

Technische Universität München

Fachgebiet Hydromechanik

**Experimentelle Studie der turbulenten Strömung
über periodische Hügel**

Christoph R. Rapp

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr. h.c. R. Rummel

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. M. Manhart
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. P. Rutschmann

Die Dissertation wurde am 03.11.2008 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 03.02.2009 angenommen.

Vorwort

Meine Eltern haben stets gefördert, nie gefordert, mich in allem bedingungslos unterstützt und mir mit Ihren Wertvorstellungen einen Weg durch diese Welt aufgezeigt. So konnten sich meine Ideale entfalten, die in allen Lebenslagen Basis meiner Motivation waren und sind. Mein allerherzlichster Dank gilt meinen lieben Eltern.

Weiteren Ansporn lieferte mir meine liebe Schwester, die stets mein Vorbild war. Dir gilt der herzlichste Dank.

Mein Betreuer Prof. Manhart hat mir genau die Freiheiten eingeräumt, durch die ich meine Anliegen realisieren und meine Prioritäten setzen konnte. Nicht nur durch die Betreuung und die Themenwahl, sondern vor allem durch das Vertrauen, das er in mich gesetzt hat, gilt ihm größter Dank.

Wohlwollen brachte mir schon Prof. Manharts Vorgänger, Herr Prof. Valentin, entgegen. Ihm verdanke ich die Anstellung am Lehrstuhl für Hydraulik und Gewässerkunde.

Aufrichtig möchte ich mich bei Herrn Prof. Rutschmann für die Übernahme des Koreferat bedanken.

Besonderer Dank gilt Herrn Prof. Rummel nicht nur für die Übernahme des Vorsitzes, sondern vor allem für die Unterstützung während seiner Zeit als Dekan.

Für ihre gewissenhafte und sorgfältige Arbeitsweise möchte ich in alphabetischer Reihenfolge Herrn Lechner, Herrn Schmid und Herrn Schneider, die durch die Realisierung des hier vorgestellten Experiments einen maßgeblichen Teil am guten Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, meine Anerkennung aussprechen. Darüber hinaus möchte ich Ihnen für das freundschaftliche Verhältnis und das geduldete Asyl im Labor meine Dankbarkeit zum Ausdruck bringen.

Letztendlich bin ich allen Hydromechanikern der Technischen Universität München für die fachlichen Diskussionen und das stets freundliche Arbeitsklima zu Dank verpflichtet.

Dank einer Institution auszusprechen mag ein wenig bizarr klingen, dennoch:

Der Bund der Freunde der Technischen Universität München hat mit der Finanzierung einer Seeding-Pumpe für die Partikelzugabe einen weiteren Beitrag zum guten Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) hat diese Arbeit finanziell unterstützt und die Beschaffung der Particle Image Velocimetry-Anlage gefördert. Ohne diese Förderung wäre diese Studie nicht möglich gewesen.

Vielen Dank!

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	I
Inhaltsverzeichnis	V
Nomenklatur	XIII
Zusammenfassung	XVII
Abstract	XVIII
1 Einleitung	1
2 Turbulente Strömungen	7
2.1 Grundgleichungen	7
2.1.1 Massenerhaltung	7
2.1.2 Impulserhaltung	7
2.1.3 Navier-Stokes-Gleichung	8
2.2 Dimensionsanalyse	8
2.3 Turbulenz	9
2.4 Numerische Modellierung	11
2.4.1 Direkte Numerische Simulation	12
2.4.2 Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation	12
2.4.3 Large Eddy Simulation	13
2.4.4 Zusammenfassung	13
2.5 Strömung über wellige Oberflächen	13
2.6 Strömung über periodische Hügel	15
2.6.1 Spannweite Ausdehnung	16
2.6.2 Periodizität	16
2.6.3 Folgerungen	17
3 Messtechnik	19
3.1 Particle Image Velocimetry	19
3.1.1 Partikel und ihre Abbildungen	20
3.1.2 Beleuchtung	26
3.1.3 Bildaufnahme	28
3.1.4 Auswertung der PIV-Bilder	30
3.1.5 Folgerungen	37
3.2 Laser-Doppler-Anemometrie	37
3.2.1 Interferenz zweier Laserstrahlen	38

3.2.2	Geschwindigkeitsmessung	39
3.2.3	LDA-Auswertung	43
3.2.4	Folgerungen	44
3.3	Magnetisch-induktiver Durchflussmesser	45
3.4	Piezoelektrische Drucksonden	45
4	Versuchsaufbau	47
4.1	Kanal	47
4.1.1	Fluid	47
4.1.2	Material	48
4.1.3	Hydraulisches System	48
4.1.4	Seeding-Partikel	52
4.2	Messaufbau PIV	53
4.2.1	Vertikale Schnitte	53
4.2.2	Horizontale Schnitte	55
4.2.3	Auswertung	56
4.3	Messaufbau LDA	58
4.4	Messaufbau Druckmessdosen	60
4.5	Zusammenfassung	62
5	Validierung der PIV-Messungen	63
5.1	PIV-Validierungsalgorithmus	63
5.2	Subpixel-Interpolation	67
5.2.1	Peak locking	67
5.2.2	Interpolationsverfahren	69
5.3	Stichprobenanzahl	71
5.4	Zusammenfassung	73
6	Ergebnisse	75
6.1	Periodizität	75
6.1.1	Druckmessungen	75
6.1.2	Geschwindigkeitsmessungen	76
6.1.3	Fazit	81
6.2	Homogenität	82
6.2.1	Druckmessungen	82
6.2.2	Vertikale LDA-Profile	83
6.2.3	Horizontale PIV-Schnitte	84
6.2.4	Impulsbetrachtung	91
6.2.5	Schlussfolgerungen	94
6.3	Zweipunktkorrelation	94
6.4	Druckverlauf	97
6.5	Untersuchung der Mittel- und rms-Werte	97
6.5.1	Untersuchung der mittleren Profile und der Fluktuationen	98
6.6	Wiederanlegepunkt	102
6.7	Rezirkulation auf dem Hügel	105
6.8	Strukturen in $\langle w'w' \rangle$	106

7 Fazit, Ausblick und Schluss	107
Literaturverzeichnis	116
A Anhang	117
A.1 Hügelgeometrie	117
A.2 Intensitätsmuster interferierender Laserstrahlen	118
A.3 Aufstellung der LDA-Messungen	119
A.4 Aufstellung der vertikalen PIV-Schnitte	120
A.5 PIV-Auflösung	121
A.6 PIV-Profile	122

Tabellenverzeichnis

4.1	Maximale Stokes-Zahl der Seeding-Partikel	52
4.2	Typischer Messfehler der Druckdosen	61
5.1	Durchflusszeiten	72
6.1	Mittlerer Wiederanlegepunkt in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl.	102
6.2	Dimensionslose Frequenzauflösung in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl.	103
A.1	LDA-Messungen	119
A.2	Vertikale PIV-Schnitte	120
A.3	PIV-Auflösung	121

Abbildungsverzeichnis

2.1	Gedankenexperiment Marienplatz - Stachus	10
2.2	Beispielhaftes eindimensionales Energie- und Dissipationsspektrum einer turbulenten Strömung	11
2.3	Stromlinien aus einer PIV-Messung bei $Re \approx 5600$	15
3.1	Vereinfachte Darstellung der geglätteten Lichtstreuung nach der Theorie von Mie an Glaskügelchen in Wasser.	22
3.2	Schematische Darstellung des Airy-Musters für kleine Blendendurchmesser.	23
3.3	Abbildung von Objekten auf der Bildebene.	23
3.4	Aufbau einer LDA-Anlage.	38
3.5	Reflexion unter dem Bragg-Winkel, 1. Ordnung.	41
4.1	Skizze des hydraulischen Systems.	48
4.2	Längsschnitt des Wasserkanals in [mm].	49
4.3	Querschnitt des Wasserkanals, Abmessungen in h	49
4.4	Einlaufbehälter mit Einbauten.	50
4.5	Foto des Einlaufbehälters bei $Re \approx 37000$	51
4.6	3D-Kanalansicht mit Abmessungen in h	51
4.7	Zusammensetzung der Messebene aus sechs Kamerapositionen.	53
4.8	PIV-Aufnahme über dem Hügel.	54
4.9	PIV-Aufbau für horizontale Lichtschnitte.	55
4.10	Foto des LDA-Aufbaus.	59
4.11	Druckbohrungen am achten Hügel; Bemaßung in [mm].	61
5.1	Vergleich von $\langle u \rangle / u_b$ aus PIV- und LDA-Messungen mit LES-Daten von Breuer et al. [10] bei $Re = 10600$; $x/h = 0,05$; links ohne, rechts mit interpolierten PIV-Vektoren; $SNR \geq 2,0$	63
5.2	Vergleich von u/u_b aus PIV- und LDA-Messungen durch PDF am wandnächsten Messpunkt über dem Hügel; PIV links ohne, rechts mit interpolierten Vektoren; $Re = 10600$; $SNR \geq 2,0$	64
5.3	Vergleich von $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ aus PIV- und LDA-Messungen mit LES-Daten von Breuer et al. [10] bei $Re = 10600$; $x/h = 0,05$; links ohne, rechts mit interpolierten PIV-Vektoren; $SNR \geq 2,0$	65
5.4	Vergleich von $\langle u \rangle / u_b$ (links) und $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ (rechts) aus PIV- und LDA-Messungen mit LES-Daten von Breuer et al. [10] bei $Re = 10600$; $x/h = 0,05$; $SNR \geq 1,1$	65
5.5	Vergleich von u/u_b aus PIV- und LDA-Messungen durch PDF am wandnächsten Messpunkt über dem Hügel; PIV links ohne, rechts mit interpolierten Vektoren; $Re = 10600$; $SNR \geq 1,1$	66

5.6	Vergleich von u/u_b aus PIV- und LDA-Messungen durch PDF an einem Messpunkt inmitten der Strömung; PIV links ohne, rechts mit interpolierten Vektoren; $Re = 10600$; $SNR \geq 1,1$	66
5.7	Vergleich von u/u_b aus PIV-Messungen durch PDF an einem Messpunkt inmitten der Strömung; links ohne, rechts mit interpolierten Vektoren; $Re = 10600$; $SNR \geq 2,0$	68
5.8	Vergleich von u/u_b aus PIV-Messungen durch PDF an einem Messpunkt inmitten der Strömung; $Re = 10600$; links $SNR \geq 1,1$, rechts $SNR \geq 2,0$	68
5.9	Vergleich von Subpixel-verfeinerten und nicht verfeinerten PIV-rms-Werten mit LES-Daten von Breuer et al. [10] bei $Re = 10600$; $x/h = 0,05$	69
5.10	Subpixel-Position und zugehörige Intensitätsverteilung mit und ohne gleichverteiltem Rauschen.	70
5.11	Subpixel-Verschiebung aus theoretischen Überlegungen links ohne, rechts mit Rauschen, $d_b/d_z = 1,5$	70
5.12	Vergleich von u/u_b aus PIV-Messungen durch PDF an einem wandnahen Messpunkt; $Re = 10600$; scharfe Bilder links, verschmierte Bilder rechts.	71
5.13	Zeitliche Entwicklung des Mittelwerts bei $Re = 5600$ an der Stelle $x/h = 3,0$; $y/h = 0,4$	72
5.14	Vergleich von PIV-rms-Mess- und hochpassgefilterten Werten mit bei $Re = 10600$ und $x/h = 2,0$	73
5.15	Vergleich von $\langle u \rangle / u_b$ (links) und $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ (rechts) aus PIV- und LDA-Messungen mit LES-Daten von Breuer bei $Re = 10600$; $x/h = 4,0$; $SNR \geq 1,1$	74
6.1	Druckmessung am Kanaldeckel, $z/h = 1,0$; lokal $x/h = 1,3$	76
6.2	Vergleich der PIV-Mittelwerte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8 mit DNS-Daten von Peller und Manhart [51]; $Re = 5600$	77
6.3	Vergleich der PIV-rms-Werte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8 mit DNS-Daten von Peller und Manhart [51]; $Re = 5600$	77
6.4	Vergleich der PIV-Mittelwerte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8 mit LES-Daten von Breuer et al. [10]; $Re = 10600$	78
6.5	Vergleich der PIV-Mittelwerte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8 mit LES-Daten von Breuer et al. [10]; $Re = 10600$	79
6.6	Vergleich der PIV- und LDA-Mittelwerte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8 mit LES-Daten von Breuer et al. [10]; $Re = 10600$	80
6.7	Vergleich der PIV- und LDA-rms-Werte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8 mit LES-Daten von Breuer et al. [10]; $Re = 10600$	80
6.8	Vergleich der PIV- und LDA-Mittelwerte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8; $Re = 19000$	81
6.9	Vergleich der PIV- und LDA-rms-Werte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8; $Re = 19000$	81
6.10	Druckmessungen am achten Hügel, links im Lee (lokal $x/h = 7,8$), rechts im Luv (lokal $x/h = 1,2$).	82
6.11	Vergleich der PIV- und LDA-Mittel- und rms-Werte an unterschiedlichen z/h -Positionen mit LES-Daten von Breuer et al. [10]; $Re = 10600$	83
6.12	Vergleich der PIV- und LDA-Mittel- und rms-Werte an unterschiedlichen z/h -Positionen; $Re = 19000$	84

6.13 Vergleich der PIV-Mittelwerte bei $x/h = 4,0$; $y/h = 1,53$; $Re = 10600$; links $\Delta = 2$, rechts $\Delta = 4$	85
6.14 Vergleich der PIV-Mittelwerte bei $x/h = 4,0$; $y/h = 1,53$; $Re = 10600$; links $\Delta = 8$, rechts $\Delta = 16$	86
6.15 Vergleich der PIV-Mittelwerte $\langle u \rangle / u_b$ bei $y/h = 1,53$; unterschiedliche Re ; links $x/h = 4,0$, rechts $x/h = 6,0$	86
6.16 Vergleich der PIV-Mittelwerte $\langle w \rangle / u_b$ bei $y/h = 1,53$; unterschiedliche Re ; links $x/h = 4,0$, rechts $x/h = 6,0$	87
6.17 Vektorplot mit Isolinien von $\langle u \rangle / u_b$; links $Re = 5600$, rechts $Re = 10600$	87
6.18 PIV $y/h = 1,53$; $Re = 5600$; links $\partial \langle u \rangle / \partial x$, rechts $1/2 (\partial \langle u \rangle / \partial z - \partial \langle w \rangle / \partial x)$	88
6.19 PIV $y/h = 1,53$; $Re = 10600$; links $\partial \langle u \rangle / \partial x$, rechts $1/2 (\partial \langle u \rangle / \partial z - \partial \langle w \rangle / \partial x)$	89
6.20 Vergleich der PIV-Mittelwerte bei $x/h = 6,0$; $y/h = 0,40$; unterschiedliche Re ; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle w \rangle / u_b$	89
6.21 Vergleich der PIV-rms-Werte bei $x/h = 6,0$; $y/h = 0,40$; unterschiedliche Re	90
6.22 PIV-Messungen; $Re = 10600$; $1/2 (\partial \langle u \rangle / \partial z - \partial \langle w \rangle / \partial x)$; links $y/h = 0,40$, rechts $y/h = 1,53$	90
6.23 Vergleich der doppelt vorhandenen Terme aus PIV-Messungen; $y/h = 1,53$; $Re = 10600$; links $\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} \cdot \frac{h}{u_b^2}$, Mitte $\frac{\partial \langle u' u' \rangle}{\partial x} \cdot \frac{h}{u_b^2}$, rechts $\nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot \frac{h}{u_b^2}$	92
6.24 PIV-Messungen, einzelne Terme der Impulsbilanz in x -Richtung; $y/h = 1,53$; $z/h = 0,0$; $Re = 10600$	93
6.25 PIV-Messungen, einzelne Terme der Impulsbilanz in z -Richtung; $y/h = 1,53$; $z/h = 0,0$; $Re = 10600$	94
6.26 Zweipunktkorrelationen R_{uu} aus PIV-Messungen; $y/h = 1,53$; links $Re = 5600$, rechts $Re = 10600$	95
6.27 Zweipunktkorrelationen R_{uu} aus PIV-Messungen; $y/h = 1,53$; links $Re = 19000$, rechts $Re = 37000$	95
6.28 Zweipunktkorrelationen R_{uu} aus PIV-Messungen; links $y/h = 1,53$; $Re = 10600$, rechts $y/h = 0,40$; $Re = 19000$	96
6.29 Druckverlauf in x -Richtung aus PIV-Messungen; $y/h = 1,53$; $z/h = 0,0$; $Re = 10600$	97
6.30 Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 0,05$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$	98
6.31 rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 0,05$; links $\langle u' u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v' v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u' v' \rangle / u_b^2$	98
6.32 Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 1,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$	99
6.33 rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 1,0$; links $\langle u' u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v' v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u' v' \rangle / u_b^2$	99
6.34 Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 4,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$	100
6.35 rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 4,0$; links $\langle u' u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v' v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u' v' \rangle / u_b^2$	100
6.36 Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 8,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$	101

6.37	rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 8,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$	101
6.38	Mittlerer Wiederanlegepunkt in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl.	103
6.39	Amplitudenspektrum am Wiederanlegepunkt und in der freien Strömung $Re = 10600$, rechts Ausschnitt des niederfrequenten Bereichs.	104
6.40	Amplitudenspektrum am Wiederanlegepunkt und in der freien Strömung $Re = 37000$, rechts Ausschnitt des niederfrequenten Bereichs.	104
6.41	Vergleich von u/u_b aus LDA-Messungen durch PDF; $y/h = 1,01$; $Re = 10600$; links $x/h = 8,92$, Mitte $x/h = 0,0$, rechts $x/h = 0,06$	105
6.42	Vergleich von u/u_b aus LDA-Messungen durch PDF; $y/h = 1,01$; $Re = 37000$; links $x/h = 8,92$, Mitte $x/h = 0,0$, rechts $x/h = 0,06$	105
6.43	Vergleich der PIV-rms-Werte $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ mit $\langle w'w' \rangle / u_b^2$, $y/h = 0,40$, $Re = 10600$; links $z/h = -0,57$, rechts $z/h = -4,66$	106
7.1	Feinstrukturspannungen τ_{ij}^{s*} aus PIV-Messungen; Geschwindigkeitsfeld Gaußgefiltert; $\gamma = 6$; $\Delta = 4$	108
A.1	Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 0,5$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$	122
A.2	rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 0,5$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$	122
A.3	Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 2,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$	123
A.4	rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 2,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$	123
A.5	Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 3,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$	124
A.6	rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 3,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$	124
A.7	Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 5,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$	125
A.8	rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 5,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$	125
A.9	Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 6,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$	126
A.10	rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 6,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$	126
A.11	Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 7,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$	127
A.12	rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 7,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$	127

Nomenklatur

Lateinische Großbuchstaben

\mathcal{A}	[m ²]	Fläche
A	[V/m]	Amplitude der Laserintensität
B	[T]	magnetische Induktion
C_D	[]	Widerstandsbeiwert
C_S	[]	Smagorinsky Konstante
D_e	[m]	Elektrodenabstand
\mathbf{D}	[m]	Verschiebungsvektor in der Strömung
E	[V/m]	elektrische Feldstärke
\mathcal{E}	[eV]	Energie
F	[N]	Kraft
F_R	[N]	Reibungskraft
F_T	[N]	Trägheitskraft
\mathcal{F}	[m]	Brennweite
$\mathcal{F}_\#$	[]	Blendenzahl
Fr	[]	Froude-Zahl
\mathcal{H}	[eV s]	Planck'sches Wirkungsquantum
I	[bit]	Pixelintensität
\mathcal{I}	[N s]	Impuls
J	[A]	Stromstärke
I^b	[bit]	bearbeitete Pixelintensität
IA_L	[px]	Größe einer Interrogation Area in eine Dimension
J	[V ² /m ²]	Intensität eines elektromagnetischen Feldes
K	[]	Aufweitungsfaktor Laserstrahl
\mathcal{L}	[m]	größte Wirbelskala
M	[]	Stichprobenanzahl
M_f	[]	Messfehler
Ma	[]	Mach Zahl
N	[]	Stichprobenanzahl
\mathcal{N}	[]	erforderliche, effektive Partikelpaaranzahl
\mathcal{P}_i	[]	<i>in-plane loss</i> von Partikeln
\mathcal{P}_o	[]	<i>out-of-plane loss</i> von Partikeln
Q	[eV]	elektrische Ladung
Q	[m ³ s]	Durchfluss
R	[]	Korrelation
Re	[]	Reynolds-Zahl
Re_p	[]	Partikel-Reynolds-Zahl
Sr	[]	Strouhal-Zahl

St	[]	Stokes-Zahl
T	[°C]	Temperatur
\mathcal{T}_{EI}	[m ² /s ³]	Energietransfer von großen zu kleinen Wirbeln
\mathcal{U}	[V]	Spannung
V	[m ³]	Volumen

Griechische Großbuchstaben

Δ	[]	Filterweite
Δ_d	[m]	Schärfentiefe
Λ	[m]	akustische Wellenlänge
Φ	[rad]	Phasenverschiebung
θ	[°]	Bragg-Winkel

Lateinische Kleinbuchstaben

a	[m/s ²]	Beschleunigung
b_n	[m]	Entfernung nach der Bündelungslinse
b_v	[m]	Entfernung vor der Bündelungslinse
c	[m/s]	Lichtgeschwindigkeit
c_s	[m/s]	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Druckwellen
d	[m]	Verschiebung in der Bildebene
\mathbf{d}	[m]	Verschiebungsvektor in der Bildebene
d_b	[m]	Partikelbilddurchmesser
d_B	[m]	Bohrlochdurchmesser
$d_{\mathcal{B}}$	[m]	Blendendurchmesser
d_{diff}	[m]	Diffraktionsdurchmesser
d_f	[m]	Fernpunkt
d_{fs}	[m]	fokussierter Strahldurchmesser
d_h	[m]	hyperfokale Entfernung
d_n	[m]	Nahpunkt
d_p	[m]	Partikeldurchmesser
d_r	[m]	Rohrdurchmesser
d_x	[m]	Verschiebung in der Bildebene in x -Richtung
d_y	[m]	Verschiebung in der Bildebene in y -Richtung
d_z	[m]	Zerstreuungskreisdurchmesser
e	[]	Einheitsvektor in Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls
f	[Hz]	Frequenz
f_a	[Hz]	Aufnahmefrequenz
f_b	[Hz]	Burstfrequenz
f_c	[Hz]	cut-off Frequenz
f_{ds}	[Hz]	Shiftfrequenz überlagerte Dopplerfrequenz
f_s	[Hz]	Shiftfrequenz
$f(x)$	[]	Funktion

g	[m/s ²]	Erdbeschleunigung
g_i	[m/s ²]	Massenbeschleunigung
h	[m]	Hügelhöhe
k	[]	Wellenzahl
l	[m]	Länge
l_{EI}	[m]	Abgrenzungsmaßstab zwischen energietragenden zu kleinen Wirbeln
m	[kg]	Masse
n	[]	Normalenvektor
n_i	[]	Brechungsindex
o	[]	Ordnung
p	[N/m ²]	Druck
q	[]	normierter Partikeldurchmesser
r_{fs}	[m]	fokussierter Strahlradius
s	[]	Verschiebung
s_{ij}	[m/s ²]	symmetrischer Anteil des Geschwindigkeitsgradiententensors
t	[s]	Zeit
t_M	[s]	Messdauer
t_r	[s]	Relaxationszeit
u	[m/s]	Fluidgeschwindigkeit
u, v, w	[m/s]	Geschwindigkeitskomponente in x-, y-, z-Richtung
\bar{u}	[m/s]	räumlich gefilterte Geschwindigkeit
\tilde{u}	[m/s]	Subfilter-Geschwindigkeit
u'	[m/s]	Geschwindigkeitsfluktuation
u_b	[m/s]	mittlere Geschwindigkeit über dem Hügel
$u_{b\triangleright}$	[m/s]	mittlere Geschwindigkeit im Überlappungsbereich
u_d	[m/s]	Doppler Partikelgeschwindigkeit
u_s	[m/s]	Sinkgeschwindigkeit eines Partikels
u_s	[m/s]	Shiftgeschwindigkeit
u_p	[m/s]	Geschwindigkeit eines Partikels
$u(l)$	[m/s]	Charakteristische Geschwindigkeit eines Wirbels der Größe l
$u(\mathcal{L})$	[m/s]	Charakteristische Geschwindigkeit des größten Wirbels
u_*	[m/s]	Schubspannungsgeschwindigkeit
x_b	[m]	Position in der Abbildungsebene
x_r	[m]	reale Verschiebung
Δx	[m]	Interferenzstreifenabstand
x, y, z	[m]	Koordinate
y_+	[]	Wandabstand, innere Koordinaten

Griechische Kleinbuchstaben

γ	[]	Koeffizient
δ_{ij}	[]	Kronecker Delta
ϵ	[m ² /s ³]	Dissipation
η	[m]	Kolmogorov Skala
λ	[m]	elektromagnetische Wellenlänge
μ	[Ns/m ²]	dynamische Viskosität
ν	[m ² /s]	kinematische Viskosität
ν_r	[m ² /s]	Wirbelviskosität
ω	[1/s]	Kreisfrequenz
ϕ	[°]	halber Schnittwinkel der LDA Kreuzstrahlen
ϕ^Δ	[°]	halber Schnittwinkel der LDA Kreuzstrahlen nach Brechung
ρ	[kg/m ³]	Dichte
ρ_f	[kg/m ³]	Fluidichte
ρ_p	[kg/m ³]	Partikeldichte
σ	[]	Standardabweichung
ς	[S/m]	elektrische Leitfähigkeit
τ_{ij}	[N/m ²]	Spannung
τ_{ij}^s	[N/m ²]	Feinstrukturspannung
τ_0	[N/m ²]	Wandschubspannung
ζ	[]	Grenzwert

Allgemeines

$\langle \rangle$	[]	Ensemble Mittelung
—	[]	räumliche Filterung
~	[]	Subfilter
'	[]	Fluktuation
^	[]	Fourier-Transformierte
*	[]	konjugiert Komplexe
*	[]	dimensionslose Größe

Zusammenfassung

Im Laboratorium für Hydromechanik der Technischen Universität München wurde ein rechteckiger Wasserkanal mit periodischen Hügeln aufgebaut, um strömungsmechanische Untersuchungen durchzuführen. Drücke konnten mittels präziser Drucksonden durch Bohrungen an der Kanalwand erfasst werden. Geschwindigkeiten wurden mit Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) und 2D-Particle Image Velocimetry (PIV) gemessen. Die Mittel- und rms-Werte wurden sorgfältig gegeneinander abgeglichen und mit hoch aufgelösten DNS-Daten (Direkte Numerische Simulation) von Peller und Manhart [50] bei der Reynolds-Zahl $Re = 5600$ und LES-Daten (Large Eddy Simulation) von Breuer et al. [10] bei $Re = 10600$ verglichen. Die Periodizität der Strömung in Strömungsrichtung und die Homogenität in spannweitung Richtung konnte für $Re \geq 10600$ nachgewiesen werden. Zur Beurteilung der Homogenität wurden neben Mittelwerten und Fluktuationen die Größenordnungen einzelner Terme der Reynolds-Gleichung gegeneinander abgewogen. Die Größe der Strukturen in spannweitung Richtung konnte anhand von Zweipunktkorrelationen abgeschätzt werden. Die Strömung wurde hinsichtlich der Reynolds-Zahlentwicklung, des Wiederanlegeverhaltens und einer kürzlich von Breuer et al. [12] entdeckten kleinen Rezirkulationszone auf der Hügelkrone untersucht. Letztendlich werden Daten für diesen Strömungsfall bei $Re = 19000$ und $Re = 37000$ vorgestellt und diskutiert, die bisher nicht in der Literatur zu finden sind.

