

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
INSTITUT FÜR ENERGIETECHNIK

LEHRSTUHL
FÜR FLUIDMECHANIK

Entwurf und Optimierung von Francis Turbinen

Thomas Lepach



München 2006

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
INSTITUT FÜR ENERGIETECHNIK MW7

LEHRSTUHL FÜR FLUIDMECHANIK

**Entwurf und Optimierung
von Francis Turbinen**

Thomas Lepach

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. W. H. Polifke, Ph.D. (CCNY)

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. habil. R. Schilling
2. Univ. Prof. Dr.-Ing. H.-P. Kau

Die Dissertation wurde am 28.06.2005 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 18.11.2005 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Fluidmechanik, Abteilung Hydraulische Maschinen, der Technischen Universität München.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Rudolf Schilling, der es mir ermöglichte diese Arbeit anzufertigen und durch seine wissenschaftliche Anleitung und konstruktive Unterstützung wesentlich zum Gelingen beigetragen hat. Seine lehrreichen Anregungen und die zahlreichen fachlichen Diskussionen mit ihm waren mir stets eine wertvolle Hilfe während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl.

Herrn Univ. Prof. Dr.-Ing. H.-P. Kau danke ich für die Übernahme des Koreferates ebenso wie Herrn Univ.-Prof. W. Polifke, der freundlicherweise als Vorsitzender der Prüfungskommission zur Verfügung stand.

Dem akademischen Oberrat Herrn Dr.-Ing. Wilfried Knapp und Frau Anna-Maria Lang danke ich für die vielseitige Unterstützung.

Gerne möchte ich an dieser Stelle auch die Gelegenheit nutzen, all meinen Kollegen für die stets gute Zusammenarbeit und die Hilfsbereitschaft zu danken. Insbesondere danke ich meiner langjährigen Zimmerkollegin Susanne Thum für die gute und freundschaftliche Zusammenarbeit sowie den Kollegen Stefan Krämer und Norbert Müller für die regen Diskussionen.

Ganz herzlichen Dank möchte ich auch meinen Eltern aussprechen, die mich beim Erreichen meiner beruflichen Ziele immer bestärkt und nach Kräften unterstützt haben. Ihnen ist diese Arbeit gewidmet.

Meiner Freundin Iris gilt mein besonderer Dank für die Geduld und das Verständnis in den letzten Monaten.

München, Januar 2006

Thomas Lepach

Inhaltsverzeichnis

Verwendete Formelzeichen und Abkürzungen	IX
Zusammenfassung	XV
1 Einleitung	1
1.1 Stand des Wissens	2
1.2 Zielsetzung der Arbeit	5
2 Strömungsberechnung	7
2.1 Quasi-3D Verfahren	7
2.1.1 Quasi-3D Euler Code	7
2.1.2 Quasi-3D Navier-Stokes Code	8
2.2 3D Verfahren	9
2.2.1 Erhaltungsgleichungen	9
2.2.2 Euler Gleichungen	9
2.2.3 Navier-Stokes Gleichungen	10
2.2.3.1 Lösungsansätze	10
2.2.3.2 Mittelung der Erhaltungsgleichungen	11
2.2.3.3 Turbulenzmodellierung	12
2.2.3.4 Wandbehandlung	14
2.2.3.5 Rotor-Stator Koppelung	16
3 Geometriebeschreibung	18
3.1 Polynome	19

3.2	Splines	19
3.3	B-Splines	20
3.3.1	B-Spline Kurven	20
3.3.2	B-Spline Flächen	24
3.4	Parametrisierung der Geometrie	27
3.4.1	Aufbau einer Strömungsmaschine	27
3.4.2	Meridiankonturen	27
3.4.3	Konforme Abbildungen der Schaufeln	29
3.4.4	Dickenverteilung der Schaufeln	30
4	Erstentwurfsverfahren	32
4.1	Energieumsetzung	32
4.2	Erstentwurf	38
4.2.1	Annahmen	39
4.2.2	Berechnung der Drallvorgabe c_{u3} am Laufradaustritt	42
4.2.3	Berechnung der Ein- und Austrittswinkel	45
4.2.4	Ermittlung des Schaufelwinkelverlaufs	46
4.3	Automatische Korrektur der Austrittswinkel	51
4.4	Entwurfsstrategien	51
5	Interaktives Optimierungssystem	54
5.1	Systemüberlick	54
5.2	Benötigte Daten für das RTD-System	55
5.3	Modifikation	57
5.3.1	Modifikationsebene	57
5.3.2	Schaufelwinkel und Umschlingung	58
5.3.3	Meridiankontur	60
5.3.3.1	Hub- und Shroudkontur	60
5.3.3.2	Ein- und Austrittskante	62
5.3.4	Dickenverteilung	63

5.3.5	Querabgleich	63
5.4	Netzgenerierung	64
5.5	Randbedingungen	65
5.6	Initiierung der Strömungsantwort	68
6	Optimierung von Francis Turbinen	70
6.1	Erstentwurf	70
6.1.1	Leitrad	70
6.1.2	Laufrad	71
6.1.3	CFD-Nachrechnung	73
6.1.4	Auswertung der CFD-Ergebnisse	75
6.1.4.1	Flächenhafte Mittelwerte	75
6.1.4.2	Bestimmung der Integralwerte	76
6.1.4.3	Mittelwertbildung in Umfangsrichtung	76
6.1.4.4	Bilanzierung über der Schaufelhöhe	77
6.1.5	Ergebnisse des Erstentwurfs	77
6.1.5.1	Ergebnisse am Beispiel der Francis Turbine FT60	77
6.1.5.2	Ergebnisse der einzelnen Francis Turbinenstufen im Vergleich	80
6.2	Optimierung	86
6.2.1	Analyse	86
6.2.2	Optimierung einzelner Parameter der FT20	87
6.2.2.1	Variation des Umschlingungswinkels $\Delta\varphi_w$	88
6.2.2.2	Variation des Laufradaustrittsdurchmessers D_{2a}	89
6.2.2.3	Einfluss des Schaufelwinkelverlaufs $\beta_s(s)$	92
6.2.2.4	Anheben des Restdrallniveaus	95
6.2.2.5	Variation der Leitschaufelhöhe b_0	97
6.2.2.6	Zusammenfassung	98
6.2.3	Ergebnis der Optimierung der Francis Turbinen	100
6.3	Analyse der optimierten Geometrien	107

6.3.1	Schaufelbelastung	109
6.3.2	Kanalgemittelte Größen	111
6.3.3	Konturplot	113
7	Echtzeitverhalten	117
7.1	Multi-Level Strategie	117
7.1.1	Multi-Level CFD Verfahren	117
7.1.2	Euler-3D Code	118
7.1.3	Geometriemodifikation	120
7.2	Parallelisierung	121
7.3	Dimension der Rechenetze	125
8	Bewertung und Ausblick	126
	Literaturverzeichnis	127

Verwendete Formelzeichen und Abkürzungen

Abkürzungen

2D	Zweidimensional
3D	Dreidimensional
AIF	Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen "Otto von Guericke" e.V.
B-B	Blade-to-Blade
CAD	Computer Aided Design
CAM	Computer Aided Manufacturing
CDS	Central Differencing Scheme
CFD	Computational Fluid Dynamics
CPU	Central Processing Unit
DNS	Direkte numerische Simulation
E3D	Euler-3D
EES	Echtzeit-Entwurfs-System
EQ3D	Euler Quasi-3D
FEM	Finite Element Methode
FLM	Lehrstuhl für Fluidmechanik
FLT	Forschungsvereinigung für Luft- und Trocknungstechnik
FT	Francis Turbine
GUI	Graphical User Interface
H-S	Hub-to-Shroud
IGES	Initial Graphics Exchange Specification
NS3D	Navier-Stokes-3D
NSQ3D	Navier-Stokes Quasi-3D
MPI	Message Passing Interface
OSHER	Diskretisierungsverfahren nach CHAKRAVARTHY UND OSHER
OW	Oberwasser
PVM	Parallel Virtual Machine
Q3D	Quasi-3D
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
Re	Reynoldszahl
RTD	Real-Time Design
S1	Gitterebene
S2	Meridianebene

S3	Normalebene
SIMPLE	Semi IMplicit procedure for Pressure-Linked Equations
UDS	Upwind Differencing Scheme
UW	Unterwasser
VDMA	Verband Deutscher Maschinen- und Anlagenbau e.V.
VES	Ventilator EntwurfsSystem

Lateinische Zeichen

a	Bogenlänge, Konstante
A	Fläche, Parameter, Konstante
b	Breite, Konstante
b_i	Bézier-Punkte
B	Belastung, Bernsteinpolynom, Konstante
c	Beiwert, Konstante
\vec{c}	Absolutgeschwindigkeitsvektor
C	Beiwert, normierte Geschwindigkeit, Konstante, Koeffizientenmatrix
$C_{\epsilon_1}, C_{\epsilon_2}, C_{\mu}$	Modellkonstanten
D	Durchmesser, Dicke, Describerpunkte
d	Dicke
e	Effizienz
E	Summe der Fehlerquadrate
f	Funktion
f_1, f_2	Dämpfungsfunktionen
F	Funktion
g	Erdbeschleunigung, Nebenbedingung
h	Höhe, Nebenbedingung
H	Fallhöhe
i	Zählvariable, Inzidenz
I	Funktion
j	Zählvariable
J	Jakobi-Determinante
k	Zählvariable, Überhöhungsfaktor
k	Turbulente kinetische Energie
l	konforme Länge, Zählvariable
L	Längenmaß, Leistungsdichte
m	Masse, Meridiankoordinate, Zählvariable
M	Drehmoment, Zählvariable, normierte Bogenlänge, Basisfunktion
n	Drehzahl, Länge, Länge von Hub nach Shroud, Anzahl an Optimierungsvariablen
N	normierte Länge, Zählvariable, Basisfunktion
p	Druck, Minderleistung, Zählvariable
P	Leistung, Forcing Function, Zellmittelpunkt, Punktcoordinate
\vec{P}	kartesischer Vektor
q	Zählvariable

\vec{q}	Flussvektor
Q	Volumenstrom, Forcing Function
r	Radius, Zählvariable
\vec{r}	Ortsvektor
R	Radius
s	Länge, Parameterwert, Länge von Hub nach Shroud
S	Quellterm, Speed-up
\vec{S}	Quelltermvektor, Knotenvektor
ST	Steigung
t	Zeit, Parameterwert
T	Zeit, Zeitmaß
\vec{T}	Knotenvektor
u	Geschwindigkeitskomponente, Führungsgeschwindigkeit, Bogenlänge
u_τ	Schubspannungsgeschwindigkeit
u_t	turbulentes Geschwindigkeitsmaß
v	Bogenlänge
V	Volumen, Funktion
w	Relativgeschwindigkeit, Relaxationsfaktor
\vec{w}	Relativgeschwindigkeitsvektor
x	Ortskoordinate, Optimierungsvariable x
\vec{x}	Optimierungsvektor
X	Ortsvektor
\vec{X}	Ortsvektor
y	Ortskoordinate, Wandabstand
y^+	dimensionsloser Wandabstand
Y	spezifische Schaufelarbeit, Ortsvektor
z	Ortskoordinate, Schaufelzahl

Griechische Zeichen

α	Metrikfaktor, Neigungswinkel der Stromfläche zur Achse
β	Metrikfaktor, Schaufelwinkel
γ	Metrikfaktor, Leitradwinkel
δ	Differenzwert, Deviation, Durchmesser
Δ	Differenzwert
ϵ	Dissipationsrate, Konvergenzgrenze
ζ	Versperrung
η	Wirkungsgrad, Kolmogorov-Länge, Koordinate
κ	von Karman Konstante, Faktor
μ	Dynamische Viskosität, Koordinate
ν	Kinematische Viskosität
ρ	Dichte
σ	Kavitationszahl
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$	Modellkonstanten
τ	Schubspannung
τ_w	Wandschubspannung

φ	Umschlingungswinkel, Umfangswinkel, Durchflusszahl
ϕ	dimensionsloser Umfangswinkel
ψ	Totaldruckzahl
ω	Winkelgeschwindigkeit, spezifische Dissipationsrate
$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeitsvektor

Hochgestellte Zeichen

<i>CFD</i>	Simulation
<i>H – S</i>	Hub-to-Shroud
<i>ist</i>	Ist-Wert
<i>soll</i>	Soll-Wert
<i>M</i>	Maschine
<i>t</i>	dimensionslose turbulente Größe
<i>T</i>	Transponierte
*	dimensionslos, neuer Wert

Tiefgestellte Zeichen

0	Referenzgröße, Index, Stelle vor dem Laufrad
1	Index, Eintrittskante
2	Index, Austrittskante
3	Index, Stelle nach dem Laufrad
∞	Unendlich
a	außen
anl, Anl	Anlage
b	barometrisch
c	Kurve (curve)
cfD	Simulation
d	Dicke
eff	effektiv
ein	Eintritt
EK	Eintrittskante
ges	Gesamt
geo	geodätisch
h	hydraulisch
HK	Hinterkante
i	Zählvariable, innen
ini	initial
j	Zählvariable
k	Zählvariable
krit	Kritisch
l	Zählvariable
LE	Leading Edge
m	Meridian, Zählvariable

max	Maximum
min	Minimum
n	Normal
p	stat. Druck
P	Zellmittelpunkt, Parallel
Q	Volumenstrom
q	spezifische Drehzahl
r	Radial
ref	Referenz
s	Schaufel, Saug, seriell
sch	Schaufel
t	Tangential, Total, Zeit, turbulent
T	turbulent
th	Theoretisch
u	Umfang
Verl, V	Verlust
va	vapour (Dampf)
w	wrapping (Umschlingung)
x	x -Richtung
y	y -Richtung
z	z -Richtung, Zapfenkreis

Sonstige

$\frac{\partial}{\partial t}$	Partielle Ableitung nach der Zeit
\times	Kreuzprodukt
–	zeitlicher Mittelwert, Mittelwert
/	Schwankungsgröße, 1. Ableitung

Zusammenfassung

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Real-Time Design (RTD) System stellt ein sehr effizientes Werkzeug für die Optimierung von Beschaukelungen hydraulischer Strömungsmaschinen dar. Durch die interaktive Modifikation kann innerhalb kurzer Zeit zum einen eine Strömungsmaschine entworfen, und zum anderen eine vorhandene Geometrie modifiziert und optimiert werden. Zur Analyse der Strömung durch die Maschine kommt dabei entweder ein Navier-Stokes Code mit einem $k-\epsilon$ Turbulenzmodell oder eine Euler-Rechnung basierend auf dem Navier-Stokes Code zum Einsatz. Mit dem NS3D Code ist es möglich, den Wirkungsgrad und die Energieumsetzung sowie die Geschwindigkeitsverteilungen in der Strömungsmaschine genauest möglich vorherzusagen. Mit dem Euler Code hingegen steht ein sehr schnelles Rechenverfahren zur Verfügung, das trotz der getroffenen Vereinfachungen die Druckverteilungen entlang der Schaufel relativ genau berechnet.

Weiter hilft dieses System den Ingenieuren im Bereich der Entwicklung von Strömungsmaschinen, die Auswirkungen der von ihnen eingeleiteten Änderungen am Schaufeldesign auf die Strömung und die hydraulischen Eigenschaften der Strömungsmaschine zu untersuchen. So kann das Know-how der Entwurfsingenieure durch die Begutachtung der erreichten Ergebnisse erweitert und aus den gewonnenen Erkenntnissen ein Lerneffekt abgeleitet werden.

Am Beispiel einer Francis Turbinenstufenreihe mit der spezifischen Drehzahl im Bereich von $20 \frac{1}{min} \leq n_q \leq 120 \frac{1}{min}$ wird der Weg vom Erstentwurf über die Nachrechnung und interaktive Optimierung aufgezeigt. Am Ende dieser Entwicklungskette werden die Geometrien von sechs Turbinenstufen erzeugt, die als Datenbasis für ein Künstlich Neuronales Netz (KNN) dienen soll. Wird ein KNN damit trainiert, so können weitere Entwürfe innerhalb kürzester Zeit abgerufen werden.

Mit dem entwickelten Entwurfstool kann nun der Entwurf von Francis Turbinenlaufräder effizient durchgeführt werden. Das interaktive Modifikationstool bietet zahlreiche Bausteine an, mit denen ein vorhandener Erstentwurf sich deutlich verbessern lässt. Darüber hinaus lassen sich mit diesem System die Entwicklungszeiten und -kosten deutlich reduzieren sowie die hydraulische Güte von Strömungsmaschinen effizient verbessern.

Kapitel 1

Einleitung

Die numerische Strömungsberechnung hat sich seit einigen Jahren neben dem Laborexperiment als Standardmethode zur Untersuchung von durchströmten und umströmten Systemen etabliert. Aufgrund der steigenden Rechnerleistung ist es nun möglich, auch komplexe dreidimensionale Strömungsprobleme, wie sie unter anderem im Strömungsmaschinenbau auftreten, zu simulieren. Dadurch werden zunehmend aufwändige Experimente durch die Simulation der Strömungen ersetzt, wodurch die Entwicklungskosten und -zeiten deutlich verringert werden können. Auf das Experiment kann jedoch nicht verzichtet werden, da die numerischen Ergebnisse noch immer verifiziert und validiert werden müssen [32]. Einerseits muss das numerische Ergebnis mit experimentellen Daten verglichen werden, um dessen Genauigkeit zu prüfen, andererseits dienen die Messungen auch zur Weiterentwicklung der physikalischen Modelle.

Der Konstruktionsprozess bei hydraulischen Strömungsmaschinen erfolgte in der Vergangenheit am Reißbrett, später am CAD¹-System. Nach der Konstruktion der konformen Abbildung auf der Basis der eindimensionalen Stromfadentheorie wurde das Laufrad im Modellmaßstab oder in Originalgröße gefertigt und gelangte schließlich in den Versuch, um die Performances nachzuweisen. Schließlich wurden am Prüfstand geringfügige hydraulische Anpassungen an die geforderte Spezifikation vorgenommen, um die garantierten Leistungsdaten zu erreichen. Waren die Abweichungen aber zu groß, so mussten oft weitere Entwürfe am Zeichenbrett bzw. CAD-System erstellt, gefertigt und experimentell verifiziert werden, um die Zielsetzung zu erreichen. Diese Vorgehensweise war mit einem großen Aufwand an Zeit und Kosten verbunden. Um die Entwicklungszeiten und damit die Kosten zu senken, wird bei einer gleichzeitigen Steigerung der Qualität hinsichtlich Wirkungsgrad und Kavitationssicherheit in der Industrie zunehmend der Entwurf und das Design von hydraulischen Strömungsmaschinen am Computer durchgeführt. Hierzu wird seit einigen Jahren auch auf Grund der leistungsfähigeren Rechner und fallenden Computerpreise das Werkzeug CFD² angewandt. Diese numerischen Strömungsrechenverfahren gewinnen bereits im Entwurfsprozess immer mehr an Bedeutung und werden vor allem im Luft- und Raumfahrtbereich, der Automobilindustrie und im Strömungsmaschinenbau eingesetzt. Mit den immer leistungsfähigeren CFD-Codes ist es möglich, auch komplexe Geometrien zu vernetzen und nachzurechnen

¹CAD=Computer Aided Design

²CFD=Computational Fluid Dynamics

[54], [48], um die Anzahl aufwändiger Versuche zu reduzieren.

Außerdem gewinnen besonders im Wasserturbinenbau die spezifikationsorientierten Entwicklungen von Einzelanlagen an Bedeutung, wodurch der Bedarf an schnellen und zuverlässigen Entwurfs- und Simulationswerkzeugen besonders hoch ist.

Da die numerischen Werkzeuge die reale Strömung zwar schon recht genau aber noch nicht exakt modellieren können, müssen die CFD-Ergebnisse noch immer kontrolliert und die CFD-Codes gegebenenfalls kalibriert werden.

1.1 Stand des Wissens

Strömungsrechenverfahren

Die Nachrechnung von Strömungen durch Strömungsmaschinen erfolgt heute fast ausschließlich mit 3D Navier-Stokes Codes, auch aufgrund der steigenden CPU-Rechenleistung und der Entwicklung genauerer Simulationsmodelle. Diese Rechenverfahren können die Kinematik und die Energieumsetzung in der Strömungsmaschine recht genau vorhersagen. BADER [2] hat am Beispiel einer Axialventilatorstufe gezeigt, dass ein Navier-Stokes Code mit einem Standard k - ϵ -Modell mit Wandfunktion zum einen kurze Rechenzeiten aufweist und darüber hinaus die lokalen Strömungsgrößen und die integrale Energiewerte wie die Druckzahl Ψ , die theoretische Totaldruckzahl $\Psi_{t,th}$ und der innerer Wirkungsgrad η_i im Vergleich zu den Messergebnissen sehr gut vorausberechnen kann.

WÖHLER [69] hat für eine Kaplan Vollspiral turbine die Simulations- mit Messergebnissen verglichen und eine gute Übereinstimmung vor allem der globalen Größen feststellen können. Auch sind beim Vergleich der Geschwindigkeitsschichtungen eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und CFD-Rechnung erzielt worden.

Die numerische Lösung der 3D Navier-Stokes Gleichungen für den inkompressiblen Fall erfolgt meist mit dem Druckkorrektur-Verfahren. In den Arbeiten von RITZINGER [43], BADER [2] und SKODA [63] wird die Verwendung des SIMPLE³-Algorithmus zur Druckkorrektur beschrieben. Mit dem damit ausgestatteten Verfahren konnten diese Autoren eine gute Übereinstimmung von Messwerten und numerischen Ergebnissen nachweisen.

Neben diesen genau rechnenden aber zeitintensiven 3D Verfahren werden vor allem in der Optimierung die quasi-dreidimensionalen (Q3D) Verfahren und damit sehr schnell rechnenden Codes eingesetzt, wie der Q3D-Euler Code und der Q3D-Navier-Stokes Code. MÜLLER et al. [31] geben einen Überblick über die verschiedenen Rechencodes, die zur Optimierung von Schaufelgeometrien eingesetzt werden können.

Unter dem Begriff Multi Level CFD versteht man die Anwendung verschiedener Genauigkeitsstufen hinsichtlich des zu verwendenden CFD-Codes und der Approximation der Geometrie mit B-Splines. Damit lässt sich vor allem in der automatischen Optimierung Rechenzeit entscheidend einsparen.

³SIMPLE=Semi IMPLICIT procedure for Pressure-Linked Equations

Entwurfsverfahren

Mit Hilfe der Methoden der Bézier-Kurven bzw. B-Splines, siehe HOSCHEK et al. [23], ROGERS [45] und FERNÁNDEZ [12], ist es möglich, auch geometrisch komplexere Objekte zu beschreiben. Erste Anwendungen finden sich bei ENGELI et al. [9]. Zunächst wurden die Profile von Axialturbinen mit Bézier-Kurven bzw. B-Splines approximiert. Durch Änderung des Describerpolygons konnte die Profilform verändert werden.

MILLER et al. [30] entwickelten ein interaktives Geometrie-Design-Tool zum Entwurf von Beschauelungen von axialen Strömungsmaschinen. Auf mehreren Strombahnen wird in der konformen Abbildung der Schaufelwinkelverlauf durch Eingabe des Eintritts-, Austritts- und Staffelungswinkels erzeugt. Die Winkel müssen aber separat berechnet werden. Design-Tools zum Entwurf und zur Nachrechnung von Strömungsmaschinen sind auch bei JAPIKSE zu finden, siehe [24], [25], [26].

GÖDE und RUPRECHT [46], [15], [16] beschreiben die Problematik des Entwurfs und der interaktiven Optimierung von Wasserturbinen. Da der Entwurf und die Analyse einer dreidimensionalen Strömungsmaschine auf das Auswerten von zweidimensionalen Ansichten reduziert wird, verfolgen GÖDE et al. den Entwurf und die Auswertung ganzer Strömungsmaschinen inklusive Saugrohr in einer virtuellen Umgebung, das Virtual Reality Environment⁴. Ziel ist es, dem Ingenieur die Möglichkeit zu bieten, direkt in die 3D Struktur der Strömung und der Geometrie zu blicken. Dazu dient das kommerzielle Programm COVISE, das am Rechenzentrum der Universität Stuttgart (RUS) entwickelt wurde.

Am Lehrstuhl für Fluidmechanik wird das Ziel verfolgt, durchgängige Systeme für verschiedene Strömungsmaschinentypen zu entwickeln, ausgehend vom Erstentwurf über die Nachrechnung, Optimierung bis zur Auswertung der Ergebnisse. Der numerische Entwurf von Pumpenlaufrädern nach der Methode von PFLEIDERER [34] und die interaktive Optimierung des Erstentwurfs sind bei SCHILLING et al. [51] und [56] nachzulesen.

Die bisher entwickelten Systeme werden im Folgenden näher beschrieben.

EES - Echtzeit-Entwurfssystem

Im Rahmen eines AIF-Forschungsprojekts im Auftrag der FG Pumpen im VDMA wurde ein Entwurfssystem für Pumpenlaufräder entwickelt, s. SCHILLING et al. [60]. Das System enthält als CFD Code ein Q3D-Verfahren, das nur die Schaufelskelettfäche einbezieht. Ergänzend besteht die Möglichkeit, auf den berechneten Stromflächen eine reine Gitterrechnung durchzuführen und dabei auch den Einfluss der Profilierung zu berücksichtigen. Es können sowohl axiale als auch radiale Laufräder modifiziert werden, siehe SPORER [64] und WATZELT [68].

Das Entwicklungssystem wurde durch HAAS [20] um ein integriertes Nachrechnungssystem erweitert, während SPORER [64] auch eine Schnittstelle zur Strukturberechnung mit Hilfe des kommerziellen FEM-Programmsystems ANSYS bereitstellte.

⁴VR = Virtual Reality

PEES - Paralleles Echtzeit-Entwurfssystem

WATZELT [68] hat das Echtzeit-Entwurfssystem EES mit der frei verfügbaren Programm-bibliothek PVM parallelisiert. Da als CFD-Code ein Q3D Euler Verfahren verwendet wird, und dieser sich auf Grund der Aufteilung der Berechnung auf mehrere S_{1i} Stromflächen gut parallelisieren lässt, konnte damit der Entwurfsprozess beschleunigt werden. Verfahrensbedingt lassen sich mit dem verwendeten Codes keine Verlustausagen treffen.

VES - Ventilator-Entwicklungssystem

Im Rahmen eines weiteren AIF-Forschungsvorhabens im Auftrag der Forschungsvereinigung für Luft- und Trocknungstechnik (FLT) wurde ein Entwicklungssystem für Ventilatoren erstellt, s. [41]. Das System wurde als Stufenentwurfssystem konzipiert, d.h. es können beliebige Kombinationen radialer, axialer oder halbaxialer Lauf- oder Leiträder entworfen, modifiziert und als Stufe gekoppelt nachgerechnet werden. Das System verfügt über zwei unterschiedliche CFD-Codes. Für die schnelle Auslegung ist ein Q3D-Verfahren implementiert, das die exakte Oberfläche der Schaufeln berücksichtigt. Für die detaillierte dreidimensionale Nachrechnung wurde das System um einen 3D Euler Stufen-Code ergänzt, so dass eine hierarchische, problemangepasste Lösung von Aufgabenstellungen im Entwurf und in der Nachrechnung von Stufen hydraulischer Strömungsmaschinen ermöglicht wird. Zur Auswertung der Strömungsergebnisse verfügt das System über ein umfangreiches Postprocessing, das die grafische Aufbereitung und Visualisierung der Ergebnisse ermöglicht.

RICHTER [40] erweiterte das VES-System um einen 3D Navier-Stokes Code und implementierte Funktionen zur Modifikation der Geometrie. Diese Modifikation erfolgt vom Anwender interaktiv in Grafikfenstern (GUI) und ist auf die Änderung des Winkelverlaufs und der Umschlingung in der konformen Abbildung sowie die Änderung der Shroud-Kontur beschränkt.

Automatische Optimierungssysteme

Neben der interaktiven Modifikation von Beschauelungen werden am Lehrstuhl für Fluidmechanik auch automatische Optimierungssysteme entwickelt und eingesetzt.

Das Ziel sämtlicher Optimierungsverfahren besteht im Allgemeinen darin, für eine gegebene Funktion $F(\vec{x})$ das absolute Minimum zu ermitteln. Diese Funktion F wird als Zielfunktion bezeichnet und hängt von n Optimierungsvariablen ab, die den sog. Optimierungsvektor $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ bilden. Mathematisch lässt sich eine Optimierungsaufgabe wie folgt formulieren:

$$\min \{F(\vec{x})\} \quad , \quad (1.1)$$

wobei folgende Nebenbedingungen

$$g_j(x) \geq 0, \quad j = 1, \dots, p \quad (1.2)$$

$$h_k(x) = 0, \quad k = 1, \dots, q \quad , \quad (1.3)$$

erfüllt werden müssen. Die Nebenbedingungen können aus p Ungleichheitsrestriktionen $g_j(x)$ und aus q Gleichheitsrestriktionen $h_k(x)$ bestehen [3].

FERNÁNDEZ [12], ASCHENBRENNER [1] und WÖHLER [69] entwickelten als Ergänzung zu den bisher am Lehrstuhl vorhandenen Tools ein Optimierungssystem, das auf dem Drei-Säulen-Konzept von ESCHENAUER [10] aufbaut. Dies bedeutet, dass innerhalb des Systems eine klare Trennung zwischen dem zur Modifikation verwendeten Geometriebaustein und dem zur Zielfunktionsauswertung notwendigen Simulationsbaustein sowie den einsetzbaren Optimierungsalgorithmen besteht.

Die Aufgabe des Geometriebausteins ist es, zu einem gegebenen Satz von Design- und Optimierungsparametern eine Schaufelgeometrie zu generieren. Mit Hilfe eines der implementierten Simulationsbausteine kann dann eine Strömungsnachrechnung initiiert werden. Aus den Ergebnissen der Strömungsrechnung lässt sich danach eine Zielfunktion berechnen und an die dritte Säule, den Optimierungsbaustein, übergeben. Das jeweils verwendete Optimierungsverfahren berechnet aufgrund der bisherigen Werte der Zielfunktion einen neuen Satz von Parametern, der an den Entwurfsbaustein weitergegeben wird. Der Vorgang wird solange wiederholt, bis ein definiertes Abbruchkriterium erreicht wird.

Von den vielen bislang untersuchten Verfahren für die Optimierung von Beschleunigungen hydraulischer Strömungsmaschinen hat sich die Mustersuche nach HOOKE & JEEVES, s. [22], als geeigneter Optimierungsalgorithmus erwiesen.

THUM UND SCHILLING [66] und SCHILLING et al. [58] haben den Optimierungsalgorithmus von HOOKE & JEEVES auf Francis Turbinen angewandt und konnten zeigen, dass sich damit die lokalen und integralen Strömungsgrößen von Francis Turbinen erheblich verbessern lassen.

1.2 Zielsetzung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit soll einen weiteren Beitrag leisten, um den Entwurf und die Optimierung von Strömungsmaschinen effektiver und zeitsparender durchzuführen. Ziel ist es, ein durchgängiges Programmsystem zu entwickeln, das den Ingenieur im Strömungsmaschinenbau in die Lage versetzt, in kurzer Zeit eine neue, an Kundenwünsche angepasste Strömungsmaschine zu entwerfen. Außerdem soll es möglich sein, eine bestehende Strömungsgeometrie zu modifizieren und deren hydraulische Eigenschaften zu optimieren. Das System soll dazu dienen, die Entwicklungszeiten bei der Auslegung und Optimierung von hydraulischen Strömungsmaschinen zu reduzieren. Zusätzlich soll es die Entwicklungsingenieure in die Lage versetzen, die Auswirkungen der von ihnen eingeleiteten Änderungen am Schaufeldesign auf die Strömung und die hydraulischen Eigenschaften der Strömungsmaschine zu untersuchen, um so das Know-how der Entwurfsingenieure durch die Begutachtung der erreichten Ergebnisse zu erweitern. Aus

den gewonnenen Erkenntnissen lässt sich ein Lerneffekt ableiten, wohingegen bei der automatischen Optimierung die Schritte bis zum Erreichen eines Optimums, die ein Optimierungsalgorithmus vornimmt, nicht nachvollziehbar sind.

Das neue Programmsystem soll sowohl auf Kreiselpumpen und Wasserturbinen als auch auf Ventilatoren angewendet werden können.

Zur Umsetzung der Problemstellung wurden aus dem Ventilator-Entwicklungssystem VES vor allem die Grafikbehandlung (GUI), die Dateischnittstellen und die Module zur Modifikation des Winkelverlaufs und der Deckscheibenkontur übernommen. Da das Vorläuferprogramm für die Modifikation der Geometrie auf die Schaufelprofile, die sich nach der Netzgenerierung ergeben und somit je nach Anzahl von Rechenpunkten relativ ungenau sein können, zurückgreift und die Skelettfläche sowie die Dicke zunächst erst einmal aus diesen extrahiert werden müssen, soll das neue System bereits auf der realen Skelettfläche und Dickenverteilung aufbauen. Bei dem früheren System war zudem die Geometriebeschreibung fest verknüpft mit den Rechnetzen und dem CFD-Code. Das neue System soll modular aufgebaut sein, so dass die Geometriebeschreibung, die Erzeugung der Rechnetze und der Strömungslöser voneinander getrennt sind, um vor allem die Geometrieapproximation zu verbessern und deren Genauigkeit zu erhöhen. Des Weiteren werden Standard CAD-Schnittstellen wie die IGES-Schnittstelle den Export der optimierten Strömungsgeometrien in firmenspezifische CAD-Systeme erleichtern.

Darüber hinaus soll eine innovative Vorgehensweise für den Erstentwurf von Turbinenlaufrädern erarbeitet werden, die sich auch auf Pumpen- und Ventilatorenlaufräder übertragen lässt. Damit soll es möglich sein, mit Hilfe der Betriebspunktdata und einer Meridiankontur einen Schaufelentwurf zu erstellen, der dann in nur wenigen Iterationsschritten mit dem Modifikationstool optimiert werden kann, um verschiedenen Anforderungen des Kunden zu entsprechen.

Neben diesen Werkzeugen soll eine Datenbasis an Turbinenlaufrädern entwickelt werden, um den zukünftigen Entwurf zu erleichtern. Dazu sollen 6 Turbinenstufen, bestehend aus einem Leitrad, das jeweils als optimal vorausgesetzt wird, und einem Laufrad, mit der Schnellläufigkeit $n_q = 20$ bis $n_q = 120$ entworfen, analysiert und dann interaktiv mit dem Modifikationstool optimiert werden. Ziel ist es weiter, mit den Daten dieser Baureihe ein Künstlich Neuronales Netz⁵ zu trainieren. In einem späteren Erstentwurf kann dieses KNN dazu dienen, für ein bestimmtes n_q ein bereits hydraulisch optimales Turbinenlaufrad abzurufen, das schließlich nur noch an die speziellen Kundenanforderungen angepasst werden muss. Arbeiten hierzu sind bei KRÄMER [27] zu finden.

⁵KNN = Künstlich Neuronales Netz

Kapitel 2

Strömungsberechnung

In diesem Kapitel werden die Grundgleichungen zur Berechnung von Strömungen beschrieben. Sowohl die Quasi-3D Verfahren als auch die Voll-3D Verfahren werden aufgegriffen. Neben den allgemeinen Erhaltungsgleichungen wird bei den voll-dreidimensionalen Verfahren auch auf die zeitlich gemittelten Gleichungen und deren Schließung durch ein Turbulenzmodell eingegangen. Da in dieser Arbeit die Simulation der Strömungen im rotierenden Bezugssystem betrachtet wird, soll ferner auf diese Besonderheit hingewiesen werden.

2.1 Quasi-3D Verfahren

Im Strömungsmaschinenbau wurden anfänglich mangels ausreichender Rechnerleistung quasi-dreidimensionale (Q3D) Verfahren zur Berechnung der Strömung eingesetzt. Die Quasi-3D Verfahren gehen davon aus, dass die Strömung auf zu berechnenden Strömflächen verläuft. Nach WU [71] kann die reale Strömung durch Superposition von drei zweidimensionalen Strömungen in den Gitterebenen $S1_i$, in den Meridianebenen $S2_j$ und in den Normalebenebenen $S3_k$ approximiert werden. Dies hat einen vielfach geringeren Rechenaufwand zur Folge und die Antwortzeiten können dadurch stark reduziert werden.

Die Quasi-3D Verfahren können in reibungsfreie und reibungsbehaftete Verfahren eingeteilt werden.

2.1.1 Quasi-3D Euler Code

Zur Beschreibung der reibungsfreien Strömung wird ein Stromfunktionsansatz verwendet [47]. Es wird vorausgesetzt, dass die Strömung auf rotationssymmetrischen Stromflächen verläuft und reibungsfrei, aber drehungsbehaftet ist [49]. SCHILLING [47] und [59] hat das Verfahren beschleunigt, indem nur die 2D Strömung in einer repräsentativen Meridianebene ($S2_m$) betrachtet wird, die mit den N Gitterströmungen auf den rotationssymmetrischen $S1_i$ -Flächen überlagert wird. Die Strömung in den Normalebenebenen wird vernachlässigt.

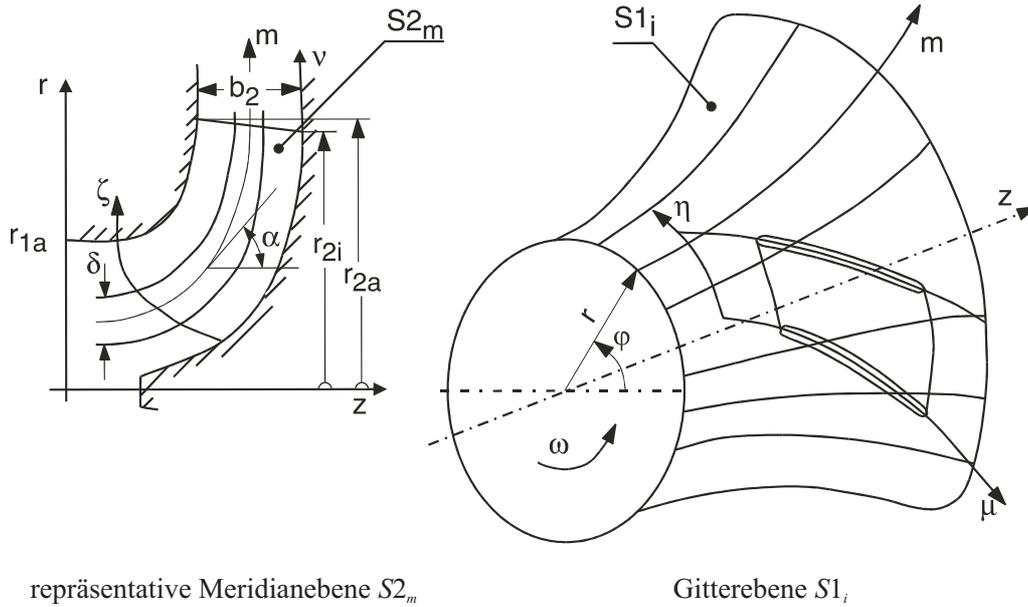


Abbildung 2.1: Vereinfachte Q3D Modellvorstellung

Die Lösung der Q3D-Gleichungen kann mit Hilfe eines Finiten Differenzen Verfahren erfolgen, s. SCHILLING [47] und SCHILLING et al. [60]. Die Q3D-Kopplung der Meridianströmung mit den Gitterströmungen wird solange fortgesetzt, bis kraftausgeglichene Strömungsverhältnisse vorliegen und die Stromflächen sich nicht mehr verschieben, s. HAAS [20].

Wegen der relativ kurzen Rechenzeiten im Vergleich zu voll-dreidimensionalen Verfahren wurden Q3D-Verfahren lange Zeit für den Entwurf und die Optimierung von Beschauelung hydraulischer Maschinen herangezogen, s. SCHILLING et al. [57] und [60]. Reibungs- oder Sekundärströmungseffekte können mit dem so definierten Verfahren jedoch nicht erfasst werden.

2.1.2 Quasi-3D Navier-Stokes Code

Mit dem Q3D Euler Verfahren sind wegen der Voraussetzung der Reibungsfreiheit keine Aussagen über Laufradverluste möglich. Um jedoch reale Laufradströmungen berechnen zu können, müssen auch die Reibungseinflüsse berücksichtigt werden. Um ebenfalls sehr kurze Rechenzeiten zu erhalten, wird das Q3D Verfahren auf die Lösung der Navier-Stokes Gleichungen angewandt.

Dazu werden die stationären 2D-Navier-Stokes Gleichungen in kartesischen Koordinaten in eine Stromfunktions- und Wirbeltransportgleichungsformulierung überführt, siehe auch GRIEBEL et al. [19].

Mit der Stromfunktionsgleichung kann zusammen mit einer zusätzlichen Wirbeltransportgleichung eine zweidimensionale, reibungsbehaftete Strömung berechnet werden. Eine ausführliche Beschreibung ist bei MÜLLER et al. [31] zu finden.

2.2 3D Verfahren

2.2.1 Erhaltungsgleichungen

Zur Beschreibung der realen Strömung eines inkompressiblen Fluids mit der Dichte ρ und der kinematischen Viskosität ν werden die Erhaltungssätze für die Masse und den Impuls an einem differentiellen Volumenelement aufgestellt. Unter der Annahme einer von der Temperatur unabhängigen Viskosität stehen zur Berechnung des Geschwindigkeitsfeldes $c_i = (c_x, c_y, c_z)^T$ und des statischen Drucks p vier Gleichungen zur Verfügung, die Kontinuitätsgleichung 2.1 sowie die drei Impulserhaltungsgleichungen 2.2.

$$\frac{\partial c_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + c_j \frac{\partial c_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.2)$$

Die Navier-Stokes Gleichungen sind bei stationärer Strömung vom elliptischen Typ, bei instationärer Strömung vom parabolischen Typ [52], hingegen weisen die Euler Gleichungen hyperbolischen Charakter auf. Im Falle $Re \rightarrow \infty$ dominiert der hyperbolische gegenüber dem elliptischen Charakter der Strömung .

Zu beachten ist, dass der statische Druck in der Gleichung 2.2 nicht explizit, sondern nur als Gradient auftritt, weshalb das absolute Druckniveau hier keinen Einfluss auf die Lösung des Gleichungssystems nimmt.

Da dieses System gekoppelter, nichtlinearer Differentialgleichungen selbst für laminare Strömungen nur in wenigen Sonderfällen eine analytische Lösung besitzt, müssen zur Lösung numerische Methoden herangezogen werden.

Der in dieser Arbeit verwendete Navier-Stokes Code wurde von SKODA entwickelt und kann in [63] nachgelesen werden. Im Folgenden soll ein kurzer Überblick über den Aufbau des 3D Codes gegeben werden.

2.2.2 Euler Gleichungen

Unter Vernachlässigung der Reibungskräfte vereinfachen sich die Impulsgleichungen 2.2 mit $\nu = 0$ zu den Euler'schen Bewegungsgleichungen.

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + c_j \frac{\partial c_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.3)$$

Diese Gleichung gilt für kompressible wie inkompressible Fluide.

Da in hydraulischen Maschinen aufgrund der hohen Reynoldszahlen die Grenzschichten dünn sind im Vergleich zu den Abmessungen und daher die Hauptströmung im Wesentlichen reibungsfreien Charakter hat, können zumindest bei der Nachrechnung und ersten Optimierung des Erstentwurfs die Euler'schen Bewegungsgleichungen verwendet werden.

2.2.3 Navier-Stokes Gleichungen

2.2.3.1 Lösungsansätze

Die Lösung der Bewegungsgleichungen für Strömungen in Pumpen- und Turbinenlaufrädern erfolgt zweckmäßigerweise in dem mit der Winkelgeschwindigkeit ω um die Maschinenachse, in der Regel die z-Koordinatenachse, rotierenden Koordinatensystem, das fest mit dem Laufrad verbunden ist. Hierzu werden die Bewegungsgleichungen mit der Führungsgeschwindigkeit $u = r \cdot \omega$ nach

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u} \quad (2.4)$$

in dieses rotierende Koordinatensystem transformiert, wobei zusätzliche Terme, d.h. die Flieh- und Corioliskraft, auftreten, siehe TRUCKENBRODT [67] oder KROLL [28]:

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + \vec{w} \cdot \text{grad}(\vec{w}) = -\frac{1}{\rho} \text{grad}(p) + \nu \cdot \text{div}(\text{grad}(\vec{w})) - \underbrace{(\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}))}_{\text{Zentrifugalkraft}} - \underbrace{2(\vec{\omega} \times \vec{w})}_{\text{Corioliskraft}} \quad . \quad (2.5)$$

Die Gleichung 2.5 beschreibt die Navier-Stokes Gleichung im Relativsystem.

Analog zu Gleichung 2.1 gilt für den Vektor der Relativgeschwindigkeit $\vec{w}(x, y, z, t)$ die Divergenzfreiheit im Relativsystem:

$$\text{div}(\vec{w}) = 0. \quad (2.6)$$

Nach KROLL [28] kann in der Gleichung 2.5 die Zentrifugalkraft und die Hälfte der Corioliskraft mit dem konvektiven Termen auf der linken Seite so umgeformt werden, dass sich die Gleichung 2.5 in einfacher Weise numerisch lösen lässt. Dadurch reduziert sich der Quellterm auf

$$\vec{S} = -(\vec{\omega} \times \vec{c}) \quad (2.7)$$

und die Gleichung geht über in

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + w_j \frac{\partial c_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i} \right) \right] + S_i \quad . \quad (2.8)$$

In der Regel führt diese Formulierung zu einem stabileren numerischen Verhalten, s. RITZINGER [43]. Ein weiterer Vorteil ist, dass bei der Berechnung des Übergangs von einem stehenden in ein rotierendes Bezugssystem, z.B. bei einer Leitrad-Laufrad Interaktion, wie sie bei Wasserturbinenstufen vorkommt, die Transformation der Geschwindigkeiten entfällt, da in Gleichung 2.8 die Absolutgeschwindigkeit c_i die abhängige Lösungsvariable ist.

Bei Strömungen inkompressibler Fluide führt die Kontinuitätsgleichung zur Divergenzfreiheit des Geschwindigkeitsfeldes, siehe Gleichungen 2.1 und 2.6, in denen der Druck explizit nicht vorkommt. Somit gibt es keine unabhängige Erhaltungsgleichung zur Bestimmung des Druckes. Ein Lösungsansatz ist das Druckkorrekturverfahren. Der in dieser Arbeit verwendete Code basiert auf dem Verfahren der Druckkorrektur zur numerischen Lösung der Bewegungsgleichungen, das in Form des SIMPLE-Algorithmus von PATANKAR [33] vorgeschlagen und von FERZIGER UND PERIC [13] erweitert wurde. Grundsätzlich löst dieses Verfahren zunächst die Impulsgleichungen und leitet aus der Kontinuitätsgleichung und den Impulsgleichungen eine Druckkorrektur so ab, dass das Geschwindigkeitsfeld nach einer Anzahl von Iterationen divergenzfrei wird.

2.2.3.2 Mittelung der Erhaltungsgleichungen

Die Strömung in hydraulischen Maschinen ist im Allgemeinen dreidimensional, instationär und turbulent. Grundsätzlich gelten die Gleichungen 2.1 und 2.2 auch für turbulente Strömungen, jedoch ist der numerischen Aufwand zu deren Berechnung sehr hoch.

Die genaueste Methode zur Berechnung einer Strömung ist die Direkte Numerische Simulation (DNS). Darunter versteht man die direkte Lösung der Navier-Stokes Gleichungen ohne zusätzliche Modellannahmen. Damit auch die kleinsten Wirbel erfasst werden können, muss das Rechengebiet möglichst fein aufgelöst werden. So ist die erforderliche Anzahl von Knoten N bei der räumlichen Diskretisierung eines Rechengebiets über das Verhältnis des integralen turbulenten Längenmaßes L_T zum Kolmogoroffschen Mikro-Längenmaß η gegeben, siehe FRIEDRICH [14].

$$N \sim \left(\frac{L_T}{\eta} \right)^3 \sim Re_T^{\frac{9}{4}} \quad . \quad (2.9)$$

Im Falle einer zeitlichen und räumlichen Diskretisierung ist der Zeitschritt näherungsweise proportional zu den räumlichen Schrittweiten zu wählen.

Die turbulente Reynoldszahl Re_T wird mit dem integralen Längenmaß L_T und dem turbulenten Geschwindigkeitsmaß u_T gebildet und ist nach [13] etwa den Faktor 100 kleiner als die Reynoldszahl, die zur Beschreibung technischer Strömungen benutzt wird. Da die Reynoldszahl Re bei technischen Strömungen mit Größenordnungen von $\mathcal{O}(10^6)$ - $\mathcal{O}(10^7)$ und damit $Re_T \approx \mathcal{O}(10^4)$ sehr hoch ist, ergibt sich eine sehr große Anzahl an Rechenpunkten bei der DNS, die selbst Großrechner an ihre Grenzen stoßen lässt.

Um den Rechenaufwand zur Simulation turbulenter Strömungen in Grenzen zu halten, geht man zu einer statistischen Beschreibung der Turbulenz über. Diese Betrachtungsweise basiert auf einem Ansatz von REYNOLDS [39]. Danach werden die Kontinuitätsgleichung und die Navier-Stokes Gleichungen zeitlich gemittelt. Dazu wird die turbulente Geschwindigkeit $c_i(t)$ in einen zeitlichen Mittelwert und einen Schwankungswert

$$c_i(t) = \bar{c}_i(t) + c'_i(t) \quad \text{mit } i = x, y, z \quad (2.10)$$

aufgespalten, wie u.a. bei WILCOX [70] beschrieben.

Die zeitliche Mittelung der Schwankungswerte verschwindet, so dass für die Geschwindigkeit und den Druck gilt:

$$\bar{c}'_i(t) = 0 \quad \text{und} \quad \bar{p}'(t) = 0 \quad . \quad (2.11)$$

Führt man diesen Separationsansatz nach Gleichung 2.10 in die beschreibenden Gleichungen 2.1 und 2.2 für die Geschwindigkeiten und den statischen Druck ein und mittelt zeitlich, so erhält man die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes Gleichungen RANS:

$$\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_i} = 0 \quad , \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial t} + \bar{c}_j \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{c'_i c'_j} \right] \quad . \quad (2.13)$$

Diese Gleichungen beschreiben den Impulstransport in einem Fluid mit konstanten Stoffwerten. Sie enthalten zusätzlich den Reynolds-Spannungstensor $\overline{c'_i c'_j}$, der aus der Mittelung der konvektiven Terme stammt und zunächst unbekannt ist. Das Gleichungssystem ist somit nicht geschlossen.

2.2.3.3 Turbulenzmodellierung

Der unbekannte Reynolds-Spannungstensor ist so zu bestimmen, dass zum einen das Gleichungssystem geschlossen wird und zum anderen die Physik der Strömung möglichst gut modelliert wird. Die Approximation erfolgt mit einem Turbulenzmodell. Die in der Ingenieurspraxis am häufigsten verwendete Näherung ist die Modellierung des Reynolds-Spannungstensors mit der Wirbelviskositätsannahme nach BOUSSINESQ [6], welche den Reynolds-Spannungstensor mit den mittleren Geschwindigkeiten verknüpft. Dabei wird die Existenz einer von der Strömung abhängigen turbulenten Viskosität $\mu_t(x, y, z, t)$ vorausgesetzt.

Die Grundlage linearer Wirbelviskositätsmodelle ist die Verknüpfung der Komponenten des Reynolds-Spannungstensors mit den Gradienten der Geschwindigkeitskomponenten durch einen linearen Zusammenhang mit der turbulente Wirbelviskosität μ_t als Proportionalitätsfaktor:

$$-\overline{\rho c'_i c'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k \quad . \quad (2.14)$$

Darin bedeuten k die turbulente kinetische Energie und δ_{ij} das Kronecker Symbol.

Das Schließungsproblem reduziert sich daher auf die Bestimmung der unbekanntenen Wirbelviskosität μ_t und der spezifischen turbulenten kinetischen Energie k . Die Berechnung einer sinnvollen Verteilung von μ_t und k ist Aufgabe des Turbulenzmodells.

Eines der weitest verbreiteten Turbulenzmodelle im Turbomaschinenbau und bekanntester Vertreter der linearen Wirbelviskositätsmodelle ist das Standard- k - ϵ -Modell von LAUNDER & SPALDING [29] sowie das k - ω -Modell nach WILCOX [70]. In dieser Arbeit wird ausschließlich das Standard- k - ϵ -Modell verwendet.

Im k - ϵ -Modell wird die Wirbelviskosität als Funktion der turbulenten kinetischen Energie k und der spezifischen Dissipationsrate ϵ berechnet,

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad , \quad (2.15)$$

worin C_μ eine Proportionalitätskonstante ist. Die Größen k und ϵ werden mit entsprechenden Transportgleichungen ermittelt. Es erweist sich als zweckmässig, die effektive Viskosität μ_{eff} zu definieren, die sich aus der molekularen μ und der turbulenten Viskosität μ_t zusammensetzt:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad . \quad (2.16)$$

Die modellierten Gleichungen für die turbulente kinetische Energie k und deren Dissipationsrate ϵ lauten:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \epsilon \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{C_{\epsilon 1} f_1 P_k - C_{\epsilon 2} f_2 \epsilon}{T} \quad . \quad (2.18)$$

Das Standard- k - ϵ -Modell nach LAUNDER & SPALDING [29] ist nur für hohe Reynoldszahlen gültig. Die im Modell enthaltenen Konstanten sind in Tab. 2.1 zusammengefasst. Neben den guten Konvergenzeigenschaften dieses Modells und der guten Vorhersagbarkeit von globalen Strömungsgrößen hat dieses Modell auch Schwächen. So können abgelöste Strömungen nicht genau vorhergesagt werden und durch die Annahme der isotropen Wirbelviskosität ist dieses Modell unsensibel gegenüber Stromlinienkrümmung und Systemrotation. Außerdem wird eine zu hohe Produktion der kinetischen Energie im Staupunkt einer Strömung vorhergesagt und Strömungen mit positiven Druckgradienten zählen zu ihren Schwachstellen. Durch eine einfache und numerisch vorteilhafte Implementierung führen die linearen Wirbelviskositätsmodelle zu einem stabilen Konvergenzverhalten; sie sind deshalb zur numerischen Berechnung komplexer Strömungen gut geeignet, was sich bei verschiedenen Anwendungen erwiesen hat.

Aufgrund der numerischen Vorteile werden weiterhin Modifikationen dieser Modelle entwickelt, die deren Schwächen verringern und damit ihren Einsatzbereich erweitern sollen.

Da dieses Modell in unmittelbarer Wandnähe keine Gültigkeit mehr besitzt, müssen die wandnahen Bereiche mit Hilfe einer Wandfunktion berechnet werden.

C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	σ_k	σ_ϵ
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

Tabelle 2.1: Die Konstanten des Standard- k - ϵ -Modell

2.2.3.4 Wandbehandlung

Der verwendete Schließungsansatz nach BOUSSINESQ geht von Strömungen außerhalb des unmittelbaren Wirkungsbereiches von festen Wänden aus. In der Nähe fester Wände ist das k - ϵ -Modell selbst nicht mehr gültig. Zum einen liegt dies an der aufgrund der geringen Geschwindigkeit des Fluids in Wandnähe kleinen lokalen Reynoldszahl. Das k - ϵ -Modell ist jedoch nur für hohe Reynoldszahlen gültig. Zum anderen werden in der Nähe fester Wände die turbulenten Schwankungen senkrecht zur Wand gedämpft, so dass eine weitere Voraussetzung des k - ϵ -Modells, die Isotropie der Turbulenz, ebenfalls nicht mehr erfüllt ist [19].

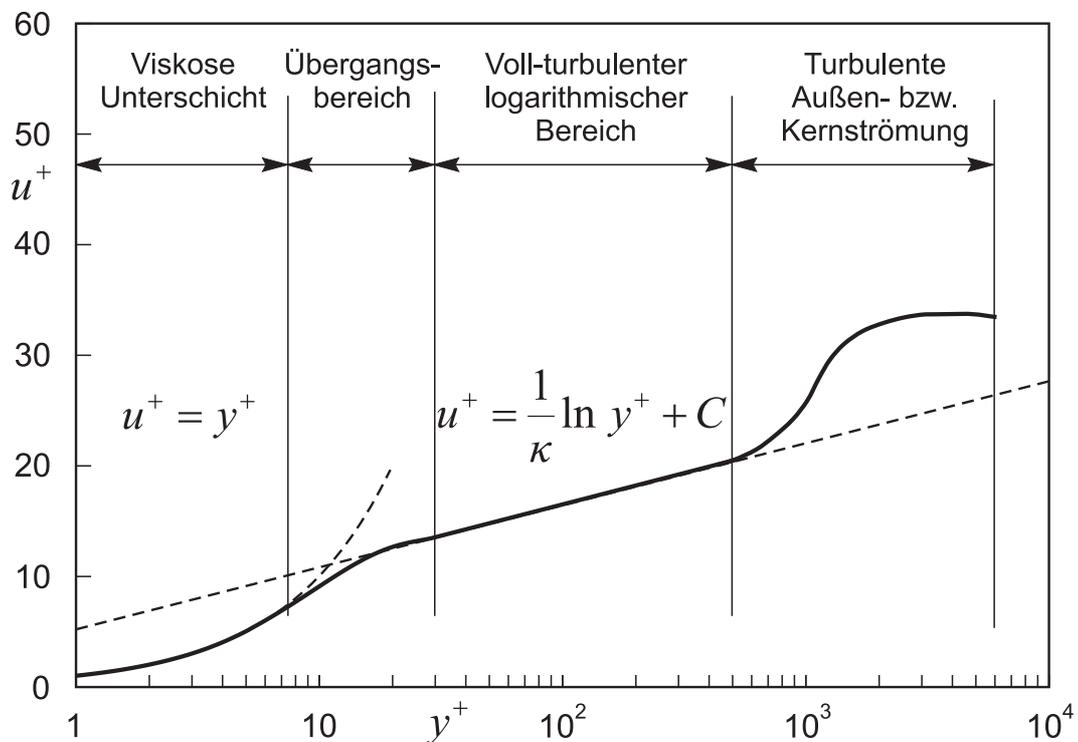


Abbildung 2.2: Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Grenzschicht

Die Wandnähe kann durch die turbulente Reynolds-Zahl, die von dem turbulenten Geschwindigkeitsmaß u_T und dem integralen turbulenten Längenmaß L_T abhängt, charakterisiert werden:

$$Re_T = \frac{u_T L_T}{\nu} . \quad (2.19)$$

Fernab von Wänden ist Re_T groß. Die wandnahe Strömung zeichnet sich durch die Existenz einer dünnen viskosen Unterschicht aus, in der turbulente Einflüsse durch die Haftbedingung der Wand gänzlich verschwinden. Hier nähert sich Re_T dem Wert Null an.

