

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Lehrstuhl für Angewandte Mechanik

**Entwurf, Berechnung und Regelung
magnetischer Reluktanzaktoren**

Marcus Herrmann

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Baier

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. H. Ulbrich
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. B. Lohmann

Die Dissertation wurde am 26.02.2008 bei der Technischen Universität München
eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 09.07.2008 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik der Technischen Universität München. Die Faszination an magnetischen Feldern in und um Materie und der Wunsch ihrer Beherrschung ließen viele Ideen und schließlich diese Schrift entstehen.

Mein herzlicher Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Heinz Ulbrich für die wissenschaftliche Betreuung meiner Arbeit und das in mich gesetzte Vertrauen. Seine Förderung der verantwortungsvollen Projektarbeit sowie des Transfers theoretischer Erkenntnisse in die Anwendung spannten einen vielseitigen Raum, der motivierend und lehrreich zugleich war. Ebenfalls zum Gelingen dieser Arbeit trugen die geführten Diskussionen sowie die gewährten Freiräume bei.

Bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann bedanke ich mich für sein Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Zweitgutachtens. Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Horst Baier gilt mein Dank für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Stetig neue Impulse auf dem Weg zu einsatzreifen Magnetaktoren lieferte die technische Anwendung der theoretischen Erkenntnisse. Dieser Prozess wurde von Herrn Josef Ameres, Geschäftsführer der Fa. AKE Automation Passau sowie durch Herrn Klaus F. Steinberg sehr wohlwollend unterstützt. Ihnen beiden möchte ich für die gute Zusammenarbeit und die spannenden Erfahrungen danken.

Für die Arbeit am Magnetaktor und seiner Ansteuerung/Regelung waren das Wissen und die Routine von Herrn Georg Mayr oft der Fels in der Brandung. Ich danke ihm für sein unermüdliches Engagement und die anregenden Diskussionen zu allen Belangen der Aktor- und Messtechnik. Zugleich möchte ich mich bei der Lehrstuhlwerkstatt, insbesondere Herrn Wilhelm Miller und Herrn Walter Wöß für die perfekte Qualität und die stete Bereitschaft zur Lösung konstruktiver Probleme bedanken.

Allen weiteren Mitarbeitern des Lehrstuhls gilt mein Dank für die unkomplizierte Hilfsbereitschaft und das freundliche Arbeitsklima. Den berühmten Blick über den Tellerrand ermöglichten mir vor allem die anregenden Diskussionen mit meinem langjährigen Zimmerkollegen Lutz Neumann. Besonders danke ich auch Valerio Favot, Ulrich Koch und Daniel Wiedemann für ihren Einsatz im Aktorprojekt sowie die aufschlussreichen wissenschaftlichen Erörterungen. Letzteren gebührt zusätzlich Dank für die schnelle und gründliche Korrektur dieser Arbeit.

Schließlich gilt mein herzlicher Dank meinen lieben Eltern, deren Vertrauen und Unterstützung mir die Verfolgung meiner Ziele ermöglicht haben. Vor allem aber danke ich meiner Frau Jana für ihre Liebe, ihr Vertrauen und ihren Mut bei allen Entscheidungen, die wir trafen und treffen werden $\forall t$.

*Wer fertig ist, dem ist nichts recht zu machen.
Ein Werdender wird immer dankbar sein.*

J. W. v. Goethe

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Aktoren: Unverzichtbare Wirkelemente	1
1.2	Klassifizierung magnetischer Reluktanzaktoren	2
1.3	Stand der Forschung	5
1.3.1	Fanglageraktoren: Erste Prinzipie	5
1.3.2	Fanglageraktoren: Verbesserter Typ	6
1.3.3	Entwurf und Berechnung magnetischer Aktoren	8
1.3.4	Regelung magnetischer Aktoren	12
1.4	Ziel und Aufbau der Arbeit	16
2	Grundlagen magnetischer Aktoren	19
2.1	Elektromagnetische Phänomene	19
2.1.1	Grundgleichungen	19
2.1.2	Magnetische Werkstoffe	20
2.1.3	Magnetische Kräfte	22
2.2	Berechnungsmethoden magnetischer Kreise	25
2.2.1	Magnetische Ersatznetzwerke	25
2.2.2	Finite-Elemente-Methode	27
2.3	Zeitveränderliche elektromagnetische Felder	29
2.3.1	Induktionsgesetz und Induktivität	29
2.3.2	Wirbelströme	30
2.4	Dynamik mechanischer Systeme	32
2.5	Modellierung elektromagnetischer Aktoren	34
2.6	Regelungstechnik	36
2.6.1	Steuerung und Regelung technischer Systeme	37
2.6.2	Beschreibung von Regelsystemen	38
2.6.3	Stabilität, Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit	40
2.6.4	Methoden der Reglersynthese	43
2.6.5	Regelqualität und Gütekriterien	44
3	Systematischer Entwurf und Berechnung	47
3.1	Motivierendes Beispiel: Shaker in der Automobil-Qualitätssicherung	47
3.2	Überlegungen zum Aktorentwurf	50
3.3	Anforderungen an den Aktor	51
3.3.1	Allgemeine Anforderungen	51
3.3.2	Ziele	52
3.3.3	Randbedingungen	53
3.3.4	Potenzielle Konflikte	53
3.4	Systematisierter Entwurfsprozess	53
3.4.1	Magnetkreisdesign	54
3.4.2	Werkstoffauswahl	57
3.4.3	Dimensionierung der Magnethauptabmessungen	59

3.5	Realisierter Magnetaktor EMAC ² -5	70
3.6	Statische Modellierung und Optimierung	72
3.6.1	Magnetisches Ersatznetzwerk des Magnetsystems	73
3.6.2	Finite-Elemente-Modell des Magnetkreises	75
3.6.3	Ergebnisse der statischen Modellierung	78
3.7	Struktur der Regelstrecke und Identifikationsprinzip	79
3.8	Modell des elektrischen Kreises	80
3.9	Modell der magnetodynamischen Eigenschaften	83
3.10	Prüflinge, Lastsysteme und Mechanik-Modell	85
3.10.1	Starre Prüflinge	86
3.10.2	Lastsystem PKW-Sitz	87
3.11	Modellierung der Peripherie	89
3.12	Gesamtmodell des elektromagnetischen Shakersystems	92
3.12.1	Vollständiges Modell	92
3.12.2	Reduzierte Modelle	93
3.12.3	Skalierung	95
3.13	Zusammenfassung	96
4	Methoden der Regelung	98
4.1	Überlegungen zum Reglerentwurf	98
4.1.1	Anforderungen an die Regelung	98
4.1.2	Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit und Stabilisierbarkeit	99
4.1.3	Stabilisierender Regler und Reglerordnung	101
4.1.4	Verfügbare und erreichbare Bandbreite, Reglertakt	103
4.2	Beobachtergestützte Zustandsregelung	107
4.2.1	Grundkonzept	107
4.2.2	Zustandsregelung mit Polvorgabe	109
4.2.3	Zustandsrückführung mit Luenberger-Beobachter	113
4.3	Normoptimale und robuste Regelung	115
4.3.1	Grundkonzept	116
4.3.2	\mathcal{H}_∞ -Regelung	118
4.3.3	Robuste \mathcal{H}_∞ -Regelung	122
4.4	Vorsteuerung zur Bandbreitenerhöhung	125
4.4.1	Grundkonzept	126
4.4.2	Online Methode: Digitale Filter	128
4.4.3	Offline Methode: Signaladaption	129
4.5	Flachheitsbasierte Regelung	131
4.5.1	Grundkonzept	131
4.5.2	Flachheitsbasierte Steuerung mit Folgeregelung	133
4.6	Zusammenfassung und Vergleich	137
5	Industrieller Einsatz der elektromagnetischen Shaker	140
5.1	Komponenten-Shaker, Dauertest, Erwärmung	140
5.2	Gesamtfahrzeug-Shaker	144
5.2.1	Leistungsgesteigerter Magnetaktor EMAC ² -6	145
5.2.2	Multi-Shaker Fahrzeuganregung	147

6	Zusammenfassung und Ausblick	150
6.1	Zusammenfassung	150
6.2	Ausblick	153
A	Modell- und Aktordaten	157
B	Theorie angewandeter Regelkonzepte	160
B.1	Stabilisierende Regler	160
B.2	Zustandsregelung und Beobachter	161
B.3	Normen und normoptimale Regler	163
	Literatur	166

1 Einleitung

1.1 Aktoren: Unverzichtbare Wirkelemente

Aktorik, Sensorik und Informationsverarbeitung bilden die Grundlage zur Überwachung und Beeinflussung technischer und nicht-technischer Prozesse. Jeder lebende Organismus nimmt seine Umwelt über Rezeptoren (Sensoren) wahr, deren Eindrücke er im Nervensystem oder Gehirn verarbeitet. Elektrische Signale übertragen die Reaktionen in wenigen Millisekunden zu den Effektoren (Aktoren), seien das einzelne Muskeln oder gesamte Extremitäten, die wiederum mit der Umwelt, dem umgebenden Prozess interagieren. Diese Vorgänge lassen sich in nahezu jedem technischen System finden, das definierte Energie- oder Stoffflüsse mit Hilfe seiner Aktoren realisiert. Die Aktoren stellen dabei unverzichtbare Verbindungsglieder zwischen dem informationsverarbeitenden Teil und dem zu beeinflussenden Prozess dar. Sie werden im Idealfall leistungslos angesteuert und lassen sich funktional in Energiewandler und Energiesteller unterteilen [56]. Neben dem Begriff *Aktor* haben sich im deutschen Sprachgebrauch auch das aus dem Englischen entlehnte *Aktuator* und die Bezeichnung *Stellglied* etabliert.

Im Zuge der Technikgeschichte wurden unzählige Varianten an Aktoren entwickelt, die sich aber auf einige überschaubare *klassische* und *neue* Prinzipie zurückführen lassen. Als neue oder *unkonventionelle* Aktoren gelten piezoelektrische, magnetostruktive und elektrostruktive Festkörper-Energiewandler, aber auch Formgedächtnismetall-Legierungen, elektro- und magnetorheologische Flüssigkeiten (ERF, MRF) sowie elektrochemische oder chemomechanische Aktoren. Mit ihnen lassen sich deutlich verbesserte Dimensionen hinsichtlich ihrer Reaktionszeit und Präzision, ihres Energiebedarfs und dem Bauvolumen erreichen [59]. Dennoch haben die klassischen Aktorprinzipien nichts von ihrer Bedeutung eingebüßt. Im Gegenteil, auch in den vermeintlich „alten“ Branchen besteht im Globalisierungszeitalter ein enormer Druck zur Innovation und Weiterentwicklung. Alte Anwendungsbereiche fallen weg und neue entstehen, die allerdings speziell angepasste Aktorlösungen erfordern. Da es den Universalaktor nicht gibt, müssen Ingenieure um die Eigenschaften, Chancen und Grenzen der verschiedenen Aktorprinzipie wissen, um schließlich das am besten geeignete auszuwählen und optimal zu gestalten. Tabelle 1.1 vergleicht die wichtigsten klassischen Aktorikbereiche und den piezoelektrischen Effekt für die Anwendung im Maschinenbau (vgl. auch [136, 143]), der in Deutschland noch immer ein wichtiger Wirtschaftsfaktor und Wohlstandsgarant ist.

Für industrielle Anwendungen sind die elektrischen Aktorprinzipie besonders interessant, da sie tatsächliche Energiewandler darstellen. Demgegenüber gelten die fluidtechnischen Aktoren als Energiesteller, die immer auf Hilfsmedien, d.h. Druckluft

Tabelle 1.1: Vergleich verschiedener Aktorprinzipie für Anwendungen im Maschinenbau

Aktorprinzip	piezoelektrisch	pneumatisch hydraulisch	elektrodynamisch	elektromagnetisch
Funktion	mechanische Verformung durch elektrisches Feld	Umwandlung von in Druckluft/-öl gespeicherter Energie	Kraft auf stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld	Kraft an Permeabilitäts-Grenzflächen im Magnetfeld
Hub	0,1 % Dehnung	> 1000 mm	> 100 mm	< 10 mm
Frequenzen	kHz	< 200 Hz ^a	kHz	< 500 Hz ^b
Kraftdichte	sehr hoch	hoch	gering	hoch
Bauvolumen	klein	groß ^c	groß	klein
Temperaturbereich	-100 °C — +(150...320) °C	-20 °C — +(80...150) °C	-250 °C — +(150...) °C	-250 °C — +(100...350) °C
Lebensdauer	sehr hoch	mittel	hoch	hoch
Geräusche	gering	hoch	gering	gering
Sonstiges	hohe Spannungen	Hilfsmedien erforderlich	Erwärmung, Kühlung nötig	oft Regelung erforderlich

a im Allgemeinen durch Servoventilbandbreite begrenzt

b im Allgemeinen durch Ummagnetisierungsprozesse begrenzt

c vor allem durch Peripherie (Pumpen, Leitungen, etc).

oder -öl angewiesen sind. Die Nutzung der Hilfsenergie gestattet immense Leistungsdichten, doch nicht immer sind die zusätzlichen Funktionselemente von Vorteil. Integrierte mechatronische Produkte verlangen oft baulich kompakte Antriebslösungen, die bei den klassischen Aktoren nur durch elektrisch betriebene Systeme realisierbar sind. Der piezoelektrische Effekt bietet mit seinen hochfrequenten Volumenänderungen und großen Stellkräften auf kleinem Bauraum die perfekten Voraussetzungen für die Integration in Klein- und Kleinstsysteme. Allerdings sind seine geringen Stellwege und die hohen notwendigen Spannungen oft auch einsatzbeschränkend. Leistungsmäßig zwischen fluidtechnischen und piezoelektrischen Systemen sind nun die elektrodynamischen und elektromagnetischen Aktoren positioniert, basierend auf den Kraftwirkungen elektromagnetischer Felder. Im Folgenden sollen diese Antriebe genauer beschrieben und insbesondere die elektromagnetischen Reluktanzaktoren bezüglich ihrer Leistungsfähigkeit und Anwendung eingeordnet werden.

1.2 Klassifizierung magnetischer Reluktanzaktoren

Als *elektromagnetische Aktoren im weiteren Sinne* werden elektro-magneto-mechanische Energiewandler bezeichnet, die elektromagnetische Feldwirkungen zur Krafterzeugung nutzen. Industriell bedeutsam sind zwei Arten elektromagnetischer Kräfte, die in Abschnitt 2.1.3 ab Seite 22 eingehender betrachtet sind:

- *Elektrodynamische Kräfte:* Kräfte auf bewegte Ladungen bzw. stromführende Leiter im Magnetfeld;
- *Magnetische Reluktanzkräfte:* Kräfte an Trennflächen verschiedener magnetischer Permeabilitäten im Magnetfeld (z.B. Eisen-Luft-Grenze).

Die erste Gruppe der elektrodynamischen Kräfte oder LORENTZ¹-Kräfte weist eine direkte Proportionalität zum Strom auf und ist industriell weit verbreitet. Jede rotierende elektrische Maschine, d.h. Gleichstrom-, Synchron- oder Asynchronmotor, aber auch ein entsprechender Generator, nutzt die Kräfte auf stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld. Die Einsatzgebiete sind dementsprechend vielfältig und reichen von Kleinstantrieben in der Mikrotechnik (Medizintechnik, Robotik) über Kleinmotoren in Haushaltsgeräten (Küchenmaschine, Mixer, Fön) bis zu Maschinen mit mehreren Megawatt Leistung in großindustriellen Anlagen (Kraftwerksgenerator, Eisenbahnantrieb). Ebenfalls zu den elektrodynamischen Aktoren zählen Tauchspulantriebe (Lautsprecher, elektrodynamische Shaker), Linearantriebe oder Magnetschwebbahnen, die sich alle durch eine translatorische Bewegung hervorheben, die nur konstruktiv, aber nicht funktionell begrenzt ist.

Magnetische Reluktanzkräfte dagegen können nicht über unbegrenzte Strecken wirken. Gleichwohl ist ihre Kraftdichte sehr hoch und erschließt damit sehr viele Anwendungen in allen Bereichen der Technik. Elektromagnetische Reluktanzantriebe sind aber seltener eigenständige Endprodukte, sondern häufig Bestandteil komplexer Funktionsgruppen, z.B. als Ventilmagnete in der Hydraulik und Pneumatik, als Betätigungs- und Verriegelungsmagnete in Relais und Schützantrieben, als Schwingmagnete in Pumpen oder als kraftschlüssige Übertragungselemente in Kupplungen und Bremsen. Auch Magnetlager in radialer oder linearer Bauform nutzen hauptsächlich Reluktanzkraftwirkungen. Als Synonym für magnetische Reluktanzantriebe wird oft der Begriff *Elektromagnetischer Aktor (im engeren Sinne)* oder kurz *Elektromagnet* gebraucht, denn nach VDE und DIN Norm-Vorschriften versteht man unter elektromagnetischen Aktoren solche, die als wesentliches Merkmal eine mechanische Kraft auf einen ferromagnetischen Körper durch die elektromagnetische Feldwirkung ausüben [13]. Folglich sind elektrodynamische Systeme tatsächlich nur elektromagnetische Aktoren im weiteren Sinne. Zusätzliche Definitionen zum Begriff „Magnetaktor“ geben BOLTON und DUTOIT *et al.* [10, 30] an.

Die Geschichte elektromagnetischer Aktoren reicht bis in das 19. Jahrhundert² zurück, und man hat immer wieder versucht, die Vielfalt an Lösungen zu ordnen. Wesentliches Kennzeichen der Elektromagnete sind *begrenzte*, translatorische oder rotatorische wechselsinnige Bewegungen [62]. Reluktanzkräfte wirken im Gegensatz zu den elektrodynamischen nur unidirektional und erfordern für die Bewegungsumkehr entweder mechanische Rückstellelemente oder einen zweiten Magnetaktor. Eine Klassifizierung der mannigfaltigen Reluktanzantriebe ist nun in mehreren Formen möglich [130], wobei hier nur Geräte mit Anker betrachtet werden:

- *Art der Erregung*: Gleichstrom-, Wechselstrom- und Impulserregung, gesteuerte und geregelte Erregung;
- *Kraftwirkung, Bewegungsform*: Zug-, Stoß-, Dreh-, Halte-, Führungs- und Schwingmagnete;
- *Magnetkreisform*: U-, E- und Topfmagnete;

1 Hendrik A. LORENTZ (1853-1928): Niederländischer Mathematiker und Physiker, nicht zu verwechseln mit dem dänischen Physiker Ludvik V. LORENZ (*Lorenz*-Eichung [55]).

2 Erster Elektromagnet 1825 von William STURGEON (Relaisantrieb), erste deutsche Arbeiten um 1910 und erstes deutsches Buch im Jahre 1930 von JASSE [58].

- *Hublänge*: Lang-, Mittel- und Kurzhub im Vergleich zum Ankerdurchmesser;
- *Anwendung*: Hydraulikmagnete, Schützenantriebe, Schwingerreger/Rüttler, Druckmagnete, Verriegelungsmagnete, Mikroaktoren, Pumpen- und Kompressormagnete, Relaismagnete, etc.

Ungeachtet dieser verschiedenen Schemata, die natürlich nicht vollständig sein können, lassen sich alle Magnetaktoren auf ihre mechatronische Grundstruktur reduzieren. Diese in Bild 1.1 skizzierte gemeinsame Basis unterstützt die Systematisierung ihrer Eigenschaften, die auch in dieser Arbeit angestrebt wird. Eine solche mechatronisch induzierte Ordnung liefert dem Ingenieur schließlich Entwicklungsmethoden, die fächerübergreifend ein optimales Antriebsdesign gestatten. Der Begriff der *Mechatronik* wurde von der japanischen YASKAWA ELECTRIC COOPERATION geprägt [147] und stand ursprünglich insbesondere in der Feinmechanik für die Verknüpfung von Elektrotechnik und Maschinenbau. Heute versteht man Mechatronik im Allgemeinen als interdisziplinäres Zusammenspiel verschiedener mechanischer, elektronischer und informationstechnischer Systeme. Gerade die im Magnetaktor kombinierten elektrischen, magnetischen und mechanischen Elemente gemeinsam mit den informationstechnischen Lösungen zur Signalerfassung und Regelung verdeutlichen das vorteilhafte Ineinandergreifen der verschiedenen Domänen (Bild 1.1). Im Zusammenhang mit einer stetig leistungsfähigeren Datenverarbeitung zeichnen sich dabei immer intensivere Informationsflüsse innerhalb der mechatronischen Systeme ab. Es entstehen intelligente elektromagnetische Antriebe, die durch moderne Leistungs- und Mikroelektronik eine zunehmende Flexibilität, Kompatibilität und Kompaktheit bei reduziertem Energieverbrauch aufweisen [62].

Der große Vorteil der elektromagnetischen Aktorstruktur ist ihr Aufbau ohne Übertragungselemente, d.h. die Kraftwirkung erfolgt direkt auf das anzutreibende Element. Weiter hervorzuheben sind die einfache Integrationsmöglichkeit in hierarchisch übergeordnete Baugruppen, die stromlose Funktionssicherheit durch Dauermagnete, die hohen erreichbaren Genauigkeiten sowie die guten dynamischen Eigenschaften der magnetischen Reluktanzantriebe. Demgegenüber stehen immer kundenspezifischere Lösungen, die besonderen Anpassungsbedarf haben und ein gewisses Maß an Know-How und Entwicklungserfahrung erfordern. Schließlich lässt sich das gesamte Leistungspotenzial auch erst bei Verwendung geeigneter Steuerungs- oder Regelalgorithmen ausnutzen. Um das Verständnis diesbezüglich zu erleichtern, möchte

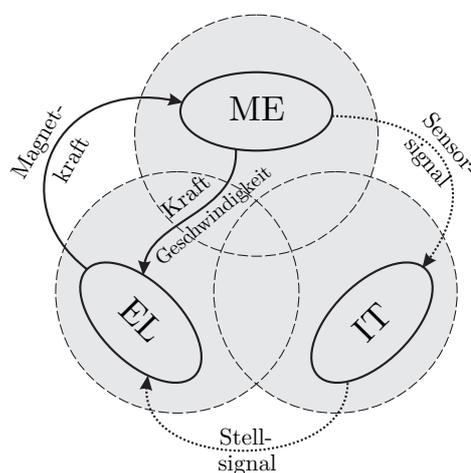


Bild 1.1: Das mechatronische System
Magnetaktor

- | | |
|------|------------------------------------------------------------------------------|
| EL | ... Elektromagnetische Leistungseinheit
(Verstärker, Spulen, Magnetkreis) |
| ME | ... Mechanische Komponenten
(Stelleinheit, Anker, Last) |
| IT | ... Informationsverarbeitung
(Sensorik, Regelung, ADC/DAC) |
| —> | ... Energiefluss |
| ...> | ... Informationsfluss |

diese Arbeit speziell für die große Gruppe der translatorischen Reluktanzantriebe einen Beitrag zu deren systematischer Entwicklung und Regelung leisten. Es sollen Stellglieder betrachtet werden, die vorgegebene Bewegungen auch bei unbekanntem äußeren Einflüssen exakt reproduzieren und damit eine Regelung des Antriebselements benötigen. Für die Erzeugung kontinuierlich geregelter Magnetkräfte über Stellwege von mehreren Millimetern waren bisher die elektrodynamischen Antriebe maßgebend. Allerdings bieten Reluktanzaktoren prinzipbedingt höhere Kräfte auf kleinerem Bauraum, wenn die räumlich im magnetischen Material verteilten Felder entsprechend kontrolliert werden können. Gerade bei Hüben unter zehn Millimetern bieten die Reluktanzantriebe im Zuge verbesserter Materialien eine gute Alternative zu den elektrodynamischen Systemen. Zur Verdeutlichung der Möglichkeiten und zur Wissensaufarbeitung werden im folgenden Abschnitt vorhandene Reluktanzaktoren vorgestellt sowie der aktuelle Stand der Technik diskutiert.

1.3 Stand der Forschung

Die vorliegende Arbeit baut auf vorhandenen elektromagnetischen Stellgliedern auf, die unter ULBRICH in Essen und München entwickelt wurden [98, 136, 144]. Diese Reluktanzantriebe entstanden im Rahmen der Beeinflussung instabiler Rotorsysteme über aktive Fanglager, für die keine adäquat kompakten und leistungsfähigen Aktoren mit elektrischer Energieaufnahme verfügbar waren. Über die Zeit wurde als weiteres Anwendungsfeld die Schwingungsanregung von Systemen erschlossen (Lebensdauertests, Qualitätssicherung, etc.), das auch dieser Arbeit zu Grunde liegt. Für die ersten Aktoren dieser Art galten folgende Anforderungen:

- Stellwege: 0,5 mm . . . 2 mm;
- Stellkraft: kN-Bereich;
- Stellfrequenz: ≥ 200 Hz;
- lineares Übertragungsverhalten: Stellkraft \leftrightarrow Stellweg (aktive lineare Feder);
- geringstmöglicher Bauraum;
- energieeffizient: hoher Wirkungsgrad, geringe Wärmeverluste, saubere Energie;
- reduzierter Aufwand an Sensorik und Leistungselektronik.

Viele dazu ähnliche Aspekte finden sich bei aktiven Magnetlagern [122], allerdings mit weitaus geringeren Lageänderungen. Die hier behandelten Reluktanzaktoren haben einen signifikant größeren und im Betrieb stark variierenden krafterzeugenden Luftspalt, der für Entwicklung und Regelung neue Herausforderungen birgt. Der Vorstellung der genannten Reluktanzaktoren schließt sich ein Resümee zum Stand der internationalen Forschung bezüglich Magnetsystementwurf und Regelung an.

1.3.1 Fanglageraktoren: Erste Prinzipie SVM, PVMa & PVMk

Grundlegende Prinzipie für die oben beschriebenen Anforderungen und Einsatzgebiete beschreibt erstmalig WANG in [144]. Er behandelt fünf verschiedene Stellglieder theoretisch und führt Experimente bezüglich ihrer statischen und dynamischen Eigenschaften durch. Bild 1.2 gibt einen Überblick über die untersuchten Systeme

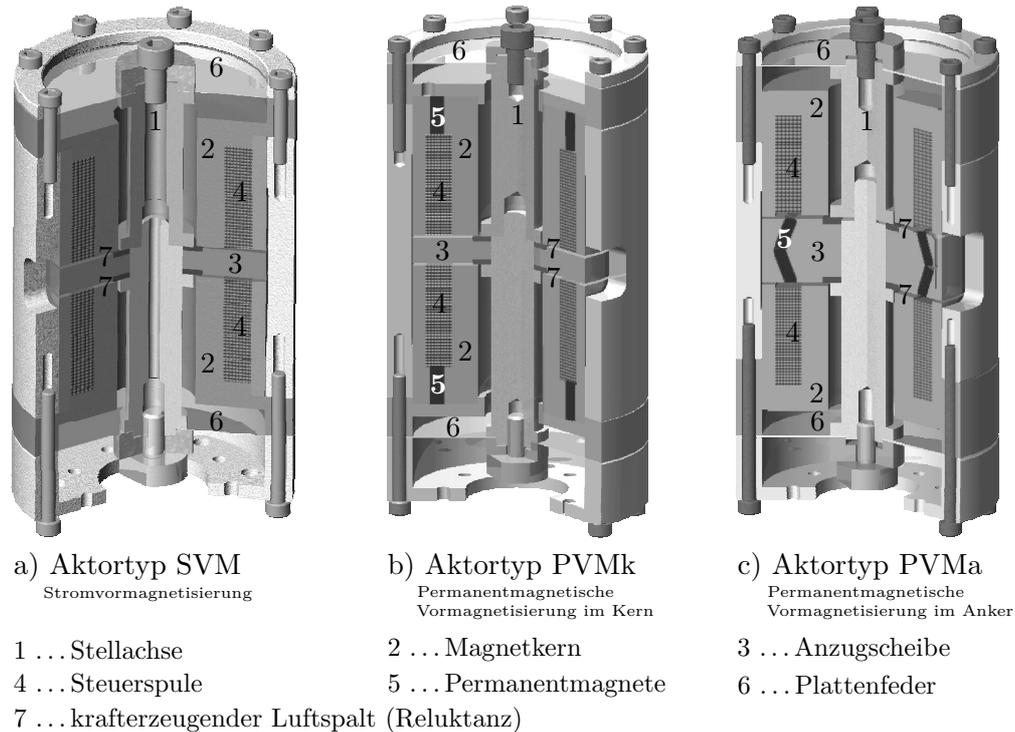


Bild 1.2: Konstruktiver Aufbau der von WANG untersuchten Magnetaktoren [144]

und deren Aufbau. Ausgehend von einem Referenzstellglied mit Strom-Vormagnetisierung erwiesen sich Aktoren mit dauermagnetischer Vorspannung bei Verwendung weichmagnetischer Magnetkerne (PERMENORM 5000 H3) als am leistungsfähigsten. Nachteilig erschien beim PVMk-Prinzip die serielle Platzierung der Dauermagnete ($\mu_r \approx 1,05$) im Spulenflusskreis und somit die Kraftreduzierung durch den erhöhten magnetischen Widerstand im Magnetkern. Aus dem Kernmaterial St37 (Sättigung $\approx 2,1$ T) resultierten beim PVMa zwar höhere Kräfte, jedoch sind die magnetischen St37-Eigenschaften nicht gesichert. Ein weiterer PVMa-Nachteil ist die technologisch anspruchsvolle Platzierung der Permanentmagnete im Anker, die im Betrieb überdies zur kritischen Stoßbeanspruchung der spröden Hartmagnete führen kann.

1.3.2 Fanglageraktoren: Verbesserter Typ PVM2s

WANGs Ergebnisse zeigen, dass das Magnetkreisdesign neben Vormagnetisierungsart und Kernmaterial eine wesentliche Rolle für die Leistungsfähigkeit von Reluktanzaktoren spielt. Ausgehend von dieser Erkenntnis analysierte OBERBECK in [98] zwei Aktoren aus [144] und entwickelte den dieser Arbeit zu Grunde liegenden Magnetaktor PVM2s. Sein im linken Teil von Bild 1.3 dargestellter Aufbau zeichnet sich insbesondere durch die Nichtbeeinflussung der Dauermagnete durch das Spulenmagnetfeld aus. Charakteristisch für den Typ PVM2s ist die Nutzung zweier anziehender Reluktanzkräfte an räumlich durch den Magnetkern (2) getrennten Luftspalten (7). Während die bisherigen Prinzipie eine zentrale Anzugscheibe (3) aufwiesen, besitzt das PVM2s-Prinzip zwei äußere Anzugscheiben, die per Stellachse (1) starr verbunden sind [99].³ Der aus dem weichmagnetischen Material PERMENORM 5000

³ Der PVM2s-Magnetkreis wurde außer von OBERBECK und ULBRICH in [99] später auch von SHANG und REUBER als Patent [123] veröffentlicht.

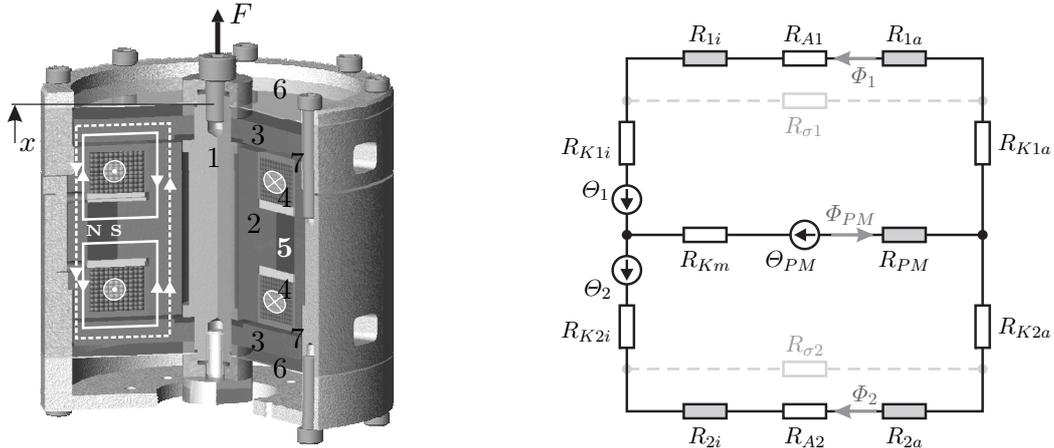


Bild 1.3: Magnetaktor des Typs PVM2s von OBERBECK [98] mit permanentmagnetischer Vormagnetisierung im Kern und zwei Anzugscheiben

links: Schematischer Aufbau mit Nummerierung nach Bild 1.2

(Dauermagnetfluss [—], Spulenmagnetfluss [— —], Strom $i > 0 \rightarrow$ Stellkraft $F > 0$)

rechts: Magnetisches Ersatznetzwerk des optimierten Aktors PVM2s

H2 gefertigte Magnetkern enthält zum einen den radial magnetisierten Dauermagnetring (5), bestehend aus n_{PM} Quadermagneten. Weiterhin sind zwei in Reihe geschaltete Spulen (4) über und unter dem permanentmagnetischen Ring angeordnet. Zwei Plattenfedern (6) sichern die axial weiche und zugleich radial sehr steife Lagerung des gesamten Ankers⁴. Zur Beschreibung des Aktorzustands werden ausgehend von Bild 1.3 folgende Symbole und Konventionen eingeführt:

- Elemente der oberen Aktorhälfte mit Index 1, untere Elemente mit Index 2;
- positiver Stromfluss $i > 0$ bewirkt positive Stellkraft F ;
- positive Stellkraft F bewirkt positive Stellbewegung in $+x$ -Richtung (Auslenkung nach oben);
- Ruheluftspalt x_0 bei fehlender Auslenkung ($x = 0$).

Damit ergibt sich die Länge der beiden Luftspalte x_1 und x_2 aus (1.1), während die Aktorstellkraft F nach (1.2) die Differenz der beiden magnetischen Reluktanzkräfte F_{m2} und F_{m1} abzüglich der Plattenfederkraft F_c ist, d.h. der untere Luftspalt erzeugt die Kraft nach oben und umgekehrt.

$$x_1 = x_0 + x \quad \wedge \quad x_2 = x_0 - x \quad (1.1)$$

$$F = F_{m2}(x, i) - F_{m1}(x, i) - F_c(x) \quad (1.2)$$

Im stromlosen Zustand der Spulen wirkt im Aktor nur die dauermagnetische Durchflutung Θ_{PM} . Diese Grunddurchflutung erzeugt bei symmetrischer Lage der Anzugscheiben ($x = 0$) einen ebenfalls symmetrischen Magnetfluss gleicher Stärke durch beide Luftspalte (durchgezogene Linie in Bild 1.3). Eine Auslenkung des Ankers führt im sich verkleinernden Luftspalt zu einer Fluss- bzw. Kraftzunahme, welche die Ankerposition weiter destabilisiert. Diese negative magnetische Steifigkeit $c_M(x)$ wird auch durch die mechanische Plattenfeder $c_F(x) < |c_M(x)| \forall x$ nicht vollends kompensiert. Eine Durchflutung Θ durch die gleichsinnig bestromten Erregerspulen führt zur materialbedingt nichtlinearen Überlagerung von Dauermagnet- und

⁴ Anker: Bewegter Teil des Aktors, bestehend aus Stellachse, Anzugscheiben und Prüfling.

Spulenfluss (gestrichelte Linie in Bild 1.3), so dass das Dauermagnetfeld in einer Aktorhälfte geschwächt und im anderen Teil des Kerns verstärkt wird. Die identische Spulenbestromung hat den Vorteil, dass kein von ihr erzeugtes Magnetfeld durch den Dauermagnetring dringt und diesen entmagnetisiert. Zugleich wird auch der Spulenfluss nicht durch den hohen permanentmagnetischen Widerstand geschwächt und die Anordnung erweist sich als außerordentlich energieeffizient.

In [98] wird die Modellierung der statischen Magnetkräfte mit magnetischen Ersatznetzwerken durchgeführt (Bild 1.3 rechts). Zur Berücksichtigung von Streuung und Materialsättigung werden ein empirisch bestimmter Streufaktor σ und numerisch ermittelte Sättigungsfaktoren $k_\mu(i, x)$ auf Basis gescherter Magnetkennlinien (Entmagnetisierungsfaktor N) benutzt. Aus den Netzwerken ergeben sich schließlich der Kraft-Stromfaktor $k_i(i, x)$ und der Kraft-Weg-Faktor $k_x(x)$ als nichtlineare Koeffizienten für die resultierenden Magnetkräfte. Auf Basis der empirisch ermittelten Streufaktoren und Sättigungskurven zeigen sich dann gute Übereinstimmungen zwischen simulierter und gemessener *statischer* Kraft. Die in [98] präsentierten *dynamischen* Systemmodelle umfassen das Spulensystem als Verzögerungssystem erster Ordnung (*Lag*, PT_1 -Glied) mit konstanter Induktivität L sowie die dynamischen Magnetisierungsprozesse. Letzteren tragen ein PT_1 -Modell wegen der Hystereseverluste und ein *Lag-Lead*-Glied aufgrund der Wirbelströme Rechnung.

Beim Betrieb des PVM2s-Aktors kompensiert eine Feedback-Linearisierung die statische Kraft-Nichtlinearität, so dass aus regelungstechnischer Sicht ein proportionales Strom-Kraft-Verhalten $F = k_i^* \cdot i$ existiert. Auf die statisch linearisierte Strecke wird dann ein PID-Lageregler für starre Massen angewendet. Die Positionsbestimmung erfolgt über berührungslose Wirbelstromsensoren und das per Regelung generierte Stellstromsignal setzt ein analoger Stromverstärker in den entsprechenden Spulenstrom am PVM2s-Aktor um. Aktuell werden diese PVM2s-Aktoren in einem aktiven Fanglager erfolgreich zur Minderung von Reibstößen zwischen einem flexiblen Rotor und dem Lagerring eingesetzt [45].

1.3.3 Entwurf und Berechnung magnetischer Aktoren

Für den Entwurf, die Modellierung und Simulation magnetischer Systeme ist aufgrund der langjährigen Geschichte ein reicher Erfahrungsschatz vorhanden. Es sollen zuerst Grundlagen vermittelnde Werke empfohlen werden, die jedem Entwickler das notwendige Rüstzeug zum Magnetkreis-Design mitgeben. Anschließend erfolgt ein Auszug aus Veröffentlichungen der internationalen Fachwelt zum aktuellen Stand der Technik für Modellierungsmethoden elektromagnetischer Aktoren.

Als Standardwerk für alle Anwender, Entwickler und Erforscher elektromagnetischer Aktoren dient KALLENBACH, E. *et al.*: *Elektromagnete – Grundlagen, Berechnung, Entwurf und Anwendung* [62]. Bereits in der zweiten Auflage widmet sich dieses in der Fachrichtung einzigartige Buch mit einer umfassenden Übersicht allen Themen von Entwurf, Gestaltung, Ansteuerung oder Dynamik elektromagnetischer Aktoren

mit dem Schwerpunkt auf einfach wirkenden Hubmagneten. Als ergänzender Überblick über elektrische Kleinantriebe sei auf STOELTING *et al.* [130] aus der gleichen Schule verwiesen. MICHALOWSKY und SCHNEIDER [90] führen sehr umfassend in die Magnettechnik, d.h. die Hardware ein und behandeln schon in dritter Auflage Werkstoffgrundlagen und Materialeffekte sowie einfache Magnetkreisberechnung, magnetische Messmethoden und Anwendungen. Eine sehr gute Darstellung der elektromagnetischen Grundlagen, analytischer und numerischer Feldberechnungsverfahren sowie möglicher Anwendungen elektromagnetischer Wandler und Sensoren in der Mechatronik präsentieren CASSING *et al.* [13]. Für einen sehr anschaulichen Einstieg in die numerische Berechnung elektromagnetischer Felder, beginnend mit eindimensionalen Problemen bis zum räumlichen Fall, bieten sich FETZER *et al.* [37] an. Es wird natürlich die Finite-Elemente-Methode (FEM) vorgestellt, aber auch die Randelementmethode (BEM: *Boundary Element Method*) und die Kopplung beider sind beschrieben, die eine elementeffiziente Beschreibung von Systemen mit umgebender Luft ermöglicht. Allerdings bleiben die Ausführungen auf die physikalischen Phänomene beschränkt und enthalten keine Hinweise zur numerischen Umsetzung.

Von der breiten Anwendbarkeit der Netzwerkmethodik kann man sich in LENK *et al.* [76] überzeugen, die neben den elektrischen Grundlagen nicht nur die Analogien zur Magnetik, sondern auch zur Piezoelektrik, Mechanik, Hydraulik und Akustik beschreiben. Erst in dieser Gesamtheit wird das Potential der analytischen Multi-Domänen-Beschreibung zur vollständigen Simulation mechatronischer Systeme deutlich. Basierend auf magnetischen Ersatznetzwerken (MEN) entwickelt STRÖHLA [131] Methoden zur Modellierung und Simulation elektromagnetischer Systeme (statisch und transient), die auch Hysterese, Sättigung, Wirbelströme und Streuung beinhalten. In seiner Arbeit sind alle Feld- und Kraftauswertungen auf die Magnetenergie zurückgeführt, wodurch beispielsweise zur Kraftberechnung die materialbedingten Nichtlinearitäten nicht mehr in den Gleichungen auftauchen. Die Möglichkeiten der Netzwerkmethodik nach [131] nutzt KALLENBACH, M. [64] zur Erweiterung der Entwurfsmethodik für mechatronische Systeme nach der VDI-Richtlinie 2206 für mikromechatronische Systeme [141]. Er untersucht und bewertet acht verschiedene Magnetkreisgrundformen von neutralen und polarisierten Hub- und Klappankermagneten. Der Beitrag weist vor allem auf die für den leistungsfähigen Entwurf notwendige optimale Abstimmung von Gestaltung, Wärmeabführung und Ansteuerung sowie die wichtige Volumen- und Funktionenintegration hin. Eine Arbeit mit ähnlichem Ziel liefert JONEIT [60], der Methoden zur Modellierung und Simulation elektromagnetischer Antriebe in der Feinwerktechnik zusammenstellt.

ROSCHKE [110] konzentriert sich auf den systemtechnischen Entwurf, die Modellierung und Regelung elektromagnetischer Schützenantriebe, liefert zugleich aber auch sehr viele praktische Informationen zu den Grundlagen und Materialien elektromagnetischer Reluktanzaktoren. Sehr übersichtlich sind zudem die Varianten der Modellierung und Simulation beschrieben und bewertet, so dass dem Ingenieur auch hier ein guter Einstieg in Thematik gelingt. Eine Auswahl translatorischer Magnetaktoren und den Vergleich für die aktive Schwingungskompensation in Motoren führt HARTWIG [47] durch. Neben den hier in Abschnitt 1.2 erwähnten elektrodynamischen und elektromagnetischen (Reluktanz-) Aktoren präsentiert er sog. magnetodynamische Aktoren mit konstantem Luftspalt. Diese ähneln elektrodynamischen

Tauchspulenantrieben (*voice coil*), haben aber einen Dauermagnetanker mit zwei Magnetisierungen und inertial feste Steuerspulen. Die Vorteile gegenüber elektrodynamischen Aktoren sind höhere Kraft, geringere Kosten und geringere Wärmeverluste, allerdings bremsen höhere bewegte Massen und eine größere Induktivität die Dynamik. Im Vergleich zu elektromagnetischen Reluktanzaktoren sind die Kräfte geringer⁵ und durch Sättigung wird auch die angestrebte Linearität nicht erreicht.

So vielfältig wie die Bereiche der Magnetaktorik sind auch die Arbeiten internationaler Forschergruppen. Der folgende Exkurs durch aktuelle Veröffentlichungen soll einen Eindruck der Themen vermitteln, kann aber nicht vollständig sein. Eine Einteilung elektromagnetischer Aktoren bezüglich ihres Aufbaus und die Bewertung hinsichtlich Aufwand, Energieverbrauch und Leistungsfähigkeit führt BOLTON [10] durch. Er hebt insbesondere hervor, dass Reluktanzaktoren robust, preiswert und von hoher Kraftdichte geprägt sind, aber Nichtlinearitäten, Induktivität und der begrenzte Stellweg die Leistungsfähigkeit beschränken. Es werden außerdem die unvermeidbaren Design-Kompromisse bezüglich Materialauswahl und -gestaltung benannt, die sich über $\text{Kraft}^2/\text{Kupferverlust} \propto B^2$ oder $\text{Kraft}/\text{Gewicht} \propto 1/B$ ausdrücken. Ähnliche Ausführungen macht HOWE [53, 54], der außerdem mehrere Magnetaktor-Topologien mit gleicher Maximalkraft bezüglich ihrer Verluste, Einsatzbereiche und den typischen Anwendungsdaten gegenüberstellt. ZHU *et al.* [150] untersuchen die serielle und parallele Polarisierung magnetischer Aktoren, wobei die serielle Anordnung von Spule und Permanentmagnet eine maximale Kraftausbeute ermöglicht. GERTH *et al.* [44] führen grundsätzliche Überlegungen zu elektromagnetischen Antrieben durch und weisen auf die hohe Kraftdichte zwischen Luft und Eisen (circa 40 N/cm^2 bei $B = 1 \text{ T}$) hin.

Die breit gefächerte Anwendung bidirektionaler Magnete spiegelt sich in den zahlreichen Designstudien wieder. Viele interessante Magnetkreise, insbesondere die wirtschaftlich wichtigen Schalt- und Hubmagnete, sind zudem auch oft in Patenten publiziert, z.B. [7, 74, 111, 123]. LEQUESNE und andere Forschungsgruppen [77, 78, 80] untersuchen verschiedenste Varianten, die federgestützt sind oder Dauermagnete im Anker bzw. zwischen den Spulen haben, um erstere nicht durch die Spule zu entmagnetisieren. Zum Teil werden auch Abstoßungskräfte genutzt und über die Geometrie von Dauermagneten diskutiert. Kurze Permanentmagnete bringen recht wenig Energie in das System ein und erzeugen wenig stromlose Kraft. Zu lange Dauermagnete allerdings behindern den Magnetfluss durch ihren großen magnetischen Widerstand, d.h. man hat trotz hoher verfügbarer Energie wenig Kraft und muss das Geometrieoptimum mit maximalem Energieprodukt finden. Diesem Problem nähern sich FITAN *et al.* [38] durch einen inversen Ansatz zum Entwurf elektromagnetischer Aktoren. Sie geben Leistungsdaten vor und erhalten eine Anordnung der Magnetkreiselemente und ihrer Geometrie basierend auf magnetischen Netzwerken. Allerdings ist oft keine eindeutige, gesicherte Lösung möglich und der Ansatz funktioniert nur für bestimmte Klassen oder Teile von Magnetkreisen. COUDEL *et al.* [18] möchten analytisch mit impliziten Geometrieparametern beschriebene Magnetaktoren optimieren. Sie vergleichen dazu gradientenbasierte Optimierungsverfahren für sehr

⁵ Kraftdichten: magnetdynamisch $\leq 5,5 \text{ N/cm}^2$, elektromagnetisch $\approx 40 \text{ N/cm}^2$ (bei 1 T) nach Gleichung (2.10) auf Seite 23 und [44].

einfache Magnetkreisgeometrien, z.B. einen seriell polarisierten U-Magneten. Eine Übersicht zum typischen Computer-Aided Design (CAD) für mechatronische Systeme mit dem Grobentwurf durch MEN und der Feingestaltung durch die FEM liefern KALLENBACH, E. *et al.* [63]. Sie demonstrieren unter der Maßgabe fein definierter Anforderungen die Anwendbarkeit ihrer Verfahren auf Klein- und Mikroantriebe, betonen aber vor allem die notwendige Strukturierung der Entwurfsaufgabe. Nach demselben Schema aus MEN-Grobdimensionierung und FEM-Feinabstimmung beschreiben CHILLET und VOYANT [16] einen Magnetaktor mit einem analytischen Netzwerk unter Berücksichtigung von Streuung und Sättigung. Sie verwenden für das Material nicht die übliche $\mu_{r Fe}(H)$ -Formulierung, sondern nutzen für das Durchflutungsgesetz die Feldstärke $H_{Fe}(B)$ im Eisen, approximiert durch Polynome mit Übergangsfunktionen. Die Feldraumdiskretisierung in Netzwerkelemente ist dabei sehr fein, so dass die Ergebnisse dem Vergleich mit der FEM standhalten. Die Aussagekraft der Berechnungsverfahren ist insbesondere für den Anwender von Entwurfssoftware sehr wichtig. MCFEE, LOWTHER und REN [89, 105] vergleichen sehr detailliert lokale und globale Methoden der Kraftberechnung. Sie untersuchen dabei die numerische Robustheit des MAXWELLSchen Spannungstensors, der virtuellen Arbeit und sog. äquivalenter Quellen (Magnetisierungsstromdichte, magnetische Ladungsdichte, Oberflächenkraftdichte). Die Autoren weisen nach, dass nur die Methode der virtuellen Arbeit in lokaler oder globaler Formulierung exakt ist, alle anderen Verfahren aber numerisch fehlerbehaftet sind.

Eine potenzielle Anwendung hochdynamischer Magnetaktoren sind innovative Lufttaktventile in Verbrennungsmotoren, in denen sie die mechanischen Ein- und Auslassventile inklusive Nockenwelle und deren Antrieb ersetzen könnten. Dies erfordert zum einen schnelles Schalten im Submillimeterbereich, aber vor allem betriebstechnische Robustheit, elektrische Redundanz sowie Temperaturbeständigkeit. DINGELSTADT *et al.* [28, 33] zeigen die modellbasierte Optimierung solcher Magnetantriebe für Lufttaktventile in Bezug auf ihre Schnellwirkung. Sie betonen die Wichtigkeit des zu Grunde liegenden Magnetkreises und des gesamten mechatronischen Konzepts. Ihre Methodenpublikation fordert für einen effektiven Entwurf die Formulierung vollständiger und widerspruchsfreier Anforderungen, da diese gleichzeitig den Maßstab für eine spätere Bewertung des Produkts bilden. Auch CLARK *et al.* [17] widmen sich dem Design von Ventilmagneten in E-Form für Motoren. Durch die spezielle Polflächengestaltung nutzen sie sowohl die Tangential- als auch die Normalkomponente der Magnetkraft. Wegen der fehlenden Symmetrie wird eine dreidimensionale Modellierung durchgeführt, um Kanteneffekte richtig abzubilden. Außerdem setzen die Autoren für eine gute Dynamik laminierte Kerne ein. Der intensiven Forschung auf dem Gebiet der magnetischen Lufttaktventile sowie funktionsfähigen Prototypen in Fahrzeugen ist jedoch noch keine Serienproduktion gefolgt, da neben sicherheitstechnischen Aspekten auch die Wirtschaftlichkeit noch nicht endgültig geklärt ist.

ZHU, KNOSPE und MASLEN [148, 149] behandeln ein zentrales Problem aller eisenbehafteten Magnetaktoren. Sie untersuchen die Wirbelströme in unlaminierten Eisenkernen, die durch Stromänderungen ein schwächendes Magnetfeld erzeugen, das zu geringerer dynamischer Steifigkeit, kleinerer Bandbreite sowie phasen- und amplitudensenkendem Verhalten führt. Ihr Ziel ist die Beschreibung der Übertragungsfunktion Strom zu Kraft ohne Hysterese, Sättigung, Streufluss, Kanteneffekte in

linearen, isotropen Materialien. Frequenzvariable Netzwerkwidestände mit Wirbelstromfluss bilden dabei die räumliche Änderung des Flusses durch eine räumliche Änderung der Permeabilität ab. Die Modelle zeigen die erwartete Flussverdrängung zur Eisenoberfläche bei höheren Frequenzen, wie durch FEM-Analysen bestätigt wird. Allerdings ist der vorgeschlagene analytische Weg nur für einfache zylindrische und C-förmige Geometrien gangbar. Eine sehr umfassende Einführung zu Wirbelströmen, zu deren Problematik und auch zu potenziellen Anwendungen geben KRIEZIS *et al.* [71]. Die Darstellung enthält dabei Grundlagen zu analytischen und numerischen Berechnungsmethoden inklusive vielfältiger Lösungsansätze. Eine ebenfalls sehr umfangreiche Literaturrecherche über mögliche Frequenzmodellansätze für Wirbelströme führen FEELEY und FUKATA [36,43] jeweils in ihrer Einleitung durch. Demnach beschreibt eine \sqrt{s} oder $\sqrt{1 + \tau s}$, d.h. $f^{1/2}$ -Abhängigkeit die Wirbelstromeffekte im Frequenzbereich recht gut. Der wirbelstromtypischen Magnetfeldträgheit trägt eine sog. Wirbelstrominduktivität auf Basis von Netzwerkreluktanzen mit komplexer Permeabilität Rechnung, allerdings sind die Flusskurzschlüsse im Eisenkern, die ungleichmäßige Flussverteilung und lokale Sättigungseffekte bei höheren Frequenzen schwierig abzubilden. Die bekannten negativen Einflüsse der Wirbelströme auf die Aktordynamik beschreiben auch KLESEN und NORDMANN [66]. Sie demonstrieren eine transiente FEM-Feldberechnung zur Wirbelstromanalyse, deuten aber auf den nicht eindeutigen Kraft-Strom-Zusammenhang hin, da die Wirbelströme von Material und Ankergeschwindigkeit abhängig sind. Nach FEM-Software-Herstellerangaben sind heute Berechnungen der Magnetkraft-Wirbelstrom-Bewegungs-Zusammenhänge möglich, da einige Elemente inzwischen über entsprechende Freiheitsgrade und Eigenschaften verfügen. Im Beitrag [66] erfolgt außerdem eine Materialklassifizierung anhand des Verhältnisses Leitfähigkeit zu Sättigung (Fe: $4,6 \text{ m/mm}^2\Omega\text{T}$, NiFe 45%⁶: $1,5 \text{ m/mm}^2\Omega\text{T}$; SiFe 6,5%: $0,65 \text{ m/mm}^2\Omega\text{T}$).

Die Nichtlinearitäten der weichmagnetischen Werkstoffe sind ebenfalls Gegenstand umfangreicher Untersuchungen, z.B. gibt SPRINGER [127] ein empirisches, nichtlineares Modell für die Magnetisierung eines ferromagnetischen Materials mit Sättigung an. Er betrachtet dabei über Vorzeichen- und Exponentialfunktionen die per Messung identifizierte Neukurve sowie die Hysterese über das RAYLEIGH-Gesetz. RUKOWSKI und POPP [116] approximieren das sättigungsbehaftete Eisenkernmaterial einer magnetgelagerten Werkzeugmaschine über ein strom- und lageabhängiges Feldstärke-Polynom vierter Ordnung. Daraus wird analog zu OBERBECK [99] ein invertiertes nichtlineares Kraftkennfeld zur Feedback-Linearisierung abgeleitet.

1.3.4 Regelung magnetischer Aktoren

Das Potenzial elektromagnetischer Antriebe lässt sich oft erst bei geeigneter Ansteuerung und Regelung ausschöpfen. Aufgrund der zahlreichen Anwendungen existieren verschiedene Aufgaben der Regelung von Magnetaktoren. Neben dem primären Ziel der Stabilität bestehen oft Fragestellungen der Trajektorienfolge und der Schwingungsunterdrückung. Für die Berücksichtigung der nichtlinearen Magnetkrafteigenschaften sind häufig auch nichtlineare oder zeitvariante Regelkonzepte in der Diskussion, obwohl in der industriellen Praxis vornehmlich lineare Regler anzutreffen

⁶ Entspricht dem in dieser Arbeit verwendeten Magnetkernmaterial PERMENORM 5000 H2.

sind. In den letzten zehn Jahren kann zudem eine Tendenz zur robusten Stabilitätsabsicherung beobachtet werden. Um einen Zugang zur Methodenvielfalt zu erhalten, sollen zuerst Grundlagenwerke vorgestellt werden, die schließlich um einen Abriss aktueller, internationaler Forschungsarbeiten ergänzt werden.

Eine ausführliche systematische Einführung in die Grundlagen der linearen Frequenzbereichs- und Zustandsregelungen bietet das Standardwerk von FOELLINGER [39]. Ein ähnliches Spektrum behandelt LUNZE [83, 84] mit vergleichbar guter Anschaulichkeit in seinen zwei Bänden zur Regelungstechnik. Zum tieferen Einblick in die lineare Regelungs- und Steuerungstheorie kann REINSCHKE [104] genannt werden, der sehr umfassend auf die Systembeschreibung, verschiedene Stabilitätskriterien sowie Regelbarkeit und Robustheit eingeht. Auf gehobenen Niveau sind viele Hintergrundinformationen zu Reglerstrukturen und deren mathematischen Grundlagen dargeboten. Eine didaktisch gute gegliederte Zusammenstellung zur Analyse und Synthese von Rückführregelungen im Frequenzbereich, den Methoden des sog. *Loop-Shaping* (Frequenzkennlinienbeeinflussung) und dem Verhalten von Regelkreisen mit Unsicherheiten bieten DOYLE *et al.* [29]. Vergleichbar dazu lesen sich MORARI *et al.* [93] mit dem Fokus auf robusten Prozessen. An [29] angelehnte Inhalte in deutscher Sprache liefert das Buch von MÜLLER [91], das sehr anschaulich normoptimale und robuste Regelungen aufbereitet. Außerdem enthält es wertvolle Kapitel zu Zustandsregelungen und Beobachtern. Die vielleicht praxisorientierteste Einführung in moderne Rückführreglermethoden stellen SKOGESTAD und POSTLETHWAITE [125] zur Verfügung. Sie geben in einer etwas eigenen Strukturierung viele einprägsame Hinweise zu essentiellen Aspekten der Regelung „schwieriger“ Systeme, welche Beschränkungen dabei existieren und warum. Es werden Analyse und Synthese vieler Regelkonzepte inklusive struktureller Überlegungen vorgestellt, seien es *Internal Model Control* (IMC), normoptimale oder robuste Regler.

Die Anwendung normoptimaler und zustandsraumbasierter Regler zeigt FRIEDRICH [41] für seine sensorlose magnetische Lagerung eines Förderfahrzeug nach dem Prinzip des Transrapsids. Die sensorlose modellbasierte Lagebestimmung aus der Strommessung ist ein forschungsintensives Thema, das durch die Funktionsintegration Kosteneinsparungen zulässt. Allerdings sind rechenbasierte Methoden bei instabilen Systemen kritisch, die daher redundante Informationen benötigen. Der von FRIEDRICH applizierte \mathcal{H}_∞ -Regler nutzt zur Lageerkennung Zustandsgrößenbeobachter nach LUENBERGER- und KALMAN-Art, berücksichtigt jedoch keine Unsicherheiten im Entwurf. Ein reduzierter Beobachter erweist sich gegenüber den vollständigen Varianten als schlechter und benötigt zudem mehr Rechenleistung. Außerdem werden mögliche Zustandsrückführungen für robuste Stabilität diskutiert und dabei die Beschleunigung dem Strom vorgezogen. Der Trajektorienfolgeregelung elektromechanischer Systeme unter Ausnutzung ihrer im Allgemeinen gegebenen Eigenschaft der *Flachheit* widmet sich VON LÖWIS [85]. Einer konzeptionellen Einführung schließt sich die flachheitsbasierte Feedback-Linearisierung eines Hubmagneten und eines Magnetlagers an. Weiterhin sind eine *offline*- als auch *online*-Variante zur Trajektorienberechnung sowie die Diskretisierung des Berechnungsverfahrens enthalten. Die zu Grunde liegende Theorie der flachheitsbasierten Regelung stellt RUDOLPH [113] sehr umfassend und mathematisch fundiert dar.

Viele Regelungskonzepte für translatorische Magnetaktoren sind denen bei aktiven Magnetlagern angelehnt. Letztere bieten aufgrund ihrer höherdimensionalen Problematik, gerade bei flexiblen Rotoren, interessante Forschungsthemen der Regelungstechnik. Beispielsweise vergleichen EHMANN *et al.* [32] PID-, LQ- und μ -Syntheseregler für einen magnetgelagerten flexiblen Rotor, wobei sich letzterer zur robusten Unterdrückung der Eigenschwingungen besonders gut eignet. Die Vorteile der dynamischen Regler gegenüber den statischen PID- und LQR-Konzepten zeigen sich deutlich in der Schwingungs- und Störgrößenkompensation, wie auch LARSONNEUR [75] bei der digitalen Reglerauslegung für Magnetlager feststellt. Mit einer ähnlichen Zielstellung wenden BONIVENTO *et al.* [11] eine robuste Regelung zur Störunterdrückung für Magnetlager mit Unsicherheiten an. Die Problematik liegt dabei in der gegenseitigen Wahl der Spulenströme bei fehlender Vormagnetisierung, da deren Komplementarität bei unsicheren Modellen nicht mehr ausreichend stabilisierend ist. Als weiteres Beispiel der umfangreichen Magnetlagerthematik zeigen FUJITA *et al.* [42] eine robuste Regelung mit μ -Synthese unter Beachtung der nichtlinearen Magnetkräfte und/oder der lageabhängigen Induktivität. Sie verwenden unstrukturierte Unsicherheiten für Strom-, Lage-, Induktivitäts- und Widerstandsfehler und erreichen robuste Stabilität und Regelgüte, die allerdings immer abhängig von den gewählten Unsicherheitsgrenzen ist.

SUZUKI *et al.* [132] präsentieren die gute Anwendbarkeit der robusten \mathcal{H}_∞ -Reglerauslegung für die Schwingungsisolierung einer Platte. Deren Zustand wird über drei Beschleunigungssensoren und drei davon entfernte elektromagnetische Aktoren gemessen und beeinflusst (*non-located control*), wobei im Vergleich der normoptimalen Regler einem PID-Regler überlegen. Ebenfalls einen robusten Regler nutzen MATSUDA *et al.* [88] zur Schwingungsunterdrückung eines magnetgelagerten Tisches, allerdings basiert der Entwurf auf gemessenen Daten im Zustandsraum. Eine weitere Form der magnetischen Lagerung nutzen schwebende Schwungradspeicher (*Energy Storage Flywheel Systems*), die nahezu verlustfrei kinetische Energie konservieren. NAKAMURA *et al.* [96] stabilisieren ein solches lineares System ohne weichmagnetische Materialien mit einem robusten \mathcal{H}_∞ -Regler zur Schwingungsunterdrückung. Als Stellgröße für den Reglerentwurf werden die elektromagnetischen Kräfte verwendet und modellbasiert auf die notwendigen Ströme zurückgerechnet. Dass robuste Regler zum Teil auch für die Trajektorienfolge einsetzbar sind, demonstrieren UCHIYAMA *et al.* [134], die einem elektrodynamischen Shaker mit schwingfähiger Last gewisse Beschleunigungen vorgeben. Durch Einsatz eines Zwei-Freiheitsgrad-Reglers (2DOF: *two-degrees-of-freedom*) können sie per μ -Synthese gute Dämpfung und etwas Trajektorienfolge sichern. Eine zusätzliche Verbesserung der Folgequalität wird über die iterative Referenzadaption aus gemessenen Frequenzgängen erreicht (*frequency sampling*). Als Übersichtsartikel zu normoptimalen Methoden für Ein- und Mehrgrößensysteme bieten sich RIEBER und ALLGÖWER [106] mit kleinen Beispielen und umfangreicher Literaturliste an.

Aus dem instabilen, nichtlinearen Charakter magnetischer Reluktanzkräfte sind vielfältige nichtlineare Ansätze entstanden, eine stabile, störunanfällige Regelung zu entwickeln. CHEN und KNOSPE [15] linearisieren die Regelstrecke um ein aktives Magnetlager zur Werkzeugführung durch Invertierung des nichtlinearen Kraftkennfeldes $F(x,i)$ ähnlich zu OBERBECK [98]. Sie nutzen dazu eine Mehrgrößen-Tay-

lorreihenentwicklung 5. Grades, deren Linearisierungsströme für höhere Regeltaktung in einer zweidimensionalen Tabelle (*Look-Up-Table*) abgespeichert sind. Im Gegensatz zu dieser statischen Linearisierung beschreiben sie die dynamische Linearisierung als schwierig, verwenden aber digitale *Lead*-Filter zur Kompensation der Sensor-, Wandler- und *Aliasing*-Filter-Dynamik. Der eingesetzte lineare Regler ist mit der μ -Synthese robust entworfen. In detaillierter Darstellung schildern HOFFMANN *et al.* [52] die Anwendung des *Iterative Learning Control* (ILC), um das Flugverhalten bei schwingenden Ventilmagneten sicherzustellen. Die zyklische Bewegung lässt Regelfehler gut erkennen und für minimalen Energieverbrauch passt sich die Vorgabe durch L_2 -Norm-Optimierung der Stellspannung iterativ an. Einen umfangreichen Beitrag zu iterativ lernenden Regelungen präsentieren auch ROCKEL und KONIGORSKI [107, 108], die das Prinzip ausführlich beschreiben und die robuste Regelung von Schwingungsprüfständen im Frequenzbereich mit Hilfe sich iterativ anpassender Algorithmen demonstrieren. Die Kombination von Lerngesetz und unterlagerter Regelung ermöglicht ihnen durch Polvorgabe die Robustheit gegenüber Unsicherheiten, während die Adaption die Folgequalität für zyklische Vorgänge sichert. Interessanterweise lässt sich die Grundstruktur der ILC äquivalent zu derjenigen eines zeitdiskreten LTI-Systems in Zustandsraumdarstellung mit konstanter Ausgangsrückführung angeben. Eine lineare parametervariable Regelung zur definierten Flugbeeinflussung von Ventilmagneten zeigen FORRAI *et al.* [40], insbesondere um einen geringen Energieverbrauch und minimale Kontaktgeschwindigkeit in den Randlagen zu erreichen. Sie verwenden das sog. *Gain Scheduling*, das arbeitspunktabhängig verschiedene lineare Regler für eine nichtlineare Strecke bereitstellt. Für dieses sehr intuitive Konzept wird aus der Modellidentifikation ein strom- und lageabhängiger *Scheduling*-Parameter für einen robusten \mathcal{H}_∞ -*Mixed-Sensitivity* Reglerentwurf mit einer multiplikativen Unsicherheit bezüglich der Rückstellfederkräfte abgeleitet. Aus den Schranken aller bekannten Streckenübertragungsfunktionen entstehen schließlich zwei Regler, zwischen denen linear variiert wird.

Zur Überwindung der nichtlinearen Eigenschaften steuerbarer Systeme bietet sich unter bestimmten Voraussetzungen die flachheitsbasierte *Feedback*-Linearisierung oder Vorsteuerung an. Für Magnetaktoren zeigen dies RUDOLPH *et al.* [112, 114, 115] in ihrer Einführung in die flachheitsbasierten Konzepte für nichtlineare Systeme, die auch totzeitbehaftet sein können. Am Beispiel eines Magnetlagersystems weisen sie auf den Vorteil der Flachheit hin, das vorhandene Wissen über ein System zur Vorgabe gewünschter Zustandsverläufe zu nutzen. Die vielversprechende Parametrierung der Systemtrajektorien durch Zustandssteuerung und *Feedback*-Linearisierung nichtlinearer Systeme beschreiben auch LEVINE *et al.* [79] in ihrem Beitrag über flachheitsbasierte Magnetlagerregelungen. Schließlich simulieren auch NITSCHKE und SCHWARZMANN [97] das Verhalten einer elektrisch kommutierten Synchronmaschine durch flachheitsbasierte Steuerung innerhalb einer IMC-Struktur.

Die hier präsentierten Veröffentlichungen und Bücher zu den Themen Magnetentwurf, Modellierung und Regelung lassen die unüberschaubare Menge an Literatur erahnen. Für diese Arbeit stellen die Beiträge jedoch eine kleine Übersicht der wichtigsten zu behandelnden Bereiche dar, die sich schließlich auf den Begriff der Mechatronik vom Anfang des Kapitels zurückführen lassen.

1.4 Ziel und Aufbau der Arbeit

In Abschnitt 1.2 ist die mechatronische Struktur der magnetischen Reluktanzantriebe dargelegt worden. Sie ermöglicht die Übertragbarkeit einiger grundsätzlicher Prinzipien und Erfahrungen auf viele mögliche Aktoranwendungen. Im Zuge immer schärferer Kriterien bezüglich Dynamik, Kraft, Bauraum und Energieverbrauch in Kombination mit hohen Zuverlässigkeitsansprüchen besteht die Lösung der Antriebsaufgabe nicht nur in der Entwicklung *eines* Aktors, sondern in der bestmöglichen Nutzung *aller* Ressourcen im mechatronischen Kontext. Das Wissen um die Mittel und Möglichkeiten, aber auch Konflikte ist daher essentiell, um im technischen und wirtschaftlichen Wettbewerb zu bestehen.

Das Ziel der Arbeit ist die Bereitstellung von Methoden und Prinzipien, um leistungsfähige magnetische Reluktanzaktoren nach dem aktuellen Stand der Wissenschaft entwickeln und betreiben zu können. Dies beinhaltet zum einen Informationen zum konstruktiven Design von Magnetkreisen als auch deren Berechnung. Wegen der mechatronischen Natur der Aktoren werden neben den magnetischen Eigenschaften auch die verursachenden elektrischen Phänomene und die beeinflussten mechanischen Lastsysteme behandelt. Ausgehend von den physikalischen Grundgleichungen sollen aussagekräftige statische und dynamische Modelle der einzelnen Domänen entstehen, die durch geeignete Messverfahren und Experimente zu validieren und verifizieren sind. Die Gesamtheit aller Modelle muss dann die gültige Basis für die dynamische Simulation und den Entwurf robuster Regelungen sein. Die Regelungstechnik spielt eine wesentliche Rolle, weil insbesondere dauermagnetisch polarisierte Reluktanzaktoren oft ein instabiles Verhalten aufweisen und sich ihr Leistungsvermögen erst mit stabilisierenden Rückführreglern ausschöpfen lässt.

Ein zusätzlicher Anspruch der Arbeit ist die Wiedergabe praktischer Erkenntnisse aus den einzelnen Etappen von Anforderungsanalyse über Entwurf und Modellierung bis zu den realisierten Regelkonzepten. Das soll den Leser in die Lage versetzen, die Ausführungen mit seinen persönlichen Erfahrungen abzugleichen und ihm ein Gefühl für die Chancen und Herausforderungen in der Magnettechnik sowie ihren Anwendungen vermitteln. Zum Zwecke der Übersicht wird die Vielfalt der zu behandelnden Themen entsprechend den folgenden Punkte systematisch gegliedert.

Kapitel 2: Grundlagen magnetischer Aktoren

Als Basis für diese Arbeit sollen hier alle notwendigen Bereiche einführend behandelt werden. Die elektromagnetischen Phänomene stehen wegen ihrer zentralen Rolle am Beginn des Kapitels, das sich neben den physikalischen Grundgleichungen auch den Werkstoffen und der Magnetkraftentstehung widmet. Mit diesen Kenntnissen sind Berechnungsformeln magnetischer Kreise angebar, auf die Ausführungen zu zeitveränderlichen Magnetfeldern folgen. Aktoren als Wirkelemente stehen unmittelbar in Kontakt zu den mechanischen Systemen, die die Wirkung der Magnetkräfte erfahren. Die Dynamik mechanischer Systeme wird daher in einem Abschnitt überblicksmäßig präsentiert. Für die Beschreibung elektromagnetischer Aktoren werden Grundsätze

der Modellbildung und -gültigkeit angesprochen sowie mögliche Vereinfachungen präsentiert. Das Kapitel wird mit einem Streifzug durch die Regelungstechnik beendet, in dem vor allem Stabilität, Reglersynthese und Überlegungen zur Regelqualität im Blickpunkt stehen.

Kapitel 3: Systematischer Entwurf und Berechnung

Die Darstellung der Methoden zum Entwurf und der Modellierung der einzelnen Domänen im Magnetaktor soll nicht abstrakt geschehen, sondern anhand einer praktisch relevanten Anwendung in der Automobilindustrie. Für die Störgeräuschakustik soll ein elektromagnetischer Aktor zur Schwingungsanregung (*Shaker*) entstehen, dessen hohe Kraftdichte und Dynamik die Anforderungen der Anwendung erfüllen. Das dritte Kapitel führt zuerst in den Einsatz von Shaker für Tests im KFZ-Bereich ein und beschreibt die Anforderungen. Der methodische Teil beginnt mit generellen Überlegungen zum Entwurf magnetischer Reluktanzaktoren, um für den anvisierten Shaker die Ziele, Randbedingungen und Konflikte der Gestaltung zu bestimmen. Diese Anforderungsanalyse ermöglicht den systematischen Entwurf eines ersten Magnetaktors, der anschließend verfeinert werden soll. Zu Beginn des Entwurfs sollen Magnetkreisdesign und Werkstoffauswahl diskutiert werden, erst dann erfolgt die Dimensionierung der Hauptabmessungen in einer strengen Abfolge von Überlegungen, so dass der Entwurf möglichst eindeutig wird. Mit Hilfe statischer Modelle auf Basis magnetischer Ersatznetzwerke und der Finiten-Elemente-Methode soll die verbesserte Nutzung des verfügbaren Bauraums geprüft und ausgeführt werden. Die letztendlich leistungsfähigste Variante wird konstruktiv ausgestaltet und gebaut.

Für modellbasierte Regelkonzepte muss das realisierte System prinzipiell bekannt sein. Ausgangsbasis dafür ist die systemtheoretische Strukturierung des Aktors, die die spätere Regelstrecke erkennen lassen soll. Da Magnetaktoren typische Vertreter mechatronischer Systeme sind, kommt auch hier die mechatronische Gliederung in Betracht, die bedarfsweise in weitere Subsysteme aufzuschlüsseln ist. Jedes identifizierte Übertragungsglied muss mit der gebotenen Tiefe analysiert und beschrieben werden. Dabei helfen sowohl die Grundlagen aus Kapitel 2 als auch experimentelle Untersuchungen. Alle Erkenntnisse sollen in einem einheitlich formulierten Systemmodell zusammengeführt werden, das als Fundament der regelungstechnischen Maßnahmen dient.

Kapitel 4: Methoden der Regelung

Bei nichtlinearen, instabilen Magnetaktoren lassen sich die Betriebseigenschaften mit einer Regelung sichern. Das vierte Kapitel widmet sich der Frage nach geeigneten Maßnahmen zur Befriedigung der dynamischen Anforderungen an magnetische Reluktanzaktoren, speziell für die Anwendung als Qualitätssicherungs-Shaker in der Automobilindustrie. Zweifelsohne sind die Kriterien bezüglich Folgeverhalten und Stabilität aber derart, dass die Methoden auch in vielen anderen Einsatzgebieten zum Tragen kommen können. Vor dem Entwurf der Regelung müssen die Anforderungen an den Regelkreis formuliert werden. Weiterhin sind spezifische Analysen

der Regelstrecke unabdingbar, denn sie gewähren Einblick in die Natur der Regelungsaufgabe und erleichtern die Auswahl geeigneter Reglerkonzepte. Dies soll für die vorliegenden Aktoren anhand des entwickelten Modells erfolgen und vor allem Aspekte der Stabilisierbarkeit und Regelbarkeit umfassen. Zusätzlich sind Überlegungen zur Wirksamkeit der Regler von Interesse.

Im Verlauf des Kapitels werden anhand der Vorüberlegungen, der Literatur und der Erfahrungen vier Regelungskonzepte am Shaker zum Einsatz gebracht. Die stabilisierenden Eigenschaften von Zustandsreglern mit Beobachtern lassen sich ausnutzen, um Regler im Zeitbereich systematisch zu parametrieren. Nicht modellierte Unsicherheiten legen die Anwendung einer robusten Regelung nahe, die ihrerseits als Einstieg auch normoptimale Regler umfasst. Rückführregelungen ermöglichen aufgrund der fehlerabhängigen Stellensignale nur eine begrenzte Bandbreite, daher sollen Methoden der Steuerung den stabilisierten Aktorsystemen zur nötigen Dynamik verhelfen. In diesem Zusammenhang wird auch der simultane Einsatz von Steuerung und Regelung im flachheitsbasierten Rahmen untersucht, da die Flachheit nach dem Stand der Forschung für magnetische Reluktanzantriebe sehr geeignet erscheint. Abschließend werden alle Regler, Experimente und Erkenntnisse zusammenfassend verglichen, um dem Leser einen leichteren Überblick zu verschaffen.

Kapitel 5: Industrieller Einsatz der entwickelten Shaker

Während die vorherigen Kapitel ausschließlich Verfahrensweisen beinhalten, die generell anwendbar sein sollen, bietet Kapitel 5 schließlich Einblick in die praktischen Resultate der Entwurfsmethodik und Reglerkonzepte. Dem Einsatzzweck entsprechend werden die realisierten Magnetaktoren in der industriellen Qualitätssicherung zur Komponenten- und Fahrzeuganregung benutzt. Der entstandene Reluktanzaktor stellt seine Leistungsfähigkeit in der Störgeräuschakustik bei Automobilherstellern unter Beweis. Für sehr schwere Geländewagen wird eine Änderung im Spulensystem durchgeführt, die die Leistung des Aktors noch einmal eindrucksvoll vergrößert. Die industrielle Einsatztauglichkeit wird durch praxisnahe Anregungsspektren und geeignete Auswerteverfahren nachgewiesen, die bereits in Kapitel 2 eingeführt werden.

Kapitel 6: Zusammenfassung und Ausblick

Zum Schluss der Arbeit sind die Erkenntnisse zur systematischen Entwicklung und Regelung von magnetischen Reluktanzaktoren übersichtlich zusammengefasst. Die am gewählten Anwendungsbeispiel gesammelten Erfahrungen werden resümiert und auf ihre generelle Anwendbarkeit geprüft. Da die vorliegende Arbeit natürlich keinen Abschluss der Entwicklung von Reluktanzantrieben bedeuten kann, enthält ein Ausblick zukünftige Fragestellungen genereller und spezifischer Natur, um das nun vorliegende Shakersystem weiter zu verbessern.

2 Grundlagen magnetischer Aktoren

Die Entwicklung, Berechnung und Regelung magnetischer Reluktanzaktoren erfordert Grundlagenwissen in allen Bereichen der Mechatronik. Aus den einzelnen Domänen werden daher wichtige physikalische Grundgleichungen und Zusammenhänge für elektromagnetische Felder und Kräfte sowie für die daraus resultierenden mechanischen Bewegungen präsentiert. Dieses Kapitel umfasst zudem Methoden zur Modellbildung statischer und dynamischer Eigenschaften von Magnetaktoren. Eine kurze Einführung in die Regelungstechnik zeigt wesentliche Möglichkeiten auf, um technische Systeme systemtheoretisch zu beschreiben sowie ihre Dynamik modellbasiert zu kontrollieren. Abschließend werden einige Vorschläge zur Evaluation erhaltener Regelergebnisse vorgestellt.

2.1 Elektromagnetische Phänomene

2.1.1 Grundgleichungen

Die Ursache des elektrischen Feldes ist die elektrische Ladung. Magnetfelder entstehen durch bewegte elektrische Ladungen, d.h. durch die magnetischen Momente der Elementarteilchen, durch Leitungs- und Konvektionsströme sowie den Verschiebungsstrom. Nur bei statischen und stationären Feldern treten elektrische und magnetische Felder unabhängig voneinander auf. Im allgemeinen Fall werden die makroskopischen elektromagnetischen Phänomene mit den MAXWELLSchen Gleichungen (2.1)¹ beschrieben. Sie beruhen auf empirischen Erkenntnissen (Axiome der klassischen Elektrodynamik² [102]) und bilden die Grundlage der elektromagnetischen Feldtheorie.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \text{Durchflutungsgesetz} \quad (2.1a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{Induktionsgesetz} \quad (2.1b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{Quellenfreiheit von } \mathbf{B} \quad (2.1c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad \text{GAUßsches Gesetz} \quad (2.1d)$$

Diese partiellen Differentialgleichungen (DGL) für die magnetische Feldstärke \mathbf{H} , die elektrische Feldstärke \mathbf{E} , die magnetische Flussdichte \mathbf{B} und die elektrische (Verschiebungs-)Flussdichte \mathbf{D} können als Quellen und Wirbel der elektrischen und

¹ 1861-1864 entwickelt von James C. MAXWELL (1831-1879): Schottischer Physiker, hier für nichtrelativistisch bewegte Medien in differentieller Form mit Differentialoperator $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ und DIN Bezeichnungen nach [24–26] angegeben.

² vgl. Axiome der Mechanik in Abschnitt 2.4 ab Seite 32

magnetischen Felder interpretiert werden [37]. Die Gleichungen (2.1) erlauben detaillierte Aussagen über einzelne Feldpunkte, ermöglichen die Interpretation elektrodynamischer Vorgänge und stellen die Basis für kompakte Potentialformulierungen und Sekundärauswertungen dar, wie sie beispielsweise bei Finite-Elemente-Methoden (Abschnitt 2.2.2) notwendig werden. Die Integralform von (2.1) beinhaltet alle elektrodynamischen Phänomene im Globalen und liefert die Grundlage zur analytischen Magnetkreisberechnung mit der Netzwerkmethod (Abschnitt 2.2.1). Das vollständige System der MAXWELLSchen Gleichungen umfasst außerdem die Materialgleichungen (2.2), die die Eigenschaften eines Mediums in den makroskopischen Stoffparametern *Permittivität* $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, *Permeabilität* $\mu = \mu_0 \mu_r$ und *Konduktivität* κ berücksichtigen. Die Stoffzahlen sind im linearen, homogenen und isotropen Medium konstante Skalare, aber im Allgemeinen Tensoren zweiter Stufe.

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2.2a)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.2b)$$

$$\mathbf{S} = \kappa \mathbf{E} \quad (2.2c)$$

Der Einfluss magnetischer Materialien auf das Feld gegenüber dem Vakuum wird durch (2.3) in Abhängigkeit der magnetischen Polarisation³ $\mathbf{J} = \mu_0 \mathbf{M}$ sichtbar (vgl. (2.2b)). Die Magnetisierung $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$ kennzeichnet dabei die Volumendichte der magnetischen Momente auf Basis der *Suszeptibilität* χ . Gleichung (2.3) zufolge ist aber für die Flussdichte \mathbf{B} im Material neben der Magnetisierung \mathbf{M} (Feld der Elementarmagnete) vor allem auch das Fremdfeld \mathbf{H} (entmagnetisierendes Eigenfeld im offenen Magnetkreis) bestimmend [68], wobei zugleich $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{H})$ ist.

$$\mathbf{B} = \mathbf{J} + \mu_0 \mathbf{H} = \mu_0 (\mathbf{M} + \mathbf{H}) = \mu_0 (\chi + 1) \mathbf{H} \quad (2.3)$$

2.1.2 Magnetische Werkstoffe

Bezüglich ihrer magnetischen Eigenschaften werden alle Substanzen nach dem Maß ihrer Polarisierbarkeit, d.h. ihrer Suszeptibilität χ in diamagnetisch ($\chi < 0$), paramagnetisch ($\chi > 0$) und ferro- bzw. ferrimagnetisch ($\chi \gg 1$) unterschieden. Für Magnetantriebe haben vor allem ferromagnetische Materialien aufgrund ihres hohen magnetischen Dipolmoments M_e eine große technische Bedeutung erlangt [119]. Sie werden nach ihrer Koerzitivfeldstärke H_{cJ} unterteilt in:

- weichmagnetische Werkstoffe $H_{cJ} = (0,1 \dots 500) \text{ A/m}$
→ Gute Leiter des magnetischen Flusses, z.B. Magnetkerne;
- hartmagnetische Werkstoffe $H_{cJ} = (10 \dots 1000) \text{ kA/m}$
→ Speicher des magnetischen Feldes, z.B. Dauer- bzw. Permanentmagnete.

Die früher technisch unbedeutenden magnetisch halbharten Stoffe werden in jüngster Zeit z.B. für bistabile Haftrelais eingesetzt. Die Eigenschaften ferromagnetischer Werkstoffe basieren auf magnetischen Dipolen (magnetische Spin- und Bahnmomente der Elektronen), deren Dichte die Magnetisierung \mathbf{M} ist. Charakteristisch für Ferromagnetika ist ihre *Hysterese*, deren Ursache das nichtlineare Verhalten der

³ Nach DIN 1324-1 bezeichnet das Symbol \mathbf{J} die magnetische Polarisation und die elektrische Stromdichte gleichermaßen [25].

relativen Permeabilität $\mu_r(H)$ bei einem durchsetzenden Magnetfeld ist. Die magnetische Hysterese mit ihrer Grenzkurve $B = f(H)$ ist gekennzeichnet durch:

- Permeabilität μ (Kurvenanstieg);
- Koerzitivfeldstärke H_{cB}
(Entmagnetisierungsresistenz, oft gilt $H_{cB} \neq H_{cJ}$);
- Remanenz $B_r = J_r$ (feldfreie Restinduktion);
- Sättigung $J_s \neq B_s$ (bei $\mu_r(H) \approx 1$);
- Ummagnetisierungsverluste
(Wirbelströme, dynamische Schleifenaufweitung, diskrete Drehprozesse).

Einfluss auf die Hysterese haben Werkstoffeigenschaften wie Kristallaufbau, Legierungsbestandteile, Gefüge- und Behandlungszustand oder Korngröße, aber auch mechanische Spannungen und die Temperaturbehandlung [110]. Alle ferromagnetischen Stoffe werden oberhalb ihrer CURIE-Temperatur⁴ paramagnetisch.

Bei hartmagnetischen Werkstoffen wird praktisch nur der 2. Quadrant der Hysteresekurve betrachtet, wo die relative Permeabilität quasi konstant und meist kaum größer als eins ist. Die Leistungsfähigkeit von Dauermagneten wird anhand ihres Energieproduktes $(BH)_{max}$ abgeschätzt, wobei hohe Dauerremanenz B_r und hohe Koerzitivfeldstärke H_{cJ} im Widerspruch stehen. Stand der Technik sind hochenergetische *Selten-Erd-Metall*-Legierungen (vor allem *NdFeB* und *SmCo*) mit einem theoretischen $(BH)_{max} = 485 \text{ kJ/m}^3$, von dem aktuell $(BH)_{max} > 400 \text{ kJ/m}^3$, $B_r > 1,4 \text{ T}$ und $H_{cJ} > 2500 \text{ kA/m}$ erreicht werden [140]. In gesinterter Form sind hartmagnetische Materialien ausgesprochen spröde. Dagegen sind kunststoffgebundene Dauermagnete mechanisch stabiler, aber magnetisch schwächer.

