der Normalen auf. Aufgrund gleicher Brechungsverhältnisse bleibt der gemeinsame Schnittpunkt bei MV auf der optischen Achse erhalten. Es tritt jedoch eine Verschiebung ΔS , **Gleichung (D.2)**, in Richtung der z -Achse des Messvolumens zwischen dessen virtuellen Ort ohne Grenzflächendurchgänge MV' und dem tatsächlichen auf. Für eine Verschiebung des Messvolumens um Δz_{MV} nach zwei Grenzflächendurchgängen unterschiedlicher Brechungsindizes, ist die Sonde um Δz_S nach **Gleichung (D.3)** zu traversieren.

$$\Delta S = L_1(1 + K_1) + L_2(1 + K_2) \quad (\text{D.2})$$

$$\text{mit } K_1 = \frac{f_L}{\sqrt{f_L^2 + \left(\frac{d_L}{2}\right)^2}} \frac{n_0}{\left[1 - \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2\right]^{n_1}} \quad \text{und} \quad K_2 = \frac{f_L}{\sqrt{f_L^2 + \left(\frac{d_L}{2}\right)^2}} \frac{n_0}{\left[1 - \left(\frac{n_0}{n_2}\right)^2\right]^{n_2}}$$

$$\Delta z_S = K_2 \Delta z_{MV} \quad (\text{D.3})$$

² Nach SNELLIUS (WILLEBRORD SNELL VAN ROIJEN, 1591-1626), der das Brechungsgesetz erneut entdeckte und damit fälschlicherweise oft als Erstentdecker genannt wird.

Die geometrischen Zusammenhänge dieser einfachen Konstellation im Falle planparalleler Wände sind in **Abbildung D.1** exemplarisch für einen Strahlengang dargestellt.

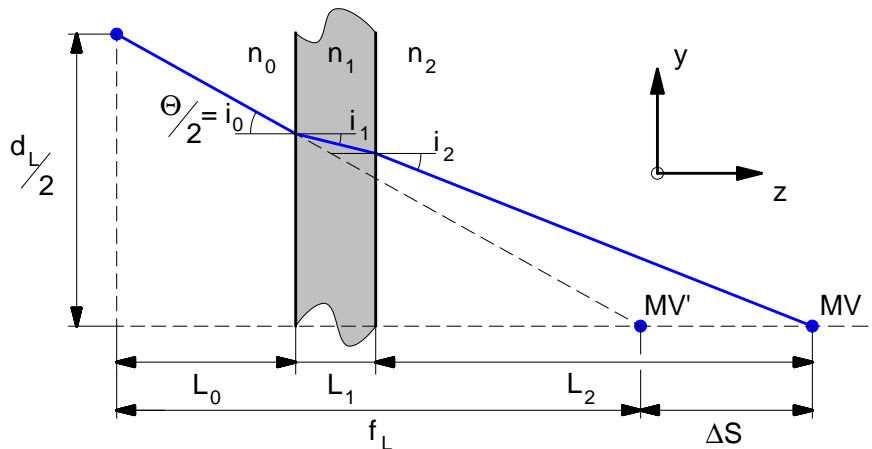


Abbildung D.1: Prinzipskizze eines Strahlengangs bei orthogonaler Ausrichtung der optischen Sondenachse mit Brechung beim Übergang unterschiedlicher Medien an planparallelen Grenzflächen.

Konventionen für den allgemeinen Fall

Für wandnahe Messungen der Geschwindigkeitsverteilung, z. B. über einer ebenen Platte, mit einem 2C-LDA ist es unabdingbar, die Sonde in der Meridian-Ebene³ zumindest um den halben Öffnungswinkel der Laserstrahlenpaare, $\varphi_b = \Theta/2$, anzustellen. Eine zusätzliche Abweichung der optischen Sondenachse in der Sagittal-Ebene⁴ um den Winkel ψ_b von der Normalen am Durchdringungspunkt führt bei internen Messungen, wie es bei einem Wasserkanal der Fall ist, dazu, dass sich die beiden Laserstrahlen eines Paares im ungünstigsten Fall nicht mehr schneiden und somit für beide Ebenen kein Messvolumen entsteht. Dies ist für diesen Fall im unterschiedlichen Brechungsverhalten zweier zusammengehörender Laserstrahlen beim Medienübergang mit voneinander abweichenden Brechungsindizes begründet. Die Abweichung der Sondenachse von der Normalen in der Sagittal-Ebene, ist bei zweidimensionalen Messungen zumeist auf Unzulänglichkeiten im Versuchsaufbau zurückzuführen. Selbst wenn diese minimiert werden, tritt zumindest eine Deformation des Messvolumens mit Verzerrung des Interferenzstreifenmusters, resultierend in einem Anstieg der Messfehler, insbesondere bei den statistischen Größen, auf. Eine umfassende Quantifizierung dieser Fehler unter Berücksichtigung aller Parameter des Versuchsaufbaues wurde von ZHANG [247] sowie ZHANG & EISELE [248], [249], [250] durchgeführt.

Ein weiterer möglicher Grund für eine Anstellung der Sonde um einen Winkel ψ_b wäre, wenn die Geschwindigkeitskomponente quer zur Hauptströmungsrichtung gemessen werden soll. Da hierzu jedoch ein relativ großer Anstellwinkel notwendig ist, der wieder die oben beschriebenen Konsequenzen nach sich zieht, und weitere konstruktive Möglichkeiten zur Korrektur

³ y,z -Ebene - Messebene zur Bestimmung der plattennormalen Geschwindigkeitskomponente bei $\beta = 0^\circ$

⁴ x,z -Ebene - Messebene zur Bestimmung der plattenparallelen Geschwindigkeitskomponente bei $\beta = 0^\circ$

der optischen Fehler⁵ nicht Gegenstand dieser Betrachtung sein sollen, wird nachfolgend von einer orthogonalen Ausrichtung der Sonde in der Sagittal-Ebene ($\psi_b = 0^\circ$) ausgegangen.

Neben der bereits erwähnten Neigung um φ_b , ist eine Drehung der Sonde längs deren optischer Achse um den Winkel β möglich. Dies ist z. B. bei Bestimmung der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente mit einem 1C-LDA mittels mehrerer unabhängiger Messungen notwendig.

Dieser allgemeine Fall ist in **Abbildung D.2** dargestellt. Die LDA-Sonde mit ihrem sondenfesten Koordinatensystem $K^S(x_S, y_S, z_S)$ ist gegenüber dem laborfesten (globalen) $K^G(x, y, z)$ -Koordinatensystem, das idealerweise mit der Prüfstands- bzw. Strömungsgeometrie korreliert, um den Winkel φ_b geneigt und längs der z_S -Achse um den Winkel β gedreht. Der Winkel ψ_b ist gleich null.

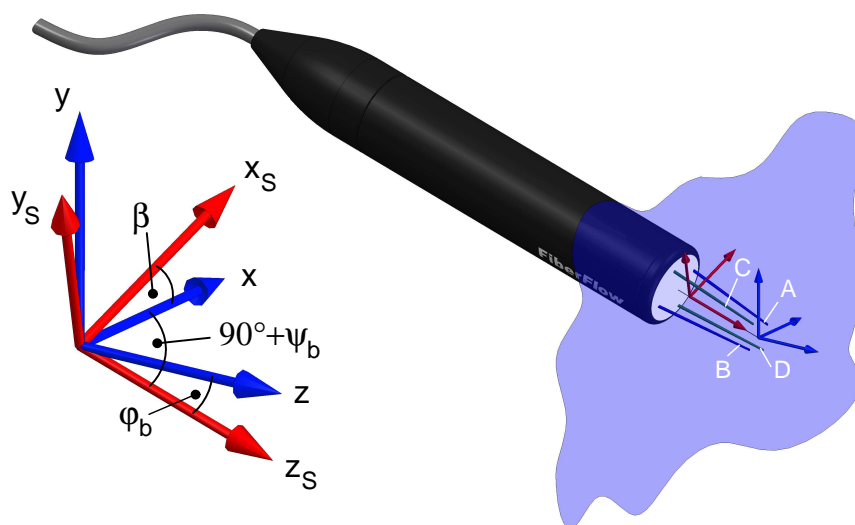


Abbildung D.2: Allgemeiner Fall der Sondenausrichtung im Raum mit Neigung bzw. Drehung der Sonde um den Winkel φ_b bzw. β . Das Koordinatensystem $K^S(x_S, y_S, z_S)$ ist sondenorientiert, das Koordinatensystem $K^G(x, y, z)$ ist raumfest und idealerweise zur Prüfstands- bzw. Strömungsgeometrie ausgerichtet. Die Strahlen A und B bzw. C und D bilden jeweils ein Paar zur Messung einer Geschwindigkeitskomponente.

Für diesen allgemeinen Fall ist festzustellen, dass die Berechnung von Strahlengängen unter Zugrundelegung der Annahmen der paraxialen Optik, bzw. der GAUSSSchen Approximation mit Betrachtung ausschließlich achsnaher Strahlen, in Analogie zur oben beschriebenen Vorgehensweise beim orthogonalen Fall, nur möglich ist, wenn jeweils ausschließlich *eine* Winkellage verändert wurde. Tritt eine Kombination aus Variation mehrerer Raumwinkel auf, kommt es nach einer oder mehrerer Brechungen nicht mehr zum Schnitt der (infinitesimal dünnen) Strahlachse mit der optischen Achse der Sonde. In diesem Fall kann lediglich von einer teilweisen Überschneidung der Strahlquerschnitte endlicher Ausdehnung ausgegangen werden.

⁵ Denkbar sind ferner Messaufbauten mit einer so genannten Brechungsindexanpassung, realisierbar zum Beispiel durch Wahl geeigneter Flüssigkeiten oder zusätzlicher Prismen am Medienübergang. Einige Möglichkeiten und Varianten wurden von ALBRECHT *et al.* [3] zusammengefasst.

Finites Ray-Tracing

Um dennoch die einleitend erwähnten Fragestellungen beantworten zu können, ist ein alternativer Ansatz in Form einer *finiten* Strahlgangberechnung notwendig. Diese besteht im Wesentlichen aus zwei Komponenten. Ist für das optische System die Anzahl der Oberflächen, deren Krümmung und Abstand sowie die Brechungsindizes der einzelnen Medien bekannt, so lässt sich der Strahlengang mittels zweier, für jede Grenzfläche zu wiederholende Schritte verfolgen, der *Brechung* an der Oberfläche und dem *Transfer* zur folgenden Grenzfläche. Die Betrachtung ist idealerweise dreidimensional durchzuführen.

Allgemeine Grundgleichungen

Für die räumliche Herangehensweise ist das Brechungsgesetz, [Gleichung \(D.1\)](#), in vektorieller Form anzuschreiben. Wenn \mathbf{v} und \mathbf{v}' die Einheitsvektoren längs des einfallenden und gebrochenen Strahls sind, und \mathbf{w} der Einheitsvektor längs der Flächennormalen am Durchdringungspunkt ist, lässt sich das SNELLIUSSCHE Brechungsgesetz wie folgt formulieren

$$n'(\mathbf{v}' \times \mathbf{w}) = n(\mathbf{v} \times \mathbf{w}) . \quad (\text{D.4})$$

Nach einigen mathematischen Umformungen mit $\mathbf{w} \cdot \mathbf{v} = \cos i$ und $\mathbf{w} \cdot \mathbf{v}' = \cos i'$ erhält man daraus

$$n'\mathbf{v}' - n\mathbf{v} = \mathbf{w}(n' \cos i' - n \cos i) , \quad (\text{D.5})$$

bzw. in Komponentenschreibweise,

$$\begin{aligned} n'L' - nL &= I(n' \cos i' - n \cos i) , \\ n'M' - nM &= J(n' \cos i' - n \cos i) , \\ n'N' - nN &= K(n' \cos i' - n \cos i) . \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

Dabei sind (L, M, N) , (L', M', N') und (I, J, K) die Richtungskosinus der Vektoren \mathbf{v} , \mathbf{v}' und \mathbf{w} . Somit kann mit Kenntnis der Oberflächenform und Ausrichtung des ursprünglich windschiefen Strahles im Raum dessen Orientierung nach der Brechung eindeutig bestimmt werden.

Dazu notwendig ist noch die Kenntnis über die Winkel $\cos i$ und $\cos i'$. Diese lassen sich aus der bereits erwähnten Beziehung $\mathbf{w} \cdot \mathbf{v} = \cos i$ bzw. [Gleichung \(D.1\)](#) ermitteln,

$$\cos i = IL + JM + KN , \quad (\text{D.7})$$

$$n' \cos i' = \sqrt{n'^2 - n^2(1 - \cos^2 i)} . \quad (\text{D.8})$$

Die Durchführung der zweiten Komponente des Verfahrens, der Transfer vom Ursprung des Strahles zum ersten Durchdringungspunkt, bzw. von der Grenzfläche j zur darauf folgenden $j + 1$, kann mit den bekannten sechs Parametern am Ausgangspunkt, den Koordinaten (x_j, y_j, z_j) und den Richtungskosinus (L, M, N) , erfolgen. Mit diesen Informationen ergeben sich die neuen Koordinaten am Auftreffpunkt des Strahles $(x_{j+1}, y_{j+1}, z_{j+1})$ zu

$$x_{j+1} = x_j + LD, \quad y_{j+1} = y_j + MD, \quad z_{j+1} = z_j + ND . \quad (\text{D.9})$$

Der Parameter D ist die Länge des Strahles, die kürzeste Entfernung zwischen den Punkten (x_j, y_j, z_j) und $(x_{j+1}, y_{j+1}, z_{j+1})$. Für eine um die z -Achse rotationssymmetrische Oberfläche⁶ der Krümmung c und Exzentrizität Q kann die Strahllänge nach **Gleichung (D.10)** berechnet werden.

$$D = \frac{F}{G + \sqrt{G^2 - (1 + QN^2)Fc}} \quad (\text{D.10})$$

$$\begin{aligned} \text{mit } F &= c[x_j^2 + y_j^2 + z_j^2(1 + Q)] - 2z_j \\ G &= N - c[Lx_j + My_j + Nz_j(1 + Q)] \end{aligned}$$

Somit ist das System geschlossen und der Verlauf eines windschiefen Strahles mit Brechung an mehreren, beliebig geformten Oberflächen mittels eines finiten Vorwärtsschrittverfahrens im \mathbb{R}^3 nachzuverfolgen.

Anwendung auf interne Messungen mit einem 2C-LDA

Sollen nun die vier Strahlen A bis D (vgl. **Abbildung D.2**) einer 2C-LDA-Sonde verfolgt werden, sind zunächst deren Parameter an den Ursprungsorten zu beschreiben. Dazu werden diese im sondenorientierten Koordinatensystem K^S formuliert und mittels einer geeigneten Transformation in das raumfeste Koordinatensystem K^G überführt. Beschreibt man die Lage der beiden Koordinatensysteme zueinander mittels der EULERSchen Winkel, so entspricht der Sondenneigungswinkel φ_b dem Nutationswinkel und β dem Drehungswinkel. Da $\psi_b = 0^\circ$ vorausgesetzt wird, ist der Präzessionswinkel ebenfalls gleich Null. Damit lautet die Drehungsmatrix $\mathbf{D}_{S \rightarrow G}$

$$\mathbf{D}_{S \rightarrow G} = \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \cos \varphi_b \sin \beta & \cos \beta \cos \varphi_b & -\sin \varphi_b \\ \sin \beta \sin \varphi_b & \cos \beta \sin \varphi_b & \cos \varphi_b \end{pmatrix}. \quad (\text{D.11})$$

Mit dieser Vorschrift lassen sich sowohl die Ursprungskordinaten als auch die Richtungskosinus der vier Strahlen transformieren. Man erhält so die Ortsvektoren $\mathbf{r}_{A-D,0}(x_{A-D,0}, y_{A-D,0}, z_{A-D,0})$ der Strahlen A bis D an der Sonde sowie deren räumliche Ausrichtung $\mathbf{R}_{A-D,0}(L_{A-D,0}, M_{A-D,0}, N_{A-D,0})$.

Nach Translation der Strahlen zur die Messstrecke berandenden Scheibe sind die Durchdringungspunkte an der äußeren Grenzfläche $\mathbf{r}_{A-D,1}$ zu bestimmen. Dies kann für eine beliebige Oberflächengeometrie mit den **Gleichungen (D.10)** und **(D.11)** erfolgen.

Handelt es sich bei der Fläche um eine ebene, zur x,y -Ebene parallele Wand, so lauten die Richtungskosinus des Einheitsvektors längs der Flächennormalen $I = 0$, $J = 0$ und $K = 1$.

⁶ Liegt der Ursprung des Koordinatensystems am Schnittpunkt der z -Achse mit der Oberfläche, lautet deren allgemeine Gleichung $f(x,y,z) = c[x^2 + y^2 + z^2(1 + Q)] - 2z = 0$.

Damit vereinfacht sich die **Gleichung (D.5)** für die Brechung erheblich und man erhält für die Richtungskosinus der Strahlen nach einem Grenzflächenübergang

$$\begin{aligned} L' &= \frac{n}{n'} L, \\ M' &= \frac{n}{n'} M, \\ N' &= \frac{n}{n'} \sqrt{\left(\frac{n'}{n}\right)^2 + N^2 - 1}. \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

Nach erneuter Translation zur zweiten Grenzfläche und Brechung an dieser sind die Durchdringungspunkte $\mathbf{r}_{A-D,2}$ und Richtungskosinus der Strahlen innerhalb der Messstrecke $\mathbf{R}_{A-D,2}$ bekannt. Die Ortsvektoren $\mathbf{r}_{A-D,2}$ lassen sich selbst für einfacheren Fall ebener Grenzflächen nicht übersichtlich explizit anschreiben. Hier ist nur eine schrittweise numerische Berechnung der Größen sinnvoll. Hingegen sind die Richtungsvektoren für diese Konfiguration lediglich von der Winkellage der Sonde sowie den Brechungsindizes der Medien im System abhängig. Deren mathematische Formulierung, notwendig z. B. zur Beurteilung der optischen Qualität des Messvolumens, ist am Ende dieses Anhangs genannt.