Abstract

A water channel was set up in the Laboratory for Hydromechanics of the Technische Universität München to experimentally investigate the flow over periodic hills. Pressures at the bounding walls were recorded with high precision pressure cells. Velocities were measured point by point through Laser Doppler Anemometry (LDA) and field measurements were conducted with a 2D Particle Image Velocimetry (PIV) system instantaneously. PIV and LDA average values and fluctuations were thoroughly checked and compared with DNS (Direct Numerical Simulation) data from Peller and Manhart [50] at Reynolds number ($Re = 5600$) and highly resolved LES (Large Eddy Simulation) data from Breuer et al. [10] at $Re = 10600$. The periodicity of the flow in the streamwise direction and the homogeneity in the spanwise direction could be proofed for $Re \geq 10600$. For the evaluation of the homogeneity average values are discussed with their fluctuations and the magnitudes of the terms of the Reynolds Equation are compared. The spanwise size of the structures was estimated through two-point correlations. The flow was analysed with respect to the Reynolds number development, the reattachment behaviour and a recirculation zone on the hill crest, which was recently identified by Breuer et al. [12]. Finally, data for $Re = 19000$ and $Re = 37000$, which hitherto cannot be found in the literature, are presented and discussed.

1 Einleitung

Viele Doktorarbeiten im Fachbereich Strömungsmechanik beginnen mit dem mehr als abgegriffenen Zitat von Horace Lamb aus dem Jahre 1932.¹ Ist es aber nicht vielmehr neben der physikalischen Herausforderung der Beschreibung turbulenter Strömungen deren naturwissenschaftliche und technische Relevanz, die sie zum epochalen Forschungsthema macht? Die Navier-Stokes-Gleichungen, die Strömungen vollständig beschreiben, waren schon im 19. Jahrhundert bekannt; deren Lösung stellt die Wissenschaftsgemeinde aber noch heute vor große Schwierigkeiten. Insbesondere turbulente Strömungen entlang komplexer Geometrien sind schwer zu prognostizieren, was eine Weiterentwicklung physikalischer Modelle zur Beschreibung dieser Strömungen erfordert.

Mit den einleitenden Worten soll zunächst die historische Entwicklung der gesellschaftlich-technischen Relevanz der Strömungsmechanik skizziert werden. In stichpunktartigem Charakter werden Felder aufgeführt, die die Strömungsmechanik zur Grundlage haben. Im Anschluss daran soll der Forschungsbedarf in der numerischen Strömungssimulation und der Beitrag experimenteller Arbeiten hierzu umrissen werden. Im Anschluss daran werden Vor- und Nachteile von numerischen Simulationen und physikalischen Experimenten diskutiert. Abschließend wird das Ziel dieser Arbeit skizziert.

Gesellschaftliche Relevanz

Der Wasserkreislauf, angetrieben durch die Energiezufuhr der Sonne, ist der Motor des Lebens. Wasser verdunstet vor allem von der Oberfläche der Meere und wird in der Atmosphäre durch Luftströmungen konvektiert, bevor es in unterschiedlichen Formen des Niederschlags auf die Erde gelangt. Von dort kommt es oberflächlich zum Abfluss und mündet in Seen oder Meere, oder es perkuliert und infiltriert in den Boden. Das Oberflächenwasser und das oberflächennahe Grundwasser versorgt Pflanzen, Tiere und Menschen mit dem Lebensnotwendigen. Nicht nur der Durst wird gestillt, sondern jegliche Produktion von Nahrungsmitteln ist von Wasser abhängig.

So ist es nicht verwunderlich, dass sich die ersten Zivilisationen dort entwickelten, wo Wasser nicht ständig verfügbar ist und Kreativität gefordert war, um Menschen mit dem nassen Element zu versorgen. Hierin zeichneten sich vor allem die Mesopotamier aus, die mit ausgeklügelten Systemen ihre Felder bewässerten; denn im Zweistromland führen Euphrat und Tigris vor allem im Frühjahr Wasser, was zu früh für die Sommer- aber zu spät für die Winterernte ist. Die ehrgeizigen Bauwerke, die 6000 Jahre später noch die gesellschaftliche Bedeutung eindrucksvoll demonstrieren, führten zu Ernteüberschüssen und erlaubten es den

¹Horace Lamb gab 1932 vor der *British Association for the Advancement of Science* zum Besten: "I am an old man now, and when I die and go to heaven there are two matters on which I hope for enlightenment. One is quantum electrodynamics, and the other is the turbulent motion of fluids. And about the former I am rather optimistic"

Menschen, sich nicht mehr ausschließlich um die Nahrungsproduktion zu kümmern. Kultur entwickelte sich, Berufe entstanden, Menschen verreisten und gaben ihr Wissen weiter. Weltweit gibt es unzählige Beispiele aus unterschiedlichen Epochen für den Umgang mit Wasser, der die Entwicklung der Menschheit nicht nur geprägt, sondern vorangetrieben hat. In der heutigen Zeit sind die Herausforderungen der Menschheit unverändert: 1,2 Milliarden Menschen haben keinen Zugang zu sauberem Trinkwasser und der 57%ige Anstieg der Preise für Grundnahrungsmittel auf dem Weltmarkt im letzten Jahr stellt gerade Menschen in ariden Gebieten und in armen Ländern vor lebensbedrohliche Probleme [72]. Wenngleich auch in Industrieländern wie den USA, Spanien oder Australien der Wassermangel wieder in den Fokus der Gesellschaft gerückt ist, bestimmen technische Anwendungen den Puls der Forschung in der Fluidmechanik und der Stellenwert des Mediums Wasser wird niedriger.

- Hier sind vor allem die Luft- und Raumfahrt sowie die Automobil- bzw. Fahrzeugindustrie zu nennen, für die die Strömungsmechanik grundlegend ist. Zur treibenden Kraft für den Fortschritt in diesen Bereichen werden mehr und mehr die steigenden Energiekosten; denn durch die genaue Kenntnis von Strömungen und deren Eigenschaften können Bauteile entsprechend gestaltet und Energieverluste minimiert werden.
- Die Strömungsoptimierung im Kontext Energieeffizienz betrifft gleichermaßen thermodynamische Anlagen oder Kraftwerke im Allgemeinen. Alle Kraftwerkstypen, von Atom- über Wasser- und Windkraft bis zu kalorischen Kraftwerken, machen sich Strömungen zunutze, um Energie zu erzeugen.
- In der Verfahrens- bzw. Pharmatechnik und der chemischen Industrie, wo die Vermischung von Edukten meist durch turbulente Strömungen vonstatten geht, sind strömungsmechanische Fragestellungen von zentraler Bedeutung. Hier ist das Verhalten von passiven und aktiven Skalaren von besonderem Interesse; die Strömungsmechanik bildet die Grundlage dafür.
- Bauwerke werden in Bezug auf das Anregungsverhalten durch Winde zunehmend aerodynamisch untersucht. Dies machen vor allem immer kühnere Projekte wie z. B. die Brücke über die Straße von Messina oder die nach immer neuen Rekorden greifenden Wolkenkratzer in Asien und im Nahen Osten erforderlich.
- Darüber hinaus bilden die Umwelt-, Wetter- und Klimaforschung überaus anspruchsvolle Anwendungsgebiete dieser Disziplin. An dieser Stelle sei neben dem (Schad-) Stofftransport in Luft, Wasser und Boden der Einfluss von Luft- und Ozeanströmungen auf Wetter- und Klimaphänomene angesprochen.
- Und als letzter aber mitnichten abschließender Punkt soll die Strömungsmechanik in Zusammenhang mit der Biologie gebracht werden. Die Versorgung von Zellen in Lebewesen erfolgt durch Stofftransport in Flüssigkeiten und Gasen.

Ohne weitere Themengebiete mit strömungsmechanischer Relevanz aufzuzählen, wird durch diesen Exkurs die Breite und Tiefe des Spektrums 'Strömungsmechanik' und deren Bedeutung ersichtlich.

Für die Lösung mancher Probleme dieser Bereiche ist nur die Ermittlung einzelner stationärer skalarer Größen wie z. B. Durchfluss oder Pumpleistung erforderlich. Bei anderen Aufgabenstellungen können wiederum stationäre Feldgrößen wie etwa die Druckverteilung auf einen Brückenpfeiler von Interesse sein. Ferner gibt es Fragen, für deren Beantwortung Einzelereignisse, also instantane Größen und deren zeitlicher Ablauf, ausschlaggebend sind. Hier sei auf den Sedimenttransport, das Anregungsverhalten von Bauwerken oder die Vermischung von Fluiden hingewiesen. Dem Strömungsmechaniker stehen für die Lösung dieser mannigfaltigen Aufgaben unterschiedliche Herangehensweisen zur Verfügung.

Lösungsansätze

Wie eingangs erwähnt sind die Gleichungen, die Strömungen vollends beschreiben, seit knapp 200 Jahren bekannt. Trotzdem ist die Berechnung von nur wenigen laminaren Strömungen analytisch möglich, wohingegen turbulente Strömungen, die in Kapitel 2.3 eingehender beschrieben werden, durch ihren chaotischen Charakter nicht explizit vorhersagbar sind. So wurden einschlägige Problemstellungen bis zum Aufkommen leistungsstarker Computer mit Hilfe vereinfachter Ansätze wie z. B. der Bernoulli-Gleichung unter Einbeziehung empirischer Formeln behandelt. Ein weiteres anwendungsfreundliches Hilfsmittel ist die Potentialtheorie, mit der jedoch nur rotationsfreie Strömungen ohne Reibungseinfluss analytisch beschrieben werden können. Komplexere Fragestellungen konnten nur physikalisch nachgebildet und unter Beachtung von Ähnlichkeitsgesetzen (siehe Kapitel 2.2) auf reale Abmessungen skaliert werden. Mit der Erfindung des Computers wurde die Strömungssimulation möglich. Seither ist die numerische Strömungsmechanik auf dem Vormarsch, wenngleich noch nicht alle physikalischen Experimente durch Berechnungen substituiert werden können. Denn wie in Kapitel 2.3 ausgeführt wird, ist die akkurate Simulation von Strömungen nur durch den Einsatz immenser Rechenleistung möglich, so dass weiterhin mathematische Modelle entwickelt werden müssen, um komplexe Problemstellungen mit vertretbarem Aufwand zu lösen. Sind detaillierte Informationen über eine Strömung von Bedeutung, stellt sich die Frage welche Methode die wesentlichen Größen verlässlich, wirtschaftlich, aber oftmals auch am schnellsten liefert.

Gegenstand der Forschung

Die Strömungsmechanik liegt unzähligen technischen und naturwissenschaftlichen Fragestellungen zu Grunde. Etliche davon sind bisher ungelöst. Die numerische Turbulenzforschung konzentriert sich auf abgelöste Strömungen, da sie vornehmlich bei komplexen Geometrien mit den bisher verfügbaren Methoden physikalisch nicht korrekt wieder gegeben werden. Strömungsablösungen treten laut Manhart [42] dort auf, wo die Grenzschicht zu einer Berandung zusammenbricht. Dies geschieht, wenn die Strömung ihrer Berandung nicht mehr folgen kann. Da dieser Effekt aber die aerodynamische Wirkung beeinflussen kann, ist er für viele technische Anwendungen von bedeutendem Ausmaß. Manhart [42] führt als Beispiele den Verlust des Auftriebs eines Flügels oder den geringeren Druckanstieg in Diffusoren an. Schlichting [60] nennt als Anwendungen z. B. die Berechnung des Widerstandverhaltens eines Schiffs, eines Tragflügelprofils oder einer Turbinenschaufel. Bei Strömungsablö-

sungen von gekrümmten Oberflächen steht selbst der mittlere Ablösepunkt nicht a priori fest [42, 60]. In einer turbulenten Strömung ist die Position der Ablösung maßgeblich vom Impulsaustausch in wandnormaler Richtung und damit von der Reynolds-Zahl abhängig. Wird eine Grenzschicht entlang einer gekrümmten Oberfläche turbulent, kann sich dadurch der Ablösepunkt nach Unterstrom bewegen. Damit ändert sich der Widerstandsbeiwert des umströmten Körpers. Laut Manhart [41] versagen die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Simulationen bei der Vorhersage des als *drag crisis* in der Literatur dokumentierten Phänomens.

Löst eine Strömung ab, bildet sich hinter der Ablösung eine Rückströmzone aus, bis sich die Strömung weiter stromab wieder an ihre Berandung anlegt. Ebenso schwierig wie die Ablösung stellt sich die Vorhersage der Wiederanlegung der Strömung dar. Der Wiederanlegpunkt fluktuiert stark und ist im Mittel, so es zu einem natürlichen, also nicht erzwungenen Wiederanlegen führt, ebenfalls von der Reynolds-Zahl abhängig. Detaillierte Informationen über abgelöste turbulente Strömungen kann man über Simulationen oder Experimente erhalten.

Numerische Simulation

Numerische Strömungsmodelle haben in den letzten Dekaden ebenso große Fortschritte gemacht wie die Strömungsmesstechnik. Die unterschiedlichen Simulationsstrategien sollen in diesem Rahmen nur mit einem Verweis auf einschlägige Literaturquellen, z. B. [22], [53] oder [23], abgehandelt werden, während in Kapitel 2.4 deren Vor- und Nachteile knapp diskutiert werden. Die Quintessenz ist, dass die direkte numerische Simulation aufgrund ihres numerischen Aufwands für praktische Fälle kaum anwendbar ist. Mit Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Simulationen (RANS) können bei gewissen anwendungsspezifischen Fällen Ergebnisse aus Handrechnungen konkretisiert werden. In Ermangelung an universellen Modellen geben RANS vor allem Strömungen über komplexe Geometrien nicht richtig wieder [23]. Die größten Erwartungen werden in die Grobstruktursimulation (LES, engl.: *Large Eddy Simulation*) gesetzt. Entwicklungsbedarf besteht bei der zuletzt genannten Methode noch bei der Modellierung des Feinstrukturanteils und bei Wandmodellen. Hierfür werden zur Verifikation gewissenhaft durchgeführte physikalische Experimente komplexer Strömungen benötigt. Nach Manhart [41] eignen sich physikalische Experimente besonders dann zur Validierung von Grobstruktursimulationen, wenn neben den mittleren Geschwindigkeitsfeldern auch Momente zweiter Ordnung vorliegen. Zur Validierung numerischer Simulationen eignen sich laut Raffel et al. [54] sowie Günther und Rohr [27] besonders PIV-Felddaten.

Messtechnik

Gerade die nicht intrusiven Messverfahren wie die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) oder die Particle Image Velocimetry (PIV) und deren komplementärer Einsatz haben neue Sichtweisen auf Strömungsphänomene eröffnet.² LDA-Messungen schenkt man großes Vertrauen, weil diese punktuelle Erfassung von Partikelgeschwindigkeiten physikalisch klar defi-

²Beide Prinzipien werden in Kapitel 3 eingehend erläutert.

niert ist. Außerdem datieren die ersten LDA-Messungen auf die 1950er Jahre zurück, so dass die Technik weitgehend ausgereift ist. Die PIV etabliert sich mittlerweile im Potpourri der Strömungsmesstechnik. Ihre Vorteile liegen auf der Hand, denn mittels PIV können instantane Geschwindigkeitsfelder gemessen werden. Damit lassen sich einzelne Terme der Navier-Stokes-Gleichung bestimmen - und vor allen Dingen mit den jeweiligen Größen der numerischen Simulationen vergleichen. Die Glaubwürdigkeit von PIV-Messungen wird oftmals infrage gestellt, weil die Auswertung der Partikelbilder mit einem statistischen Fehler behaftet ist. Die sorgfältige Validierung der einzelnen Vektoren erfordert neben Kenntnissen über die Strömung auch Erfahrung und Fingerspitzengefühl. Ferner ist die PIV besonders an Berandungen und in Gebieten starker lokaler Gradienten für Ungenauigkeiten anfällig. Werden jedoch die Vorteile der Techniken, physikalisch verlässliche Ergebnisse bei der LDA und die Generierung instantaner Feldgrößen durch PIV miteinander verwoben, können aussagekräftige experimentelle Resultate erzielt werden. Und dies bedeutet, dass PIV-Felddaten möglichst an charakteristischen Stellen mit Hilfe der LDA überprüft werden. Mit den instantanen Vektorfeldern, die die PIV liefert, kann dann wiederum die Entwicklung numerischer Modelle substantiell unterstützt werden.

Numerik vs. Experiment?

Die numerische Simulation von Strömungen bietet gegenüber physikalischen Experimenten einige Vorteile. So lassen sich z. B. Änderungen in der Geometrie relativ leicht erzielen; außerdem ist der Platz- und Gerätebedarf signifikant kleiner. Alle Größen sind für jeden Zeitpunkt verfügbar, ohne dass die Strömung durch die Einbringung von Messgeräten gestört wird. Außerdem müssen numerische Modelle geometrisch nicht skaliert werden. Dies ist gegenüber physikalischen Modellen ein großer Vorteil, da durch die Skalierung von Modellen nicht alle Ähnlichkeitsgesetze (siehe Kapitel 2.2) gleichzeitig befolgt werden können.

Auf der anderen Seite liegen die Vorteile physikalischer Modelle auf der Hand, denn letztendlich steht die Anwendung der Erkenntnisse auf reale Fragestellungen im Vordergrund jeder Untersuchung. Wenngleich nicht alle Größen im physikalischen Experiment gleichzeitig erfasst werden können, erhält man im Experiment relevante Größen, anstatt eine Flut von Daten. Grobe Fehler bleiben durch die visuelle Begutachtung oder den Einsatz redundanter Messtechnik meist aus. Außerdem sind häufig Informationen für das ganze Strömungsfeld überflüssig und nicht begreifbar. Im Experiment können punktuell oder regional Daten erfasst werden. Ist ein Experiment mitsamt der Messtechnik einmal aufgebaut, so ist z. B. die Untersuchung bei einer anderen Reynolds-Zahl meist ein Leichtes. Simulationen müssen für jeden Fall von Neuem begonnen werden. Und nicht zuletzt für Strömungen, die aufgrund ihrer Komplexität oder des extremen Rechenaufwands nicht simuliert werden können, stellen physikalische Modelle nach wie vor die einzige Möglichkeit dar, Einblicke in charakteristische Strömungsphänomene zu gewinnen.

Nachteile wohnen sowohl der numerischen Simulation als auch dem physikalischen Experiment inne; zunächst sollen die der Simulation beleuchtet werden. Mit Hilfe kommerzieller Programme kann jedermann Strömungen simulieren und Ergebnisse erzeugen. Aber genau diese Tatsache verschleiern, dass dezidiertes strömungsmechanisches Wissen erforderlich ist, um die für den jeweiligen Fall besten numerischen Verfahren und Modelle einzu-

setzen, sowie aus den Ergebnissen die richtigen Schlüsse zu ziehen. Des Weiteren stecken Modellannahmen in den Berechnungen und numerische Fehler, z. B. durch Runden oder die Ordnung der Approximation, sind unvermeidbar. Dem Experimentator kann entgegengehalten werden, dass jede Messung einem Fehler unterliegt. Messgeräte beeinflussen oft die Strömung und können meist nicht die gleiche Auflösung in Raum und Zeit erzielen wie numerische Gitter und Zeitschritte. Nicht alle Größen des Strömungsfeldes können messtechnisch gleichzeitig erfasst werden. Zusätzlich ist für die Durchführung von Experimenten ein gewissenhaft installierter Versuchsstand, ein Windkanal oder eine Wasserpumpe und jede Menge Messtechnik erforderlich. Durch den Platzbedarf und die hohen Anschaffungskosten der Messgeräte sind experimentelle Untersuchungen nicht uneingeschränkt durchführbar.

Ob nun Simulationen oder Experimente schneller zu Ergebnissen führen, hängt maßgeblich von der Aufgabenstellung ab, wird aber bei industriellen Anwendungen die Entscheidung für eine Methode begünstigen.

Plädoyer

So kann konstituiert werden, dass sich neben (halb)empirischen, physikalischen und analytischen Untersuchungsmöglichkeiten ein weiteres Standbein der Strömungsmechanik, die numerische Simulation, etabliert hat. Letzten Endes muss die jeweilige Problematik die Methode bestimmen. Strömungsmechaniker müssen die Synergien zwischen Numerik, Analytik und Experiment nutzen, um komplexe Fragen optimal beantworten zu können.

Für die weitere Entwicklung der Strömungsmechanik bedeutet dies, dass physikalische Experimente zur Validierung numerischer Simulationen dienen können, durch die wiederum Prozesse aufgelöst und Größen ermittelt werden können, die auf experimentellem Wege nicht oder nur schwer zugänglich sind. Der Bedarf an verlässlichen Referenzdaten für komplexe Strömungen ist in der Literatur vielfach dokumentiert (z. B. [27]). Die vorliegende Arbeit soll als Beitrag zur Sättigung verstanden werden.

Ziel der Arbeit

Primäres Ziel dieser Arbeit ist es, verlässlichen Referenzdaten für diese Strömung (siehe Kapitel 2.6) bereitzustellen. Hierbei steht die Vergleichbarkeit zwischen Experiment und numerischer Domäne im Vordergrund. Schließlich sollen einige Strömungsphänomene wie die Ablösung und das Wiederanlegeverhalten im Kontext der Reynolds-Zahlentwicklung beleuchtet werden. Letztendlich soll der Weg für die Feinstrukturanalyse für dieses Experiment geebnet werden. Darüber hinaus soll mit dieser Arbeit der Zugang zur neu am Fachgebiet für Hydromechanik beschafften Messtechnik erleichtert werden.

2 Turbulente Strömungen

Im vorliegenden Kapitel werden die strömungsmechanischen Grundlagen für diese Arbeit besprochen. Dazu zählen zunächst die grundlegenden Gleichungen, die Turbulenz, die eine analytische Lösung dieser Gleichungen unmöglich macht, sowie numerische Herangehensweisen zur Lösung dieser Gleichungen. Anschließend werden die relevanten veröffentlichten Arbeiten zum Thema 'periodische Hügel' diskutiert.

2.1 Grundgleichungen

2.1.1 Massenerhaltung

Die substantielle Ableitung der Dichte über die Zeit entspricht der Erhaltung der Masse in einem differentiellen Volumen:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

Sowie inkompressibel, also bei einer konstanten Dichte, ergibt sich:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.2)$$

Für einen inkompressiblen Stoff ist die Divergenz des Geschwindigkeitsfeldes an jedem Ort gleich null.

2.1.2 Impulserhaltung

Ausgehend von Newton's zweitem Axiom

$$F_i = \frac{d\mathcal{I}_i}{dt} \quad (2.3)$$

entspricht die Änderung des Impulses \mathcal{I}_i der Summe der angreifenden Kräfte F_i . Für ein beliebiges differentielles Kontinuum mit angreifenden Massen- und Flächenkräften kann daraus die Cauchy'sche Bewegungsgleichung für ein inkompressibles Medium aufgestellt werden:¹

$$\frac{Du_i}{Dt} = g_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.4)$$

¹ g_i ist die Massenbeschleunigung und τ_{ij} der am Fluidelement angreifende Spannungstensor.

2.1.3 Navier-Stokes-Gleichung

Über eine konstitutive Gleichung werden die Materialeigenschaften beschrieben, die für ein inkompressibles Newton'sches Fluid allgemein lauten:

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu s_{ij} \quad (2.5)$$

$p\delta_{ij}$ entspricht den Normalspannungen, also dem statischen Druck, während $s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ der nicht isotrope Anteil des Deformationstensors ist, also die Verformung eines Fluidelements repräsentiert. Setzt man Gleichung 2.5 in Gleichung 2.4 ein, so erhält man mit Gleichung 2.2 die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen ($\nu = \frac{\mu}{\rho}$):

$$\begin{aligned} \frac{Du_i}{Dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \\ \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Da es sich bei der vorliegenden Untersuchung um eine inkompressible Strömung handelt, bei der keine Temperaturgradienten im Strömungsfeld auftreten (die Viskosität ist im Strömungsfeld konstant), beschreiben die Impuls- und die Massenerhaltung die Strömung vollständig, so dass die Erhaltungsgleichung für Energie an dieser Stelle nicht angeführt wird.

2.2 Dimensionsanalyse

Strömungsmechanische Versuche können unter Berücksichtigung von Modellgesetzen skaliert oder in einem anderen Fluid durchgeführt werden [21]. Außer der geometrischen Ähnlichkeit muss auch die dynamische gegeben sein. Unter Einbeziehung von Referenzgrößen $l_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}, \rho$ lassen sich die Navier-Stokes-Gleichungen in einer dimensionslosen Form schreiben.

$$x_i^* = \frac{x_i}{l_{\text{ref}}}; u_i^* = \frac{u_i}{u_{\text{ref}}}; t^* = t \frac{u_{\text{ref}}}{l_{\text{ref}}}; p^* = \frac{p}{\rho u_{\text{ref}}^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} &= -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{g_i x_{\text{ref}}}{u_{\text{ref}}^2} + \frac{\nu}{u_{\text{ref}} x_{\text{ref}}} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^{*2}} \\ \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} &= 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Mit der Froude-Zahl $Fr = \frac{u_{\text{ref}}}{\sqrt{g_i x_{\text{ref}}}}$ und der Reynolds-Zahl $Re = \frac{u_{\text{ref}} x_{\text{ref}}}{\nu}$ ergibt sich die dimensionslose Form der Navier-Stokes-Gleichungen.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} &= -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Fr^2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^{*2}} \\ \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} &= 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Daher ist eine dynamische Ähnlichkeit nur dann gegeben, wenn sowohl die Froude-, als auch die Reynolds-Zahl in Natur und Modell gleich sind. Für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Strömung, die allein durch den Druckgradienten getrieben wird, hat die Erdbeschleunigung keinen Einfluss auf die Strömung. Die Impulsgleichung vereinfacht sich um den Term der Erdbeschleunigung, so dass die Strömung allein durch Re skaliert. Solange kompressible Effekte keine Rolle spielen, also das Verhältnis aus Geschwindigkeit und Schallgeschwindigkeit im Medium klein ist ($Ma = \frac{u}{c_s} \leq 0,2$ siehe [21]), sind Strömungen in Luft und in Wasser Reynolds-ähnlich, so dass die vorliegende Strömung unabhängig vom Fluid betrachtet werden kann.

2.3 Turbulenz

Blättert man in der einschlägigen Literatur, so erscheint es fast unmöglich, eine hieb- und stichfeste Definition für die Turbulenz zu formulieren. Folgt man dem Rat von Pope [53] und beobachtet turbulente Strömungen, z. B. anhand von Repliken des legendären Reynolds'schen Farbfadenversuchs, erkennt man die Eigenschaften turbulenter Strömungen, die in der Literatur stets als Schlagworte fallen: *Irregularität, Verwirbelung, Zufälligkeit, Instationarität, Unvorhersehbarkeit*.

Gleichwohl, die Thematik ist dermaßen schwer zu umreißen, dass Kundu und Cohen [38] auf ein Zitat von Lesieur (1987) verweisen:

“turbulence is a dangerous topic which is at the origin of serious fights in scientific meetings since it represents extremely different points of view, all of which have in common their complexity, as well as an inability to solve the problem. It is even difficult to agree on what exactly is the problem to be solved.”

Recherchiert man hingegen in gebräuchlichen Lexika, wie z. B. in Meyers Taschenlexikon [39], so findet man unter “Turbulenz” eine zugängliche, aber physikalisch nicht umfassende Definition:

“4) Physik: Bewegungszustand von Flüssigkeiten oder Gasen, bei dem, im Ggs. zur laminaren Strömung, der mittleren Hauptbewegung starke Wirbelbewegungen überlagert sind, die zu völlig unregelmäßigen Schwankungen von Druck und Geschwindigkeit in der Strömung führen (→ Strömungslehre). Dadurch wird der Reibungswiderstand an Flächen (z. B. Wänden, Leitungen, Kanälen, Tragflügelprofilen) wesentlich vergrößert. Die Theorie der T. (turbulenter Strömungen) ist eine der Wurzeln der Chaostheorie.”