Weichmagnetische Werkstoffe weisen einen nichtlinearen, anisotropen und zeitvarianten $B(H)$ -Zusammenhang auf. Daher unterscheidet man z.B. die differentielle Permeabilität $\mu_{diff} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}$, die Anfangspermeabilität μ_4 oder die reversible Permeabilität μ_{rev} . Es existiert anwendungsspezifisch eine Vielzahl weichmagnetischer Stoffe, wobei primär niedrige Koerzitivität (geringe Ummagnetisierungsverluste), hohe Sättigungspolarisation und gute Dynamik erwünscht sind. Das höchste magnetische Moment aller Elemente hat Eisen (Fe) mit $M_{Fe} = 2,2 M_e$ und einer Sättigungspolarisation $J_s = 2,14 \text{ T}$ ⁵. Somit sind Fe-basierte Legierungen (NiFe, CoFe) die bevorzugte Wahl bei hohen Flussdichten und Kräften, allerdings verschlechtert die hohe elektrische Leitfähigkeit durch Wirbelstrombildung die dynamischen Eigenschaften. Keramikähnliche *Ferrite* (antiferromagnetische Metalloxide) haben eine $10^6 \dots 10^{10}$ -mal geringere elektrische Leitfähigkeit, aber auch nur Sättigungspolarisationen $J_s \leq 0,5 \text{ T}$. Die sehr schmale Hystereseschleife weichmagnetischer Materialien ($H_{cJ} > 10 \dots 100 \text{ A/m}$) lässt die Vereinfachung als eindeutige nichtlineare sättigungsbehaftete Magnetisierungsfunktion zu. Unter Annahme eines isotropen Materials werden dabei häufig die *Neukurve* (unmagnetisiertes Material) oder die *Kommutierungskurve* (Ort aller Umkehrpunkte) verwendet. Aus dem Brechungsgesetz des magnetischen Feldes und (2.2b) folgt an Trennflächen zwischen Luft und

⁴ Pierre CURIE (1859-1906): Französischer Physiker und Nobelpreisträger (1903).

⁵ Ausnahme: CoFe mit $M_{CoFe} = 2,5 M_e$

ungesättigtem weichmagnetischen Material ein verschwindender tangentialer Magnetfluss in der Luft, d.h. die Feldlinien treten nahezu senkrecht aus dem ferromagnetischen Material aus. Durch normale Grenzflächen tritt der Fluss stetig hindurch und erzeugt eine anziehende Reluktanzkraft, die den Luftspalt verkleinern möchte.

Bei der Auswahl von weichmagnetischen Werkstoffen sind neben den statischen Kenngrößen oft die Ummagnetisierungsverluste von großer Bedeutung. Ihre Ursachen liegen im Wesentlichen in der Hysterese P_h , den Wirbelströmen P_w und sog. anomalen Nachwirkungen P_a :

$$P_{Fe} = P_h + P_w + P_a = c_h \cdot \hat{B}^n \cdot f + c_w \cdot f^2 \cdot \hat{B}^p + c_a \cdot f^{3/2} \cdot \hat{B}^q \quad (2.4)$$

In (2.4) sind c_h , c_w und c_a Verlustbeiwerte, n , p und q Exponenten (1...2...3), \hat{B} die Induktionsamplitude⁶ sowie f die Wechselfeldfrequenz [110, 139]. Ein Maß für die Ummagnetisierungsarbeit im ferromagnetischen Material ist die von der B - H -Kurve eingeschlossene Hystereseffläche, die bei höheren Frequenzen aufgrund der Wirbelströme und durch Behinderungen der magnetischen Elementarvorgänge zeitvariant sein kann [9].

2.1.3 Magnetische Kräfte

Das Arbeitsvermögen des elektromagnetischen Feldes beschreibt der Energieerhaltungssatz von POYNTING⁷ (2.5) basierend auf den MAXWELLSchen Gleichungen (2.1). Unter Berücksichtigung der Änderung der elektromagnetischen Feldenergiedichte (2.6) kann die magnetische Volumenkraftdichte \mathbf{f}_m für ein Material der Dichte ρ_0 mit $\mu \neq f(H)$ abgeleitet werden [62, 103, 124]:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \epsilon \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2 \right) dV & \quad \text{Änderung der in } V \text{ enthaltenen} \\ & \quad \text{elektromagnetischen Energie} \\ = \underbrace{\int_V \frac{\mathbf{J}}{\kappa} dV}_{\text{JOULESche Verluste}} - \underbrace{\int_V \mathbf{E}_e \mathbf{J} dV}_{\text{Arbeit durch ein-geprägte Feldstärke}} + \underbrace{\oint_A (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dA}_{\text{Energie elektromagnetischer Strahlung mit POYNTING-Vektor } \mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$dw = dw_m + dw_e = \mathbf{H} d\mathbf{B} + \mathbf{E} d\mathbf{D} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m = \mathbf{J} \times \mathbf{B} & \quad \text{elektrodynamische LORENTZ-Kraftdichte} \\ - \frac{1}{2} \mathbf{H}^2 \nabla \mu & \quad \text{Kraftdichte durch räumliche Permeabilitätsänderung} \\ - \mathbf{H} (\nabla \times \mathbf{J}_p) & \quad \text{Quellen-Kraftdichte an Grenzflächen magnetisierter Körper (magn. Dipole, Dauermagnete)} \\ + \frac{1}{2} \nabla \cdot \left(\mathbf{H}^2 \rho_0 \frac{\partial \mu}{\partial \rho_0} \right) & \quad \text{Kraftdichte durch dichteabhängige Permeabilitätsänderung (Magnetostriktion)} \end{aligned} \quad (2.7)$$

⁶ In weichmagnetischen Stoffen gilt $\hat{B} \approx \hat{J}$, da das H -Feld im Material klein ist, siehe (2.3).

⁷ John H. POYNTING (1852-1914): Englischer Physiker und Schüler von J. C. MAXWELL.

Im Bereich der Aktorik haben insbesondere die ersten beiden Terme von (2.7) technische Bedeutung erlangt. Der erste Teil beschreibt die elektrodynamische Kraft (2.8) auf einen stromdurchflossenen Leiter (bzw. eine bewegte Ladung) im Magnetfeld (LORENTZ-Kraft). Daraus definiert sich die Klasse der elektrodynamischen Antriebe, wobei der Begriff *dynamisch* den Stromfluss oder die bewegte Ladung im homogenen Magnetfeld bezeichnet.

$$\mathbf{F}_{ed} = l(\mathbf{i} \times \mathbf{B}) = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.8)$$

Typische Anwendungen elektrodynamischer Kräfte sind die elektrischen Maschinen (Motoren, Generatoren), Zyklotrone, Tauchspulantriebe (*elektrodynamische Shaker*, Lautsprecher), Linearantriebe oder auch Magnetschwebbahnen (JR-MAGLEV) [57, 67]. Hervorzuheben ist die lineare Kraftentwicklung bezüglich Feld und Stromfluss bzw. Geschwindigkeit sowie die Erzeugung von Anziehungs- und Abstoßungskräften. Gleichwohl ist die relative Kraft-Bauvolumen-Dichte ohne Supraleitung gering.

Für die vorliegende Arbeit ist der zweite Term von (2.7) bedeutsam, d.h. die zwischen Stoffen verschiedener Permeabilität entstehenden Kräfte. Bei sprunghafter Änderung der Permeabilität μ an einer Grenzfläche im Magnetfeld bildet sich eine senkrecht zur Fläche stehende Kraft \mathbf{f}_A (2.9)⁸ aus.

$$\mathbf{f}_A = \frac{1}{2}(\mu_1 - \mu_2) H_1 H_2 \mathbf{n}_{12} = \frac{\mu_1 - \mu_2}{2} \left(\frac{B_n^2}{\mu_1 \mu_2} + H_t^2 \right) \mathbf{n}_{12} \quad (2.9)$$

Die lotrechte Grenzflächenkraft wirkt unabhängig von der Feldrichtung immer vom Gebiet größerer Permeabilität (Zugbeanspruchung) zum Gebiet kleinerer Permeabilität (Druckbeanspruchung). Weil wenig permeable Materialien einen größeren magnetischen Widerstand (*Reluktanz*) aufweisen, streben die Kräfte nach (2.9) durch Reluktanzverkleinerung ein Energieminimum an. Die flächig wirkenden Kräfte heißen in Analogie zur Mechanik auch MAXWELLSche *Spannungen*. Technisch interessant sind vor allem Trennflächen zwischen guten Magnetflussleitern ($\mu_1 \gg \mu_0$, z.B. Eisen) und Luft ($\mu_2 = \mu_0$). Strömt ein *homogenes senkrecht*es Feld der Flussdichte $B = B_1 = B_2 = B_n$ ($H_t = 0$) durch eine solche Trennfläche, dann lässt sich die wirkende *Reluktanzkraft* F_{re} nach der MAXWELLSchen Zugkraftformel (2.10)⁹ berechnen.

$$\mathbf{F}_{re} = \frac{B^2 A}{2\mu_0} \mathbf{n}_{12} = \frac{\Phi^2}{2\mu_0 A} \mathbf{n}_{12} \quad (2.10)$$

Bei der Kraftentwicklung erfolgt nach (2.6) die Umwandlung der elektromagnetischen Feldenergie in mechanische Energie. Zum Aufbau des elektromagnetischen Feldes wird elektrische Energie zugeführt, die auch die ohmschen Verluste deckt. Das Magnetfeld erzeugt dann einen magnetischen Verkettungsfluss $\Psi(i)$, illustriert durch das Ψ - i -Kennlinienfeld in Bild 2.1 mit der gespeicherten magnetischen Energie $W_m = \int_0^{\psi_0} i d\psi$ und der magnetischen Co-Energie $W_m^* = \int_0^{i_0} \psi di$ (2.11). Für $i = \text{const.}$ bedeutet eine Änderung von W_m auch die Änderung der magnetischen

⁸ Grenzflächennormalenvektor \mathbf{n}_{12} von Gebiet 1 (μ_1) zu Gebiet 2 (μ_2)

⁹ Erste deutsche Ausarbeitungen über die Gültigkeit von (2.10) bereits 1913 in [61, 118].

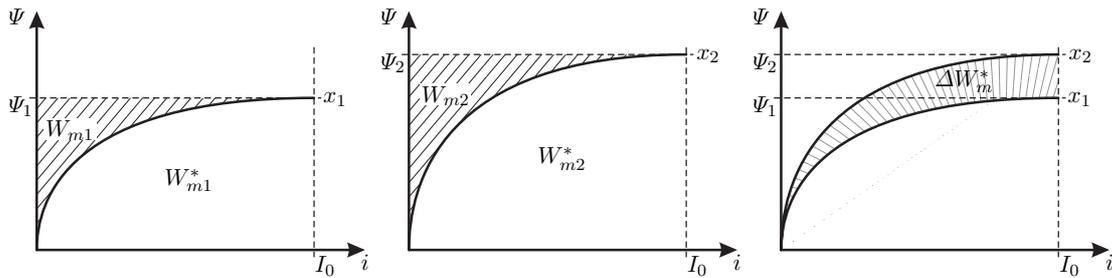


Bild 2.1: Ψ - i -Kennlinienfeld eines nichtlinearen Magnetkreises und Änderung der magnetischen Energie W_m und Co-Energie W_m^* durch Verrichtung mechanischer Arbeit im Luftspalt ($x_2 < x_1$)

Co-Energie W_m^* (2.12). Sind aber Hysterese, Wirbelströme und andere Magnetisierungseffekte vernachlässigbar, dann muss diese Änderung von W_m^* aufgrund des Energieerhaltungssatzes als mechanische Arbeit W_{mech} verrichtet werden (2.13).

$$i_0 \Psi_0 = W_m + W_m^* \quad \text{mit} \quad W_m \neq W_m^* \quad (2.11)$$

$$i_0 \Delta \Psi_0 = \Delta W_m + \Delta W_m^* \quad (2.12)$$

$$W_{mech} = \Delta W_m^* = \int_{x_1}^{x_2} F dx \quad (2.13)$$

Im Gegensatz zu elektrodynamischen Kräften wirken Reluktanzkräfte zwischen ferromagnetischen Materialien immer anziehend und luftspaltverkleinernd. Durch entsprechend große Eisenflächen lassen sich auch auf kleinem Raum bereits hohe magnetische Kräfte erzielen (nach (2.10) circa 40 N/cm^2 bei $B = 1 \text{ T}$), wofür elektrodynamische Systeme deutlich mehr Bauraum (Windungszahl, Spulenradien) benötigen, um genügend LORENTZ-Kraft auf den Ladungskörpern im volumenmäßig kleinen Spulendraht aufzubauen. Allerdings sind bei Reluktanzantrieben die ferromagnetische Sättigung und andere Nichtlinearitäten zu kompensieren. Als Grundlage aller magnetischen Reluktanzkraftwirkungen kann der einfache Magnetkreis in Bild 2.2 analysiert werden, der die nichtlinearen (2.14) und destabilisierenden Eigenschaften (2.15) von Reluktanzkräften offenbart. Insbesondere (2.15) zeigt die steigende Anziehungskraft bei einer Luftspaltverkleinerung, wobei man diese die Auslenkung

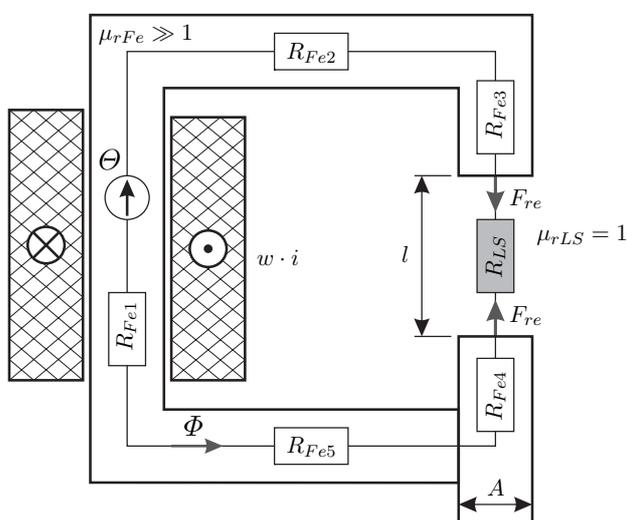


Bild 2.2: Einfacher Magnetkreis mit Ersatznetzwerk

- Eisenquerschnitte konstant mit $A = A_{Fe} = A_{LS}$
- feldabhängige Eisenreluktanzen $R_{Fe} = f(H)$
- lineare Luftreluktanz $R_{LS} = \frac{l}{\mu_0 A} \gg R_{Fe}$
- Reluktanzkraft $F_{re} = \frac{1}{2} \mu_0 A \frac{w^2 i^2}{l^2}$

begünstigende Kraft auch als *negative Steifigkeit* in Analogie zur mechanischen Feder $c = dF/dx > 0$ (bei physikalisch richtigen Koordinaten) bezeichnet.

$$F_{re} = \frac{1}{2} \mu_0 A w^2 \frac{i^2}{l^2} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial F_{re}}{\partial l} \propto -\frac{1}{l^3} < 0 \quad (2.15)$$

Typische Anwendungen mit Reluktanzkräften sind Elektromagnete und Aktoren (Schalt-, Hub-, Haftmagnete, Proportionalmagnete, Spannplatten), aber auch Magnetkupplungen, Relais, Schrittmotoren, Ventil-Schaltstufen, Magnetschwebbahnen (Transrapid [133]) und Shaker [76].

2.2 Berechnungsmethoden magnetischer Kreise

Eine geschlossene Anordnung zur Führung des magnetischen Flusses bezeichnet man als magnetischen Kreis. Die Verfahren zur Berechnung magnetischer Systeme und ihrer *primären* (Potential, Feldverlauf) und *sekundären* (Kräfte, Induktivitäten) Größen unterscheiden sich hinsichtlich Komplexität, Rechenmethode und Anschaulichkeit zum Teil erheblich. In dieser Arbeit werden zwei ingenieurtechnisch bedeutsame Verfahren der Magnetkreisberechnung angewendet, die insbesondere in ihrer Kombination für die Auslegung moderner Magnetsysteme sehr gut geeignet sind.

2.2.1 Magnetische Ersatznetzwerke

Schon in den MAXWELLSchen Gleichungen (2.1) wird die physikalische Analogie zwischen den im Allgemeinen untrennbar verbundenen elektrischen und magnetischen Feldern sichtbar. Diese Analogie legt die Abbildung der räumlich verteilten magnetischen Phänomene in Netzwerken mit konzentrierten Elementen nahe, wenn folgende Annahmen zumindest ansatzweise gelten [110]:

- keine räumliche Überlagerung sich beeinflussender Felder;
- Energiekopplung räumlich konzentriert oder gleichverteilt;
- Pfade mit guter Leitfähigkeit zwischen Quelle und Senke;
- Unstetigkeiten in Geometrie und Material analytisch approximierbar.

Als konzentrierte Elemente lassen sich magnetische Ersatzwiderstände R_m und magnetische Spannungsquellen Θ (Durchflutung bzw. magnetomotorische Kraft *MMK*) ableiten. Die Topologie eines *magnetischen Ersatznetzwerks* (MEN) ist systemspezifisch abhängig von der auftretenden - oder zu erwartenden - Feldverteilung. Die magnetischen Widerstände orientieren sich an sog. *Flussröhrenabschnitten*, d.h. einem Volumenabschnitt des magnetischen Kreises, durch dessen Stirnflächen die Feldlinien möglichst senkrecht ein- und austreten. In der Analogie zum elektrischen Kreis lassen sich Differenz- und Flussgröße definieren (2.16-2.17) und es gelten der Maschen- sowie Knotensatz (2.18-2.19). Im Gegensatz zu elektrischen Widerständen verkörpern

magnetische Reluktanzen keine Verluste, sondern die in ihrem Feldgebiet gespeicherte Energie [62]. Daher lässt sich die Reluktanzkraft nach der Energiemethode auch über die magnetischen Widerstände bestimmen.

$$\text{Differenzgröße: Spannung } u \quad \Leftrightarrow \quad \text{Magn. Spannung } V_m \quad (2.16)$$

$$\text{Flussgröße: Strom } i \quad \Leftrightarrow \quad \text{Magn. Fluss } \Phi \quad (2.17)$$

$$\text{Maschensatz: } \oint \mathbf{H} d\mathbf{s} = w \cdot i = \Theta = \sum_j V_{mj} = \sum_j \left(\int \mathbf{H}_j d\mathbf{s}_j \right) \quad (2.18)$$

$$\text{Knotensatz: } \oint \mathbf{B} d\mathbf{A} = 0 \quad \longrightarrow \quad \sum_k \Phi_k = 0 \quad (2.19)$$

Der magnetische Spannungsabfall $V_{mj} = \int \mathbf{H}_j d\mathbf{s}_j$ über einem Flussröhrenabschnitt j treibt den magnetischen Fluss $\Phi_j = \int_{A_j} \mathbf{B} d\mathbf{A}$ abhängig vom magnetischen Widerstand R_{mj} an. Dieser ergibt sich für den Abschnitt j in beliebigem Material analog zum OHMSchen Gesetz aus dem HOPKINSONSches Gesetz (2.20) [103]. Für lineare, isotrope Abschnitte der Länge l mit konstantem Querschnitt A , die von einem homogenen Feld senkrecht durchsetzt werden, lässt sich daraus der magnetische Widerstand R_m bzw. der magnetische Leitwert G_m (2.21) vereinfacht angeben.

$$R_{mj} = \frac{V_{mj}}{\Phi_j} = \int_{(s)} \frac{1}{\mu(s)A_j(s)} ds \quad (2.20)$$

$$R_m = \frac{1}{G_m} = \frac{l}{\mu A} \quad (2.21)$$

Zur Magnetkreismodellierung wird auf Basis von (2.18-2.21) das gesamte magnetische Feldgebiet in homogene Bereiche geteilt, denen magnetische Spannungen und Flüsse zugeordnet werden. Im Allgemeinen entsteht ein nichtlineares Widerstandnetzwerk, das mit den bewährten Methoden der Netzwerktheorie lösbar ist [131]. Voraussetzung für die Netzwerktheorie ist die Kenntnis des Feldverlaufs aus anschaulichen Betrachtungen oder über FE-Verfahren (Abschnitt 2.2.2). Aufgrund der Diskretisierung des räumlichen Feldes mit konzentrierten Elementen für die Hauptflusspfade aus weich- und hartmagnetischen Teilen sowie Luftspalt-Reluktanzen sind die MEN vor allem zur Grobdimensionierung sehr gut geeignet. Die Vorteile liegen in den kurzen Rechenzeiten durch effiziente Netzwerklöser und in den analytischen Geometrie-Feld-Kraft-Relationen des Systems. Diese Eigenschaften machen die MEN beim systematischen Magnetentwurf unverzichtbar. Für genauere Modelle müssen aber die Streupfade des magnetischen Feldes, nichtlineare Werkstoffkennlinien und/oder Wirbelströme in elektrisch leitfähigen Materialien berücksichtigt werden. Dauermagnete lassen sich in magnetischen Ersatznetzwerken als Durchflutungsquellen (2.22) in Reihe mit einem Innenwiderstand (2.23) modellieren, wenn das Feld die Fläche A_{PM} auf der Länge l_{PM} durchsetzt.

$$\Theta_{PM} = H_{cB} \cdot l_{PM} \quad (2.22)$$

$$R_{PM} = \frac{H_{cB} \cdot l_{PM}}{B_r \cdot A_{PM}} = \frac{l_{PM}}{\mu_{PM} \cdot A_{PM}} \quad (2.23)$$

Dagegen vernachlässigt man bei weichmagnetischen Abschnitten aufgrund der hohen Permeabilität oft die Reluktanz. Die Entwicklung leistungsfähiger Antriebe gebietet jedoch die Ausnutzung vorhandener Materialkapazitäten und somit die Beachtung der Werkstoffsättigung im Entwurf. Dazu wird für die Elemente $R_m(\mu)$ eine hysteresefreie Magnetisierungskennlinie $\mu(H)$ zu Grunde gelegt und der Arbeitspunkt des Magnetsystems iterativ oder grafisch bestimmt [103]. Die grafische Methode eignet sich nur für stationäre Magnetfelder, wogegen über nichtlineare Gleichungslöser auch quasistationäre und transiente Simulationen möglich sind [131].

Die Netzwerkmethod ist hervorragend zur Modellierung drehender elektrischer Maschinen geeignet, da diese einen konstanten Luftspalt und drehzahlabhängig eine zumindest quasistationäre Feldverteilung aufweisen. Im Gegensatz dazu sind bei translatorischen Reluktanzantrieben variable Luftspalte vorhanden, d.h. die Arbeits- und Streufelder ändern sich mit der Stellbewegung. Diese Veränderung der Feldverteilung erschwert die korrekte Abbildung in den magnetischen Ersatznetzwerken. Daher werden oft nur wenige Arbeitspunkte im Netzwerk berechnet und dazwischen linear interpoliert. Neben der Magnetik existieren auch für Mechanik, Hydraulik, Akustik und andere physikalische Domänen Analogien zum elektrischen Netzwerk. Diese einheitliche Darstellung auf *einer* Modellierungsebene ermöglicht die analytische Behandlung sog. Multi-Domänen-Systeme, z.B. bei mechatronischen Antrieben.

Zusammengefasst sind MEN insbesondere bei magnetischen Aufgaben mit nur geringen Vorgaben oder bei der Beurteilung von Magnetkreisvarianten sehr vorteilhaft. Des Weiteren ermöglichen die analytischen Lösungen ein gutes Systemverständnis und gestatten häufig geschlossene Lösungen für Optimierungsaufgaben. Allerdings ist aufgrund der erforderlichen Näherungen die Modellgenauigkeit *a priori* nur schwer einschätzbar. Diese Lücke können Finite-Elemente-Methoden schließen, um das Netzwerkmodell iterativ zu verbessern [76].

2.2.2 Finite-Elemente-Methode

Obwohl unter den Begriff der *Finite-Elemente* Methoden mehrere numerische Diskretisierungsverfahren (z.B. Finite-Differenzen, Randelementmethode) zusammengefasst werden, wird mit dem Ausdruck FEM oft die klassische *Finite-Elemente-Methode* assoziiert. Sie ist wie die MEN ein strukturorientiertes Verfahren und zerlegt das zu untersuchende Feldgebiet in diskrete kleine Teilbereiche, die finiten Elemente, die an ihren Eckpunkten (Knoten) verbunden sind. Jedem finiten Element wird dann eine Näherungslösung zugeordnet, die nur in diesem Element ungleich Null ist. Im Unterschied zur FDM definiert die FEM-Näherungslösung die gesuchte Funktion in allen Punkten eines Elements und nicht nur an dessen Knotenpunkten.

Die Näherungslösung lässt sich mit Hilfe mehrerer linear unabhängiger Basisfunktionen (Formfunktionen, LAGRANGE-Polynome) und den Knotenwerten als Stützstellen der Formfunktionen für das jeweilige Element darstellen [37]. Das Gesamtproblem ergibt sich durch Überlagerung aller meist linearen Element-Ansatzfunktionen, die ausreichend genau und einfach programmierbar sind. Mit den Randbedingungen

entsteht ein Gleichungssystem zur Bestimmung der Funktionswerte an den Knoten, welches direkt oder indirekt gelöst wird. Die FEM wird heute in vielen Bereichen der Technik- und Naturwissenschaften eingesetzt, vor allem bei räumlich verteilten Phänomenen, die durch elliptische partielle Differentialgleichungen (DGL) mit Randbedingungen beschrieben werden. Typische Anwendungen sind die Berechnung mechanischer Spannungen, thermodynamischer oder elektromagnetischer Felder. Hier ergeben sich basierend auf den MAXWELLSchen Gleichungen (2.1) für jedes Element Potentialfunktionen (POISSON, LAPLACE), so dass je nach Diskretisierungsgrad große Gleichungssysteme partieller DGLs entstehen. Für die Lösung dieser Randwertaufgabe wird der Variationsansatz (mit RAYLEIGH-RITZ-Methode) der Randwertformulierung (mit GALERKIN-Methode) meist vorgezogen. Die feldbeschreibende Gleichung ist durch ihre approximierete Lösung dann mit minimalem Fehler erfüllt, wenn das zur magnetischen Energie äquivalente Variationsintegral minimal wird. Für dreidimensionale elektromagnetische Randwertprobleme erfolgt die FEM-Formulierung mit Hilfe des Vektorpotenzials¹⁰ \mathbf{A} , wodurch sich eine große Zahl an Freiheitsgraden ergibt. Die Lösung der großen, oft nichtlinearen Gleichungssysteme erfordert meist aufwendige Verfahren und kostet viel Rechenzeit, jedoch existieren zahlreiche leistungsfähige FEM-Programme, z.B. Maxwell (ANSOFT), Flux (CEDRAT), ANSYS (ANSYS INC.) oder Opera (VECTOR FIELDS). Diese bieten zum Teil die Möglichkeit einer adaptiven FEM, bei der sich die Diskretisierung während der Berechnung an das zu lösende Feldproblem anpasst [62].

Zur numerischen Kraftberechnung werden virtuelle Verschiebungen und die MAXWELLSchen Spannungen \mathbf{T} eingesetzt [62], die beide numerisch abgeleitete Größen verwenden ($\mathbf{T} = f(\mathbf{H})$ mit $\mu \mathbf{H} = \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$). Das Prinzip der virtuellen Arbeit ist unabhängig von der Vernetzungsart und global optimal, da per Volumenintegral alle Feldergebnisse zur Kraftermittlung herangezogen werden [89], d.h. die *gesamte* im System gespeicherte Energie berücksichtigt wird. Bei Nutzung des flächenintegralbasierten MAXWELLSchen Spannungstensors dagegen wird nur ein geringer Teil der Feldergebnisse benutzt und es kann vernetzungsbedingte Berechnungsfehler geben. Das ist gerade bei kleinen Luftspalten mit unzureichend feiner Diskretisierung und bei Ecken der Fall, da die MAXWELLSchen Kräfte von der Hüllfläche abhängen und zudem die Flächenintegrale an Ecken nicht definiert sind [8].

Mit der FEM sind nach [110] grundsätzlich stationäre und harmonisch angeregte Probleme mit Wirbelströmen sowie transiente Berechnungen ohne Bewegung durchführbar. Eine dynamische Simulation unter Berücksichtigung der durch elektromagnetische Kraftwirkungen initiierten mechanischen Bewegungen ist prinzipiell auch möglich, aber deutlich aufwendiger¹¹. Problematisch erscheint die Modellierung sehr kleiner Luftspalte mit hohen magnetischen Feldstärken, da die erforderliche feine Vernetzung nur schwer realisierbar ist. Vor Beginn einer FE-Rechnung sollte eine Idealisierung des Problems durch das Ausblenden irrelevanter Details, die Nutzung von Symmetrien sowie durch vereinfachende Annahmen mit Hinblick auf die Recheneffizienz erfolgen. Nichtsdestotrotz ist die FEM konkurrenzlos, wenn Struktur und Parameter der Aufgabe in hinreichend engen Grenzen bekannt sind [76].

¹⁰ Wegen $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ (2.1c) kann $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ mit $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ eingeführt werden.

¹¹ Flux (CEDRAT) und Opera (VECTOR FIELDS) bieten kinetische Add-Ons [14, 142], ANSYS enthält das *PLANE13* Element in Kombination mit *TARGE169* und *CONTA171*.

2.3 Zeitveränderliche elektromagnetische Felder

Für die meisten technischen Anwendungen sollen Reluktanzantriebe hohe Kräfte und definierte Bewegungen nach vorgegebenen Mustern erzeugen. Typischerweise erwartet man von leistungsfähigen Systemen auch rasche Stellbewegungen, die mit zeitlich schnell veränderlichen Signalen und Energieströmen einhergehen. Daher ist für den Entwurf und die Simulation hochdynamischer Aktoren auch die Berücksichtigung frequenzabhängiger Effekte notwendig.

2.3.1 Induktionsgesetz und Induktivität

Mit dem Satz von STOKES kann das Induktionsgesetz (2.1b) in seine Integralform (2.24) von FARADAY¹² überführt werden. Demnach wird jedes zeitlich veränderliche Magnetfeld $d\Phi/dt \neq 0$ von einem elektrischen Feld \mathbf{E} umwirbelt und *induziert* in einer umgebenden Leiterschleife eine elektrische Spannung e_{ind} (Umlaufspannung). Diese Urspannung (elektromotorische Kraft, EMK) treibt im geschlossenen Stromkreis zugleich einen Strom i an, dessen eigenes Magnetfeld der Ursache seiner Entstehung (Magnetfeldänderung) entgegen wirkt (LENZsche Regel¹³).

$$e_{ind} = \oint_{(s)} \mathbf{E} d\mathbf{s} = - \frac{d}{dt} \int_{(A)} \mathbf{B} d\mathbf{A} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.24)$$

Die Umlaufspannung e_{ind} ist örtlich nicht lokalisierbar, sondern allgemein der Induktionsschleife zugeordnet [100]. Der induzierende Magnetfluss kann sowohl durch ein zeitlich veränderliches Magnetfeld $\dot{\mathbf{B}} \neq 0$ (*Ruheinduktion*) als auch durch einen bewegten Leiterraum bei $\dot{\mathbf{B}} = 0$ (*Bewegungsinduktion*) entstehen. Durchsetzt der veränderliche Fluss Φ die w Windungen einer idealen Spule, dann bestimmt der verkettete Induktionsfluss Ψ (2.25) die induzierte Spannung. Die Induktionsverkettung der Spule bestimmt sich dabei durch den Spulenstrom (*Selbstinduktion*), aber auch durch Fremdfelder etwaiger Dauermagnete (*Fremdinduktion*¹⁴). Im Falle einer technischen Spule mit dem ohmschen Widerstand R gilt mit Bild 2.3 die Spannungsgleichung (2.26).

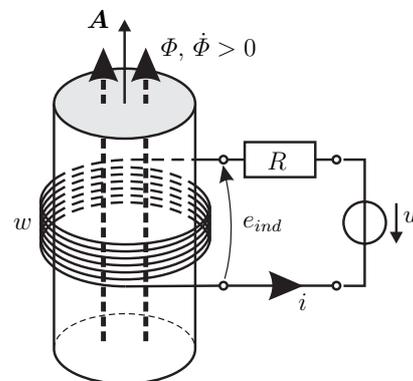


Bild 2.3: Selbstinduktion einer Spule $e_{ind} = -w \frac{d\Phi}{dt}$ bei eingepprägter Spannung u

$$\Psi = w \cdot \Phi \quad (2.25)$$

$$u = R \cdot i - e_{ind} = R \cdot i + w \frac{d\Phi}{dt} = R \cdot i + \frac{d\Psi}{dt} \quad (2.26)$$

Insbesondere bei translatorischen Reluktanzantrieben mit weichmagnetischen Materialien ist die Flussverkettung $\Psi = f(x, i)$ lage- und stromabhängig. Gleichung (2.26)

¹² Michael FARADAY (1791-1867): Englischer Physiker und Chemiker.

¹³ Formuliert 1834 von Heinrich LENZ (1804-1865): Deutsch-baltischer Physiker.

¹⁴ Nicht zu verwechseln mit der *Gegeninduktion* bei Anwesenheit mehrerer Spulen.

drückt zugleich die Verkopplung elektrischer und magnetischer Feldgrößen über die *Induktivität* L (2.27) als Verhältnis des verketteten Magnetflusses zum Strom aus. Der Integralparameter L hängt von der geometrischen Form und den Abmessungen der Einrichtung sowie von der Permeabilität des durchsetzten Stoffes ab [103] und ist im Allgemeinen nicht konstant. Mithin lässt sich (2.26) für eine Spule in die Form (2.28) überführen, aber nur im linearen, zeitinvarianten Fall ($\dot{L} = \dot{L}_0 = 0$) ergibt sich die bekannte Form (2.29).

$$L = \frac{\Psi(x,i)}{i} = L(x,i) \quad (2.27)$$

$$u = R \cdot i + \left(L(x,i) + \frac{\partial L(x,i)}{\partial i} \right) \frac{di}{dt} + i \frac{\partial L(x,i)}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (2.28)$$

$$u = R \cdot i + L_0 \frac{di}{dt} \quad \text{mit} \quad L_0 = \text{const.} \quad (2.29)$$

Wegen ihrer Abhängigkeit von der Beschaffenheit des magnetischen Kreises kann die Induktivität L auch in den Parametern des magnetischen Ersatznetzwerks angegeben werden. Beschreibt man einen linearen Magnetkreis bezüglich der Erregungsdurchflutung $\Theta = w \cdot i$ mit (2.30) durch eine Gesamtreduktanz $R_{m\Sigma}$, dann ergibt sich aus (2.27) unter Beachtung von $\Psi = w \Phi$ der Zusammenhang (2.31).

$$R_{m\Sigma} = \frac{\Theta}{\Phi} \quad (2.30)$$

$$L = \frac{w^2}{R_{m\Sigma}} \quad (2.31)$$

Für die Dynamik und die Kräfte von Reluktanzaktoren spielt die Induktivität eine wesentliche Rolle, da sie die mögliche Stromrate begrenzt. In Rechnungen wird daher oft das zu Grunde liegende Ψ - I -Kennfeld¹⁵ verwendet (vgl. Bild 2.1), da dort das statische Verhalten des Magnetsystems besser erkennbar ist [62].

2.3.2 Wirbelströme

In leitfähigen Materialien induziert ein zeitlich veränderliches Magnetfeld aufgrund von (2.1b) bzw. (2.24) einen Stromfluss. Diese sog. *Wirbelströme* zirkulieren um den erzeugenden magnetischen Fluss und wirken nach LENZ dem ursprünglichen Feld entgegen. Die Berechnung der Wirbelströme kann nur für wenige einfache Geometrien näherungsweise analytisch erfolgen, in komplizierteren Fällen sind numerische Feldberechnungsverfahren einzusetzen [62]. Bei sehr schnellen Wechselmagnetfeldern sind die Rückwirkungen der Wirbelströme so stark, dass das ursprüngliche Magnetfeld verdrängt wird (*Feldverdrängung*). Neben der Feldverdrängung kommt es in stromführenden Leitern zu einer Stromverdrängung über den Leiterquerschnitt (*Skin-Effekt*) und somit zu einer Widerstandserhöhung [62]. Dabei nimmt die Stromverteilung stark in Richtung der Flächen zu, durch welche die zur Deckung der Verluste verbrauchte Energie in den Leiter strömt [102]. Bei Spulen in elektromagnetischen Aktoren ist die Stromverdrängung meist vernachlässigbar, allerdings beeinflussen die Wirbelströme in massiven Eisenteilen die Systemdynamik nachhaltig.

¹⁵ Zum Teil auch das Φ - Θ -Kennfeld.

Die Wirbelströme verursachen eine zusätzliche Polarisation im ferromagnetischen Werkstoff [110] und tragen als Ursache aller dynamischen Verluste beträchtlich zu den Ummagnetisierungsverlusten bei (Wärmeverlustleistung, vgl. (2.4)). Zur Verringerung der Wirbelströme setzt man oft dünne Bleche längs der Feldrichtung ein, um die senkrechten Wirbelstromkreise zu unterbrechen. Für diese Arbeit sind vor allem die Verluste in massiven Materialien bei relativ niedrigen Frequenzen ($f < 1$ kHz) interessant. Da aber massive Materialien ein nichtlineares Raumbgebiet darstellen, sind sie analytisch schwer zugänglich. Als Grundlage einer Abschätzung von Wirbelströmen stehen daher nur Formeln für dünne Bleche zur Verfügung. Für ein solches Blech mit dem Volumen V und der Dicke d ergibt sich bei einem Feld der Amplitude \hat{B} und der Frequenz $\omega = 2\pi f$ die Wirbelstromverlustleistung P_w mit (2.32-2.34) [69].

$$P_w = \frac{1}{24} \kappa \omega^2 d^2 \hat{B}^2 V F(x) \quad (2.32)$$

$$F(x) = \frac{3}{x} \frac{\sinh x - \sin x}{\cosh x - \cos x} \quad \text{mit } x = \beta d \quad (2.33)$$

$$\beta = \frac{1}{\delta} = \sqrt{\pi f \kappa \mu} \quad \text{mit } \delta = \text{Eindringmaß} \quad (2.34)$$

Oberhalb von $x = 1$ tritt durch Feldverdrängung eine Schwächung des Feldes auf. Gilt $x \leq 1$, d.h. $F(x) \approx 1$, dann wachsen die Verluste bei niedrigen Frequenzen proportional mit dem Quadrat der Blechdicke d und der Frequenz ω (vgl. P_w in (2.4)). Für Eisen erfordert $x \leq 1$ bei $f = 10$ Hz eine Blechdicke $d < 1,1$ mm ($\mu = \mu_4 \mu_0 = 2000 \mu_0 \approx 2,5 \cdot 10^{-3}$ Vs/Am, $\kappa \approx 10 \cdot 10^6$ 1/(\Omega·m)). Bei einem gegebenen Blech folgt die Grenzfrequenz bezüglich der Feldschwächung aus (2.34) zu $f_g = 1/(\pi \kappa \mu d^2)$. Die Wirkung der Wirbelströme kann ausgehend von (2.32) auch in einer komplexen Impedanz Z_w mit Wechselstrominduktivität L_w und Wirbelstromwiderstand R_w abgebildet werden, die beide auf der Gleichstrominduktivität L_0 beruhen.

$$L_w = L_0 \frac{1}{x} \frac{\sinh x + \sin x}{\cosh x + \cos x} \quad R_w = \omega L_0 \frac{1}{x} \frac{\sinh x - \sin x}{\cosh x + \cos x} \quad (2.35)$$

Gleichung (2.35) beinhaltet den Anstieg von R_w mit der Frequenz und auch den Abfall der Induktivität mit steigenden Frequenzen, basierend auf einer Verschlechterung der ferromagnetischen Eigenschaften (Anstieg der Reluktanz). Gleichbedeutend damit nimmt bei steigenden Frequenzen die Permeabilität des Materials ab, die zudem als komplexe Größe dargestellt werden muss [9, 90].

Neben diesen analytischen Abschätzungen können auch messtechnisch basierte Modelle angegeben werden. Weit verbreitet ist der Einsatz eines reellen Wirbelstromwiderstands R_w parallel zur Gleichstrominduktivität L . Das Ersatzschaltbild in Bild 2.4 beruht auf dem klassischen Transformator, wobei der Wirbelstromkreis im Eisenkern als kurzgeschlossene Sekundärseite agiert. Unter Vernachlässigung der primären und sekundären Streuinduktivitäten ergibt sich ein messtechnisch gut be-

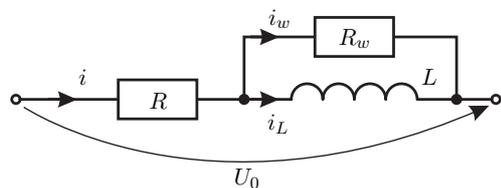


Bild 2.4: Ersatzschaltbild einer eisenbehafteten Spule unter Berücksichtigung des Wirbelstromeinflusses

schreibbares Modell [41, 62], für dessen Identifikation der Schaltkreis in Bild 2.4 zur Zeit $t = t_0$ durch einen Spannungssprung erregt wird. Nach (2.36)-(2.38) lässt sich beim Einschalten der Spannung der Einfluss der Wirbelströme und somit auch R_w über den messbaren Stromimpuls $\Delta i = i|_{t=0}$ bestimmen. Alternativ berechnen FE-Programme die Wirbelströme und ihre Feldverteilung (Verdrängung und lokale Sättigungen) stationär für eine Frequenz oder auch transient meist sehr genau.

$$U_0 = R \cdot i + L \frac{d i_L}{d t} = R \cdot i + R_w \cdot i_w \quad (2.36)$$

$$i = i_L + i_w \quad \text{mit} \quad i_L = 0|_{t=0} \quad (2.37)$$

$$R_w = \left. \frac{U_0}{i} \right|_{t=0} - R \quad (2.38)$$

2.4 Dynamik mechanischer Systeme

Die Dynamik oder Kinetik ist die Lehre von der Bewegung mechanischer Systeme und den Wechselwirkungen zwischen Körpern, an denen abstrahierte Kräfte und Momente eine Bewegung verursachen. Es werden mechanische Mehrkörpersysteme (MKS) aus starren Körpern mit Massenträgheit und Massenmittelpunkt betrachtet, auf die an diskreten Punkten Einzelkräfte und -momente einwirken, die durch Stellglieder *eingepägt* oder durch Bindungen *erzwungen* sind. Quasi analog zu elektromagnetischen Phänomenen werden auch in der Starrkörpermechanik diskrete Systemeigenschaften (Trägheit, Viskosität, Kraft) durch konzentrierte Elemente modelliert.

Die (Relativ-)Kinematik liefert Methoden zur Abbildung der Bewegungsgeometrie mechanischer Systeme in zweckmäßigen Koordinatensystemen und zur Beschreibung der Abhängigkeiten dieser, auch gegeneinander bewegten Koordinatensysteme [101]. Die freie Bewegung aller n Körper eines Systems wird durch Bindungen an den Körpergrenzen eingeschränkt, so dass die $6n$ körperspezifischen Systemkoordinaten \mathbf{r} zur Beschreibung meist redundant sind. Für die Analyse der verbleibenden f Bewegungsmöglichkeiten (*Freiheitsgrade*) eines Systems sind f unabhängige *Minimalkoordinaten* \mathbf{q} (auch: generalisierte oder verallgemeinerte Koordinaten) ausreichend.

In der Kinetik interessiert der sowohl der Zustand eines mechanischen Systems, d.h. Lage \mathbf{r} und Geschwindigkeit \mathbf{v} einer jeden Masse m (Impuls $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$), als auch seine Zustandsänderung. Ursache von Zustandsänderungen sind eingepägte Kräfte und Momente, so dass die Körper eine Beschleunigung $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}}$ (Impulsänderung) erfahren. Die Zusammenhänge zwischen Kräften und Bewegungen lassen sich in der klassischen Mechanik ähnlich zur klassischen Elektrodynamik auf ein Fundament unabhängiger Axiome zurückführen¹⁶. Zu den kinetischen Grundgleichungen zählen neben dem Satz von der *Erhaltung der Masse* (2.39) sowohl der *Impulssatz* (2.40) von EULER¹⁷, der schon in den *NEWTONschen Axiomen*¹⁸ (2.42) formuliert ist, als

¹⁶ vgl. Axiome der Elektrodynamik, Abschnitt 2.1.1 auf Seite 19

¹⁷ Leonhard EULER (1707-1783): Schweizer Mathematiker und Physiker.

¹⁸ Isaac NEWTON (1643-1727): Englischer Physiker, Mathematiker, Astronom und Philosoph.

Tabelle 2.1: Wesentliche Prinzipien der Mechanik (aus den Axiomen der Mechanik (2.39-2.41) ableitbar)

Name	Bewegungsgleichung	Erläuterung
Virtuelle Arbeit	$\delta W = \left[\mathbf{F}_e^T \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{M}_e^T \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}}{\partial \mathbf{q}} \right] \delta \mathbf{q} = 0$	statisches Gleichgewicht, wenn δW aller eingepprägten Kräfte für beliebige virtuelle $\delta \mathbf{q}$ verschwindet
HAMILTON	$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - V) dt = \int_{t_1}^{t_2} \delta L dt = 0$	Extremalprinzip aus $\delta W = 0$ über minimale potenzielle Energie auf konservative, kinetische Systeme; LAGRANGE-Funktion $L = T - V$
LAGRANGE (2. Art)	$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right) + \left(\frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}} \right) = \mathbf{Q}_{NK}$	vorzugsweise für holonome, konservative Systeme mit wenigen FG; implizite Berücksichtigung der Zwangsbedingungen in Minimalkoordinaten u.U. schwierig
d'ALEMBERT	$\int_{(S)} (\ddot{\mathbf{r}} dm - d\mathbf{F}_e)^T \delta \mathbf{r} = 0$	Erweiterung der virtuellen Arbeit: Zwangskräfte ^a verrichten keine (virtuelle) Arbeit
JOURDAIN	$\int_{(S)} (\ddot{\mathbf{r}} dm - d\mathbf{F}_e)^T \delta \dot{\mathbf{r}} = 0$	Erweiterung von d'ALEMBERT: Zwangskräfte erbringen keine (virtuelle) Leistung
NEWTON-EULER mit JOURDAIN	$\mathbf{J}_T^T (\dot{\mathbf{p}} - \mathbf{F}_e) + \mathbf{J}_R^T (\dot{\mathbf{L}} - \mathbf{M}_e) = 0$	Verknüpfung (2.40-2.41) mit Zwangsbedingungen, Ausblendung Zwangskräfte per JACOBI-Matrix \mathbf{J} ; für große MKS sinnvoll

^a Zwangskräfte \mathbf{F}_z (\mathbf{M}_z): auch *Schnittkräfte*, *Reaktionskräfte*, *verlorene* oder *passive* Kräfte; treten nach (2.42c) paarweise entgegengesetzt auf. Gegenstück: *Eingepprägte* (auch: *aktive*) Kraft \mathbf{F}_e (\mathbf{M}_e); einmaliges Auftreten. Unterscheidung *innere* und *äußere* Kräfte von der Systemgrenze (Schnittprinzip) abhängig und daher problematisch.

auch der ebenfalls von EULER formulierte *Drallsatz* (2.41) für massenkonstante Systeme unter dem Einfluss eingepprägter Kräfte \mathbf{F}_e und Momente \mathbf{M}_e . Als weitere Grundgleichung liefert der *Energiesatz* gegenüber Impuls- und Drallsatz zwar keine neuen Erkenntnisse, ist aber insbesondere für konservative Systeme¹⁹ als erstes Integral bei praktischen Auswertungen oft nützlich [117].

$$\dot{m} = 0 \qquad m > 0 \qquad (2.39)$$

$$\mathbf{p} = \dot{\mathbf{r}}_S m \qquad \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}_e \qquad (2.40)$$

$$\mathbf{L} = \int_K \mathbf{r} \times (\dot{\mathbf{r}} dm) \qquad \dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}_e \qquad (2.41)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_S dm = \text{const.} \Big|_{\sum \mathbf{F}_e=0} \qquad \text{Trägheitsgesetz} \qquad (2.42a)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_S dm = \mathbf{F} \qquad \text{Bewegungsgesetz} \qquad (2.42b)$$

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} \qquad \text{Gegenwirkungsgesetz} \qquad (2.42c)$$

Die Beziehungen für Impuls und Drall (2.40-2.41) sind zur Beschreibung der kinetischen Bewegung beliebiger freier mechanischer Systeme prinzipiell hinreichend [135].

¹⁹ Konservative Systeme dissipieren keine Energie, Kraftfelder als Potenzial darstellbar

$\mathbf{F} = -\nabla V^T$, vgl. Potenzial des elektrischen Feldes $\mathbf{E} = -\nabla \varphi$

Mit Hilfe des *Schnittprinzips* von EULER werden auch kinematisch gebundene Systeme in freie Systeme überführt und die NEWTON-EULER-Gleichungen (2.40-2.41) sind anwendbar. Die Elimination der Schnittkräfte kann jedoch bei großen Systemen ein ineffizientes Prozedere werden und ist daher nur für kleinere Starrkörpersysteme sinnvoll. Mit den wichtigsten *Prinzipien der Mechanik* in Tabelle 2.1 kann der Lösungsaufwand für die Bewegungsgleichungen reduziert werden, denn sie eliminieren die unbekanntes Zwangskräfte und ermöglichen das Aufstellen der Bewegungsgleichungen nur in Abhängigkeit der eingepprägten Kräfte.

Die erhaltenen Bewegungsdifferentialgleichungen (BGL) können als mathematischer Ersatz für das mechanische Modell angesehen werden. Somit können die obigen Prinzipien nicht mehr leisten, als bereits im Mechanik-Modell zu Grunde gelegt wurde. Der geringstmögliche Umfang des mathematischen Modells wird durch die Minimalkoordinaten bestimmt, während der Aufwand zur Bestimmung der BGL von der Wahl des kinetischen Verfahrens abhängt (siehe Tabelle 2.1). Für eine detailliertere Darstellung hierzu sei z.B. auf [12, 101, 117, 137] verwiesen.

2.5 Modellierung elektromagnetischer Aktoren

Bereits Abschnitt 2.4 deutet an, dass die Aussagekraft mathematischer Modelle durch Güte und Genauigkeit der Abstraktion der physikalischen Effekte limitiert ist. Grundsätzlich muss ein Modell die als *wesentlich* erkannten Eigenschaften der Realität wiedergeben. Die Definition wesentlicher Eigenschaften variiert mit dem Modellzweck und ist daher sehr problemspezifisch. In jedem Fall sollte das Modell aber so einfach wie möglich und nur so detailliert wie nötig aufgebaut sein. In diesem Sinne ist das einfachste, aber gültige Modell auch das beste Modell [12]. Außer ein paar Faustregeln existieren keine allgemeingültigen Vorschriften zur Modellbildung, jedoch müssen alle Modelle folgenden Anforderungen genügen [12, 109, 110]:

Physikalische Transparenz: Die Modellelemente müssen klar definiert, eindeutig beschreibbar und in sich widerspruchsfrei sein. Alle physikalischen Parameter müssen eine phänomenologische Interpretation bezüglich der physikalischen Größen erlauben.

Konsistenz: Die physikalischen Modelle müssen den Grundprinzipien der Physik genügen. Alle Voraussetzungen, Annahmen, Vereinfachungen und Näherungen müssen für das Gesamtsystem und alle seine Teilsysteme gleichermaßen gelten.

Modellgültigkeit: Alle logischen Folgerungen, die aus den Verknüpfungen der Modellelemente gezogen werden, müssen im Rahmen des Modellzwecks dem realen Systemverhalten entsprechen.

Effizienz: Für den Fall der Möglichkeit verschiedener Darstellungen, die den ersten Forderungen genügen, soll die einfachste ausgewählt werden, die mit der geringsten Mühe zum Ziel führt.

Auch wenn alle Forderungen erfüllt werden, ist ein Modell als Abbild der Realität weder vollständig noch von vornherein als fehlerfrei akzeptierbar. Die notwendige

Tabelle 2.2: Modellvorstellungen zur Berechnung elektromagnetischer Felder [73]

Abbildung elektromagnetischer Felder	
F1	Annahme stationärer Felder ($\dot{} = 0$) (Feldaufbau und Spannungsinduktion unabhängig)
F2	Annahme ebener Felder, abschnittsweise homogener Felder oder quasihomogener Feldverläufe ($V_{ml}(x) = H(x) \cdot l(x), \forall x$)
F3	Vernachlässigung von Feinheiten des Feldverlaufs
F4	idealisierte Randbedingungen bezüglich Feldverlauf und/oder Geometrie (z.B. eindimensionale Ortsabhängigkeit)
F5	fiktive Zerlegung des gesamten Feldraumes in Teilfelder entsprechend dem Feldcharakter (z.B. Nutz- und Streufeld im Luftspalt)
F6	Anwendung numerischer Methoden
Berücksichtigung weichmagnetischer Werkstoffe (abnehmende Komplexität und Genauigkeit)	
W1	Näherungsansätze für Nichtlinearitäten, Hysterese <i>und</i> Wirbelströme
W2	Näherungsansätze für Nichtlinearitäten <i>oder</i> Hysterese <i>oder</i> Wirbelströme
W3	Annahme magnetisch linearer Kreis ($\mu_{Fe} = \text{const.}$) ohne Wirbelströme ($\kappa_{Fe} = 0$)
W4	Annahme magnetisch idealer Verhältnisse ($\mu_{Fe} = \infty$) ohne Wirbelströme ($\kappa_{Fe} = 0$)
W5	Annahme quasihomogener Felder im Querschnitt der Ferromagnetika ($B = \text{const.}$ in A_{Fe}) und Vernachlässigung von Feldübergängen bei Geometrieänderungen
W6	bei W3 und W4 nachträgliche Approximation der Eiseneigenschaften (z.B. zusätzliche Wirkreluktanzen für Ummagnetisierungsverluste)
Berücksichtigung hartmagnetischer Werkstoffe	
H1	Annahme einer linearen Magnetisierungskurve mit $\mu_{PM} = B_r/H_{cB}$
H2	Annahme einer homogenen Magnetisierung $\mathbf{M} = \text{const.}$ im Material
H3	Analogie zur stromdurchflossenen – langen – Spule (Strombeläge $\mathbf{J}_m = \nabla \times \mathbf{M}$ auf Seitenflächen des Dauermagneten als felderzeugende Ringströme)
H4	Annahme – fiktiver – magnetischer Ladungen im Dauermagneten [73] (magnetische Raumladungsdichte $\rho_{PM} = \nabla \cdot \mathbf{M} = -\nabla \cdot \mathbf{H}$, die sich als Flächenladungsdichte $\sigma_{PM} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{n} = B_r/\mu_0$ an den Stirnseiten polarisiert)

Glaubwürdigkeitsprüfung erfolgt durch die *Validierung* unter der Fragestellung *Entwickle ich das richtige Modell?* Die Validierung weist über eine korrekte verhaltensbestimmende Struktur die Modellgültigkeit für das spezielle Problem nach. Durch die *Verifizierung* erfolgt die Richtigkeitsprüfung mit dem Ziel *Entwickle ich das Modell richtig?* Die Korrektheit des Modells in Bezug auf seine Vorgaben ist gegeben, wenn seine realen Parameter richtig bestimmt sind (empirische Gültigkeit).

Elektromagnetische Aktoren sind häufig als offene, kontinuierliche, überwiegend deterministische, in der Regel dynamische und meist nichtlineare Systeme klassifizierbar [60]. Die Herausforderung besteht in der geeigneten Modellierung der räumlich verteilten Magnetfelder, die selten analytisch und mit MEN nur näherungsweise beschreibbar sind. Dagegen lässt sich die mechanische und elektrische Aktordynamik unterhalb ihrer Grenzfrequenzen durch konzentrierte Elemente bereits ausreichend genau modellieren. Zielt die Modellierung in erster Linie auf mechanische Effekte ab, dann lässt sich der elektrische Kreis in erster Näherung vernachlässigen, wenn dessen Zeitkonstante mindestens eine Größenordnung kleiner ist als die der Mechanik.

Die Problematik zur Bestimmung des magnetischen Felds und seiner Wirkungen ergibt sich aus dem zweifachen Beitrag zur elektromechanischen Energieumwandlung. Die magnetischen Kraftwirkungen (2.9) auf Körper verursachen mechanische Bewegungen, die nach (2.28) durch Induktionsspannungen auf den elektrischen Kreis zurückwirken können. Weitere Schwierigkeiten der Feldberechnung liegen in komplizierten Randbedingungen durch spezielle Magnetkernformen und Luftspalträume begründet, die sich oft mit der Stellbewegung ändern. Die realen Eigenschaften der ferromagnetischen Stoffe sind zudem wegen der nichtlinearen, mehrdeutigen und von der Vorgeschichte abhängigen Hystereseigenschaften (Abschnitt 2.1.2) sowie schwer erfassbarer Wirbelströme (Abschnitt 2.3.2) analytisch kaum geschlossen zu berücksichtigen.

Um elektromagnetische Felder trotzdem abschätzen zu können, zeigt Tabelle 2.2 mögliche Annahmen und Vereinfachungen. Dabei ergeben sich meist strukturtreue, selten auch beschreibende Modelle [60]. Es ist jedoch wichtig, jede angewendete Methode auf Richtigkeit und Gültigkeitsbereich zu prüfen. Die vereinfachenden Annahmen sind auch so zu wählen, dass zu untersuchende Eigenschaften gut erfasst und nicht durch andere Annahmen überdeckt werden.

2.6 Regelungstechnik

Technische Systeme und Prozesse müssen zur Erfüllung ihrer Aufgaben definierte Zustände und Zustandsänderungen erfahren. Der Vergleich und die Angleichung des tatsächlichen an den gewünschten Systemzustand sowie dessen Beibehaltung gegen den Einfluss von Störungen ist Aufgabe der Regelungstechnik. Um das gewünschte dynamische Verhalten zu erreichen, bestimmt das *Regelsystem* aus *Regelstrecke*, *Regler*²⁰ und *Stellglied* aus den vorliegenden Modellen und/oder Messsignalen die benötigten Steuersignale und greift während der Betriebszeit mit künstlich erzeugten Signalen korrigierend in das reale System ein [81, 120]. Alle Regelsysteme müssen dabei einigen wenigen, aber essentiellen Forderungen gerecht werden:

1. *Stabilität* (Abschnitt 2.6.3);
2. *Stationäre Genauigkeit* = Folgeverhalten, d.h. Regelgröße = Führungsgröße bzw. *Ist* = *Soll*;
3. *Dynamische Genauigkeit* = Schnelligkeit und Dämpfung (Abschnitt 2.6.5);
4. *Robustheit*, d.h. Kompensation von Modellunsicherheiten, Störungen, Parameterschwankungen und deren Auswirkungen.

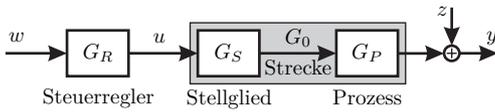
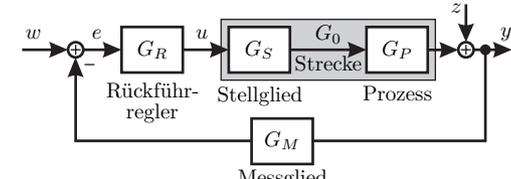
Die Möglichkeiten zur Realisierung des geforderten Systemverhaltens sind abhängig von der Rückführung der Messsignale (Abschnitt 2.6.1) und den beschreibenden Systemmodellen (Abschnitt 2.6.2), müssen sich aber immer der Stabilitätsbedingung (Abschnitt 2.6.3) unterwerfen. Da selbst unter gegebenen Randbedingungen meist keine eindeutige Antwort für eine Regelaufgabe möglich ist (Abschnitt 2.6.4), sind gewählte Reglerkonzepte bezüglich ihrer Güte zu untersuchen (Abschnitt 2.6.5).

²⁰ auch: *Kompensator* oder *Regulator*

2.6.1 Steuerung und Regelung technischer Systeme

In der industriellen Praxis sind Steuerung und Regelung als zustandsbeeinflussende Verfahren gleichermaßen im Einsatz. Die Steuerung als Vorwärtsregelung (engl.: *feedforward control*) transformiert Steuersignale in dem Maße in Eingangssignale der Regelstrecke, so dass diese möglichst das gewünschte Ausgangsverhalten zeigt. Demgegenüber werden bei der Regelung (engl.: *feedback control*) zusätzlich gemessene Ausgangssignale der Regelstrecke verwendet, um den Streckeneingang zu beeinflussen. Wesentliche Eigenschaften, Vor- und Nachteile beider Varianten sind in Tabelle 2.3 gegenübergestellt. Wenn immer möglich, wird eine stabil arbeitende Steuerung den Vorzug bekommen, da ihr ausschließlicher Einsatz bei stabilen Strecken den Gesamtprozess nie aus dem Gleichgewicht bringen kann. Zugleich wirkt sie unmittelbar auf die Strecke ein, wogegen Regelungen erst bei Abweichungen von einem gewünschten Nullverhalten (Regelfehler, Auslenkung) Stelleingriffe veranlassen. Moderne, leistungsfähige Systeme beruhen heute allerdings auf der Ausnutzung nichtlinearer Grenzbereiche, die zudem schwer beschreibbar sind. Mit der Forderung nach robustem Betriebsverhalten wird schließlich die Notwendigkeit einer Regelung deutlich, deren große Macht auch in der Dynamikbeeinflussung inklusive Stabilisierung liegt. Um gerade bei digitalen Regelsystemen den destabilisierenden

Tabelle 2.3: Gegenüberstellung von Steuerung und Regelung [20, 21, 27, 83, 120, 125]

Steuerung	Regelung
<i>Eigenschaften</i>	
<ul style="list-style-type: none"> • Kettenstruktur  <ul style="list-style-type: none"> • unidirektionaler Wirkfluss • aus Führungsgröße w folgt Stellgröße u 	<ul style="list-style-type: none"> • Kreisstruktur  <ul style="list-style-type: none"> • Rückkopplung Regelgröße y • Vergleich von y mit Vorgabe w liefert u
<i>Vorteile</i>	
<ul style="list-style-type: none"> + stabil, wenn G_0 und G_R stabil + kein Stellverzug, daher gute Performance bei hohen Frequenzen + bessere Anschaulichkeit + kein Messaufwand + oft einfachere Realisierung 	<ul style="list-style-type: none"> + Kompensation von Modellunsicherheiten, Nichtlinearitäten und Störungen z (<i>Robustheit</i> und <i>Störkompensation</i>) + Vorgabe der Systemdynamik möglich + Stabilisierung instabiler Strecken + stationärer Regelfehler verschwindet
<i>Nachteile</i>	
<ul style="list-style-type: none"> – Leistungsfähigkeit modellabhängig – stör anfällig, keine Überwachung – stationärer Regelfehler bleibt 	<ul style="list-style-type: none"> – Instabilität durch schlecht parametrisierte Rückführung und Totzeiten möglich – bei digital: mind. ein Takt Stellverzug

Stellverzug zu minimieren, werden als sinnvolle Kombination für Bandbreite und Störunterdrückung häufig Steuerung und Regelung zugleich eingesetzt.

2.6.2 Beschreibung von Regelsystemen

Zur mathematischen Beschreibung von zu regelnden Systemen ist ausgehend von den Methoden der Modellbildung (Abstraktion, Abschnitt 2.5) vor allem die Systemtheorie mit ihrer Klassifizierung in Problemgruppen hilfreich. Über verbale Streckenbeschreibungen und Blockschaltbilder lassen sich Gleichungen ableiten, die das Systemverhalten innerhalb definierter Abbildungsgrenzen im Zeitbereich oder im Frequenzbereich modellieren. Die im Allgemeinen nichtlinearen Systeme vereinfachen sich unter den Voraussetzungen des *Verstärkungs-* und *Superpositionssprinzips* auf lineare Übertragungsglieder. Mathematisch wie regelungstechnisch elegant formalisierbar sind zeitinvariante Systeme, deren Übertragungseigenschaften und Parameter unabhängig von der Zeit sind. Die am häufigsten in der Literatur behandelte Klasse von Regelungssystemen sind daher *lineare zeitinvariante Systeme* (LTI-Systeme, engl.: *linear-time-invariant*), die erfahrungsgemäß auch einen Teil der nichtlinearen, zeitvarianten Systeme gut abbilden. Außerdem ist eine Unterscheidung in Systeme mit konzentrierten und verteilten Parametern möglich. Erstere sind finit-dimensional mit exklusiver Zeitabhängigkeit in gewöhnlichen Differentialgleichungen (DGL), während sich bei infinit-dimensionalen Systemen in den partiellen DGL weitere abhängige Größen finden.

Zur Systembeschreibung wird in dieser Arbeit nach [39, 126] folgende Symbolik verwendet: Zustände $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, Eingänge $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$, Ausgänge $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{q \times 1}$, Führungsgrößen $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{q \times 1}$, Regelfehler $\mathbf{e} \in \mathbb{R}^{q \times 1}$, Störgrößen $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$. Ein zeitinvariantes, nicht notwendigerweise lineares System mit den Eingängen \mathbf{u} und den Zuständen \mathbf{x} lässt sich im Zeitbereich in der Zustandsform (2.43) anschreiben. Ohne Eingangsgrößen heißt das zeitinvariante System *autonom*.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.43a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (2.43b)$$

Lässt sich (2.43) in die Form (2.44) überführen, dann bezeichnet man das zu Grunde liegende System der Ordnung n als linear und zeitinvariant (LTI) mit der Systemmatrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, der Eingangsmatrix $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$, der Ausgangsmatrix $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{q \times n}$ und dem Durchgriff $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{q \times p}$.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.44a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (2.44b)$$

Die Zustandsdarstellung in (2.44) ist der Ausgangspunkt für viele Reglerentwurfverfahren im Zeitbereich (Abschnitt 2.6.4), da die systembeschreibenden DGL einheitlich formuliert sind. Für n -dimensionale Systeme lassen sich n unabhängige DGL angeben, die bei LTI-Systemen im Gegensatz zu nichtlinearen, zeitvarianten Systemen direkt oder über Frequenzbereichstransformationen gelöst werden können.

Für die Analyse des Systems im Zeitbereich ist die Systemmatrix \mathbf{A} von herausragender Bedeutung. Ihre Eigenwerte $\lambda_i \in \mathbb{C}$ (für SISO-Systeme: *single-input-single-output*) oder ihre Singulärwerte $\sigma_i \in \mathbb{R}$ (für MIMO-Systeme: *multiple-input-multiple-output*) spielen eine zentrale Rolle bei Stabilitäts- und Dynamikuntersuchungen. Die Eigenwerte werden meist in der GAUßschen²¹ Zahlenebene dargestellt und aus ihrer Lage Systemeigenschaften wie Dämpfung und Schnelligkeit abgelesen und eingestellt (Wurzelortskurve). Wichtige Darstellungsformen von (2.44) für Systemanalyse und Reglersynthese sind die *Regelungsnormalform* (Eingangsgröße greift nur in eine DGL ein), die *Beobachtungsnormalform* (Ausgang folgt direkt aus innerstem Zustand) sowie die *JORDANsche Normalform* (Systementkopplung: λ_i auf \mathbf{A} -Diagonale), die jeweils mit einer minimalen Anzahl an Parametern auskommen.

Neben der Darstellung im Zeitbereich liefert die Analyse des frequenzabhängigen Systemverhaltens oft hilfreiche physikalische Informationen für die Reglersynthese, z.B. über das Resonanzverhalten. In diesem Zusammenhang lässt sich die große Klasse der LTI-Systeme vor allem mit der LAPLACE²²-Transformation (einseitige Integraltransformation [51]) sehr vorteilhaft untersuchen. Für das Übertragungsverhalten eines Übertragungsgliedes lässt sich aus seiner *Impulsantwort* (Gewichtsfunktion $\mathbf{g}(t)$) oder der Ableitung seiner *Sprungantwort* (Übergangsverhalten $\mathbf{h}(t)$) durch die LAPLACE-Transformation die *Übertragungsfunktionsmatrix* $\mathbf{G}(s)$ (2.45) mit $s = \sigma + j\omega$ bestimmen [76]. Die Matrix \mathbf{G} kann des Weiteren auch aus der Zustandsdarstellung (2.44) mit (2.46) hergeleitet werden.

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \int_0^{\infty} \mathbf{g}(t) e^{-st} dt = \mathcal{L}\{\mathbf{g}(t)\} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C} (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (2.46)$$

Im LAPLACE-Bildbereich werden Differentiation und Integration durch einfache algebraische Operationen ersetzt sowie die im zeitlichen schwer überschaubare Faltung als Multiplikation ausgeführt. Zur Verdeutlichung einer Übertragungsfunktionsmatrix $\mathbf{G}(s)$ bzw. ihrer *Übertragungsfunktionen* $G(s)$ (SISO) existieren eine Reihe von Möglichkeiten, die alle auf dem *Frequenzgang* $G(j\omega) = |G(j\omega)| \cdot e^{\angle G(j\omega)}$ ($\omega \in \mathbb{R}$) als Abbildung der imaginären Achse $s = j\omega$ in die $G(s)$ -Ebene in Abhängigkeit der Frequenz $\omega = 2\pi f$ beruhen [104].

- *Ortskurve*: $G(j\omega)$ in GAUßscher Zahlenebene für $0 < \omega < \infty$, d.h. $\text{Im}\{G(j\omega)\}$ (Ordinate) über $\text{Re}\{G(j\omega)\}$ (Abszisse);
- *Nyquist-Diagramm*: $G(j\omega)$ in GAUßscher Zahlenebene für $-\infty < \omega < \infty$;
- *Nichols-Diagramm*: Darstellung von Amplitudenmaß $|G(j\omega)|_{\text{dB}} = 20 \lg |G(j\omega)|$ (Ordinate) über Phasenmaß $\angle G(j\omega) = \varphi(\omega)$ (Abszisse);
- *Bode*²³-Diagramm: Darstellung von Amplitudengang $|G(j\omega)|_{\text{dB}}$ und Phasengang $\angle G(j\omega) = \varphi(\omega)$ als eigene Diagramme über ω .

21 Johann C.-F. GAUß (1777-1855): Deutscher Mathematiker, Astronom, Geodät und Physiker.

22 Pierre-Simon LAPLACE (1749-1827): Französischer Mathematiker und Astronom.

23 Hendrik W. BODE (1905-1982): US-amerikanischer Elektrotechniker.

Übertragungsglieder mit einer eindeutigen Beziehung zwischen Amplituden- und Phasengang heißen *minimalphasig*, denn sie haben den kleinstmöglichen Phasenverzug für die vorgegebene Amplitude. Durch Nullstellen in $\text{Re}\{s\} > 0$ und Totzeiten werden zusätzliche Phasendrehungen eingeführt, die auf *nicht-minimalphasige* Systeme führen [125]. Das Nennerpolynom $P_N(s)$ einer Übertragungsfunktion $G(s) = P_Z(s)/P_N(s)$ beschreibt das Eigenverhalten des Systems als charakteristisches Polynom des homogenen Teils der zu Grunde liegenden DGL. Die darin enthaltenen rückgekoppelten Zustände des Systems sind ausschlaggebend für die Stabilität (Abschnitt 2.6.3). Der inhomogene Teil der DGL drückt sich im Zählerpolynom $P_Z(s)$ aus und beinhaltet abhängig von der gewählten Darstellung die Systemanregung durch Eingangsgrößen u bzw. Störgrößen z .

Anhand des Standardregelkreises in Tabelle 2.3 oben rechts lassen sich wichtige Übertragungsfunktionen zur Beschreibung und Analyse von Regelsystemen angeben:

$$G_0 = G_S G_P \quad \text{Regelstrecke} \quad (2.47)$$

$$G_{fw} = G_R G_0 \quad \text{Vorwärtsverstärkung} \quad (2.48)$$

$$G_{fb} = G_M \quad \text{Rückwärtsverstärkung} \quad (2.49)$$

$$G_{ol} = G_{fw} G_{fb} \quad \text{Offener Regelkreis} \quad (2.50)$$

$$G_{cl} = \frac{X}{W} = \frac{G_{fw}}{1 + G_{ol}} \quad \text{Geschlossener Regelkreis} \quad (2.51)$$

$$S = \frac{Y}{Z} = \frac{E}{W} = \frac{1}{1 + G_{ol}} \quad \text{Sensitivitätsfunktion} \quad (2.52)$$

$$T = \frac{Y}{W} = G_{cl} \stackrel{(G_{fb} \stackrel{!}{=} 1)}{=} 1 - S \quad \text{Komplementäre Sensitivitätsfunktion} \quad (2.53)$$

Zwar sind im Frequenzbereich aufgrund der Eingangs-Ausgangs-Betrachtungsweise innere Zustandsänderungen nicht mehr offensichtlich, jedoch stellen Übertragungsfunktionen explizit die Pol- und Nullstellen in skalarer Form dar. Außerdem lassen sich im Frequenzbereich die vorhandenen Unsicherheiten bezüglich der Robustheit besser handhaben, da ähnliche Systeme auch ähnliche Frequenzgänge aufweisen, wogegen kleinste Parameterunsicherheiten im Zustandsraum schon zu komplett anderen Systemantworten führen können [125].

2.6.3 Stabilität, Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit

Stabilität ist die wichtigste aller Anforderungen an ein Regelsystem, da Instabilitäten hohe wirtschaftliche und menschliche Schäden verursachen können²⁴. Es lassen sich abhängig von der Art der äußeren Einflüsse auf ein System unterschiedlich scharfe Stabilitätsdefinitionen angeben [29, 39, 94, 125]:

- (i) *Eingangs-Ausgangs-Stabilität* (BIBO, engl.: *bounded input-bounded output*): Das Übertragungsglied reagiert auf eine beschränkte Eingangsgröße mit einem beschränktem Ausgangssignal.

²⁴ Die Atomreaktorkatastrophe in Tschernobyl am 25. April 1986 war Folge einer nicht beherrschten Instabilität bei niedriger Abgabeleistung des Reaktors [128].

- (ii) *Nullzustandsstabilität*: Stabilität im Sinne von LYAPUNOV²⁵. Der Systemzustand kehrt vom Anfangszustand $\|\mathbf{x}_0\| < \delta$ in den stabilen Gleichgewichtszustand $\|\mathbf{x}(t)\| < \varepsilon, \forall t > 0$ zurück (asymptotisch stabil: $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}(t)\| = 0$).
- (iii) *Interne Stabilität*: Das System enthält keine versteckten instabilen Moden²⁶ und alle beschränkten äußeren Einflüsse an beliebiger Stelle des Systems führen zu beschränkten Signalen an jeder beliebigen Stelle des Systems, d.h. alle möglichen internen Übertragungsfunktionen sind stabil.

Alle Systeme, aber vor allem nichtlineare, können bezüglich der Stabilitätsbedingung (ii) mit der *direkten Methode* von LYAPUNOV untersucht werden, in der verallgemeinerte energie-ähnliche abnehmende Funktionen gefunden werden müssen [126]. Für rationale LTI-Übertragungsglieder lässt sich aus der Nullzustandsstabilität (ii) direkt das grundlegende Stabilitätskriterium ableiten:

- Ein System (2.44) mit der Übertragungsfunktion (2.46) ist stabil, wenn alle Eigenwerte λ_i der Systemmatrix \mathbf{A} der Bedingung (2.54) genügen bzw. wenn alle Pole $s_i : N(s_i) = 0, i = 1 \dots n$ der Übertragungsfunktion $G(s) = Z(s)/N(s)$ links der imaginären Achse der komplexen Ebene liegen.

$$\operatorname{Re} \lambda_i(\mathbf{A}) < 0 \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.54)$$

Demzufolge sind die Nullstellen des charakteristischen Polynoms (2.55) der Systemmatrix \mathbf{A} bzw. des Nennerpolynoms $N(s)$ der Übertragungsfunktion $G(s)$ ausschlaggebend für die Stabilität des Übertragungsgliedes. Ausgehend von dieser fundamentalen Bedingung für LTI-Systeme existiert eine Reihe von Methoden zur Stabilitätsprüfung, die in Tabelle 2.4 zusammengestellt sind. Bei parametrisierten und identifizierten Modellen wird die Stabilitätsprüfung allerdings häufig mittels numerischer Softwarepakete durch Nullstellenermittlung von (2.55) oder (2.56) durchgeführt.

$$\det(s\mathbf{E} - \mathbf{A}) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0 \quad (2.55)$$

$$N(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \quad (2.56)$$

Für die Stabilisierung einer instabilen Strecke sind die von KALMAN²⁷ eingeführten Begriffe der *Steuerbarkeit* und *Beobachtbarkeit* eines Systems entscheidend, da sie die potenzielle Beeinflussung und Nutzung der Systemzustände charakterisieren. Ein System (2.44) heißt *vollständig steuerbar*, wenn der Zustandsvektor \mathbf{x} aus einem beliebigen Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$ in endlicher Zeit $t = t_1 - t_0 < \infty$ durch den Steuervektor \mathbf{u} in einen beliebigen Endzustand $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}(t_1)$ überführt werden kann. Anschaulich bedeutet Steuerbarkeit die Beeinflussung aller Eigenbewegungen des Systems durch den Streckeneingang. Ein System (2.44) heißt *vollständig beobachtbar*, wenn sein Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$ zu jeder Zeit $t_1 > t_0$ aus dem bekannten Eingang \mathbf{u} und der Messung der Ausgangsgrößen \mathbf{y} im Zeitintervall $[t_0, t_1]$ vollständig rekonstruierbar ist. Mit anderen Worten, es kann der Verlauf von \mathbf{x} in endlicher Zeit $t < \infty$ aus \mathbf{y} und \mathbf{u} ermittelt werden, weil der Systemausgang von allen Eigenbewegungen des Systems beeinflusst wird.

²⁵ Alexander M. LYAPUNOV (1857-1918): Russischer Mathematiker und Physiker.

²⁶ Versteckter instabiler Mode: Nicht steuerbare und nicht beobachtbare Schwingform.

²⁷ Rudolf E. KÁLMÁN (1930-): Ungarisch-US-amerikanischer Mathematiker.

Tabelle 2.4: Methoden der Stabilitätsprüfung für LTI-Systeme

(Berechnung der angegebenen Spezialausdrücke: siehe [39, 83, 120])

Methoden	Stabilitätskriterium	Bemerkung
HURWITZ-Kriterium	<ul style="list-style-type: none"> • alle $a_i > 0$ in (2.55)/(2.56) und • HURWITZmatrix $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times n}$: n Hauptabschnittsdeterminanten > 0 	<ul style="list-style-type: none"> • algebraisches Kriterium • nur für Analyse geeignet • für symbolische a_i in (2.55)/(2.56)
ROUTH-Kriterium	<ul style="list-style-type: none"> • alle $a_i > 0$ in (2.55)/(2.56) und • ROUTHschema: Koeffizienten der ersten Spalte $b_1, c_1, \dots > 0$ 	<ul style="list-style-type: none"> • algebraisches Kriterium • nur für Analyse geeignet • für numerische a_i in (2.55)/(2.56)
NYQUIST-Kriterium	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Nyquist-Diagramm</i> von $G_{ol}(j\omega)$ mit $-\infty < \omega < \infty$ umkreist $(-1; 0) \in \mathbb{C}$ genau p^+-mal mathematisch positiv bzw. • <i>Ortskurve</i> von $G_{ol}(j\omega)$ mit $0 < \omega < \infty$ umkreist $(-1; 0) \in \mathbb{C}$ genau $p^+/2$-mal mathematisch positiv 	<ul style="list-style-type: none"> • grafisches Kriterium für Eingangs-Ausgangs-Stabilität geschlossener Kreise G_{cl} anhand G_{ol} • für Analyse, Synthese und Strecken mit Totzeiten geeignet • auch messtechnisch auswertbar • p^+: Zahl instabiler Pole von G_{ol}
Phasenrand-Kriterium	<ul style="list-style-type: none"> • Phasenrand $\varphi_R = \varphi(\omega_D) + \pi > 0$ mit $G_{ol}(j\omega_D) _{dB} = 0$ • nur für stabile G_{ol} ohne D-Anteil (Ortskurve schneidet Einheitskreis nur ein Mal) 	<ul style="list-style-type: none"> • grafisches Kriterium aus Interpretation des NYQUIST-Kriteriums am <i>Bode</i>-Diagramm • für Analyse und Synthese geeignet • auch für Strecken mit Totzeiten

Zur Überprüfung der Steuerbarkeit einer Strecke über (\mathbf{A}, \mathbf{B}) und ihrer Beobachtbarkeit über (\mathbf{A}, \mathbf{C}) existieren mindestens je zehn Möglichkeiten [94], die alle auf dem Test des Ranges reellwertiger Matrizen beruhen. Die bekannten KALMAN-Kriterien (Steuerbarkeit: $\text{rg}[\mathbf{B}, \mathbf{A}\mathbf{B}, \dots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] = n$, bzw. Beobachtbarkeit: $\text{rg}[\mathbf{C}, \mathbf{C}\mathbf{A}, \dots, \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1}]^T = n$), können durch die Matrizenpotenzierung allerdings numerisch problematisch sein. Eine rechentechnisch bessere Alternative und auch für die spezifische Bestimmung nicht steuerbarer/beobachtbarer Zustände sehr gut geeignet ist das HAUTUS-Kriterium (Steuerbarkeit: $\text{rg}[\lambda_i \mathbf{E} - \mathbf{A}, \mathbf{B}] = n \forall \lambda_i(\mathbf{A})$, Beobachtbarkeit: $\text{rg}[\lambda_i \mathbf{E} - \mathbf{A}, \mathbf{C}]^T = n \forall \lambda_i(\mathbf{A})$). Dieses Verfahren ist zwar aufwändiger in der Anwendung, aber auch für symbolisch auswertbare Matrizen sehr zweckmäßig. Die als nicht steuerbar erkannten Eigenwerte λ_B wirken als *Eingangsentkopplungsnullstellen* des Systems, da der Eigenvorgang $e^{\lambda_B t}$ nicht durch den Systemeingang angeregt werden kann. Analog heißen die nicht beobachtbaren Eigenwerte λ_C auch *Ausgangsentkopplungsnullstellen* des Systems, da der Eigenvorgang $e^{\lambda_C t}$ den Systemausgang nicht beeinflusst [84]. Entkopplungsnullstellen beschreiben also diejenigen Eigenwerte von \mathbf{A} , die nicht als Pole der Übertragungsfunktionsmatrix $\mathbf{G}(s)$ (2.46) auftreten, da sich Entkopplungsnullstellen und nicht steuerbare/beobachtbare Eigenwerte gegenseitig kürzen lassen. Für LTI-Systeme ist das Paar Steuerbarkeit/Beobachtbarkeit mit *Erreichbarkeit/Rekonstruierbarkeit* identisch.

2.6.4 Methoden der Reglersynthese

Aus der Beschreibung der Regelsysteme im Zeit- oder Frequenzbereich ergeben sich verschiedene Möglichkeiten der Reglersynthese. Beim Frequenzbereichsentwurf weit verbreitet ist der klassische *PID-Regler*, der bereits ein umfassendes Regelkonzept darstellt. Er bietet eine Antwort auf den aktuellen Systemzustand/-fehler (P) und kann über Gedächtnis (I) und Prädiktor (D) auch Vergangenheit und Zukunft des Systems bewerten. Das PID-Konzept lässt sich gut für stabile Systeme anwenden und oft mit empirischen Einstellregeln parametrieren. Weiterhin bieten sich zur Festlegung des Kompensators im Frequenzbereich das *Betragsoptimum*, das *symmetrische Optimum* oder auch die *Wurzelortskurve* an. Für bessere Dynamik und Dämpfung können *Kaskadenregelungen* mit schnelleren unterlagerten PI-Schleifen aufgebaut werden, die einem Anwachsen des obersten Regelfehlers entgegensteuern. Durch *Loop Shaping* anhand des *Bode-Diagramms* vom offenen Kreis G_{ol} können unter Beachtung von Phasenrand und Amplitudenrand neue Reglerstrukturen gefunden werden, ebenso wie bei der Vorgabe des Verhaltens des geschlossenen Regelkreises G_{cl} , beispielsweise per *Internal Model Control* (IMC). Je nachdem, ob ein System nur ein Regelglied (z.B. mit e) oder zwei unabhängige Regler (z.B. mit w und u) enthält, spricht man von *One-Degree-* oder *Two-Degrees-of-Freedom-Reglern* (2DOF).

Im Zustandsraum haben sich vor allem die *vollständigen Zustandsrückführungen* mit/ohne Beobachter bewährt, die bei hinreichend genauen Modellen eine unmittelbare Stabilisierung instabiler Regelstrecken gestatten. Falls nicht steuerbare/beobachtbare Eigenwerte vorhanden sind, werden statische oder dynamische *Ausgangsrückführungen* zur Beeinflussung der verbleibenden Eigenwerte eingesetzt. Zur Bestimmung der Regler-/Beobachterkonfiguration dienen Verfahren der Polvorgabe (ACKERMANN-Formel (SISO), ROPPENECCKER-Formel (MIMO), LUENBERGER-Beobachter) oder Optimierungsmethoden (LQR, LQG, KALMAN-Filter). Für MIMO-Systeme können Zustandsregler unter bestimmten Voraussetzungen auch als *Entkopplungsregler* aufgebaut werden.

In Systemen mit bekannten oder unbekanntem Nichtlinearitäten, Modellunsicherheiten und/oder Störungen sind Konzepte der robusten Regelung vorteilhaft. Hierbei liefert der eigentliche \mathcal{H}_∞ -Entwurf noch keinen zwangsläufig robusten, sondern einen *normoptimalen Regler*²⁸. Jedoch erlaubt die signalbasierte \mathcal{H}_∞ -Optimierung die einfache Berücksichtigung von *Modellunsicherheiten* Δ im Frequenzbereich zur Sicherung robuster Stabilität und Regelqualität. Bei rekonstruierbaren externen Störungen können zudem *Störgrößenaufschaltungen* hilfreich sein. Für nichtlineare Regelstrecken stehen z.B. die *Arbeitspunkt-Linearisierung*, *Feedback Linearisierung*, *Sliding Mode Control* (SMC), LYAPUNOV-basierte Regler, adaptive Regler (MRAC: *model reference adaptive control*) oder für spezielle Systemklassen auch *flachheitsbasierte Vorsteuerungen* zur Verfügung. Gemeinhin ist das Feld der nichtlinearen Regelkonzepte aufgrund der vielfältigen Natur nichtlinearer Effekte sehr viel breiter und weniger klassifiziert als im linearen Bereich.