Da zunächst nicht vom Vorhandensein eines Schnittpunktes zweier korrespondierender Strahlen AB respektive CD ausgegangen werden kann, sind sie allgemein als windschiefe Geraden im \mathbb{R}^3 zu betrachten. Die Orte der Messvolumina $\mathbf{r}_{MV,AB}$ und $\mathbf{r}_{MV,CD}$ werden deshalb im Mittelpunkt des jeweiligen Gemeinlotes angenommen. Für deren Berechnung bietet sich an, die Strahlen in der Messstrecke als Geraden in Parameterform anzuschreiben. Exemplarisch für das Strahlenpaar AB bedeutet dies

$$g_A : \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_{A,2} + t_A \mathbf{R}_{A,2} \quad \text{und} \quad g_B : \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_{B,2} + t_B \mathbf{R}_{B,2}. \quad (\text{D.13})$$

Die Parameter $t_{A,\min}$ und $t_{B,\min}$ für die Orte der Fußpunkte des Gemeinlotes auf den Geraden g_A und g_B lassen sich im Rahmen einer Extremwertaufgabe aus dem lokalen Abstand \mathbf{d}_{AB} der Geraden zueinander finden

$$t_{A,\min} = \frac{t_{B,\min} \mathbf{R}_{A,2} \cdot \mathbf{R}_{B,2} - (\mathbf{r}_{A,2} - \mathbf{r}_{B,2}) \cdot \mathbf{R}_{A,2}}{\mathbf{R}_{A,2}^2}, \quad (\text{D.14})$$

$$t_{B,\min} = \frac{(\mathbf{r}_{A,2} - \mathbf{r}_{B,2}) \cdot \mathbf{R}_{A,2} \mathbf{R}_{A,2} \cdot \mathbf{R}_{B,2} - (\mathbf{r}_{A,2} - \mathbf{r}_{B,2}) \cdot \mathbf{R}_{B,2} \mathbf{R}_{A,2}^2}{(\mathbf{R}_{A,2} \cdot \mathbf{R}_{B,2})^2 - \mathbf{R}_{A,2}^2 \mathbf{R}_{B,2}^2}. \quad (\text{D.15})$$

Im Mittelpunkt des Verbindungsvektors dieser Lotfußpunkte $\mathbf{d}_{AB,\min}$ liegt das Zentrum des Messvolumens $\mathbf{r}_{MV,AB}$, die Achsen der Strahlen A und B haben dort den geringsten Abstand $\delta_{AB,\min}$ zueinander,

$$\mathbf{r}_{MV,AB} = \mathbf{r}_{A,2} + t_{A,\min} \mathbf{R}_{A,2} - \frac{\mathbf{d}_{AB,\min}}{2}, \quad (\text{D.16})$$

$$\delta_{AB,\min} = \|\mathbf{d}_{AB,\min}\|, \quad (\text{D.17})$$

$$\text{mit } \mathbf{d}_{AB,\min} = (\mathbf{r}_{A,2} - \mathbf{r}_{B,2}) + t_{A,\min} \mathbf{R}_{A,2} - t_{B,\min} \mathbf{R}_{B,2}. \quad (\text{D.18})$$

Mit entsprechender Vorgehensweise ist der Ort $\mathbf{r}_{MV,CD}$ des Messvolumens für das Strahlenpaar CD zu finden. Dies erlaubt Betrachtungen zur Koinzidenz der Messvolumina. Wird das Strahlenpaar AB als Referenz gewählt, beträgt die räumliche Distanz der Messorte der beiden Geschwindigkeitskomponenten $\Delta\mathbf{r}_{MV} = \mathbf{r}_{MV,AB} - \mathbf{r}_{MV,CD}$.

Letztendlich ist noch die Frage der Orientierung des Messvolumens, bzw. genauer die der Interferenzstreifen, sowie der Streifenabstand aus den nun bekannten Strahlausrichtungen im Raum zu bestimmen. Für die Berechnung des nominellen Interferenzstreifenabstandes im Zentrum der Messvolumina Δx_F nach [Gleichung \(C.2\)](#) zur Bestimmung der Partikelgeschwindigkeit aus der DOPPLER-Frequenz f_D und dem zeitlichen Pulsabstand T (vgl. [Anhang C](#)), ist der Winkel $\Theta_{b,2}$ zwischen den Strahlen nach den Brechungsvorgängen entsprechend [Gleichung \(D.19\)](#), z. B. für das Strahlenpaar AB , zu verwenden. Dabei ist zu beachten, dass die Wellenlänge des Laserlichtes in dem Medium verwendet wird, in dem sich das Messvolumen befindet.⁷ Dies ist insbesondere bei Messungen in einer Wasserströmung und den daraus resultierenden stark unterschiedlichen Brechungsindizes im Strahlengang von grundlegender Bedeutung.

$$\Theta_{AB,2} = \arccos\left(\frac{\mathbf{R}_{A,2} \cdot \mathbf{R}_{B,2}}{\|\mathbf{R}_{A,2}\| \|\mathbf{R}_{B,2}\|}\right) \quad (\text{D.19})$$

Die Ausrichtung der Interferenzstreifen im \mathbb{R}^3 lassen sich als Ebenen $x_{MV} = \text{konst}$ im messvolumenorientierten Koordinatensystem $K^{MV}(x_{MV}, y_{MV}, z_{MV})$ beschreiben. In [Abbildung D.3](#) ist dessen Lage relativ zum laborfesten System K^G exemplarisch dargestellt. Betrachtet man die von den Strahlen A und B aufgespannte Ebene, so liegt die x_{MV} -Achse in dieser, während die y_{MV} -Richtung aus dem Flächennormalvektor abzuleiten ist. Die dritte Koordinatenachse z_{MV} wird aus der Winkelhalbierenden von $\mathbf{R}_{A,2}$ und $\mathbf{R}_{B,2}$ bestimmt.

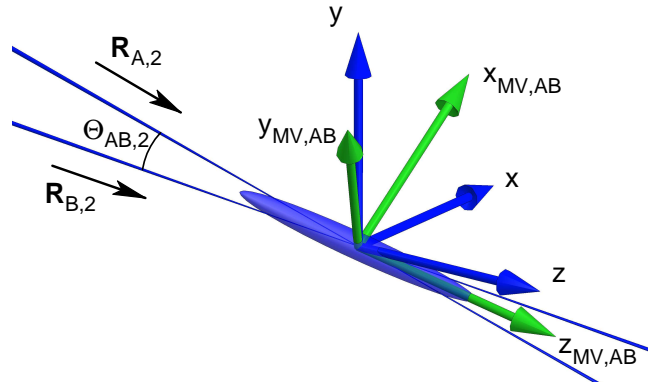


Abbildung D.3: Orientierung des Koordinatensystems im Zentrum des Messvolumens K^{MV} relativ zum globalen oder Referenz-System K^G am Beispiel des Strahlenpaares AB . Die beiden Strahlen spannen dabei die z_{MV}, x_{MV} -Ebene auf. Die Ausdehnung des elliptischen Messvolumens für eine anschauliche Darstellung nicht maßstabsgetreu, sondern deutlich vergrößert gezeigt.

Insofern mittels der LDA die Normalenkomponente des sich durch das Messvolumen bewegenden Partikels relativ zu den Interferenzstreifen gemessen wird, sind die Richtungskosinus

⁷ Ist λ_{vac} die Wellenlänge des Lichtes im Vakuum, so beträgt im Medium mit dem komplexen Brechungsindex \mathbf{n} die Wellenlänge $\lambda = \frac{\lambda_{\text{vac}}}{\mathbf{n}}$.

des Einheitsvektors in x_{MV} -Richtung $\mathbf{R}_{\mathbf{e}_x, MV}(L_{\mathbf{e}_x, MV}, M_{\mathbf{e}_x, MV}, N_{\mathbf{e}_x, MV})$ von grundlegendem Interesse. Betrachtet man wieder das Strahlenpaar AB , so lassen sich diese Winkel aus den Richtungen der beiden Strahlen berechnen,

$$\mathbf{R}_{\mathbf{e}_x, MV} = \frac{\mathbf{R}_{A,2}^2 \mathbf{R}_{B,2} + \mathbf{R}_{A,2} \cdot \mathbf{R}_{B,2} (\mathbf{R}_{B,2} - \mathbf{R}_{A,2}) - \mathbf{R}_{B,2}^2 \mathbf{R}_{A,2}}{\|\mathbf{R}_{A,2}^2 \mathbf{R}_{B,2} + \mathbf{R}_{A,2} \cdot \mathbf{R}_{B,2} (\mathbf{R}_{B,2} - \mathbf{R}_{A,2}) - \mathbf{R}_{B,2}^2 \mathbf{R}_{A,2}\|}. \quad (\text{D.20})$$

Daraus ableitend ist festzustellen, dass bei einer Sondenneigung um den Winkel φ_b , Drehung um β und $\psi_b = 0^\circ$ in der Sagittal-Ebene, der am Ort \mathbf{r}_{MV} gemessene Geschwindigkeitsbetrag u_m^{MV} , bei einer Betrachtung im globalen System K^G , vorab mit folgenden Gleichungen zu transferieren ist

$$u^G = L_{\mathbf{e}_x, MV} u_m^{MV}, \quad v^G = M_{\mathbf{e}_x, MV} u_m^{MV}, \quad w^G = N_{\mathbf{e}_x, MV} u_m^{MV}. \quad (\text{D.21})$$

In Hinblick auf Untersuchungen des zweidimensionalen Strömungsfeldes in der x,y -Ebene im K^G wird somit die Geschwindigkeit $u_{\tilde{\beta}}^G = u_m^{MV} \sqrt{L_{\mathbf{e}_x, MV}^2 + M_{\mathbf{e}_x, MV}^2}$ unter dem Winkel $\tilde{\beta} = \arctan\left(\frac{M_{\mathbf{e}_x, MV}}{L_{\mathbf{e}_x, MV}}\right)$ in der jeweiligen Ebene gemessen.

Realisierung

Das vorgestellte Ray-Tracing Verfahren wurde in einem MATHEMATICA[®]-Notebook umgesetzt und ermöglicht die Beantwortung sämtlicher, einleitend gestellter Fragestellungen.

Nach Eingabe der Konfigurationsparameter eines 1C- oder 2C-LDA-Systems (Strahlgeometrie an der Sonde, Wellenlänge der Strahlpaare, Brechungsindizes der einzelnen Medien und Flächenfunktionen der Strahlein- und Austrittsebenen), ist die Lage des Messvolumen-Referenzortes, der sich bereits innerhalb der Messstrecke befinden muss, und der gewünschte Ort der Messung festzulegen.

Die Angabe der räumlichen Sondenausrichtung mittels der Winkel φ_b und β kann entweder unabhängig voneinander erfolgen oder, für optimale wandnahe Messungen, lediglich durch Vorgabe des Drehungswinkels β . Der minimal notwendige Neigungswinkel $\varphi_{b, \min}$ wird dann aus dem größten Neigungswinkel der wandnahen Strahlen B oder D gegenüber der Messoberfläche mit dem Normalenvektor \mathbf{N}_{pl} (hier: z,x -Ebene in K^G) unter Berücksichtigung des Strahl-Divergenzwinkels $\alpha_{b,2}$ berechnet,

$$\varphi_{b, \min} = \max \left[\arcsin \left(\frac{\mathbf{R}_{B,2} \cdot \mathbf{N}_{pl}}{\|\mathbf{R}_{B,2}\| \|\mathbf{N}_{pl}\|} \right), \arcsin \left(\frac{\mathbf{R}_{D,2} \cdot \mathbf{N}_{pl}}{\|\mathbf{R}_{D,2}\| \|\mathbf{N}_{pl}\|} \right) \right] + \frac{\alpha_{b,2}}{2}. \quad (\text{D.22})$$

Die Strahldivergenz $\alpha_{b,2}$ im Fernfeld wird aufgrund der von der orthogonalen Ausrichtung abweichenden Orientierung der Strahlen an den Grenzflächen bei jedem Medienübergang beeinflusst. Die Berechnung dieses Winkels im Medium 2, ausgehend von seinem ursprünglichen, durch die Konfiguration der Sonde bestimmten Wert $\alpha_{b,0}$, **Gleichung (D.23)**, kann mit einer Betrachtung analog zum vorgestellten Ray-Tracing Verfahren berechnet werden. Das explizite Ergebnis hieraus, gültig für planparallele Grenzflächen, befindet sich am Ende dieses Anhangs.

$$\tan \alpha_{b,0} = \frac{2 \lambda_{b,0}}{\pi d_{b,\min,0}} \quad \text{mit} \quad d_{b,\min,0} = \frac{d_{bL} f_L}{\sqrt{(z_L - f_L)^2 + \left(\frac{\pi d_{bL}^2}{4\lambda_{b,0}}\right)^2}} \quad (\text{D.23})$$

Dabei ist $d_{b,\min,0}$ der geringste Durchmesser der Strahlen im Bereich der Messvolumina entsprechend der Sondenkonfiguration.

Mit zwei Rechnungen im Rückwärtsschrittverfahren wird so für den Referenzort und den Messort die aktuelle Sondenposition und damit der notwendige Traversiervektor im \mathbb{R}^3 bestimmt. Für die Messposition werden darüber hinaus die minimalen Abstände eines Strahlenpaares sowie die Abweichung der Messvolumina für eine Geschwindigkeitskomponente zur Beurteilung der Koinzidenz berechnet.

Zur Beurteilung der Qualität der Messvolumina werden durch Überlagerung der Intensitäten der GAUSSschen Laserstrahlen im \mathbb{R}^3 Form und Dimensionen des resultierenden Messvolumens, sowie Richtung und Abstand der Interferenzstreifen unter Verwendung der [Gleichung \(C.3\)](#) zur Verifizierung der gefundenen Ergebnisse berechnet. Letztendlich können im Sinne einer anschaulichen Darstellung die berechneten Helligkeitsverteilungen der einzelnen Strahlen und Messvolumina visualisiert werden.

Ergebnisse aus der Berechnung für das vorhandene System

Abschließend wird exemplarisch eine Berechnung zur Optimierung der Konfigurationsparameter des kommerziellen LDA-Systems für Messungen am Wasserumlaufkanal vorgestellt.

Zur Realisierung von Messvolumina unterschiedlicher Ausdehnung erlaubt die DANTEC-Sonde 60X63 den Einsatz von Frontlinsen unterschiedlicher Brennweite f_L . Dabei sind bei deren Auswahl neben der optischen Zugänglichkeit des Messortes die minimal notwendige Auflösung des Messrasters und die Datenrate für die statistische Sicherheit bzw. die Unabhängigkeit der einzelnen Messwerte wesentliche Kriterien. Befinden sich genügend viele Partikel im Umlauf, so sind kurze Brennweiten für kleine Messvolumen, resultierend in einem enger zu realisierenden Messraster sowie zur Reduzierung von Bias-Effekten (vgl. [Abschnitt 3.2.8](#)), zu bevorzugen. Sollen darüber hinaus koinzidente Messungen beider Geschwindigkeitskomponenten mit einem 2C-LDA durchgeführt werden, ist eine hinreichende Überdeckung der beiden Messvolumina zwingend erforderlich.

Die Berechnung für wandnahe Messungen im Mittelschnitt der Messstrecke (Eindringtiefe in das Fluid $L_2 = 200$ mm) wurde für die beiden verfügbaren Linsen der Brennweite $f_L = 200$ mm und $f_L = 400$ mm durchgeführt. Mit den durch die Konfiguration an der Sonde bedingten Eigenschaften der Strahlen ergeben sich so die in [Tabelle D.1](#) aufgelisteten geometrischen Verhältnisse der Strahlverläufe und die nominellen, ohne Delokalisierungen berechneten Abmessungen der Messvolumina. Werden die Messvolumina in das Strömungsmedium traversiert und so die Laserstrahlen (mehrmals) gebrochen, verändert sich die Geometrie des jeweiligen Messvolumens sowie Abstand der Interferenzstreifen. Aufgrund der verhältnismäßigen Änderung der geometrischen Größen bleibt die Anzahl der Streifen praktisch unverändert. Diese Maße für die Sondenorientierung $\beta = 0^\circ$ und $\varphi_b = 0^\circ$ sind auch in [Tabelle D.1](#) zusammengefasst und dienen zur Normierung der Ergebnisse aus den nachfolgend vorgestellten Beispielrechnungen.