Aus Messungen ist bekannt, dass sich eine vollentwickelte, turbulente Grenzschicht in drei Bereiche unterteilen lässt, wobei die Übergänge fließend sind:

- Viskose Unterschicht und Übergangsschicht (buffer layer),
- Logarithmische Schicht,
- Äußere Schicht, d.h. turbulente Außen- bzw. Kernströmung.

Bei der Modellierung von wandnahen Strömungen kann dieser Bereich zunächst mit einer Wandfunktion überbrückt werden, s. LAUNDER UND SPALDING [29], oder die wandnahen Strömungen werden durch eine feine Auflösung modelliert. Diese zunächst aus Mangel an einer besseren Näherung entstandenen Wandfunktion hat sich zu einem Industriestandard entwickelt.

Zwar zeigen Wandfunktionen Defizite bei Strömungen mit positiven Druckgradienten und Ablösungen, sie sind jedoch aufgrund der mit ihr verbundenen Einsparung an Rechenzeit für industrielle Anwendungen attraktiv. Bei der Auflösung der wandnahen Strömung müssen besondere Maßnahmen getroffen werden, da sowohl die Transportgleichungen für die turbulenten Größen als auch die Bestimmungsgleichung für die Wirbelviskosität in Wandnähe ihre Gültigkeit verlieren. Eine gängige Methode ist die Verwendung von Low-Reynolds-Number-Modellen, die durch geeignete Dämpfungsfunktionen das asymptotisch korrekte Verhalten der Turbulenzgrößen erzwingen.

Im Unterschied zu den Low-Reynolds-Number-Modellen, bei denen es notwendig ist, die Integration der Gleichungen bis in die viskose Unterschicht fortzusetzen und die so deutlich rechenzeitintensiver sind, wird bei den Modellen, die eine Wandfunktion verwenden, davon ausgegangen, dass das Rechenggebiet erst in dem logarithmischen Bereich beginnt. Während das dimensionslose Geschwindigkeitsprofil u^+ in der viskosen Unterschicht einen linearen Verlauf hat, folgt es in der logarithmischen Schicht dem Universellen Logarithmischen Wandgesetz, das in Bild 2.2 dargestellt ist:

$$u_t^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C . \quad (2.20)$$

In Gl. 2.20 bedeutet C eine Konstante mit $C = 5.2$. Die verwendeten dimensionslosen Größen sind wie folgt definiert:

$$u_t^+ = \frac{\bar{u}_t}{u_\tau}, \quad (2.21)$$

$$y^+ = \frac{y_P u_\tau}{\nu}, \quad (2.22)$$

worin \bar{u}_t die wandtangente Geschwindigkeitskomponente und y^+ den dimensionslosen Wandabstand bedeuten und die Schubspannungsgeschwindigkeit u_τ wie folgt definiert ist:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}. \quad (2.23)$$

Für die korrekte Anwendung des logarithmischen Wandgesetzes ist es erforderlich, dass der wandnächste Rechenpunkt einen dimensionslosen Wandabstand im Intervall von $30 < y^+ < 500$ aufweist. Da der Wert von y^+ vorab nicht bekannt sondern Ergebnis der Berechnung ist, muss nach einer Simulationsrechnung geprüft werden, ob das verwendete Rechenetz obiger Anforderung genügt.

2.2.3.5 Rotor-Stator Koppelung

Das Stromfeld in dem Raum zwischen dem Laufrad und dem Leitrad einer Stufe ist dreidimensional und stark instationär. Dies erfordert die gekoppelte, zeitechte Berechnung einer Pumpen-, Ventilator- oder Turbinenstufe, was sehr rechenintensiv ist.

Um den Rechenaufwand und damit die Kosten für solche Stufenrechnungen zu reduzieren, insbesondere im Entwurfsprozess, soll ein vereinfachter Kopplungsalgorithmus verwendet werden. Die Strömung wird dabei in einem Schaufelkanal als im Relativsystem stationär und mit der Schaufelteilung periodisch angenommen. Dadurch kann die Berechnung sowohl der Laufrad- als auch der Leitradströmung in je einem repräsentativen Kanal durchgeführt werden. Da die relative Position von Lauf- und Leitrad zueinander nicht in den Kopplungsalgorithmus eingeht, müssen an der Kopplungsstelle massen- und impulserhaltende Mittelwerte ausgetauscht werden.

In der Literatur finden sich Ansätze für diese Vorgehensweise bei DAWES [7], DENTON [8] und GILES [17]. Diese Arbeiten beziehen sich vor allem auf die gekoppelte Berechnung von Axialverdichterstufen. RIEDEL [42] hat die Vorgehensweise auf inkompressible Strömungen erweitert und in einem E3D-Programm für die Berechnung von Stufen hydraulischer Strömungsmaschinen implementiert.

Der Kopplungsalgorithmus ist so implementiert, dass in jedem Schnitt an den Kopplungsrändern geeignete Mittelwerte in Umfangsrichtung für die Radial-, Umfangs- und Axialgeschwindigkeit sowie den statischen Druck bestimmt werden. Diese Mittelwerte werden dann zwischen den Elementen ausgetauscht und dienen dem jeweils anderen Element als Ein- bzw. Auströmrandbedingung. Als Ergebnis dieser Mittelwertbildung gehen die Schichtungen der Strömungsgrößen in Umfangsrichtung verloren, während

die Schichtungen entlang der Schaufelhöhe erhalten bleiben. Der verwendete *Stage*-Kopplungsalgorithmus ist masse- und impulserhaltend.

Zur Verbesserung des Verfahrens wird eine Schichtung des Strömungsvektors \vec{q} zugelassen. Durch die Flußmittelung ergibt sich am Interface des jeweiligen Schaufelelements ein Mittelwert. Die Differenz der Mittelwert wird auf die jeweiligen lokalen Strömungsgrößen addiert bzw. subtrahiert, so dass die Massen- und Impulserhaltung gewährleistet ist, siehe RIEDEL [42]. RICHTER [40] hat nachgewiesen, dass die Wechselwirkung zwischen Rotor und Stator in hydraulischen Maschinen bei nicht zu kleinen Abständen hinreichend genau berechnet werden kann.

Kapitel 3

Geometriebeschreibung

Als in den 60er Jahren vor allem in der Automobilindustrie die CAD-Systeme eingeführt wurden, erlangten spezielle Algorithmen zur mathematischen Beschreibung geometrisch komplexer Bauteile große Bedeutung. Mit der Technik der Bézier-Kurven und der B-Splines war es möglich geworden, komplexe Oberflächenkonturen durch so genannte Freiformflächen zu beschreiben. Außerdem konnten nun alle Geometrieformen durch B-Splines dargestellt werden, wodurch eine einheitliche Beschreibung aller Objekte erlangt wurde. Klassische Einsatzbereiche der Freiformflächen sind im Flugzeug-, Automobil- und dem Schiffbau sowie dem Werkzeug- und Formenbau anzutreffen.

Der Begriff des Computer Aided Design (CAD) wurde Ende der 50er Jahre im Massachusetts Institute of Technology (MIT), USA, geprägt. Die B-Spline Technik reicht zurück bis ins Jahr 1964, als bei General Motors ein CAD/CAM System zum Automobilentwurf entwickelt wurde.

Grundlage aller heutigen Verfahren sind Methoden, die auf die Arbeiten von BÉZIER, COONS, DE BOOR, GORDON und RIESENFELD zurück gehen, siehe HOSCHEK et al. [23]. Alle Verfahren benutzen Polynomansätze, d.h. die Kurven sind Polynome oder setzen sich stückweise aus Polynomen zusammen.

BÉZIER entwickelte 1962 bei Renault Kurven mit Bernstein-Polynomen und Ende der 60er Jahre die Bézier-Flächen, wohingegen DE BOOR und GORDON bei General Motors die Kurveninterpolation mit Splines und die B-Splines entwickelten. DE CASTELJAU und BÉZIER entwickelten unabhängig voneinander Approximationsverfahren mit Bézier-Kurven, welche in die CAD-Systeme von Citroën und Renault Eingang gefunden haben, siehe FARIN et al. [11].

Die Technik der B-Splines basiert auf den Arbeiten von BÉZIER [4] und ist zu den heute verwendeten NURBS (**N**on **U**niform **R**ational **B**asis **S**plines) weiterentwickelt worden.

In der Ingenieurspraxis tritt häufig das Problem auf, dass ein funktionaler Zusammenhang $y = f(x)$ für eine Anzahl gegebener Punkte gesucht wird. Dies können zum Beispiel Messwerte sein, für die der funktionale Zusammenhang gesucht wird oder auch geometrische Punkte im dreidimensionalen Raum, die mit Hilfe einer Funktion approximiert bzw. interpoliert werden sollen.

3.1 Polynome

Wie bei SCHILLING [49] beschrieben, können zur Lösung dieser Aufgabe Polynome höherer Ordnung verwendet werden, wobei es dabei aber zu einem unerwünschten Aufschwingen des Kurvenverlaufs kommen kann, da die Ordnung des Polynoms mit der Anzahl der zu interpolierenden Punkte wächst. Ein Polynom mit dem Grad $m = 3$ und der Ordnung $k = 4$ nennt man kubisches Polynom.

$$Y = a + bX + cX^2 + dX^3 \quad (3.1)$$

Ist der Grad höher als 3, so neigt der Polynomverlauf zu großer Welligkeit, wie in Abbildung 3.1 dargestellt ist.

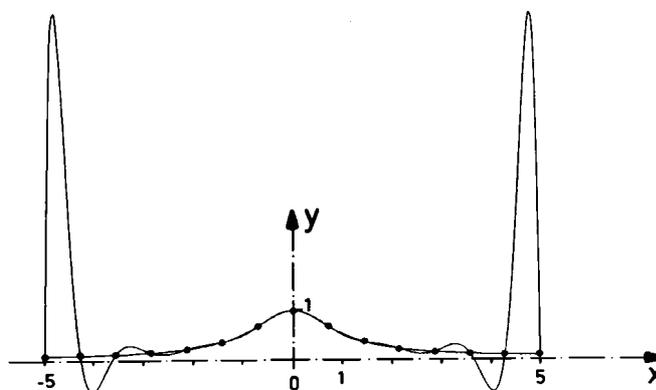


Abbildung 3.1: Approximation von Punkten durch ein Polynom 14. Grades, [23]

Deshalb ist eine Interpolation von Punkten mit einer Kurve aus stückweise zusammengesetzten Polynomen sinnvoller.

3.2 Splines

Dieses Aufschwingen des Kurvenverlaufs kann verhindert werden durch Splines. Splines sind Funktionen, die sich stückweise aus Polynomen zusammensetzen. Die Ordnung der Splines ist unabhängig von der Anzahl der gegebenen Punkte. Ein Spline hat die Ordnung k , wenn er aus Polynomen vom Grad $m \leq k - 1$ zusammengesetzt wird. Die Punkte, an denen die Teilkurven anschließen, heißen Knoten des Splines. Kubische Splines sind vom Grad $m = 3$ und man erhält damit "glatte" Kurven. Durch Unterteilen des gesamten Kurvenverlaufs in Teilintervalle und somit in Kurvenabschnitte, kann der Polynomgrad kleinstmöglich gehalten werden. Häufig werden kubische Splines mit dem Grad $m = 3$ verwendet. An den Knoten schließen die einzelnen Kurvensegmente stetig differenzierbar an.

3.3 B-Splines

Eine Verbesserung der Approximation lässt sich durch Bézier-Kurven und B-Splines erreichen, bei denen die B-Spline Koeffizienten eine geometrische Bedeutung haben.

In vielen Anwendungsfällen ist es aber auch wichtig, eine interaktive Modifikation des Kurvenverlaufs zuzulassen, zum Beispiel in CAD-Systemen. Das kann durch die Verwendung der B-Spline Technik erreicht werden.

Im Folgenden soll die mathematische Theorie kurz erläutert werden. Eine umfassendere Behandlung der Thematik findet man zum Beispiel bei HOSCHEK et al. [23], ROGERS und ADAMS [45] sowie FERNÁNDEZ [12].

3.3.1 B-Spline Kurven

B-Spline Funktionen der Ordnung k sind abschnittsweise definierte Polynome vom Grad $m = k - 1$, wobei die Übergänge der Abschnitte, d.h. die Knoten $(k - 2)$ mal stetig differenzierbar sind. Meist werden kubische Polynome verwendet, so dass der B-Spline von der Ordnung $k = 4$ ist. Der geometrische Verlauf der B-Spline Kurve wird bestimmt durch charakteristische Punkte, den Describern, und die zugehörigen Basisfunktionen. In Abbildung 3.3 ist eine B-Spline Kurve mit 6 Describern dargestellt.

Der mathematische Zusammenhang zwischen Descriptor- und Kurvenpunkt ist durch die folgende Gleichung gegeben:

$$\vec{X}(u) = \sum_{i=1}^n \vec{D}_i \cdot N_{i,k}(u) \quad , \quad u_{min} \leq u \leq u_{max} \quad , \quad 2 \leq k \leq n \quad . \quad (3.2)$$

In Gleichung 3.2 sind \vec{D}_i die n Describer, u der Kurvenparameter, k die Ordnung der Polynome und $N_{i,k}$ die normalisierten Basisfunktionen der Describer. Sie berechnen sich rekursiv nach der Formel von COX-DE BOOR, s. [23], in folgender Weise:

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & : \quad t_i \leq u < t_{i+1} \\ 0 & : \quad sonst \end{cases} \quad , \quad (3.3)$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{t_{i+k} - u}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \quad . \quad (3.4)$$

Die Werte t_i in den Gleichungen 3.3 und 3.4 geben die geometrische Lage des jeweiligen Knoten in Form der normierten Bogenlänge an und sind im Knoten- bzw. Trägervektor $\vec{T}(t_1, t_2, \dots, t_s)$ definiert, wobei die Bedingung $t_i \leq t_{i+1}$ gilt. Die Anzahl der Elemente im Knotenvektor ist bestimmt durch $s = n + k$. Der Knotenvektor definiert den Kurvenverlauf ganz wesentlich. Wie aus Gleichung 3.4 ersichtlich, hat die Wahl der Knotenelemente, d.h. die Stellen an denen die Einzelpolynome anschließen, einen entscheidenden Einfluss auf die Basisfunktionen und damit auf den Kurvenverlauf, siehe Abbildung 3.2.

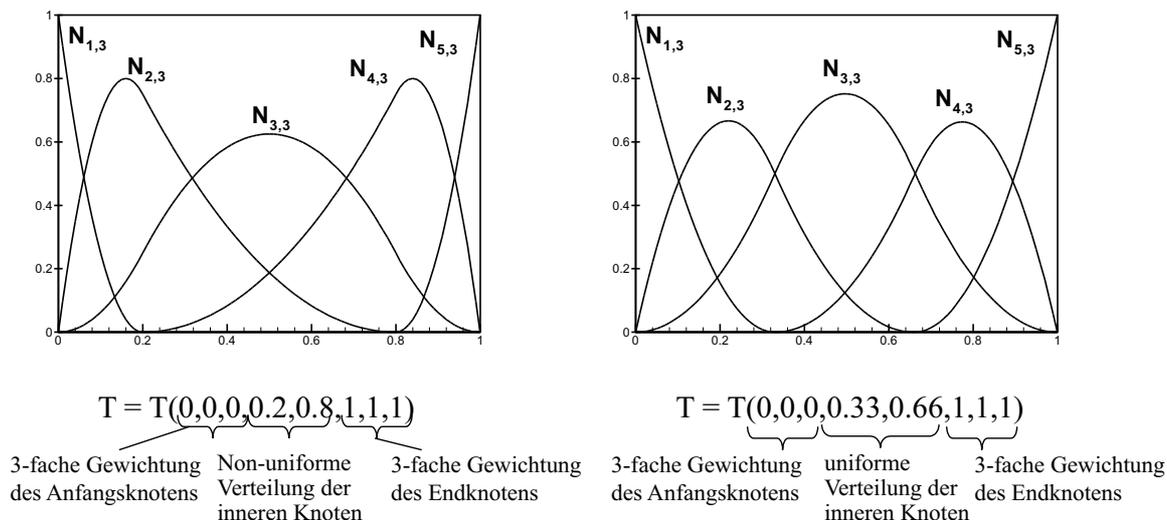


Abbildung 3.2: Verlauf der Basisfunktionen $N_{i,k}$ eines B-Splines mit $n = 5$ Describern und Ordnung $k = 3$ bei unterschiedlichen Knotenvektoren als Funktion des Kurvenparameters u , aus [49]

Man unterscheidet zwischen *uniformen* und *non-uniformen* Knotenvektoren. Der *uniforme* Knotenvektor besteht aus äquidistant verteilten Elementen, und man erhält die Uniform B-Splines (UBS), während der Abstand zwischen zwei benachbarten Knotenelementen beim *non-uniformen* Vektor variiert und man die so genannten Non-uniform B-Splines (NUBS) erhält. Die *non-uniforme* Verteilung der Knotenelemente hat den Vorteil, dass damit der Knotenvektor der Verteilung der zu approximierenden Punkte entlang der Kurve angepasst werden kann. Dadurch können auch Kurven mit starken Krümmungsänderungen approximiert werden.

Darüber hinaus können Knotenvektoren offen oder geschlossen sein. Bei offenen Knotenvektoren ist das erste und letzte Element k -fach belegt. Dadurch wird erreicht, dass der erste und letzte Describer auf der Kurve liegt.

Für den Fall, dass die Anzahl der Describer n gleich der Ordnung k des Splines ist, so geht die B-Spline Darstellung in eine Bézier-Kurve über, die dann nur aus einem Kurvenabschnitt besteht. Dabei beeinflusst die Verschiebung eines Describers den gesamten Kurvenverlauf. Eine lokale Kurvenmodifikation ist somit nicht mehr möglich. Analog lässt sich die Bézier Kurve mit den Bézier Punkten \vec{b}_i und den Bernsteinpolynomen $B_i^n(u)$ mathematisch darstellen:

$$\vec{X}(u) = \sum_{i=1}^n \vec{b}_i \cdot B_i^n(u) \quad . \quad (3.5)$$

Im Rahmen dieser Arbeit werden offene, non-uniforme und uniforme Knotenvektoren verwendet. Die Ordnung der B-Splines ist $k = 4$. Der Vorteil ist, dass in Bereichen großer Krümmungen engere Knotenabstände erzeugt werden können, die zu einer besseren Approximation der Punkte führen.

äquidistante

$$\Delta p_i = i \cdot \frac{a}{r} \quad , \quad (3.6)$$

chordale

$$\Delta p_i = \left\| \vec{P}_i - \vec{P}_{i-1} \right\| \quad (3.7)$$

und zentripetale Parametrisierung

$$\Delta p_i = \sqrt{\left\| \vec{P}_i - \vec{P}_{i-1} \right\|^2} \quad (3.8)$$

HOSCHEK UND LASSER[194] [23] empfehlen die zentripetale Parametrisierung.

Zu dem gegebenen Knotenvektor können nun für jeden Punkt die Basisfunktionen berechnet werden. Als einzige Unbekannte verbleiben die Describerpunkte. Es muss somit ein lineares, inhomogenes Gleichungssystem gelöst werden:

$$[P] = [C] [D] \quad . \quad (3.9)$$

Für eine dreidimensionale B-Spline Kurve ist $[P]$ eine $r \times 3$ Matrix, $[C]$ die $r \times n$ Koeffizientenmatrix der Basisfunktionen und $[D]$ eine $n \times 3$ Matrix für die gesuchten Describer. Die gesuchten Describer ergeben sich aus folgender Beziehung:

$$[D] = \left[[C]^T [C] \right]^{-1} [C]^T [P] \quad . \quad (3.10)$$

Bei der Interpolation ist $n = r$. Für $n < r$ beschreiben die Describer einen Approximationsspline, der nicht exakt durch die Datenpunkte verläuft. Der Spline hat jedoch die Eigenschaft, dass die Summe der Fehlerquadrate minimal ist.

Durch eine iterative Modifikation der Knotenparameter u_i lässt sich die Summe der Fehlerquadrate noch weiter minimieren. Nach ROGERS UND FOG [44] sowie FERNÁNDEZ [12] kann durch eine Taylorentwicklung an den Kurvenpunkten \vec{P}_{ic} die Abweichung zu den gegebenen Datenpunkten \vec{P}_i folgendermaßen berechnet werden:

$$\begin{aligned} (P_{xc} - P_x) + \frac{\partial P_{xc}}{\partial u} \Delta u &= \delta_x \quad , \\ (P_{yc} - P_y) + \frac{\partial P_{yc}}{\partial u} \Delta u &= \delta_y \quad , \\ (P_{zc} - P_z) + \frac{\partial P_{zc}}{\partial u} \Delta u &= \delta_z \quad . \end{aligned} \quad (3.11)$$

Die Summe der Fehlerquadrate ergibt sich zu:

$$E = \delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2 \quad (3.12)$$

Da die Summe E minimiert werden soll, gilt:

$$\frac{\partial E}{\partial u} = 2\delta_x \frac{\partial \delta_x}{\partial u} + 2\delta_y \frac{\partial \delta_y}{\partial u} + 2\delta_z \frac{\partial \delta_z}{\partial u} = 0 \quad . \quad (3.13)$$

Setzt man Gleichung 3.11 und die Ableitung davon in Gleichung 3.13 ein, so erhält man die Korrektur für u an jedem Kurvenpunkt, siehe ROGERS UND FOG [44] und HOSCHEK [23]:

$$\Delta u = \frac{(P_x - P_{xc}) \frac{\partial P_{xc}}{\partial u} + (P_y - P_{yc}) \frac{\partial P_{yc}}{\partial u} + (P_z - P_{zc}) \frac{\partial P_{zc}}{\partial u}}{\left(\frac{\partial P_{xc}}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial P_{yc}}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial P_{zc}}{\partial u}\right)^2} \quad . \quad (3.14)$$

Mit den korrigierten Werten für u können nun mit Hilfe des Knotenvektors die neuen Basisfunktionen und damit neue Describer berechnet werden. Dieser Algorithmus wird auch als *Curve Fitting Algorithm* bezeichnet.

Dieses iterative Vorgehen wird solange wiederholt, bis die maximale Abweichung eine vorgegebene Abbruchschranke unterschreitet.

Zur Berechnung der ersten partiellen Ableitung $\frac{\partial P_{ic}}{\partial u}$ wird die erste Ableitung der Basisfunktion benötigt, die sich wie folgt darstellen lässt:

$$\begin{aligned} N'_{i,k}(u) &= \frac{N_{i,k-1}(u) + (u - t_i)N'_{i,k-1}(u)}{t_{i+k-1} - t_i} \\ &+ \frac{(t_{i+k} - u)N'_{i+1,k-1}(u) - N_{i+1,k-1}(u)}{t_{i+k} - t_{i+1}} \quad . \end{aligned} \quad (3.15)$$

3.3.2 B-Spline Flächen

Bei der Approximation von Oberflächenpunkten kann die B-Spline Technik verwendet werden, wenn eine B-Spline Kurve, durch den Kurvenparameter u beschrieben, entlang einer zweiten B-Spline Kurve, beschrieben durch den Kurvenparameter v , bewegt wird. Die Fläche wird damit in eine u - und v -Richtung parametrisiert, siehe Abbildung 3.4. Die Flächenpunkte erhält man somit aus dem Tensor-Produkt:

$$\vec{X}(u, v) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \vec{D}_{i,j} \cdot N_{i,k}(u) M_{j,l}(v) \quad . \quad (3.16)$$

Für die Basisfunktionen in u - und v -Richtung gilt:

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & : t_i \leq u < t_{i+1} \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad , \quad (3.17)$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{u - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{t_{i+k} - u}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \quad , \quad (3.18)$$

$$M_{j,1}(v) = \begin{cases} 1 & : s_j \leq v < s_{j+1} \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad , \quad (3.19)$$

$$M_{j,l}(v) = \frac{v - s_j}{s_{j+l-1} - s_j} M_{j,l-1}(v) + \frac{s_{j+l} - v}{s_{j+l} - s_{j+1}} M_{j+1,l-1}(v) \quad . \quad (3.20)$$

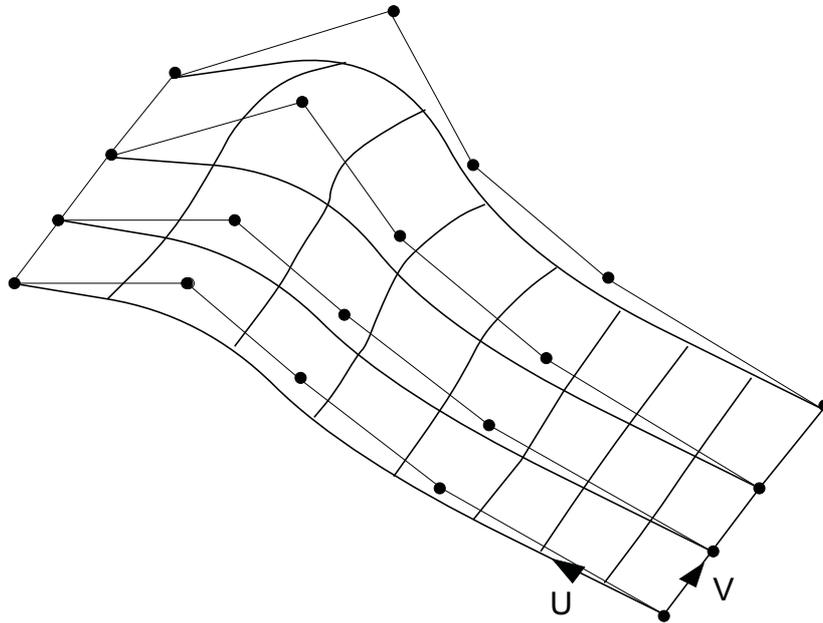


Abbildung 3.4: B-Spline Fläche mit zugehörigem Describernetz

Hierbei sind t_i und s_j die Elemente der Knotenvektoren \vec{T} und \vec{S} . Die Ordnung der B-Spline Fläche ist in u-Richtung k und in v-Richtung l . Die beschreibenden Describer der Fläche spannen ein $n \times m$ Netz von Kontrollpunkten auf, siehe Abbildung 3.4.

Die Decodierung einer Fläche erfolgt analog zu den B-Spline Kurven. Die vorgegebene Fläche, bestehend aus $r \times q$ Punkten $\vec{P}(u, v)$, kann in ein lineares, homogenes Gleichungssystem umgeformt werden:

$$[P] = [C] [D] \quad . \quad (3.21)$$

Die Describer lassen sich mit folgender Gleichung bestimmen:

$$[D] = \left[[C]^T [C] \right]^{-1} [C]^T [P] \quad . \quad (3.22)$$

Eine Verbesserung der Approximationsgüte durch iterative Berechnung der Laufparameter u und v ist bei ROGERS, FOG [44] zu finden.

Am Lehrstuhl wird eine spezielle Technik verwendet, die bei PIEGL [35] zu finden ist und in der Literatur mit *Cross Sectional Design* bezeichnet wird. Hierzu werden die Ausgangspunkte auf den gegebenen Schnitten der Fläche dekodiert. Die hierbei erhaltenen B-Spline Kurven müssen die gleiche Ordnung, den gleichen Knotenvektor und die gleiche Anzahl an Descriptorpunkte besitzen. Sie stellen Kurven $v = \text{const.}$ der B-Spline Fläche dar. Durch Interpolation der Descriptor der Kurve $v = \text{const.}$ in v -Richtung erhält man die endgültigen Descriptor der Schaufeloberfläche, siehe Abbildung 3.5.

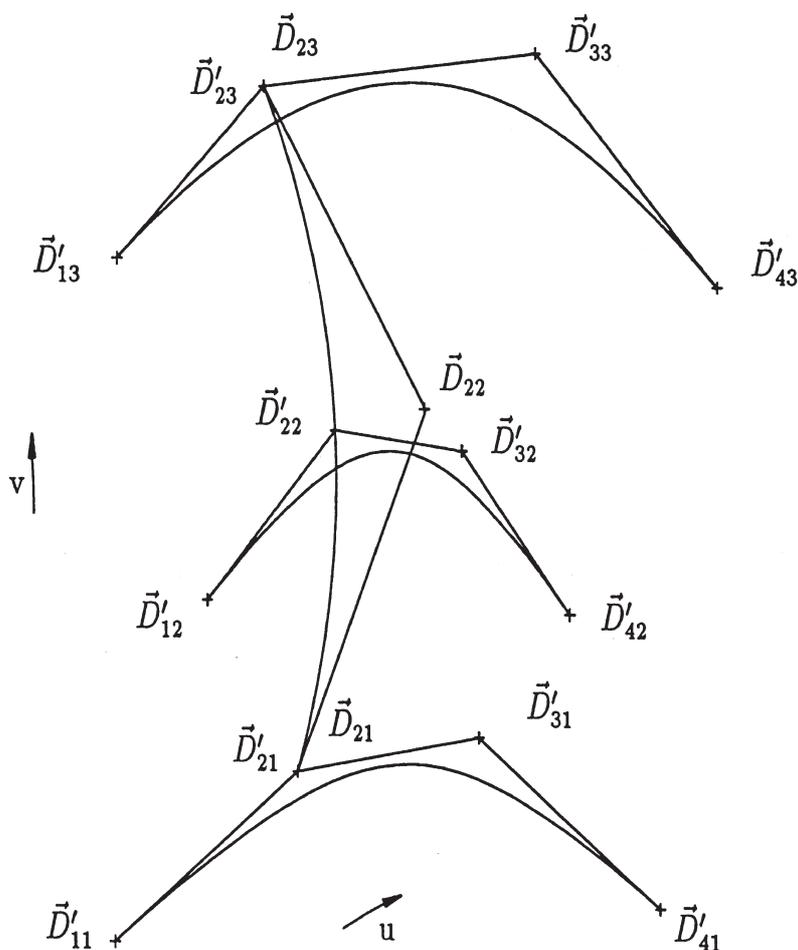


Abbildung 3.5: *Cross Sectional Design* von B-Spline Flächen nach PIEGL [35]

Diese Art der Dekodierung hat den Vorteil, dass nur in u -Richtung approximiert werden muss. Die Abweichung der B-Spline Fläche von den vorgegebenen Punkten ist damit geringer als bei einer vollständigen Dekodierung. Voraussetzung aber ist, dass die vorgegebenen Flächendatenpunkte auf Schnitten $v = \text{const.}$ zur Verfügung stehen.

Ist dies nicht der Fall und liegen die Flächendatenpunkte in einer ungeordneten Weise vor, so kann mit diesem Algorithmus keine B-Spline Fläche erzeugt werden. Es ist dann

unbedingt notwendig, dass die Flächendatenpunkte zuerst in u- und v-Richtung zum Beispiel mit einem kubischen Spline neu geordnet, d.h. neu verteilt werden.

3.4 Parametrisierung der Geometrie

Im Kapitel 3.3 wurde die Approximation von diskreten Punkten durch B-Splines vorgestellt. Die Form und Gestalt der Geometrie, d.h. der Kurve oder der Fläche wird dadurch auf die Lage der verwendeten Describer reduziert. Somit ist eine Datenreduktion möglich, was vor allem bei Flächen von Bedeutung ist. Außerdem wird bei einer Beschreibung der Oberflächen durch B-Splines sichergestellt, dass die so approximierte Fläche glatt im Sinne der B-Spline Theorie ist, da sie 2-fach stetig differenzierbar ist.

Es ist darüber hinaus möglich, die Oberflächendaten der Schaufelgeometrie in einem weit verbreiteten Datenformat für CAD-Systeme abzuspeichern, dem IGES-Format. Somit kann die optimierte Schaufelfläche in ein CAD-System wie CATIA oder PRO/ENGINEER importiert und dort weiter im Konstruktionsprozess der Strömungsmaschine verwendet werden.

Zunächst einmal soll der Aufbau von Strömungsmaschinen beschrieben werden, um dann auf die Parametrisierung der einzelnen Elemente einzugehen.

3.4.1 Aufbau einer Strömungsmaschine

Das in dieser Arbeit vorgestellte RTD-System soll Geometrie und Strömung beliebiger Strömungsmaschinenstufen beschreiben und berechnen können. Dazu zählen neben Kaplan- und Francis Turbinen auch Kreiselpumpen und Ventilatoren. Das Programmsystem ist beschränkt auf hydraulische Strömungsmaschinen.

Am Beispiel der Francis Turbine soll der Aufbau einer Strömungsmaschine aufgezeigt werden. Diese besteht, in Strömungsrichtung aufgeführt, i. Allg. aus der Spirale, den Traversen, dem Leitrad sowie dem Laufrad und dem Saugrohr.

In Abbildung 3.6 ist ein typisches Francis Turbinenlaufrad mit Leitapparat zu sehen, in Abbildung 3.7 ein CAD Modell eines Francis Turbinenlaufrades. In diesem Modell wurden zwei Schaufeln mit einer rotationssymmetrischen Stromfläche, die näherungsweise eine Stromfläche darstellt, verschnitten. Man erkennt die Spur der Schaufel auf dieser Fläche.

In dieser Arbeit wird ausschließlich die Kombination von Leitrad - Laufrad in einer Francis Turbinenstufe betrachtet, wobei von einer gegebenen, drallbehafteten Zuströmung zum Leitrad mit dem Zuströmwinkel α_0 ausgegangen wird.

3.4.2 Meridiankonturen

Die Meridiankonturen bei einer Turbine bestehen aus einem rotierenden und stehenden Teil der Nabe sowie aus einem rotierenden und stehenden Teil der Deckscheibe.



Abbildung 3.6: Typisches Francis Turbinenlaufrad mit Leitapparat (gelb)
(Quelle: <http://de.wikipedia.org>)

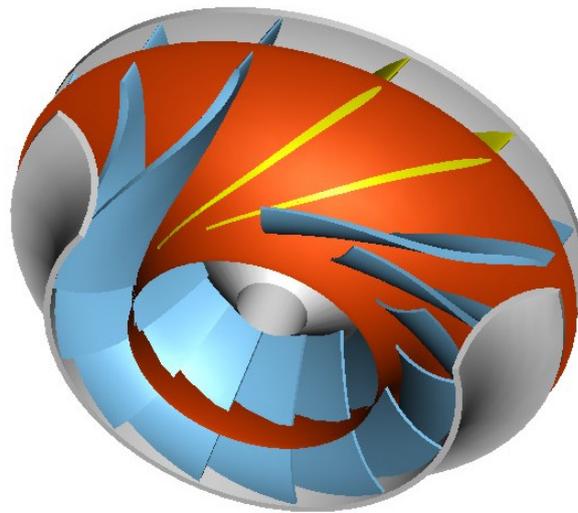


Abbildung 3.7: Flutbahnschnitt durch ein Francis Turbinenlaufrad

Im Entwurfsprozess wird bei einem gegebenen Volumenstrom die Kontur so festgelegt, dass eine möglichst gleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung der absoluten Meridiangeschwindigkeit durch das Laufrad erreicht wird. Des Weiteren sind starke Krümmungsänderungen entlang der Konturen zu vermeiden, damit keine kritischen Beschleunigungen in der Strömung auftreten können.

Der Geschwindigkeitsverlauf durch die Meridiankontur basiert auf der Auswertung des Flächenverlaufs innerhalb der Konturen und wird berechnet mit dem dimensionslosen Flächenverhältnis A^* , wie in Abbildung 3.8 dargestellt:

$$A^* = \frac{A_i}{A_0} = \frac{\delta_i r_i 2 \pi}{b_0 D_z \pi} \quad (3.23)$$

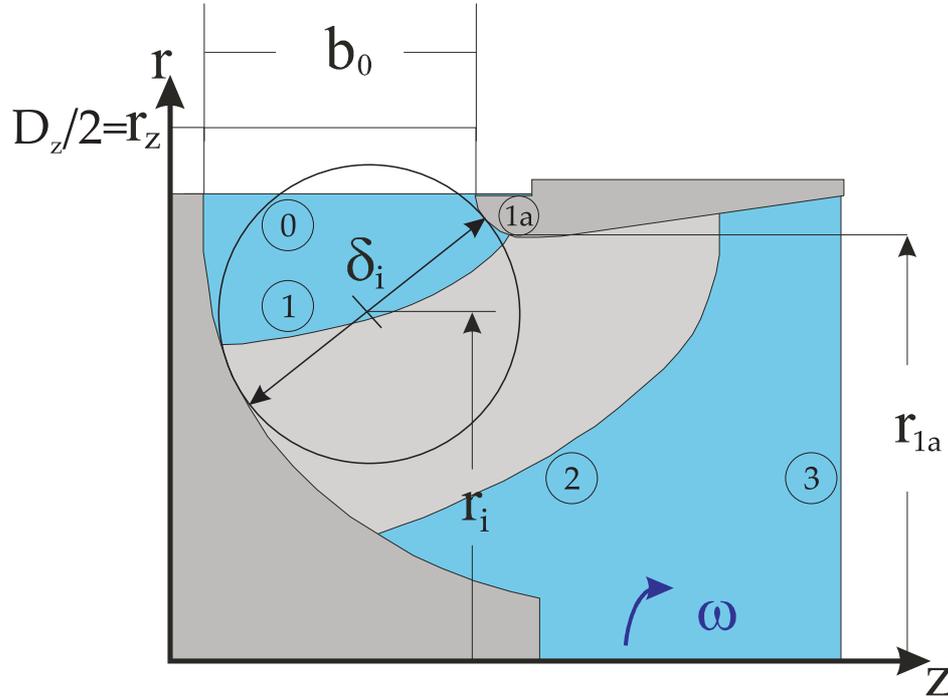


Abbildung 3.8: Definition des Flächenverlaufs in der Meridianebene

Der Flächenverlauf sollte idealerweise vom Leitrad, wo die Konturen einen konstanten Abstand b_0 haben, bis zum Laufradende abnehmen, um eine beschleunigte Strömung zu erhalten.

3.4.3 Konforme Abbildungen der Schaufeln

Die Beschauflung setzt sich aus einer Skelettfläche und einer zu überlagernden Dickenverteilung zusammen. Durch Superposition von Dickenverteilung und Skelettfläche erhält man die Schaufeloberfläche. Die Skelettfläche wird aus mehreren räumlichen Skelettlinien aufgebaut, die wiederum auf rotationssymmetrischen Flächen, siehe Abbildung 2.1, generiert werden. Die Erzeugung der einzelnen Skelettlinien ist Aufgabe des Erstentwurfs, siehe Kapitel 4. Die Rotationsflächen werden durch Rotation entweder der geometrisch gebildeten Stromlinien oder der Teilflutbahnen in der Meridianebene erzeugt.

Die Darstellung der auf den räumlich gekrümmten Rotationsflächen verlaufenden Skelettlinien erfolgt durch eine konforme Abbildung auf einer Zylindermantelfläche mit dem Referenzradius r_{ref} nach der Berechnungsvorschrift:

$$\begin{aligned}
 l &= r_{ref} \cdot \int_{m_2}^m \frac{dm}{r} - l_{max} \quad , \\
 l_{max} &= r_{ref} \cdot \int_{m_2}^{m_1} \frac{dm}{r} \quad ,
 \end{aligned}
 \tag{3.24}$$

wobei l als konforme Länge bezeichnet wird.

Diese entspricht einer winkel- jedoch nicht längengetreuen Abbildung [50]. In Abbildung 3.9 ist die konforme Abbildung eines Stromfadens einer Turbinenbeschaufelung dargestellt. Die Abszisse ist das Produkt aus Referenzradius r_{ref} und Umschlingungswinkel φ und die Ordinate die konforme Länge l .

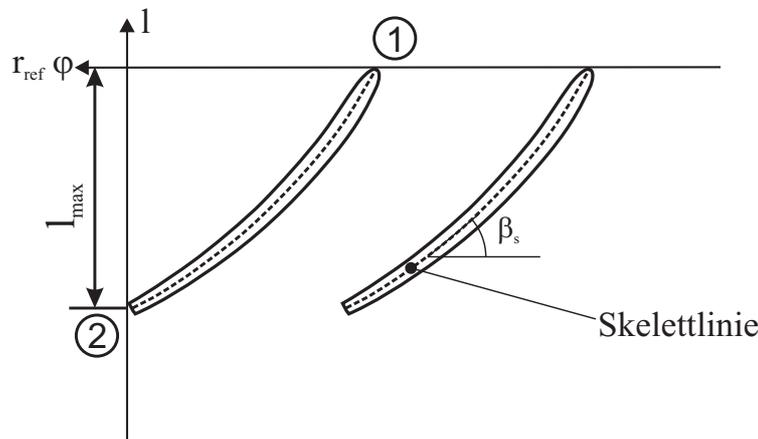


Abbildung 3.9: Konforme Abbildung der Beschaufelung einer radialen Strömungsmaschine

Der Schaufelwinkel β_s ergibt sich aus der nachstehenden Rechenvorschrift:

$$\tan\beta_s = \frac{-dl}{r_{ref} \cdot d\varphi} = \frac{-dm}{r \cdot d\varphi} \quad .
 \tag{3.25}$$

3.4.4 Dickenverteilung der Schaufeln

Die Dickenverteilung wird der Skelettfläche senkrecht überlagert, um die Schaufeloberfläche zu erzeugen. Die Form der Dickenverteilung im RTD-System ist aufgebaut aus einer Ellipse, die tangential übergeht in eine Gerade bis zur Hinterkante. Die Ellipse bestimmt die maximale Dicke d_{max} und den Ort der maximalen Dicke x_d , siehe Abbildung 3.10. Die Hinterkante ist stumpf mit einer vorgegebenen Hinterkantendicke d_{HK} .

Außerdem ist die Reproduktion von Skelettlinie und Dickenverteilung aus den Oberflächenpunkten der Schaufelfläche implementiert. Dazu wird die Schaufel mit N Stromflächen geschnitten. Die Spuren der Oberfläche liegen dann auf rotationssymmetrischen

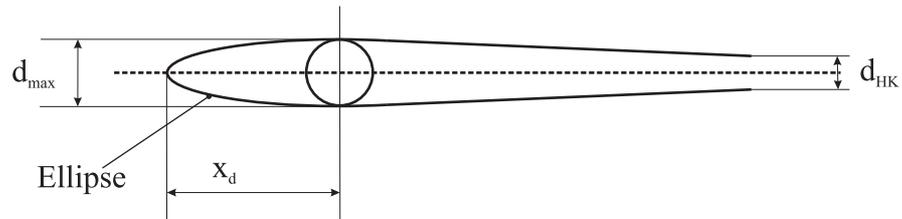


Abbildung 3.10: Dickenverteilung bei Turbinenschaufeln

Stromflächen. Halbiert man dann die Strecke zwischen zwei benachbarten Punkten, so erhält man N Skelettlinien. Diese zusammen ergeben die Skelettfläche. Mit einem Normalenvektor auf die Skelettfläche kann nun die Dicke als Durchstoßpunkt mit der Schaufeloberfläche ermittelt werden.

Die geometrischen Daten für Skelettfläche und Dickenverteilung werden in einer Datei so abgespeichert, dass auf diese Informationen unabhängig voneinander zugegriffen werden kann. Diese Vorgehensweise ermöglicht es, die Modifikation der Skelettfläche und der Dicke getrennt voneinander durchführen zu können.

Kapitel 4

Schaufelentwurf bei Turbinen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen für den Entwurf von Laufrädern für Francis Turbinen dargestellt. Zunächst wird auf die Energieumsetzung in Strömungsmaschinen eingegangen. Daraufhin wird das am Lehrstuhl entwickelte Entwurfsverfahren vorgestellt, das dann an Turbinenlaufrädern der Schnellläufigkeit $n_q = 20$ bis $n_q = 120$ erprobt wird.

4.1 Energieumsetzung

Ein Erstentwurfsverfahren von Beschaukelungen hydraulischer Strömungsmaschinen soll eine bereits recht optimale Schaufelform generieren. Insbesondere gilt es, bestimmte Vorgaben wie den Betriebspunkt, die Zuströmung und die Abströmung vom Laufrad sowie eine geforderte Geschwindigkeitsschichtung entlang der Ein- und Austrittskante zu erreichen, siehe Abbildung 4.1. Die Schaufeloberfläche ist also derart zu gestalten, dass die Energieübertragung zwischen dem Fluid und den Schaufeln stets möglichst verlustarm erfolgt.

Die Energieumsetzung in einer Strömungsmaschine wird nach der allgemeinen Strömungsmaschinen-Hauptgleichung von LEONHARD EULER¹ berechnet. Die Hauptgleichung stellt eine Beziehung zwischen der Kinematik der Strömung und der umgesetzten spezifischen Energie her. Unter der Voraussetzung, dass die Strömung stationär und schaufelkongruent sei, gilt auf einer Stromfläche für die theoretisch mögliche totale Fallhöhe $H_{tth\infty}$

$$gH_{tth\infty} = \omega (r_1 c_{u1} - r_2 c_{u2}) \quad , \quad (4.1)$$

wobei die Fußzeichen 1 und 2 für die gedachte schaufelkongruente Strömung, also nicht für die wirkliche Strömung, bei unendlicher Schaufelzahl gelten, siehe [34]. Die theoretische Fallhöhe ist ein Maß für das Energiegefälle im Laufrad.

¹1754; *15. April 1707 in Basel; †18. September 1783 in St. Petersburg

Die wirkliche Fallhöhe unter Berücksichtigung endlicher Schaufelzahlen beträgt

$$gH_{t_{th}} = \omega (r_1 c_{u_0} - r_2 c_{u_3}) \quad , \quad (4.2)$$

wobei sich die Fußzeichen 0 und 3 auf die wirkliche Strömung auf einer Ebene vor und nach dem Laufrad beziehen, [34].

Bei Turbinen kann der Einfluss der endlichen Schaufelzahl meist vernachlässigt werden [34], so dass gilt:

$$gH_{t_{th}} \cong gH_{t_{th\infty}} = \omega (r_1 c_{u_1} - r_2 c_{u_2}) = \frac{P_{Welle}}{\dot{m}} \quad . \quad (4.3)$$

Für ein reibungsfreies, inkompressibles Fluid gilt, dass die Absenkung des theoretischen Totaldrucks $\Delta_{1-2} p_{t_{th}}$ proportional der Verringerung des Dralls innerhalb der Beschauflung ist:

$$\Delta_{1-2} p_{t_{th}} = \rho g H_{t_{th}} = \rho \omega \{ (rc_u)_1 - (rc_u)_2 \} \quad . \quad (4.4)$$

Im Strömungsmaschinenbau kennzeichnet das Verhältnis

$$\Psi_{t_{th}} = \frac{2gH_{t_{th}}}{u_{ref}^2} = \frac{\Delta_{1-2} p_{t_{th}}}{\frac{\rho}{2} u_{ref}^2} \quad (4.5)$$

die theoretische Druckzahl, die ein dimensionsloser Ausdruck für die spezifische theoretische Stutzenarbeit einer Strömungsmaschine ist [34]. Der Index *ref* bezeichnet die Referenzstelle *1a*, siehe Abbildung 3.8. Eine weitere wichtige dimensionslose Kennzahl ist die Volumenzahl φ , die wie folgt definiert wird:

$$\varphi = \frac{8Q}{\pi D^3 \omega} \quad . \quad (4.6)$$

Die Energieumsetzung in einer Strömungsmaschine erfolgt über eine Änderung des Dralls. Bei Turbinenströmungen wird die Absolutgeschwindigkeit verringert und somit die Relativgeschwindigkeit erhöht, man spricht von einem Beschleunigungsgitter. Gleichzeitig wird der hohe Drall, der in den Elementen Spirale, Traverse und Leitrad aufgebaut wurde, innerhalb des Laufrades fast vollständig abgebaut. Die theoretische Totaldruckzahl vor dem Laufrad $\Psi_{t_{th0}}$, der für eine Energieumsetzung von $\Psi_{t_{th}}$ im Laufrad benötigt wird, berechnet sich zu:

$$\Psi_{t_{th0}} = \Psi_{t_{th}} + \Psi_{t_{th3}} \quad . \quad (4.7)$$

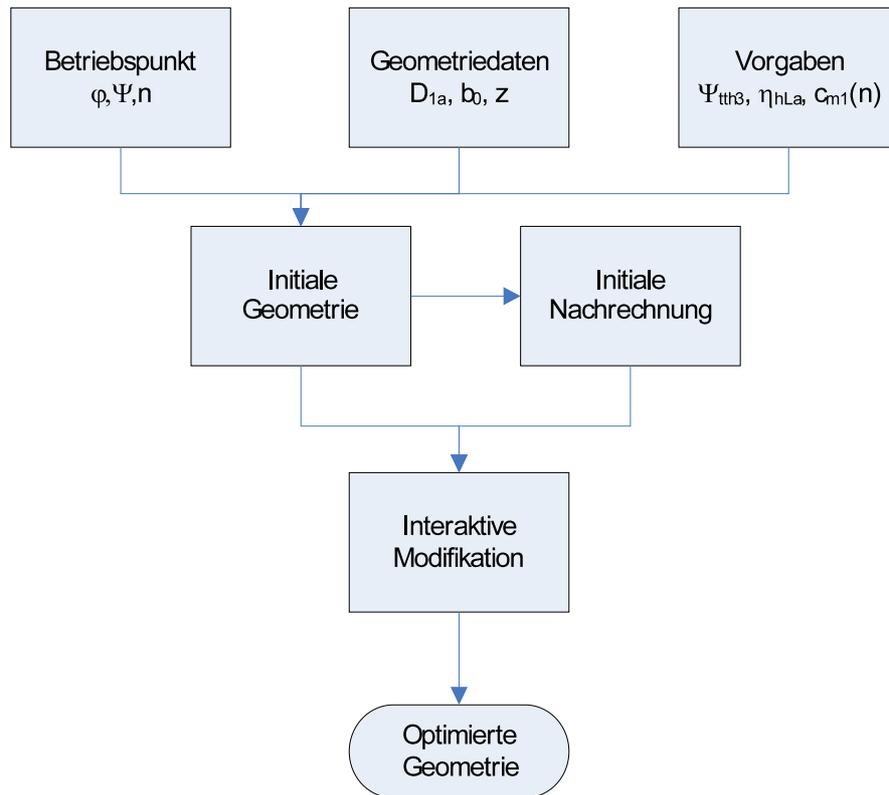


Abbildung 4.1: Ausgangsdaten für den Entwurf von Francis Turbinenlaufrädern sowie der Ablauf der Optimierung

$\Psi_{t_{th3}}$ ist der Restdrall nach dem Laufrad bedeutet, der i.d.R. vorgeschrieben wird.

Der hydraulische Wirkungsgrad in einer Turbine berechnet sich in folgender Weise:

$$\eta_h = \frac{H_{t_{th}}}{H_t} = \frac{\Psi_{t_{th}}}{\Psi_t} \quad ; \quad \eta_h = 0,88 \dots 0,92 \quad . \quad (4.8)$$

Mit Hilfe eines angenommenen hydraulischen Wirkungsgrades η_h der Turbine und der gegebenen dimensionslosen Fallhöhe Ψ_t lässt sich mit

$$\Psi_{t_{thLa}} = \Psi_t \cdot \eta_h \quad (4.9)$$

die theoretische Energieumsetzung $\Psi_{t_{thLa}}$ im Laufrad bestimmen. Der angenommene hydraulische Wirkungsgrad η_h wird abgeschätzt. Zur Berechnung von $\Psi_{t_{th}}$ bzw. η_h gilt nach Abbildung 4.2:

$$H = H_{geo} - H_{V_{Anl}} \quad . \quad (4.10)$$

Die Fallhöhe H ermittelt sich aus der um die Anlagenverluste $H_{V_{Anl}}$ verminderte geodätischen Höhendifferenz zwischen Oberwasser OW und Unterwasser UW. Um auf die zu verarbeitende Energie $\Psi_{t_{La}}$ zwischen Turbineneintritt und Saugrohraustritt zu gelangen, sind die Energieverluste in der Druckleitung und im Unterwasser von der

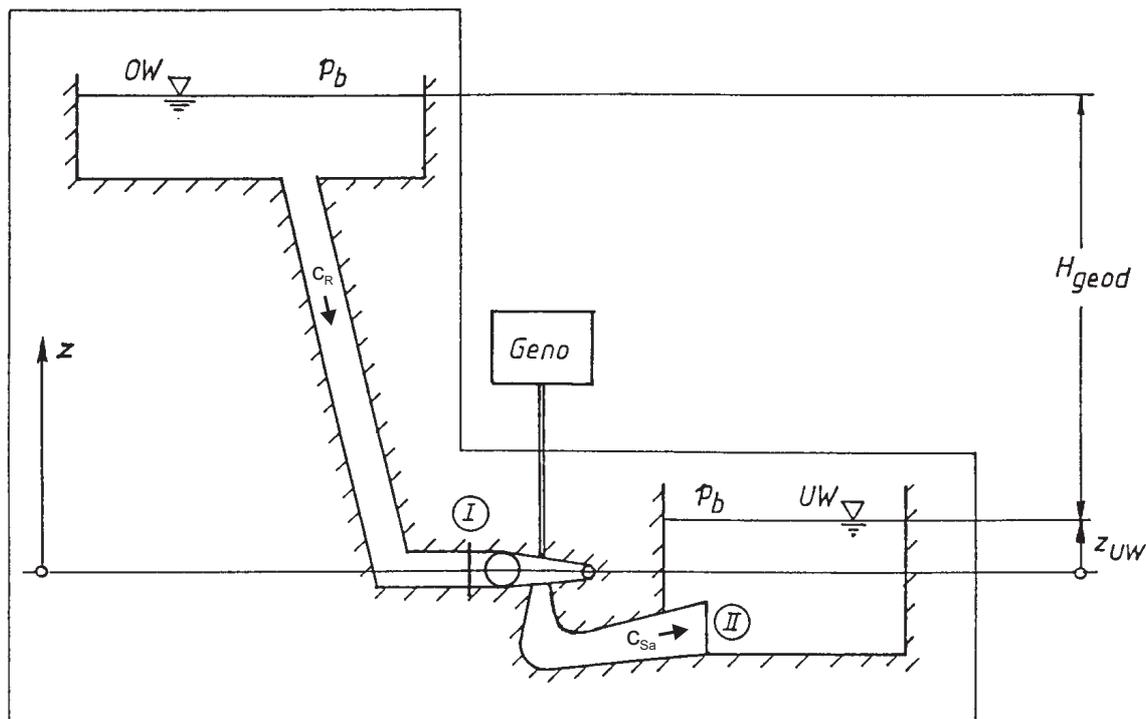


Abbildung 4.2: Bezeichnungen bei einer Wasserkraftanlage WKA; aus [55]

geodätischen Höhendifferenz zu subtrahieren. Außerdem werden für die nicht betrachteten Elemente Spirale, Traverse, Leitrad und Saugrohr ebenfalls die Verluste abhängig von der spezifischen Drehzahl n_q abgeschätzt.

Ausgehend von den Auslegungsdaten der Turbine, d.h. der verfügbaren Fallhöhe H , dem festgelegten Durchfluss Q und der Wahl der Drehzahl n ist der Betriebspunkt definiert, siehe Abbildung 4.1. Daraus berechnet sich die spezifische Drehzahl n_q zu:

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (4.11)$$

Die spezifische Drehzahl liefert eine Aussage über die Schnellläufigkeit einer hydraulischen Strömungsmaschine. So werden Strömungsmaschinen mit einer kleinen spez. Drehzahl als Langsamläufer bezeichnet, wobei die Strömungsführung in rein radialer Richtung erfolgt. Bei großen spez. Drehzahlen hingegen verläuft die Strömungsführung von der radialen in die axiale Richtung, und die Strömungsmaschinen werden den Schnellläufern zugeordnet.

In der Abbildung 4.3 nach [36] erkennt man zudem, dass die Schaufelzahl mit zunehmenden n_q abnimmt. Je nach Einsatzgebiet kann mit diesem Diagramm der Maschinentyp festgelegt werden. Maschinen mit hoher spezifischer Drehzahl n_q verarbeiten große Volumenströme bei hohen Drehzahlen und niedrigen Fallhöhen.