²⁸ Normoptimale Regler sind je nach Auslegung auch als dynamische Zustandsregler interpretierbar.

Waren bis in die späten 1980er Jahre Regelungen meist analog, so werden jetzt in vielen Bereichen die Regelalgorithmen auf digitalen Prozessoren umgesetzt. In der Anfangszeit der Computertechnik mussten Diskretisierungseffekte stabilitätsbedingt zwingend berücksichtigt werden. Heute sind mit immer leistungsfähigeren Prozessoren und Analog-Digital-Umsetzern (*AD-Wandler*) für viele Anwendungen quasianaloge Abtaststraten T_S realisierbar. Als Faustregel für eine quasianaloge Regelung gilt eine mindestens 20-mal höhere Abtastfrequenz $f_S = 1/T_S$ als der schnellste Eigenvorgang im Regelsystem. Bei digitaler Abtastung ist das NYQUIST-SHANNON-*Abtasttheorem* (2.57) durch analoge Filter sicherzustellen, um Signalverfälschungen im Nutzsinalbereich $0 \leq f \leq f_N$ durch *Aliasing* zu vermeiden.

$$f_S \geq 2 \cdot f_N \quad (2.57)$$

Abschließend sei angemerkt, dass die Auswahl eines Regelkonzepts neben der zu regelnden Strecke auch von den speziellen Zielen der Regelaufgabe sowie den Stellgliedern und der verfügbaren Mess- und Regelausrüstung abhängig ist, und nicht zuletzt auch von der Erfahrung des Regelungstechnikers - in Theorie und Praxis.

2.6.5 Regelqualität und Gütekriterien

Neben der reinen Stabilität des Regelsystems werden oft weitere Ziele mit dem Einsatz einer Regelung verfolgt (vgl. Anforderungen am Beginn von Abschnitt 2.6). Oft dienen Regelungen der verbesserten Ausnutzung vorhandener Systemkapazitäten und der Erweiterung des Funktionsumfangs. Die Anforderungen an die Regelqualität der geregelten Strecke werden häufig mit Begriffen wie *Schnelligkeit*, *Bandbreite*, *Dämpfung*, *zulässiges Überschwingen* oder *Genauigkeit* formuliert.

Schnelligkeit bedeutet in Allgemeinen ein hohes nutzbares Arbeitsfrequenzband f_B , in dem die Regelgrößen \mathbf{y} den Führungstrajektorien \mathbf{w} dynamisch identisch folgen. Als meist verbreitete Definition der Bandbreite f_{BT} wird die -3 dB-Frequenz benutzt, bei der die Amplitude der Regelgröße nur noch dem $1/\sqrt{2}$ -fachen, d.h. circa 70% der Sollamplitude entspricht ($G_{cl} = T$ um -3 dB abgesunken (2.51), (2.53)). Die -3 dB-Frequenz fällt aber *nur* für Übertragungsglieder erster Ordnung mit der *Knickfrequenz* als Schnittpunkt der Amplitudenfrequenzgang-Asymptoten zusammen. Eine konservativere Definition der Bandbreite liefert die Sensitivitätsfunktion $S = E/W$ (2.52), deren Betrag als relativer Regelfehler interpretierbar ist. Die Bandbreite f_{BS} ist dabei die Frequenz, bei der $|S(j\omega)|$ zuerst -3 dB von unten kreuzt. Für $f < f_{BS}$ spricht man von einer *effizienten* Regelung, für $f < f_{BT}$ noch von einer *effektiven* Regelung [125].

Die Übereinstimmung des Folgeverhaltens (*Nachfahrgüte*) kann anschaulich im Frequenzbereich mit dem *Bode-Diagramm* oder durch den Vergleich von *Leistungsdichtespektren* (PSD: *power spectral density*, Periodogramm, (2.58)) erfolgen. Im Zeitbereich ist die Überprüfung der Nachfahrgüte anhand des zeitlichen Verlaufs nur für harmonische Signale sinnvoll, da selbst geringste Phasenverschiebungen bei nichtharmonischen Messgrößen zu schwer analysierbaren Darstellungen führen. Hier bietet sich der Vergleich der *Effektivwerte* (RMS: *root mean square*, (2.59)) von

$w = \{w_1, w_2, \dots, w_N\}$ und $y = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ zur Prüfung der mittleren Signalleistung an. Weitere Alternativen sind die *Kreuzkorrelationsmethode* (2.60) oder der empirische *Korrelationsfaktor* r_{yw} (2.61), die Zeitverschiebungen und den linearen Zusammenhang von w und y ermitteln.

$$S_{xx}(f) = \frac{N}{f_S} |\text{DFT}(x)|^2 = \frac{N}{f_S} \left| \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot e^{-j \cdot 2\pi i \frac{f}{f_S}} \right|^2 \quad (2.58)$$

$$\text{mit } f = \{0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1\} \cdot \frac{f_S}{N}$$

$$x_{RMS} = \frac{1}{\sqrt{N}} \|x\|_2 \quad (2.59)$$

$$R_{yw}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y(t) w(t + \tau) dt \quad (2.60)$$

$$r_{yw} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(y_i - \bar{y})(w_i - \bar{w})]}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_i - \bar{w})^2}} \quad (2.61)$$

Schnelligkeit und Dämpfung einer Regelstrecke sind oft konkurrierende Ziele im Reglerentwurf. Zur optimalen Einstellung der Reglerwerte unter den gegebenen Anforderungen lassen sich spezielle Optimierungskriterien formulieren, die oft signalbasiert den Verlauf von Regel-, Fehler- und/oder Stellgrößen gewichten. Sehr bekannt sind quadratische Optimierungsfunktionale bezüglich des Regelfehlers e , z.B. IE^2 (minimale quadratische Regelfläche), $IT^k E^2$ (minimale zeitbeschwerte quadratische Regelfläche) oder $IT^k AE$ (minimale zeitbeschwerte absolute Regelfläche). Zusätzlich können die Stellgrößen u als Kosten für den Regelerfolg berücksichtigt werden, z.B. durch ein $IE^2 C^2$ -Funktional (minimale quadratische Regel- und Steuerfläche) [12].

Neben den genannten Performanz-Kriterien ist für diese Arbeit als weiterer Qualitätsaspekt der Regelung die *Ruhegüte* von Bedeutung. Eine hohe Ruhegüte drückt sich in der Vermeidung von unerwünschten Schwingungen aus, die im Allgemeinen neben einer schlechteren Nachfahrgüte auch Geräuschemissionen verursachen. Die Quantifizierung der Ruhegüte Q_R erfolgt hier durch Integration der FOURIER-Transformation²⁹ $\text{DFT}(x)$ eines gemessenen Aktorsignals $x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ nach (2.62) während der Magnetaktor auf eine Ruhelage eingeregelt wird. Im Idealfall ergibt sich $Q_R = 0$, aber praktisch gilt: Je niedriger Q_R , desto weniger Schwingungsenergie ist vorhanden. Die Analyse des Betrages der DFT über der Frequenz lässt zudem Rückschlüsse auf Störquellen zu.

$$Q_R = \int_{f=0}^{500 \text{ Hz}} |\text{DFT}(x)| df \quad (2.62)$$

Zur aussagekräftigen Analyse von Regelgüte und dynamischer Leistungsfähigkeit sind geeignete Testsignale notwendig. Neben der klassischen Sprunganregung mit

²⁹ Jean Baptiste Joseph FOURIER (1768-1830): Französischer Mathematiker und Physiker.

den Kenndaten der Übergangsfunktion (Überschwingen, Einregelzeit, etc.) sind insbesondere *reiche* Anregungen zu bevorzugen, die viele Frequenzen des Systems erreichen. Als stochastische Anregung wird das *Rauschen* bevorzugt, das in unterschiedlichen Charakteristiken existiert:

- *weiß*: konstantes PSD, praktisch nicht realisierbar;
- *rosa*: $\text{PSD} \propto 1/f$;
- *braun/rot*: $\text{PSD} \propto 1/f^2$.

Eine sehr nützliche Anregung ist der *Gleitsinus* (*Sinussweep*) (2.63), bei dem die Frequenzen zeitlich geordnet auf Basis einer Frequenzfunktion $f(t)$ (2.64) durchlaufen werden.

$$x(t) = \hat{x} \cdot \sin \left(\int_{\tau=0}^t 2\pi f(\tau) d\tau \right) \quad (2.63)$$

$$f(t) = \begin{cases} f_1 + (f_2 - f_1) \cdot \frac{t}{T_{Swp}} & \text{linear} \\ f_1 + (f_2 - f_1) \cdot \left(\frac{t}{T_{Swp}} \right)^2 & \text{quadratisch} \\ f_1 \cdot e^{\ln\left(\frac{f_2}{f_1}\right) \cdot t/T_{Swp}} & \text{exponentiell} \end{cases} \quad (2.64)$$

3 Systematischer Entwurf und Berechnung

In der mehr als hundertjährigen Entwicklungsgeschichte elektromagnetischer Aktoren wurde deren Leistungsfähigkeit stetig vorangetrieben und die Einsatzgebiete kontinuierlich erweitert. Neue Werkstoffe und Fertigungstechnologien begünstigten dabei eine hohe Leistungsdichte und kompaktere Dimensionen der Aktorbauweise. Vor allem aber die Beschreibung der physikalischen Zusammenhänge und die Systematisierung von Entwurfsmethoden hatten wesentlichen Anteil an der vermehrten Nutzung elektromagnetischer Kraftwirkungen. Das Erkennen inhärenter Beziehungen ermöglichte die Ausnutzung spezieller Stärken von elektromagnetischen Aktoren, z.B. das energielose Halten und schnelle Schalten in Kurzhubmagneten über die geeignete Anordnung von Dauermagneten. Die fortwährend steigenden Anforderungen an technische Systeme betreffen auch elektromagnetische Antriebe, so dass höheres Arbeitsvermögen, kleineres Volumen und geringstmöglicher Energieverbrauch die klar dominierenden Ziele im Entwicklungsprozess sind. Zur Sicherung dieser Eigenschaften wird in dieser Arbeit eine Entwicklungssystematik für elektromagnetische Aktoren vorgeschlagen, die auf leistungsfähige Anregungselemente führen soll. Das Konzept wird am Beispiel der Schwingungsanregung in der KFZ-Qualitätssicherung vorgestellt. Der folgende Abschnitt liefert dazu eine Einführung in die Thematik von Shakern für die Automobilindustrie und den sich daraus ergebenden Anforderungen für das zu entwickelnde Anregungssystem.

3.1 Motivierendes Anwendungsbeispiel: Shaker in der Automobil-Qualitätssicherung

In den Test- und Prüfanlagen von Forschung, Entwicklung und Produktion von Gütern befinden sich wichtige Anwendungsfelder von Aktoren. Ein klassisches Beispiel ist die Automobil-Industrie, deren Fahrzeugprototypen vor dem Serienstart in allen Belangen von Qualität, Komfort und Zuverlässigkeit getestet werden müssen. Üblicherweise werden einzelne Komponenten und Fahrzeuge Testroutinen unterzogen, die den langjährigen Einsatz im Zeitraffer abbilden. Mit diesen Tests sollen kritische Leistungsmerkmale der Fahrzeuge wie Lebensdauer, Komfort oder Akustikeigenschaften optimiert werden. Das Ziel ist die Auslieferung hochwertiger Produkte, deren Eigenschaften sich über die Produktlebenszeit gar nicht oder nur minimal verschlechtern. Aus Zeit- und Kostengründen können zur Produktabsicherung und -freigabe allerdings nicht Millionen Straßenkilometer absolviert werden. Auf speziellen Teststrecken, z.B. Kopfstein-Bahnen, Offroad-Trassen oder sog. *Belgisch Block*-Profilen werden die Fahrzeuge Normbelastungen (*Reference Loadings*) ausgesetzt, die den Lebenszyklus des Autos beschleunigen. Diese Methodik liefert sehr realistische Prüfzenarien, dennoch sind diese Lebensdauer- und Qualitätssicherungstests auch zeitaufwendig, teuer und wegen der harten Strecken nicht zuletzt unangenehm

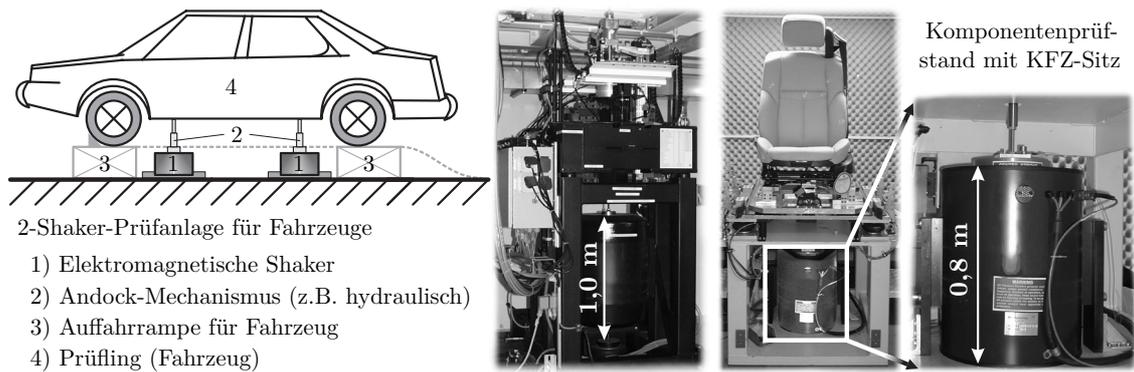


Bild 3.1: Aktoren für Schwingungstests in der Automobil-Qualitätssicherung

links: Angestrebte Fahrzeuganregung mit elektromagnetischen Aktoren

rechts: Stand der Technik: Elektrodynamische Shaker für Fahrzeuge & Komponenten

für die Testfahrer. Zusätzlich lassen sich nur komplette Fahrzeugprototypen testen, aber nicht die einzelnen Komponenten des Gesamtsystems „Automobil“.

Die realen Belastungen von Fahrzeugen und Komponenten werden aus oben genannten Gründen durch spezielle Prüfszenarien im Labor nachgestellt (Bild 3.1 rechts). Dort bringen Stellglieder (Aktoren) vordefinierte Lastsequenzen auf die Prüflinge auf, um den täglichen Einsatz zu simulieren (*Service Load Simulation*, Einsatzbelastungssimulation). Damit die Prüflinge die genormten Referenzbelastungen (*Target Loads*) erfahren, erhalten die Aktoren spezielle Stellsignale (virtuelle *Drive Files*¹), die über die Übertragungsstrecken im Auto oder der Komponente die gewünschten *Targets* so gut wie möglich reproduzieren (TWR: *Time Waveform Replication*). Solche Labortests ermöglichen nun sehr früh im Produktentwicklungsprozess realistische Systemanalysen zur Problemidentifikation in Bereichen wie Zuverlässigkeit, Komfort oder NVH². Beispielsweise beliefen sich bei einem Fahrzeughersteller die NVH-bedingten Kosten in einem einzigen Geschäftsjahr auf über 60 Millionen US-Dollar, wobei mehr als 90% dieser Summe auf NVH-verwandte Garantiereparaturen entfielen [34]. Diese Summen verdeutlichen die Wichtigkeit von Prüf- und Analysewerkzeugen zur frühzeitigen Identifikation potenzieller Problemquellen im Fahrzeug.

Für diese Arbeit ist der als Störgeräuschkustik bezeichnete NVH-Problembereich von Interesse, da elektromagnetische Aktoren die speziellen Testanforderungen nach Tabelle 3.1 gut erfüllen können. Zur Störgeräuschanalyse wirken die Aktoren (*Shaker*) dabei über Prüfaufnahmen auf einzelne Komponenten oder direkt an der Karosserie auf das Fahrzeug ein. Aktuelle technische Lösungen basieren auf piezoelektrischen, elektrodynamischen (Bild 3.1) oder hydraulisch/pneumatischen Aktorprinzipien, die bereits in Tabelle 1.1 auf Seite 2 gegenübergestellt wurden. Piezoelektrische Systeme haben für eine adäquate Schwingungsanregung einen zu kleinen Hub, während hydraulische Aktoren aufgrund hoher Geräuschemission und den zusätzlichen Druckmedien ausscheiden. Elektrodynamische Shaker werden zur Störgeräuschanalyse eingesetzt, jedoch weisen sie ein geringes Kraft-Bauraum-Verhältnis auf. Höhere

¹ Zum Teil werden auch bei Straßenfahrten gemessene Beschleunigungsdaten in Zeit- oder PSD-Form als *Drive File* bezeichnet.

² NVH: *Noise, Vibration and Harshness*, Geräusch, Schwingungen und Oberflächenrauheit.

Tabelle 3.1: Anforderungsprofil für Schwingungsanregungssysteme (Shaker) zur Störgeräuscherkennung in der automobilen Entwicklung und Produktion

Anforderung	Symbol	Wert	Bemerkung
Schwingweg	\hat{x}	± 2 mm	pk - pk
Frequenzbereich	f_B	5 . . . 100 Hz	zum Teil bis 200 Hz
Stellkraft	F	3500 N (pk)	1500 N (RMS)
Geräuschemission	N	NR35	Noise Rating Curve, ISO 1996 bei Luftschallmessung in 1 m Abstand mit Anregung durch Braunes Rauschen (0,2 g RMS)
Bauraum	V	minimal	$h \leq 150$ mm ideal für Anwendung unter ebenerdig stehendem KFZ
Hilfsmedium	M	elektrisch	keine Zusatzinstallationen

Stellkräfte durch größere Ströme erfordern oft geräuschintensive Kühlungen (Luft, Wasser) und somit auch eine aufwendige Geräuschdämmung. Typischerweise entstehen bei einer durchschnittlichen Straßenfahrt die störenden Geräusche oft durch Schwingungen im Millimeter-Bereich zwischen 5 . . . 80 Hz an den über das Fahrwerk entkoppelten Karosserieteilen. Für die Nachbildung dieser Schwingungen an Fahrzeugchassis und Innenraumkomponenten bietet sich nach Tabelle 1.1 dann vor allem das elektromagnetische Aktorprinzip an. Es ermöglicht hohe Kräfte auf kleinem Bauraum, die elektrisch erzeugt werden können und über den geforderten Stellbereich wirksam sind.

Der in Abschnitt 1.3.2 vorgestellte Aktortyp PVM2s hat mit seinen hohen Stellkräften bei entsprechender Dynamik und verhältnismäßig kleinem Bauraum das Potenzial, die skizzierte Prüfsystemlücke zu schließen. In dieser Arbeit soll daher ausgehend vom PVM2s-Aktorprinzip ein für die Automobilbranche nach Tabelle 3.1 geeigneter elektromagnetischer Shaker entstehen, an dem die systematische Entwicklung und einsetztaugliche Regelung leistungsfähiger Magnetaktoren demonstriert wird. Durch zielgerichtetes Magnetkreis-Design, umfassende Systemmodellierung und moderne Regelmethode soll das Gesamtsystem aus Aktor, Regler und Leistungsversorgung vorgegebene Solltrajektorien für beliebige Testobjekte mit hoher Genauigkeit geräuschfrei reproduzieren. Ein solches Systemverhalten ist durch eine hohe *Regelgüte* als Ausdruck von *robuster Stabilität*, *Nachfahrgröße* und *Ruhegröße* charakterisiert. Der angestrebte kleine Bauraum könnte ein mobiles Shakersystem ermöglichen, das zur flexiblen Schwingungsanregung beliebiger Prüflinge in der Entwicklung und Produktion einsetzbar wäre. Eine daraus resultierende unkomplizierte Integration in bestehende Prüf- und Fertigungsstraßen bei Automobilherstellern oder Systemlieferanten ließe enorme Zeit- und Kosteneinsparpotenziale für die moderne Fahrzeugentwicklung entstehen [129]. Zum Erreichen dieser Ziele sind jedoch einige grundsätzliche Überlegungen nötig, aus denen sich die speziellen Anforderungen für den Aktorentwurf ableiten lassen.

3.2 Überlegungen zum Aktorentwurf

Wesentliche Aspekte der Entwicklungsmethodik, Modellierung *und* Regelung zukünftiger Reluktanzaktoren lassen sich aus Tabelle 3.1 im Zusammenhang mit den in Abschnitt 1.3 eingeführten magnetischen Aktoren ableiten. Der dort vorgestellte Typ PVM2s zeichnet sich bereits durch einen sinnvoll strukturierten Magnetkreis und hohe statische Kräfte aus. Gleichwohl weist er gegenüber dem Typ PVMk trotz identischen Kernmaterials eine schlechtere Dynamik auf. Die hohen schlanken Spulen des PVMk-Aktors erlauben eine bessere Einbringung der Durchflutung in den Magnetkern, der aufgrund seiner ebenfalls schlanken Form Wirbelströme weniger begünstigt. Somit zeichnet sich ein Design-Kompromiss zwischen statischer und dynamischer Leistungsfähigkeit ab, der bei jeder Aktorentwicklung zu finden ist. Der praktische Einsatz des zu entwickelnden Shakers erfordert auch die Anregung komplexer Lastsysteme. Diese sind nicht mehr als starre Massen idealisierbar und bedürfen robust stabilisierender Regler. Ausgehend von diesen Überlegungen fasst Tabelle 3.2 die wesentlichen Bereiche zur Entwicklung von Reluktanzaktoren zusammen, deren Beachtung die Erfüllung der allgemeinen Kriterien aus Abschnitt 1.2 sowie der speziellen Randbedingungen aus Tabelle 3.1 erleichtert. Die aufgeführten Domänen und zugehörigen Methoden verdeutlichen den notwendigen ganzheitlichen Ansatz zur Entwicklung leistungsfähiger magnetischer Reluktanzaktoren.

Tabelle 3.2: Teilbereiche der Entwicklung magnetischer Reluktanzaktoren, zur Verfügung stehende Methoden sowie Zielstellungen

Bereich	Entwicklungsmethodik	Ziele
Magnetkreis	Magnetische Netzwerke	analytische Näherung, Streuung, geometrisch-funktionale Zusammenhänge, Induktivität (2.28)
	Finite-Elemente-Methode	Sättigung, Streuung, statische Kräfte exakt
	Dynamische Simulation	Kraftdynamik, Wirbelströme, Nichtlinearitäten
Elektrischer Kreis	Elektrische Netzwerktheorie	Spulenauslegung, Induktivität
	Schaltungstechnik PCB-Design	Verstärkerprinzip, EMV, einfaches Regelkonzept, Kosten
	Dynamische Simulation	Stabilität, Dynamik, Erwärmung
Mechanik (Last, Prüfling)	Bewegungs-DGL abhängig von Modellierungstiefe	Genauigkeit, hinreichend stabile Regelung (modellbasiert)
Regelung	Zustandsraum vs. Frequenzbereich, modellbasiert, adaptiv	Regelgüte, robust, stabil, Modellfehler tolerieren
Sensorik	Mess- und Stellgrößenanalyse, Filter- und Beobachterentwurf	Zustandsrekonstruktion störungsfreie Signale, Kosten

3.3 Anforderungen an den Aktor

3.3.1 Allgemeine Anforderungen an die Aktorentwicklung

Die Analyse der Tabelle 3.1 liefert die Zielgrößen für den Entwurf eines elektromagnetischen Aktors zur Störgeräuschanalyse im Automobil. Zusätzlich sind immer externe Randbedingungen zu beachten, z.B. über ein Pflichtenheft, etc. Die zu spezifizierenden Entwurfsziele und -bedingungen variieren allerdings mit der konkreten Aufgabe, wobei einzelne Aspekte anwendungsabhängig entweder Ziel oder Prämisse sein können. *Ziele* stellen in dieser Arbeit essentielle Eigenschaften dar, die im Sinne der Aufgabe bestmöglich erfüllt werden sollten. *Randbedingungen* begrenzen den potenziellen Variantenraum und die erreichbare Leistungsfähigkeit des zu entwerfenden Aktors, daher muss der Entwurf auf die denkbar knappe Einhaltung dieser

Tabelle 3.3: Einordnung zentraler Aspekte zur Entwicklung magnetischer Reluktanzaktoren bezüglich Ziel- und Bedingungscharakter (**Z** & **RB**)

Aspekt	Symbol	Bemerkung	Z	RB
1 Statische Stellkraft	F_s	maximal verfügbare Kraft	×	
2 Dynamische Stellkraft	\hat{F}_d, F_d	Maximum und RMS	×	
3 Stellweg	\hat{x}	Arbeitshub (pk-pk)	×	×
4 Frequenzbereich	f_B, f_{BT}	Bandbreite, -3 dB-Frequenz	×	
5 Spulendesign	b_w, h_w, w d_{Cu}, L	Geometrie, Durchflutung, Querschnitt, Induktivität	×	×
6 Querschnittsflächen	A_{Fe}	Kraftentwicklung, Sättigung, Wirbelströme	×	×
7 Bauvolumen	V	Mobilität, mit/ohne Peripherie (Verstärker, Sensor, etc.)	×	×
8 Leistungsaufnahme	P	Wirk- / Blindleistung, Netzlast		×
9 Materialdaten	$B_r, H_{cJ},$ $\mu_r(H),$ R_m, σ_{zul}	weichmagnetische Stoffe, Dauermagnete, Gehäuse, Festigkeit, Zuverlässigkeit		×
10 Wärmeverhalten	P_W	Thermischer Widerstand, Umgebungstemperatur		×
11 Sensorik	–	Art / Anzahl der Messgrößen, Signalkonditionierung		×
12 Regelbarkeit	$\dot{x} = f[x, u]$	Regelgüte, Stabilität, Modelltiefe, Nichtlinearitäten	×	×
13 Einsatzbedingungen	–	Anwenderwissen, Systemintegration, Kopplung, Umgebung (Temperatur, Feuchte)		×
14 Kosten / Aufwand	€	R&D, Material, Technologie		×

Tabelle 3.4: Mögliche Konflikte der Ziele und Randbedingungen aus Tabelle 3.3

		Ziele									
		1	2	3	4	5	6	7	12		
Randbedingungen	3							×	×		
	5	×	×		×		×	×			
	6	×	×			×		×			
	7			×		×	×				
	8	×	×		×	×				×	
	9	×	×		×	×	×			×	
	10					×		×			
	11			×	×			×	×		
	12		×	×	×						
	13								×	×	
	14	×	×		×	×	×	×		×	

Kriterien abzielen. Zur Wahrung der Übersicht kann es zweckmäßig sein, die Ziele in Muss-, Wunsch- und Abgrenzungskriterien zu unterteilen.

- **Musskriterien:** Unabdingbare Eigenschaften des Aktors für vorgesehenen Einsatzzweck;
- **Wunschskriterien:** Nicht unabdingbare Eigenschaften, die möglichst gut erfüllt sein sollten, um den Aktor über das geforderte Mindestmaß zu verbessern;
- **Abgrenzungskriterien:** Eigenschaften, die bewusst nicht erfüllt werden sollen, um eine Produktpositionierung zu ermöglichen.

Tabelle 3.3 charakterisiert wichtige Aspekte bei der Entwicklung leistungsfähiger Reluktanzaktoren hinsichtlich ihrer Ziel- und Prämisseneigenschaften. Da aber zum Teil mehrere Entwicklungsaspekte dieselbe Produkteigenschaft beeinflussen, sind Zielkonflikte möglich, die speziell für die Auslegung elektromagnetischer Reluktanzaktoren in der Gestaltungs-Matrix nach Tabelle 3.4 angegeben sind. Zusammenfassend lassen sich nun die Ziele und Randbedingungen für den Entwurf des Shakers zur KFZ-Störgeräuschprüfung aus den Tabellen 3.1-3.4 ableiten, wobei die Kriterien³ mehrfach abgestuft sind und potenzielle Konflikte benannt werden.

3.3.2 Ziele des Aktorentwurfs

M: statische Stellkraft $F_s > 3500$ N, d.h. ≈ 350 kg Last heben;

M: dynamische Stellkraft $F_d > 1500$ N_{RMS}, d.h. Anregung einer Masse $m \approx 750$ kg mit typischem *Drive File* $\approx 0,2$ g_{RMS};

M: Stellweg $\hat{x} \geq \pm 2$ mm $\approx 0,2$ g bei 5 Hz;

³ **M:** Musskriterium; **W:** Wunschkriterium; **K:** Konflikt

- M:** Frequenzbereich $f_B = 0 \dots 100$ Hz;
W: Regelgüte = Nachfahrgüte $\text{RMS}(\text{Ist})/\text{RMS}(\text{Soll}) > 0,90$;
W: Einfache Fertigungstechnologie.

3.3.3 Randbedingungen des Aktorentwurfs

- M:** Bauhöhe $h \leq 150$ mm (vgl. Bild 3.1: typische Bodenfreiheit einer Mittelklasse-limousine ≈ 150 mm);
M: Regelbarkeit (vor allem stabiles Betriebsverhalten);
M: keine Geräuschemmission (extra Schalldämmung vermeiden);
W: Mobilität durch kleines Bauvolumen und geringes Gewicht $m \leq 25$ kg;
W: Leistungsaufnahme / Stellspannung $u \approx 220$ V
 (Netzversorgung, Sicherheitsaspekte);
W: möglichst geringer Sensoraufwand (Kosten vs. Signalgüte);
W: keine Erwärmung (separate Kühlung vermeiden).

3.3.4 Potenzielle Konflikte des Aktorentwurfs

- K:** Kraft \leftrightarrow Stellweg (Reluktanz des Luftspalts);
K: Kraft \leftrightarrow Stabilität und Linearität;
K: Materialauswahl: Kraft \leftrightarrow Frequenzbereich;
K: Bauhöhe \leftrightarrow Spulendesign (für Kraftentwicklung);
K: Dynamik \leftrightarrow Geräuschlosigkeit.

3.4 Systematisierter Entwurfsprozess

Der Entwicklungsablauf für elektromagnetische Antriebe beginnt zweckmäßig mit der Präzisierung der Aufgabenstellung (Abschnitte 3.1 bis 3.3), gefolgt von der Festlegung des Verfahrensprinzips und der Magnetkreisgrundform (Abschnitte 1.3.1, 1.3.2 und 3.4.1) sowie der abschließenden Dokumentation der einzelnen Entwicklungsschritte (diese Arbeit) [62]. Stellvertretend für ein breites Spektrum an Magnetantrieben stellt dieser Abschnitt 3.4 die Details der Entwurfssystematik anhand der technischen Auslegung eines magnetischen Reluktanzaktors vom Typ PVM2s für die Anwendung als Schwingerreger im Automobilbereich dar. Der technische Entwurf des Aktors geht dabei von den im letzten Abschnitt beschriebenen Zielgrößen aus. Bild 3.2 verdeutlicht das zu Grunde liegende PVM2s-Magnetsystem (vgl. Bild 1.3) mit seinen wesentlichen geometrischen Größen in Relation zum mechanischen Aufbau. Da sich die notwendigen Stellkräfte aus der Magnetkreisgeometrie bestimmen, müssen Querschnittsflächen, Luftspaltmaße, Spulendurchflutung sowie die Dauermagnetkonfiguration in Einklang gebracht werden. Aufgrund der vielfältigen, nichtlinearen und interagierenden Beziehungen zwischen den einzelnen Parametern (Querschnitt, Material, Spulendaten, usw.) ist eine geschlossene Lösung der Dimensionierungsgleichungen nicht möglich. Mit Hilfe folgender Schritte soll die Dimensionierung des Magnetkreises daher systematisiert werden:

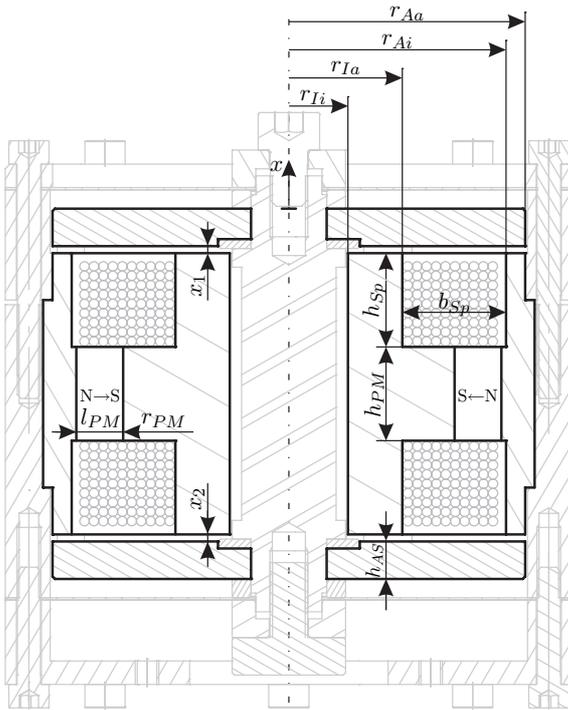


Bild 3.2: Querschnitt des PVM2s-Magnetsystem mit wesentlichen Geometrieparametern

- x Stellkoordinate
- x_1 oberer Luftspalt nach (1.1)
- x_2 unterer Luftspalt nach (1.1)
- r_{Ii} Innenradius Innenkern
- r_{Ia} Außenradius Innenkern
- r_{Ai} Innenradius Außenkern
- r_{Aa} Außenradius Außenkern
- $b_{Sp} \times h_{Sp}$ Spulenfenster
- r_{PM} Radius permanentmagnetischer Ring (Quadmagnete)
- l_{PM} Länge Permanentmagnet (Magnetisierungsrichtung)
- $b_{PM} \times h_{PM}$ aktive Magnetfläche eines PM-Quaders
- h_{AS} Höhe Anzugscheibe

1. Analyse des vorliegenden Magnetkreises (Abschnitt 3.4.1).
2. Werkstoffauswahl unter Beachtung statischer und dynamischer Anforderungen sowie magnetischer und mechanischer Aspekte (Abschnitt 3.4.2).
3. Berechnung der Magnethauptabmessungen basierend auf einem kompakten Modell des Magnetkreises (Abschnitt 3.4.3).
4. Konstruktive Ausarbeitung durch iteratives Wechselspiel:
 - a) Erweitertes analytisches Aktormodell mit magnetischen Ersatznetzwerken (MEN) zur Bestimmung der funktionalen Zusammenhänge von Parametern und Aktorkenngrößen (Abschnitt 3.6.1);
 - b) Numerisches Modell mit der Finite Elemente Methode (FEM) zur konstruktiven Feingestaltung unter Beachtung von Streuung und Nichtlinearitäten (Abschnitt 3.6.2).
5. Dimensionierung der Anzeereinheit inklusive Spulensystem (Abschnitt 3.8).
6. Dynamische Modellierung und Simulation (Abschnitte 3.7-3.12).

3.4.1 Magnetkreisdesign

Die Herausforderung beim Erstentwurf eines magnetischen Systems besteht in der Vermeidung lokaler Nichtlinearitäten. Gelingt die gleichmäßige Beanspruchung des an sich sättigungsbehafteten weichmagnetischen Materials, können unterhalb der Sättigungsflussdichte zur Grobdimensionierung lineare Beziehungen auf der Basis magnetischer Ersatzelemente verwendet werden. Mit $B < B_s$ bzw. $dB/dH \gg \mu_0$ sind dann folgende Annahmen zulässig:

- Weichmagnetische Materialien ($\mu_r > 1500 \gg 1$) bündeln den magnetischen Fluss quasi widerstandslos.
- Luft behindert den Magnetfluss stark durch ihren sehr großen Widerstand.

Weitere vereinfachende Annahmen für den Magnetkreisentwurf enthält unter anderem die Tabelle 2.2 in Abschnitt 2.5. Für den näherungsweise Entwurf können unter Beachtung des Brechungsgesetzes für das Magnetfeld einfache Ersatzanordnungen des magnetischen Kreises angegeben werden, wobei zusätzliche Einschränkungen gelten. So sind zum Beispiel spezielle Streueffekte des Feldes an den Kanten der magnetischen Leiter sowie die Streuung im Allgemeinen⁴ nicht erfasst. Bei Beachtung der obigen Annahmen gilt in homogenen Felder die MAXWELLSche Zugkraftformel (2.10) von Seite 23, die für den Aktorentwurf oft von zentraler Bedeutung ist.

$$\mathbf{F}_{re} = \frac{B^2 A}{2\mu_0} \mathbf{n}_{12} = \frac{\Phi^2}{2\mu_0 A} \mathbf{n}_{12} \quad (2.10)$$

Bild 3.3 zeigt das Magnetsystem PVM2s mit den beiden parallel angeordneten Magnetflusspfaden, die über einen zentralen Pfad verbunden sind. Dieser Magnetkreis zeichnet sich durch seine *zweifache Symmetrie* aus:

1. Rotationssymmetrie bezüglich der Stellachse (Topfmagnete verrichten die größte Hubarbeit pro Volumen und Energiezufuhr [62]).
2. Horizontale Symmetrie bezüglich des zentralen Pfades mit Dauermagnetring.

Die radial magnetisierten Permanentmagnete erzeugen über ihr Magnetfeld im Kern und in beiden Luftspalten eine Vorspannkraft $F_{PM}(x)$, die sich bei $x = 0$ aufhebt. Durch Bestromung der zwei Spulen wird im *hybriden* Magnetsystem eine Durchflutung $\Theta = \Theta_{Sp}$ eingepreßt, die in einem Magnetkreis der dauermagnetischen Erregung Θ_{PM} entgegenwirkt

und im anderen den Dauermagnetfluss Φ_{PM} stärkt. Diese wechselseitige Beeinflussung des Magnetfelds im Luftspalt führt ausgehend von der dauermagnetischen Vorspannung F_{PM} zu einer reziproken Kraftveränderung $F_{PM}(x) \pm F_{Sp}(i, x)$, die linearisierend auf die Gesamtkraft F_m wirkt (vgl. Fußnote (1) auf Seite 154). Die jeweils serielle Anordnung von Spule und Permanentmagnet in jedem Magnetkreis *plus* die Kombination der beiden Kreise über den gemeinsamen Dauermagneten ermöglicht eine maximale Krafterausbeute [150]. Als wesentlicher Vorteil dieser Anordnung vermeidet der Spulenfluss Φ den zentralen Pfad und damit die *Destabilisierung der Dauermagnete*, die dem Aktor durch reduzierten Energieverbrauch, geringen Raumbedarf und hohe zeitliche Konstanz eine große Leistungsfähigkeit ermöglichen. Im Umkehrschluss wird auch die Steuerdurchflutung nicht durch den dauermagnetischen Luftspalt behindert. In dem vorliegenden Magnetkreis gibt es wegen der parallelen Flusspfade keine volumenträchtigen, leistungsmindernden Nebenflüsse. Gleichwohl existieren abhängig von der gewünschten Krafrichtung innen und außen zwei Arbeitsluftspalte sowie an der gegenüberliegenden Anzugscheibe zwei Nebenluftspalte, die nach (1.2) die absolut erreichbare Magnetkraft mindern.

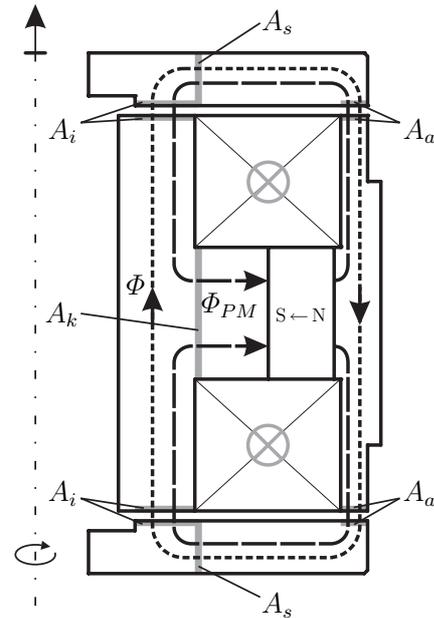


Bild 3.3: Magnetsystem PVM2s mit eingepreßten Flüssen und wichtigen Querschnitten

⁴ Es gibt keinen magnetischen Nichtleiter (Ausnahme: Diamagnetismus bei Supraleitung).

Die Magnetkräfte entstehen über den Luftspalten am inneren und äußeren Magnetkern, d.h. an Kreisringen mit den Querschnitten A_i und A_a . Wesentlich für die analytische Grobdimensionierung ist die Gewährleistung *gleicher Querschnittsflächen* für den Magnetfluss in allen seinen Pfaden. In Bild 3.3 sind für den vorliegenden Magnetkreis alle relevanten Flächen im rotationssymmetrischen Schnitt gekennzeichnet, die identisch sein sollten und mit (3.1-3.4) berechnet werden (vgl. Bild 3.2).

$$A_i = \pi \cdot (r_{Ia}^2 - r_{Ii}^2) \quad (3.1)$$

$$A_k = 2\pi \cdot r_{Ia} \cdot h_{PM} \quad (3.3)$$

$$A_a = \pi \cdot (r_{Aa}^2 - r_{Ai}^2) \quad (3.2)$$

$$A_s = 2\pi \cdot r_{Ia} \cdot h_S \quad (3.4)$$

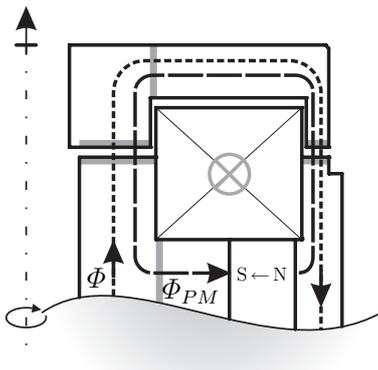


Bild 3.4: Ort des Arbeitsluftspaltes im Magnetkreis für hohe Flusseinkopplung

Zur Maximierung der erzeugten Magnetkraft ist nach (2.10) eine hohe homogene Flussdichte senkrecht durch eine möglichst große Fläche notwendig. Diese Forderung beeinflusst die Platzierung des krafterzeugenden Luftspalts im Magnetkreis, der in Bild 3.3 an den vertikal äußeren Enden platziert ist. Dabei erfolgt die Flussumbiegung zwischen vertikal im Kern und horizontal in den Anzugscheiben direkt über den Luftspalt und begünstigt durch Streuung und Kanteneffekte ein inhomogenes und zugleich geschwächtes Feld, so dass die MAXWELLSche Zugkraftformel nicht unbedacht angewendet werden kann. Für die neuen Aktoren wird der krafterzeugende Luftspalt *neben* die Spulen gelegt (Bild 3.4). Diese Änderung minimiert Streuverluste,

begünstigt die optimale Einprägung des Spulenflusses und ist auch fertigungstechnologisch vertretbar. Beim Entwurf ist zudem die effiziente Führung des Magnetflusses von den Quellen⁵ zum krafterzeugenden Arbeitsluftspalt durch *Vermeidung aller parasitären Luftspalte und verlustbringenden Nebenpfade* geboten.

Lange zylinderförmige Spulen mit wenigen Lagen fördern durch ihre homogene Feldverteilung im Spuleninnern die optimale Einprägung der Durchflutung und erzeugen somit den gewünschten senkrechten Fluss im Luftspalt. Demgegenüber sind flache Spulen mit einem breiten Spulenfenster energetisch ungünstig, denn das meist inhomogene Feld muss erst über die inneren Spulenlagen ($\mu_r = 1$) in den Magnetkern verdrängt werden. Für die neuen Aktoren werden die vormals im Magnetkern vergossenen Spulen aus Gründen der Flexibilität und Wartbarkeit als separate Luftspulen ausgeführt (vgl. Abschnitt 3.5).

Zusätzliche Möglichkeiten der Krafterhöhung können anwendungsspezifische Polflächen bieten. Eine *Polflächenvergrößerung* kann sinnvoll sein, wenn das weichmagnetische Kernmaterial bereits kurz vor der Sättigung ist und durch die Flächenaufweitung die Flussdichte nur mäßig absinkt. Im Bereich magnetisch wenig genutzter Materialien führt die Polvergrößerung wegen $\Phi = \int_A \mathbf{B} d\mathbf{A} = \text{const.}$ jedoch zum Flussdichteabfall und nach (2.10) auch zum Kraftverlust. Bei beschränktem Bauraum kann die Polflächenvergrößerung auch durch eine *Polflächenabschrägung*

⁵ Exakter: Feldführung von den Quellen, da nach (2.1c) keine Flussquellen existieren.

Tabelle 3.5: Auswahl weichmagnetischer Werkstoffe für Reluktanzaktoren nach [138]
(Werte für Massivmaterial, dynamische Eigenschaften für Ringbandkerne)

Material / Legierung			Fe	NiFe	CoFe	SiFe
Legierungsmenge	%			45 - 50	17 - 50	3
Werkstoffbezeichnung VAC			VACOFE	PERMENORM	VACOFLUX	TRAFOPERM
Sättigungspolarisation	J_s	T	2,15	1,55	2,35	2,03
Koerzitivfeldstärke	H_{cJ}	A/m	6	5	140	20
Anfangspermeabilität	μ_4		2000	3500	1000	1000
dynamisch 50 Hz				3700	1000	700
Maximalpermeabilität	μ_{\max}		40000	60000	9000	30000
dynamisch 50 Hz				22000	12000	13000
Verluste bei 50 Hz	p	W/kg		0,25 (1,0 T)	64 (2,0 T)	1,0 (1,0 T)
Resistivität (20°C)	ρ	$\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	0,10	0,45	0,44	0,40
CURIE-Temperatur	T_C	°C	770	440	950	180
Wärmeleitfähigkeit	λ	W/m·K	72	13	30	31
Anwendungsbereiche			Polschuhe, Joche, Relaissteile, Flussleitbleche, magnetische Linsen, Motoren, Messwandler			

erfolgen. Aufgrund der vektoriellen Zerlegung der Feldkomponenten ist die MAXWELLSche Zugkraftformel (2.10) so nicht mehr anwendbar. Eine Abschätzung der auftretenden Kräfte kann zumindest mit (2.9) auf Seite 23 erfolgen, die zuverlässige Grobdimensionierung des Magnetkreises ist jedoch erschwert. Für das geplante Aktorsystem wird von den eben genannten Optionen kein Gebrauch gemacht, da diese dem Ziel einer einfachen Fertigungstechnologie widersprechen. Für weitere Maßnahmen zur Kraftbeeinflussung und Kennliniengestaltung an Luftspalten sei insbesondere auf KALLENBACH, E. *et al.* [62] verwiesen.

3.4.2 Werkstoffauswahl

Selbst ein optimal ausgelegter Magnetkreis ist ohne adäquate Werkstoffe wenig leistungsfähig. Für den Einsatz der Aktoren mit hohen Kräften bis Frequenzen über 100 Hz sind weichmagnetische Materialien mit hoher Sättigungspolarisation⁶ J_s und schmaler Hysteresekurve, d.h. kleiner Koerzitivfeldstärke H_{cJ} wünschenswert. Eine hohe dynamische Leistungsfähigkeit erfordert zur Vermeidung von Wirbelströmen eine geringe elektrische Leitfähigkeit κ sowie minimale Ummagnetisierungsverluste durch eine geringe dynamische Hystereseaufweitung.

Nach Abschnitt 2.1.2 sind die Fe-basierte Legierungen (NiFe, CoFe) die bevorzugte Wahl bei hohen Flussdichten und Kräften. Auch WANG [144] bestätigte bei seinen Untersuchungen die Wirksamkeit des speziellen weichmagnetischen Werkstoffes PERMENORM 5000 (Fa. VACUUMSCHMELZE GmbH, VAC) gegenüber Magnetkernen

⁶ Manchmal auch Sättigungsflussdichte B_s , die aber nach (2.3) neben dem Feld der Elementarmagnete auch die Wirkung etwaiger Fremdfelder berücksichtigt.

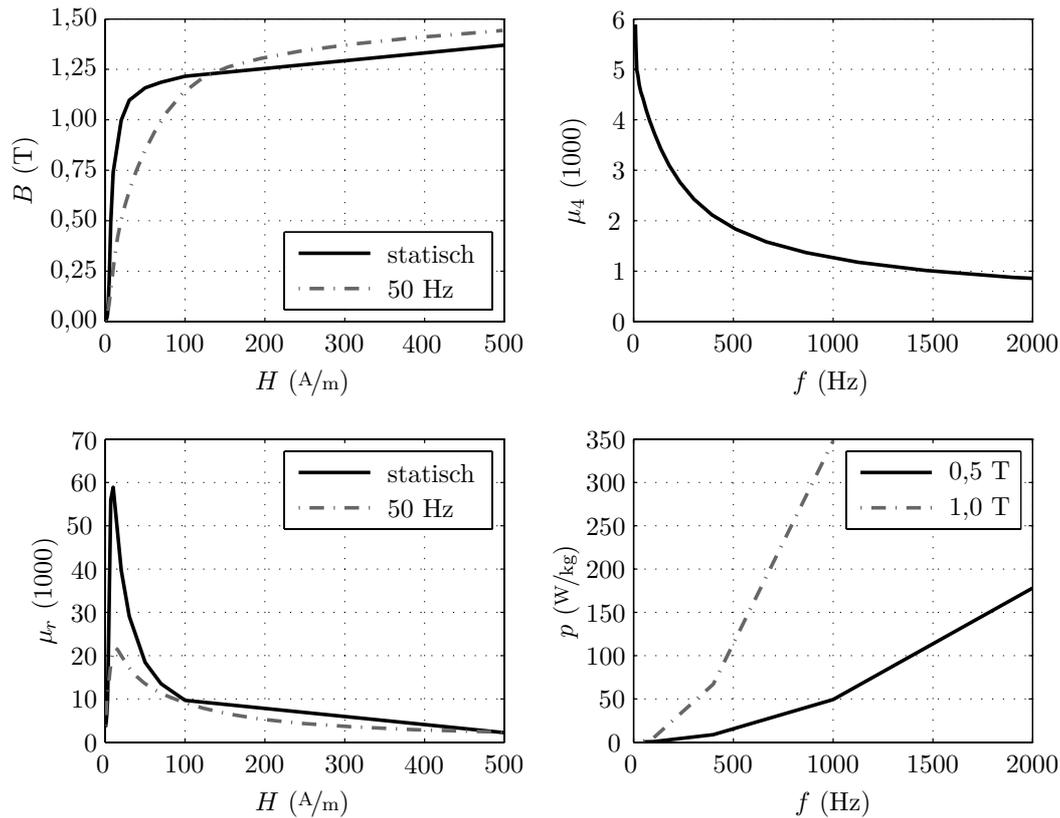


Bild 3.5: Eigenschaften der NiFe-Legierung PERMENORM 5000 H2 [138]

statisch: Massivmaterial

dynamisch: Stanzringe (1 mm)

links oben: Neukurve $B(H)$

rechts oben: Anfangs-Permeabilität $\mu_4(f)$ ($0,4$ A/m)

links unten: Relative Permeabilität $\mu_r(H)$

rechts unten: Eisenverluste $p(f)$

aus unlegiertem Stahl. PERMENORM ist in Tabelle 3.5 einigen weiteren weichmagnetischen Werkstoffen für Reluktanzantriebe, d.h. mit hoher Sättigungspolarisation, gegenübergestellt. PERMENORM bestätigt darin seine Eignung für Systeme mit schnell wechselnden Magnetfeldern, da die Nickel-Eisen-Legierung besonders kleine Ummagnetisierungsverluste aufweist und Wirbelströme durch einen gegenüber Reineisen vierfachen spezifischen elektrischen Widerstand entgegenwirkt. Mit sehr großen Permeabilitätszahlen und einer relativ hohen Sättigungspolarisation sind im statischen Fall enorme Kräfte möglich. Daher bestehen in dieser Arbeit alle Magnetkerne aus PERMENORM 5000 H2, dessen statische und dynamische Eigenschaften in Bild 3.5 dargestellt sind. Zur Vereinfachung der Fertigungsprozesse verzichtet man hier auf eine Blechung und nutzt Massivmaterial, dessen Schlussglühung zur Einstellung der gewünschten magnetischen und mechanischen Eigenschaften beim Hersteller erfolgt. Der Einfluss eventueller Wirbelströme wird in Abschnitt 3.8 eingehend untersucht.

Im Magnetkreis nach Bild 3.3 ist zur energetischen Optimierung ein Dauermagnetring aus einzelnen Quadermagneten enthalten. Kompakte leistungsfähige Aktoren erfordern starke Magnetfelder bei kleinem Volumen und deswegen Dauermagnete mit hohem maximalen Energieprodukt $(BH)_{\max}$. Das höchste heute verfügbare Energieprodukt haben die Selten-Erd-Metalle, von denen insbesondere Neodym-Eisen-Bor- (NdFeB) und Samarium-Kobalt-Legierungen (SmCo) technisch interessant

Tabelle 3.6: Kenndaten NdFeB-Magnetwerkstoff VACODYM 633 HR [140]

Eigenschaft	Symbol	Einheit	typisch	garantiert
Remanenz	B_r	T	1,35	1,29
Koerzitivfeldstärke	H_{cB}	kA/m	1040	980
	H_{cJ}	kA/m		1275
Energiedichte	$(BH)_{\max}$	kJ/m^3	350	315
Permeabilität	μ_r		1,033	1,047
Max. Anwendungstemperatur	T_{\max}	°C		230
CURIE-Temperatur	T_C	°C	310 ... 370	

sind. In dieser Arbeit werden NdFeB-Magnete vom Typ VACODYM 633 HR (Fa. VACUUMSCHMELZE GmbH) eingesetzt, denen ihre stark magnetische Matrixphase $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ mit sehr hoher Sättigungspolarisation und hoher magnetischer Anisotropie die höchste heute zur Verfügung stehende Energiedichte liefert. Der Typ 633 HR weist aufgrund der isostatischen Pressung gute mechanische Eigenschaften auf und ist ein Kompromiss aus Energieprodukt und zulässiger Anwendungstemperatur (Tabelle 3.6). Für den Einsatz der Aktoren in Klimakammern kann die relativ niedrige CURIE-Temperatur der NdFeB-Magnete kritisch sein. Die Alternative sind temperaturstabilere SmCo-Magnete mit nur geringfügig schwächeren Eigenschaften.

Die mechanische Fixierung von Magnetkern und Anzugscheiben erfolgt zur Vermeidung unerwünschter Nebenflusspfade mit nicht ferromagnetischen Materialien. Mechanisch schwach belastete Elemente (Gehäuse, Abdeckungen) können gut und kostengünstig aus Aluminium hergestellt werden. Für höher beanspruchte Teile, z.B. Achsen oder Verankerungen, bietet sich die Verwendung von nichtrostendem Edelstahl, z.B. 1.4301 (X5CrNi18-10, auch V2A)⁷ an.

3.4.3 Dimensionierung der Magnethauptabmessungen

In diesem Abschnitt sollen die Hauptabmessungen des Magnetkreises ermittelt werden. Ausgehend von den Randbedingungen startet die Systematik mit Vorüberlegungen zur Aktorgeometrie und der Ermittlung des Entwurfsnetzwerkes für den bereits in Abschnitt 3.4.1 spezifizierten Magnetkreis. Mit dem Netzwerk lassen sich anhand der Anforderungen (Abschnitt 3.3) die Dimensionen von Quellen und Flächen im Magnetkreis ableiten, die Grundlage für die Berechnung der weiteren konstruktiven Abmessungen sind. Der so parametrisierte Aktor wird abschließend einer Analyse unterzogen, in der wichtige Kennzahlen Aufschluss über die Leistungsfähigkeit geben. Zur Orientierung ist die Abfolge des skizzierten Prozesses mit seinen Voraussetzungen, den gesuchten Größen und Berechnungsformeln in der folgenden Tabelle 3.7 zusammengefasst.

⁷ V2A entstand 1912 als „Versuchsschmelze 2 Austenit“ im Versuchslabor der Fa. KRUPP für den Legierungs-Typ X5CrNi18-8.

Tabelle 3.7: Entwurfsabschnitte und Gleichungen zur Dimensionierung der Magnethauptabmessungen

Abmessung / Größe	Symbol	Gl./Wert	Seite
<i>Ziele und Randbedingungen</i> nach Abschnitt 3.3			51
Stellkräfte (statisch, dynamisch)	F_s, F_d	$> 3500 \text{ N}, > 1500 \text{ N}_{\text{RMS}}$	
Stellweg Anker	\hat{x}	$\pm 2,0 \text{ mm}$	
Aktorhöhe	h	$\leq 150 \text{ mm}$	
Aktorgewicht	m	$\leq 25 \text{ kg}$	
<i>Vorberechnungen</i>			61
Ruheluftspalt	x_0	3,0 mm	61
Außenradius Aktor	R_{Aa}	(3.5)	61
Außenradius Stellachse	r_s, r_d, r_{Ac}	(3.6-3.7)	61
Innenradius innerer Magnetkern	r_{Ii}	12,5 mm	62
Nutzbereich PERMENORM	B_{max}	1,4 T	62
Spulenstrom	i_{max}	5,0 A	62
Dauerstromdichte	J_{zul}	4 A/mm ²	62
Kupferfüllfaktor	k_{Cu}	0,5 ... 0,7	62
<i>Entwurfsnetzwerk</i>			62
Netzwerkgleichungen		(3.8-3.15)	62
Arbeitsreluktanzen	R_m	(3.19-3.20)	63
Magnetflüsse	Φ_m	(3.21-3.23)	63
<i>Statische und dynamische Hauptparameter</i>			64
Streuung (Annahme)	σ	0,3	64
Weichmagnetischer Flussquerschnitt	A_0	(3.25)	64
Dauermagnetring: Fluss \rightarrow Fläche	A_{PM}	(3.25)	64
Dauermagnetring: Durchflutung \rightarrow Dicke	d_{PM}	(3.28)	65
Spule: Durchflutung \rightarrow Windungszahl	w	(3.32)	65
<i>Ableitbare geometrische Größen des Aktors</i>			66
Dauermagnetring: Höhe	h_{PM}	(3.37)	66
Dauermagnetring: Innenradius	r_{PM}	(3.38)	67
Dauermagnetring: Volumen	V_{PM}	(3.39)	67
Dauermagnete: Quaderanzahl	n_{PM}	(3.40)	67
Dauermagnete: Quaderlänge	l_{PM}	(3.41)	67
Spule: Fensterfläche	A_{Sp}	(3.42)	67
Spule: Fensterbreite	b_{Sp}	(3.43)	67
Spule: Fensterhöhe	h_{Sp}	f(h)	67
Magnetkern: Flächen	A_i, A_a, A_k, A_s	(3.44)	67
Außenradius innerer Magnetkern	r_{Ia}	(3.1)	56
Innenradius äußerer Magnetkern	r_{Ai}	(3.45)	67
Außenradius äußerer Magnetkern	r_{Aa}	(3.2)	56
Höhe Anzugscheibe	h_S	(3.4)	56
Höhe Magnetsystem	h_M	(3.46)	67

weiter auf der nächsten Seite

Tabelle 3.7: Entwurfsabschnitte und Gleichungen zur Dimensionierung der Magnethauptabmessungen

Abmessung / Größe	Symbol	Gl./Wert	Seite
<i>Analyse des Entwurfs</i>			67
Magnetkraft	$F_m(x,i)$	(3.47)	67
Kraft-Strom-Faktor	k_{Fi}	(3.48)	68
Magnetische Steifigkeit	c_M	(3.49)	68
Induktivität	L	(3.50)	68

Vorberechnungen

Die Entwurfsziele in Abschnitt 3.3.2, die Randbedingungen in Abschnitt 3.3.3 und die Materialeigenschaften aus Abschnitt 3.4.2 definieren den konstruktiven Rahmen des neuen Magnetaktors. Als Eingangsgrößen des Entwurfs sind zum einen die zulässigen Innen- und Außenradien des Aktors als auch seine Bauhöhe zu spezifizieren. Weiterhin lassen sich mit den Randbedingungen auch die zulässigen Beanspruchungen in Kernmaterial und Spule festlegen.

Einer der wichtigsten Aktorparameter ist der erforderliche Stellweg $\hat{x} \geq \pm 2,0$ mm. Die Kontaktvermeidung von Kern und Anzugscheibe bedingt etwas größeren Ruheluftspalt, so dass $x_0 = 3,0$ mm gewählt wird. Aus der zulässigen Bauhöhe $h \leq 150$ mm und dem Gewicht $m \leq 25$ kg folgt eine Abschätzung des erlaubten Außendurchmessers r_{Aa} . Bild 3.2 verdeutlicht, dass nur etwa 50% des realen Gesamtvolumens des Aktors mit weichmagnetischem Material, Stahl, Spulendrähten oder Dauermagneten ausgefüllt sind. Das restliche Volumen ist zum kleinen Teil durch Aluminium, aber überwiegend mit Luft gefüllt und wegen der geringen Dichten gewichtsmäßig vernachlässigbar. Gewichtsbilanz und Bauhöhenvorgabe beschränken somit den Außenradius des Aktors nach (3.5) auf $R_{Aa} \leq 115$ mm, so dass für den äußeren Magnetkern ein Außenradius $r_{Aa} \approx 100$ mm angestrebt wird.

$$R_{Aa} \leq \sqrt{\frac{2m}{h\pi\rho}} = 115 \text{ mm} \quad \text{mit} \quad \rho = 8,0 \text{ g/cm}^3 \quad (3.5)$$

Aus der mechanischen Belastung der Stellachse erhält man Aussagen über deren notwendigen Durchmesser und folglich auch für den Innenradius r_{Ii} des Magnet-Innenkerns. Die auftretenden Maximalkräfte $F_s > 3500$ N (statisch) und $F_d > 1500$ N_{RMS} (dynamisch) bestimmen den Mindestdurchmesser für den beanspruchten Spannungsquerschnitt der Stellachse (V2A, Dehngrenze $R_{p0,2} = 190$ N/mm²), so dass sich nach [70] folgende Radien für die Stellachse ableiten lassen:

$$r_s \geq \sqrt{\frac{F_s}{\pi\sigma_{zzul}}} = 3,7 \text{ mm} \quad \text{mit} \quad \sigma_{zzul} = 0,6 R_{p0,2} \quad (3.6)$$

$$r_d \geq \sqrt{\frac{F_d}{\pi\sigma_{zzul}}} = 4,0 \text{ mm} \quad \text{mit} \quad \sigma_{zzul} = 0,4 \sigma_W \leq 0,4 \cdot (0,4 R_{p0,2}) \quad (3.7)$$

Mit einem Sicherheitsfaktor $S_F = 2$ wird ein Achsenradius $r_{Ac} \geq 8$ mm favorisiert und nach Berücksichtigung eines Sicherheitsluftspaltes der Magnet-Innenkernradius $r_{Ii} = 12,5$ mm festgelegt.

Der lineare Bereich der Neukurve von PERMENORM 5000 H2 reicht nach Bild 3.5 links oben in erster Näherung bis $B_{lin} = 1,1$ T. Innerhalb dieses Bereichs ist die Methode der linearen magnetischen Ersatznetzwerke ohne weiteres anwendbar. Für die Entwicklung kompakter, leistungsfähiger Aktoren sind die Linearitätsgrenzen oft zu überschreiten, so dass wegen $B_s \geq J_s = 1,55$ T im weichmagnetischen Material eine maximale Flussdichte von $B_{max} = 1,4$ T gebilligt wird. Das Magnetmaterial ist damit zu circa 80% ausgenutzt und es existiert dennoch eine Sättigungsreserve. Die konservative Auslegung der Spulendrähte führt auf eine maximal zulässige Dauerstromdichte von $J_{zul} = 4$ A/mm², obwohl DIN VDE 0298-4 [23] die Spitzenbelastbarkeit $\hat{J}_{zul} = 10$ A/mm² angibt. Für die Spulen wird aus Gründen der Sicherheit, Wärmeentwicklung und Fertigung ein maximaler Strom $i_{max} = 5$ A zugelassen. Als Kupferfüllfaktor lassen sich $k_{Cu} = 0,5 \dots 0,7$ technologisch leicht realisieren.

Entwurfsnetzwerk

Grundsätzlich ist der elektromagnetische Entwurf ausgehend von den Anforderungen hin zur Struktur und den Abmessungen ein komplexer Prozess, der auf jeden Fall nicht eindeutig, wenn überhaupt lösbar ist [38]. Aufgrund der *a priori* bekannten Magnetkreisstruktur ist hier jedoch ein kompaktes Entwurfsschema mittels der beschreibenden Netzwerkgleichungen durchaus zielführend. Nach der Bestimmung der Hauptdimensionen aufgrund statischer Vorgaben erlaubt diese Methodik auch die Abschätzung dynamischer Eigenschaften des Systems über die Induktivitätsanalyse.

In Bild 3.6 ist das Entwurfsnetzwerk für das zu Grunde liegende Magnetsystem PVM2s inklusive wesentlicher Streureluktanzen an den Luftspalten dargestellt (vgl. Bild 1.3). In den zugehörigen Gleichungen (3.8-3.13) sind für diesen Erstentwurf die magnetischen Spannungsabfälle am hochpermeablen Magnetkernmaterial vernachlässigt. Zur Quantifizierung der Streuung wird aufgrund fehlender Geometriedaten der Streufaktor $0 \leq \sigma \leq 1$ verwendet. Die Anordnung der Streupfadreluktanzen $R_{\sigma jk}$ parallel zu den Arbeitsluftspalten R_{jk} rechtfertigt die rechte Skizze in Bild 3.6. Eine größere Streuung basiert meist auf einem längeren Luftspalt, der aber auch die mittlere Flussdichte absenkt. Die konkrete Wirkung der Streuung auf die magnetischen Spannungen und Flüsse kann allerdings erst mit der vollständigen Magnetkreisgeometrie geklärt werden (siehe Abschnitt 3.6.1). Für den Entwurf wird die Streuung vereinfachend als Verhältnis zwischen Streu- zu Gesamtfluss definiert und die Streureluktanz $R_{\sigma jk}$ aus dem Flussteiler (3.13) als Funktion der *Arbeitsreluktanz*⁸ (3.14) gebildet. Mit dieser Annahme lässt sich die Parallelschaltung $R_{jk} || R_{\sigma jk}$ auch mit R_{jk}^* (3.15) abkürzen.

$$\Theta_{PM} - \Theta_1 = \Phi_{K1} (R_{1i} || R_{\sigma 1i} + R_{1a} || R_{\sigma 1a}) + \Phi_{PM} R_{PM} \quad (3.8)$$

$$\Theta_{PM} + \Theta_2 = \Phi_{K2} (R_{2i} || R_{\sigma 2i} + R_{2a} || R_{\sigma 2a}) + \Phi_{PM} R_{PM} \quad (3.9)$$

⁸ Die krafterzeugenden Luftspalte werden mithin als Arbeitsluftspalte oder Arbeitsreluktanzen bezeichnet, da dort die mechanische Arbeit verrichtet wird.

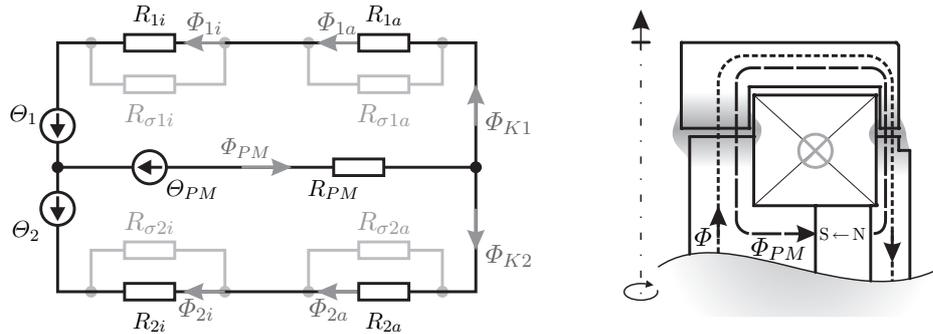


Bild 3.6: Magnetisches Entwurfsnetzwerk nach Bild 1.3 mit Haupt- und Streureluktanzen; rechts: Paralleler Verlauf von Haupt- und Streufluss am Luftspalt

$$\Phi_{PM} = \Phi_{K1} + \Phi_{K2} \quad (3.10)$$

$$R_{PM} = \frac{d_{PM}}{\mu_{PM} A_{PM}} \quad (3.11)$$

$$R_{jk} = \frac{x_j}{\mu_0 A_k} \quad \text{mit} \quad j = \{1,2\}, k = \{i,a\} \quad (3.12)$$

$$\Phi_{jk} = \frac{R_{\sigma jk}}{R_{jk} + R_{\sigma jk}} \Phi_{Kj} \stackrel{!}{=} (1 - \sigma_k) \Phi_{Kj} \quad (3.13)$$

$$R_{\sigma jk} = \left(\frac{1}{\sigma_k} - 1 \right) R_{jk} \quad (3.14)$$

$$R_{jk}^* = \frac{R_{jk} R_{\sigma jk}}{R_{jk} + R_{\sigma jk}} = (1 - \sigma_k) R_{jk} \quad (3.15)$$

In den netzwerkbeschreibenden Gleichungen (3.8-3.15) lassen sich unter den Annahmen (3.16-3.18) alle Zweigwiderstände zweckmäßig zusammenfassen (3.19-3.20). Die daraus resultierenden Gleichungen (3.21-3.23) enthalten dann als Primärgrößen des Entwurfs die zur Krafterzeugung wichtigen Magnetflüsse Φ_j durch beide Arbeitsluftspalte und den Dauermagnetfluss Φ_{PM} .

$$A_i = A_a = A_0 \quad (3.16)$$

$$\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta = w i \quad (3.17)$$

$$\sigma_k = \sigma \quad \longrightarrow \quad \Phi_{ji} = \Phi_{ja} = \Phi_j \quad (3.18)$$

$$R_1^* = R_{1i}^* + R_{1a}^* = (1 - \sigma) \frac{2(x_0 + x)}{\mu_0 A_0} = (1 - \sigma) R_1 \quad (3.19)$$

$$R_2^* = R_{2i}^* + R_{2a}^* = (1 - \sigma) \frac{2(x_0 - x)}{\mu_0 A_0} = (1 - \sigma) R_2 \quad (3.20)$$

$$\Phi_1 = \frac{(1 - \sigma) R_2 \cdot \Theta_{PM} - [(1 - \sigma) R_2 + 2R_{PM}] \cdot \Theta}{(1 - \sigma) R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R_{PM}} \quad (3.21)$$

$$\Phi_2 = \frac{(1 - \sigma) R_1 \cdot \Theta_{PM} + [(1 - \sigma) R_1 + 2R_{PM}] \cdot \Theta}{(1 - \sigma) R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R_{PM}} \quad (3.22)$$

$$\Phi_{PM} = \frac{(R_1 + R_2) \cdot \Theta_{PM} + (R_1 - R_2) \cdot \Theta}{(1 - \sigma) R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R_{PM}} \quad (3.23)$$

Die Gleichungen (3.19-3.23) beinhalten nun die krafterzeugenden Flüsse im oberen und unteren Flusspfad in Abhängigkeit der geometrischen Parameter und ermöglichen so die Dimensionierung der Hauptabmessungen des neuen Aktors.

Statische und dynamische Hauptparameter

Als Hauptabmessungen des neuen Aktors sollen aus (3.21-3.22) die *identischen* Querschnittsflächen des Magnetkerns und der Anzugscheiben sowie die Spulen- und Permanentmagnetparameter berechnet werden. Die hier angewendete Prozedur unterliegt im als linear betrachteten Magnetkreis den folgenden Randbedingungen, die den Entwurf eindeutig machen sollen. Andere mögliche Nebenbedingungen sind am Ende dieses Abschnitts 3.4 gegeben.

1. Das System befindet sich in Neutralstellung $x = 0 \rightarrow x_1 = x_2 = x_0$, d.h. für (3.19) und (3.20) folgt

$$R_0^* = R_1^*|_{x=0} = R_2^*|_{x=0} = (1 - \sigma) \frac{2x_0}{\mu_0 A_0} = (1 - \sigma) R_0 \quad (3.24)$$

2. Die Permanentmagnete erzeugen bei $i = 0$ ($\Theta = 0$) in beiden Luftspaltreihen⁹ als Vormagnetisierung die halbe zulässige Magnetkernflussdichte $B_{\max}/2$.
3. Die Dauermagnete sind bei $i = 0$, d.h. $\Theta = 0$ im Arbeitspunkt ihres maximalen Energieprodukts $(BH)_{\max}$, d.h. $B_{PM} = B_r/2$ und $H_{PM} = H_{cB}/2$.
4. Beide Spulen $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta = w i$ überlagern die Dauermagnete nach dem Superpositionsprinzip, so dass z.B. bei $i = +i_{\max}$ im unteren Flusspfad beide Luftspalte mit $B_{\max} = 1,4 \text{ T}$ die Maximalkraft $+F_s$ erzeugen und in beiden Luftspalten des oberen Flusspfads kein Fluss existiert.
5. Die Streuung wird konservativ mit $\sigma = 0,3$ angesetzt, d.h. es gibt 30% Verlust.

Mit den geforderten Aktorkräften ist als erster Entwurfsschritt die krafterzeugende weichmagnetische Kernfläche A_0 zu ermitteln, die vor allem von der zulässigen Flussdichte B_{\max} abhängt. Ausgehend von der MAXWELLSchen Zugkraftformel (2.10) errechnet (3.25) den notwendigen Querschnitt $A_0 = A_k$ für die statische Stellkraft F_s , zu der immer *zwei* Luftspalte pro Flusspfad oben oder unten beitragen.

$$A_0 \geq \frac{1}{2} \frac{2\mu_0 F_s}{((1 - \sigma)B_{\max})^2} \quad (3.25)$$

Die gewünschte Kraft soll zur Hälfte durch die Vormagnetisierung mit dem permanentmagnetischen Ring aufgebracht werden. Gleichbedeutend damit sollen die Magnete in jedem Pfad den magnetischen Fluss $\Phi_{Kj} = \Phi_{\max}/2 = (B_{\max} A_0)/2$ generieren. Dazu ist eine aktive Magnetfläche A_{PM} notwendig, die mit dem Knotenpunktsatz (3.10) unter Ausnutzung des maximalen Energieprodukts aus (3.26) folgt. Der Faktor „2“ im letzten Ausdruck von (3.26) trägt dabei den beiden Magnetpfaden oben und unten Rechnung, die mit einem Dauermagnetring versorgt werden müssen.

$$\Phi_{PM}|_{\Theta=0} = B_{PM} A_{PM} = \frac{B_r}{2} A_{PM} \stackrel{!}{=} 2 \frac{B_{\max} A_0}{2} \quad (3.26)$$

Der permanentmagnetische Fluss wird durch die Durchflutung $\Theta_{PM} = H_{cB} d_{PM}$ angetrieben und demzufolge maßgeblich über die Stärke d_{PM} des aktiven Ringes beeinflusst. Unter Ausblendung der Spulen $\Theta = 0$ kann aus (3.21) oder (3.22) dieser zweite Dauermagnetparameter errechnet werden, wobei im Ergebnis von (3.28) auch

⁹ Jeder Magnetfluss Φ_j tritt der Reihe nach durch den inneren und den äußeren Luftspalt x_j .

(3.11), (3.13) und (3.24) berücksichtigt sind. Außerdem ergibt sich auf diesem Weg der Arbeitspunkt $H_{PM} = H_{cB}/2$ wegen R_{PM} (3.11) automatisch.

$$\Phi_j|_{\Theta=0} = \frac{(1-\sigma)R_0 \cdot \Theta_{PM}}{(1-\sigma)R_0^2 + 2R_0 R_{PM}} \stackrel{!}{=} (1-\sigma) \frac{B_{\max} A_0}{2} \quad (3.27)$$

$$d_{PM} = \frac{(1-\sigma)x_0}{\frac{\mu_0 H_{cB}}{B_{\max}} - \frac{\mu_0}{\mu_{PM}} \frac{A_0}{A_{PM}}} = 2 \frac{(1-\sigma) B_{\max} x_0}{\mu_0 H_{cB}} \quad (3.28)$$

Scheinbar paradox ist die Reduzierung der Stärke des Ringes d_{PM} mit steigender Streuung bis zu $d_{PM} \rightarrow 0$, wenn $\sigma \rightarrow 1$ tendiert. Durch den angewendeten Formalismus steht der steigenden Streuung eine ins Unendliche wachsende Fläche $A_0 \rightarrow \infty$ (3.25) gegenüber und mithin eine verschwindende Reluktanz R_{jk}^* in den Luftspalten. Mit diesem Entwurfsschema werden also immer die geforderten Kräfte erzeugt, auch wenn die Quellen unter der Randbedingung B_{\max} verschwinden. Es ist allerdings festzustellen, dass ein Entwurf mit $\sigma \rightarrow 1$ alle gängigen Regeln (vgl. Abschnitt 3.4.1) missachtet und technisch unsinnig ist. Das Bestreben eines jeden Entwicklers kann nur ein Design mit $\sigma \rightarrow 0$ sein, wodurch sich realistische Ergebnisse einstellen. Bei $\sigma = 0$ (keine Streuung) ist A_0 minimal und es ergibt sich ein insgesamt kompakter und leistungsfähiger Aktor mit sinnvollen Quellenparametern. Durch Multiplikation von (3.26) mit (3.28) und Umordnen erhält man einen Ausdruck für das Dauermagnetvolumen V_{PM} und das Energieprodukt BH (3.29). Das Volumen wird damit tatsächlich minimal, wenn bei gegebener Materialflussdichte und bekannten Luftspaltabmessungen das Energieprodukt maximal ist.

$$\underbrace{(A_{PM} d_{PM})}_{\approx V_{PM}} \cdot \underbrace{(B_{PM} H_{PM})}_{(BH) \rightarrow \max} = (1-\sigma) \frac{B_{\max}^2}{\mu_0} A_0 x_0 \quad (3.29)$$

Die Überlagerung der Vormagnetisierung durch die Spulendurchflutung $\Theta = w i$ (3.17) entsprechend des Superpositionsprinzips liefert nach den Randbedingungen auf Seite 64 ganz analog zu (3.27) mit (3.32) die Windungszahl w einer jeden Spule über (3.30). Alternativ lässt sich auch (3.31) wegen $\Phi_1|_{i_{\max}} = 0$ (3.21) bzw. $\Phi_2|_{i_{\max}} = \Phi_{\max}$ (3.22) verwenden. Zum Effekt der auch hier verschwindenden Quelle bei steigender Streuung sei auf die entsprechenden Ausführungen bei der Vormagnetisierung verwiesen.

$$|\Phi_j|_{\Theta_{PM}=0} = \frac{[(1-\sigma)R_0 + 2R_{PM}] \cdot \Theta}{(1-\sigma)R_0^2 + 2R_0 R_{PM}} \stackrel{!}{=} (1-\sigma) \frac{B_{\max} A_0}{2} \quad (3.30)$$

$$(1-\sigma)R_0 \cdot \Theta_{PM} = [(1-\sigma)R_0 + 2R_{PM}] \cdot \Theta \quad (3.31)$$

$$w = \frac{(1-\sigma) B_{\max} x_0}{\mu_0 i_{\max}} \quad (3.32)$$

Neben den statischen Größen ermöglicht das Netzwerk in Bild 3.6 auch eine erste Einschätzung seiner dynamischen Eigenschaften. Mit Kenntnis der wirksamen Induktivität kann die Stromeinprägung und schließlich die Dynamik des Kraftaufbaus analysiert werden. Da aufgrund der Parallelstruktur des Magnetsystems mit zwei separierten Spulen sowohl der verkettete Induktionsfluss Ψ als auch der allumfassende magnetische Gesamtwidestand R_m nicht leicht anzugeben sind, können hier (2.27) oder (2.31) nicht angewendet werden. Weil aber die Induktivität ein Ausdruck der

in den N magnetischen Widerständen eines Netzwerkes gespeicherten magnetischen Feldenergie W_m ist, lässt sich W_m sehr elegant zur Induktivitätsbestimmung einsetzen. Für die magnetische Energie allgemeiner Systeme gilt (3.33), die für lineare Magnetkreise ($\mu = \text{const.}$ bzw. $dR_j/d\Phi = 0$) die gewünschte Beziehung (3.34) für die konstante Induktivität liefert (vgl. Bild 2.1 auf Seite 24).

$$W_m = \int_0^{\Psi_0} i \, d\psi \stackrel{(\Theta=wi)}{=} \int_0^{\Phi_0} \Theta \, d\phi = \sum_{j=1}^N \int_0^{\Phi_{0j}} V_j \, d\phi = \sum_{j=1}^N \int_0^{\Phi_{0j}} R_j \phi \, d\phi \quad (3.33)$$

$$W_{m \text{ lin}} = \frac{1}{2} \Psi_0 I_0 = \frac{1}{2} \underbrace{L I_0^2}_{=} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N V_j \Phi_j = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \underbrace{\Phi_j^2 R_j}_{=} \quad (3.34)$$

Allein durch Kenntnis der magnetischen Widerstände im Netzwerk und der zugehörigen Flüsse kann die Induktivität L aufsummiert werden, die für lineare Systeme stromunabhängig ist, denn nach (3.21-3.22) gilt die Proportionalität $\Phi_j \propto i$. Für das Entwurfsnetzwerk des Aktors in Bild 3.6 berechnet sich die Induktivität mit (3.35) unter Ausblendung von Θ_{PM} , da L wegen (2.27) die Verkettung magnetischer Größen mit der elektrischen Quelle darstellt. Der luftähnliche Widerstand R_{PM} muss aber mit einbezogen werden¹⁰.

$$L = \frac{1}{i_0^2} \left(\sum_{j=1}^2 (\Phi_{Kj}^2 R_0^*) + \Phi_{PM} R_{PM} \right) \Big|_{\Theta_{PM}=0} \quad (3.35)$$

$$L_0 = \frac{1}{i_0^2} \cdot \frac{2 \Phi_0^2 R_0}{1 - \sigma} \Big|_{\Theta_{PM}=0, x=0} = \frac{2 w^2}{(1 - \sigma) R_0} \quad (3.36)$$

Ableitbare geometrische Größen des Aktors

Bisher wurden die funktionalen Parameter des magnetischen Kreises ermittelt. Aus der Eisenquerschnittsfläche A_0 und den Daten für die Quellen des Magnetfeldes lassen sich nun fehlende Geometrieparameter für das Design nach Bild 3.2 ableiten. Zur konstruktiven Gestaltung müssen weiterhin die Entwurfsvoraussetzungen zu Beginn dieses Abschnitts auf Seite 61 berücksichtigt werden.