Brennweite f_L	[mm]	200		400	
Wellenlänge $\lambda_{b,0}$	[nm]	488,0	514,5	488,0	514,5
halber Divergenzwinkel $\alpha_{b,0}/2$	[°]	0,3152	0,3152	0,1578	0,1578
Strahltaillendurchmesser $d_{b,\min,0}$	[µm]	56,468	59,532	112,83	118,94
halber Schnittwinkel $\Theta_{b,0}/2$	[°]	5,4268		2,7195	
Halbachsen des Messvolumens in					
x -Richtung $a_{MV,0}$	[µm]	28,361	29,900	56,477	59,535
y -Richtung $b_{MV,0}$	[µm]	28,234	29,766	56,413	59,468
z -Richtung $c_{MV,0}$	[µm]	298,54	314,74	1189,0	1253,4
Interferenzstreifenabstand $\Delta x_{F,0}$	[µm]	2,5800	2,7201	5,1426	5,4219
Anzahl Interferenzstreifen $N_{F,0}$	[–]	21,986	21,985	21,964	21,961
<hr/>					
Wellenlänge $\lambda_{b,2}$	[nm]	366,09	385,97	366,09	385,97
halber Divergenzwinkel $\alpha_{b,2}/2$	[°]	0,2361	0,2361	0,1183	0,1183
Strahltaillendurchmesser $d_{b,\min,\hat{2}}$	[µm]	56,564	59,634	112,85	118,96
halber Schnittwinkel $\Theta_{b,\hat{2}}/2$	[°]	4,0696		2,0404	
Halbachsen des Messvolumens in					
x -Richtung $a_{MV,\hat{2}}$	[µm]	28,354	29,892	56,461	59,519
y -Richtung $b_{MV,\hat{2}}$	[µm]	28,282	29,817	56,426	59,481
z -Richtung $c_{MV,\hat{2}}$	[µm]	398,52	420,14	1584,8	1670,6
Interferenzstreifenabstand $\Delta x_{F,\hat{2}}$	[µm]	2,5793	2,7194	5,1412	5,4204
Anzahl Interferenzstreifen $N_{F,\hat{2}}$	[–]	21,986	21,985	21,964	21,961

Tabelle D.1: Zusammenfassung der geometrischen Verhältnisse der Laserstrahlen für die DANTEC-Sonde 60X63. Abmessungen der Messvolumina für ideale Strahlgeometrien ohne Brechung der Strahlen (Index 0) sowie nach Traversierung in das Fluid, jedoch bei orthogonaler Ausrichtung der Sondenachse zu den Grenzflächen (Index $\hat{2}$).

Parameter: planparallele Scheibe mit Dicke $L_1 = 9$ mm, Eindringtiefe $L_2 = 200$ mm, Brechungsindizes $n_0 = 1,0003$ (Luft), $n_1 = 1,4764$ (Glas) und $n_2 = 1,3330$ (Wasser).

In den Diagrammen der [Abbildung D.4](#) sind die Ergebnisse aus der Beispielrechnung visualisiert. Parameter für beide Brennweiten und sämtliche Variablen ist jeweils der Sonden-Drehwinkel, der zwischen $\beta = 0^\circ$ (horizontale Lage des Strahlpaares AB mit $\lambda_{b,0} = 488$ nm) und $\beta = 90^\circ$ variiert wurde.

Die erste Bildreihe zeigt den für wandnahe Messungen unter Berücksichtigung der Strahldivergenz berechneten minimalen Neigungswinkel der Sonde $\varphi_{b,\min}$ nach [Gleichung \(D.22\)](#), der bei allen weiteren Auswertungen und folgenden Diagrammen für den jeweiligen Drehwinkel verwendet wurde.

Darunter ist die prozentuale Überdeckung der kreisförmigen Querschnittsflächen an den Strahltaillen für beide Wellenlängen $\Xi_{A \cap B}$ bzw. $\Xi_{C \cap D}$ als Maß für den minimalen Abstand $d_{b,\min,\hat{2}}$ der Strahlen zueinander aufgetragen. Zum Beispiel für Strahlenpaar AB , ist diese Größe mit $\delta_{AB,\min}$ nach [Gleichung \(D.24\)](#) zu berechnen.

$$\Xi_{A \cap B} = \frac{A_{A, \min} \cap A_{B, \min}}{A_{b, \min}} = \frac{2}{\pi} \left[\arccos \frac{\delta_{AB, \min}}{d_{b, \min, 2}} - \frac{\delta_{AB, \min}}{d_{b, \min, 2}} \sqrt{1 - \left(\frac{\delta_{AB, \min}}{d_{b, \min, 2}} \right)^2} \right] \quad (\text{D.24})$$

Zur Beurteilung der grundsätzlichen Möglichkeit koinzidenter Messungen beider Geschwindigkeitskomponenten ist in der letzten Bildreihe der räumliche Abstand der Zentren beider Messvolumina $\Delta \mathbf{r}_{\text{MV}} = \mathbf{r}_{\text{MV}, AB} - \mathbf{r}_{\text{MV}, CD}$ aufgetragen. In Hinblick auf eine aussagekräftige Darstellung wurde für jede Koordinatenrichtung eine Entdimensionalisierung mit den Abmessungen des nominellen Messvolumens, plaziert im Fluid bei orthogonaler Ausrichtung der Sonde zu den Grenzflächen, vorgenommen. Koinzidente Messungen sind somit nur im Bereich für Zahlenwerte kleiner $|1|$ möglich. Dies ist in den Abbildungen durch senkrechte gestrichelte Linien dargestellt. Wird die Form des Messvolumens als undeformiertes Ellipsoid angenommen, lassen sich dessen Halbachsen mit [Gleichung \(D.25\)](#) berechnen. Die Zahlenwerte für alle Brennweiten und Wellenlängen sind in [Tabelle D.1](#) zusammengefasst.

$$a_{\text{MV}, \hat{2}} = \frac{d_{b, \min, \hat{2}}}{2 \cos \frac{\Theta_{b, \hat{2}}}{2}}, \quad b_{\text{MV}, \hat{2}} = \frac{d_{b, \min, \hat{2}}}{2}, \quad c_{\text{MV}, \hat{2}} = \frac{d_{b, \min, \hat{2}}}{2 \sin \frac{\Theta_{b, \hat{2}}}{2}} \quad (\text{D.25})$$

$$\text{mit } d_{b, \min, \hat{2}} = \frac{2 \lambda_{b, 2}}{\pi \tan \alpha_{b, \hat{2}}} \quad \text{und} \quad \cos \Theta_{b, \hat{2}} = \frac{n_0^2}{n_2^2} (\cos \Theta_{b, 0} - 1) + 1 .$$

Für beide Brennweiten ist festzustellen, dass sich grundsätzlich nur für $\beta = 0^\circ$ die beiden Strahlen eines Paares in ihrer Taille schneiden und so ein homogenes Interferenzstreifenmuster entstehen kann. Bei Drehung der Sonde findet aufgrund der Kombination zweier Winkellageänderungen eine stetige Separation der Strahlen statt, die letztendlich bei der Linsenkonfiguration $f_L = 200 \text{ mm}$ zu einer Reduktion der Querschnittsflächenüberlagerung auf unter 20% führen kann. Hingegen bei der Linsenbrennweite $f_L = 400 \text{ mm}$ bleibt die Strahlüberdeckung im gesamten Winkellagebereich mit über 94% für beide Wellenlängen sehr gut erhalten.

Bemerkenswert ist hier, dass für die beiden Wellenlängen des Systems deutlich zu unterscheidende Separationen der Strahlen stattfinden. Dies resultiert im Wesentlichen aus den verschieden großen Strahltaillen (vgl. [Tabelle D.1](#)), bedingt durch die wellenlängenabhängige Strahldivergenz.

Koinzidente Messungen sind mit der Linse $f_L = 200 \text{ mm}$ nur in einem sehr eingeschränkten Bereich möglich. Ohne Drehung der Sonde befindet sich das Messvolumen für das Strahlenpaar CD in z -Richtung neben dem des Strahlenpaares AB . Wird die Sonde um ihre Achse gedreht, bewegen sich die beiden Volumina aufeinander zu, bis sie bei $\beta = 45^\circ$ mit ihren Zentren in y - und z -Richtung auf gleicher Höhe liegen. Ist die x -Achse des globalen Koordinatensystems in Hauptströmungsrichtung orientiert, befindet sich somit das zweite Messvolumen stromab des Referenzmessvolumens. Während bei $f_L = 200 \text{ mm}$ auch in dieser Position nur noch eine geringe Überlagerung realisiert werden kann, ist bei der Brennweitenkonfiguration $f_L = 400 \text{ mm}$ aufgrund der deutlich größeren Abmessungen des Ellipsoids in jeder Winkellage eine nahezu vollständige Überlagerung gegeben.

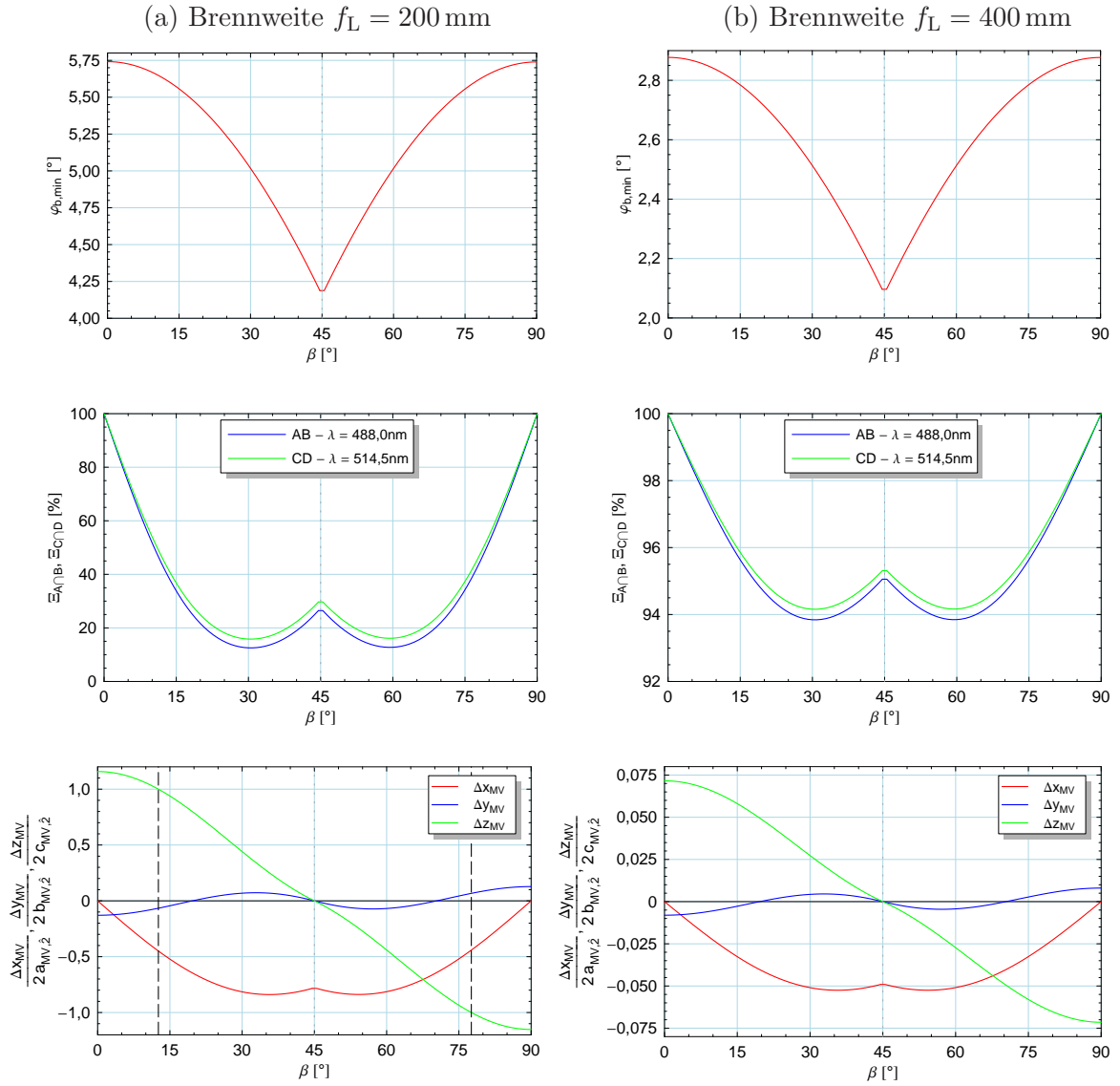


Abbildung D.4: Anwendung der Strahlgangberechnung mittels eines finiten Ray-Tracing Verfahrens zur Bewertung der Qualität von Messvolumina einer 2C-LDA-Konfiguration der Linsenbrennweite $f_L = 200$ mm und $f_L = 400$ mm. Aufgetragen wurden der minimal notwendige Sondenneigungswinkel $\varphi_{b,\min}$ für wandnahe Messungen, das Flächenverhältnis der Strahl-Überlagerung eines Paares ($\Xi_{A|B}$ und $\Xi_{C|D}$) sowie der (entdimensionalisierte) räumliche Abstand der Messvolumina $\Delta \mathbf{r}_{MV}(\Delta x_{MV}, \Delta y_{MV}, \Delta z_{MV})$ mit Kennzeichnung des möglichen Bereiches koinzidenter Messungen durch gestrichelte Linien.

Parameter: Strahlgeometrie an der Linse entsprechend der DANTEC-Sonde 60X63, planparallele Scheibe mit Dicke $L_1 = 9$ mm, Eindringtiefe $L_2 = 200$ mm, Brechungsindizes $n_0 = 1,0003$ (Luft), $n_1 = 1,4764$ (Glas) und $n_2 = 1,3330$ (Wasser).

Wie oben bereits dargestellt, führt eine Kombination aus mehreren Winkellageänderungen der Sonde im Raum bei gleichzeitiger Brechung an Medienübergängen zu einer windschiefen Orientierung der Strahlachsen im Fluidraum. Damit ändert sich neben Form und Abmessungen des Messvolumens dessen räumliche Orientierung sowie der Interferenzstreifenabstand. Für eine korrekte Berechnung des Geschwindigkeitsbetrages und Zuordnung der gemesse-

nen Komponente zum Geschwindigkeitsvektor ist demzufolge eine Quantifizierung dieser Änderungen notwendig.

In **Abbildung D.5** ist die Änderung des Interferenzstreifenabstandes Δx_F , die Anzahl der Streifen N_F sowie die Richtungskosinus des senkrecht auf diesen stehenden Einheitsvektors $\mathbf{R}_{\mathbf{e}_x, MV}(L_{\mathbf{e}_x, MV}, M_{\mathbf{e}_x, MV}, N_{\mathbf{e}_x, MV})$ für beide Brennweiten und Wellenlängen dargestellt.

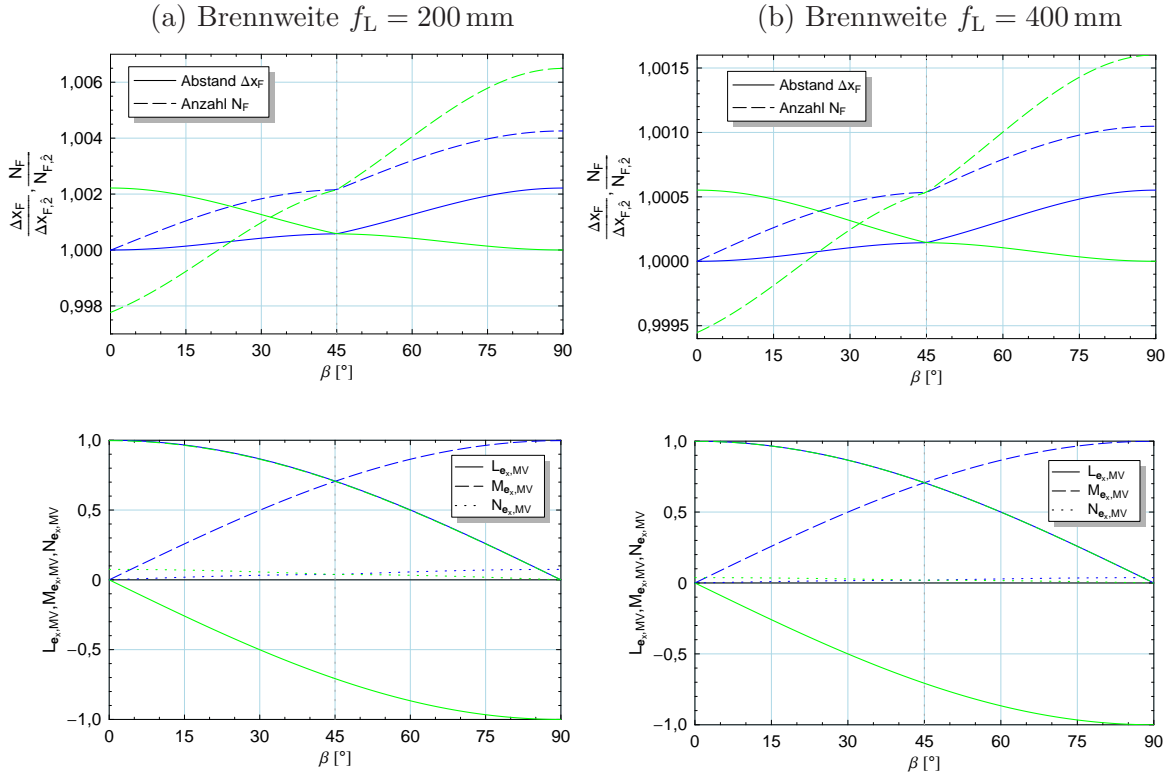


Abbildung D.5: Darstellung des Abstandes Δx_F und Anzahl N_F der Interferenzstreifen für Brennweite $f_L = 200$ mm und $f_L = 400$ mm sowie Richtungskosinus des Normalenvektors $\mathbf{R}_{\mathbf{e}_x, MV}$ des Normalenvektors der Streifen. Blaue Linien für die Wellenlänge $\lambda_b = 488$ nm (Strahlenpaar AB), grün für $\lambda_b = 514,5$ nm (Strahlen C und D).

Parameter: Strahlgeometrie an der Linse entsprechend der DANTEC-Sonde 60X63, planparallele Scheibe mit Dicke $L_1 = 9$ mm, Eindringtiefe $L_2 = 200$ mm, Brechungsindizes $n_0 = 1,0003$ (Luft), $n_1 = 1,4764$ (Glas) und $n_2 = 1,3330$ (Wasser).