Der Arbeitsbereich einer Francis Turbine ist laut Abbildung 4.3 definiert im Bereich $20 \leq n_q \leq 120$. Mit steigender spezifischer Drehzahl sinkt die zu verarbeitende Fallhöhe und die Strömungsführung geht kontinuierlich von rein radial in radial-axial über.

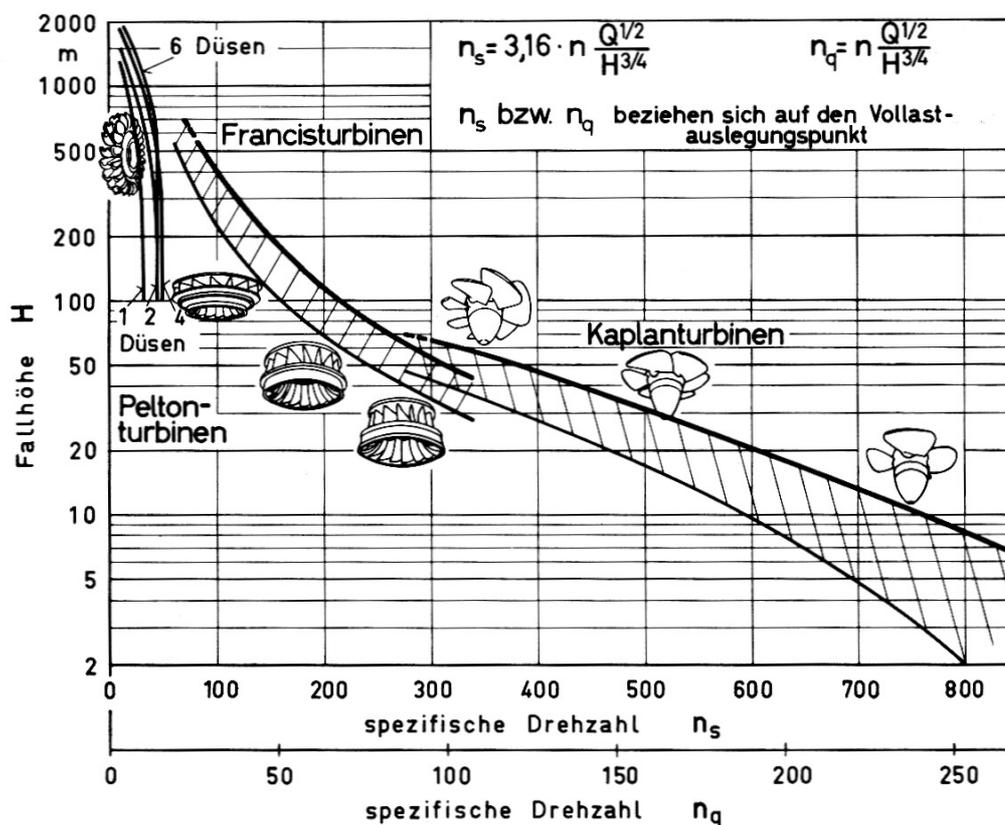


Abbildung 4.3: Anwendungsbereich der Wasserturbinenbauarten abhängig von Fallhöhe H und spezifischer Drehzahl n_q (Werkbild J.M. Voith) aus: RAABE [36]

Die meridionalen Abmessungen wie der Laufraddurchmesser D_{1a} , die Leitradbreite b_0 und der Saugmunddurchmesser D_{2a} stammen, ausgehend vom Betriebspunkt, aus Erfahrungswerten, mit denen eine Anfangsgeometrie entworfen werden kann. Diese Geometrie wird dann im Zuge des Entwurfsprozesses für den Betriebspunkt schrittweise optimiert. Die Optimierung erfolgt heute mit numerischen Verfahren am Computer. Dazu dienen die im Kapitel 2 beschriebenen Berechnungsverfahren von Strömungen, ausgehend vom relativ einfachen quasidreidimensionalen (Q3D) Verfahren über das reibungsfreie dreidimensionale Euler-Verfahren (E3D) bis hin zum dreidimensionalen Navier-Stokes Berechnungsverfahren (NS3D).

Entsprechend der Strömung hängt die Lage der Ein- und Austrittskanten von der Schnellläufigkeit n_q ab.

Die Erfahrungswerte, die zum Auslegen und Dimensionieren einer Laufradgeometrie benötigt werden, können in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern, wie z.B. n_q , in einem Künstlichen Neuronalen Netz (KNN) trainiert werden, siehe KRÄMER [27]. Eine neue Laufradgeometrie kann nun mit Hilfe dieses Künstlich Neuronalen Netzes für beliebige Parameter durch Interpolation ermittelt werden.

In Abbildung 4.4 sind sechs Turbinengeometrien von $n_q = 20$ bis $n_q = 120$ dargestellt.

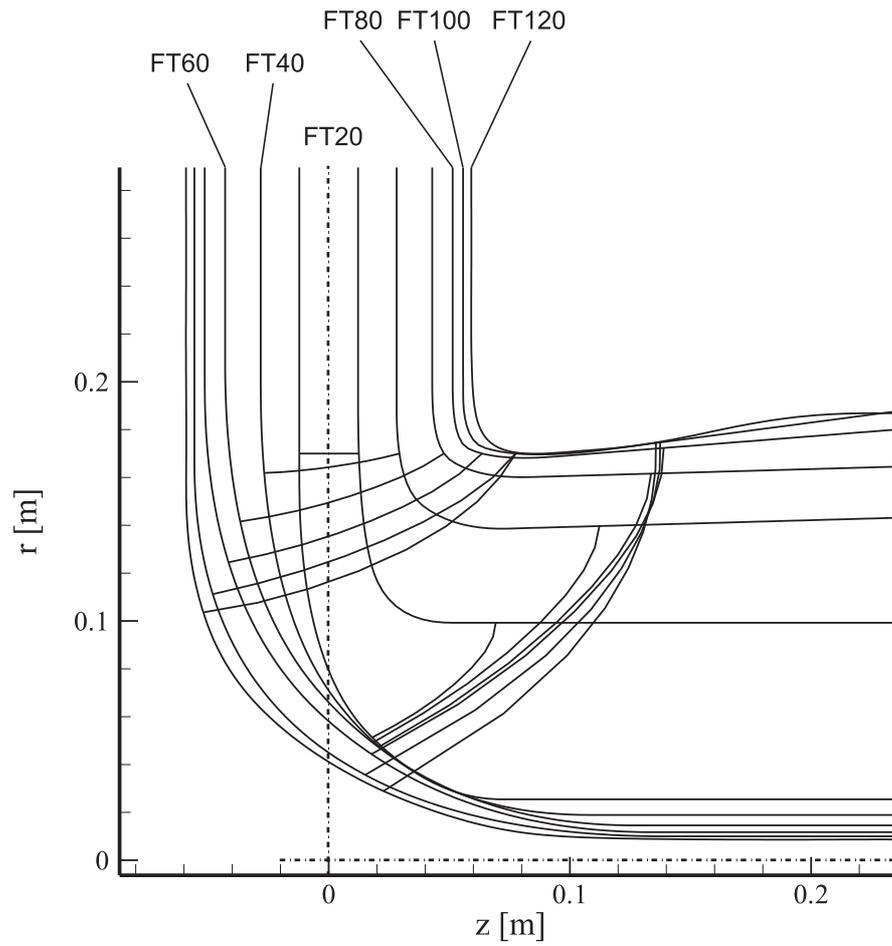


Abbildung 4.4: Die aus einem Künstlichen Neuronales Netz gewonnenen Meridiankonturen der Francisturbinen FT20 bis FT120.

Das Künstlich Neuronale Netz wurde mit den parametrisierten Daten der Hub- und Shroudkontur sowie der Ein- und Austrittskante einiger ausgewählter Francis Turbinen trainiert. In diesem einfachen Beispiel konnte aus dem Künstlich Neuronales Netz bereits die Meridiankontur mit Ein- und Austrittskanten für den Erstentwurf gewonnen werden.

Ausgehend von diesen initialen Meridiankonturen und Ein- und Austrittskanten kann mit entsprechenden numerischen Tools die übrige Laufradgeometrie berechnet werden. Diese Vorgehensweise soll im Folgenden erläutert werden.

4.2 Erstentwurf

Die sechs Laufradgeometrien in Abbildung 4.4 stellen eine FT-Modellreihe dar, für die gelten soll:

$$D = 0.340 \text{ m} \quad (4.12)$$

$$n = 1000 \text{ 1/min} \quad (4.13)$$

sowie (4.14)

$$Q = 0.64921 \cdot \left(\frac{n_q}{100}\right)^2 \cdot \Psi_t^{3/2} \quad (4.15)$$

$$H = \frac{u_{ref}^2}{2g} \cdot \Psi_t \quad (4.16)$$

Der Laufradwirkungsgrad wird angenommen und sollte zumindest von der Tendenz mit den Ergebnissen der optimierten Laufradgeometrien übereinstimmen.

In der Abbildung 4.5 ist die Abhängigkeit der Auslegungsparameter Ψ_t , Ψ_{tth} und Ψ_{tth3} sowie φ über n_q aufgetragen.

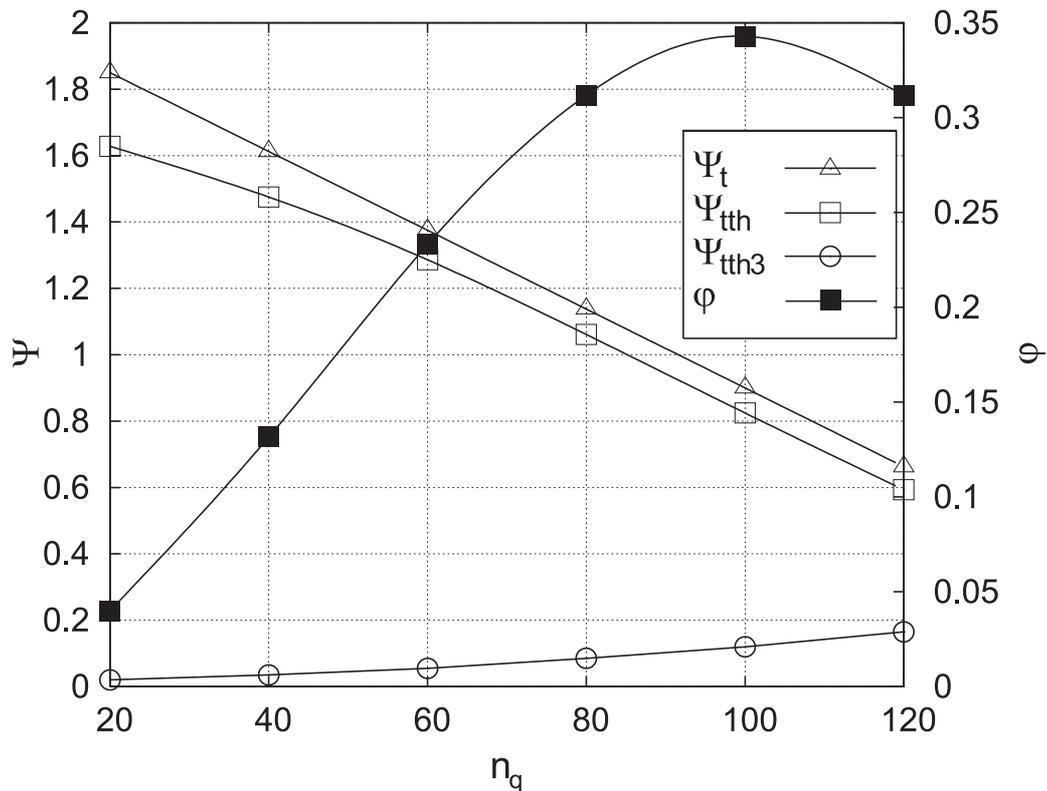


Abbildung 4.5: Verlauf der Auslegungsparameter Ψ und φ über n_q für die Modellausführung der Francis Turbinen FT20 bis FT120

4.2.1 Annahmen

Der initiale Erstentwurf eines Turbinenlaufrades geht von folgenden Annahmen aus:

- einem Restdrall in der Strömung nach dem Laufrad von $\Psi_{t_{th_3}}$
- einer parabolischen Verteilung der Umfangskomponente c_{u_3} von Hub nach Shroud nach dem Laufrad
- einer konstanten Verteilung der Meridiangeschwindigkeit c_{m_3} hinter dem Laufrad von Hub nach Shroud
- einem impulsgemittelten Drallabbau $\Delta \overline{rc_u}_{1-2} = \frac{\eta_h}{\rho\omega} \cdot \Delta p_t$ im Laufrad
- einer konstanten Verteilung der Meridiangeschwindigkeit c_{m_1} entlang der Eintrittskante von Hub nach Shroud

Bei verlustloser Strömung gilt längs der Stromlinie im schaufellosen Raum der Drallsatz, d.h. die theoretische Druckzahl an der Hinterkante des Laufrades ändert sich nicht gegenüber der am Kontrollraumaustritt, $\Psi_{t_{th_2}} = \Psi_{t_{th_3}}$. Die c_{u_1} - Verteilung entlang der Eintrittskante mit der Koordinate n kann damit aus der c_{u_2} - Verteilung am Laufradaustritt für jeden Stromfaden berechnet werden zu:

$$c_{u_1}(n) = \frac{r_2(n) \cdot c_{u_2}(n) + \Delta \overline{rc_u}_{1-2}}{r_1} \quad (4.17)$$

Die mittlere Meridiangeschwindigkeit berechnet sich zu:

$$\overline{c_m} = \frac{Q}{A} \quad (4.18)$$

mit der Querschnittsfläche A .

Die Annahme einer konstanten c_m - Verteilung entlang der Ein- und Austrittskante ist nicht realistisch, wie Abbildung 4.6 mit einer CFD-Nachrechnung einer Francis Turbinenstufe der Schnellläufigkeit $n_q = 60$ zeigt.

Bei der Analyse der Geschwindigkeitsverteilung entlang der Eintrittskante der sechs Turbinenlaufräder konnte festgestellt werden, dass bei einer langsamläufigen Turbine, wie z.B. der Langsamläufer mit $n_q = 20$, mit ihrer achsparallelen Eintrittskante die Meridiangeschwindigkeitsschichtung fast konstant über die Schaufelhöhe verläuft. Bei den schnellläufigen Turbinen ab $n_q = 60$ hingegen gestaltet sich die Geschwindigkeitsverteilung von Hub nach Shroud ungleichmäßiger mit einer höherer Durchflussgeschwindigkeit bei Shroud. In Abbildung 4.7 sind für die sechs Turbinenlaufräder die Meridiangeschwindigkeitsverteilungen entlang der Eintrittskante aufgetragen. Die Ungleichförmigkeit nimmt bis zu $n_q = 80$ zu, ab diesem n_q bleibt die Schichtung bis zu $n_q = 120$ nahezu unverändert. Dies liegt vor allem an der stark nach innen gezogenen der Eintrittskante, siehe Abbildung 4.4.

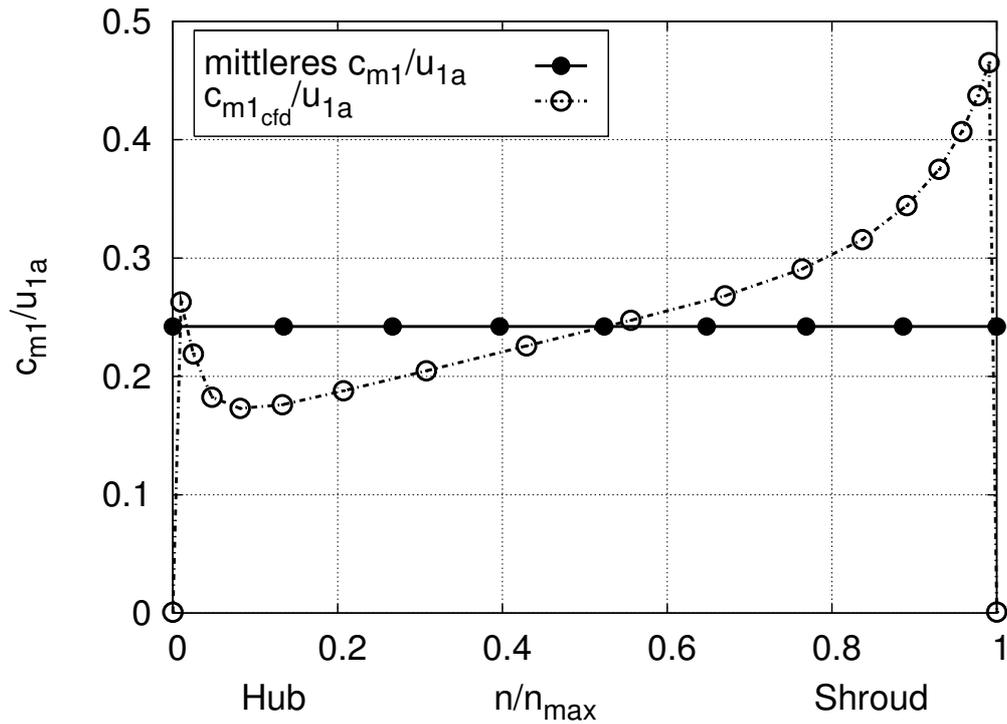


Abbildung 4.6: Vergleich der mit CFD berechneten c_{m1} -Geschwindigkeitsverteilung entlang der Eintrittskante mit der mittleren Geschwindigkeit \bar{c}_{m1} einer Francis Turbine mit $n_q = 60$

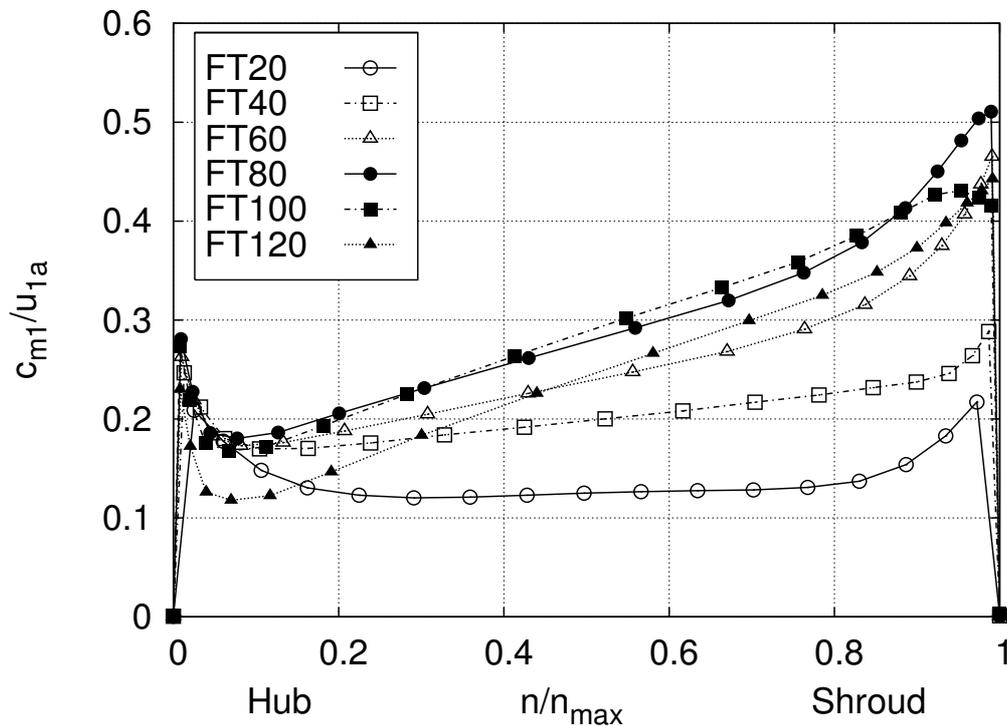


Abbildung 4.7: Vergleich der mit CFD berechneten c_{m1} -Geschwindigkeitsverteilung entlang der Eintrittskante für die verschiedenen Francis Turbinen

Um zu realistischeren Berechnungen vor allem der Eintrittswinkel zu gelangen, soll die Meridiangeschwindigkeitsverteilung $c_m(n)$ mit einer parabolischen Ansatzfunktion aus

und den Randbedingungen $\left. \frac{\partial C_{M_0}}{\partial N} \right|_0 = 0$ sowie $C_{M_0}(N=0) = \kappa$ erhält man:

$$C_{M_0}(N) = \overline{C_{M_0}} \cdot \kappa \left(3 \frac{(1-\kappa)}{\kappa} N^2 + 1 \right) \quad . \quad (4.22)$$

Dieser Ansatz wurde für die Turbinenstufe mit $n_q = 60$ mit einem angenommenen Wert von κ erprobt und mit CFD Ergebnissen verglichen, siehe Abbildung 4.9.

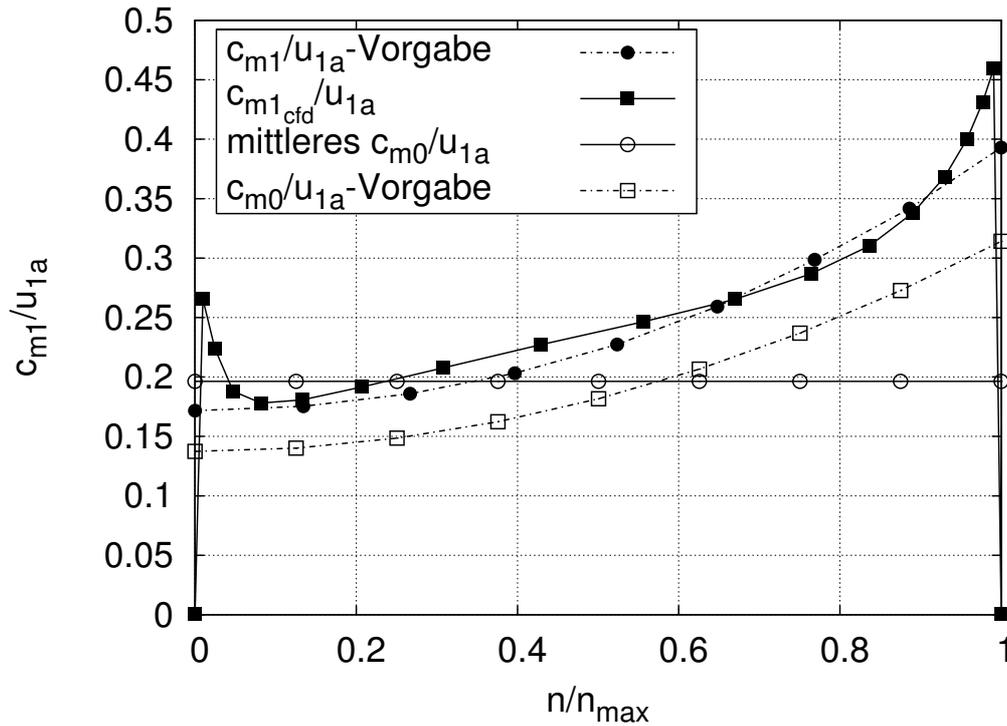


Abbildung 4.9: Vergleich der mit CFD berechneten c_{m1} -Geschwindigkeitsverteilung entlang der Eintrittskante mit der Annahme einer parabolischen c_{m0} - bzw. c_{m1} -Schichtung bei einer Francis Turbine $n_q = 60$

Die Berechnung einer c_{m0} -Verteilung nach Gleichung 4.22 gibt die reale Schichtung relativ gut wieder.

4.2.2 Berechnung der Drallvorgabe c_{u3} am Laufradaustritt

Die c_{u3} -Verteilung an einem zur Drehachse senkrechten Schnitt 3, siehe Abbildung 4.8, nach dem Laufrad soll so gestaltet sein, dass die theoretische Druckzahl Ψ_{ttb3} erreicht wird. Um eine für das Saugrohr stabile Strömung zu erhalten, wird die Geschwindigkeitsverteilung mit dem Maximum an der Shroudkontur parabolisch angenommen, $c_{u3}(n = n_{max}) = c_{u3max}$, siehe Abbildung 4.10.

Zunächst gilt unter der Voraussetzung einer konstanten $c_z(r) = \overline{c_z}$ -Verteilung nach dem Laufrad für den impulsgemittelten Drall:

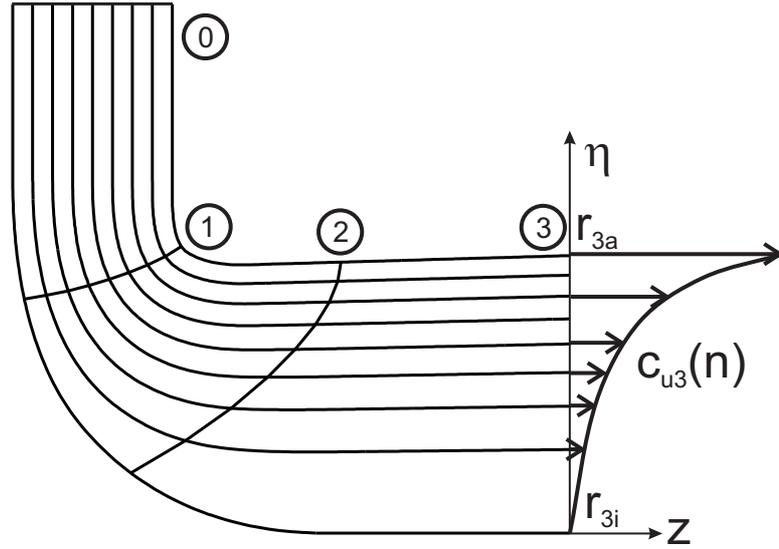


Abbildung 4.10: c_{u3} -Geschwindigkeitsverteilung an einem zur Drehachse senkrechten Schnitt nach dem Laufrad, $n=r$

$$\begin{aligned}
 \overline{rc_{u3}} &= \frac{1}{Q} \int_{r_{3i}}^{r_{3a}} rc_{u3} c_{z3}(r) \cdot dA = \frac{1}{\overline{c_{z3}} (r_{3i}^2 - r_{3a}^2) \pi} \int_{r_{3i}}^{r_{3a}} rc_{u3} \overline{c_{z3}} \cdot 2\pi r dr \\
 &= \frac{2}{r_{3i}^2 - r_{3a}^2} \int_{r_{3i}}^{r_{3a}} (rc_{u3}) r \cdot dr \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

sowie der Zusammenhang zwischen $\Psi_{t_{th3}}$ und dem impulsgemittelten Drall $\overline{rc_{u3}}$

$$\overline{rc_{u3}} = \frac{1}{2} \Psi_{t_{th3}} r_{1a}^2 \omega \quad . \quad (4.24)$$

Für das geforderte parabolische c_u -Geschwindigkeitsprofil soll folgende Annahme getroffen werden:

$$c_{u3}(r) = a + b r + c r^2 \quad . \quad (4.25)$$

Die Lösung dieses Integrals in Gleichung 4.23 erfolgt in dimensionsloser Form, wobei folgende Zusammenhänge gelten:

$$\eta = \frac{r - r_{3i}}{\Delta r} \quad , \quad \text{wobei } 0 \leq \eta \leq 1 \quad \text{und } \Delta r = (r_{3a} - r_{3i}) \quad . \quad (4.26)$$

$$CU = \frac{c_u}{\omega \cdot r_{1a}} \quad (4.27)$$

Damit wird das Integral 4.23 zu

$$\int_0^1 \Delta r (\eta \Delta r + r_{3i})^2 \cdot CU_3 \cdot d\eta = \frac{(r_{3a}^2 - r_{3i}^2)}{4} r_{1a} \Psi_{t_{th3}} \quad (4.28)$$

und der Ansatz 4.25 mit den Randbedingungen $CU_3(0) = 0$ sowie

$$\left. \frac{\partial CU_3}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = \frac{\Delta r}{u_{1a}} (b + 2 c r_{3i}) \quad (4.29)$$

zu

$$CU_3(\eta) = \left. \frac{\partial CU_3}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} \eta + c \Delta r^2 \eta^2 \cdot \frac{1}{\omega r_{1a}} \quad (4.30)$$

Nach Einsetzen der Gleichung 4.30 in Gleichung 4.28 und Lösen des Integrals in den Grenzen von 0 bis 1 ergibt sich für die Konstante c

$$c = \frac{\frac{(r_{3a}^2 - r_{3i}^2)}{4} r_{1a}^2 \omega \Psi_{t_{th3}}}{\left(\frac{1}{5} \Delta r^5 + \frac{1}{3} \Delta r^3 r_{3i}^2 + \frac{1}{2} \Delta r^4 r_{3i} \right)} \quad (4.31)$$

wenn für $\left. \frac{\partial CU}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0$ gelten soll.

Für die Turbine mit der Schnellläufigkeit $n_q = 60$ ist in Abbildung 4.11 die parabolische c_{u3} -Verteilung nach Gleichung 4.30 nach dem Laufrad sowie die Verteilung aus der CFD-Rechnung dargestellt.

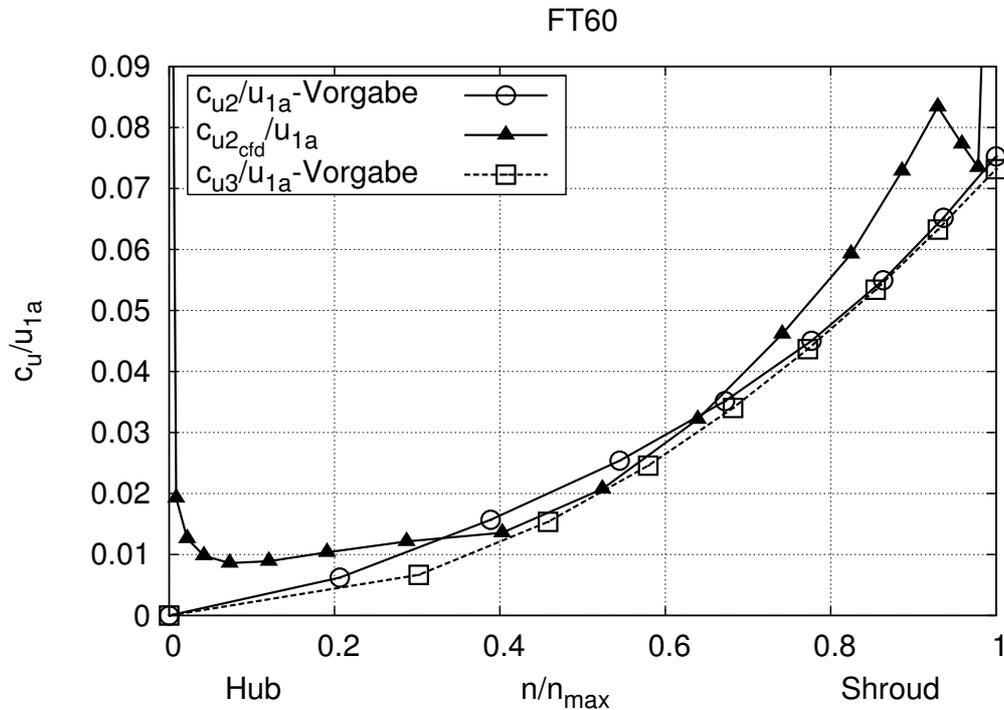


Abbildung 4.11: Vergleich zwischen der vorgegebenen und berechneten c_{u3} -Verteilung nach dem Laufrad

Die Verteilung ist nun so ausgelegt, dass der Drall im Außenbereich bei Shroud größer ist als bei Hub, damit die Strömung im anschließenden Saugrohr stabil bleibt. Im Saugrohr strömt das Fluid gegen einen steigenden Druckgradienten. Dies kann zu Ablösungen im Saugrohr führen, vor allem dann, wenn das Öffnungsverhältnis zu groß wird. Zur Stabilisierung wird eine nach außen ansteigende Umfangsgeschwindigkeit angenommen.

4.2.3 Berechnung der Ein- und Austrittswinkel

Für die Berechnung der Ein- und Austrittswinkel auf n Strombahnen wird der Strömungskanal zwischen Hub und Shroud in $(n - 1)$ Teilfluträder aufgeteilt, wie in Abbildung 4.12 dargestellt ist.

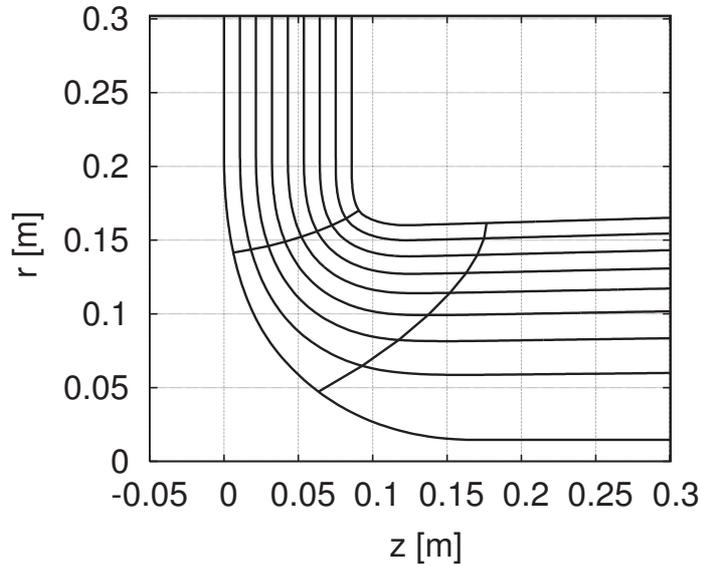


Abbildung 4.12: Teilfluträder sowie Strombahnen in der Meridianebene

Nach Verschneiden der Ein- und Austrittskanten aus dem Künstlich Neuronales Netz mit den Strombahnen erhält man die r - und z -Werte. Entlang der Kanten sind bereits die Geschwindigkeitskomponenten c_u und c_m bekannt. Damit lassen sich an der Austrittskante die Strömungswinkel berechnen zu

$$\beta_2(n) = \arctan \left(\frac{\overline{c_{m2}}}{u_2(n) - c_{u2}(n)} \right) \quad (4.32)$$

mit $c_{m2} = \overline{c_{m2}} = \text{const.} = \frac{Q}{A_2}$.

Aus der Erhaltung des Dralls ergibt sich die Geschwindigkeitsverteilung $c_{u1}(n)$ am Eintritt zu:

$$c_{u1}(n) = c_{u2}(n) + \frac{\Delta(\overline{rc_u})}{r} \quad (4.33)$$

Damit lässt sich an der Eintrittskante der Strömungswinkel wie folgt berechnet:

$$\beta_1(n) = \arctan \left(\frac{c_{m1}(n)}{u_1(n) - c_{u1}(n)} \right) \quad (4.34)$$

Für den Fall von unendlich vielen und unendlich dünnen Schaufeln handelt es sich um eine schaufelkongruente Strömung [34]. Die aus den Gleichungen 4.32 und 4.34 berechneten Strömungswinkel sind demnach Schaufelwinkel. Da aber bei ausgeführten Laufrädern eine endliche Schaufelzahl vorliegt, und die Strömungswinkel von den Schaufelwinkeln abweichen, müssen die Strömungswinkel korrigiert werden. Für die Eintrittswinkel werden die berechneten Strömungswinkel mit dem Inzidenzwinkel i ,

$$\beta_{s1} = \beta_1 - i \quad \text{mit } i < 0 \quad (4.35)$$

so korrigiert, dass längs der Eintrittskante keine Saugspitzen auftreten. Dabei bedeutet $i < 0$ Entlastung und $i > 0$ entsprechend Belastung der Beschauelung.

Die Austrittswinkel werden mit dem Deviationswinkel δ korrigiert,

$$\beta_{s2} = \beta_2 - \delta \quad \text{mit } \delta > 0 \quad , \quad (4.36)$$

so dass sich die gewünschte c_{u2} - Schichtung einstellt.

Noch heute ist man nach PFLEIDERER [34] darauf angewiesen, die Berechnung einer Turbine in Anlehnung an die schaufelkongruente Strömung, also unter Annahme unendlicher Schaufelzahl durchzuführen. Die Endlichkeit der Schaufelzahl hat zur Folge, dass die Schaufelwinkel an Ein- und Austritt übertrieben werden müssen. Wird diese Winkelübertreibung nicht verwirklicht, so äußert sich dies in einer Minderumlenkung des Fluids, d.h. in einer Minderleistung der Turbine gegenüber der Rechnung nach der eindimensionalen Stromfadentheorie. Bei Turbinen, so PFLEIDERER, braucht die Minderleistung gegebenenfalls nur an der Saugkante, meist aber gar nicht berücksichtigt zu werden, was inzwischen widerlegt werden konnte, siehe SCHILLING et al. [53].

Der Inzidenzwinkel kennzeichnet den Unterschied zwischen Strömungswinkel und Schaufelwinkel am Eintritt und ist so festzulegen, dass eine lokal optimale Anströmung der Schaufelvorderkante und somit keine Eintrittskantenkavitation auftritt. Der Deviationswinkel stellt den Winkelunterschied zwischen Schaufel- und Strömungswinkel an der Hinterkante dar und sollte so gewählt werden, dass der Betriebspunkt erreicht wird.

Für die weiteren Betrachtungen soll der Umschlingungswinkel an der Eintrittskante, Index 1, $\varphi_1(n) = \Delta\varphi_w(n)$ und an der Austrittskante, Index 2, $\varphi_2(n) = 0$ sein. Die Eintrittskante kann in φ -Richtung um $\Delta\varphi_{HS}$ geneigt sein.

4.2.4 Ermittlung des Schaufelwinkelverlaufs

Sind die Ein- und Austrittswinkel $\beta_{s1,2}$ auf allen Strombahnen sowie die Umschlingungswinkeldifferenz $\Delta\varphi_w(n)$ auf jeder Strombahn bekannt, so ist der Verlauf des Winkels

φ und damit der Schaufelwinkelverlauf noch frei wählbar. Bei der Wahl des Schaufelwinkelverlaufs sind folgende Aspekte zu beachten:

Der Winkelverlauf sollte

- keine Wendepunkte
- eine negative Steigung am Shroud Stromfaden im Bereich der Eintrittskante
- keine Unter- und Überschwinger des Winkelverlaufs

aufweisen.

Für den Verlauf des Schaufelwinkels in Abhängigkeit von der Meridiankoordinate soll ein Ansatz mit einem Polynom 3. Grades verwendet werden,

$$\beta_s^*(M^*) = A + B \cdot M^* + C \cdot M^{*2} + D \cdot M^{*3} \quad (4.37)$$

wobei die folgenden dimensionslosen Größen verwendet werden:

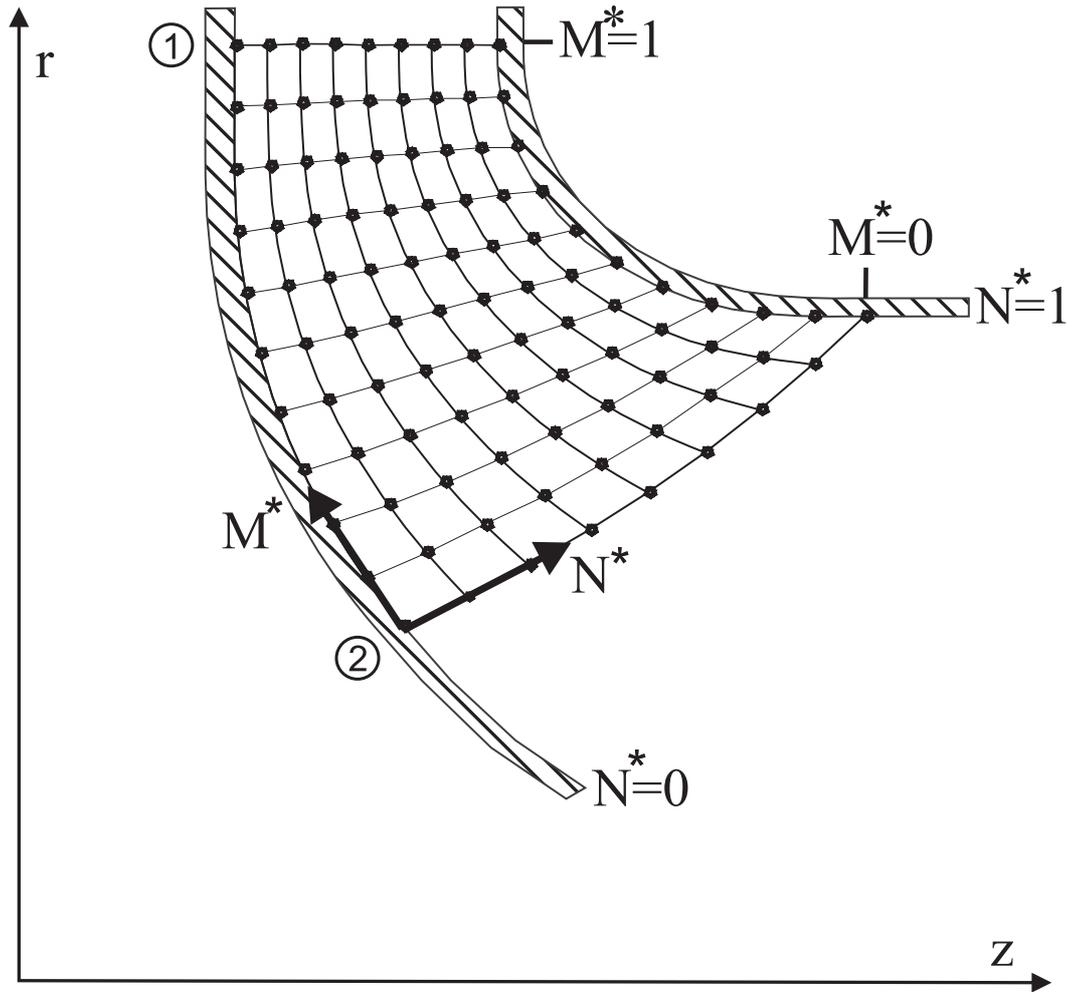
$$\begin{aligned} m &= \sqrt{\Delta r^2 + \Delta z^2} \\ M &= \frac{m}{r_{1a}} \quad ; \quad N = \frac{n}{r_{1a}} \\ \beta_s^* &= \frac{\beta_s(m, n) - \beta_{s_2}(n)}{\beta_{s_1}(n) - \beta_{s_2}(n)} \\ N^* &= \frac{N}{N_{max}} \\ M^*(N^*) &= \frac{M(N^*) - M_2(N^*)}{M_1(N^*) - M_2(N^*)} = \frac{M(N^*) - M_2(N^*)}{\Delta M(N^*)} \end{aligned} \quad (4.38)$$

wobei $M_1 = M_1^* = 0$ für die Hinterkante gilt sowie $M_2 = M_{max}$ und $M_2^* = 1$ für die Vorderkante, wie in Abbildung 4.13 dargestellt. Der dimensionslose Schaufelwinkel β_s^* ist somit folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned} \beta_s^*(M^*, N^*) &= \frac{\beta_s(M^*, N^*) - \beta_s(M_2^*, N^*)}{\beta_s(M_1^*, N^*) - \beta_s(M_2^*, N^*)} \\ &= \frac{\beta_s(M^*, N^*) - \beta_s(M_2^*, N^*)}{\Delta \beta_s(N^*)} . \end{aligned} \quad (4.39)$$

In Analogie zu dem Schaufelwinkel wird auch der dimensionslose Umfangswinkel ϕ^* dargestellt:

$$\begin{aligned} \phi^*(M^*, N^*) &= \frac{\phi(M^*, N^*) - \phi(M_2^*, N^*)}{\phi(M_1^*, N^*) - \phi(M_2^*, N^*)} \\ &= \frac{\phi(M^*, N^*) - \phi(M_2^*, N^*)}{\Delta \phi(N^*)} . \end{aligned} \quad (4.40)$$

Abbildung 4.13: Definition der N^* - und M^* -Koordinaten

Grundlage für die Beziehung zwischen Schaufelwinkel und Umfangswinkel ist die Definition der konformen Abbildung aus Kapitel 3.4.3, wie in Abbildung 3.9 dargestellt. Bezieht man die konforme Länge l auf den Referenzradius r_{1a} , so erhält man die Beziehung

$$\operatorname{ctg} \beta_s = -\frac{d\phi}{dL} \quad (4.41)$$

Da die konforme Abbildung winkelgetreu ist, lässt sich der Schaufelwinkel auch ausdrücken mit

$$\operatorname{ctg} \beta_s = -\frac{R d\phi}{dM} \quad (4.42)$$

wobei R der dimensionslose Radius $R = \frac{r}{r_{1a}}$ und R^* der nochmals auf 1 normierte Radius bedeutet.

$$\begin{aligned} R^*(M^*, N^*) &= \frac{R(M^*, N^*) - R(M_2^*, N^*)}{R(M_1^*, N^*) - R(M_2^*, N^*)} \\ &= \frac{R(M^*, N^*) - R(M_2^*, N^*)}{\Delta R(N^*)} \end{aligned} \quad (4.43)$$

Ausgehend von einem Umschlingungswinkel $\phi_2^*(M_2^*, N^*)$ an der Hinterkante können die Verteilungen des Umfangswinkels $\phi^*(M^*, N^*)$ auf den verschiedenen Strombahnen $N^* = const.$ mit folgenden Definitionen

$$\begin{aligned} d\phi &= -\frac{ctg\beta_s(M, N)}{R} \cdot dM \quad , \\ d\phi^* &= -\frac{\Delta M(N^*)}{\Delta\phi(N^*)} \frac{ctg\beta_s(M^*, N^*)}{R^* \Delta R(N^*) + R(M_2^*, N^*)} \cdot dM^* \end{aligned} \quad (4.44)$$

berechnet werden:

$$\phi^*(M^*, N^*) = \phi_2^*(M_2^*, N^*) - \frac{\Delta M(N^*)}{\Delta\phi(N^*)} \int_{M_2^*=0}^{M_1^*=1} \frac{ctg\beta_s(M^*, N^*)}{R^* \Delta R(N^*) + R(M_2^*, N^*)} \cdot dM^* \quad (4.45)$$

wobei die Integration $\phi^*(1, N^*) = 1$ ergeben soll. Außerdem soll der Umfangswinkel an der Hinterkante der Schaufel genau $\phi_2^* = 0^\circ$ betragen. Daraus folgt:

$$\begin{aligned} -1 &= \frac{\Delta M(N^*)}{\Delta R(N^*) \cdot \Delta\phi(N^*)} \int_0^{M^*=1} \frac{ctg\beta_s(M^*, N^*)}{\frac{R_2(N^*)}{\Delta R(N^*)} + R^*(M^*, N^*)} \cdot dM^* \\ -\underbrace{\frac{\Delta R(N^*) \cdot \Delta\phi(N^*)}{\Delta M(N^*)}}_{V(N^*)} &= \underbrace{\int_0^{M^*=1} \frac{ctg\beta_s(M^*, N^*)}{\frac{R_2(N^*)}{\Delta R(N^*)} + R^*(M^*, N^*)} \cdot dM^*}_{I(N^*)} \quad . \end{aligned} \quad (4.46)$$

Die Schaufelwinkel β_s in Gleichung 4.46 werden aus der normierten β_s^* -Verteilung, Gleichung 4.39, als Funktion von M^* und dem Parameter A aus Gleichung 4.37 gewonnen. In Abhängigkeit dieses Parameters gilt es, folgende Gleichung zu lösen:

$$F(A) = V(N^*) + I(N^*) \stackrel{!}{=} 0 \quad (4.47)$$

Dies erreicht man durch eine Nullstellensuche mit dem NEWTON'schen Iterationsverfahren.

Mit dem Ansatz eines Polynom dritten Grades für die normierte β_s^* -Verteilung, Gleichung 4.37, sind für die vier unbekanntenen Koeffizienten nur drei Randbedingungen verfügbar. Daraus resultiert der freie Parameter A . Die Randbedingungen sind:

1. $\beta_s^*(M^* = 0) = 0$
2. $\beta_s^*(M^* = 1) = 1$
3. $\frac{d\beta_s^*}{dM^*}(M^* = 1) = ST$

Mit der dritten Bedingung kann der Winkelverlauf am Laufradeintritt über die Steigung ST beeinflusst werden. Da die Vorderkante bei $M^* = 1$ liegt, bedeuten positive Werte

von ST einen abnehmenden Winkelverlauf in Richtung Hinterkante. Damit erhält man die normierte β_s^* -Verteilung:

$$\beta_s^*(M^*) = (-ST + 2 + A)M^* + (ST - 1 - 2A)M^{*2} + AM^{*3} \quad . \quad (4.48)$$

Soll der Winkelverlauf nun von der Hinterkante zur Vorderkante stetig zunehmen, so muss gelten:

$$\frac{d\beta_s^*}{dM^*} \geq 0 \quad (4.49)$$

Damit sind Werte des Parameters A nur im Bereich $ST - 2 \leq A \leq 3 + ST$ gültig, was in den Abbildungen 4.14 und 4.15 verdeutlicht ist. So verletzt zum Beispiel im rechten Bild bei einem Wert $A = -4$ der Verlauf die Bedingung $0 \leq \beta_s^* \leq 1$.

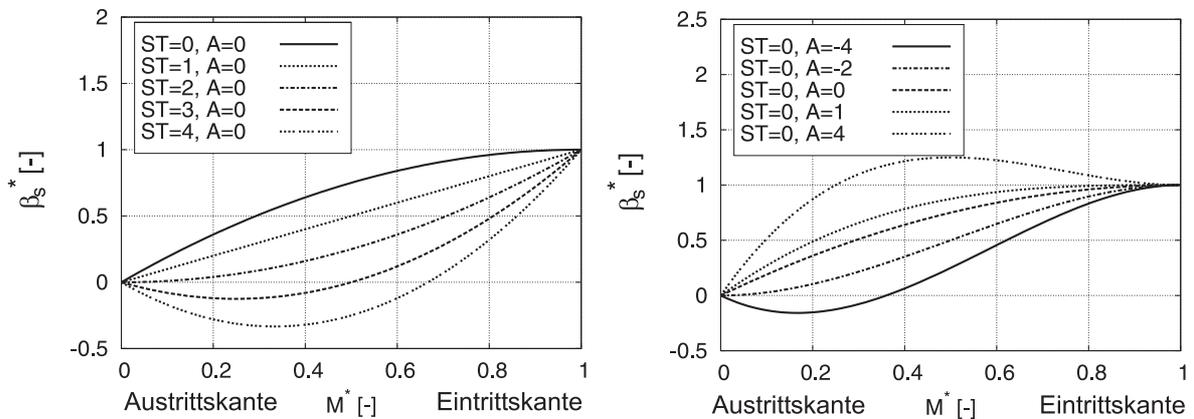


Abbildung 4.14: Normierte Winkelverteilung β_s^* für verschiedene Parameter A und unterschiedliche Steigungen ST nach Gleichung 4.48

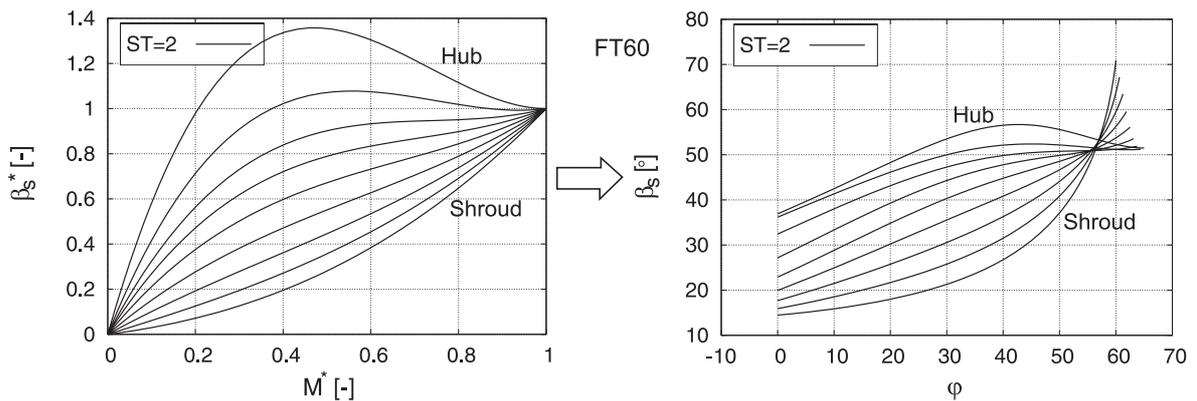


Abbildung 4.15: Für das Laufrad FT60 mit $ST = 2$ berechneter Schaufelwinkelverlauf als Funktion von M^* , links, und φ , rechts

In Abbildung 4.16 ist der für den Erstentwurf gewählte Umschlingungswinkel $\Delta\varphi_w$ über der spezifischen Drehzahl n_q aufgetragen. Der Umschlingungswinkel nimmt mit steigender spezifischer Drehzahl von 110° bis auf 45° ab.

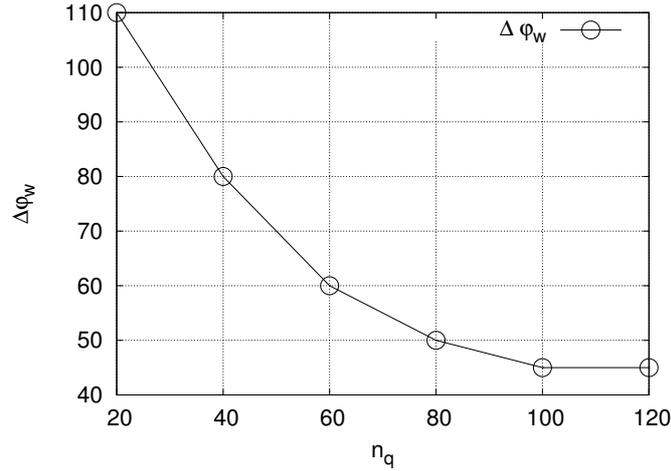


Abbildung 4.16: Verlauf des Umschlingungswinkels $\Delta\varphi_w$ der sechs verschiedenen Francis Turbinen Laufräder als Funktion von n_q

4.3 Automatische Korrektur der Austrittswinkel

Der Schaufelwinkel an der Laufradhinterkante β_{s_2} soll iterativ so verändert werden, dass dadurch die geforderte c_{u_2} -Verteilung erreicht wird. Dies erreicht man durch folgenden Algorithmus:

1. Ermittlung des Strömungswinkels aus CFD: $\beta_2^{ist} = \arctan \frac{c_{m_2}^{CFD}}{u_2 - c_{u_2}^{CFD}}$
2. Gewünschter Strömungswinkel: $\beta_2^{soll} = \arctan \frac{c_{m_2}^{CFD}}{u_2 - c_{u_2}^{Vorgabe}}$
3. Änderung zwischen altem Schaufelwinkel und neuem Strömungswinkel: $\delta = \beta_2^{ist} - \beta_{s_2}^{alt}$
4. Korrektur des Soll-Strömungswinkels: $\beta_{s_2}^{soll} = \beta_2^{soll} - \delta$
5. Berechnung des neuen Schaufelwinkels: $\beta_{s_2}^{neu} = (1 - \epsilon)\beta_{s_2}^{alt} + \epsilon\beta_{s_2}^{soll}$

Die Berechnung des neuen Schaufelwinkels muss aus einer Gewichtung zwischen altem Schaufelwinkel und Soll-Winkel erfolgen, um ein konvergentes Verhalten zu erreichen. Die Werte für ϵ sollten zwischen 0.3 und 0.8 liegen. In Abbildung 4.17 ist die Veränderung der c_{u_2} -Verteilung zu erkennen, wenn dieser Algorithmus auf die Schaufelaustrittswinkel angewandt wird.

4.4 Entwurfsstrategien

Der Schaufelerstentwurf erfolgt mit den in Kapitel 4 eingeführten Gleichungen. Dabei hat sich gezeigt, dass der Erstentwurf in zwei Schritten durchgeführt werden sollte:

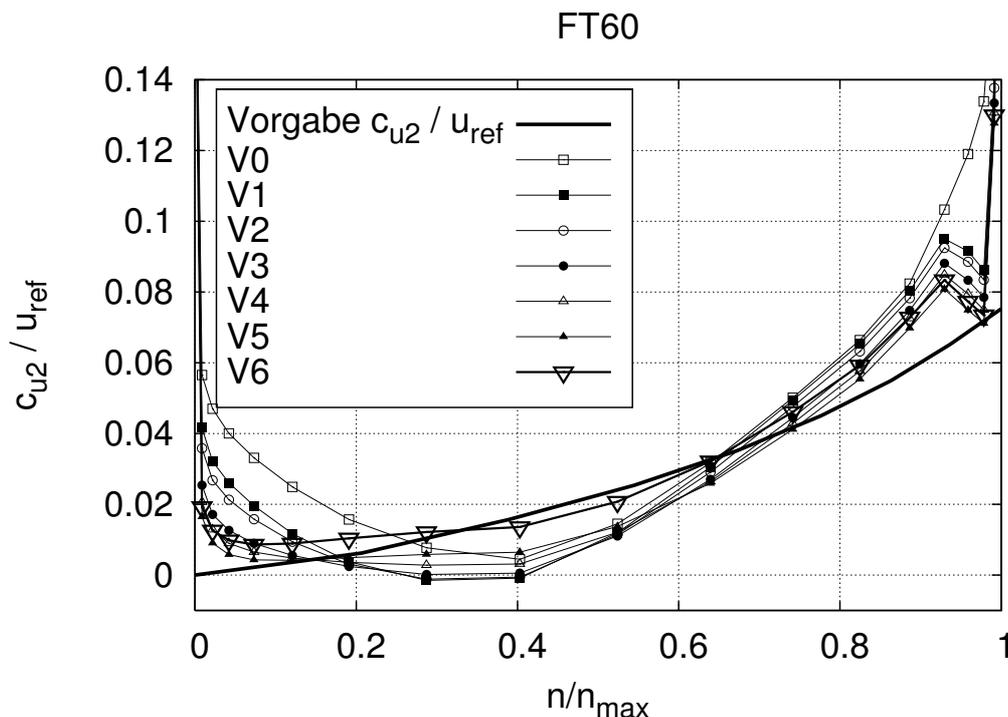


Abbildung 4.17: Entwicklung der c_{u2} -Verteilung bei einer iterativen Korrektur der Schaufelaustrittswinkel

1. Einstellen der Eintrittswinkel und der Steigung des Schaufelwinkelverlaufs auf dem Shroud-Stromfaden
2. Automatisches Anpassen der Austrittswinkel an die vorgegebene c_{u2} -Verteilung und der Ψ_{tth3} -Vorgabe

Werden die Eintrittswinkel und die Steigung im Winkelverlauf im vorderen Bereich der Schaufel geändert, so hat dies einen direkten Einfluss auf die c_{u2} -Verteilung, die sich dadurch leicht verändert. Sind einmal die Eintrittswinkel so eingestellt, dass sich c_p -Verläufe ohne Saug- bzw. Druckspitzen ergeben, so kann in einem zweiten Schritt der Austrittswinkel und damit die c_{u2} -Verteilung automatisch eingestellt werden, siehe Abbildung 4.18 oben, ohne dass sich der Eintrittswinkel und damit wieder die Druckverteilung in vorderen Bereich der Schaufel ändert, siehe Abbildung 4.18 unten und Abbildung 4.18 Mitte.