Als Vormagnetisierungsquelle wurde ein permanentmagnetischer Kreisring angenommen, der eine innere Fläche A_{PM} und die Stärke d_{PM} besitzen soll. Praktisch wird der Ring aus n_{PM} Quadermagneten ($l_{PM} \times b_{PM} \times h_{PM}$) aufgebaut, die auf dem Innenradius r_{PM} montiert sind. Das Berechnungsschema (3.37-3.41) berücksichtigt zum einen identische aktive Volumina V_{PM} bei Kreisring- und Quaderlösung. Weiterhin unterliegt die Höhe h_{PM} mit (3.3) der Bauhöhenbeschränkung und Eisenquerschnittsgleichheit. Für fertigungstechnische Überlegungen steht als Freiheitsgrad die Quaderbreite b_{PM} zur Verfügung.

$$h_{PM} \geq \frac{A_0}{2\pi r_{Ia}} \quad (3.37)$$

¹⁰ Vgl. Abschnitt 3.4.1 und (3.10): Nur bei $x = 0$ dringt kein Spulenfluss durch die Dauermagnete und $L_0 = 2w^2/(1-\sigma)R_0 = w^2/R_m$ in (3.36) stimmt mit dem Ergebnis von (2.31) überein.

$$r_{PM} = \frac{A_{PM}}{2\pi h_{PM}} \quad (3.38)$$

$$V_{PM} = \pi [(r_{PM} + d_{PM})^2 - r_{PM}^2] \cdot h_{PM} \quad (3.39)$$

$$n_{PM} = \frac{360^\circ}{\alpha_{PM}} \quad \text{mit} \quad \alpha_{PM} = 2 \sin^{-1} \left(\frac{b_{PM}}{2r_{PM}} \right) \quad (3.40)$$

$$l_{PM} = \frac{V_{PM}}{n_{PM} \cdot b_{PM} \cdot h_{PM}} \quad (3.41)$$

Bei der Dimensionierung des Spulenfensters $b_{Sp} \times h_{Sp}$ kann die Höhe h_{Sp} im Rahmen der Aktorhöhenvorgabe frei gewählt werden. Allerdings sind längliche Spulen energetisch sinnvoll, d.h. $h_{Sp} > b_{Sp}$ wäre wünschenswert. Die Breite b_{Sp} folgt dann unmittelbar mit (3.42-3.43). Als konservative Auslegung der Spulendrähte liegt eine maximal zulässige Dauerstromdichte von $J_{zul} = 4 \text{ A/mm}^2$ mit dem Kupferfüllfaktor $k_{Cu} = 0,6$ zu Grunde (Abschnitt 3.4.3).

$$A_{Sp} = \frac{A_{Cu}}{k_{Cu}} = \frac{w i_{\max}}{k_{Cu} J_{zul}} \quad (3.42) \quad b_{Sp} = \frac{A_{Sp}}{h_{Sp}} \quad (3.43)$$

Die restlichen Maße von Magnetkern und Anzugscheiben sind aus den bereits berechneten Größen mit (3.1-3.4) auf Seite 56 angebar, wenn (3.44-3.45) sowie r_{Ii} von Seite 61 beachtet werden. Aus diesen Daten lässt sich abschließend die Bauhöhe h_M des Magnetsystems mit (3.46) ermitteln.

$$A_i = A_a = A_k = A_s \stackrel{!}{=} A_0 \quad (3.44) \quad r_{Ai} = r_{iA} + b_{Sp} \quad (3.45)$$

$$h_M = h_{PM} + 2 \cdot (x_0 + h_S + h_{Sp}) \quad (3.46)$$

Analyse des Entwurfs

Die mit dem beschriebenen Entwurfsprozess entstandene Aktorgeometrie ist in Tabelle A.1 von Anhang A abgelegt, während das FEM-Feldlinienbild in Bild 3.7 die Dimensionen des neu entworfenen Aktors grafisch verdeutlicht. Insbesondere im rechten Bildteil wird die Erfüllung der festgelegten Leistungsanforderungen deutlich, denn der Aktor erzeugt bei voller Spulenbestromung ($i = i_{\max} = 5 \text{ A}$) circa 95% der geforderten Stellkraft $F_s = 3500 \text{ N}$, wobei im unteren Magnetkreis etwa $B_{\max} = 1,4 \text{ T}$ herrscht und der obere Magnetkreis quasi feldfrei ist. Die Kraftdifferenz lässt sich auf erste lokale Sättigungserscheinungen zurückführen, da die zugelassene Flussdichte schon nah an $B_s \geq J_s = 1,55 \text{ T}$ liegt. Der hier auf Basis des beschriebenen Netzwerk-Entwurfsverfahrens entstandene Aktor erfüllt dennoch alle in Abschnitt 3.3 gestellten statischen Anforderungen, wie die FEM-Kennfelder in Bild 3.8 offenbaren. Die Berechnung der Aktorkraft aus dem Netzwerk erfolgt mit (1.2) durch Einsetzen von (3.21-3.22) in die MAXWELLSche Zugkraftformel (2.10), da die Annahme eines homogenen Feldes ohne Sättigung im Material nach Bild 3.7 gerechtfertigt ist.

$$F_m(x,i) = F_{m2}(x,i) - F_{m1}(x,i) = 2 \frac{\Phi_2^2(x,i)}{2\mu_0 A_0} - 2 \frac{\Phi_1^2(x,i)}{2\mu_0 A_0} \quad (3.47)$$

Das Kraftkennfeld in Bild 3.8 links oben zeigt die hohe Übereinstimmung des MEN-Entwurfs mit der FEM-Analyse. Der Vorteil der analytischen Netzwerkberechnung liegt nun in seiner Interpretationsmöglichkeit, denn aus (3.47) lassen sich als wichtige

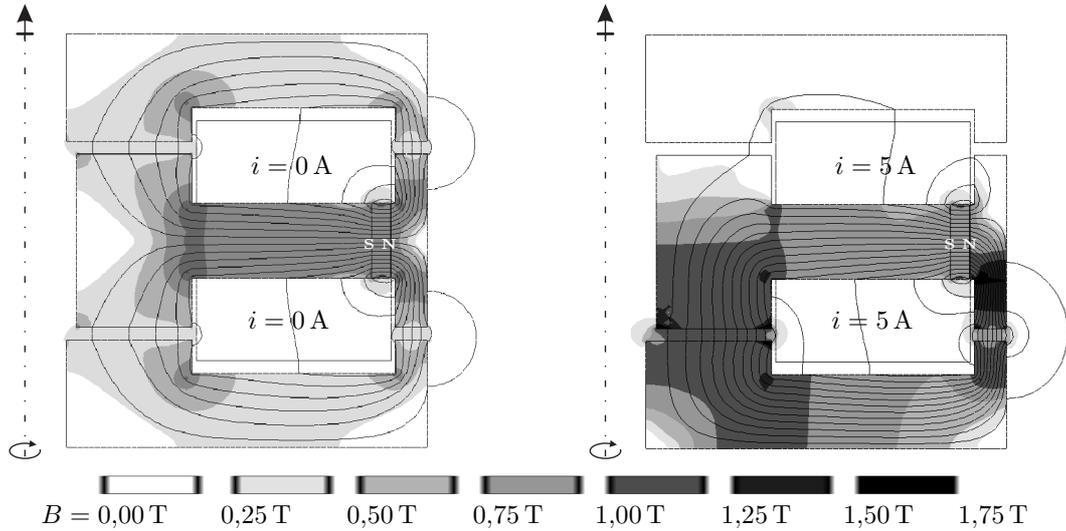


Bild 3.7: FEM-Feldlinienbilder des Aktorentwurfs mit der Netzwerkmethod
(Geometrie EMAC²-E aus Tabelle A.1 in Anhang A)

links: $x = 0 \text{ mm}$, $i = 0 \text{ A} \rightarrow F = 0 \text{ N}$ rechts: $x = 0 \text{ mm}$, $i = 5 \text{ A} \rightarrow F = 3302 \text{ N}$

Kenngrößen für die weitere Optimierung der Kraft-Strom-Faktor k_{Fi} (3.48), die magnetische Steifigkeit c_M (3.49) und die Induktivität L (3.50) ableiten.

$$k_{Fi}|_{x=0} = \frac{F_m(0,i)}{i} = \frac{2w}{x_0} \frac{(1-\sigma)\Theta_{PM}}{(1-\sigma)R_0 + 2R_{PM}} \quad (3.48)$$

$$c_M(x)|_{i=0} = \frac{F_m(x,0)}{x} = \frac{2}{R_0} \left[\frac{(1-\sigma)\Theta_{PM} x_0}{(1-\sigma)(x_0^2 - x^2) + 2x_0^2 \frac{R_{PM}}{R_0}} \right]^2 \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} L(x)|_{\Theta_{PM}=0} &= \frac{1}{i^2} \left(\sum_{j=1}^2 \frac{\Phi_j^2 R_j}{1-\sigma} + \Phi_{PM}^2 R_{PM} \right) \Big|_{\Theta_{PM}=0} \\ &= \frac{2w^2}{(1-\sigma)R_0} \left[1 - \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 \frac{(1-\sigma)R_0}{(1-\sigma)R_0 + 2R_{PM}} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Die Entwurfsergebnisse in Bild 3.8 unten decken sich hervorragend mit der FEM bei Kraft-Strom-Faktor k_{Fi} und magnetischer Steifigkeit¹¹ $c_M(x)$. Bei k_{Fi} kann es durch Sättigung zu stromabhängigen Varianzen kommen, die aber bei $x = 0$ noch gering sind (Bild 3.8 links unten). Zugleich ist k_{Fi} ortsabhängig, jedoch wird die Beziehung $k_{Fi}(x)$ sehr unübersichtlich und ist daher nur zur numerischen Interpretation brauchbar. Die analytisch berechnete Induktivität (3.50) zeigt in Bild 3.8 rechts oben einen qualitativ identischen Verlauf zum FEM-Ergebnis, wenn auch um circa 200 mH abgesenkt. Dies lässt nach (3.50) auf eine geringere Streuung im realen Aktor schließen als beim Entwurf angenommen, und bestätigt so das gute Magnetkreisdesign. Bei der FEM-Induktivitätsberechnung mit $i = 1 \text{ A}$ zeigen sich bei großen Auslenkungen erste Sättigungserscheinungen, die den Gesamtwiderstand für den magnetischen Fluss vergrößern und nach (2.31) die Induktivität herabsetzen.

¹¹ c_M erscheint hier positiv, da mit dem gewählten Koordinatensystem die positive Ankeauslenkung $x > 0$ durch den schwindenden Luftspalt x_2 bei wachsendem x_1 eine sich verstärkende Kraft in positive x -Richtung nach sich zieht (vgl. (2.15), Seite 25). Im Sinne der Mechanik bleibt c_M aber eine *negative* Steifigkeit, denn es gilt für starre Lasten: $F_m + c_M x = m\ddot{x} + d\dot{x} + cx$ (Abschnitt 3.10).

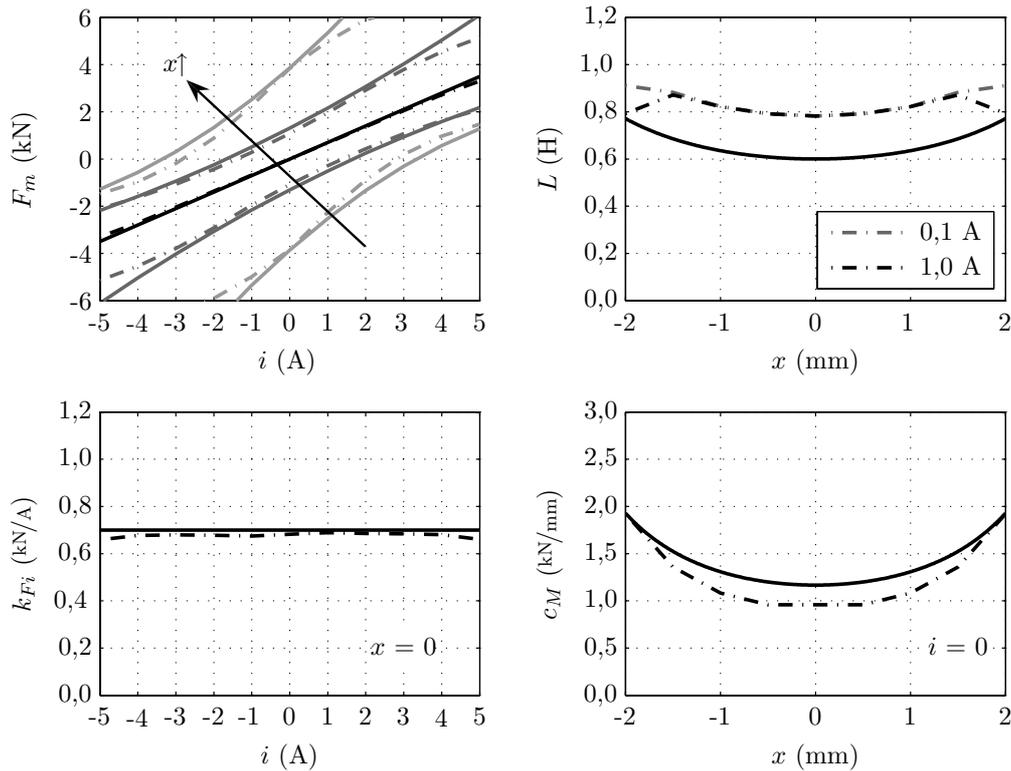


Bild 3.8: Ergebnisse des Aktorentwurfs per Netzwerkmethode [—] für $F_s = 3500$ N, $i_{max} = 5$ A, $\sigma = 0,3$, $J_{zul} = 4$ A/mm², $k_{Cu} = 0,6$ im Vergleich zur FEM [---]
 links oben: Kraft $F_m(i)$ für $x = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ mm rechts oben: Induktivität $L(x)$
 links unten: Kraft-Strom-Faktor $k_{Fi}(i)$ rechts unten: Magnetische Steifigkeit $c_M(x)$

Die diskutierten Ergebnisse zeigen, dass der hier skizzierte Entwurfsprozess bereits unmittelbar zu einem leistungsfähigen Aktor führt. Durch seinen Ruheluftspalt $x_0 \ll \sqrt{A_0}$ ist der entstandene Magnetantrieb als Kurzhubaktor klassifizierbar [62] und somit für dynamische Anwendungen besonders gut geeignet. Mit den Methoden zur statischen Modellierung und Optimierung aus Abschnitt 3.6 wird jetzt der Übergang vom abstrakten Entwurfssystem zu einem ausgereiften Aktor vollzogen. Vorher sollen aber einige Bemerkungen zur Entwurfsphilosophie die bisher vorgestellte Methodik abrunden.

Das Entwurfsergebnis ist immer Folge festgelegter Ziele, getroffener Annahmen und Einschränkungen (vgl. Abschnitt 3.3), deren Variationen einen komplexen Raum der Möglichkeiten ergeben. Bei einem Entwurf für andere Anwendungen mögen daher auch folgende Aspekte interessant sein:

- Stellkraft F_s bei einseitig geschlossenem Luftspalt in gegenüberliegende Richtung, d.h. bei $x_1 = 0$ und $x_2 = 2x_0$ wird $F_s = F_{m2} - F_{m1} > 0$ gefordert;
- Vorgabe der Induktivität L ;
- keine Festlegung von i_{max} , sondern nur i_{zul} und Vorgabe von $k_{Fi} = F_m/i$;
- Vorgabe einer maximalen negativen magnetischen Steifigkeit $c_m = F_m/x$;
- Ausnutzung des Weicheisens über B_{max} optimieren;
- Variation der funktionellen und geometrischen Randbedingungen (Seite 64).

3.5 Realisierter Magnetaktor EMAC²-5

Aus dem Entwurfsfaktor ist durch iterative Verbesserung der Aktorkennwerte mit Ersatznetzwerk- und FEM-Analysen ein leistungsstarker Magnetaktor zur Schwingungsanregung entstanden. Der in Bild 3.9 gezeigte Aktor EMAC²-5 (*ElectroMagnetic Actuator for components and cars - 5 kN*) kann in der gewählten Konfiguration bis zu $F_s = 5$ kN Stellkraft erzeugen. Bild 3.10 zeigt das gemessene Kraftkennfeld $F(x, i)$ in Abhängigkeit von Stellposition x und Steuerstrom i . Der rechte Teil von Bild 3.10 stellt außerdem die hohe Übereinstimmung gemessener Kräfte mit per FEM errechneten Kräften dar. Die technischen Daten in Tabelle A.1 machen deutlich, dass der neue Shaker alle statischen Leistungskriterien erfüllt, insbesondere weil sich die Methoden aus Abschnitt 3.6 sehr gut ergänzen. Eine detaillierte Diskussion der Modellierungsergebnisse zur Messung erfolgt in Abschnitt 3.6.3.

Als konstruktive Besonderheiten sind die Aktorspulen und die Ankerführungsfedern zu nennen. Die Spulen werden aus Gründen der Flexibilität und Wartbarkeit als separate Luftspulen ausgeführt, die nach der Wicklung des Spulenkörpers mit kalt-härtendem 2-Komponenten-Epoxidharz in stützenden Aluminiumringen vergossen werden. Der Spulendraht mit dem Durchmesser $d_{Cu} = 1,00$ mm ergibt bei $i_{max} = 5$ A eine maximale Stromdichte $J_{max} = 6,4$ A/mm², die nach [23] zulässig ist. Die Spulen werden in den Magnetkern eingelegt und mit Madenschrauben fixiert.

Neben den Magnetkräften F_m spielen für die Aktorgesamtkraft F nach (1.2) auch die Rückstellkräfte F_c der mechanischen Federn eine Rolle. Für den EMAC² Aktor werden zur radialen Stellachsenführung Federkreuzringe eingesetzt. Bild 3.11 zeigt links ein Paket aus sechs Federkreuzen, das jeweils am oberen und unteren Achsenende befestigt wird. Eine gegenseitige Beeinflussung wird durch den 45°-Winkelversatz unterbunden. Neben der einfachen Montage liegt ihr Vorteil in der variablen Federsteifigkeit abhängig von der Anzahl n_F der eingebauten Federkreuze. Dabei strebt man eine Reduzierung der destabilisierenden Magnetsteifigkeit c_M auf ein vertretbares Maß an, ohne die Stellkraft zu sehr einzugrenzen.

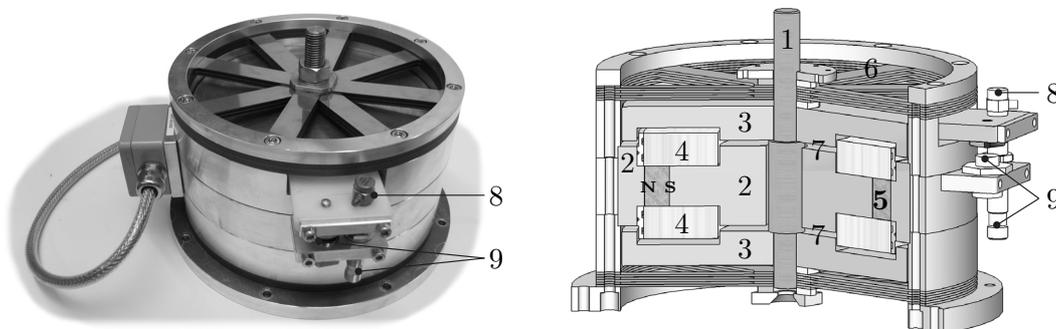


Bild 3.9: Abbildung und schematischer Aufbau des realisierten magnetischen Reluktanzaktors EMAC²-5 zur Schwingungsanregung von Komponenten und KFZ

- | | | |
|------------------------|-----------------------------|-------------------------|
| 1 ... Stellachse | 2 ... Magnetkern | 3 ... Anzugscheibe |
| 4 ... Steuerspule | 5 ... Dauermagnete | 6 ... Kreuzfederringe |
| 7 ... Arbeitsluftspalt | 8 ... Beschleunigungssensor | 9 ... Wegsensoren 1 & 2 |

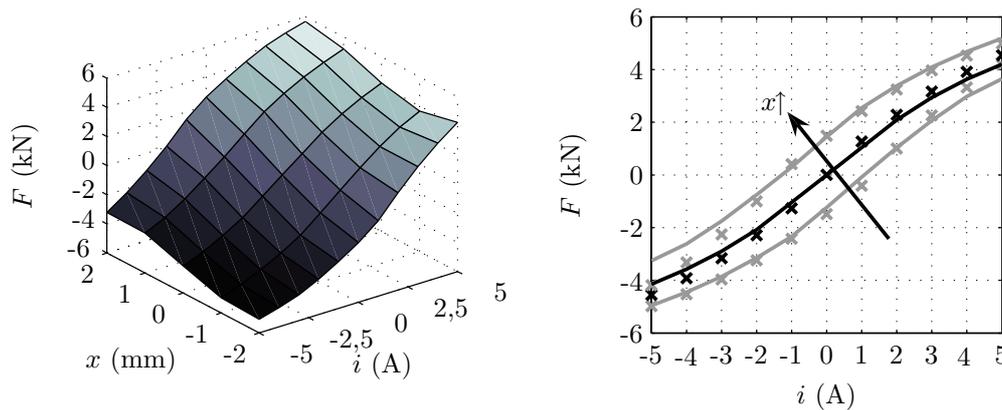


Bild 3.10: Gemessene Stellkraft des Magnetaktors EMAC²-5

links: Kennfeld $F(x,i)$ rechts: $F(i)$ bei $x = \{-1,0,1\}$ mm (Messung [—], FEM [×])

Für die Federn wurde der vergütete Federstahl C75S (1.1248, alt: Ck75) in der Stärke $t = 1,5$ mm verwendet, der nach [22] eine Zugfestigkeit $R_m = 1200 \dots 1900$ N/mm² aufweist. Daraus lässt sich eine zulässige Wechselfestigkeit auf Biegung von $\sigma_{bWzul} = 855$ N/mm² ableiten [87, 95]. Die rechte Seite von Bild 3.11 gibt die bei der maximal möglichen Stellauslenkung $x = \pm 3,0$ mm auftretenden Vergleichsspannungen an, wie sie mit der FE-Methode unter Berücksichtigung der nichtlinearen Materialeigenschaften errechnet werden (Elastizitätsmodul $E = 1,96 \cdot 10^5$ N/mm², Querkontraktionszahl $\nu = 0,285$). Mit einem Maximum von $\sigma_{v,3,0\max} = 742$ N/mm² existiert bezüglich der Dauerwechselfestigkeit ein Sicherheitsfaktor $S_w = 1,15$. Da beim Einsatz des Magnetaktors die Schwingungsamplituden $|x| \leq 2,5$ mm betragen, folgt aus der geringeren maximalen Vergleichsspannung $\sigma_{v,2,5\max} = 610$ N/mm² sofort der höhere Sicherheitsfaktor auf $S_w = 1,4$, so dass ein ermüdungsfreier Einsatz zu erwarten ist. Die praktischen Erfahrungen und der industrielle Einsatz der vergangenen Jahre bestätigen die Dauerfestigkeit ebenfalls nachdrücklich.

Die recht unterschiedlichen Kraftverhältnisse eines eingespannten Federkreuzes zeigt die linke Hälfte von Bild 3.12. Von den zwei schwarz dargestellten Messreihen repräsentiert die gestrichelte Linie die erste Kraftmessung nach dem Einspannen der inneren und äußeren Federringe mit $M_D = 7$ Nm (M6-Schrauben). Durch irreversible Setzungseffekte in den Einspannungen misst man dagegen für *jede* weitere Auslenkung

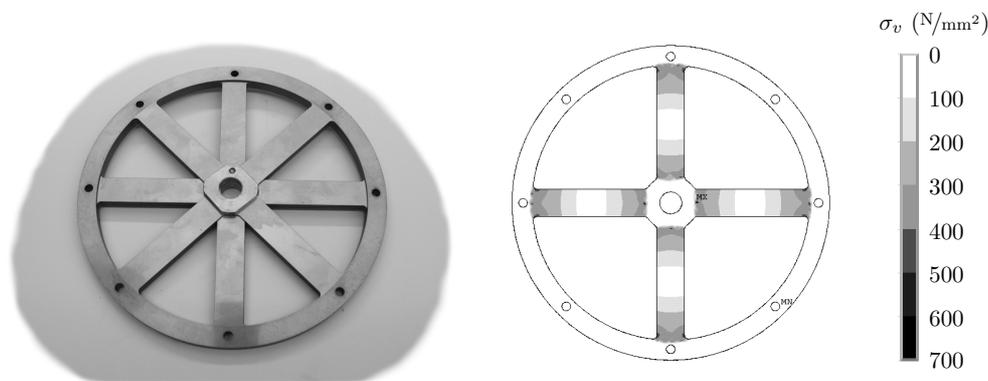


Bild 3.11: Federpaket aus sechs Federkreuzen zur radialen Achszentrierung im EMAC²5; Spannungen im Federkreuz bei 3,0 mm Auslenkung (radial freie Einspannung)

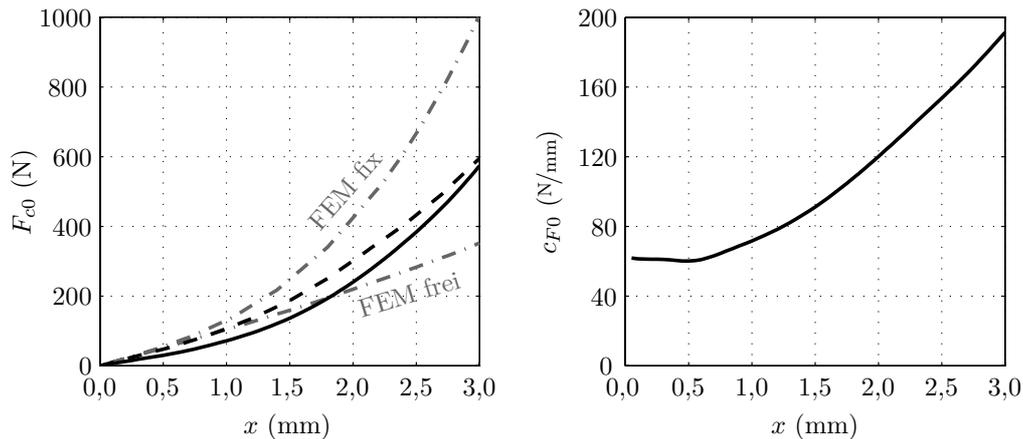


Bild 3.12: Kraft und Steifigkeit eines Federkreuzes vom EMAC²-5 nach Bild 3.11
(1. Messung [---], jede weitere Messung [—], FEM-Rechnung [- ·])

die durchgezogene *weichere* Kennlinie. Diese Beobachtungen sind schwer modellierbar und die grauen FEM-Kurven in Bild 3.12 links zeigen die beiden Grenzfälle einer radial fixierten bzw. radial freien äußeren Ringeinspannung. Dabei stimmt die Berechnung bei radial freier Einspannung gut mit den gemessenen Kräften der ersten Auslenkung überein. Der gemessene Verlauf der Federrate $c_F(x)$ in Bild 3.12 rechts illustriert schließlich das nichtlineare Federverhalten, welches der lageabhängigen magnetischen Steifigkeit positiv entgegenwirkt. Weitere ausführliche Untersuchungen zu den Federkreuzen enthält [48].

3.6 Statische Modellierung und Optimierung

Ausgehend vom Basisentwurf in den Bildern 3.7 und 3.8 wird die leistungsfähigste Variante eines Magnetaktors für die Schwingungsanregung von Automobil-Komponenten und Fahrzeugen gesucht. Der Entwurf des Aktors in Abschnitt 3.4 und die in Tabelle 3.7 zusammengestellten Dimensionierungsformeln gelten als Wegweiser für die weitere Optimierung bezüglich Stellkraft und Bauraum. Dem Erreichen eines effizienten Designs liegen meist FEM-Verfahren in Verbindung mit anderen Methoden (hier: MEN) zu Grunde, die ihrerseits effizient in mathematische Optimierungsalgorithmen eingebunden werden können [4]. Durch Iteration der bisher aufgestellten Formalismen mit Hilfe eines speziellen magnetischen Ersatznetzwerks (MEN) und der Finiten-Elemente-Methode (FEM) erfolgt die Weiterentwicklung des Basisentwurfs zum realisierten Aktor in Abschnitt 3.5, die jedoch keine streng mathematische Optimierung¹² von Magnetkreis und Magnetaktor bezüglich höherer Kraft bei kleinem Bauraum und geringen Verlusten darstellt.

Generell erfordert die Verbesserung eines Magnetsystems entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 3.3 immer den Kompromiss verschiedener Aspekte, z.B. Kraft und Bauraum, Kraft und Verluste [10,38]. Bei der Optimierung des vorliegenden Magnetaktors durch Iterationen von Netzwerkberechnungen und FEM-Analyse waren vor allem folgende Zielstellungen maßgeblich:

¹² Keine Bestimmung optimaler zulässiger Lösungen eines Optimierungsproblems hinsichtlich einer gegebenen Zielfunktion wie z.B. in [18].

- Maximierung des Kraft-Strom-Faktors k_{Fi} (3.48): Erhöhung der dauermagnetischen Durchflutung, Verkleinerung der Arbeitsreluktanzen durch größere Flächen, *aber* damit Vergrößerung der magnetischen Steifigkeit c_M (3.49), die ihrerseits möglichst klein sein sollte, jedoch teilweise durch die mechanischen Federn kompensiert wird (Abschnitt 3.10);
- Gleichbleibende Induktivität (3.50): Dauermagnetwiderstand R_{PM} in Größenordnung der Luftspaltreluktanzen;
- Gleichbleibender Bauraum: insbesondere gleiche Gesamthöhe des Magnetsystems $h_{MS} \leq 100$ mm;
- Industrielle Fertigung: Technologisch vertretbare Geometrien.

Für den optimierten Magnetaktor EMAC²-5 aus Abschnitt 3.5 werden nachfolgend das detaillierte Netzwerkmodell als auch ein Finite-Elemente-Modell vorgestellt und diskutiert. Die erzielten Verbesserungen zeigen, dass das im Grobentwurf festgelegte Volumen tatsächlich noch effizienter genutzt werden kann, da bei unveränderten Außenabmessungen deutlich höhere Kräfte realisierbar sind.

3.6.1 Magnetisches Ersatznetzwerk des Magnetsystems

Die Annahme konstanter Streufaktoren ist für die Abschätzung der tatsächlichen Streuung und ihrer Pfade unzureichend. Zum Beispiel ist im beschriebenen Entwurf der Streufaktor $\sigma = 0,3$ etwas zu hoch eingeschätzt worden (Bild 3.8 rechts oben). Neben der Grundgeometrie lassen sich die tatsächlichen Streupfade durch spezielle Reluktanzen im magnetischen Ersatznetzwerk abbilden und erlauben somit eine bessere Modellgenauigkeit und ein tieferes Verständnis. Die Lage der Streuelemente wird aus dem FEM-Feldlinienbild des unbestromten Aktors gewonnen. In Bild 3.13 sind die für das Netzwerk maßgeblichen Flussröhren in den Arbeitsluftspalten sowie die wichtigsten Streupfade gekennzeichnet. Werden die markierten Flussabschnitte durch konzentrierte Elemente ersetzt und zweckmäßig zusammengefasst, dann lässt sich für den Magnetaktor das Ersatznetzwerk in Bild 3.13 rechts angeben. In diesem Modell wird bewusst auf die Erfassung von Materialeigenschaften wie

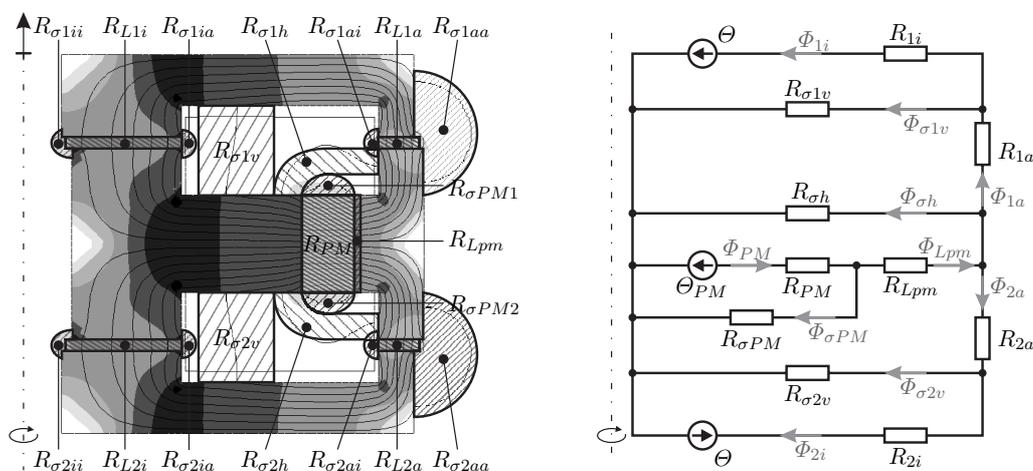


Bild 3.13: Magnetisches Ersatznetzwerk des EMAC²-5 mit expliziten Streupfaden auf

Basis der FEM-Feldlinien bei $x = 0$ mm und $i = 0$ A

$$\begin{aligned}
 R_{1i} &= R_{L1i} \parallel R_{\sigma 1ii} \parallel R_{\sigma 1ia} & R_{1a} &= R_{L1a} \parallel R_{\sigma 1ai} \parallel R_{\sigma 1aa} & R_{\sigma h} &= R_{\sigma h1} \parallel R_{\sigma h2} \\
 R_{2i} &= R_{L2i} \parallel R_{\sigma 2ii} \parallel R_{\sigma 2ia} & R_{2a} &= R_{L2a} \parallel R_{\sigma 2ai} \parallel R_{\sigma 2aa} & R_{\sigma PM} &= R_{\sigma PM1} \parallel R_{\sigma PM2}
 \end{aligned}$$

der Sättigung verzichtet und es enthält daher keine Eisenwiderstände. Netzwerkrechnungen für Magnetsysteme unter Berücksichtigung von Nichtlinearitäten liefern prinzipiell aber gute Ergebnisse und werden z.B. in [131] gezeigt. Diese Arbeit beachtet solche Materialeffekte in der Feindimensionierung durch FEM-Analysen.

Das Netzwerk in Bild 3.13 rechts wird durch das Gleichungssystem (3.51) beschrieben, wobei die Einträge der Reluktanzmatrix $\underline{\mathbf{R}}$ in Tabelle A.3 des Anhangs A erläutert und als Formel dargestellt sind. Während dieses Netzwerk explizit noch gut analytisch darstellbar ist, können komplexere Systeme effizient mit Hilfe von Schaltungssimulatoren (z.B. SPICE-Netzwerklöser¹³) berechnet werden. Eine weitere Alternative ist beispielsweise die objektorientierte Beschreibungssprache MODELICA für physikalische *Multi-Domain* Modelle hoher Dimension [92]. Über grafische Entwicklungsumgebungen wie DYMOLA können schließlich auch komplexe mechatronische Systeme relativ einfach einheitlich simuliert werden [31].

$$\Theta = \underline{\mathbf{R}} \cdot \Phi \quad (3.51a)$$

$$\Theta = (\Theta_{PM} \ \Theta_{PM} \ \Theta \ \Theta \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T \quad (3.51b)$$

$$\Phi = (\Phi_{PM} \ \Phi_{\sigma PM} \ \Phi_{Lpm} \ \Phi_{1a} \ \Phi_{2a} \ \Phi_{1i} \ \Phi_{2i} \ \Phi_{\sigma 1v} \ \Phi_{\sigma 2v} \ \Phi_{\sigma h})^T \quad (3.51c)$$

$$\underline{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} R_{PM} & R_{\sigma PM} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{PM} & 0 & R_{Lpm} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{\sigma h} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{1i} & 0 & R_{\sigma 1v} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{2i} & 0 & -R_{\sigma 2v} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{1a} & 0 & 0 & 0 & R_{\sigma 1v} & 0 & -R_{\sigma h} \\ 0 & R_{\sigma PM} & -R_{Lpm} & 0 & -R_{2a} & 0 & 0 & 0 & R_{\sigma 2v} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.51d)$$

Nach der Lösung des Gleichungssystems für die unbekanntenen Flüsse Φ lassen sich Sekundärgrößen des modellierten Magnetaktors bestimmen. Die Magnetkraft F_m ergibt sich mit (3.53) aus den vier Arbeitsflüssen Φ_{Ljk} ($j = \{1,2\}$, $k = \{i,a\}$) durch die Luftspalte, die aus dem Flussteiler (3.52) mit den parallelen Streureluktanzen folgen. Zur Berechnung der Induktivität im Netzwerk (3.51) folgt aus (3.34) der Zusammenhang (3.54)¹⁴, wenn $\Theta_{PM} = 0$ gesetzt wird.

$$\Phi_{Ljk} = \frac{R_{jk}}{R_{Ljk}} \Phi_{jk} \quad \text{mit} \quad j = \{1,2\}, \ k = \{i,a\} \quad (3.52)$$

$$F_m = \left(\frac{\Phi_{L2i}^2}{2\mu_0 A_{Li}} + \frac{\Phi_{L2a}^2}{2\mu_0 A_{La}} \right) - \left(\frac{\Phi_{L1i}^2}{2\mu_0 A_{Li}} + \frac{\Phi_{L1a}^2}{2\mu_0 A_{La}} \right) \quad (3.53)$$

$$L(x) = \frac{1}{i^2} [\Phi(x,i) \bullet \Phi(x,i)] \cdot \mathbf{R}(x) \Big|_{\Theta_{PM}=0} \quad (3.54)$$

$$\mathbf{R} = (R_{PM} \ R_{\sigma PM} \ R_{Lpm} \ R_{1a} \ R_{2a} \ R_{1i} \ R_{2i} \ R_{\sigma 1v} \ R_{\sigma 2v} \ R_{\sigma h})^T \quad (3.55)$$

¹³ SPICE: *Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis*

¹⁴ Das Symbol \bullet bezeichnet das HADAMARD-Produkt bzw. SCHUR-Produkt zweier Matrizen (elementweise Multiplikation).

Die Induktivität ist nach (3.54) stromunabhängig, da das Kernmaterial nicht im Netzwerk berücksichtigt ist. Hier liefert die FEM-Analyse in Abschnitt 3.5 ein realistischeres Bild. Dennoch kann behauptet werden, dass mit dem präsentierten Modell die grundlegenden Eigenschaften des neuen Aktors hinreichend genau wiedergegeben sind. Insbesondere lässt das Netzwerk sehr schnell die Abhängigkeiten zwischen Geometrie und Leistungsdaten erkennen, denn die Bestimmung eines sehr engmaschigen Kennfeldes dauert weniger als eine Sekunde. Durch Parameterstudien und Optimierungsverfahren kann die Auswahl geeigneter Abmessungen erfolgen, wobei sich dabei die Herausforderung einer geeigneten Zielfunktion stellt. Mögliche Zielparаметer sind in Abschnitt 3.4.3 und am Beginn dieses Abschnitts 3.6 diskutiert.

Mit dem Netzwerk auf der rechten Seite von Bild 3.13 sind sehr schnell Verbesserungen des Rohentwurfs aus Abschnitt 3.4.3 erzielbar. Um die vernachlässigten Materialeigenschaften zu erfassen, kann einerseits das Netzwerk um nichtlineare Reluktanzen für das Kernmaterial PERMENORM erweitert werden. Dieser deutlichen Erhöhung an Modellierungs- und Berechnungsaufwand steht die pragmatische Variante der Flussdichtebegrenzung in den vorhandenen Reluktanzen per Entmagnetisierungsfaktor und Scherung gegenüber [9,98]. In diesem Fall besteht für das Modell aber die zusätzliche Unsicherheit, dass der Entmagnetisierungsfaktor beim vorliegenden Magnetsystem nur Lokalcharakter hat. In dieser Arbeit wird das analytische Netzwerk zur Feindimensionierung durch die numerische Finite-Elemente-Methode ergänzt, die prinzipiell alle Geometriedetails und Materialeigenschaften zum Preis einer höheren Rechenzeit abbilden kann. Ausgehend vom Entwurf lässt sich somit die Struktur sehr gut optimieren, weil im Netzwerk Größen und Zusammenhänge anschaulich sind, die FEM aber sehr genaue Ergebnisse liefert.

3.6.2 Finite-Elemente-Modell des Magnetkreises

Für die Finite-Elemente-Modellierung und -Berechnung statischer Aktoreigenschaften kommt das Programm ANSYS 11.0 von ANSYS, INC. mit der Lizenz *Academic Research* zur Anwendung [6]. Alle Auslegungsmodelle, Vernetzungsschemata und das Postprocessing sind in der ANSYS-Sprache APDL¹⁵ geschrieben. Diese Skriptsprache ermöglicht effizient und reproduzierbar die Automatisierung von Geometrieerstellung, (adaptive) Vernetzung und Kennfeldberechnung. Wirbelströme und transiente Feldänderungen werden hier nicht untersucht, sind aber prinzipiell möglich.

Das Magnetsystem wird aufgrund seiner axialen Symmetrie (vgl. Abschnitt 3.4.1) als zweidimensionales rotationssymmetrisches Modell um die Stellachse aufgebaut. Dieser Schritt reduziert die Zahl der Unbekannten, denn Stromdichte und Vektorpotenzial besitzen nur die φ -Komponente im Zylinderkoordinatensystem. Dadurch sind hinreichend genaue Ergebnisse mit schneller Rechenzeit sowie vertretbarem Modellierungs- und Vernetzungsaufwand vereinbar. Mit der *Top-Bottom-Methode* wird die Aktorgeometrie zuerst durch Flächen nachgebildet, denen dann Materialeigenschaften zugewiesen werden. Abschließend erfolgt die Vernetzung in einem

¹⁵ APDL: *ANSYS Parametric Design Language*

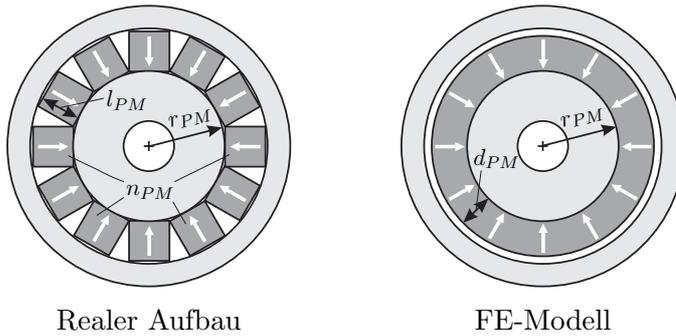


Bild 3.14: Modellierung der Quadermagnete als volumen-äquivalenter Kreisring im 2D-FEM-Modell

Schritt, um eine global möglichst homogene Diskretisierung des Feldbereichs zu sichern. Das FEM-Aktormodell berücksichtigt alle wesentlichen Geometriedetails, z.B. den Radiusversatz zwischen Anzugscheibe und Innenkern oder den mechanisch notwendigen Absatz am Außenkern. Zur Wahrung des permanentmagnetischen Energieeintrags wird das Volumen der realen n_{PM} Quadermagnete wie schon im Netzwerkmodell in einen äquivalenten Kreisring umgerechnet (3.39,3.41). Ein Lufttring zwischen Dauermagnetring und Außenkern repräsentiert den Hohlraum zwischen den Quadermagneten (Bild 3.14). Um den Magnetaktor wird ein Luftfeld modelliert, das in etwa dem Radius der Achse entspricht und außer in der Symmetrieachse durch Elemente für unendlichen Raum abgeschlossen wird. Da keine zwei Seiten dieser *INFIN110*-Elemente nach außen zeigen dürfen, ist der Modellraum abgerundet. Den Flächen des Magnetkerns ist die statische *nichtlineare* Neukurve von PERMENORM 5000 H2 aus Bild 3.5 links oben als Datentabelle zugeordnet. Eine Nachbildung der Hysterese ist nicht erforderlich, weil PERMENORM die äußerst geringe Koerzitivfeldstärke $H_{cJ} = 5 \text{ A/m}$ besitzt. Die Permanentmagnete sind nach (2.23) und Tabelle 3.6 durch B_r , H_{cB} und μ^{PM}/μ_0 linear modelliert. Alle nichtmagnetischen Materialien werden als Luft betrachtet ($\mu_r = 1$).

Wie die Modellerstellung erfolgt die Vernetzung automatisiert über die APDL-Syntax. Die Diskretisierung passiert in einem Schritt für den gesamten Modellraum, da ein *homogenes Netz* oberste Priorität hat. Bild 3.15 zeigt exemplarisch eine Vernetzung des Feldgebietes, die sich durch geringe Varianz in Elementgröße und -form auszeichnet. Als Basisgröße der Elemente wurde ein Sechstel bis ein Achtel der Permanentmagnetlänge gewählt. Der ergänzende Luftspalt zwischen Dauermagnet und Außenkern enthält in radialer Richtung immer zwei Luftschichten. Für die korrekte Kraftermittlung wird der jeweilige Körper von mindestens einer gleichmäßig dicken Luftschicht umgeben, die im Bereich der halben kleinsten Luftspaltlänge liegt, so dass sich mindestens zwei Elemente in jedem Luftspalt befinden. Sind Komponenten nur durch eine Elementschicht separiert, wären Rechenfehler wegen fehlender Potenzialgradienten sehr wahrscheinlich. Eine engermaschige Vernetzung mit mehr als vier Elementen im Luftspalt hat jedoch keinen Einfluss auf die Kraftberechnungen¹⁶, lediglich die Rechenzeit steigt enorm. Generell kann es bei zu feiner Diskretisierung zur Kumulation numerischer Rechenfehler kommen, die auch die Konvergenz der Lösung gefährden können. Weitere Vernetzungsregeln enthält [62]. Randbedingung ist ein paralleler Fluss an der Symmetrieachse und die weichmagnetischen Elemente sind mit einer virtuellen Verrückung für die Kraftberechnung versehen.

¹⁶ Zur Bestimmung von Feldverteilungen kann dies aber durchaus nötig sein.

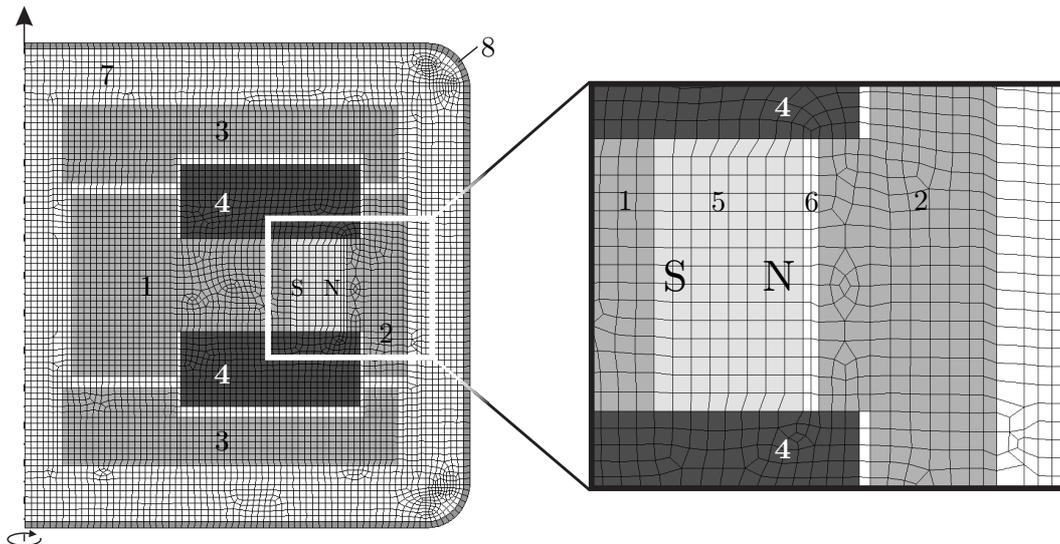


Bild 3.15: Finite-Elemente-Diskretisierung des EMac²-5 und seiner Umgebung

- | | | |
|----------------------|--------------------------------------------|---------------------|
| 1 ... Innenkern | 2 ... Außenkern | 3 ... Anzugscheibe |
| 4 ... Spulenfläche | 5 ... Permanentmagnete | 6 ... Luftergänzung |
| 7 ... Umgebende Luft | 8 ... Unendlicher Raum (<i>INFIN110</i>) | |

Die Lösung des Gleichungssystems in Vektorpotenzialformulierung erfordert aufgrund der nichtlinearen Materialkennlinie zwei *Loadsteps*. Der erste Loadstep prägt in mehreren *Substeps* graduell die Durchflutungen von Spule und Dauermagnete ein und ermittelt mit jeweils einer Iteration Näherungslösungen. Im zweiten Loadstep wird ausgehend von dieser Näherungslösung in einem Substep das Variationsintegral iterativ minimiert, bis eine Lösung innerhalb der Schranken gefunden wird oder die vorgegebene Iterationszahl (20...30) erreicht ist. Als Lösung stehen dann die Vektorpotenziale an den Knotenpunkten zur Verfügung. Der gesamte Rechenzyklus von Modellierung, Vernetzung und Lösung dauert mit der gewählten Strategie durchschnittlich weniger als 40 Sekunden. Ein aussagekräftiges 8×8-Kennfeld kann somit am Standard-PC in gut 40 Minuten¹⁷ berechnet werden.

Die Berechnung der Stellkraft an den Anzugscheiben erfolgt mit *actio = reactio* aus der Kraft auf die Kernkomponente. Es werden hier Kräfte nach der *Methode der virtuellen Arbeit*¹⁸ präsentiert, da diese nach Abschnitt 2.2.2 global optimal sind. Dennoch sind einige Aspekte für die Kraftberechnung zu beachten: Die als finite Differenzenapproximation ausgeführte numerische Ableitung der im Körper gespeicherten magnetischen Co-Energie nach der Verrückung kann bei zu grober Diskretisierung eventuelle Nichtlinearitäten vertuschen. Eine zu feine Felddiskretisierung dagegen kann numerische Rundungsfehler begünstigen, da die Lösungen der Feldgleichungen bei zu kleiner Verrückung nahezu identisch sind [89].

Zur Induktivitätsermittlung um den Arbeitspunkt unter Berücksichtigung der nichtlinearen Materialeigenschaften stellt ANSYS das Makro `lmatrix` zur Verfügung. In einem ersten Schritt erfolgt die Lösung des Feldproblems und damit die Bestimmung

¹⁷ Rechnung auf 2 GHz Dual-Core PC mit 1 GB RAM

¹⁸ Wegen des Volumenintegrals reichen zwei Elementschichten im Luftspalt, für Kräfte nach dem MAXWELLSchen Spannungstensor (Flächenintegral) sind mehr nötig.

der Energie im Arbeitspunkt. Auf dieser aufbauend werden Energieänderungen aufgrund der Spulenbestromung bestimmt, aus denen dann die Induktivitäten abgeleitet werden. Daher spielt für die Induktivitätsberechnung die permanentmagnetische Durchflutung keine Rolle. Es sind für jede Spule extra oder beide Spulen gemeinsam die Induktivitätswerte ermittelbar, die entsprechend (3.56) zusammenhängen.

$$L_{ges} = L_1 + L_2 + 2M \quad (3.56)$$

3.6.3 Ergebnisse der statischen Modellierung

Die Berechnungen mit den präsentierten Modellen sind in Bild 3.16 den gemessenen Kennlinien am realisierten Aktor (Abschnitt 3.5) gegenübergestellt. Bemerkenswert ist die hohe Übereinstimmung der magnetischen Kräfte $F_m(x,i)$ zwischen FEM und Messdaten in Bild 3.16 links oben. Auch das Netzwerk liefert im Rahmen der Modellgrenzen eine hohe Kongruenz zur Messung, denn die Abweichungen folgen aus der explizit nicht berücksichtigten Sättigung. Der hohe Gütegrad beider Modelle wird durch die aus dem Kennfeld $F_m(x,i)$ ableitbaren Kenngrößen Kraft-Strom-Faktor $k_{Fi}(i)$ (links unten) und magnetische Steifigkeit $c_M(x)$ (rechts unten) bestätigt. Das Netzwerkmodell liefert ein stromunabhängiges k_{Fi} , das aber real und in der FEM bei Stromzunahme wegen Sättigungserscheinungen abnimmt. Im Diagramm rechts unten offenbart die Sättigung sogar einen positiven Effekt, da sich der Anstieg der

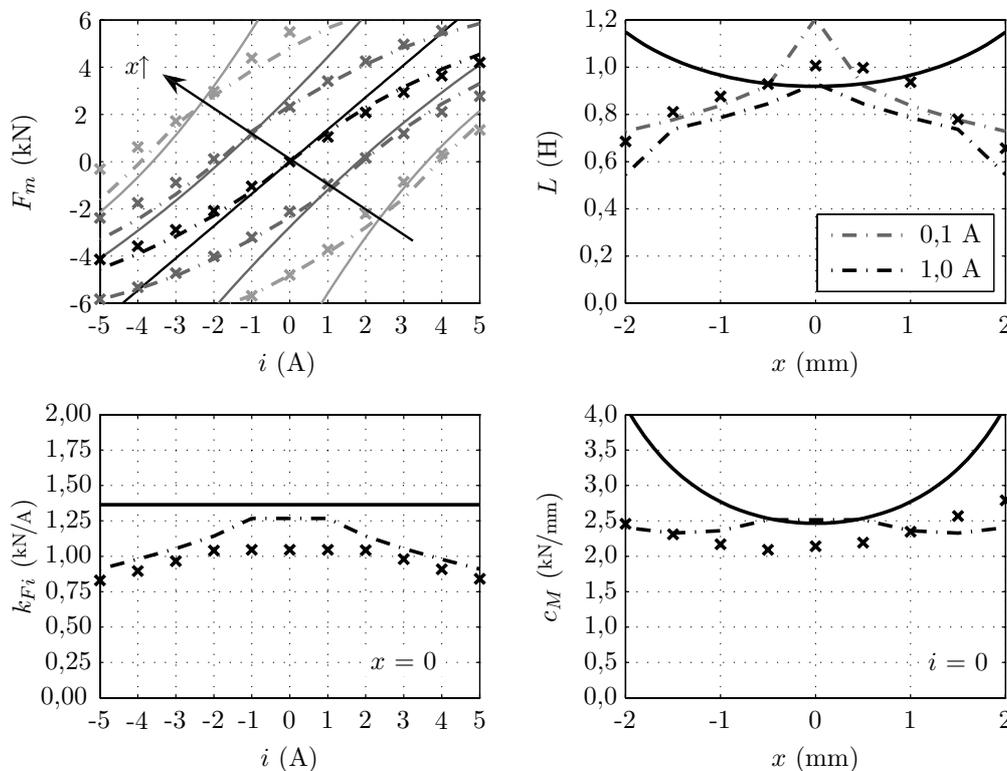


Bild 3.16: Magnetaktor EMAC²-5: Vergleich von Messung [×], MEN [—] und FEM [---]
 links oben: Kraft $F_m(i)$ für $x = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ mm rechts oben: Induktivität $L(x)$
 links unten: Kraft-Strom-Faktor $k_{Fi}(i)$ rechts unten: Magnetische Steifigkeit $c_M(x)$

destabilisierenden Magnetsteifigkeit c_M bei großen Auslenkungen x deutlich reduziert. Schließlich liefert Bild 3.16 rechts oben den Induktivitätsverlauf $L(x)$ über der Position. Wie schon beim Entwurf wäre bei Auslenkung tendenziell ein Induktivitätsanstieg zu verzeichnen, der sich jedoch durch die Sättigung sogar in eine Abnahme wandelt. Die beiden FEM-Kurven verdeutlichen zudem die materialbedingte Stromabhängigkeit der Induktivität. Außerdem soll hier schon die Frequenzabhängigkeit der Induktivität genannt werden, die also mit $L(x,i,f)$ höchst zeitvariant ist (vgl. Abschnitt 3.8).

Für die Modelle und schließlich auch den realisierten Aktor sind bei der Optimierung nur wenige zusätzliche Einschränkungen oder Annahmen zu Abschnitt 3.3 hinzugekommen. Zum einen war aus fertigungstechnischen Gründen die Vorgabe der Dicke d_{PM} der Permanentmagnetquader notwendig. Dies verhindert zwar die Nutzung des optimalen Arbeitspunktes, jedoch scheint der gefundene Kompromiss anhand der erreichbaren Stellkräfte durchaus akzeptabel. Zum zweiten wurde für die FEM-Berechnung eine 15%-ige Verbesserung der dauermagnetischen Leistungseigenschaften ($k_{PM} = 1,15$) vorgenommen, da die Datenblattwerte zwar typisch, aber laut Messung in allen vorliegenden Fällen scheinbar zu niedrig sind. Alle weiteren Parameter der Modelle entsprechen 1 : 1 der Realität und lassen demzufolge schnell und umfassend die statische Berechnung magnetischer Reluktanzaktoren zu. Zur Berechnung dynamischer Eigenschaften wird das System jetzt systemtheoretisch klassifiziert und eine strukturierte Modellierung der Domänen vorgenommen.

3.7 Systemtheoretische Struktur der Regelstrecke und Identifikationsprinzip

Der entwickelte Aktor EMAC²-5 wurde bisher vor allem bezüglich seiner statischen Eigenschaften untersucht. Sein Einsatzzweck als Schwingungserzeuger in der KFZ-Qualitätssicherung (Abschnitt 3.1) erfordert aber auch die gründliche Analyse und Modellierung seiner frequenzabhängigen Leistungsfähigkeit. Bereits Abschnitt 1.2 beschreibt Magnetaktoren als typische Vertreter mechatronischer Systeme und legt die Gliederung nach den mechatronischen Gesichtspunkten nahe. Eine domänenübergreifend einheitliche Beschreibung bietet die Systemtheorie an, in der elektrische,

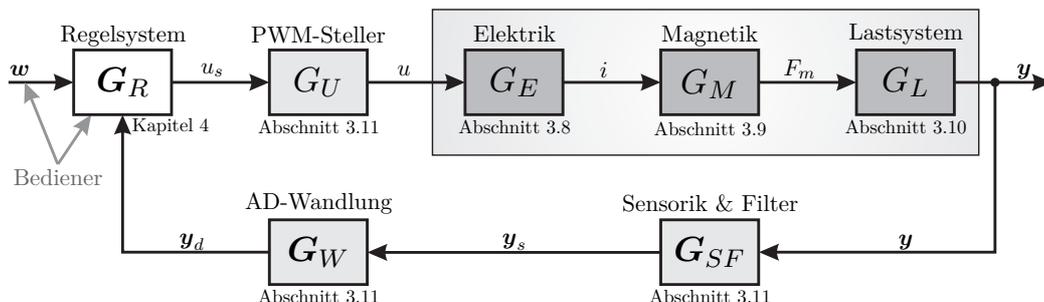


Bild 3.17: Systemtheoretische Komponenten magnetischer Reluktanzaktoren auf Basis ihrer mechatronischen Struktur (Das Symbol G (\mathbf{G}) bedeutet hier vorrangig Übertragungsglied und erst an zweiter Stelle die Übertragungsfunktion(-smatrix).)

magnetische, mechanische und informationstechnische Aspekte nach identischen Paradigmen darstellbar sind. Bild 3.17 zeigt das Blockdiagramm des vorliegenden Reluktanzaktors mit den Teilsystemen auf Basis seiner mechatronischen Struktur, das ohne weiteres an verschiedene andere Magnetaktortypen adaptierbar ist.

Funktionelle Kernkomponenten des Reluktanzaktors sind der *elektrische Kreis* G_E , der *elektro-magneto-mechanische Energiewandler* G_M sowie die *mechanischen Elemente* G_L inklusive Last (Prüfling), die die *primäre Regelstrecke* bilden (in Bild 3.17 grau hinterlegt). Diese zentralen Übertragungsglieder werden durch Peripherieelemente, d.h. Sensorik und Filter G_{SF} , AD-Wandler G_W und PWM-Spannungssteller G_U ergänzt. Ein extern angesteuertes Regelsystem G_R schließt den Wirkungskreis und realisiert entsprechend den Führungsgrößen w die Steuersignale u_S für den Leistungsverstärker im elektrischen Kreis. Die folgenden Abschnitte geben das Verhalten der in Bild 3.17 dargestellten Übertragungsglieder an, die schließlich zu einem Gesamtmodell vereinigt werden. Mit Hilfe des identifizierten Aktormodells (Abschnitt 3.12) kann das dynamische Systemverhalten zeitlich simuliert werden sowie eine fundierte Reglerauswahl und -parametrierung (Kapitel 4) erfolgen. Alle berechneten Modellparameter werden zur Verifizierung des Modells mit Hilfe von Messungen überprüft, die zwei Setups verwenden:

- *Statische Identifikation*: Messungen bei *ruhemdem Anker*, d.h. bei $\dot{x} = 0$ mit Spannungs- oder Stromsteuerung der Spulen.
- *Dynamische Identifikation*: Messungen bei *frei beweglichen Anker* am bereits per PI-Zustandsregler stabilisierten EMAC²-5 (Positionsvorgabe für Anker).

Als Analysesignal findet ein Gleitsinus mit exponentieller Frequenzfunktion Anwendung, der allen Frequenzen eine ungefähr gleiche Periodenanzahl ermöglicht und so die saubere Bestimmung von Frequenzgängen ermöglicht (Abschnitt 2.6.5).

3.8 Modell des elektrischen Kreises

Der elektrische Kreis verknüpft die Steuerspannung u mit dem Strom i durch die in Reihe geschalteten Spulen, so dass die Spulengleichung (2.28) gilt. Neben dem ohmschen Spulenwiderstand R werden wegen der zeitlich veränderlichen Felder auch die Induktivität L und eventuelle Wirbelströme untersucht.

$$u = R \cdot i + \left(L(x,i) + \frac{\partial L(x,i)}{\partial i} \right) \frac{di}{dt} + i \frac{\partial L(x,i)}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (2.28)$$

Die Bestimmung des ohmschen Reihenwiderstandes ist mit (3.57) unter Beachtung der geometrischen Daten in Tabelle A.1, $d_{Cu} = 1,0 \text{ mm}$ und $\rho_{Cu} = 0,0178 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ möglich. Dabei liegen Rechenwert $R = 10,6 \Omega$ und Messwert $R^* = 11,0 \Omega$ erwartungsgemäß nah beieinander.

$$R = \rho \frac{l}{A} = 2w \cdot \rho_{Cu} \frac{4(r_{Spi} + r_{Spa})}{d_{Cu}^2} = 10,6 \Omega \quad (3.57)$$

Die Berechnung der Spuleninduktivität ist analytisch nur unter Einschränkungen möglich, insbesondere müssen Spulenlänge \gg Spulendurchmesser und lineare magnetische Verhältnisse gelten ($\mu_r = \text{const.}$). Umfangreiche Studien und Näherungsformeln dazu gibt PHILIPPOW [102] an. Die statische Induktivität des EMAC²-5 bei ruhendem Anker wurde bereits in Abschnitt 3.6 ermittelt. Bild 3.16 rechts oben verdeutlicht die Lage- und Stromabhängigkeit $L(x,i)$ der Induktivität, begründet durch den jeweiligen Sättigungsgrad des weichmagnetischen Kernmaterials. Induktivitätsmessungen weisen allerdings darauf hin, dass noch weitere Einflüsse vorhanden sind.¹⁹ Ausgehend von (2.29) auf Seite 30 kann die Ermittlung der Induktivität mit (3.58) aus dem Amplitudengang $|G_E(j\omega)|$ des bereinigten gemessenen Frequenzgangs $G_E^*(j\omega) = G_F G_W G_E$ erfolgen. Die Verwendung des Phasenganges $\angle G_E(j\omega)$ ist aufgrund der größeren messtechnischen Unsicherheit nicht ratsam.

$$L(f) = \frac{1}{2\pi f} \cdot \sqrt{\frac{1}{|G_E(j\omega)|^2} - R^2} \quad (3.58)$$

Bild 3.18 bestätigt die statische Induktivität $L \approx 1,0\text{ H}$ im Bereich $f \leq 10\text{ Hz}$ bei festgestelltem Anker, die für höhere Stromfrequenzen allerdings auch bei festgeklemmten Anker bis auf ein Viertel abnimmt. Im dynamischen Messverfahren (grau gestrichelt) führt der bewegliche Anker bei niedrigen Frequenzen sehr große Wegamplituden aus, die bei kleinem Luftspalt durch große Ströme stabilisiert werden. Die dabei auftretende Materialsättigung bewirkt die Absenkung der Induktivität für $f < 30\text{ Hz}$. Die in Bild 3.18 dargestellten Kurven sind im Gegensatz zur statisch identifizierten Induktivität aus Bild 3.16 kaum von der Stromaussteuerung abhängig, d.h. die Frequenzeffekte überwiegen.

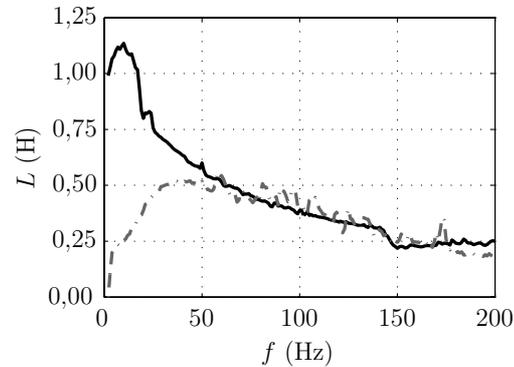


Bild 3.18: Gemessene frequenzabhängige Induktivitäten im EMAC²-5
statisch [—]; dynamisch [---]

Eine Ursache für den Induktivitätsabfall mit steigender Frequenz sind Wirbelströme aufgrund von Ankerbewegung, Stromänderung und/oder magnetischen Nichtlinearitäten. Die LENZsche Gegeninduktion der Wirbelströme behindert den gewünschten Stromaufbau und die dynamische Leistungsfähigkeit. Gleichbedeutend damit ist die Verschlechterung der ferromagnetischen Eigenschaften, d.h. die Zunahme des magnetischen Widerstandes bei höheren Frequenzen nach (2.32) und (2.35) auf Seite 31 [69]. Der quadratische Zusammenhang aus (2.32) lässt sich auch in Bild 3.18 erkennen. Zur Untersuchung des Wirbelstromeinflusses wurde am Modellsystem nach Abschnitt 2.3.2 (Seite 30) bei eingepprägtem Spannungssprung der Stromverlauf wie in Bild 3.19 links ermittelt. Dessen Einschaltspitze (Bild 3.19 rechts vergrößert) bedeutet eine sofortige Leistungsaufnahme, die sich Wirbelströmen zuordnen lässt und im Wirbelstromwiderstand $R_w = 220\ \Omega$ approximiert wird.

¹⁹ Als Induktivität wird hier der momentane Koppelzustand zwischen elektrischen und magnetischen Kenngrößen verstanden.

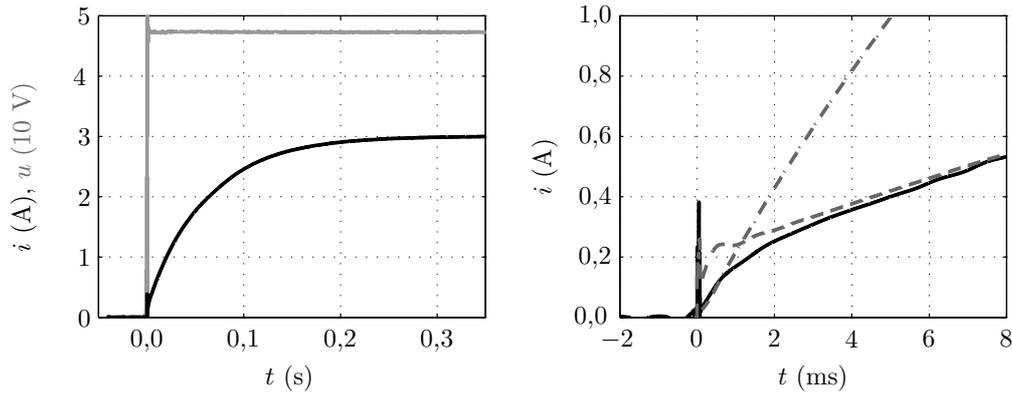


Bild 3.19: Untersuchung des Wirbelstromeinflusses anhand der Sprungantwort des Stromverlaufs im EMAC²-5 Aktor (*links*); *rechter Ausschnitt*: Messung [—]; Modell mit $L = 0,9$ H, $R_w = 220$ Ω [- -]; Modell mit $L = 0,2$ H, $R_w \rightarrow \infty$ [- ·]

Für die Modellierung des Übertragungsverhaltens $G_E(j\omega)$ werden Messungen bei $x = 0$ zu Grunde gelegt, die von den Reglerkarte- und Filtereigenschaften bereinigt wurden (Abschnitt 3.11). Die erhaltenen Frequenzgänge in Bild 3.20 verdeutlichen die verschiedenen Zustände des Systems bei fixierten (statisch) und freien Anker (dynamisch). Für die in Grau dargestellten Modelle wurde aus der Induktivitätsmessung vereinfachend eine vernachlässigbare Stromabhängigkeit abgeleitet. Um weiterhin für die spätere Reglerauslegung verteilt-parametrische Modelle zu vermeiden, wird auch die Geschwindigkeitsabhängigkeit $\partial L/\partial x \cdot dx/dt$ nicht berücksichtigt (Approximation für $L(x)$ siehe [35]). Das Modell (3.59) des elektrischen Kreises enthält außerdem eine Totzeit $\tau = 1$ ms, deren Ursache in der Reglerkarte vermutet wird, aber nicht explizit nachweisbar ist.

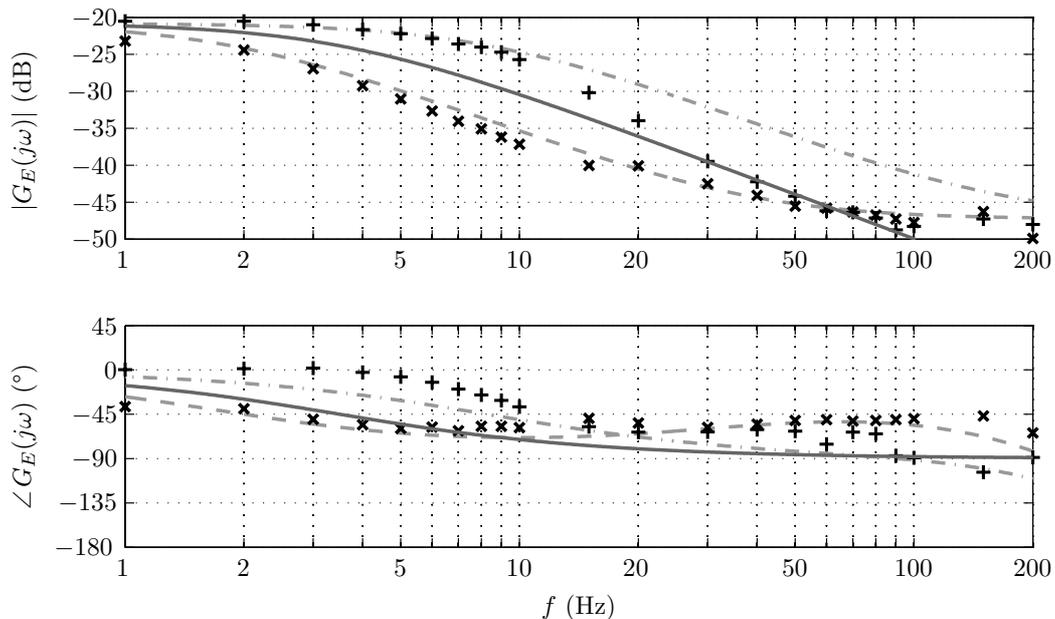


Bild 3.20: Frequenzgänge G_E des elektrischen Kreises
Messung statisch [x] und Modell mit $L = 0,9$ H, $R_w = 220$ Ω , $\tau = 1$ ms [- -]
Messung dynamisch [+] und Modell mit $L = 0,2$ H, $R_w = 220$ Ω , $\tau = 1$ ms [- ·]
Modell erster Ordnung mit $L = 0,5$ H, $R_w \rightarrow \infty$, $\tau = 0$ [—]

$$u(t - \tau) + \frac{L(x)}{R_w} \frac{d u(t - \tau)}{d t} = R \cdot i + L(x) \left(1 + \frac{R}{R_w} \right) \frac{d i}{d t} \quad (3.59a)$$

$$G_E(s) = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{(L(x) \cdot s + R_w) \cdot e^{-s\tau}}{L(x) \cdot (R + R_w) \cdot s + R \cdot R_w} \quad (3.59b)$$

Bild 3.20 zeigt die gute Übereinstimmung von Modell und Messung bei ruhendem Anker (statisch), wo offensichtlich eine hohe Induktivität $L = 0,9 \text{ H}$ wirkt (vgl. Bild 3.16 rechts oben). Demgegenüber erzeugen Sättigungen bei frei beweglichem Anker für $f < 30 \text{ Hz}$ einen massiven Induktivitätsverlust (vgl. Bild 3.18) und außerdem erhöht die Ankergeschwindigkeit $\partial L / \partial x \cdot dx/dt > 0$ formal den ohmschen Widerstands. Mit einer reduzierten Induktivität $L = 0,2 \text{ H}$ lässt sich diese Messung im niederfrequenten Bereich gut modellieren, für $f > 10 \text{ Hz}$ wirken aber die wieder ansteigende Induktivität und $\partial L / \partial x \cdot dx/dt$ amplitudensenkend. Als einfachste Approximation des elektrischen Teilsystems genügt jedoch das Modell erster Ordnung (3.60) mit mittlerer Induktivität $L_0 = 0,5 \text{ H}$, $R_w \rightarrow \infty$ und $\tau = 0$, um das grundlegende Verhalten nachzubilden. Alle bisherigen Ausführungen beziehen sich auf die Gesamtinduktivität L beider Spulen, die sich wegen (3.56) aus den Einzelinduktivitäten zusammensetzt. Experimente lassen auf eine verschwindend geringe Koppelinduktivität M schließen und es gilt für die Reihenschaltung $L_1 \approx L_2 \approx L/2$.

$$u(t) = R \cdot i + L_0 \frac{d i}{d t} \quad (3.60a)$$

$$G_E(s) = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{L_0 s + R} \quad (3.60b)$$

3.9 Modell der magnetodynamischen Eigenschaften

Im magnetischen Teilsystem erfolgt die elektro-magneto-mechanische Wandlung des Stromes über das Magnetfeld in eine Kraft. Zwischen dem Spulenstrom und der Magnetkraft F_m auf die Anzugscheiben wirkt statisch der Kraft-Strom-Faktor $k_{Fi}(x, i)$, wie Bild 3.16 links unten und Bild 3.21 links verdeutlichen. Beim schwingenden Anker entziehen jedoch Wirbelströme sowie Verluste durch Ummagnetisierung, Hysterese und Nachwirkungen dem System Energie, d.h. es kommt zu einer Schwächung von k_{Fi} . Eine wesentliche Ursache dafür sind die Wirbelströme im massiven weichmagnetischen Material PERMENORM 5000 H2 des EMAC²-5, das in Abschnitt 3.4.2 aufgrund der vernachlässigbaren Hysterese ausgewählt wurde. Messungen belegen die vergleichsweise guten dynamischen Eigenschaften, die im Aktor allerdings durch den massiven Kern geschmälert sind. In der rechten Hälfte von Bild 3.21 ist die frequenzabhängige Abnahme der Anfangspermeabilität $\mu_A(f)$ gezeigt, aus der nach MICHALOWSKY *et al.* [90] die Grenzfrequenz $f_{gH2m} \approx 100 \text{ Hz}$ des Materials bei $2/3$ der Anfangspermeabilität ($-3,5 \text{ dB}$) folgt. Eine strengere Definition der Grenzfrequenz von Materialien geben KUEPFMUELLER *et al.* [69] an.

Hier erfolgt ausschließlich die Modellierung der Übertragungseigenschaften für den Kraft-Strom-Zusammenhang $F_m(i)$. Die ebenfalls durch Magnetkräfte verursachte

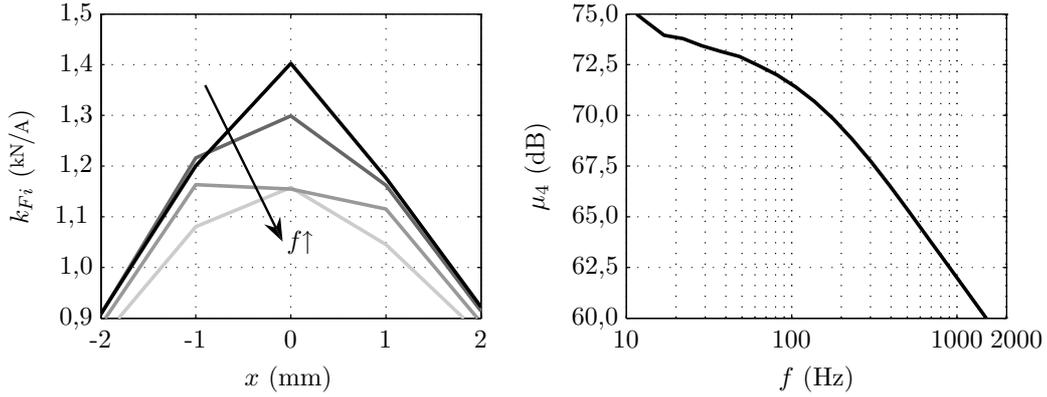


Bild 3.21: Ortsabhängiger Kraft-Strom-Faktor $k_{Fi}(x)$ für $f = \{1,2,5,10\}$ Hz (*links*) und frequenzabhängige Permeabilität $\mu_4(f)$ von PERMENORM 5000 H2 (*rechts*)

lageabhängige negative Steifigkeit c_M wird wegen der mechanischen Analogie im folgenden Abschnitt 3.10 berücksichtigt. Zur Messung des Frequenzgangs $G_M(j\omega)$ vom Strom i zur Magnetkraft F_m sind bei fixiertem Anker an verschiedenen Positionen Stromverläufe vorgegeben worden. Bei der Auswertung der Signale des DMS-Kraftsensors HBM U9B (5kN) mit dem Messverstärkersystem HBM MCG waren dessen interne Filter (hier: BESSEL-Filter erster Ordnung, 100 Hz) ebenso wie die externen analogen Signalfilter zu berücksichtigen. In Bild 3.22 ist zum einen das Kraft-Strom-Verhältnis bei fixiertem Anker (statisch: $x = 0$) gezeigt. Zugleich enthält Bild 3.22 den indirekt bestimmten Frequenzgang G_M bei einer geregelt schwingenden starren Last m_S (dynamische Messung). Wegen der starren Last konnte die dabei wirkende Magnetkraft indirekt aus Weg- und Beschleunigungsmessung entsprechend (3.61) geschätzt werden (vgl. Abschnitt 3.10.1).

$$F_m = \sum m \cdot a + \sum c \cdot x \quad (3.61)$$

mit $\sum m = m_A + m_S$ und $\sum c = c_M + n_F \cdot c_{F0} < 0$

Beide Messkurven liegen bis $f = 50$ Hz gut beieinander, darüber ist im statischen Messaufbau eine mechanische Resonanz sichtbar, die schon wegen des Kraftsensors²⁰ nicht zu vermeiden ist. Im dynamischen Fall ist der Amplitudenabfall bei der Materialgrenzfrequenz $f_{gH2m} \approx 100$ Hz allerdings deutlich größer als die angegebenen $-3,5$ dB. Die zusätzliche Absenkung kann dem massiven Kernmaterial mit seinem erhöhten Wirbelstromanteil zugeschrieben werden, dessen Gegenfelder den krafterzeugenden Feldaufbau hemmen.²¹ Das gemessene magnetische Verhalten lässt sich sehr gut als Verzögerungsglied erster Ordnung beschreiben, denn analytische Berechnungen sind meist aufgrund der anisotropen, inhomogenen, nichtlinearen, stochastischen und gedächtnisbehafteten Magnetisierungsprozesse nicht möglich. Daher müssen allein empirische Beobachtungen zur Identifikation des PT₁-Modells (3.62) genügen.

$$k_{Fi} \cdot i(t) = F_m + T_M \frac{dF_m}{dt} \quad (3.62a)$$

$$G_M(s) = \frac{F_m(s)}{I(s)} = \frac{k_{Fi}}{T_M s + 1} \quad (3.62b)$$

²⁰ Nennmessweg $\neq 0$ bei Nennkraft.

²¹ vgl. Grenzfrequenz der Feldverdrängung auf Seite 31.

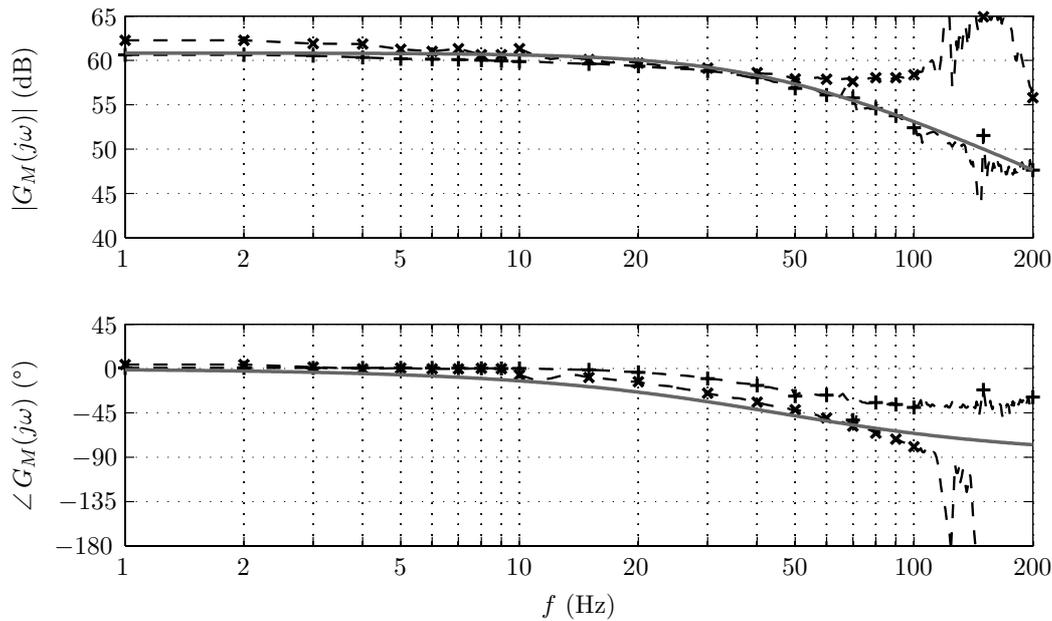


Bild 3.22: Frequenzgang G_M der elektro-magneto-mechanischen Wandlung
Messung statisch [-x-], dynamisch [-+ -]; Modell [-] ($k_{Fi} = 1100 \text{ N/A}$, $f_M = 45 \text{ Hz}$)

Als Modellparameter wurden $k_{Fi} = 1100 \text{ N/A}$ und $T_M = 1/2\pi f_m$ mit $f_M = 45 \text{ Hz}$ bestimmt. Die Messung liegt damit nahe an dem in Abschnitt 3.6 berechneten statischen Kraft-Strom-Faktor $k_{Fi} = 1250 \text{ N/A}$ (Bild 3.16 links unten). Interessanterweise wird durch (3.62) der Amplitudengang $|G_M(j\omega)|$ sehr gut approximiert, während der reale Phasengang nur bis zur Hälfte der erwarteten -90° dreht. Dies und der -10 dB/dec -Abfall der Permeabilität in Bild 3.21 rechts decken sich mit den Modellannahmen in (2.34) und [36, 43], die Wirbelströme durch \sqrt{s} bzw. $\sqrt{j\omega}$ modellieren.

3.10 Prüflinge, Lastsysteme und Mechanik-Modell

Das Ziel der hier vorgeschlagenen Shakeranwendung ist die Schwingungsanregung verschiedenster mechanischer Lastsysteme. Daraus ergibt sich ein Konflikt, der auch bei der Regelung des Aktors von Bedeutung sein wird. Zum einen ist zur Reglersynthese eine adäquate Beschreibung des mechanischen Teilsystems wichtig. Andererseits sollen mit dem instabilen Aktor möglichst beliebige Prüflinge untersuchbar sein, die *a priori* unbekannt und daher kaum modellierbar sind. Für das mechanische Modell stellt sich also die Frage nach einer zweckmäßigen und gültigen Form. Unabhängig von den angekoppelten mechanischen Prüflingen existieren bereits durch den Aktor selbst einige mechanische Komponenten:

- Ankermasse $m_A = 9 \text{ kg}$, bestehend aus zwei Anzugscheiben und Stellachse, zugleich Angriffspunkt der Magnetkraft F_m ;
- Kreuzfedern $c_F = n_F \cdot c_{F0} \approx 12 \cdot 80 \text{ N/mm} = 960 \text{ N/mm}$ (vgl. Bild 3.12 rechts);
- magnetische Feder $c_M \approx 2200 \text{ N/mm}$
(vgl. Bild 3.16 rechts unten und Fußnote (11) auf Seite 68).

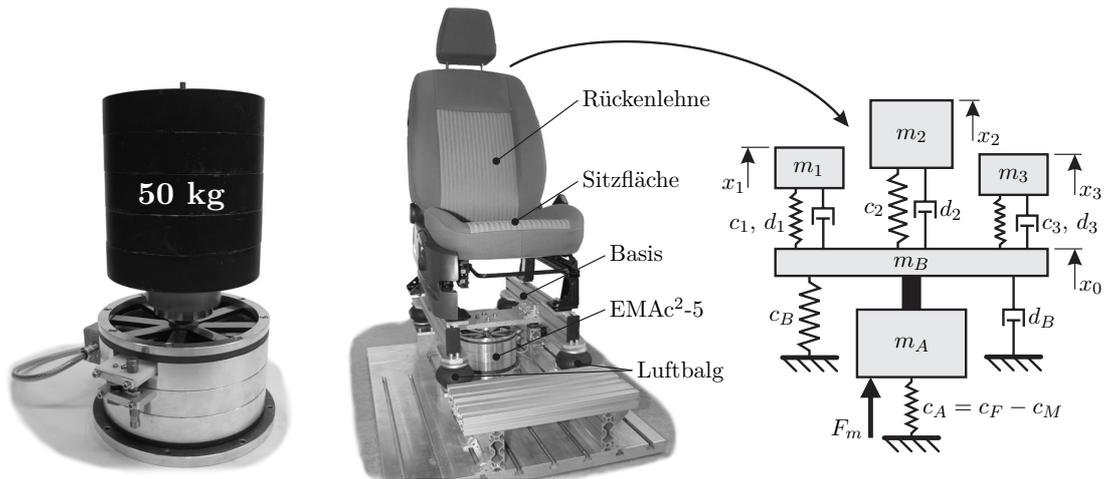


Bild 3.23: Mechanische Lasten für den EMAC²-5 – links: starre Last $m_S = 50$ kg; mittig: PKW-Sitz auf luftgefedertem Basisgestell; rechts: Modell des Sitzaufbaus

Diese Elemente müssen durch das Lastmodell ergänzt werden, dass unter der Prämisse *so einfach wie möglich* und *so genau wie nötig* erstellt wird. Eine Minimalbeschreibung der Last wäre dann ein starr an die Aktorstellachse gekoppeltes konzentriertes Element mit den Grundeigenschaften der Masse m_L sowie der Verbindungssteifigkeit c_L und -dämpfung d_L zur Umgebung. Beispielhaft für die Methodik werden als Prüflinge verschiedene starre Massen und ein Autositz als Vertreter der Mehrkörpersysteme verwendet (Bild 3.23).

3.10.1 Starre Prüflinge

Prüflinge, die wie in Bild 3.23 links als starre Körper der Masse m_S idealisierbar sind und direkt auf dem Shaker aufgesetzt werden, führen zu einem sehr übersichtlichen Modell für das mechanische Teilsystem. Als Minimalcoordinate ist die Position der Stellachse $q = x$ ausreichend. Zusammen mit den oben genannten Aktorkomponenten lässt sich das Modell (3.63) für den mechanischen Zustand $z = (x \quad \dot{x})^T$ unter dem Einfluss der magnetischen Kräfte $F_m + c_M x$ angeben.

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_F - c_M}{m_A + m_S} & 0 \end{pmatrix} \cdot z + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot F_m \quad (3.63a)$$

$$G_L(s) = \frac{X(s)}{F_m(s)} = \frac{1}{(m_A + m_S) \cdot s^2 + (c_F - c_M)} \quad (3.63b)$$

Ankermasse m_A und Last m_S sind demzufolge dämpfungsfrei über die Kreuzfedern c_F und die destabilisierende Magnetfeder c_M mit dem Fundament verbunden. Zum Nachweis der Modellgültigkeit lässt sich die Übertragungsfunktion G_L (3.63b) an einem bereits stabilisierten EMAC²-5-Aktor indirekt berechnen. Wie auch bei der Magnetkraftbestimmung in Abschnitt 3.9 kann F_m nach (3.61) der gemessenen Lage x gegenübergestellt werden. Bild 3.24 verdeutlicht die hohe Modellgüte für beispielhafte Lasten von $m_S = \{10, 50\}$ kg und weist durch die Phasenlage deutlich auf das instabile Systemverhalten hin. Der hier beschrittene Weg mit (3.61) ist allerdings nur auf Starrkörperlasten anwendbar.