Die Ergebnisse zeigen bei $L_2 = \text{konst}$ durchweg eine nur sehr geringe Abhängigkeit des Interferenzstreifenabstandes von der Winkellage der Sonde. Jedoch ist zu beachten, dass sowohl der Abstand, als auch die Anzahl der Streifen im Medium Wasser erst unter Verwendung der angepassten Wellenlänge $\lambda_{b,2}$ der Laserstrahlen richtig berechnet werden kann. Aus einer rein geometrischen Betrachtung würde der Abstand deutlich zu groß bestimmt. Die verbleibende Änderung der Größen resultiert aus dem Dreh- und Neigungswinkel der Sonde sowie aus der sich verändernden Strahl-Divergenz.

Für $\beta = \varphi_b = 0^\circ$ gilt exakt

$$\frac{\Delta x_{F,2}}{\Delta x_{F,0}} = \frac{n_2 \lambda_{b,2}}{n_0 \lambda_{b,0}}. \quad (\text{D.26})$$

Zusammenfassung mit Bewertung

Die vorgestellten Ergebnisse zeigen, dass im Falle wandnaher Vermessung des Geschwindigkeitsprofils in einer Wasserströmung mit der kommerziellen DANTEC-Sonde 60X63 koinzidente Messungen beider Geschwindigkeitskomponenten bei einer Eindringtiefe von $L_2 = 200$ mm in das Fluid nur sinnvoll mit der Linsenbrennweite $f_L = 400$ mm durchgeführt werden können. Zur Optimierung der Messvolumenüberlagerung ist dabei ein Drehwinkel der Sonde von $\beta = 45^\circ$ günstig (Konfiguration \mathcal{A}). Dies hat darüber hinaus den Vorteil, dass etwa gleich große und von Null verschiedene Geschwindigkeitsbeträge für beide Richtungen gemessen werden können.

Für hoch aufgelöste Messungen, insbesondere im wandnahen Bereich der viskosen Unterschicht, ist jedoch das Messvolumen mit einem Durchmesser von etwa 0,115 mm bei $f_L = 400$ mm deutlich zu groß. Dies entspricht für den frühen Bereich der Grenzschichtentwicklung dimensionslos einem Wandabstand von $y^+ \approx 5$. Somit sind diese Messungen besser mit der Brennweite $f_L = 200$ mm durchzuführen. Wird das zweidimensionale Strömungsfeld mit seinen statistischen Größen durch drei unabhängige Messungen erfasst, ergeben sich zwangsläufig drei weitere Fälle. Die Konfiguration \mathcal{B}_0 zur direkten Messung der u -Komponente in Hauptströmungsrichtung mit lediglich minimaler, die Strahldivergenz ausgleichender Neigung der Sonde. Für die durch diese Methode weiterhin bedingten Messungen unter den Winkeln $\tilde{\beta} = +40^\circ$ respektive $\tilde{\beta} = -40^\circ$ zur Bestimmung der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente, sind die Konfigurationen \mathcal{B}_1 und \mathcal{B}_2 notwendig.

Sämtliche Parameter für die Umsetzung dieser Konfigurationen im Experiment sowie zur Auswertung der damit gewonnenen Daten sind in [Tabelle D.2](#) zusammengefasst. Wesentlich sind dabei, für die Orientierung der Sonde mit ihrem Koordinatensystem K^S relativ zum laborfesten System K^G , die Konventionen entsprechend [Abbildung D.2](#) sowie für den Betrag und die Richtung des gemessenen Geschwindigkeitsvektors die [Gleichung \(D.21\)](#).

Konfiguration		\mathcal{A}	\mathcal{B}_0	\mathcal{B}_1	\mathcal{B}_2	
Linsenbrennweite f_L	[mm]	400	200	200	200	
Sonden-Drehwinkel β	[°]	45	0	+40	-40	
Neigungswinkel $\varphi_{b, \min}$	[°]	2,0814	0,3160	3,8092	3,8103	
Wellenlänge $\lambda_{b,0}$	[nm]	488,0	514,5	488,0	488,0	488,0
Streifenabstand Δx_F	[μm]	5,1420	5,4212	2,5793	2,5803	2,5803
Streifenanzahl N_F	[—]	21,976	21,973	21,986	22,025	21,986
Richtungskosinus des Streifen-						
Normalenvektors $L_{\mathbf{e}_x, MV}$	[—]	0,707209	-0,707209	1	0,766352	0,766352
$M_{\mathbf{e}_x, MV}$	[—]	0,706742	0,706742	0	0,641625	-0,641624
$N_{\mathbf{e}_x, MV}$	[—]	0,019260	0,019260	0	0,031963	-0,031972

Tabelle D.2: Parameter für den Aufbau und die Datenauswertung von 1C- und 2C-LDA Messungen mit der DANTEC-Sonde 60X63 im wandnahen Bereich einer Wasserströmung.

Parameter: planparallele Scheibe mit Dicke $L_1 = 9$ mm, Eindringtiefe $L_2 = 200$ mm, Brechungsindizes $n_0 = 1,0003$ (Luft), $n_1 = 1,4764$ (Glas) und $n_2 = 1,3330$ (Wasser).

Für eine abschließende qualitative Beurteilung der Qualität des Messvolumens, insbesondere dessen Berandung, Ausrichtung und Intensitätsverteilung der sich ausbildenden Interferenzstreifen, werden für die einzelnen Konfigurationen die Licht-Intensitätsverteilungen im Bereich des kürzesten Abstandes der windschiefen Lichtstrahlen eines Paares und damit im Bereich des Messvolumens zur Messung einer Geschwindigkeitskomponente dargestellt. Die [Abbildung D.6](#) und [Abbildung D.7](#) zeigen jeweils mit Vergleich des unbeeinflussten Messvolumens bei $\beta = 0^\circ$ und $\varphi_b = 0^\circ$ für die drei Konfigurationen \mathcal{B}_1 bzw. \mathcal{B}_2 und \mathcal{A} die Messvolumina in drei Schnittebenen des sondenorientierten Koordinatensystems K^S .

Die Berechnung der gezeigten Dichteverteilungen erfolgte entsprechend den Ausführungen in der [Fußnote 1 auf Seite 161](#) mit den bekannten Lagen der Strahlen A , B , C und D im \mathbb{R}^3 .

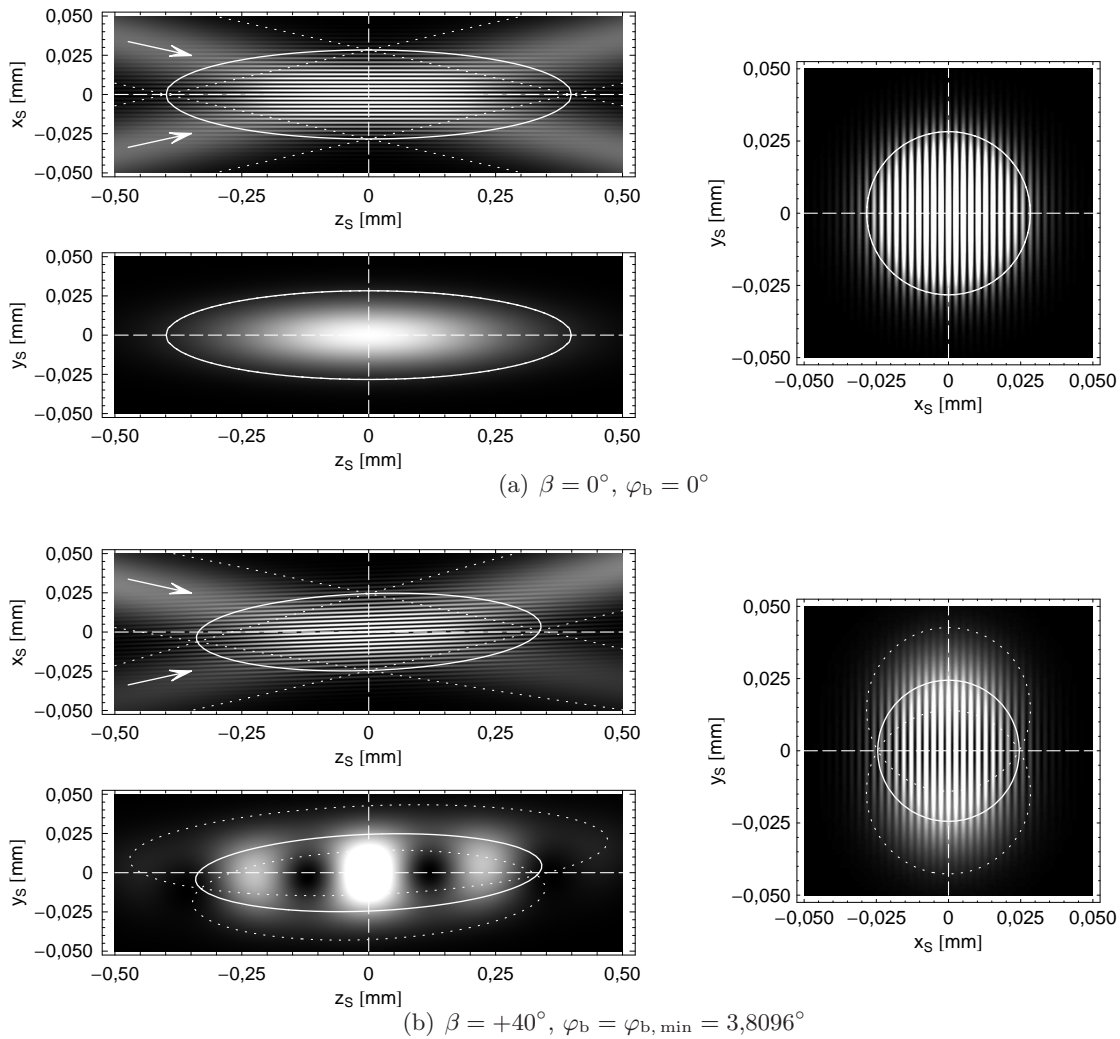


Abbildung D.6: Lichtintensitätsverteilungen im Bereich des Messvolumens mit Interferenzstreifenmuster für die Konfigurationen \mathcal{B}_1 bzw. \mathcal{B}_2 nach [Tabelle D.2](#) ($f_L = 200$ mm, $\lambda_b = 488,0$ nm) mit Vergleich des unbeeinflussten Messvolumens ohne Drehung der Sonde (Bild a). Die weißen Linien kennzeichnen die e^{-2} -Intensitätsgrenzen der Laserstrahlen und die des nominellen Messvolumens.

Parameter: Strahlgeometrie an der Linse entsprechend der DANTEC-Sonde 60X63, planparallele Scheibe mit Dicke $L_1 = 9$ mm, Eindringtiefe $L_2 = 200$ mm, Brechungsindizes $n_0 = 1,0003$ (Luft), $n_1 = 1,4764$ (Glas) und $n_2 = 1,3330$ (Wasser).

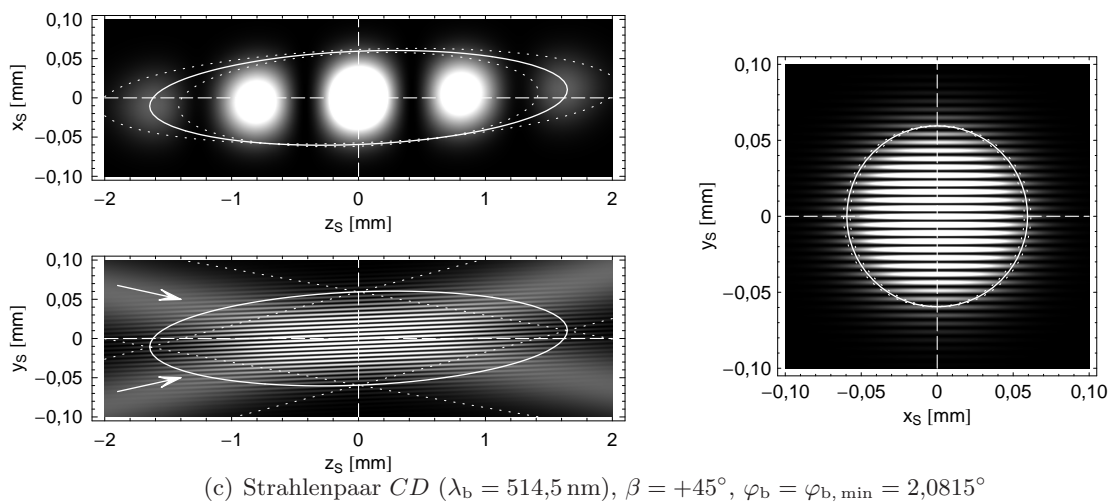
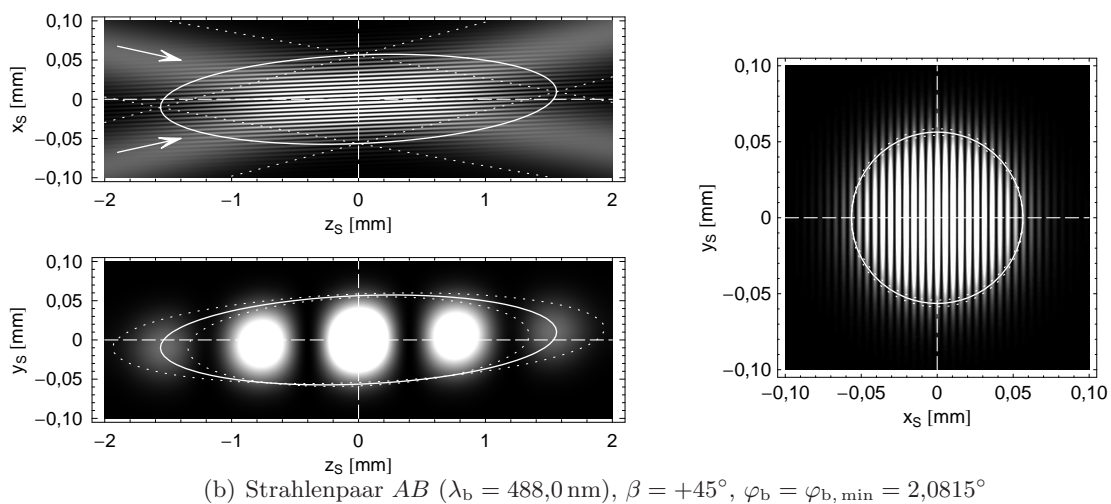
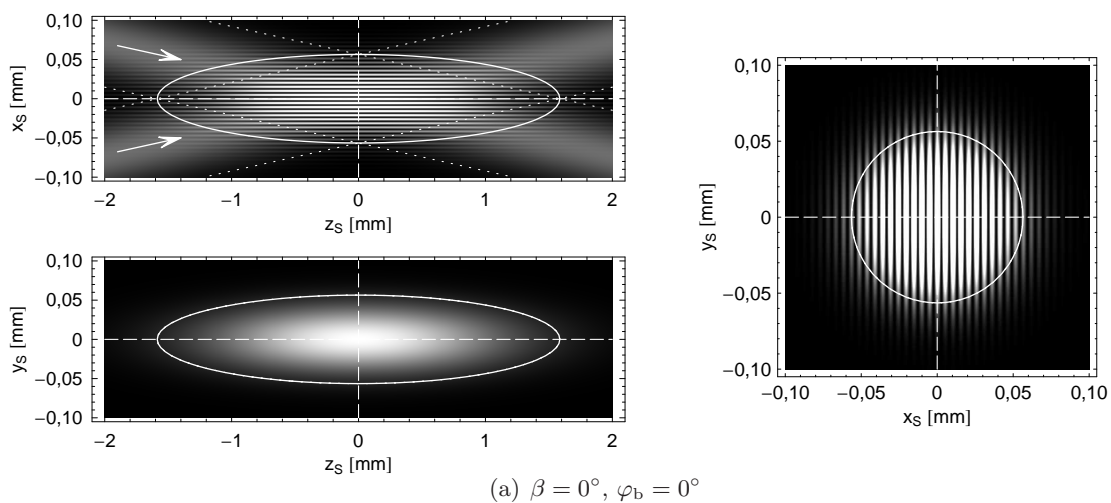


Abbildung D.7: Lichtintensitätsverteilungen des Messvolumens und der Laserstrahlen für die Konfiguration A nach **Tabelle D.2** ($f_L = 400 \text{ mm}$) mit Vergleich des unbeeinflussten Messvolumens (Bild a).

Parameter: Strahlgeometrie an der Linse entsprechend der DANTEC-Sonde 60X63, planparallele Scheibe mit Dicke $L_1 = 9 \text{ mm}$, Eindringtiefe $L_2 = 200 \text{ mm}$, Brechungsindizes $n_0 = 1,0003$ (Luft), $n_1 = 1,4764$ (Glas) und $n_2 = 1,3330$ (Wasser).

Abbildung D.6 zeigt sehr anschaulich für die Konfigurationen \mathcal{B}_1 und \mathcal{B}_2 , dass trotz deutlicher Separation der beiden Strahlachsen im Bereich des Messvolumens dessen elliptische Form sowie die Ausrichtung der Interferenzstreifen parallel zur von den Strahlen aufgespannten Ebene sehr gut erhalten bleibt. Die Ausmaße der Ellipse werden mit Entfernung der Strahltaillen voneinander stetig kleiner. Neben der Änderung der Streifenausrichtung in der z_S, x_S -Ebene, die jedoch bei der Auswertung der Messdaten durch den bekannten Richtungskosinus des Normalenvektors Berücksichtigung findet, werden die Interferenzstreifen in der in y_S -Richtung gestreckt und in der z_S, y_S -Ebene deformiert. Dies wird aufgrund der stark veränderten Licht-Intensitätsverteilung wesentlichen Einfluss auf die Datenrate bei den Messungen haben.