In der Abbildung 4.18 oben erkennt man deutlich die starke Abweichung der c_{u2} -Schichtung von der c_{u2} -Vorgabe. In mehreren Iterationsschritten hat sich die c_{u2} -Verteilung an die Vorgabe angenähert. Im Winkelverlauf in Abbildung 4.18 unten hat sich der Austrittswinkel an Hub und Shroud deutlich verringert, wohingegen der Austrittswinkel in der Schaufelmitte etwas zugenommen hat. Der Eintrittswinkel wurde dabei nicht verändert, da dieser bereits in Schritt 1 eingestellt wurde.

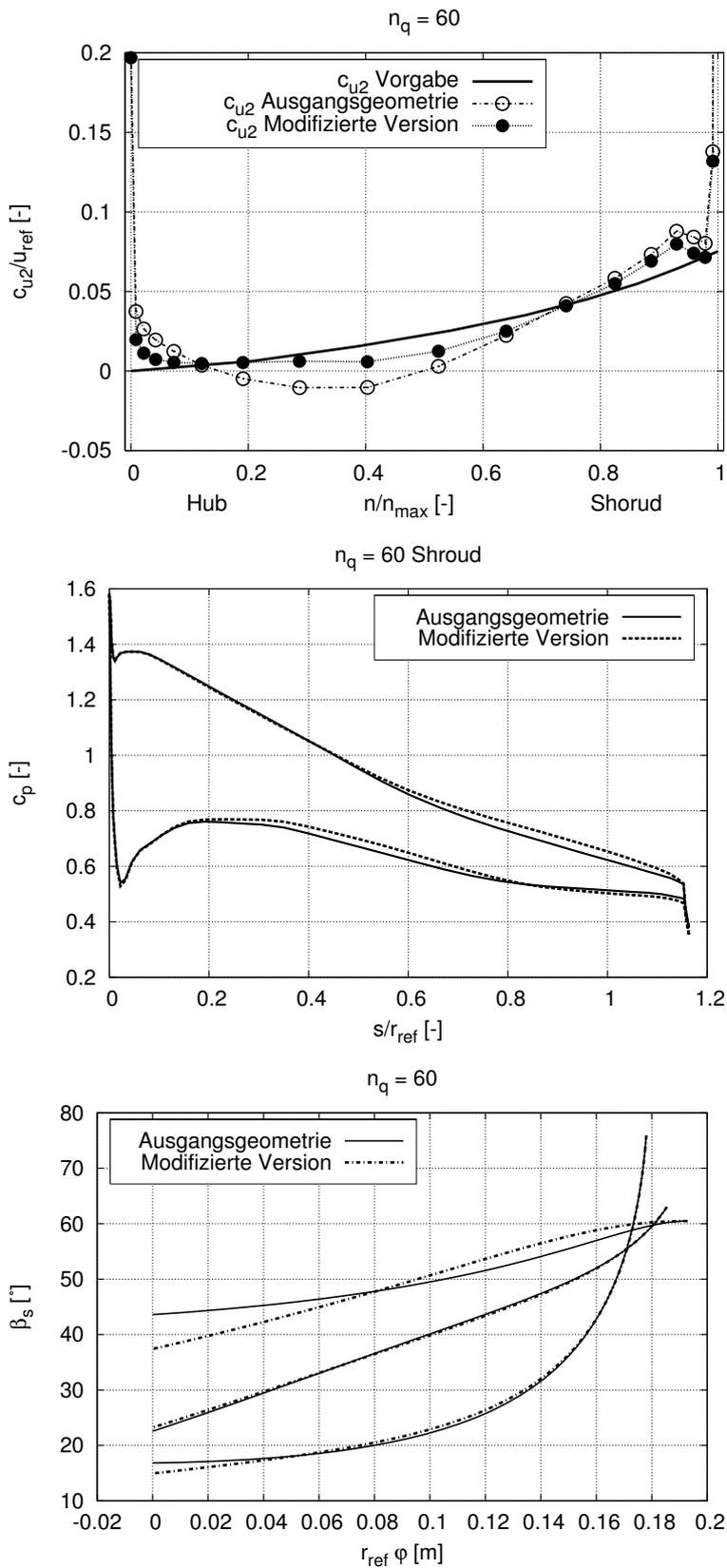


Abbildung 4.18: FT60: Berechnete und vorgegebene c_{u2} -Verteilung, oben; Änderung der dimensionslosen Druckverteilung c_p auf der Shroud-Strombahn, Mitte; Änderung des Schaukelwinkerverlaufs β_s , unten.

Kapitel 5

Interaktives Optimierungssystem

5.1 Systemüberlick

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Real-Time Design System RTD besteht aus mehreren Softwaremodulen, die jeweils eigenständige Programme darstellen. Ein Überblick gibt Abbildung 5.1.

Der Modifikationsbaustein ist ein Programm im System, das dem Benutzer eine graphische Oberfläche (GUI)¹ zur Verfügung stellt, mit der sich die Beschauelung einer Strömungsgeometrie in einem weiten Bereich interaktiv modifizieren, simulieren und analysieren lassen, siehe Abbildung 5.2. Das GUI basiert auf der Grafikkbibliothek OSF/Motif, die das Erstellen komplexer Grafikoberflächen erleichtert. Die Bibliothek Motif ist nur unter dem Betriebssystem Unix bzw. Linux einsetzbar und wird mit der Hilfe der Programmiersprache C implementiert. Daher ist die Ausführung des Moduls sowie der anderen Bausteine auf diese Plattformen beschränkt.

Der Modifikationsbaustein stellt Werkzeuge und Funktionen bereit, mit denen die Geometrie interaktiv modifiziert werden kann. Per Mausclick kann ein Rechennetz erzeugt und im Anschluss daran eine CFD Simulation gestartet werden. Der Benutzer wählt entsprechend der hinterlegten Multi-Level CFD Strategie zwischen verschiedenen genauen und schnellen CFD-Codes aus, d.h. Euler Q3D, Euler-3D und Navier-Stokes 3D. Die Rechennetze unterscheiden sich dementsprechend. Ein Ablaufplan ist in Abbildung 5.2 dargestellt.

Mit dem integrierten Postprocessing kann der Benutzer die Geometrie und die Strömungsergebnisse sofort analysieren. Es werden neben den Druckverteilungen auf Schaufeldruck- und -saugseite sowie Geschwindigkeitsvektorplots auch integrale Werte wie ψ_t , $\psi_{t,th}$ und der Wirkungsgrad η angezeigt.

Das System wurde aus bestehenden Programmbausteinen aufgebaut, in der Funktionalität erweitert und insbesondere in der Güte der Approximation der Geometrie verbessert. Es sei dabei auf die Arbeit von RICHTER [40] verwiesen.

¹Graphical User Interface

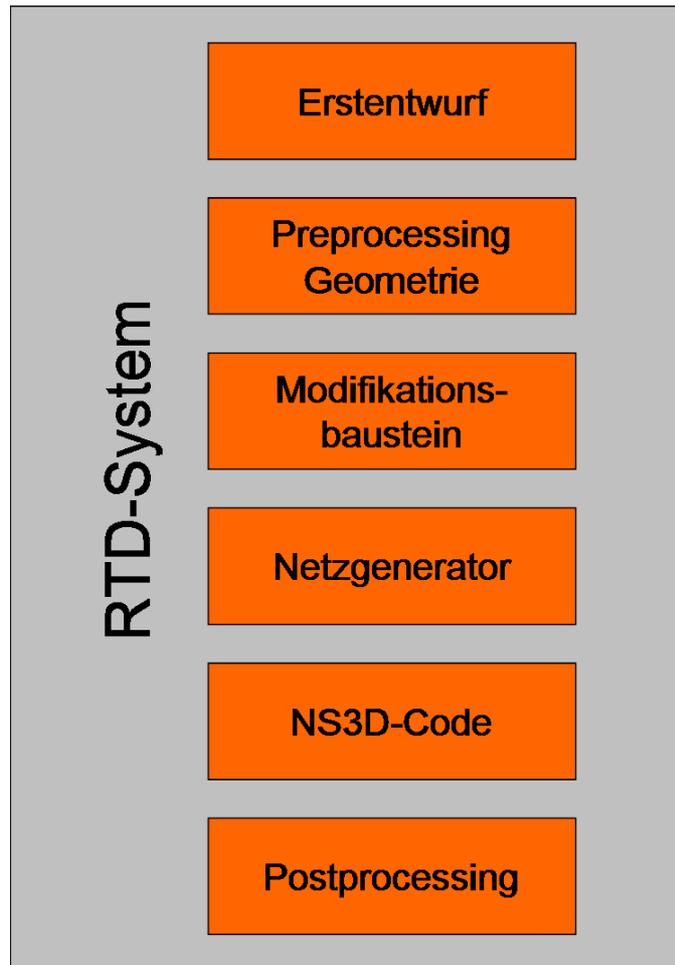


Abbildung 5.1: Module des Real-Time Design System im Überblick

Neben Laufrädern können auch andere Elemente von Wasserturbinen wie Leiträder und Traversen modifiziert werden.

5.2 Benötigte Daten für das RTD-System

Die Geometrie der Schaufel einer Strömungsmaschine muss in Form der Skelettfläche und einer zugehörigen Dickenverteilung als diskrete Punkte vorliegen. Außerdem wird die Meridiankontur benötigt. Die Skelettfläche wird eingelesen und mit rotationssymmetrischen Stromflächen verschnitten, auf denen die Modifikation erfolgt, siehe Abbildung 2.1.

Die rotationssymmetrische Stromfläche wird aus einem in der Meridianebene liegenden Stromfaden durch Rotation um die Drehachse erzeugt. Man nennt diese Fläche auch Flutbahnschnitt. Die Spur der Schaufelschnitte auf dieser Flutbahn wird anschließend mit einem B-Splines mit neun Describern approximiert und in der konformen Abbildung dargestellt. Das Grafikfenster des Modifikationsprogramms mit der Approximation der Skelettlinie auf dem Shroudstromfaden ist in Abbildung 5.3 dargestellt.

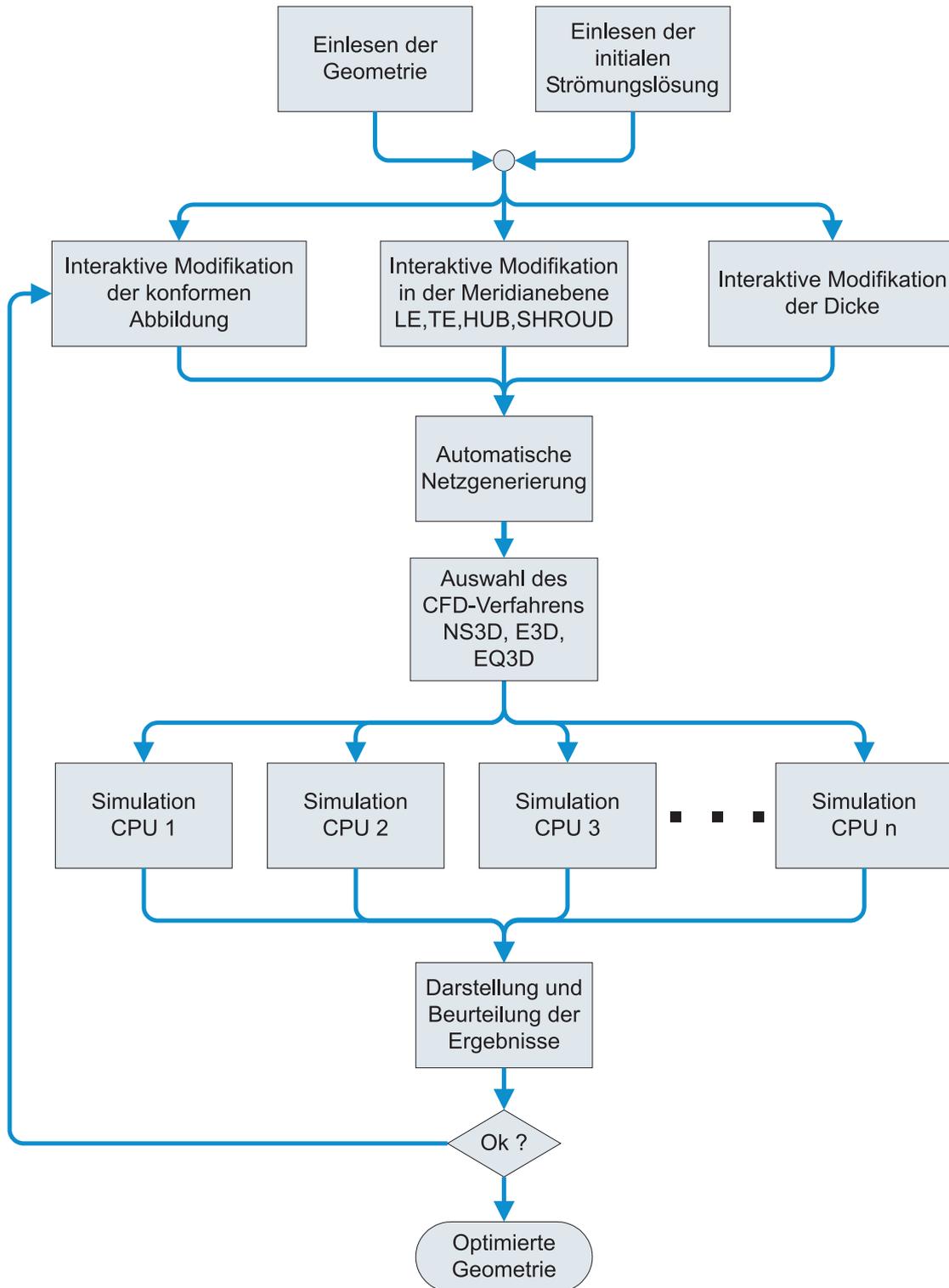


Abbildung 5.2: Ablaufplan des Moduls Modifikation

In der oberen Hälfte des Grafikfensters ist die Winkelverteilung der Stromfäden Hub, Mean und Shroud über der Umfangskoordinate $r_{ref} \cdot \varphi$ dargestellt. In der unteren Fensterhälfte ist die konforme Abbildung der drei Stromfäden zu sehen sowie die Describer des B-Splines, der die Shroud-Strombahn approximiert.

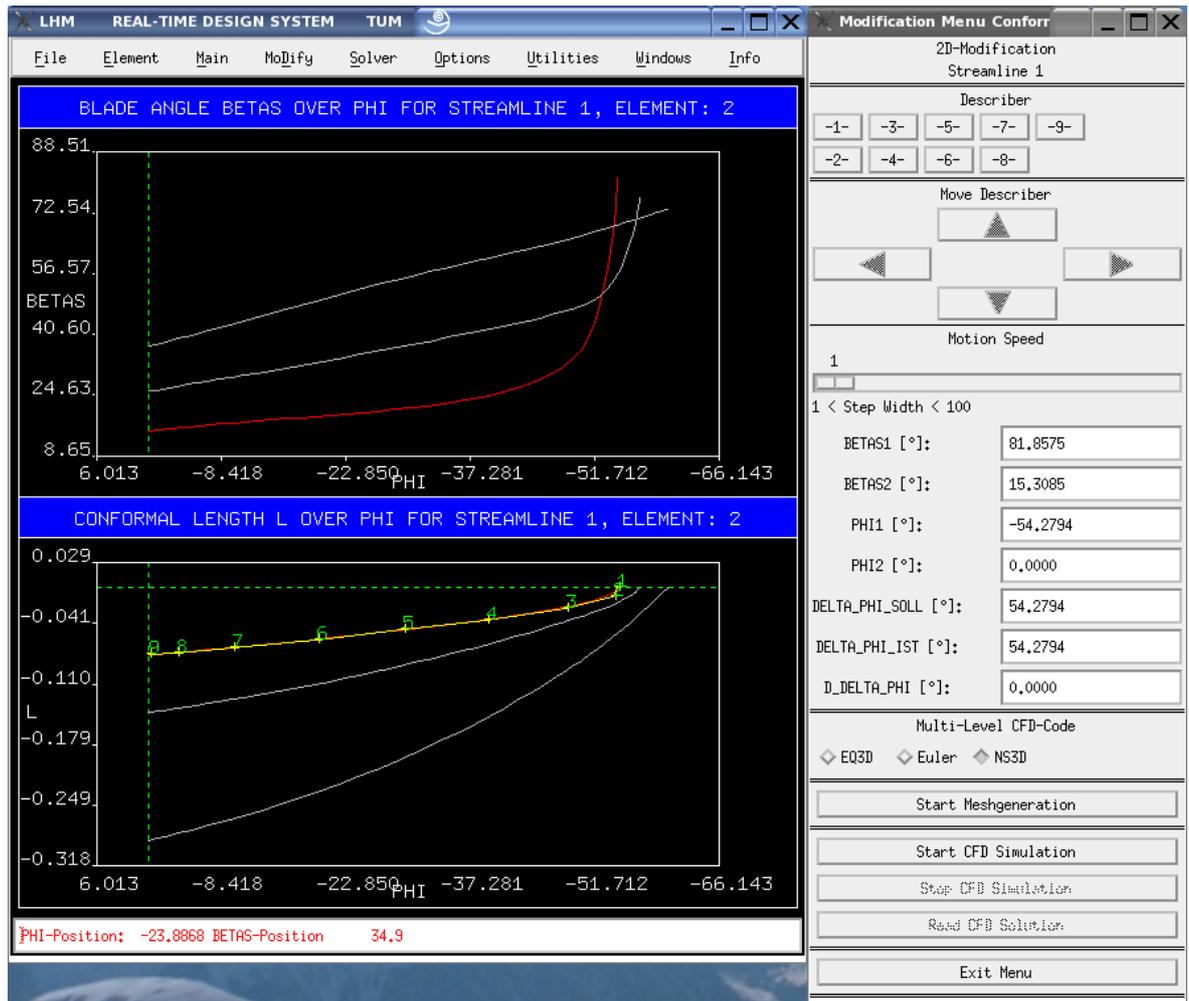


Abbildung 5.3: Grafikbildschirm mit der konformen Abbildung einer Turbinenschaufel

5.3 Modifikation

Die Modifikation der Skelettfäche und der Dickenverteilung erfolgt in unterschiedlichen Ebenen und mit verschiedenen Methoden. Im Folgenden soll ein kurzer Überblick über die Modifikationsmöglichkeiten gegeben werden.

5.3.1 Modifikationsebene

Die Modifikation der Schaufelgeometrie erfolgt nicht im Dreidimensionalen, sondern in Modifikationsebenen, die bei allgemeinen Beschauflungen durch eine konforme Abbildung der Beschauflung auf eine Zylindermantelfläche mit dem Referenzradius r_{ref} bestimmt werden. Bei axial durchströmten Laufrädern sind dies a priori Zylindermantelflächen, die die Schaufel bei konstanten Radius r schneiden. Diese Fläche ist in der Ebene abwickelbar, und man erhält eine 2D-Ansicht der Schaufel auf diesen Schnitten. Bei radialen Strömungsmaschinen ist die rotationssymmetrische Stromfläche nicht abwickelbar. Sie wird vielmehr winkelgetreu auf eine Zylindermantelfläche mit dem

Radius r_{ref} abgebildet.

In dieser Modifikationsebene wird die Spur der Skelettlinie mit Hilfe eines B-Splines approximiert. Durch Verschieben der Describer in dieser Ebene lässt sich die Skelettlinie modifizieren.

Die Modifikation der Skelettlinie erfolgt in einfacher Weise durch interaktives Verschieben der Describer mit der Maus. Aus der veränderten Position der Describer kann eine neue B-Spline Kurve berechnet werden, die der neuen Skelettlinie entspricht. Diese erhält man, indem man die konforme Längenkoordinate l konstant lässt und nur den Umschlingungswinkel φ neu berechnet. Das bedeutet, dass die räumliche Skelettlinie in der Meridianansicht ihre Lage beibehält und sich nur in Umfangsrichtung ändert. Wie aus Gleichung 3.25 ersichtlich ist, stellt sich bei der Variation des Umfangswinkels φ unter der Voraussetzung konstanter l -Werte ein neuer Schaufelwinkelverlauf β_s ein.

Es ist daher auch einsichtig, dass mit dieser Methode nicht jede beliebige Schaufelwinkelverteilung eingestellt werden kann. Der Grund liegt in der Schaufelumschlingung $\Delta\varphi$ zwischen Ein- und Austrittskante, der bei dieser Art der Modifikation fest vorgegeben ist. Wie im Kapitel 4.2.4 beschrieben, hängt die Form der Schaufelwinkelverteilung stark von der gewählten Schaufelumschlingung ab.

In der Abbildung 5.4 ist die mit 9 Describern berechnete konforme Abbildung eines einzelnen Stromfadens dargestellt. Mit dem zweiten Describer D_2 kann der Eintrittswinkel eingestellt werden, mit dem vorletzten Describer D_8 der Austrittswinkel. Die Describer D_3 , D_4 , D_5 , D_6 und D_7 beeinflussen den Winkelverlauf. Insbesondere kann damit die Steigung im Schaufelwinkelverlauf am Ein- bzw. Austritt eingestellt werden. Describer D_9 dient dazu, die Umschlingung des Stromfadens zu verändern, wobei der Austrittswinkel bei dieser Änderung erhalten bleibt. Mit einer weiteren Option kann mit dem Describer D_9 der gesamte Stromfaden in Umfangsrichtung verschoben werden, um die Lage der einzelnen Stromfäden in Umfangsrichtung einstellen zu können.

Die Modifikation erfolgt auf drei Stromfäden, und zwar an Shroud, Mean und Hub. Die dazwischen liegenden Stromfäden werden durch einen automatischen Querabgleich interpoliert, siehe Kapitel 5.3.5.

Darüber hinaus wurde eine Methode implementiert, die es ermöglicht, nur einen einzelnen Stromfaden zu modifizieren. Die anderen Stromfäden werden dann in der gleichen Weise verändert. Dies ist vor allem dann notwendig, wenn eine 2D Schaufel wie das Leitrad modifiziert werden soll, deren Stromfäden im Grundriss deckungsgleich sind. Dann ist auch der Schaufelwinkelverlauf auf jeder Strombahn gleich.

5.3.2 Schaufelwinkel und Umschlingung

Die Modifikation des Schaufelwinkels erfolgt in der dimensionslosen $\beta_s^*(M^*)$ -Darstellung. Der Schaufelwinkel β_s^* wird über der dimensionslosen Bogenlänge M^* aufgetragen und mit neun Describern approximiert, siehe Abbildung 5.5. Diese Describer können modifiziert und nach einer Rückberechnung des Schaufelwinkels β_s dessen neuer Verlauf eingestellt werden. Damit lassen sich die Schaufelwinkel direkt beeinflussen und die Ein-

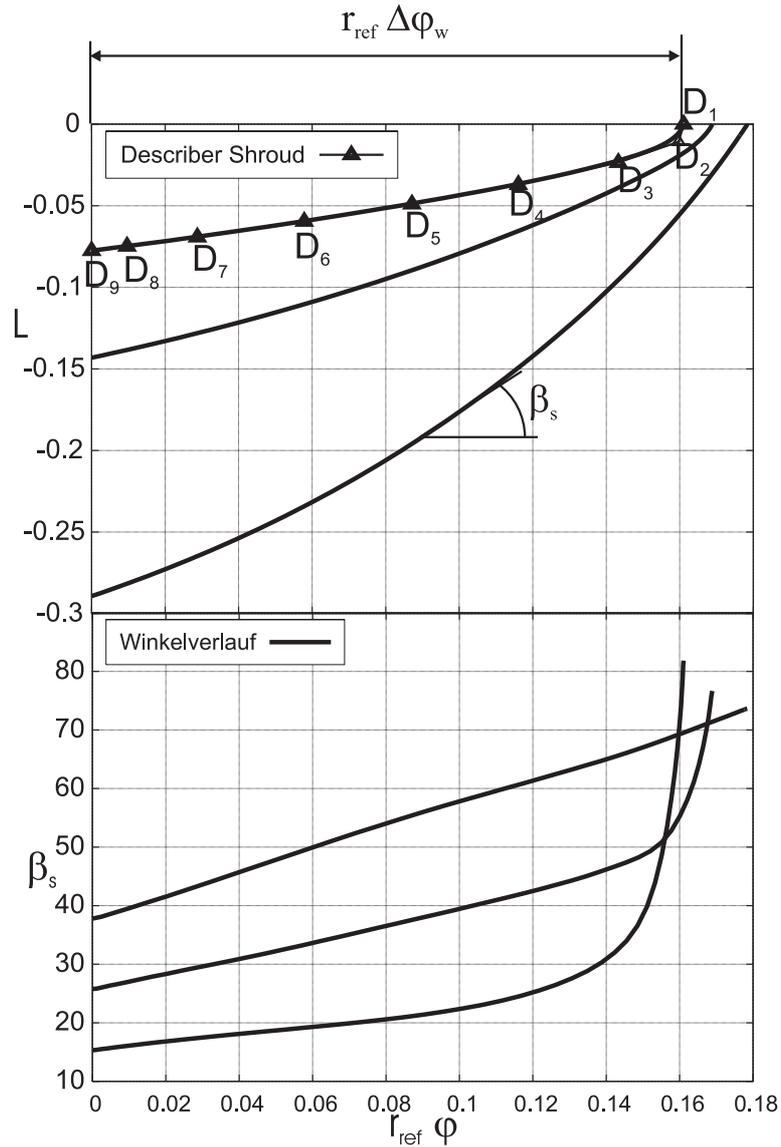


Abbildung 5.4: Approximation der konformen Abbildung des Shroud-Stromfadens mit neun Describern

und Austrittswinkel sowie der Winkelverlauf zwischen Eintritts- und Austrittskante gezielt einstellen.

Bei dieser Art der Modifikation der Schaufelform wird der direkte Zusammenhang zwischen dem Umschlingungswinkel φ und dem Schaufelwinkel β_s aus Kapitel 4.2.4 ausgenutzt. Aus der konformen Abbildung in Gleichung 3.25 ist der Zusammenhang sofort ersichtlich:

$$\begin{aligned}
 d\varphi &= -\frac{\text{ctg}\beta_s}{r_{ref}} \cdot dl \\
 d\varphi &= -\frac{\text{ctg}\beta_s}{r} \cdot dm
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Die Integrationsvorschrift für den Umfangswinkel φ ist in Gleichung 4.45 in Kapitel 4.2.4 bereits dargestellt worden.

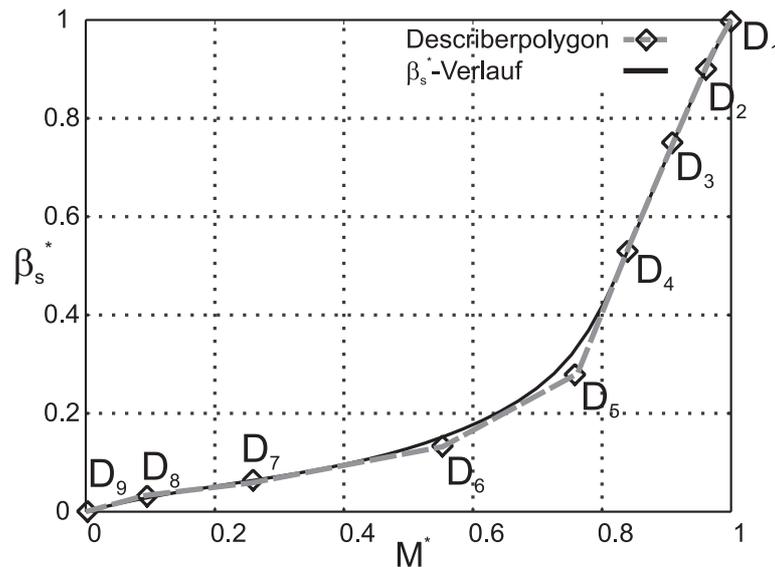


Abbildung 5.5: Approximation des β_s^* -Verlaufs des Shroud-Stromfadens mit neun Describern

Während der Modifikation des Schaufelwinkels β_s auf einer Strombahn müssen die neuen Schaufelkoordinaten x,y,z bzw. r,φ,z aus dem modifizierten Schaufelwinkelverlauf berechnet werden. Da die r - und z -Koordinaten in der Meridianebene bei dieser Modifikation unverändert bleiben, kann die Änderung des Schaufelwinkels β_s auf eine Änderung des Umschlingungswinkels φ zurückgeführt werden. Der Umschlingungswinkel φ wird durch eine Integration des Schaufelwinkels β_s über dM^* berechnet. Dies hat den Effekt, dass die Umschlingungswinkeldifferenz zwischen Ein- und Austrittskante nicht konstant bleibt, sondern ab- bzw. zunimmt. Daher wurde neben dem klassischen φ -Querabgleich aus Kapitel 5.3.5 auch ein β_s -Querabgleich implementiert.

5.3.3 Meridiankontur

Die Modifikation der Meridiankontur erfolgt in der Meridianebene. Dort können neben der Hub- und Shroudkontur auch die Ein- und Austrittskanten verändert werden.

5.3.3.1 Hub- und Shroudkontur

Bei der Modifikation der Hub- oder Shroudkontur wird zunächst die Schaufel in N^* -Richtung, und zwar nur die r - und z -Koordinaten, extrapoliert. Durch Verschieben der Descriptor, mit denen die Hub- bzw. Shroudkontur approximiert wurde, wird der Verlauf der Meridiankontur verändert. Die extrapolierte Schaufel wird mit der neuen Meridiankontur verschnitten. Durch den neuen Verlauf der Kontur ergeben sich auch neue Verläufe der Strombahnen. Bleibt eine Strombahn bei $N^* = \text{const.}$, so ändert sich der Winkelverlauf nicht. Wie man in Abbildung 5.7 sieht, hat sich beim Ändern

der Shroudkontur der Winkelverlauf auf der äußeren Strombahn geändert, da sich die Shroud-Strombahn nach der Modifikation in N^* -Richtung verschoben hat. Auf den

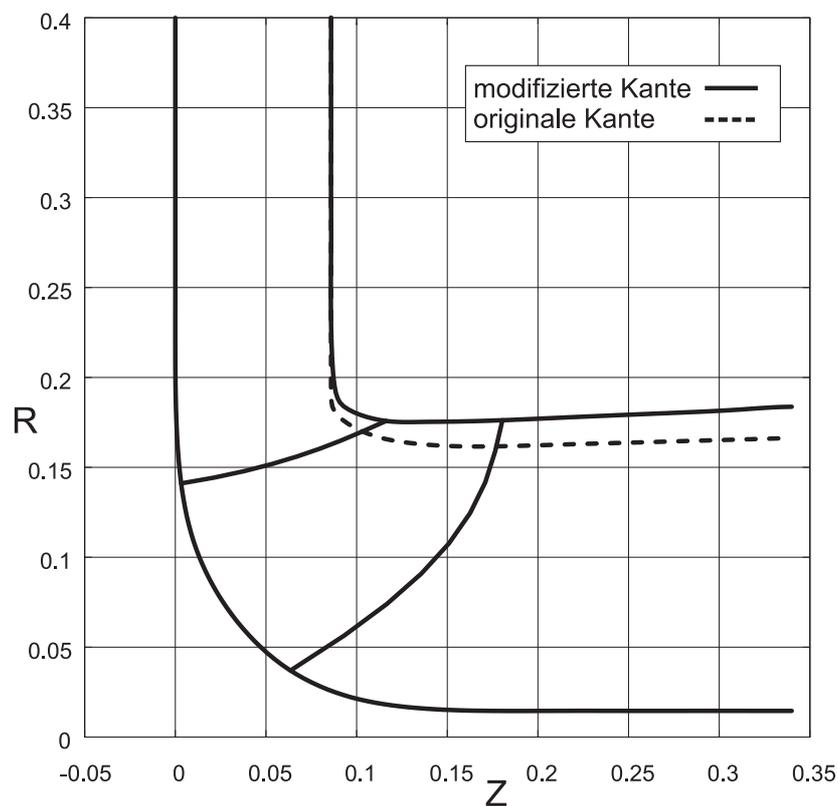


Abbildung 5.6: Modifikation der Meridiankontur bei Shroud

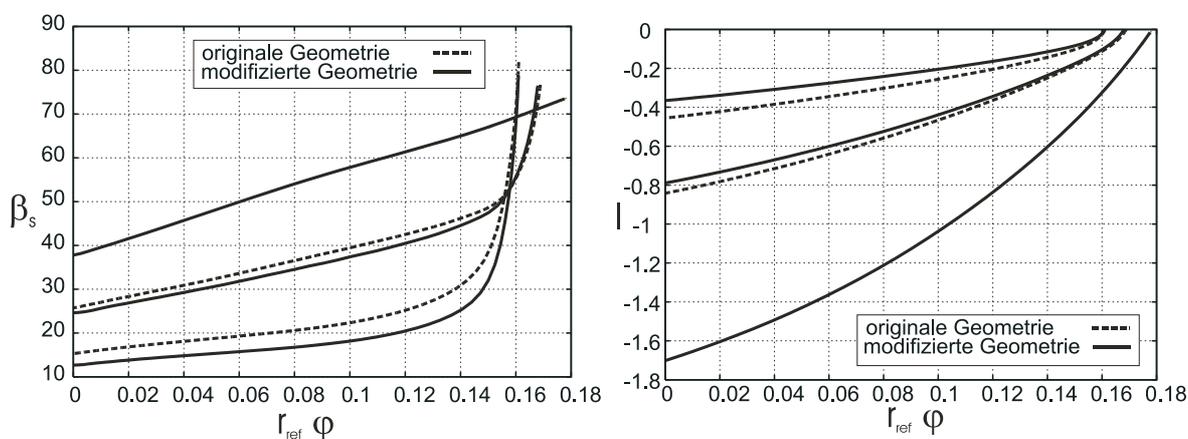


Abbildung 5.7: Schaufelwinkelverläufe und konforme Abbildungen bei einer Modifikation der Shroudkontur

Zwischenstrombahnen nimmt die Änderung ab bis zum Hub-Stromfaden, der keine Änderung erfährt, da er nicht modifiziert wurde. Die Form des Schaufelwinkelverlaufs hat sich nicht geändert. Die Änderung des Schaufelwinkels ist damit zu erklären, dass die Schaufel nun auf einer anderen Schaufelhöhe N^* geschnitten wird, wo ein anderer Schaufelwinkel vorliegt.

Die Ein- und Austrittswinkel auf der äußersten Strombahn haben sich deshalb geändert, da sich die r - und z -Koordinaten bei konstanter φ -Koordinate verändert haben.

Insbesondere ergibt sich eine neue konforme Länge l , die einen anderen Schaufelwinkel bewirkt. Der ursprüngliche Umschlingungswinkel $\Delta\varphi_w$ hat sich jedoch nicht geändert, da der Winkel φ nicht extrapoliert wurde, sondern nur die r - und z -Koordinaten. Die ursprüngliche Winkelverteilung $\varphi(N^*)$ wird vielmehr über die ursprüngliche Verteilung der Umfangskoordinate N^* gespeichert und dann mit der neu berechneten Koordinate N^* neu verteilt.

5.3.3.2 Ein- und Austrittskante

Die Änderung der Lage der Ein- bzw. Austrittskante erfolgt durch Verschieben der Descriptor, welche die Kanten approximieren. Die Kante wird dabei auf den Strombahnen hin- und her geschoben, wobei die Schaufel länger oder kürzer wird. Das hat zur Folge, dass sich die konforme Länge l eines Stromfadens ändert. Es ändern sich also die r - und z -Koordinaten. Dabei bleibt der Umschlingungswinkel φ erhalten, insbesondere der φ -Wert an der Vorderkante und Hinterkante und damit die Umschlingungswinkeldifferenz. Die φ -Werte entlang eines Stromfadens werden anschließend neu verteilt. Durch die geänderte konforme Länge l ändert sich somit auch der Schaufelwinkel. Die Form des Schaufelwinkelverlaufs bleibt weitgehend erhalten.

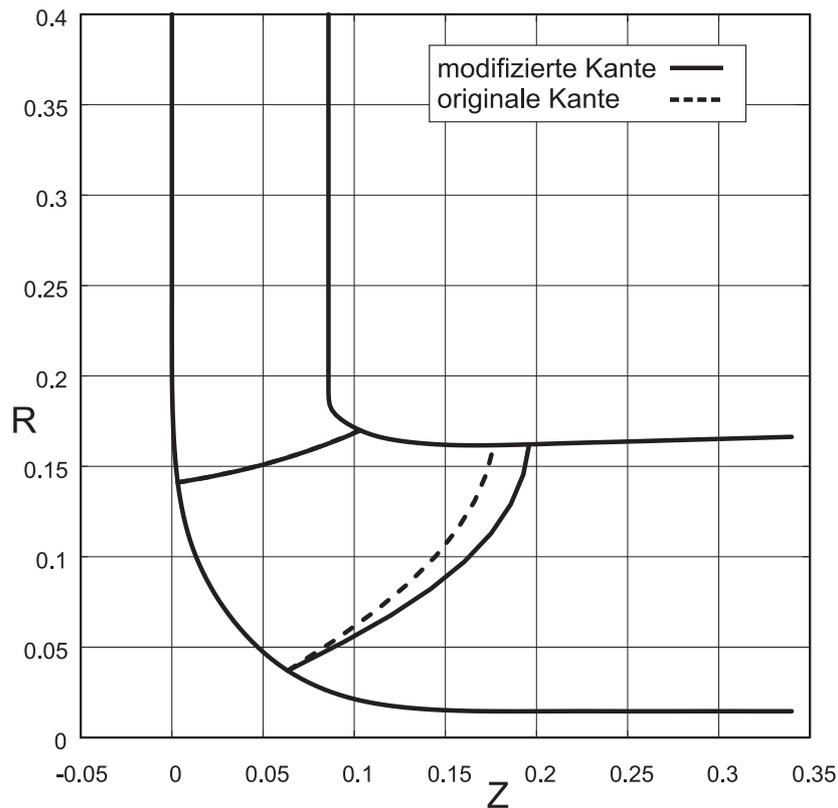


Abbildung 5.8: Modifikation der Austrittskante

Wie man in Abbildung 5.9 sieht, bleibt beim Ändern der Lage der Eintrittskante die Umschlingung erhalten, es ändert sich der Schaufelein- und insbesondere der Schaufe-

laustrittswinkel. Man kann deutlich erkennen, dass die Hub-Strombahn von der Modifikation nicht berührt ist, da dort die konforme Längenkoordinate konstant bleibt.

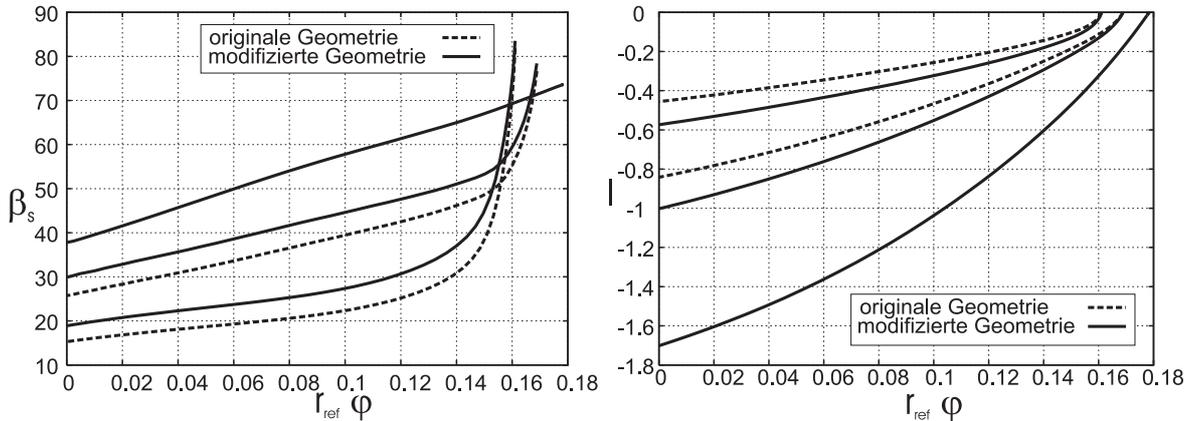


Abbildung 5.9: Schaufelwinkelverläufe und konforme Abbildungen bei einer Modifikation der Austrittskante

5.3.4 Dickenverteilung

Die Dickenverteilung wird ebenfalls mit neun Describern approximiert. Der Anwender kann die Dickenverteilung sowohl auf der Hub- als auch auf der Shroud-Strombahn modifizieren. Die Dicke auf den Zwischenstrombahnen wird linear interpoliert. Es sind sowohl symmetrische als auch unsymmetrische Dickenverteilungen einstellbar.

5.3.5 Querabgleich

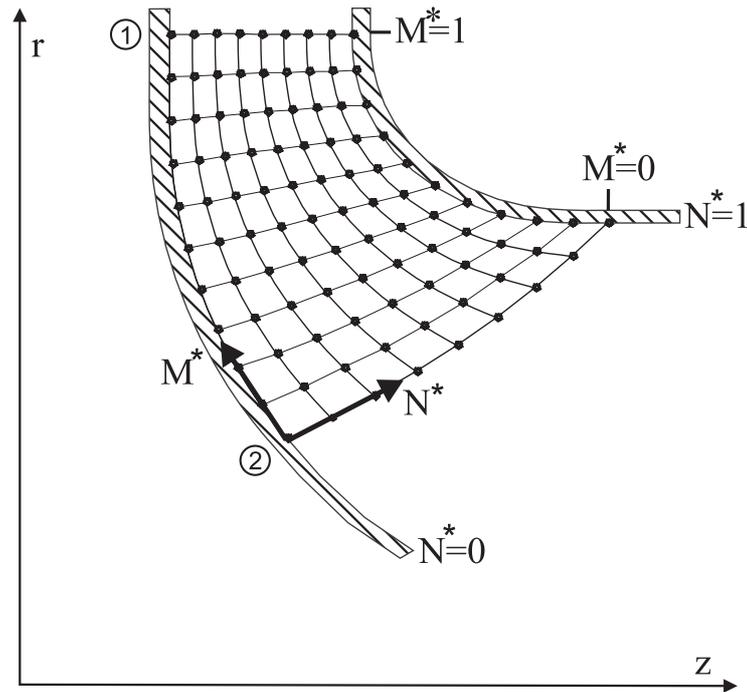
Damit sich nach einer Modifikation eines einzelnen Stromfadens wieder eine glatte Schauffelfläche ergibt, müssen die Strombahnen quer zur Strömung angeglichen werden. Dies geschieht mit dem Querabgleich.

Dabei wird davon ausgegangen, dass der User nur auf drei Stromfäden (Hub - Mitte - Shroud) modifiziert. Diese Einstellung reduziert den Aufwand bei der Modifikation einer Schaufel bestehend aus neun Strombahnen und liefert eine Skelettfäche, die sowohl in Strömungsrichtung als auch senkrecht dazu glatt verläuft.

Dem Querabgleich liegt der Algorithmus zugrunde, dass die φ - Koordinate von Punkten auf einer Skelettfäche mit derselben relativen Koordinate M^* aus einem Polynom zweiter Ordnung in Abhängigkeit von der relativen Koordinate N^* in Normalenrichtung bestimmt werden kann.

$$\varphi(N^*) = a_1(N^*)^2 + a_2(N^*) + a_3.$$

Die Koeffizienten a_1, a_2, a_3 werden aus der Geometrie der gegebenen Stromlinie an Hub und Shroud sowie in der Kanalmitte ermittelt. Wird die Modifikation nur auf zwei Strombahnen durchgeführt, erfolgt der Querabgleich linear zwischen Hub und

Abbildung 5.10: $(N^* - M^*)$ -Koordinatensystem

Shroud. Der gleiche Algorithmus kann verwendet werden, um die Schaufelwinkel einem Querabgleich zu unterziehen.

Aus den Schaufelwinkeln kann in bekannter Weise der Umfangswinkel berechnet werden. Hierbei ändert sich auf den Zwischenstrombahnen allerdings der Umschlingungswinkel.

5.4 Netzgenerierung

Die Simulation der Strömung durch das Leitrad und Laufrad erfolgt auf strukturierten Hexaedernetzen, die mit einem elliptischen Netzgenerierungsverfahren erzeugt werden. Dazu werden entweder Laplace-Gleichungen oder Poisson-Gleichungen gelöst. Auf Grund der Glättungseigenschaften des Laplace-Operators sind diese Verfahren besonders dazu geeignet, glatte und gleichmäßige Gitter zu erzeugen. Der Gittergenerierung mit Hilfe der Laplace-Gleichung liegt die Idee zu Grunde, dass die Äquipotentiallinien und die Stromlinien einer zweidimensionalen rotationsfreien Strömung ein der Berandung angepasstes Netz bilden. Sowohl die Potential- als auch die Stromfunktion erfüllen die Laplace-Gleichungen. Um die Netzgüte besser kontrollieren und steuern zu können, werden dem Gleichungssystem auf der rechten Seite Quellterme, sog. Kontrollfunktionen, hinzugefügt. Damit wird aus der homogenen Differentialgleichung 2. Ordnung, der Laplace-Gleichung, die Poisson-Gleichung, die in kartesischen Koordinaten x und y folgendermaßen lautet:

$$\begin{aligned}\mu_{xx} + \mu_{yy} &= P(\mu, \eta) \\ \eta_{xx} + \eta_{yy} &= Q(\mu, \eta)\end{aligned}\tag{5.2}$$

Die physikalische Interpretation erfolgt mit den Poisson-Gleichungen zur stationären Wärmeleitung, wobei die Quellterme Wärmequellen bzw. -senken darstellen. Die Netzlinien lassen sich somit als Isothermen interpretieren und die Quell- und Senkenterme führen zu einem Abstoßen und Anziehen von Netzlinien [62].

Die Koordinaten μ und η sind im physikalischen Raum krummlinige, nicht-orthogonale Koordinaten, die die Ränder des Rechengebiets beschreiben. Durch eine inverse Transformation mit der Jacobi-Determinante wird aus dem nicht-orthogonalen, krummlinigen Rechengebiet in den kartesischen Koordinaten (x, y) ein Rechteckgebiet mit den transformierten Koordinaten μ und η . Ist die Jacobi-Determinante in jedem Netzpunkt des Rechengebietes ungleich Null, so sind Überschneidungen von Netzlinien und somit Zellen mit negativen Volumen dadurch ausgeschlossen [62]. Die Netzgenerierung erfolgt auf einer rotationssymmetrischen Flutbahnebene zwischen zwei benachbarten Schaufeln. Die Koordinaten zur Beschreibung der Geometrie auf diesem Torus sind die Meridiankoordinate m und der Umfangswinkel φ . Durch eine Koordinatentransformation mit der Jacobi-Determinante für m, φ geht das Gleichungssystem über in

$$\begin{aligned} \alpha m_{\mu\mu} + \beta \frac{1}{r^2} m_{\eta\eta} + \gamma \frac{1}{r} m_{\mu\eta} + J^2 P(\mu, \eta) m_\mu + J^2 Q(\mu, \eta) \frac{1}{r} m_\eta &= \frac{\sin\alpha}{r} J^2 \\ \alpha \varphi_{\mu\mu} + \beta \frac{1}{r^2} \varphi_{\eta\eta} + \gamma \frac{1}{r} \varphi_{\mu\eta} + J^2 P(\mu, \eta) \varphi_\mu + J^2 Q(\mu, \eta) \frac{1}{r} \varphi_\eta &= 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

mit den Metrikfaktoren

$$\alpha = \frac{1}{r^2} m_\eta^2 + \varphi_\eta^2, \quad \beta = m_\mu^2 + r^2 \varphi_\mu^2 \quad \text{und} \quad \gamma = -\frac{2}{r} (m_\eta m_\mu + r^2 \varphi_\eta \varphi_\mu) \quad (5.4)$$

sowie für die Jacobi-Determinante J , siehe SCHILLING [47] und [49],

$$J = m_\mu \varphi_\eta - m_\eta \varphi_\mu \quad . \quad (5.5)$$

Nach STEGER und SORENSEN [65] lassen sich die Kontrollfunktionen P und Q auf den Rändern der Schaufel aus der Vorgabe des Abstandes der wandnächsten Netzlinie und des Schnittwinkels zwischen den Netzquerlinien und der Schaufel berechnen. Man erhält also zwei DGL, jeweils eine für die Koordinaten m und φ in Abhängigkeit von μ und η , die es numerisch zu lösen gilt. Die Transformation erfolgt nach [49]. In Abbildung 5.11 sind die Rechennetze einer Turbinenstufe in der konformen Abbildung dargestellt, die Meridianansicht der Rechennetze der Stufe in Abbildung 5.12.

5.5 Randbedingungen

Um Rechenzeit zu sparen, wird die Strömung nur in einem Kanal zwischen zwei benachbarten Schaufeln betrachtet. Dabei werden folgende Randbedingungen vorgegeben:

Eintrittsrandbedingung

Am Eintrittsrand wird der Massenstrom durch die Vorgabe des Geschwindigkeitsvektors und des Geschwindigkeitsbetrags vorgegeben. Der Geschwindigkeitsvektor wird

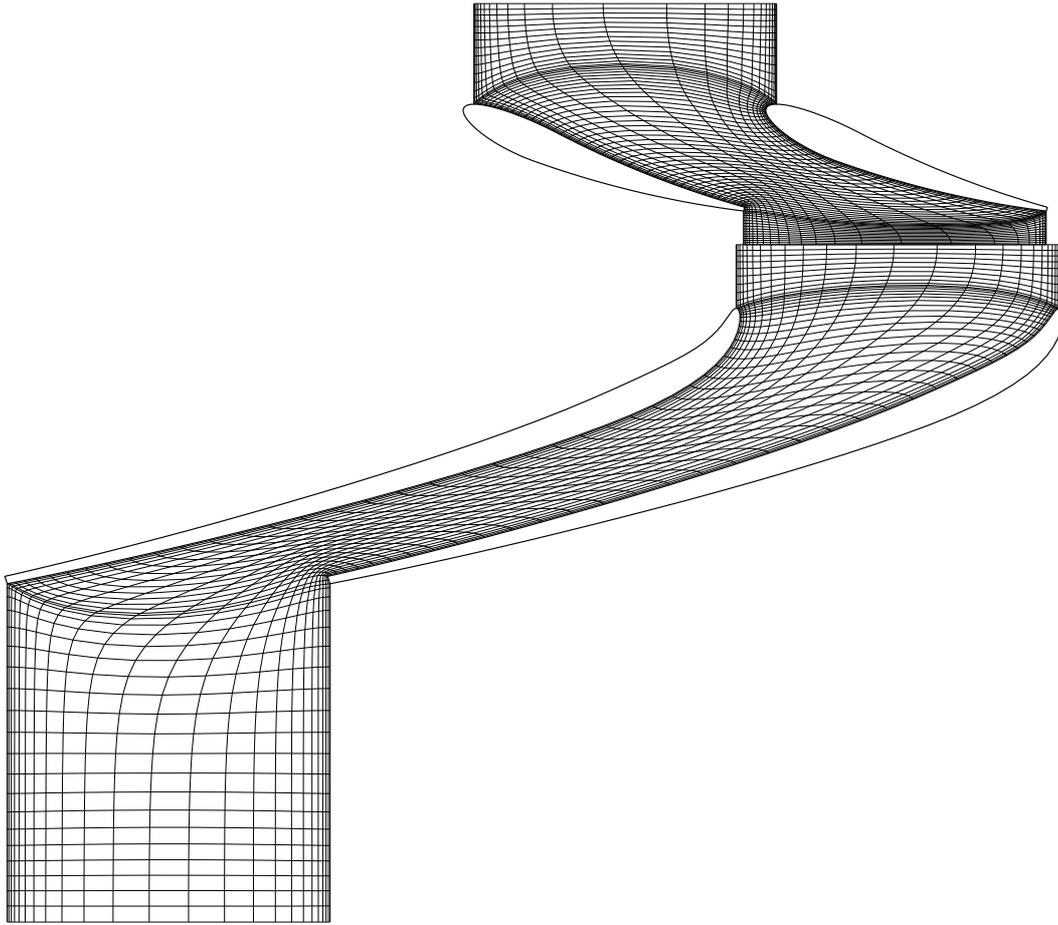


Abbildung 5.11: Blade-to-Blade Rechenetze von Leitrad und Laufrad auf der Shroud-Strombahn

mit den drei Komponenten c_r , c_u und c_z bestimmt. Es herrscht damit eine konstante Geschwindigkeitsverteilung über der Eintrittsfläche vor. Da die Traversenströmung nicht modelliert wird, erfolgt die Zuströmung zum Leitrad in rein radialer Richtung, der eine Umfangskomponente c_u überlagert ist.

Austrittsrandbedingung

Am Austrittsrand wird der mittlere statische Druck im Austrittsquerschnitt zu Null gesetzt:

$$\bar{p} = \frac{1}{A} \int_A p \, dA = 0 \quad . \quad (5.6)$$

Den Massenstrom am Austrittsrand erhält man als Resultat der Strömungssimulation. Als Austrittsrand wurde eine Ebene senkrecht zur Rotationsachse gewählt und zwar so weit weg von der Hinterkante, dass der Einfluss der Randbedingung auf die Strömung innerhalb der Beschauelung vernachlässigbar ist.

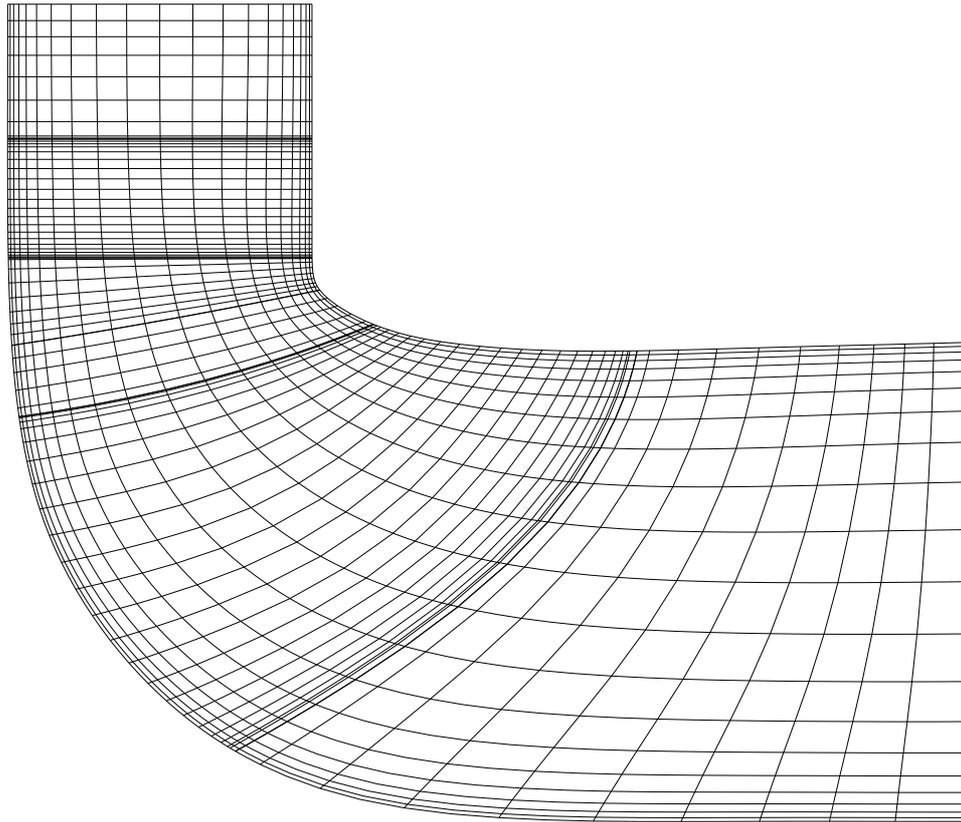


Abbildung 5.12: Hub-to-Shroud Rechennetz der Stufe

Wände

Die Geschwindigkeiten an der Wand sind aufgrund der Haftbedingung gleich der Wandgeschwindigkeit. Bei einer stehenden Wand ist damit die Absolutgeschwindigkeit $\vec{c} = 0$, während bei einer bewegten Wand die Relativgeschwindigkeit zwischen Wand und Fluid $\vec{w} = 0$ ist. Die Oberflächen der Laufradschaufel sowie die Hub- und Shroud Stromflächen im Bereich der Laufschaufel werden als mit rotierende Wände modelliert, die übrigen Wandflächen als stehende Wände.