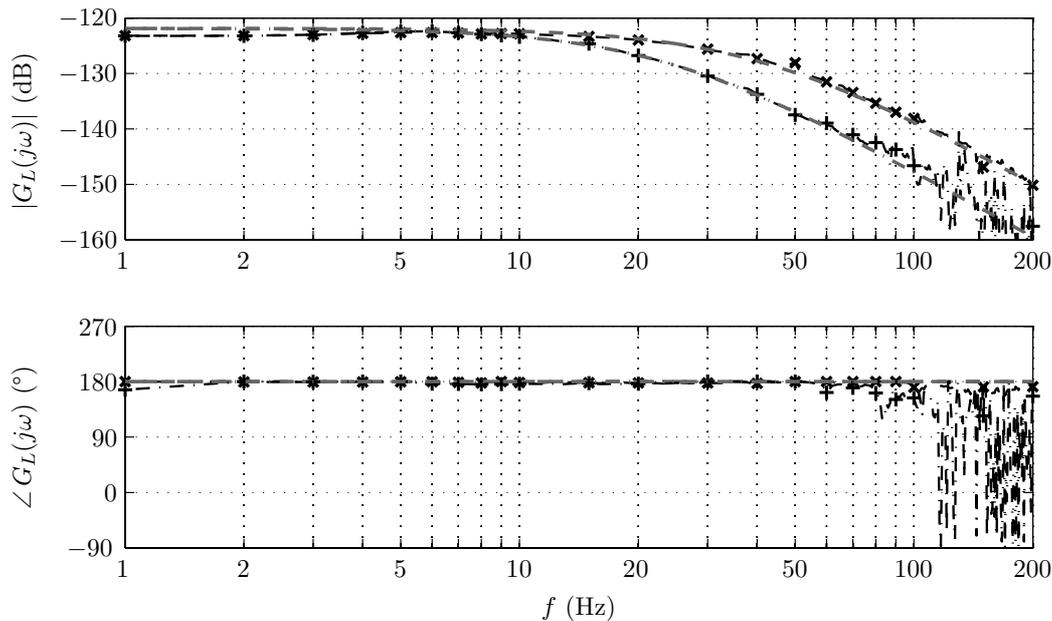


Bild 3.24: Frequenzgang G_L starrer mechanischer Lasten m_S inklusive Aktormechnik (Ankermasse m_A , Federkreuze $c_F = n_F \cdot c_{F0}$) und magnetischer Steifigkeit c_M (10 kg: Messung [-×-], Modell [- -]; 50 kg: Messung [-+-], Modell [-·])

3.10.2 Lastsystem PKW-Sitz

Der entwickelte Reluktanzaktor EMAC²⁻⁵ ist vor allem für den Einsatz in der Automobilindustrie vorgesehen und wird daher auch mechanisch komplexe Prüflinge anregen. Obwohl die Ankopplung an den Aktor meist sehr steif ist, hängen doch Ordnung und Gleichungsstruktur des mechanischen Teilsystems massiv von der Beschaffenheit des Lastobjekts ab. Für die Regelung kann es aber nützlich sein, das Eigenverhalten der Last zu kennen. Mit einem PKW-Sitz wird beispielhaft demonstriert, wie eine über ein reduziertes Modell stabilisierte Last identifiziert werden kann. Die Nutzung reduzierter Systemmodelle (Abschnitt 3.12.2) ist wesentlicher Kern aller in Kapitel 4 präsentierten Entwurfsstrategien stabilisierender Regler.

Der auf einer luftgefederten Basis montierte PKW-Sitz aus Bild 3.23 kann durch Anschauung und messtechnische Analyse modelliert werden. Da er aus schwingungsfähigen Körpern (Sitzfläche, innere Polsterung, Rückenlehne, etc.) besteht, stellt der Sitz ein Mehrkörpersystem (MKS) dar. Zur Identifizierung der mechanischen Eigenschaften wurde beim stabilisierten System das Folgeverhalten verwendet, aus dem der applizierte Regler sowie die bereits bekannten elektrischen und magnetischen Eigenschaften rechnerisch eliminiert sind. Zur Stabilisierung kommt der PI-Zustandsregler aus Bild 4.3 auf Seite 108 zum Einsatz, dessen Elemente durch (4.22) in Abschnitt 4.2.2 beschrieben sind. In der Systemübertragungsfunktionsmatrix \mathbf{G}_0 (4.22b) ist neben den bereits bestimmten G_E und G_M das unbekannte mechanische System G_L enthalten. Für die exakte Modellidentifizierung müssen in den Rückführungspfad der Führungsübertragungsfunktion des um die Basisregelstrecke geschlossenen Kreises (4.23) die Modelle $G_F G_W$ der real vorhandenen Signalkonditionierung (Abschnitt 3.11) ergänzt werden. Aus dem neuen Übertragungsverhalten G_{cl} des geschlossenen Regelkreises (3.64) erhält man dann durch Umordnen die Formel (3.65)

für die gesuchte mechanische Übertragungsfunktion G_L . Berücksichtigt man weiter, dass zur Berechnung nur die gemessenen Frequenzgänge $G_{cl}^* = G_F G_W G_{cl}$ und $G_E^* = G_F G_W G_E$ zur Verfügung stehen, dann ergibt sich G_L schließlich mit (3.66).

$$G_{cl} = \frac{G_{PI} G_0}{1 + G_F G_W [k_i G_E + G_0 (G_{PI} + k_x + s k_v + s^2 k_a)]} \quad (3.64)$$

$$G_L(s) = \frac{X_0(s)}{F_m(s)} = \frac{G_{cl}}{G_E G_M} \cdot \frac{1 + G_F G_W k_i G_E}{G_{PI} - G_F G_W G_{cl} (G_{PI} + k_x + s k_v + s^2 k_a)} \quad (3.65)$$

$$= \frac{G_{cl}^*}{G_E^* G_M} \cdot \frac{1 + k_i G_E^*}{G_{PI} - G_{cl}^* (G_{PI} + k_x + s k_v + s^2 k_a)} \quad (3.66)$$

Bei der Identifizierung ist die Nutzung des simultan gemessenen elektrischen Frequenzgangs G_E^* für die Modellgenauigkeit sehr sinnvoll. Zugleich muss für die magnetische Domäne das Modell (3.62) verwendet werden, da dort die messtechnische Identifizierung nur für starre Lasten zum richtigen Ergebnis führt.

Bild 3.25 zeigt den ermittelten Frequenzgang für den in Bild 3.23 dargestellten Sitzaufbau. Anhand der „Messung“ wurden mindestens drei unabhängig schwingende Massen m_i ($i = \{1,2,3\}$) auf einer über Luftbalgzylinder gefederten Basis m_B bestimmt. Alle Massen und die Basis sind entsprechend dem Modell in Bild 3.23 rechts durch Feder-Dämpfer-Elemente gegenseitig und zum Fundament hin verkoppelt. Die Basis selbst ist starr an der bereits vorgestellten Aktormechnik ($m_A, c_A = c_F - c_M$) befestigt. Für das Modellsystem des Beifahrersitzes lassen sich die Minimalkoordinaten $\mathbf{q} = (x_0 \ x_1 \ x_2 \ x_3)^T$ angeben, aus denen sich der mechanische Zustand $\mathbf{z} = (\mathbf{q} \ \dot{\mathbf{q}})^T$ ergibt. Die Herleitung der Bewegungsgleichungen (3.67) kann für die skizzierte Struktur mit dem Formalismus nach NEWTON-EULER (Abschnitt 2.4) erfolgen, wobei die Abkürzungen $\sum () = \sum_{i=0}^3 ()$, $m_0 = m_A + m_B$, $c_0 = c_A + c_B$ und $d_0 = d_B$ benutzt wurden (vgl. Bild 3.23 rechts).

$$\dot{\mathbf{z}} = \left(\begin{array}{c|cccc} \mathbf{O}^{4 \times 4} & & & & \\ \hline -\frac{\sum c}{m_0} & \frac{c_1}{m_0} & \frac{c_2}{m_0} & \frac{c_3}{m_0} & \\ \frac{c_1}{m_1} & -\frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 & \frac{d_1}{m_1} \\ \frac{c_2}{m_2} & 0 & -\frac{c_2}{m_2} & 0 & \frac{d_2}{m_2} \\ \frac{c_3}{m_3} & 0 & 0 & -\frac{c_3}{m_3} & \frac{d_3}{m_3} \end{array} \right) \mathbf{z} + \left(\begin{array}{c} \mathbf{O}^{4 \times 1} \\ \frac{1}{m_0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right) F_m \quad (3.67a)$$

$$\mathbf{y} = \left(\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \mathbf{z} = x_0 \quad (3.67b)$$

Mit den identifizierten mechanischen Parameter der Tabelle A.4 (Anhang A) bildet das Modell (3.67) die wesentlichsten Effekte der Belastung ab, dargestellt durch die graue durchgezogene Kurve in Bild 3.25. Ein um die Aktor-Sitz-Kopplung erweitertes Modell ist in [50] beschrieben. Für die Auslegung einer stabilisierenden Regelung wird jedoch ein kompakteres Modell bevorzugt, dass mindestens alle wichtigen dynamischen Eigenschaften in der Größenordnung des instabilen Pols²² abdeckt. Die angestrebte Reduzierung beruht auf der Annahme, dass für hinreichend kleine Frequenzen alle Massen m_i ($i = \{0, \dots, 3\}$) starr gekoppelt sind, was durch die relativ

²² Für $m_B = \{20, 50, 100\}$ kg ungedämpfte Last folgen beim EMAC²-5 die instabilen Pole $p_1 = \{207, 145, 107\}$ rad/s $\hat{=} \{33, 23, 17\}$ Hz

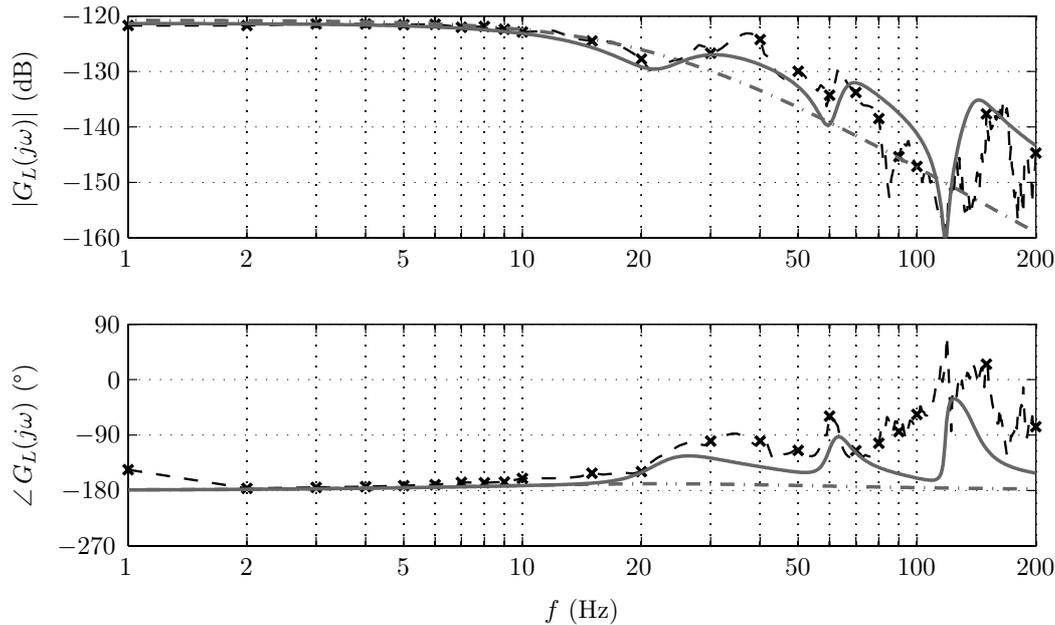


Bild 3.25: Frequenzgang G_L des Prüflings „KFZ-Sitz“ inklusive Aktormechanik und Magnetsteifigkeit (Messung [-x-], MKS-Modell [—], Starrkörpermodell [-·])

hohen Federsteifigkeiten c_i ($i = \{1,2,3\}$) gerechtfertigt wird. Dann ergibt sich eine äquivalente Starrkörperlast $m_L = \sum_{i=0}^3 m_i$, die nur noch per $c_L = c_0$ und $d_L = d_0$ zum Inertialsystem hin abgestützt ist und deren dynamisches Verhalten durch den Zustand $z = (x_0 \ \dot{x}_0)^T$ mit (3.68) sehr kompakt beschrieben werden kann. Die Gültigkeit der Näherung für niedrige Frequenzen bis 20 Hz zeigt das resultierende Modellverhalten in Bild 3.25 (graue Strich-Punkt-Linie).

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_L}{m_L} & -\frac{d_L}{m_L} \end{pmatrix} \cdot z + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_L} \end{pmatrix} \cdot F_m \quad (3.68a)$$

$$x_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot z \quad (3.68b)$$

$$G_L(s) = \frac{X_0(s)}{F_m(s)} = \frac{1}{m_L s^2 + d_L s + c_L} \quad (3.68c)$$

3.11 Modellierung der Peripherie

Im realen technischen System wird die elektro-magneto-mechanische Basisregelstrecke aus Bild 3.17 durch periphere Elemente ergänzt. Die Aktorregelung läuft auf einer Regelkarte, die über Analog-Digital-Wandler (ADC) vorher analog gefilterte Sensorsignale einliest. Aus dem Regelgesetz folgt als Steuerspannung für den Spannungsverstärker ein pulsweitenmoduliertes Digitalsignal (PWM), das mit H-Brücken im Leistungsverstärker umgesetzt wird.

Zur Informationsverarbeitung wird eine DS1104-Regelkarte der Fa. dSPACE eingesetzt, die neben einem 250 MHz PowerPC über eine Anzahl von ADCs, DACs, PWM-Ausgängen und digitalen Ports verfügt. Für den EMAC²-5 hat sich eine Regelrate

$f_S = 5 \dots 10$ kHz als brauchbar erwiesen, da in diesem Bereich eine gutmütige Stabilisierung erreicht werden kann (vgl. Abschnitt 4.1.4). Die PWM-Spannungsvorgabe ist im Allgemeinen mit $f_{PWM} = 16$ kHz gerade über der Hörschwelle getaktet, aber zum Zwecke einer hohen Auflösung so niedrig wie möglich gehalten. Das typische Totzeitverhalten der Signalwandlung und Informationsverarbeitung wurde bei unbelasteter Karte und mit einer repräsentativen Regelung untersucht. Bild 3.26 zeigt Messungen und Modelle, die auf (3.69) beruhen.

$$G_W(s) = \frac{Y_d(s)}{Y_s(s)} = e^{-s \cdot T_S} \quad \text{mit} \quad T_S = \frac{1}{f_S} \quad (3.69)$$

Es wird deutlich, dass ein hoher Berechnungsaufwand und der PWM-Zyklus die tatsächliche Abtastrate einbremsen, da die Wandler für bessere Messqualität auf den PWM-Takt getriggert sind. Während $f_S = 5$ kHz immer möglich ist, wird nur bei wenig Rechenaufwand und $f_{PWM} > 3f_S$ die geforderte Abtastrate $f_S = 10$ kHz erreicht. In jedem anderen Fall stehen wiederum nur $f_S = 5$ kHz zur Verfügung, so dass für das spätere Gesamtmodell und die Regelung diese Abtastrate gewählt wird. Die Umsetzung des PWM-Steuersignals u_S in die pulsweitenmodulierte Spulenspannung u im Leistungsverstärker erfolgt ohne Zeitverzug. Der eingesetzte Verstärker weist eine Zwischenkreisspannung $\hat{u} = 220$ V auf, die als Linearitätsgrenze insbesondere bei hohen Frequenzen die Leistungsfähigkeit beschränkt. Aus schaltungstechnischen Gründen wird das PWM-Signal zugleich auf 95% begrenzt, so dass maximal $u_{\max} = 209$ V zur Verfügung stehen. Als Grenze des elektrischen Linearitätsbereiches gibt (3.70) die höchstmögliche Frequenz $f_{i \max}$ eines geforderten Stromsinus der Amplitude δi an. Diese Begrenzung der Stromdynamik durch die verfügbare Spannung bestimmt demzufolge auch die Kraftentwicklung und ist daher ein wichtiger Parameter bei eventuellen Leistungssteigerungen [109].

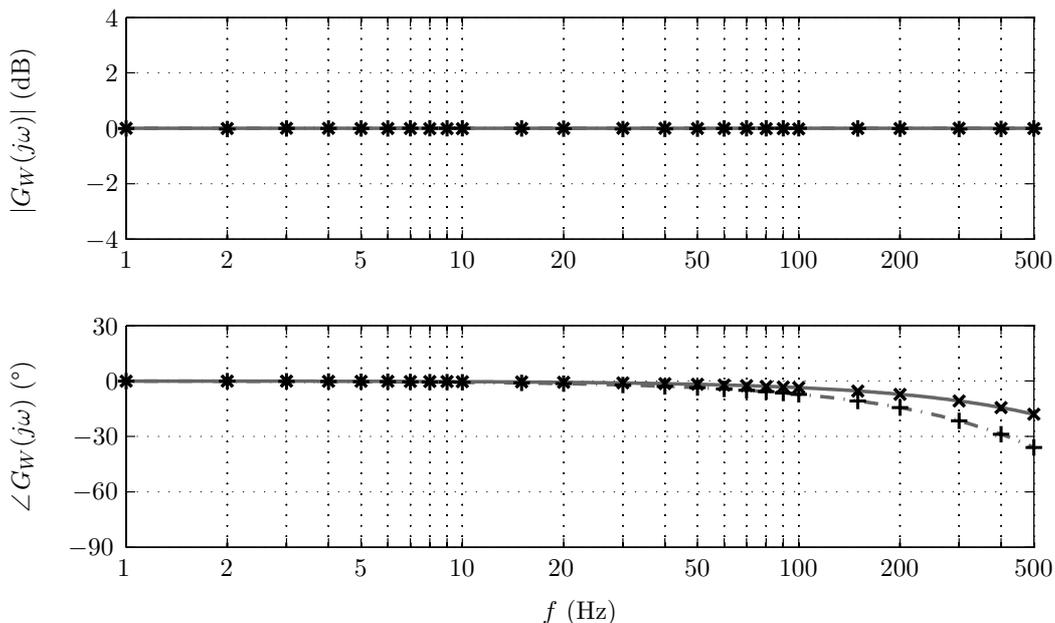


Bild 3.26: Frequenzgang G_W der ADC-DAC-Strecke der DS1104-Regelkarte mit geforderter Abtastrate $f_S = 10$ kHz bei paralleler PWM-Ausgabe
Messung unbelastete Karte bei $f_{PWM} = 50$ kHz [\times] und Modell $f_S = 10$ kHz [$-$]
Messung belastete Karte bei $f_{PWM} = 16$ kHz [$+$] und Modell $f_S = 5$ kHz [$- \cdot$]

$$f_{i \max} = \frac{1}{2\pi L_0} \sqrt{\left(\frac{u_{\max}}{\delta i}\right)^2 - R^2} \quad (3.70)$$

Als Messsignale werden der Spulenstrom i , die Ankerposition x sowie dessen Beschleunigung $a = \ddot{x}$ erfasst. Der verwendete Stromsensor nutzt den HALL-Effekt und erreicht eine Bandbreite $f_{-3\text{dB}i} = 50 \text{ kHz}$. Die Ankerposition misst ein linearisierter Wirbelstromsensor mit $f_{-3\text{dB}x} = 25 \text{ kHz}$. Außerdem kommen piezoelektrische Beschleunigungsaufnehmer mit $f_{-3\text{dB}a} = 10 \text{ kHz}$ zum Einsatz. Aufgrund des bis 100 Hz angestrebten Arbeitsbereiches des EMAC²-5 werden alle Sensoren als Proportionalglieder betrachtet. Die beschriebenen Signale werden zur *Aliasing*-Vermeidung und Störunterdrückung vor der AD-Wandlung durch analoge BUTTERWORTH-Filter²³ vierter Ordnung mit der Eckfrequenz $f_{BF} = 400 \text{ Hz}$ konditioniert. Der gemessene Frequenzgang sowie das Modellverhalten (3.71) sind in Bild 3.27 dargestellt.

$$G_F(s) = \frac{Y_s(s)}{Y(s)} = \frac{(2\pi f_{BF})^4}{\prod_{k=1}^4 (s - s_k)} \quad \text{mit} \quad s_k = (2\pi f_{BF}) \cdot e^{j\frac{2k+3}{8}\pi} \quad (3.71a)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_F = \begin{pmatrix} Fa_{11} & Fa_{12} & Fa_{13} & Fa_{14} \\ Fa_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Fa_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Fa_{43} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{F1} \\ x_{F2} \\ x_{F3} \\ x_{F4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Fb_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot y \quad (3.71b)$$

$$y_s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & Fc_1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x}_F \quad (3.71c)$$

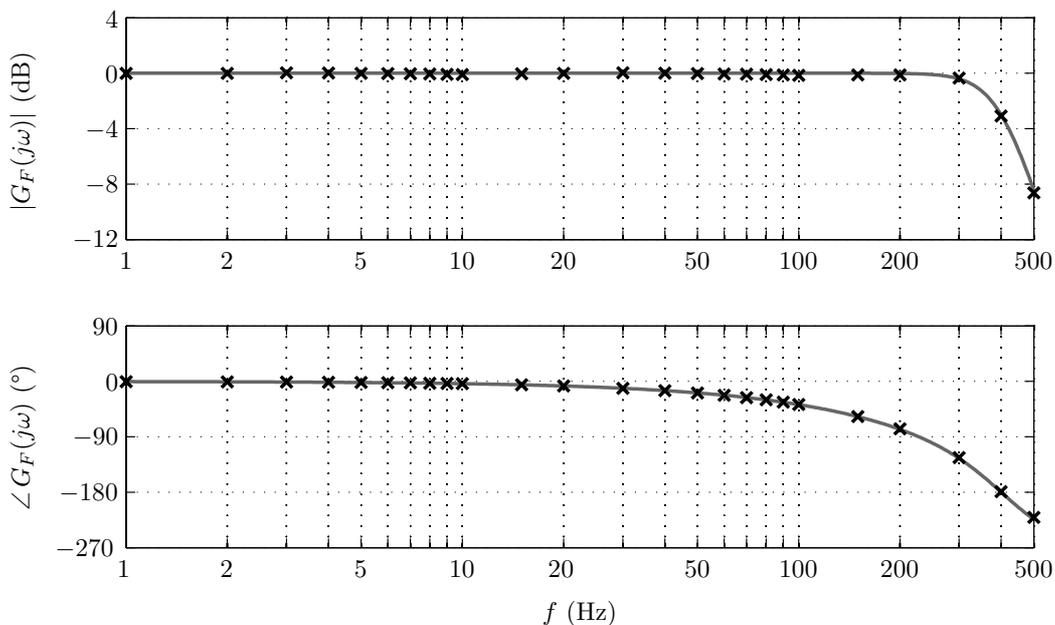


Bild 3.27: Frequenzgang G_F der analogen Signalfilter mit BUTTERWORTH-Charakteristik und $f_{BF} = 400 \text{ Hz}$ (Messung [×] und Modell [—])

²³ Stephen BUTTERWORTH (um 1880-1958): Britischer Ingenieur.

3.12 Gesamtmodell des elektromagnetischen Shakersystems unter Lasteinfluss

In den vergangenen Abschnitten wurde der entwickelte Reluktanzaktors EMAc²-5 unter dem Einfluss einer äußeren Belastung umfassend modelliert. Weil das Gesamtmodell insbesondere für die Auswahl und Parametrierung der notwendigen Regelung dient, wird das Lastsystem hier in seiner Starrkörperform nach (3.68) eingesetzt.

3.12.1 Vollständiges Modell

Das vollständige Modell für das Shakersystem umfasst sowohl die elektro-magneto-mechanische Regelstrecke mit ihren Nichtlinearitäten (Abschnitte 3.8-3.10) als auch die Signalkonditionierung durch Filter und AD-Wandler (Abschnitt 3.11). Die beschreibenden Gleichungen sind hier nochmals zusammengestellt:

$$u(t - \tau) + \frac{L(x)}{R_w} \frac{d u(t - \tau)}{d t} = R \cdot i + L(x) \left(1 + \frac{R}{R_w} \right) \frac{d i}{d t} \quad (3.59a)$$

$$k_{Fi} \cdot i(t) = F_m + T_M \frac{d F_m}{d t} \quad (3.62a)$$

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_L}{m_L} & -\frac{d_L}{m_L} \end{pmatrix} \cdot z + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_L} \end{pmatrix} \cdot F_m \quad (3.68a)$$

$$x_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot z \quad (3.68b)$$

$$y_d(t) = y_s(t - T_S) \quad (3.69)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_F = \begin{pmatrix} F a_{11} & F a_{12} & F a_{13} & F a_{14} \\ F a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F a_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F a_{43} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{F1} \\ x_{F2} \\ x_{F3} \\ x_{F4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F b_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot y \quad (3.71b)$$

$$y_s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & F c_1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x}_F \quad (3.71c)$$

$$\text{mit } m_L = m_a + m_B = m_A + \sum_{i=0}^3 m_i, \quad c_L = c_F - c_M + c_B, \quad d_L = d_B$$

Dieses Modell dient vorrangig der Simulation im Zeitbereich, um Regleralgorithmen zu analysieren. Für die Prüfung der Stabilität sind im Gegensatz zur Reglersynthese die Einflüsse der Nichtlinearitäten nicht vernachlässigbar, und daher fließen auch die nichtlinearen Kennlinien für Magnetkraft und die Kreuzfederringe in die Simulation mit ein. Darin sind k_{Fi} und c_M durch (3.53) oder das FEM-Kennfeld in Bild 3.16 sowie die Kreuzfedern durch ihre Kennlinie $c_F(x)$ aus Bild 3.12 beschrieben. Schließlich sind die endlichen Stellwege $|x| \leq x_0 = 3,0 \text{ mm}$ des Ankers durch nicht-lineare Feder-Dämpfer-Elemente mit stark ansteigender Federrate bei x_0 modelliert. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Zeitbereichssimulationen mit MATLAB/SIMULINK (Version R2006b) durchgeführt, die grundsätzlich praktisch einsetzbare Regler mit guten Stabilitätsreserven ergaben.

3.12.2 Reduzierte Modelle

Viele modellbasierte Verfahren zum Reglerentwurf generieren Regler, die mindestens die gleiche Ordnung wie die Regelstrecke aufweisen. Digital zu implementierende Regler hoher Ordnung sind oft rechenzeitkritisch, so dass Regler oder auch die Regelstreckenmodelle vorzugsweise unter Konservierung der Eigenschaften in der Ordnung zu reduzieren sind. Dieser Schritt kann außerdem das Modellverständnis erleichtern und numerische Probleme vermeiden.

Ausgehend vom kompletten Modell im vorigen Abschnitt zielen die Streckenvereinfachungen darauf ab, lineare Regelungsmethoden zur Stabilisierung der Regelstrecke anwenden zu können. Aufgrund der geforderten Bandbreite $f_B \approx 100$ Hz werden in einem ersten Schritt die Totzeiten von Abtastsystem T_S (3.69) und elektrischem Kreis τ (3.59a) als vernachlässigbar klein gegenüber den vorgesehenen Zustandsänderungen angenommen. Des Weiteren ist für den Ursprungsarbeitspunkt ($x \approx 0$, $i \approx 0$) die Annahme einer konstanten Induktivität L_0 zulässig (vgl. Abschnitt 3.8). Eine einheitliche Zustandsdarstellung erfordert wegen der wirbelstrombedingten Ableitung der Eingangsspannung u einen neuen Zustand i_w (3.72), der auf die elektrische Systemdarstellung (3.73) führt. Das Modell (3.74) mit dem Zustand $\mathbf{x}_w = (i_w \ F_m \ x \ \dot{x} \ \mathbf{x}_F^T)^T$ umfasst nun die elektro-magneto-mechanischen Effekte unter Berücksichtigung von Wirbelströmen und Messfiltern ($G_F = [\mathbf{A}_F, \mathbf{b}_F, \mathbf{c}_F, 0]$).

$$u = R \cdot i_w + L_0 \left(1 + \frac{R}{R_w} \right) \frac{d i_w}{d t} \quad (3.72)$$

$$\frac{d i_w}{d t} = - \frac{R \cdot R_w}{L_0 \cdot (R + R_w)} \cdot i_w + \frac{R_w}{L_0 \cdot (R + R_w)} \cdot u \quad (3.73a)$$

$$i = \frac{R_w}{R + R_w} \cdot i_w + \frac{1}{R + R_w} \cdot u \quad (3.73b)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_w = \begin{pmatrix} \frac{-R \cdot R_w}{L_0(R+R_w)} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{O}^{1 \times 4} \\ \frac{k_{Fi}}{T_M} \frac{R_w}{R+R_w} & -\frac{1}{T_M} & 0 & 0 & \mathbf{O}^{1 \times 4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{O}^{1 \times 4} \\ 0 & \frac{1}{m_L} & -\frac{c_L}{m_L} & -\frac{d_L}{m_L} & \mathbf{O}^{1 \times 4} \\ \mathbf{O}^{4 \times 1} & \mathbf{O}^{4 \times 1} & \mathbf{b}_F & \mathbf{O}^{4 \times 1} & \mathbf{A}_F \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_w \\ F_m \\ x \\ \dot{x} \\ \mathbf{x}_F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{R_w}{L_0(R+R_w)} \\ \frac{k_{Fi}}{T_M} \frac{1}{R+R_w} \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{O}^{4 \times 1} \end{pmatrix} u \quad (3.74a)$$

$$y_s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{c}_F \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x}_w \quad (3.74b)$$

Das nur geringfügig reduzierte Modell (3.74) beweist seine Brauchbarkeit in Bild 3.28 durch gute Übereinstimmung mit dem gemessenen Frequenzgang $G_{0F} = Y_s/U$. Das Bode-Diagramm zeigt aber auch, dass die Filter erst bei $f > 200$ Hz wesentlichen Einfluss haben (vgl. Bild 3.27). Folgt man der Zielstellung, über ein kompaktes Modell einen stabilisierenden Regler mit nicht notwendigerweise großer Führungsbandbreite zu realisieren, dann lassen sich die Wirbelströme wegen ihrer hochfrequenten Wirkung in erster Näherung ebenfalls vernachlässigen ($R_w \rightarrow \infty$). Man erhält dann ein Modell vierter Ordnung (3.75) mit dem Zustand $\mathbf{x}_m = (x \ v \ F_m \ i)^T$ und dem Ausgang $y = y_s = x$.

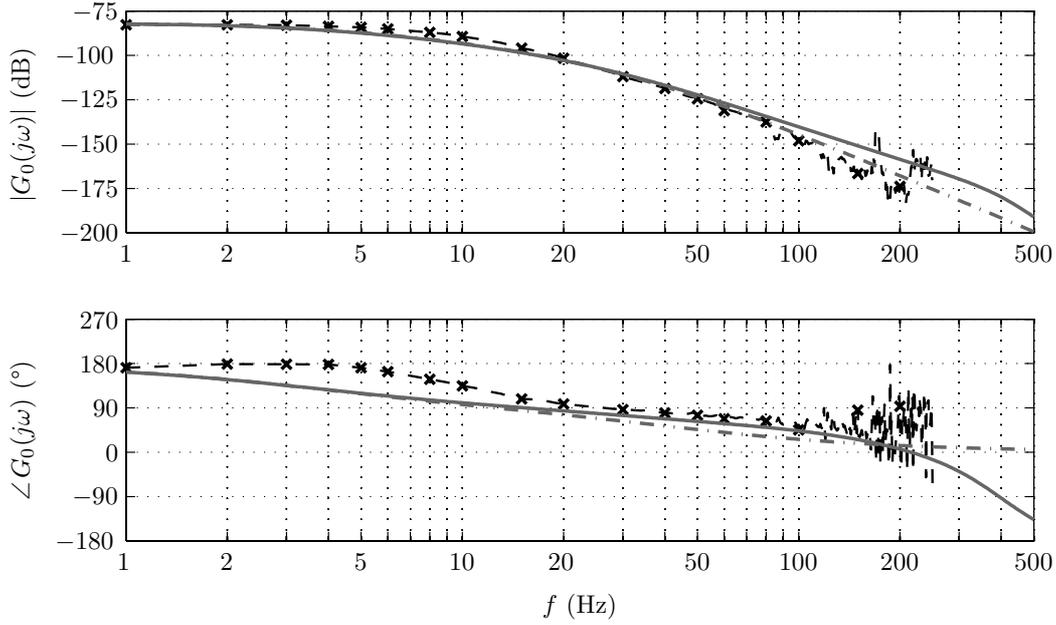


Bild 3.28: Frequenzgang G_0 der Regelstrecke aus Bild 3.17 mit starrer mechanischer Last $m_B = 50$ kg (Messung [-x-], Modell G_{0F} (3.74) mit Wirbelströmen und Filter [-], Basismodell G_0 (3.75) mit G_E , G_M und G_L [-])

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c_L}{m_L} & -\frac{d_L}{m_L} & \frac{1}{m_L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_M} & \frac{k_{Fi}}{T_M} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R}{L_0} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ F_m \\ i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_0} \end{pmatrix} u \quad (3.75a)$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x}_m \quad (3.75b)$$

Mit Hinblick auf eine spätere Zustandsregelung wird für das Modell (3.75) eine Zustandstransformation $\mathbf{x}_a = \mathbf{T}_{am}\mathbf{x}_m$ (3.76) durchgeführt, so dass in der natürlichen Zustandsdarstellung mit $\mathbf{x} = \mathbf{x}_a = (x \ v \ a \ i)^T$ physikalisch messbare Größen vorhanden sind. Das neue Modell (3.77) ergibt sich aus (3.75) mit den neuen Matrizen bzw. Vektoren $\mathbf{A}_a = \mathbf{T}_{am}\mathbf{A}_m\mathbf{T}_{am}^{-1}$, $\mathbf{b}_a = \mathbf{T}_{am}\mathbf{b}_m$ und $\mathbf{c}_a = \mathbf{c}_m\mathbf{T}_{am}^{-1}$.

$$\begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c_L}{m_L} & -\frac{d_L}{m_L} & \frac{1}{m_L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ F_m \\ i \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{-1}{T_M} \frac{c_L}{m_L} & \left(\frac{-1}{T_M} \frac{d_L}{m_L} - \frac{c_L}{m_L}\right) & \left(\frac{-1}{T_M} - \frac{d_L}{m_L}\right) & \frac{1}{T_M} \frac{k_{Fi}}{m_L} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R}{L_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \\ i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_0} \end{pmatrix} u \quad (3.77a)$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (3.77b)$$

$$G_0(s) = G_E G_M G_L = \frac{k_{Fi}}{(L_0 s + R)(T_M s + 1)(m_L s^2 + d_L s + c_L)} \quad (3.77c)$$

mit

$$m_L = m_A + m_B = m_A + \sum_{i=0}^3 m_i, \quad c_L = c_F - c_M + c_B, \quad d_L = d_B$$

Die graue Strich-Punkt-Linie in Bild 3.28 verdeutlicht, dass das Modell G_0 (3.77c) aus (3.60b), (3.62b) und (3.68c) das reale System noch genügend genau abbildet. Die gute Verwendbarkeit des Modells (3.77) wird nicht zuletzt auch durch den modellbasierten Entwurf stabiler Regler in Kapitel 4 bestätigt.

3.12.3 Skalierung

Viele Methoden der Reglersynthese wenden numerische Verfahren zur Bestimmung der Reglerverstärkungen an. Zur Vermeidung numerischer Singularitäten und Rechenfehler müssen die zur Verfügung gestellten Modelle gut konditioniert sein. Ein Maß für die Konditionierung eines Systems ist das Verhältnis von größtem zu kleinstem Singulärwert der Systemmatrix \mathbf{A} , ausgedrückt durch die 2-Norm-Konditionszahl $\gamma = \bar{\sigma}/\underline{\sigma}$ als Verhältnis der maximalen zur minimalen Energieverstärkung im System. Bei großen Konditionszahlen $\gamma > 50$ hängt die Systemverstärkung stark von der Eingangsrichtung ab und ist vor allem oft empfindlich gegenüber Unsicherheiten. Für viele praktische Prozesse sind daher die Skalierung und Balancierung der Modelle notwendig. Die Skalierung ist insbesondere für Mehrgrößensysteme (MIMO) von Bedeutung, um vergleichbare Ein- und Ausgangsgrößen zu erhalten.

Werden die tatsächlichen, unskalierten Größen mit $\tilde{(\quad)}$ bezeichnet, dann umfasst der messbare Zustandsvektor $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x} \ \tilde{v} \ \tilde{a} \ \tilde{i})^T$ verschiedene physikalische Dimensionen und Wertebereiche, die zusammen mit der Stellspannung \tilde{u} sinnvoll auf Beträge ≤ 1 skaliert werden sollen. Als Normierungsgrößen bieten sich die größten zu erwartenden Signalamplituden bzw. im Fall einer Lageregelung auch der maximal zulässige Regelfehler e_{\max} an. Die originalen Systemgleichungen (3.78) lassen sich dann unter Benutzung der Skalierungsmatrizen (3.79) mit dem Ansatz (3.80) auf die skalierte, dimensionslose Form (3.81) bringen.

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{b}} \cdot \tilde{u} \quad (3.78a)$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{C}} \cdot \tilde{\mathbf{x}} \quad (3.78b)$$

$$\mathbf{D}_y = \text{diag}(x_{\max}, v_{\max}, a_{\max}, i_{\max}) \quad d_u = u_{\max} \quad (3.79)$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{D}_y \mathbf{y} \quad \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{D}_y \mathbf{x} \quad \tilde{u} = d_u u \quad (3.80)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{D}_y^{-1} \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{D}_y \right) \cdot \mathbf{x} + \left(\mathbf{D}_y^{-1} \tilde{\mathbf{b}} d_u \right) \cdot u \quad (3.81a)$$

$$\mathbf{y} = \left(\mathbf{D}_y^{-1} \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{D}_y \right) \cdot \mathbf{x} \quad (3.81b)$$

Beim Reglereinsatz ist die Skalierung auch bei der Echtzeitimplementierung beizubehalten bzw. die Reglerparameter sind mit den Skalierungstermen umzurechnen. Gegebenenfalls muss die Führungsgröße w ebenfalls skaliert werden. Die vorliegende Systemmatrix $\tilde{\mathbf{A}}$ aus (3.77a) enthält Einträge unterschiedlichster Größenordnungen,

die für eine starre Last $m_S = 20 \text{ kg}$ auf $\tilde{\gamma} \approx 1,2 \cdot 10^7$ führen. Mit den Skalierungen $x_{\max} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $v_{\max} = 0,1 \text{ m/s}$, $a_{\max} = 50 \text{ m/s}^2$, $i_{\max} = 4 \text{ A}$ und $u_{\max} = 200 \text{ V}$ verbessert sich die Konditionszahl der Systemmatrix $\mathbf{A} = \mathbf{D}_y^{-1} \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{D}_y$ auf $\gamma = 82,4$ deutlich. Eine noch bessere Wirkung erreicht der Befehl `ssbal` von MATLAB, der die Konditionszahl auf $\gamma = 20,7$ reduziert und eine ähnliche Transformationsmatrix \mathbf{D}_y in Diagonalform wie (3.79) liefert.

3.13 Zusammenfassung

In diesem Kapitel sind der systematische Entwurf, die Berechnung sowie verschiedene Modellierungsmethoden für magnetische Reluktanzaktoren präsentiert. Als Motivation und Anwendungsbeispiel dient die Qualitätssicherung in der Automobilentwicklung und -produktion, die aus Zeit- und Kostengründen neben den Testfahrten im Straßenverkehr die Fahrzeuge und Komponenten auch im Labor prüfen muss. Abschnitt 3.1 verdeutlicht den Bedarf an kompakten leistungsfähigen Aktoren (Shaker) zur Schwingungsanregung in der Störgeräuschakustik, denn dort müssen einzelne Komponenten oder die Fahrzeugkarosserie im Frequenzbereich $5 \dots 100 \text{ Hz}$ auf wenigen Millimetern Amplitude geschüttelt werden. Für diese Anwendung ist das elektromagnetische Reluktanzkraftprinzip hervorragend geeignet, und es sollte daher die Entwicklung eines solchen Aktors die Wirksamkeit eines systematischen Entwurfs beweisen. Die grundsätzlichen Überlegungen in den Abschnitten 3.2 und 3.3 liefern für den Aktorentwurf die Erkenntnis, dass die Magnetkreisstruktur PVM2s mit zwei Magnetflusspfaden, zwei Spulen und einem zentralen Dauermagnetring für die Aufgabe bestens geeignet ist. Für die Entwicklung des Shakers werden zuerst wesentliche Aspekte der mechatronischen Teilgebiete herausgearbeitet und aus den allgemeinen Anforderungen an jeden Entwurf die konkreten Ziele, Randbedingungen und Konflikte für den speziellen Aktor abgeleitet.

Zu Beginn des Entwurfs wird das Magnetsystem PVM2s in Abschnitt 3.4.1 analysiert und die hohe Leistungsfähigkeit des hybriden Magnetsystems mit Spulen und Dauermagneten über die Platzierung der Arbeitsluftspalte neben den Spulen nochmals verbessert. Die Diskussion wichtiger Designaspekte wie identische Eisenquerschnitte, Spulengeometrie, homogene Feldgestaltung und Polflächengeometrie komplettieren die Strukturoptimierung. Nach Festlegung der Magnetkreis-Grundstruktur werden in Abschnitt 3.4.2 eine NiFe-Legierung mit sehr geringer Koerzitivfeldstärke und mittlerer Sättigung sowie NdFeB-Magnete mit einem sehr hohen Energieprodukt als magnetische Aktormaterialien gewählt. Die Dimensionierung der Hauptabmessungen des Magnetkreises erfolgt in Abschnitt 3.4.3. Eine Übersicht über die hergeleiteten Formeln bietet Tabelle 3.7, die eine schnelle Anwendbarkeit des vorgeschlagenen Entwurfsprozesses ermöglicht. Der Entwurf basiert auf einem kompakten magnetischen Ersatznetzwerk der PVM2s-Struktur und lässt sich in seiner Gliederung:

- Vorberechnungen mit Hilfe der Anforderungen und Randbedingungen;
- Bestimmung der kraftbildenden Querschnitte und Quellen;
- Ableitung der Geometrieparameter für den Magnetkreis und
- Analyse mit charakteristischen Kenngrößen

prinzipiell auf viele andere Auslegungsaufgaben für Reluktanzaktoren übertragen. Für die anschließende Optimierung des Erstentwurfs sind der Kraft-Strom-Faktor k_{Fi} , die destabilisierende magnetische Steifigkeit c_M und die Induktivität L analytisch angegeben. Der Erstentwurf erfüllt *ad hoc* alle gestellten Ziele und beweist seine Eignung durch einen Vergleich mit FEM-Berechnungen. Diese deuten auf Leistungsreserven im Volumen hin, so dass durch iteratives Anwenden von magnetischen Ersatznetzwerken (MEN) und der Finiten-Elemente-Methode (FEM) ein deutlich stärkerer elektromagnetischer Aktor für Komponenten und Gesamtfahrzeuge (EMAc²-5) mit 5 kN Stellkraft realisiert wird (Abschnitt 3.5). Dieser Leistungssteigerung liegen das Systemverständnis anhand der analytischen Zusammenhänge aus dem magnetischen Ersatznetzwerks mit Streuung in Abschnitt 3.6 als auch die hohe Genauigkeit des FE-Modells zu Grunde. Beiden Modellen gemein ist die volumenkonforme Abbildung der ringförmig angeordneten Quadermagnete durch einen vollmagnetischen Ring mit zusätzlicher Luftschicht.

Auf den Entwurf und die statische Berechnung folgt die dynamische Modellierung des EMAc²-5. Basierend auf den mechatronischen Teilsystemen erfolgt die systemtheoretische Zergliederung des Aktors (Abschnitt 3.7). Die Komponenten der potenziellen Regelstrecke werden modelliert und durch Messungen am Aktor bei fixiertem und geregeltem Anker identifiziert. Abschnitt 3.8 macht auf die stark zeitvariante Induktivität $L(x,i,f)$ als Funktion von Stellort, Spulenstrom und Stromfrequenz sowie die Wirbelströme innerhalb der elektrischen Domäne aufmerksam. Es werden ein vollständiges Modell mit Wirbelstromeinfluss sowie ein kompaktes PT₁-Modell angegeben. Zur Abbildung der magnetodynamischen Eigenschaften des weichmagnetischen Kernmaterials genügt nach Abschnitt 3.9 ein PT₁-Modell, dass aufgrund der komplexen Magnetisierungsprozesse messtechnisch identifiziert wird. Die mechanischen Modelle zeigt Abschnitt 3.10, bestehend aus Aktormechanik und starren sowie mechanisch komplexen Prüflingen (PKW-Sitz). Für die Identifikation der Lasten kommen indirekte Messmethoden am bereits geregelten Aktor zum Einsatz. Die dynamische Modellierung umfasst schließlich auch die Peripherieelemente in Abschnitt 3.11 bestehend aus Regelkarte, Sensorik und Filtern. Es wird deutlich, dass alle besprochenen Effekte für magnetische Antriebe charakteristisch sind und sich sinngemäß übertragen lassen.

Zum Schluss dieses Kapitels werden die erhaltenen Modellgleichungen des EMAc²-5 in Abschnitt 3.12 zusammengestellt und zweckmäßig vereinfacht. Dem Ziel des Entwurfs stabilisierender Regler für ein belastetes Aktorsystem steht ein aussagekräftiges Modell vierter Ordnung zur Verfügung, dessen Zustand den messbaren Größen angepasst ist. Dieses Modell zeigt allerdings eine schlechte Konditionierung und wird daher entsprechend Abschnitt 3.12.3 skaliert, um für den nun folgenden Reglerentwurf ein numerisch gut einsetzbares Modell zu haben.

4 Methoden der Regelung

Die hohe Kraftdichte magnetischer Reluktanzaktoren ermöglicht ihren vielfältigen Einsatz, z.B. als Verriegelungsaktor in der Luft- und Raumfahrt, als Stellelement im Automobil, als Relais in der Verkehrstechnik oder auch als Ventilmagnet für Pneumatik bzw. Hydraulik. In allen diesen Bereichen müssen die Magnetaktoren spezifische dynamische Anforderungen erfüllen, die zum Teil durch Steuerungen erreicht werden können. Aufgaben höherer Präzision (z.B. Proportionalventile) erfordern aber die Rückführung des zu beeinflussenden Zustands und die Kontrolle durch eine Regelung. Für Magnetaktoren mit zwei Raststellungen ist meist die verbindende Trajektorie wichtig, die auf minimalen Energieaufwand, kürzeste Schaltzeit oder sanftes Landen des Ankers in der Endlage optimiert wird. Aktive Schwingmagnete dagegen, und insbesondere instabile Aktoren wie der entwickelte EMAC²-5 erfordern einsatzbedingt immer die kontinuierliche Überwachung des Systemzustands. Ein ähnliches Verhalten weisen aktive Magnetlager auf, die ebenfalls permanent geregelt werden müssen und deren Regelkonzepte hier durchaus übertragbar sind.

Der Magnetaktor EMAC²-5 besitzt nach den Ausführungen im vorigen Kapitel alle grundlegenden Eigenschaften zur Schwingungsanregung von Komponenten und Fahrzeugen. Um gegebene Beschleunigungstrajektorien an verschiedenen Prüflingen zu reproduzieren, muss der Magnetaktor seinen Zustand jedoch zeitlich verändern. Grundvoraussetzung für die Erfüllung dieser Aufgabe ist die Stabilität des Gesamtsystems, die sich durch weitere Ziele wie Robustheit und Regelgüte ergänzen lässt. In diesem Kapitel werden Möglichkeiten zur Regelung des entwickelten EMAC²-5 vorgestellt, die aufgrund der mechatronischen Aktorstruktur auch bei anderen Magnetantrieben anwendbar sind. Zuvor klärt der Abschnitt 4.1 grundsätzliche Anforderungen an den Regelkreis und wichtige Aktoreigenschaften wie Stabilisierbarkeit, Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit. Zusätzlich von Interesse sind Fragen nach den Eigenschaften stabilisierender Regler und der erreichbaren Bandbreite.

4.1 Überlegungen zum Reglerentwurf

4.1.1 Anforderungen an die Regelung

Der Einsatz des entstandenen Shakers in der KFZ-Qualitätssicherung und damit verbundene Anforderungen sind bereits in Abschnitt 3.1 und Tabelle 3.1 ab Seite 47 eingehend dargelegt. Daraus wurden in Abschnitt 3.3 wichtige Ziele und Randbedingungen für den konstruktiven Entwurf des Aktors abgeleitet, die dem gesamten Kapitel 3 einen Rahmen gaben. Selbiges erfolgt nun unter Beachtung von Abschnitt 2.6 für die zu entwickelnde Regelung des Aktorsystems, so dass sich folgende Zielstellungen unter dem Schlagwort *robuste Regelqualität* formulieren lassen:

1. *Stabilität*: Systeme verlässlich regeln und beherrschen;
2. *Robustheit*: Unbekannte Störungen und Modellfehler tolerieren;
3. *Nachfahrgüte*: Reproduktion der Vorgaben¹ im Frequenzbereich $0 \geq f_B \geq 100$ Hz mit $0,90 < \text{RMS}(\text{Ist})/\text{RMS}(\text{Soll}) < 1,10$;
4. *Ruhegüte*: Unerwünschte Anregungen vermeiden;
5. *Geräuschlosigkeit*: Schallemission minimieren;
6. *Einfachheit*: Transparente Regelkonzepte und möglichst geringer Sensoraufwand, da industrieller Einsatz erforderlich.

Diese Zielstellungen sind naturgemäß nicht konfliktfrei. Insbesondere wird man einen Kompromiss zwischen Stabilität, Dynamik und Geräuschlosigkeit finden müssen, wobei die Stabilisierung der instabilen Strecke von oberster Priorität ist. Instabile Strecken werden manchmal auch als *gefährliche Strecken* bezeichnet [128], da sie wesentlich schwieriger zu kontrollieren sind und die stabilisierenden Regler immer kritische Elemente des Regelkreises darstellen, die selbigen nur lokal stabilisieren können. Diese Betrachtungsweise wirft die Frage nach dem Grad der Stabilisierbarkeit einer gegebenen Regelstrecke auf, die im folgenden Abschnitt behandelt wird. Es gilt die Symbolik aus Abschnitt 2.6.2 (Seite 38).

4.1.2 Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit und Stabilisierbarkeit

Die fundamentale Forderung nach Stabilität beinhaltet für das vorliegende Aktorsystem drei essentielle Fragestellungen:

- A) *Steuerbarkeit*: Lassen sich die instabilen Eigenvorgänge kontrollieren?
- B) *Beobachtbarkeit*: Sind die dazu notwendigen Rückführgrößen bestimmbar?
- C) *Starke Stabilisierbarkeit*: Existieren stabilisierende Regler, die selbst auch stabil sind?

Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit sind grundlegende Eigenschaften dynamischer Systeme, die die Lösbarkeit der Regelungsaufgabe entscheidend beeinflussen. Eine zeitinvariante Strecke, deren Stell- und Zustandsgrößen nicht signifikant beschränkt sind, heißt dann stabilisierbar, wenn sie keine versteckten instabilen Moden enthält. Diese Aussage ist praktisch gleichbedeutend mit der *Zustandssteuerbarkeit und Zustandsbeobachtbarkeit* aller instabilen Eigenvorgänge. Im Speziellen genügt zur Stabilisierbarkeit aber die Steuerbarkeit der instabilen Eigenwerte [83]. Ein System wäre allerdings auch dann sinnvoll regelbar, wenn alle nicht steuerbaren Eigenwerte bereits stabil sind [120]. Zur Analyse der Steuerbarkeit des entwickelten EMAC²⁻⁵ wird auf die Modelle (3.74) und (3.77) das numerisch sehr robuste HAUTUS-Kriterium (4.1) angewendet, das spezifische Aussagen über die Steuerbarkeit einzelner Eigenwerte des Aktorsystems zulässt.

$$\text{rg} \left(\begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{E} - \mathbf{A} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \right) = n \quad \forall \lambda_i(\mathbf{A}) \quad i = 1 \dots n \quad (4.1)$$

Beim EMAC²⁻⁵ wird das HAUTUS-Kriterium modellabhängig für alle $n = 8$ (3.74) bzw. $n = 4$ (3.77) Eigenwerte erfüllt und das Shakersystem ist folglich vollständig steuerbar. Es existiert somit ein stabilisierender Rückführregler, der den instabilen

¹ Alle Vorgaben werden als physikalisch sinnvoll vorausgesetzt, z.B. Messdaten.

mechanischen Pol² in die linke Hälfte der komplexen Ebene verlegen kann. Dieses Ergebnis lässt sich alternativ aus der Übereinstimmung der Anzahl der Zustandsgleichungen mit der Ordnung des Frequenzbereichsmodells schlussfolgern, da das Aktorsystem keine Eingangs- oder Ausgangsentkopplungsnullstellen aufweist. Interessanterweise liefert die Anwendung des KALMAN-Kriteriums zur Steuerbarkeit für ein nichtskaliertes Modell (3.74) numerisch bedingt drei nicht steuerbare Zustände.

Für die praktische Regelungstechnik ist Steuerbarkeit jedoch leider nicht mit guter Kontrollierbarkeit der Strecke gleichzusetzen. Die hier bestimmte *Zustandssteuerbarkeit* bedeutet das Erreichen eines Endzustands $\mathbf{x} = 0$ zu diskreten Zeitpunkten. Allerdings ist nicht bestimmt, ob der Zustand auch gehalten werden kann, weil möglicherweise $\dot{\mathbf{x}} \neq 0$ ist [125]. Zugleich ist noch nichts über die notwendigen Steuersignale gesagt, die sehr groß und schnell wechselnd sein könnten. Problematisch kann z.B. die schlechte Steuerbarkeit instabiler Eigenwerte sein, die große Stellamplituden erfordert und darüber stabile Eigenvorgänge in kritischem Maße erregen kann. Diese Fragen nach der *guten* Steuerbarkeit eines Systems möchte der Regelungsingenieur gern mit Bewertungsmaßen quantifizieren, die aktuell allerdings keine Wertebereiche der Reglerparameter und somit nicht die Größenordnung der Stellsignale ermitteln können [83]. Zusammenfassend bleibt die Erkenntnis eines vollständig steuerbaren und daher grundsätzlich stabilisierbaren Aktorsystems, wenn sich die mechanischen Lastsysteme für niedrige Frequenzen als zeitinvariante Starrkörper approximieren lassen. Diese Approximationsgrenzfrequenz hängt eng mit der später erreichbaren Bandbreite zusammen und liegt erfahrungsgemäß bei $f \approx 10 \dots 40$ Hz.

Unzulässige Abweichungen oder große Eigenbewegungen des Systemzustands lassen sich nur bei dessen vollständiger Kenntnis feststellen. Ist die komplette Messung des Zustandsvektors nicht möglich oder sind die Messsignale unbrauchbar, dann kann ein Beobachter zur modellbasierten Zustandsbestimmung dienen. Die Beobachtbarkeit eines dynamischen Systems lässt sich äquivalent zu seiner Steuerbarkeit analysieren, d.h. sind alle instabilen Eigenwerte beobachtbar, wird das instabile System als *ermittelbar* bezeichnet [83]. Der EMAC²-5 wird nun anhand der Modelle (3.74) und (3.77) mit dem HAUTUS-Kriterium zur Beobachtbarkeit (4.2) untersucht.

$$\operatorname{rg} \begin{pmatrix} [\lambda_i \mathbf{E} - \mathbf{A}] \\ \mathbf{C} \end{pmatrix} = n \quad \forall \lambda_i(\mathbf{A}) \quad i = 1 \dots n \quad (4.2)$$

Die Rechnungen für jeden Eigenwert λ_i weisen bei beiden Modellen die vollständige Beobachtbarkeit der Regelstrecke nach, wenn die mechanischen Lastsysteme für niedrige Frequenzen wieder als zeitinvariante Starrkörper vereinfachbar sind. Das KALMAN-Kriterium zur Beobachtbarkeit zeigt für ein nichtskaliertes Modell (3.74) numerisch bedingt vier nicht beobachtbare Zustände auf.

Neben der Stabilität des geschlossenen Regelkreises ist auch die Stabilität gefundener Regelalgorithmen von hoher praktischer Bedeutung. Bei stabilen Strecken würde mit einem stabilen Regler auch bei Ausfall eines Sensors die Gesamtstabilität gewahrt

² Der instabile mechanische Pol wird durch magnetische Kräfte verursacht, deren Wirkung die einer negativen Feder ist (vgl. Abschnitt 3.9 und Fußnote (11) auf S. 68).

bleiben. Instabile Strecken unterliegen diesem Aspekt zwar nicht, dennoch lassen sich stabile und propere Regler rechenstechnisch einfacher implementieren. Nach [29, 104] heißt eine Regelstrecke $G_0(s)$ dann *stark stabilisierbar*, wenn für einen Regelkreis mit Hilfe eines stabilen Reglers $G_R(s)$ interne Stabilität erreicht werden kann. Die Regelstrecke $G_0(s)$ ist genau dann *nicht stark stabilisierbar*, wenn $G_0(s)$ auf der nichtnegativen reellen Achse ($0 \leq \operatorname{Re}\{s\} \leq \infty$) ein Paar reeller Nullstellen hat, zwischen denen eine *ungerade* Anzahl reeller Pole liegt. Betrachtet man von den Modellen (3.74) bzw. (3.77) des elektromagnetischen Shakersystems die Streckenübertragungsfunktionen $G_{0F}(s)$ bzw. $G_0(s)$, so erkennt man zuerst den reellen instabilen Pol bei $(-d_L + \sqrt{d_L^2 - 4m_L c_L})/2m_L$ für $c_L < 0$. Für das erweiterte Modell $G_{0F}(s)$ existieren sieben Nullstellen bei $s = \infty$ (Relativgrad 7) und eine bei $s = -R_w/L_0$. Im Falle des reduzierten Modells $G_0(s)$ (3.77) sind vier Nullstellen bei $s = \infty$ (Relativgrad 4) vorhanden. Aber in beiden Fällen liegt der *eine* Pol nie zwischen einem Paar Nullstellen auf der nichtnegativen reellen Achse, so dass die identifizierte Strecke stark stabilisierbar ist. Das Ziel jedes folgenden Reglerentwurfs muss daher die Bestimmung einer stabilen Systemmatrix für $G_R(s)$ sein.

4.1.3 Stabilisierender Regler und Reglerordnung

Im vergangenen Abschnitt sind für das realisierte und modellierte Shakersystem EMAC²-5 die vollständige Steuer- und Beobachtbarkeit sowie die starke Stabilisierbarkeit der zu regelnden Strecke nachgewiesen worden. Mit diesem Wissen zur prinzipiellen Regelbarkeit ist nun die Struktur bzw. Ordnung eines stabilisierenden Reglers $G_R(s)$ von Interesse. In Anhang B.1 ab Seite 160 ist beschrieben, dass sich jede beliebige Übertragungsfunktion $G_0(s) = Z_0(s)/N_0(s)$ und somit jede Regelstrecke $G_0(s)$ auch als Quotient zweier teilerfremder Funktionen $G_0(s) = Z_k(s)/N_k(s)$ mit $Z_k(s) \cdot X(s) + N_k(s) \cdot Y(s) = 1$ ($Z_k, N_k, X, Y \in \mathcal{S}$)³ darstellen lässt. Im Standardregelkreis ist die Menge aller den Regelkreis stabilisierenden Regler $G_R(s)$ dann von der Gestalt (4.3) mit dem freien YOULA-Parameter⁴ $Q(s) \in \mathcal{S}$.

$$G_R(s) = \frac{X(s) + N_k(s) \cdot Q(s)}{Y(s) - Z_k(s) \cdot Q(s)} \quad \text{mit } Q(s) \in \mathcal{S} \quad (4.3)$$

Wendet man diesen Reglerentwurf auf das gegebene Aktormodell G_0 (3.77) an, dann erhält man für den einfachsten Fall mit $Q(s) = 0$ zunächst instabile Regler, die keinerlei Regelgüte bezwecken. Es stellt sich also die Frage, wie unter Berücksichtigung von Regelgüteanforderungen die stabile Übertragungsfunktion $Q(s)$ *systematisch* bestimmt werden kann. Dieser Gedanke führt letztendlich zum normoptimalen Reglerentwurf (z.B. \mathcal{H}_2 , \mathcal{H}_∞), der seinen Ursprung im sog. *Model Matching* hat, d.h. dem Modellabgleich zwischen einem Vorgabeverhalten und dem Regelkreisverhalten mit dem freien Parameter $Q(s)$. Andere gangbare Wege des algebraischen Reglerentwurfs zeigt REINSCHKE [104], die hier der Bestimmung der Reglerordnung unter Einhaltung von Nebenbedingungen zu Grunde liegen. Nach den Ausführungen

³ \mathcal{S} ist die Menge aller stabilen, properen (begrenzten) und reell-rationalen Übertragungsfunktionen.

⁴ Benannt nach Dante C. YOULA (1925-): US-amerikanischer Elektrotechniker.

Auch YOULA-KUCERA-Parameter, aufgrund der von YOULA unabhängigen Bestimmung durch V. KUCERA (1943-): Tschechischer Elektrotechniker.

in Anhang B.1 lässt sich bei Vorgabe des charakteristischen Polynoms $A \cdot B$ des geschlossenen Regelkreises ein stabilisierender Regler $G_R(s) = X_p(s)/Y_p(s)$ mit (4.4) berechnen ($Z_k = Z_p/A$, $N_k = N_p/A$).

$$A \cdot B = Z_p \cdot X_p + N_p \cdot Y_p \quad (4.4)$$

Mit Hilfe von (4.4) erhält man nun die notwendige Ordnung des stabilisierenden Reglers für die vorliegende Regelstrecke $G_0(s)$ (3.77c). Das charakteristische Polynom $A \cdot B$ des geschlossenen Regelkreises soll aus einer endlichen Anzahl m von stabilen reellen Polen $s = -p_0$ bestehen, wobei m ein noch zu bestimmender Parameter ist. Der dazu notwendige Regler $G_R(s) = X_p(s)/Y_p(s)$ (4.5) soll proper und von minimaler Ordnung sein. Mit dem oben beschriebenen Weg lässt sich (4.4) für das vorliegende System in der Form (4.6) schreiben.

$$G_0(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{k_{Fi}}{(L_0 s + R)(T_M s + 1)(m_L s^2 + d_L s + c_L)} \quad (3.77c)$$

$$G_R(s) = \frac{X_p(s)}{Y_p(s)} = \frac{\sum_{\lambda=0}^l x_\lambda s^\lambda}{\sum_{\kappa=0}^k y_\kappa s^\kappa} \quad (4.5)$$

$$(s + p_0)^m = k_{Fi} \cdot \left(\sum_{\lambda=0}^l x_\lambda s^\lambda \right) + \dots \quad (4.6)$$

$$+ (L_0 s + R)(T_M s + 1)(m_L s^2 + d_L s + c_L) \cdot \left(\sum_{\kappa=0}^k y_\kappa s^\kappa \right)$$

Die an Gleichung (4.6) gestellten Forderungen und hier zu berücksichtigenden Bedingungen können mathematisch zusammengefasst werden:

1. properer Regler: $k \geq l$;
2. identischer Polynomgrad auf beiden Seiten von (4.6): $\max\{l, k + 4\} = m$;
3. Anzahl der unbekannt Polynomkoeffizienten x_λ und $y_\kappa \geq$ Anzahl der Gleichungen: $(l + 1) + (k + 1) \geq m + 1$;
4. minimale Reglerordnung: minimaler Polynomgrad $k = \text{grad } Y_p(s)$.

Mit den ersten beiden Forderungen lässt sich $k + 4 = m$ finden, das den Koeffizientenvergleich der dritten Forderung zu $k + l + 2 \geq k + 5$ bestimmt, woraus unmittelbar das gesuchte Ergebnis (4.7) folgt.

$$k = m - 4 \geq l \geq 3 \quad \xrightarrow{\text{mit 4.}} \quad k = l = 3, \quad m = 7 \quad (4.7)$$

Jeder stabilisierende Regler muss also mindestens dritter Ordnung sein, wobei hier zugleich der dreifache Zählergrad wichtig ist. Physikalisch anschaulich sind zur Stabilisierung der Regelstrecke G_0 also die Rückführung der Ankerposition x und ihrer ersten drei Ableitungen, d.h. Geschwindigkeit \dot{x} , Beschleunigung \ddot{x} und der Ruck $\ddot{\ddot{x}}$ erforderlich. Diese Notwendigkeit kommt auch beim flachheitsbasierten Reglerentwurf zum Tragen (Abschnitt 4.5). Die gefundenen Rückführgrößen wären bei einer Modellbeschreibung in Regelungsnormalform sofort verfügbar, können jedoch über eine Zustandstransformation an den hier messbaren Zustand $\mathbf{x} = (x \ v \ a \ i)^T$ angepasst werden.

Die erhaltene Reglerstruktur $k = l = 3$ ist notwendig, da der „innere“ elektrische Pol für das Aktorsystem dominant ist, d.h. er liegt der imaginären Achse am nächsten ($\lambda_E = -R/L_0 = -22 \text{ rad/s}$). Bei geringen mechanischen Lasten sind der stabile mechanische Eigenwert und der magnetische Pol $\lambda_M = -1/T_M = -2\pi \cdot 45 \text{ rad/s}$ nah beieinander und es müssen Beschleunigung sowie Geschwindigkeit zurückgeführt werden. Für steigende Massen wird die Mechanik dominanter und die magnetische Trägheitswirkung tritt in den Hintergrund. Praktisch ist bei Belastungen $m_B > 50 \text{ kg}$ keine Beschleunigungsrückführung⁵ mehr nötig, und bei Lasten $m_B > 250 \text{ kg}$ (Fahrzeuge) konnten auch bei nicht stabilisierender Abstützung des Ankers schon stabilisierende Regelungen ohne Geschwindigkeitsrückführung aufgebaut werden. Der Stromregler ist wegen der Dominanz von λ_E immer erforderlich, kann aber auch durch Vorsteuerungen kompensiert werden (Abschnitt 4.5).

Mit diesem Wissen lassen sich nun geeignete Reglerstrukturen zur Stabilisierung des EMAC²-5 aufbauen. Allerdings ist die Anwendung von (4.3) nicht notwendig, da es daraus abgeleitete Frequenzbereichsverfahren (Abschnitt 4.3) gibt und auch im Zustandsraum (Abschnitt 4.2) systematisch Stabilität erreicht werden kann. Zum weiterführenden Lesen bezüglich der Stabilisierung von Strecken seien [29, 91, 104, 125] empfohlen. Eine pragmatische, wenngleich weniger elegante Variante zur Bestimmung stabilisierender Regler für Magnetaktoren zeigt auch [109]. Im Frequenzbereich entworfene stabilisierende Standardregler und deren Varianten sind für das vorliegende Aktorsystem in [49] beschrieben. Bei jeder Regelung ist außerdem immer die lokale Stabilität des geschlossenen Regelkreises zu beachten. Die an sich instabile Strecke ist durch begrenzte Stellsignale ($u_{\max} \leq 209 \text{ V}$) nicht global stabilisierbar, da hinreichend große Anfangsbedingungen die Zustandsänderungen $\dot{\mathbf{x}} > 0$ halten könnten und das System divergieren ließen [128].

4.1.4 Verfügbare und erreichbare Bandbreite, Reglertakt

Bei jeder Regelungsaufgabe ist von Interesse, in welchem Maße ein gefundener Algorithmus überhaupt auf die Strecke wirken kann, um Robustheit und Güte des geschlossenen Regelkreises zu sichern. Im Standardregelkreis bietet der Verlauf der Sensitivitätsfunktion $S = X/Z = E/W = 1/(1+G_{ol})$ (2.52) in Abhängigkeit des offenen Kreises $G_{ol} = G_R G_0$ (2.50) ein Maß für diese Designziele. Jeder Entwurf muss darauf abzielen, in einem möglichst großen Frequenzbereich die Sensitivität zu minimieren ($|S| \ll 1$), gleichbedeutend mit hoher Führungstreue $T = 1 - S \approx 1$ (2.53). Andererseits soll im Widerspruch dazu T zur Rauschunterdrückung für hohe Frequenzen ebenfalls klein sein. Hinzu kommt, dass der Verlauf der Sensitivitätsfunktion nicht beliebig frei wählbar ist, vielmehr gilt für offene Kreise G_{ol} mit einem Relativgrad ≥ 2 das *Empfindlichkeitstheorem* von BODE (4.8).

$$\int_{\omega=0}^{\infty} \ln |S(j\omega)| \, d\omega = \pi \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \text{Re}\{p_i\} \quad (4.8)$$

⁵ Entspricht der magnetischen Kraftentwicklung.

Die rechte Seite dieser *Flächenformel* (4.8) beinhaltet alle n_p instabilen Pole des offenen Kreises. Sind alle Pole stabil, dann verschwindet das Integral. Es besagt im Sinne eines Erhaltungssatzes, dass Verbesserungen (Reduzierungen) im Verlauf von $|S|$ in einem Frequenzbereich mit Verschlechterungen (Anhebungen) von $|S|$ in anderen Frequenzbereichen bezahlt werden müssen. Dieser Umstand des wechselseitigen Absenkens und Anhebens bei gleicher Fläche ober- und unterhalb der 0 dB Linie wird auch als *Wasserbett-Effekt* bezeichnet, obwohl diese Bezeichnung eigentlich für nicht-minimalphasige Strecken gilt. Gleichung (4.8) zeigt auch, dass Instabilitäten durch Strecke oder Regler die mittlere Sensitivität des Regelkreises erhöhen, und somit die Stabilisierung Zugeständnisse bei Störunterdrückung oder Folgeverhalten erfordert.

In der Praxis kann eine Verbesserung von S nicht in einer infinitesimal dünnen Schicht > 0 dB über alle höheren Frequenzen $\omega \rightarrow \infty$ verteilt werden. Es existiert eine Grenze Ω_A , unterhalb der alle Verbesserungen kompensiert werden müssen, die *verfügbare Bandbreite*. Die Grenze Ω_A beschreibt die höchste Frequenz, unterhalb der ein Regler noch effektiv auf die Strecke einwirkt und somit ein vorgegebenes nominelles Verhalten gesichert werden kann. Die verfügbare Bandbreite Ω_A wird vor allem durch die Modellgrenzen bestimmt, denn mit einem modellbasierten Reglerentwurf ist nur für den gültigen Modellbereich das nominelle Verhalten $G_{ol} = G_R G_0$ garantierbar. Für höhere Frequenzen muss der Regler die Unterdrückung jedweder Störungen durch Tiefpassverhalten von G_{ol} erzwingen, d.h. $T \approx 0$ und $S \approx 1$. Zusätzlich können Sensoren, Aktoren oder Wandler, sofern nicht im Modell berücksichtigt, die verfügbare Bandbreite verringern, wenn ihre Signale den Systemzustand schlecht messen, stellen oder reproduzieren lassen. Als Konsequenz ergibt sich nun aus (4.8) die praktisch relevante Form (4.9) des Empfindlichkeitstheorems.

$$\int_{\omega=0}^{\Omega_A} \ln |S(j\omega)| \, d\omega \approx \pi \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \operatorname{Re}\{p_i\} = A_S \quad (4.9)$$

Bei einer streckenbestimmten Instabilitätsmenge $A_S = \pi \sum_{i=1}^{n_p} \operatorname{Re}\{p_i\}$ ergibt sich die geringste erreichbare Empfindlichkeit S_{\min} des Regelkreises bei gleichmäßiger Sensitivitätsverteilung über alle Frequenzen (4.10). Es ist allerdings praktisch unsinnig, bei niedrigen Frequenzen eine Empfindlichkeit > 1 zuzulassen. Daher senkt man $|S|$ dort ab und akzeptiert eine Verschlechterung im weiteren Verlauf. Ein gewünschtes Verhalten von $|S|$ zeigt Bild 4.1, wobei sich wegen (2.52) für fast jede Strecke mit properem Regler die Steigung von 20 dB/dec ergibt. Somit lässt sich unterhalb der verfügbaren Bandbreite Ω_A ein gewünschter Sensitivitätsverlauf $S_d(s)$ durch (4.11) mit der zulässigen Sensitivität S_{zul} und der Durchtrittsfrequenz ω_c approximieren.

$$S_{\min} \approx e^{\frac{A_S}{\Omega_A}} \quad \text{mit} \quad A_S = \pi \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \operatorname{Re}\{p_i\} \quad (4.10)$$

$$S_d(s) = S_{zul} \frac{s \sqrt{\Omega_A^2 - \omega_c^2}}{s \sqrt{\Omega_A^2 - S_{zul}^2 \omega_c^2} + \omega_c \Omega_A \sqrt{S_{zul}^2 - 1}} \quad (4.11)$$

$$\hat{S}_{zul} = \Omega_A e^{\left(\frac{A_S}{\Omega_A} - \ln(\Omega_A) + 1\right)} \quad (4.12)$$

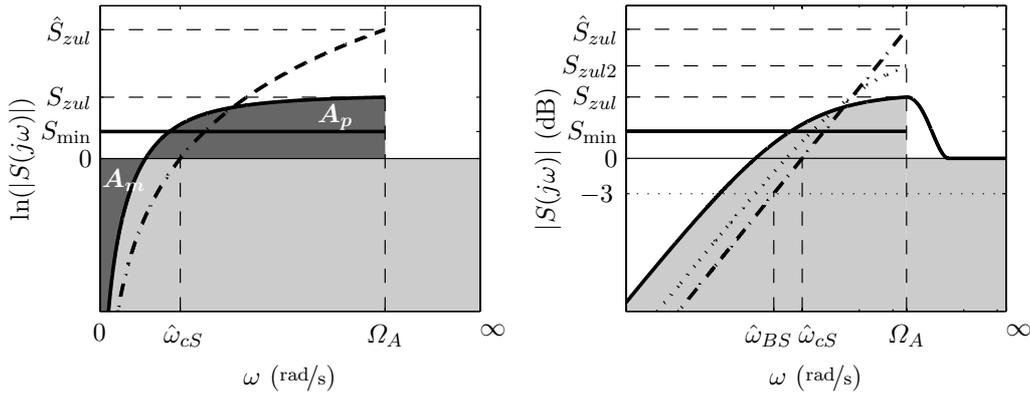


Bild 4.1: Modellhafte Verläufe der Sensitivitätsfunktion $S(j\omega)$

links: Sensitivität $\ln(|S|)$ über linearer Frequenz unter der Bedingung (4.9), d.h. für die dunkelgrauen Flächen gilt: $A_p - A_m = \ln(S_{min})$ $\Omega_A = A_S$

rechts: Bode-Diagramm mit möglichen Verläufen von $|S|$ bis zum Extremfall [–]

$$\hat{\omega}_{cS} = e^{-\left(\frac{A_S}{\Omega_A} - \ln(\Omega_A) + 1\right)} \quad (4.13)$$

$$\hat{\omega}_{BS} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\left(\frac{A_S}{\Omega_A} - \ln(\Omega_A) + 1\right)} \quad (4.14)$$

Nach dem Ansatz (4.11) ergibt sich die höchste zulässige Empfindlichkeit \hat{S}_{zul} (4.12) gerade bei einem linearen Verlauf von $S_d(s)$ im *Bode*-Diagramm innerhalb der verfügbaren Bandbreite (Bild 4.1 rechts). Aus der logarithmischen Geradengleichung lassen sich dann die höchstmögliche Durchtrittsfrequenz $\hat{\omega}_{cS}$ (4.13) und die maximale Sensitivitätsbandbreite $\hat{\omega}_{BS}$ (4.14) bestimmen. Die Sensitivitätsbandbreite ω_{BS} wird durch die Frequenz definiert, bei der $|S(j\omega)|$ zuerst -3 dB von unten kreuzt (Abschnitt 2.6.5). Da ω_{BS} auch als Effizienzgrenze der Regelung bezeichnet wird [125], dient sie in dieser Arbeit als konservative Abschätzung für die *erreichbare Bandbreite* $f_R = f_{BS} = \omega_{BS}/2\pi$ des geregelten Systems. Bei der Gestaltung der Sensitivitätsfunktion sind allerdings zwei Punkte zu beachten:

1. Die höchste erreichbare Bandbreite $\hat{\omega}_{BS}$ wird mit der schlechtesten Sensitivität $\hat{S}_{zul} \gg 1$ erkauft, daher ist diese Konfiguration nur von theoretischer Bedeutung. Es würde zudem kaum ein Regler zu realisieren sein, der außerhalb von Ω_A schnell das gewünschte $|S| = 1$ einstellt.
2. Die in (4.12) abgeschätzte höchste zulässige Sensitivität \hat{S}_{zul} bei Ω_A stellt nicht notwendigerweise das Maximum von $|S|$ innerhalb der verfügbaren Bandbreite dar. Bei Strecken höherer Ordnung kann abhängig vom Regler ein ausgeprägtes Sensitivitätsmaximum entstehen, das vor Ω_A liegt. Dieses Maximum ist bei Strecken mit endlichen Nullstellen in $\text{Re}\{s\} > 0$ unvermeidbar [125].

Für den EMAC²⁻⁵ soll nun die praktisch erreichbare Bandbreite f_R anhand der -3 dB Sensitivitätsgrenze des Ansatzes (4.11) abgeschätzt werden. Dazu werden die zulässige Empfindlichkeit S_{zul} und die verfügbare Bandbreite Ω_A vorgegeben, letztere durch den Bereich der Modellgültigkeit gekennzeichnet. Anhand von Bild 3.28 auf Seite 94 wird behauptet, dass die vorhandenen Streckenmodelle (3.74) bzw. (3.77) das reale Systemverhalten bis $f_A = \Omega_A/2\pi = 150$ Hz hinreichend gut nachbilden. Zugleich ist der Relativgrad von G_{ol} mit einem stabilisierenden Regler aus Abschnitt 4.1.3 größer als Zwei. Die Summe aller instabilen Pole in (4.9) wird beim EMAC²⁻⁵ durch die magnetischen Anziehungskräfte zusammen mit der mechanischen Belastung bestimmt.

Es existiert genau einen reeller instabiler Pol $p_1 = (-d_L + \sqrt{d_L^2 - 4m_L c_L}) / 2m_L$, solange $c_B < c_M$ ist. Je kleiner also die Masse m_B ist und je weniger stabilisierend äußere Kopplungen wirken, desto größer ist die Empfindlichkeit der Strecke auf Störungen. Gleichbedeutend damit reduziert sich die erreichbare Bandbreite $f_R = \omega_{BS} / 2\pi$ des geschlossenen Regelkreises, die mit $|S(\omega_{BS})| = -3$ dB definiert ist.

Bild 4.2 zeigt im linken Teil die theoretisch erreichbare Bandbreite f_R als Funktion der zulässigen Sensitivität S_{zul} für $m_B = 50$ kg ungedämpfte Last ($d_B = 0$). Ausgehend von der nicht vermeidbaren Mindestempfindlichkeit (4.10) lässt sich die Bandbreite durch höhere S_{zul} bis zu einem Maximum steigern, das praktisch irrelevant ist. Die drei Kurven verschiedener verfügbarer Bandbreite Ω_A in Bild 4.2 links verdeutlichen noch einmal die Wichtigkeit einer hohen Modellgüte. Als Faustregel sollte Ω_A mindestens 10-mal so groß sein wie p_1 (bei genau einem reellen Pol $\text{Re}\{p_1\} > 0$) [81]. Instabile Strecken wie der hier behandelte Magnetaktor benötigen also schnelle Stellglieder und Regeleinrichtungen mit hoher Durchtrittsfrequenz für den offenen Kreis, um den flüchtigen Zustand stets kontrollieren zu können. Für $m_B = \{20, 50, 100\}$ kg ungedämpfte Last folgen beim EMAC²-5 die Pole $p_1 = \{207, 145, 107\}$ rad/s $\hat{=}$ $\{33, 23, 17\}$ Hz. Im vorliegenden Fall ist die verfügbare Bandbreite von $f_A = 150$ Hz zumindest 5-mal größer. Für $f_A = 150$ Hz zeigt Bild 4.2 im rechten Teil den Bereich der mit dem EMAC²-5 erreichbaren Bandbreite f_R zusammen mit den Grenzsensitivitäten S_{\min} und \hat{S}_{zul} als Funktion der Belastung m_B . Wieder wird deutlich, dass größere Lasten die Instabilität senken und durch geringe Empfindlichkeit (4.10) eine höhere Bandbreite gewähren.

In den Experimenten zur Reglerüberprüfung und bei der Aktoranwendung konnten die in Bild 4.2 gezeigten systemimmanenten Bandbreitengrenzen immer wieder beobachtet werden. Tatsächlich war es aus den genannten physikalischen Gründen nicht möglich, per Rückführregelung ein Folgeverhalten $f_{BT} > 30$ Hz einzustellen, ohne dabei die Stabilität zu riskieren. Um für die spätere Anwendung in der Störgeräuschkustik eine Signalreproduktion bis $f_B \approx 100$ Hz zu gewährleisten, sind daher Methoden der Steuerung notwendig (Abschnitte 4.4 und 4.5).

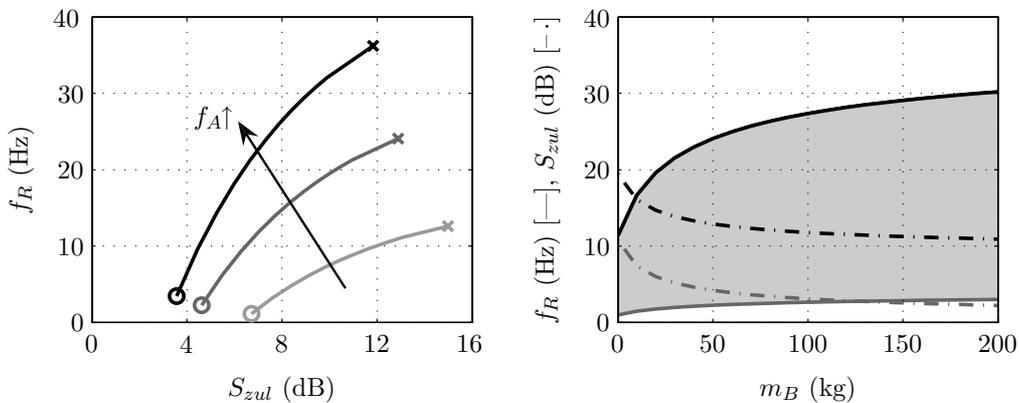


Bild 4.2: Erreichbare Bandbreite f_R des EMAC²-5 Aktors

links: Bandbreite von S_{\min} [o] zu \hat{S}_{zul} [x] für $f_A = \{100, 150, 200\}$ Hz ($m_B = 50$ kg)
rechts: Massenabhängige Bandbreite zwischen S_{\min} [-] und \hat{S}_{zul} [-] sowie Verlauf der Grenzsensitivitäten S_{\min} [-] und \hat{S}_{zul} [-] für $f_A = \Omega_A / 2\pi = 150$ Hz

Als letzte Vorbetrachtung für den Betrieb des Aktorsystems soll der notwendige Regeltakt bzw. die zulässige maximale Abtastzeit des digitalen Regelalgorithmus festgelegt werden. Es wird eine quasianaloge Regelung angestrebt, die nach Abschnitt 2.6.4 einen Reglertakt mindestens 20-mal höher als der schnellste aller Systempole p_n oder das zu stellende Signal erfordert (4.15). Die daraus ableitbare Regelrate von $f_S \geq 2 \text{ kHz}$ wird durch die Experimente bestätigt, denn für geringere Abtastraten lässt sich kaum noch eine als „gut“ empfundene Regelung realisieren. Als guter Kompromiss zwischen Regelgüte und Rechenlast hat sich $f_S = 5 \text{ kHz}$ etabliert.

$$f_S \geq 20 \cdot \max\{|p_n|/2\pi, f_B\} \xrightarrow{m_B=0} f_S \geq 2000 \text{ Hz} \quad (4.15)$$

4.2 Beobachtergestützte Zustandsregelung

Für die praktische Nutzung des instabilen Aktorsystems hat die Stabilität oberste Priorität. In guter Analogie zur historischen Entwicklung moderner Regelungskonzepte war auch für diese Arbeit die Zustandsrückführung der erste Lösungsansatz zur systematischen Stabilisierung des EMAC²⁻⁵. Zustandsrückführungen tragen dem Wunsch nach zuverlässiger Bestimmung von Reglerparametern mit großer Stabilitätsreserve am ehesten Rechnung. Im Gegensatz zu den meisten frequenzbereichsbasierten Reglern lassen sich klar abgegrenzte Strukturen aufbauen, deren Reglerparameter physikalisch leicht interpretierbar sind. Jeder einzelne Zustand wird gewichtet rückgekoppelt und ermöglicht so eine gezielte Steuerung der Systemdynamik. Die nicht messbaren Eigenvorgänge der Strecke sind zudem unter gewissen Voraussetzungen beobachtbar. Auch für die Regelung der elektromagnetischen Aktoren hat sich die Zustandsmethodik in ihrer Strukturiertheit als sehr wirkungsvoll erwiesen.

4.2.1 Grundkonzept

Die Zustandsrückführung ist unter den Proportionalreglern der „bestmögliche“ Regler in dem Sinne, dass die Kenntnis des gesamten Systemzustands eine weitgehende Gestaltung der Regelkreisdynamik ermöglicht [83]. Wesentliche Aspekte von Zustandsregelungen sind nachfolgend beschrieben, für eine detaillierte Darstellung sei auf Anhang B.2 ab Seite 161 verwiesen. Ist die zu regelnde Strecke vollständig steuerbar, dann ist durch Rückführung des gesamten Systemzustandes $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ die Lage aller Eigenwerte beeinflussbar. Das lineare Rückführgesetz (4.16) beseitigt dabei mögliche Anfangsstörungen und Störungen am Streckenausgang in Abhängigkeit des Rückführvektors $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$. Gleichung (4.17) beschreibt die Dynamik des zustandsgeregelten Systems, das dieselbe Ordnung wie die zu Grunde liegende Strecke hat. Diese P-Regelung bzw. statische Rückführung des Streckenzustands hat den weiteren Vorteil der einfachen Realisierung und Implementierung [120].

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{u}_{ZR}(t) \quad (4.16)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{b} \cdot \mathbf{k}) \cdot \mathbf{x}(t) \quad (4.17)$$

Da die Aktorregelung neben der Störungsunterdrückung auch einen gewünschten Verlauf des Streckenausgangs sicherstellen soll, ist der Führungsvektor w im Regelgesetz zu ergänzen. In der Störgeräuschakustik sind die Trajektorien meist von farbigem Frequenzinhalt und stochastischer Natur, so dass für den EMAC²-5 ein dynamischer *Soll-Ist-Vergleich* der Regelgrößen erforderlich ist. Dafür bietet sich ein PI-Regler $G_{PI} = (P_x s + I_x)/s$ an, der aufgrund des Lagefehlers $e = w - x$ ein Stellsignal u_{PI} zur Zustandsrückführung u_{ZR} addiert. In Bild 4.3 ist die so festgelegte Struktur einer Zustandsregelung des EMAC²-5 mit überlagerter PI-Lageregelung skizziert (Regelgröße = Ankerposition x). Das Integral des Lagefehlers $\tilde{e} = \int e dt$ lässt sich wegen $\dot{\tilde{e}} \equiv e$ in den Streckenzustand integrieren und daher der Integralwert I_x gemeinsam mit dem Zustandsrückführvektor \mathbf{k} bestimmen. Außerdem bleibt der statische Rückführcharakter formal gewahrt. Die komplette Zustandsbeschreibung (4.18) hat dieselbe Struktur wie (4.17), aber die Ordnung $n + 1$.