Im Falle koinzidenter Messungen unter Verwendung der Linse mit der Brennweite $f_L = 400$ mm zeigt **Abbildung D.7**, dass aufgrund der wesentlich größeren Messvolumina und des kleineren Schnittwinkels zwischen den Strahlen die Strahlüberdeckungen trotz Drehung und Neigung der Sonde kaum beeinflusst werden, resultierend in nur geringfügig gestörten Interferenzstreifenmustern in den x_S, y_S -Ebenen. Der Einfluss auf Ausrichtung der Streifen und deren Intensitätsverteilungen ist ähnlich zu den oben vorgestellten Ergebnissen für die Konfiguration einer 1C-Messung.

Ergänzende Formeln zur Strahlengangberechnung eines 2C-LDA-Systems

Richtungskosinus der Strahlen A bis B in der Messstrecke:

$$\mathbf{R}_{A,2} = \frac{n_0^2}{n_2^2} \begin{pmatrix} -\cos \beta \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \\ -\cos \varphi_b \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \sin \beta - \cos \frac{\Theta_{b,0}}{2} \sin \varphi_b \\ \sqrt{\left(\cos \frac{\Theta_{b,0}}{2} \cos \varphi_b - \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \sin \beta \sin \varphi_b\right)^2 + \frac{n_2^2}{n_0^2} - 1} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_{B,2} = \frac{n_0^2}{n_2^2} \begin{pmatrix} \cos \beta \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \\ \cos \varphi_b \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \sin \beta - \cos \frac{\Theta_{b,0}}{2} \sin \varphi_b \\ \sqrt{\left(\cos \frac{\Theta_{b,0}}{2} \cos \varphi_b + \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \sin \beta \sin \varphi_b\right)^2 + \frac{n_2^2}{n_0^2} - 1} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{C,2} = \frac{n_0^2}{n_2^2} \begin{pmatrix} \sin \beta \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \\ -\cos \varphi_b \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \cos \beta - \cos \frac{\Theta_{b,0}}{2} \sin \varphi_b \\ \sqrt{\left(\cos \frac{\Theta_{b,0}}{2} \cos \varphi_b - \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \cos \beta \sin \varphi_b\right)^2 + \frac{n_2^2}{n_0^2} - 1} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_{D,2} = \frac{n_0^2}{n_2^2} \begin{pmatrix} -\sin \beta \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \\ \cos \varphi_b \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \cos \beta - \cos \frac{\Theta_{b,0}}{2} \sin \varphi_b \\ \sqrt{\left(\cos \frac{\Theta_{b,0}}{2} \cos \varphi_b + \sin \frac{\Theta_{b,0}}{2} \cos \beta \sin \varphi_b\right)^2 + \frac{n_2^2}{n_0^2} - 1} \end{pmatrix}.$$

Strahldivergenz im Fernfeld in der Messstrecke:

$$\cos \alpha_{b,2} = \frac{n_0^2}{n_2^2} \left\{ \frac{1}{2} \left[-\cos \Theta_{b,0} (\cos^2 \beta + \cos^2 \varphi_b \sin^2 \beta - \sin^2 \varphi_b) + \cos 2\alpha_{b,0} (\cos^2 \beta + \cos^2 \varphi_b \sin^2 \beta + \sin^2 \varphi_b) + \sin \Theta_{b,0} \sin \beta \sin 2\varphi_b \right] + \right.$$

$$\left. \sqrt{\cos^2 \left(\alpha_{b,0} - \frac{\Theta_{b,0}}{2} \right) \cos^2 \varphi_b + \sin^2 \left(\alpha_{b,0} - \frac{\Theta_{b,0}}{2} \right) \sin^2 \beta \sin^2 \varphi_b + \frac{1}{2} \sin (2\alpha_{b,0} - \Theta_{b,0}) \sin \beta \sin 2\varphi_b + \frac{n_2^2}{n_0^2} - 1} \right.$$

$$\left. \sqrt{\cos^2 \left(\alpha_{b,0} + \frac{\Theta_{b,0}}{2} \right) \cos^2 \varphi_b + \sin^2 \left(\alpha_{b,0} + \frac{\Theta_{b,0}}{2} \right) \sin^2 \beta \sin^2 \varphi_b - \frac{1}{2} \sin (2\alpha_{b,0} + \Theta_{b,0}) \sin \beta \sin 2\varphi_b + \frac{n_2^2}{n_0^2} - 1} \right\}$$

E Betrachtung zum Partikelfolgevermögen

Bewegungsgleichung und Grenzfrequenz

Erste Betrachtungen zur Aufstellung einer die Bewegung kleiner Partikel in einem viskosen ruhenden Fluid unendlicher Ausdehnung beschreibenden Gleichung wurden bereits im Jahre 1888 von BASSET [11], respektive 1885 und 1927 von BOUSSINESQ [20] und OSEEN [158] angestellt. Aus diesem Grunde wird diese Bewegungsgleichung auch zumeist als BASSET-BOUSSINESQ-OSEEN-Gleichung (BBO-Gleichung) bezeichnet. Deren Anwendung war eindeutig auf den Bereich kleiner Partikel-REYNOLDS-Zahlen ($Re_p < 0,5$) beschränkt, was auch als STOKESSches Regime bezeichnet wird.

Eine wichtige Erweiterung der Bewegungsgleichung wurde von TCHEN [212] vorgenommen, der die Berechnung des Partikeltransports auch in turbulenten Strömungen ermöglichte. In seiner 1947 veröffentlichten Theorie hat er folgende umfassende vereinfachende Annahmen getroffen:

- Im Strömungsfeld liegt homogene, stationäre Turbulenz vor.
- Der turbulente Bereich in der Strömung hat eine unendliche Ausdehnung.
- Die Partikel sind sphärisch und so klein, dass die mit der Relativgeschwindigkeit zwischen Teilchen und Fluid gebildeten REYNOLDS-Zahl sehr klein ist.
- Der Partikeldurchmesser d_p ist klein im Vergleich zu den Längenmaßstäben der energiereichsten Wirbelstrukturen.
- Die Teilchenkonzentration in der Suspension ist so klein, dass die Interaktion der Partikel untereinander vernachlässigt werden kann.
- Das Partikel befindet sich während dessen Bewegung in ein und derselben Fluidumgebung.

Später (1956, 1957 bzw. 1983) haben vor allem CORRISIN & LUMLEY [49] sowie FRIEDLANDER [84] bzw. MAXEY & RILEY [133] einige Inkonsistenzen in dieser Gleichung beseitigt, den Einfluss eines in der Strömung vorhandenen Druckgradienten sowie örtliche Unstetigkeiten in der vom Partikel ungestörten Strömung auf diverse Kräfte mit berücksichtigt. Danach lautet die Bewegungsgleichung für ein sphärisches Partikel bei geringer Partikel-REYNOLDS-Zahl in einer Strömung mit variabler Geschwindigkeit

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} d_p^3 \rho_p \frac{du_p}{dt} = 3\pi\eta_f d_p (u_f - u_p) + \frac{\pi}{6} d_p^3 \rho_f \frac{du_f}{dt} + \frac{\pi}{12} d_p^3 \rho_f \left(\frac{du_f}{dt} - \frac{du_p}{dt} \right) + \\ \frac{3}{2} d_p^2 \sqrt{\pi\rho_f\eta_f} \int_{t_0}^t \frac{\left(\frac{du_f}{d\tau} - \frac{du_p}{d\tau} \right)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + F_e . \end{aligned} \quad (E.1)$$

Die einzelnen Komponenten dieses Kräftegleichgewichtes wurden in der Literatur vielfältig beschrieben (vgl. z. B. bei VOLLHEIM [226] oder HINZE [103]). Der Term auf der linken Seite der Gleichung ist die Kraft, welche benötigt wird, um das Partikel zu beschleunigen. Der erste Term auf der rechten Seite beschreibt die Widerstandskraft aufgrund der Zähigkeit des Fluids nach dem STOKESSchem Gesetz. Der nachfolgende Term resultiert aus dem Druckgradienten im partikelumgebenden Fluid, hervorgerufen durch die Beschleunigung des Teilchens. Der dritte Term der rechten Seite repräsentiert die Kraft zur Beschleunigung der zusätzlichen *virtuellen* Masse des Partikels (Hälfte der Fluidmasse, die durch die Kugel verdrängt wird). Das darauf folgende Integral beschreibt den sogenannten BASSET-Term, der die „Vorgeschichte“ des Partikels insofern beinhaltet, dass die Instationarität des Strömungsfeldes Berücksichtigung findet. Der die Gleichung abschließende Term F_e fasst letztendlich alle potentiell auftretenden äußeren Kräfte zusammen.

Unter Vernachlässigung des Terms F_e lässt sich **Gleichung (E.1)** wie folgt umschreiben

$$\frac{du_p}{dt} = a(u_f - u_p) + b\frac{du_f}{dt} + c \int_{t_0}^t \frac{\left(\frac{du_f}{d\tau} - \frac{du_p}{d\tau}\right)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau, \quad (\text{E.2})$$

mit den Faktoren

$$a = \frac{18\nu_f}{\left(\frac{\rho_p}{\rho_f} + \frac{1}{2}\right) d_p^2}, \quad b = \frac{3}{2\left(\frac{\rho_p}{\rho_f} + \frac{1}{2}\right)}, \quad c = \frac{9}{\left(\frac{\rho_p}{\rho_f} + \frac{1}{2}\right) d_p} \sqrt{\frac{\nu_f}{\pi}}.$$

Die Differentialgleichung konnte bereits 1966 von HJELMFELT & MOCKROS [105] einer geschlossenen Lösung zugeführt werden. Wesentlich für die dabei angewandte FOURIER-Integralmethode war ein Ansatz von HINZE [103] für die Geschwindigkeit eines Partikels in einem Fluidraum. Danach kann dessen fluktuierende Geschwindigkeit durch ein FOURIER-Integral beschrieben werden, insofern die Schwankungsgeschwindigkeit des Fluids einem FOURIER-Integral genügt,

$$u_f = \int_0^\infty (\alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t) d\omega \quad \text{und} \quad u_p = \int_0^\infty (\gamma \cos \omega t + \delta \sin \omega t) d\omega. \quad (\text{E.3})$$

Nach Einführung dieser Ansätze in **Gleichung (E.3)** und anschließender Durchführung der erforderlichen Differentiationen und Integrationen erhält man folgende Beziehungen

$$\gamma = [1 + f_1(\omega)] \alpha + f_2(\omega) \beta \quad \text{und} \quad \delta = -f_2(\omega) \alpha + [1 + f_1(\omega)] \beta, \quad (\text{E.4})$$

mit den Zusammenhängen

$$f_1 = \frac{\omega (\omega + c\sqrt{\frac{\pi\omega}{2}}) (b-1)}{(a + c\sqrt{\frac{\pi\omega}{2}})^2 + (\omega + c\sqrt{\frac{\pi\omega}{2}})^2} \quad \text{und} \quad f_2 = \frac{\omega (a + c\sqrt{\frac{\pi\omega}{2}}) (b-1)}{(a + c\sqrt{\frac{\pi\omega}{2}})^2 + (\omega + c\sqrt{\frac{\pi\omega}{2}})^2}. \quad (\text{E.5})$$

Unter Verwendung der Funktionen f_1 und f_2 kann letztendlich das Teilchenfolgevermögen charakterisierende Amplitudenverhältnis η_p aus der Schwankung des Fluids zur Schwankung des suspendierenden Teilchens berechnet werden,

$$\eta_p = \sqrt{(1 + f_1)^2 + f_2^2}. \quad (\text{E.6})$$

Der Phasenwinkel β_p beschreibt die Schwankungsverzögerung des Partikels im Verhältnis zum umgebenden Trägerfluid,

$$\beta_p = \tan^{-1} \left[\frac{f_2}{1 + f_1} \right]. \quad (\text{E.7})$$

Insofern sind das Amplitudenverhältnis η_p und der Phasenwinkel β_p ausschließlich Funktionen in Abhängigkeit vom Dichteverhältnis $s = \frac{\rho_p}{\rho_f}$ und dem Partikeldurchmesser d_p .

Bei Kenntnis der physikalischen Eigenschaften des Fluids sowie der in den experimentellen Untersuchungen verwendeten *tracer*-Partikel, lässt sich deren Folgeverhalten für eine turbulente Strömung abschätzen. Dazu wird zum Beispiel unter Vorgabe einer möglichst schlupffreien Bewegung ($\eta_p \rightarrow 1$) und des bekannten Dichteverhältnisses die Grenzfrequenz $f = \frac{\omega}{2\pi}$ der maximal auflösbaren turbulenten Schwankungsbewegung in Abhängigkeit des Teilchendurchmessers implizit aus **Gleichung (E.6)** bestimmt.

Das quantitative Ergebnis aus einer derartigen Betrachtung für LDV-Messungen in einer Wasserströmung ($\rho_f = 998 \text{ kg/m}^3$) ist in **Abbildung E.1** dargestellt. Für die Tracerpartikeldichte wurde dabei die von Polyamid 12 (PA 12)¹ bzw. von Glasperlen nach **Tabelle E.1** verwendet.

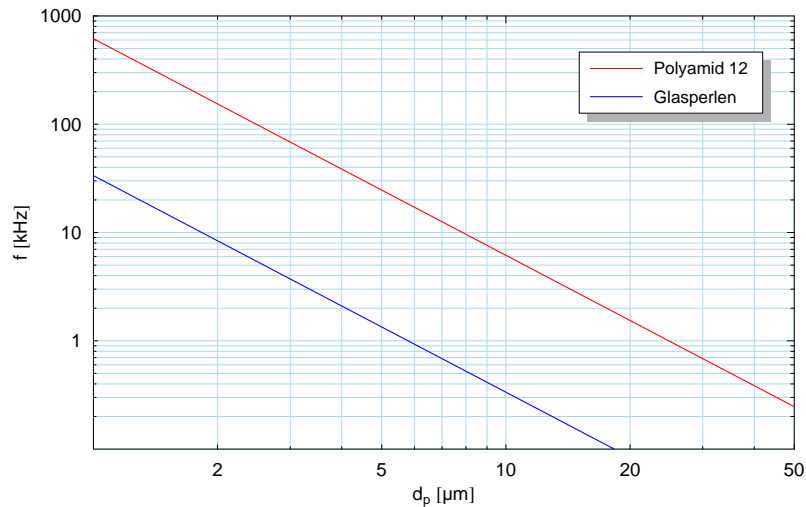


Abbildung E.1: Teilchengrenzfrequenz f von PA 12 und Glasperlen in Abhängigkeit des Partikeldurchmessers d_p für eine Wasserströmung bei einem geforderten Amplitudenverhältnis $\eta_p = 99,9\%$

¹ Sowohl die kommerziell vertriebenen Partikel der Firma DANTEC mit der Bezeichnung PSP (**P**olyamide **S**eeding **P**articles), als auch das im Rahmen der vorliegenden Untersuchung verwendete VESTOSINT[®]-Pulver der DEGUSSA AG bestehen aus dem Kunststoff Polyamid 12.

Relaxationszeit und STOKES-Zahl

Zur Charakterisierung der Fähigkeit eines Partikels, plötzlichen Änderungen in der Strömungsgeschwindigkeit des umgebenden Fluids zu folgen, wird die Relaxationszeit τ_p herangezogen. Diese Geschwindigkeitsänderungen können zum Beispiel in großskaligen Wirbeln oder allgemein in turbulenten Strukturen auftreten.

Für die Ableitung der Relaxationszeit wird aus der **Partikelbewegungsgleichung (E.1)** lediglich der bei einem Beschleunigungsvorgang dominierende Term mit der Widerstandskraft berücksichtigt,

$$\frac{\pi}{6} d_p^3 \rho_p \frac{du_p}{dt} = 3\pi\eta_f d_p (u_f - u_p) . \quad (\text{E.8})$$

Woraus nach Vereinfachung unmittelbar folgt²

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{18\eta_f}{\rho_p d_p^2} (u_f - u_p) . \quad (\text{E.9})$$

Mittels einer Dimensionsanalyse lässt sich feststellen, dass der erste Term die Dimension einer Zeit hat. Er wird als Relaxationszeit τ_p definiert,

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\eta_f} . \quad (\text{E.10})$$

Somit lautet die **Partikelbewegungsgleichung (E.1)** vereinfacht angeschrieben

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{1}{\tau_p} (u_f - u_p) . \quad (\text{E.11})$$

Betrachtet man den vereinfachenden Fall einer konstanten Strömungsgeschwindigkeit des Fluids $u_f = \text{konst}$ sowie ein zum Zeitpunkt $t = 0$ ruhendes Partikel $u_p(t = 0) = 0$, so lässt sich diese Differentialgleichung geschlossen lösen und die während des Beschleunigungsvorganges momentane Geschwindigkeit des Partikels u_p finden,

$$u_p = u_f \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau_p}} \right] . \quad (\text{E.12})$$

Daraus ist ersichtlich, dass die Relaxationszeit die Zeit ist, die vergeht, bis ein suspendierendes Teilchen im Rahmen eines Beschleunigungsvorganges, beginnend aus der Ruhelage, 63,2% seiner Endgeschwindigkeit bzw. der Geschwindigkeit des Fluids erreicht hat. Wird eine Verzögerung betrachtet beschreibt sie die Zeit, die bis zum Erreichen des $1/e$ -ten Teils der Ausgangsgeschwindigkeit vergeht.