Periodische Randbedingung

Da die Strömung durch die Stufe nur in einem Schaufelkanal betrachtet wird, sind die Randflächen in Umfangsrichtung jeweils vor und hinter einer Beschauflung als periodisch zur Teilung anzusehen.

Koppelung der Bezugssysteme

Um den wechselseitigen Einfluss zwischen der Strömung im Leit- und Laufrad zu erfassen, werden bei Entwurf und Optimierung Stufenrechnungen durchgeführt. Dadurch kann auch die Zuströmung zum Laufrad mit ihrer ungleichförmigen Verteilung berücksichtigt werden. Zur gekoppelten Berechnung einer Stufe müssen geeignete Übergänge vom stehenden zum rotierenden Bezugssystem verwendet werden. Hier kommt eine Stage-Koppelung zum Einsatz.

Bei einer Stage-Koppelung werden die Strömungsgrößen zwischen rotierenden und stehenden Elementen auf der jeweiligen Strombahn in Umfangsrichtung in geeigneter Weise gemittelt und über das Interface ausgetauscht. Eine Schichtung der zum Mittelwert gehörenden Strömungsgröße wird zugelassen; das heißt, es wird die Differenz der Mittelwerte auf die jeweilige lokale Größe addiert. Das Verfahren ist somit massen- und impulserhaltend.

Am Ende der Berechnung ergeben sich in beiden Bezugssystemen stationäre Lösungen. Mit der Stage-Kopplung können somit stationäre Wechselwirkungen zwischen beiden Elementen ermittelt werden, nicht aber instationäre.

5.6 Initiierung der Strömungsantwort

Nach jeder abgeschlossenen Modifikation kann die neue Geometrie mit einem der drei Rechencodes nachgerechnet werden. Zunächst wird die modifizierte Skelettfäche und die separate Dickenverteilung der Schaufeloberfläche überlagert. Nach Erzeugung der einzelnen Flutbahnschnitte wird das Rechenetz erzeugt, in eine Datei abgespeichert und schließlich der Rechencode gestartet.

Diese einzelnen Tools sind eigenständige Programme, die extern aus dem laufenden Hauptprogramm heraus aufgerufen werden. Dazu wird intern im System ein neuer Prozess mit Hilfe des ANSI-C Befehls FORK() angelegt. Dieser Befehl gibt die PID² des neuen Prozesses zurück, unter der dann mit dem ANSI-C Befehl EXECVP() das externe Programm mit seinen Argumenten gestartet wird. Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, dass im Vergleich zu einem system-call³ die volle CPU-Leistung des Rechners zur Verfügung steht, da der system-call das Hauptprogramm in einen Wartezustand versetzt. Die grafische Oberfläche des RTD-Systems benötigt nahezu keine CPU Leistung. Ein weiterer Vorteil ist, dass man mit dem System weiter an der Änderung der Geometrie arbeiten kann, während im Hintergrund der Netzgenerator bzw. Rechencode arbeitet. Folgende C-Funktion erzeugt einen neuen Prozess und startet darin das Programm mit seinen Argumenten, das in der Struktur EXECITEM definiert ist [21].

```

/* This function executes a program defined in the prog_list structure */
/*
#include "headers.h"
#include "dimensionsf.h"

```

²PID = Process IDentification number = Prozessnummer

³SYSTEM() in C, CALL SYSTEM() in FORTRAN

```

#include "gra_ren.h"
#include "prototypes.h"

#include "read_namefile.h"

#include <sys/types.h>
#include <unistd.h>

void call_prog(int *n, int *nele)
{
    ExecItem *program = &prog_list[*n];
    int a=0;
    char ele[2];

    sprintf(ele, "%d", *nele);
    if(*n == 4 || *n == 5 || *n == 6 || *n == 7) program->exec_argv[2] = ele;
    program->initialize = 1;
    program->pid = fork(); //spans a new child process within the parent process
                        //makes two processes out of one
    program->initialize = 0;

    switch(program->pid) {
        case 0: /* child */
            a = execvp (program->exec_argv[0], program->exec_argv);
            if(a == -1) printf("ERROR: _executing_file_%s\n", program->exec_argv[0]);
            perror (program->exec_argv[0]); /*command not found? */
            _exit(255);
        case -1:
            printf("fork() _failed.\n");
    }
}

```

Kapitel 6

Optimierung von Francis Turbinen verschiedener Schnellläufigkeit

6.1 Erstentwurf

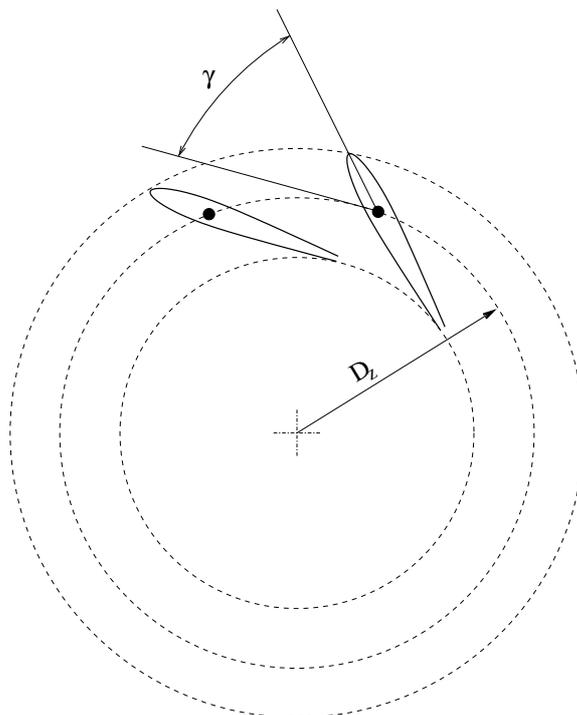
Der Erstentwurf von Turbinenstufen geht von einer Meridiankontur sowie den Schaufel-ein- und austrittskanten aus, die zum Beispiel durch ein Künstlich Neuronales Netz bereitgestellt werden können, siehe Abbildung 4.4, oder aus Erfahrungswerten gewonnen werden. Damit lassen sich mit Hilfe der in Kapitel 4 erläuterten Zusammenhänge die Beschauelungen konstruieren.

6.1.1 Leitrad

In Turbinen erzeugen die Leitschaufeln die für die geforderte Energieumsetzung erforderliche theoretische Druckzahl $\Psi_{t_{th0}}$ vor dem Laufrad, d.h. den notwendigen Eintrittsdrall. Sie dienen primär zur Regelung der Leistung, aber auch zur Drosselung bzw. Absperrung des Volumenstroms bei Abschaltungen [36]. Die Anzahl der Leitschaufeln ist meist gerade [5] und liegt je nach spezifischer Drehzahl n_q zwischen $z_{Lei} = 12$ und 28. Die Zahl der Leitschaufeln und die Zahl der Laufschaufeln sollte verschieden sein und auch kein gemeinsames Vielfaches voneinander betragen.

In Abbildung 6.1 ist ein Leitrad dargestellt. Die Leitschaufeln haben eine gerade oder leicht gekrümmte Skelettlinie und sind um einen Drehpunkt verstellbar [5]. Der Durchmesser D_z kennzeichnet den Drehpunkt des Leitrades und wird auch Teilkreisdurchmesser genannt. Der Winkel γ gibt den Neigungswinkel gegen die Umfangsrichtung an.

In dieser Arbeit soll der Teilkreisdurchmesser $D_z = 408$ mm betragen.

Abbildung 6.1: Leitradwinkel γ und Zapfenkreisdurchmesser D_z

6.1.2 Laufrad

Die Auslegung des Laufrades wurde in Kapitel 4 vorgestellt. Zunächst wird ein Umschlingungswinkel nach Abbildung 4.16 so gewählt, dass auf nahezu allen Strombahnen die Schaufelwinkelverläufe den aus Kapitel 4.2.4 gestellten Anforderungen gerecht werden. Die gewählten Schaufelzahlen für die Lauf- und Leiträder sind in Tabelle 6.1 aufgeführt.

n_q	20	40	60	80	100	120
z_{Lei}	24	20	16	16	16	16
z_{La}	17	15	15	13	11	9

Tabelle 6.1: Gewählte Schaufelzahl zum Erstentwurf der Turbinenstufen

D_{1a}	n	d_{HK}	d_{max}	$x_{d_{max}}$
340 mm	1000 $\frac{1}{min}$	2 mm	7 mm	20 %

Tabelle 6.2: Laufraddaten des Erstentwurfs der sechs Turbinenstufen

Der Durchmesser D_{1a} der Francis Turbinen soll genauso wie die Drehzahl n einheitlich sein, ebenso die Dicke an der Hinterkante d_{HK} , die maximale Dicke d_{max} und der Ort der maximalen Dicke $x_{D_{max}}$ in Prozent der Schaufellänge, siehe Tabelle 6.2. Weitere Daten des Erstentwurfs sind in Abbildung 4.5 aufgeführt.

n_q	κ	i_{Hub}	i_{Shroud}	ST	$\Delta\varphi_{EK}$
20	1.00	0	0	1.0	2°
40	0.90	0	-10	2.0	4°
60	0.70	16	-17	2.5	5°
80	0.55	10	-26	3.5	6°
100	0.55	20	-20	3.5	7°
120	0.50	0	-10	2.0	8°

Tabelle 6.3: Parameter des Erstentwurfs

Dem Erstentwurf liegen darüber hinaus die Parameter in Tabelle 6.3 zugrunde, welche sich vor allem auf die unbekanntenen Größen aus Kapitel 4 beziehen. Der Wert κ ist der Faktor, mit dem die c_{m0} -Geschwindigkeitsschichtung beeinflusst wird und die Werte i_{Hub} und i_{Shroud} sind die Inzidenzwinkel zur Korrektur der Schaufeleintrittswinkel, um eine lokal stoßfreie Zuströmung zu erhalten. ST ist der Wert für die Steigung des Schaufelwinkelverlaufs am Eintritt und $\Delta\varphi_{EK}$ beschreibt die Umschlingungswinkeldifferenz zwischen Hub- und Shroudstrombahn entlang der Eintrittskante.

Eine Größe, die für die Bestimmung der Eintrittswinkel eine wichtige Rolle spielt, ist der Verlauf der Laufradbreite b_0 als Funktion von n_q . Dieser Wert kann zu Beginn eines Entwurfs nur geschätzt werden. In Abbildung 6.2 sind die für den Erstentwurf ausgeführten b_0/D -Werte zusammen mit den aus einer Turbinen-Statistik gewonnenen Werten dargestellt.

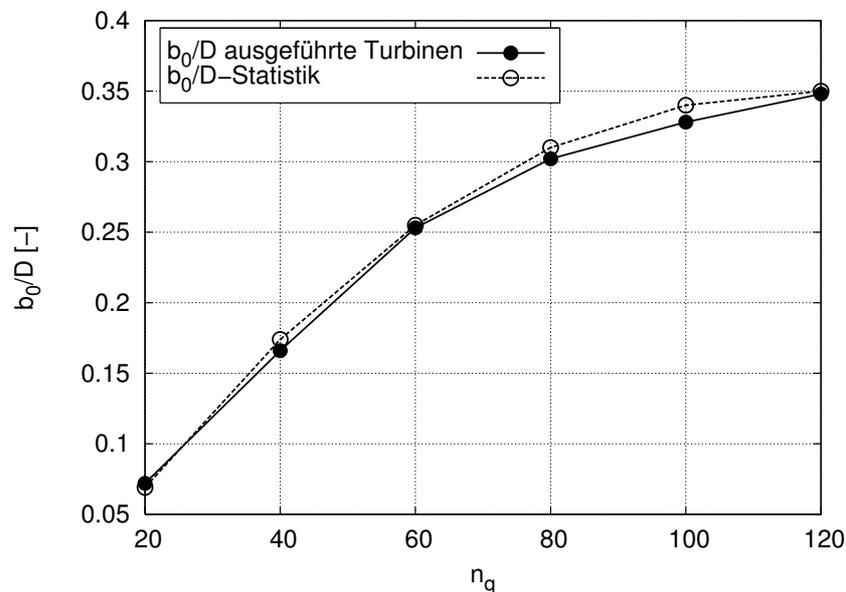


Abbildung 6.2: Bezogene Laufradbreite als Funktion der spez. Drehzahl im Vergleich zu den Werten aus der Statistik

Damit sind alle benötigten Daten für den Erstentwurf bekannt, und es können die Entwürfe mit einem CFD-Code nachgerechnet und die Strömung analysiert werden.

6.1.3 CFD-Nachrechnung

Die Nachrechnung der Strömung durch die entworfenen Francis Turbinenstufen erfolgt mit dem von SKODA [63] am Lehrstuhl entwickelten Navier-Stokes Code. Zur Modellierung der Turbulenz wird das Standard k - ϵ -Modell, ein Zweigleichungsmodell, mit Wandfunktion verwendet. Dieses Modell ist, wie BADER [2] zeigt, ausreichend genau, da es für rotierende Kanalströmungen zufrieden stellende Ergebnisse liefert und globale Strömungsgrößen für viele strömungstechnische Problemstellungen sehr gut vorhersagt. Außerdem ist es leicht zu implementieren und bietet bei geringem numerischen Zeitaufwand ein gutes und robustes Konvergenzverhalten. Durch die Verwendung von Wandfunktionen zur Ermittlung der Wandschubspannungen kann auf die explizite Auflösung wandnaher Bereiche verzichtet werden, was die Anzahl der notwendigen Rechenpunkte für dreidimensionale Problemstellungen deutlich reduziert und damit die Rechenzeit entsprechend verkürzt.

Weniger gute Vorhersagen lassen sich allerdings in den lokalen Strömungsgrößen machen, vor allem wenn Ablösungen auftreten. BADER hat aber in seiner Arbeit [2] gezeigt, dass das Standard k - ϵ -Modell für diesen Strömungstyp anwendbar ist, da die integrale Energieumsetzung bei einem Axialventilator gut mit den Messwerten übereinstimmt. Darüber hinaus ist zu bedenken, dass beim Entwurf und der Optimierung von Francis Turbinen nicht der Vergleich der CFD-Ergebnisse mit Messungen im Vordergrund steht, auch nicht die exakte Ermittlung einzelner Strömungsgrößen. Vielmehr ist der Vergleich von Nachrechnungen von mehreren Geometrievariationen untereinander interessant, um das Maß für die Verbesserung bzw. Verschlechterung der durchgeführten Modifikationen beurteilen zu können.

Bei der Anwendung von CFD muss man sich dreier Unsicherheiten bewusst sein:

1. Diskretisierung, insbesondere des konvektiven Terms
2. Turbulenzmodellierung
3. Inflow/Outflow Randbedingung bzw. Rotor-Stator-Koppelung

Da Strömungen durch Turbomaschinen in erster Linie vom konvektiven Transport der Erhaltungsgrößen gekennzeichnet sind, kommt der Approximation der konvektiven Terme eine große Bedeutung zu. Von dieser Approximation wird zum einen die Genauigkeit der Simulation und zum anderen die Stabilität des Verfahrens maßgeblich bestimmt.

Upwind-Verfahren (UDS) sind nahezu uneingeschränkt stabil, doch wegen der Genauigkeit erster Ordnung kommt es zu einem Verschmieren der Lösung bei starken Gradienten. Die zentrale Diskretisierung (CDS) ist zwar ein Verfahren mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung, erzeugt aber i.d.R. Oszillationen in der Lösung.

Neben der Methode des *Flux-Blending*, bei der eine Linearkombination von UDS und CDS mit einem konstanten Blendingfaktor verwendet wird, wird zur Nachrechnung das in den Code implementierte *Flux-Limiter*-Verfahren verwendet. Es handelt sich dabei um das Diskretisierungsschema von OSHER, siehe SKODA [63].

Die einzelnen Turbinenstufen werden mit dem Navier-Stokes Code nachgerechnet, wobei die Solver-Einstellungen und Netzdimensionen aus Tabelle 6.4 für jedes Element verwendet werden.

N_i	N_j	N_k	N	Schema	Konvergenzlimit
75	24	21	37800	OSHER 2.Ordnung	10^{-5}

Tabelle 6.4: Netzdimension und Einstellparameter des NS3D Code je Element

Die Stufe wird somit mit 75600 Knoten diskretisiert. Das Rechengebiet umfasst dabei pro Element jeweils eine Schaufelteilung.

Für die CFD-Rechnungen wird das Standard k - ϵ -Modell mit Wandfunktion verwendet. Die y^+ -Werte liegen an allen Wänden im Bereich von $30 \leq y^+ \leq 300$ und somit im Gültigkeitsbereich des logarithmischen Wandgesetzes. Dies wird durch geeignetes Verzerren der Netzpunkte zu den Wänden hin erreicht.

Eingehende Untersuchungen haben gezeigt, dass ein Konvergenzlimit mit $\epsilon = 10^{-4}$ zu ungenauen Ergebnissen führt. Die Abweichungen im Wirkungsgrad, berechnet aus Lösungen, die mit unterschiedlichen Startlösungen gewonnen wurden, können sich im Bereich bis zu 0.5% Punkte bewegen. Daher ist es notwendig, die CFD-Rechnung bis zu einer Grenze von mindestens $\epsilon = 10^{-5}$ konvergieren zu lassen, um den Fehler relativ klein zu halten und um sichere Aussagen über die Energieumsetzung im Laufrad und den Wirkungsgrad zu erhalten.

Netz	Punkte	η_h	Ψ_{tth}	Ψ_t	Ψ_{tth_0}	Ψ_{tth_3}
A	53200	95.64	1.608	1.682	1.636	0.027
B	75600	95.72	1.619	1.691	1.645	0.026
C	97750	95.80	1.622	1.694	1.648	0.026

Tabelle 6.5: Änderung der Lösung abhängig von den Netzdimensionen

Um eine erste Aussage über die Abhängigkeit der Lösung vom Rechengetz zu erhalten, wurden drei verschieden feine Rechengetze derselben Stufengeometrie FT20 nachgerechnet und miteinander verglichen. Die Lösung wurde dabei bis zu einem Residuum von $\epsilon = 10^{-5}$ berechnet. In Tabelle 6.5 nimmt der hydraulischen Wirkungsgrad mit der Netzfeinheit geringfügig zu, jedoch sind die globalen Werte wie Ψ_{tth} und Ψ_t relativ konstant. Die Netzfeinheit B stellt einen guten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenzeit dar und wird daher für alle weiteren Berechnungen herangezogen.

Abbildung 6.3 zeigt den Verlauf der Residuen einer CFD-Rechnung für eine Turbinenstufe mit $n_q = 20$. Man erkennt deutlich, wie die Konvergenzgrenze von $\epsilon = 10^{-5}$ erreicht wird.

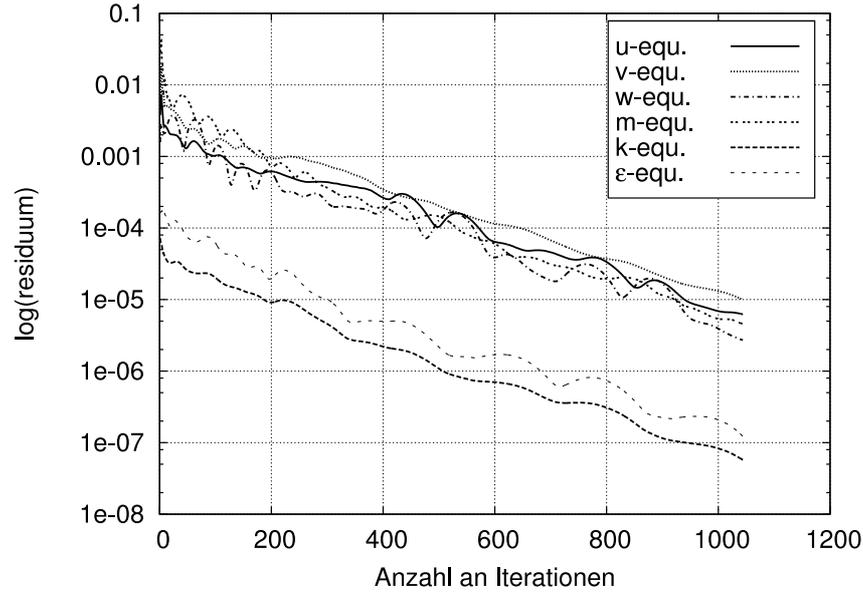


Abbildung 6.3: Verlauf der Residuen bei der Berechnung der Laufradströmung mit dem NS3D Code

6.1.4 Auswertung der CFD-Ergebnisse

Die dreidimensionale Lösung einer Simulationsrechnung muss durch geeignete Mittelungsvorschriften auf flächenhaft gemittelte bzw. umfangsgemittelte Werte reduziert werden. In der vorliegenden Arbeit werden die repräsentativen Integralwerte wie folgt berechnet.

6.1.4.1 Flächenhafte Mittelwerte

Die berechnete dreidimensionale Lösung wird i. Allg. durch eine massenstromgewichtete Integration auf einen flächenhaften Mittelwert reduziert. Für den integrierten Wert $\bar{\phi}$ einer allgemeinen Stromfeldvariable lautet die Berechnungsvorschrift bei Strömungen inkompressibler Fluide somit

$$\bar{\phi} = \frac{\int_A \phi c_n dA}{\int_A c_n dA} = \frac{\int_A \phi c_n dA}{Q} \quad (6.1)$$

Die Berechnung des repräsentativen statischen Drucks erfolgt durch flächengewichtete Integration.

$$\bar{p} = \frac{\int_A p dA}{\int_A dA} = \frac{\int_A p dA}{A_{ges}} \quad (6.2)$$

Diese Vorschrift entspricht wie Gl. 6.1 einer Integration von Teilkräften und bildet somit eine äquivalente Aussage zur massenstromgewichteten Integration von Geschwindigkeiten.

6.1.4.2 Bestimmung der Integralwerte

Die aus der numerischen Simulation berechnete totale Druckzahl Ψ_{tLa} des Laufrades wird als Differenz des mittleren Totaldrucks in einer Meßebenen vor dem Laufrad und einer nach dem Laufrad ermittelt, wie in Abbildung 6.4 dargestellt ist.

$$\Psi_{tLa} = \frac{\overline{p_{t1}} - \overline{p_{t2}}}{p_{ref}} \quad \text{mit} \quad p_{ref} = \frac{\rho u_{1a}^2}{2} \quad (6.3)$$

Die theoretische Totaldruckziffer $\Psi_{t,th}$ wird aus der Drehimpulsbilanz für das Laufrad zwischen einer Meßebene vor und einer Meßebene nach dem Laufrad bestimmt:

$$\Psi_{t,th} = 2 \frac{\overline{(r c_u)_1} - \overline{(r c_u)_2}}{r_{1a}^2 \omega} \quad (6.4)$$

Durch Einführen der dimensionslosen Geschwindigkeit $C = c/u_{1a}$ und des dimensionslosen Radius $R = r/r_{1a}$ erhält man:

$$\Psi_{t,th} = 2 \cdot \{\overline{(RC_u)_1} - \overline{(RC_u)_2}\} \quad (6.5)$$

Aus diesen beiden Druckzahlen wird der hydraulische Laufradwirkungsgrad η_{hLa} bei Simulationsrechnungen als Verhältnis von Nutzen und Aufwand berechnet.

$$\eta_{hLa} = \frac{\Psi_{t,th}}{\Psi_{tLa}} \quad (6.6)$$

6.1.4.3 Mittelwertbildung in Umfangsrichtung

Für die Darstellung einer umfangsgemittelten Verteilung bei Strömungen inkompressibler Fluide ist eine Mittelung entlang einer Linie $r = \text{const.}$ erforderlich. Die zugehörige Mittelungsvorschrift in φ -Richtung für eine Schicht der Dicke Δr lautet

$$\overline{\phi} = \frac{\Delta r \int_{\varphi} \phi c_n d\varphi}{\Delta r \int_{\varphi} c_n d\varphi} = \frac{\Delta r \int_{\varphi} \phi c_n d\varphi}{\Delta Q_{B-B}} \quad (6.7)$$

mit dem durch die Schicht der Dicke Δr tretenden Teilvolumenstrom ΔQ_{B-B} .

6.1.4.4 Bilanzierung über der Schaufelhöhe

Um einen genauen Einblick in die Strömungsverhältnisse der sechs Turbinenstufen zu erhalten, werden in diesem Kapitel die umfangsgemittelten Umfangsgeschwindigkeiten als Funktion der Schaufelhöhe, also von Hub nach Shroud dargestellt und diskutiert. Die Umfangsgeschwindigkeit ist auf die maximale Umfangsgeschwindigkeit u_{1a} der Laufradbeschaufelung bezogen.

6.1.5 Ergebnisse des Erstentwurfs

Im folgenden Kapitel werden die Ergebnisse des Erstentwurfs aus den Kapiteln 4.2 und 4.3 diskutiert. Detaillierte Ergebnisse werden exemplarisch für die Francis Turbinenstufe mit $n_q = 60$ dargestellt. Darüber hinaus werden die wesentlichen Parameter für alle Stufen gezeigt, um einen Vergleich der Ergebnisse in Abhängigkeit von n_q zu erhalten.

Die Auswertung aller Turbinenstufen erfolgt auf Schnittflächen, die mit den Zahlen 0 bis 3 bezeichnet sind, siehe Abbildung 6.4. So kennzeichnet 0 eine Ebene zwischen Leit- und Laufrad und 3 eine Ebene nach dem Laufrad. Die Zahlen 1 und 2 kennzeichnen Bilanzierungsflächen entlang der Ein- und Austrittskante. Zwischen diesen Schnittflächen wird bilanziert.

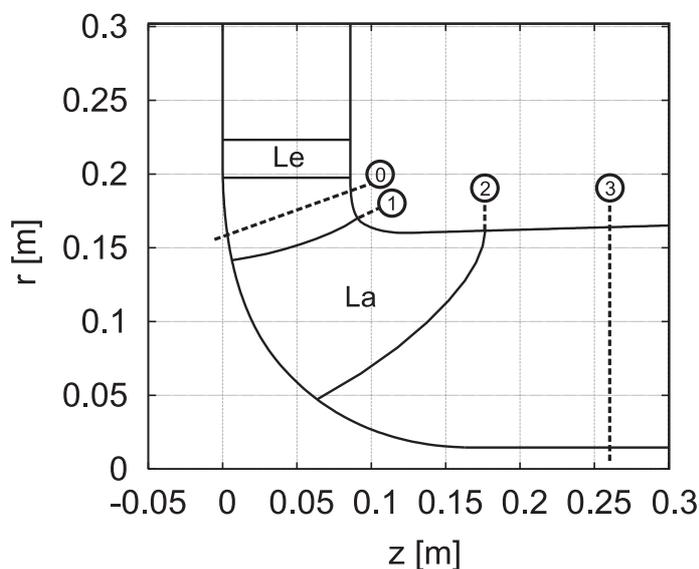


Abbildung 6.4: Lage der Schnittflächen zur Bilanzierung der integralen Größen

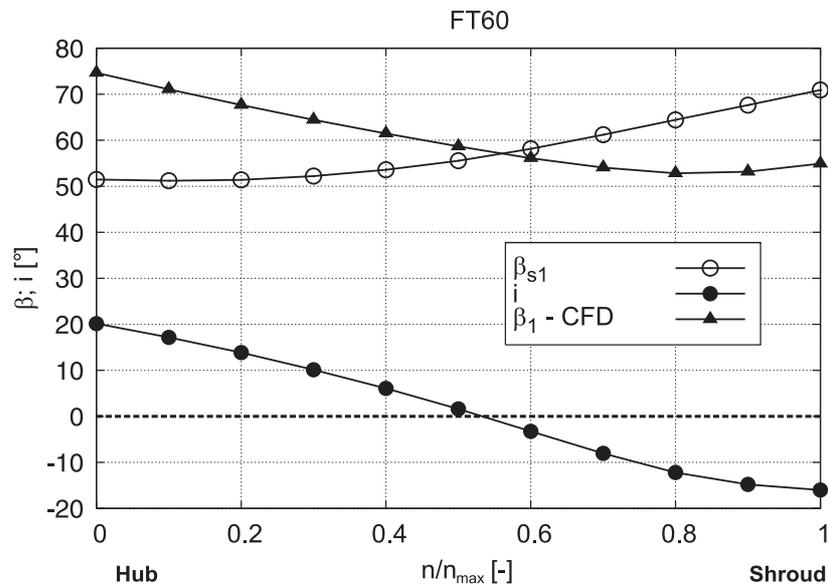
6.1.5.1 Ergebnisse am Beispiel der Francis Turbine FT60

Zunächst zeigt Tabelle 6.6 die Parameter, mit denen der Erstentwurf der Turbine mit $n_q = 60$ durchgeführt wurde. Man erkennt, dass der Faktor κ stark von eins abweicht,

um der Schichtung der c_m -Geschwindigkeitsverteilung entlang der Eintrittskante gerecht zu werden. Da die Schaufeleintrittswinkel aus der Gleichung 4.34 wie Strömungswinkel berechnet werden, müssen die berechneten Eintrittswinkel mit einem Inzidenzwinkel korrigiert werden, um eine relativ stoßfreie Zuströmung zu gewährleisten. Es zeigt sich, dass der Inzidenzwinkel bei Hub positiv zu wählen ist und bei Shroud negativ, um dies zu erreichen. Diese Erkenntnis kann bei allen Turbinenstufen gemacht werden. Das heißt, dass der Schaufelwinkel bei Hub zu groß berechnet wird und bei Shroud zu klein.

<i>Parameter</i>	<i>Wert</i>
Faktor κ	0.7
Steigung ST Shroud	2.5
Steigung ST Hub	0.0
φ -Bereich	50° bis 60°

Tabelle 6.6: Parameter des Erstentwurfs der FT60

Abbildung 6.5: Verlauf des Schaufel- und Strömungswinkels sowie Inzidenzwinkels entlang der Eintrittskante des Laufrades der Turbine mit $n_q = 60$

Trägt man, wie in Abbildung 6.5 zu sehen ist, nun die Verläufe des eingestellten Schaufelwinkels und des berechneten Strömungswinkels über der Schaufelhöhe auf, so erkennt man, dass der Unterschied zwischen beiden Winkeln dem Inzidenzwinkel entspricht, der zur Korrektur der berechneten Winkel im Erstentwurf verwendet wurde.

Die Steigung des Schaufelwinkelverlaufs auf der Shroud-Strombahn im Bereich des Eintritts wird mit der Steigung 2.5 so gewählt, um einen abnehmenden Verlauf des Schaufelwinkels von der Eintritts- zur Hinterkante zu erreichen. Dies ist für eine höhere Belastung der Schaufel im vorderen Drittel der Schaufel wichtig. Der Umschlingungswinkel auf der Shroud-Strombahn ist so gewählt, dass damit der Schaufelwinkelverlauf

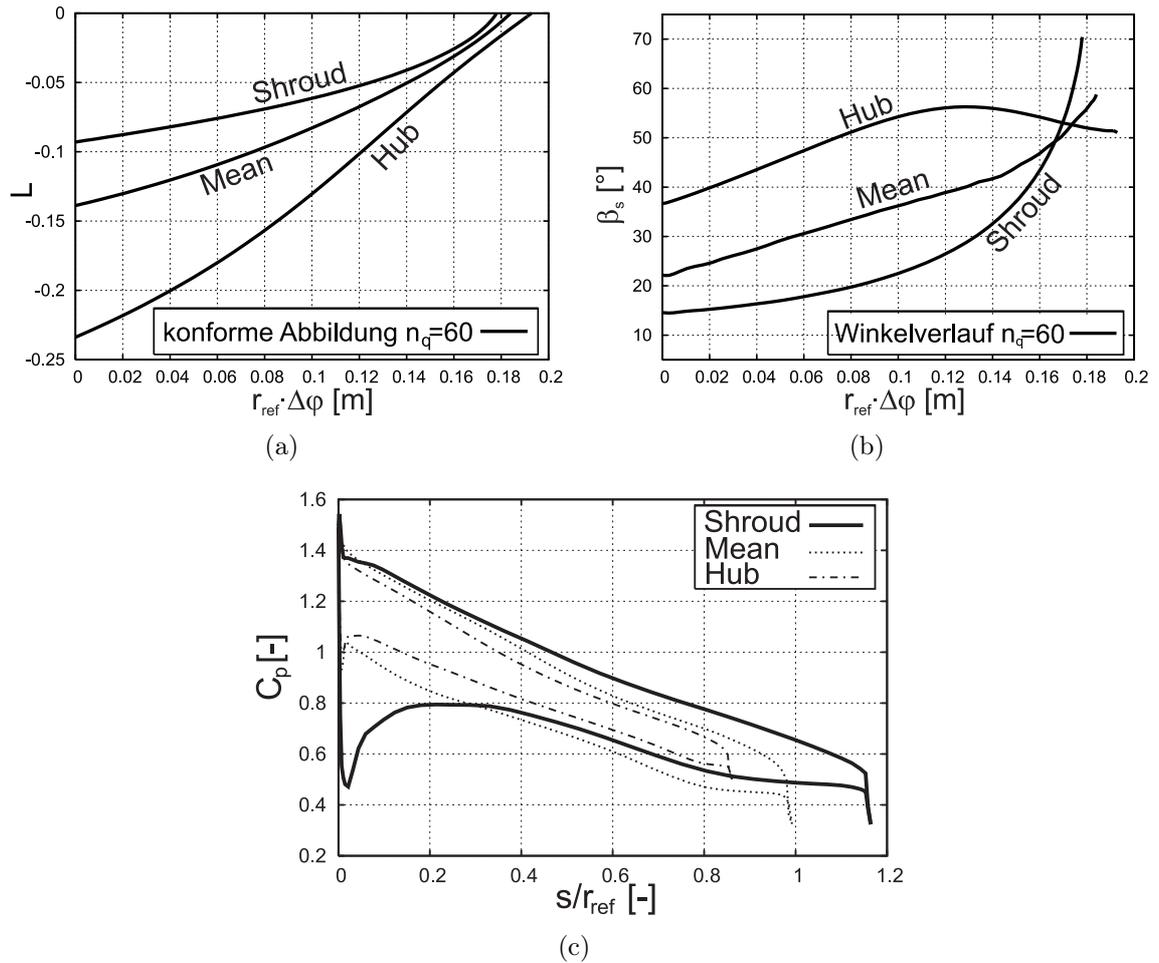


Abbildung 6.6: Ergebnis des Erstentwurfes für die Stufe FT60: (a) konforme Abbildung, (b) Schaufelwinkelverlauf, (c) Druckverteilungen

keine Wendepunkte aufweist. Auf der Hub-Strombahn ist der Umschlingungswinkel außerhalb des φ Bereichs, so dass hier der Schaufelwinkelverlauf geringfügig von den Vorgaben abweicht. Dies kann dann nachfolgend im Modifikationsschritt behoben werden.

In den Abbildungen 6.6a, b und c sind die Ergebnisse des Erstentwurfes der Turbinenstufe FT60 zusammengefasst.

In der konformen Abbildung, siehe Abbildung 6.6a, sowie im Schaufelwinkelverlauf, Abbildung 6.6b, lässt sich erkennen, dass der Hub-Stromfaden ein leichtes Überschwingen aufweist; der Schaufelwinkel nimmt zuerst zu und dann ab. Kennzeichnend für die Laufräder von Turbinen ist, dass die Relativströmung beschleunigt und der reduzierte statische Druck sowie der Totaldruck abgesenkt wird. Dafür ist eine Abnahme des Schaufelwinkels vom Eintritt bis zum Austritt nötig. Steigt hingegen der Winkel entlang des Verlaufs der Schaufel an, so kommt es dort zu einer Verzögerung der Strömung und der Druck nimmt nicht wie gefordert stetig ab. Dies gilt es zu vermeiden.

Die Druckabsenkung in der Saugspitze an der Eintrittskante in der Druckverteilung in Abbildung 6.6c ist nicht so stark wie am Schaufelende, somit würde in dieser Ausführ-

zung keine Eintrittskantenkavitation auftreten.

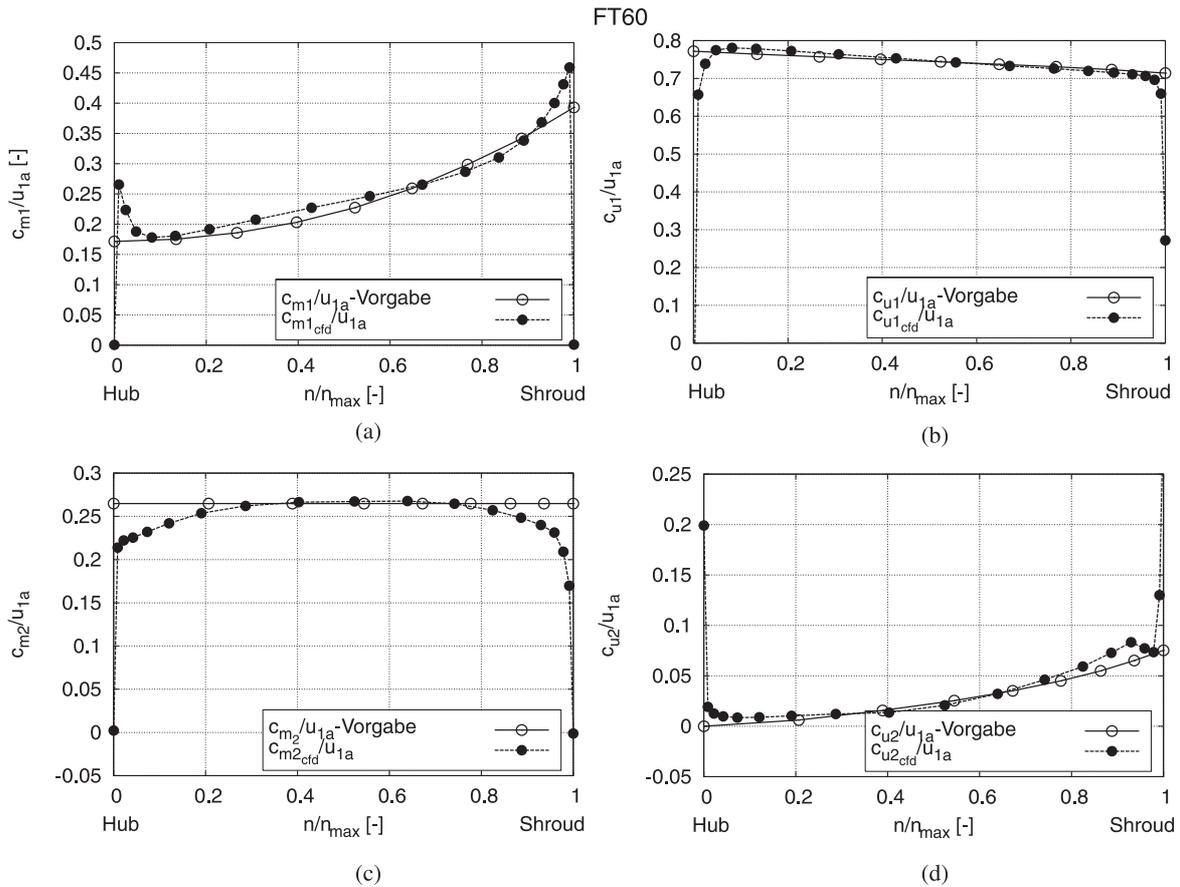


Abbildung 6.7: Verteilung der bezogenen und umfangsgemittelten Meridian- und Umfangsgeschwindigkeiten am Ein- und Austritt des Laufrades zwischen Hub und Shroud. (a) c_{m1} -Verteilung, (b) c_{u1} -Verteilung, (c) c_{m2} -Verteilung, (d) c_{u2} -Verteilung

In der Abbildung 6.7 sind die Geschwindigkeitsverteilungen entlang der Ein- und Austrittskante dargestellt. Vergleicht man die aus der CFD-Rechnung ermittelten Verteilungen mit den geforderten Vorgaben, so erkennt man deutlich, dass die gewählte c_{m1} -Schichtung entlang der Eintrittskante mit der CFD-Rechnung sehr gut übereinstimmt. Auch die aus der c_{u2} -Schichtung über den Drallabbau im Laufrad berechnete c_{u1} -Schichtung wird mit der CFD-Rechnung bestätigt. Entlang der Hinterkante stellt sich, wie erwartet, eine über die Schaufelhöhe relativ konstante c_{m2} -Schichtung ein. Darüber hinaus trifft die c_{u2} -Schichtung an der Hinterkante die geforderte Verteilung sehr genau.

6.1.5.2 Ergebnisse der einzelnen Francis Turbinenstufen im Vergleich

Zunächst soll der hydraulische Laufradwirkungsgrad mit der Vorgabe verglichen werden. In Abbildung 6.8 erkennt man einen deutlichen Unterschied zwischen dem erzielten Wirkungsgrad und der Vorgabe vor allem bei den Langsamläufern mit einem Unterschied von bis zu 3,5%. Dies liegt an der noch recht ungünstigen Winkelverteilung

und der damit verbundenen schlechten Druckverteilung, zu erkennen an den einzelnen Druckverteilungen in Abbildung 6.9.

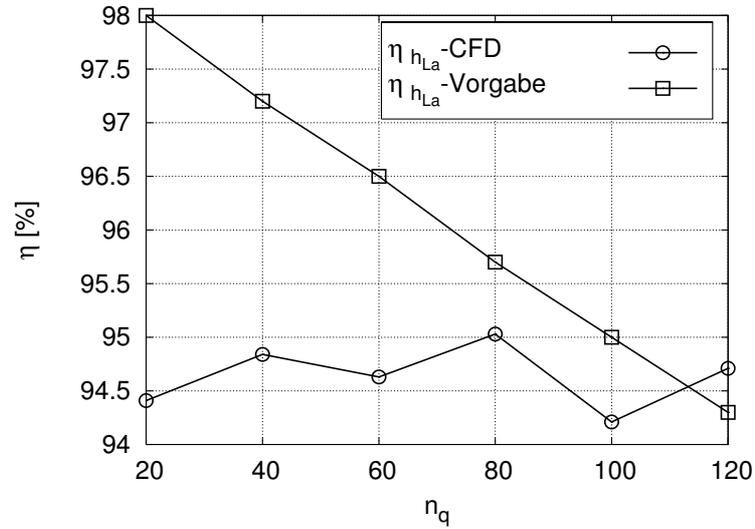


Abbildung 6.8: Mit dem Erstentwurf erzielte hydraulische Wirkungsgrade im Vergleich zur Vorgabe

Die Druckverteilungen entlang des Shroud-Stromfadens weisen am Schaufelende eine Einschnürung auf, bei der FT120 sogar ein Überschneiden der Linien für die Druck- und Saugseite. Dies ist ein deutlicher Hinweis darauf, dass die Schaufeln zu lang bzw. zu schwach belastet sind. Als erste Maßnahme bietet sich hier an, die Umschlingung der Laufschaufel zu reduzieren, um den Druckabbau auf eine kleinere Schaufelfläche zu verteilen und das letzte Drittel der Schaufel stärker zu belasten.

Die Druckverteilungen wurden unter der Annahme einer Saughöhe von $h_s = 0$ m erzeugt. Da die c_p -Werte eine bezogene Druckdifferenz darstellen, liegt nach einer CFD Rechnung das Druckniveau noch nicht fest. Mit Gleichung 6.10 kann dieses korrigiert werden.

Zunächst wird der flächengemittelte dimensionslose Druck am Eintritt der Turbine P_0 berechnet, der für die gegebene Fallhöhe und die Kavitationszahl der Anlage σ_{anl} vorhanden sein soll:

$$P_0 = \Psi_t \cdot (1 + \sigma_{anl}) - C_0^2 + P_{va} \quad . \quad (6.8)$$

C_0 ist die impulsgemittelte dimensionslose Geschwindigkeit am Eintritt, P_{va} der dimensionslose Dampfdruck. Ist P_E^{CFD} der flächengemittelte Druck am Eintritt aus der CFD-Rechnung, so kann die Differenz ΔC_p

$$\Delta C_p = P_0 - P_E^{CFD} \quad (6.9)$$

berechnet werden, um die das Druckniveau korrigiert werden muss. Nun kann der Druck P^{CFD} im Rechenfeld angepasst werden.

$$C_p = P^{CFD} + \Delta C_p \quad (6.10)$$

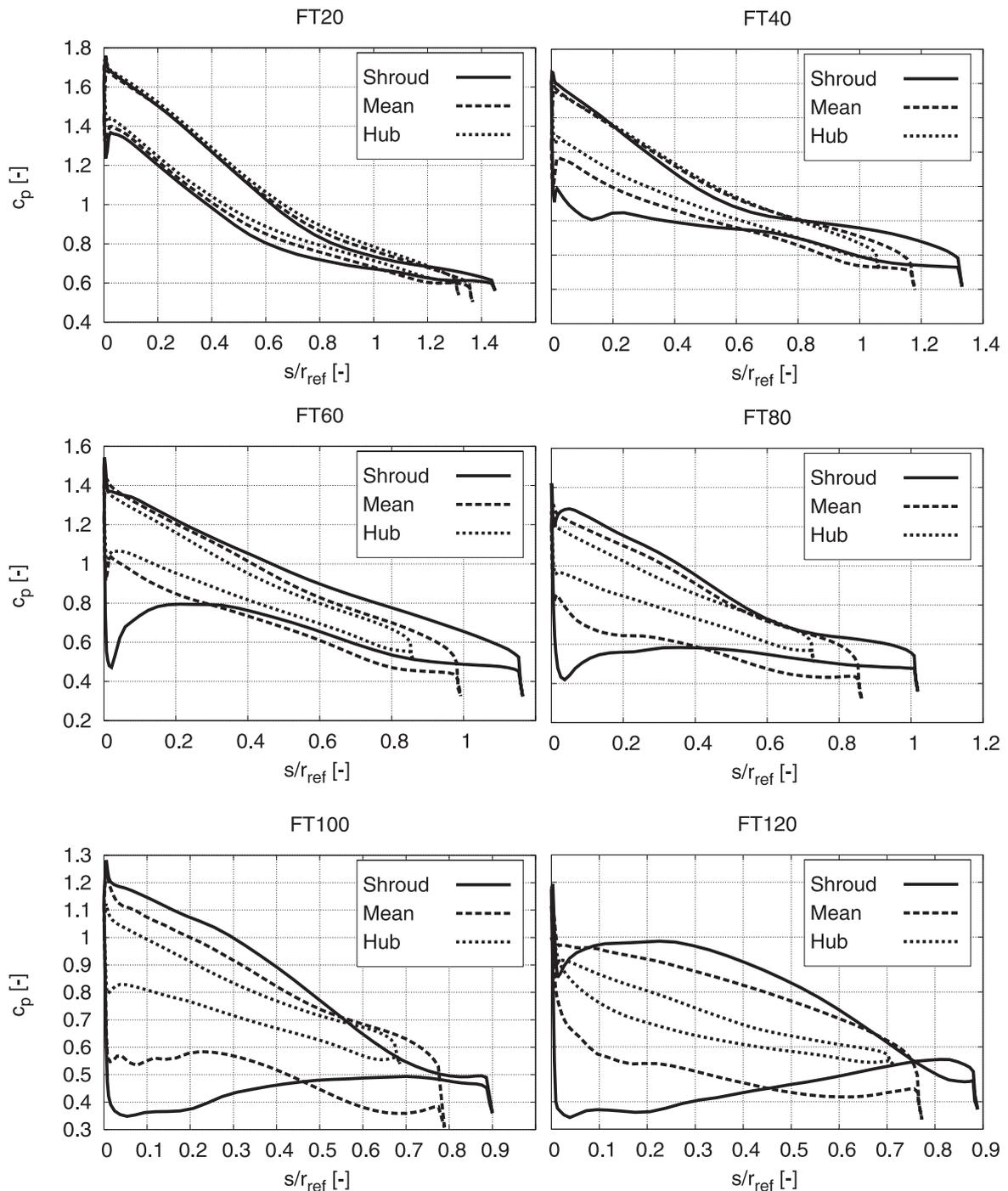


Abbildung 6.9: Vergleich der Druckverteilungen aus dem Erstentwurf für die Stufen von FT20 bis FT120

Dabei sind C_p und P auf $\frac{\rho}{2}u_{ref}^2$ bezogen, C_0 auf u_{ref} .

Die Kavitationszahlen für die Anlage bzw. den kritischen Wert, σ_{Anl} bzw. σ_{krit} , wurden unter der Voraussetzung $h_s = 0$ m nach Gleichung 6.11 berechnet, was zu dem folgenden Ergebnis führte, siehe Abbildung 6.10.

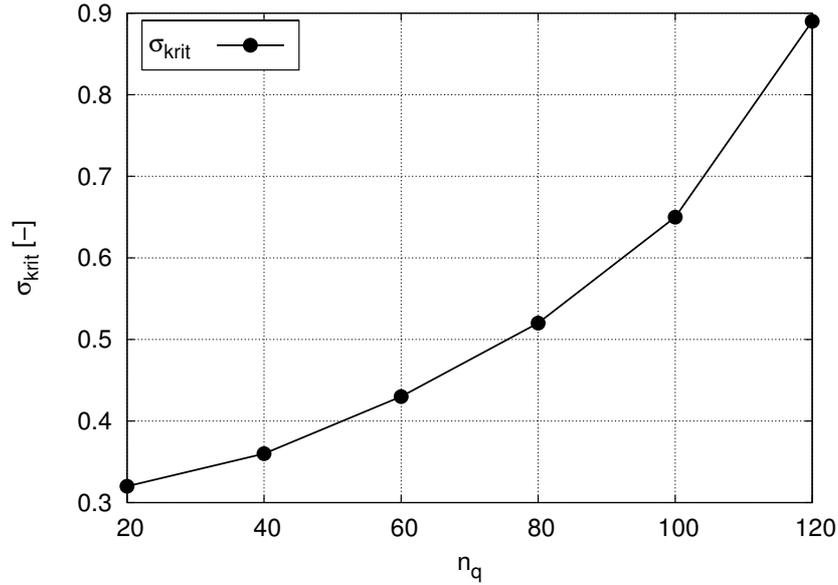


Abbildung 6.10: Berechnete σ_{krit} -Werte unter der Voraussetzung $h_s = 0$ m nach Gleichung 6.11 als Funktion von n_q

$$\sigma_{krit} \leq \sigma_{anl} = \frac{1}{H} \left[\frac{p_b - p_{va}}{\rho \cdot g} - h_s \right] \quad (6.11)$$

In Abbildung 6.11 erkennt man deutlich, wie die Meridiangeschwindigkeit c_{m1} entlang der Eintrittskante mit steigendem n_q stärker geschichtet ist. Beim Langsamläufer FT20 ist c_{m1} noch konstant über der Schaufelhöhe, während für die Schnellläufer ab FT60 eine starke Schichtung auftritt. Eine weitere Vorgabe war die Einhaltung einer bestimmten c_{u3} - bzw. c_{u2} -Schichtung und zwar so, dass im Nachlauf der geforderte Restdrall $\Psi_{t_{th3}}$ in der Strömung noch vorhanden ist. Abbildung 6.12 zeigt die berechneten $\Psi_{t_{th3}}$ - bzw. $\Psi_{t_{th2}}$ -Werte aller entworfenen Francis Turbinen im Vergleich mit den vorgegebenen $\Psi_{t_{th3}}$ -Werten. Der Unterschied zwischen den $\Psi_{t_{th}}$ -Werten auf den Schnittflächen 2 und 3 liegt darin, dass bei der Umströmung der endlichen Hinterkante dort höhere $\Psi_{t_{th}}$ -Werte auftreten als weiter entfernt von der Hinterkante. Daraus folgt, dass der Deviationswinkel $\delta > 0$ ist. Abbildung 6.13 zeigt einen Vergleich der Ein- und Austrittswinkel abhängig von n_q , und zwar für den Shroud-Stromfaden. Der Eintrittswinkel nimmt zunächst bis $n_q = 80$ zu, um dann wieder abzunehmen. Die dimensionslose Austrittsfläche A_2^* ist die Fläche zwischen zwei benachbarten Schaufeln, die senkrecht von der Hinterkante der einen Schaufel auf die Oberfläche der anderen Schaufel steht. Sie gilt als Maß für den Durchfluss. Für eine bestimmte Leistung muss eine bestimmte Menge an Wasser durch die Turbine fließen, welche aber durch die Austrittsfläche aufgrund der Reibung begrenzt sein kann. Daher ist auf einen ausreichende Wert von A_2^* zu achten. Die Abbildung 6.14 zeigt den Verlauf der dimensionslosen Austrittsfläche als Funktion von n_q .

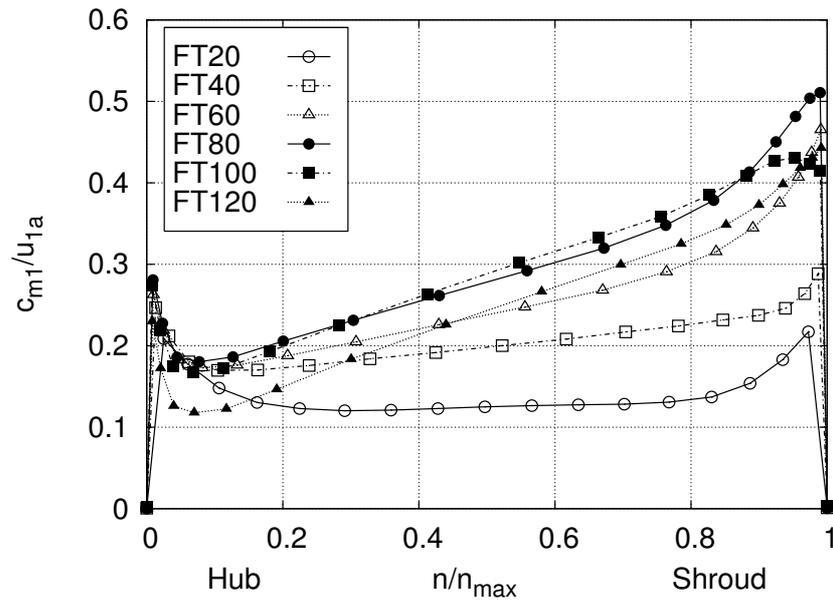


Abbildung 6.11: Vergleich der mit CFD berechneten Verteilung der bezogenen Meridiangeschwindigkeiten entlang der Schaufeleintrittskante

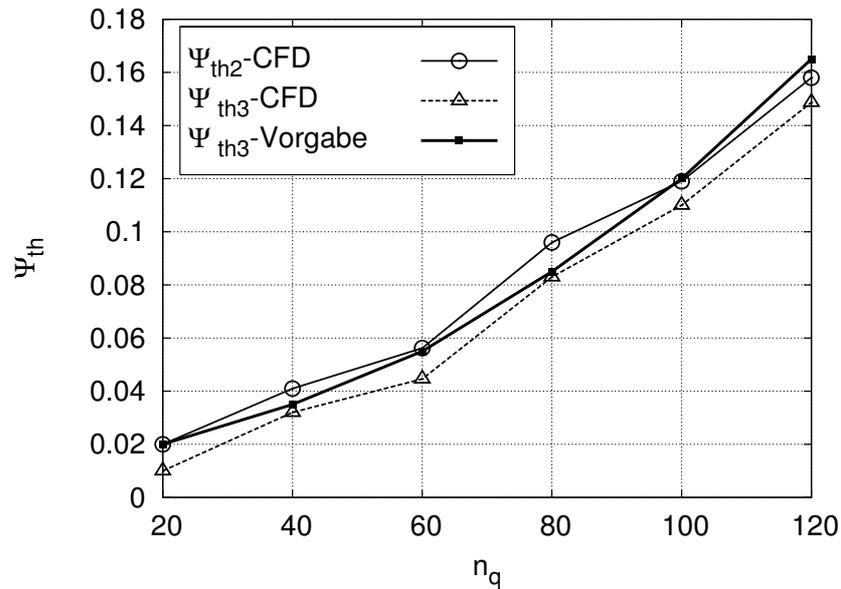


Abbildung 6.12: Vergleich des berechneten Restdralls mit der Vorgabe

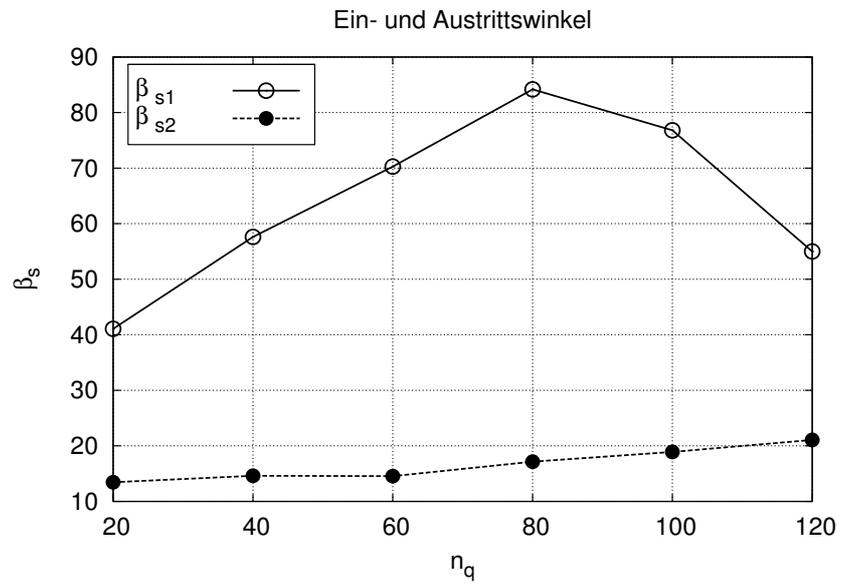


Abbildung 6.13: Vergleich der Schaufelein- und austrittswinkel bei Shroud als Funktion von n_q

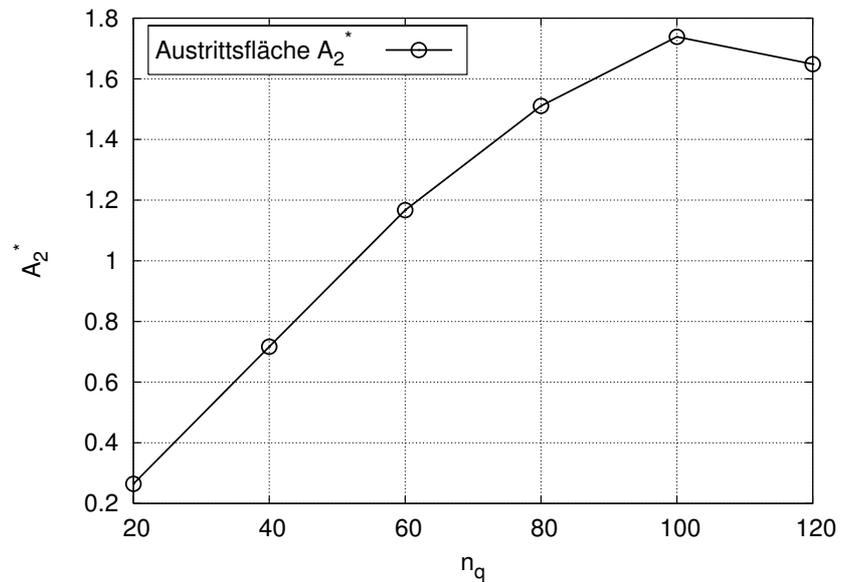


Abbildung 6.14: Dimensionslose Austrittsfläche A_2^* als Funktion von n_q

6.2 Optimierung

Bei der Optimierung der einzelnen Turbinenstufen wird zunächst die Leitradstellung unverändert gelassen, um eine konstante Zuströmung zum Laufrad und einen gleich bleibenden Drall bzw. theoretische Druckzahl $\Psi_{t_{th_0}}$ zu gewährleisten.