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\tilde{e}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{b}(\mathbf{k} + P_x \mathbf{c}) & I_x \mathbf{b} \\ -\mathbf{c} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{e} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_x \mathbf{b} \\ 1 \end{pmatrix} \cdot w \quad (4.18a)$$

$$y = \begin{pmatrix} \mathbf{c} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{e} \end{pmatrix} \quad (4.18b)$$

Die typische stabilisierende und dämpfende Wirkung der Zustandsrückführung \mathbf{k} begründet sich durch die hohen Gegenspannungen bei großen Zustandsamplituden. Der PI-Regler sorgt darüber hinaus für stationäre Genauigkeit und verbessert die Robustheit gegenüber nicht modellierten Eigenschaften und Störungen. Um diese Fähigkeiten in den Dienst der am Kapitelanfang erwähnten Ziele zu stellen, wird auf das Gesamtsystem (4.18) das Entwurfsverfahren der Polvorgabe angewendet.

Über den Rückführvektor \mathbf{k} lassen sich die Eigenwerte von $(\mathbf{A} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{k})$ aus (4.17) gezielt festlegen, das Gleiche gilt für den Parametersatz $\{\mathbf{k}, P_x, I_x\}$ aus (4.18a). Obwohl im Zeitbereich eigentlich Eigenwerte vorgegeben werden, spricht man oft auch von *Polvorgabe* oder *Polverschiebung*, da alle steuerbaren Eigenwerte auch Systempole der zugehörigen Übertragungsfunktion sind. Das Polynom der gewünschten Eigenwerte λ_R des Regelkreises liefert bei Koeffizientenvergleich mit den Nullstellen des charakteristischen Polynoms von (4.17) ein System mit n Gleichungen für die unbekannten Reglerparameter. Da die zu regelnde Aktorstrecke genau eine Steuergröße u besitzt, ist das Gleichungssystem eindeutig und analytisch lösbar [39]. Für jede steuerbare Strecke mit einem Eingang ist der jeweilige Rückführvektor \mathbf{k} dann mit der sog. ACKERMANN-Formel (4.19) schnell zu bestimmen, wobei \mathbf{t}_S die letzte Zeile der inversen KALMAN-Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{Q}_S^{-1} ist.

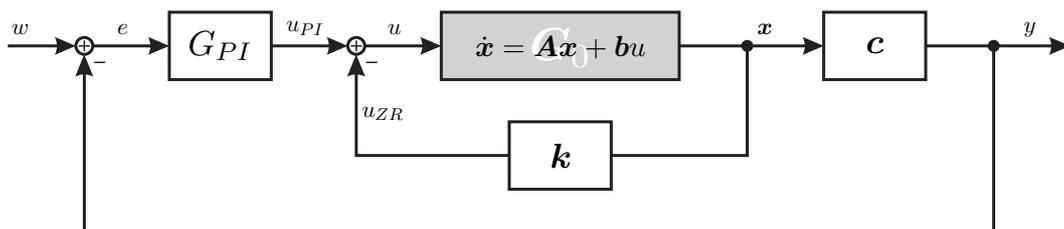


Bild 4.3: Struktur einer Zustandsregelung mit äußerer PI-Lageregelung

$$\mathbf{k} = \mathbf{t}_S [p_0(\boldsymbol{\lambda}_R)\mathbf{E} + p_1(\boldsymbol{\lambda}_R)\mathbf{A} + \dots + p_{n-1}(\boldsymbol{\lambda}_R)\mathbf{A}^{n-1} + \mathbf{A}^n] \quad (4.19)$$

Liegen nicht alle Zustandssignale in geeigneter Qualität vor, kann ein *Beobachter* bei der deterministischen Rekonstruktion der benötigten Rückführgrößen helfen. Ein Zustandsbeobachter ist ein lineares dynamisches System, dessen Eingänge die Ein- und Ausgangsgrößen der Regelstrecke sind und dessen Zustand $\check{\mathbf{x}}$ linear vom zu approximierenden Streckenzustand \mathbf{x} abhängt [82]. Als Gegenbeispiel lässt sich ein n -facher Differenzierer angeben, der nur aus dem gemessenen Streckenausgang \mathbf{y} den Zustand rekonstruiert [135]. Der dynamische Beobachter soll aber die nicht bekannten oder unbrauchbaren Zustände möglichst genau und verzögerungsfrei ohne Differentiation bestimmen. Das erreicht ein sog. *Identitätsbeobachter* (4.20), der einerseits die Streckendynamik abbildet, zusätzlich aber einen ausgangsfehlerabhängigen Korrekturterm zur Kompensation von Modellungenauigkeiten beinhaltet. Damit ist ein Beobachter auch als Regler für die Nachbildung des Streckenausgangs und somit des Streckenzustands interpretierbar.

$$\dot{\check{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \cdot \check{\mathbf{x}} + \mathbf{b} \cdot u + \mathbf{L} \cdot (\mathbf{y} - \check{\mathbf{y}}) \quad (4.20a)$$

$$\check{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \cdot \check{\mathbf{x}} \quad (4.20b)$$

Die Beobachtermatrix \mathbf{L} muss so gewählt sein, dass der Zustandsfehler $\dot{\mathbf{x}}_e = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\check{\mathbf{x}}}$ schnell verschwindet. Aus der zugehörigen Fehler-DGL mit der Dynamik $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$ lässt sich die Form (4.21) ableiten, deren Beobachtermatrix \mathbf{L} sich bei Eigenwertvorgabe $\boldsymbol{\lambda}_B$ dual zum Polvorgabe-Zustandsregler aus der ACKERMANN-Formel (4.19) bestimmt. Für den Entwurf dieses LUENBERGER-*Beobachters*⁶ sind lediglich die Korrespondenzen $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}^T$, $\mathbf{b} \rightarrow \mathbf{C}^T$, $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{L}^T$ und $\mathbf{t}_S \rightarrow \mathbf{t}_B$ mit \mathbf{t}_B als der letzten Spalte der inversen Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{Q}_B^{-1} nach KALMAN zu beachten.

$$\dot{\mathbf{x}}_f = (\mathbf{A}^T - \mathbf{C}^T \mathbf{L}^T) \cdot \mathbf{x}_f \quad (4.21)$$

Für die Eigenwerte von Beobachter und Zustandsregelung gilt bei steuer- und beobachtbaren Strecken das *Separationstheorem*. Unter den genannten Voraussetzungen sind beide Eigenwertvektoren $\boldsymbol{\lambda}_R$ und $\boldsymbol{\lambda}_B$ unabhängig voneinander vorgebar und addieren sich zur Gesamtordnung des geregelten Systems, d.h. das ideal zustandsrückgekoppelte System wird um das Eigenverhalten des Beobachters erweitert [82, 135]. Die Stabilität im Regelkreis wird durch einen *stabilen* Beobachter nicht gefährdet und das Führungsverhalten nicht beeinflusst. Bei instabilen Regelstrecken wird der Beobachter aber erst in Verbindung mit einer stabilisierenden Zustandsrückführung praktisch verwendbar, da dann \mathbf{x} , \mathbf{y} und $\check{\mathbf{x}}$ beschränkt bleiben [1].

4.2.2 Zustandsregelung mit Polvorgabe

Mit der PI-Zustandsregelung nach Bild 4.3 soll der belastete EMAC²-5 stabilisiert und ihm ein definiertes dynamisches Verhalten im Rahmen seiner physikalischen Grenzen aufgeprägt werden. Der komplette Reglerentwurf basiert auf Modell (3.77) mit dem bekannten Zustand $\mathbf{x} = (x \ v \ a \ i)^T$, wobei die Belastung für einen hinreichend großen Frequenzbereich als starr idealisierbar und hinreichend steif an

⁶ Eingeführt 1964 von David G. LUENBERGER (1937-): US-amerikanischer Elektrotechniker.

den Aktor gekoppelt vorausgesetzt wird. Als Messgrößen liegen Ankerposition x , Beschleunigung a und Strom i vor und die Geschwindigkeit v wird durch hochpassgefilterte Integration aus a ermittelt. Komplementärfilter aus tiefpassartiger Wegableitung und hochpassgefilterter Beschleunigungsintegration lieferten in diesem Zusammenhang keine besseren Ergebnisse. Die Steuerbarkeit der Regelstrecke wurde in Abschnitt 4.1.2 nachgewiesen, so dass die Reglerbeiwerte $\mathbf{k} = (k_x \ k_v \ k_a \ k_i)$ und I_x mit der Formel von ACKERMANN (4.19) aus vorgegebenen Pollagen bestimmbar sind. Der Proportionalanteil P_x wird manuell oder über Optimierung der Sprungantwort am stabilisierten System eingestellt.

Das entsprechend Bild 4.3 mit der PI-Zustandsrückführung geregelte Aktorsystem besteht nun aus den Elementen (4.22). Durch zweimalige Anwendung von (2.51) erhält man das für die Regleranalyse wichtige Führungsübertragungsverhalten G_{cl} (4.23) des zweifach geschlossenen Regelkreises. Selbiges Ergebnis liefert auch die Transformation von (4.18) mit (2.46). Für die Sensitivitätsfunktion $S = E/W = X/Z$ gilt (4.24), die sich alternativ auch über $S = 1 - T = 1 - G_{cl}$ berechnen lässt.

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x & v & a & i \end{pmatrix}^T \quad \text{Zustandsvektor} \quad (4.22a)$$

$$\mathbf{G}_0 = \begin{pmatrix} G_0 \\ s G_0 \\ s^2 G_0 \\ G_E \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Regelstrecke} \\ G_0 = G_E G_M G_L \text{ nach (3.77)} \end{array} \quad (4.22b)$$

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Lageauskopplung} \quad (4.22c)$$

$$G_{PI} = \frac{P_x s + I_x}{s} \quad \text{PI-Regler} \quad (4.22d)$$

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_x & k_v & k_a & k_i \end{pmatrix} \quad \text{Zustandsrückführverstärkung} \quad (4.22e)$$

$$G_{cl} = \frac{X(s)}{W(s)} = \frac{G_{PI} \mathbf{c} \mathbf{G}_0}{1 + \mathbf{k} \mathbf{G}_0 + G_{PI} \mathbf{c} \mathbf{G}_0} \quad (4.23a)$$

$$= \frac{G_{PI} G_0}{1 + k_i G_E + G_0 (G_{PI} + k_x + s k_v + s^2 k_a)} \quad (4.23b)$$

$$S = \frac{1 + k_i G_E + G_0 (k_x + s k_v + s^2 k_a)}{1 + k_i G_E + G_0 (G_{PI} + k_x + s k_v + s^2 k_a)} \quad (4.24)$$

Zur Vorgabe neuer Pole für das geregelte System muss die Streckencharakteristik beachtet werden. Das Bestreben, sehr schnelle Eigenwerte weit links von den Originalpolen vorzugeben, führt für das System zu unnatürlichen Beschleunigungen. Dieses dem ursprünglichem Streckenverhalten widersprechende Ziel vergrößert die Sensitivität und gefährdet die Stabilität durch hohe Stellimpulse und Anfangspendelungen [39]. Für einen ersten stabilisierenden Reglerentwurf bleiben daher alle stabilen Pole unverändert, nur der instabile Pol wird an der imaginären Achse gespiegelt. Der Lagefehler-Integratoreigenwert wird sehr langsam in der Größenordnung des dominanten elektrischen Pols gewählt. Diese Vorgabe der Regelstreckeneigenwerte lieferte für alle hinreichend identifizierten Lasten sofort einen stabilisierenden Regler, weil die Strecke damit möglichst nah bei sich selbst betrieben wird.

Der so stabilisierte EMAC²-5 weist ein Folgeverhalten begrenzter Bandbreite auf (vgl. Abschnitt 4.1.4), zeigt aufgrund der Modellungenauigkeiten allerdings noch Schwächen in der Regelgüte, z.B. ein störendes Beschleunigungsrauschen. Von ihren stabilen Lagen lassen sich die Pole derart verändern, dass nahezu aperiodisch gedämpfte Sprungantworten eintreten. Die Polverstellungen sind manuell, automatisch oder rechnerisch möglich, wobei die manuelle Variante für den geübten Anwender die pragmatischste Möglichkeit ist. Große Zustandsausschläge können zuerst durch Erhöhung des jeweiligen Beiwertes k bestraft werden. Diese Art der Signalbedämpfung hat jedoch ihre Grenzen im vorhandenen Messrauschen und in der mindestens notwendigen Stromschnelligkeit. Eine überzogene Vergrößerung von k_i bestraft schnelle Stromänderungen und gefährdet mitunter die Stabilität. Über den PI-Regler lassen sich schließlich die Sprungantworten des stabilen Aktors nach den bekannten Einstellmethoden abstimmen. Bei der automatisierten Polverschiebung dient ein geeignetes Optimierungskriterium zur Anpassung der Reglerparameter. Als Zielfunktionen können beispielsweise quadrierte Lagefehler (IE^2) die Dämpfung verbessern, zeitbeschwerte Betragsregelfehler (ITAE) Schnelligkeit fördern und FFT-Integrale der Beschleunigung die Störungsempfindlichkeit reduzieren.

Die Vorgabe der Eigenwerte kann mit der ACKERMANN-Formel (4.19) unter Beachtung physikalischer Poleigenschaften und Streckenbeschränkungen geschehen. Die Verbindung der Physik mit den Eigenwertparametern zeigt Bild 4.4. Modelliert man den Regelkreis aus PT₁- und PT₂-Gliedern, dann lassen sich deren Eck- bzw. Resonanzfrequenz ω_i und das Dämpfungsmaß D_i über die Analogiebeziehungen (4.25) in äquivalente Parameter a_i , b_i für den Eigenwert $\lambda_i = a_i + j \cdot b_i$ umrechnen. Nicht-reelle Pole ($D_i \neq 1$) müssen aber paarweise konjugiert komplex (λ_i, λ_i^*) vorgegeben werden.

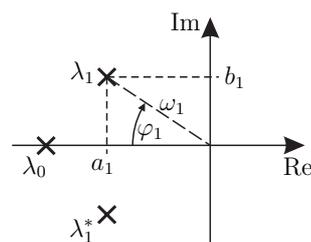


Bild 4.4: Physikalische Interpretation der Eigenwertposition

$$a_i = -\omega_i \cdot D_i \qquad b_i = \omega_i \cdot \sqrt{1 - D_i^2} \qquad (4.25a)$$

$$\omega_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \qquad D_i = \cos(\varphi_i) = \left(\sqrt{1 + \left(\frac{b_i}{a_i} \right)^2} \right)^{-1} \qquad (4.25b)$$

Bei Systemen hoher Ordnung ist es für die Einstellung des Regelkreises allerdings nicht notwendig, alle Eigenwerte zu verlagern. Für eine signifikante Verbesserung reicht unter Umständen schon die Verschiebung der dominanten Pole. Außerdem muss die verfügbare Bandbreite Ω_A eingehalten werden (Abschnitt 4.1.4).

Mit den beschriebenen Möglichkeiten können viele Lastsysteme zügig und gut stabilisiert werden. Bild 4.5 enthält sowohl den Frequenzgang der Führungsübertragungsfunktion G_{cl} als auch die zugehörige Sensitivität $|S|$ für eine starre Last $m_S = 30$ kg. Die Messdaten der PI-zustandsgeregelten Strecke sind den Modellen (4.23) und (4.24) basierend auf Modell (3.77) gegenübergestellt. Beide Kurven zeigen mit hoher Übereinstimmung, dass die manuell gewählten Pole Stabilität und Dämpfung sichern.

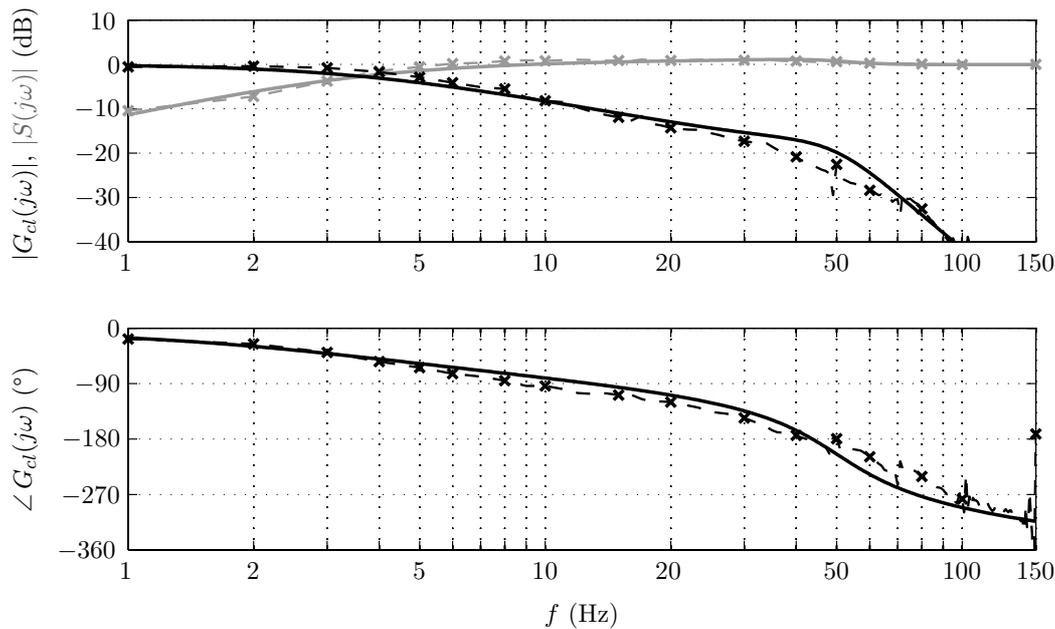


Bild 4.5: PI-Zustandsregelung: Folgeverhalten G_{cl} und Sensitivität $|S|$ des EMAC²-5 mit starrer Last $m_S = 30$ kg (Messung $[-\times-]$, Modell $[-]$)
 Streckenpole: $\lambda_{S_{ys}} = \{-282,7; -126,5; 126,5; -22,0\}$ rad/s
 Regler: $\mathbf{k} = (200 \text{ V/mm}; 3000 \text{ Vs/m}; 5 \text{ Vs}^2/\text{m}; 100 \text{ V/A})$; $P_x = 50 \text{ V/mm}$; $I_x = 4000 \text{ V/mm s}$
 Pole Regelkreis: $\lambda_{cl} = \{-529,5; -113,6 \pm j294,0; -57,8; -23,3\}$ rad/s

Die Sensitivitätsbandbreite liegt für Messung und Modell bei $f_{BS} = 4$ Hz mit einem Maximum $|S|_{\max} = 1 \text{ dB} \approx 1,1$, welches die hohe Robustheit in Einklang mit den Aussagen in Abschnitt 4.1.4 bezeugt. Versuche, die damit einhergehende Führungsbandbreite f_{BT} über 30 Hz zu treiben, machen die Grenzen durch die Instabilität und die verfügbare Bandbreite deutlich. Die Störanfälligkeit und die Tendenz zur Destabilisierung nehmen drastisch zu, so dass die in Abschnitt 4.1.4 bestimmten Grenzen tatsächlich zu beherzigen sind.

Als zweites Beispiel beweist Bild 4.6 die gute Anwendbarkeit der Zustandsmethodik für den ab Seite 87 beschriebenen Autositz. Der mit dem Starrkörpermodell (3.77) ausgelegte Regler stabilisierte das MKS-System zufrieden stellend. In Bild 4.6 sind sowohl das MKS-Modell (3.67) als auch das Starrkörpermodell (3.68) im Vergleich zur Messung dargestellt. Deren gute Übereinstimmung und der flache Sensitivitätsverlauf ($f_{BS} = 4$ Hz, $|S|_{\max} = 2 \text{ dB} \approx 1,26$) bestätigen die robuste Methodik. Abschließend sei noch erwähnt, dass aufgrund der getroffenen Modellannahmen am realen System Reglerwerte sehr gut funktionieren, die laut Modell bereits Instabilität verheißen. Leider trifft auch manchmal das Gegenteil zu, d.h. in seltenen Fällen ergeben vorgegebene stabile Pole keinen real stabilisierenden Regler, vor allem wenn die Leistungsfähigkeit unverhältnismäßig erhöht werden soll.

Für das Aktorsystem sind zusätzlich Regler im LQ-Verfahren entworfen worden, die in [121] mit dem hier beschriebenen Polvorgabeverfahren verglichen sind. Es stellte sich heraus, dass insbesondere die Gewichtung der Stellgröße zu hoher Robustheit führt, auch weil sich damit die Pole des Regelkreises den stabilisierten Streckenei-

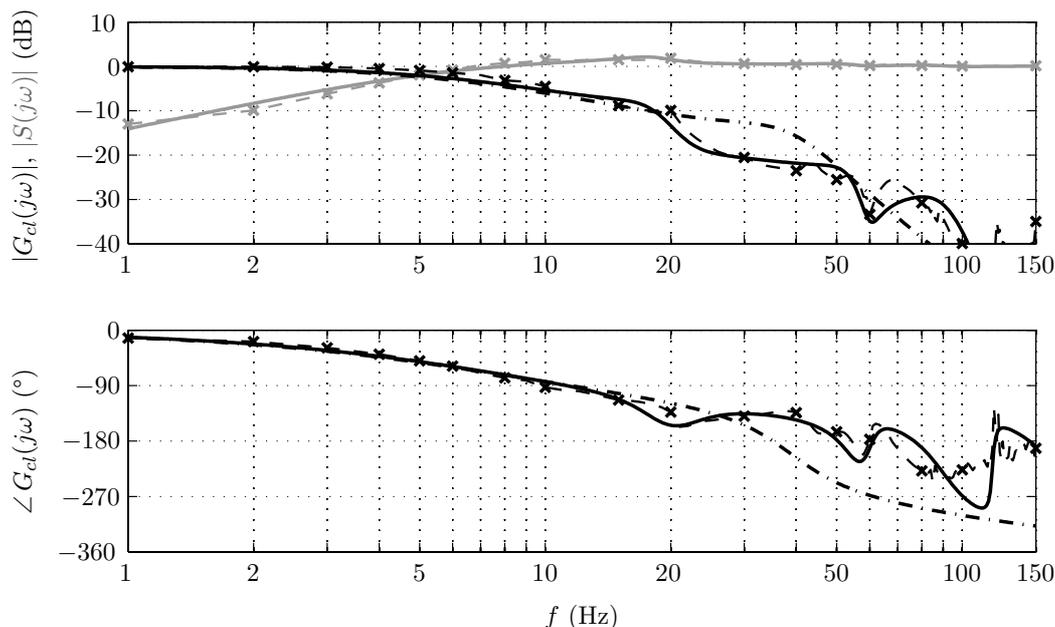


Bild 4.6: PI-Zustandsregelung: Folgeverhalten G_{cl} und Sensitivität $|S|$ des EMAC²-5 mit Prüfling „KFZ-Sitz“ (Messung $[-\times-]$, Modell MKS $[-]$ und starr $[-\cdot]$)
 Streckenpole: $\lambda_{S_{ys}} = \{-282,7; -122,2; 64,5; -22,0\}$ rad/s
 Regler: $\mathbf{k} = (300 \text{ V/mm}; 3000 \text{ Vs/m}; 3 \text{ Vs}^2/\text{m}; 100 \text{ V/A})$; $P_x = 50 \text{ V/mm}$; $I_x = 7000 \text{ V/mm s}$
 Pole Regelkreis: $\lambda_{cl} = \{-1083,5; -118,2 \pm j233,5; -91,0; -39,5\}$ rad/s

genwerten annähern. Die Zustandsgewichtung hatte nur geringen positiven Einfluss, lediglich das Ankerpositionsgewicht verbesserte das Führungsverhalten.

4.2.3 Zustandsrückführung mit Luenberger-Beobachter

Der Einsatz des EMAC²-5 in der Störgeräuschanalyse erfordert absolute Geräuschlosigkeit und Ruhegüte (vgl. Punkt 4, Abschnitt 4.1.1), d.h. keine unerwünschten Schwingungen dürfen die Versuche stören. Für die Regelung des EMAC²-5 ist daher ein Beobachter notwendig, da Strom- und Beschleunigungsmessung nicht die erforderliche Rauschfreiheit haben. Dies äußert sich in hochfrequenten Vibrationen des Ankers und einem Summen durch nicht ausregelbare induzierte Schwingungen mit Frequenzen $f > 150$ Hz. Um die Ruhegüte zu sichern, müssen insbesondere die Signale a und i rauschfrei vorliegen. Diese Elemente des Systemzustands sollen rekonstruiert werden und es kommt ein reduzierter Beobachter zum Einsatz, der im Gegensatz zur vollständigen Variante weniger Zustandsgrößen einregeln muss und somit bessere Qualität liefern kann. Die Filterwirkung des hier verwendeten LUENBERGER-Beobachters wird letztendlich durch die zum ideal zustandsrückgekoppelten Regelkreis hinzugefügten Eigenwerte erreicht, die bei entsprechender Platzierung ein Tiefpassverhalten ohne Phasenverzug im Durchlassbereich generieren.

Zur Rekonstruktion von Beschleunigung a und Strom i stehen als Messgrößen vom Anker die Position x und die Geschwindigkeit v als Integral seiner Beschleunigung a zur Verfügung. Für den Beobachterentwurf reduzierter Ordnung wird nun zwischen den q messbaren Größen $\mathbf{y}_s = \mathbf{c}_s \cdot \mathbf{x}$ und den $r = n - q$ zu rekonstruierenden Größen \mathbf{r} des Zustands $\mathbf{x} = (x \ v \ a \ i)^T = (\mathbf{y}_s^T \ \mathbf{r}^T)^T$ unterschieden. Aus dem so

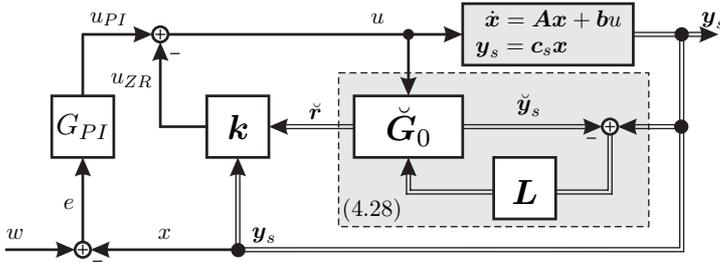


Bild 4.7: Prinzip der PI-Zustandsregelung mit Beobachter für den EMAC²-5 Aktor

gegliederten Modellsystem (4.26) erhält man unter Beachtung der Beobachtergrundgleichung (4.20) die Zustandsdarstellung (4.27) für die zu schätzenden Größen $\check{\mathbf{r}}$, in der die Messvektordifferentiation durch $\check{\boldsymbol{\rho}} = \check{\mathbf{r}} - \mathbf{L} \mathbf{y}_s$ beseitigt wird. Für die Zustandsgleichungen (4.28) des reduzierten Beobachters kann die Polvorgabe wieder mit der ACKERMANN-Formel (4.19) erfolgen, wenn die Korrespondenzen $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}_{22}^T$, $\mathbf{b} \rightarrow \mathbf{A}_{12}^T$, $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{L}^T$ und $t_S \rightarrow t_{RB}$ mit t_{RB} als der letzten Spalte der inversen reduzierten Beobachtbarkeitsmatrix $\mathbf{Q}_{RB}^{-1} = (\mathbf{A}_{12} \quad \mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22} \quad \cdots \quad \mathbf{A}_{12} \mathbf{A}_{22}^{r-1})^{-T}$ nach KALMAN beachtet werden.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_s \\ \mathbf{r} \end{pmatrix} \dot{\bullet} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{y}_s \\ \mathbf{r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{pmatrix} \cdot u \quad (4.26a)$$

$$\mathbf{y}_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (4.26b)$$

$$\dot{\check{\mathbf{r}}} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L} \mathbf{A}_{12}) \cdot \check{\mathbf{r}} + (\mathbf{A}_{21} \mathbf{y}_s + \mathbf{b}_2 u) + \mathbf{L} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_s - \mathbf{A}_{11} \mathbf{y} - \mathbf{b}_1 u) \quad (4.27)$$

$$\dot{\check{\boldsymbol{\rho}}} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L} \mathbf{A}_{12}) \cdot \check{\boldsymbol{\rho}} + (\mathbf{b}_2 - \mathbf{L} \mathbf{b}_1) \cdot u + \dots + [(\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L} \mathbf{A}_{12}) \cdot \mathbf{L} + \mathbf{A}_{21} - \mathbf{L} \mathbf{A}_{11}] \cdot \mathbf{y}_s \quad (4.28a)$$

$$\check{\mathbf{r}} = \check{\boldsymbol{\rho}} + \mathbf{L} \mathbf{y}_s \quad (4.28b)$$

Die Vorgabe der beiden Beobachtereigenwerte λ_{B1} und λ_{B2} für das Aktorsystem führt wegen der Struktur von \mathbf{A}_{12} über (4.29) auf die beiden Beobachterparameter (4.30) aus $\mathbf{L} = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{pmatrix}$, wobei $l_{11} = l_{21} = 0$ sind.

$$\begin{aligned} \det [s\mathbf{E} - (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L} \mathbf{A}_{12})] &= \left(s + \frac{1}{T_M} + \frac{d_L}{m_L} + l_{12} \right) \left(s + \frac{R}{L_0} \right) + l_{22} \frac{1}{T_M} \frac{k_{Fi}}{m_L} \\ &= (s - \lambda_{B1})(s - \lambda_{B2}) \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$l_{12} = - \left(\lambda_{B1} + \lambda_{B2} + \frac{1}{T_M} + \frac{d_L}{m_L} + \frac{R}{L_0} \right) \quad (4.30a)$$

$$l_{22} = T_M \frac{m_L}{k_{Fi}} \cdot \left[\lambda_{B1} \lambda_{B2} + (\lambda_{B1} + \lambda_{B2}) \frac{R}{L_0} + \left(\frac{R}{L_0} \right)^2 \right] \quad (4.30b)$$

Die Struktur des benutzten Regelkonzeptes bestehend aus PI-Zustandsregler und Beobachter für die grau hinterlegte Strecke aus Aktor mit Prüfling verdeutlicht Bild 4.7. Üblicherweise werden die Eigenwerte des Beobachters in der s -Ebene etwas weiter links als die Reglerpole gelegt. Jedoch führen viel schnellere Pole $|\lambda_B| \gg |\lambda_R|$ zu differenzierendem Verhalten und zu kleine Werte gefährden bei instabilen Strecken die Stabilität durch zu langsame Fehlerminimierung. Hier wurden die Eigenwerte entsprechend den Störfrequenzen auf $\lambda_{B1} = \lambda_{B2} = -2\pi \cdot 100 \text{ rad/s}$ festgesetzt.

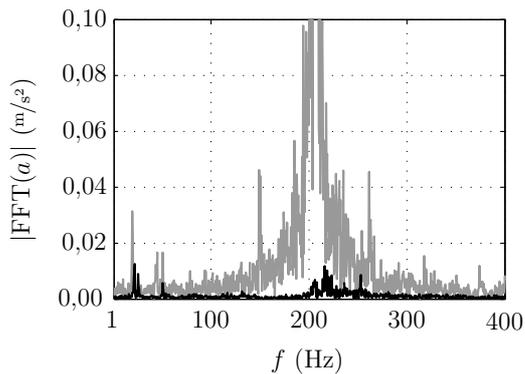


Bild 4.8: Ruhegüte des EMAC²⁻⁵
 ohne Beobachter: $Q_R = 17,61$
 mit Beobachter: $Q_R = 1,05$

Die positive Wirkung des Beobachters bei der Aktorregelung mit angekoppelten PKW-Sitz stellt Bild 4.8 anhand der FFT der Ankerbeschleunigung a dar (Vorgabe: Mittellage $x = 0$). Als Maß für die erreichte Ruhegüte wird der Wert Q_R des Integrals (2.62) über die Beschleunigung im Frequenzbereich $1 \leq f_B \leq 500$ Hz definiert. Sind ohne Beobachter deutliche Schwingungen über 150 Hz wahrnehmbar, bedeutet $Q_R = 1,05$ bei der beobachtergestützten Zustandsregelung die quasistatische Positionierung des Ankers in der Mittellage. Es sind keinerlei Geräusche hörbar und weder an der Aktorachse noch am Sitz können Vibrationen gefühlt werden. Mit dieser Ruhegüte ist die gezielte Anregung einzelner Schwingungen sehr gut möglich, ohne dass der Test durch andere gestört wird. Als positiver Nebeneffekt können die Reglerwerte nun robuster eingestellt werden, da die Mitkopplung der Störungen in Beschleunigungs- und Strommessung unterbrochen ist. Das Führungsverhalten entspricht nach dem Separationstheorem genau Bild 4.6.

Zum Vergleich wurde auch ein vollständiger Beobachter nach (4.20) implementiert, der allerdings nicht die gleiche Ruhegüte erzeugen konnte. Durch die höhere Anzahl zu schätzender Signale und Einträge in \mathbf{L} ist die Parametrierung auf saubere Beschleunigungs- und Stromwerte nicht so schnell und einfach möglich wie beim reduzierten Beobachter. Weiterhin liegt die Idee nahe, zur Signalfilterung statt des LUENBERGER-Typs das KALMAN-Filter einzusetzen, dessen Ursprung in der Glättung stochastisch verrauschter Signale liegt. In [121] sind diesbezüglich Experimente beschrieben, die bei Nutzung der Kovarianzmatrizen wegen zu langsamer Signale allerdings keine Stabilisierung des Aktors zuließen. Bei Verwendung optimaler Beobachterwerte mit Gewichtsmatrizen im RICCATI-Entwurf konnte zwar Stabilität erreicht werden, aber ohne zufrieden stellende Ruhegüte. Mit diesen Erkenntnissen ist die Wirksamkeit des LUENBERGER-Beobachters für den Einsatz als Filter am Shakersystem EMAC²⁻⁵ zusätzlich bestätigt.

4.3 Normoptimale und robuste Regelung

Im industriellen Einsatz sind oft *a priori* unbekannt Lasten mit den elektromagnetischen Shakern zu testen. Daher soll *ein* Regler das Aktorsystem für möglichst viele Anwendungsfälle robust stabilisieren. Die Abhängigkeit des Reglerentwurfs von Modell und Modellgenauigkeit ist aber eine Schwäche der Zustandsraummethodik. Hohe theoretisch erreichbare, aber nicht garantierbare Stabilitätsreserven können durch nichtmodellerte Effekte verschwinden und den Entwurf unbrauchbar werden lassen. Motiviert durch die Grenzen dieser Entwurfsmethodik (vgl. Ende Abschnitt 4.2.2) besteht die Frage nach der Berücksichtigung von Modellfehlern und Parameterschwankungen in der Aktorregelung und dabei erreichbaren Robustheitsreserven. Normoptimale Frequenzbereichsverfahren bieten hierfür Formalismen an,

mit denen sich robuste Stabilität und Regelqualität analysieren lassen. Darauf aufbauend eröffnet die Theorie der robusten Regelung die Möglichkeit der Einbeziehung bekannter und geschätzter Modellunsicherheiten in den Reglerentwurf.

4.3.1 Grundkonzept

In Abschnitt 4.1.3 wurde mit (4.3) die Menge aller den Regelkreis stabilisierenden Regler angegeben, wobei die Frage nach der systematischen Bestimmung des freien YOULA-Parameters $Q(s)$ offen blieb. Mit Hilfe der Optimierung (Minimierung) spezieller Normen von Regelkreisen kann darauf eine Antwort gegeben werden. Als Ausgangspunkt dient das Prinzip des Modellabgleichs (*Model Matching*), in dem die Abweichung des mit Q parametrisierten Regelkreises $U \cdot Q$ zu einem gewünschten Modellverhalten T minimal werden soll (4.31).

$$\|T - UQ\| = \gamma \rightarrow \min \quad (4.31)$$

Für einen realistischen Entwurf sind neben der Optimalität der Lösung für das Folgeverhalten zusätzlich Stellgrößen(-beschränkungen), die Empfindlichkeit auf äußere Störungen, Parameterschwankungen und/oder Modellunsicherheiten zu berücksichtigen. Mit der Einbeziehung mehrerer Qualitätsmerkmale in den Reglerentwurf erhält man Mehrgrößenstrukturen (MIMO), deren Behandlung im Frequenzbereich mit normbasierten Methoden sehr gut möglich ist. Die zur Anwendung dieser Methoden wichtigsten Begriffe sind hier zusammengefasst und in Anhang B.3 erklärt.

Normen sind ein Maß für die „Größe“ von Elementen eines Raumes (z.B. der rationalen reellwertigen Übertragungsfunktionen) und erfassen ganze Klassen von Signalen und Systemen. Da Übertragungsfunktionen \mathbf{G} auch die Leistungs- bzw. Energieübertragung verkörpern, kennzeichnen ihre Normen die Systemverstärkung des Übertragungsgliedes. Für die Regelungstechnik ist insbesondere die Maximum-Norm (4.32) als Ausdruck der maximalen Energieübertragung im System bedeutsam. Ist die Energie der Ausgangssignale von \mathbf{G} beschränkt ($\|\mathbf{y}\|_2 < \infty$), dann ist \mathbf{G} stabil und ein Element des sog. HARDY-Raumes⁷ \mathcal{H}_∞ . Dieser enthält die Menge aller stabilen properen Übertragungsfunktionen, die keine Pole (Singularitäten) in $\text{Re}\{s\} > 0$ haben. Die \mathcal{H}_∞ -Norm einer Übertragungsfunktionsmatrix \mathbf{G} ist zugleich identisch mit der kleinsten oberen Schranke des Verlaufs ihres größten Singulärwerts $\bar{\sigma}(j\omega)$.

$$\|\mathbf{G}\|_\infty = \sup_{\mathbf{u} \neq 0} \frac{\|\mathbf{y}\|_2}{\|\mathbf{u}\|_2} = \sup_{\omega} \left[\sup_{\mathbf{u} \neq 0} \frac{\|\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{u}\|_2}{\|\mathbf{u}\|_2} \right] = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)) \quad (4.32)$$

Singulärwerte bezeichnen bei Mehrgrößensystemen die frequenzabhängigen Richtungsverstärkungen zwischen den verschiedenen Ein- und Ausgängen. Für die praktische Regelungstechnik ist der größte Singulärwert $\bar{\sigma} = \sigma_1$ deswegen wichtig, weil er die größte Energieverstärkung ein oder mehrerer Eingangssignale auf ein oder mehrere Ausgangssignale widerspiegelt. Aufgrund dieser MIMO-Verknüpfungen sind die reinen Amplitudengänge der Übertragungsfunktionsmatrix-Elemente zur Stabilitätsanalyse nicht ausreichend, sondern es werden Singulärwertverläufe benutzt.

⁷ G. H. HARDY (1877-1947): Britischer Mathematiker.

Mit der \mathcal{H}_∞ -Norm bieten sich nun viele Möglichkeiten, im Frequenzbereich Regler unter speziellen Randbedingungen zu entwerfen. Die in Abschnitt 4.1.1 formulierten Aspekte der *Stabilität*, *Robustheit* und *Leistungsfähigkeit* können dabei explizit und in einheitlicher Form in den Entwurf einbezogen werden. Werden mögliche Modellfehler und Parameterschwankungen direkt als Entwurfsparameter vorgegeben, dann spricht man von *robusten Reglern* [46]. Durch Bedingungen an ausgewiesene Übertragungsfunktionen kann man für den geschlossenen Regelkreis *robuste Stabilität* und *robuste Regelqualität* zugleich fordern. Die \mathcal{H}_∞ -Optimierung stellt hierbei ein Reglerentwurfsverfahren für ganze Streckenklassen im Bereich um ein nominales Modell dar, das alle Anforderungen systematisch in dem Gütemaß der \mathcal{H}_∞ -Norm einer standardisierten Regelstrecke zusammenfasst. Allerdings liefert die Minimierung der \mathcal{H}_∞ -Norm der Übertragungsfunktionsmatrix einer generalisierten Strecke ohne zusätzliche Unsicherheiten noch keinen robusten Regler. Man spricht dann von einem normoptimalen Regler, der jedoch aufgrund seiner im Allgemeinen dynamischen Struktur den statischen Rückführ- und Zustandsreglern überlegen sein *kann*.

Die Existenz der Maximum-Norm des \mathcal{H}_∞ -Standardproblems sichert die interne Stabilität des Regelkreises. Zur internen Stabilitätsprüfung unter dem Einfluss bekannter oder geschätzter Unsicherheiten dient bei MIMO-Systemen das sog. *Small-Gain-Theorem*, basierend auf dem NYQUIST-Kriterium (Tabelle 2.4, Seite 42). Sei $L(j\omega)$ die propre und stabile Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises⁸, dann ist der geschlossene Regelkreis intern stabil, wenn (4.33) gilt. Um das *Small-Gain-Theorem* über vergleichbare Normen erfüllen zu können, ist eine geeignete Modellskalierung wichtig (Abschnitt 3.12.3).

$$\|L(j\omega)\|_\infty < 1 \quad \forall \omega \in \mathbb{R} \quad (4.33)$$

Der \mathcal{H}_∞ -Reglerentwurf basiert auf Amplitudengängen (SISO) oder Singulärwertverläufen (MIMO), die spezielle Systemeigenschaften repräsentieren. Die Formulierung des Regelsystems als \mathcal{H}_∞ -Standardproblem macht bestimmte Eingangs-Ausgangsbeziehungen zugänglich, aus denen z.B. Bandbreite, Passband-Regelgüte, Sensitivitätsüberhöhungen oder Robustheit gegenüber Modellierungsfehlern ableitbar sind. Alle Anforderungen fließen als Gewichtsfunktionen $W(s)$ der externen Ein- und Ausgänge des \mathcal{H}_∞ -Standardproblems in den Entwurf ein. Bild 4.9a) zeigt das \mathcal{H}_∞ -Standardproblem zur Bestimmung des Reglers \mathbf{K} , dessen verallgemeinerte Strecke \mathbf{P} alle Elemente des Regelkreises und alle Gewichtsfunktionen enthält. Als externe Eingänge \mathbf{w}' sind Führungs- und Störgrößen üblich, während die externen Ausgänge \mathbf{z} alle Zielgrößen umfassen. Der zu bestimmende verallgemeinerte Regler \mathbf{K} bildet die Rückführung der internen Ausgänge \mathbf{y}' auf die internen Eingänge \mathbf{u} . Bei der Berücksichtigung von Modellunsicherheiten Δ sorgen diese für zusätzliche Eingänge \mathbf{u}_Δ und Ausgänge \mathbf{y}_Δ , die das System destabilisieren können (Bild 4.9b). Die Aufgabe des \mathcal{H}_∞ -Reglerentwurfs ist daher [125]:

- Bestimme einen Regler \mathbf{K} , der basierend auf den Informationen \mathbf{y}' ein Stellsignal \mathbf{u} derart erzeugt, dass der Einfluss von \mathbf{w}' auf \mathbf{z} minimiert wird.

⁸ L umfasst für den robusten Reglerentwurf bereits den über den normoptimalen Regler stabilisierten verallgemeinerten Regelkreis und die als stabil vorausgesetzten Unsicherheiten Δ (siehe Bild 4.9d), bei deren Rückkopplung der Regelkreis dennoch stabil sein soll.

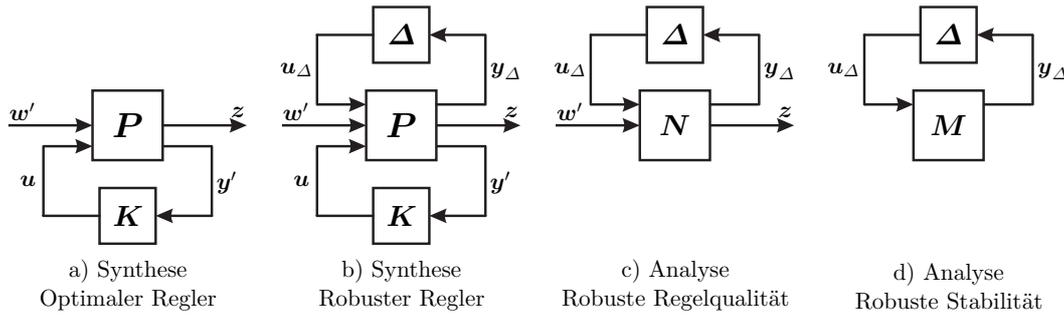


Bild 4.9: Formulierungen des \mathcal{H}_∞ -Standardproblems in Abhängigkeit der verschiedenen Ziele bei Reglersynthese und -analyse

Zur Analyse der erreichten Robustheit werden die Systemdarstellungen in Bild 4.9c) und d) verwendet. Mathematisch kann der verallgemeinerte Regelkreis dann unter Anwendung der sog. *lower linear fractional transformation* \mathcal{F}_l mit (B.23) durch die Übertragungsfunktionsmatrix $\mathbf{N} = \mathcal{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})$ (4.34) beschrieben werden.

$$\mathbf{z} = \mathcal{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}) \cdot \mathbf{w}' = \mathbf{N} \cdot \mathbf{w}' = (\mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12} \mathbf{K} (\mathbf{E} - \mathbf{P}_{22} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{21}) \cdot \mathbf{w}' \quad (4.34)$$

Das \mathcal{H}_∞ -Standardproblem erfordert also zunächst einen stabilisierenden Regler \mathbf{K} für den verallgemeinerten Regelkreis \mathbf{N} . Die erhaltene Lösung heißt dann *suboptimal*, wenn $\|\mathbf{N}\|_\infty < \gamma$ ($\gamma > 0$) gilt und *optimal*, wenn $\|\mathbf{N}\|_\infty$ minimal ist. Zum Ermitteln eines optimalen Reglers ($\|\mathbf{N}\|_\infty \rightarrow \min$) sind iterative Verfahren nötig, wobei das historisch erste auf der eingangs erwähnten Q -Parametrierung basiert. Inzwischen sind allerdings numerisch robuste und zuverlässige Verfahren auf Grundlage zweier RICCATI-Gleichungen oder linearer Matrixungleichungen (LMI) üblich. Im Rahmen dieser Arbeit wird zur Analyse und zum Entwurf robuster Regler die *Robust Control Toolbox* in der Version 3.1.1 von MATLAB R2006b verwendet.

4.3.2 \mathcal{H}_∞ -Regelung

Als Einführung in die Thematik wird ein \mathcal{H}_∞ -optimaler Regler für den EMAC²-5 mit einer starren Last gesucht. Die gesammelten Erfahrungen und die erkannten Grenzen fließen dann in den Entwurf eines robusten Reglers für eine relativ unbestimmte Last ein. Im Regelkreis sollen die gleichen Signale zur Verfügung stehen wie im Zustandsbereich, d.h. aus dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = (x \ v \ a \ \dot{i})^T$ sowie dem Positionsfehler der Stellachse $e = w - x$ errechnet der Regler \mathbf{K} die Stellspannung u . Der normbasierte Regler soll mit seiner Dynamik zugleich die Qualität aller Signale auch ohne Beobachter sicherstellen. Zur Spezifizierung des geregelten Systems werden signifikante Signale mit Gewichtsfunktionen beaufschlagt, so dass sich die generalisierte Strecke \mathbf{P} des \mathcal{H}_∞ -Problems nach Bild 4.10 ergibt. Der entstandene Regelkreis entspricht in seinem Wesen der in Abschnitt 4.2 gezeigten PI-Zustandsregelung, und tatsächlich stellt sich der Lagefehleranteil als Integrator ein. Die oftmals aus Gründen der separaten Beeinflussung von Dämpfung und Folgeverhalten eingesetzte Zwei-Freiheitsgrad-Regelung (2DOF) überzeugte hier nicht. Insbesondere unterschiedliche Gleichanteile der Reglerfunktionen für Referenz w und Lage x ließen die stationäre Genauigkeit vermissen.

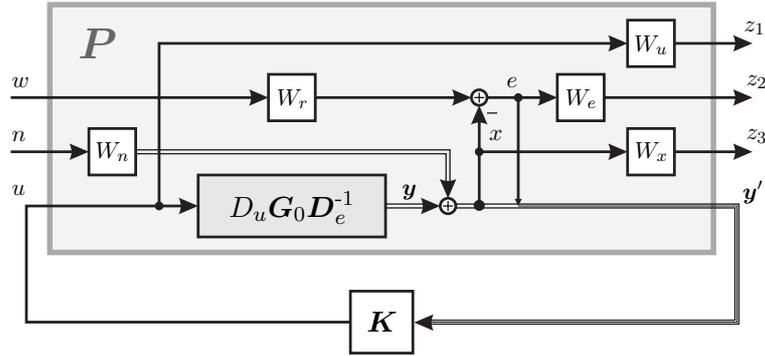


Bild 4.10: Generalisierte Strecke P für den \mathcal{H}_∞ -Reglerentwurf des EMAC²-5

Im Zentrum des gewählten \mathcal{H}_∞ -Standardproblems steht das Streckenmodell G_0 (4.22b) mit den Skalierungen $D_e = \text{diag}(3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad 0,1 \text{ m/s} \quad 50 \text{ m/s}^2 \quad 4 \text{ A})$ und $D_u = 200 \text{ V}$ nach Abschnitt 3.12.3. Die auf ihre zulässigen Werte normierten Größen erlauben jetzt die gute Vergleichbarkeit innerhalb der Maximum-Norm. Als gewichtete Ausgänge z werden die Stellspannung $z_1 = W_u u$, der Regelfehler $z_2 = W_e e$ und die Lage $z_3 = W_x x$ benutzt. Externe Eingangsgrößen sind die Referenz w und ein Messrauschen n . Für die Gewichtung stehen Hoch- und Tiefpässe mit der Gleichverstärkung k_0 , dem Gewicht k_∞ bei hohen Frequenzen, der Durchtrittsfrequenz ω_c und wählbarer Ordnung n nach (4.35) zur Verfügung.

$$W_{HP} = \frac{(s + \omega_c \sqrt[n]{k_0})^n}{(s \sqrt[n]{1/k_\infty} + \omega_c)^n} \quad \text{Hochpass} \quad (4.35a)$$

$$W_{TP} = \frac{(s \sqrt[n]{k_\infty} + \omega_c)^n}{(s + \omega_c \sqrt[n]{1/k_0})^n} \quad \text{Tiefpass} \quad (4.35b)$$

Anhand der Gewichtsfunktionen soll designierten Übertragungsfunktionen des Regelkreises ein spezielles Verhalten aufgeprägt werden. Wichtig in diesem Zusammenhang sind die Sensitivität S (Störübertragungsfunktion) und die komplementäre Sensitivität T (Führungsverhalten), für die folgende Zielvorgaben gelten:

- $T \approx 1$ für Folgeverhalten im Bereich der verfügbaren Bandbreite;
- $T \ll 1$ für Rauschunterdrückung außerhalb der verfügbaren Bandbreite;
- $S \ll 1$ für Folgeverhalten im Bereich der verfügbaren Bandbreite;
- $S \ll 1$ für Störunterdrückung über alle Frequenzen.

Diese Ziele müssen die Beschränkungen der Strecke beachten und konkurrieren wegen $S + T = 1$ (Abschnitt 4.1). Bei der \mathcal{H}_∞ -Optimierung des Eingangs-Ausgangsverhaltens von P müssen die Gewichtsfunktionen am Ausgang gerade den inversen Wunschverläufen entsprechen, damit z.B. $\|W_e S\|_\infty < 1$ wird. Die Eingangsgewichte dagegen geben genau das erwartete Signalspektrum vor. Alle im Entwurf benutzten Gewichtsfunktionen sind mit ihren physikalisch motivierten Eigenschaften in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Der Tiefpass W_e zur Störunterdrückung bei niedrigen Frequenzen liefert eine untere Schranke für die Bandbreite. Zugleich stellt W_x als obere Schranke den Amplitudenabfall sicher, der das System außerhalb der verfügbaren Bandbreite ausreichend dämpft. Außerdem muss $\omega_c(W_e) < \omega_c(W_x)$ gelten, damit $S + T = 1$ überhaupt erfüllt werden kann. Die Durchtrittsfrequenz $\omega_c(W_e)$

Tabelle 4.1: Gewichtsfunktionen des \mathcal{H}_∞ -Entwurfs nach Bild 4.10

Gewicht	W_e	W_x	W_u	W_r	W_n
Hauptzweck	$S = E/W$	$T = X/W$	U/W & U/N	U/W	U/N
Charakter	TP	HP	HP	TP	HP
k_0	500	0,5	0,1	1,1	10^{-4}
k_∞	0,5	10^5	10^6	0,1	100
$f_c = \omega_c/2\pi$ (Hz)	5	20	100	150	30
n	1	1	1	1	2

wurde gemäß den Analysen zur erreichbaren Bandbreite in Abschnitt 4.1.4 recht niedrig gewählt, um die Empfindlichkeit klein zu halten (vgl. Bild 4.2). Neben W_x unterdrückt auch W_u als Stellsignalfilter die Rückkopplung von Rauschsignalen. Mit W_r gibt man dem Reglerentwurf Informationen über die Vorgabegrößen und kann somit die Reglerleistung auf diesen Bereich ausrichten. Das Messrauschen ist in [146] identifiziert und über das Gewicht W_n auf die modellierte Strecke aufgebracht. Die Verwendung mehrerer Zielgrößen, aber insbesondere von S und T bezeichnet man als *Mixed Sensitivity* Entwurf, der nach (B.20) eher konservativ ist. Zu viele externe Ein- und Ausgangsgrößen sind aber nicht sinnvoll, da die Menge aller Regeleigenschaften invariant ist und Verbesserungen einer Eigenschaft zu Verschlechterungen anderer führen (Wasserbett-Effekt). Wichtige Forderungen gehen bei zu vielen Zielgrößen in der Norm unter, denn letztendlich wird die Güte des Entwurfs auf das Maximum des größten Singulärwerts der Übertragungsfunktionsmatrix reduziert.

Mit den Entwurfsparametern konnten schnell stabilisierende Regler erzeugt werden, die aufgrund der starken Stabilisierbarkeit der Strecke selbst stabil sind. Bei ungeeigneten Anforderungen können allerdings auch instabile Regler entstehen. Bild 4.11 zeigt die Ergebnisse der Konfiguration nach Tabelle 4.1, die bei der Lösung des Entwurfsproblems für den verallgemeinerten Regelkreis $\mathbf{N}(\mathbf{K}) = \mathcal{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})$ über LMI-Verfahren die optimale \mathcal{H}_∞ -Norm $\gamma = 0,94$ ergab. Deren Inverse $1/\gamma$ ist auch als Robustheitsmaß wertbar, so dass niedrigere γ -Werte zu toleranteren Regelkreisen führen. Eine robustere Auslegung der Gewichte bestätigt diesen Effekt, denn mit $\gamma < 0,5$ erscheinen für den EMAC²-5 immer brauchbare Regler. Bild 4.11 links oben enthält das gemessene und mit (3.77) modellierte Folgeverhalten $T = G_{cl}$ sowie die zugehörige Schranke $1/w_x$. Ebenso zeigt das Diagramm darunter bei den Amplitudenverläufen der Sensitivität keine Verletzung der Schranke $1/w_e$. Die Reglerdynamik in Bild 4.11 unten rechts weist einen integrierenden Fehleranteil $K_e(s)$ sowie abfallende Verstärkungen ab 400 Hz auf. Dieses Verhalten wird durch W_u erzwungen, so dass der dynamische Regler die gewünschte Tiefpasswirkung des Beobachters enthält⁹ [83]. Die hohe Reglerordnung als Summe aus Strecke und Gewichten wurde reduziert, indem durch Modalzerlegung Pole und Nullstellen größer 500 Hz durch ihre statischen Verstärkungen ersetzt wurden. Über 500 Hz sind wegen der Tiefpasscharakteristik der Strecke ohnehin keine wirksamen Eingriffe mehr möglich.

⁹ Mit Beobachter wird jede Zustandsregelung auch als dynamischer Regler interpretierbar.

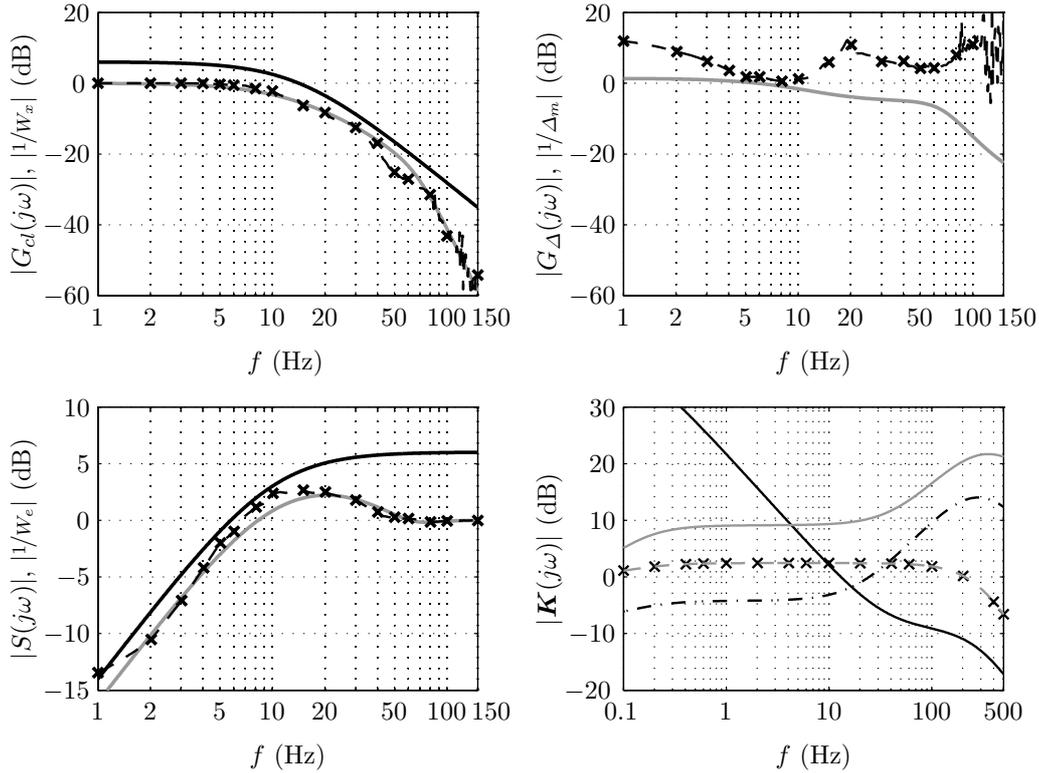


Bild 4.11: Ergebnisse der \mathcal{H}_∞ -Regelung des EMAC²-5 mit starrer Last $m_S = 30$ kg
links oben: Folgeverhalten G_{cl} (Messung [-x-], Modell [-]), Schranke $1/w_x$ [-]
links unten: Sensitivität S (Messung [-x-], Modell [-]) und Schranke $1/w_e$ [-]
rechts oben: Modell G_Δ [-] und multiplikative Unsicherheit $1/\Delta_m$ [-x-]
rechts unten: Dynamischer Regler \mathbf{K} (K_e [-], K_x [-], K_v [-], K_a [-], K_i [x])

Obwohl bisher noch nichts über Robustheit im Speziellen gefordert wurde, lässt sich für den Regelkreis darüber eine Aussage mit Hilfe des *Small-Gain*-Theorems (4.33) treffen. Fasst man alle nicht in G_0 berücksichtigten Einflüsse als multiplikative Unsicherheit Δ_m am Streckeneingang u auf, dann beschreibt (4.36) die tatsächliche Strecke G_0^* (Bild 4.12 links). Diese ist aus der Messung von G_{cl}^* ermittelbar (4.37) und ergibt mit dem Modell G_0 die Unsicherheit Δ_m nach (4.38) (Regler skaliert!).

$$G_0^* = (1 + \Delta_m) G_0 \quad (4.36)$$

$$G_0^* = \frac{G_{cl}^* (1 - K_i(s) G_E^*)}{K_e(s) - G_{cl}^* [K_e(s) - K_x(s) - s K_v(s) - s^2 K_a(s)]} \quad (4.37)$$

$$\Delta_m = \frac{G_0^* - G_0}{G_0} \quad (4.38)$$

Zur Analyse der robusten Stabilität wird der Unsicherheitskreis nach Bild 4.9d) bzw. Bild 4.12 bei u_Δ aufgetrennt. Da der nominelle Regelkreis G_{cl} sowie die Unsicherheit Δ_m stabil sind, kann nach dem *Small-Gain*-Theorem und (4.39) keine Unsicherheit Δ_m das System destabilisieren, wenn Bedingung (4.40) gilt.

$$\frac{u}{u_\Delta} = \frac{1}{\Delta_m} = \frac{K_i G_E - G_0 [K_e - K_x - s K_v - s^2 K_a]}{1 - K_i G_E + G_0 [K_e - K_x - s K_v - s^2 K_a]} = G_\Delta \quad (4.39)$$

$$\|\Delta_m G_{cl}\|_\infty < 1 \quad (4.40)$$

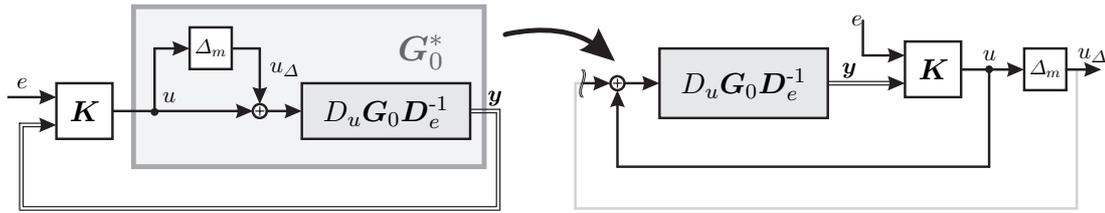


Bild 4.12: Analyse der robusten Stabilität des \mathcal{H}_∞ -Entwurfs bei multiplikativen Unsicherheiten Δ_m durch Aufschnneiden des Unsicherheitskreises

Aus (4.40) lässt sich die Forderung $|G_{cl}| < 1/\Delta_m$ ablesen, die für den vorliegenden Entwurf nach Bild 4.11 rechts oben erfüllt ist. Zugleich weist (4.40) auf den Kompromiss hin, dass eine hohe Bandbreite ($G_{cl} \approx 1$) ein exaktes Modell erfordert ($\Delta_m \rightarrow 0$). Für unsichere Modelle sind dagegen konservative Regler notwendig. Der berechnete Regler stabilisiert den Aktor aber laut Bild 4.11 rechts oben für die vorhandenen Unsicherheiten robust. Alle vereinfachenden Annahmen der Modellbildung in Kapitel 3 können die Systemstabilität nicht gefährden. Als kritische unsichere Parameter verbleiben die unbekanntenen Lasten, deren Streubreite im folgenden Abschnitt explizit beim Entwurf eines robusten Reglers berücksichtigt werden soll.

4.3.3 Robuste \mathcal{H}_∞ -Regelung

Ein nominelles Streckenmodell kann güteabhängig zwar nominelle Stabilität (NS) und nominelle Regelqualität (NQ) gewährleisten, aber das zu regelnde System und die einwirkenden Störungen sind praktisch nie exakt bekannt. Daher muss die Regelung unempfindlich gegenüber Modellunsicherheiten und Störungen arbeiten, um auch robuste Stabilität (RS) und robuste Regelqualität (RQ) zu erreichen. Der robuste Reglerentwurf zielt nun auf Stabilitätssicherung des Regelsystems auch beim prognostizierten *worst-case* (größtmögliche Unsicherheit) bestehend aus den drei Schritten *Bestimmung der Unsicherheitsmenge*, *RS-Test* und *RQ-Test*.

Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, dass die elektrischen und magnetischen Modellunsicherheiten des EMAC²-5 durch die Rückführung toleriert werden und ein bestimmtes Robustheitsmaß $1/\gamma$ durch geschickte Wahl der Gewichtsfunktionen erreichbar ist. Allerdings sind die Parameterschwankungen durch stark variierende Belastungen kritisch. Für den EMAC²-5 soll daher exemplarisch mit dem Prüfling „Sitz“ aus Abschnitt 3.10.2 bei unsicheren Koppelparametern und wechselnden Testpersonen ein robuster Reglerentwurf durchgeführt werden. Ausgehend vom Starrkörpermodell des Sitzes mit den nominellen Lastparametern (m_L, d_L, c_L) der Tabelle A.4 werden folgende praktisch sinnvollen Unsicherheitsbereiche (4.41) abgeschätzt.

$$m_L^* = m_L + \begin{cases} +80 \text{ kg} \\ -5 \text{ kg} \end{cases} \quad d_L^* = d_L \pm 25\% \quad c_L^* = c_L \pm 15\% \quad (4.41)$$

Diese Schwankungen sind konservativ in einer unstrukturierten multiplikativen Unsicherheit $\Delta_m = W_i \Delta$ (4.36) am Streckeneingang zusammengefasst (vgl. Bild 4.12 links). Aus den Unsicherheiten ergibt sich eine Menge Π verschiedenster Streckenübertragungsfunktionen G_0^* , die zum nominellen Modell G_0 relativ mit einem Unsicherheitsradius l_i (4.42) analog zu (4.38) abweichen. Zur *worst-case* Betrachtung

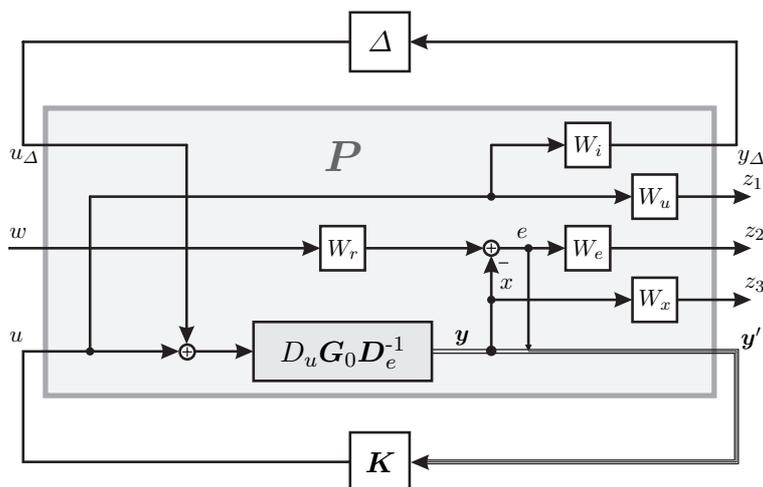


Bild 4.13: Generalisierte Strecke P für den robusten \mathcal{H}_∞ -Reglerentwurf des EMAC²-5

wird eine alle Fehler umfassende rationale Gewichtsfunktion W_i (4.43) definiert, die in die verallgemeinerte Strecke P von Bild 4.13 mit der Struktur von Bild 4.9b) aufgenommen wird.

$$l_i(j\omega) = \max_{G_0^* \in \Pi} \left| \frac{G_0^*(j\omega) - G_0(j\omega)}{G_0(j\omega)} \right| \quad (4.42)$$

$$|W_i(j\omega)| \geq l_i(j\omega) \quad \forall \omega \quad (4.43)$$

Die Gewichtsfunktion W_i ist in Bild 4.14 rechts unten zusammen mit möglichen Fehlerfunktionen dargestellt. Tabelle 4.2 umfasst ihre Parameter ebenso wie die der weiteren Gewichte von P (Bild 4.13). Das Gewicht $k_{i\infty}$ in W_i als Unsicherheit bei hohen Frequenzen wird über (4.38) mit (4.44) durch die unbekannte Masse m_Δ bestimmt, die hier als Durchschnittsperson mit $m_\Delta = +80$ kg den Sitz belasten könnte. Bei sinkender Belastung $m_\Delta < 0$ wächst $k_{i\infty}$ sehr viel stärker und zugleich steigt die Instabilitätsmenge des Empfindlichkeitstheorems (4.9) durch einen instabiler werdenden mechanischen Pol.

$$k_{i\infty} \geq \left| \frac{m_L}{m_L + m_\Delta} - 1 \right| \quad (4.44)$$

Tabelle 4.2: Gewichtsfunktionen des robusten \mathcal{H}_∞ -Entwurfs nach Bild 4.13

Gewicht	W_e	W_x	W_u	W_r	W_i
Hauptzweck	$S = E/W$	$T = X/W$	U/W & U/N	U/W	U_Δ/U
Charakter	TP	HP	HP	TP	HP
k_0	1000	0,5	0,9	1,1	0,2
k_∞	0,5	10^3	10^3	10^{-5}	0,6
$f_c = \omega_c/2\pi$ (Hz)	5	10	80	100	20
n	1	1	4	1	1

Mit dieser Erkenntnis aus (4.44) ist für einen robusten Entwurf nominell die geringste zu erwartende Last anzusetzen und die Robustheit für größere Massen zu fordern. Die nominelle Koppeldämpfung und Federrate sollten ebenfalls so gering wie möglich angenommen werden, denn jede Erhöhung verringert den Betrag des instabilen Poles und verbessert daher grundsätzlich das Stabilitätsverhalten.

Zur Analyse des Entwurfs werden die Bedingungen für robuste Stabilität und robuste Regelgüte herangezogen. Robuste Stabilität lässt sich mit der Streckenformulierung nach Bild 4.9d) nachweisen, wenn unter den Voraussetzungen $\mathbf{M}(s)$ stabil und $\Delta(s)$ stabil das *Small-Gain*-Theorem in der Form (4.45) für das $\mathbf{M}\Delta$ -System erfüllt ist ($\|\Delta\|_\infty \leq 1$). Unter den Voraussetzungen $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ und interner Stabilität von $\mathbf{N} = \mathcal{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})$ in Bild 4.9c) lässt sich durch die *upper linear fractional transformation* $\mathbf{F} = \mathcal{F}_u(\mathbf{N}, \Delta)$ für $\mathbf{z} = \mathbf{F} \mathbf{w}'$ auch die robuste Regelqualität mit (4.46) überprüfen.

$$\text{RS: } \|\mathbf{M}\|_\infty = \gamma_{RS} < 1 \quad (4.45)$$

$$\text{RQ: } \|\mathbf{F}\|_\infty = \gamma_{RQ} < 1 \quad (4.46)$$

Bild 4.14 zeigt im linken Bereich exemplarisch die Ergebnisse für die Konfiguration aus Tabelle 4.2. Es wurden $\gamma_{RS} = 0,89$ und $\gamma_{RQ} = 2,5$ erzielt, d.h. unter der angegebenen Schranke W_i ist robuste Stabilität garantiert. Mit Hinblick auf die nicht erreichte robuste Regelqualität sei beachtet, dass die Vorgabe W_e bewusst unerfüllbar gewählt wurde, um eine höhere Bandbreite des geregelten Systems zu erzwingen. Bild 4.14

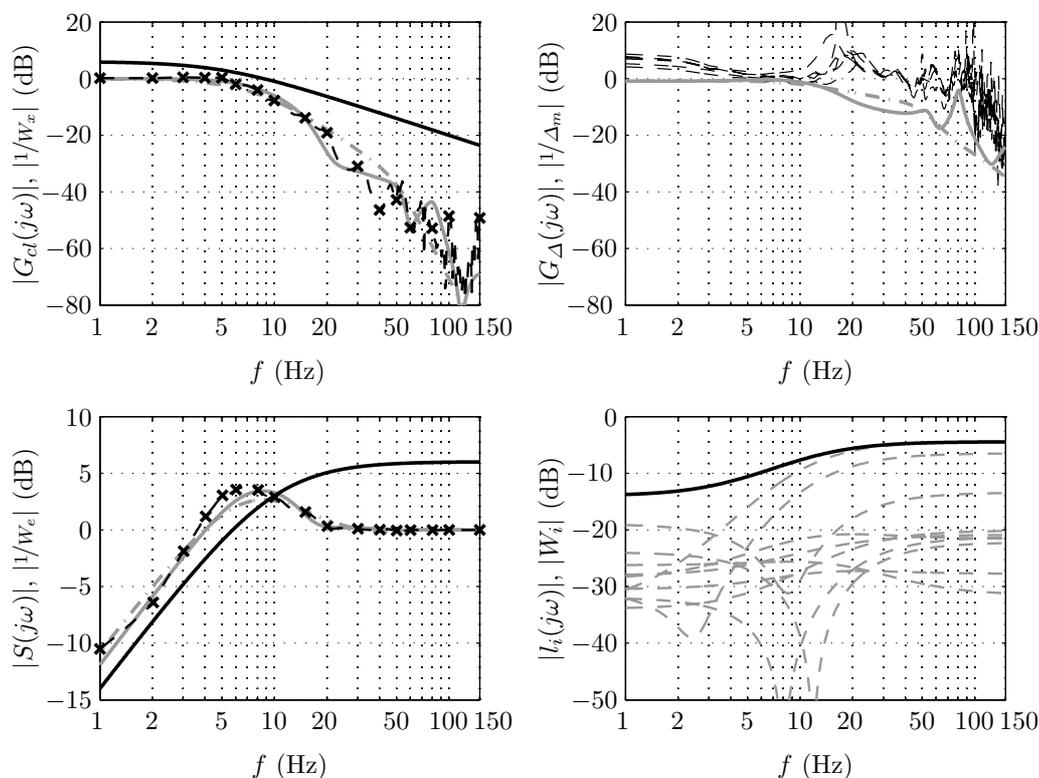


Bild 4.14: Ergebnisse der robusten \mathcal{H}_∞ -Regelung des EMAC²-5 mit dem Prüfling „Sitz“
links: Folgeverhalten G_{cl} mit Schranke $1/w_x$ sowie Sensitivität S mit Schranke $1/w_e$
(Messung [—x—], Schranke [—], MKS-Modell [—], Starkkörper-Modell [—])
rechts oben: Modell G_Δ (MKS [—], SK [—]), multiplikative Unsicherheit $1/\Delta_m$ [—]
rechts unten: Perturbierte Modelle l_i [—] und Unsicherheitschranke W_i [—]

links unten verdeutlicht $\gamma_{RQ} = 2,5 > 1$, weil Messung und Modell in guter Übereinstimmung das Wunschverhalten $1/w_e$ verletzen. Gleichwohl zeigt das Folgeverhalten links oben die Einhaltung der Beschränkung $1/w_x$. Das geregelte System zeichnet sich durch perfekte Ruhegüte aus, die der optimale Regler durch die Spannungsschranke W_u vierter Ordnung erzwingt. Der steile Abfall der Reglerverstärkungen ab 100 Hz vermeidet dabei alle störenden Vibrationen am schwingungsfähigen Sitzaufbau. Daher war auch die in Abschnitt 4.3.2 verwendete W_n -Schranke überflüssig. Die schon per $\gamma_{RS} = 0,89$ im Entwurf garantierte robuste Stabilität wird zusätzlich durch die Bestimmung der tatsächlichen Unsicherheit Δ_m (4.38) bekräftigt, da deren Inverse $1/\Delta_m$ in Bild 4.14 rechts oben immer über den Modellfunktionen G_Δ liegt. Zur Messung der Unsicherheiten wurden verschiedene Personen auf dem Sitz platziert und der Luftdruck in den Balgzylindern (vgl. Bild 3.23, S. 86) zwischen 0...4 bar variiert, d.h. Koppelsteifigkeit und Dämpfung somit drastisch verändert.

Abhängig von der Wahl der Gewichtsfunktionen können im \mathcal{H}_∞ -Entwurf verschiedene Ziele für den Regelkreis vorteilhaft verfolgt werden. Diese Methodik ermöglicht Regler, die anschaulich nicht mehr ermittelbar sind, birgt zugleich aber auch Nachteile. Die Wahl der Gewichte bedarf einiger Erfahrung, denn grundlegende Aspekte der verfügbaren und erreichbaren Bandbreite müssen beachtet werden. Außerdem obliegt die Regelkreisstruktur (1DOF, 2DOF, etc.) und die Auswahl der Rückführgrößen ebenfalls dem Anwender. Für den Entwurf werden alle formulierten Ziele inklusive Unsicherheiten in einer Normzahl zusammengefasst, wobei übermäßig viele Vorgaben den Entwurf scheitern lassen können. Es muss abgeschätzt werden, welche Anforderungen für den Regelkreis unbedingt erfüllt sein müssen, und nur mit diesen sollte der Entwurf beginnen. Erhält man sehr kleine Normen, z.B. $\max\{\gamma_{RS}, \gamma_{RQ}\} < 0,5$, dann lassen sich zusätzliche Forderungen berücksichtigen. Im vorliegenden Fall erlaubte die Unsicherheit W_i kaum noch Regelqualität, da sich die verfügbare invariante Regelenergie auf Stabilität, Robustheit und Regelqualität aufteilen muss. Andererseits waren Streckenunsicherheiten $\geq 100\%$ ($\max\{k_0, k_\infty\} \geq 1$ bzw. 0 dB) nicht mehr robust stabilisierbar. Die im Aktor-Sitz-System tatsächlich vorhandenen, über (4.37) und (4.38) gemessenen Unsicherheiten Δ_m waren zum Teil auch größer als die Schranke W_i über allen perturbierten Modellen, dennoch beweist das *Small-Gain*-Theorem in Bild 4.14 rechts oben die Robustheit des Reglers. Die unstrukturierten Unsicherheiten stellen also eine sehr konservative Auslegung dar, in der die Robustheitsforderung die zu minimierende \mathcal{H}_∞ -Norm dominiert und insbesondere bei instabilen Systemen weitere Ziele untergeordnet sind. So haben die Gewichte W_n und W_x kaum Einfluss im Entwurf, da W_u und die Strecke selbst genug Amplitudenabfall zur Störkompensation aufweisen. Weil aber Unsicherheiten im Regelkreis und der Nachweis spezieller Güteanforderungen methodisch berücksichtigt sind, wird die robuste Regelung oft zur Störungsunterdrückung eingesetzt.

4.4 Vorsteuerung zur Bandbreitenerhöhung

Für den Einsatz als Qualitätssicherungs-Shaker erfüllt der entwickelte EMAc²-5 bereits die Anforderungen nach Stellkraft, Stellweg, robuster Stabilität und Ruhegüte. Im Betrieb müssen Anregungsfrequenzen $f_B \geq 100$ Hz erreicht werden, aber nach Abschnitt 4.1.4 können Rückführregelungen keine höhere Dynamik als circa 30 Hz

erreichen. Dies liegt in der Instabilität der Regelstrecke sowie der begrenzten Modell- und Messgenauigkeit begründet. Daher werden zur Bandbreitenerhöhung Steuerungen eingesetzt, deren Stellsignale die Regelgröße auf die gewünschte Dynamik treiben (vgl. Tabelle 2.3). Die Reproduzierbarkeit der Aktorbewegungen, d.h. die Nachfahrgröße der Regelgröße bezüglich des Referenzsignals ist dabei entscheidend, da für die *Service Load Simulation* die Prüflinge zwar zufälligen, aber repräsentativen Testsignalen unterworfen werden (Abschnitt 3.1). Die Wiederholbarkeit der Belastungen im Labor verdeutlicht die Effektivität von Fehlerbehebungsmaßnahmen und macht Produktoptimierungen dokumentierbar. Diese auch als *Time Waveform Replication* (TWR) bezeichnete Testmethodik verwendet häufig inverse streckenbasierte Steuerungen, die iterativ verbessert werden. Allerdings gibt es inzwischen Ansätze, die iterative Steuerungsparametrierung um Regelschleifen zu ergänzen und somit die auftretenden Abweichungen schneller nachzuführen [19]. Für die Zielstellung dieser Arbeit soll die Sicherung der Nachfahrgröße allein mit Steuerungen erfolgen, während die vorgestellten Rückführregelungen die Stabilität wahren.

4.4.1 Grundkonzept

Die Basis für den Einsatz einer Steuerung bilden die stabilisierenden Reglerkonzepte der vorangegangenen Abschnitte, d.h. die PI-Zustandsregelung und die robuste \mathcal{H}_∞ -Struktur. Da letztere als dynamischer Zustandsregler mit überlagertem I-Lageregler interpretierbar ist, wird das Steuerungskonzept anhand des Zustandsreglers erläutert. Ziel der Steuerung ist die Reproduktion gegebener Beschleunigungstrajektorien an der Stellachse des EMAC²-5 oder an definierten Punkten des Prüflings selbst. Im Folgenden ist somit jede Referenz w eine physikalische Beschleunigung a (m/s^2), doch die Lageregelung bleibt zur Überwachung der begrenzten Stellwege aktiv.

Bild 4.15 zeigt zwei Varianten zur Steuerung des PI-zustandsgeregelten Systems. Im linken Teil wird in der Reglerstruktur von Bild 4.3 das Referenzsignal w_r durch ein serielles Vorfilter V_s verarbeitet, welches dann eine Stellreferenz w_s für den schon geschlossenen Regelkreis G_{cl} (4.23) erzeugt. Die rechte Bildseite zeigt die Steuerung des Zustandssystems G_{zr} durch einen Steuerblock V_p , der somit parallel zum PI-Lageregler eine Steuerspannung u_s generiert. Das zu steuernde System ist in beiden Fällen grau hinterlegt. Da die Blöcke V_s und V_p der Regelung vorgelagert sind und die Referenzsignale verändern, spricht man auch von *Vorfiltern* bzw. einer *Vorsteuerung*. Zur

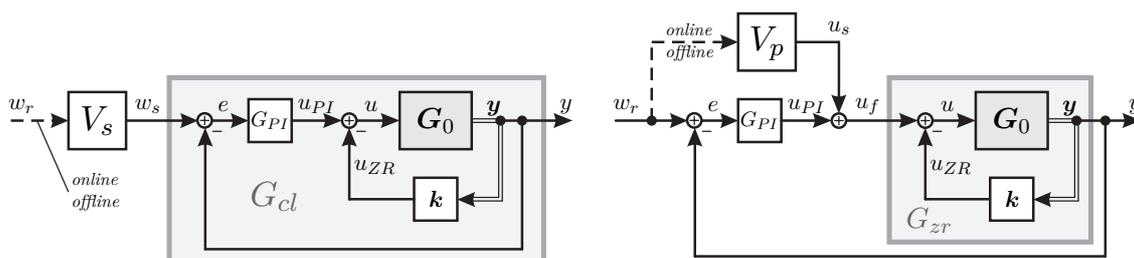


Bild 4.15: Filteranordnungen zur Vorwärtslinearisierung der Aktordynamik
links: V_s seriell; rechts: V_p parallel; online: Durchlauffilter V ; offline: Steuerquelle V

Bestimmung der Vorfilter-Übertragungsfunktion $V(s)$ kommt das Konzept der Vorwärts-Linearisierung (*Feedforward-Linearisation*) zum Einsatz, deren Ziel die Identität (4.47) von Regelgröße y und Referenz w_r ist. Mit den Strukturen in Bild 4.15 wird ersichtlich, dass das jeweilige Vorfilter der inversen Steuerstrecke (grau) entsprechen muss, um die bandbreitenbegrenzenden Pole der Strecke durch Nullstellen des Vorfilters auszulöschen. Da die meisten Regelsysteme Tiefpasscharakter haben und/oder nicht-minimalphasig sein können, würden sich bei Inversion aber instabile, nicht-kausale, differenzierende Vorfilter ergeben. Daher müssen die invertierten Streckenmodelle über zusätzliche Korrekturfilter G_F praktisch implementierbar gemacht werden. Die Gleichungen (4.48) und (4.49) enthalten die Modellierungsvorschriften der beiden gezeigten Vorsteuervarianten, um bis zu einer Grenzfrequenz f_G ein Einheitsübertragungsverhalten G_r zu erzielen.

$$y \stackrel{!}{=} w_r \quad \rightarrow \quad G_r(f) = \frac{Y}{W_r} = 1 \quad \forall f < f_G \quad (4.47)$$

$$V_s = G_{cl}^{-1} G_F \quad (4.48)$$

$$V_p = G_{zr}^{-1} G_F \quad (4.49)$$

Diese Vorfilter können nun streckenmodell-basiert parametrisiert oder messtechnisch identifiziert werden. Im industriellen Einsatz unterliegen die Magnetaktoren ständig wechselnden Lasten, die zum einen nicht bekannt sind und falls doch, unmöglich in der gewünschten Genauigkeit modelliert werden können. Aus diesem Grund kommt für diese Arbeit die messtechnische Identifikation zur Anwendung, da diese *alle* Eigenformen der Steuerstrecke beinhaltet. Es werden also nicht-parametrische lineare Modelle für die zum Teil auch nichtlinearen Strecken bestimmt. Die Identifikation der Frequenzgänge zwischen den Steuergrößen (w_s , u_s) und Zielgrößen y erfordert Anregungssignale, die alle wesentlichen Eigenvorgänge des Systems erreichen müssen. Die Anregung sollte im Frequenzbereich deterministisch sein und auf dem späteren Arbeitsniveau erfolgen, um das Systemverhalten anwendungsgemäß messen zu können. Bei linearen Prüflingen führt dies unmittelbar zum Vorfilter, aber nichtlineare Strecken verändern ihren Arbeitspunkt mit der Anregung und benötigen daher mehrere Iterationen zur Bestimmung von G_{cl} bzw. G_{zr} . Die iterative Bestimmung der Signale für die Zeitdatenreplikation ist dann ein Spezialfall des *Iterative Learning Control* (ILC) [19]. Je weiter man dabei vom Arbeitspunkt entfernt ist, desto mehr Iterationen sind nötig, aber das Erzwingen der Konvergenz über zu starke Steuersignale kann den Prüfling schädigen oder gar zerstören. Dieser Aspekt gewinnt bei MIMO-Anlagen an Fahrzeugen noch mehr Bedeutung, denn dort sollen unkorrelierte Anregungen die Übertragungswege sichtbar machen, aber zugleich energetisch auf Anwendungsniveau sein (vgl. Abschnitt 5.2). Dies kann zu untypischen und gefährdenden Belastungen der Fahrzeuge führen und erfordert wie bei der Aktorregelung den Kompromiss aus Robustheit und Leistungsfähigkeit. Bevorzugte Identifikationsanregungen im Automobilssektor sind farbige Rauschsignale im Frequenzband 5...100 Hz bei 20...40 dB/dec Amplitudenabfall (rosa $1/f$, braun $1/f^2$), der Gleitsinus (2.63) oder das Referenzsignal selbst (Abschnitt 2.6.5).