Die quantitative Auswertung von **Gleichung (E.12)** für die im Rahmen der vorliegenden Untersuchung verwendeten Partikel ist in **Abbildung E.2** dargestellt. Die entsprechenden Zusammenhänge für die Relaxationszeit sind dabei exemplarisch für Partikel mit einem Durchmesser $d_p = 20 \mu\text{m}$ aus Polyamid 12 aufgetragen.

² Wie einleitend erwähnt, gilt dies lediglich für den Bereich kleiner Partikel-REYNOLDS-Zahlen, wenn Zähigkeitseffekte dominant sind und am Partikel keine Ablösung auftritt. Bewegt man sich aus dem STOKESschen Regime heraus, ist hier zusätzlich ein nichtlinearer Term zu berücksichtigen.

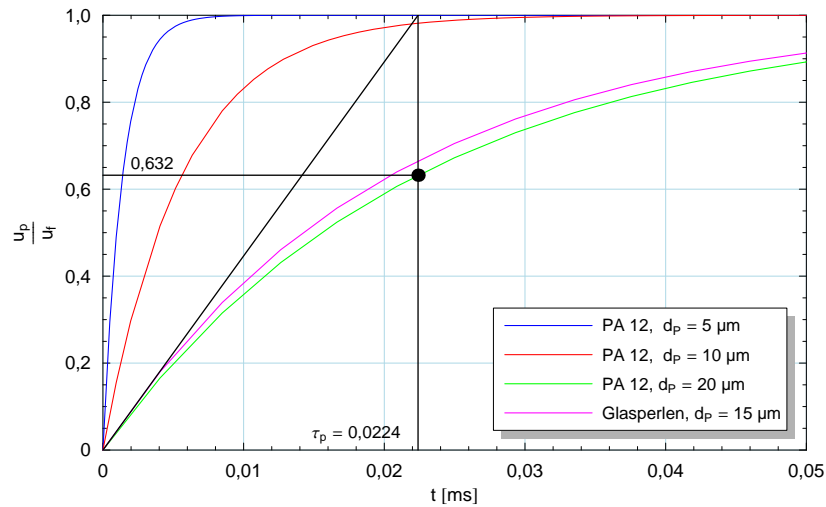


Abbildung E.2: Relaxationszeit τ_p von Partikeln unterschiedlicher Durchmesser aus PA 12 und Glasperlen für eine Wasserströmung

Zur dimensionslosen Charakterisierung der Partikel-Relaxationszeit wird eine modifizierte STOKES-Zahl N_S verwendet,

$$N_S = \sqrt{\frac{\eta_f}{\rho_p \omega d_p^2}}. \quad (\text{E.13})$$

Zusammenfassung mit Bewertung

In [Tabelle E.1](#) sind die oben eingeführten charakteristischen Größen für das Partikelfolgevermögen aller im Rahmen der vorliegenden Untersuchung verwendeten *tracer*-Partikel zusammengefasst. Die zu Beginn eingesetzten, kommerziell für LDV-Messungen vertriebenen Partikel der Firma DANTEC finden dabei keine Berücksichtigung. Hinsichtlich ihrer physikalischen Eigenschaften entsprechen sie exakt dem wesentlich kostengünstigeren VESTOSINT[®]-Pulver der DEGUSSA AG.

Partikel	d_p [μm]	ρ_p [kg/m^3]	ρ_f [kg/m^3]	s [–]	η_p [–]	N_S [–]	τ_p [ms]	f [Hz]
VESTOSINT [®] 2070	5	1016	998	1,018	0,999	0,51	0,0014	24623
VESTOSINT [®] 2159	10	1016	998	1,018	0,999	0,51	0,0056	6161
VESTOSINT [®] 2158	20	1016	998	1,018	0,999	0,51	0,0224	1540
POTTERS SH 400S33	15	1650	998	1,653	0,999	2,19	0,0205	149

Tabelle E.1: Zusammenfassung charakteristischer Größen des Partikelfolgevermögens unterschiedlicher, für LDV-Messungen in einer Wasserströmung geeigneter, Partikel.

Zur Bewertung der Eignung der verschiedenen Partikel werden nachfolgend aus charakteristischen Längenmaßen der zu untersuchenden Grenzschicht Zeitskalen berechnet, mit denen abschließend die Partikel-Grenzfrequenzen zu vergleichen sind.

Die von Randbedingungen und Strömungsgeometrie abhängigen großen Skalen in einer Grenzschicht sind für die Produktion an turbulenter kinetischer Energie verantwortlich und lassen sich durch ein integrales Längenmaß L charakterisieren, welche die gleiche Größenordnung wie die Skalen in der Grundströmung aufweisen. Überschlüssig lässt sich dieser Maßstab für das vorliegende Problem zu $L \approx 0,3 \delta = 6,64 \times 10^{-3}$ m abschätzen.³

Die kleinen Skalen, die gekoppelt über die Energiekaskade unmittelbar von den großen Skalen abhängigen, repräsentieren die Wirbelelemente unmittelbar vor deren Dissipation und lassen sich hinsichtlich ihrer Abmessungen mittels des TAYLOR-Mikromaßes λ beschreiben. Nach POPE [167] kann deren Größe aus dem integralen Längenmaß berechnet werden,

$$\frac{\lambda}{L} = \sqrt{\frac{10}{\text{Re}_L}} \quad \text{mit} \quad \text{Re}_L = \frac{\sqrt{k} L}{\nu} . \quad (\text{E.14})$$

Zur näherungsweisen Bestimmung der Turbulenz-REYNOLDS-Zahl Re_L wird von lokaler isotroper Turbulenz in der Grenzschicht ausgegangen, so dass sich die turbulente kinetische Energie aus $k = \frac{3}{2} \langle u'^2 \rangle$ berechnen lässt. Damit erhält man $\text{Re}_L = 508$ bzw. für das TAYLOR-Mikromaß $\lambda = 9,31 \times 10^{-4}$ m.

Mittels geeigneter Geschwindigkeiten werden die Längenmaßstäbe in Zeitskalen überführt. Da die kleineren Skalen ursächlich für die Geschwindigkeitsschwankungen und somit für die Turbulenz in der Grenzschicht sind, wird zur Berechnung der Zeitmaßstäbe die REYNOLDS-Normalspannungskomponente in Hauptströmungsrichtung $\langle u'^2 \rangle$ zu Grunde gelegt. Insofern nimmt die integrale Zeitskala hier einen Wert von $\tau_L = L/\sqrt{\langle u'^2 \rangle} = 8,86 \times 10^{-2}$ s an bzw. kann der Mikro-Zeitmaßstab zu $\tau_\lambda = \lambda/\sqrt{\langle u'^2 \rangle} = 1,24 \times 10^{-2}$ s gefunden werden.

Die entsprechenden Frequenzen ergeben sich aus der Invertierung der berechneten Zeitskalen,

$$f_L = \tau_L^{-1} = 11,3 \text{ Hz} \quad \text{bzw.} \quad f_\lambda = \tau_\lambda^{-1} = 80,5 \text{ Hz} . \quad (\text{E.15})$$

Vergleicht man diese für die Grenzschichtströmung charakteristischen Frequenzen mit den berechneten und in **Tabelle E.1** zusammengefassten Grenzfrequenzen, so können unter Berücksichtigung einer zweifachen Sicherheit aufgrund des lediglich abschätzenden Charakters dieser Betrachtung folgende Schlüsse gezogen werden:

- Zur Bestimmung von gemittelten Geschwindigkeitsgrößen mittels LDV sind alle betrachteten Partikel in Bezug auf ihr Teilchenfolgevermögen uneingeschränkt verwendungsfähig.
- Sollen auch statistische Größen gemessen werden, so sind alle Partikel aus PA 12 aufgrund des hervorragenden Dichteverhältnisses sehr gut geeignet, wohingegen mit den Glasperlen die kleinsten Skalen nur eingeschränkt aufgelöst werden können.

³ Für eine quantitative Analyse werden im weiteren Verlauf als Zahlenwerte die im Rahmen einer Voruntersuchung ermittelten Größen der turbulenten Grenzschicht am Plattenende verwendet: $\delta = 22,14 \times 10^{-3}$ m, $u_\delta = 0,780$ m/s, $\langle u'^2 \rangle = 5,63 \times 10^{-3}$ m²/s²

F Streulichtverhalten sphärischer Partikel

Zurückzuführen auf das Messprinzip der *laser DOPPLER anemometry* (LDA) wird das von einem durch das Messvolumen sich bewegenden Partikel gestreute Licht genutzt, um Informationen über dessen Geschwindigkeit zu erhalten. Dazu wird dieser Streuteil des emittierten Laserlichtes am Detektor, der sich bei einer im Rückwärtsstreuverfahren (*backscatter*-Modus) arbeitenden Sonde bei $\vartheta_{Sc} = 180^\circ$ befindet, aufgefangen.¹ Die Signalstärke, deren Qualität und damit die *burst*-Detektierbarkeit mit dem BSA hängt maßgeblich von der Lichtintensität des Partikel-Streulichtes ab.

Für einen genauso anschaulichen wie quantitativen Vergleich unterschiedlicher *tracer*-Partikel in Bezug auf ihre Verwendbarkeit für LDA-Messungen ist insofern eine Berechnung der jeweiligen Intensitätsverteilung des Streulichtes unter Einwirkung elektromagnetischer Wellen im Fernfeld des Teilchens notwendig. Betrachtet man das Partikel ideal als homogene isotrope Kugel, so kann diese Rechnung, da dessen Durchmesser d_p im Bereich der Wellenlänge λ_b des verwendeten Laserlichtes liegt, mittels der MIE-Theorie² erfolgen, welche die Absorption und Streuung elektromagnetischer Strahlung an kleinen Kugeln mit beliebigem Durchmesser beschreibt. Ist der Durchmesser deutlich kleiner als λ_b , gelangt man in den Bereich der RAYLEIGH-Streuung, für sehr große Partikel hingegen kann der Strahlverlauf im Inneren der Kugel mit den Mitteln der geometrischen Optik nachvollzogen werden.

Im Wesentlichen wird bei einer Betrachtung, basierend auf der MIE-Theorie, eine ebene Welle durch eine Summe von sphärischen Wellen ersetzt und die aus den MAXWELLSchen Gleichungen abgeleitete, vektorielle Wellengleichung für jede Kugelwelle gelöst. Die Überlagerung dieser Lösungen liefert dann zum Beispiel die Intensitätsverteilung des gestreuten Lichtes im Nahfeld des Partikels. Durch eine asymptotische Betrachtung kann daraus dessen Wirkung im Fernfeld berechnet werden.

Die Herleitung mit ausführlicher Beschreibung der MIE-Theorie kann bei VAN DE HULST [222] oder bei BOHREN & HUFFMAN [17] nachgelesen werden. Eine Erweiterung für GAUSS-verteilte Intensitäten der ebenen Wellenfronten, wie sie z. B. im Bereich des Messvolumens eines LDA-Systems auftreten, wurde von ALBRECHT *et al.* [3] vorgenommen.

Basierend auf diesen Aussagen wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Verteilungen der Streulichtintensitäten für die in einer Wasserströmung geeigneten *seeding*-Partikel aus Polyamid und Glas berechnet.³ Dazu notwendig ist lediglich der MIE-Größenparameter x_M des Teilchens nach Gleichung (F.1) und der relative Brechungsindex m_{rel} , der aus dem Verhältnis der komplexen Brechungsindizes des Partikels \mathbf{n}_p und dem des umgebenden Mediums \mathbf{n}_f zu berechnen ist.

¹ Der Index Sc steht für den englischen Begriff von Streuung, *scattering*.

² Nach dem deutschen Physiker GUSTAV MIE (1868-1957).

³ Die Berechnung erfolgte mit dem in Fortran programmierten Programm MIEV0 von WISCOMBE [241] (<ftp://climate.gsfc.nasa.gov/wiscombe/>), das als erprobt, stabil und zuverlässig zu betrachten ist und aus diesem Grund noch heute als Basis für diverse Untersuchungen zu MIE-Theorie herangezogen wird ([64], [235]).

$$x_M = \frac{\pi d_p}{\lambda_{\text{vac}}} \quad (\text{F.1})$$

$$m_{\text{rel}} = \frac{\mathbf{n}_p}{\mathbf{n}_f} = \frac{n_p + i k_p}{n_f + i k_f} \quad (\text{F.2})$$

Für die in Betracht zu ziehenden *tracer*-Teilchen nehmen die für diese Untersuchung notwendigen Größen die in **Tabelle F.1** genannten Werte an. Die Brechungsindizes der einzelnen Partikel wurden dabei entsprechend der Herstellerangaben bzw. in Anlehnung an verfügbare Informationen vergleichbarer Materialien verwendet⁴ ([159], [122]).

Für das im Umlaufkanal des ISM verwendete Fluid Wasser ist der komplexe Brechungsindex wellenlängen- und temperaturabhängig bei SCHIEBENER *et al.* [185] oder POPE & FRY [168] gelistet. Transferiert man die beiden im DANTEC-LDA-System verwendeten Wellenlängen der Laserstrahlen mit $\lambda_{\text{b,f}} = \frac{\lambda_{\text{b,vac}}}{n_f}$ in das Medium Wasser, so findet man im Rahmen eines iterativen Prozesses bei einer durchschnittlichen Temperatur des Fluids von $\vartheta_f = 20^\circ\text{C}$ für $\lambda_{\text{b,vac}} = 488,0\text{ nm}$ einen Brechungsindex von $\mathbf{n}_f = 1,3551 + i 2,1902 \times 10^{-9}$ bzw. für $\lambda_{\text{b,vac}} = 514,5\text{ nm}$ $\mathbf{n}_f = 1,3518 + i 2,8614 \times 10^{-10}$.

Bei sämtlichen Berechnungen wird von homogenen Medien ausgegangen. Dies bedeutet, dass die Brechungsindizes innerhalb des Fluids bzw. der Partikel als räumlich konstant angenommen werden. Dies stellt, insbesondere bei Kunststoffen, wie Polyamid, mit einer polymertypischen Kettenstruktur, eine vereinfachende Annahme dar.

$\lambda_{\text{b,vac}} = 488,0\text{ nm}$	d_p [μm]	x_M [-]	\mathbf{n}_p [-]	β_p [m^{-1}]
VESTOSINT [®] 2070	5	32,2	$1,498 + i 2,325 \times 10^{-2}$	$5,987 \times 10^5$
VESTOSINT [®] 2159	10	64,4	$1,498 + i 2,325 \times 10^{-2}$	$5,987 \times 10^5$
VESTOSINT [®] 2158	20	128,8	$1,498 + i 2,325 \times 10^{-2}$	$5,987 \times 10^5$
POTTERS SH 400S33	15	96,6	$1,486 + i 2,429 \times 10^{-6}$	62,549
$\lambda_{\text{b,vac}} = 514,5\text{ nm}$	d_p [μm]	x_M [-]	\mathbf{n}_p [-]	β_p [m^{-1}]
VESTOSINT [®] 2070	5	30,5	$1,497 + i 2,453 \times 10^{-2}$	$5,991 \times 10^5$
VESTOSINT [®] 2159	10	61,1	$1,497 + i 2,453 \times 10^{-2}$	$5,991 \times 10^5$
VESTOSINT [®] 2158	20	122,1	$1,497 + i 2,453 \times 10^{-2}$	$5,991 \times 10^5$
POTTERS SH 400S33	15	91,6	$1,484 + i 2,561 \times 10^{-6}$	62,551

Tabelle F.1: Zusammenfassung charakteristischer Größen zur Berechnung des Streulichtverhaltens mittels der MIE-Theorie unterschiedlicher, für LDV-Messungen in einer Wasserströmung geeigneter, Partikel. (Brechungsindizes teilweise von vergleichbaren Materialien)

Betrachtet man die Eingangsdaten für die quantitative Bewertung der Partikel durch Berechnung des Streulichtverhaltens fällt bereits qualitativ auf, dass die Absorption bei den

⁴ Nach einer umfassenden Recherche ist festzustellen, dass zum Zeitpunkt der Fertigstellung dieser Arbeit weder Partikel-, noch Materialhersteller von PA 12 exakte spektrale Daten für ihre Produkte im für die Berechnung des Streulichtverhaltens relevanten Wellenlängenbereich zur Verfügung stellen können.

Glasperlen im Vergleich zu den Polyamid-Partikeln praktisch vernachlässigbar ist.⁵ Aus dem imaginären Anteil des komplexen Brechungsindex kann als quantitatives Maß hierfür der Absorptions-Koeffizient $\beta_p = \frac{4\pi k_p}{\lambda_{\text{vac}}}$ berechnet werden, der beim Material Glas im Vergleich zu Polyamid um einige Größenordnungen kleiner ist.

Die berechneten größen- und winkelabhängigen Intensitätsverteilungen sind exemplarisch für die Wellenlänge $\lambda_{b,\text{vac}} = 488,0 \text{ nm}$ in **Abbildung F.1** für parallele bzw. senkrechte Polarisation des einfallenden Lichtes dargestellt. Die Strahlungsintensitäten sind dabei polarisationsabhängig als I_{para} bzw. I_{perp} bezeichnet.

Bezeichnet man die durch den Laserstrahl, das Partikel und die Beobachtungsrichtung aufgespannte Ebene als Streuebene, so bedeutet eine parallele Polarisation der einfallenden Welle, dass der elektromagnetische Feldvektor in dieser Ebene liegt, wohingegen bei senkrechter Polarisation der Feldvektor die Streuebene durchdringt.

In der ersten Bildreihe sind für beide Polarisationen die Intensitätsverteilungen als Funktion des MIE-Größenparameters x_M aufgetragen. Dabei wurden als Streuwinkel die für LDA- bzw. PIV-Messungen relevanten Winkel $\vartheta_{Sc} = 180^\circ$ (Rückwärtsstreuung) bzw. $\vartheta_{Sc} = 90^\circ$ gewählt.