Zunächst mag es hilfreich erscheinen, auf die leichter verständliche *laminare Strömung* einzugehen. Die laminare Strömung geht geordnet vonstatten. Dadurch ist der Energieverzehr deutlich geringer als bei der turbulenten Strömung. Tracer werden diffusiv, aber nicht konvektiv vermischt. “(...) Bei *laminaren Strömungen*”, steht unter dem Begriff *Strömungslehre* im Brockhaus der Naturwissenschaften und der Technik [13], “schieben sich die Schichten verschiedener Geschwindigkeit ohne Wirbelbildung aneinander vorbei. Bei Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit in einem Rohr schlägt die zunächst laminare Bewegung plötzlich in eine statistisch ungeordnete, die *turbulente Strömung*, um. Ursache ist, daß die Strömung in Wandnähe instabil wird. (...)”

Das folgende Gedankenexperiment (siehe Abb. 2.1) soll den Unterschied zwischen den beiden grundverschiedenen Strömungsarten verdeutlichen: Bietet man samstags nachts um 3 Uhr

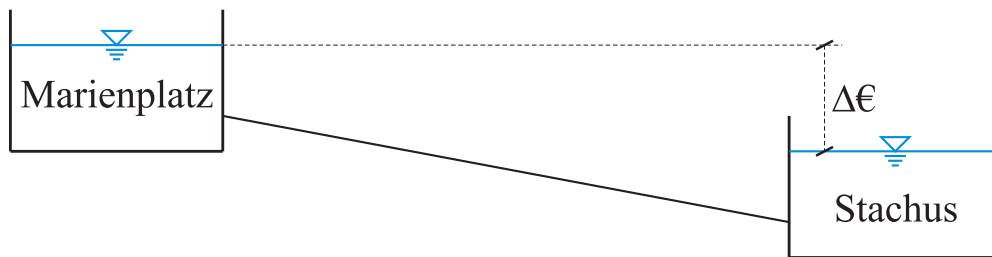


Abbildung 2.1: Gedankenexperiment Marienplatz - Stachus

Passanten einen finanziellen Anreiz von etwa $\Delta e = 0,10$ Euro, um vom Marienplatz zum Stachus zu gehen, wird man ein paar wenige davon überzeugen können, den Weg auf sich zu nehmen. Zielstrebig, ohne abrupte Richtungsänderungen, werden die wenigen, die sich überreden lassen, aufbrechen. Wiederholt man das Experiment samstags nachmittags um 15 Uhr und verteilt einen Obolus von $\Delta e = 50$ Euro für das Zurücklegen derselben Strecke, werden sich die Leute rangeln. Jeder möchte sich das Geld verdienen und so wird die Neuhauser Straße gerammelt voll sein. Alles schiebt und drängt, Konglomerate von mehreren Dutzend Menschen werden in dem Chaos Spielball der Masse. Aufgrund des Gedränges wächst die Bedeutung der Berandung, denn die Menschen werden auch an den Rand geschoben, dorthin, wo die offenen Kaufhaustüren und Marktstände ein reibungsfreies Passieren unmöglich machen. Es werden wohl viel mehr Menschen am Stachus ankommen, sie werden aber viel erschöpfter sein, als die Nachtschwärmer. Sie werden ihre Energie nicht durch die großen Strukturen verlieren, wenn sie sich mit Dutzenden Nachbarn vielleicht auch quer zur Hauptströmungsrichtung bewegen. Sie werden ihre Energie am Gerangel mit ihren direkten Nachbarn aufzehren, wenn jeder einzelne nicht dieselbe Richtung einschlägt wie sein Nachbar.²

Im Brockhaus der Technik [13] findet man hierzu unter dem Stichwort *turbulente Bewegung* eine wichtige Charakteristik:

“unregelmäßige Bewegung einer Strömung, bei der durch Bildung von Wirbeln und deren Zerfall in neue, immer feinere Wirbel Strömungsenergie verzehrt wird. (...)”

In dieser Quelle wird ein entscheidendes Kriterium turbulenter Strömungen, nämlich die so genannte Wirbelkaskade, erwähnt. Betrachtet man das in Abbildung 2.2 schematisch dargestellte eindimensionale Energie- bzw. Dissipationsspektrum, wird deutlich, dass für die vollständige Erfassung einer turbulenten Strömung die korrekte Wiedergabe der Strukturen des gesamten Spektrums vonnöten ist. Im ersten Bereich ① befinden sich die großen Energie tragenden Strukturen, die durch kleine Wellenzahlen beschrieben werden; im Trägheitsbereich ② ist die Reibung noch vernachlässigbar; die Energie wird zu kleineren Wirbeln übertragen. Im dritten Bereich ③ wird die gesamte Energie in den kleinsten Wirbeln dissipiert [53].

²Diese metaphorische Umschreibung hinkt allein deswegen, weil Turbulenz ein drei- und nicht ein zweidimensionales Phänomen ist.

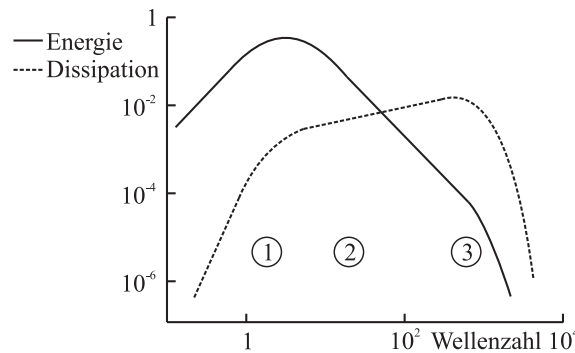


Abbildung 2.2: Beispielhaftes eindimensionales Energie- und Dissipationsspektrum einer turbulenten Strömung

Demnach kommt den kleinen Wirbeln eine sehr große Bedeutung zu, denn sie sind für die Reibungsverluste in der Strömung verantwortlich. Um diese kleinen Strukturen einer turbulenten Strömung auch zeitlich verfolgen zu können, ist für deren Beschreibung neben der hohen räumlichen auch noch eine hohe zeitliche Auflösung nötig.

Folgerungen

Die unterschiedlichen Literaturstellen geben abweichende Definitionen über 'Turbulenz'. Dies ist bereits treffend von Lesieur (siehe oben) festgestellt worden. Erwähnung finden jedoch durchgehend das chaotische, instationäre Verhalten und in den wissenschaftlichen Abhandlungen die Wirbelkaskade.

Die in diesem Abschnitt erörterten Eigenschaften turbulenter Strömungen stellen eine große Herausforderung - nicht nur für die numerische Modellierung - sondern auch für die messtechnische Erfassung strömungsmechanischer Größen dar. Im Folgenden soll ein kurzer Einblick in die numerische Simulation turbulenter Strömungen gegeben werden, so dass der Beitrag dieser Arbeit zur Verbesserung der mathematischen Modelle herausgestellt wird.

2.4 Numerische Modellierung

Mit den Navier-Stokes-Gleichungen liegt ein Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung vor, das nur für sehr spezielle Fälle analytisch lösbar ist. Grundsätzlich können die Navier-Stokes-Gleichungen numerisch gelöst werden; dafür müssen sie diskretisiert werden. Die Strömung wird also mittels Finiter Differenzen, Finiter Elemente oder Finiter Volumen an Punkten oder Kontrollvolumina berechnet. Dazu wird das Strömungsfeld über ein numerisches Gitter dargestellt, so dass die Strömungsgrößen über die Nachbarnpunkte numerisch approximiert werden. Die Instationarität einer turbulenten Strömung erfordert neben der räumlichen auch die zeitliche Diskretisierung. Werden nun die Randbedingungen, wie z. B. Fluid, Berandung und Druckgradient, gesetzt, kann eine Strömung simuliert werden. Hierfür wurden mehrere unterschiedliche Strategien entwickelt, die in ihren Grundzügen im Folgenden kurz skizziert werden sollen.

2.4.1 Direkte Numerische Simulation

Wird eine Strömung zeitlich und räumlich so diskretisiert, dass alle Längen- und Zeitskalen vollständig aufgelöst sind, so spricht man von einer Direkten Numerischen Simulation (DNS). Die Navier-Stokes-Gleichungen 2.6 beschreiben die Strömung vollständig, so dass in diesem Fall kein Turbulenzmodell benötigt wird. Werden die Randbedingungen korrekt gesetzt, entsprechen die Ergebnisse der physikalisch richtigen Lösung. Allerdings steigt der numerische Aufwand durch die räumliche Diskretisierung mit $Re^{9/4}$, da nach Kolmogorov das Längenverhältnis der größten zu den kleinsten Wirbeln mit $\frac{\mathcal{L}}{\eta} \sim Re^{3/4}$ skaliert [23]. Neben der höheren räumlichen Auflösung muss bei höheren Re auch der Zeitschritt reduziert werden, so dass nach Fröhlich [23] die CPU-Zeit proportional zu $Re_{\mathcal{L}}^3$ ansteigt. Dieser Umstand beschränkt die DNS auf akademische Fälle bei relativ niedrigen Reynolds-Zahlen, die auf Großrechnern simuliert werden müssen.

2.4.2 Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation

Die in der Navier-Stokes-Gleichung (Gl. 2.6) beschriebenen Größen sind zwar instantan von zufälligem Charakter, jedoch konvergieren sie bei statistisch stationären Strömungen zu einem Mittelwert mit zugehöriger Varianz. Von Osborne Reynolds wurde deshalb vorgeschlagen, instantane Werte in ihre Mittelwerte und ihre Schwankungsgrößen zu unterteilen ($u_i(x, t) = \langle u_i(x) \rangle + u'_i(x, t)$). Die Reynolds-Gleichung lautet:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + g_i + \nu \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j} \quad (2.9)$$

Gegenüber der Navier-Stokes-Gleichung (Gl. 2.6) enthält die Reynolds-Gleichung (Gl. 2.9) weitere sechs Unbekannte in Form des so genannten Reynolds'schen Spannungstensor $\rho \langle u'_i u'_j \rangle$ bzw. dessen Gradienten für ein inkompressibles Fluid $\frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j}$. Es liegen dem System mit vier Gleichungen insgesamt zehn Unbekannte zugrunde; man spricht vom Schließungsproblem der Turbulenz. Bei RANS- (Reynolds Averaged Navier-Stokes) Simulationen wird eben dieser Tensor durch eine Kombination physikalischer und empirischer Modellkonstanten modelliert. Die Reynolds-Spannungen können entweder direkt über ihre Transportgleichungen oder über die so genannte turbulente Viskosität modelliert werden. Weiter führende Erläuterungen finden sich in der einschlägigen Literatur, z. B. in [57], [53] oder [38].

Die Schwierigkeiten bei RANS-Simulationen, auf die an dieser Stelle hingewiesen, aber nicht eingegangen werden soll, sind weithin bekannt. Das $k - \epsilon$ Turbulenzmodell, das immer noch sehr häufig bei RANS Simulationen eingesetzt wird, hat laut Casey und Wintergerste [17] vor allem Schwierigkeiten, stark rotierende Strömungen oder Ablösungen und Wiederanlegungen korrekt vorherzusagen. In den letzten zwei Dekaden wurde zwar eine Vielzahl von Turbulenzmodellen für spezielle Anwendungen entwickelt, die Forschung ist aber nicht abgeschlossen. Gerade für kommerzielle Anwendungen sind RANS-Simulationen aufgrund der relativ geringen Hardwareanforderungen oft das Mittel der Wahl.

2.4.3 Large Eddy Simulation

Bei der Large Eddy (engl.: *große Wirbel*) Simulation (LES), die im Deutschen auch unter Grobstruktursimulation bekannt ist, werden die großen Energie tragenden Strukturen durch das Gitter aufgelöst, während kleine Energie dissipierende Wirbel modelliert werden. Spaltet man die Geschwindigkeit in einen Anteil \bar{u} auf, der durch das Gitter repräsentiert wird, und einen nicht durch das Gitter aufgelösten Anteil \tilde{u} , so führt die Nichtlinearität des Konvektionsterms $u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ zu den so genannten Feinstrukturspannungen τ_{ij}^s . Diese Spannungen resultieren daraus, dass der Impulstransport der Wirbel, die kleiner als das Gitter sind, numerisch nicht abgebildet wird. Sie berechnen sich folgendermaßen: $\tau_{ij}^s = \rho (\overline{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j)$. Die Navier-Stokes-Gleichung (Gl. 2.6) wird um den Gradienten der Feinstrukturspannungen zur gefilterten Navier-Stokes-Gleichung erweitert:

$$\frac{Du_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}^s}{\partial x_j} \quad (2.10)$$

Der auch als Subfilter-Anteil bezeichnete Term $(\frac{\partial \tau_{ij}^s}{\partial x_j})$ muss über ein geeignetes Modell abgebildet werden.

Bei dem von Smagorinsky 1963 vorgestellten Modell werden diese Feinstrukturspannungen aus dem Produkt einer Wirbelviskosität ν_r und dem gefilterten Deformationstensor $2\bar{s}_{ij}$ gebildet. Die Wirbelviskosität wird wiederum über die Filterweite Δ , den gefilterten Deformationstensor und die Smagorinsky-Konstante C_S bestimmt: $\nu_r = (C_S \Delta)^2 \sqrt{2\bar{s}_{ij}\bar{s}_{ij}}$. Die Smagorinsky-Konstante muss entweder gewählt werden, oder sie wird dynamisch aus der Überlegung bestimmt, dass für zwei unterschiedliche Filterweiten dieselbe Konstante denselben Subfilter-Anteil ergeben muss. Allerdings birgt auch letzteres Verfahren einige Schwierigkeiten, so dass unzählige Methoden entwickelt wurden, um den Subfilter-Anteil in einer LES adäquat zu repräsentieren. Eine Übersicht unterschiedlicher Feinstrukturmodelle findet sich in 'Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen' von Fröhlich [23]. Hier wird auch darauf hingewiesen, dass es keine allgemeine Empfehlung für ein Feinstrukturmodell gibt. So bedingt die eingesetzte numerische Methode, insbesondere deren Ordnung, oder auch die betrachtete Strömung den Einsatz unterschiedlicher Modelle.

2.4.4 Zusammenfassung

DNS sind für praktische Anwendungen aufgrund des enormen Rechenaufwands kaum durchführbar. Mit RANS können Ergebnisse aus Handrechnungen oftmals konkretisiert werden. Gerade bei abgelösten Strömungen liefern RANS jedoch noch keine verlässlichen Ergebnisse. Von LES verspricht man sich die entscheidenden Fortschritte zur Vorhersage turbulenter Strömungen über komplexe Geometrien.

2.5 Strömung über wellige Oberflächen

Eine Literaturrecherche mit dem Schlagwort 'Strömung über wellige Wände' führt den interessierten Leser bis ins Jahr 1937 zurück, als Motzfeld [47] Untersuchungen an einem Versuch im Windkanal anstellte. Er hat Geschwindigkeiten, Druckverteilungen und Widerstands-

verhalten von Wind, der über Wasserwellen hinweg streicht, gemessen.³ Motzfeld bezieht sich weiter auf Fromm und Hopf, die auf die unterschiedliche Behandlung von Wandrauheit und Wandwelligkeit hinweisen. Ohne an dieser Stelle auf Ergebnisse dieser Studien eingehen zu wollen, zeigt dieser Exkurs, dass die Strömung damals schon von Bedeutung war. Auf der anderen Seite beweist die Strömungsanalyse von Günther und Rohr [27] 'Large-scale structures in a developed flow over a wavy wall' von 2003, dass knapp siebzig Jahre später der Forschungsbedarf mitnichten gedeckt ist. Die ersten Untersuchungen an einer ähnlichen Geometrie wurden in einem Wasserkanal von Zilker et al. [76] in Illinois durchgeführt. Sie stellten zunächst eine Studie über die Strömung in einem Kanal mit Wellen kleiner Amplitude vor. Zilker und Hanratty [77] analysierten dann die Strömung über sinusförmige Wellen mit großen Amplituden; dafür reduzierten sie die Höhe des rechteckigen Kanals von drei auf zwei Wellenhöhen. Zehn Wellenzüge sollten die Periodizität im Messbereich (achte Welle) gewährleisten. Sie verwendeten zur Messung der Wandschubspannung elektro-chemische Messsonden und thermisch beschichtete Folien zur Geschwindigkeitsmessung. Die Messtechnik war für diese Strömung nicht ausgeklügelt genug, so dass die Ergebnisse zwar einen qualitativen Einblick in die Strömung gaben, daraus allerdings keine Empfehlungen zur Turbulenzmodellierung resultierten. Buckles et al. [16] verwendeten dann denselben Kanal, aber sensitive Druckdosen sowie eine LDA-Anlage, um die Strömung unter den Gesichtspunkten Ablösung, Wiederanlegung und Rezirkulation zu betrachten. Der Nachweis der Periodizität wurde durch die mittleren Geschwindigkeitsprofile und Reynolds-Spannungen am Beginn des achten und neunten Wellenzugs geführt. Damit waren instantane Informationen für diese komplexe turbulente Strömung bei der auf die Wellenhöhe bezogenen Reynolds-Zahl $Re = 12000$ verfügbar. Zahlreiche Arbeiten numerischer und experimenteller Art folgten.

1993 erschien dann ein Artikel von Almeida et al. [6], die in ihren Kanal Hügel einbauten, die dem Profil in der Symmetrieachse von 3D-Hügeln nach Hunt und Snyder [30] entsprachen. Die Länge eines Hügels stand im Verhältnis 3,857 zu seiner Höhe h . Sie untersuchten zwei Fälle. Erstens wurde ein einzelner Hügel untersucht; im zweiten Fall wurde eine Folge von zehn Hügeln gewählt. Der Abstand der Hügel betrug $4,5h$, während die Kanalhöhe von $6,07h$ durch die Hügel um etwa ein Sechstel eingeengt wurde. Almeida et al. verwendeten eine LDA-Anlage, um die Geschwindigkeiten in Strömungs- und spannweitischer Richtung bei einer Reynolds-Zahl von $Re = 6,0 \cdot 10^4$ zwischen den Hügeln sieben und acht zu messen. Die Experimente von Almeida waren Grundlage für einen Testfall des vierten *ERCOFTAC/IAHR*-Workshops 1995 [58]. Es gab Zweifel an der tatsächlichen Periodizität der Strömung (Fall zwei) und der Einfluss der seitlichen Wände war unbekannt. Nach sorgfältiger Auswahl nutzten Mellen et al. [45] die Vorteile dieser Geometrie und simulierten diese komplexe Strömung numerisch. Hierfür wurde die Geometrie an die Anforderungen der Numerik angepasst, die Hügelform wurde jedoch nicht angetastet. Um Rechenzeit zu sparen, wurde die Kanalhöhe auf die Hälfte reduziert, während die Vergrößerung des Hügelabstands zu einem natürlichen Wiederanlegen und Regenerieren der Strömung vor der Beschleunigung am nächsten Hügel führte (siehe Abb. 2.3). Des Weiteren wurden periodische Randbedingungen in spannweitischer Richtung angesetzt, so dass der erhebliche Einfluss der seitlichen Wände des Versuchs

³Die bis dato veröffentlichten Untersuchungen von Prandtl, von Kármán und Nikuradse bezogen sich auf glatte bzw. raue Oberflächen.

von Almeida et al. eliminiert wurde [24]. Eine deutliche Reduzierung der Reynolds-Zahl auf $Re \approx 10^4$ war wegen des hohen numerischen Aufwands nötig.

2.6 Strömung über periodische Hügel

Die Maße der von Mellen et al. [45] eingeführten Geometrie beziehen sich auf die Hügelhöhe h . Die Hügel verringern die Kanalhöhe von $3,035h$ um etwa ein Drittel, während der Abstand zwischen den Hügeln $9,0h$ beträgt.

Der Umriss der insgesamt $3,857h$ langen, achsensymmetrischen Hügel wird durch sechs Polynome dritten Grades beschrieben. Die Funktionen, die die Hügelkontur beschreiben, finden sich im Anhang in Kapitel A.1. Abbildung 2.3 zeigt neben Stromlinien auch die Berandung des Strömungsgebietes. Bei $x/h = 0$ ist die Hügelhöhe maximal. Im Bereich $1,929 \leq x/h \leq 7,071$ ist der Boden eben. Von $x/h = 7,071$ bis $x/h = 9$ folgt die Kontur den in A.1 angegebenen Gleichungen in Achsensymmetrie.

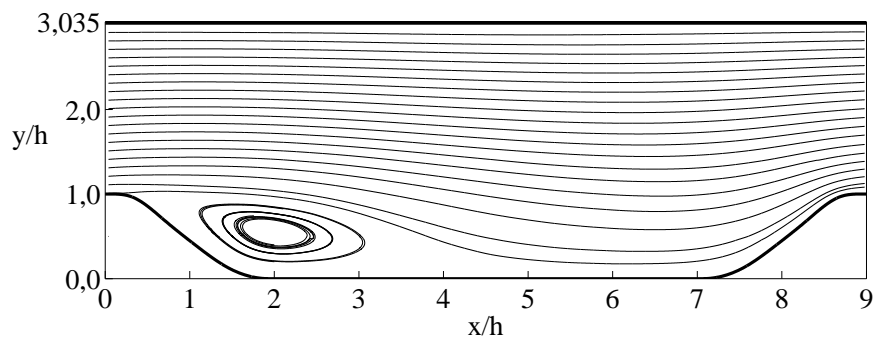


Abbildung 2.3: Stromlinien aus einer PIV-Messung bei $Re \approx 5600$.

Abbildung 2.3 zeigt Stromlinien aus PIV-Messungen bei einer Reynolds-Zahl von $Re = 5600$. Im zeitlichen Mittel löst die Strömung an der abgerundeten Hügelkrone ab; hinter dem Hügel ist eine Rezirkulationsblase, bevor die Strömung in etwa bei $x/h = 4,5$ wieder anlegt. Die exakte Vorhersage des Ablösepunkts an der gekrümmten Oberfläche, der das Wiederanlegeverhalten stark beeinflusst, ist laut Temmerman et al. [67] die Herausforderung dieses Strömungsfalls.

Bis dato wurde diese Strömung unter anderem von Temmerman und Leschziner [66], Temmerman et al. [67], Jakirlić et al. [31], Šarić et al. [70] und Fröhlich et al. [24] herangezogen, um Phänomene wie Ablösung von einer gekrümmten Oberfläche, Rezirkulation und natürliches Wiederanlegen zu ergründen. Dies liegt auch darin begründet, dass die europäische Forschergruppe *ERCOfTAC* (European Research Community On Flow, Turbulence And Combustion) diese Geometrie als Benchmark für den Vergleich numerischer Simulationen gewählt hat. Breuer et al. [11] untersuchten die Entwicklung der Strömung im Bereich $100 \leq Re \leq 10595$. Die neueste Studie über diese Strömung für $Re = 700$ bis $Re = 10595$ liegt von Breuer et al. [12] vor.

2.6.1 Spannweiteige Ausdehnung

Da in statistisch zweidimensionalen abgelösten Strömungen großskalige Wirbel in spannteitiger Richtung auftreten, müssen diese durch die numerische Domäne erfasst werden [24]. Nach detaillierten Untersuchungen über die erforderliche Kanalbreite wurden die Effekte der Kanalverbreiterung über die von Mellen et al. [45] ursprünglich festgelegten $4,5h$ als gering eingestuft. Fröhlich et al. [24] führten grob aufgelöste Simulationen mit Breiten von $4,5h$ und $9h$ bei in etwa gleichem Gitterabstand durch. Sie geben an, dass der Ablösepunkt durch die Verdopplung der Kanalbreite auf $9h$ um $0,05h$ stromauf wandert und gleichzeitig der Wiederanlegepunkt um dasselbe Maß stromab. Weiter vergleichen sie diese beiden Ergebnisse mit einer feiner aufgelösten LES. Während die Abweichungen der mittleren Geschwindigkeiten bei den grob aufgelösten Simulationen marginal sind, weichen die mittleren Geschwindigkeiten der grob aufgelösten Simulationen doch recht deutlich von denen der fein aufgelösten LES ab. Sie kommen zum Schluss, dass die Gitterauflösung und das Wandmodell eine weitaus größere Tragweite besitzen. Weiterhin überprüfen sie die spannteitige Ausdehnung mit einer Zweipunkt-Korrelation. Die Strukturen sind in etwa doppelt so groß wie der Abstand zwischen Ursprung und dem Punkt, an dem die Korrelation null ergibt [24]. Deshalb sind Berechnungsgebiete breit genug, wenn zwei Größen im Abstand einer halben Kanalbreite unkorreliert sind. Sie erhalten für die Geschwindigkeitskomponente in x -Richtung u an zwei Punkten die zeitlich gemittelte Korrelation aus:

$$R_{u_1 u_2} = \frac{\langle u'_1 u'_2 \rangle}{\sqrt{\langle u'_1 u'_1 \rangle \langle u'_2 u'_2 \rangle}} \quad (2.11)$$

Die Ausdehnung der Strukturen ist vor allem in der abgelösten Strömung über der Rezirkulation bis zum Wiederanlegen groß [24]. Bei halber Domänenbreite liegen die Korrelationen dort noch bei -10% . Weiter schreiben sie, dass durch zu schmale Gebiete nur die größten Skalen betroffen sind. Trotzdem schlussfolgern sie, dass mit entsprechender Rechenleistung DNS möglich, fein aufgelöste LES mit breiteren Domänen aber sinnvoller wären. Betrachtet man die bisher am periodischen Hügel durchgeführten LES und DNS, wie z. B. von Temmerman und Leschziner [66], Peller und Manhart [51], Breuer et al. [12] oder Temmerman et al. [67], stellt man fest, dass sich die ursprünglich von Almeida et al. [6] gewählte Kanalbreite von $4,5h$ auch in den Simulationen mit periodischen Randbedingungen in spannteitiger Richtung durchgesetzt hat. Auch Mellen et al. [45] rieten schon zu einem höheren Seiten/Höhenverhältnis, rechtfertigten die Domänenbreite einerseits durch die limitierten Computerressourcen, andererseits mit der Uniformität und Vergleichbarkeit mit anderen Simulationen, was auch von Fröhlich et al. [24] bestätigt wird.

2.6.2 Periodizität

In der numerischen Strömungssimulation gestaltet sich die Definition einer adäquaten Einströmbedingung ebenso schwierig wie bei physikalischen Experimenten, weil turbulente Strömungen einen gewissen Vorlauf benötigen, bis sie eingelaufen sind. In der numerischen Simulation kann jedoch im Gegensatz zum Experiment der Ausfluss aus dem Berechnungsgebiet als Einströmbedingung dienen und so das Berechnungsgebiet beliebig ausgedehnt werden. Die Definition dieser *periodischen* Randbedingungen wirft nicht nur Probleme mit

der Vergleichbarkeit mit endlich ausgedehnten Experimenten auf, sondern auch durch eine zu geringe Ausdehnung des Berechnungsgebiets können großskalige Strukturen nicht korrekt wiedergegeben werden. Henn und Sykes [28] untersuchten im oben bereits erwähnten Fall der Strömung über gewellte Oberflächen den Einfluss der Anzahl der Perioden auf die Simulationsergebnisse. Während sie bei einer Reynolds-Zahl von $Re \approx 10^4$ deutliche Unterschiede im Verhalten zwischen einer und zwei Perioden fanden, ergaben sich kaum Unterschiede zwischen den Simulationen über zwei und vier Perioden. Zusätzlich zu den Simulationen führten sie an einem Wasserkanal mit insgesamt 16 Wellenzügen am elften und zwölften Hügel Messungen mit Hitzdraht- und Kreuzdraht-Anemometern durch. Sie fanden keine nennenswerten Abweichungen in den mittleren Geschwindigkeitsprofilen über den Hügeln elf und zwölf. Außerdem führen sie Counihan [19] an, der für den Strömungsfall (Re unbekannt) angibt, dass die Strömung ab der dritten Hügelkrone periodisch ist. Fröhlich et al. [24] verwendeten bei der Strömung über periodische Hügel lediglich eine Periode mit der Begründung, dass der Hügelabstand größer und die Kanalhöhe geringer ist als im Fall der Strömung über gewellte Oberflächen. Tatsächlich fanden sie in einer Spektralanalyse, dass die niedrigen Frequenzen durch die Wiederkehrzeit der periodischen Strömung und nicht durch die Größe der Strukturen in Strömungsrichtung bestimmt sind. Eine Vergrößerung der Domäne wurde auch deshalb nicht in Betracht gezogen. Temmerman [65] fand jedoch bereits 2004 geringe Unterschiede ($\approx 0,05h$) beim Vergleich der Ablöse- und Wiederanlegepunkte aus LES einer und zweier Perioden.