Beide Strukturen in Bild 4.15 sind prinzipiell gleich leistungsfähig, dennoch erhöht der zu V_p parallele PI-Regler die Robustheit der Nachfahrgüte gegenüber eventuellen Vorfilterabweichungen. In dieser Arbeit werden Ergebnisse mit dem seriellen Vorfil-

ter präsentiert, weil hier der unterlagerte PI-Regler prinzipielles Führungsverhalten sichert und das Vorfilter weniger aggressiv steuern muss. Diese Vorsteuerung zeigte sich in den Experimenten mit dem PI-zustandsgeregelten Aktor gutmütiger als es beim normoptimal geregelten System der Fall war. Dort unterdrückt der dynamische Regler hohe Stellspannungen kategorisch und erfordert damit eine sehr große (ungenau) Vorsteuerung im höheren Frequenzbereich. Die Möglichkeiten der Bandbreitenerhöhung durch eine Vorsteuerung sind zugleich durch die zulässige Spannung des Leistungsverstärkers $u_{\max} = 209 \text{ V}$ beschränkt.

Für die Implementierung des Vorfilters deutet Bild 4.15 zwei Möglichkeiten an. Die *online*-Variante benutzt ein digitales Filter mit einer Übertragungsfunktion (4.48) oder (4.49), das zur Signallaufzeit die Referenz w_r verändert. In der *offline*-Struktur wird das Steuersignal vor der eigentlichen Schwingungsanregung aus dem Referenzsignal mit den Daten der Übertragungsfunktion berechnet. Der modifizierte Steuerdatensatz wird der Regelkarte komplett vor Beginn der Prüfung zur Verfügung gestellt. Beide Varianten werden im Folgenden näher diskutiert.

4.4.2 Online Methode: Digitale Filter

Zur Echtzeitverarbeitung der Referenzgröße mit einem digitalen Filter ist aus Stabilitätsgründen ein sog. Transversalfilter mit endlicher Impulsantwort (FIR: *finite impulse response*) die bevorzugte Wahl. Die diskrete Übertragungsfunktion $V(z)$ des FIR-Filters enthält wegen (4.50) genau die einzelnen Filterkoeffizienten β_i , so dass aus der Kenntnis des Frequenzganges die Filterkoeffizienten komfortabel über die inverse schnelle FOURIER-Transformation (IFFT) zu berechnen sind.

$$V(z) = \sum_{i=0}^N \beta_i z^{-i} \quad (4.50)$$

Wegen der nicht-rekursiven Filterstruktur und daher endlichen Impulsantwort ist die Stabilität des Filters garantiert. Die Impulsantwort der Länge $N + 1$ liefert genau die Filterkoeffizienten und deren z -Transformation schließlich wieder die Übertragungsfunktion $V(z)$. Bei der Filterdimensionierung sind Ordnung N und Abtastrate $T_s = 1/f_s$ die zentralen Parameter und bestimmen beim linearphasigen FIR-Filter die konstante Zeitverzögerung $\tau = N/2 \cdot T_s$ aller durchlaufenden Signale. Zugleich bestimmt die Abtastfrequenz f_s über das NYQUIST-Theorem die maximale Filterwirkfrequenz $f_N = f_s/2$, bis zu der die Signale beeinflusst werden können. Schließlich gibt das Verhältnis $\delta f = f_s/(N+1)$ die Frequenzauflösung δf des Filters an.

Für die Bestimmung der Filterkoeffizienten stehen zwei Wege auf der Basis der Frequenzabtastung (*frequency sampling*) zur Verfügung. Beiden gemein ist die Invertierung des identifizierten Frequenzgang $G_d(j\omega) = Y/w_s$ und das Abschwächen bzw. Löschen niederer (Hochpassfilter) und höherer Frequenzanteile (Rauschunterdrückung), um das ideal gewünschte Korrekturmaß festzulegen. Zudem sollten die erhaltenen Koeffizienten immer eine Fensterung erhalten, um den GIBBS-Effekt¹⁰ zu

¹⁰ Nach Josiah W. GIBBS (1839-1903): US-amerikanischer Physiker.

verringern. Der erste Weg zum Filterdesign nutzt die in G_d enthaltenen Amplituden- und Phasenanteile zur Bestimmung symmetrischer komplexer Fourierkoeffizienten bezüglich der Frequenzachse, aus denen sich über die IFFT reellwertige Filterkoeffizienten errechnen. In den Experimenten ergab sich eine perfekte Korrektur der Regelgröße in Amplitude und Phasenlage an den *diskreten* Frequenz-Abtastpunkten. Da die Filter aber durch die Phaseninvertierung unsymmetrische Koeffizienten haben, ist die Korrektur bei Zwischenfrequenzen nicht möglich. Diese Art der Filter wurde daher nur zur Korrektur monofrequenter harmonischer Anregungen benutzt. Der zweite Weg gibt dem Filter nur die identifizierte und invertierte Amplitude, aber einen linearen Phasengang (4.51), d.h. symmetrische Filterkoeffizienten vor.

$$\angle V(f) = -2\pi\tau f = -\pi N \frac{f}{f_s} \quad (4.51)$$

Mit (4.51) erhält man FIR-Filter, die bei gerader Ordnung mit symmetrischen Koeffizienten den gewünschten Amplitudengang auch zwischen den Frequenzstützstellen sehr gut nachbilden. Damit werden die Leistungsdichtespektren zwar reproduziert, aber die Antwortsignale sind durch den linearen Phasengang deutlich von der zeitlichen Referenz verschieden. Ein Ansatz zum Phasenausgleich sind Allpassfilter, deren Entwurf allerdings stabilitätskritisch ist. Nachteilig an den FIR-Filtern ist die hohe Ordnung zur Approximation der Amplituden und die damit verbrauchte Rechenleistung auf der Regelkarte. Die Alternative zu den digitalen *online*-Vorfiltern sind daher bereits *offline* vorgefilterte Stellsignale für die zu steuernde Strecke.

4.4.3 Offline Methode: Signaladaption

Die *offline* Berechnung der Stellsignale zur Referenzdatenreplikation hat den Vorteil, dass das Referenzsignal auch nicht-kausal und ohne Phasenverzug gefiltert werden kann. Ebenso sind ideale Bandpässe oder *Notch*-Filter¹¹ sehr gut realisierbar sowie nicht-minimalphasige Strecken und Totzeiten beherrschbar. Ein Nachteil des Verfahrens besteht im zeitintensiven Aufwand bei nichtlinearen Strecken. Das komplette Referenzsignal muss mehrmals durchlaufen werden, um eine gültige Identifikation zu erhalten, die wiederum das komplette Referenzsignal verändert. Bei *online*-Methoden sind dafür auch spezielle Adaptionalgorithmen denkbar. Ein weiterer Nachteil aller nicht-adaptiven Verfahren mit linearen Modellen ist der bleibende Nachfahrfehler bei zusammengesetzten Referenzsignalen, d.h. einem Mix aus Sinus, Rechteck, Rauschen usw., deren verschiedene Inhalte oft zu verschiedenen Übertragungsfunktionen führen. Dennoch ist die *offline*-Methodik aktueller Stand der Technik, mit der in den durchgeführten Experimenten sehr gute Ergebnisse erzielt wurden.

Zur Bestimmung der Steuersignale w_s aus dem Referenzsignal w_r wird wie beim FIR-Filterentwurf zuerst das Übertragungsverhalten $G_d(j\omega) = Y/w_s$ messtechnisch an diskreten Frequenzpunkten f_i ermittelt (*frequency sampling*). Erfahrungsgemäß ist für eine gute Approximation eine Messfrequenz $f_M = 500$ Hz ausreichend. Die Signalkorrektur erfolgt meist bis etwa 100 Hz, weil darüber in den von Fahrzeugherstellern genutzten Datensätzen praktisch keine Beschleunigungen mehr enthalten

¹¹ auch: Kerbfilter, Frequenz-Sperrfilter bzw. Frequenzfalle

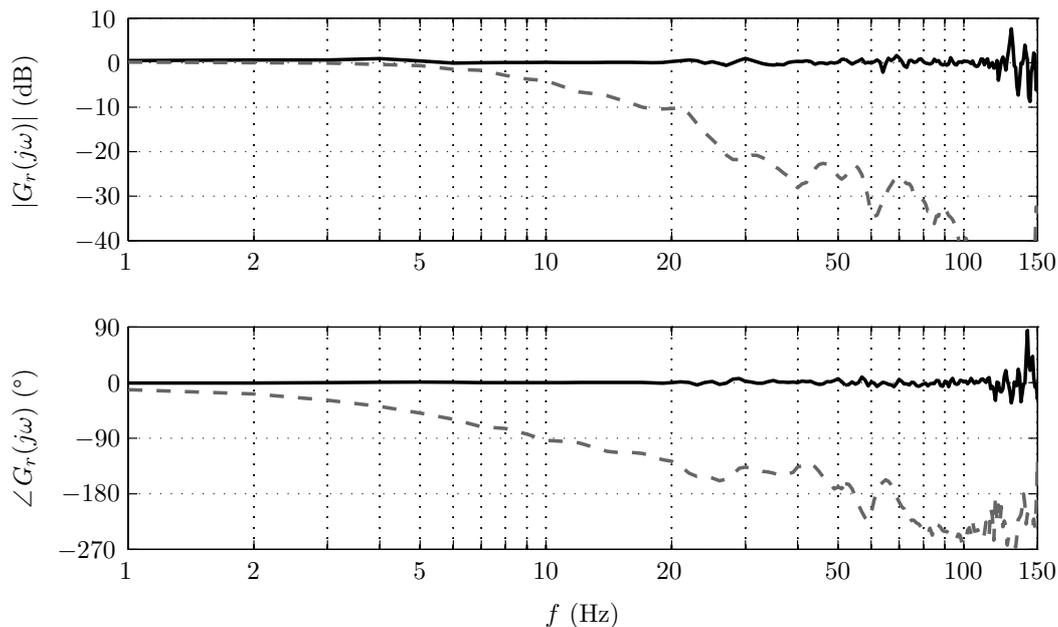


Bild 4.16: Folgeverhalten G_r des EMAC²-5 mit Prüfling „KFZ-Sitz“ bei *offline*-Vorsteuerung $V_s = G_{cl}^{-1}$ ($f_G = 120$ Hz) [—] sowie ohne Vorsteuerung: $V_s = 1$ [---]

sind. Zur Berechnung des Frequenzgangs über Kreuz- und Autoleistungsspektrum¹² genügt dann die 512 Punkte-FFT mit der Frequenzauflösung von circa 1 Hz für eine hinreichende Genauigkeit der Streckenabbildung. Nach der Löschung von unerwünschten Frequenzanteilen ($5 \geq f \geq 100 \dots 120$ Hz) ergeben sich aus dem invertierten Frequenzgang die komplexen Fourier-Koeffizienten (symmetrische Anordnung). Die Multiplikation der FFT des Referenzsignals w_r mit der Identifikations-FFT liefert schließlich nach Rücktransformation das exakt gefilterte Steuersignal w_s .

Bild 4.16 demonstriert die Wirkung der Vorsteuerung für den EMAC²-5 mit dem Autositz (Bild 3.23) als Prüfling. Die graue Linie zeigt das per PI-Zustandsregelung erreichte Folgeverhalten G_{cl} (vgl. Bild 4.6) mit einer Führungsbandbreite $f_{BT} \approx 10$ Hz. Die Vorsteuerung nach der *offline*-Methode führt zu einer perfekten Nachfahrgüte eines typischen Anregungsprofils (vgl. Abschnitt 5.1) in Amplitude und Phase bis zur Reproduktionsgrenze $f_G = 120$ Hz. Zugleich sind Stabilität und Ruhegüte über das unterlagerte Regelkonzept mit Beobachter gesichert. Die verfügbare Spannung wurde im dargestellten Fall nur zu 25% ausgenutzt, allerdings lag hier ein vergleichsweise leichter Prüfling vor ($m_L = 56$ kg, vgl. KFZ-Anregung in Abschnitt 5.2). Als weiterer Nachweis der Reproduktionsgüte dient mit (2.59) das RMS-Verhältnis (4.52) zwischen Regelgröße y und Referenz w_r . In Bild 4.16 wurde der „Wirkungsgrad“ η_{TWR} von 25% (ohne VST) auf 104% (mit VST) gesteigert und damit ein Energieeintrag innerhalb der tolerierten 10% Abweichung gesichert. Mit der hier dargestellten Methodik sind somit hohe Nachfahrgüten in flexibler Art und Weise realisierbar, wie sie den industriellen Anforderungen mit wechselnden Prüflingen entsprechen.

$$\eta_{TWR} = \frac{\|y\|_2}{\|w_r\|_2} \quad (\text{gleich lange Datensätze } w_r \text{ und } y) \quad (4.52)$$

¹² Alle in dieser Arbeit dargestellten Frequenzgänge sind mit $G = Y/X = s_{xy}/s_{xx}$ berechnet (Eingangssignal meist störungsfreier).

4.5 Flachheitsbasierte Regelung

Zur Sicherstellung der geforderten Anregungsqualität in den Schwingungstests sind bisher die stabilisierende Rückführstruktur und die überlagerte Vorsteuerung separat behandelt worden. Es stellt sich die Frage, ob eine simultane Betrachtung von Steuerung und Regelung nicht auch positiv für das Regelergebnis sein könnte. Als Antwort darauf kann beim vorliegenden Aktorsystem das Konzept der flachheitsbasierten Folgeregung angewendet werden. Grundlage des Prinzips ist die in Abschnitt 4.1.2 nachgewiesene vollständige Steuerbarkeit des Systemmodells (3.77). Über einen sog. flachen Ausgang lässt sich dann mit einer modellbasierten Vorsteuerung die Stellankerbewegung vorgeben und der auftretende Steuerfehler durch eine stabilisierende Rückführregelung beherrschen. Die guten Regelergebnisse für den hinreichend genau modellierten, nichtlinearen EMAC²-5 zeigt der folgende Abschnitt.

4.5.1 Grundkonzept

Neben den linearen Systemen sind die flachen wohl am einfachsten zu handhaben [114]. Die charakteristische Eigenschaft der *Flachheit* bedeutet, dass der Zustand eines Systems durch die Trajektorien eines sog. *flachen Ausganges* eindeutig festgelegt ist. Flachheitsbasierte Entwurfsmethoden hängen naturgemäß eng mit modellbasierten Steuerungen auf Basis eines invertierten Systemmodells zusammen. Die Verknüpfung von Steuerung und Regelung hat nun den großen Vorteil, dass die Zustände durch die Steuerung bereits auf ihre Solltrajektorien gebracht werden und die Regelung „nur“ noch Abweichungen von dieser Solltrajektorie regulieren muss. Dagegen wäre eine reine Regelung für Trajektorienführung und -fehler zugleich zuständig.

Für nichtlineare Systeme ergibt sich der Flachheitsbegriff aus der geometrischen Deutung der zu Grunde liegenden Differentialgleichungen (DGLs), denn flache nichtlineare Systeme lassen sich in geeigneten Koordinaten wie lineare Systeme in linearen Räumen darstellen. Die neuen Koordinaten stehen mit den Originalkoordinaten in einem eindeutigen Zusammenhang und beschreiben alle Systemgrößen, d.h. Zustände und Eingänge durch ihren Verlauf und einer endlichen Zahl an Zeitableitungen vollständig [112]. Je nach implementierter Struktur sind diese nichtlinearen Koordinatentransformationen als dynamische Rückführungen bzw. exakte *Feedback*-Linearisierungen interpretierbar, da flache Systeme exakt zustandslinearisierbar sind¹³. Auf Grundlage der Flachheit lassen sich nun in direkter Weise spezielle Methoden zur Systemanalyse und zum Reglerentwurf herleiten [113]. Entstehende Folgefehler weisen eine lineare Dynamik auf und sind sehr einfach mit linearen Reglern stabilisierbar. Auch lineare Strecken können flach sein und mit denselben Methoden behandelt werden. Dabei ist insbesondere die *Feedforward*-Linearisierung von Interesse, die ebenfalls eine lineare Fehlerdynamik ergibt. Zahlreiche Varianten der flachheitsbasierten Steuerung und Regelung sind bereits in vielen Anwendungen erfolgreich eingesetzt worden, z.B. bei Magnetlagern [79, 115], hydraulischen Anlagen, piezoelektrischen Systemen [72] oder bei der elektrischen Antriebsregelung [97].

¹³ Dabei sind Flachheit und Zustandslinearisierbarkeit nicht zu verwechseln, da *flach* eine systemimmanente Eigenschaft ist und damit unabhängig von der Wahl einer Zustandsdarstellung [145].

Ein allgemeines System in Zustandsform (2.43) mit den Zuständen $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, den Eingängen $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$, und den Ausgängen $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{q \times 1}$ heißt *differentiell flach*, wenn es p fiktive Ausgänge $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1 \ \nu_2 \ \dots \ \nu_p)$ gibt, die folgende Bedingungen erfüllen:

- (i) Die Komponenten ν_i ($i = 1, \dots, p$) des Ausgangs $\boldsymbol{\nu}$ lassen sich als Funktionen der Systemzustände x_i ($i = 1, \dots, n$), der Eingänge u_i ($i = 1, \dots, p$) und einer endlichen Anzahl von Zeitableitungen der Eingänge $u_i^{(\kappa)}$ ($\kappa = 1, \dots, \alpha_i$) ausdrücken, d.h.

$$\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(\alpha)}). \quad (4.53)$$

- (ii) Die Zustände x_i ($i = 1, \dots, n$) und die Eingänge u_i ($i = 1, \dots, p$) lassen sich als Funktionen der fiktiven Ausgänge ν_i und einer endlichen Anzahl ihrer Zeitableitungen $\nu_i^{(\kappa)}$ ($\kappa = 1, \dots, \beta_i + 1$) ausdrücken, d.h.

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\psi}_1(\boldsymbol{\nu}, \dot{\boldsymbol{\nu}}, \dots, \boldsymbol{\nu}^{(\beta)}) \quad (4.54a)$$

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\psi}_2(\boldsymbol{\nu}, \dot{\boldsymbol{\nu}}, \dots, \boldsymbol{\nu}^{(\beta+1)}). \quad (4.54b)$$

- (iii) Die Komponenten ν_i ($i = 1, \dots, p$) des fiktiven Ausgangs $\boldsymbol{\nu}$ sind differentiell unabhängig, d.h. sie erfüllen keine DGL der Form

$$\varphi(\boldsymbol{\nu}, \dot{\boldsymbol{\nu}}, \dots, \boldsymbol{\nu}^{(\gamma)}) = 0. \quad (4.55)$$

Ist Bedingung (ii) erfüllt, dann ist Bedingung (iii) äquivalent zu $\dim \boldsymbol{\nu} = \dim \mathbf{u}$. Wenn die fiktiven Ausgänge ν_i ($i = 1, \dots, p$) die Bedingungen (i)-(iii) erfüllen, so heißen sie *flache* oder *linearisierende Ausgänge*. Es existiert allerdings keine notwendige und zugleich hinreichende Bedingung für die Flachheit, d.h. die Bestimmung möglicher flacher Ausgänge beruht auf Überprüfung obiger drei Forderungen. Mit heuristischen Überlegungen lässt sich die Suche nach einem Kandidaten für einen flachen Ausgang aber vereinfachen. Ein Kandidat scheint erfolgsversprechend, wenn er mit seinen Zeitableitungen „möglichst viel Information“ über das System beinhaltet. Je höher dabei die Ordnung der Zeitableitungen der Komponenten ν_i ist, die erstmals von den Eingangsgrößen abhängen, desto geeigneter ist der Kandidat [112]. In diesem Sinne ist ein fiktiver Ausgang sehr wahrscheinlich flach, dessen höchste Ableitung $(\beta + 1)$ der Systemordnung n entspricht und zugleich die Eingangsgrößen beinhaltet. Da er dann die größtmögliche Entfernung vom Eingang u hat, folgt umgekehrt, dass über diesen Eingang auch der Ausgang steuerbar ist. Analog dazu sind alle nicht steuerbaren Systeme auch nicht flach. Nur bei linearen Systemen sind Steuerbarkeit und Flachheit äquivalent, wie durch Koordinatentransformation auf Regelungsnormalform gezeigt werden kann. Flache Systeme haben allerdings keinen eindeutigen flachen Ausgang $\boldsymbol{\nu}$, sondern meist mehrere ineinander verrechenbare Kandidaten. Von allen flachen Ausgängen ist derjenige mit hoher physikalischer Relevanz die bevorzugte Wahl. Da der flache Ausgang und eine endliche Anzahl seiner Zeitableitungen wegen (4.54a) die Systemdynamik festlegen, spricht man auch von einer endlichen Parametrierung des Systems durch den flachen Ausgang.

Mit (4.54b) lässt sich aus vorgegebenen Trajektorien für den flachen Ausgang das Steuersignal für eine exakte *Feedforward*-Linearisierung berechnen. Die gewünschten Ausgangstrajektorien $\boldsymbol{\nu}_d(t)$ konstruiert man sich aus den Referenzbahnen $\mathbf{w}(t)$ und

errechnet sich dann einen Steuerverlauf $\mathbf{u}_d(t)$, der die Zustände auf den vorgeschriebenen Bahnen $\mathbf{x}_d(t)$ hält (4.56) [85]. Alle durch exakte Linearisierung erhaltenen, vollständig steuerbaren Systeme lassen sich zudem mit einem zum flachen Ausgang gehörenden Zustand $\boldsymbol{\xi}$ (4.57) über (4.58) in der sog. BRUNOVSKÝ-Form¹⁴ angeben, die im linearen SISO-Fall der Regelungsnormalform entspricht. Diese kompakte Systembeschreibung in einer DGL ermöglicht dann im linearen Fehlersystem die schnelle Bestimmung der Rückführreglerwerte durch Polvorgabe.

$$\mathbf{x}_d = \boldsymbol{\psi}_1 \left(\boldsymbol{\nu}_d, \dot{\boldsymbol{\nu}}_d, \dots, \boldsymbol{\nu}_d^{(n-1)} \right) \quad (4.56a)$$

$$\mathbf{u}_d = \boldsymbol{\psi}_2 \left(\boldsymbol{\nu}_d, \dot{\boldsymbol{\nu}}_d, \dots, \boldsymbol{\nu}_d^{(n)} \right) \quad (4.56b)$$

$$\boldsymbol{\xi}_i = \left(\nu_i \quad \dot{\nu}_i \quad \dots \quad \nu_i^{(n-1)} \right)^T = \left(\xi_{i,1} \quad \xi_{i,2} \quad \dots \quad \xi_{i,n} \right)^T \quad (4.57)$$

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\chi}(\mathbf{x}) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\chi} = \boldsymbol{\psi}_1^{-1} \quad (4.58)$$

An die Vorgabetrajektorien $\boldsymbol{\nu}_d(t)$ sind im Wesentlichen zwei Bedingungen geknüpft. Sie dürfen zum einen die Stellgrößenbegrenzungen nicht verletzen¹⁵ und müssen zum zweiten hinreichend oft stetig differenzierbar sein. Dabei reicht für Systeme der Ordnung n die n -fache Differenzierbarkeit aus. Mit diesem Rahmen soll im folgenden Abschnitt dem vorliegenden Aktorsystem die Stellbewegung zu großen Teilen durch ein modellbasiertes Steuersignal vorgegeben werden und der verbleibende Fehler per Rückführung stabilisiert werden.

4.5.2 Flachheitsbasierte Steuerung mit Folgeregelung

Für das linear modellierte, steuerbare Aktorsystem dient die flachheitsbasierte Vorsteuerung zur *Feedforward*-Linearisierung. Sie benötigt nicht die Rückführung aller Systemzustände und eröffnet bei hinreichender Modellgenauigkeit (verfügbare Bandbreite) zugleich eine recht gute Kompensation der dynamikbegrenzenden Streckenpole. Zuerst muss jedoch ein flacher Ausgang gefunden werden, der aufgrund der Steuerbarkeit des linearen Modells (3.77) vorhanden sein muss. Entsprechend Abschnitt 4.5.1 sollten flache Ausgänge möglichst weit vom Eingang entfernt sein, um viel Information über das System zu beinhalten. Im Falle des Aktorsystems stellt nun die Ankerposition x einen solchen flachen Ausgang dar, wie anhand der Bedingungen (i)-(iii) von Seite 132 nachgewiesen wird. Da es im System nur eine Stellgröße gibt, hat der flache Ausgang $\nu = x$ die Dimension Eins.

Es ist notwendig, dass sich alle Systemgrößen als Funktion des flachen Ausgangs und seiner Ableitungen anschreiben lassen. Mit Hinblick auf die spätere Regelung wird bereits für den Flachheitsnachweis das Modell (3.77) in Regelungsnormalform mit dem BRUNOVSKÝ-Zustand $\boldsymbol{\xi} = (x \quad \dot{x} \quad \ddot{x} \quad \ddot{\ddot{x}})^T = (x \quad v \quad a \quad j)^T$ transformiert¹⁶. Die Anwendung der Transformationsmatrix \mathbf{T}_{ji} (4.59) auf (3.77) liefert dann das Modell in BRUNOVSKÝ-Form (4.60).

¹⁴ Pavol BRUNOVSKÝ (1934-): Österreichisch-slowakischer Mathematiker.

¹⁵ Stellgrößenbeschränkungen könnten durch spezielle stetige, nichtlineare Funktionen geeignet modelliert werden und in den flachheitsbasierten Entwurf einfließen.

¹⁶ Symbol $j = \ddot{\ddot{x}}$: Änderung der Beschleunigung = Ruck, engl. *jerk*.

$$\mathbf{T}_{ji} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{-1}{T_M} \frac{c_L}{m_L} & \left(\frac{-1}{T_M} \frac{d_L}{m_L} - \frac{c_L}{m_L} \right) & \left(\frac{-1}{T_M} - \frac{d_L}{m_L} \right) & \frac{1}{T_M} \frac{k_{Fi}}{m_L} \end{pmatrix} \quad (4.59)$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -s_0 & -s_1 & -s_2 & -s_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dddot{x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ s_u \end{pmatrix} u \quad (4.60a)$$

mit

$$s_0 = \left(\frac{1}{T_M} \frac{c_L}{m_L} \right) \frac{R}{L_0} \quad (4.60b)$$

$$s_1 = \left(\frac{1}{T_M} \frac{c_L}{m_L} \right) \left(\frac{1}{T_M} \frac{d_L}{m_L} + \frac{c_L}{m_L} \right) \frac{R}{L_0} \quad (4.60c)$$

$$s_2 = \left(\frac{1}{T_M} \frac{d_L}{m_L} + \frac{c_L}{m_L} \right) + \left(\frac{1}{T_M} + \frac{d_L}{m_L} \right) \frac{R}{L_0} \quad (4.60d)$$

$$s_3 = \left(\frac{1}{T_M} + \frac{d_L}{m_L} \right) + \frac{R}{L_0} \quad (4.60e)$$

$$s_u = \left(\frac{1}{T_M} \frac{k_{Fi}}{m_L} \right) \frac{1}{L_0} \quad (4.60f)$$

Die Bedingung (i) für Flachheit ist erfüllt, da die Ankerposition selbst ein Teil des Zustandsvektors ist. Wegen der BRUNOVSKÝ-Form (4.60) ist auch der erste Teil (4.54a) der zweiten Bedingung befriedigt, während sich die Eingangsgröße u mit (4.61) in Abhängigkeit des flachen Ausgangs $\nu = x$ und seiner Ableitungen aus der vierten Zeile von (4.60a) ergibt. Gleichung (4.61) widerlegt außerdem die differentielle Abhängigkeit von ν und seiner Ableitungen in Einklang mit Bedingung (iii).

$$u = \frac{1}{s_u} (x^{(4)} + s_3 \ddot{x} + s_2 \ddot{x} + s_1 \dot{x} + s_0 x) \quad (4.61)$$

Die gerade bestätigte Eigenschaft der Flachheit ermöglicht nun die *Feedforward*-Linearisierung des Aktorsystem, um vorgegebene Beschleunigungen $\ddot{x}_d = w_a$ zu reproduzieren. Aus dem Referenzsignal w_a folgt der gewünschte Trajektorienverlauf $\boldsymbol{\chi}_d = (x_d \ \dot{x}_d \ \ddot{x}_d \ \dddot{x}_d \ x_d^{(4)})^T$ des gesamten Zustands durch hochpassgefilterte Integration und tiefpassgefilterte Differentiation. Die verwendete Steuerstruktur nach (4.62) erreicht eine potenziell hohe Steuerwirkung, da die einzelnen Koeffizienten s_i ($i = 0, \dots, n-1$) je einen Zustandsverlauf des Systems bestimmen und die Steuerungsspannung u_d sich als Summe dieser definiert.

$$u_d = \frac{1}{s_u} (x_d^{(4)} + s_3 \ddot{x}_d + s_2 \ddot{x}_d + s_1 \dot{x}_d + s_0 x_d) \quad (4.62)$$

Mit (4.62) lassen sich die Pole der Strecke in Abhängigkeit der Modellgüte bis zu einem gewissen Grad kompensieren. Weil das Modell (4.60) aber jede Last als Starrkörper idealisiert, sind für nicht-starre Prüflinge Steuerfehler zu erwarten. Außerdem

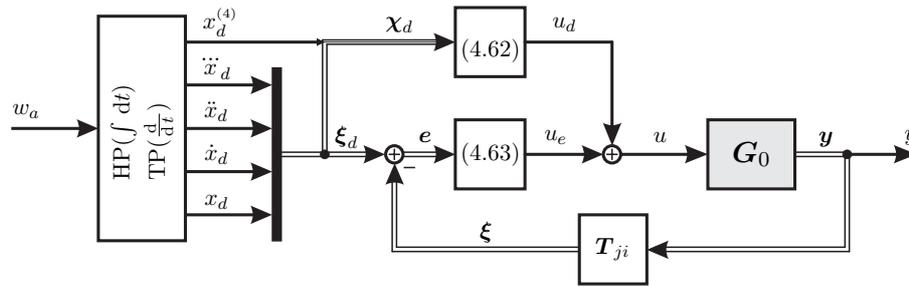


Bild 4.17: Flachheitsbasierte Steuerung des EMAC²-5 mit Zustandsfehlerregelung

kann die Steuerung aufgrund der Modellannahmen den instabilen Streckenpol nicht vollständig auslöschten. Daher kommt zur Aktorstabilisierung und zur Abschwächung der Fehlereinflüsse eine zusätzliche *Feedback*-Regelung der einzelnen Zustandsfehler $\mathbf{e} = (e \ \dot{e} \ \ddot{e} \ \ddot{e})^T$ zum Einsatz ($e = x_d - x$). Die verwendete Reglerstruktur zeigt Bild 4.17, wobei \mathbf{G}_0 die Strecke nach Modell (3.77) mit dem messbaren Zustand $\mathbf{y} = \mathbf{x} = (x \ v \ a \ i)^T$ bezeichnet. Die neue Eingangsspannung u für den Leistungsverstärker des EMAC²-5 setzt sich aus der flachheitsbasierten Steuerspannung u_d (4.62) und der Zustandsfehlerspannung u_e (4.63) zusammen.

$$u_e = \frac{1}{s_u} (k_3 \ddot{e} + k_2 \ddot{e} + k_1 \dot{e} + k_0 e) \quad (4.63)$$

Fügt man die gesamte Stellspannung (4.64) in die letzte Zeile von (4.60a) ein, erkennt man als verbleibende Systemdynamik die des Zustandsfehlers \mathbf{e} mit dem charakteristischen Polynom (4.65). Durch Vorgabe stabiler Pole λ_i ($i = 1, \dots, n$) für die gewünschte Fehlerdynamik erhält man ebenfalls ein Polynom n -ter Ordnung (4.66), dessen Koeffizientenvergleich mit (4.65) dann die Parameter k_i ($i = 0, \dots, n-1$) des Vergleichsreglers liefert.

$$u = u_d + u_e = \frac{1}{s_u} \left[\begin{pmatrix} s_0 & s_1 & s_2 & s_3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \boldsymbol{\chi}_d + \begin{pmatrix} k_0 & k_1 & k_2 & k_3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{e} \right] \quad (4.64)$$

$$0 = [s^4 + (s_3 + k_3) s^3 + (s_2 + k_2) s^2 + (s_1 + k_1) s + (s_0 + k_0)] E(s) \quad (4.65)$$

$$0 = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)(s - \lambda_4) = s^4 + p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0 \quad (4.66)$$

Das HURWITZ-Kriterium für Stabilität fordert, dass alle Koeffizienten des charakteristischen Polynoms eines Systems notwendigerweise reell, von Null verschieden und positiv sein müssen¹⁷. Für ein nicht geregeltes System mit allen $k_i = 0$ verbleiben in (4.65) lediglich die Steuerkoeffizienten s_i , von denen für den hier vorliegenden Fall wegen (4.60e) nur $s_3 > 0$ ist. Dieser Koeffizient s_3 wirkt auf den *Ruck* \ddot{x} bzw. seinen Folgefehler \ddot{e} , in deren Schätzung wegen \mathbf{T}_{ji} (4.59) neben den kinematischen Größen auch der Strom i einfließt. Da jetzt aber $s_3 > 0$ bereits das HURWITZ-Kriterium erfüllt, kann ohne Gefährdung der Systemstabilität immer $k_3 = 0$ gewählt werden. Zur Stabilisierung bedarf es somit nicht mehr der Stromrückführung, sondern es genügt im Gegensatz zu Abschnitt 4.1.3 allein die Kenntnis von Lage x , Geschwindigkeit \dot{x} sowie Beschleunigung \ddot{x} . Der elektrische Pol wird durch die flachheitsbasierte Steuerung bereits derart kompensiert, dass die magnetische Instabilität beherrscht werden kann. Die mögliche Sensorreduktion bietet zum einen Kostenvorteile, aber vor allem verbessert sich ohne das rauschbehaftete Stromsignal die Ruhegüte.

¹⁷ Nur für $n \leq 2$ ist diese Bedingung notwendig und hinreichend (Tabelle 2.4, Seite 42).

Bei der Polvorgabe für die Fehlerdynamik spielt die verfügbare Bandbreite eine ebenso große Rolle wie beim Entwurf des Zustandsreglers (Abschnitt 4.2). In guter Übereinstimmung mit den Erkenntnissen aus Abschnitt 4.1.4 konnten in den Experimenten problemlos Pole bis zu 30 Hz mit guter Robustheit eingestellt werden (Bild 4.2). Zu Sicherung der stationären Genauigkeit ist die Regelspannung u_e zusätzlich um den integrierten Lagefehler ergänzt (4.67).

$$u_{eI} = u_e + I_x \int e dt \quad (4.67)$$

Die mit flachheitsbasierter Vorsteuerung und Folgeregelung erreichten Bandbreiten sind in Bild 4.18 für den mit $m_S = 30$ kg belasteten EMAC²-5 ersichtlich. Dargestellt sind für zwei verschiedene Gleitsinus-Beschleunigungsvorgaben das Folgeverhalten G_v sowie die Amplitude der Stellspannung u , wobei 0 dB der maximalen Stellspannung $u_{\max} = 209$ V entsprechen. Die Vorgaben sind mit 1 g bzw. 2 g gegenüber den praktischen Anregungen bereits als sehr anspruchsvoll einzuschätzen (vgl. Kapitel 5). Bild 4.18 beweist eindrucksvoll die im Vergleich zu reinen Rückführreglern gesteigerte Leistungsfähigkeit der Aktorregelung. Während die modellbasierten Steuerkoeffizienten 1 : 1 verwendet wurden, sind die per Polvorgabe erhaltenen Reglerwerte sowie I_x in geringem Maße adaptiert. Bis zum Ausschöpfen der verfügbaren Spannung stellt sich nun rein modellbasiert eine hohe Trajektorienfolge ein. Somit ist die verfügbare Spannung das beschränkende Element, und die Folgebandbreite f_{BT} variiert je nach Steuerenergie und Last. Wie bereits aus dem HURWITZ-Kriterium erkannt, ist die stabile Regelung des Aktors auch ohne Stromrückführung möglich. Sie weist je nach Beschleunigungsverstärkung k_2 eine sehr gute Ruhegüte auf, wobei für die Anwendung meist $k_2/s_u < 5$ Vs²/m genügt.

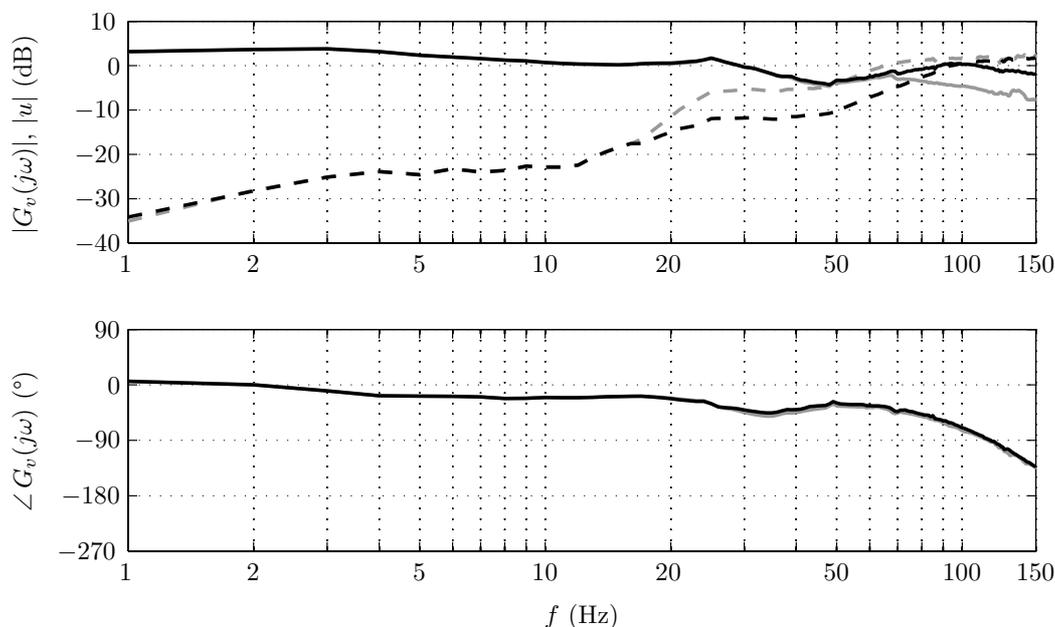


Bild 4.18: Flachheitsbasierte Folgeregelung: Folgeverhalten G_v [—] und Spannungsbedarf [---] des EMAC²-5 für $m_S = 30$ kg starre Last und verschiedene Sollbeschleunigungen $\hat{a} = 10$ m/s² bzw. $\hat{a} = 20$ m/s² (0 V = -46,8 dB, 209 V = 0 dB)
 Steuerung: $\mathbf{s} = (-8,8$ V/mm; -191 Vs/m; $-0,0159$ Vs²/m; $0,0119$ Vs³/m); $s_u = 3,54 \cdot 10^{-5}$ Vs⁴/m
 Regler: $\mathbf{k}/s_u = (50$ V/mm; 1000 Vs/m; 5 Vs²/m; 0 Vs³/m); $I_x = 100$ V/mm s
 Pole Fehlerkreis: $\lambda_e = \{-104,3 \pm j21,8; -64,6 \pm j313,8\}$ rad/s

In Bild 4.18 sind keine Modell-Frequenzgänge angegeben, da sich dort aufgrund der modellbasierten Steuerung eine perfekte Regelqualität ergibt (0 dB, 0°). Die geringen Abweichungen $|\Delta| \leq 4$ dB vom Idealfall beruhen somit vor allem auf Modellfehlern, z.B. der orts-, strom- und frequenzabhängigen Induktivität. Für die Robustheit der Methode sprechen das ebenfalls gute Folgeverhalten des Aktors mit dem Prüfling „Sitz“, der sich *ad hoc* stabilisieren und ordnungsgemäß anregen ließ. Alle noch vorhandenen Abweichungen können schließlich über die *offline*-Vorsteuerung einer entsprechend modifizierten Referenz w_a ganz nach den Ausführungen in Abschnitt 4.4.3 behoben werden. Aber insbesondere für die technisch relevante Prüfung von Komponenten präsentiert sich das Konzept der flachheitsbasierten Folgeregelung als sehr leistungsfähig im Sinne der Anforderungen (vgl. Abschnitt 5.1).

4.6 Zusammenfassung und Vergleich

Dieses Kapitel behandelt vier Varianten zur Regelung und Steuerung des entwickelten EMAC²-5. Der Aktor erfüllt nach Kapitel 3 bereits alle statischen Leistungsanforderungen an Schwingerreger in der Störgeräuschakustik und soll mit einer Regelung auch dynamisch leistungsfähig werden. Als Grundlage der präsentierten Konzepte dienen die Regelkriterien zu Beginn des Abschnitts 4.1, die sich unter dem Stichwort *robuste Regelqualität* zusammenfassen lassen. Wichtige Voraussetzung zur Regelung des instabilen Aktorsystems ist die nachgewiesene vollständige Zustandssteuer- und -beobachtbarkeit sowie die praktisch nützliche starke Stabilisierbarkeit der Regelstrecke durch Regler dritter Ordnung mit dem Zählergrad Drei (Abschnitt 4.1.3). Sehr bedeutend für alle im Kapitel vorgestellten Konzepte sind die Untersuchungen zur verfügbaren und erreichbaren Bandbreite in Abschnitt 4.1.4. Mit Hilfe des Empfindlichkeitstheorems von BODE wird gezeigt, dass die Bandbreite des Regelkreises mit modellbasierten Rückführreglern aufgrund von Modellungenauigkeiten und der magnetischen Instabilität auf circa 30 Hz begrenzt ist. Jede Vergrößerung der Bandbreite bedeutet eine Verschlechterung des Sensitivitätsverlaufs. Zum Abschluss der Vorüberlegungen wird die notwendige Regelrate $f_S \geq 2$ kHz bestimmt.

Mit diesem Wissen über systemimmanente Eigenschaften kommen folgende Regelkonzepte am EMAC²-5 zum Einsatz:

- Beobachtergestützte Zustandsregelung (Abschnitt 4.2);
- Robuste \mathcal{H}_∞ -Regelung (Abschnitt 4.3);
- Vorsteuerung stabiler Regelkreise durch *frequency sampling* (Abschnitt 4.4);
- Flachheitsbasierte Steuerung mit Folgeregelung (Abschnitt 4.5).

Alle behandelten Methoden werden durch eine Darstellung ihres Grundkonzepts eingeführt und anschließend im Detail auf den Aktor angewendet. Die Zustandsregelung ermöglicht sehr anschaulich die modellbasierte Stabilisierung aller vorhandenen Prüflinge. Für den per PI-Zustandsrückführung geregelten Kreis werden aus den stabilisierten Streckenpolen berechnete Reglerparameter anschließend mit verschiedenen Verfahren bezüglich der gewünschten Eigenschaften eingestellt. Bemerkenswert ist

die robuste Regelung verschiedenster Prüflinge basierend auf dem einfachen Starrkörpermodell (3.77), das die volle Zustandsrückführung gestattet. Die geforderte Ruhegüte des geregelten Aktorsystems, d.h. seine Geräuschlosigkeit ohne unerwünschte Vibrationen, stellt ein reduzierter Beobachter für Beschleunigung und Strom sicher. Insgesamt beweist die beobachtererweiterte Zustandsregelung im Experiment hohe Stabilitätsreserven und zeichnet sich durch ihre Systematik zur Bestimmung stabilisierender Reglerwerte aus.

Für den Einsatz der Magnetaktoren sind unbekannte Lasten typisch, daher sollen die Unsicherheiten im Entwurf einer robusten \mathcal{H}_∞ -Regelung berücksichtigt werden. Eine \mathcal{H}_∞ -optimale Regelung ohne Unsicherheiten liefert stabilisierende Regler, die in Gewichtsfunktionen formulierte Regelanforderungen erfüllen und robust gegenüber den nichtmodellierten Unsicherheiten des elektrischen und magnetischen Teilsystems sind. Die unbekanntenen Parameterschwankungen der Prüflinge lassen sich in einer multiplikativen Unsicherheit am Streckeneingang zusammenfassen. Beim unsicherheitsbehafteten Entwurf wird für den belasteten EMAC²-5 die robuste Stabilität bezüglich der angegebenen Unsicherheitsschranke, aber keine robuste Regelqualität erreicht. Der Kompromiss aus Stabilität, Robustheit und Regelqualität tritt bei diesem konservativen Entwurf sehr deutlich in Erscheinung, denn nach Kompensation der Unsicherheiten steht wenig Energie für weitere Regelziele zur Verfügung.

Die in den Abschnitten 4.2 und 4.3 eingeführten Rückführregler können nach den Erkenntnissen zur erreichbaren Bandbreite (Abschnitt 4.1.4) den Regelkreis nicht schneller als 30 Hz machen. Eine höhere Dynamik lassen messbasierte Vorsteuerungen zu, von denen in dieser Arbeit in zwei Varianten vorgestellt sind. Zum einen werden digitale FIR-Filter auf der Regelkarte implementiert, deren Koeffizienten sich per *frequency sampling* ergeben. Die Filter haben in der Nachfahrqualität allerdings den Nachteil der Phasenuntreue. Eine sehr hohe Signalreproduktion liefert die *offline*-Referenzadaption, bei der die Referenzbeschleunigung auf Basis des invertierten gemessenen Regelkreis-Frequenzgangs angepasst wird. Diese Variante lässt auch nicht-kausale Vorgabeänderungen zu und erreicht für die geprüften Komponenten nach wenigen Iterationen eine sehr hohe Nachfahrqualität (RMS-Fehler < 5%).

Eine wirksame Kombination aus Steuerung und Regelung stellt die flachheitsbasierte Folgeregelung in Abschnitt 4.5 dar, die sich über den flachen Ausgang der Ankerposition hervorragend auf den Aktor anwenden lässt. Modellbasiert werden für jeden Zustand und seine Änderung Steuerfaktoren ermittelt, die über entsprechende Vorgaben die Stellbewegung des Aktors bereits nah an die Referenztrajektorie bringen. Zur Überwindung der Fehler durch Modellungenauigkeiten dient ein Rückführregler per Polvorgabe, der vor allem die Stabilität des Regelkreises sichert, da die Nullstellen der Steuerung nie exakt auf den Polen der Strecke liegen. In der Anwendung überzeugt der mit dem Starrkörpermodell (3.77) entworfene flachheitsbasierte Folgeregler durch robuste Stabilität und enorme Bandbreite, die nur durch die verfügbare Stellspannung begrenzt ist. Weil die Steuerung den dominanten elektrischen Pol hinreichend gut kompensiert, ist auch die Stabilisierung des EMAC²-5 ohne Stromrückführung möglich und daher eine hohe Ruhegüte erreichbar.

Im Vergleich erweist sich der flachheitsbasierte Folgeregler in der Summe seiner Eigenschaften als am besten geeignete Variante zur Regelung des entwickelten magnetischen Reluktanzaktors. Für den Einsatz als Qualitätssicherungs-Shaker kann damit modellbasiert eine hohe Nachfahr- und Ruhegüte erreicht werden. Aber auch die beobachtergestützte Zustandsregelung in Kombination mit der *offline*-Referenzadaptation erzielt sehr gute Regelergebnisse. Die normoptimalen Regler sind ohne Unsicherheitsbeachtung dem Zustandsregler äquivalent und sehr robust. Bei der expliziten Berücksichtigung von Lastvariationen werden aber in der \mathcal{H}_∞ -Norm alle weiteren Entwurfsziele der Robustheit untergeordnet und die erreichte Bandbreite ist gering. Jedoch ist die \mathcal{H}_∞ -Regelung sehr gut zur Schwingungsunterdrückung geeignet und kann bei anderen Aktoranwendungen durchaus bevorzugt werden. Für die eingesetzten Regelkonzepte stellt die verfügbare Verstärkerspannung $u_{\max} = 209 \text{ V}$ lastabhängig die Leistungsgrenze dar. Daher wäre durch Anhebung dieser Beschränkung eine Ausweitung der Bandbreite möglich.

5 Industrieller Einsatz der entwickelten elektromagnetischen Shaker

Als Anwendungsbeispiel für die Systematisierung der Entwicklung und Regelung magnetischer Reluktanzaktoren dient nach Abschnitt 3.1 auf Seite 47 die Qualitätssicherung in der Automobilentwicklung. Das akustische Komfortempfinden in den Fahrzeugen wird aufgrund der immer besseren Geräuschdämmung zur Umgebung und den leiseren Motoren heute vor allem durch Störgeräusche aus dem Innenraum beeinträchtigt. Schwingungen einzelner Bauteile oder ganzer Komponenten sorgen für Relativbewegungen, die über Klappern und *Stick-Slip*-Erscheinungen (Knarzen) zu einer unerwünschten Geräuschkulisse führen. Die Automobilhersteller und Zulieferer nehmen sich dieser Problematik mit umfangreichen Schwingungstests (*Squeak and Rattle*, S&R) durch Straßenfahrten sowie in Shaker-Prüfständen im Labor an. Gerade dieses umfassende Anforderungsprofil in der Störgeräuschanalyse bot die Chance, eine Entwicklungssystematik für magnetische Reluktanzaktoren aufzustellen und verschiedene Varianten der Regelung für die Erfüllung der branchenüblichen Kriterien (vgl. Tabelle 3.1 auf Seite 49) zu untersuchen.

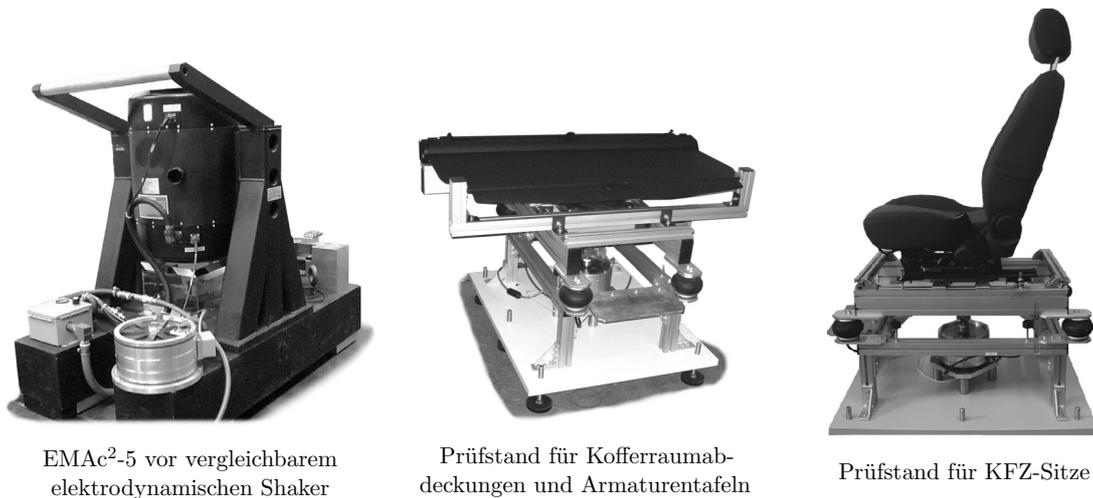
Kooperationen mit klein- und mittelständischen Firmen¹ sowie Kontakte zu Automobilherstellern² (OEM: *Original Equipment Manufacturer*) ermöglichten eine industrietaugliche Shaker-Entwicklung und schärften das Bewusstsein für die Thematik. Das in Kapitel 3 entstandene Aktorsystem ist mit den in Kapitel 4 beschriebenen Reglern in die industrielle Anwendung überführt worden und kommt bei verschiedenen OEMs und Zulieferbetrieben zum Einsatz. Die nachfolgenden Abschnitte beschreiben die Hauptanwendungsgebiete als Komponenten- und Gesamtfahrzeug-Shaker, liefern typische Messkurven und diskutieren den praktischen Einsatz.

5.1 Komponenten-Shaker, Dauertest, Erwärmung

Der Nachweis spezieller Qualitätsstandards spielt vor allem in den OEM-Lieferanten-Beziehungen eine immer größere Rolle und erfordert Prüfsysteme, die verlässlich und reproduzierbar testen lassen. Ein wichtiges Anwendungsfeld des EMAC²-5 ist dabei die Schwingungsprüfung einzelner Fahrzeugkomponenten. Damit kann zum einen in der Entwicklung bereits vor dem Zusammenbau eines Prototypenfahrzeugs die Komponentenqualität sichergestellt und nachgewiesen werden. Zum anderen dienen Komponentenprüfstände auch der Qualitätskontrolle am Band, um im täglichen Einsatz erkannte Probleme beheben zu können. Für diese Zwecke sollen die Shaker kompakt und leistungsfähig zugleich sein, um unkompliziert alle potenziellen

¹ AKE AUTOMATION AMERES GmbH, Passau [5]; KE KNESTEL ELEKTRONIK GmbH, Hopferbach [65]; MAHA-AIP GmbH & Co. KG, Haldenwang [86].

² BMW AG, München; Daimler AG, Sindelfingen.



EMAc²-5 vor vergleichbarem elektrodynamischen Shaker

Prüfstand für Kofferraumabdeckungen und Armaturentafeln

Prüfstand für KFZ-Sitze

Bild 5.1: Komponentenprüfung mit dem EMAc²-5 in der KFZ-Qualitätssicherung

Elemente des Fahrzeuginnenraums mittels verschiedener Testaufbauten anzuregen. Das entstandene EMAc²-5-System zielt genau auf diese Kriterien ab und kann als Komponenten-Shaker sehr wirkungsvoll eingesetzt werden.

In Bild 5.1 sind verwendete Komponentenprüfstände mit dem EMAc²-5 dargestellt. Rechts im Bild ein zu Bild 3.23 (Seite 86) sehr ähnlicher Sitzaufbau, der mit seinen Aluminiumprofilen die Aufnahme verschiedener Sitze erlaubt. In der Mitte von Bild 5.1 ist ein weiterer Prüfstand für Kofferraumabdeckungen von Kombi-PKW oder für Armaturentafeln abgebildet. Diese beiden Anwendungsbeispiele befinden sich schon am oberen Ende der Belastungsskala einer Komponentenprüfung, aber auch kleinere Teile aus dem Innenraum lassen sich mit dem EMAc²-5 testen. Dazu fixiert man den Prüfling auf einer kleinen starren Adapterscheibe, die ähnlich zu den Massestücken in Bild 3.23 links direkt an der Stellachse angeflanscht wird. Im linken Teil von Bild 5.1 ist der neue Magnetaktor im Größenvergleich zu einem elektrodynamischen Aktor der 5 kN-Leistungsklasse zu sehen, der sich zwar durch sehr große Ankeramplituden und Stellfrequenzen über 1000 Hz auszeichnet, aber immens größer und durch das Gestell viel schwerer ist. Für andere Anwendungszwecke hervorragend geeignet, sind seine Größe, das Gewicht und die Kühlung für die Anwendung in der Störgeräuschakustik nachteilig.

Der EMAc²-5 mit den technischen Daten der Tabelle A.2 (Anhang A) wird abhängig von den Anforderungen des Industriekunden in einachsigen oder mehrachsigen Prüfständen verwendet. Vor allem der kompakte Aufbau des EMAc²-5 und das geringe Gewicht ($\varnothing 260$ mm, 24 kg) ermöglichen seine variable Nutzung in den Testsystemen. Die Prüfstände selbst müssen sehr schwingungsarm aufgebaut und starr an den Aktor gekoppelt sein, um nicht durch Resonanzerscheinungen die Anregungsqualität zu beeinträchtigen oder die Analyse zu stören. Zur Überwachung der Tests können die Beschleunigungssensoren am Aktor selbst genutzt werden, alternativ sind weitere Sensoren am Prüfling möglich. Dies kann vor allem bei komplexeren Objekten sinnvoll sein, um an definierten Orten bestimmte Schwingungszustände einzuregeln.

Als Regelkonzept für Komponenten hat sich der beobachtergestützte PI-Zustandsregler mit *offline* Vorfilter aus den Abschnitten 4.2 und 4.4 bewährt. Die robuste Stabilität der Zustandsrückführung mit der hohen Ruhegüte aus dem Beobachter liefern eine gute Basis für die Vorsteuerung modifizierter Referenzsignale zum Erreichen der geforderten Trajektorienfolgequalität (Nachfahrgüte). Weiterhin gut einsetzbar ist der flachheitsbasierte Folgeregler aus Abschnitt 4.5, dessen modellbasierte Vorsteuerung auch bei ungenau bekannten Lasten (z.B. Sitz) noch wirksam ist. Hier obliegt es dem Anwender, ob ihm die Nachfahrgüte genügt oder gegebenenfalls durch eine Vorfilterung der Referenzsignale perfektioniert wird. Die beiden zustandsbasierten Regler sind im industriellen Umfeld durch die physikalisch zuweisbaren statischen Reglerverstärkungen intuitiv einsetzbar und erlauben daher auch die manuelle oder automatisierte Anpassung an den Lastfall. Demgegenüber setzt die normoptimale Regelung aus Abschnitt 4.4 einen gewissen Grad an Erfahrung mit ihren Gewichtsfunktionen voraus, um bedenkenlos in der Praxis implementierbar zu sein. Außerdem benötigen die dynamischen Regler mehr Rechenzeit auf der Regelkarte, und reduzieren somit die Reserven für notwendige Betriebsüberwachungsroutinen.

Am Beispiel der Prüfung eines PKW-Sitzes nach Bild 5.1 rechts wird die Leistungsfähigkeit des EMAc²-5 als Komponenten-Shaker demonstriert. In Bild 5.2 sind vorgegebene Anregungssignale am Sitz in Grau dargestellt, wie sie durch eine PI-Zustandsregelung mit *offline* Vorfilter reproduziert werden (schwarze Strich-Linie). Als typische Vorgaben dienen ein Gleitsinus der Amplitude 10 m/s^2 von $1 \dots 200 \text{ Hz}$ sowie ein gemessenes Straßenprofil mit $0,23 \text{ g}_{RMS}$, das ursprünglich nur in PSD-Form³ vorlag. Das Speichern der *Road Profiles* bzw. *Drive Files* im PSD als frequenzabhängige Signalamplitude ist gängige Praxis, da erfahrungsgemäß alle vergleichbaren Straßenfahrten ein ähnliches Leistungsdichtespektrum haben, das einem braunen Rauschen sehr nahe kommt. Aus den PSD-Daten wurde mit zufälliger Phase ein Beschleunigungssignal als zeitliche Referenz für den Aktor generiert. Auch als Auswertung ist das Leistungsdichtespektrum sehr gut geeignet, da es die physikalischen Eigenschaften der Anregung zeigt. Durch Übereinanderlegen von Vorgabe und Folgesignal ist die Analyse der Nachfahrgüte unter Berücksichtigung der Signalenergie sehr anschaulich möglich. Übertragungsfunktionen zeigen diese Energieabhängigkeit nicht. Da für die Schwingungsanregung vor allem der Energieeintrag entscheidend ist, ist der RMS-Wert des Signals als normierte 2-Signalnorm ebenfalls zur Prüfung der Nachfahrgüte wichtig (vgl. (2.59), Seite 45 und (B.14), Seite 164).

Bild 5.2 zeigt die Nachfahrgüte des Aktors am Sitz nach zwei Identifikationsiterationen. Die RMS-Fehler unter 5% sowie die Darstellungen beweisen das hohe Niveau der Schwingungsanregung. Über den gesamten Frequenzbereich arbeitet der Aktor geräuschlos und stabil. Beim Gleitsinus erfolgte die Identifikation bis 160 Hz, die auch noch mit 1 g reproduziert werden können⁴. Für diese hohe Stelleistung benötigt der Aktor eine maximale Stellspannung von 200 V (Grenze: $u_{\max} = 209 \text{ V}$) und im RMS-Mittel circa 57 V . Dem Straßenprofil mit geringerer Leistung kann der Aktor noch besser folgen, so dass hier im RMS-Mittel nur 15 V sowie maximal 56 V benötigt werden. Diese Werte verdeutlichen das Potenzial des Aktors, der ohne

³ PSD: *power spectral density*, Leistungsdichtespektrum; vgl. (2.58) auf Seite 45.

⁴ Ab einfacher Erdbeschleunigung, d.h. 1 g , heben lose Teile von ihrer Unterlage ab!

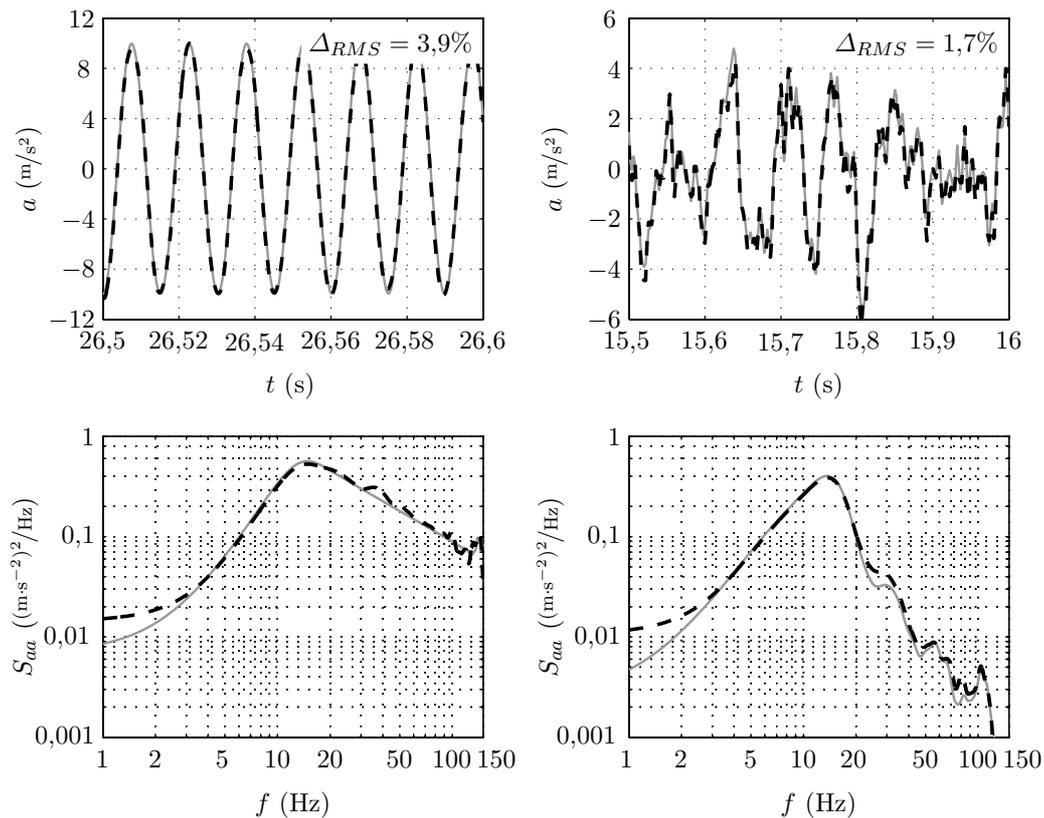


Bild 5.2: Komponentenprüfung mit dem EMAC²-5: Nachfahrgüte beim „KFZ-Sitz“ in Zeit- und PSD-Form typischer Anregungen (Vorgabe [—], Folgeverhalten [– –])
links: Gleitsinus (10 m/s²) *rechts:* Gemessenes Straßenprofil

weiteres auch Personen auf dem Sitz toleriert. Alle Probanden schilderten bei den verschiedenen Straßenprofilen ein realistisches fahrtypisches Schwingungsverhalten.

Als Komponenten-Shaker absolvierte der EMAC²-5 bereits mehrwöchige Dauertests, die ohne Ausfälle oder Ermüdungserscheinungen erfolgten. Nur bei einem Shaker lösten sich drei der Madenschrauben zur Spulenfixierung, die jetzt generell mit Schraubensicherungslack versiegelt sind. Die Dauerbeanspruchung führte auch zu keiner magnetisch kritischen Erwärmung, denn zum einen bietet das Aluminiumgehäuse eine große Kühlfläche und zum anderen sind die Ströme bei Komponententests noch relativ gering. In einem Erwärmungsexperiment wurde die Leistungsfähigkeit des EMAC²-5 bei 40°C Gehäusetemperatur dem abgekühlten Zustand (22°C) gegenübergestellt. Die gewünschte Erwärmung war erst nach mehr als 30 Minuten maximaler Bestromung feststellbar, mit den Ergebnissen nach Bild 5.3. Die linke Bildseite zeigt einen durchschnittlich um 3,5% abgesunkenen Kraft-Strom-Faktor, während im rechten Diagramm die magnetische Steifigkeit im Mittel um 12,5% sinkt. Diese Beobachtungen lassen auf sehr temperaturempfindliche NdFeB-Magnete schließen, die im Zweifelsfall durch SmCo-Magnete ersetzt werden können (vgl. Abschnitt 3.4.2). Das weichmagnetische Kernmaterial zeigt sich weniger temperaturempfindlich, aber auch hier können zu große Erwärmungen zu einer Verschlechterung der Materialeigenschaften führen. Die in Bild 5.3 links dargestellte Reduzierung von k_{Fi} hängt wegen (3.48) aber zu großen Teilen mit der Entmagnetisierung der Dauermagnete zusammen. Nach Abkühlung des Aktors auf Umgebungstemperatur war

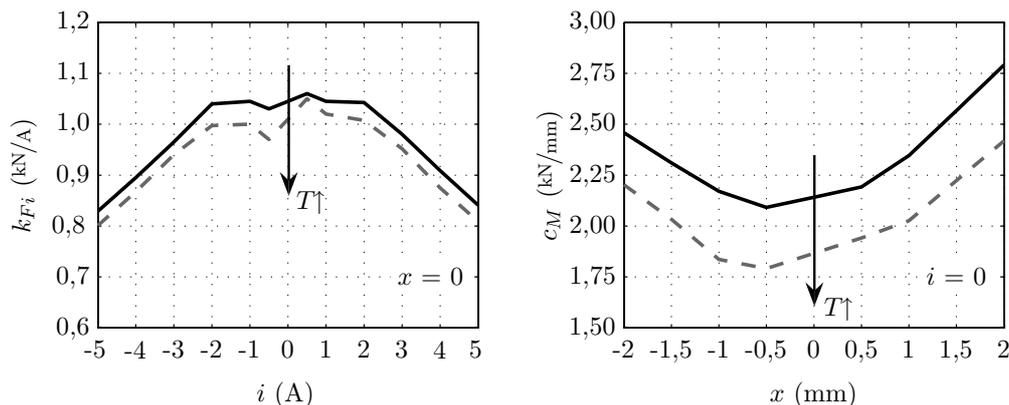


Bild 5.3: Einfluss der Erwärmung des EMAC²-5 auf die Stellkraft

links: Kraft-Strom-Faktor $k_{Fi}(i)$

rechts: Magnetische Steifigkeit $c_M(x)$

(Messungen bei Gehäusetemperatur $T_1 = 22^\circ\text{C}$ [—] und $T_2 \approx 40^\circ\text{C}$ [- -])

die ursprüngliche Leistung wieder verfügbar. Abschließend bleibt festzustellen, dass in der Praxis noch keine derartigen Erwärmungen eingetreten sind, der Aktor also grundsätzlich ohne Kühlung betreibbar ist.

Zusammengefasst ist der EMAC²-5 sehr gut als Komponenten-Shaker einsetzbar und sein Potenzial wird dabei noch nicht vollends ausgeschöpft. Für kleinere Prüflinge wäre sogar die Nutzung des kleinen PVM2s-Aktors aus Abschnitt 1.3.2 auf Seite 6 denkbar. Entsprechend dem Entwicklungsziel ist auch die Anregung kompletter Kraftfahrzeuge mit dem EMAC²-5 vorgesehen, die seine gesamte Leistung erfordern werden. Der folgende Abschnitt beschreibt die Erfahrungen und Ergebnisse in dieser wichtigen Anwendungskategorie.

5.2 Gesamtfahrzeug-Shaker

In der Störgeräuschakustik sind im Labor zur Nachbildung realer Schwingungszustände eines fahrenden KFZ (Zeitdatenreplikation, TWR: *Time Waveform Replication*) mindestens zwei Shaker erforderlich. In der Fachwelt ist noch nicht endgültig geklärt, ob sogar vier Aktoren notwendig sind, um z.B. Verwindungen darstellen zu können oder mehr Freiheitsgrade zum Erreichen gewünschter Vibrationen zu haben. Im Rahmen dieser Arbeit sind bisher Untersuchungen mit zwei Shakern an einer Karosserie erfolgt, die meist vorn rechts und hinten links an den Wagenheberaufnahmen andockt wurden. Während Versuche mit Mittelklasse-PKW erfolgreich waren, zeichnete sich bei größeren Typen wie BMW 7er-Reihe oder Mercedes GL-Klasse eine zu hohe Stromaufnahme ab, wenn das leer andockte Fahrzeug mit Personen besetzt wurde. Diese statische Last erhöhte den mittleren Spulenstrom, so dass die anregungsbedingten Stromänderungen zur Überschreitung des maximal zulässigen Stroms $i_{\max} = 5\text{ A}$ führten und der Leistungsverstärker aus Sicherheitsgründen abschaltete. Um trotzdem die Anregung großer Limousinen und Geländewagen zu ermöglichen, wurde eine größere Kraft pro Strom erforderlich. Diese Aufgabe konnte mit einer geringen Modifikation des EMAC²-5 gelöst werden, die zu einer leistungsgesteigerten Variante EMAC²-6 führte.

5.2.1 Leistungsgesteigerter Magnetaktor EMAC²-6

Größere Magnetkräfte können bei ungesättigtem Kernmaterial im Wesentlichen durch eine Erhöhung der Steuerdurchflutung $\Theta = w i$ erreicht werden. Da der zulässige Strom begrenzt ist, ist entsprechend (3.48) (Seite 68) die Vergrößerung des Kraft-Strom-Faktors k_{Fi} am einfachsten durch eine höhere Windungszahl w realisierbar. Dieser Weg wurde zur Leistungssteigerung des EMAC²-5 beschritten, da der Einsatz bei den Industriepartnern nicht durch grundlegende Magnetkreisneuerungen und entsprechende Tests verzögert werden sollte. Beim EMAC²-Aufbau ist zur Windungszahlerhöhung ein Spulenaustausch nötig, der durch die separaten, per Madenschrauben fixierten Spulenkörper sehr leicht möglich ist.

Ausgangspunkt der Leistungssteigerung ist die aktuelle Spule, die auf einem effektiv nutzbaren Wickelraum $A_W = b_W \times h_W = 672 \text{ mm}^2$ (vgl. Tabelle A.1, Seite 158) eine Windungszahl $w = 580$ bei $d_{Cu} = 1,00 \text{ mm}$ Drahtdurchmesser besitzt ($A_{Cu} \approx 0,8 \text{ mm}^2$). Der Kupferfüllfaktor k_{Cu} (5.1) liegt damit bei guten $k_{Cu} = 0,68$ und die maximale Stromdichte beträgt $J_{\max} = 6,4 \text{ A/mm}^2$ bei $i_{\max} = 5 \text{ A}$.

$$k_{Cu} = \frac{w A_{Cu}}{A_W} \quad (5.1)$$

Als Zielstellung wurde die Verdopplung des Kraft-Strom-Faktors ausgegeben, die in erster Näherung wegen (3.48) auch die Verdopplung der Windungszahl bedeutet. Unter Beibehaltung des bisherigen Kupferfüllfaktors ergibt sich aus (5.1) bei $w = 1160$ der maximale Drahtdurchmesser $d_{Cu} = 0,71 \text{ mm}$ ($A_{Cu} \approx 0,4 \text{ mm}^2$). Diese Drahtstärke ist technisch verfügbar und die Spule mit der neuen Windungszahl im verfügbaren Wickelraum unterzubringen.

Die Verdopplung der Windungszahl hat mehrere Konsequenzen für den Aktorbetrieb. Bild 5.4 beweist im Diagramm links unten, dass für kleine Ströme der Kraft-Strom-Faktor von $k_{Fi} = 1100 \text{ N/A}$ auf $k_{Fi} \approx 2100 \text{ N/A}$ tatsächlich fast verdoppelt wird und auch im Mittel enorm ansteigt. Die magnetische Steifigkeit bleibt erwartungsgemäß gleich, da die Dauermagnete von der Spulenänderung unberührt sind (vgl. Bild 3.16, Seite 78). Als Nachteil der gesteigerten Windungszahl treten nun höhere ohmsche Verluste und eine größere Induktivität L auf. Der höhere Spulenwiderstand $R = 42 \Omega$ (3.57) und die gestiegene Stromdichte $J_{\max} = 12,6 \text{ A/mm}^2$ begünstigen eine schnellere Erwärmung des Aktors, die zu Leistungseinbußen durch Materialverschlechterung führen kann. Im täglichen Einsatz wurde allerdings sehr selten eine nennenswerte Erwärmung beobachtet. Bild 5.4 zeigt rechts oben die gegenüber dem alten System auf maximal $L = 4,4 \text{ H}$ vervierfachte Induktivität gemäß (2.31) (Seite 30), die den Stromanstieg massiv hemmt. Zur Überwindung dieser elektrischen Trägheit erfolgt die Ansteuerung der Spulen nun parallel statt in Reihe, d.h. jede Spule bekommt die nutzbare elektrische Spannung⁵ $u_{\max} = 209 \text{ V}$ separat aus einem eigenen Leistungsverstärker. Zum Betrieb des Aktors sind somit nun zwei Verstärker erforderlich, aber der doppelte Leistungseintrag ermöglicht nach dem Energieerhaltungsprinzip das zweifache k_{Fi} auch in dynamischer Hinsicht.

⁵ Die nutzbare Spannung beträgt wegen der PWM-Grenze nur 95% der verfügbaren Spannung $\hat{u} = 220 \text{ V}$.

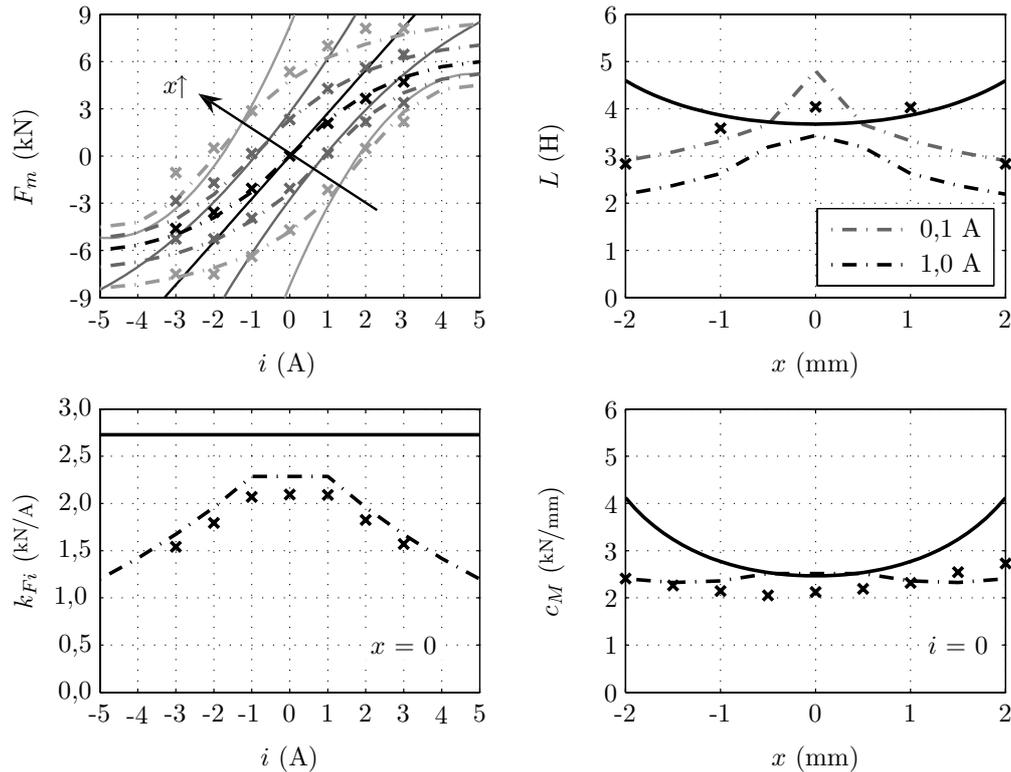


Bild 5.4: Magnetaktor EMAC²-6: Vergleich von Messung [×], MEN [—] und FEM [—.]
links oben: Kraft $F_m(i)$ für $x = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ mm *rechts oben:* Induktivität $L(x)$
links unten: Kraft-Strom-Faktor $k_{Fi}(i)$ *rechts unten:* Magnetische Steifigkeit $c_M(x)$

Generell hat die Parallelschaltung der Spulen gegenüber der Reihenschaltung den Vorteil, dass jede Spule ihren eigenen definierten Strom bekommt, und nicht in jeder Spule derselbe Strom fließt. Ein Gedankenexperiment bei der Ankerposition $x = -\hat{x}$, also geschlossenem oberem Luftspalt $x_1 = x_0 - \hat{x} \approx 0$, verdeutlicht dies. Der kleine obere Luftspalt bedingt für die obere Spule eine große Induktivität und für die untere Spule eine kleine Induktivität. Möchte man den Anker nun nach oben bewegen (x_1 wächst), liegt bei Reihenschaltung der Spulen über beiden die gesamte Stellspannung u_{\max} , die einen für beide Spulen gleichen Strom einstellt. Eine relativ ungünstige Konstellation also, die durch eine Parallelschaltung verbessert wird. Dabei sieht die Spannungsquelle für die untere Spule aufgrund der kleinen Induktivität eine geringere Lastimpedanz, und realisiert zur Überwindung des großen Luftspalts einen höheren Strom als bei Reihenschaltung. Der obere Stromkreis dagegen führt dementsprechend einen geringeren Strom als bei Reihenschaltung und hemmt demnach die Stellbewegung nach oben relativ wenig. Die Wirksamkeit der Parallelschaltung ist durch Vergleichsexperimente am EMAC²-5 bestätigt, und wird fortan in allen Shakern genutzt.

Die Leistungsdaten des neuen Aktors EMAC²-6 enthalten neben Bild 5.4 auch Bild 5.5 und Tabelle A.2 (Anhang A). Rechnungen und Messungen liegen gut beieinander, so dass die in Kapitel 3 präsentierten Methoden ihre Gültigkeit behalten. Trotz des verdoppelten Kraft-Strom-Faktors erzeugt der neue EMAC²-6 eine maximale Stellkraft von „nur“ 6 kN, weil die Sättigung mit steigendem Strom massiv zunimmt.

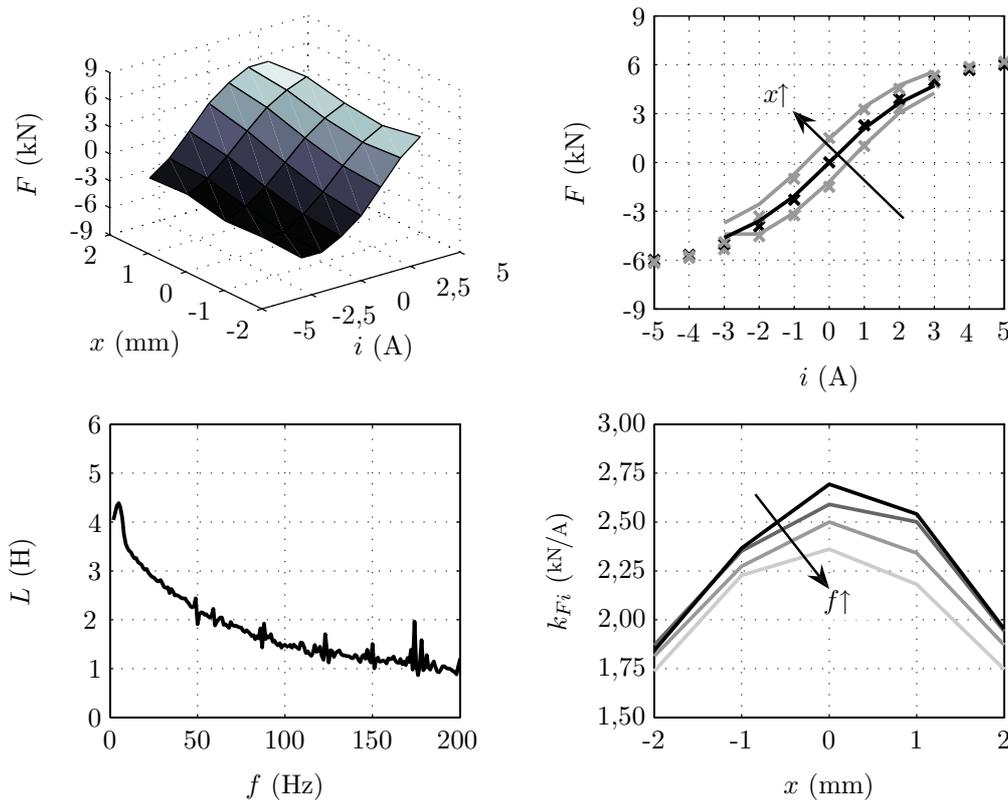


Bild 5.5: Kenndaten des Magnetaktors EMAC²-6 (Messung [—], FEM [×])

links oben: Kennfeld $F(x,i)$ der Stellkraft

rechts oben: $F(i)$ bei $x = \{-1,0,1\}$ mm

links unten: Frequenzabhängige Induktivität $L(f)$

rechts unten: Kraft-Strom-Faktor $k_{Fi}(x)$

Allerdings war die Erhöhung von F auch nicht das primäre Ziel. Bild 5.5 verdeutlicht im unteren Bereich nochmals die Frequenzabhängigkeit von Induktivität und Kraft-Strom-Faktor, die auch schon beim EMAC²-5 vorhanden waren. Die neuen Leistungsdaten fließen in die bekannten Aktormodelle aus Kapitel 3 ein und ließen mit den Methoden in Kapitel 4 umgehend stabilisierende Regler zu. Als Schlussfolgerung ergab sich allein durch einen Spulenaustausch ein wesentlich leistungsfähiger Reluktanzaktor, der allerdings mit zwei Leistungsverstärkern an der Grenze der Materialleistungsfähigkeit betrieben wird. Mit diesen Änderungen wurde der Einsatz als Gesamtfahrzeug-Shaker für alle Fahrzeugklassen möglich, wie der folgende Abschnitt demonstriert.

5.2.2 Multi-Shaker Fahrzeuganregung

Zur Schwingungsanregung kompletter Fahrzeuge werden zwei EMAC²-6-Aktoren diagonal an den Wagenheberaufnahmen angeflanscht, wobei das Fahrzeug im Wesentlichen durch sein eigenes Fahrwerk getragen wird (vgl. Bild 3.1 auf Seite 48). Die Shaker haben bei den Fahrzeugtests also nur dynamische Leistungen zu erbringen. Mit den leistungsgesteigerten Aktoren lassen sich nun alle gängigen PKW bis zum zulässigen Gesamtgewicht von 3,5 t inklusive Vollbesatzung testen. Bild 5.6 zeigt an verschiedene Fahrzeuge angedockte Shaker, die durch ihre geringe Bauhöhe und den kompakten Aufbau bestehen. Dies eröffnet den OEMs bisher nicht gegebene



Bild 5.6: Fahrzeugprüfung mit dem EMAC²-6 in der KFZ-Qualitätssicherung

Möglichkeiten, Shaker ohne großen Aufwand in bestehende Prüfstraßen einzubinden und flexibel an verschiedene Fahrzeuge zu adaptieren. Für die Labortests waren die EMAC²-6 noch unverkleidet (Bild 5.6 links), während im industriellen Einsatz ein zusätzliches Gehäuse Aktor und Sensorik schützt sowie ein magnetisch-hydraulisches Positionier- und Andocksystem den Aufbau vervollständigt (Bild 5.6 rechts). Analog zum Komponenten-Shaker sind für den Betrieb die beobachtergestützte PI-Zustandsregelung oder die flachheitsbasierte Folgeregelung gut geeignet. Beim flachheitsbasierten Prinzip lassen sich die Modellabweichungen vor allem durch intuitive Parameteradaption leicht kompensieren. Der Beobachter für den Zustandsregler rekonstruiert aufgrund der Modellannahmen die Signale nicht immer einwandfrei, aber alternativ ist auch die Verwendung der Messsignale möglich, wenn die rauschbehafteten Zustandsrückführungen klein sind. Tatsächlich können viele Fahrzeuge auch ohne Beschleunigungs- sowie mit geringer Strom- und Geschwindigkeitsrückführung getestet werden, da die Fahrwerke oft gut dämpfend wirken.

Die Ergebnisse der Schwingungsanregung an einem BMW 118d hinten links zeigt Bild 5.7. Es kann eine hohe Nachfahrgüte im Zeit- und Frequenzbereich erreicht werden, auch wenn beide Shaker in Betrieb sind. Gegenüber dem Einsatz als Komponenten-Shaker werden jetzt aber deutlich höhere Spannungen benötigt, z.B. für Mittelklasselimousinen profilabhängig im Schnitt 300 V.⁶ Für größere Fahrzeuge ab circa 2 t Leergewicht weist die Nachfahrgüte momentan noch einen RMS-Fehler von $\Delta_{RMS} \approx 10 \dots 20\%$ auf, da beide Shaker unabhängig voneinander als SISO-Systeme geregelt werden. Die Kopplung beider Aktoren über das Auto wird dabei nicht berücksichtigt, ist aber mit Aktoren dieser Leistungsklasse bei schweren Fahrzeugen nicht mehr zu vernachlässigen. Die Identifikationsiterationen können aufgrund der Koppeligenschaften die Signaldifferenzen nicht komplett beheben. Mit verschiedenen Anregungsniveaus weisen die Fahrzeuge auch andere Eigenschaften auf, wodurch die Konvergenz der Identifikation nicht sichergestellt ist. Das Problem liegt in dem linearen Vorsteuermodell einer gemessenen Übertragungsfunktion, die nur einen Arbeitspunkt des nichtlinearen Systems beschreibt. Auswege bieten MIMO-Algorithmen und adaptive Vorfilter, die im Zusammenspiel alle nichtlinearen Wirkungen einer Anregung auf die weiteren Aktoren ausgleichen. Zur Identifikation der MIMO-Systemmatrix ist wie bei der Regelung ein Kompromiss zwischen Robustheit und Leistungsfähigkeit nötig. Idealerweise werden die Prüflinge durch simultane Aktorbewegungen auf Prüf-PSD-Niveau angeregt, die jedoch für die Erkennung der Anregungswege unkorreliert sein müssen. Dies kann zu untypischen und gefährdenden Belastungen der Fahrzeuge führen, so dass entweder die Niveaus absenken oder separate Identifikationsanregungen durchzuführen sind. Der EMAC²-

⁶ Zur Verfügung stehen zwei Leistungsverstärker mit je $u_{\max} = 209$ V, also zusammen 418 V.