Die Optimierung soll nun in einzelnen Schritten erfolgen. In jedem Schritt werden einzelne Parameter variiert und untersucht, um deren Einfluss auf die Energieumsetzung, die Strömungsführung und vor allem den Wirkungsgrad im Laufrad zu untersuchen.

Die Optimierung und Modifikation erfolgt mit den in Kapitel 5.3 vorgestellten und in das RTD-System implementierten Modifikationsbausteinen.

6.2.1 Analyse

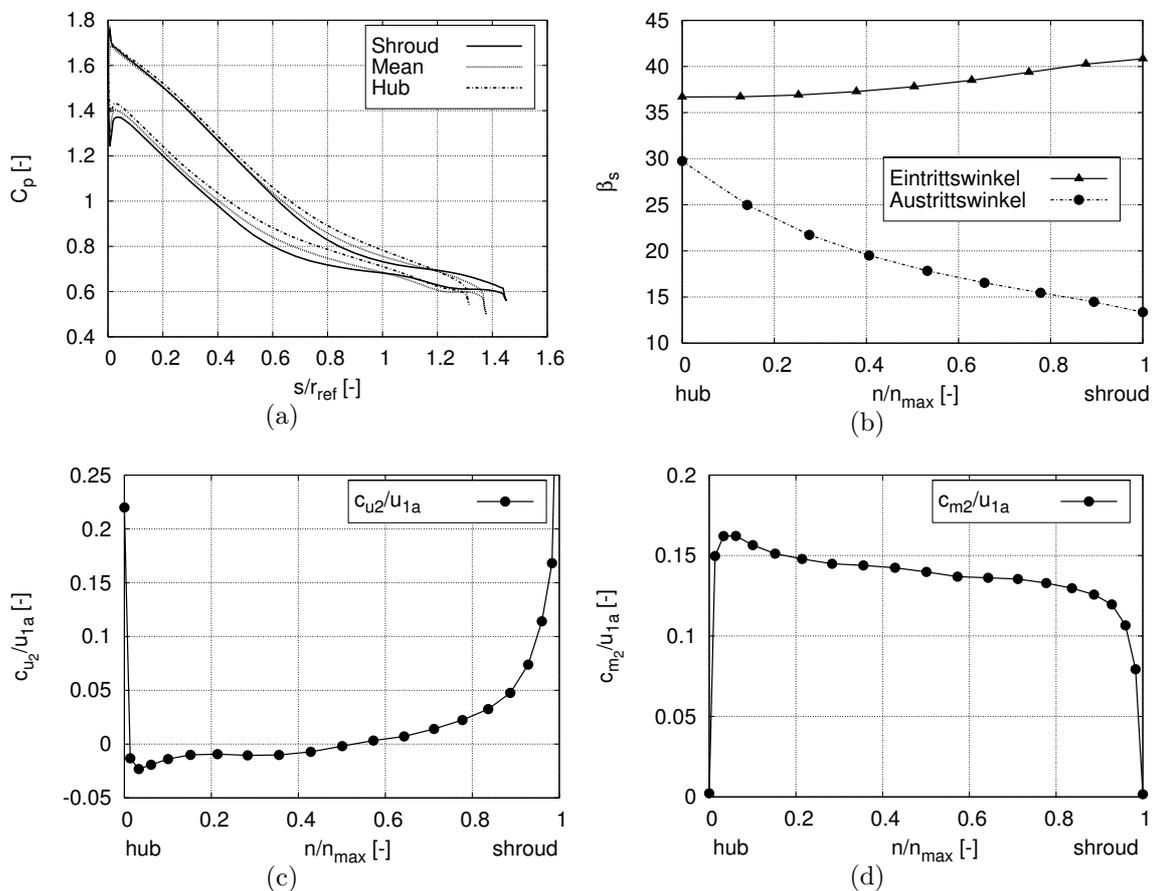


Abbildung 6.15: Ergebnis der Analyse der FT20. (a) Druckverteilung, (b) Ein- und Austrittswinkelverlauf, (c) c_{u2} -Verteilung, (d) c_{m2} -Verteilung

Zunächst werden die Simulationsergebnisse des Erstentwurfs analysiert, um daraus die Vorgehensweise für die Optimierung abzuleiten. Anhand der Francis Turbine FT20 soll die Analyse und der Optimierungsverlauf detailliert aufgezeigt werden. In ähnlicher Weise wird bei den verbleibenden Turbinenlaufrädern verfahren.

Das Laufrad der Francis Turbine mit der Schnellläufigkeit $n_q = 20 \text{ 1/min}$ hat, wie aus der Analyse der Druckverteilung in Abbildung 6.15a zu sehen ist, einen zu großen Umschlingungswinkel bei Shroud. Dies ist an der zu geringen Belastung der Schaufel im letzten Drittel und der Einschnürung im Druckverlauf zwischen Saugseite und Druckseite zu erkennen. In Abbildung 6.15b ist die Verteilung der Ein- und Austrittswinkel entlang der Ein- und Austrittskante dargestellt. Außerdem sind die Verteilungen der Umfangs- und Meridiangeschwindigkeit entlang der Hinterkante in den Abbildungen 6.15c und d dargestellt. Die Umfangsgeschwindigkeitsverteilung c_{u2} nimmt von Hub nach Shroud zu, die Meridiangeschwindigkeitsverteilung c_{m1} , siehe Abbildung 6.11, und c_{m2} ist relativ konstant über der Schaufelhöhe. Beide Verteilungen erfüllen bereits die gewünschten Vorgaben aus Kapitel 4.2.

Daher wird zunächst der Einfluss der Umschlingung auf die Druckverteilung, den Wirkungsgrad und die theoretische Totaldruckzahl am Austritt untersucht. Im folgenden Kapitel sollen darüber hinaus noch weitere Parameter diskutiert werden.

6.2.2 Optimierung einzelner Parameter der FT20

Zunächst wird der Optimierungsverlauf exemplarisch an Hand einzelner Parameter dargestellt. Zusammenfassend ist in Abbildung 6.16 die Verbesserung des Wirkungsgrades durch das Ändern dieser Parameter protokolliert. Die durchgeführten Änderungen sind im folgenden:

<i>Version</i>	<i>Änderung</i>
1	Erstentwurf
2	Verringerung der Umschlingung
3	Verkleinerung des Saugmunddurchmessers D_{2a}
4	Erhöhung des Austrittsdralls bzw. von Ψ_{th3}
5	Verschieben der Austrittskante
6	Weitere Verringerung der Umschlingung
7	Vergrößerung der Laufradbreite b_0

Deutlich zu erkennen ist die Zunahme des Restdralls von Version 3 zur Version 4. Diese Änderung und die Änderung des Umschlingungswinkels ergeben die größte Wirkungsgradzunahme, nämlich 1.8 %. Insgesamt konnte der Wirkungsgrad um 2.6 % gesteigert werden. Die letzte Maßnahme, die Vergrößerung von b_0 , bewirkt allerdings eine deutliche Abnahme des Stufenwirkungsgrades, da das Leitrad flacher gestellt werden muss und dadurch höhere Verluste im Leitrad auftreten.

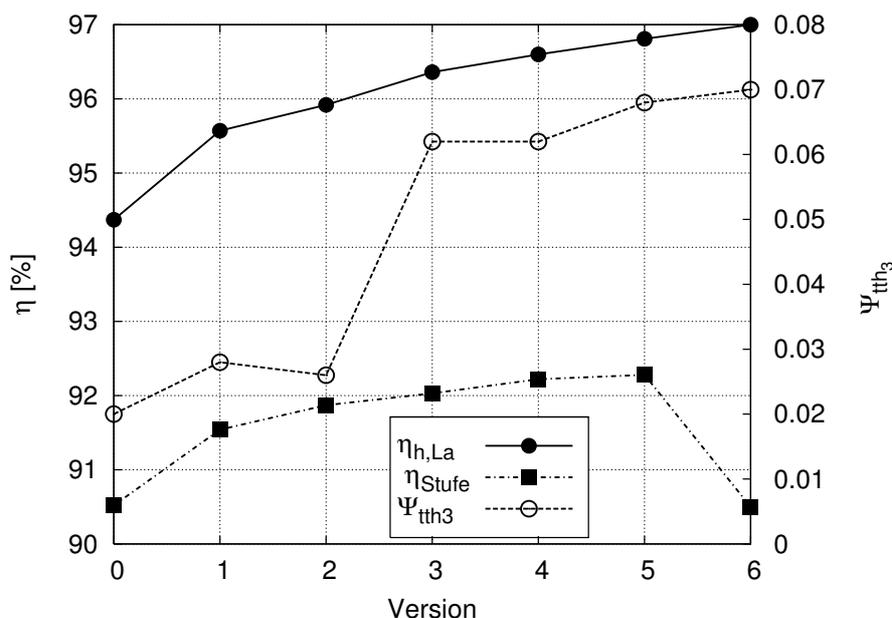


Abbildung 6.16: Änderung des Wirkungsgrades und des Verlaufs des Restdralls bei Durchführung der Änderungsmaßnahmen an der FT20

6.2.2.1 Variation des Umschlingungswinkels $\Delta\varphi_w$

Wird die Schaufel in Umfangsrichtung verkürzt, so nimmt bei unveränderten Ein- und Austrittswinkeln die Umlenkung ab. Bei einem konstanten Drall vor dem Laufrad mit $\Psi_{tth0} = 1.65$ steigt der Restdrall nach dem Laufrad Ψ_{tth3} bei einer Verringerung der Umschlingung. Die Änderung des hydraulischen Wirkungsgrades des Laufrades sowie der theoretischen Totaldruckzahl Ψ_{tth} bei einer Änderung des Umschlingungswinkels um -10° , -20° und -30° zeigt Abbildung 6.17.

Der Wirkungsgradgewinn bei einer Reduzierung des Umschlingungswinkels um 20° beträgt etwa 1.2%, bei einer Verkürzung der Schaufellänge in Umfangsrichtung um 30° etwa 1.6%.

Ein kleiner Umschlingungswinkel bewirkt eine reduzierte Schaufelfläche und verringert damit die Reibungsverluste. Jedoch ist die Belastung der Schaufel hier höher, und es treten große Druckgradienten auf, da die Energieumsetzung auf einer kürzeren Strecke erfolgt. Ein großer Umschlingungswinkel bewirkt eine gleichmäßigere Energieumsetzung, allerdings bei größeren Verlusten wegen der größeren Schaufelfläche. Bei einem zu großen Umschlingungswinkel sinkt die Belastung im letzten Drittel der Schaufel, so dass dadurch wiederum der Wirkungsgrad sinkt. Der optimale Umschlingungswinkel liegt also zwischen diesen beiden Extrema.

Abbildung 6.18 zeigt, dass sich die Ein- und Austrittswinkel bei der Modifikation nicht geändert haben. In der oberen Abbildung sind die Druckverteilungen für die vier Umschlingungswinkel dargestellt. Je kleiner der Umschlingungswinkel wird, umso mehr schnürt sich die Druckverteilung ein. Dies liegt daran, dass der Winkelverlauf durch die kürzere Umschlingung vor allem im letzten Drittel der Schaufel nicht mehr optimal ist. Erkennbar ist aber auch eine stärkere Belastung des Schaufelendes bei kleineren

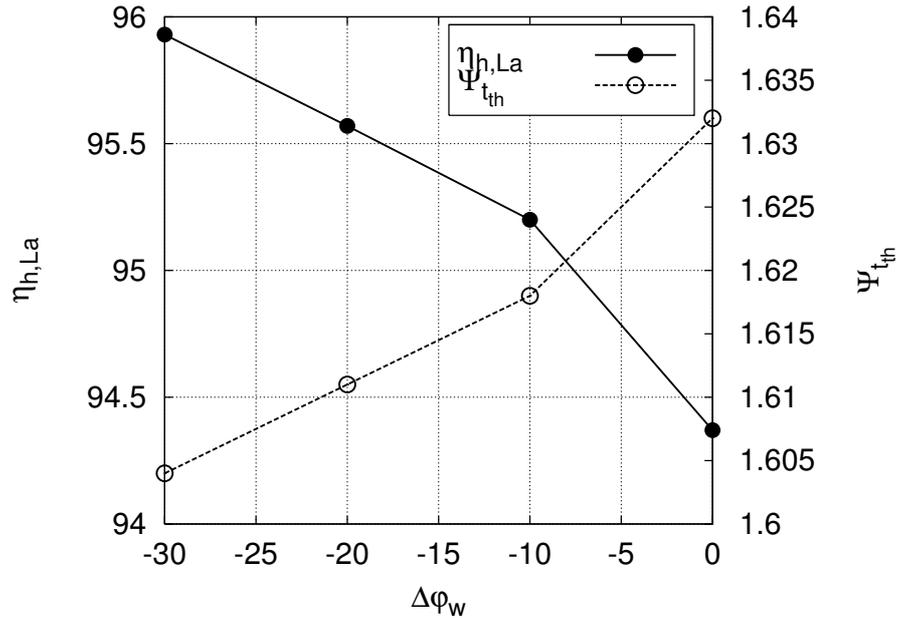


Abbildung 6.17: Einfluss des Umschlingungswinkels $\Delta\varphi_w$ auf den Wirkungsgrad und die theoretische Druckzahl $\Psi_{t,th}$ bei einer Francis Turbine FT20

Umschlingungswinkeln.

Der Wirkungsgradgewinn fällt etwas geringer aus, wenn man die Austrittswinkel wieder an den Betriebspunkt von $\Psi_{t,th} = 1.628$ anpasst.

6.2.2.2 Variation des Laufradaustrittsdurchmessers D_{2a}

Bei einer Vergrößerung der durchströmten Fläche am Laufradaustritt A_2 nimmt die Meridiangeschwindigkeitskomponente c_{m2} ab, wobei gleichzeitig das Druckniveau an der Hinterkante zunimmt, sich also ein höherer Sicherheitsabstand gegenüber Kavitation einstellt. Um die geforderte Umlenkung bei gleichem Umschlingungswinkel zu erreichen, muss der Schaufelaustrittswinkel erniedrigt werden. Dagegen steigt die Meridiangeschwindigkeitskomponente c_{m2} bei einer Verkleinerung der Fläche A_2 . Bleibt die Energieumsetzung im Laufrad erhalten, also c_{u2} konstant, so ändern sich die Schaufelaustrittswinkel wie im Geschwindigkeitsplan in Abbildung 6.19 zu sehen ist. Die Zunahme der Meridiangeschwindigkeit c_{m2} durch einen kleineren Durchmesser D_{2a} führt zu einem niedrigeren Druckniveau am Schaufelende. Dies kann sich negativ auf das Kavitationsverhalten auswirken, siehe hierzu auch die Druckverteilungen in Abbildung 6.20c.

Während der Optimierung des Turbinenlaufrades konnte jedoch festgestellt werden, dass die c_m - und c_u -Schichtungen grundsätzlich wechselseitig gekoppelt sind. Eine Änderung der c_u -Schichtung hat auch Einfluss auf die c_m -Schichtung.

Für die Optimierung der FT20 wurde eine Verkleinerung des Durchmessers D_{2a} um 4 % gewählt. Die Druckverteilung ist dadurch gleichmäßiger geworden. Die Einschnürung im

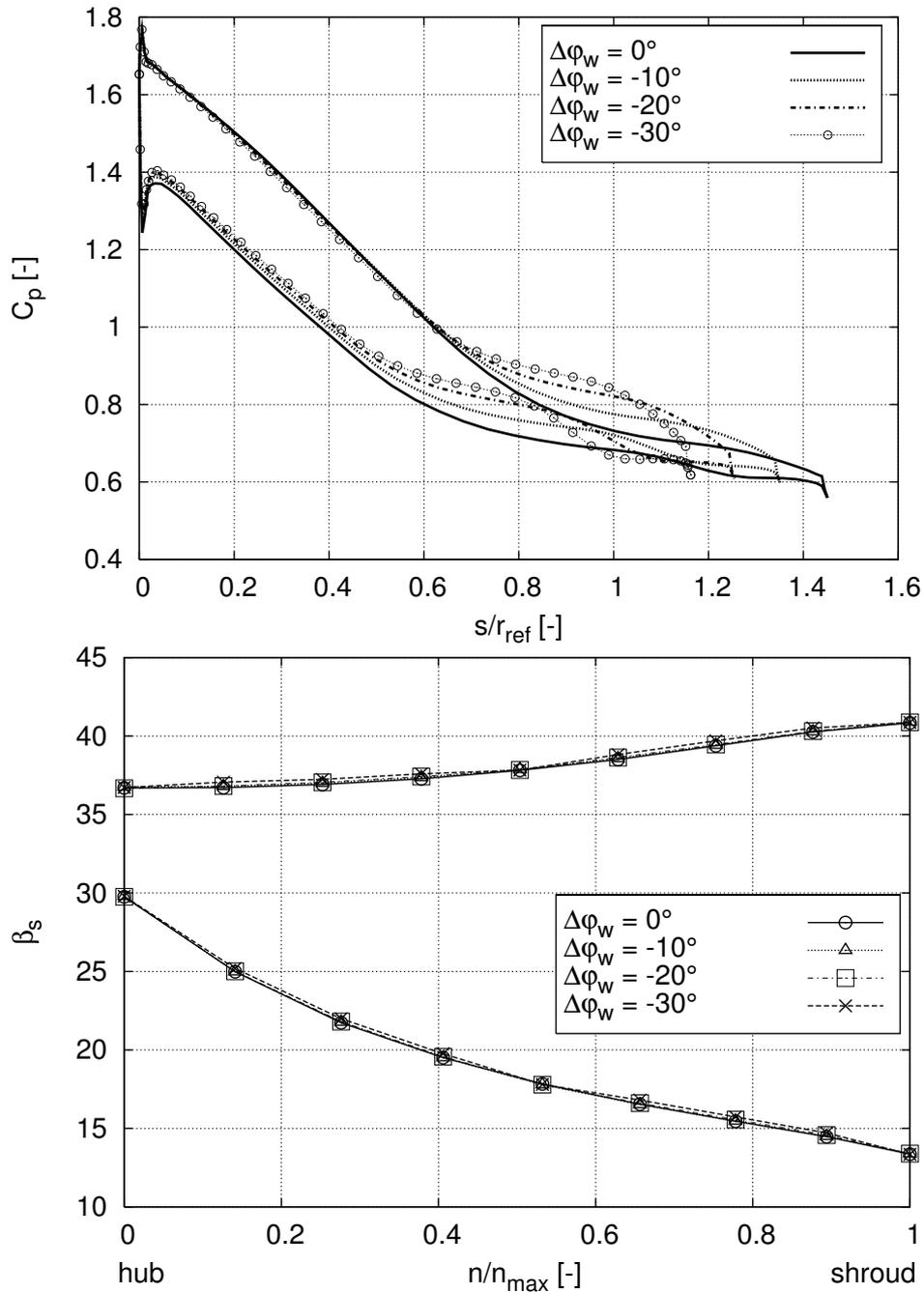


Abbildung 6.18: Variation des Umschlingungswinkels der FT20: Druckverteilung bei Shroud, oben; Verlauf des Ein- und Austrittswinkels, unten.

C_p -Verlauf konnte auch durch einen glatteren und stetig abnehmenden Flächenverlauf vermindert werden. In der Ausgangsgeometrie war der Flächenverlauf innerhalb der Konturen noch sehr unstetig, der Verlauf hat ausgehend von einem Minimum innerhalb der Beschauflung sogar noch zugenommen, siehe Abbildung 6.20a.

Der Flächenverlauf innerhalb der Konturen ist nach Abbildung 3.8 wie folgt definiert:

$$A^* = \frac{A(s)}{A_0} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_i(s) \cdot \delta_i(s)}{\pi \cdot D_z \cdot b_0} \quad (6.12)$$

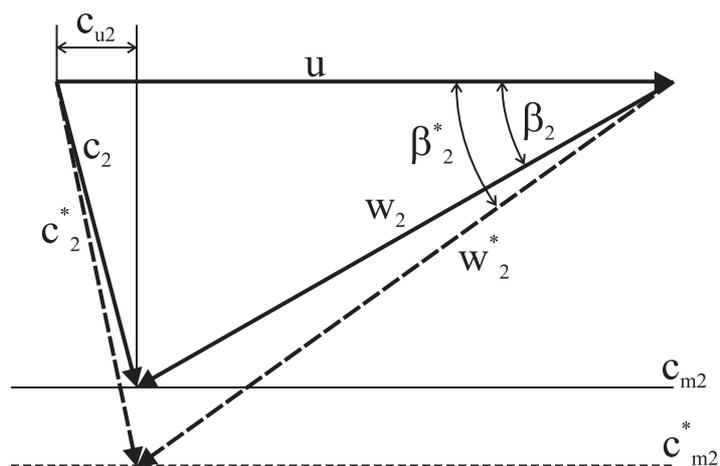


Abbildung 6.19: Änderung des Geschwindigkeitsplans bei Erhöhung der Meridianschwindigkeit c_{m2}

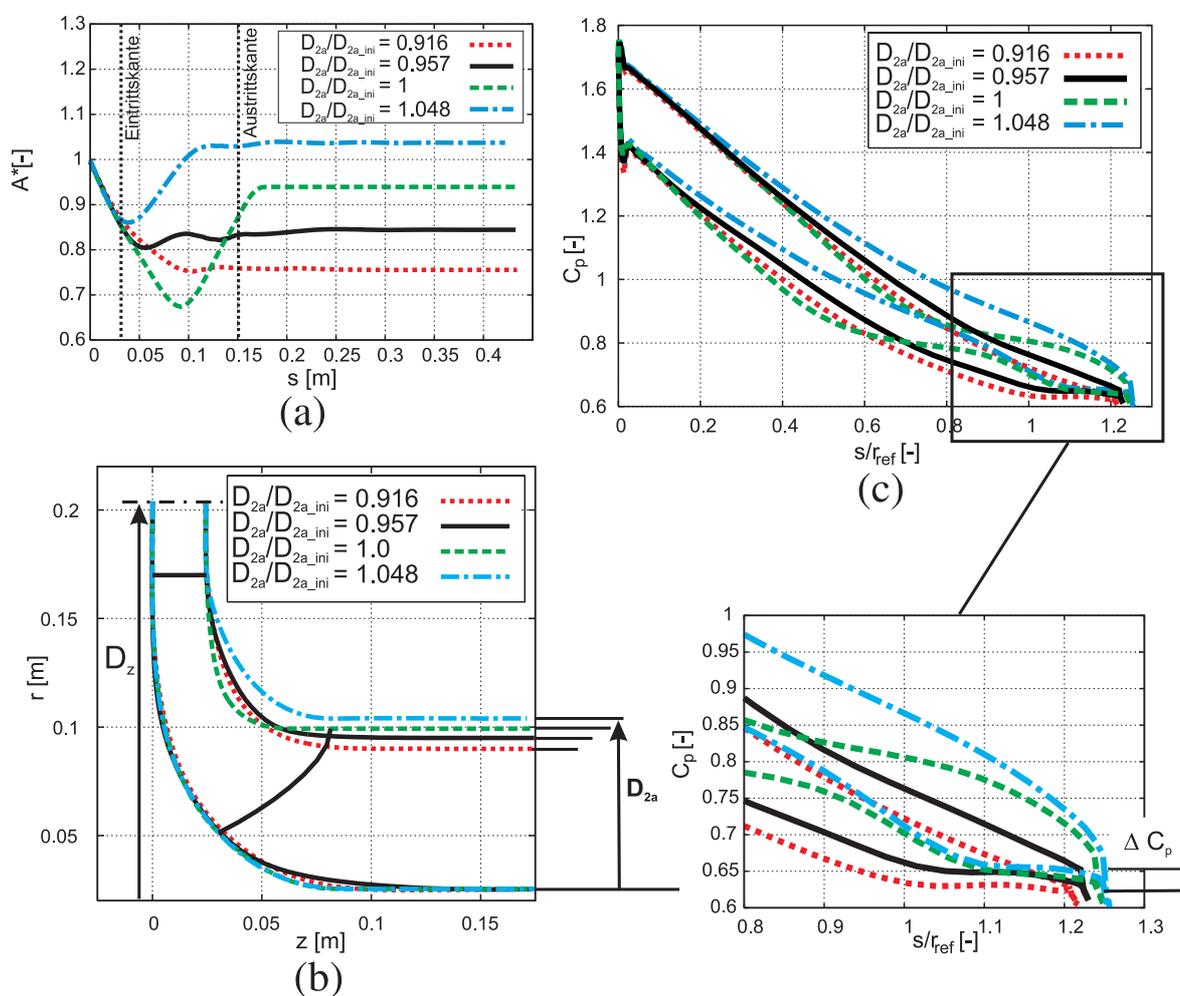


Abbildung 6.20: Änderung des Laufradaustrittsdurchmessers D_{2a} ; (a) Flächenverläufe, (b) Meridiankonturen, (c) Druckverteilungen

Grundsätzlich ist die Turbinenströmung eine beschleunigte Strömung. Daher müssen die Hub- und Shroudkontur so gestaltet werden, dass der Flächenverlauf in Fließrichtung stetig abnimmt.

In Abbildung 6.21 ist die Änderung des hydraulischen Wirkungsgrades und der theoretischen Totaldruckzahl des Laufrades dargestellt. Bei einer Verringerung des Durchmessers D_{2a} steigt der Wirkungsgrad bei einer nahezu konstanten Energieumsetzung im Laufrad.

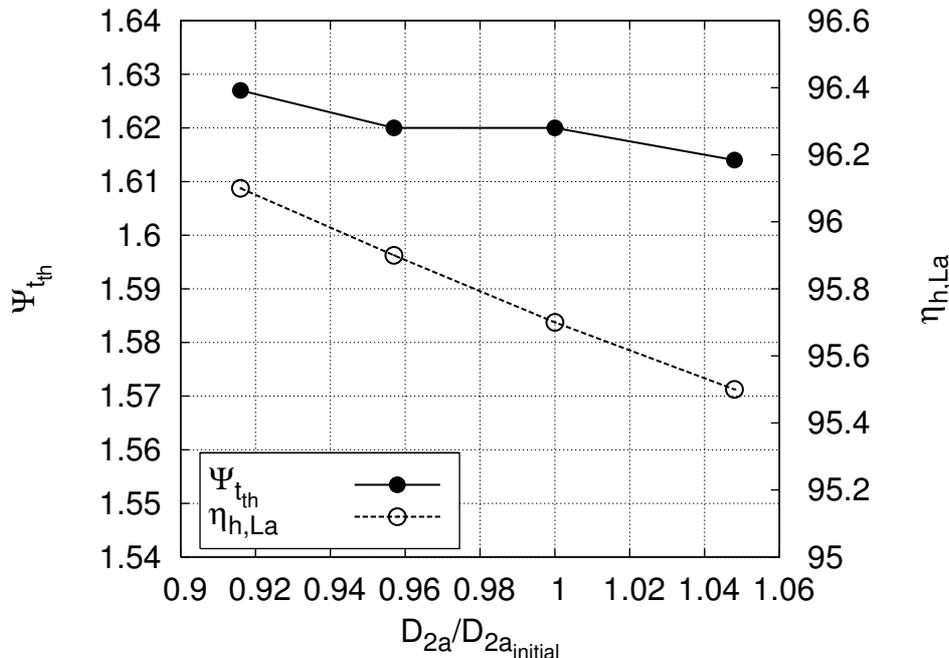


Abbildung 6.21: Einfluss des Laufraddurchmessers D_{2a} auf den Laufradwirkungsgrad und die theoretische Druckzahl $\Psi_{t_{th}}$ bei einer Francis Turbine FT20

In Abbildung 6.22 kann man sehr gut erkennen, wie die Austrittswinkel bei einer Verkleinerung des Durchmessers D_{2a} auf allen Strombahnen von Hub bis Shroud zunehmen, da die durchströmte Fläche A_2 abnimmt, was eine steigende c_{m2} -Geschwindigkeit zur Folge hat. Soll die Energieumsetzung, d.h. c_{u2} , gleich bleiben, so hat dies größere Schaufelwinkel zur Folge wie im Geschwindigkeitsplan in Abbildung 6.19 zu sehen ist. Größere Schaufelwinkel sind aber auch günstiger für die Lichtweite zwischen zwei benachbarten Schaufeln, die dadurch größer wird. Diese Vergrößerung wird wieder aufgehoben durch die Verringerung des Durchmessers D_{2a} , siehe Tabelle 6.8. Der dimensionslose Flächenbeiwert A_2^* bleibt somit bei einer Änderung des Durchmessers D_{2a} näherungsweise konstant.

6.2.2.3 Einfluss des Schaufelwinkerverlaufs $\beta_s(s)$

Ganz entscheidenden Einfluss auf die Strömung und die Druckverteilung entlang der Schaufel hat der Winkelverlauf. Die richtigen Ein- und Austrittswinkel der Schaufel können relativ leicht eingestellt werden, um eine stoßfreie Anströmung und den Betriebspunkt zu erreichen. Schwieriger ist es jedoch, den Winkelverlauf so zu wählen,

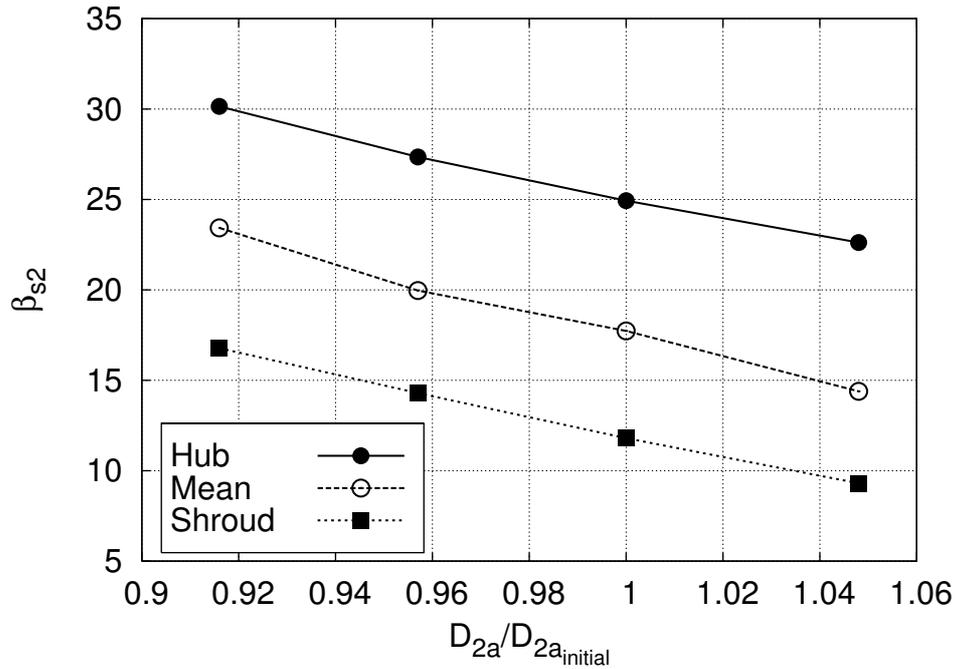


Abbildung 6.22: Einfluss des Laufraddurchmessers D_{2a} auf den Schaufelwinkelverlauf am Laufradaustritt β_{s2}

$D_{2a}/D_{2a_{initial}}$	A_2^*
0.916	0.2894
0.957	0.2870
1.0	0.2890
1.048	0.2860

Tabelle 6.8: Einfluss des Durchmessers D_{2a} auf die Austrittsfläche A_2^* bei einer Francis Turbine FT20

dass eine optimale Druckverteilung und damit gleichmäßige Belastung und somit Energieumsetzung vom Eintritt bis zum Austritt gewährleistet werden kann. Eine optimale Druckverteilung erhält man meist, wenn der Winkelverlauf auf dem Shroud-Stromfaden am Eintritt zunächst eine starke Abnahme und im letzten Drittel einen flachen Verlauf aufweist. Einschnürungen in der Druckverteilung lassen sich durch einen glatten, stetig abnehmenden Flächenverlauf vermeiden.

In Abbildung 6.23 sind drei verschiedene Versionen *Ver1* bis *Ver3* der Laufradgeometrie der FT20 dargestellt. Sie unterscheiden sich durch verschiedene Ein- und Austrittswinkel sowie durch verschiedene Steigungen im Winkelverlauf.

Bei den 3 Varianten wurde der Betriebspunkt unverändert bei $\Psi_{t_h} = 1.628$ gelassen.

Man erkennt, dass die Änderung der Eintrittswinkel sich lediglich auf die Druckverteilung am Eintritt auswirkt, siehe Abbildung 6.23b. Ein zu kleiner Eintrittswinkel wie in *Ver1* bewirkt eine kleine Saugspitze durch Fehlanströmung.

Am Austritt bzw. im letzten Drittel der Schaufel tritt eine stärkere Belastung dann

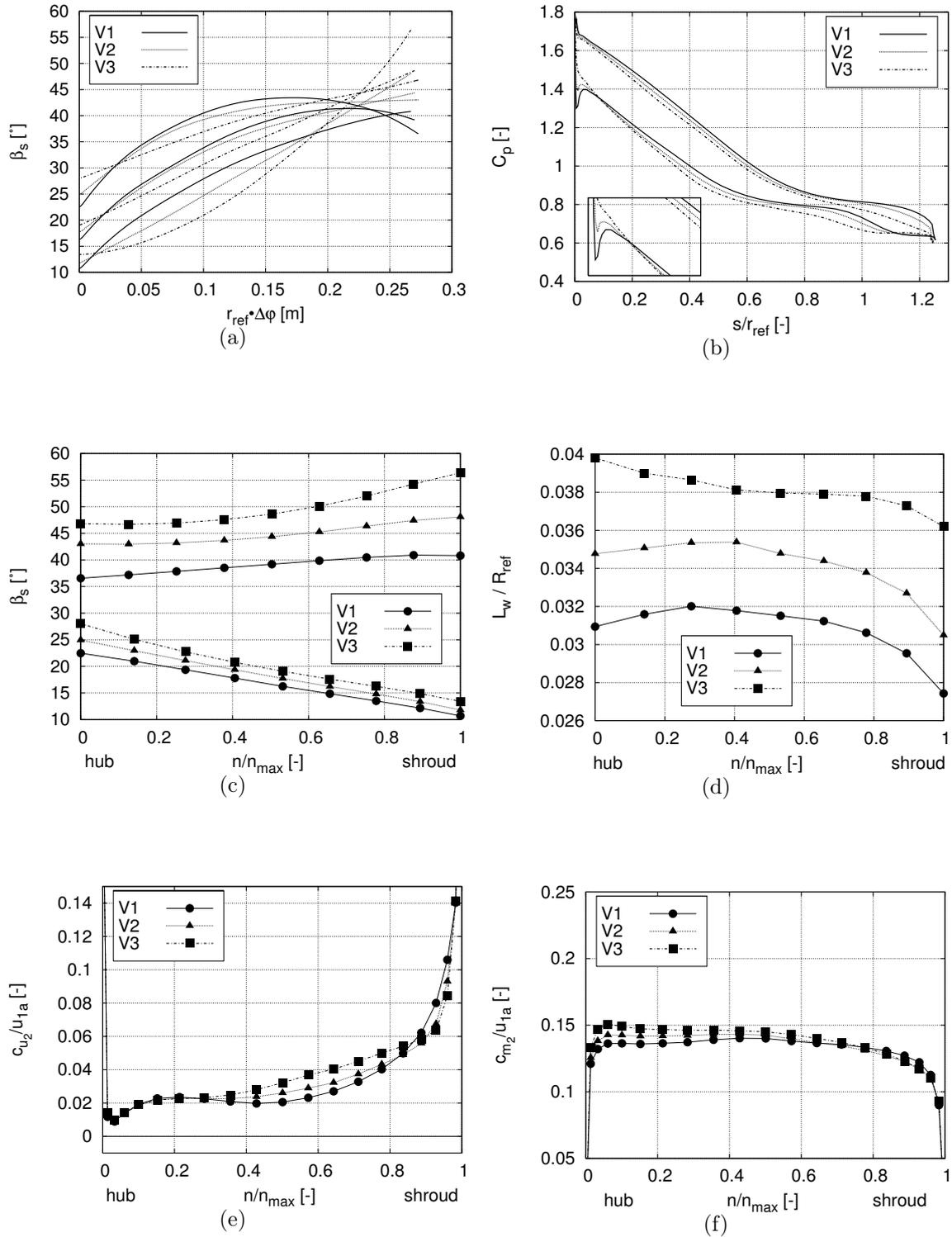


Abbildung 6.23: Einfluss des Schaufelwinkelverlaufs des FT20 Laufrades auf die (a) Schaufelwinkelverteilung, (b) Druckverteilung, (c) Winkelverteilung am Ein- und Austritt, (d) Lichtweitenverteilung, (e) c_{u2} -Verteilung, (f) c_{m2} -Verteilung

auf, wenn der Schaufelwinkelverlauf in Strömungsrichtung stark abnimmt bzw. die negative Steigung des Winkelverlaufs zunimmt. Dies führt zu einer starken Einschnürung mit anschließender Erweiterung und somit zu einer unstetigen Druckverteilung. Die

Lichtweite nimmt durch kleinere Austrittswinkel ab.

In Abbildung 6.23d ist die Lichtweitenverteilung von Hub bis Shroud für alle drei Versionen aufgetragen. Es ist deutlich der Zusammenhang zwischen Austrittswinkel und Lichtweite zu erkennen: Sinkt der Austrittswinkel, steht die Schaufel also flacher gegenüber dem Umfang, so sinkt auch die Lichtweite und damit die durchströmte Austrittsfläche.

Im Folgenden wird Version *Ver3* weiter verfolgt.

6.2.2.4 Anheben des Restdrallniveaus

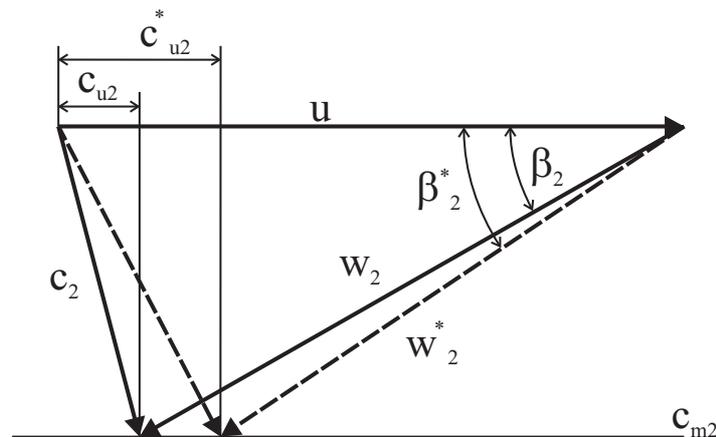


Abbildung 6.24: Änderung des Geschwindigkeitsplans bei Erhöhung der Umfangsgeschwindigkeit c_{u2}

Wird die Umfangskomponente c_{u2} bei einer konstanten Meridiangeschwindigkeit c_{m2} auf c_{u2}^* erhöht, so verringert sich die Relativgeschwindigkeit w_2^* im Laufrad, siehe Abbildung 6.24. Durch die kleineren Relativgeschwindigkeiten reduzieren sich die Verluste. Allerdings erfordert dies einen höheren Vordrall zum Erreichen des Betriebspunktes.

Im vorliegenden Fall konnte der Wirkungsgrad von $\eta_h = 95.92\%$ auf $\eta_h = 96.31\%$, also um ca. 0.4% verbessert werden. Die Erhöhung des Restdralls von $\Psi_{t_{th3}} = 0.02$ auf $\Psi_{t_{th3}} = 0.06$ entspricht einer relativen Erhöhung von 1.23% auf 3.69% bezogen auf die umgesetzte theoretische Totaldruckzahl von $\Psi_{t_{th}} = 1.628$.

Eine höhere theoretische Totaldruckzahl nach dem Laufrad senkt also die Geschwindigkeiten und damit die Verluste und erhöht den Wirkungsgrad. Die Austrittswinkel können daher größer gewählt werden, was wiederum eine größere Austrittsfläche A_2^* zur Folge hat.

In Abbildung 6.25 ist die Druckverteilung für Shroud, die Winkelverteilungen und die c_{u2} -Schichtung dargestellt. Die c_{u2} -Schichtung wird durch die Vergrößerung der Austrittswinkel parallel nach oben verschoben. Um wieder denselben Betriebspunkt zu erreichen, muss das Leitrad flacher gestellt werden. Der Wert für $\Psi_{t_{th0}}$ steigt dadurch von 1.645 auf 1.693 . Die höheren Austrittswinkel bewirken eine Erhöhung der durchströmten Austrittsfläche A_2^* von 0.287 auf 0.315 .

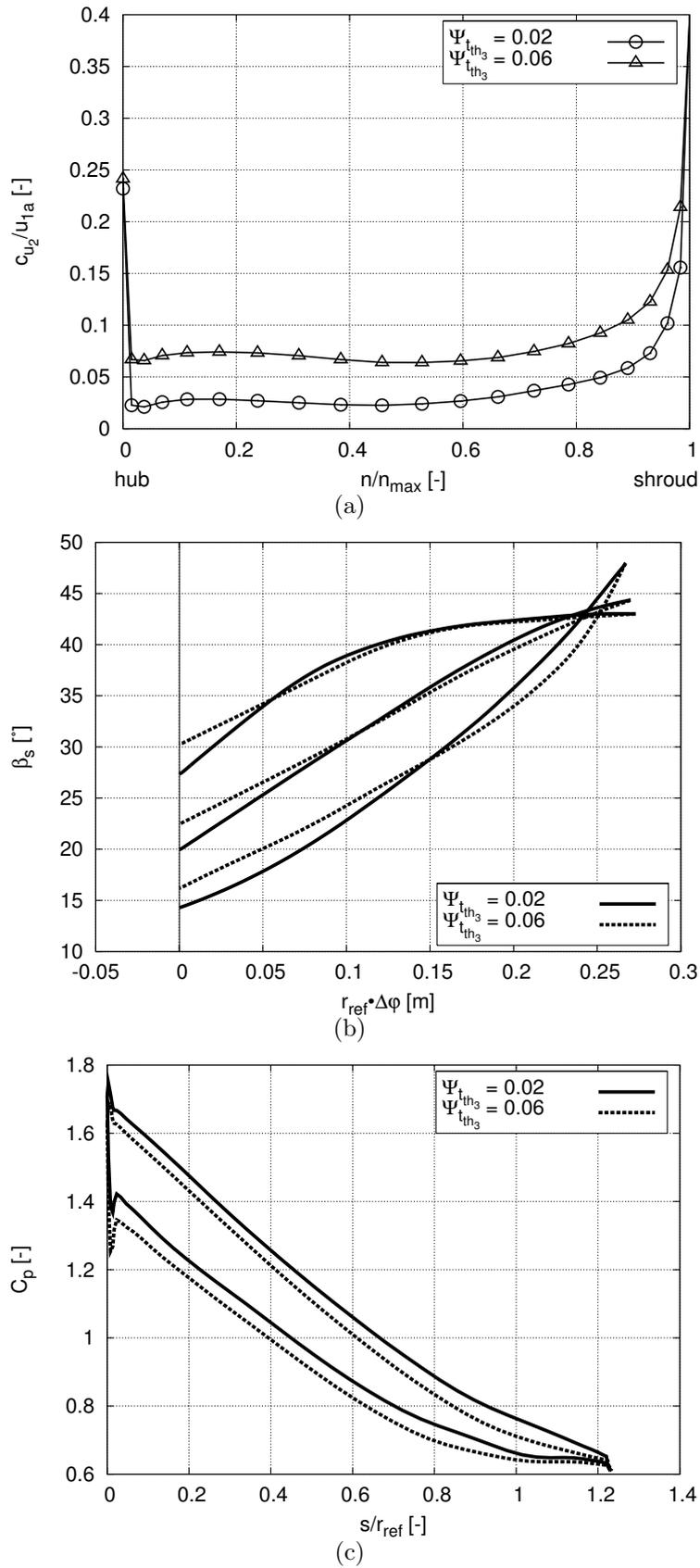
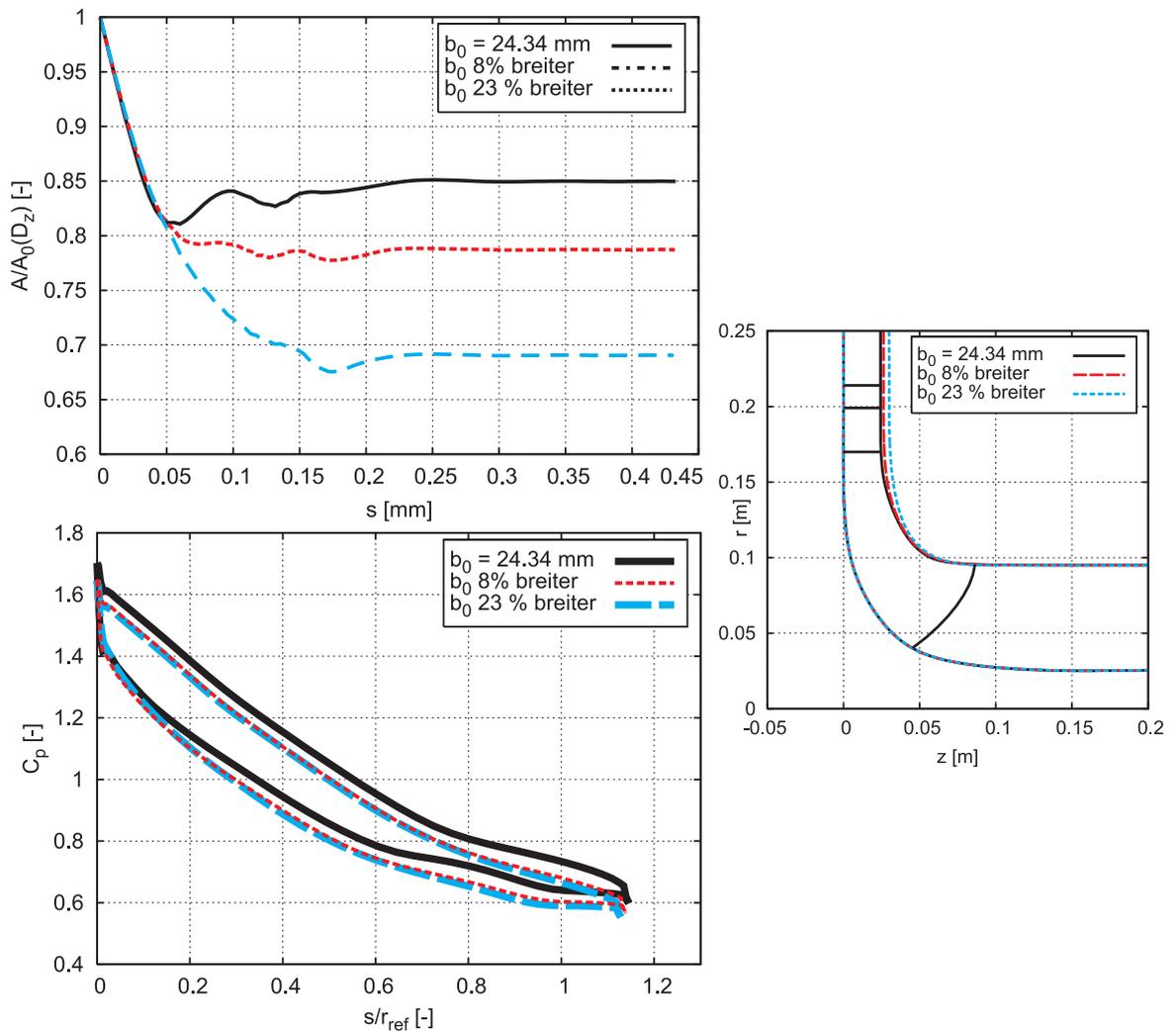


Abbildung 6.25: Änderung der (a) c_{u2} -Schichtung, (b) des Schaufelwinkelverlaufs, (c) des Druckverlaufs bei Erhöhung der Umfangsgeschwindigkeit c_{u2}

6.2.2.5 Variation der Leitschaufelhöhe b_0

Die Vergrößerung der Leitschaufelhöhe b_0 führt aufgrund der kleiner werdenden Meridiansgeschwindigkeit c_m zu einer weiteren Reduzierung der Verluste, siehe Tabelle 6.9.

Abbildung 6.26: Änderung des Leitschaufelhöhe b_0

b_0 [mm]	η_h [%]	η_{Stufe} [%]
24.337	96.79	92.40
+8 %	97.00	90.12
+23 %	96.96	89.50

Tabelle 6.9: Einfluss der Leitschaufelhöhe b_0 auf den Laufradwirkungsgrad und den Stufenwirkungsgrad bei einer Francis Turbine FT20

In Abbildung 6.26 sind drei verschiedene Leitschaufelhöhen b_0 dargestellt. Man erkennt, dass durch die Änderung von b_0 der Flächenverlauf A^* verändert werden kann. Durch ein leichtes Vergrößern der Leitschaufelhöhe b_0 kann die Einschnürung in der Druckverteilung behoben werden.

Eine zu starke Vergrößerung der Leitschaufelhöhe von über 20 % vermindert die Meridiangeschwindigkeit noch weiter, was zu keinem besseren Wirkungsgrad führt.

Durch die geringere Meridiangeschwindigkeit im Leitrad bei einer Vergrößerung von b_0 sinken jedoch die Stufenwirkungsgrade deutlich, da das Leitrad flacher zu stellen ist und somit die Strömung stärker umgelenkt werden muss.

6.2.2.6 Zusammenfassung

Die Maßnahmen zur Erhöhung des Wirkungsgrades haben gezeigt, dass die Wahl des optimalen Umschlingungswinkels einen entscheidenden Einfluss auf den Wirkungsgrad, die Energieumsetzung und die Druckverteilung innerhalb des Laufrades hat. Außerdem ist eine weitere Steigerung des Wirkungsgrades durch eine Erhöhung des Restdralls möglich. Dadurch können höhere Austrittswinkel eingestellt werden, was zu größeren Austrittsflächen führt.

Der kritische Bereich im Laufrad ist der Shroud-Stromfaden, dessen Winkelverlauf sich auf die Druckverteilung, Schaufelbelastung und damit auch den Wirkungsgrad entscheidend auswirkt.

Darüber hinaus hat der Flächenverlauf zwischen den Konturen einen großen Einfluss auf die Druckverteilung und bei einer guten Gestaltung der Kontur lassen sich Einschnürungen im Druckverlauf beheben.

Eine Verringerung des Laufradaustrittsdurchmessers D_{2a} bewirkt eine Erhöhung des Wirkungsgrades aufgrund des angepassten Flächenverlaufs. Dabei muss aber auf das Kavitationsniveau geachtet werden. Auch eine Vergrößerung der Leitschaufelhöhe b_0 senkt die Meridiangeschwindigkeiten und reduziert die Laufradverluste, erhöht jedoch die Verluste der gesamten Stufe.

Allgemein lässt sich feststellen, dass eine separate Betrachtung einzelner Parameter nicht zielführend ist. Vielmehr muss die wechselseitige Kopplung der einzelnen Parameter bedacht werden.

Abbildung 6.27a zeigt einen Vergleich der Druckverteilung zwischen dem Erstentwurf und der optimierten Geometrie des Laufrades FT20.

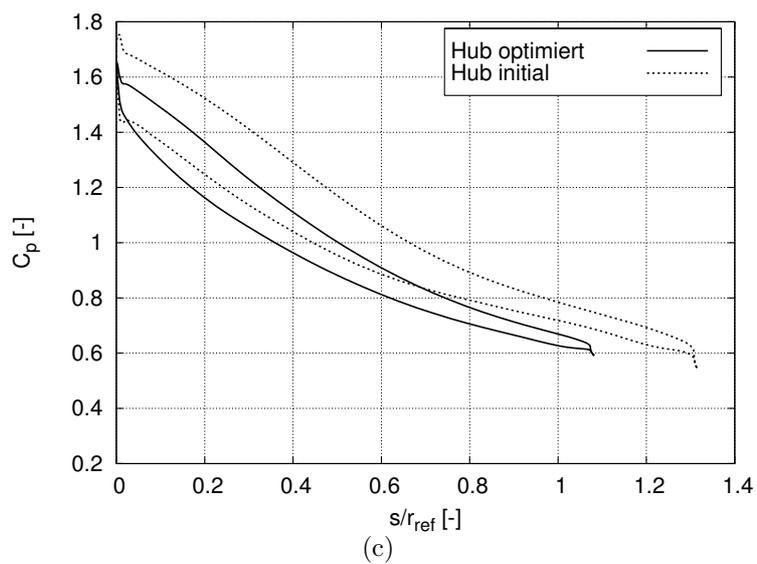
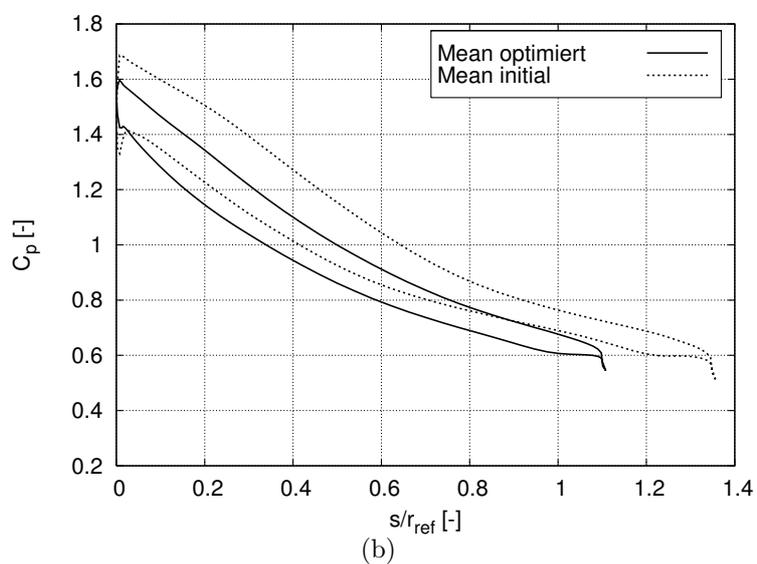
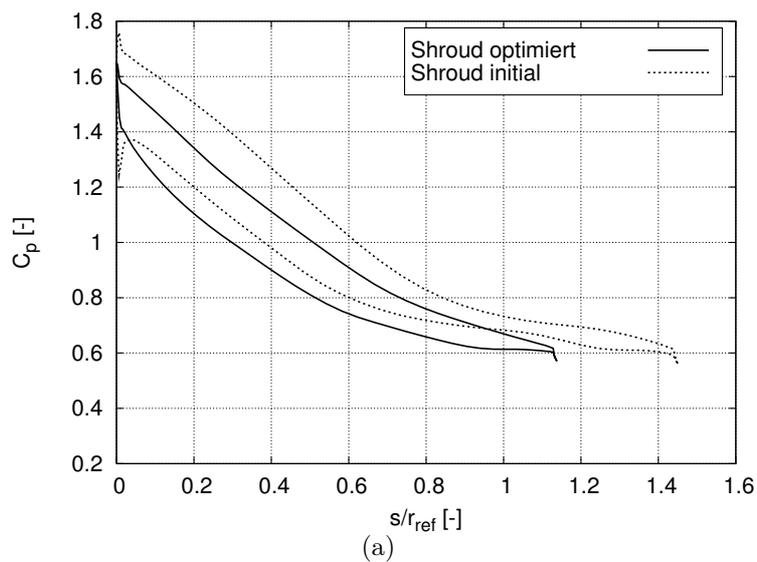


Abbildung 6.27: Ergebnis der Optimierung auf die Druckverteilungen an (a) Shroud, (b) Mean und (c) Hub.