2.6.3 Folgerungen

An dieser Stelle bleibt lediglich darauf hinzuweisen, dass in der Literatur teilweise widersprüchliche Aussagen in Bezug auf Homogenität und Periodizität getroffen wurden. Die Gemeinde hat sich wohl stillschweigend darauf geeinigt, das tatsächliche Strömungsverhalten auf Kosten der Vergleichbarkeit zu opfern. Dadurch existieren zwar Ergebnisse aus unzähligen Simulationen für Reynolds-Zahlen bis 10^4 ; der Einfluss größerer Berechnungsgebiete wurde aber nicht weiter untersucht.

Dies bedeutet, dass selbst dann, wenn das Experiment die periodischen Randbedingungen erfüllt, die Vergleichbarkeit mit den numerischen Simulationen nicht uneingeschränkt gegeben ist.

3 Messtechnik

Die Aufgabenstellung, Referenzdaten für die turbulente Strömung über periodisch angeordnete Hügel auf experimentellem Wege zu erfassen, impliziert den Einsatz adäquater Messtechnik. Die Messwertaufnahme muss instantan erfolgen, um turbulente Schwankungsgrößen aufnehmen zu können. Wie in Kapitel 1 ausgeführt, wird eine turbulente Strömung über die Feldgrößen Druck p und Geschwindigkeit u , sowie deren zeitliche und räumliche Änderungen beschrieben. Die dynamische Viskosität μ , die stark temperaturabhängig ist, und die Dichte ρ beschreiben die maßgeblichen Materialeigenschaften des Fluids. Die permanente Messung der einzelnen Größen im gesamten Strömungsfeld ist nicht möglich. Einige Größen, wie zum Beispiel die Dichte von Wasser, sind jedoch keinen Änderungen in der zu untersuchenden Strömung unterworfen, so dass auf deren Messung verzichtet wurde. Da die Dichte von flüssigem Wasser nur geringfügig von der Temperatur abhängt und das Fluid in der Strömung keine kompressiblen Effekte aufweist, wurde die Dichte als konstant im gesamten Strömungsfeld angesehen. Weiterhin haben die in Kapitel 4 beschriebenen Filterprozesse und die Zugabe von Partikeln keinen nennenswerten Einfluss auf die Dichte des Wassers, so dass diese für alle Experimente mit $\rho = \text{const.} = 1000 \text{ kg/m}^3$ angenommen wurde. Die Viskosität von Wasser hängt jedoch maßgeblich von der Temperatur ab, so dass für die unternommenen Versuche anstatt der äußerst aufwendigen Messung der Viskosität die Temperatur permanent dokumentiert wurde. Die kinematische Viskosität $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ wurde aus Temperaturmessungen mit Hilfe der Gleichung 3.1 nach Poiseuille berechnet [9].

$$\nu = \frac{1,78 \cdot 10^{-6}}{1 + 3,37 \cdot 10^{-2}T + 2,21 \cdot 10^{-4}T^2} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right], \text{ mit } T \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (3.1)$$

Durch die Umwälzung des Wassers ergaben sich teilweise Temperaturänderungen von bis zu 2°C während einer lang andauernden LDA-Messung. Nachdem die marginalen Änderungen der Viskosität in den jeweiligen Versuchsreihen keine signifikanten Änderungen der Strömungseigenschaften nach sich zogen¹, wurden die Temperaturmessungen nur zur Berechnung der tatsächlichen Reynolds-Zahl der jeweiligen Messung verwendet (siehe Anhang A.3).

In den folgenden Unterkapiteln werden die Particle Image Velocimetry und die Laser-Doppler-Anemometrie ausführlich beschrieben.

3.1 Particle Image Velocimetry

Bei der Particle Image Velocimetry (PIV) werden von der Strömung mitgeführte Tracerpartikel an aufeinander folgenden Zeitpunkten fotografiert. Mit dem zeitlichen Versatz der

¹Fröhlich et al. [24] weisen darauf hin, dass ein Schlüsselmerkmal von abgelöste Strömungen die geringe Reynolds-Zahlabhängigkeit ist.

Aufnahmen und der über Korrelationsalgorithmen berechneten Verschiebung von Partikel-paaren kann die Geschwindigkeit an unterschiedlichen Stellen im Strömungsfeld berechnet werden.

Wie Adrian [3] in seinem Beitrag zur zweijährlich stattfindenden “PIV Challenge 2005” ausführt, liegt der Ursprung der PIV in der Laser Speckle Interferometrie. Im Jahr 1977 konnten drei unterschiedliche Forschergruppen diese Messtechnik erstmals einsetzen, um das Geschwindigkeitsprofil einer laminaren Rohrströmung zu messen und damit die Einsetzbarkeit dieser Messtechnik in der Fluidmechanik nachweisen. Für ihre Untersuchungen verwendeten sie die auch in der PIV üblichen Grundbausteine: Kameras, Partikel und Laserlichtschnitt. Meynart [46] verwendete diese Technik in laminaren und turbulenten Gas- und Flüssigkeitsströmungen und bezeichnete sie als Laser Speckle (engl.: *Fleck*) Velocimetry (LSV). Die Bedeutung einzelner Partikel-Bilder erkannten zuerst Pickering und Halliwell [52] sowie Adrian [1]. Da die Aufnahme beleuchteter Partikel eher zur Abbildung einzelner Partikel führt als zu Fleckenmustern, wird die neu geborene Technik als Particle Image Velocimetry (PIV) bezeichnet. Als Unterscheidungskriterium der beiden Methoden dient die Quelledichte, also die Anzahl von Partikeln in dem aufgelösten Kontrollvolumen. Weil eine Übersättigung der Strömung durch Partikel nicht wünschenswert ist, wird man in Fluiden jedoch immer von Particle Image Velocimetry sprechen.

Mittlerweile ist die Messtechnik so weit ausgereift, dass die PIV als etablierte Messtechnik längst ihren Platz in der Strömungsmechanik eingenommen hat. Die Auswertung der Bilder erfolgt seit dem Einzug der digitalen Fotografie nicht mehr von Hand, sondern über Computeralgorithmen. Zu einem Standard-PIV-System gehören in der heutigen Zeit zwei Nd:YAG- (Neodym dotierter Yttrium-Aluminium-Granat) Feststofflaser, eine CCD Kamera, eine Synchronisationseinheit, ein so genannte Framegrabber, der die Bilder zwischenspeichert, sowie ein Computer.

3.1.1 Partikel und ihre Abbildungen

Die Sichtbarmachung der Strömung durch Zugabe von Partikeln erfordert eine gewissenhafte Auswahl der Tracer. Damit die Partikel der Strömung ideal folgen, müssen sie sehr klein sein und eine ähnliche Dichte wie das Fluid haben. Auf der anderen Seite müssen sie eben auch erkannt werden können, also genug Licht reflektieren. Diese beiden Punkte werden in den nächsten Unterkapiteln ausführlich besprochen.

Partikeldynamik

Die Kolmogorov’sche Ähnlichkeitshypothese [53] besagt, dass in jeder Strömung bei genügend hoher Reynolds-Zahl die Statistik der kleinen Wirbel ($l < l_{EI}$) nur von der kinematischen Viskosität ν und der Dissipation ϵ abhängt. In diesem so genannten *universellen Gleichgewichtsbereich* sind die Zeitskalen l/u (l) eines Wirbels der Größe l klein im Vergleich zu der Zeitskala des größten Wirbels \mathcal{L}/u (\mathcal{L}). Das bedeutet, dass die kleinen Wirbel die von den großen Skalen transferierte Energie \mathcal{T}_{EI} schnell aufnehmen.

Aus der Ähnlichkeitshypothese lassen sich die so genannten Kolmogorov-Skalen für Länge, Geschwindigkeit und Zeit ableiten.

$$\eta \equiv (\nu^3/\epsilon)^{1/4} \tag{3.2}$$

$$u_\eta \equiv (\nu\epsilon)^{1/4} \quad (3.3)$$

$$t_\eta \equiv (\nu/\epsilon)^{1/2} \quad (3.4)$$

Ob die Partikel nun diesen kleinsten Strukturen folgen, hängt davon ab, wie träge sie im Vergleich zu dem in Gleichung 3.4 aufgestellten Zeitmaß der Strömung reagieren.

Beginnend mit Newton's zweitem Axiom ist die Änderung des Impulses mit der Zeit die Summe aller angreifenden Kräfte. Für ein inkompressibles Partikel gilt allgemein das Gleichgewicht zwischen Trägheitskraft F_T und den angreifenden Kräften. Für die betrachteten extrem kleinen Partikel ist allein die Reibungskraft F_R maßgeblich, so dass das Kräftegleichgewicht lautet.

$$F_R = F_T \quad (3.5)$$

Die Reibungskraft einer Kugel in einem Fluid wird in Abhängigkeit vom Kugeldurchmesser d_p , der Viskosität des Fluids μ und der Partikelgeschwindigkeit u_p beschrieben. Voraussetzung hierfür ist, dass es keine Rückkopplung der Kugelbewegung auf die Strömung gibt. Weiterhin ist eine so genannte schleichende Strömung vorausgesetzt, also eine Partikel-Reynolds-Zahl kleiner eins ($\text{Re}_p = d_p |u_p - u_f| \nu^{-1} < 1$). Für die durchaus umfangreiche Herleitung dieser Gleichung wird auf die einschlägige Literatur z. B. [43] verwiesen. In einer Stokes'schen Strömung ist die Reibungskraft F_R eines Partikels gegeben durch:

$$F_R = 3\pi d_p \mu (u_p - u_f) \quad (3.6)$$

während die Trägheitskraft einer Kugel F_T durch

$$F_T = \frac{1}{6} (\rho_p - \rho_f) d_p^3 \pi a \quad (3.7)$$

bestimmt ist (mit $a = du_p/dt$) [18]. Durch Einsetzen der Gleichungen 3.6 und 3.7 in Gleichung 3.5 lässt sich die Differenzgeschwindigkeit u_d zwischen Fluid und Partikel errechnen:

$$u_d = u_p - u_f = d_p^2 \frac{\rho_p - \rho_f}{18\mu} a \quad (3.8)$$

Es ist also von entscheidender Bedeutung, dass die Partikel einerseits sehr klein sind, andererseits eine ähnliche Dichte wie das Fluid haben. Bei höheren Partikel-Reynolds-Zahlen gewinnt die Trägheitskraft weiter an Bedeutung, was eine analytische Lösung der Reibungskraft unmöglich macht. Ein empirisch zu ermittelnder Widerstandsbeiwert C_D wird als Korrekturfaktor eingeführt. Bei den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Partikeln ist jedoch die Partikel-Reynolds-Zahl in jedem Fall kleiner als eins, so dass es sich um schleichende Strömungen um die Partikel handelt. Unter Annahme einer konstanten Beschleunigung in

einem kurzen Zeitfenster kann mit der Partikelgeschwindigkeit aus Gleichung 3.8 die Relaxationszeit t_r gebildet werden.

$$t_r = \frac{\rho_p}{\rho_f} \frac{d_p^2}{18\nu} \quad (3.9)$$

Wenn die Relaxationszeit der Partikel kleiner als das Kolmogorov'sche Zeitmaß ist, kann man davon ausgehen, dass die Partikel auch den kleinsten Strukturen schnell genug folgen und damit die berechnete Partikelgeschwindigkeit die tatsächliche Strömungsgeschwindigkeit wiedergibt. Dieses Verhältnis beschreibt die dimensionslose Stokes-Zahl.

$$\text{St} = t_r/t_\eta \quad (3.10)$$

In Kapitel 4 werden die verwendeten Partikel unter diesem Aspekt betrachtet.

Abbildung von kleinen Partikeln

Grundsätzlich sind die Streuungseigenschaften von Licht an kleinen Partikeln abhängig vom Verhältnis des Brechungsindex zwischen Partikel und umgebendem Medium, der Partikelgröße, deren Form und dem Betrachtungswinkel. Die Streuung von Licht an sphärischen Partikeln, deren Durchmesser größer als die Wellenlänge des Lichts sind ($d_p > \lambda$), wird durch die Theorie von Mie wiedergegeben [29]. Mie beschreibt die polare Verteilung der Streuungsintensitäten über den normierten Partikeldurchmesser: $q = \pi d_p/\lambda$. Abbildung 3.1 zeigt die normierte Lichtstreuung an Glasparkeln ($d_p \approx 10 \mu\text{m}$) in Abhängigkeit vom Winkel des einfallenden Lichts in logarithmischem Maßstab. Für $q > 1$ stellen sich in etwa q

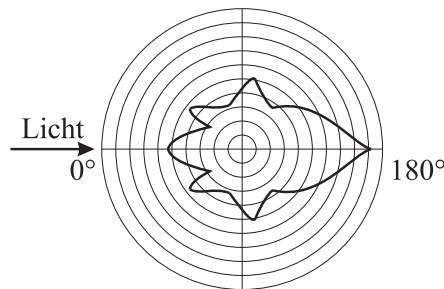


Abbildung 3.1: Vereinfachte Darstellung der geglätteten Lichtstreuung nach der Theorie von Mie an Glaskügelchen in Wasser.

lokale Maxima über den Winkelbereich von $0^\circ - 180^\circ$ ein. Mit wachsendem q erhöht sich auch der Anteil der Vorwärtsstreuung im Verhältnis zur Rückwärtsstreuung. Für die im Rahmen dieser Arbeit angestellten Untersuchungen mit 2D-PIV kommt jedoch nur der im Bereich von etwa 90° reflektierte Anteil in Betracht, während bei der LDA der um 0° rückgestreute Anteil maßgeblich ist. Gerade für große q erhält man viele Maxima und damit schnelle Oszillationen der Lichtintensität bei leicht variierenden Beobachtungswinkeln. Die mittlere Intensität erhöht sich in etwa mit q^2 . Raffel et al. [54] weisen darauf hin, dass in einem ausreichend geseedeten Fluid die Streuung von Licht nicht durch die einzelnen Teilchen beschränkt wird, sondern dass das Streulicht selbst wieder zu weiteren Reflexionen

führt und somit die aufgezeichnete Intensität z. B. durch die um Größenordnungen höhere Vorwärtsstreuung vergrößert wird.

Ein weiterer Faktor, der die Intensität des Streulichts beeinflusst, ist das Verhältnis der Brechungsindizes von Partikel und Fluid. Je größer dieses Verhältnis ist, umso mehr Licht wird gestreut, so dass mit derselben Lichtquelle Partikel in Wasser deutlich größer sein müssen als in Luft. In Bezug auf die Partikelbewegung (siehe oben) bedeutet dies ein Manko, das aber durch die ähnlicheren Dichten von Partikeln und Fluid bei weitem aufgewogen wird.

Für die PIV sind sehr gute Bilder essentiell. Bei der Auswertung von PIV-Bildern zeigt sich, dass der Fehler bei der Geschwindigkeitsmessung sehr stark vom Partikeldurchmesser und der Lokalisation der Partikelmitte abhängt [54]. Für kleinere Partikeldurchmesser ergeben sich kleinere Fehler. Unter Berücksichtigung der Fraunhofer-Approximation für das Fernfeld



Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Airy-Musters für kleine Blendendurchmesser.

kann gezeigt werden, dass das so genannte Airy-Muster, die scharfe Abbildung eines kleinen sphärischen Partikels, die Fourier-Transformierte der Transmissivitätsverteilung der Blende darstellt [25, 37]. Über die Airy-Funktion, die die Intensitätsverteilung über den Abbildungsradius wiedergibt, kann der Durchmesser des ersten schwarzen Rings, der so genannte beugungslimitierte Durchmesser d_{diff} (engl.: *diffraction*), und somit das kleinste Abbild eines kleinen Partikels bestimmt werden (siehe Abb. 3.2) [2]. Dies gilt mit den Variablen aus

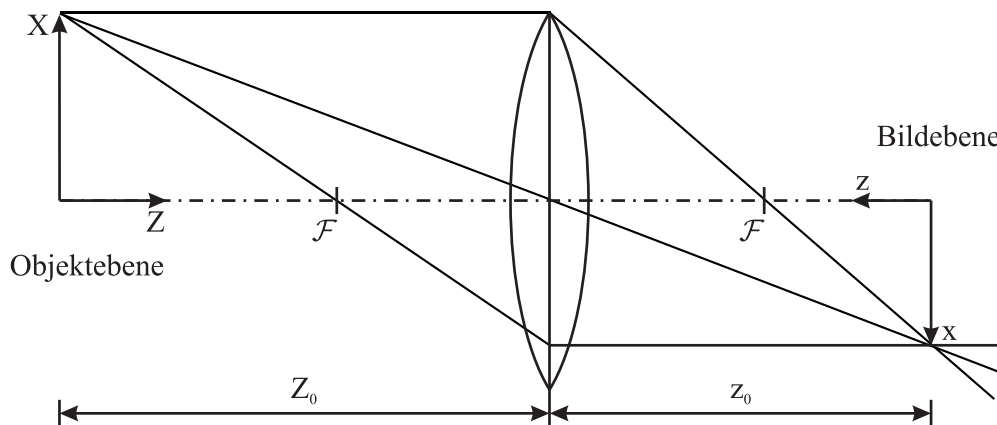


Abbildung 3.3: Abbildung von Objekten auf der Bildebene.

Abbildung 3.3:

$$I(x)/I_{\text{max}} = 0 \rightarrow d_{\text{diff}} = 2,44x_0 \quad (3.11)$$

mit

$$\frac{x_0}{z_0} = \frac{\lambda}{d_{\mathcal{B}}} \quad , \quad (3.12)$$

den Linsengleichungen für die Fokussierung

$$\frac{1}{z_0} + \frac{1}{Z_0} = \frac{1}{\mathcal{F}}$$

und

$$M = \frac{z_0}{Z_0} \quad . \quad (3.13)$$

Aus der Definition der dimensionslosen Blendenzahl $\mathcal{F}_{\#} = \mathcal{F}/d_{\mathcal{B}}$ folgt

$$d_{\text{diff}} = 2,44\lambda\mathcal{F}_{\#} (1 + M) \quad . \quad (3.14)$$

Das Abbild eines Partikels wird durch die Faltung der Punktspreizfunktion (z. B. der Airy-Funktion) mit dem geometrischen Bild des Partikels bestimmt. Bei der Aufzeichnung größerer Partikel oder bei stärkerer Vergrößerung dominiert der Einfluss der geometrischen Abbildung. Unter Vernachlässigung von Abbildungsfehlern durch die Linse sowie unter Verwendung der Airy-Funktion als Punktspreizfunktion erhält man als Näherung für den Partikelbilddurchmesser d_b laut Adrian [2]:

$$d_b = \sqrt{(Md_p)^2 + d_{\text{diff}}^2} \quad (3.15)$$

Gleichung 3.15 zeigt, dass für große Partikel der Einfluss der Fraunhofer-Beugung auf den Partikelbilddurchmesser d_b geringer wird und dieser quasi linear mit dem Partikeldurchmesser d_p anwächst [2]. Im Umkehrschluss ist der Partikelbilddurchmesser d_b für kleine Partikel quasi unabhängig vom Partikeldurchmesser d_p .

Um die Thematik zugänglicher zu machen, wird auf Kapitel 4 vorgegriffen und die Abbildung von Partikeln anhand von zwei unterschiedlichen Objektiven besprochen:

- 1. Fall: $\mathcal{F}_1 = 50 \text{ mm}$, $\mathcal{F}_{\#} = 8,0$, $M_1 = 0,0769$, $Z_0 = 0,70 \text{ m}$
- 2. Fall: $\mathcal{F}_2 = 105 \text{ mm}$, $\mathcal{F}_{\#2} = 8,0$, $M_2 = 0,2360$, $Z_0 = 0,70 \text{ m}$

Der Durchmesser des ersten Airy-Rings und der Partikelbilddurchmesser sind im ersten Fall: $d_{\text{diff}1} = 1,118 \cdot 10^{-5} \text{ m} \hat{=} d_{b1} = 1,121 \cdot 10^{-5} \text{ m}$. Für den zweiten Fall ergeben sich folgende Werte: $d_{\text{diff}2} = 1,284 \cdot 10^{-5} \text{ m} \hat{=} d_{b2} = 1,305 \cdot 10^{-5} \text{ m}$. Der Einfluss der Beugung nimmt durch die Vergrößerung an Bedeutung zu, jedoch ändert sich der Partikelbilddurchmesser bei einer mehr als dreifachen Vergrößerung nur um 16%. Dies ist insofern wichtig, weil dieselben Partikel für die unterschiedlichen Anwendungen eingesetzt werden können.

Die Größe der Kamerablende bestimmt, wie viel Licht auf die Abbildungsebene fällt. Außer der Erhöhung der Lichtintensität kann durch eine größere Blende das Beugungsmuster verkleinert werden (siehe Abb. 3.2). Gegen eine größere Blende (kleinere Blendenzahl) spricht hingegen die geringere Schärfentiefe.

Schärfentiefe Die Schärfentiefe kann für ein optisches System folgendermaßen berechnet werden: Der Zerstreuungsdurchmesser d_z ist das Verhältnis zwischen Aufnahmeformat und Auflösung, was in der digitalen Fotografie einem Pixel entspricht. Für das gegebene PIV-System mit einem 1,515 cm großen CCD Chip mit $2048 \text{ px} \times 2048 \text{ px}$ berechnet er sich zu:

$$d_z = 0,0152 \text{ m} / 2048 \text{ px} = 7,40 \cdot 10^{-6} \text{ m/px} \quad (3.16)$$

Damit ergibt sich die hyperfokale Entfernung d_h ² mit einer verwendeten Blendenzahl von $\mathcal{F}_\# = 8,0$ und einer Brennweite von $\mathcal{F} = 50 \text{ mm}$ zu

$$d_h = \frac{\mathcal{F}^2}{\mathcal{F}_\# d_z} = 42,244 \text{ m} \quad (3.17)$$

Daraus können wiederum der Nahpunkt d_n und der Fernpunkt d_f berechnet werden. Der Abstand von der Linse des Objektivs bis zur Objektebene (Lichtschnitt) beträgt $Z_0 = 0,70 \text{ m}$.

$$d_n = \frac{Z_0 \cdot d_h}{d_h + (Z_0 - \mathcal{F})} = 0,6894 \text{ m} \quad (3.18)$$

$$d_f = \begin{cases} \frac{Z_0 \cdot d_h}{d_h - (Z_0 - \mathcal{F})} & \text{für } d_h > (Z_0 - \mathcal{F}) \\ \infty & \text{für } d_h \leq (Z_0 - \mathcal{F}) \end{cases} \quad (3.19)$$

mit $d_h > (Z_0 - \mathcal{F})$ folgt für $d_f = 0,7109 \text{ m}$. Die Schärfentiefe ist der Abstand zwischen Fern- und Nahpunkt, also der Bereich, in dem Gegenstände scharf abgebildet werden. Man erhält einen Schärfentiefenbereich von etwa 2,15 cm.

$$\Delta_d = d_f - d_n = 0,0215 \text{ m}$$

Hieraus folgt, dass für diesen Versuchsaufbau alle Partikel, die sich im Lichtschnitt befinden, scharf abgebildet werden. Öffnet man jedoch die Blende weiter (z. B. auf $\mathcal{F}_\# = 2,8$), erhält man einen Schärfentiefenbereich von lediglich 0,75 cm. Die Schärfentiefe für den Fall 2 kann hingegen mit $\Delta_d = 2,62 \text{ mm}$ angegeben werden. Auch wenn dieser Wert noch im Bereich der Lichtschnittdicke liegt, ist die manuelle Fokussierung auf einen dermaßen kleinen Bereich äußerst schwierig. Über die Verkleinerung der Blende z. B. $\mathcal{F}_\# = 22$ kann die Schärfentiefe aber auf $\Delta_d = 1,23 \text{ cm}$ vergrößert werden. Grundsätzlich muss bei Verkleinerung der Blende überprüft werden, ob die Lichtintensität ausreichend ist.

Folgerungen Eine weitere etablierte Methode mit der die Güte eines optischen Systems untersucht werden kann, ist die so genannte Modulations-Transfer-Funktion, kurz MTF [54]. Die MTF ist die mathematisch exakte Beschreibung der Ortsauflösung, also der Abstand

²Objekte, die vom Objektiv zwischen der halben hyperfokalen Entfernung und unendlich entfernt liegen, werden relativ scharf abgebildet.

eines Linienpaares, bei dem die Linien unabhängig voneinander kontrastreich dargestellt werden können.

Jedoch kann man auch unter Berücksichtigung der MTF gute PIV-Bilder nicht erzwingen. Für die Anwendung der PIV ist es vielmehr wichtig, dass das Seeding, die Laserleistung und die Blende aufeinander abgestimmt sind. Mit Erfahrung lassen sich PIV-Bilder weitaus besser beurteilen, als durch analytische oder halbempirische Formeln. Allerdings bewahrt gerade die a priori Abschätzung des Partikelbilddurchmessers vor negativen Konsequenzen in der Bildauswertung. Weiter wird empfohlen, die Laserleistung zu steigern, während die Blende möglichst weit geschlossen wird (große $\mathcal{F}_\#$). Das erhöht den Kontrast der Bilder, was zu höheren Korrelations Peaks führt.

3.1.2 Beleuchtung

Um die kleinen Seeding-Partikel erkennen zu können, werden sie mit Lichtquellen hoher Intensität, meistens mit Lasern, beleuchtet.

Die Abkürzung Laser steht für 'Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation'. Laserlicht wird durch stimulierte Emission von Photonen erzeugt. Einstein erkannte 1917, dass drei Wechselwirkungen zwischen Photonen und Elektronen in der Hülle von Atomen möglich sind:

- Die *Absorption* der Energie eines Photons durch die Anhebung eines Elektrons auf ein höheres Energieniveau.
- Die *spontane Emission*, bei der ein angeregtes Elektron nach einer charakteristischen mittleren Verweilzeit in den ursprünglichen Energiezustand zurückkehrt und dabei die Energie in Form von Licht emittiert.
- In der Lasertechnik macht man sich hingegen die *stimulierte* bzw. *induzierte Emission* zunutze. Wenn die Energie eines auf ein angeregtes Atom treffendes Photon so groß ist wie die Anregungsenergie des Atoms, kann das Photon das Atom zum Abstrahlen eines Photons dieser Energie anregen.

Wenn sich in einem Medium also mehr Atome im angeregten Zustand befinden als im Grundzustand, man nennt dies Besetzungsinversion, so ist die Wahrscheinlichkeit der Absorption geringer als die der stimulierten Emission. Das auf das angeregte Atom treffende Photon erzeugt ein weiteres derselben Energie und damit derselben Wellenlänge.

Nd:YAG Laser

Der so genannte Nd:YAG-Laser (Neodym-dotierter Yttrium-Aluminium-Granat-Laser) ist ein Festkörperlaser, der aus einem Yttrium-Aluminium-Granat-Kristall ($Y_3Al_5O_{12}$) besteht. Etwa 1% der Y^{3+} -Ionen sind durch Nd^{3+} -Ionen ersetzt, welche laseraktiv sind. Nd:YAG-Laser werden entweder durch Xenon-Blitzlampen oder Halbleiterdiodenlaser *gepumpt*. Die Besetzungsinversion wird dadurch erreicht, dass die ebenfalls durch die Lampen angeregten Yttrium-Ionen ihre Energie durch Stöße an die Neodym-Ionen abgeben und sie so in den angeregten Zustand bringen. Durch spontane Emission von Photonen durch die Neodym-Ionen wird der Prozess in Gang gesetzt, der durch das Trägermedium YAG verstärkt wird.