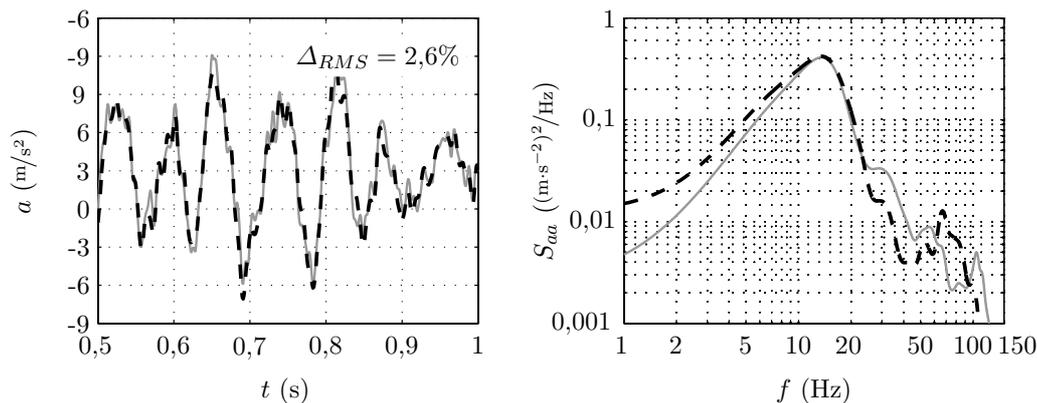


Bild 5.7: Fahrzeugprüfung mit dem EMAC²-6: Nachfahrgüte in Zeit- und PSD-Form bei Anregung mit typischem Straßenprofil (Vorgabe [—], Folgeverhalten [– –])

Aktoren haben dabei den betriebstechnischen Sicherheitsvorteil des begrenzten Stellwegs ($\hat{x} = \pm 2,5 \text{ mm}$), der zumindest eine unzulässige Verschränkung angekoppelter Fahrzeuge unterbindet. Der MIMO-Modellabgleich kann durch *Vorwärtsprädiktion*, d.h. den Vergleich gemessener und modellbasierter Antworten bei einem Stellsignal oder/und *Rückwärtsprädiktion* durch den Vergleich tatsächlicher und modellbasierter Stellgrößen für eine Antwort erfolgen [19]. In dem identifizierten MIMO-Modell sind dann die Auswirkungen eines EMAC²-6 auf den zweiten, dritten oder vierten bei der Anregung berücksichtigt und umgekehrt. Zu diesen Themen der adaptiven MIMO-Regelung der Reluktanzaktoren an Fahrzeugen sind bereits nachfolgende Forschungsarbeiten gestartet.

Abschließend kann man feststellen, dass mit den neuen EMAC²-6 Reluktanzaktoren neben Komponenten auch Gesamtfahrzeuge aller Größenordnungen wie gewünscht angeregt werden können, um Untersuchungen hinsichtlich Störgeräuschverhalten und Komfortqualität durchzuführen. Die kompakten Dimensionen der Shaker erlauben die unkomplizierte Integration in vorhandene Prüfstraßen und ermöglichen rasche und hochwertige Testergebnisse.

6 Zusammenfassung und Ausblick

6.1 Zusammenfassung

Diese Arbeit gibt einen Überblick über moderne Methoden des Entwurfs, der Berechnung und der Regelung magnetischer Reluktanzaktoren. Eine praktisch relevante Anwendung aus der Automobilindustrie motivierte die geordnete Zusammenstellung möglicher Verfahren, die bei systematischer Nutzung zu leistungsfähigen Reluktanzantrieben führen sollen. Die vorgeschlagenen Ansätze umfassen von der Anforderungsanalyse über grundlegende Gestaltungsrichtlinien, Konstruktion und Modellierung bis hin zu geeigneten Regelungskonzepten den kompletten Entwicklungsprozess für Magnetantriebe. Es ist ein für den Anwendungsfall geeignetes Shakersystem entstanden, das das anspruchsvolle Anforderungsprofil in allen Punkten erfüllt. Zusätzlich bestätigen auch alle experimentellen Ergebnisse und der industrielle Einsatz die präsentierte Vorgehensweise zu Aktorentwurf und Regelung.

Den Ausgangspunkt dieser Arbeit bilden bereits am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik existierende magnetische Stellglieder. Deren Analyse schuf die Motivation, den Magnetentwurf systematisch zu gliedern und zweckmäßige Regelalgorithmen für die vormagnetisierungsbedingt instabilen Systeme zu entwickeln. Zur Einführung in die mechatronisch geprägten Teilgebiete der Magnetaktorik werden elektromagnetische Phänomene und Modellansätze, mechanische Prinzipie sowie die Grundzüge der Regelungstechnik in einem Grundlagenkapitel ausgeführt, das dem Leser den Zugang zu dieser Arbeit erleichtern soll.

Das dritte Kapitel widmet sich dem systematischen Entwurf und den verschiedenen Modellierungsmethoden für magnetische Reluktanzaktoren. Als Anwendungsbeispiel dient die Qualitätssicherung in der Automobilentwicklung und -produktion, die aus Zeit- und Kostengründen neben den Testfahrten im Straßenverkehr die Komponenten und Fahrzeuge auch im Labor prüfen muss. Für die Störgeräuschakustik ist das elektromagnetische Reluktanzkraftprinzip hervorragend geeignet und es sollte mit einem systematischen Magnetentwurf ein geeigneter Aktor zur Schwingungsanregung (Shaker) entwickelt werden. Zuerst werden die mechatronischen Teilgebiete von Magnetaktoren tabellarisch herausgearbeitet, aus denen sich die primären Ziele, Randbedingungen und Konflikte der Entwicklung im Allgemeinen und für den konkreten Anwendungsfall ergeben. Der Entwurf beginnt mit einer Optimierung der Luftspaltanordnung und der Diskussion weiterer Designaspekte (Eisenquerschnitte, Spulengeometrie, etc.) sowie der Materialauswahl zur Sicherung einer hohen Aktorleistungsfähigkeit. Diese generellen Überlegungen ermöglichen die Dimensionierung der Magnetkreis-Hauptabmessungen mit den in Tabelle 3.7 auf Seite 61 dargestellten

Formeln. Der wie folgt gegliederte Entwurf basiert auf einem kompakten Ersatznetzwerk des Magnetkreises und lässt sich prinzipiell auf viele andere Auslegungsaufgaben für Reluktanzaktoren übertragen.

- Vorberechnungen mit Hilfe der Anforderungen und Randbedingungen;
- Bestimmung der kraftbildenden Querschnitte und Quellen;
- Ableitung der Geometrieparameter für den Magnetkreis;
- Analyse mit charakteristischen Kenngrößen.

Der Erstentwurf erfüllt *ad hoc* alle gestellten Ziele, allerdings weisen FEM-Berechnungen auf hohe Leistungsreserven im genutzten Volumen hin. Für die Optimierung werden daher charakteristische Kenngrößen, z.B. der Kraft-Strom-Faktor k_{Fi} hergeleitet. Durch iteratives Ausnutzen der analytischen Zusammenhänge magnetischer Ersatznetzwerke (MEN) und der Genauigkeit der Finiten-Elemente-Methode (FEM) wird ein deutlich stärkerer elektromagnetischer Aktor (EMAc²-5) mit 5 kN Stellkraft, gleichem Bauraum und unveränderter Induktivität entwickelt.

Die mechatronisch induzierte Gliederung bestimmt die dynamische Modellierung des neuen Aktorsystems. Die Untersuchungen beginnen mit den elektrischen Phänomenen, insbesondere der stark nichtlinearen Induktivität $L(x,i,f)$ und den Wirbelströmen. Zur Abbildung der Magnetisierungsdynamik im weichmagnetischen Kernmaterial genügt ein PT₁-Modell, dessen Zeitkonstante nur messtechnisch zu ermitteln ist. Die für die Anwendung wichtigen, aber *a priori* unbekanntenen mechanischen Lastsysteme lassen sich über indirekt identifizierte Modelle annähern, doch werden zur geregelten Stabilisierung des Shakers alle Lasten unter Einschränkungen als starr betrachtet. Zum Schluss des Entwurfs- und Modellierungskapitels werden alle Eigenschaften des belasteten EMAc²-5 inklusive seiner Peripherie in einem Gesamtmodell zusammengestellt. Für das Ziel des Entwurfs stabilisierender Regler erfolgt eine Reduktion auf ein aussagekräftiges Modell vierter Ordnung, das durch Skalierung besser konditioniert wird und dessen Zustand real messbaren Größen entspricht. Im zusammenfassenden Rückblick wird deutlich, dass alle besprochenen Effekte für magnetische Antriebe charakteristisch sind und sich sinngemäß übertragen lassen.

Auf Entwurf und Modellierung folgen vier Varianten zur Regelung und Steuerung des instabilen EMAc²-5-Aktors. Kapitel 4 fasst zuerst Regelkriterien unter dem Stichwort *robuste Regelqualität* zusammen und beantwortet Fragen der Steuer- und Beobachtbarkeit sowie der starken Stabilisierbarkeit der Regelstrecke. Außerdem werden für das belastete Aktorsystem die notwendige Reglerstruktur und -ordnung berechnet. Die Anwendung des Empfindlichkeitstheorems von BODE zeigt, dass die Bandbreite des Regelkreises mit modellbasierten Rückführreglern aufgrund von Modellgenauigkeiten und der magnetischen Instabilität auf circa 30 Hz begrenzt ist. Mit diesem Wissen über systemimmanente Eigenschaften werden folgende Regelkonzepte am EMAc²-5 eingesetzt:

- Beobachtergestützte Zustandsregelung;
- Robuste \mathcal{H}_∞ -Regelung;
- Vorsteuerung stabiler Regelkreise durch *frequency sampling*;
- Flachheitsbasierte Steuerung mit Folgeregung.

Alle behandelten Methoden werden durch eine Darstellung ihres Grundkonzepts eingeführt und anschließend im Detail auf den Aktor angewendet. Die PI-Zustandsregelung ermöglicht sehr anschaulich die modellbasierte Stabilisierung aller vorhandenen Prüflinge mit Hilfe der Polvorgabe und der vollen Zustandsrückführung messbarer Größen. Zur Sicherstellung der geforderten Geräuschlosigkeit und Ruhegüte dient ein reduzierter Beobachter für Beschleunigung und Strom. Die meist unbekanntesten Lasten für den Shaker werden über Unsicherheiten in einer robusten \mathcal{H}_∞ -Regelung explizit im Entwurf berücksichtigt. Bereits ein dynamischer \mathcal{H}_∞ -optimaler Regler ohne Einfluss von Unsicherheiten stabilisiert den Regelkreis mit der in den Gewichtsfunktionen geforderten Regelqualität. Die Robustheitsanalyse bestätigt seine Toleranz gegenüber den elektrischen und magnetischen Modellunsicherheiten. Der Reglerentwurf mit unsicheren mechanischen Parametern erreicht ebenfalls robuste Stabilität, aber keine robuste Regelqualität. Die konservative Auslegung und der nötige Kompromiss aus Stabilität, Robustheit und Regelqualität lassen außer der Robustheit wenig Regelenergie für weitere Ziele übrig.

Nach dem Empfindlichkeitstheorem von BODE und der praktischen Erfahrung sind die eingeführten Rückführregler bandbreitebegrenzt. Zur Erhöhung der Aktordynamik dienen daher messbasierte Vorsteuerungen, von denen insbesondere die *offline* Referenzadaptation eine sehr hohe Signalreproduktion auf Basis des *frequency samplings* ermöglicht (RMS-Fehler $< 5\%$). Ebenso wirksam ist die flachheitsbasierte Vorsteuerung mit Folgeregelung, die zur asymptotischen Stabilisierung und Fehlerkorrektur einen Polvorgabe-Rückführregler nutzt. In der Anwendung überzeugt das Konzept durch robuste Stabilität, enorme Bandbreite und hohe Ruhegüte, weil durch die steuerungsbedingte Kompensation des dominanten elektrischen Pols keine Stromrückführung nötig ist. Damit erweist sich der flachheitsbasierte Folgeregler als am besten geeignete modellbasierte Variante zur Zeitdatenreplikation mit dem entwickelten magnetischen Reluktanzaktor. Die Wirkgrenze aller Regelkonzepte stellt lastabhängig die verfügbare Spannung $\hat{u} = 220 \text{ V}$ des Leistungsverstärkers dar.

Die Ergebnisse des Entwurfs und der Regelung werden im fünften Kapitel durch die repräsentative Anregung industrieller Komponenten und Fahrzeuge mit den elektromagnetischen Shakern illustriert. Bei den Komponententests können die Vorgabeprofile mit einem RMS-Fehler $< 5\%$ auch über die geforderte Bandbreite $f_B = 0 \dots 100 \text{ Hz}$ hinaus reproduziert werden. Der Shaker wird dabei nur zu 25% ausgelastet und arbeitet auch im Dauertest ermüdungsfrei. Seine volle Leistungsfähigkeit fordert die Prüfung kompletter Fahrzeuge, die bedingt durch die Leistungselektronik allerdings auf mittlere Typen beschränkt ist. Mit einer Spulenanpassung ist eine leistungsgesteigerte Version des Reluktanzaktors mit 6 kN Stellkraft und doppeltem Kraft-Strom-Faktor entstanden (EMAc²-6), deren Berechnung mit den in Kapitel 3 gezeigten Methoden erneut eine hohe Vergleichbarkeit zur Messung aufweist. Der stärkere EMAc²-6 ist in der Lage, auch die schwersten Fahrzeuge (z.B. 3 t Leergewicht) wie vorgesehen zu prüfen und stellt seine Eignung aktuell in der Automobilindustrie unter Beweis.

Zusammenfassend bestätigen alle Ergebnisse die präsentierten Methoden zu Entwurf, Modellierung und Regelung magnetischer Reluktanzaktoren. Die dargestellten

Überlegungen und Vorgehensweisen erwiesen sich als anwendbar und richtig, und bieten somit eine nützliche Basis für die Auslegung neuer Magnetantriebe. Im Verlauf der Arbeit sind auch etliche Gedanken über in Zukunft lohnenswerte Gebiete der Entwicklung entstanden. Nachfolgend sind die wichtigsten Ansätze themenspezifisch aufgeführt, die sich aus dem aktuellen Stand der Forschung ergeben.

6.2 Ausblick

Aktordesign

In Abschnitt 3.4.1 ab Seite 54 wird die Strukturierung des verwendeten Magnetkreises positiv hervorgehoben. Optimierungsmöglichkeiten bieten dennoch die Polflächen, an denen die magnetischen Kräfte entstehen. Um der nichtlinearen, destabilisierenden Magnetsteifigkeit einen gutmütigeren Charakter zu verleihen, könnten Maßnahmen der Polflächengestaltung hinsichtlich verschiedener Kraftverläufe entsprechend KALLENBACH, E. *et al.* [62] nützlich sein. Bei solchen Veränderungen sollte allerdings die technologische Realisierbarkeit der Magnetkerne bedacht werden.

Für die dynamischen Eigenschaften spielen insbesondere die unvermeidbaren Wirbelströme im massiven Kernmaterial eine Rolle. Abschnitt 3.8 versucht über globale Messungen eine erste Abschätzung dieser Effekte, jedoch ist eine genaue Analyse auftretender Wirbelströme durch Stromänderung oder Ankerbewegung mit der Finiten-Elemente-Methode durchaus interessant. Das Ziel der Untersuchungen sollte die Lokalisierung kritischer Kernbereiche sein, denn es wird vermutet, dass sich die Wirbelströme nur regional ausbilden. In den gefährdeten Abschnitten muss dann über konstruktive Maßnahmen zur Wirbelstromvermeidung nachgedacht werden. Diese sind nicht pauschal angebbbar, da das Magnetfeld im vorliegenden Aktor in zwei Dimensionen geführt wird. Spezielle, parallel zur Flussrichtung geblechte oder geschlitzte Kernbereiche könnten aber einen positiven Einfluss haben.

Im Sinne der industriellen Anwendung ist als Kernmaterial statt PERMENORM eventuell zehnmal günstigerer Stahl eine Option. Er besitzt zwar nicht die dynamischen Eigenschaften der NiFe-Legierung, dafür aber höhere Sättigungsflussdichten und Permeabilitäten. Diese steigern den Kraft-Strom-Faktor, der zusammen mit wirbelstromreduzierenden Maßnahmen die dynamischen Nachteile aufwiegen kann. Eine Eignung können aber nur umfangreiche Tests mit Stahlproben verschiedener Hersteller bestätigen, die eine Abschätzung der Streubreite magnetischer Eigenschaften zulassen und somit die Modellbildung erleichtern. Messmethoden für magnetische Materialien sind bei MICHALOWSKY und SCHNEIDER [90] dargestellt.

Der Spulentausch vom EMAC²-5 zum EMAC²-6 macht die Verwendung von zwei Leistungsverstärkern nötig, die je einen Spulenstrom antreiben. Für den künftigen Einsatz wird generell die parallele Schaltung beider Aktorspulen empfohlen, da nach den Ausführungen in Abschnitt 5.2.1 (ab Seite 145) die Kraftentwicklung davon prinzipiell profitiert. In diesem Zusammenhang wird auch die separate Spulenansteuerung

mit eigenen Stellspannungen interessant, die ausgehend von gut modellierten Strom-Flussdichte-Kraft-Beziehungen für jede Spule über neue Regelungsansätze die Stellleistung erhöhen kann. Demgegenüber steht die unsymmetrische Einprägung der Steuerdurchflutung, die zu einem Spulenfluss durch die Permanentmagnete führt.

Im Bereich des konstruktiven Aufbaus ist eine mechanische Stabilisierung sehr interessant. Die magnetische Steifigkeit könnte durch mechanische Federn (nicht unbedingt nichtlineare Kreuzfedern) kompensiert und der Anker des Aktors in der Mittellage ($x = 0$) stationär stabilisiert werden. Nach den Schlussfolgerungen aus dem Empfindlichkeitstheorem von BODE (Abschnitt 4.1.4, Seite 103) ließe sich die mittlere Sensitivität der Strecke auf Störungen reduzieren und die Bandbreite der Rückführregler erweitern. Zugleich ergeben sich Vorteile in der Regelung und industriellen Anwendung des Aktors. Eine Reduzierung der dauermagnetischen Vorspannung zur Stabilisierung ist dagegen nicht ratsam. Die Permanentmagnete haben im Aktor nicht nur die mechanisch destabilisierende Wirkung, sondern über ihr Magnetfeld auch einen wichtigen Einfluss auf die Stromempfindlichkeit¹. Bei Verringerung der Vormagnetisierung verschlechtert sich die Aktorleistung nach (3.48) auf Seite 68 durch Schwächung des Kraft-Strom-Faktors. Mechanisch stabilisierende Federn könnten extern montiert werden, doch gilt es dann Resonanzeffekte und unerwünschte Lärmemissionen zu vermeiden.

Regelung

Als grundsätzliche Option für höhere Führungsbandbreite steht die Vergrößerung der verfügbaren Spannung im Leistungsverstärker zur Verfügung. Allerdings sind dabei Spannungsauflösung in der PWM und Spulenfestigkeit zu beachten. Innerhalb der Regelung sind, ausgehend von nichtlinearen Modellen für Induktivität, Kräfte, Stellgrößen- sowie Stellwegbeschränkungen, ebenfalls weitere Verbesserungen denkbar. Die von ADAMY *et al.* [2, 3] dargestellten weichen strukturvariablen Regelungen ließen durch Nachführung der Reglerwerte in Abhängigkeit vom Systemzustand eine größere Leistungsausschöpfung erwarten, insbesondere in Verbindung mit den flachheitsbasierten Reglern. Die parametervariablen Regelungen (vgl. auch FORRAI *et al.* [40]) ließen sich unter Umständen auch durch iterativ lernende Algorithmen erweitern (ILC: *iterative learning control*) [107, 108]. Nach [93] bieten auch *Internal Model Control* Regler (IMC) gute Chancen zur Beherrschung von Stellgrößenbeschränkungen.

Das ILC-Konzept wäre außerdem für die Sicherstellung der Nachfahrgüte per Steuerung denkbar, insbesondere bei MIMO-Shakeranlagen. Die Erweiterung der SISO-Struktur auf Mehrgrößenregler wird für Fahrzeuge sehr wichtig sein, um die Folgequalität weiter zu heben. Dabei liegen die Schwerpunkte in der geeigneten Zuordnung und Identifikation der vielfältigen Übertragungswege, um die gegenseitigen

¹ Denkt man sich die Vormagnetisierungswirkung der Dauermagnete durch einen Strom i_{PM} erzeugt, dann folgt nach (2.10) für die Kraft jeder Spule $F_{m1} = k i_1^2 = k (i_{PM} - i)^2$ bzw. $F_{m2} = k i_2^2 = k (i_{PM} + i)^2$ und somit für $F_m = F_{m2} - F_{m1} = 4 k i i_{PM}$. Eine höhere Vormagnetisierung steigert also die erreichbare Kraft, weil der Arbeitspunkt jedes Luftspalts auf der Kraftparabel weiter oben liegt (Annahme: keine Sättigung, gleiche Luftspalte).

Beeinflussungen der Aktoren kompensieren zu können. Für die momentan passiven Steuerfilter sind adaptive Varianten vorstellbar, die eine kontinuierliche Anpassung an sich verändernde Lasten gewährleisten. Ähnlich zum aktuellen Stand könnte die blockweise Verarbeitung des Messsignals (z.B. 1 s Länge) mit dem gemessenen invertierten Frequenzgang hilfreich sein. Alternativ sind digitale IIR- und Allpass-Filter mit einer *online* Nachführung der Koeffizienten interessant, wobei hier der Adaptionsalgorithmus die Stabilität sichern muss.

Zur Zeit wird das Aktorsystem durch vier Zustände beschrieben, wobei zwischen Strom und Kraft ein PT_1 -Glied das magnetdynamische Verhalten brauchbar modelliert. Einen tieferen Zugang ließe die magnetische Flussdichte zu, die über entsprechend erweiterte Modelle beobachtet werden könnte. Dann lässt sich eine Flussdichte- bzw. Kraftregelung aufbauen, die gezieltere Stellbewegungen verspricht. Zum Vergleich ist auch die Kraftregelung mit einem Kraftsensor interessant. Diese Regelschleife wäre auch für die kontrollierte Verwindungsprüfung an Komponenten und Fahrzeugen sehr nützlich. Alle bekannten und neuen Regelkonzepte müssen aber im Rahmen der Schwingungsanregung vor allem die Stabilität unter den gegebenen Randbedingungen wahren. Erst danach lassen sich weitere Ziele verfolgen, um die gewünschten Vibrationen in die Prüflinge einzuleiten. Neben der bisher allein betrachtet Schwingungserzeugung stellen die entstandenen magnetischen Reluktanzaktoren auch ein hohes Potenzial zur Schwingungsisolierung zur Verfügung. In diesem technisch interessanten Anwendungsgebiet sind einige der vorgestellten Regler sicherlich eine Grundlage, auf der vielfältige spezielle Strategien aufbauen können.

A Modell- und Aktordaten

Voraussetzungen für den Entwurfsfaktor: $F_s = 3500 \text{ N}$, $\sigma = 0,3$, $i_{max} = 5 \text{ A}$, $J_{zul} = 4 \text{ A/mm}^2$, $k_{Cu} = 0,6$. Für die realisierten Aktoren sind auch Fertigungsmaße angegeben, z.B. bei der Spule die tatsächlich mit Kupferdraht gefüllte Wicklungsfläche.

Tabelle A.1: Geometrieparameter und Berechnungsgleichungen des Entwurfsfaktors EMAC²-E und der realisierten Magnetaktoren EMAC²-5 und EMAC²-6

Kenngröße	Symbol	Einheit	EMAC ² -E	EMAC ² -5	EMAC ² -6
<i>Magnetkern mit (3.1), (3.2), (3.4), (3.7), (3.25), (3.44), (3.45), (3.46)</i>					
Innenkern Innenradius	r_{Ii}	mm	12,5	12,5	12,5
Innenkern Außenradius	r_{Ia}	mm	40,2	40,5	40,5
Außenkern Innenradius	r_{Ai}	mm	89,0	90,5	90,5
Außenkern Außenradius	r_{Aa}	mm	96,8	102,5	102,0
Innenkern Kernfläche	A_i	mm ²	4580	4662	4662
Außenkern Kernfläche	A_a	mm ²	4580	6995	6995
<i>Anzugscheiben</i>					
Höhe	h_S	mm	18,1	13,0	13,0
Innenradius	r_{Si}	mm	10,0	10,0	10,0
Außenradius	r_{Sa}	mm	96,8	99,5	99,5
Innenfläche	A_{Si}	mm ²	4762	4839	4839
Außenfläche	A_{Sa}	mm ²	4580	5372	5372
<i>Magnetsystem und Luftspaltsystem</i>					
Magnetsystem Höhe	h_M	mm	100,4	98,0	98,0
Ruheluftspalt	x_0	mm	3,0	3,0	3,0
Mittlere Innenfläche	A_{Li}	mm ²	4671	4751	4751
Mittlere Außenfläche	A_{La}	mm ²	4580	6163	6163
<i>Permanentmagnete mit (3.26), (3.28), (3.37)-(3.41)</i>					
Querschnittsfläche	A_{PM}	mm ²	9500	11000	11000
Innenradius Ring	r_{PM}	mm	83,3	70,85	70,85
Anzahl Quader	n_{PM}		52	44	44
Länge Quader	l_{PM}	mm	4,65	15	15
Breite Quader	b_{PM}	mm	10,0	10	10
Höhe Quader	h_{PM}	mm	18,1	25	25

weiter auf der nächsten Seite

Tabelle A.1: Geometrieparameter und Berechnungsgleichungen des Entwurfsaktors EMAC²-E und der realisierten Magnetaktoren EMAC²-5 und EMAC²-6

Kenngröße	Symbol	Einheit	EMAC ² -E	EMAC ² -5	EMAC ² -6
Volumen	V_{PM}	mm ³	43766	165000	165000
Durchflutung	Θ_{PM}	A	4836	15600	15600
<i>Spulendaten mit (3.32), (3.42), (3.43)</i>					
Durchflutung (maximal)	Θ_{\max}	A	2340	2900	5800
Windungszahl	w		468	580	1160
Spulenfenster	A_{Sp}	mm ²	975	1000	1000
Höhe	h_{Sp}	mm	20,0	20,0	20,0
Breite	b_{Sp}	mm	48,8	50,0	50,0
Innenradius	r_{Spi}	mm	40,2	40,5	40,5
Außenradius	r_{Spa}	mm	89,0	90,5	90,5
Wickelfenster	A_W	mm ²	975	672	672
Wickelhöhe	h_W	mm	20,0	16,0	16,0
Wickelbreite	b_W	mm	48,8	42,0	42,0
Innenradius	r_{Wi}	mm	40,2	43,0	43,0
Außenradius	r_{Wa}	mm	89,0	85,0	85,0

Tabelle A.2: Leistungsdaten und weitere Parameter der EMAC²-Aktoren

Parameter	Symbol	Einheit	EMAC ² -5	EMAC ² -6
Stellweg (pk-to-pk)	\hat{x}	mm	5	5
Stellkraft statisch	F_s	N	5000	6000
Stellkraft dynamisch (RMS)	F_d	N	1600	2000
Frequenzbereich	f_B	Hz	0...150	0...150
Geräuschpegel	L_p	dB(A)	< 35	< 35
Leistungsaufnahme	P	VA	220 V × 5 A	2 × 220 V × 5 A
Bauhöhe (nur Aktor)	h	mm	135	135
Durchmesser (nur Aktor)	D_A	mm	260	260
Gewicht (nur Aktor)	m	kg	24	24
Kraft-Strom-Faktor	k_{Fi}	N/A	1100	2100
Magnetische Steifigkeit	c_M	N/mm	2200	2200
Spulenwiderstand	R	Ω	2 × 5,5	2 × 21
Mittlere Induktivität	L_0	H	2 × 0,25	2 × 1,0
Mittlere Federrate Federkreuz	c_{F0}	N/mm	80	80
Anzahl Federkreuze	n_F		12	12

Tabelle A.3: Reluktanzen des magnetischen Ersatznetzwerks von Bild 3.13 (Seite 73)

R	Definition	Formel	Erläuterung
R_{Ljk}		$\frac{x_j}{\mu_0 A_{Lk}}$	Luftspalte mit $j = \{1,2\}, k = \{i,a\}$
R_{PM}	$\int_{r_{PM}}^{r_{PM}+d_{PM}} \frac{dr}{\mu_{PM} 2\pi h_{PM} r}$	$\frac{\ln(1+d_{PM}/r_{PM})}{\mu_{PM} 2\pi h_{PM}}$	Dauermagnetring
R_{Lpm}	$\int_{r_{PM}+d_{PM}}^{r_{PM}+l_{PM}} \frac{dr}{\mu_0 2\pi h_{PM} r}$	$\frac{\ln\left(\frac{r_{PM}+l_{PM}}{r_{PM}+d_{PM}}\right)}{\mu_0 2\pi h_{PM}}$	Luftergänzung der Quadmagnete
$R_{\sigma pm}$	$\left[\int_0^{d_{PM}/2} \frac{8\mu_0(r_{PM}+d_{PM}/2+\tau) d\tau}{d_{PM}} \right]^{-1}$	$[4\mu_0(r_{PM} + 3/4d_{PM})]^{-1}$	Streuung am Perma- nentmagnetring
$R_{\sigma jIk}$	$\left[\int_{x_j/2}^{3x_j/2} \frac{\mu_0 2\pi r_{Ik} d\tau}{\pi\tau} \right]^{-1}$	$[2\mu_0 r_{Ik} \ln(3)]^{-1}$	innere / äußere Streuung Innenkern oben/unten mit $j = \{1,2\}, k = \{i,a\}$
$R_{\sigma jAi}$	$\left[\int_{x_j/2}^{3x_j/2} \frac{\mu_0 2\pi r_{Ai} d\tau}{\pi\tau} \right]^{-1}$	$[2\mu_0 r_{Ai} \ln(3)]^{-1}$	innere Streuung Au- ßenkern oben/unten, $j = \{1,2\}$
$R_{\sigma jAa}$	$\left[\int_{x_j/2}^{7x_j/2} \frac{\mu_0 2\pi r_{Aa} d\tau}{\pi\tau} \right]^{-1}$	$[2\mu_0 r_{Ai} \ln(7)]^{-1}$	äußere Streuung Au- ßenkern oben/unten, $j = \{1,2\}$
$R_{\sigma jv}$		$\frac{h_{Sp}+x_j}{\mu_0 \pi [(r_{PM}-h_A+d_{PM}/2)^2 - r_{Ia}^2]}$	vertikale Streuung Innenkern \rightarrow Anzug- scheibe, $j = \{1,2\}$
$R_{\sigma h}$	$\left[\int_{d_{PM}/2}^{h_A} \frac{4\pi r_{PM} d\tau}{\pi/2\tau} \right]^{-1} + \int_{r_{PM}+d_{PM}/2}^{r_{Ai}} \frac{dr}{\mu_0 2\pi r(h_A-d_{PM}/2)}$	$\frac{1}{8\mu_0 r_{PM} \ln\left(\frac{2h_A}{d_{PM}}\right)} + \frac{\ln\left(\frac{r_{Ai}}{(r_{PM}+d_{PM}/2)}\right)}{2\mu_0 \pi (h_A-d_{PM}/2)}$	horizontale Streuung Innenkern \rightarrow Außen- kern, h_A Außenkern- höhe

Tabelle A.4: Identifizierte Parameter für das Modell (3.67) des PKW-Sitzes

Index i	m_i (kg)	c_i (N/mm)	d_i (Ns/m)
A	9	-1240	—
B	2	75	3000
0	11	-1165	3000
1	35	660	2000
2	5	710	200
3	5	2750	100
L	56	-1165	3000

B Theorie angewandeter Regelkonzepte

B.1 Stabilisierende Regler

Es bezeichne \mathcal{S} die Menge aller stabilen, properen (begrenzten) und reell-rationalen Übertragungsfunktionen. Jede beliebige, nicht notwendigerweise stabile Übertragungsfunktion $G_0(s) = Z_0(s)/N_0(s)$ lässt sich als Quotient zweier teilerfremder Funktionen $G_0(s) = Z_k(s)/N_k(s)$ ($Z_k(s), N_k(s) \in \mathcal{S}$) darstellen. Eine solche koprime Faktorisierung lässt sich über den Algorithmus von EUKLID¹ zur Bestimmung des größtem gemeinsamen Teilers zweier Polynome erhalten. Zwei Übertragungsfunktionen $N, M \in \mathcal{S}$ sind nämlich genau dann *teilerfremd* oder *koprim*, wenn sich zwei weitere teilerfremde Funktionen $X, Y \in \mathcal{S}$ derart finden lassen, dass die BÉZOUTsche Identität² (B.1) erfüllt wird oder wenn sie keine gemeinsamen Nullstellen in $\text{Re}\{s\} > 0$ haben.

$$N(s) \cdot X(s) + M(s) \cdot Y(s) = 1 \quad \forall s \in \mathbb{C} \quad (\text{B.1})$$

Zur Bestimmung aller stabilisierenden Regler wird der Standardregelkreis nach Tabelle 2.3 oben rechts mit der Einheits-Rückführung $G_{fb} = 1$ betrachtet. Für eine beliebige Regelstrecke existiere weiterhin die koprime Faktorisierung $G_0(s) = Z_k(s)/N_k(s)$ mit $Z_k(s), N_k(s) \in \mathcal{S}$. Erfüllen nun zwei Funktionen $X, Y \in \mathcal{S}$ die BÉZOUT-Identität $Z_k(s) \cdot X(s) + N_k(s) \cdot Y(s) = 1$, dann ist die Gesamtheit aller den Regelkreis stabilisierenden Regler $G_R(s)$ von der Gestalt (4.3) mit dem freien YOULA-Parameter $Q(s) \in \mathcal{S}$.

$$G_R(s) = \frac{X(s) + N_k(s) \cdot Q(s)}{Y(s) - Z_k(s) \cdot Q(s)} \quad \text{mit } Q(s) \in \mathcal{S} \quad (4.3)$$

Andererseits ist jeder Regler, der den Regelkreis stabilisiert, von der in (4.3) angegebenen Form. Von der Wirksamkeit des so charakterisierten Reglers überzeugt man sich leicht, wenn für den Standardregelkreis die Sensitivitätsfunktion S nach (2.52) und die komplementäre Übertragungsfunktion T nach (2.53) bestimmt werden. In beiden Fällen (B.2) und (B.3) stellt der Nenner als charakteristisches Polynom (B.4) aller möglichen Regelkreise gerade die zu Grunde liegende BÉZOUT-Identität dar.

$$S(s) = \frac{1}{1 + G_0 G_R} = \frac{N_k \cdot (Y - Z_k \cdot Q)}{Z_k \cdot (X + N_k \cdot Q) + N_k \cdot (Y - Z_k \cdot Q)} \quad (\text{B.2})$$

$$T(s) = \frac{G_0 G_R}{1 + G_0 G_R} = \frac{Z_k \cdot (X + N_k \cdot Q)}{Z_k \cdot (X + N_k \cdot Q) + N_k \cdot (Y - Z_k \cdot Q)} \quad (\text{B.3})$$

$$Z_k \cdot (X + N_k \cdot Q) + N_k \cdot (Y - Z_k \cdot Q) = 1 \quad (\text{B.4})$$

¹ EUKLID von Alexandria (ca. 365 v. Chr. - ca. 300 v. Chr.): Griechischer Mathematiker.

² Étienne BEZOUT (1730-1783): Französischer Mathematiker.

Alle Übertragungsfunktionen der linken Seite von (B.4) lassen sich auch durch Quotienten zweier Polynome darstellen, d.h. die Strecke $Z_k = Z_p/A$, $N_k = N_p/A$, der Regler $X = X_p/B$, $Y = Y_p/B$ und der YOULA-Parameter $Q = Q_p/C$. Setzt man diese Beziehungen in (B.4) ein und begnügt sich mit $Q_p = 0$ und $C = 1$, dann erhält man die Polynomgleichung (4.4), in der die Polynome $X_p(s)$ und $Y_p(s)$ durch Vorgabe des charakteristischen Polynoms $A \cdot B$ bestimmbar werden.

$$Z_p \cdot X_p + N_p \cdot Y_p = A \cdot B \quad (4.4)$$

B.2 Zustandsregelung und Beobachter

Zum Entwurf vollständiger Zustandsrückführungen wird von einem LTI-System in Zustandsform (2.44) ohne Durchgriff ausgegangen.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.44a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) \quad (2.44b)$$

Ist die zu regelnde Strecke vollständig steuerbar, dann kann durch Rückführung des gesamten Systemzustandes die Lage aller Eigenwerte beeinflusst werden. Als Mittel dazu wird das lineare Rückführgesetz (4.16) verwendet, das mögliche Anfangsstörungen und Störungen am Streckenausgang in Abhängigkeit des Rückführvektors $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ beseitigt. Gleichung (4.17) beschreibt die Dynamik des neu geschaffenen Systems, das dieselbe Ordnung n wie die zu Grunde liegende Strecke hat.

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{u}_{ZR}(t) \quad (4.16)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{k}) \cdot \mathbf{x}(t) \quad (4.17)$$

Für stationäre Genauigkeit und unkritische Folgeaufgaben des Regelkreises können statische Vorfilter eingesetzt werden. Zur Ausregelung von Störgrößen stellen ergänzende PI-Regler die bessere Wahl dar, die zu u_{ZR} ein Stellsignal u_{PI} aufgrund des Regelfehlers e addieren (vgl. Bild 4.3, Seite 108). Substituiert man den eigentlichen Regelfehler e durch eine abgeleitete Größe $\tilde{e} \equiv \dot{e}$, dann repräsentiert \tilde{e} einen weiteren Zustand des geregelten Systems. Dieser fließt in die Zustandsform (2.44) ein und bewahrt formal den statischen Rückführcharakter. Es beschreibt dann (B.5) die um den PI-Regler $G_{PI} = (P_x s + I_x)/s$ erweiterte Strecke, auf die das Regelgesetz (B.6) Anwendung findet. In der daraus resultierenden Zustandsbeschreibung (4.18) hat (4.18a) dieselbe Struktur wie (4.17), aber die Ordnung $n + 1$.

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\tilde{e}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{c} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{e} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot u + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot w \quad (B.5)$$

$$u_{ZR} = -\left(\mathbf{k} + P_x \mathbf{c} \quad -I_x\right) \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{e} \end{pmatrix} + P_x w \quad (B.6)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\tilde{e}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{b}(\mathbf{k} + P_x \mathbf{c}) & I_x \mathbf{b} \\ -\mathbf{c} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{e} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_x \mathbf{b} \\ 1 \end{pmatrix} \cdot w \quad (4.18a)$$

$$y = \begin{pmatrix} \mathbf{c} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \tilde{e} \end{pmatrix} \quad (4.18b)$$

Die *Polvorgabe* oder *Polverschiebung* bezeichnet die Festlegung der Eigenwerte von $(\mathbf{A} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{k})$ aus (4.17) über den Rückführvektor \mathbf{k} , was auch mit dem Parametersatz $\{\mathbf{k}, P_x, I_x\}$ aus (4.18a) möglich ist. Die gewünschten Eigenwerte λ_R des Regelkreises müssen die Nullstellen des charakteristischen Polynoms von (4.17) sein, so dass nach dem Ausmultiplizieren von (B.7) durch Koeffizientenvergleich in (B.8) ein System mit n Gleichungen für den unbekanntem Regler gelöst werden muss.

$$\det [s \mathbf{E} - (\mathbf{A} - \mathbf{b} \mathbf{k})] = \prod_{i=1}^n (s - \lambda_{Ri}) \quad (B.7)$$

$$s^n + g_{n-1}(\mathbf{k}) s^{n-1} + \dots + g_0(\mathbf{k}) = s^n + p_{n-1}(\lambda_R) s^{n-1} + \dots + p_0(\lambda_R) \quad (B.8)$$

Besitzt die zu regelnde Strecke genau eine Steuergröße u , dann ist das Gleichungssystem eindeutig und analytisch lösbar [39]. Die Lösung wird sehr übersichtlich, wenn die Strecke in Regelungsnormalform vorliegt. Darin sind die n Einträge der letzten Zeile von \mathbf{A} genau die Koeffizienten a_{i-1} ($i = 1 \dots n$) des charakteristischen Streckenpolynoms. Für das charakteristische Polynom der Zustandsregelung (B.8) bestimmen sich sofort die $g_{i-1} = a_{i-1} + k_i$ und aus dem Koeffizientenvergleich der Regelvektor (B.9).

$$\mathbf{k}_{RNF} = \begin{pmatrix} p_0 - a_0 & p_1 - a_1 & \dots & p_{n-1} - a_{n-1} \end{pmatrix} \quad (B.9)$$

Jede andere steuerbare Strecke ist mit \mathbf{T} (B.10) über $\mathbf{x}_{RNF} = \mathbf{T} \mathbf{x}$ auf Regelungsnormalform transformierbar, wobei t_S die letzte Zeile der inversen Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{Q}_S^{-1} (B.11) des KALMAN-Kriteriums ist. Wegen $u = -\mathbf{k}_{RNF} \mathbf{x}_{RNF} = -\mathbf{k}_{RNF} \mathbf{T} \mathbf{x}$ ist der jeweilige Rückführvektor $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{RNF} \mathbf{T}$ dann mit der sog. ACKERMANN-Formel (4.19) schnell zu bestimmen.

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} t_S & t_S \mathbf{A} & \dots & t_S \mathbf{A}^{n-1} \end{pmatrix}^T \quad (B.10)$$

$$\mathbf{Q}_S^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{b} & \mathbf{A} \mathbf{b} & \dots & \mathbf{A}^{n-1} \mathbf{b} \end{pmatrix}^{-1} \quad (B.11)$$

$$\mathbf{k} = t_S [p_0(\lambda_R) \mathbf{E} + p_1(\lambda_R) \mathbf{A} + \dots + p_{n-1}(\lambda_R) \mathbf{A}^{n-1} + \mathbf{A}^n] \quad (4.19)$$

Beobachter ermöglichen die deterministische Rekonstruktion der zur Rückführung benötigten Zustände. Ein Zustandsbeobachter ist ein lineares dynamisches System, dessen Eingänge die Ein- und Ausgangsgrößen der Regelstrecke sind und dessen Zustand $\check{\mathbf{x}}$ linear vom zu approximierenden Streckenzustand \mathbf{x} abhängt [82]. Ausgehend von (2.44) soll der dynamische Beobachter die nicht bekannten oder unbrauchbaren Zustände möglichst genau und verzögerungsfrei bestimmen. Das erreicht ein sog. *Identitätsbeobachter* (4.20), der einerseits die Streckendynamik abbildet, zusätzlich aber einen ausgangsfehlerabhängigen Korrekturterm zur Überwindung von Modellungenauigkeiten beinhaltet. Damit ist ein Beobachter auch als dynamischer Regler für die Nachbildung des Streckenausgangs und -zustands interpretierbar.

$$\dot{\check{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \cdot \check{\mathbf{x}} + \mathbf{b} \cdot u + \mathbf{L} \cdot (\mathbf{y} - \check{\mathbf{y}}) \quad (4.20a)$$

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \cdot \ddot{\mathbf{x}} \quad (4.20b)$$

Die Beobachtermatrix \mathbf{L} muss so gewählt sein, dass der Zustandsfehler $\dot{\mathbf{x}}_e = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}}$ schnell verschwindet. Die Gleichungen (2.44) und (4.20) ergeben die Fehler-DGL (B.12) mit der Dynamikmatrix $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$. Da diese quadratisch ist, kann sie transponiert werden und liefert dann eine zu (4.17) duale Form (4.21). Durch Vorgabe der Beobachtereigenwerte λ_B kann für den LUENBERGER-Beobachter des beobachtbaren Systems dual zum Zustandsregler mit Polvorgabe die Beobachtermatrix \mathbf{L} mit der ACKERMANN-Formel (4.19) bestimmt werden. Dazu müssen lediglich die Korrespondenzen $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}^T$, $\mathbf{b} \rightarrow \mathbf{C}^T$, $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{L}^T$ und $\mathbf{t}_S \rightarrow \mathbf{t}_B$ mit \mathbf{t}_B als der letzten Spalte der inversen Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{Q}_B^{-1} (B.13) nach KALMAN beachtet werden.

$$\dot{\mathbf{x}}_e = (\mathbf{A} - \mathbf{LC}) \cdot \mathbf{x}_e \quad (B.12)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_f = (\mathbf{A}^T - \mathbf{C}^T \mathbf{L}^T) \cdot \mathbf{x}_f \quad (4.21)$$

$$\mathbf{Q}_B^{-1} = \left(\mathbf{C} \quad \mathbf{CA} \quad \dots \quad \mathbf{CA}^{n-1} \right)^{-T} \quad (B.13)$$

Für die Eigenwerte von Beobachter und Zustandsregelung gilt bei steuer- und beobachtbaren Strecken das *Separationstheorem*, d.h. beide Eigenwertvektoren sind unabhängig voneinander vorgebar und addieren sich zur Gesamtordnung des geregelten Systems.

Neben der Polvorgabe bei Zustandsregler und Beobachter dienen oft auch gewichtete Gütefunktionale zur Festlegung der Systemdynamik. Bei linearen Strecken und der Minimierung quadratischer Integralkriterien (IE^2C^2) entstehen optimale *LQ-Regler* (linear-quadratisch, speziell: RICCATI-Regler) und das *KALMAN-Filter* als Beobachter. Die Optimalität durch Minimierung eines Gütefunktionalen sichert zugleich die Stabilität, da der Integrand des Funktionalen eine Funktion des Systemzustands ist [12]. Optimaler Regler und optimaler Beobachter in einem Regelkreis werden auch als *LQG-Regler* (linear-quadratisch-GAUßscher Regler³) bezeichnet.

B.3 Normen und normoptimale Regler

Die optimale Lösung des Modellabgleichs (*Model Matching*, (4.31)) zur systematischen Bestimmung des YOULA-Parameters $Q(s)$ eines stabilisierenden Reglers $G_R(Q)$ (4.3) führt typischerweise zu Reglern mit nicht anwendbaren hohen Verstärkungen [91]. Eine weitere Problematik stellt die Gefahr der Instabilität bei geringsten Abweichungen der realen Strecke vom mathematischen Modell dar. Daher sind für einen realistischen Entwurf neben der Optimalität der Lösung für die Führungsübertragungsfunktion zusätzlich Stellgrößen(-beschränkungen), die Empfindlichkeit auf äußere Störungen, Parameterschwankungen und/oder Modellunsicherheiten zu berücksichtigen. Mit der Einbeziehung mehrerer Qualitätsmerkmale in den Reglerentwurf erhält man schließlich Mehrgrößenstrukturen, deren Behandlung im Frequenzbereich mit normbasierten Methoden sehr gut möglich ist.

³ Grundlage der Gewichtsmatrizen des KALMAN-Filters sind Kovarianzen weißer GAUßscher Rauschprozesse.

Eine *Norm* $\|x\|$ bewertet Elemente eines metrischen Raumes E durch eine reelle positive Zahl mit bestimmten Eigenschaften, die ein Maß für die „Größe“ dieses Elements $x \in E$ darstellt [91]. Man unterscheidet Signalnormen (Vektornormen), Matrizennormen und Systemnormen. Für die Regelungstechnik sind vor allem zwei Signalnormen von Bedeutung:

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n |x_i|^2} = \sqrt{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^T} \quad \text{2-Norm, euklidische Vektornorm} \quad (\text{B.14})$$

$$\|\mathbf{x}\|_\infty = \max_i |x_i| \quad \infty\text{-Norm} \quad (\text{B.15})$$

Während (B.14) den Energieinhalt des Signal(-vektors) kennzeichnet, beziffert (B.15) dessen Maximaleintrag. Es ist zu beachten, dass viele Funktionen eine identische Norm aufweisen, d.h. die Beschreibung von Signalen über eine Norm umfasst eine ganze Klasse von Signalen, und nicht nur einen bestimmten Verlauf. Matrizennormen sind aus Vektornormen ableitbar, wobei die 2-Norm (B.16) einer Matrix ihrem maximalen Singulärwert $\bar{\sigma}$ entspricht und die ∞ -Norm (B.17) die maximale Zeilensumme ist.

$$\|\mathbf{A}\|_2 = \bar{\sigma} \quad (\text{B.16})$$

$$\|\mathbf{A}\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^m |a_{ij}| \quad (\text{B.17})$$

Bei Übertragungsfunktionen sind ebenfalls die 2-Norm (B.18) und die ∞ -Norm (4.32) bedeutsam, da sie physikalisch motiviert sind. Erstere beschreibt die Übertragung von Impulsanregungen, während die ∞ -Norm Ausdruck der maximalen Energieübertragung ist. Ist also die Energie des Ausgangssignals $\|\mathbf{y}\|_2 < \infty$, dann ist \mathbf{G} stabil und ein Element des HARDY-Raumes \mathcal{H}_∞ . Dieser enthält die Menge aller properen (beschränkten) Übertragungsfunktionen, die holomorph in \mathbb{C}_+ sind und damit keine Pole (Singularitäten) in $\text{Re}\{s\} > 0$ haben. Der in Anhang B.1 eingeführte Raum \mathcal{S} als Menge aller stabilen, properen und reell-rationalen Übertragungsfunktionen ist also gleich dem HARDY-Raum \mathcal{RH}_∞ . Wichtige Eigenschaften der \mathcal{H}_∞ -Norm sind die Submultiplikativität (B.19) und die Beziehung (B.20). Die \mathcal{H}_∞ -Norm ist auch identisch mit der kleinsten oberen Schranke des Verlaufs des größten Singulärwerts $\bar{\sigma}(j\omega)$ der Übertragungsfunktionsmatrix \mathbf{G} .

$$\|\mathbf{G}\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{spur}[\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{G}^*(j\omega)] d\omega} \quad (\text{B.18})$$

$$\|\mathbf{G}\|_\infty = \sup_{\mathbf{u} \neq 0} \frac{\|\mathbf{y}\|_2}{\|\mathbf{u}\|_2} = \sup_{\omega} \left[\sup_{\mathbf{u} \neq 0} \frac{\|\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{u}\|_2}{\|\mathbf{u}\|_2} \right] = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)) \quad (\text{4.32})$$

$$\|\mathbf{G}_1\mathbf{G}_2\|_\infty \leq \|\mathbf{G}_1\|_\infty \cdot \|\mathbf{G}_2\|_\infty \quad (\text{B.19})$$

$$\left\| \begin{array}{c} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \end{array} \right\|_\infty \geq \max\{\|\mathbf{G}_1\|_\infty, \|\mathbf{G}_2\|_\infty\} \quad (\text{B.20})$$

Wie die Singulärwerte einer Matrix als Verallgemeinerung des Betrages einer Zahl interpretierbar sind, so können Singulärwertverläufe einer komplexen Frequenzgangs-

Matrix als Verallgemeinerung des Amplitudengangs eines komplexen Frequenzganges angesehen werden. Jede komplexe Matrix $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{p \times q}$ lässt sich mit (B.21) als *Singulärwertzerlegung* (SVD: *Singular Value Decomposition*) schreiben, wobei die $n = \text{rg}(\mathbf{M})$ Singulärwerte nach (B.22) definiert sind und mit absteigender Größe die reelle Diagonalmatrix $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ besetzen.

$$\mathbf{M} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^* \quad (\text{B.21})$$

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(\mathbf{M} \mathbf{M}^*)} \quad \text{mit} \quad i = 1 \dots n \quad (\text{B.22})$$

Mit der \mathcal{H}_∞ -Norm bieten sich viele Möglichkeiten, im Frequenzbereich Regler unter speziellen Randbedingungen zu entwerfen. Bei der \mathcal{H}_∞ -Optimierung werden die Anforderungen systematisch in einem Gütemaß, der \mathcal{H}_∞ -Norm der standardisierten Regelstrecke, zusammengefasst. Die Bestimmung des \mathcal{H}_∞ -optimalen Reglers geschieht durch Minimierung des Gütekriteriums, wodurch sich Reglerstrukturen ergeben können, die intuitiv nicht mehr zu finden sind. Die interne Stabilität des Regelkreises mit einem \mathcal{H}_∞ -optimalen Regler sichert die Existenz der \mathcal{H}_∞ -Norm für das \mathcal{H}_∞ -Standardproblem. Diese Formulierung des Regelsystems fasst alle Elemente des Regelkreises und alle Anforderungen an ihn in Form von Gewichtsfunktionen in der verallgemeinerten Strecke \mathbf{P} zusammen. Aus den Systemgleichungen (B.23) lässt sich über die sog. *lower linear fractional transformation* \mathcal{F}_l der verallgemeinerte Regelkreis für das \mathcal{H}_∞ -Standardproblem mit der Übertragungsfunktionsmatrix $\mathbf{N} = \mathcal{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})$ ableiten.

$$\begin{pmatrix} z \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{w}' \\ \mathbf{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{w}' \\ \mathbf{u} \end{pmatrix} \quad (\text{B.23a})$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{y} \quad (\text{B.23b})$$

$$\mathbf{z} = \mathcal{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}) \cdot \mathbf{w}' = \mathbf{N} \cdot \mathbf{w}' = (\mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12} \mathbf{K} (\mathbf{E} - \mathbf{P}_{22} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{21}) \cdot \mathbf{w}' \quad (4.34)$$

Daraus kann man das \mathcal{H}_∞ -Standardproblem mathematisch wie folgt formulieren:

- *Suboptimales \mathcal{H}_∞ -Problem:* Zu einer verallgemeinerten Strecke \mathbf{P} und einer oberen Schranke $\gamma > 0$ berechne einen Regler \mathbf{K} derart, dass
 1. der verallgemeinerte Regelkreis $\mathbf{N} = \mathcal{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})$ intern stabil ist ($\|\mathbf{N}\|_\infty$ existiert);
 2. $\|\mathbf{N}\|_\infty < \gamma$ gilt.
- *Optimales \mathcal{H}_∞ -Problem:* Zu einer verallgemeinerten Strecke \mathbf{P} berechne einen Regler \mathbf{K} derart, dass
 1. der verallgemeinerte Regelkreis $\mathbf{N} = \mathcal{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K})$ intern stabil ist ($\|\mathbf{N}\|_\infty$ existiert);
 2. $\|\mathbf{N}\|_\infty \rightarrow \min$ ist.

Das Problem ist lösbar, wenn alle instabilen Eigenwerte steuer- und beobachtbar sind, alle Kombinationen von Steuerungen gewichtet sind, alle Kombinationen von Störgrößen im Messsignal vorhanden sind und keine Entkopplungsnullstellen auf der imaginären Achse liegen [46, 83].

Literatur

- [1] ACKERMANN, J. : Einführung in die Theorie der Beobachter. In: *Regelungstechnik* 24 (1976), Nr. 7, S. 217–226
- [2] ADAMY, J. ; FLEMMING, A. : Soft variable-structure controls: a survey. In: *automatica* 40 (2004), September, Nr. 11, S. 1821–1844
- [3] ADAMY, J. ; LENS, H. : Stabilitätsnachweis für weiche strukturvariable Regelungen mit Zustandsbeobachter. In: *at – Automatisierungstechnik* 55 (2007), März, Nr. 3, S. 107–118
- [4] AIELLO, G. ; ALFONZETTI, S. ; SALERNO, N. : Stochastic Optimization of an Electromagnetic Actuator by Means of Dirichlet Boundary Condition Iteration. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 36 (2000), Juli, Nr. 4, S. 1110–1114
- [5] AKE AUTOMATION AMERES GMBH, PASSAU: *AKE Automation - Technologie nach Maß*. www.ake-automation.de. Version: Januar 2008
- [6] ANSYS INC.: *ANSYS Hilfe*. 11.0, 2007
- [7] BATATILE, C. ; VIGOUROUX, D. : *Elektromagnetischer Aktor*. 19.05.2004. – Patent: EP 1 420 427 A1
- [8] BENNINI, F. : *Ordnungsreduktion von elektrostatisch-mechanischen Finite Elemente Modellen für die Mikrosystemtechnik*, TU Chemnitz, Diss., 2004
- [9] BOLL, R. ; GMBH, V. (Hrsg.): *Weichmagnetische Werkstoffe - Grundlagen, Legierungen, Eigenschaften, Lieferformen, Anwendungen*. 3. Aufl. Berlin, München : Siemens AG, 1977. – ISBN 3–8009–1240–6
- [10] BOLTON, H. R.: Design Aspects of Electromagnetic Actuators. In: *IEE Colloquium on Magnetic Materials for Sensors and Actuators*. London, Oktober 1994, S. 6/1–6/5
- [11] BONIVENTO, C. ; GENTILI, L. ; MARCONI, L. : Balanced robust regulation of a magnetic levitation system. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 13 (2005), November, Nr. 6, S. 1036–1044
- [12] BREMER, H. : *Dynamik und Regelung mechanischer Systeme*. Stuttgart : Teubner, 1988. – ISBN 3–519–02369–5
- [13] CASSING, W. ; STANEK, W. ; ERD, L. ; HÜBNER, K. ; DUKART, A. : *Elektromagnetische Wandler und Sensoren*. 2. Aufl. Renningen-Malmsheim : expert (Kontakt & Studium, Bd. 219), 2002. – ISBN 3–8169–1878–6
- [14] CEDRAT GROUP: *Flux 2D/3D*. www.cedrat-groupe.com/en/software-solutions/flux.html. Version: Januar 2008
- [15] CHEN, M. ; KNOSPE, C. R.: Implementation of Robust Feedback Linearization on Active Magnetic Bearing Actuators. In: *The 9th International Symposium on Magnetic Bearings*. Lexington, USA, August 2004

- [16] CHILLET, C. ; VOYANT, J.-Y. : Design-oriented analytical study of a linear electromagnetic actuator by means of a reluctance network. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 37 (2001), Juli, Nr. 4, S. 3004 – 3011
- [17] CLARK, R. E. ; JEWELL, G. W. ; FORREST, S. J. ; RENS, J. ; MAERKY, C. : Design Features for Enhancing the Performance of Electromagnetic Valve Actuation Systems. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 41 (2005), März, Nr. 3, S. 1163–1168
- [18] COUTEL, C. ; WURTZ, F. ; BIGEON, J. : A comparative study of two methods for constrained optimisation with analytical models dealing with implicit parameters. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 35 (1999), Mai, Nr. 3, S. 1738 – 1741
- [19] CUYPER, J. de: *Linear Feedback Control for Durability Test Rigs in the Automotive Industry*, Katholieke Universiteit Leuven, Diss., 2006
- [20] DIN 19226-1: *Regelungstechnik und Steuerungstechnik – Allgemeine Grundbegriffe*. Deutsches Institut für Normung e.V., Februar 1994
- [21] DIN 19226-2: *Regelungstechnik und Steuerungstechnik – Begriffe zum Verhalten dynamischer Systeme*. Deutsches Institut für Normung e.V., Februar 1994
- [22] DIN EN 10132-4: *Kaltband aus Stahl für eine Wärmebehandlung, Teil 4: Federstähle und andere Anwendungen*. Deutsches Institut für Normung e.V., April 2003
- [23] DIN VDE 0298-4: *Verwendung von Kabeln und isolierten Leitungen für Starkstromanlagen - Teil 4: Empfohlene Werte für die Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen*. Deutsches Institut für Normung e.V., August 2003
- [24] DIN1304-1: *Formelzeichen – Allgemeine Formelzeichen*. Deutsches Institut für Normung e.V., März 1994
- [25] DIN1324-1: *Elektromagnetisches Feld – Zustandsgrößen*. Deutsches Institut für Normung e.V., Mai 1988
- [26] DIN1324-2: *Elektromagnetisches Feld – Materialgrößen*. Deutsches Institut für Normung e.V., Mai 1988
- [27] DIN19226-4: *Regelungstechnik und Steuerungstechnik – Begriffe für Regelungs- und Steuerungssysteme*. Deutsches Institut für Normung e.V., Februar 1994
- [28] DINGELSTADT, R. ; ELSÄSSER, A. ; SCHILLING, W. ; SCHMIDT, J. ; KALLENBACH, E. ; BEYER, F. ; BAUMBACH, J. ; OTTO, R. ; KUCERA, U. : Modellbasierte Optimierung von Magnetantrieben für Lufttaktventile. In: *Mechatronik 2005 - Innovative Produktentwicklung*. Wiesloch, Juni 2005 (VDI-Berichte Nr. 1892.2), S. 705–718
- [29] DOYLE, J. ; FRANCIS, B. ; TANNENBAUM, A. : *Feedback Control Theory*. MacMillan, 1990
- [30] DUTOIT, B. M. ; BESSE, P.-A. ; POPOVIC, R. S.: Planar Multidipolar Electromagnetic Actuators. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 39 (2003), März, Nr. 2, S. 1026–1034
- [31] DYNASIM AB: *Dymola - Dynamic Modeling Laboratory - Multi-Engineering Modeling and Simulation*. www.dynasim.com. Version: November 2007

- [32] EHMANN, C. ; KYTKA, P. ; NORDMANN, R. : Comparison Of PID-, LQR- And μ -Synthesis Control for the Electromagnetic Suspension of a Flexible Rotor. In: *7th International Conference on Motion and Vibration Control (MOVIC)*, 2004
- [33] ELSÄSSER, A. ; SCHILLING, W. ; SCHMIDT, J. ; KALLENBACH, E. ; BEYER, F. ; BAUMBACH, J. : Entwurf schnellwirkender magnetischer Aktoren für Lufttaktventile. In: *Innovative Klein- und Mikroantriebstechnik*. Darmstadt, März 2004 (ETG-Fachbericht Nr. 96), S. 165–170
- [34] ETAS GERMANY - ENTWICKLUNGS- UND APPLIKATIONSWERKZEUGE FÜR ELEKTRONISCHE SYSTEME GMBH: *MTS 4100 - Der neue NVH-Analyzer: Identifikation von Schwingungs- und Geräuschquellen im Fahrzeug*. www.etas.com/de. Version: Januar 2008
- [35] FAVOT, V. : *Nonlinear Modeling and Flatness-based Control for Electromagnetic Reluctance Force Actuator*, TU München, Angewandte Mechanik, Masterarbeit, Juli 2007
- [36] FEELEY, J. J.: A simple dynamic model for eddy currents in a magnetic actuator. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 32 (1996), März, Nr. 2, S. 453 – 458
- [37] FETZER, J. ; HAAS, M. ; KURZ, S. : *Numerische Berechnung elektromagnetischer Felder*. Renningen-Malmsheim : expert (Kontakt & Studium, Bd. 627), 2002. – ISBN 3–8169–2012–8
- [38] FITAN, E. ; MESSINE, F. ; NOGARÈDE, B. : The electromagnetic actuator design problem: a general and rational approach. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 40 (2004), Mai, Nr. 3, S. 1579 – 1590
- [39] FÖLLINGER, O. : *Regelungstechnik - Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. 8. Aufl. Heidelberg : Hüthig, 1994. – ISBN 3–7785–2915–3
- [40] FORRAI, A. ; UEDA, T. ; YUMURA, T. : Electromagnetic Actuator Control: A Linear Parameter-Varying (LPV) Approach. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 54 (2007), Juni, Nr. 3, S. 1430–1441
- [41] FRIEDRICH, T. : *Sensorlose magnetische Lagerung für ein Förderfahrzeug*. Aachen : Shaker, 1997. – ISBN 3–8265–2786–0
- [42] FUJITA, M. ; NAMERIKAWA, T. ; MATSUMURA, F. ; UCHIDA, K. : μ -Synthesis of an Electromagnetic Suspension System. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 40 (1995), März, Nr. 3, S. 530–536
- [43] FUKATA, S. : A Frequency-Domain Model of Electromagnets composed of solid iron cores. In: *The 7th International Symposium on Magnetic Bearings*. Zurich, August 2000, S. 75–79
- [44] GERTH, H. ; MARKGRAF, C. ; HAASE, H. : An Electromagnetic Actuator for Active Vibration Control without Permanent Magnets. In: *Actuator 2004*. Bremen, Juni 2004
- [45] GINZINGER, L. ; ULBRICH, H. : Feedback Linearization Rub Control using an Active Auxiliary Bearing. In: *12th IFToMM World Congress in Mechanism and Machine Science*. Besancon, Frankreich, Juni 2007
- [46] HANEL, M. ; KÄMPF, B. ; WELL, K. H.: *Robuste Regelung*, Universität Stuttgart, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Vorlesungsskript, September 1998

- [47] HARTWIG, C. : *Magnetdynamischer Linear-Aktor*. Düsseldorf : VDI Verlag, 2003 (Fortschr.-Ber. VDI Reihe 21 Nr. 355). – ISBN 3-18-335521-3
- [48] HÖCHT, L. : *Auslegung, Konstruktion und experimentelle Untersuchung einer Parallelfederführung*, TU München, Angewandte Mechanik, Semesterarbeit, Januar 2006
- [49] HERRMANN, M. ; ULBRICH, H. : Augmented Control Strategies and Controller Optimisation for Compact Actuators. In: *Proceedings of Actuator 2006*. Bremen, Juni 2006, S. 1005–1008
- [50] HERRMANN, M. ; ULBRICH, H. : Robuste Trajektorienfolgeregelung elektromagnetischer Shaker. In: *Mechatronik 2007 - Innovative Produktentwicklung*. Wiesloch, Juni 2007 (VDI-Berichte Nr. 1971), S. 321–334
- [51] HERSCHEL, R. (Hrsg.): *Die Laplace-Transformation und ihre Anwendung in der Regelungstechnik*. Beihefte zur Regelungstechnik. München : Oldenbourg, 1955
- [52] HOFFMANN, W. ; PETERSON, K. ; STEFANOPOULOU, A. G.: Iterative learning control for soft landing of electromechanical valve actuator in camless engines. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 11 (2003), Nr. 2, S. 174–184
- [53] HOWE, D. : Electromagnetic Actuation Systems - Design and Applications. In: *IEE Colloquium on Limited Motion Electrical Actuation Systems*. London, Oktober 1998, S. 1/1 – 1/9
- [54] HOWE, D. : Magnetic Actuators. In: *Sensors and Actuators A* 81 (2000), April, Nr. 1-3, S. 268–274
- [55] JACKSON, J. D.: *Klassische Elektrodynamik*. 4. Aufl. Berlin, New York : de Gruyter, 2006. – ISBN 3-11-018970-4
- [56] JANOCHA, H. (Hrsg.): *Aktoren: Grundlagen und Anwendungen*. Berlin : Springer, 1992. – ISBN 3-540-54707-X
- [57] JAPANESE RAILWAY: *Railway Technical Research Institute - Maglev Test Center*. www.rtri.or.jp/rd/maglev/html/english/maglev_frame_E.html. Version: Juli 2007
- [58] JASSE, E. : *Die Elektromagnete*. Berlin : Springer, 1930
- [59] JENDRITZA, D. J. (Hrsg.): *Technischer Einsatz Neuer Aktoren*. Renningen-Malmsheim : expert (Kontakt & Studium, Bd. 484), 1995. – ISBN 3-8169-1235-4
- [60] JONEIT, D. : *Modellierung und Simulation elektromagnetischer Antriebe in der Feinwerktechnik*. Wissenschaftliche Schriftenreihe Elektrotechnik. Berlin : Köster, 2000 (Bd. 34). – ISBN 3-89574-371-2
- [61] KALISCH, P. : Beiträge zur Berechnung der Zugkraft von Elektromagneten (in 3 Teilen). In: *Electrical Engineering (Archiv für Elektrotechnik)* 1 (1913), September–November, Nr. 9-11, S. 394–415, 458–470, 476–491
- [62] KALLENBACH, E. ; EICK, R. ; QUENDT, P. ; STRÖHLA, T. ; FEINDT, K. ; KALLENBACH, M. : *Elektromagnete : Grundlagen, Berechnung, Entwurf und Anwendung*. 2. Aufl. Wiesbaden : Teubner, 2003. – ISBN 3-519-16163-X

- [63] KALLENBACH, E. ; KUBE, H. ; ZÖPPIG, V. ; FEINDT, K. ; HERMANN, R. ; BEYER, F. : New polarized electromagnetic actuators as integrated mechatronic components - design and application. In: *Mechatronics* 9 (1999), Oktober, Nr. 7, S. 769–784
- [64] KALLENBACH, M. : *Entwurf von magnetischen Mini- und Mikroaktoren mit stark nichtlinearem Magnetkreis*, TU Ilmenau, Diss., 2005
- [65] KE KNESTEL ELEKTRONIK GMBH, HOPFERBACH: *Intelligente Messtechnik*. www.knestel.de. Version: Januar 2008
- [66] KLESEN, C. ; NORDMANN, R. : Dynamische Kräfte elektromagnetischer und elektrodynamischer Aktoren in mechatronischen Systemen unter der Berücksichtigung der Wirbelströme. In: NORDMANN, R. (Hrsg.) ; ISERMANN, R. (Hrsg.): *Kolloquium Aktoren in Mechatronischen Systemen*. Düsseldorf : VDI Verlag, März 1999 (Fortschrittberichte VDI, Reihe 8 743), S. 143–152
- [67] KLÜHSPIES, J. : *Maglev - Magnetbahn*. www.maglev.de. Version: Juli 2007
- [68] KOCH, J. ; RUSCHMEYER, K. : *Permanentmagnete I - Grundlagen*. Hamburg : Valvo GmbH, 1967
- [69] KÜPFMÜLLER, K. ; MATHIS, W. ; REIBIGER, A. : *Theoretische Elektrotechnik*. 17. Aufl. Springer, 2005. – ISBN 3–540–29290–X
- [70] KRAUSE, W. : *Konstruktionselemente der Feinmechanik*. 3. Aufl. München : Hanser, 2004. – ISBN 3–446–22336–3
- [71] KRIEZIS, E. ; TSIBOUKIS, T. D. ; PANAS, S. M. ; TEGOPOULOS, J. A.: Eddy Currents: Theory and Applications. In: *Proceedings of the IEEE* 80 (1992), Oktober, Nr. 10, S. 1559–1589
- [72] KUHNEN, K. ; JANOCHA, H. ; THULL, D. ; KUGI, A. : A new drive concept for high-speed positioning of piezoelectric actuators. In: *Actuator 2006*. Bremen, Juni 2006, S. 82–85
- [73] LANG, M. : *Berechnung und Optimierung von passiven permanentmagnetischen Lagern für rotierende Maschinen*. Düsseldorf : VDI Verlag, 2004 (Fortschr.-Ber. VDI Reihe 21 Nr. 357). – ISBN 3–18–335721–6
- [74] LANNI, A. ; TRIVETTE, M. L. ; RAMANAN, V. R.: *Electromagnetic actuator with improved initial and latching forces*. 17.03.2005. – Patent: WO 2005/024860 A1
- [75] LARSONNEUR, R. : Aktive Magnetlager zur Schwingungsbeeinflussung elastischer Rotoren. In: *1. Tagung Schwingung in rotierenden Maschinen (SIRM1)*. Kassel : Vieweg, Februar 1991
- [76] LENK, A. ; PFEIFER, G. ; WERTHSCHÜTZKY, R. : *Elektromechanische Systeme - mechanische und akustische Netzwerke, deren Wechselwirkungen und Anwendungen*. Springer, 2001. – ISBN 3–540–67941–3
- [77] LEQUESNE, B. : Fast-Acting Long-Stroke Bistable Solenoids with Moving Permanent Magnets. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 26 (1990), Mai/Juni, Nr. 3, S. 401–407
- [78] LEQUESNE, B. : Fast-Acting, Long-Stroke Solenoids with Two Springs. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 26 (1990), September/Oktober, Nr. 5, S. 848–856

- [79] LEVINE, J. ; LOTTIN, J. ; PONSART, J.-C. : A nonlinear approach to the control of magnetic bearings. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 4 (1996), September, Nr. 5, S. 524–544
- [80] LI, Q. ; DING, F. ; WANG, C. : Novel Bidirectional Linear Actuator for Electrohydraulic Valves. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 41 (2005), Juni, Nr. 6, S. 2199–2201
- [81] LOHMANN, B. : *Lehrstuhl für Regelungstechnik: Beiblätter zu den angebotenen Lehrveranstaltungen.* www.rt.mw.tum.de/. Version: Juli 2007
- [82] LUENBERGER, D. G.: An introduction to observers. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 16 (1971), Dezember, Nr. 6, S. 596 – 602
- [83] LUNZE, J. : *Regelungstechnik 1 - Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen.* 4. Aufl. Berlin : Springer, 2004. – ISBN 3-540-20742-2
- [84] LUNZE, J. : *Regelungstechnik 2 - Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung.* 3. Aufl. Berlin : Springer, 2005. – ISBN 3-540-22177-8
- [85] LÖWIS, J. von: *Flachheitsbasierte Trajektorienfolgeregelung elektromechanischer Systeme.* Aachen : Shaker, 2002 (Berichte aus der Steuerungs- und Regelungstechnik). – ISBN 3-8322-0488-1
- [86] MAHA-AIP GMBH & CO. KG, HALDENWANG: *Automotive Industry Products.* www.maha-aip.com. Version: Januar 2008
- [87] MATEK, W. ; MUHS, D. ; WITTEL, H. ; JANNASCH, D. : *Roloff/Matek - Maschinenelemente: Normung, Berechnung, Gestaltung.* 15. Aufl. Wiesbaden : Vieweg, 2001. – ISBN 3-528-94028-X
- [88] MATSUDA, K. ; KANEMITSU, Y. ; KIJIMOTO, S. : Control of a magnetically levitated table for vibration isolation. In: *The 7th International Symposium on Magnetic Bearings.* Zürich, Schweiz, August 2000
- [89] MCFEE, S. ; LOWTHER, D. : Towards accurate and consistent force calculation in finite element based computational magnetostatics. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 23 (1987), September, Nr. 5, S. 3771 – 3773
- [90] MICHALOWSKY, L. (Hrsg.) ; SCHNEIDER, J. (Hrsg.): *Magnettechnik: Grundlagen, Werkstoffe, Anwendungen.* 3. Aufl. Essen : Vulkan, 2006. – ISBN 3-8027-2139-X
- [91] MÜLLER, K. : *Entwurf robuster Regelungen.* Stuttgart : Teubner, 1996. – ISBN 3-519-06173-2
- [92] MODELICA ASSOCIATION: *Modelica - Modeling of Complex Physical Systems.* www.modelica.org/. Version: November 2007
- [93] MORARI, M. ; ZARIFIOU, E. : *Robust Process Control.* London : Prentice Hall, 1989. – ISBN 0-13-782153-0
- [94] MOSCINSKI, J. (Hrsg.) ; OGONOWSKI, Z. (Hrsg.): *Advanced Control with Matlab/Simulink.* London : Ellis Horwood, 1995. – ISBN 0-13-309667-X
- [95] MUHS, D. ; WITTEL, H. ; BECKER, M. ; JANNASCH, D. ; VOSSSIEK, J. : *Roloff/Matek - Maschinenelemente: Tabellen.* 16. Aufl. Wiesbaden : Vieweg, 2003. – ISBN 3-528-07028-1

- [96] NAKAMURA, T. ; HIRATA, M. ; NONAMI, K. : Zero Bias \mathcal{H}_∞ Control of Active Magnetic Bearings for Energy Storage Flywheel Systems. In: *The 9th International Symposium on Magnetic Bearings*. Lexington, USA, August 2004
- [97] NITSCHKE, R. ; SCHWARZMANN, D. : Flachheitsbasierte IMC-Regelung einer elektronisch kommutierten Synchronmaschine. In: *Mechatronik 2007 - Innovative Produktentwicklung*. Wiesloch, Juni 2007 (VDI-Berichte Nr. 1971), S. 335–350
- [98] OBERBECK, C. : *Entwicklung und mechatronische Optimierung eines elektromagnetischen Aktors*. Düsseldorf : VDI Verlag, 2003 (Fortschr.-Ber. VDI Reihe 8 Nr. 984). – ISBN 3–18–398408–3
- [99] OBERBECK, C. ; ULBRICH, H. : Active Compensation of the Eigen-Dynamics of Electromagnetic Actuators by Ecu-Based Non-Linear Feedback Control. In: *The 7th International Symposium on Magnetic Bearings*. Zürich, Schweiz, August 2000, S. 425–430
- [100] PAUL, R. ; PAUL, S. : *Repetitorium Elektrotechnik*. Berlin : Springer, 1996. – ISBN 3–540–57003–9
- [101] PFEIFFER, F. : *Einführung in die Dynamik*. 2. Aufl. Teubner, 1992. – ISBN 3–519–12367–3
- [102] PHILIPPOW, E. (Hrsg.): *Taschenbuch Elektrotechnik – Band 1: Allgemeine Grundlagen*. Carl Hanser, 1976. – ISBN 3–446–12157–9
- [103] PHILIPPOW, E. : *Grundlagen der Elektrotechnik*. 10. Aufl. Verlag Technik, 2000. – ISBN 3–341–01241–9
- [104] REINSCHKE, K. : *Lineare Regelungs- und Steuerungstheorie*. Berlin : Springer, 2006. – ISBN 3–540–21886–6
- [105] REN, Z. : Comparison of different force calculation methods in 3D finite element modelling. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 30 (1994), September, Nr. 5, S. 3471–3474
- [106] RIEBER, J. M. ; ALLGÖWER, F. : From \mathcal{H}_∞ Control to Multiobjective Control: An Overview. In: *at – Automatisierungstechnik* 54 (2006), September, Nr. 9, S. 437–449
- [107] ROCKEL, H. ; KONIGORSKI, U. : Iterativ Lernende Regelungen (I): Ein parametrischer Rahmen. In: *at – Automatisierungstechnik* 55 (2007), März, Nr. 3, S. 119–126
- [108] ROCKEL, H. ; KONIGORSKI, U. : Iterativ Lernende Regelungen (II): Robuste Regelung von Schwingungsprüfständen im Frequenzbereich. In: *at – Automatisierungstechnik* 55 (2007), April, Nr. 4, S. 180–189
- [109] RODDECK, W. : *Einführung in die Mechatronik*. Teubner, 1997. – ISBN 3–519–06357–3
- [110] ROSCHKE, T. : *Entwurf geregelter elektromagnetischer Antriebe für Luftschütze*. Düsseldorf : VDI Verlag, 2000 (Fortschr.-Ber. VDI Reihe 21 Nr. 293). – ISBN 3–18–329321–8
- [111] ROSCHKE, T. ; SCHNITTER, S. : *Elektromagnetischer Aktuator*. 23.06.2005. – Patent: DE 10 2004 034 296 B3

- [112] ROTHFUSS, R. ; RUDOLPH, J. ; ZEITZ, M. : Flachheit: Ein neuer Zugang zur Steuerung und Regelung nichtlinearer Systeme. In: *at – Automatisierungstechnik* 45 (1997), November, Nr. 11, S. 517–525
- [113] RUDOLPH, J. : *Beiträge zur flachheitsbasierten Folgeregelung linearer und nichtlinearer Systeme endlicher und unendlicher Dimension*. Aachen : Shaker, 2003 (Berichte aus der Steuerungs- und Regelungstechnik). – ISBN 3-8322-1765-7
- [114] RUDOLPH, J. : Flachheit: Eine nützliche Eigenschaft auch für Systeme mit Totzeiten. In: *at – Automatisierungstechnik* 53 (2005), April, Nr. 4-5, S. 178–188
- [115] RUDOLPH, J. ; WOITTENNEK, F. ; LÖWIS, J. von: Zur Regelung einer elektromagnetisch gelagerten Spindel. In: *at – Automatisierungstechnik* 48 (2000), März, Nr. 3, S. 132–139
- [116] RUKOWSKI, M. ; POPP, K. : Nonlinear modelling of a magnetically guided machine tool axis. In: *The 7th International Symposium on Magnetic Bearings*. Zürich, Schweiz, August 2000
- [117] SCHIEHLEN, W. : *Technische Dynamik*. Teubner, 1986. – ISBN 3-519-02365-2
- [118] SCHÜLER, L. ; KALISCH, P. : Berechnung der Zugkraft von Elektromagneten. In: *Electrical Engineering (Archiv für Elektrotechnik)* 1 (1913), Dezember, Nr. 12, S. 538–539
- [119] SCHNELL, G. : *Magnete - Grundlagen, Aufbau, Anwendung*. München : Karl Thiemig, 1973. – ISBN 3-521-06082-9
- [120] SCHRÖDER, D. : *Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen*. 2. Aufl. Berlin : Springer, 2001. – ISBN 3-540-41994-2
- [121] SCHWARZ, J. : *Methodik der Zustandsregelung für elektromagnetische Aktoren*, TU München, Angewandte Mechanik, Semesterarbeit, Mai 2007
- [122] SCHWEITZER, G. ; TRAXLER, A. ; BLEULER, H. : *Magnetlager: Grundlagen und Anwendungen*. Berlin : Springer, 1993. – ISBN 3-540-55868-3
- [123] SHANG, W. ; REUBER, C. : *Elektromagnetischer Aktuator*. 10.04.2003 Patent: WO 03 030188 A1
- [124] SIMONYI, K. : *Theoretische Elektrotechnik*. 10. Aufl. Leipzig : Barth, 1993. – ISBN 3-335-00375-6
- [125] SKOGESTAD, S. ; POSTLETHWAITE, I. : *Multivariable Feedback Control*. 2. Ed. John Wiley & Sons, 2005. – ISBN 0-470-01167-X
- [126] SLOTINE, J. E. ; LI, W. : *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs : Prentice-Hall, 1991. – ISBN 0-130-40890-5
- [127] SPRINGER, H. : Simulation nichtlinearer Effekte in aktiven Magnetlagern. In: *1. Tagung Schwingung in rotierenden Maschinen (SIRM1)*. Kassel : Vieweg, Februar 1991
- [128] STEIN, G. : Respect the Unstable. In: *IEEE Control Systems Magazine* 23 (2003), August, Nr. 4, S. 12– 25
- [129] STEINBERG, K. F.: *With all senses - The first book on how to eliminate interfering sound in the car*. wjr-verlag, 2007. – ISBN 3-935659-62-8

- [130] STÖLTING, H.-D. (Hrsg.) ; KALLENBACH, E. (Hrsg.): *Handbuch Elektrische Kleinantriebe*. München : Hanser, 2006. – ISBN 3-446-40019-2
- [131] STRÖHLA, T. : *Ein Beitrag zur Simulation und zum Entwurf von elektromagnetischen Systemen mit Hilfe der Netzwerkmethod*. Ilmenau : Wissenschaftsverlag Ilmenau, 2002. – ISBN 3-936404-00-3
- [132] SUZUKI, M. ; KANEMITSU, Y. ; KIJIMOTO, S. ; MATSUDA, K. : Controller design of an electromagnetically levitated vibration isolation system. In: *The 8th International Symposium on Magnetic Bearings*. Mito, Japan, August 2002
- [133] TRANSPRAPID INTERNATIONAL GMBH & CO. KG: *Transrapid International*. www.transrapid.de/. Version: Juli 2007
- [134] UCHIYAMA, Y. ; MUKAI, M. ; FUJITA, M. : Robust Acceleration Control of Electrodynamic Shaker Using μ -Synthesis. In: *44th IEEE Conference on Decision and Control*. Seville, Spain, December 2005, S. 6170-6175
- [135] ULBRICH, H. : *Entwurf und Realisierung einer berührungsfreien Magnetlagerung für ein Rotorsystem*, Technische Universität München, Diss., Juni 1979
- [136] ULBRICH, H. : Comparison of Different Actuator Concepts for Applications in Rotating Machinery. In: *International Journal of Rotating Machinery* 1 (1994), Nr. 1, S. 61-71
- [137] ULBRICH, H. : *Maschinendynamik*. Stuttgart : Teubner, 1996. – ISBN 3-519-03233-3
- [138] VAC VACUUMSCHMELZE GMBH & CO KG (Hrsg.): *Weichmagnetische Werkstoffe und Halbzeuge (PHT-001)*. Hanau: VAC Vacuumschmelze GmbH & Co KG, 2002
- [139] VAC VACUUMSCHMELZE GMBH & CO KG (Hrsg.): *Broschüre Teile und Komponenten (PHT-002)*. Hanau: VAC Vacuumschmelze GmbH & Co KG, 2003
- [140] VAC VACUUMSCHMELZE GMBH & CO KG (Hrsg.): *Selten-Erd-Dauermagnete VACODYM, VACOMAX*. Hanau: VAC Vacuumschmelze GmbH & Co KG, 2007
- [141] VDI 2206: *Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme*. Verein Deutscher Ingenieure, Juni 2004
- [142] VECTOR FIELDS: *Software for Electromagnetic Design*. www.vectorfields.com. Version: Januar 2008
- [143] VÖLKER, B. : *Stetige Pneumatikventile mit minimierter Ansteuerleistung*., RWTH Aachen, Diss., 1999
- [144] WANG, Y. : *Berechnung und Auslegung von Magnetstellgliedern mit Strom-Vormagnetisierung und mit Permanentmagnet-Vormagnetisierung*. Aachen : Shaker Verlag, 1996 (Berichte aus dem Maschinenbau). – ISBN 3-8265-1629-X
- [145] WEY, T. ; LEMMEN, M. : *Flachheitsbasierte Regelung - Folgeregelung eines hydraulischen Differentialzylinders*, Universität Duisburg-Essen, Lehrstuhl Steuerung, Regelung und Systemdynamik, Forschungsbericht, 1997
- [146] WIEDEMANN, D. : *Robuste Regelmethode für elektromagnetische Shaker*, TU München, Angewandte Mechanik, Diplomarbeit, Juni 2007
- [147] YASKAWA ELECTRIC CORPORATION: *Company History*. www.yaskawa.co.jp/en/company/rekisi.htm. Version: Juli 2007

-
- [148] ZHU, L. ; KNOSPE, C. R. ; MASLEN, E. H.: Frequency Domain Modeling of Non-laminated C-shaped Magnetic Actuators. In: *The 9th International Symposium on Magnetic Bearings*. Lexington, USA, August 2004
- [149] ZHU, L. ; KNOSPE, C. R. ; MASLEN, E. H.: Frequency Domain Modeling of Non-laminated Cylindrical Magnetic Actuators. In: *The 9th International Symposium on Magnetic Bearings*. Lexington, USA, August 2004
- [150] ZHU, Z. ; JEWELL, G. ; HOWE, D. : Design considerations for permanent magnet polarised electromagnetically actuated brakes. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 31 (1995), November, Nr. 6, S. 3743–3745