Die zweite Reihe sowie die beiden abschließenden Polardiagramme zeigen für die in **Tabelle F.1** gelisteten Partikel, logarithmisch aufgetragen, das winkelabhängige Streulichtverhalten hinsichtlich Verteilung und Intensität. Dabei wurde jeweils die signifikante Intensitätsspitze in Richtung der Vorwärtsstreuung ($\vartheta_{Sc} = 0^\circ$) ausgeschlossen, die bei den größten Polyamid-Partikeln bzw. bei den Glasperlen Werte von $7 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ bzw. $2 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ erreicht.

Aufgrund ihres günstigeren Brechungsindex weisen die Glasperlen erwartungsgemäß, unabhängig von Polarisation oder Größe des Partikels, in jeder radialen Richtung die höchsten Intensitäten auf. Jedoch ist deren radiale Verteilung stark inhomogen und insbesondere in Rückwärtsstreurichtung in einem engen Winkelbereich von ca. $\pm 30^\circ$ mit ausgeprägten Spitzen versehen (deutlich in den beiden Polardiagrammen zu erkennen).

Selbst für größere Partikel-Durchmesser findet keine, für den Bereich der geometrischen Optik typische, Glättung der Verteilungen statt. Dies wird besonders durch die stark oszillierende Verteilung, im Gegensatz zum deutlich asymptotischen Verhalten der Polyamid-Partikel, in der ersten Bildreihe für steigende Werte des MIE-Größenparameter x_M deutlich.

Die beiden Polardiagramme zeigen, neben den grundsätzlich typisch symmetrischen Verteilungen zur auf der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Lichtes senkrecht stehenden Ebene, die ausgeprägte Anisotropie der Polyamid-Partikel. Während die polaren Verteilungen der Glasperlen nur marginal von der Wellen-Polarisation abhängen, zeigt das Kunststoff-*seeding* deutlich unterschiedliche Distributionen für parallele und senkrechte Polarisation. Dies wird insbesondere in der mittleren Bildreihe durch die unterschiedlichen Niveaus der blauen, roten und grünen Linie sichtbar.

Die für Polymere typische Anisotropie (vgl. z. B. KREVELE [224]) nimmt mit größer werdendem Partikel-Durchmesser, bzw. MIE-Größenparameter x_M , zu.

⁵ Der Imaginärteil k des komplexen Brechungsindex n bestimmt die Stärke der Absorption eines Mediums.

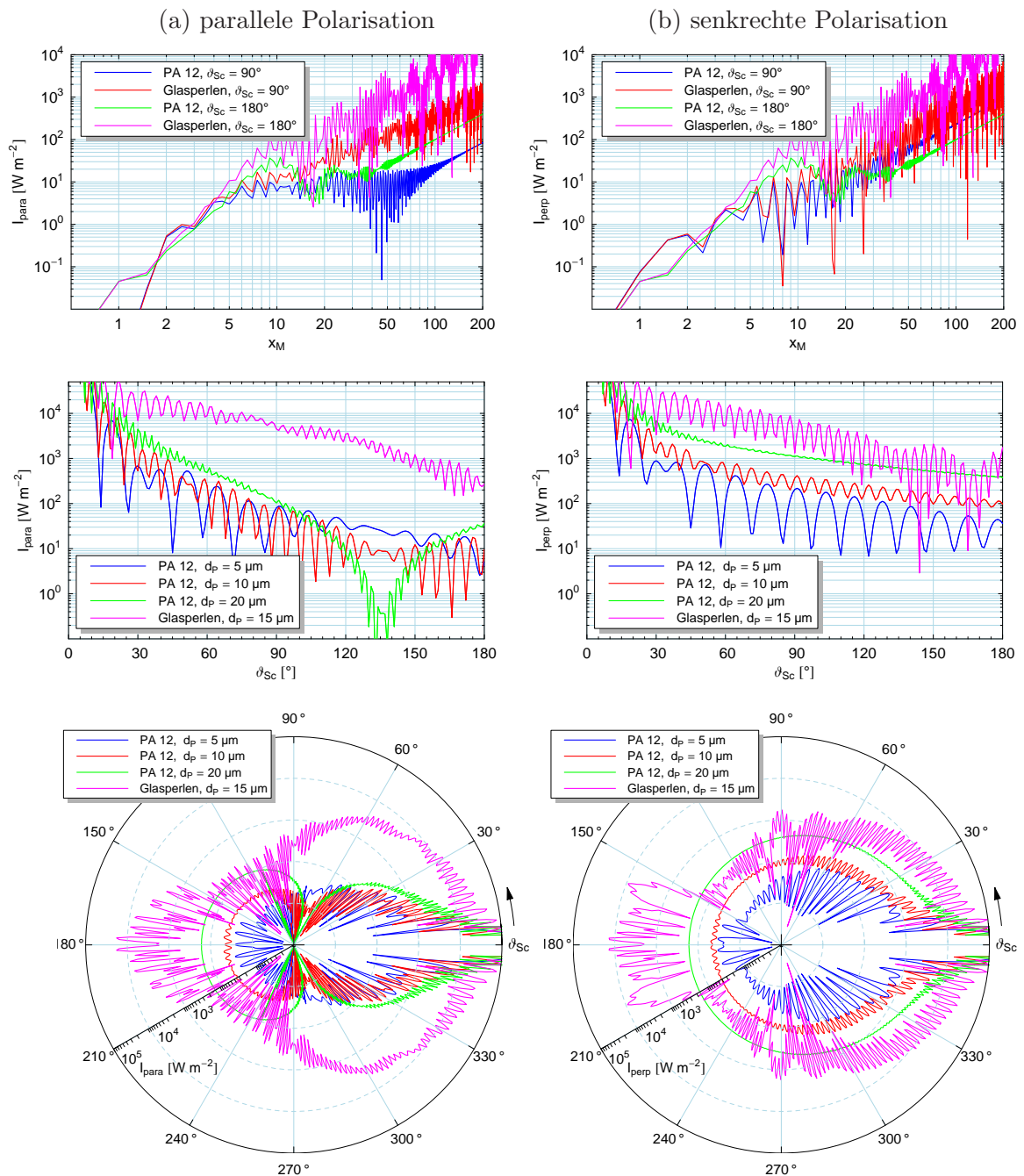


Abbildung F.1: Nach der MIE-Theorie berechnetes Streulichtverhalten im Fernfeld sphärischer Partikel aus Polyamid und Glas bei paralleler (Spalte a) bzw. senkrechter (Spalte b) Polarisation der auftretenden Strahlung. Die erste Zeile zeigt die materialabhängigen Intensitätsverteilungen als Funktion des MIE-Größenparameters x_M , die zweite und dritte deren Abhängigkeit von Streuwinkel ϑ_{Sc} . Alle Ergebnisse sind exemplarisch für die Wellenlänge $\lambda_{b,vac} = 488,0 \text{ nm}$ dargestellt. Bei den Polardiagrammen wurde im Sinne einer anschaulichen Darstellung des signifikanten Maximums bei $\vartheta_{Sc} = 0^\circ$ ausgeschlossen.

G Ergänzende Messergebnisse

LDA-Messungen über der glatten Oberfläche

Skalierung mit inneren und gemischten Variablen

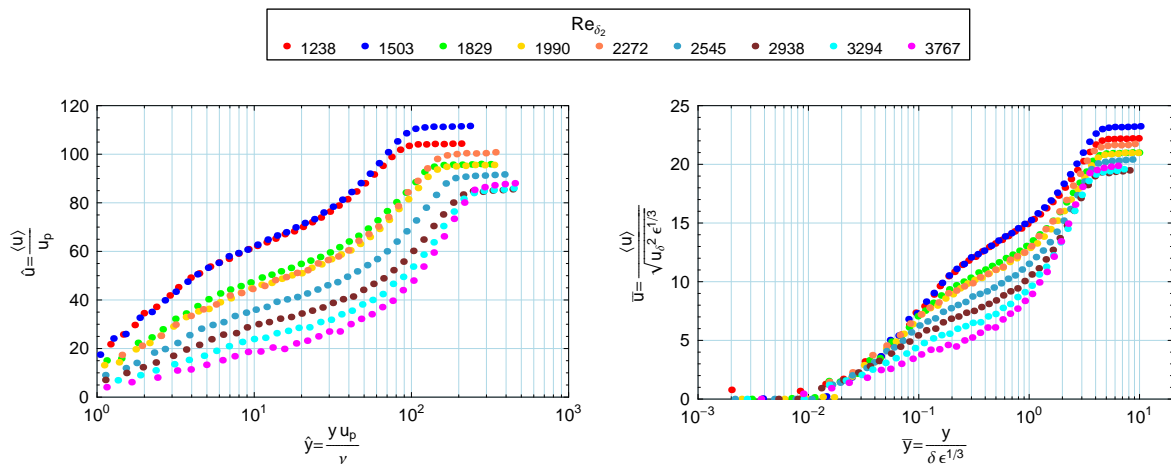
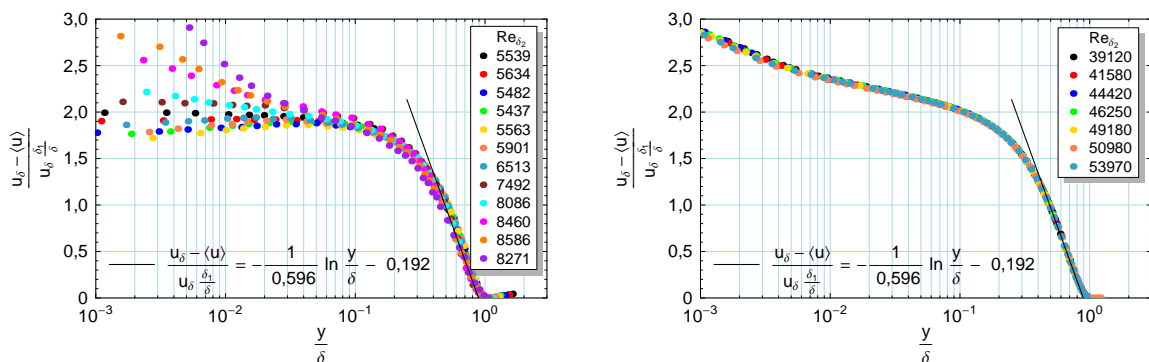


Abbildung G.1: Mittlere Profile der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung stromauf der Ablösung in innerer und gemischter Skalierung nach DURBIN & BELCHER.

Skalierung fremder Daten mit äußeren Variablen



(a) KALTER

(b) SKÅRE & KROGSTAD

Abbildung G.2: Mittlere Profile der Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung in äußerer Skalierung nach ZAGAROLA & SMITS. Experimentelle Daten von KALTER [115] und SKÅRE & KROGSTAD [193].

PIV-Messungen senkrecht zur Plattenoberfläche mit glatter und gerillter Oberflächenstruktur im Ablösebereich

Gemittelte Geschwindigkeitskomponenten

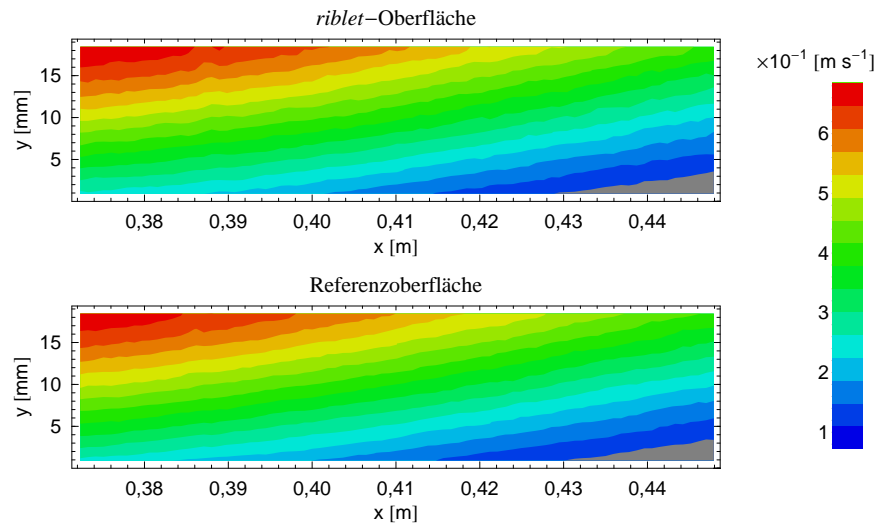


Abbildung G.3: Komponente in Hauptströmungsrichtung, parallel zur Platte $\langle u \rangle$.

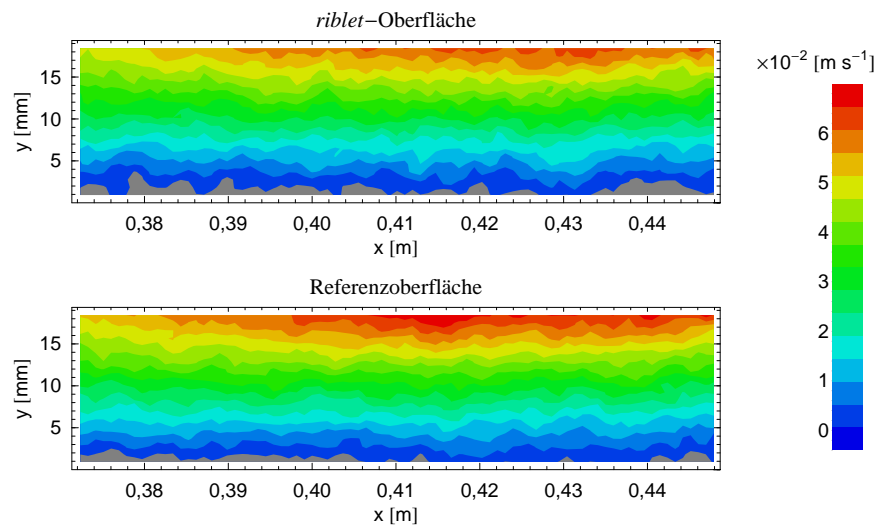
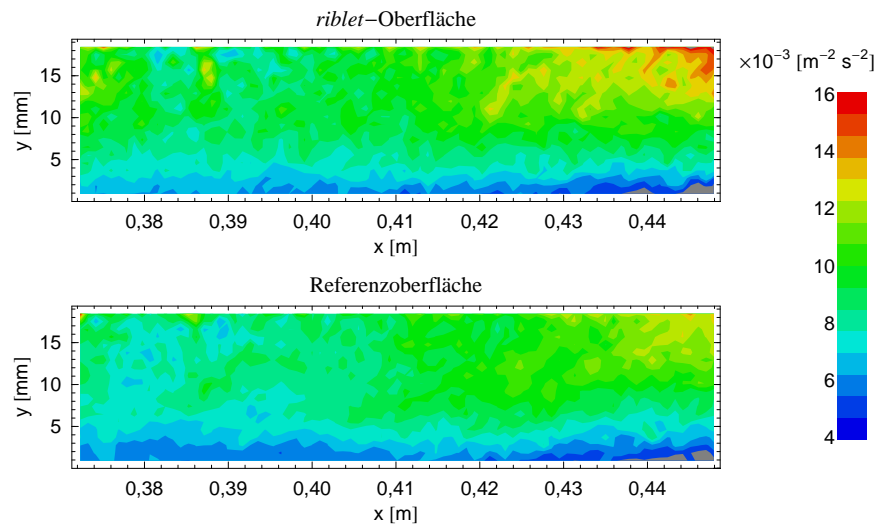
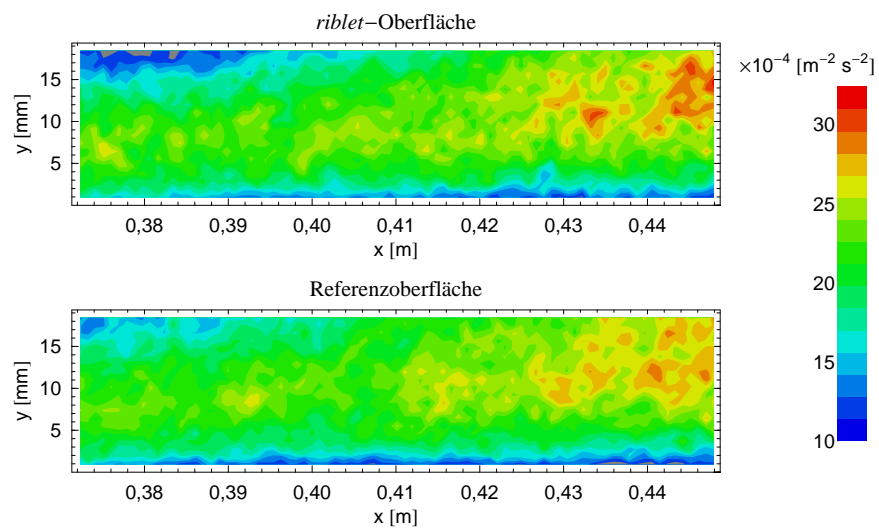
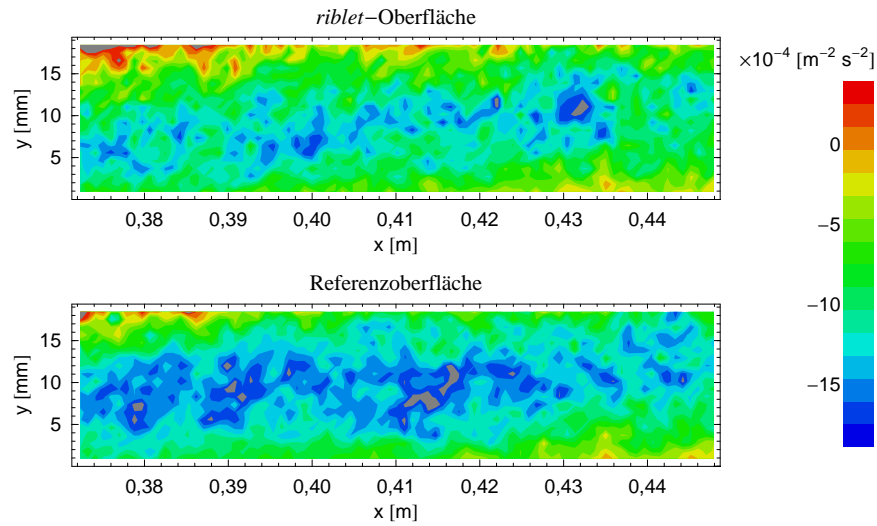
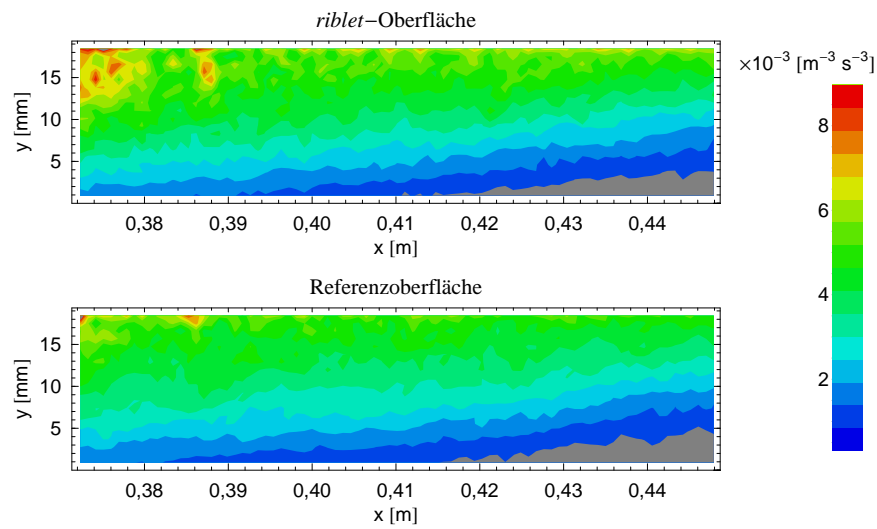


Abbildung G.4: Komponente normal zur Plattenoberfläche $\langle v \rangle$.