Die Anregung vom Grundzustand kann durch Photonen der Wellenlängen 530 nm, 580 nm, 750 nm und 808 nm erfolgen. Wenn das Ion durch Photonen der Wellenlänge 530 nm angeregt wird, besitzt ein Elektron eine Energie von 2,34 eV bezogen auf den Grundzustand. Für 580 nm ergibt sich eine Energie von 2,14 eV, für 750 nm von 1,65 eV und für 808 nm von 1,57 eV. Durch Stöße mit Photonen verlassen die Elektronen die hohen Energieniveaus und erreichen ein langlebigeres Niveau³ bei 1,38 eV. Da die dabei freiwerdende Energie nicht für die Erzeugung des monochromatischen Laserlichts verwendet werden kann, verwendet man in jüngerer Zeit Halbleiterdiodenlaser (GaAs) zum Pumpen des Neodyms. Dies hat den Vorteil, dass die Energieeffizienz gegenüber dem weißen Licht der Xenon-Blitzlampen deutlich höher ist. Nur die geringste Energiestufe von 1,57 eV wird durch von Halbleiterdiodenlasern erzeugte Photonen der Wellenlänge 808 nm bedient. Bei der Emission von Photonen der für Neodym charakteristischen Wellenlänge von 1064 nm geht die Energie des angeregten Ions von 1,38 eV auf 0,22 eV zurück. Durch Stöße mit Photonen verlässt das Elektron auch das Energieniveau von 0,22 eV und geht zum Grundzustand zurück.

Bei einem Nd:YAG-Laser spricht man von einem 4-Niveau-System, weil das Nd-Ion zunächst auf ein Niveau angeregt wird, bis es in das langlebigeres Niveau fällt. Von dort gerät es durch die Emission der Photonen der Wellenlänge $\lambda = 1064$ nm in ein weiteres Stadium, bevor es wieder in den vierten den Grundzustand zurückfällt.

Die Frequenz f des emittierten Photons lässt sich aus der Lichtgeschwindigkeit c und der Wellenlänge λ mit $c = \lambda \cdot f$ berechnen zu $f = c/\lambda = 2,818 \cdot 10^{14}$. Damit ergibt sich eine abgestrahlte Energie $\mathcal{E} = \mathcal{H} \cdot f$ (mit dem Planck'schen Wirkungsquantum $\mathcal{H} = 4,136 \cdot 10^{-15}$ eV s) von $\mathcal{E} = 1,165$ eV, also dem Differenzbetrag der beiden Energiezustände.

Die Polarisation und die Ausbreitungsrichtung der im Lasermedium emittierten Photonen sind zunächst statistisch verteilt [26]. Um die induzierte Emission von Photonen deutlich zu verstärken, werden am Anfang und am Ende des Laserstabes senkrecht auf Spiegel treffende Photonen in das laseraktive Medium zurückgeworfen. Damit sich eine stehende Welle aufbaut, muss der Abstand der Endspiegel ein Vielfaches von $\lambda/2$ sein.

Das von Neodym-Ionen emittierte Licht liegt mit einer Wellenlänge von $\lambda = 1064$ nm im infraroten Bereich und ist somit unsichtbar. Einerseits ist es für Justagezwecke hilfreich, wenn das Laserlicht sichtbar ist, andererseits ist die Absorption von infrarotem Licht in Wasser extrem hoch. Deshalb wird die Frequenz der Photonen durch nicht lineare Kristalle verdoppelt, so dass die typische Wellenlänge von Nd:YAG-Lasern mit $\lambda = 532$ nm im grünen Spektrum liegt. Über einen so genannten Q-Switch oder Güteschalter kann die durch Reflexionen anwachsende Energie als Laserstrahl in einem Lichtpuls das Lasermaterial verlassen. Der Q-Switch besteht aus einer Polarisationsplatte, einer temperaturstabilisierten Pockels-Zelle und einem Prisma zur Strahlkorrektur. Die Pockels-Zelle ist ein doppelt brechender Kristall, der seine Polarisationsrichtung durch die angelegte Spannung ändert und so das Laserlicht immer wieder in das Lasermedium zurückwirft, bis die Energie auf einen Schlag den Laser verlassen kann.

Lichtschnitt

Um den Standort des Lasers unabhängig vom Versuchsaufbau wählen zu können, gehört die Verwendung eines so genannten Strahlführungsarmes mittlerweile fast standardmäßig zu

³Im Mittel halten die Elektronen dieses Niveau $\approx 250 \mu\text{s}$

einer PIV Ausrüstung. Der Laserstrahl, der eine sehr hohe Energiedichte besitzt, wird in Rohren geführt und mit Spiegeln an deren Gelenken reflektiert. Am Ende des Führungsarmes ist die Lichtschnittoptik angebracht, die durch zylindrische Linsen den Strahl erst in der einen Richtung auffächert und dann in senkrechter Richtung bündelt. Der Auffächerungswinkel bestimmt die Länge des Lichtschnitts im Betrachtungsbereich, während die Linse zur Bündelung des Lichtschnitts so gewählt wird, dass seine Stärke im Messbereich möglichst gering ist. Die laterale Bewegung der Partikel zwischen den beiden Aufnahmen muss in jedem Fall deutlich kleiner als die Lichtschnittdicke sein, denn sonst wäre eine Partikelverfolgung nicht möglich.

3.1.3 Bildaufnahme

Um zwei Ereignisse fotografisch festzuhalten, bieten sich grundsätzlich drei Möglichkeiten an.

- Die Belichtung von zwei unabhängigen Aufnahmen zu den Zeitpunkten t_1 und $t_2 = t_1 + \Delta t$.
- Die doppelte Belichtung einer einzelnen Aufnahme zu den Zeitpunkten t_1 und $t_2 = t_1 + \Delta t$.
- Die fortwährende Belichtung einer einzelnen Aufnahme im Zeitraum Δt zwischen den Zeitpunkten t_1 und t_2 .

Letzteres Verfahren zeigt zweidimensionale Bahnlinien und ist zwar für die optische Auswertung, nicht aber für die digitale Auswertung der Bilder geeignet. Die Auswertung der Partikelverschiebung bei der doppelten Belichtung einer einzelnen Aufnahme kann über die Autokorrelation erfolgen. Man kann sich jedoch leicht vorstellen, dass bei der doppelten Belichtung die Bewegungsrichtung der Partikel nicht eindeutig zu bestimmen ist. Adrian [4] hat zwar eine Methode vorgestellt, bei der die Kamera zwischen den Belichtungen um einen bestimmten Betrag verschoben wird, so dass die Bewegungsrichtung eindeutig nachvollzogen werden kann, die Entwicklung schnell auslesbarer CCD-Chips hat jedoch dazu beigetragen, dass diese Technik ins Hintertreffen geriet. Die Aufnahme zweier unabhängiger Bilder und deren Auswertung über die Kreuzkorrelation ist mittlerweile etabliert.

Digitale Bildaufnahme

Die digitale Fotografie hat die Particle Image Velocimetry revolutioniert. Digitale Bilder können im Nachhinein bearbeitet werden und die Auswertung kann seither automatisiert ablaufen. In der digitalen Fotografie haben sich die so genannten CCD-Sensoren (charge-coupled device) gegenüber anderen durchgesetzt. Ein CCD-Sensor besteht aus vielen Bildelementen oder Pixeln (engl. für *picture element*). Jedes dieser Bildelemente besteht aus einem dotierten Halbleiter, über dem eine isolierende Schicht mit optisch transparenten Elektroden liegt. Trifft nun ein Photon auf den Halbleiter, wird beim fotoelektrischen Effekt ein Elektron aus dem Halbleiterverbund herausgeschlagen. Es entstehen sowohl Elektronen als auch positive Löcher. Bei dem am Fachgebiet für Hydromechanik vorhandenen *progressive scan interline transfer CCD-Sensor* wird die Ladung eines Pixels seitlich in eine abgedeckte Zwischenspeicherzelle, das so genannte Shift-Register, übergeben. Dieser Vorgang dauert weniger als

1 μs . Von dort aus wird die elektrische Ladung erst in einen abgedunkelten Streifen, das so genannte Transfer-Register, verschoben, bevor sie ausgelesen wird. Der Vorteil liegt für die PIV auf der Hand, denn die Belichtungszeit kann elektronisch durch die Übergabe der Ladungen an den Zwischenspeicher gesteuert werden. Dadurch werden einerseits sehr kurze Belichtungszeiten möglich, andererseits kann die zweite Belichtung quasi direkt danach erfolgen. Allerdings bedingt die seitliche Anordnung des Shift-Registers eine Reduktion der fotosensitiven Fläche. Dieser Nachteil wird durch *on-chip micro lenses*, die das einfallende Licht auf das jeweilige Pixel bündeln, fast vollständig kompensiert. Die ausgelesenen Ladungen sind direkt proportional zu den aus dem Verbund geschlagenen Elektronen und werden über einen Analog-Digitalwandler in eine Intensität umgerechnet. Die verwendete Kamera hat ein Auflösungsvermögen von 12 bit, der Grauwert kann also von null (schwarz) bis $2^{12} - 1 = 4095$ (weiß) dargestellt werden.

Elektronisches Rauschen Alle elektronischen Geräte sind mit einem Fehler nämlich dem Rauschen behaftet. Bei CCD-Chips sind es besonders Temperatureffekte, die neben dem fotoelektrischen Effekt zu Elektronen-Löcher-Paaren führen; schwach beleuchtete Partikel können teilweise nicht mehr von dem völlig zufälligen Hintergrundrauschen unterschieden werden. Ein weiterer elektronischer Fehler entsteht durch das schnelle Auslesen des Sensors, der mit der steigender Auslesefrequenz wächst. Diesem Fehler kann man durch verzögertes Auslesen von PIV-Bildern nicht begegnen, da die schnelle Wiederbelichtung des Chips für die PIV wichtig ist.

Für die extrem langen Aufnahmesequenzen, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, beeinflussen zwei Effekte die Bildintensitäten. Einerseits nimmt die Laserleistung über die Versuchsdauer ein wenig ab, andererseits steigt der Rauschpegel des CCD-Chips durch den Betrieb der Kameras, da sie sich während des Betriebs erwärmen.

Bildbearbeitung

Es gibt etliche Verfahren, um die aufgenommenen Bilder zu manipulieren und damit das oben beschriebene elektronische Rauschen, das zu Fehlvektoren führen kann, zu eliminieren. Idealerweise ist die Intensität der Grauwerte einer PIV Aufnahme normalverteilt. Damit repräsentiert das Bild die Lichtintensität des Laserlichtschnitts. Reflexionen an Berandungen, das oben beschriebene elektronische Rauschen und polydisperse Partikelgrößen verzerren jedoch die Verteilung. Die Auswertung kann deutlich verbessert werden, indem die minimale Pixelintensität einer Aufnahmesequenz von jedem einzelnen Pixelwert subtrahiert wird. Dieses Vorgehen entspricht der Subtraktion des Hintergrundbildes. Zusätzlich empfiehlt es sich einen konstanten Wert von der Pixelintensität abzuziehen, um das elektronische Rauschen zu reduzieren. Die Pixelintensität wird nach unten durch null und nach oben durch $2^n - 1$ begrenzt.

$$I_{(x,y,t)}^b = I_{(x,y,t)} - I_{\min(x,y)} - \text{const.} \quad (3.20)$$

3.1.4 Auswertung der PIV-Bilder

Im folgenden Abschnitt wird beschrieben, wie die einzelnen Bilder zu Geschwindigkeitsvektoren führen. Die Grundlage dieses Unterkapitels bildet das Buch “Particle Image Velocimetry - A Practical Guide” von Raffel et al. [54], das als Standardwerk angesehen werden kann.

Grundsätzlich bieten sich die Autokorrelation und die Kreuzkorrelation an, um Verschiebungen von Bildmustern zu berechnen. Mittlerweile ist der Einsatz von solchen CCD-Chips Stand der Technik, die im Bereich von ns belichtet werden können. Deshalb kann auf die aufwendige Richtungserkennung bei der Autokorrelation verzichtet werden. Im Folgenden wird deshalb nur auf die Kreuzkorrelation, der zwei unabhängige Bilder zugrunde liegen, eingegangen.

$I = I(x, y)$ sei die Bildintensität und Γ das Partikelensemble der Partikel 1 bis N an der Position \mathbf{X} in der Strömung.⁴ Die Bildintensität lässt sich durch das Partikelensemble Γ über die Bildebene \mathbf{x} folgendermaßen beschreiben:

$$I_1(\mathbf{x}, \Gamma) = \tau(\mathbf{x}) * \sum_{i=1}^N V_1(\mathbf{X}_i) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (3.21)$$

Dabei wird die allgemeine Punktspreizfunktion $\tau(\mathbf{x})$ mit der um die Partikelposition \mathbf{X}_i verschobenen Dirac-Funktion $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$ überlagert, um den geometrischen Ort der Partikelbildintensitätsverteilung zu erhalten. Dieser wird mit einer Transferfunktion $V_1(\mathbf{X})$ multipliziert, die die vom Partikel gestreute Lichtintensität auf das elektronische Signal des CCD-Sensors überträgt. Dies geschieht im Allgemeinen für N Partikel. Dieser Gleichung liegt die Annahme zugrunde, dass trotz des kohärenten Laserlichts keine Interferenz durch überlappende Partikelbilder entsteht. Aus Gleichung 3.21 folgt:⁵

$$I_1(\mathbf{x}, \Gamma) = \sum_{i=1}^N V_1(\mathbf{X}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (3.22)$$

Analog zu Gleichung 3.22 lässt sich die Intensitätsverteilung des zweiten Bildes beschreiben. Unter der Annahme eines konstanten Verschiebungsvektors \mathbf{D} für alle Partikel in der Strömung und einer konstanten Verschiebung in der Bildebene \mathbf{d} ergibt sich die Intensitätsverteilung zu

$$I_2(\mathbf{x}, \Gamma) = \sum_{j=1}^M V_2(\mathbf{X}_j + \mathbf{D}) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j - \mathbf{d}) \quad (3.23)$$

⁴Fettgedruckte Buchstaben bezeichnen Vektoren und große Buchstaben die Position in der Strömung z. B. $\mathbf{X}_i = f(x, y, z)$.

Kleine Buchstaben bezeichnen Positionen auf der Bildebene z. B. $\mathbf{x}_i = f(x, y)$. Partikel der ersten Aufnahme werden mit $i \dots N$, der zweiten mit $j \dots M$ indiziert.

⁵mit $f(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) = f(\mathbf{x}) * \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$

Damit kann die Kreuzkorrelationsfunktion als Multiplikation der Intensitätsfelder der beiden Zeitschritte allgemein aufgestellt werden. \mathbf{s} ist dabei der relative Verschiebungsvektor des zweiten Bildes in Bezug auf das erste.

$$\mathbf{R}(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) = \sum_{i,j} V_1(\mathbf{X}_i) V_2(\mathbf{X}_j + \mathbf{D}) \int_{IA_y} \int_{IA_x} \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j + \mathbf{s} - \mathbf{d}) dx dy \quad (3.24)$$

Um eine höhere räumliche Auflösung zu erhalten, werden PIV-Bilder in so genannte Interrogation Areas unterteilt. In diesen Bildbereichen herrschen an den jeweiligen Positionen unterschiedliche Intensitäten I . Diese resultieren aus den jeweiligen Punktspreizfunktionen des an Partikeln gestreuten Laserlichts. Ein Partikelbild, das sich über mehrere Pixel erstreckt, wird nur über die einzelnen Intensitäten der betroffenen Pixel wiedergegeben. Es ergibt sich ein räumliches und zeitliches Intensitätsmuster $I_{(x,y,t)}$. Die im zeitlichen Abstand Δt aufgenommenen Bilder sollen mit $I_{1(x,y,t_1)}$ und $I_{2(x,y,t_2)}$ bezeichnet werden. So ergibt sich die Kreuzkorrelationsfunktion \mathbf{R} für ein zweidimensionales Feld als Mittelwert der Multiplikationen der um s_x und s_y versetzten Punktwerte der beiden Aufnahmen.

$$\mathbf{R}(s_x, s_y) = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \sum_{s_x = -IA_{Lx}/2}^{IA_{Lx}/2} \sum_{s_y = -IA_{Ly}/2}^{IA_{Ly}/2} I_{1(x,y)} I_{2(x+s_x, y+s_y)} \quad (3.25)$$

Die Intensitätsverteilung des zweiten Bildes wird um einen Vektor \mathbf{s} verschoben und mit der ortsfesten Intensitätsverteilung des ersten Bildes korreliert. Hierbei werden die nach der Verschiebung aufeinanderliegenden Intensitäten miteinander multipliziert und über den gesamten Überlappungsbereich der beiden Bilder aufsummiert. Der numerische Aufwand ist enorm und steigt quadratisch mit der Größe der Interrogation Areas.

Um Rechenzeit zu sparen, kann die Kreuzkorrelation unter Ausnutzung des Korrelations-theorems auch im Fourier-Raum durchgeführt werden [54].

Fourier-Transformation basierte Auswertung

Allgemein ist die Fourier-Transformierte $\hat{f}(x)$ einer Funktion $f(x)$:

$$\hat{f}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega x} f(x) dx \quad (3.26)$$

Für den zweidimensionalen Fall wird die Fourier-Transformation zunächst in einer Koordinatenrichtung durchgeführt, bevor das Ergebnis in der zweiten Richtung Fourier-transformiert wird.

$$\hat{f}_{2D}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega xy} f(x, y) dx dy \quad (3.27)$$

Bezeichnet man die Fourier-Transformierten der Intensitätsverteilungen der jeweiligen Interrogation Areas mit $\hat{I}_{1(x,y,t_1)}$ und $\hat{I}_{2(x,y,t_2)}$, so führt laut Korrelationstheorem die Multipli-

kation von \hat{I}_1 mit der konjugiert Komplexen von \hat{I}_2 , \hat{I}_2^* , ebenfalls zur Korrelationsfunktion [54].

$$\mathbf{R} = \hat{I}_{1(x,y,t_1)} \cdot \hat{I}_{2(x,y,t_2)}^* \quad (3.28)$$

Über die Rücktransformation und die Bestimmung des Maximums erhält man die wahrscheinlichste Verschiebung der Intensitätsverteilung.

Rein formal ergeben sich für die Bestimmung der Korrelationsfunktion von zwei $IA_L \times IA_L$ großen Interrogation Areas im Realraum IA_L^4 Multiplikationen und $2IA_L - 1$ Additionen. Für die Kreuzkorrelation im Fourier-Raum sind für die zwei Bilder zwei 2D-Fourier-Transformationen, eine komplexe Multiplikation $IA_L \times IA_L$ sowie eine inverse Fourier-Transformation notwendig. Der Rechenaufwand beträgt $3 (IA_L^2 \log_2 IA_L^2)$ für die Fast Fourier-Transformationen (FFT) sowie unter der Annahme, dass eine komplexe Multiplikation vier reellen Multiplikationen und zwei reellen Additionen entspricht, $4IA_L^2$ Multiplikationen und $2IA_L^2$ Additionen. Das bedeutet, dass bei einer Interrogation Area-Größe von 32×32 Pixeln die Rechenzeit durch die FFT um den Faktor 50 reduziert werden kann. Dieser Vorteil ermöglicht erst die Auswertung der immensen Datenmengen mithilfe von Workstations. Weitere Rechenzeit kann laut Raffel et al. [54] eingespart werden, da bei realwertigen Funktionen der Realteil der Fourier-Transformierten symmetrisch ist, während der Imaginärteil antisymmetrisch ist. Einen weiteren zeitlichen Vorteil erhält man, wenn die maximal mögliche Verschiebung vorgegeben wird. So können zum Beispiel physikalisch unmögliche Verschiebungen a priori ausgeschlossen werden und damit eine weitere Rechenzeitreduktion bewirken. Die Probleme, die durch die Auswertung auf Basis der Fourier-Transformation entstehen, werden im Folgenden kurz diskutiert.

Periodizität des Signals Die Fourier-Transformierte wird über ein Integral von minus unendlich bis plus unendlich gebildet. Ist das Signal endlich, jedoch periodisch fortsetzbar, werden alle Signalfrequenzen korrekt abgebildet. Die Intensitäten in den Interrogation Areas sind jedoch finit in ihrer Ausdehnung und nicht periodisch. Die Fourier-Transformierten geben also nicht exakt den Intensitätsverlauf des Bildes wieder. Ein Ansatz, das so genannte *zero padding*, sieht vor, den Bereich um die Interrogation Area zu schwärzen, bevor die Fourier-Transformierte über einen größeren Bereich berechnet wird. Diese Vorgehensweise verfälscht jedoch die physikalischen Gegebenheiten aus Sicht des Verfassers mehr, als die Annahme der Periodizität des Signals. Denn inmitten der Strömung nimmt die Pixelintensität nicht abrupt auf null ab. Vielmehr befinden sich statistisch verteilt Partikel in der Umgebung der betrachteten Interrogation Area, so dass die Annahme eines periodischen Signalverlaufs eher gerechtfertigt ist.

Aliasing Nachdem die Ausgangssignale der Kreuzkorrelation durch die Fourier-Transformation \hat{I} und \hat{I}^* periodisch sind, ist das Ergebnis der Korrelation selbst periodisch. Wenn sich z. B. in einer Interrogation Area mit der Länge IA_L ein Versatz größer $IA_L/2$ ergibt, dann wird das Korrelationsmaximum auf die entgegengesetzte Seite gespiegelt. Wenn das Nyquist-Theorem nicht eingehalten wird ($d_{x,tatsächlich} > IA_L/2$), spricht man von *Aliasing* $d_{x,gemessen} = d_{x,tatsächlich} - IA_L$ [54]. Bei einem tatsächlichen Versatz zwischen $|1/2 IA_L|$ und $|IA_L|$ erhält man bei der PIV durch Aliasing die entgegengesetzte Bewegungsrichtung.

Zeitlicher Abstand der Belichtungen Je größer der Versatz ist, umso weniger überlappen sich die Interrogation Areas der beiden Bilder und dadurch werden weniger Partikelpaare miteinander korreliert. Wählt man den zeitlichen Abstand der Laserblitze hingegen zu kurz, können kleine Bewegungen zum Beispiel in der Grenzschicht nicht mehr aufgelöst werden. Als Faustregel gilt ein zeitlicher Abstand von etwa $\Delta t = \frac{1/4 IA_L}{u_{\max}}$. Dieser Wert ist nicht nur ein Kompromiss zwischen dem so genannten *in-plane loss* und dem dynamischen Auflösungsvermögen, sondern er gewährleistet auch, dass Aliasing nicht auftritt.

Folgerungen Aliasing kann durch den zeitlichen Abstand der Belichtungen ausgeschlossen werden⁶, so dass als einziger Nachteil der Fourier-Transformation-basierten Korrelation die nicht erfüllte Forderung nach Periodizität des Signals aufgeführt werden kann. Dies hat Auswirkungen auf die errechneten Vektoren, die jedoch von untergeordneter Bedeutung sind. Berücksichtigt man die aufgeführten Bedingungen, überwiegt der zeitliche Vorteil und die Fourier-Transformation-basierte Auswertung führt zu verlässlichen Korrelationsdaten [54].

Subpixelverfeinerung

Ohne die Subpixelverfeinerung könnten Geschwindigkeiten mit der PIV nur in diskreten Werten von $px/\Delta t$ berechnet werden, denn das Ergebnis der Kreuzkorrelation ist eine zweidimensionale Funktion mit einem Maximum an einer ganzzahligen Pixelposition. Wenn die Partikelbilddurchmesser jedoch mehrere Pixel abdecken, wird das Maximum der Korrelationsfunktion breiter und die angrenzenden Funktionswerte können zur genaueren Bestimmung der Verschiebung herangezogen werden. Bedingung hierfür ist, dass der mittlere Partikelbilddurchmesser in einer Interrogation Area größer als ein Pixel, besser $d_b \gtrsim 2,0$ px, ist. Wenn für die Bestimmung der Subpixel-Verschiebung die beiden Nachbarn des Maximums verwendet werden, spricht man von einer Dreipunktanpassung.

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Methode ist die Detektion des Korrelationspeaks durch die Approximation über eine Gauß'sche Normalverteilung. Dies ist physikalisch darin begründet, dass scharfe Partikelbilder durch eine Gauß-Funktion angenähert werden können⁷ und die Korrelation von zwei Normalverteilungen ebenfalls eine Normalverteilung ergibt [54].

Die Subpixel-verfeinerte Verschiebung x_0 und y_0 wird über eine Gauß'sche Normalverteilung folgendermaßen bestimmt.

$$\begin{aligned} x_0 &= i + \frac{\ln R_{(i-1,j)} - \ln R_{(i+1,j)}}{2 \ln R_{(i-1,j)} - 4 \ln R_{(i,j)} + 2 \ln R_{(i+1,j)}} \\ y_0 &= j + \frac{\ln R_{(i,j-1)} - \ln R_{(i,j+1)}}{2 \ln R_{(i,j-1)} - 4 \ln R_{(i,j)} + 2 \ln R_{(i,j+1)}} \end{aligned} \quad (3.29)$$

⁶Es treten keine Verschiebungen größer als $|1/2 IA_L|$ auf.

⁷Die Gauß-Funktion kann in Näherung der Airy-Funktion als Punktspreizfunktion dienen.

Alternativ kann das Subpixel-Maximum der Korrelationsfunktion z. B. auch über eine Parabel lokalisiert werden.

$$\begin{aligned} x_0 &= i + \frac{R_{(i-1,j)} - R_{(i+1,j)}}{2R_{(i-1,j)} - 4R_{(i,j)} + 2R_{(i+1,j)}} \\ y_0 &= j + \frac{R_{(i,j-1)} - R_{(i,j+1)}}{2R_{(i,j-1)} - 4R_{(i,j)} + 2R_{(i,j+1)}} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Wenn die Partikelbilddurchmesser kleiner als zwei Pixel sind, erhält man bei der Subpixelverfeinerung eine Tendenz zu ganzzahligen Verschiebungen. Dieser Effekt, der als *peak locking* bezeichnet wird, rührt daher, dass sich das Maximum der Korrelationsfunktion eben nicht über die drei verwendeten Punkte erstreckt. Eine gängige Methode, dem entgegenzuwirken, also den Partikelbilddurchmesser d_b zu vergrößern, ist laut Raffel et al. [54] die leichte Defokussierung des Objektivs. Die gestreute Lichtintensität wird jedoch auf eine größere Fläche auf dem Bildsensor verteilt, erfordert also eine größere Laserleistung. Außerdem entspricht das Partikelabbild nicht mehr einer Airy-Funktion.

Auswertedetails

In den folgenden Abschnitten werden Details der Auswertung der PIV-Bilder beschrieben.

Geschwindigkeitsgradienten Gradienten im Strömungsfeld verfälschen die PIV-Ergebnisse, da zum Beispiel am oberen Ende einer Interrogation Area eine andere Geschwindigkeit herrscht als am unteren. Die Verscherung eines zum Zeitpunkt t_0 quadratischen Fluidelements zum Zeitpunkt $t_1 = t_0 + \Delta t$ ergibt für den Partikelversatz dx und dy mit einem Taylor-Ansatz erster Ordnung aus kinematischen Überlegungen:

$$d_x(x, y) = d_x(x_0, y_0) + \frac{\partial d_x}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial d_x}{\partial y}(y - y_0) \quad (3.31)$$

$$d_y(x, y) = d_y(x_0, y_0) + \frac{\partial d_y}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial d_y}{\partial y}(y - y_0) \quad (3.32)$$

Der Taylor-Ansatz kann beliebig erweitert werden, um Verformungen höherer Ordnung abbilden zu können. Daraus wurden PIV-Algorithmen entwickelt, bei denen die Interrogation Areas iterativ verschert werden [36]. Initial wird ein Geschwindigkeitsfeld mit rechteckig geformten Interrogation Areas berechnet, aus dem wiederum die Gradienten und daraus die Verformungen bestimmt werden. Im zweiten Iterationsschritt werden die Interrogation Areas mit den Gradienten des vorangegangenen Schritts z. B. aus beiden Aufnahmen zu halben Teilen verschert. Dies geschieht für alle weiteren Iterationsschritte. Die Verscherung wurde zunächst von Jambunathan et al. [32] vorgeschlagen und von Tokumaru und Dimotakis [68] auf Verformungen höherer Ordnung erweitert. Dadurch erhält man höhere Korrelationspeaks, allerdings steigt der Rechenaufwand enorm. Kim und Sung [36] haben die Fehlerentwicklung von linearen Deformationsalgorithmen anhand von synthetisch erzeugten Bildern untersucht und eine optimale Anzahl von drei Schritten angegeben, wengleich bis

zu 30 Schritte für aufwändige Berechnungen in Kauf genommen werden [63]. Die Anwendung dieser Algorithmen ist vor allem in der Scherschicht, wo große Gradienten herrschen, anzuraten. Oft ist aber eine Verfeinerung der Auflösung ein probates Mittel, um die steileren Gradienten erfassen zu können, denn der Rechenaufwand ist geringer als bei den Deformationsalgorithmen.