6.2.3 Ergebnis der Optimierung der Francis Turbinen

Alle sechs Turbinenstufen FT20 bis FT120 konnten im Bereich der Druckverteilungen und des Wirkungsgrades erfolgreich optimiert werden. Im Durchschnitt waren 10 Varianten nötig, um zu einem zufrieden stellenden Ergebnis zu gelangen. Im Folgenden werden die erzielten Ergebnisse der Optimierung vorgestellt.

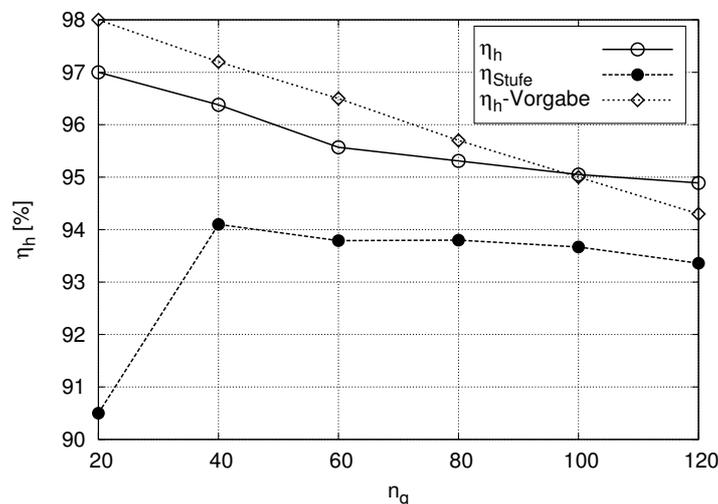


Abbildung 6.28: Hydraulische Laufradwirkungsgrade und Stufenwirkungsgrade der optimierten Turbinenlaufräder im Vergleich zum Erstentwurf

In Abbildung 6.28 ist der hydraulische Laufradwirkungsgrad als Funktion von n_q dargestellt. Für die Langsamläufer wurde die Vorgabe des zu erreichenden Laufradwirkungsgrades nicht erreicht, dafür aber für die Schnellläufer. Der Stufenwirkungsgrad nimmt mit steigenden n_q stetig ab; allerdings ist die Strömung bei der FT20 durch das Leitrad so stark verlustbehaftet, dass sich dort ein sehr geringer Stufenwirkungsgrad ergab. Dies lässt auf eine falsche Wahl von b_0 und auf eine schlechte Auslegung des Leitrades schließen. In einem nachfolgenden Schritt müsste die Leitradbeschaukelung noch weiter optimiert werden.

Darüber hinaus konnte die dimensionslose Austrittsfläche A_2^* im Vergleich zum Erstentwurf deutlich vergrößert werden. Mit steigendem n_q nimmt auch die durchströmte Austrittsfläche zu, die ein Maß darstellt für den Volumenstrom, den eine Turbine verarbeiten kann. Ist die Austrittsfläche A_2^* zu klein, so kann aufgrund der höheren Reibung der angebotene Volumenstrom im Betriebspunkt nicht mehr verarbeitet werden.

Wählt man einen steileren Winkelverlauf im letzten Schaufeldrittel, so erhöht sich dadurch die Austrittsfläche A_2^* ebenso wie durch einen größeren Laufradaustrittsdurchmesser D_{2a} . Auch größere Austrittswinkel tragen dazu bei, da dadurch die Schaufelenden nicht mehr so flach gegenüber dem Umfang stehen. Eine Möglichkeit, größere Austrittswinkel zu erhalten bei gleichem Betriebspunkt, ist eine Verschiebung der Austrittskante zu kleineren Radien hin.

In Abbildung 6.29 ist der Restdrall und die Energieumsetzung im Laufrad dargestellt. Der Restdrall wurde bei allen untersuchten Francis Turbinen gleichmäßig erhöht, stär-

ker bei den Langsamläufern und etwas weniger bei den Schnellläufern, siehe Kapitel 6.2.2.4. Die geforderten Betriebspunkte werden erreicht.

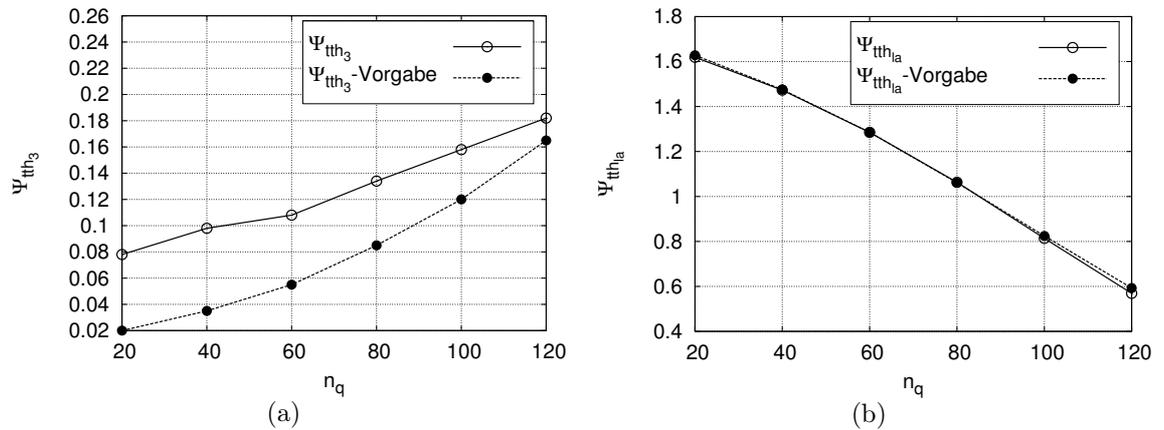


Abbildung 6.29: Ergebnis der Optimierung bzgl. Ψ_{tth_3} (a) und Ψ_{tth} (b) im Vergleich mit der jeweiligen Vorgabe

Abbildung 6.30a zeigt den durch die Optimierung eingestellten Verlauf des Umschlingungswinkels $\Delta\varphi_w$ aller sechs Turbinenlaufräder, der zum Erreichen der Optimierungsziele stark reduziert werden musste. Ferner wurde an der Eintrittskante eine Umschlingungswinkeldifferenz $\Delta\varphi_{LE}$ gewählt. Abbildung 6.30b zeigt die endgültige b_0/D -Verteilung, die im Vergleich zur Vorgabe nur wenig verändert werden musste.

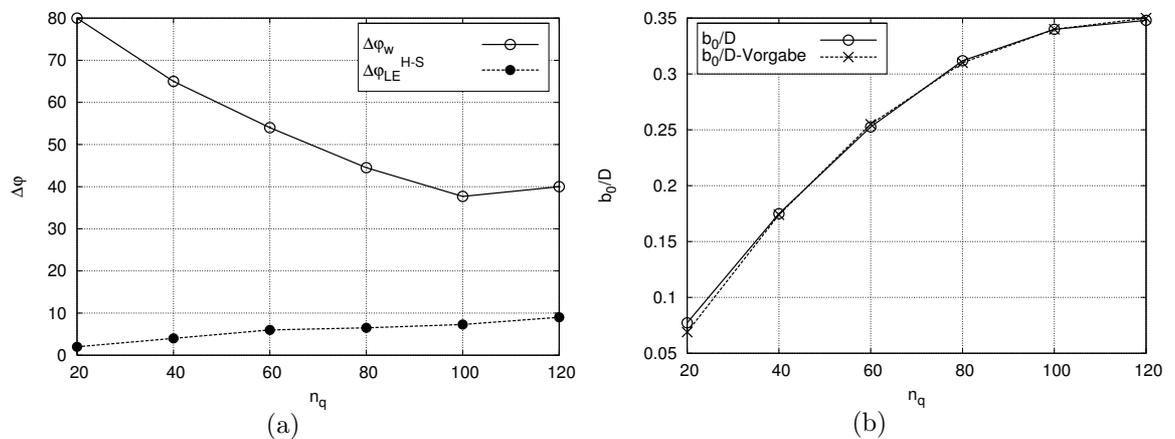


Abbildung 6.30: Umschlingungswinkel $\Delta\varphi_w$ sowie Umschlingungswinkeldifferenz an der Eintrittskante $\Delta\varphi_{LE}$ (a), b_0/D -Verteilung der optimierten Turbinenlaufräder im Vergleich zur Vorgabe (b)

Schließlich zeigt die Abbildung 6.31 die Meridiankonturen der sechs Turbinenstufen im Vergleich.

In Abbildung 6.33a sind die Ein- und Austrittswinkel aller Francis Turbinenlaufräder als Funktion von n_q aufgetragen. Vergleicht man diese miteinander, so erkennt man, dass die Verteilungen gut zueinander passen bis auf zwei Ausnahmen: Der Langsamläufer FT20 hat einen Austrittswinkel, der dem Trend nicht folgt, vor allem bei Hub. Auch

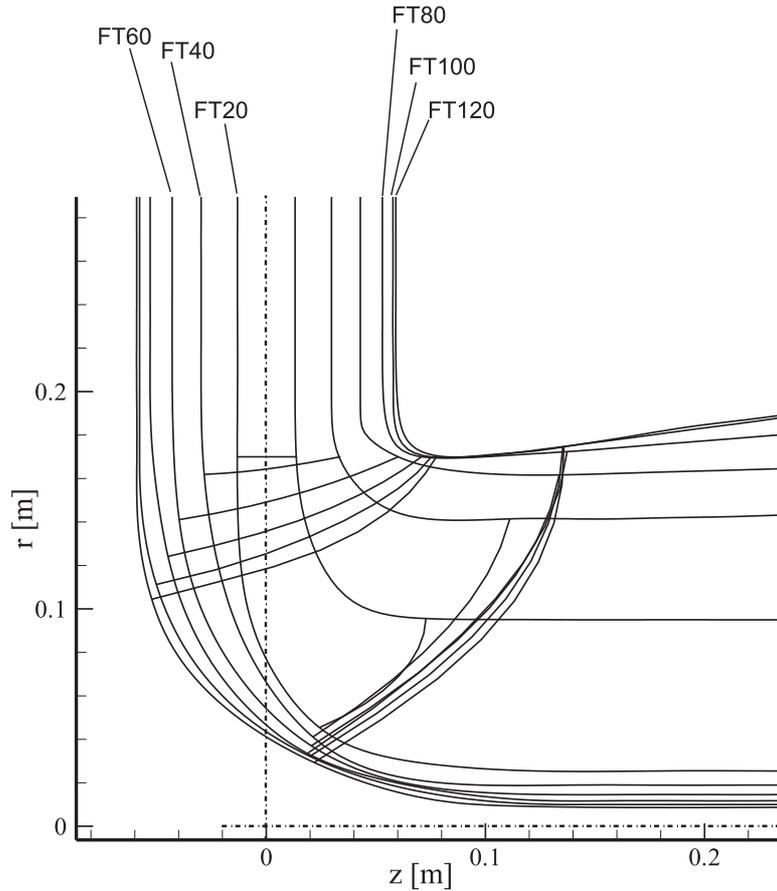


Abbildung 6.31: Meridiankonturen der optimierten Turbinenlaufräder

die Schnellläufer FT100 und FT120 haben am Eintritt andere Schaufeleintrittswinkel, die nicht zu denen der anderen Turbinenlaufräder passen. Auch hier weicht wiederum der Winkel auf dem Hub-Stromfaden stark ab.

Insgesamt entsprechen die Turbinenlaufräder den Anforderungen, wenn man die Wirkungsgrade in Abbildung 6.28 und die Druckverteilungen in Abbildung 6.35 betrachtet. So weisen die Druckverteilungen keine Saugspitzen mehr auf.

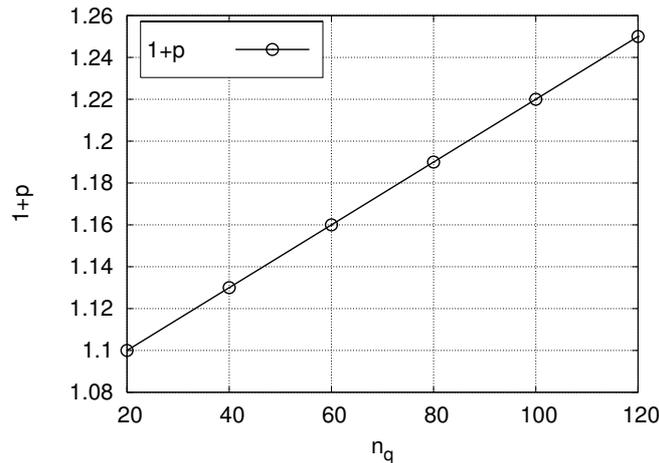
Zur Abschätzung der Eintrittswinkel wird die theoretische Arbeit von PFLEIDERER [34], die sich auf die Strömung bei Pumpen bezieht, herangezogen. Unter der Voraussetzung von Reibungsfreiheit können diese Erkenntnisse auch auf die Strömung bei Turbinen übertragen werden, siehe WATZELT [68].

Aus den kinematischen Beziehungen lassen sich unter Berücksichtigung einer Versperung ζ aufgrund endlicher Schaufeldicke und eines Minderleistungsfaktors $(1+p)$ infolge endlicher Schaufelzahl folgende Gleichungen für die überschlägige Berechnung des Schaufeleintrittswinkels β_{s1} ableiten, siehe [49] und [68]:

$$\tan\beta_{s1} = \frac{\zeta_1 \cdot \varphi_r}{1 - c_{u1}^*} \quad (6.13)$$

mit

$$c_{u1}^* = \Psi_t \cdot \eta_h \cdot \frac{1+p}{2} + \zeta_2 \cdot \Psi_{th_2} \quad (6.14)$$

Abbildung 6.32: Minderleistungsfaktor ($1 + p$) als Funktion von n_q

sowie $\zeta_1 = 1.1$ und $\zeta_2 = 1.2$.

Die verwendeten Werte für den Minderleistungsfaktor ($1 + p$) aus Gleichung 6.14 sind in Abbildung 6.32 sind dargestellt.

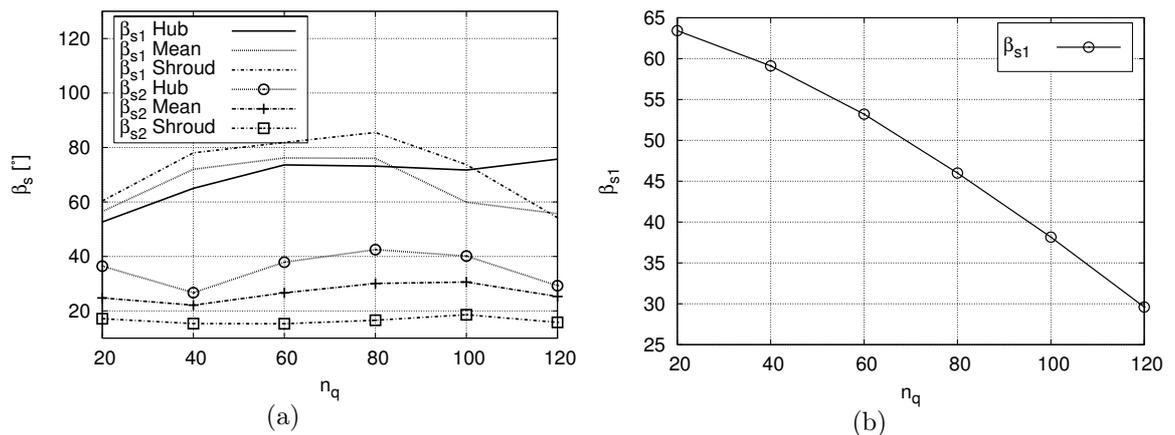


Abbildung 6.33: (a) Ein- und Austrittswinkel der optimierten Turbinenlaufräder im Vergleich, (b) Verteilung der theoretisch berechneten Eintrittswinkel nach Gleichung 6.13 für die Shroudstrombahn

Vergleicht man die theoretisch berechneten Eintrittswinkel auf der Shroud-Strombahn in Abbildung 6.33b mit den optimierten aus Abbildung 6.33a, so ist bei den optimierten Laufrädern keine Abnahme der Eintrittswinkel von FT20 bis FT120 zu erkennen. Vielmehr ist zunächst eine Zunahme der Eintrittswinkel mit steigendem n_q und dann wieder eine Abnahme zu erkennen. Um einen weiteren Vergleich zwischen den einzelnen Turbinenstufen zu erhalten, werden in Abbildung 6.34a und b die Radien entlang der Eintritts- und Austrittskante für Shroud, Mean und Hub betrachtet. Darüber hinaus sind die Längen der einzelnen Stromfäden Shroud, Mean und Hub in Abbildung 6.34c dargestellt. Man erkennt, dass die Schauffellänge gleichmäßig abnimmt bis auf die der FT120. Der Vergleich der einzelnen Radien zeigt, dass die Meridiankonturen ähnlich zueinander sind, wie auch Abbildung 6.31 erwarten lässt. In Abbildung 6.35 sind die

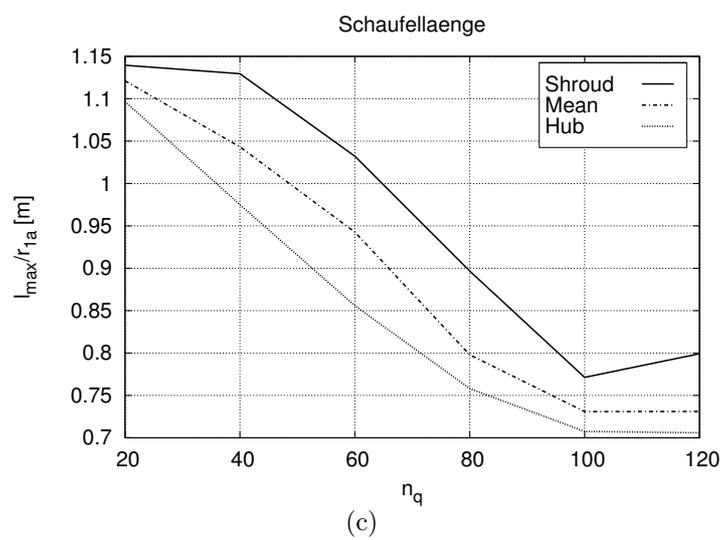
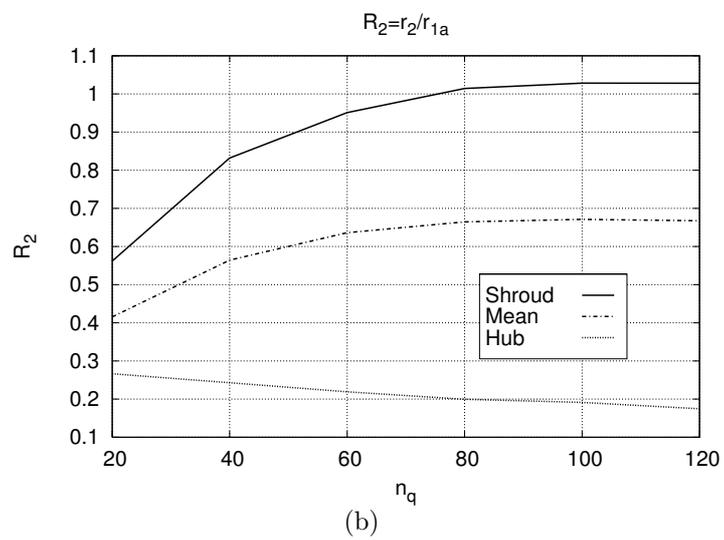
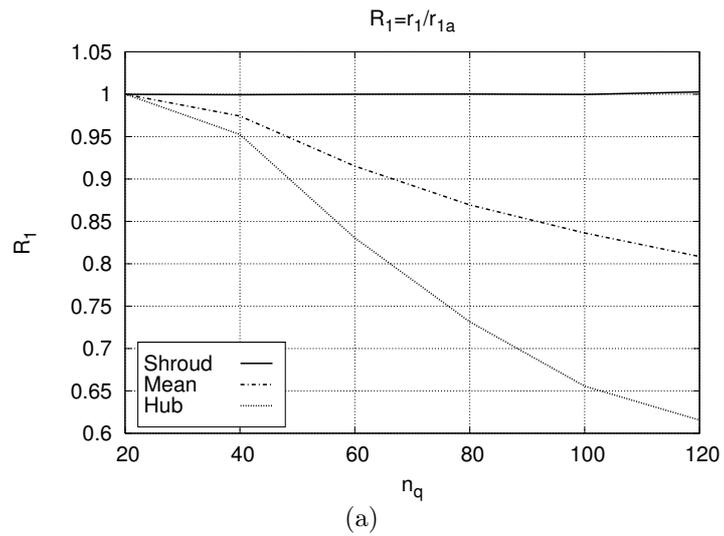


Abbildung 6.34: Vergleich der Ein- und Austrittsradien, (a) und (b), sowie der Schauffellaenge (c)

Druckverteilungen der sechs Turbinenstufen für die Stromfäden Shroud, Mean und Hub dargestellt. Man erkennt deutlich, dass der Shroud-Stromfaden am stärksten belastet ist. Es treten keinen Saugspitzen auf.

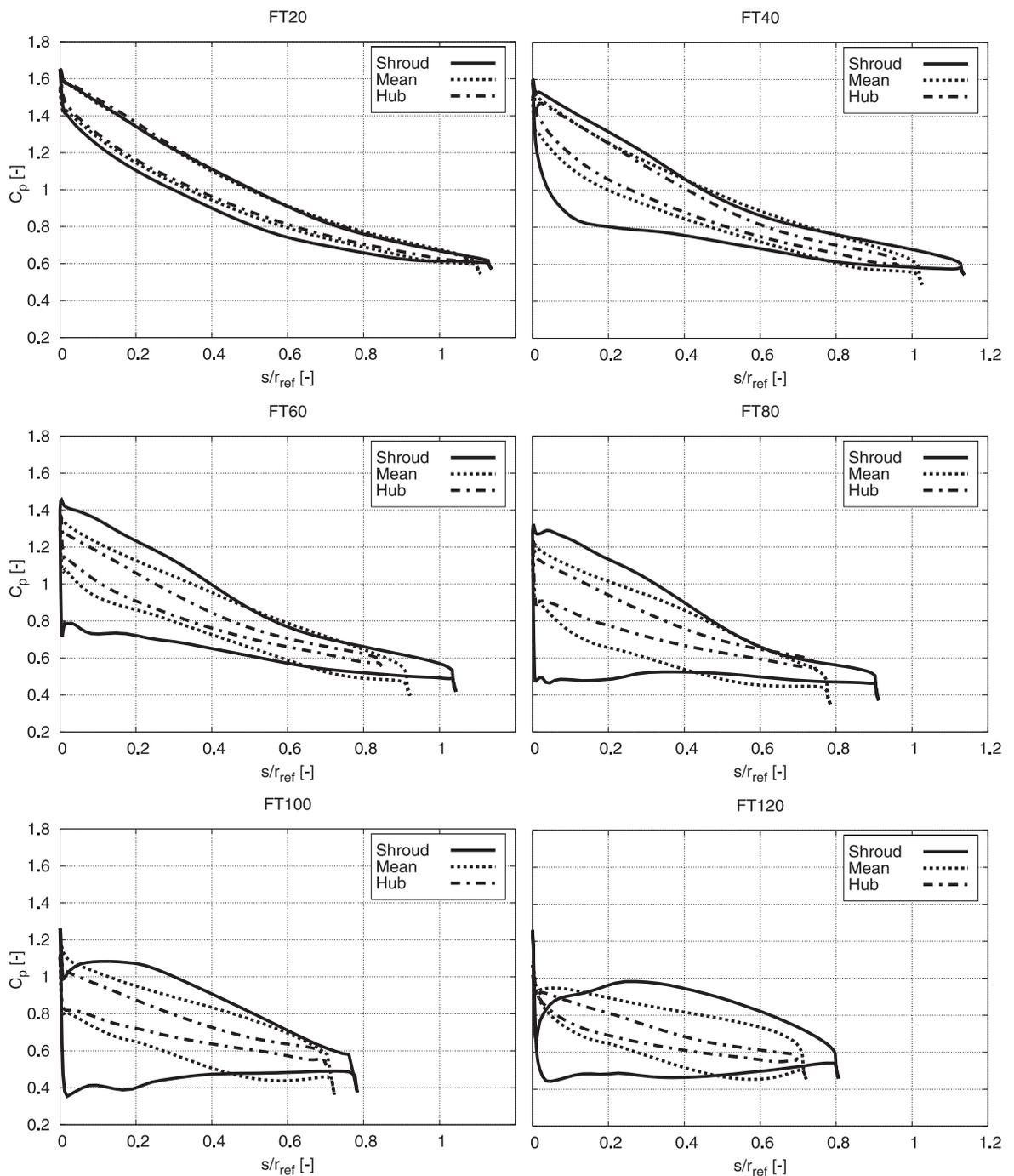


Abbildung 6.35: Ergebnis der Optimierung hinsichtlich der Druckverteilungen der Laufräder FT20 bis FT120

Die Abbildungen 6.36 bis 6.37 zeigen die Ähnlichkeit der Energieumsetzung in den sechs Turbinenlaufrädern anhand des Abbaus des statischen Drucks, des Totaldrucks und des Dralls entlang eines Stromfadens.

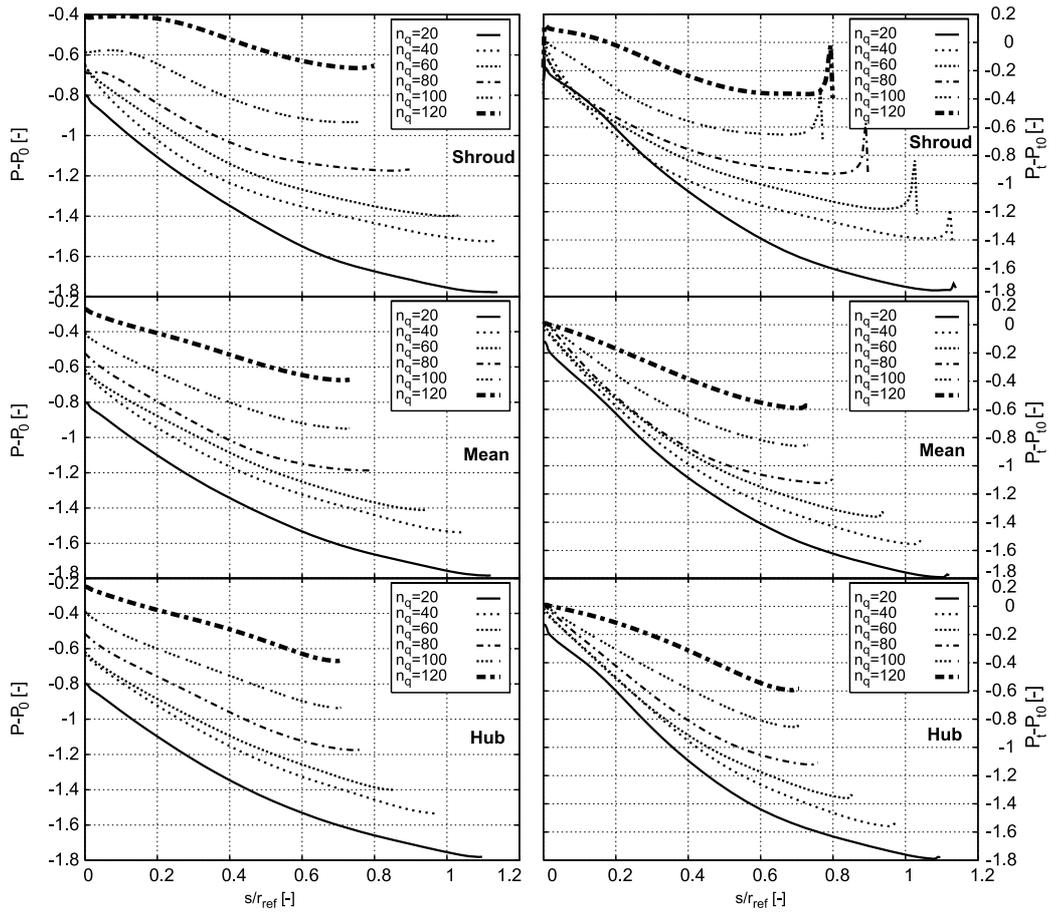


Abbildung 6.36: Abbau des statischen (links) und des totalen Druckes (rechts) entlang des Shroud-, Mean- und Hub-Stromfadens

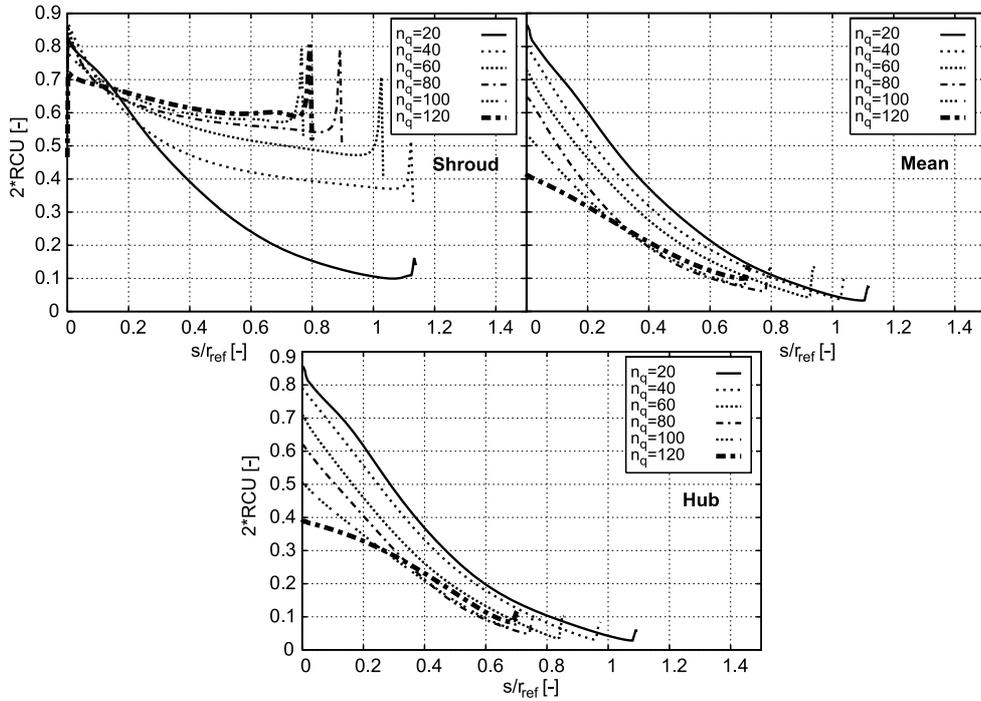


Abbildung 6.37: Abbau des Dralls entlang des Shroud-, Mean- und Hub-Stromfadens

6.3 Analyse der optimierten Geometrien am Beispiel der $n_q = 60$

Mit der Vorgehensweise aus Kapitel 6.2.2 und der Optimierung einzelner Parameter wurden die sechs Turbinenstufen optimiert. Als Beispiel für eine erfolgreiche Optimierung soll die Francis Turbine FT60 näher betrachtet werden. Abbildung 6.38 zeigt

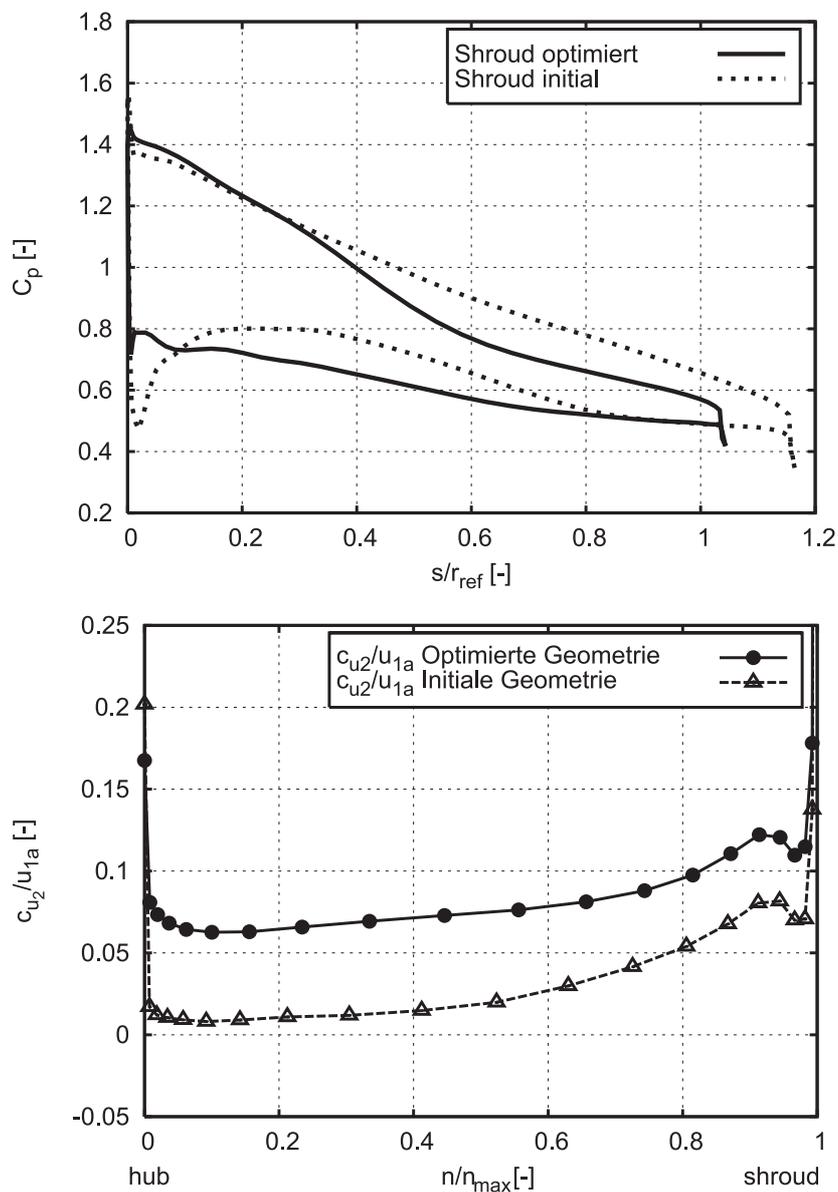


Abbildung 6.38: Vergleich der optimierten Geometrie mit dem Erstentwurf hinsichtlich der Druckverteilung und des Austrittsdralls

einen Vergleich von Strömungsgrößen der optimierten mit der initialen Geometrie. In der Abbildung 6.38 oben erkennt man deutlich, wie die Saugspitze aus dem Erstentwurf abgenommen hat. Außerdem konnte die Einschnürung in der Druckverteilung behoben werden. Der Wirkungsgrad verbesserte sich von $\eta_h = 94,7\%$ auf $\eta_h = 95,6\%$. Dies wurde vor allem durch ein Verkürzen der Schaufel in Umfangsrichtung um 5° sowie eine

Anpassung der Winkelverläufe und der Meridiankontur erreicht. Der Restdrall wurde über die gesamte Schaufelhöhe angehoben.

Weiterhin ist in Abbildung 6.39 der Verlauf des Deviationswinkels von Hub nach Shroud dargestellt. Nach PFLEIDERER [34] muss bei Turbinen, anders als bei Pumpen, der Einfluss der endlichen Schaufelzahl am Laufradaustritt nicht berücksichtigt werden, d.h. dort folgt die Strömung annähernd der Schaufel. In der Abbildung 6.39 nimmt der Deviationswinkel jedoch von $\delta \approx 6^\circ$ bei Hub auf kleinere Werte $\delta \approx 1^\circ$ bei Shroud ab, was mit Messungen von SCHILLING et al. [53] übereinstimmt. Zum Erreichen des Betriebspunktes sind also Deviationswinkel $\delta > 0$ erforderlich.

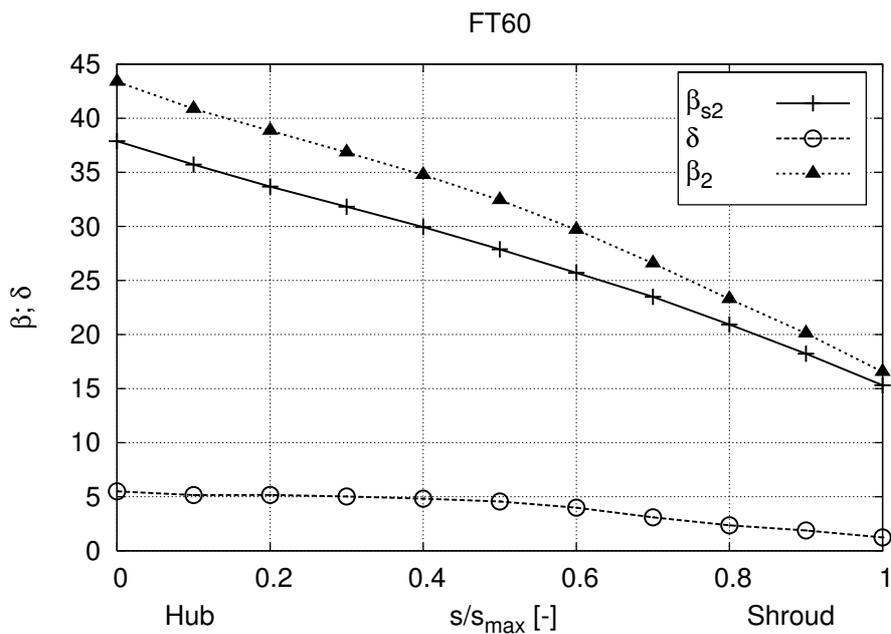


Abbildung 6.39: Verlauf des Deviationswinkel δ des optimierten Turbinenlaufrades FT60 von Hub nach Shroud

Im Folgenden sollen einige Parameter zur Charakterisierung der Strömung untersucht werden.

6.3.1 Schaufelbelastung

Die vom Fluid auf die Schaufel übertragene Leistung lässt sich wie folgt berechnen:

$$M_{sch} \cdot \omega = P = Q \cdot \Delta p_{tth} = Q \cdot \Delta p_t \cdot \eta_h. \quad (6.15)$$

Bezieht man nun die übertragene Leistung auf die Gesamtfläche der Schaufeln, so erhält man die Leistungsdichte. Die Belastung der Schaufeln wird ausgedrückt durch die Druckzahl bzw. abgebaute Druckdifferenz bezogen auf die Schaufelfläche.

Die Belastung B der Schaufeln entlang einer Stromröhre lässt sich entweder mit $\Delta\Psi_{tth}$

$$B = \frac{\Delta\Psi_{tth}}{\Delta A_{SL}^* \cdot Z} \quad (6.16)$$

oder mit $\Delta\Psi_t$

$$B = \frac{\Delta\Psi_t}{\Delta A_{SL}^* \cdot Z} \quad (6.17)$$

oder mit dem statischen Druck $\Delta P = \Delta p / p_{ref}$

$$B = \frac{\Delta P}{\Delta A_{SL}^* \cdot Z} \quad (6.18)$$

bilden, wobei Z die Schaufelzahl bedeutet und das Δ angibt, dass entlang einer Stromröhre vom Eintritt bis zum Austritt bilanziert wird.

Die Leistungsdichte $L = \frac{P}{A}$ berechnet sich in dimensionsloser Form wie folgt:

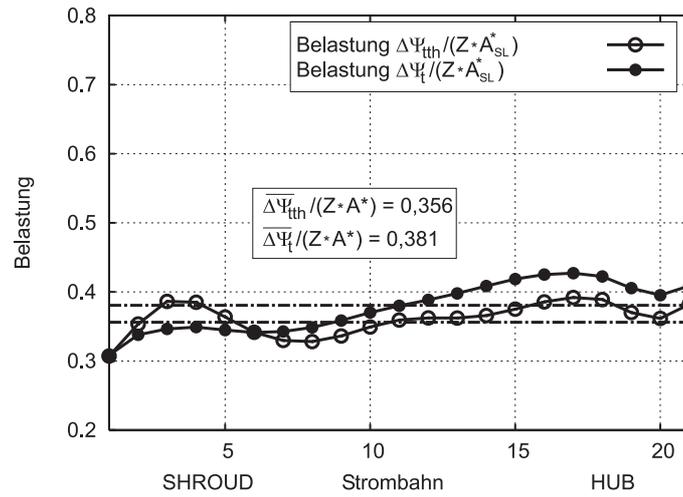
$$L = \frac{\Delta\Psi_{tth} \cdot \varphi}{\Delta A_{SL}^* \cdot Z}. \quad (6.19)$$

Für die gesamte Beschauelung ergibt sich die integrale Belastung \bar{B} bzw. integrale Leistungsdichte \bar{L} zu

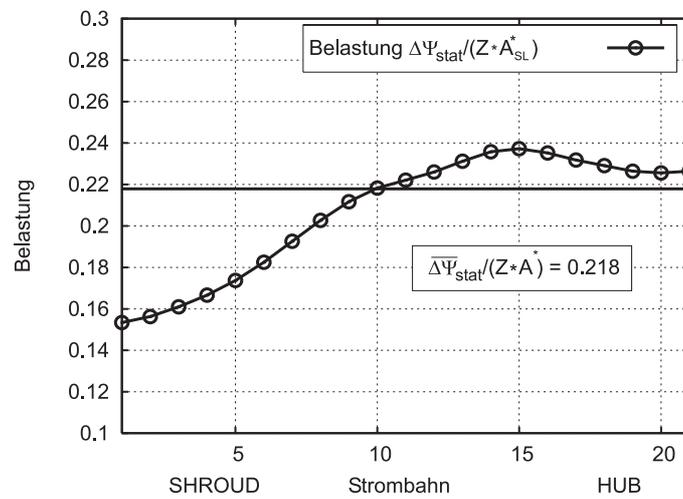
$$\bar{B} = \frac{\Psi_{tth}}{A_{Sch}^* \cdot Z} \quad (6.20)$$

$$\bar{L} = \frac{\Psi_{tth} \cdot \varphi}{A_{Sch}^* \cdot Z}. \quad (6.21)$$

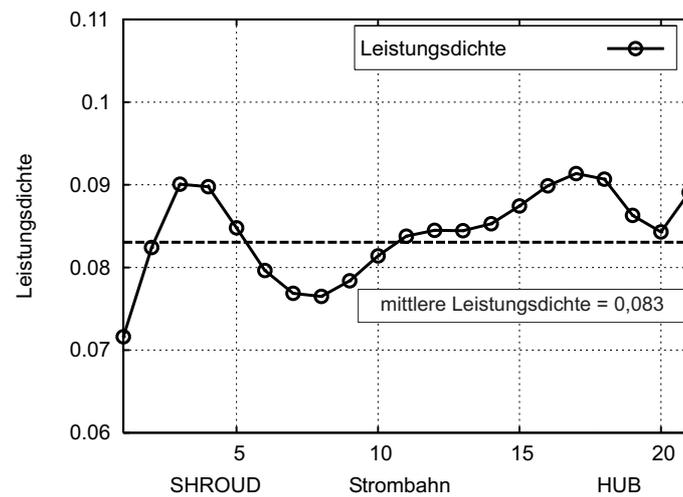
In der Abbildung 6.40 ist nun die Belastung und die Leistungsdichte der FT60 als Funktion der Schaufelhöhe dargestellt. Man erkennt eine gleichmäßige Verteilung der Belastung über der Schaufelhöhe. Mit angegeben sind die jeweils integralen Mittelwerte. Auch die umgesetzte Leistung verteilt sich gleichmäßig.



(a)



(b)



(c)

Abbildung 6.40: Schaufelbelastung ermittelt mit den Totaldruckzahlen Ψ_t und Ψ_{tth} (a) der statischen Druckzahl Ψ_{stat} und der dimensionslosen Leistungsdichte L (c)

6.3.2 Kanalgemittelte Größen

Um einen Überblick über die Interaktion der Schaufelgitter miteinander zu geben, sind in Abbildung 6.41 längs der Strömungsrichtung die gemittelten Verteilungen von statischem Druck, Totaldruck und Drall aufgetragen. Der statische Druck ist flächengemittelt, der Drall und Totaldruck sind impuls-gemittelt. Die Werte wurden über den Kanalquerschnitt gemittelt und über die normierte Kanallänge aufgetragen. Der sta-

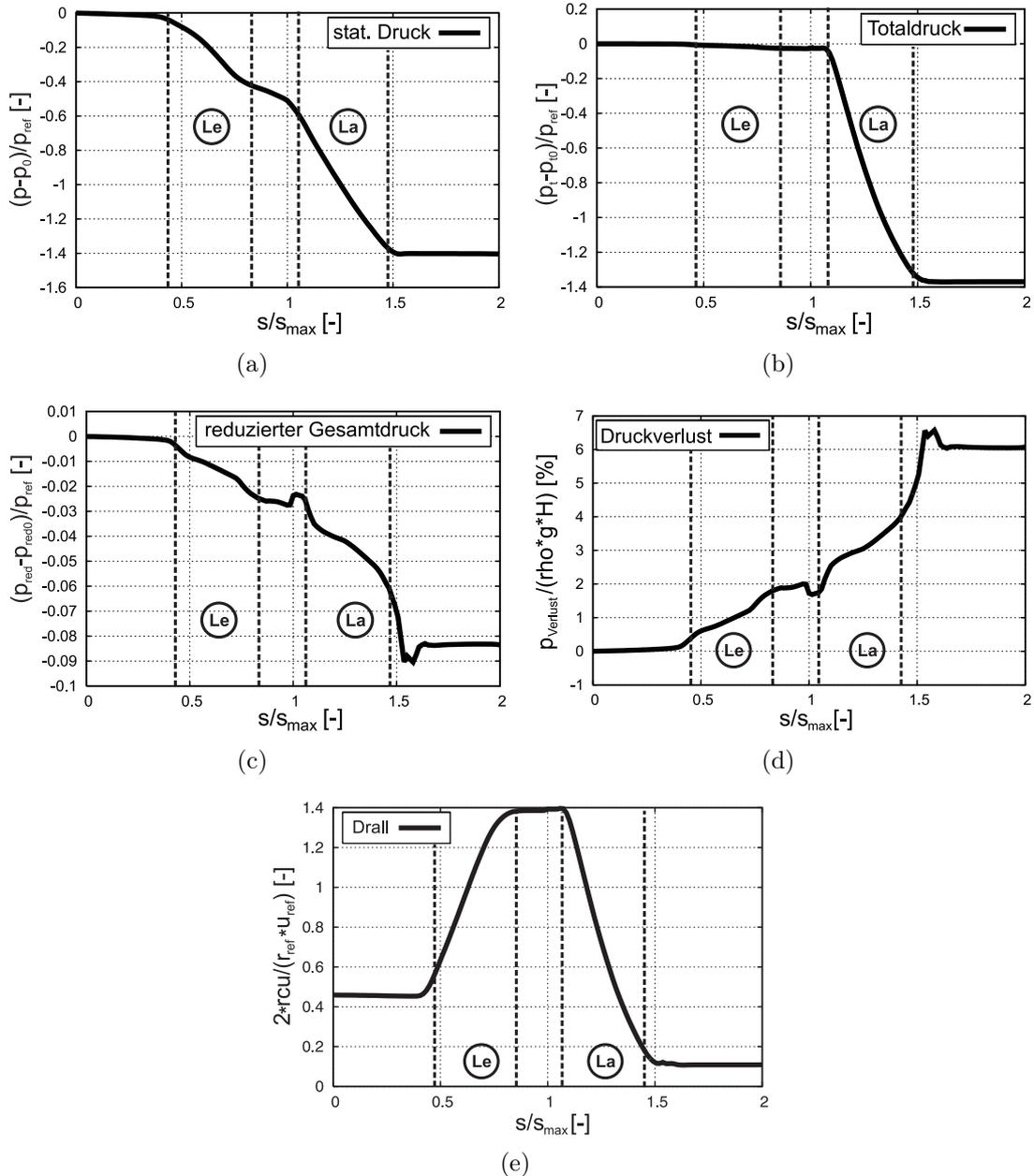


Abbildung 6.41: Verlauf der gemittelten Strömungsgrößen, statischer Druck (a), Totaldruck (b), reduzierter Gesamtdruck p_g^* (c), Verluste $p_{g,\text{Verlust}}^*/\rho g H$ (d) und Drall (e)

tische Druck nimmt im Leitrad aufgrund des Drallaufbaus, siehe Abbildung 6.41e, ab, jedoch nicht so stark wie im Laufrad, wo die Energieumsetzung stattfindet und der zuvor im Leitrad aufgebaute Drall wieder abgebaut wird. Im Zulaufbereich zum Leitrad

und nach dem Laufrad bleibt der statische Druck konstant. Der Totaldruck nimmt im Leitrad durch Reibungsverluste leicht ab. Im Zwischenraum von Leitrad und Laufrad ist er konstant, nimmt dann aber sehr stark im Laufrad ab. In den schaufellosen Räumen ändert sich der Drall nicht.

Die Abbildungen 6.41c und 6.41d zeigen den reduzierten Gesamtdruck bzw. die Verluste, die in der Stufe auftreten. Der um die Fliehkraft reduzierte Gesamtdruck ist folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned} p_g^* &= p^* + \frac{\rho}{2} w^2 \\ p^* &= p - \frac{\rho}{2} r^2 \omega^2 \quad . \end{aligned} \quad (6.22)$$

Die Verluste im Relativsystem, d.h. im rotierenden Laufrad, ergeben sich aus der Abnahme des reduzierten Gesamtdrucks p_g^* im Vergleich zu dem Wert am Kontrollraum eintritt p_{g0}^* . In dimensionsloser Form erhält man:

$$\frac{\Delta p_{g,Verl}^*}{\rho g H} = \frac{p_{g0}^* - p_g^*}{\rho g H} \quad (6.23)$$

Hierbei ist p_{g0}^* der reduzierte Gesamtdruck am Eintritt des Laufrades und p_g^* der lokale reduzierte Gesamtdruck.

Deutlich zu sehen sind auch die Verluste, die durch die Umströmung der stumpfen Hinterkante entstehen. Bezieht man die Verluste wie in Abbildung 6.41d auf die Fallhöhe, so ergeben sich über 4% Verlust im Laufrad. Dies stimmt sehr gut überein mit dem berechneten Wirkungsgrad von $\eta_h = 95.6 \%$. Die Stufenverluste betragen sogar über 6%.

6.3.3 Konturplot

In Abbildung 6.42 ist die konforme Abbildung auf einem Mittelschnitt zu sehen. Aufgetragen ist der Konturplot der Verluste. Da in der Grenzschicht die Reibung den größten Einfluss hat, sind dort die Verluste auch sehr hoch. Außerdem ist der Nachlauf gut zu erkennen.

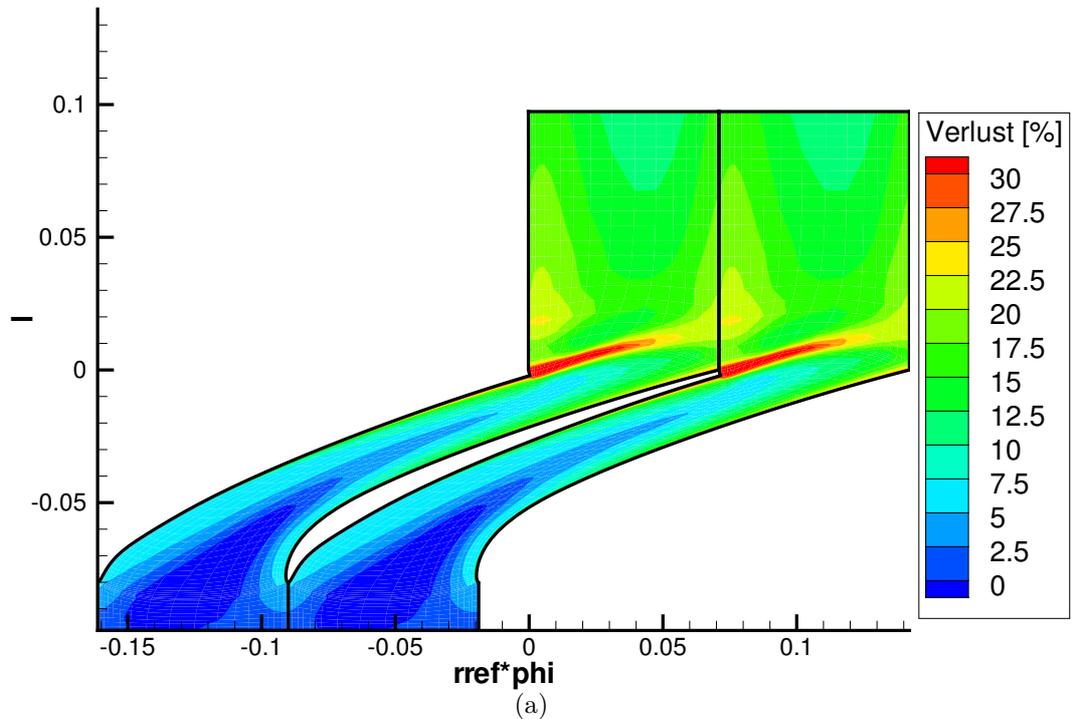


Abbildung 6.42: Konforme Abbildung der FT60 im Mittelschnitt mit dem Konturplot der Verluste

Konturplots des statischen Drucks, des Totaldrucks und der Verluste in der Meridianebene jeweils für die Saug- und Druckseite sowie eine Mittelebene zeigen die Abbildungen 6.43, 6.44 und 6.45. Der statische Druck und der Totaldruck werden vor allem in der Kanalmitte geschichtet abgebaut, was auf eine gleichmäßige Belastung und Energieumsetzung schließen lässt. Die Verluste sind wie zu erwarten an der Druck- bzw. Saugseite hoch, jedoch nicht in der nahezu reibungsfreien Hauptströmung in einer mittleren Ebene. Die Umströmung der Hinterkante ist ebenfalls stark verlustbehaftet.