REYNOLDS-Spannungen

Abbildung G.5: Normalspannung in Hauptströmungsrichtung $\langle u'^2 \rangle$.Abbildung G.6: Normalspannung in wandnormaler Richtung $\langle v'^2 \rangle$.

Korrelationen der Geschwindigkeitsschwankungen

Abbildung G.7: Korrelation der Schwankungsgrößen $\langle u'v' \rangle$.Abbildung G.8: Tripelprodukt der Geschwindigkeitsschwankungen $\langle u'^2v' \rangle$.

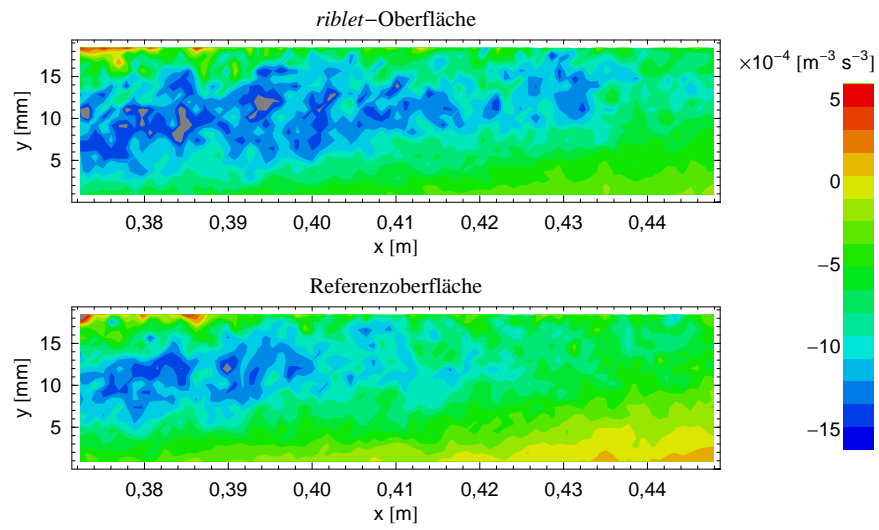


Abbildung G.9: Tripelprodukt der Geschwindigkeitsschwankungen $\langle u'v'^2 \rangle$.

Turbulente kinetische Energie

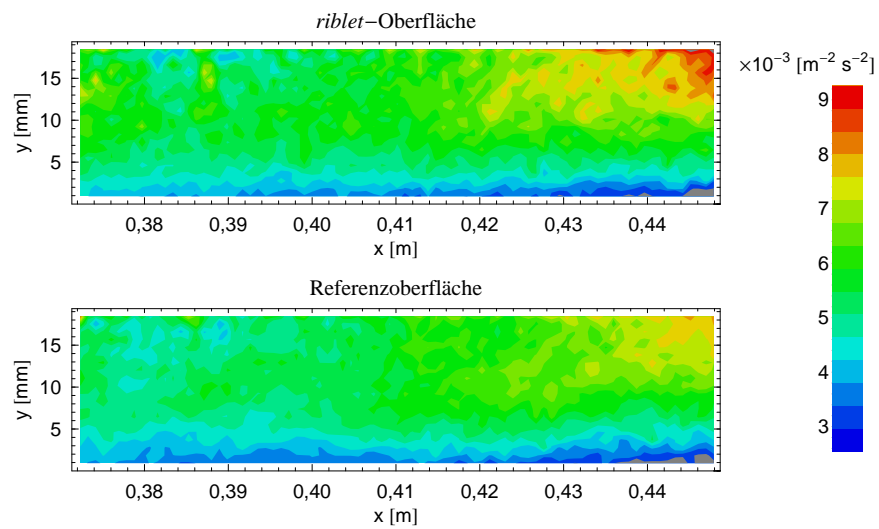


Abbildung G.10: Verteilung der Produktion an turbulenter kinetischer Energie k .

Turbulenzgrad

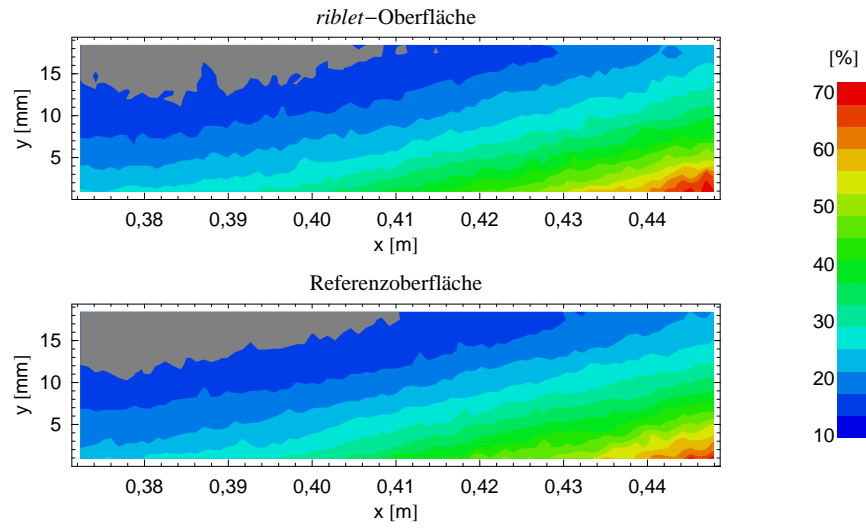


Abbildung G.11: Turbulenzgrad Tu.

Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der Geschwindigkeitsschwankungen

Glatte Oberfläche

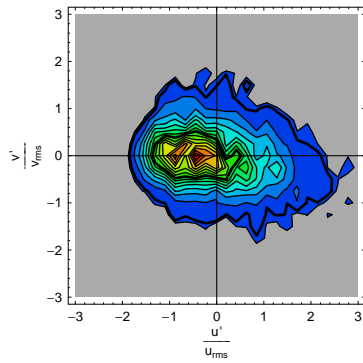
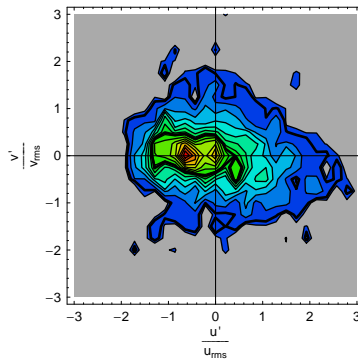
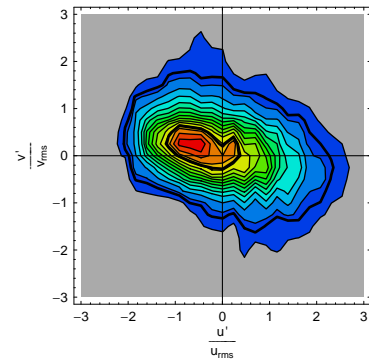
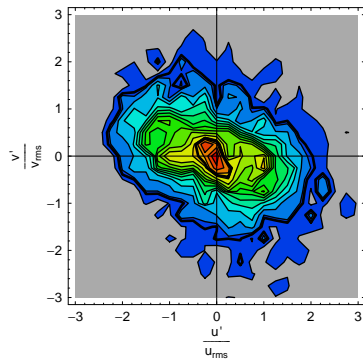
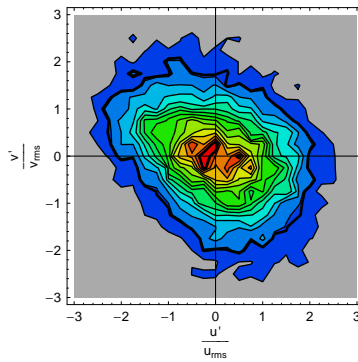
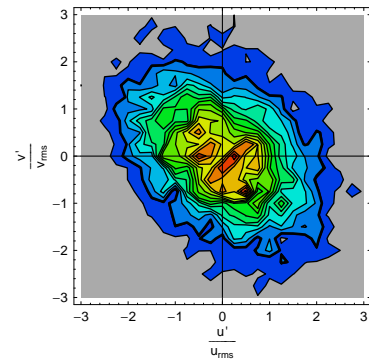
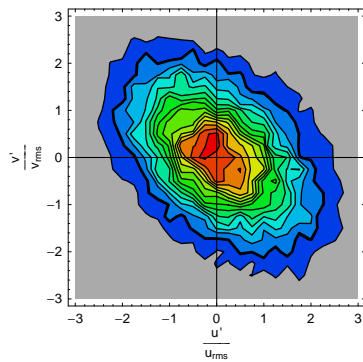
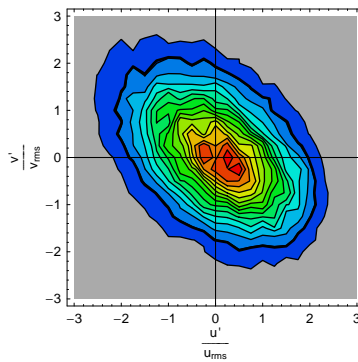
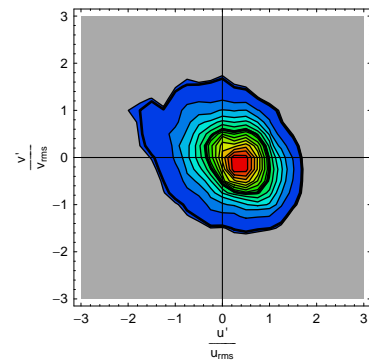
(a) $y^+ \approx 4$, $\frac{y}{\delta} \approx 0,007$ (b) $y^+ \approx 5$, $\frac{y}{\delta} \approx 0,008$ (c) $y^+ \approx 8$, $\frac{y}{\delta} \approx 0,014$ (d) $y^+ \approx 12$, $\frac{y}{\delta} \approx 0,021$ (e) $y^+ \approx 22$, $\frac{y}{\delta} \approx 0,039$ (f) $y^+ \approx 38$, $\frac{y}{\delta} \approx 0,068$ (g) $y^+ \approx 74$, $\frac{y}{\delta} \approx 0,131$ (h) $y^+ \approx 182$, $\frac{y}{\delta} \approx 0,323$ (i) $y^+ \approx 381$, $\frac{y}{\delta} \approx 0,674$

Abbildung G.12: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(u',v')$ über der glatten Oberfläche für verschiedene Wandabstände bei $x = 0,3$ m ($Re_{\delta_2} = 2153$). Die dicke äußere Isolinie repräsentiert den Wert $f = 0,02$, die innere (falls vorhanden) $f = 0,2$.

Riblet-Oberfläche

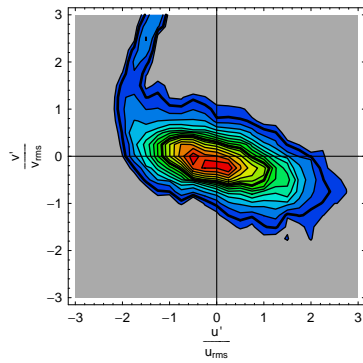
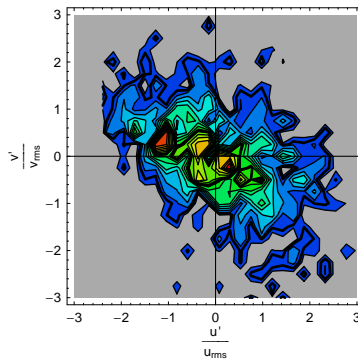
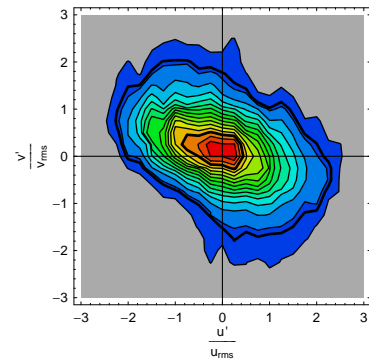
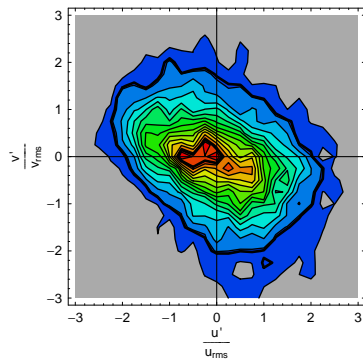
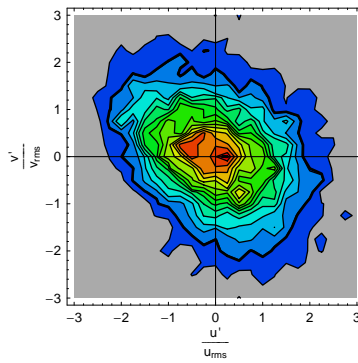
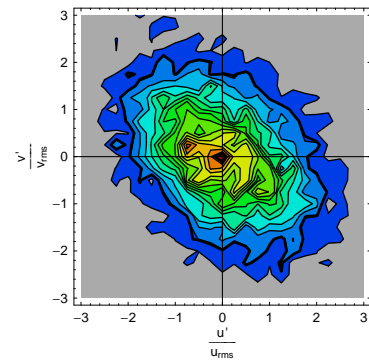
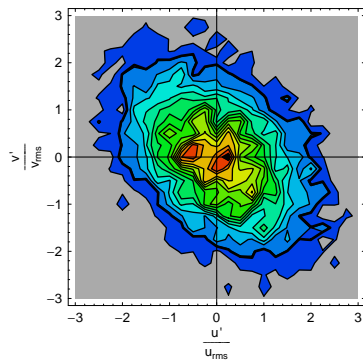
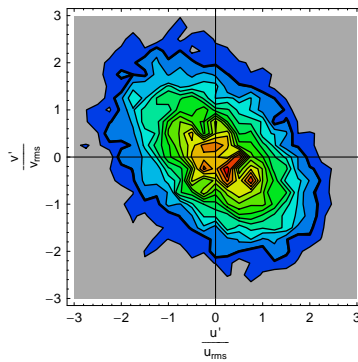
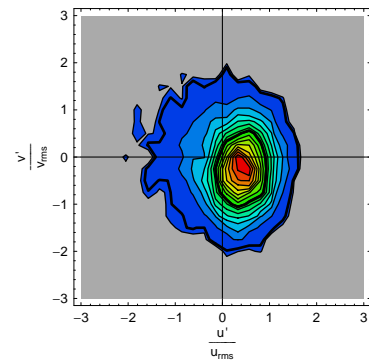
(a) $y^+ \approx 2, \frac{y}{\delta} \approx 0,003$ (b) $y^+ \approx 3, \frac{y}{\delta} \approx 0,006$ (c) $y^+ \approx 4, \frac{y}{\delta} \approx 0,010$ (d) $y^+ \approx 7, \frac{y}{\delta} \approx 0,016$ (e) $y^+ \approx 13, \frac{y}{\delta} \approx 0,028$ (f) $y^+ \approx 22, \frac{y}{\delta} \approx 0,048$ (g) $y^+ \approx 52, \frac{y}{\delta} \approx 0,113$ (h) $y^+ \approx 134, \frac{y}{\delta} \approx 0,290$ (i) $y^+ \approx 297, \frac{y}{\delta} \approx 0,641$

Abbildung G.13: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(u', v')$ über der *riblet*-Oberfläche für verschiedene Wandabstände bei $x = 0,297$ m ($Re_{\delta_2} = 2242$). Die dicke äußere Isolinie repräsentiert den Wert $f = 0,02$, die innere (falls vorhanden) $f = 0,2$.