Anzahl der Partikelpaare Keane und Adrian [33, 34] untersuchten die erforderliche effektive Partikelpaaranzahl einer Interrogation Area \mathcal{N} , um eindeutige Korrelationsergebnisse zu erzielen, anhand von synthetisch erzeugten Bildern, bei denen die Partikel über Monte-Carlo-Simulationen willkürlich verteilt waren. Sie empfehlen für eine Partikelpaaranzahl in der Interrogation Area einen Faktor für den Verlust von Partikelpaaren in der Messebene \mathcal{P}_i (*in-plane loss*) und den Verlust durch Partikelbewegungen aus der Messebene heraus \mathcal{P}_o (*out-of-plane loss*), dass deren Produkt größer acht ist. Damit erreicht die Wahrscheinlichkeit zur validen Detektion der Verschiebung mittels Kreuzkorrelation 95%. Vergrößert man die zweite Interrogation Area und verbreitert die Lichtschnittdicke des zweiten Pulses, werden die Faktoren für den *in-plane loss* \mathcal{P}_i und den *out-of-plane loss* \mathcal{P}_o zu eins [35]. Das bedeutet, dass sich für die valide Detektion 95% aller Vektoren mindestens acht Partikel in der ersten Interrogation Area befinden müssen. In derselben Interrogation Area in der zweiten Aufnahme sind diese acht sowie evtl. weitere hinzugekommene Partikel. Was in den Arbeiten jedoch nicht weiter untersucht wurde, ist die Intensitätsauflösung des CCD-Chips (8 bit, 12 bit, 16 bit) sowie die Intensitätsverteilung selbst. Willert et al. [74] untersuchten dann den Einfluss der Intensitätsauflösung und kamen zu dem Ergebnis, dass ab einer 4 bit-Darstellung keine signifikante Verbesserung der Messgenauigkeit mehr eintritt, da die Effekte durch die Fourier-Transformation überwiegen.

Verlust von Partikelpaaren Eine Methode, um den so genannten *in-plane loss*, also den Verlust von Partikeln in der Lichtschnittebene, zu kompensieren, wird oft als *rekursive Gitter* bezeichnet. Der Geschwindigkeitsvektor einer initialen Kreuzkorrelation wird dafür verwendet, die Interrogation Area der zweiten Belichtung in einem weiteren Iterationsschritt um diesen Vektor zu versetzen [35]. Dadurch erhält man deutlich mehr Partikelpaare und damit höhere Korrelationspeaks. Überprüft man zwischen den Iterationsschritten die Validität der Vektoren und interpoliert schwach korrelierte, bzw. nicht valide Vektoren, steigt durch die Verschiebung der Interrogation Area des zweiten Bildes die Wahrscheinlichkeit der korrekten Detektion des Korrelationspeaks. Der *out off plane loss* tritt nur bei stark dreidimensionalen Strömungen maßgeblich in Erscheinung, so dass im vorliegenden Strömungsfall keine Maßnahmen dagegen getroffen werden mussten.

Validierung der PIV-Vektoren

Die Validierung der Vektoren ist ein unverzichtbares Instrument der PIV. Da die Kreuzkorrelation ein statistisches Auswerteverfahren ist, ergeben sich zwangsläufig Fehlvektoren, die eliminiert werden müssen. Laut Westerweel [71] ergeben sich in einem Strömungsfeld typischerweise 5% Fehlvektoren. Die so genannten *outliers* sind in einem Vektorfeld meist gut erkennbar, jedoch müssen für die automatisierte Auswertung Algorithmen die fehlerhaften Vektoren herausfiltern. Fehlvektoren haben die Eigenschaft, dass sie deutlich von ihren

Nachbarn abweichen und häufig an den Berandungen des Strömungsfeldes oder des Bildausschnitts liegen. Es ist grundsätzlich besser, einen korrekten Vektor herauszufiltern, als einen Fehlvektor in der Auswertung zu berücksichtigen.

Im Folgenden wird nur auf die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Algorithmen eingegangen.

Suchfenster Eine Möglichkeit besteht darin, die Verschiebung aus vorangehenden Abschätzungen zu antizipieren und die Korrelation nur für ein bestimmtes Suchfenster durchzuführen. Neben dem Ausschluss von physikalisch unsinnigen Werten, z. B. einer Verschiebung $d_x \geq IA_L/2$ bei der Auswertung über eine Fourier-Transformation, spart man nebenbei auch Rechenzeit.

Median-Filter Der Median-Filter wurde von Westerweel [71] vorgeschlagen und findet aufgrund seiner Eignung gerade in turbulenten Strömungen breite Anwendung. Hierbei wird der Vektor als nicht valide erkannt, wenn er vom Median der acht, 24 bzw. 48 umliegenden Vektoren um einen bestimmten Grenzwert abweicht.

$$\left| u_{\text{median}} - u_{(i,j)} \right| > \zeta \quad (3.33)$$

Westerweel [71] vergleicht die Effizienz von lokalen Mittelwert- und Medianfiltern. Befindet sich ein Fehlvektor im zu untersuchenden Bereich, wird der Mittelwert verzerrt und die Überprüfung auf Validität ist obsolet. Viel stabiler ist hingegen der Medianfilter, bei dem alle angrenzenden Vektoren der Größe nach sortiert werden. Ausreißer liegen am Anfang oder am Ende der Sequenz und haben daher keinen Einfluss auf den Median. Bei 90% validen Vektoren ergibt sich laut Westerweel für vier oder mehr Fehlvektoren in einem 3×3 -Umfeld lediglich eine Wahrscheinlichkeit von 0,2%. Dadurch ist die fehlerbehaftete Überprüfung eines Vektors fast ausgeschlossen.

Interpolation

Um lückenlose Vektorfelder zu erhalten, können die Fehlvektoren durch Interpolationen ersetzt werden. Dafür stehen unterschiedliche Interpolationsschemata zur Verfügung. Die Interpolation an sich ist sinnvoll, um geschlossene Vektorfelder zu erhalten. Gerade im Bereich von Berandungen werden die Messwerte jedoch häufig durch die Interpolation verzerrt (siehe Kapitel 5).

Glättung

PIV-Daten können über eine Gauß'sche Wichtungsfunktion über ihre Nachbarn geglättet werden. Obwohl zum Beispiel Nakagawa und Hanratty [48] diese Prozedur bei der Auswertung ihrer PIV-Bilder durchführen, ist dies nicht anzuraten. Sie erzielen gerade im wandnahen Bereich keine Übereinstimmung von PIV- mit LDA-Daten. Die Reynolds-Spannungen liegen bei der PIV deutlich unter den Werten der LDA-Messungen, was durch das geringere räumliche Auflösungsvermögen der PIV erklärt wird. Durch die Glättung der Daten wird die Auflösung der Daten jedoch weiter reduziert.

In Verbindung mit einem rekursiven Gitter kann die Glättung des Vektorfelds im ersten Iterationsschritt sinnvoll sein. Im ersten Iterationsschritt erhält man im Allgemeinen eine geringere Ausbeute an validen Vektoren. Interpoliert man die Lücken und glättet im Anschluss das Feld, ist dies ein guter Schätzwert für den initialen Versatz im zweiten Iterationsschritt.

3.1.5 Folgerungen

Mit der Particle Image Velocimetry können Geschwindigkeitsfelder in Strömungen gemessen werden. Neben der sorgfältigen Auswahl von Partikeln, die neben den ausführlich beschriebenen dynamischen Eigenschaften auch praktisch handhabbar sein müssen, obliegt dem Experimentator die gründliche Abstimmung von Laserschnitt und Kamera. Mit dem PIV-Bild, dessen Güte nur optisch beurteilt werden kann, steht und fällt die Auswertung, so dass die Justage von Laserschnitt und Kamera sowie die Wahl und Dichte des Seedings die Qualität limitieren. Das Bild kann im Anschluss lediglich in Bezug auf dessen Kontrast z. B. durch Subtraktion des Minimalwertbildes verbessert werden. Für gute Bilder führt die Kreuzkorrelation dann zu Vektorfeldern, die aufgrund des statistischen Auswerteverfahrens validiert werden müssen. Hierfür ist neben Kenntnissen über die Strömung (Maximalwerte, Gradienten, rms-Werte, etc.) auch Fingerspitzengefühl nötig.

Für die FFT-basierte Auswertung muss neben den oben erwähnten Punkten noch beachtet werden, dass die Korrelationsfunktion einem systematischen Fehler unterliegt. Dieser rührt daher, dass für größere Verschiebungen weniger Partikelpaare zur Korrelation beitragen können, so dass eine kleinere Verschiebung wahrscheinlicher ist [54]. Dieser Fehler kann aber mit entsprechenden Wichtungsfunktionen vollständig eliminiert werden.

Wenn alle Schritte gewissenhaft durchgeführt werden, erhält man mittels PIV verlässliche Geschwindigkeitsfelder. Zu einer Überprüfung mittels redundanter Messverfahren z. B. LDA kann nur geraten werden, denn dadurch gewinnt die komplexe PIV enorm an Vertrauen.

3.2 Laser-Doppler-Anemometrie

Die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) ist eine berührungslose Messtechnik, bei der die Geschwindigkeit von Partikeln in einer Strömung punktuell gemessen werden kann. Für die Ausführungen über Laser und Partikel wird auf die einschlägigen Abschnitte in Kapitel 3.1 verwiesen.⁸

In den 70-iger und 80-iger Jahren des vergangenen Jahrhunderts wurde die Entwicklung verschiedener LDA-Typen verfolgt. Da sich das Kreuzstrahlenverfahren durchgesetzt hat und in der vorliegenden Arbeit Verwendung fand, wird im Folgenden nur auf dieses Verfahren eingegangen. Bei der Laser-Doppler-Anemometrie interferieren zwei kohärente Laserstrahlen, die gegeneinander einen Winkel von 2ϕ aufweisen, im Messvolumen. Abbildung 3.4 zeigt schematisch den Aufbau einer LDA-Anlage. Der vom Laser emittierte Strahl wird in zwei Teile gleicher Intensität und Kohärenz aufgegliedert. Durch eine Linse werden die beiden Strahlen zur Überschneidung gebracht. Im Kreuzungspunkt interferieren die beiden Strahlen, so dass

⁸Im Gegensatz zur PIV werden jedoch nicht gepulste, sondern so genannte cw Laser (continuous wave Laser), die kontinuierlich Strahlung emittieren, eingesetzt.

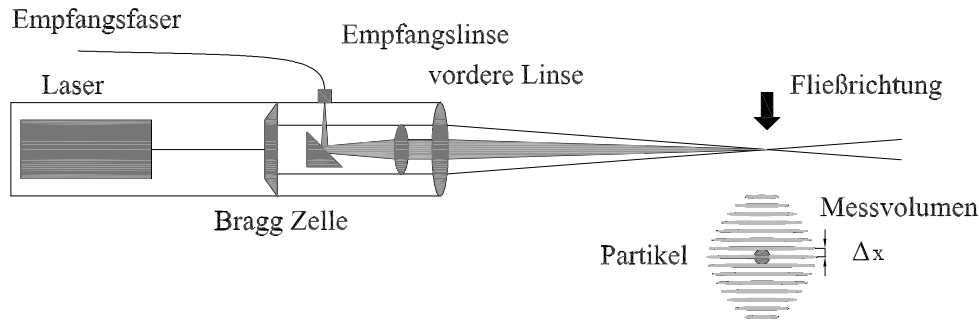


Abbildung 3.4: Aufbau einer LDA-Anlage.

Partikel abhängig von der Lichtintensität am jeweiligen Ort im Messvolumen Licht streuen. Das im Winkel von etwa 0° gestreute Licht wird mit Hilfe einer Linse gebündelt und trifft auf einen Photomultiplier, der das Empfangssignal an einen Transientenrekorder weitergibt. Das Signal wird dann gefiltert und Fourier-transformiert. Aus der vorherrschenden Frequenz lässt sich über den Interferenzstreifenabstand quasi zeitecht auf die Geschwindigkeit des Streulichtpartikels schließen.

3.2.1 Interferenz zweier Laserstrahlen

Herleitungen zur Interferenz zweier sich im Winkel von 2ϕ schneidenden Laserstrahlen finden sich in 'Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik' von Ruck et al. [8] oder in 'Einführung in die Strömungsmesstechnik' von Eckelmann [21]. Die Koordinate x bezeichnet die Richtung der zu messenden Geschwindigkeit, e_1 und e_2 die Einheitsvektoren, die in Ausbreitungsrichtung der Laserstrahlen deuten. Auf Grundlage der skalaren Wellentheorie lässt sich die elektrische Feldstärke E_1 einer elektromagnetischen Welle über

$$E_1 = A_1 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \sin \phi + y \cos \phi) - \omega t\right)} \quad (3.34)$$

beschreiben. Hierbei sind A_1 die Amplitude, sowie ω und λ die Kreisfrequenz bzw. die Wellenlänge des kohärenten Laserlichts. x und y geben die Ortskoordinaten mit dem Ursprung im Kreuzungspunkt an. Die Indizes gelten respektive für den zweiten Strahl mit der Phasenverschiebung Φ .

$$E_2 = A_2 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}(-x \sin \phi + y \cos \phi) - \omega t + \Phi\right)} \quad (3.35)$$

Im Überlappungsbereich erhält man die elektrische Feldstärke aus der Superposition der beiden Strahlen.

$$E = E_1 + E_2 \quad (3.36)$$

Die Intensität eines elektromagnetischen Feldes lässt sich wiederum berechnen zu: $J = 1/2 E \cdot E^*$. Daraus ergibt sich für die Überlagerung der beiden Wellen (siehe Anhang A.2):

$$J = \frac{1}{2} (E_1 + E_2) (E_1^* + E_2^*) = \frac{1}{2} \left[A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 A_2 \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} (x \sin \phi) + \Phi \right) \right] \quad (3.37)$$

Die Intensitätsverteilung besteht aus einem Gleichanteil $\frac{1}{2} (A_1^2 + A_2^2)$, dem so genannten Pedestal, und einem Wechselanteil $A_1 A_2 \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} (x \sin \phi) + \Phi \right)$, der Modulation. Durch die Gauß-förmige Intensitätsverteilung der TEM_{00} -Mode des Lasers ist der Pedestal auch Gauß-förmig über den Querschnitt verteilt. Aus der Intensitätsverteilung resultieren Maxima für $\frac{4\pi x}{\lambda} \sin \phi + \Phi = 2n\pi$ und Minima für $\frac{4\pi x}{\lambda} \sin \phi + \Phi = (2n - 1)\pi$. Hieraus ergibt sich für den Abstand der Maxima bzw. Minima Δx Gleichung 3.38.

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \phi} \quad (3.38)$$

Da bei der LDA der Laserstrahl in zwei Strahlen gleicher Amplitude $A_1 = A_2 = A$ aufgeteilt wird, erhält man für die Maxima $J_{\max} = A^2$ und für die Minima $J_{\min} = 0$.

Brechung

Ein Laserstrahl wird an Grenzflächen von Medien unterschiedlicher optischer Eigenschaften gebrochen. Beim Eintritt in ein optisch dichteres Medium wird ein im Winkel ϕ_1 auf das Medium treffender Strahl zum Lot hin gebrochen. Dies geschieht nach dem allgemein bekannten Brechungsgesetz $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n_i$ mit n_i als Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten in den unterschiedlichen Medien $n_i = c_1/c_2$. Da die Frequenz des Lichts bei der Brechung konstant bleibt, muss sich die Wellenlänge beim Übertritt verändern. Aus $c_1 = \lambda_1 f$ sowie $c_2 = \lambda_2 f$ lässt sich die Wellenlänge im dichteren Medium ausdrücken durch: $\lambda_2 = \lambda_1/n_i$. Gleichzeitig verändert sich der Schnittwinkel der beiden Laserstrahlen mit $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n_i$; $\sin \alpha_2 = \frac{\sin \alpha_1}{n_i}$. Damit ergibt sich für den Interferenzstreifenabstand $\Delta x = \frac{\lambda_2}{2 \sin \alpha_2} = \frac{1}{n_i} \frac{\lambda_1}{2 \sin \alpha_1} n_i = \frac{\lambda_1}{2 \sin \alpha_1}$. Der Interferenzstreifenabstand Δx bleibt demnach vom Übergang der Laserstrahlen in unterschiedliche Medien unberührt.

3.2.2 Geschwindigkeitsmessung

Wenn sich ein vom Fluid mitgeführtes Partikel durch das Interferenzmuster bewegt, streut es abhängig von der Lichtintensitätsverteilung Licht. Der Photomultiplier registriert das gestreute Licht mit dem zeitlichen Abstand, den das Partikel von einem Interferenzmaximum zum nächsten benötigt. Daraus ergibt sich die Geschwindigkeitskomponente eines Partikels senkrecht zu den interferierenden Laserstrahlen im Messvolumen mit der Dopplerfrequenz f_d zu

$$u_d = f_d \cdot \Delta x = f_d \frac{\lambda}{2 \sin \phi} \quad (3.39)$$

Damit lässt sich zwar der Betrag der Geschwindigkeitskomponente, nicht jedoch die Richtung des Partikels detektieren. Um die Richtung des Vorzeichens eindeutig erfassen zu können, wird das Interferenzstreifenmuster mit einer bekannten Geschwindigkeit $u_s > u_{\max}$ bewegt. Dies geschieht folgendermaßen:

Verändert man die Kreisfrequenz des ersten Strahls um ω_s , erhält man für das elektromagnetische Feld (siehe Gl. 3.34):

$$E_1 = A_1 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \sin \phi + y \cos \phi) - (\omega + \omega_s)t\right)} \quad (3.40)$$

Aus der Superposition der beiden Felder resultiert nun (Gln. 3.35 und 3.40):

$$J = \frac{1}{2} \left[A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 A_2 \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} (x \sin \phi) - \omega_s t + \Phi \right) \right] \quad (3.41)$$

Somit bleibt der Abstand der Interferenzmaxima gleich, das Interferenzmuster verschiebt sich jedoch mit der so genannten Shiftfrequenz $f_s = \omega_s / (2\pi)$ oder der Shiftgeschwindigkeit u_s .

$$u_s = \frac{\omega_s}{2\pi/\Delta x} = \frac{\lambda f_s}{2 \sin \phi} \quad (3.42)$$

Die detektierte Frequenz f_b , auch als Burstfrequenz bezeichnet, ist also die Summe aus Dopplerfrequenz und Shiftfrequenz.

$$f_b = f_d + f_s = \frac{u_p 2 \sin \phi}{\lambda} + \frac{u_s 2 \sin \phi}{\lambda} = \frac{2 \sin \phi}{\lambda} (u_p + u_s) \quad (3.43)$$

Die daraus erhaltene Geschwindigkeit besteht aus dem Anteil der Partikelbewegung und dem Anteil aus der Bewegung des Interferenzmusters.

$$u_p + u_s = \frac{f_b \lambda}{2 \sin \phi} = \frac{f_d + f_s}{2 \sin \phi} \lambda \quad (3.44)$$

Aus den Gleichungen 3.44 und 3.42 lässt sich nun die Geschwindigkeit des Teilchens bestimmen.

$$u_p = \frac{(f_b - f_s) \lambda}{2 \sin \phi} \quad (3.45)$$

Die Veränderung der Frequenz wird durch so genannte Bragg-Zellen erreicht. Diese akustooptischen Wandler modifizieren die Frequenz des im Winkel θ einfallenden Lichts mit Hilfe einer mit einem Piezokristall erzeugten akustischen Welle der Wellenlänge Λ . Durch die fortschreitende akustische Welle entstehen Dichteunterschiede, die eine Veränderung der Brechungsindizes im Kristall bewirken. Durch die Bewegung der Dichteunterschiede ändert sich die optische Wellenlänge nach dem Doppler-Effekt, so dass auch die Frequenz des Laserlichts moduliert wird. Damit keine destruktive Überlagerung auftritt, muss zwischen nebeneinanderliegenden Wellen ein Lauflängenunterschied von λ (siehe Abb. 3.5) herrschen. Der Winkel,

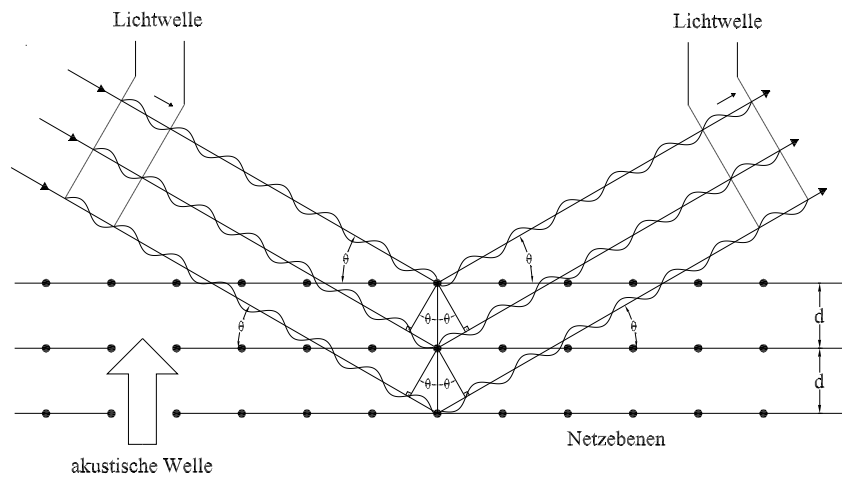


Abbildung 3.5: Reflexion unter dem Bragg-Winkel, 1. Ordnung.

bei dem dies der Fall ist, wird Bragg-Winkel θ genannt. Er hängt von der optischen λ und der akustischen Wellenlänge Λ ab.

$$2 \sin \theta = o \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (o = 0, 1, 2, 3 \dots) \quad (3.46)$$

o bezeichnet die Ordnung des gebeugten Strahls, wobei bei der LDA lediglich der nicht reflektierte Strahl und der Strahl erster Ordnung Verwendung finden. In der technischen Anwendung macht man Gebrauch von zwei Bragg-Zellen, um die Erregerfrequenzen der Bragg-Zellen, die im Bereich von 40 – 120 MHz liegen, auf beliebig niedrige Differenzfrequenzen heruntermischen zu können. Mit Hilfe von Linsen werden die Strahlen nullter und erster Ordnung in ihrer Richtung korrigiert, so dass sie parallel aus dem Laser austreten.

Streulicht

Die Streulichteigenschaften der im Fluid transportierten Seeding-Partikel wurden bereits in Kapitel 3.1.1 diskutiert. Über die ideale Größe der Seedingpartikel gibt es unterschiedliche Empfehlungen. Während Eckelmann [21] den optimalen Partikeldurchmesser mit dem halben Interferenzstreifenabstand $d_p = \Delta x/2$ angibt, empfehlen Durst et al. [20] ein Verhältnis von eins zu vier. Letztere untersuchten den Einfluss der Partikelgröße auf das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR, engl. *signal-to-noise ratio*) und stellten fest, dass mit entsprechender Filterung selbst bei einem Verhältnis von 20 : 1 noch Partikel eindeutig detektiert werden können. Anders als bei der PIV wird bei der LDA der Anteil des Streulichts aufgenommen, der je nach Bauart unter dem Winkel von etwa 0° oder 180° gestreut wird.

Filterung

Der Photomultiplier registriert idealerweise das Streulicht eines Partikels mit der Frequenz f_b . Die Aufnahme Frequenz eines einzelnen Partikels wird jedoch durch weitere das Messvolumen

durchkreuzende Partikel, anderweitige Streulichtreflexionen sowie elektronisches Rauschen verfälscht. Physikalisch nicht mögliche Streulichtfrequenzen werden mit Hoch- und Tiefpassfiltern eliminiert, bevor das Signal weiterverarbeitet wird. Die Hochpassfilterung des Signals dient vor allem dazu, den niederfrequenten Anteil des Streulichts (Pedestal), der durch die Gauß-förmige Intensitätsverteilung der Interferenzmaxima im Messvolumen entsteht, herauszufiltern.

Burst

Durch eine Fourier-Analyse des Aufnahmesignals kann die vorherrschende Frequenz, also die Streulichtfrequenz, bestimmt werden. Dies geschieht folgendermaßen:

Das Signal des Photomultipliers wird mit einer bestimmten Aufnahme Frequenz f_a ausgelesen. Die Aufnahme Frequenz muss in jedem Fall mehr als doppelt so hoch sein wie die Shiftfrequenz, damit kein Aliasing auftritt; $f_a > 2f_s$. Wenn das Aufnahmesignal einen bestimmten Schwellenwert überschreitet, detektiert der Photomultiplier eine Reflexion; diesen Vorgang nennt man *triggern*. Das Signal wird nun in eine bestimmte Zahl von Stichproben vor und nach dem triggern unterteilt und dann einer FFT unterzogen. Wird beim maximalen Signal getriggert, ist eine Aufteilung der Stichproben vor und nach dem Triggern jeweils zur Hälfte ratsam.⁹ Wenn die Amplitude einer Frequenz deutlich höher ist als die einer anderen Frequenz, kann davon ausgegangen werden, dass das Signal von einem Partikel stammt. Der Signalwellenzug eines einzelnen Partikels wird *Burst* genannt.

Wie in Kapitel 3.1 bereits ausgeführt setzt die Fourier-Analyse eines begrenzten Signals dessen Periodizität voraus. Wenn das Signal zeitlich begrenzt ist, was durch die endliche Anzahl von Stichproben bei der LDA der Fall ist, und nicht periodisch ist, treten so genannte Seitenbänder im Frequenzbereich auf. Mit Fensterfunktionen wie *Hamming*, *Hanning* oder *Blackman* lässt sich dieser so genannte *leakage*-Effekt vermindern, aber nicht gänzlich kompensieren. Über diese Fensterfunktionen werden die Randwerte geringer gewichtet. In den folgenden Gleichungen 3.47, 3.48, 3.49 bedeutet n die jeweilige von N Stützstellen.

Die mathematischen Beschreibungen lauten für das Hamming-Fenster

$$f(n) = 0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \quad , \quad (3.47)$$

das Hanning-Fenster:

$$f(n) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi n}{N} + \pi\right) \right) \quad \text{und} \quad (3.48)$$

das Blackman-Fenster:

$$f(n) = 0,42 - 0,5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0,08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right) \quad . \quad (3.49)$$

⁹Dies liegt wiederum in der Gauß-förmigen Verteilung der Interferenzmaxima (Pedestal) über das Messvolumen begründet.

Das Signal, das in der Regel durch die Gauß'sche Intensitätsverteilung des Interferenzmusters am Rand niedrig ist, wird durch die Fenster weiter abgeschwächt.