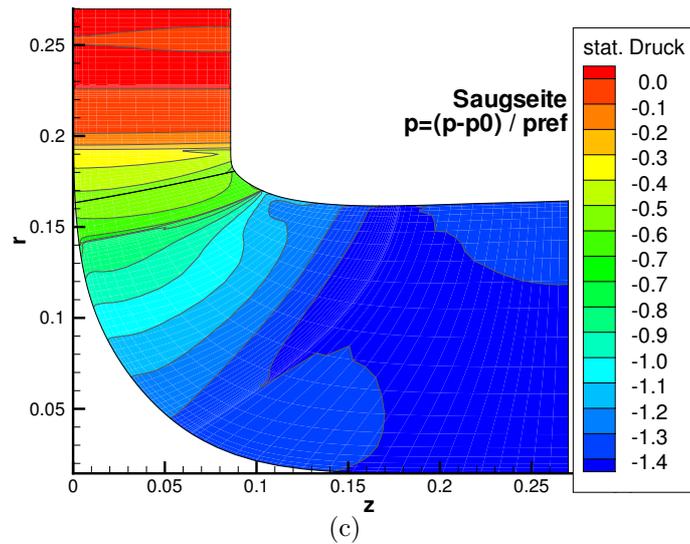
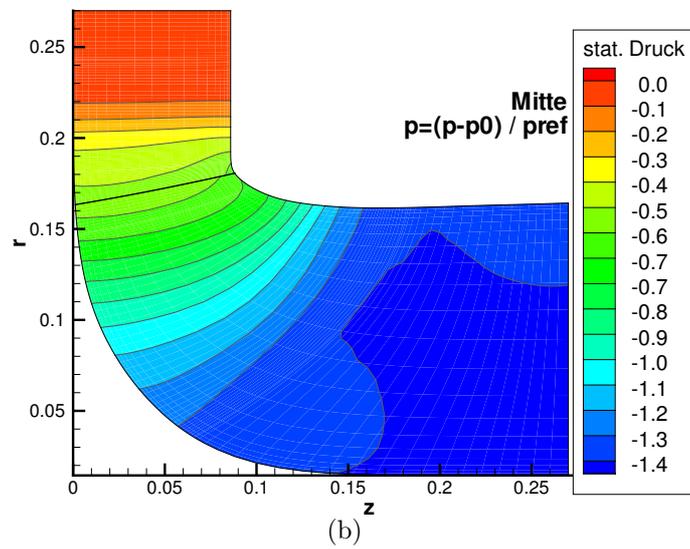
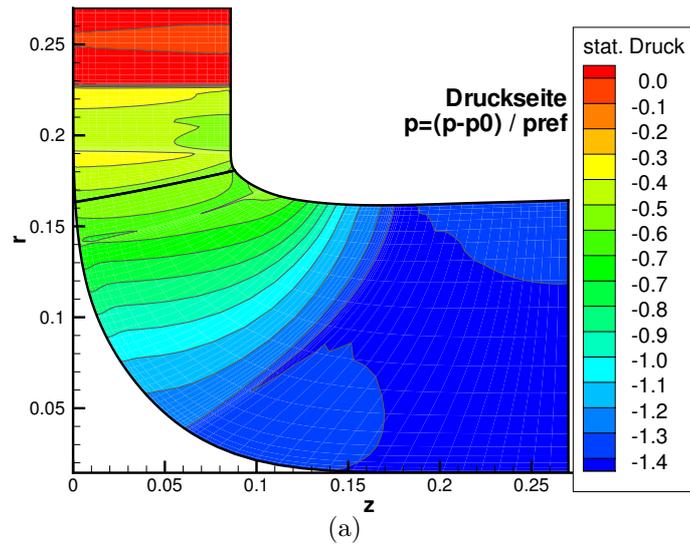


Abbildung 6.43: Meridianschnitt der FT60 mit den Konturplots des statischen Drucks auf der Druckseite (a), im Mittelschnitt (b) und auf der Saugseite (c)

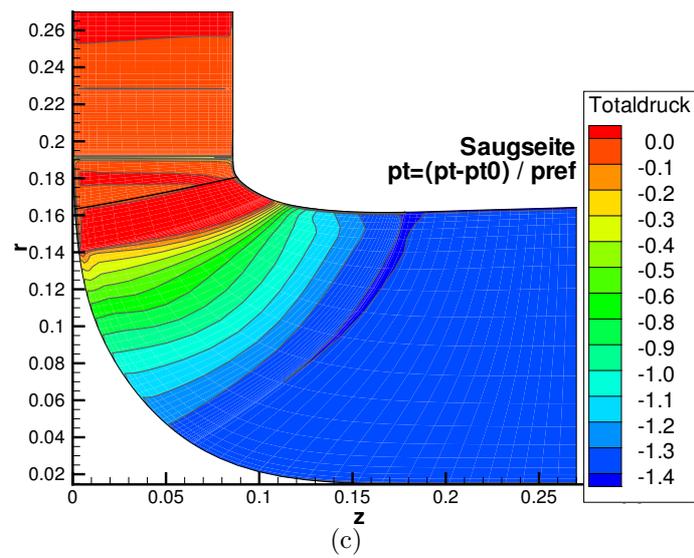
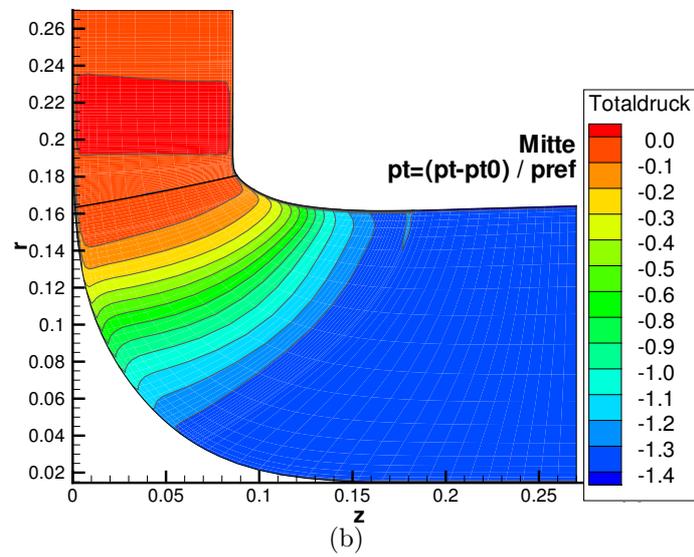
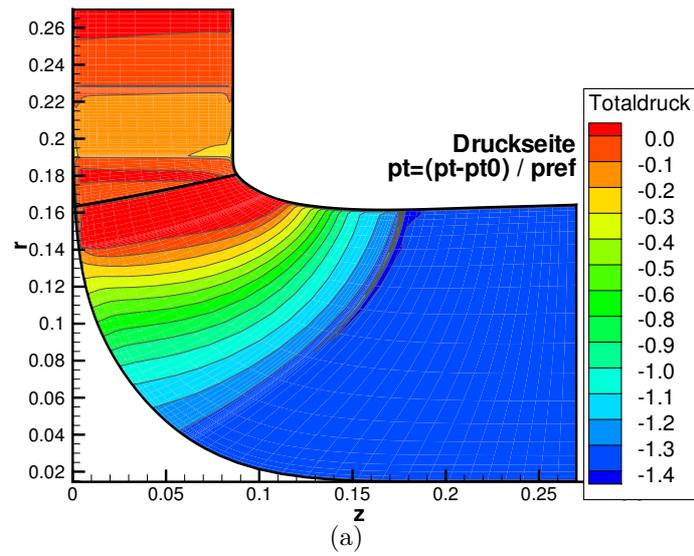


Abbildung 6.44: Meridianschnitt der FT60 mit den Konturplots des Totaldrucks auf der Druckseite (a), im Mittelschnitt (b) und auf der Saugseite (c)

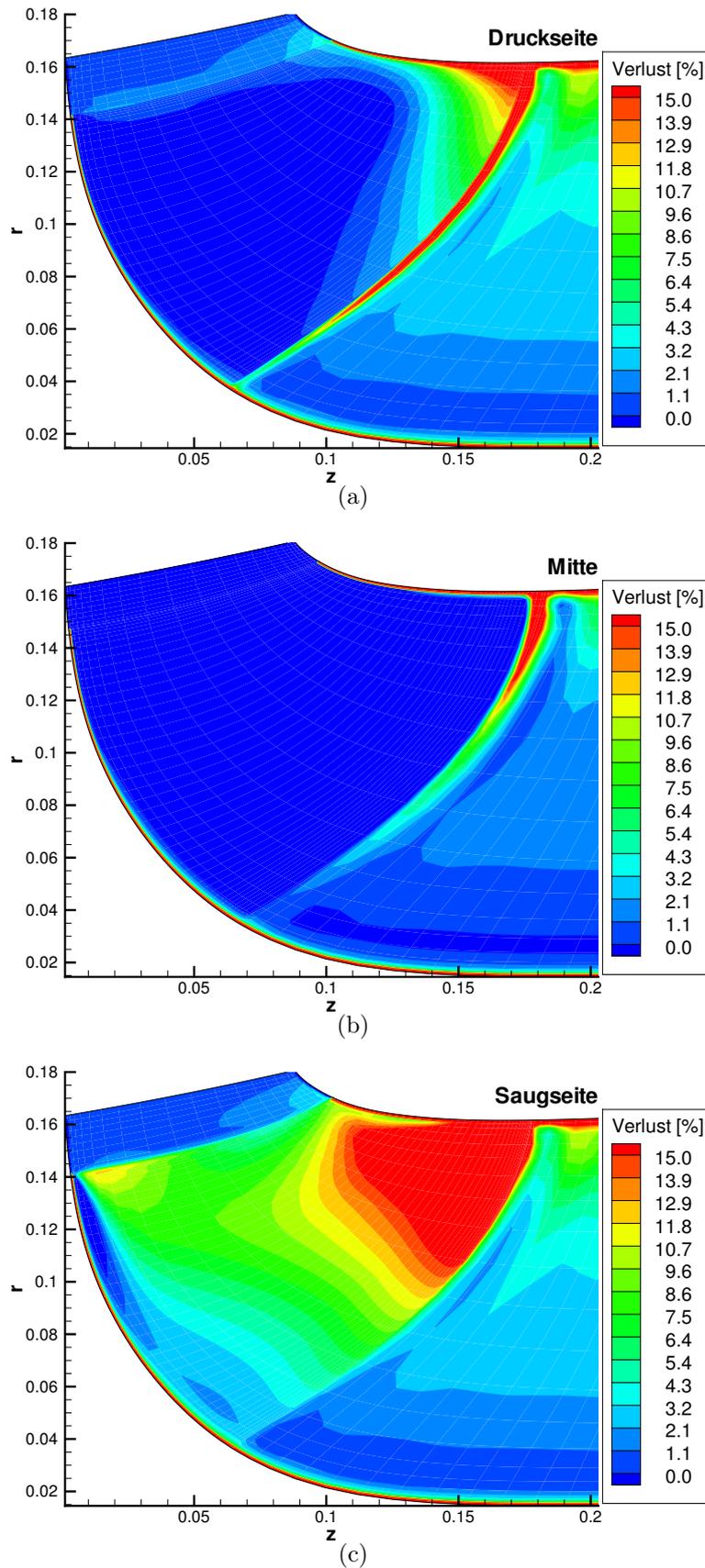


Abbildung 6.45: Meridianschnitt der FT60 mit den Konturplots der Verluste auf der Druckseite (a), im Mittelschnitt (b) und auf der Saugseite (c)

Kapitel 7

Möglichkeiten zum Erreichen von Echtzeitverhalten

Ziel eines Echtzeit-System ist es, die Antwortzeiten des Strömungslösers so weit zu minimieren, dass nach einer Geometrieänderung die neue Strömungslösung in kurzer Zeit verfügbar ist. Dies ist ein entscheidender Vorteil im Entwurfs- und Modifikationsprozess. So kann dadurch in der Zeit, die für die Entwicklung einer Strömungsmaschine zur Verfügung steht, eine größere Anzahl von Geometrievarianten entworfen und verglichen werden. Die Optimierung verläuft damit schneller und zielführender.

Es gibt verschiedene Wege dies zu erreichen. Ein Weg ist die am Lehrstuhl entwickelte Multi-Level Strategie, siehe SCHILLING [58], MÜLLER [31] und THUM [66].

7.1 Multi-Level Strategie

Der Begriff Multi-Level stammt aus dem Bereich der numerischen Optimierung, wie es bei WÖHLER [69] ausführlich beschrieben ist. Danach wird eine Multi-Level Strategie eingeführt, die die Geometriemodifikation und die CFD-Strömungsberechnung in mehreren Stufen bzw. Levels unterteilt und zwar so, dass eine Optimierungsaufgabe mit minimalem Zeitaufwand und ausreichender Genauigkeit gelöst werden kann. In Kapitel 2 wurden die einzelnen CFD-Codes bereits beschrieben.

7.1.1 Multi-Level CFD Verfahren

Unter dem Begriff Multi-Level CFD Verfahren versteht man die Anwendung unterschiedlich genauer und schneller CFD-Codes zur Lösung der Optimierungsaufgabe.

Aufgabe der Optimierung ist es, eine gegebene Schaufelgeometrie einer Strömungsmaschine so zu modifizieren, dass diese den Anforderungen nach Kavitationssicherheit, optimalem Wirkungsgrad im Betriebspunkt sowie gutes Verhalten im Teillast- und

Überlastbereich gerecht wird. Dies kann mit einem Optimierungsalgorithmus geschehen, der das globale Optimum für eine gegebene Zielfunktion sucht und die parametrisierte Geometrie daraufhin modifiziert. Nachteilig ist, dass der Anwender dabei die Modifikationsschritte, die ein Optimierungsalgorithmus bis zum Erreichen eines Optimums vornimmt, nicht nachvollziehen kann.

In dieser Arbeit wird der manuelle Weg beschritten, d.h. es wurde ein System entwickelt, mit dem sich die Geometrie einer Schaufel interaktiv am Bildschirm modifizieren lässt. Dadurch kann der Anwender die Effekte einer Modifikation auf die Strömung genau nachvollziehen.

Wie beim Multi-Level CFD Verfahren soll das Erreichen des Optimums mit Hilfe unterschiedlich genauer und schneller Rechenverfahren erzielt werden. Auf der niedrigsten Stufe, dem Level 0, steht das Quasi-3D Euler Verfahren, EQ3D, nach einer Theorie von WU [71] zur Verfügung. Das nächst genauere Verfahren ist der Euler-3D Code, der die reibungsfreien Impulsgleichungen löst. Genauso wie bei der reibungsfrei angenommenen Strömung lässt sich auch bei den reibungsbehafteten Strömungen das Verfahren nach WU [71] anwenden, woraus der Quasi-3D Navier-Stokes Code folgt. Das genaueste, aber auch zeitaufwändigste Verfahren ist der 3D Navier-Stokes Code.

Im RTD-System wurden der Q3D und der NS3D Code als Modul implementiert. Der NS3D Code kann unter Verwendung der Euler Randbedingung und Vernachlässigung der turbulenten Reibung auch als Euler-3D Code angewandt werden.

7.1.2 Euler-3D Code

In Abbildung 7.1 sind die Simulationsergebnisse einer Francis Turbinenstufe FT40 anhand der Druckverteilungen dargestellt. Die Euler-3D Lösung stimmt sehr gut mit der NS3D-Lösung überein.

Da die Reynoldszahl der Strömung in einer Strömungsmaschine sehr hoch ist, d.h. $Re \approx 10^6 - 10^7$, sind die Grenzschichtdicken in hydraulischen Maschinen sehr dünn im Vergleich zu den Abmessungen der Maschine. In erster Näherung können daher die Grenzschichteffekte vernachlässigt und nur die reibungsfreie Hauptströmung betrachtet werden [61]. Der Druck in der Hauptströmung prägt sich den Grenzschichten auf [61]. Daher ist in Abbildung 7.1 zwischen Euler-3D und NS3D kaum ein Unterschied im Druck nahe der Wände zu erkennen. Diese Vorgehensweise ist zumindest in der Startphase eines Schaufeldesigns sinnvoll, da der Wirkungsgrad noch nicht betrachtet wird.

Um mit einem 3D Navier-Stokes Code eine reibungsfreie Euler-3D Lösung zu erzielen, müssen die Randbedingungen für den Solver entsprechend gewählt werden. Bei einer Euler-3D Rechnung gibt es wegen der fehlenden Reibung keine Haftbedingung an der Wand. Deswegen sind alle stehenden und drehenden Wände als Symmetrieränder definiert. Ferner wird das Turbulenzmodell abgeschaltet. Die Reynoldszahl muss so eingestellt werden, dass das verwendete Lösungsverfahren für die originären Navier-Stokes Gleichungen bei dem hyperbolischen Charakter der Euler Gleichungen stabil bleibt [38]. In Abbildung 7.2 ist zu erkennen, dass eine Reynoldszahl von $Re = 20000$ eine stabile

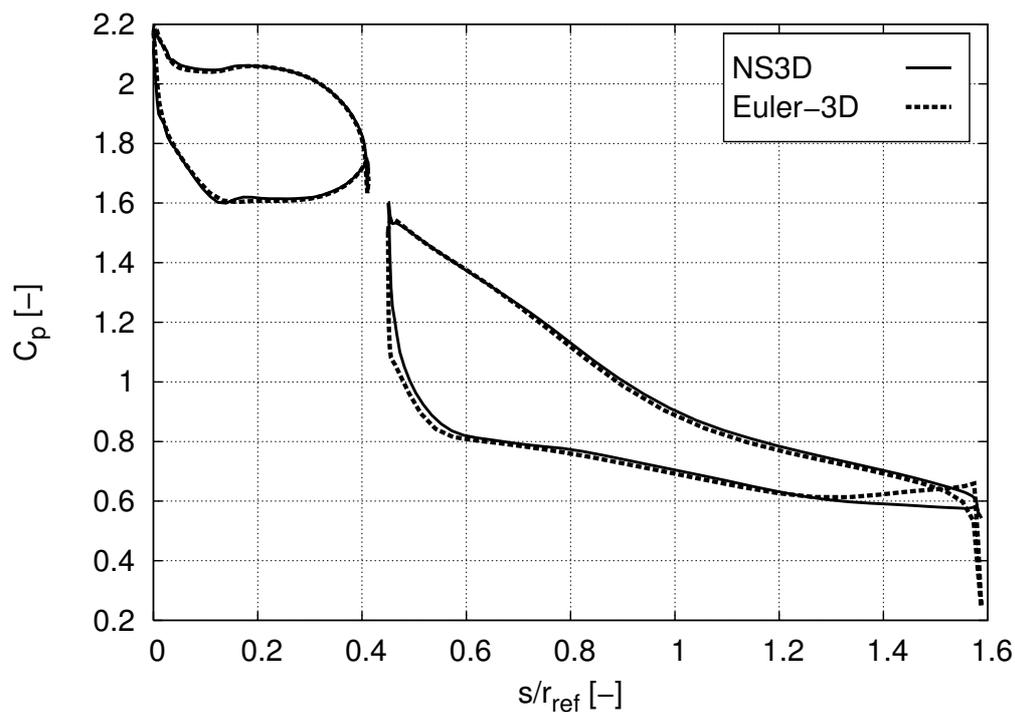


Abbildung 7.1: Vergleich der mit verschiedenen Codes berechneten Shroud-Druckverteilung bei einer Francis Turbinenstufe FT40

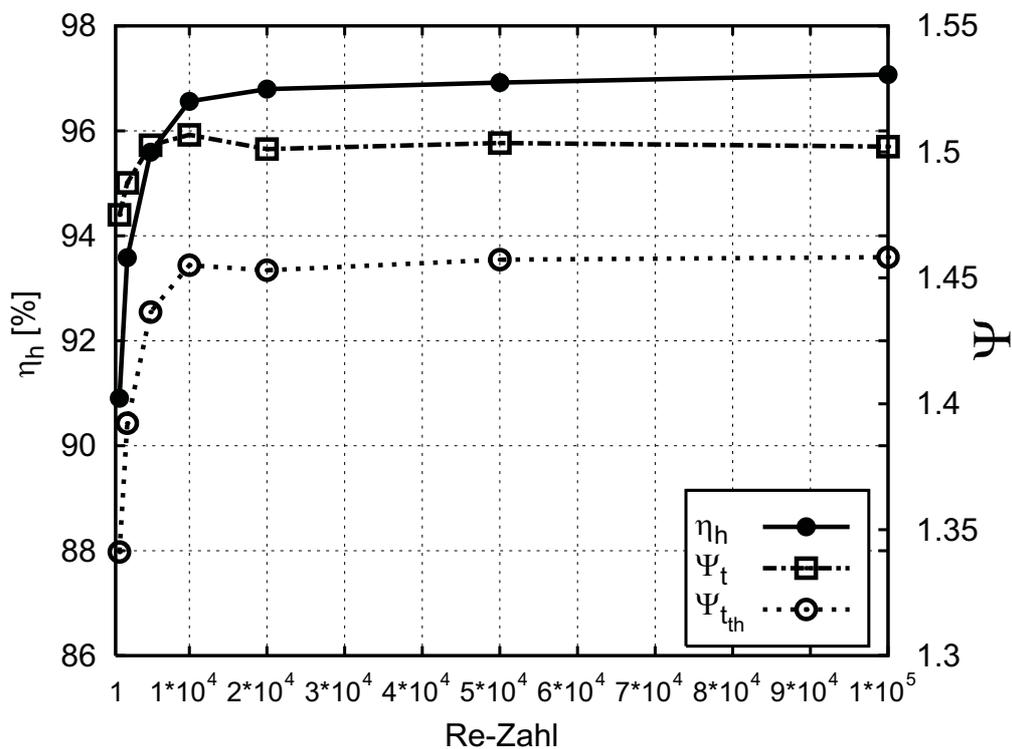


Abbildung 7.2: Hydraulischer Wirkungsgrad und Druckzahlen in Abhängigkeit von der gewählten Reynoldszahl bei einer Euler-3D Rechnung

Lösung erwarten lässt. Das heißt, dass die laminare Viskosität aus Stabilitätsgründen

an die turbulente angepasst wird.

Ein weiterer Vorteil bei einer ausschließlichen Betrachtung der reibungsfreien Hauptströmung ist, dass die Rechenetze mit ca. 9000 Knoten pro Element relativ grob gehalten werden können, da die Grenzschicht nicht mehr mit vielen Knoten aufgelöst werden muss.

Bei der interaktiven Optimierung mit dem RTD-System kann der Modifikationsprozess beschleunigt werden, wenn die einzelnen Varianten mit dem schnelleren Euler-3D Code berechnet werden. Da, wie oben beschrieben, die Druckverteilungen sehr gut mit denen einer Navier-Stokes Lösung übereinstimmen, kann die Schaufelgeometrie dahingehend sehr schnell optimiert werden.

Globale Größen wie der hydraulische Wirkungsgrad η_h und die Totaldruckdifferenz Ψ_t können bei einer Euler-3D Berechnung wegen der Reibungsfreiheit nicht mit den Werten aus einer Navier-Stokes Rechnung verglichen werden, da eine sinnvolle Berechnung dieser Werte nur bei Berücksichtigung der viskosen und turbulenten Reibungskraft in den Impulsgleichungen gegeben ist. Dies leistet nur ein NS3D Code mit einem Turbulenzmodell, wie z.B. dem k - ϵ -Modell.

Jedoch können relativ zu einer initialen Euler-3D Nachrechnung Aussagen über den Betriebspunkt gemacht werden. Da die Dralländerung aus der EULER'schen Turbinengleichung berechnet wird, kann mit $\Psi_{t_{th}}$ beurteilt werden, ob die eingeleitete Modifikation zu einer Verbesserung oder Verschlechterung geführt hat, siehe [34] und [69]. Diese relative Änderung ist dann auch bei einer Nachrechnung mit dem Navier-Stokes Verfahren zu erkennen. In Tabelle 7.1 kann die Änderung des Wertes von $\Psi_{t_{th}}$ jeweils für den Euler-3D und den NS3D Code verfolgt werden, wenn die Austrittswinkel β_{s2} auf der Shroudstrombahn erhöht bzw. erniedrigt werden.

Code	β_{s2} erniedrigt	β_{s2} unverändert	β_{s2} erhöht
Euler	$\Psi_{t_{th}} = 1.583$	$\Psi_{t_{th}} = 1.562$	$\Psi_{t_{th}} = 1.532$
NS3D	$\Psi_{t_{th}} = 1.656$	$\Psi_{t_{th}} = 1.631$	$\Psi_{t_{th}} = 1.592$

Tabelle 7.1: Änderung der theoretischen Totaldruckzahl $\Psi_{t_{th}}$ bei einer Änderung des Schaufelaustrittswinkels β_{s2} , nachgerechnet mit Euler-3D und NS3D für die Francis Turbine FT20

Man erkennt deutlich, dass sich sowohl beim Euler-3D Rechenverfahren als auch beim NS3D-Verfahren die $\Psi_{t_{th}}$ Werte in die gleiche Richtung ändern.

7.1.3 Geometriemodifikation

Bei der Geometriemodifikation werden die Levels nach der Anzahl der Modifikationsparameter und nach dem unterschiedlichen globalen und lokalen Wirkungsbereich auf die Geometrie unterschieden. Hierzu eignet sich besonders die B-Spline Technik, siehe Kapitel 3.3, die diese geforderten Eigenschaften erfüllt. Zum einen kann mit einem B-Spline eine endliche Anzahl an Punkten z.B. entlang einer Kurve sehr genau approximiert werden. Die Anzahl der beschreibenden Describer des Approximations-B-Splines

ist dabei sehr viel niedriger als die Anzahl an originalen diskreten Punkten. Zum anderen können diese Describerpunkte dazu benutzt werden, den Verlauf und die Form der approximierten Kurve interaktiv zu verändern und zu modifizieren, wobei die Änderung eines Describers sich nur auf einen bestimmten lokalen Bereich des Kurvenverlaufs auswirkt. Die durch einen B-Spline approximierte Geometrie kann somit gezielt lokal geändert werden.

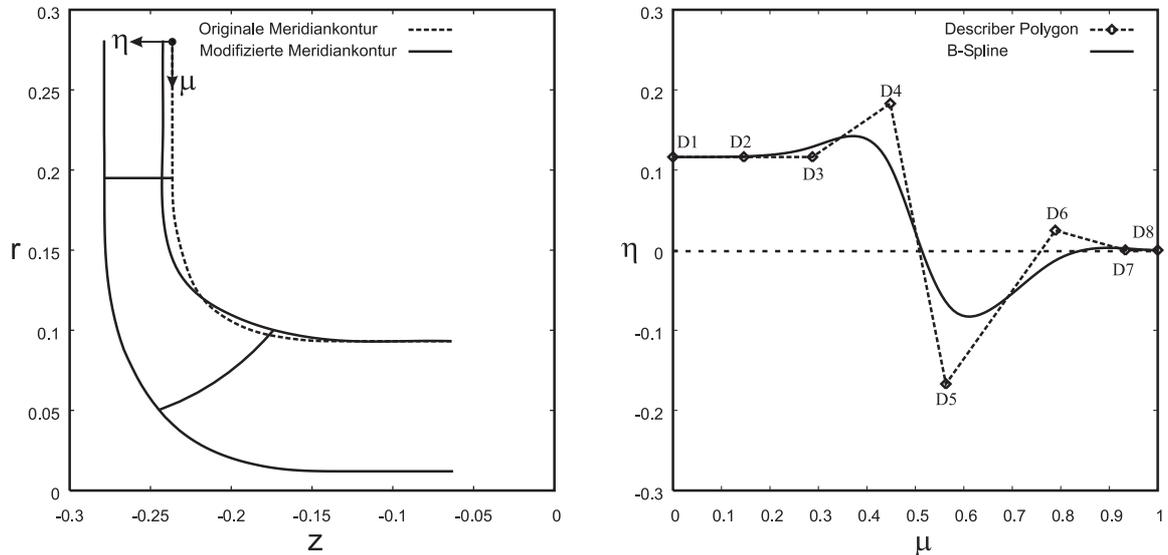


Abbildung 7.3: Interaktive Änderung der Meridiankontur einer Turbine (links) mit einem Modifikationsspline (rechts)

Um die Geometriemodifikation noch flexibler und genauer zu machen, werden so genannte Modifikationssplines verwendet, wodurch die Modifikation auf die Betrachtung von Differenzen reduziert wird. Es erfolgt also eine Trennung von Modifikationsebene und Geometrieebene. Die Abbildung 7.3 (rechts) zeigt die Wirkungsweise eines Modifikationssplines auf eine Turbinengeometrie (links). Der Modifikationsspline besteht aus einem B-Spline mit variabler Anzahl an Describern. Die aus der B-Spline Kurve gebildeten Differenzwerte η werden auf den Koordinatenwert an dem geometrischen Ort μ addiert, wodurch die Geometrie, hier die Shroud-Kontur, modifiziert wird. Werden alle Describer des Modifikationssplines wieder zu Null gesetzt, so wird auch die Modifikation der Geometrie rückgängig gemacht.

7.2 Parallelisierung

Eine weitere Möglichkeit, die Antwortzeiten eines Strömungslösers zu minimieren, ist die Parallelisierung des Rechenverfahrens.

Zur Charakterisierung der Leistungsfähigkeit eines parallelisierten Programms wird der Speed-up verwendet. Er ist definiert als der Quotient aus der Zeit T_s , die ein seriell arbeitendes Programm zur Lösung eines Problems auf einem Prozessor benötigt und der Zeit T_P , die ein parallel arbeitendes Programm zur Lösung des gleichen Problems auf P Prozessoren benötigt [18]:

$$\text{Speed-up} = S = \frac{T_s}{T_P} \quad (7.1)$$

Häufig wird die Definition

$$\text{Speed-up} = S = \frac{T_1}{T_P} \quad (7.2)$$

verwendet, wobei hier T_1 die Rechenzeit auf einem Prozessor ist und das gleiche parallel arbeitende Programm zugrunde liegt.

Die Effizienz eines parallelen Algorithmus bei einer Berechnung mit P Prozessoren ist:

$$e = \frac{S}{P} \quad (7.3)$$

mit S nach Gleichung 7.1 [18]. Sie ist ein Maß für die Auslastung der einzelnen Prozessoren. Im Idealfall ist $e = 1$, was bedeutet, dass die verwendeten Prozessoren durch den parallelen Algorithmus sehr gut ausgenutzt werden. In der Realität ist jedoch ein Code nicht vollständig parallelisierbar. Außerdem müssen zwischen den einzelnen Prozessen Daten über das Netzwerk ausgetauscht werden, und diese Kommunikation benötigt eine gewisse Zeit. Somit wird in der Realität die Effizienz $e < 1$ betragen. Dieser Unterschied zwischen idealem und realem Speed-up ist in Abbildung 7.4 deutlich zu erkennen. Besonders ab 4 Prozessoren nimmt der Aufwand an Kommunikation über das Netzwerk stark zu, so dass die Effizienz sinkt und der reale Speed-up deutlich geringer ausfällt als der ideale, siehe Abbildung 7.5.

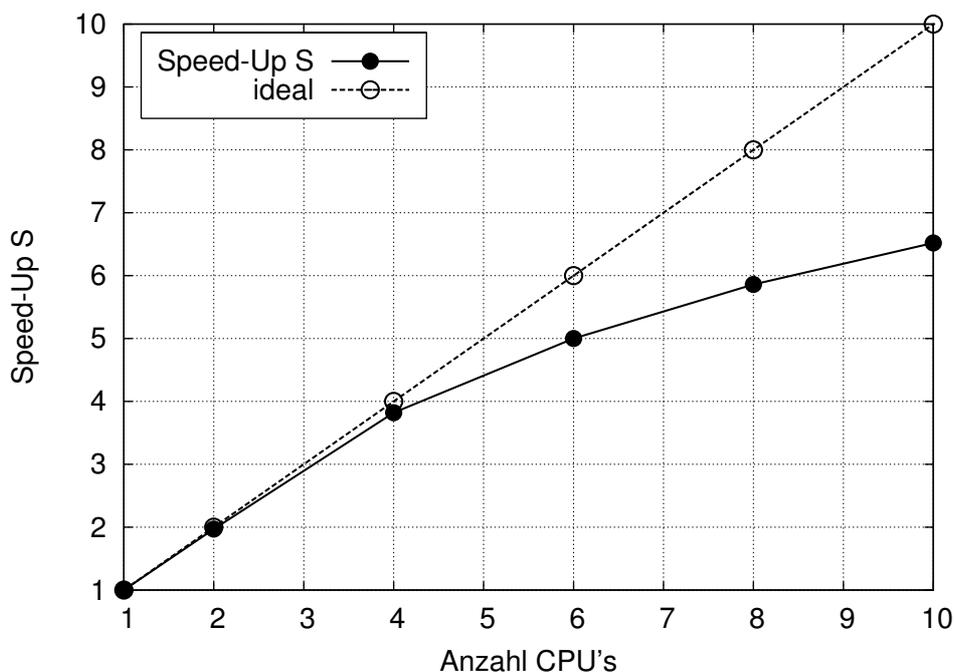


Abbildung 7.4: Speed-up einer Francis Turbinen Stufenrechnung auf mehreren Prozessoren

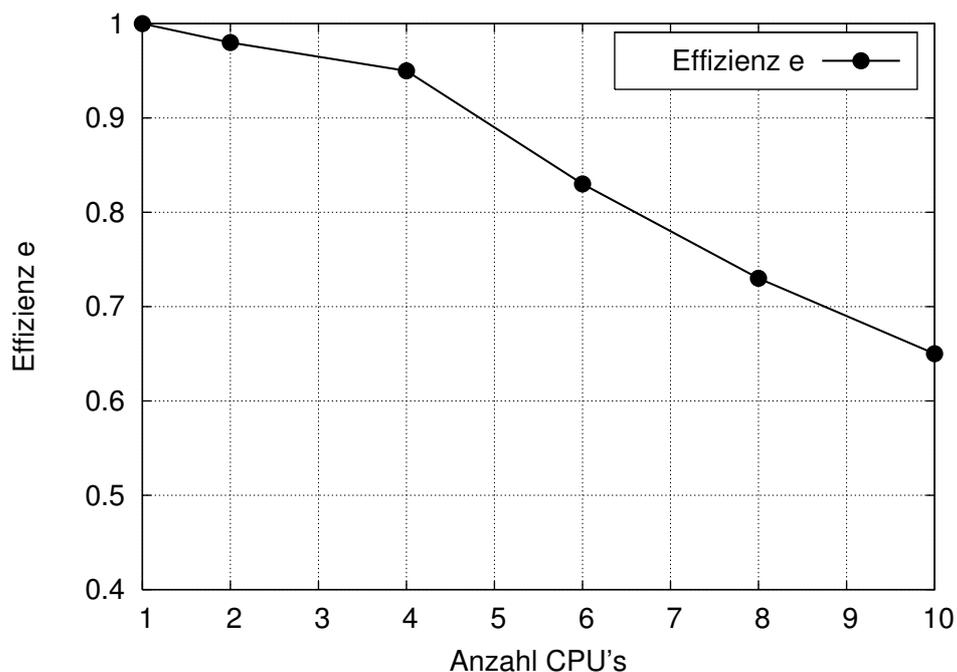


Abbildung 7.5: Effizienz der Parallelisierung bei einer Stufenrechnung mit unterschiedlicher Anzahl an Prozessoren

Der Konvergenzverlauf bis zum Erreichen des Konvergenzlimits wird durch die Verteilung des Problems auf mehrere Prozessoren nicht wesentlich beeinträchtigt, wie man in Abbildung 7.6 für eine der drei Impulsgleichungen sehen kann.

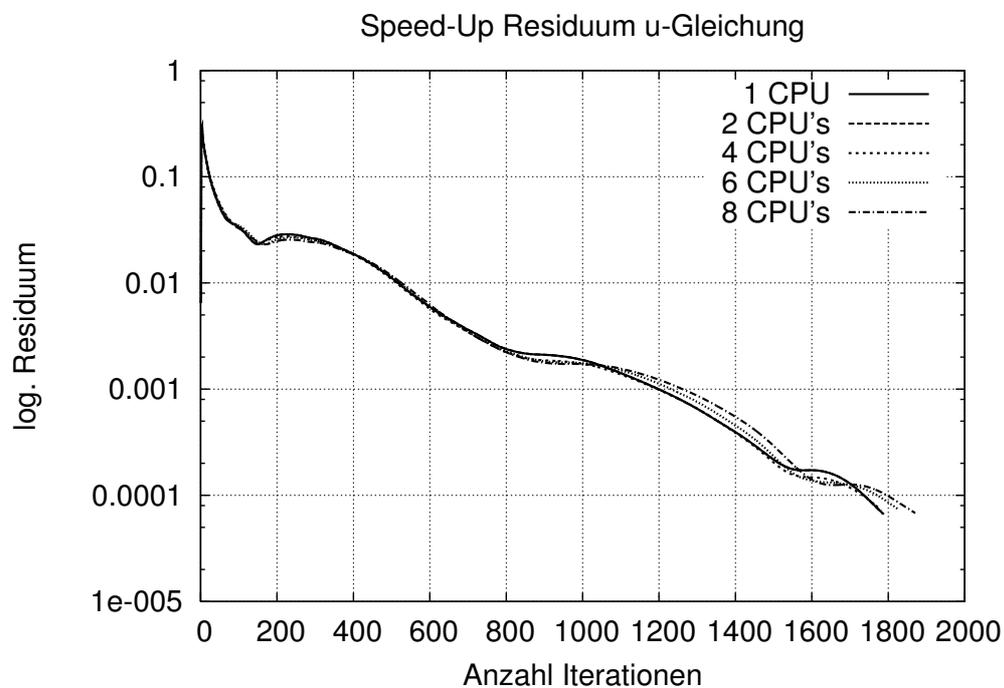


Abbildung 7.6: Konvergenzverlauf bei einer Stufenrechnung mit unterschiedlicher Anzahl an Prozessoren

Am Lehrstuhl für Fluidmechanik wurde ein Linux-Cluster aus 12 CPUs, später auf 24

CPUs, eingerichtet. Dabei hat man sich am BOWULF-Konzept orientiert, d.h. es wurden Standard-Marken-PC's verwendet, die mit Hilfe eines Switches miteinander vernetzt wurden. In [37] besteht ein Beowulf-ähnliches Cluster aus einem Master-Rechner und einem oder mehreren Clients, die miteinander über ein Ethernet-Netzwerk verbunden sind. Außerdem wird frei verfügbare Software wie LINUX als Betriebssystem und das Message Passing Interface (MPI) zur Kommunikation verwendet.

Der Master Rechner kontrolliert und überwacht die Clients. Die Clients sind meist festplattenlose 'Pakete' aus einer CPU und einem Arbeitsspeicher (RAM), ohne dass dafür ein Monitor und Tastatur benötigt wird. Sie werden über den Master-Rechner per remote-login angesprochen. Dies ist der Hauptunterschied zu dem Cluster of Workstation (COW), das aus mehreren Arbeitsplatzrechnern bestehen.

7.3 Dimension der Rechnetze

Der Einfluss der Netzfeinheit auf die Lösung einer NS3D-Rechnung zeigt Abbildung 7.7. Wählt man die Dimensionen des Rechnetzes so geschickt, dass sich noch genaue und aussagekräftige Lösungen ergeben, so kann auch dadurch Rechenzeit eingespart werden.

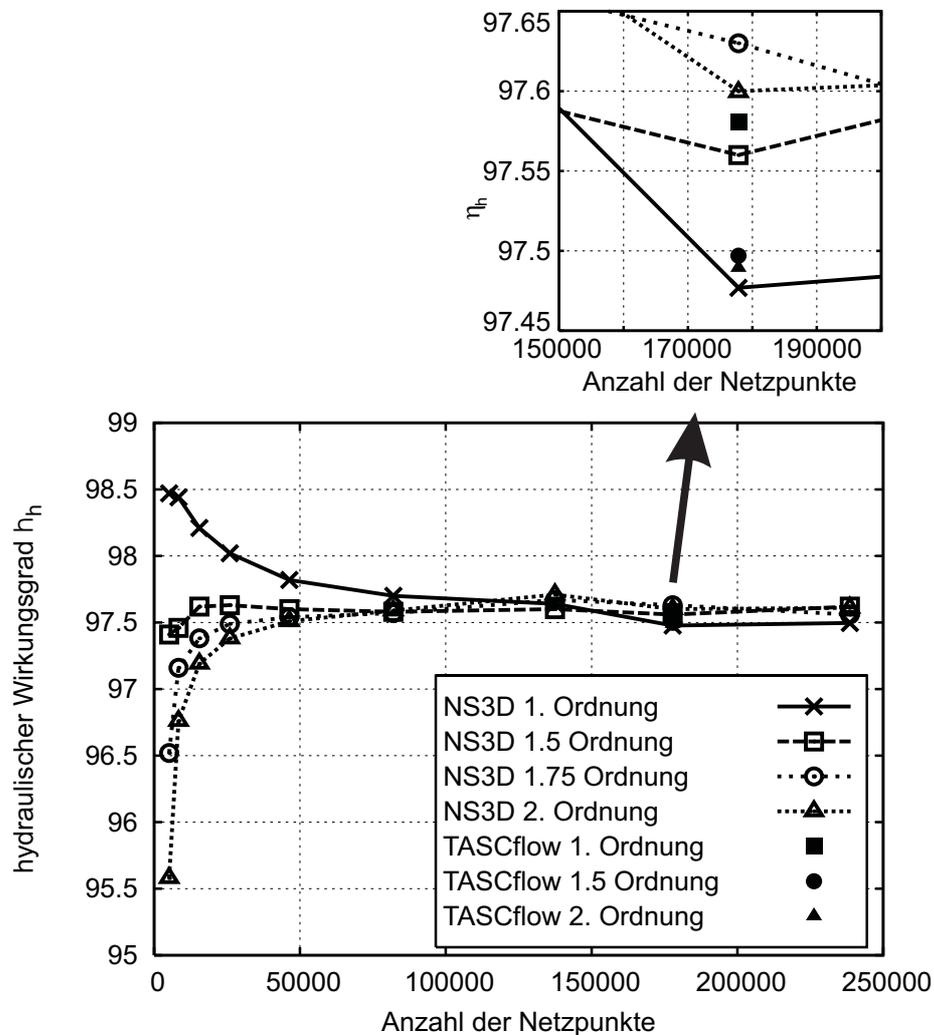


Abbildung 7.7: Einfluss der Netzfeinheit auf den berechneten hydraulischen Wirkungsgrad eines Pumpenlaufrades

Es wurden neun unterschiedlich feine Rechnetze eines Pumpenlaufrades der Schnellläufigkeit $n_q = 39$ 1/min generiert und der hydraulische Wirkungsgrad η_h berechnet. Die Dimension beim größten Rechnetze beträgt 5148 Konten und 238560 Knoten beim feinsten. Mit einem zu groben Rechnetze werden die Verluste zu hoch vorhergesagt. Die Vergleichsrechnungen mit dem kommerziellen Programm TASCflow stimmen sehr gut mit dem NS3D Code überein.

Kapitel 8

Bewertung und Ausblick

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Real-Time Design (RTD) System stellt ein sehr effizientes Werkzeug für die Optimierung von Beschaukelungen hydraulischer Strömungsmaschinen dar. Durch die interaktive Modifikation kann innerhalb kurzer Zeit zum einen eine Strömungsmaschine entworfen, und zum anderen eine vorhandene Geometrie modifiziert und optimiert werden. Zur Analyse der Strömung durch die Maschine kommt dabei entweder ein Navier-Stokes Code mit einem $k-\epsilon$ Turbulenzmodell oder eine Euler-Rechnung basierend auf dem Navier-Stokes Code zum Einsatz. Mit dem NS3D Code ist es möglich, den Wirkungsgrad und die Energieumsetzung sowie die Geschwindigkeitsverteilungen in der Strömungsmaschine möglichst genau vorherzusagen. Mit dem Euler Code hingegen steht ein sehr schnelles Rechenverfahren zur Verfügung, das trotz der getroffenen Vereinfachungen die Druckverteilungen entlang der Schaufel relativ genau berechnet.

Weiter hilft dieses System den Ingenieuren im Bereich der Entwicklung von Strömungsmaschinen, die Auswirkungen der von ihnen eingeleiteten Änderungen am Schaufeldesign auf die Strömung und die hydraulischen Eigenschaften der Strömungsmaschine zu untersuchen. So kann das Know-how der Entwurfsingenieure durch die Begutachtung der erreichten Ergebnisse erweitert und aus den gewonnenen Erkenntnissen ein Lerneffekt abgeleitet werden.

Am Beispiel einer Francis Turbinenstufenreihe mit der spezifischen Drehzahl im Bereich von $20 \frac{1}{min} \leq n_q \leq 120 \frac{1}{min}$ wird der Weg vom Erstentwurf über die Nachrechnung und interaktive Optimierung aufgezeigt. Am Ende dieser Entwicklungskette werden die Geometrien von sechs Turbinenstufen erzeugt, die als Datenbasis für ein Künstlich Neuronales Netz (KNN) dienen soll. Wird ein KNN damit trainiert, so können weitere Entwürfe innerhalb kürzester Zeit abgerufen werden.

Mit dem entwickelten Entwurfstool kann nun der Entwurf von Francis Turbinenlaufräder effizient durchgeführt werden. Das interaktive Modifikationstool bietet zahlreiche Bausteine an, mit denen ein vorhandener Erstentwurf sich deutlich verbessern lässt. Darüber hinaus lassen sich mit diesem System die Entwicklungszeiten und -kosten deutlich reduzieren sowie die hydraulische Güte von Strömungsmaschinen effizient verbessern.

Neben der Variation einzelner Parameter wie dem Laufraddurchmesser D_{2a} , dem Um-

schlingungswinkel $\Delta\varphi$, dem Restdrall $\Psi_{t_{th3}}$, der Laufradbreite b_0 und des Schaufelwinkelverlaufs β_s ist darüber hinaus noch eine Untersuchung der Parameter Schaufelzahl Z , Dicke D_{max} und Winkeldifferenz $\Delta\varphi$ zwischen Hub und Shroud an der Eintritts- sowie Austrittskante und deren Einfluss auf die Energieumsetzung und Geschwindigkeitsschichtung von Interesse.

Das RTD-System mit seiner GUI hat sich als interaktives und leicht zu bedienendes Werkzeug bewährt. Da die Grafikoberfläche aber in der Programmiersprache C und mit der Grafikbibliothek OSF/Motif programmiert wurde, steht es nur Benutzern zur Verfügung, die über Computer mit Linux als Betriebssystem und die notwendigen Kenntnisse verfügen. Daher ist es gerade für kleine und mittelständische Unternehmen wichtig, dass diese Software in JAVA nachprogrammiert wird, um sie der Windows Welt zugänglich zu machen. Die vorhandenen Entwurfs- und Modifikationsbausteine und Algorithmen können dafür aus dem vorgestellten System übernommen werden.

Literaturverzeichnis

- [1] ASCHENBRENNER, Th.: *Entwurf strömungsoptimaler Beschaukelungen*. Technische Universität München, Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Dissertation, 1998
- [2] BADER, R.: *Simulation kompressibler und inkompressibler Strömungen in Turbomaschinen*. Technische Universität München, Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Dissertation, 2000
- [3] BAIER, H. ; SEESSELBERG, C. ; SPECHT, B.: *Optimierung in der Strukturmechanik*. Braunschweig, Wiesbaden : Vieweg Verlag, 1994
- [4] BÉZIER, P.: Mathematical and practical possibilities of UNISURF. In: BARNHILL, R.-E. (Hrsg.) ; RIESENFELD, R. (Hrsg.): *Computer Aided Geometric Design*, Academic Press, 1974
- [5] BOHL, W.: *Strömungsmaschinen, 2. Berechnung und Konstruktion*. 6. Auflage. Würzburg : Vogel, 1999
- [6] BOUSSINESQ, J.: Essai sur La Théorie Des Eaux Courantes. In: *Mem. Présenté Acad. Sci.* 23 (1877), S. 46. – Paris
- [7] DAWES, W.N.: Towards Improved Throughflow Capability: The Use of 3D Viscous Flow Solvers in Multistage Environments. In: *ASME 90-GT-18* (1990)
- [8] DENTON, J. D.: Designing in Three Dimensions. In: *AGARD LS: Turbomachinery Design Using CFD* Vol. 195 (1994)
- [9] ENGELI, M. ; ZOLLINGER, H. j. ; ALLEMANN, J. C.: A Computer Program for the Design of Turbomachinery Blades. In: *Gas Turbine Conference & Product Show, ASME*. London, England, April 9-13 1978
- [10] ESCHENAUER, H. ; KOSKI, J. ; OSYCZKA, A.: *Multicriteria Design Optimization, Procedures and Applications*. Berlin : Springer Verlag, 1990
- [11] FARIN, G.: A History of Curves and Surfaces in CAGD. In: *G. Farin, J. Hoschek, and MS Kim, editors: Handbook of CAGD*, Elsevier, 2002
- [12] FERNÁNDEZ, A.: *Strömungstechnische Optimierung von Beschaukelungen hydraulischer Maschinen*. Technische Universität München, Lehrstuhl und Laboratorium für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Dissertation, 1997

- [13] FERZIGER, J.H. ; PERIĆ, M.: *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin : Springer, 1997
- [14] FRIEDRICH, R.: *Skriptum zur Vorlesung Grundlagen turbulenter Strömungen und numerische Simulation*. TU München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, 1997
- [15] GÖDE, E. ; KAPS, A. ; RUPRECHT, A. ; WOESSNER, U.: Hydro Turbine Design in a VR Environment. In: *International Symposium on Intelligent Multimedia and Distance Education, ISIMADE'99*. Baden-Baden, 1999
- [16] GÖDE, E. ; RUPRECHT, A.: Entwicklung von Wasserturbinen am virtuellen Prüfstand. In: *SMM Engineering* 32/33 (2000), S. 10–15
- [17] GILES, M.B.: Nonreflecting Boundary Conditions for Euler Equation Calculations. In: *AIAA Journal* Vol. 28, Nr. 12
- [18] GOLUB, Gene H.: *Scientific computing: eine Einführung in das wissenschaftliche Rechnen und parallele Numerik*. Stuttgart : Teubner, 1996
- [19] GRIEBEL, Michael ; DORNSEIFER, Thomas ; NEUNHOEFFER, Tilman: *Numerische Simulation in der Strömungslehre*. Braunschweig, Wiesbaden : Vieweg, 1995
- [20] HAAS, H.: *Integriertes Numerisches System zur Nachrechnung der Strömung durch beliebige Beschaukelungen*. TU München, Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Diss., 1995
- [21] HELLER, D. ; FERGUSON, P. M.: *Motif Programming Manual*. 2nd. O'Reilly, 1994
- [22] HOOKE, R. ; JEEVES, T. A.: Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems. In: *Association for Computing Machinery* 8 (1961), S. 212 – 229
- [23] HOSCHEK, J. ; LASSER, D.: *Grundlagen der geometrischen Datenverarbeitung*. 2. Ausgabe. Stuttgart : B. G. Teubner Verlag, 1992
- [24] JAPIKSE, D.: Progress and Potential in Agile Engineering for Turbomachinery. In: *ASME 2001 Fluids Engineering division summer meeting*. New Orleans, LA, June 1 2001
- [25] JAPIKSE, D.: Developments in Agile Engineering for Turbomachinery. In: *Proceedings of the 9th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*. Honolulu, Hawaii, February, 10-14 2002
- [26] JAPIKSE, D.: Overview of Commercial Pump Inducer Design. In: *Proceedings of the 9th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*. Honolulu, Hawaii, February, 10-14 2002
- [27] KRÄMER, S.: *Entwurf von Beschaukelungen hydraulischer Maschinen mit Hilfe neuronaler Netze*. Technische Universität München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, Dissertation, 2006
- [28] KROLL, N.: *Berechnung von Strömungsfeldern um Propeller und Rotoren im Schwebeflug durch die Lösung der Euler-Gleichungen*. Braunschweig, DLR, Institut für Entwurfsaerodynamik, Forschungsbericht, 1989. – (89-37)

- [29] LAUNDER, B. E. ; SPALDING, D. B.: The numerical computation of turbulent flows. In: *Computer Methods in applied mechanics and engineering* 3 (1974), S. 269–289
- [30] MILLER, P. ; OLIVER, J. ; MILLER, D. ; TWEEDT, D.: BladeCAD: An Interactive Geometric Design Tool for Turbomachinery Blades. In: *International Gas, Turbine & Aeroengine Congress & Exposition, ASME*. Birmingham, England, June 1996
- [31] MÜLLER, N. ; EINZINGER, J. ; LEPACH, Th. ; KRÄMER, S. ; THUM, S. ; SCHILLING, R.: Application of a Multi Level CFD-Technique for the Design Optimisation of Hydraulic Machinery Bladings. In: *Proceedings of HT-FED04, 2004 ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference*. Charlotte, North Carolina USA, July, 11-15 2004
- [32] OERTEL JR., H. ; LAURIEN, E.: *Numerische Strömungsmechanik*. 2. Ausgabe. Braunschweig : Vieweg, 2003
- [33] PATANKAR, S. V.: *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York : Hemisphere Publishing Corporation, 1980
- [34] PFLEIDERER, C. ; PETERMANN, H.: *Strömungsmaschinen*. 6. Ausgabe. Berlin : Springer, 1991
- [35] PIEGL, L.: On NURBS: A Survey. In: *IEEE Computer Graphics & Applications* (1991), Jan., S. 55–71
- [36] RAABE, J.: *Hydraulische Maschinen und Anlagen*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 1989
- [37] RADAJEWSKI, J. ; EADLINE, D. *Beowulf HOWTO, v1.1.1*. [<http://tldp.org/HOWTO/Beowulf-HOWTO.html>]. November 1998
- [38] REINELT, R.: *Simulation inkompressibler Strömungen mit unstrukturierten Gittern*. TU München, Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Diss., 2002
- [39] REYNOLDS, O.: On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A* 186 (1895), S. 123
- [40] RICHTER, R.: *3D Echtzeit-Entwurf von Beschauungen hydraulischer Strömungsmaschinen auf Multiprocessorsystemen*. TU München, Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Diss., 1999
- [41] RICHTER, R. ; FRITZ, J. ; RIEDEL, N. ; WEBER, Ch. ; SCHILLING, R.: Abschlußbericht zum AIF-Forschungsvorhaben Nr. 10524 N Ventilator-Entwicklungssystem / TU München. 1997. – Forschungsbericht
- [42] RIEDEL, N.: *Rotor-Stator Wechselwirkungen in hydraulischen Maschinen*. Technische Universität München, Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Dissertation, 1997
- [43] RITZINGER, S.: *Simulation realer Laufradströmungen*. Technische Universität München, Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Dissertation, 1997

- [44] ROGERS, D. F. ; FOG, N. G.: Constrained B-spline curve and surface fitting. In: *Computer Aided Design* Vol. 21 (1989), Dec., S. 641–648
- [45] ROGERS, F. F. ; ADAMS, J. A.: *Mathematical Elements for Computer Graphics*. 2. New York : McGraw-Hill, 1990
- [46] RUPRECHT, A. ; EISINGER, R. ; GÖDE, E.: Innovative Design Environments for Hydro Turbine Components. In: *Proceedings of HYDRO 2000*. Bern, 2000
- [47] SCHILLING, R.: Numerical Calculation of the Q3D Incompressible, Inviscid Flow in Turbomachines. In: *11th IAHR Symposium*. Amsterdam, 1982
- [48] SCHILLING, R.: CFD Aided Design von Beschaukelungen hydraulischer Maschinen. In: *Forschung im Ingenieurwesen - Engineering Research* Band 60 (1994), Nr. 11/12, S. 302–306
- [49] SCHILLING, R.: *Skriptum zur Vorlesung CFD Aided Design von Strömungsmaschinen*. TU München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, 2001
- [50] SCHILLING, R.: *Skriptum zur Vorlesung Grundlagen der Strömungsmaschinen*. TU München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, 2001
- [51] SCHILLING, R.: Application of CFD-Techniques in Fluid Machinery. In: *The 12th International Conference on Fluid Flow Technologies, Conference on Modelling Fluid Flow (CFMM'03)*. Budapest, Hungary, September, 3 - 6 2003
- [52] SCHILLING, R.: *Skriptum zur Vorlesung Numerische Simulation realer Strömungen*. TU München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, 2004
- [53] SCHILLING, R. ; ERNST, H.-P. ; WATZELT, C. ; KNAPP, W.: Investigation of the Incidence and Deviation Angles in a High Specific Speed Francis Turbine. In: *16th Symposium of the IAHR*. Sao Paulo, Brazil : Elsevier, 14-18 September 1992, S. 51–60
- [54] SCHILLING, R. ; FERNÁNDEZ, A. ; ASCHENBRENNER, Th. ; RIEDEL, N. ; BADER, R.: Echtzeit-Entwurf von Beschaukelungen - Möglichkeiten und Grenzen. In: *Proceedings der VDMA Pumpentagung*. Karlsruhe, 30. September - 2. Oktober 1996 (C2-1)
- [55] SCHILLING, R. ; KNAPP, W.: *Skriptum zur Vorlesung Hydraulische Strömungsmaschinen und Anlagen*. TU München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, 2004
- [56] SCHILLING, R. ; LEPACH, Th. ; KRÄMER, S. ; MÜLLER, N.: Real-Time Design of Centrifugal Pump Impellers on a PC-Cluster. In: *IAHR-IWA PEDS 2003 Conference*. Valencia, Spain, April, 22-25 2003
- [57] SCHILLING, R. ; RIEDEL, N. ; RITZINGER, S.: A Critical Review of Numerical Models Predicting the Flow Through Hydraulic Machinery Bladings. In: *Proceedings of the XVII IAHR Symposium*. Beijing, China, 15-19 September 1994
- [58] SCHILLING, R. ; THUM, S. ; MÜLLER, N. ; KRÄMER, S. ; RIEDEL, N. ; MOSER, W.: Design Optimisation of Hydraulic Machinery Bladings by Multilevel CFD-Technique. In: *Proceedings of the Hydraulic Machinery and Systems 21st IAHR Symposium*. Lausanne, September, 9-12 2002

- [59] SCHILLING, R. ; WATZELT, C. ; HAAS, H.: A Fast CAE/CAD Procedure for the Optimum Design of Arbitrary Impellers. In: *Proceedings of ISROMAC 3, Ed.: J. H. Kim*. Palo Alto: EPRI, April 1990
- [60] SCHILLING, R. ; WATZELT, Ch. ; SPORER, L. ; FERNÁNDEZ, A.: Abschlußbericht zum AIF-Forschungsvorhaben Nr. 8897 Echtzeit-Entwurfssystem FKM Nr. 620075 / TU München. 1993. – Forschungsbericht
- [61] SCHLICHTING, H. ; GERSTEN, K.: *Grenzschicht-Theorie*. Berlin : Springer, 1997
- [62] SCHÖNUNG, B.: *Numerische Strömungsmechanik*. Berlin : Springer, 1990
- [63] SKODA, R.: *Numerische Simulation abgelöster und transitionaler Strömungen in Turbomaschinen*. Technische Universität München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, Dissertation, 2003
- [64] SPORER, L.: *Fluid-Struktur Wechselwirkung in axialen Beschaufelungen*. TU München, Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Diss., 1995
- [65] STEGER, J.L. ; SORENSON, R. L.: Automatic Mesh-Point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differential Equations. In: *Journal of Computational Physics* 33 (1979), S. 405 – 410
- [66] THUM, S. ; SCHILLING, R.: Optimisation of Hydraulic Machinery Bladings by Multi Level CFD Techniques. In: *ISROMAC 9: The 9th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*. Honolulu, Hawaii, 2002
- [67] TRUCKENBRODT, E.: *Fluidmechanik Band 1, Grundlagen und elementare Strömungsvorgänge dichtebeständiger Fluide*. 4. Berlin : Springer, 1996
- [68] WATZELT, C.: *Entwicklung eines Echtzeit-Entwurfssystems für radiale Beschaufelungen auf einem Multiprozessorsystem*. TU München, Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Diss., 1995
- [69] WÖHLER, M.: *Hierarchische Optimierung von Beschaufelungen hydraulischer Maschinen*. Technische Universität München, Lehrstuhl und Laboratorium für Hydraulische Maschinen und Anlagen, Dissertation, 1999
- [70] WILCOX, D. C.: *Turbulence Modeling for CFD*. 2. DCW Industries, New York, 1998
- [71] WU, C.H.: A general Theory of the 3D Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial, Radial and Mixed Flow Type. In: *NACA*, 1952. – TN 2604