Interpolation

In aller Regel ist die Dopplerfrequenz des Partikels nicht exakt durch die Anzahl der Stichproben N auflösbar. Die maximale Auflösung zwischen zwei Frequenzen berechnet sich z. B. aus der Aufnahme­frequenz und der Anzahl der Stichproben $\Delta f = f_a/N$. Daraus erhält man eine Geschwindigkeitsauflösung von $\Delta u = \frac{\Delta f \lambda}{2 \sin \phi}$. Bei einer Aufnahme­frequenz von $f_a = 10^7$ MHz und 4096 Stichproben ergibt sich mit $\lambda = 532$ nm und $2\phi = 4,289^\circ$ eine Geschwindigkeitsauflösung von $\Delta u = 0,0173$ m/s. Dies ist für die meisten Anwendungen bei weitem nicht ausreichend. Die Genauigkeit des Frequenzmaximums aus dem Fourier-transformierten Signal kann zum Beispiel durch die Einbeziehung der beiden Nachbarn mit Hilfe einer parabolischen Interpolation oder der Einpassung einer Gauß'schen Glockenkurve um ein Vielfaches erhöht werden. Letztendlich entspricht das Verfahren der Subpixel-Verfeinerung bei der PIV. Die Messgenauigkeit ist von der Aufnahme­frequenz, der Anzahl der Stichproben und der Behandlung der Seitenbänder abhängig.

Weiterreichende Erläuterungen zur Signalverarbeitung finden sich z. B. in Durst et al. [20].

3.2.3 LDA-Auswertung

Die Ensemblemittelung der Geschwindigkeitsmessungen überschätzt bei der LDA aufgrund der willkürlichen Zeitpunkte der jeweiligen Messung den Mittelwert, da sich Partikel höherer Geschwindigkeit kürzer im Messvolumen aufhalten. Schnelle Partikel werden dadurch statistisch häufiger erfasst. Diesen Verfälschungsfehler (*biasing error*) erkannten zuerst McLaughlin und Tiedermann [44] 1973. Zahlreiche Arbeiten beschäftigten sich daraufhin mit diesem Phänomen. Zusammenfassungen hierzu finden sich unter anderem in [8] und [61].

Barnett und Bentley [7] schlugen vor, den zeitlichen Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Signalen zur Korrektur bei der Mittelwertbildung heranzuziehen. Für die Berechnung der mittleren Geschwindigkeiten wurde das Geschwindigkeitssignal zeitlich mit einem Verfahren zweiter Ordnung integriert. Die Auswertung der Reynolds-Spannungen erfolgt ebenfalls über eine Zeitintegration. t_0 bezeichnet die gesamte Messdauer, während der Index i die einzelne Messung für die mittlere Geschwindigkeit (Gl. 3.50) und für die mittlere Reynolds-Normalspannung (Gl. 3.51) repräsentiert.

$$\langle u_t \rangle = \frac{1}{t_0} \int_{t=0}^{t_0} u_i dt \approx \frac{1}{t_0} \sum_{i=1}^N u_i \Delta t_i = \frac{1}{t_0} \sum_{i=1}^N u_i \cdot ((t_{(i+1)} - t_{(i)}) / 2 + (t_{(i)} - t_{(i-1)}) / 2) \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \langle u'_t u'_t \rangle &= \frac{1}{t_0} \int_{t=0}^{t_0} (u_i - \langle u_t \rangle)^2 dt \approx \frac{1}{t_0} \sum_{i=1}^N (u_i - \langle u_t \rangle)^2 \Delta t_i \\ &= \frac{1}{t_0} \sum_{i=1}^N (u_i - \langle u_t \rangle)^2 ((t_{(i+1)} - t_{(i)}) / 2 + (t_{(i)} - t_{(i-1)}) / 2) \end{aligned} \quad (3.51)$$

Buchhave [15] ging mit der Problematik ähnlich um, als er 1975 vorschlug, die Aufenthaltszeit eines Partikels im Messvolumen über einen Wichtungsfaktor in die Mittelwertbildung mit einzubeziehen [73].

Stevenson et al. [64] schlugen laut Ruck et al. [8] in einer Arbeit vor, die nicht vorliegt, den *biasing error* durch periodisches Ziehen von Stichproben zu eliminieren. Der Zeitabstand zwischen den Stichproben ist durch den maximalen Abstand zwischen zwei Messungen definiert, so dass alle Geschwindigkeiten gleich gewichtet werden. Sampelt man mit dem maximalen Zeitabstand zwischen zwei Messungen Δt_{\max} und insgesamt M aus N Stichproben, erhält man für die mittlere Geschwindigkeit:

$$\langle u_p \rangle = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M u_j \quad (3.52)$$

Für die Reynolds-Normalspannungen ergibt sich analog:

$$\langle u'_p u'_p \rangle = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (\langle u_p \rangle - u_j)^2 \quad (3.53)$$

Obleich der *Bias-Korrektur* in der Literatur nicht unkritisch begegnet wird (Ruck et al. [8]) und sie laut Eckelmann [21] vor allem bei hohen Datenraten obsolet zu sein scheint, hat die Zeitintegration im Rahmen der vorliegenden Arbeit deutlich bessere Ergebnisse als die Ensemblemittelung geliefert. Gerade auf der Hügelkrone, wo gleichermaßen sehr hohe und sehr niedrige Geschwindigkeiten auftreten, weichen die Ergebnisse voneinander ab. Der Ensemblemittelwert wird an dieser Stelle gegenüber der Zeitintegration um 4,4% bei $Re = 37000$ überschätzt. Ein Vergleich an derselben Stelle zwischen den Verfahren nach Barnett und Stevenson ergibt Abweichungen von nur 2,7‰. Weil die Anzahl der Stichproben im Fall von Stevenson gegenüber der Auswertemethode nach Barnett drastisch reduziert ist ($M/N \leq 1/10$) und die Statistik der Reynolds-Spannungen nicht eingelaufen ist, werden in dieser Arbeit Ergebnisse nach Barnett diskutiert.

3.2.4 Folgerungen

LDA-Messungen sind wissenschaftlich anerkannt, weil bei sorgfältiger Justage Geschwindigkeiten verlässlich gemessen werden können. Allerdings ist auch die Geschwindigkeitsmessung mit LDA nicht trivial.

Die Shiftfrequenz muss so gewählt werden, dass auch die betragsmäßig größte Rückströmgeschwindigkeit aufgelöst werden kann. Weiterhin muss die Aufnahme Frequenz dem schon in Kapitel 3.1 diskutierten Nyquist-Theorem genügen und soll gleichzeitig mit der für die FFT zur Verfügung stehenden Stützstellen eine hohe Geschwindigkeitsauflösung gewährleisten. Außerdem muss die so genannte Triggerschwelle, also die Lichtintensität, ab der der Photomultiplier den Signalwellenzug zur weiteren Verarbeitung übergibt, sinnvoll gesetzt werden. Die Frequenzen müssen hoch- und tiefpassgefiltert werden, so dass der Pedestal die Messung nicht verfälscht, oder unsinnig hohe Frequenzen zu physikalisch unmöglichen Geschwindigkeiten führen. Die Wahl des SNR ist bei der LDA extrem wichtig, da etliche das Messvolumen durchkreuzende Partikel teilweise zu starken Amplitudenspektren führen und so falsche Er-

gebnissen produzieren würden. Anders als bei der PIV hat der SNR bei einer validen LDA-Messung keinen Einfluss auf die gemessene Geschwindigkeit.

Bei der Auswertung der Mittel- und rms-Werte sollten die Methoden nach Stevenson und Barnett zumindest mit der Ensemblemittelung verglichen werden.

3.3 Magnetisch-induktiver Durchflussmesser

Der Magnetisch Induktive Durchflussmesser (MID) macht sich das Induktionsprinzip zunutze, das Faraday 1831 entdeckte [26].

Wenn senkrecht zur Fließrichtung eines elektrisch leitenden Stoffes ein Magnetfeld herrscht, wird durch die Bewegung eine Spannung induziert, die direkt proportional zur magnetischen Induktion B , zum Elektrodenabstand D_e und zur mittleren Geschwindigkeit \bar{u} ist: ($\mathcal{U}_I \sim BD_e\bar{u}$). Der Elektrodenabstand D_e und die magnetische Induktion B sind durch den Messaufbau konstant, so dass der Volumenstrom Q proportional zur Spannung ist. Für ein kreisrundes Rohr ergibt sich für den Durchfluss $Q = \frac{d_r^2\pi}{4}\bar{u}$ eine Proportionalität zur induzierten Spannung $Q \sim \mathcal{U}_I$. Restriktionen für die Verwendung eines solchen Durchflussmessgeräts ergeben sich aus den Einbaubedingungen, die einen Vorlauf $\geq 10d_r$ und einen Nachlauf $\geq 5d_r$ fordern, sowie aus der minimalen elektrischen Leitfähigkeit ς des Stoffes. Diese beträgt für das verwendete Gerät $\varsigma \geq 0,05 \text{ mS/m}$ und liegt damit weit unterhalb der Leitfähigkeit von Leitungswasser mit $\varsigma_{LW} \approx 50,0 \text{ mS/m}$. Mit einem MID kann der Volumenstrom eines elektrisch leitfähigen Stoffes mit einer Genauigkeit von etwa 3% gemessen werden. Dies reichte lediglich dafür aus, den Durchfluss für das jeweilige Experiment zu justieren, nicht jedoch dafür, die Messergebnisse weiterzuverwenden.

3.4 Piezoelektrische Drucksonden

Der Druck kann innerhalb eines Fluids bisher nur intrusiv gemessen werden. An der Berandung lassen sich Drücke hingegen aufzeichnen, ohne die Strömung zu beeinflussen. Über eine Bohrung in der Wandung, die über einen Schlauch mit einem piezoelektrischen Wandler in Verbindung steht, kann der Druck an dieser Stelle gemessen werden.

Dem piezoelektrischen Wandler liegt das Prinzip eines Dehnmessstreifens zugrunde. Durch Deformation entstehen bei bestimmten Kristallen, zum Beispiel Quarz oder Cadmiumsulfid, sowie bei ferroelektrischen Keramiken (z. B. Bariumtitanat) elektrische Ladungen \mathcal{Q} , die direkt proportional zum Druck p sind, der auf den Kristall einwirkt $\mathcal{Q} \sim p$ [21]. Ein piezoelektrischer Wandler besteht aus einem dünnen Kristall, der mit einer Metallschicht überzogen ist. Werden die Ladungen an der Metallschicht abgegriffen, ergibt sich aus $\mathcal{J} = \partial\mathcal{Q}/\partial t$ zwischen der Stromstärke \mathcal{J} ein proportionaler Zusammenhang zur Änderung des Drucks $\mathcal{J} \sim \partial p/\partial t$. Daraus ergibt sich für den Druck $p = \int_t \mathcal{J}(t) dt$ [21].

Der Druck in einer Strömung kann absolut (unter Einbeziehung des Atmosphärendrucks), relativ (ohne Einbeziehung des Atmosphärendrucks) und als Differenzdruck (Differenz zwischen zwei Druckmessstellen) gemessen werden.

4 Versuchsaufbau

4.1 Kanal

Im Laboratorium für Hydromechanik wurde ein Wasserkanal von insgesamt elf Metern Länge aufgebaut, um die turbulente Strömung über periodische Hügel experimentell zu untersuchen. Die in diesem Kapitel aufgeführten Abmessungen werden sowohl in Metern, als auch in Hügelhöhen ($h = 50 \text{ mm}$) angegeben.

4.1.1 Fluid

In Kapitel 2.2 wurde beschrieben, dass sich die Strömung über periodische Hügel unabhängig vom Fluid ähnlich verhält, so lange gleiche Reynolds-Zahlen vorherrschen. Für diese Untersuchungen wurde Wasser als Fluid gewählt, weil wegen der geringeren kinematischen Zähigkeit und der größeren Dichte bei gleicher Reynolds-Zahl die Kräfte etwa 4,5 mal und die charakteristische Zeit mehr als 13 mal größer sind als in Luft. Größere Drücke können genauer gemessen und langsamer ablaufende Prozesse besser verfolgt werden [21]. Außerdem kann Wasser im Gegensatz zu Luft leichter geseedet werden. Der wohl größte Nachteil bei der Verwendung von Wasser ist, dass Luftblasen ausgasen und am Kanaldeckel transportiert werden können. Dadurch ist die vorgegebene Randbedingung nicht mehr erfüllt. Dieser Aspekt wird im Laufe dieses Kapitels zusammen mit Gegenmaßnahmen beschrieben.

Temperatur

Die Frischwassertemperatur von 6°C passte sich der Umgebungstemperatur von ca. 20°C rasch an (siehe Unterpunkt Wasserqualität). Während der Versuche erwärmte sich das Wasser durch das Pumpen um bis zu 2°C . Dies entspricht in diesem Temperaturbereich einer Änderung der Viskosität von bis zu $\Delta\nu \approx 5\%$ (vgl. Gl. 3.1). Die Änderung der Viskosität wurde bei der Durchführung der Versuche nicht berücksichtigt; es erfolgte also keine Anpassung des Durchflusses, um die Reynolds-Zahl konstant zu halten. Im Anhang wird allerdings für jeden Versuch die kleinste, mittlere und größte Reynolds-Zahl angegeben. Die Änderungen der Viskosität haben im untersuchten Bereich jedoch keinen nennenswerten Einfluss auf die Strömung (siehe Kapitel 6).

Wasserqualität

Das verwendete Trinkwasser wurde gefiltert, mit Hilfe eines Ionenaustauschers entkalkt und gechlort. Die Filterung war nötig, um Fremdpartikel zu entfernen. Erst später wurde das Wasser geseedet, so dass sichergestellt werden konnte, dass es sich bei den detektierten Partikeln tatsächlich um das Seedingmaterial handelt. Die Entkalkung war erforderlich, weil

durch die Erwärmung des Wassers $CaCO_3$ ausfällt [75] und sich an den Kanalwänden absetzt. Außerdem verfälschen Kalkpartikel, die sich nicht absetzen, die Messergebnisse, da sie größer sind und damit träger reagieren als die Seeding-Partikel (siehe Kapitel 3.1.1). Weil in stehendem beleuchteten Wasser ohne chemische Behandlung Algen wachsen, musste das Wasser gechlort werden. So konnte das Wachstum von Biofilm an den Kanalwänden verhindert werden.

4.1.2 Material

Der Kanal sowie Ein- und Auslaufbehälter wurden vor allem aus 20 mm starken PVC-Platten realisiert. Für die optische Zugänglichkeit wurde der Kanaldeckel auf einer Länge von 1,80 m aus 20 mm starkem Plexiglas gebaut, während eine Kanalwand in diesem Bereich aus ebendiesem Plexiglas, die andere aus 8,0 mm starkem Sicherheitsglas hergestellt wurde. Die Hügel bestehen aus einer Kunststoffmischung auf Polyurethanbasis. Sie wurden aus monolithischen Blöcken auf einer CNC-Fräsmaschine geformt und mit feinstem Schleifpapier bearbeitet, so dass die Oberflächenrauheit mit $\leq 1 \mu\text{m}$ beziffert werden kann. Im Bereich zwischen den Hügeln besitzt der Kanal einen doppelten Boden, so dass die Hügel mit ihren 20 mm hohen Sockeln direkt auf der Ebene der ebenfalls 20 mm starken PVC-Platten anschließen. Diese Übergänge sind mit Epoxidharz glatt ausgekleidet.

4.1.3 Hydraulisches System

Um etwaige Pumpenschwankungen auszugleichen, wurde der Versuchskanal in zwei quasi unabhängige hydraulische Systeme unterteilt. Ein System wird aus dem Rücklaufgerinne, dem Rohrsystem, der Pumpe und dem Einlaufbehälter gebildet. An den Einlaufbehälter mit freier Oberfläche schließt dann der eigentliche Kanal mit einem Auslaufbehälter am Ende an (siehe Abb. 4.1).

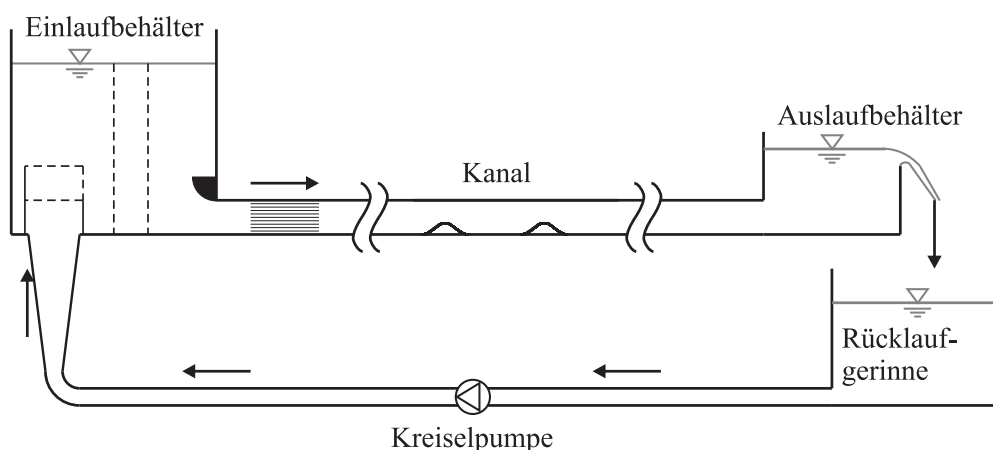


Abbildung 4.1: Skizze des hydraulischen Systems.

Rücklaufgerinne - Einlaufbehälter

Die verwendete Pumpe ist eine Kreiselpumpe mit einer Nennleistung von 14 kW. Über einen nach unten gerichteten 90°-Krümmer wird Wasser durch ein 0,50 m langes Rohrstück mit einem Durchmesser von 0,20 m axial angesaugt und über Schaufeln radial beschleunigt. Am Pumpenausstritt $d_r = 0,125$ m wird das Wasser direkt um 90° umgelenkt und trifft auf einen Schieber. Zehn Rohrdurchmesser liegen zwischen Schieber und magnetisch-induktivem Durchflussmesser (MID von Fischer-Porter, Modell D10D), fünf zwischen diesem und einem angeschlossenen Schlauch. Vom Schlauch aus leitet ein Diffusor mit einer Verziehung von einem Innendurchmesser von 0,125 m auf 0,30 m das Wasser in den 1,3 m³ großen Einlaufbehälter. Aus der Drosselkurve des hydraulischen Systems ergibt sich bei einer Pumpenhöhe von etwa 1,0 m der Betriebspunkt der Pumpe bei 70 l/s. Da die Kreiselpumpe nicht drehzahl geregelt ist, wurde ein Schieber hinter der Pumpe angeordnet. Der Schieber dient der Energievernichtung, so dass der Durchfluss und somit die Reynolds-Zahl einstellbar sind.

Einlaufbehälter - Kanal - Auslaufbehälter

Die im Folgenden beschriebenen Abmessungen sind in den Abbildungen 4.2 (Längsschnitt) und 4.3 (Querschnitt) dargestellt. Das aus dem Rücklaufgerinne gepumpte Wasser wird

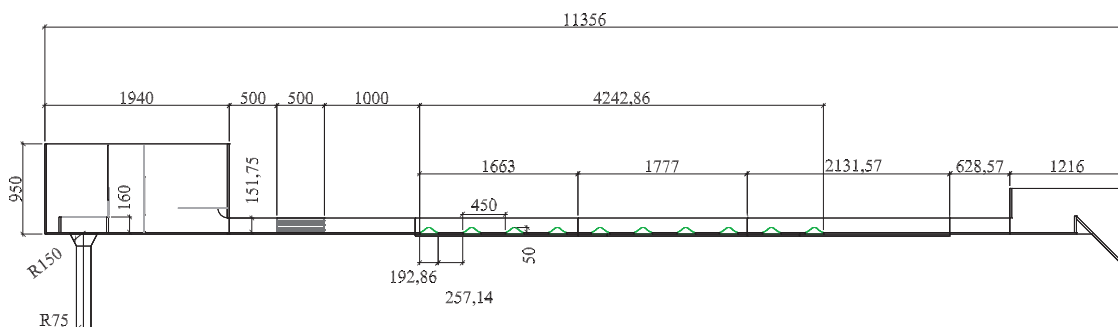


Abbildung 4.2: Längsschnitt des Wasserkanals in [mm].

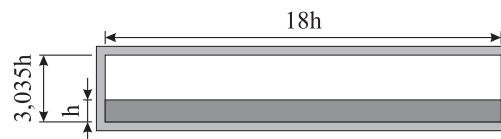


Abbildung 4.3: Querschnitt des Wasserkanals, Abmessungen in h .

durch den Diffusor verzögert und gelangt in einen 1,8 m ($36h$) langen, 0,80 m ($16h$) hohen und 0,90 m ($18h$) breiten Einlaufbehälter (siehe Abb. 4.4).¹ Mehrere Einbauten beruhigen den eintretenden Strahl, bevor das Wasser in den rechteckigen Kanal geleitet wird. Besondere Aufmerksamkeit musste den Einbauten bei den hohen Reynolds-Zahlen geschenkt werden, denn der Strahl regt die Wasseroberfläche ohne entsprechende Maßnahmen zum

¹Alle Maße beziehen sich auf Innenabmessungen, $h = 50$ mm.

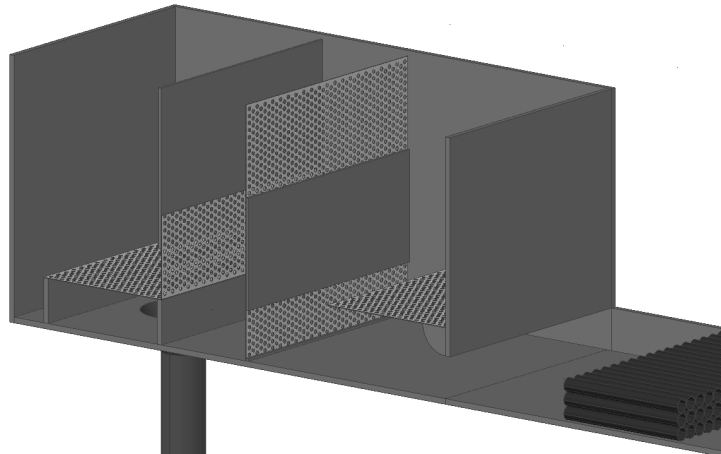


Abbildung 4.4: Einlaufbehälter mit Einbauten.

Schwingen an. Damit wäre eine homogene Einströmbedingung in den Kanal nicht mehr gewährleistet. Außerdem ist durch die Rückführung des Wassers in das Rücklaufgerinne gerade bei hohen Durchflüssen Luft im Wasser gelöst, die im Einlaufbehälter herausgefiltert werden muss. Ansonsten perlen Luftblasen durch Druckschwankungen im Kanal aus und bewegen sich am Kanaldeckel. Dies ändert einerseits die Randbedingung der Strömung und andererseits können Luftblasen durch Streulichtreflexionen den CCD-Chip der PIV-Kamera zerstören.

Zunächst mündet das Wasser mittig in eine 90 cm breite und 47 cm lange Kammer, die auf einer Höhe von 18 cm durch ein Lochblech (Öffnungsanteil 46,5%) geteilt ist. Beim Durchgang durch das Blech wird der Strahl in die Breite gezwungen, seine Energiedichte wird reduziert. Der Druckhöhenunterschied zwischen erster und zweiter Kammer zwingt das Wasser unter einer obenliegenden Absperrung durch ein Lochblech mit aufliegendem Luftfilter. Dieser Vlies bedingt in erster Linie einen weiteren hydraulischen Verlust, andererseits gelingt es dadurch, die im Wasser gelöste Luft heraus zu filtern. Dasselbe Prinzip wird zwischen der zweiten und der dritten Kammer wiederholt. Rein augenscheinlich sind die Wasserspiegelschwankungen, die vor allem bei hohen Reynolds-Zahlen in der ersten Kammer auftreten, im Einlaufbereich vollends abgeklungen (siehe Abb. 4.5). Ein horizontal liegendes Lochblech am Ende des Einlaufbehälters verhindert die Ausbildung so genannter Taylor-Görtler-Wirbel beim Einlauf des Wassers in den Kanal. Weiterhin ermöglicht eine viertelkreisrunde Ausbildung eine ablösungsfreie Anströmung an der oberen Kanalwand.

Der rechteckige Kanal weist eine Höhe von 151,75 mm auf, was 3,035 Hügelhöhen entspricht. Die Breite des Kanals wurde zu $18h$ gewählt, um Homogenität in spannweitischer Richtung zu erzielen.

An den Einlaufbehälter schließt sich eine 0,50 m bzw. $10h$ lange Strecke, bevor runde Strömungsgleichrichter mit einem Durchmesser von 22 mm bzw. $0,44h$ und einer Länge von 0,50 m respektive $10h$ angeordnet sind. Die Länge der Gleichrichter ist so gewählt, dass sich in den jeweiligen Röhrrchen eine turbulente Strömung ausbilden kann ($l \geq 20d_r$). Die Schwankungen der aus vielen turbulenten Freistrahlen bestehenden Strömung klingen schneller ab, als z. B. im Nachlauf eines Siebes [21]. Eine Strecke von 1,0 m oder $20h$ liegt zwischen den



Abbildung 4.5: Foto des Einlaufbehälters bei $Re \approx 37000$.

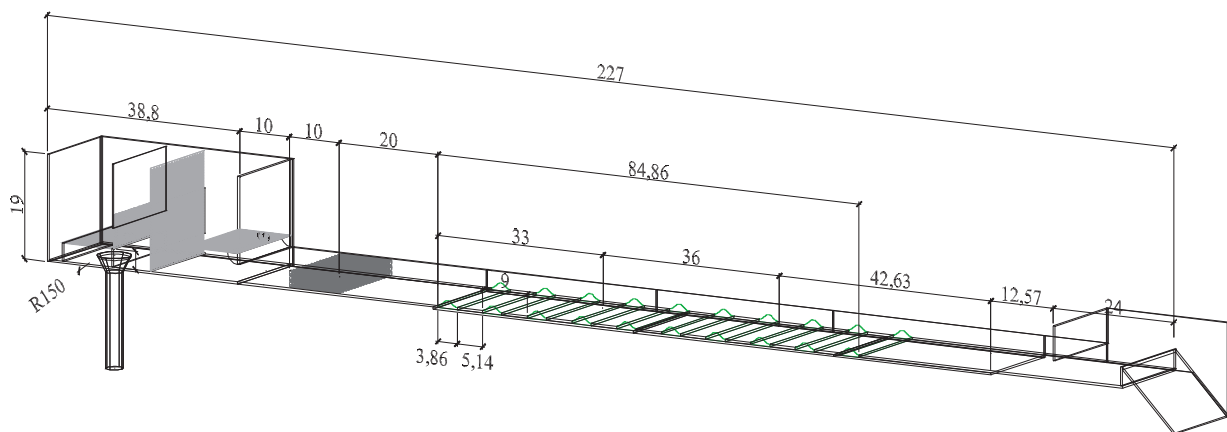


Abbildung 4.6: 3D-Kanalansicht mit Abmessungen in h .

Gleichrichtern und dem Fuß des ersten Hügels. Das entspricht einer gesamten Einlauflänge von 30 hydraulischen Radien. Insgesamt zehn Hügel folgen im Abstand von $0,45$ m bzw. $9h$ und engen den Kanal jeweils von $151,75$ mm ($3,035h$) auf $101,75$ mm ($2,035h$) ein. Zwischen dem Ende des letzten, des zehnten Hügels, und dem Auslaufbehälter liegen weitere $1,70$ m ($34h$) rechteckigen Kanals. Der Auslaufbehälter selbst ist $1,0$ m ($20h$) lang und endet mit einem Wehr. Von hier aus gelangt das Wasser wieder in das Rücklaufgerinne. Ein über den Wehrrücken gelegtes Segeltuch verhindert störenden Lufteintrag bei der Einmischung. Hierdurch werden nicht nur die Geräuschemissionen signifikant reduziert, sondern auch der Lufteintrag minimiert. Dadurch wird das spätere Ausgasen von Luft im Kanal verhindert.

4.1.4 Seeding-Partikel

Als Seeding-Partikel für die PIV wie für die LDA wurden so genannte *hollow glass spheres*, also hohle Glaskügelchen, mit einem Durchmesser d_p von ($8 \mu\text{m} \leq d_p \leq 12 \mu\text{m}$) verwendet. Herstellungsbedingt variiert die Partikeldichte zwischen $\rho_{p(\text{min})} = 0,1 \text{ g/cm}^3$ und $\rho_{p(\text{max})} = 1,5 \text{ g/cm}^3$, was allerdings keinen Einfluss auf das Folgeverhalten hat (siehe 4.1.4). Ein Vorteil z. B. gegenüber Polyamid-Seeding-Partikeln ist, dass die einzelnen Partikel in Wasser nicht aneinander haften. Außerdem besitzen sie hervorragende Streulichteigenschaften.

Folgeverhalten

Das Folgeverhalten von Partikeln wurde bereits in Kapitel 3.1.1 diskutiert. Nach Gleichung 3.10 ($\text{St} = t_r/t_\eta$) ist ersichtlich, dass für ein optimales Folgevermögen eine kleine Stokes-Zahl angestrebt wird. Im Folgenden soll nun untersucht werden, welche Stokes-Zahl sich unter den ungünstigsten Bedingungen einstellt, um den daher rührenden Messfehler abschätzen zu können. Die Partikelrelaxationszeit wird für den größten Durchmesser und die größte Dichte maximal $t_{r(\text{max})} = 1,20 \cdot 10^{-5} \text{ s}$. Um die minimale Kolmogorov'sche Zeit zu erhalten, muss die maximale Dissipation in die Gleichung eingehen. Zur Berechnung der Stokes-Zahl wurde die Dissipation ϵ aus einer DNS bei $\text{Re} = 5600$ von Peller et al. [49] verwendet.

Die Kolmogorov'schen Zeitmaße für die maximale Dissipation (ϵ_{max}) und die mittlere Dissipation des Strömungsfeldes (ϵ_{mean}) sind $t_{\eta(\text{max})} = 4,05 \cdot 10^{-4}$ und $t_{\eta(\text{mean})} = 1,96 \cdot 10^{-3}$. Daraus ergibt sich für die mittlere Dissipationsrate im Strömungsfeld eine maximale Stokes-Zahl von $\text{St} = 2,72 \cdot 10^{-3}$ und für die maximale Dissipation eine maximale Stokes-Zahl von $\text{St} = 1,32 \cdot 10^{-3}$. Für $\text{St} < 1$ kann davon ausgegangen werden, dass die Partikel der Strömung folgen. Aus $\eta \sim \text{Re}^{3/4}$ folgt mit Gleichung 3.2, dass die Dissipation mit u^3/\mathcal{L} skaliert. Damit ergeben sich aus der maximalen (ϵ_{max}) und der mittleren (ϵ_{mean}) Dissipation im Strömungsfeld von Peller et al. [49] die maximalen Stokes-Zahlen für die in Tabelle 4.1 aufgelisteten Reynolds-Zahlen. Aus dieser Tabelle wird ersichtlich, dass die Partikel für alle Reynolds-

St_{max}	ϵ_{mean}	ϵ_{max}
$\text{Re} = 5600$	$2,4510^{-3}$	$1,3210^{-2}$
$\text{Re} = 10600$	$7,0710^{-3}$	$3,4310^{-2}$
$\text{Re} = 19000$	$1,7010^{-2}$	$8,2310^{-2}$
$\text{Re} = 37000$	$4,6110^{-2}$	$2,2410^{-1}$

Tabelle 4.1: Maximale Stokes-Zahl der Seeding-Partikel

Zahlen auch den kleinsten Strukturen nicht träge folgen.

Partikelzugabe

Die suspendierten Partikel werden der Strömung in Kanalmitte über dem fünften Hügel mit Hilfe einer Spritzenpumpe kontinuierlich beigegeben.

4.2 Messaufbau PIV

Das verwendete 2D-PIV-System von *TSI* besteht in erster Linie aus zwei gepulsten 190 mJ Nd:YAG Lasern, einem Lichtführungsarm mit Lichtschnittoptik, einer 4 Mpx CCD-Kamera, einer Synchronisationseinheit und einem PC mit optischen Festplatten. Damit können bei einer Aufnahme­frequenz von 7,25 Hz in etwa 10000 Doppelbilder abgespeichert werden.

4.2.1 Vertikale Schnitte

Die Lichtschnittoptik ist mit Hilfe einer manuell bedienbaren 2D-Traversiereinheit über dem Messbereich verschiebbar. Der Laserstrahl wird über zwei konkave Linsen aufgefächert, damit sich der Lichtschnitt über eine gesamte Periode (45 cm) erstreckt. Weil die Justage des Lichtschnitts für die Messgenauigkeit wesentlich ist, bringt dies einen enormen Vorteil, da die aufwändigen Einstellarbeiten für jeden Messschnitt nur ein Mal gemacht werden müssen und immer an derselben Position gemessen wird. Indes ist die Laserleistung für die Beleuchtung dieser Fläche ausreichend. Durch eine weitere Linse wird der Laserschnitt gebündelt, so dass sich seine Taille im Kanal befindet.

Um die Aufnahme von Laserreflexionen an der Kanalwand zu vermeiden, wurde die Kamera in der jeweiligen optischen Achse des Systems positioniert (siehe Abb. 4.7). Um den gesamten Bereich zwischen zwei Hügeln so abzudecken, dass sich die Bilder überlappen, waren für die gewählte Auflösung von 0,141 mm/px sechs Kamerapositionen erforderlich. Die Kamera ist auf einem 3D-Rahmen mit Schrittmotoren befestigt, so dass ihre Position in jeder Raumrichtung mit einer Genauigkeit von 0,3 mm ansteuerbar ist. Um den jeweiligen Versatz der sechs Aufnahme­fenster bestimmen zu können, wird ein speziell angefertiges Kalibriertarget in den Messbereich gebracht. Ein Fixpunkt, dessen Pixel-Position vor und nach dem Ansteuern einer neuen Position bestimmt wird, dient unabhängig von Ansteuerungsfehlern dazu, den Versatz der Aufnahmen und damit die Position jedes Pixels im Strömungsfeld mit der Abbildungsgenauigkeit eines Pixels $\approx 0,141 \text{ mm} = 2,82 \cdot 10^{-3} h$ zu berechnen.

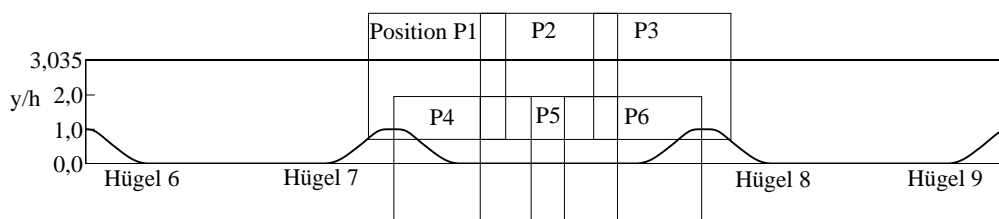


Abbildung 4.7: Zusammensetzung der Messebene aus sechs Kamerapositionen.

Die Unterteilung des Messbereichs bedingt Folgendes:

- Es sind keine instantanen Informationen über das gesamte Strömungsfeld einer Periode verfügbar.
- Ein Experiment besteht aus sechs einzelnen Messungen, während derer sehr ähnliche, aber nicht identische Bedingungen herrschen.

- Die Messergebnisse müssen adäquat vereinheitlicht werden.

Der Bezugswert, mit dem die Geschwindigkeiten in den einzelnen Bildrahmen gewichtet werden, ist u_b . u_b lässt sich nur direkt durch die Aufnahmen von Position $P1$ und $P3$ bestimmen, da hier der gesamte Querschnitt aufgenommen wird.

$$u_b = \frac{1}{\Delta y} \int_{1,0h}^{3,035h} u(y) dy \quad (4.1)$$

Als Referenz wurde der Querschnitt aus Aufnahme $P1$ gewählt. Der Normierungsfaktor

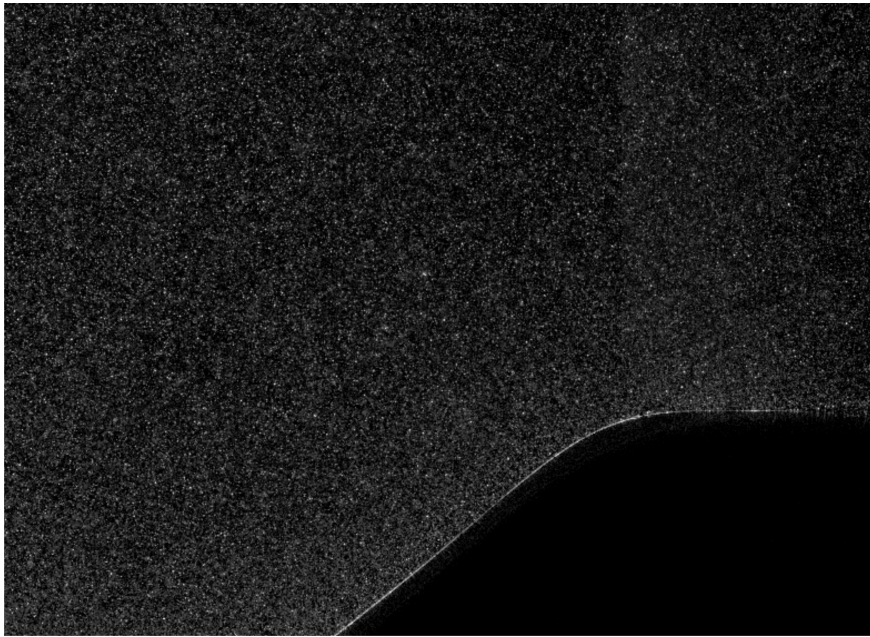


Abbildung 4.8: PIV-Aufnahme über dem Hügel.

für Aufnahme $P2$ wird aus einer Integration der mittleren u -Komponente $\langle u \rangle$ von $y/h = 1$ bis $y/h = 3,035$ gebildet und über mehrere Interrogation Areas im Überlappungsbereich gemittelt.² Hierfür werden die Messwerte an diskrete Punkte linear interpoliert³ und über y integriert. Die beiden mittleren Geschwindigkeiten im Überlappungsbereich u_{b^v} werden dann zueinander ins Verhältnis gesetzt und alle Geschwindigkeitsvektoren von Bildrahmen $P2$ mit diesem Faktor multipliziert.

$$\frac{P2}{P1} = \frac{u_{b^v}(P1)}{u_{b^v}(P2)} \quad (4.2)$$

Dies geschieht analog für den Faktor $(P3/P2)$, wengleich die Geschwindigkeitsvektoren im Bildrahmen $P3$ mit dem Produkt aus den einzelnen Faktoren $(P3/P1) = (P3/P2) \cdot (P2/P1)$

²Für diese Prozedur werden Interrogation Areas am Rand der jeweiligen Aufnahmen nicht berücksichtigt. Dies liegt darin begründet, dass die PIV-Ergebnisse am Rande der Aufnahme eher zu Fehlern neigen, da der *in-plane loss* nicht mehr durch ein rekursives Gitter aufgefangen werden kann und die Validierung durch fehlende Umgebungsvektoren instabiler wird.

³Dies ist erforderlich, weil sich die Interrogation Areas der unterschiedlichen Aufnahmen zwar überlappen, sich aber nicht zwangsläufig an derselben Position in der Strömung befinden.

multipliziert werden. Der Kalibrierfaktor kann im Bildrahmen $P3$ überprüft werden. Um die Faktoren zwischen den jeweiligen oberen und unteren Bereichen zu glätten, wurde $u_b v$ in Teilbereichen an mehreren x/h -Positionen von $y/h = 0,8$ bis $y/h = 1,2$ gemittelt. Für die Berechnung der Faktoren ($P1/P4$) und ($P3/P6$) wurden 21 Schnitte im Abstand einer Interrogation Area um die $x/h = 1$ bzw. $x/h = 8$ Position gebildet. Beim Faktor für ($P2/P5$) waren aufgrund der größeren horizontalen Überlappung 61 Schnitte möglich. Die Faktoren für $P4/P5$ werden dann aus der Integration der u -Komponente zwischen $y = 0$ und $y = 1,2$ gewonnen.

Weil die mittleren Reynolds-Spannungen $\langle u'u' \rangle$, $\langle u'v' \rangle$ und $\langle v'v' \rangle$ mit u_b normiert werden, müssen sie dementsprechend mit dem Quadrat der Faktoren (z. B. $(P3/P1)^2$) kalibriert werden.

4.2.2 Horizontale Schnitte

Um die Homogenität der Strömung, also die Variationen in spannweitischer Richtung zu untersuchen, wurde der Laserlichtschnitt horizontal derart aufgespannt, dass sein Licht durch die linke Seitenwand auf den Bereich zwischen Hügel 7 und 8 fällt. Die Kamera wurde oberhalb des Kanals fest installiert. Eine Versuchsreihe für die Reynolds-Zahlen $Re = 5600$, $Re = 10600$, $Re = 19000$ und $Re = 37000$ wurde mit einem Objektiv mit $\mathcal{F} = 50$ mm Brennweite und einer Lichtschnittposition bei $y/h = 1,53$ durchgeführt. Die Auflösung war hier ähnlich hoch wie sie für die vertikalen Schnitte gewählt wurde (horizontal: $0,1405$ mm/px im Vergleich zu vertikal: $0,1413$ mm/px). Die Schnitte reichen von ca. $x/h = 2,0$ bis $x/h = 7,0$, liegen also genau zwischen den Füßen der beiden Hügel. Die Ausdehnung in z -Richtung liegt zwischen ca. $z/h = -5$ und $z/h = 0$, also auf der linken Kanalhälfte.

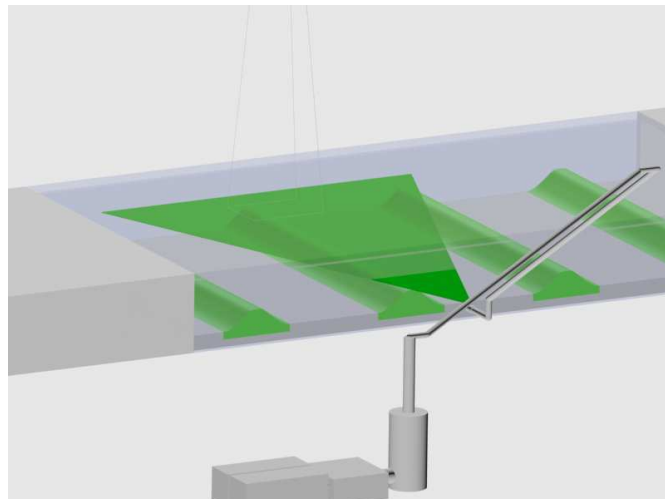


Abbildung 4.9: PIV-Aufbau für horizontale Lichtschnitte.

Weitere Versuche bei den o. a. Reynolds-Zahlen wurden mit einem Weitwinkelobjektiv mit einer festen Brennweite von $\mathcal{F} = 24$ mm durchgeführt. Hierfür wurde der Laserlichtschnitt zusätzlich zur vertikalen Position $y/h = 1,53$ auch bei $y/h = 0,40$ justiert. Damit ergab sich ein Messbereich, der von der Kanalmitte bis zur linken Wand reichte ($z/h = -9$ bis

$z/h = 0$). Die Auflösung für die obere Position ergab sich zu $0,3062 \text{ mm/px}$, während unten nur $0,3197 \text{ mm/px}$ erreicht wurden. Die Aufnahmen oben erstrecken sich von ($x/h = 2$ bis $x/h = 7$); unten begrenzen die Hügel den Messbereich in Strömungsrichtung bei ca. $x/h = 1,06$ und $x/h = 7,94$.

4.2.3 Auswertung

Die PIV-Sequenzen bestehen jeweils aus 10^4 Doppelbildern. Die Bilder werden zunächst beschnitten und dann wird der Minimalwert jedes Pixels von jedem Einzelbild subtrahiert (siehe Gl. 3.20). Daraufhin erfolgt die Auswertung der Bilder in Vektoren mit Hilfe der Software *TSI Insight 3g*. Hier hat sich der Einsatz eines rekursiven Gitters mit einem Abstand der einzelnen Interrogation Areas von $IA_L/2$ bewährt.

In der Vielzahl der Versuche ist es nicht möglich, generelle Aussagen über die einzelnen Einstellungen und Parameter zu tätigen. An dieser Stelle wird lediglich die Vorgehensweise an sich beschrieben.

Die Überprüfung auf Validität des Vektors ist dreigeteilt. Erstens wird ein bestimmtes Signal-Rausch-Verhältnis vorausgesetzt, um den Vektor weiterzuverarbeiten. Zweitens wird überprüft, ob der Vektor physikalisch möglich ist. Diese Grenzen wurden naturgemäß sehr großzügig festgesetzt. Drittens wurde die Validität eines Vektors über einen lokalen Median-Filter überprüft, der entsprechend der Reynolds-Zahl angepasst werden musste. In einem weiteren Schritt wurden die ausgemusterten Vektoren aus umliegenden Vektoren interpoliert und geglättet, bevor die Auswertung mit dem Versatz der Interrogation Area der zweiten Aufnahme begonnen wurde. Die Überprüfung der Validität im zweiten Schritt wurde mit den gleichen Einstellungen durchgeführt, aber die Interpolation erfolgte nur aus den umliegenden 3×3 Vektoren. Beim ersten Durchgang ist der *in-plane loss* noch so hoch, dass nicht genug Vektoren das SNR Kriterium erfüllen, um mit einer Interpolation der umliegenden 3×3 Vektoren ein geschlossenes Feld zu erhalten. Im zweiten Iterationsschritt ist das Ergebnis eindeutiger, so dass die wenigen aussortierten Vektoren in der Regel durch eine 3×3 Interpolation ersetzt werden konnten.

Die Auswertung der PIV-Bilder lässt sich wie folgt zusammenfassen:

- Subtraktion der minimalen Pixelintensität aus einer Sequenz;
- Kreuzkorrelation im Fourier-Raum;
- Filterung der Vektoren mit schwachen Korrelationspeaks im Verhältnis zum zweiten Peak und zu den mittleren Peaks;
- Validierung über globalen Hoch- und Tiefpassfilter und über lokalen Median-Filter;
- Interpolation.

Das Ergebnis dieses Prozesses ist das Vektorfeld des ersten Iterationsschritts. Die Auswertung setzt sich folgendermaßen fort:

- Versatz der Interrogation Areas um den Vektor des ersten Iterationsschritts;
- Kreuzkorrelation im Fourier-Raum;

- Filterung der Vektoren mit schwachen Korrelationspeaks im Verhältnis zum zweiten Peak und zu den mittleren Peaks;
- Validierung über globalen Hoch- und Tiefpassfilter und über lokalen Median Filter;
- Interpolation.

Aus den Instantanfeldern werden zunächst die Ensemblemittelwerte der Geschwindigkeiten aus allen validen Vektoren N und allen direkt ermittelten Vektoren (ohne interpolierte) N_f gebildet ($N_f \leq N$).

$$\langle u \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i \quad (4.3)$$

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i \quad (4.4)$$

Weiter werden dann die Reynolds-Spannungen berechnet.

$$\langle u'u' \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - \langle u \rangle)^2 \quad (4.5)$$

$$\langle u'v' \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - \langle u \rangle) \cdot (v_i - \langle v \rangle) \quad (4.6)$$

$$\langle v'v' \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_i - \langle v \rangle)^2 \quad (4.7)$$

Daraufhin wird aufgrund der relativen Position der einzelnen Bildrahmen jedem Vektor eine globale Koordinate zugewiesen. Alle Vektoren, die innerhalb der Hügelkontur erzeugt wurden (dies geschieht durch Rauschen oder Randinterpolation), werden auf null gesetzt.

Damit die Strömung vergleichbar ist, werden die Vektoren mit u_b normiert (siehe Kapitel 2.2). u_b wird aus Gleichung 4.1 gewonnen. Wenn die Auflösung an der Wand nicht verfeinert wird, wird u_b unterschätzt, weil das turbulente Geschwindigkeitsprofil näher an die Wand heranreicht, als der letzte Messpunkt. Um diesen Fehler auszugleichen, wurde der wandnahe Bereich sowohl mit dem 1/7-Potenzgesetz als auch mit dem Logarithmischen Wandgesetz approximiert. Hierbei werden die Geschwindigkeit und der Wandabstand des letzten Messpunkts verwendet, um die Schubspannungsgeschwindigkeit $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ zu bestimmen (siehe Gleichung 4.8) [60]. Für das 1/7-Potenzgesetz ergibt sich:

$$u_* = \left(\frac{u^7 \nu}{8,74^7 y} \right)^{\frac{1}{8}} \quad (4.8)$$

Das 1/7-Potenzgesetz wird aus dem Blasius'schen Widerstandsgesetz⁴ hergeleitet. Grundlage für diese empirische Beschreibung waren Versuche an glatten kreisrunden Rohren bei Reynolds-Zahlen $Re \leq 10^5$.

Setzt man hingegen das Logarithmische Wandgesetz an, ist der Gültigkeitsbereich durch die Schichtdicke der laminaren Unterschicht begrenzt. Diese ist bei einer voll ausgebildeten turbulenten Kanalströmung in etwa ($y_+ = \frac{u_* y}{\nu}$) elf Wandeinheiten stark. Der Wandbereich wurde demzufolge so berücksichtigt, dass das Geschwindigkeitsprofil in der laminaren Unterschicht ($y_+ \leq 11$) linear angenommen und der Bereich von $y_+ = 11$ bis zum ersten Messpunkt ($35 \lesssim y_+ \lesssim 200$) über das Logarithmische Geschwindigkeitsprofil (Gl. 4.9) mit einer von-Kármán-Konstante $\kappa = 0,4$ angenähert wurde.

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{y u_*}{\nu} \right) + 5,5 \quad (4.9)$$

Obwohl die Voraussetzungen für die Anwendung der beiden Gesetze nicht gegeben sind, macht die Berücksichtigung aus oben angestellten Überlegungen durchaus Sinn; allerdings werden die Ansätze nur an der oberen Kanalwand verfolgt, da direkt über dem Hügel oder zwischen den Hügeln nicht von einer eingelaufenen Kanalströmung gesprochen werden kann. Für die Behandlung der unteren Wand liegen keine analytischen oder empirischen Formeln vor, so dass am unteren Rand nur linear interpoliert wurde. Letztlich lässt sich resümieren, dass sich die Ergebnisse der beiden Wandbetrachtungen in u_b nur im Bereich von 0,1% unterscheiden. Verzichtet man jedoch auf ein Wandmodell, ändert sich u_b in der Größenordnung von 1 – 2%.

4.3 Messaufbau LDA

Bei dem verwendeten LDA-System handelt es sich um eine Kreuzstrahl-Anlage von *ILA*. Diese besteht aus einem diodengepumpten *continuous-wave* Nd:YAG Laser, der bei 532 nm Licht emittiert und eine Leistung von 75 mW besitzt. Für die Frequenzshift sorgt eine Bragg-Zelle. Über ein Glasfaserkabel gelangt das an Partikeln rückgestreute Licht zum Photomultiplier, der sich in einem Controllergehäuse befindet. Dort wird das Signal analog gefiltert und verstärkt und an einen Transientenrekorder (Abtastrate $f_{a(\max)} = 50$ MHz) zur analog-digital-Wandlung weitergegeben. Zur Ansteuerung unterschiedlicher Messpunkte ist das Lasergehäuse auf einer dreidimensionalen Traversiereinheit befestigt. Das Messvolumen des Systems lässt sich aus geometrischen Überlegungen der sich überschneidenden Laserstrahlen gewinnen. Mithilfe des Strahlradius $r_s = 1,6 \cdot 10^{-4}$ m im Abstand b_v vor der Linse errechnet sich der Radius des fokussierten Strahls r_{fs} im Überschneidungsbereich b_n nach der Linse nach Kogelnik [21] über

$$b_n - \mathcal{F} = (b_v - \mathcal{F}) \frac{\mathcal{F}^2}{(b_v - \mathcal{F})^2 + \left(\frac{\pi r_s^2}{\lambda} \right)^2} \quad (4.10)$$

⁴ $\frac{\Delta p}{\rho} \frac{d_r}{u^2} = 0,3164 \left(\frac{\bar{u} d_R}{\nu} \right)^{-\frac{1}{4}}$

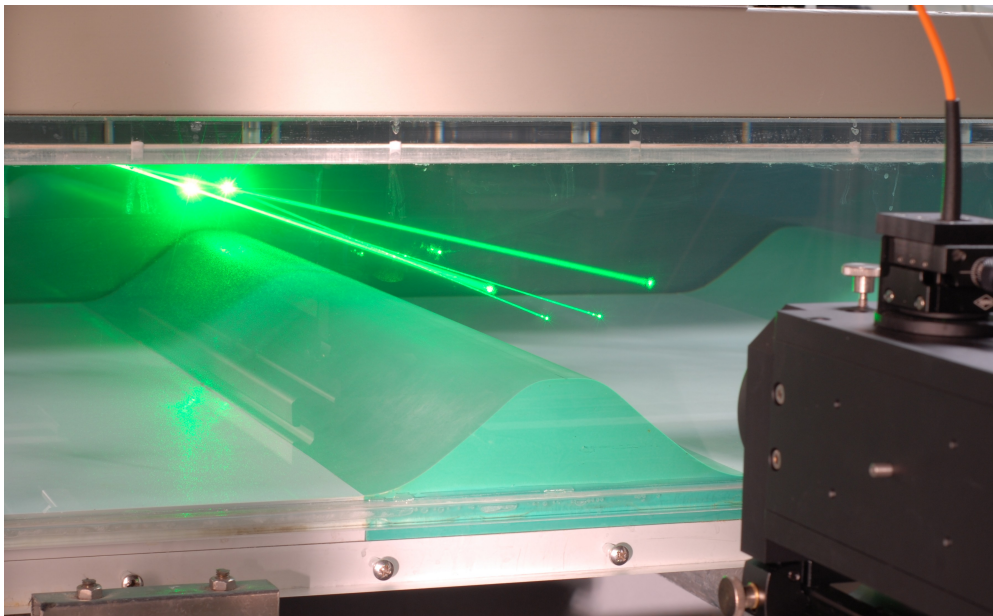


Abbildung 4.10: Foto des LDA-Aufbaus.

und

$$\frac{1}{r_{fs}^2} = \frac{1}{r_s^2} \left(1 - \frac{1}{\mathcal{F}}\right)^2 + \frac{1}{\mathcal{F}^2} \left(\frac{\pi r_s}{\lambda}\right)^2 \quad (4.11)$$

Bei der Anordnung eines LDA Linsensystems entspricht der Abstand zwischen Linse und Strahltaile der Brennweite [21]. Daraus folgt mit Gleichung 4.10, dass $b_v = \mathcal{F}$ sein muss. Gleichung 4.11 vereinfacht sich zu:

$$r_{fs} = \frac{\mathcal{F}\lambda}{\pi r_s} \quad (4.12)$$

Weitet man den Strahl vor der Bündelungslinse mit einer so genannten Fernrohrlinse weiter auf, wird er im selben Verhältnis K durch die Linse eingeschnürt, so dass Gleichung 4.12 zu Gleichung 4.13 erweitert werden kann.

$$r_{fs} = \frac{\mathcal{F}\lambda}{\pi r_s K}; \quad d_{fs} = \frac{4\mathcal{F}\lambda}{\pi d_s K} \quad (4.13)$$

Mit dem Aufweitungsfaktor des verwendeten LDA-Systems von $K = 5$ ergibt sich der fokussierte Strahldurchmesser zu $d_{fs} = 2,52 \cdot 10^{-4}$ m. Die Laserstrahlen sind am Laserausgang bei einem Strahlabstand von $a_s = 0,045$ m und der Brennweite $\mathcal{F}_l = 0,60$ m gegeneinander um den Winkel $2\phi = 4,28915^\circ$ geneigt. Durch die Brechung zwischen Luft-Glas und Glas-Wasser bilden die Laserstrahlen im Wasser nur noch einen Winkel von $2\phi^\Delta = 3,22^\circ$ gegeneinander. Daraus erhält man rein geometrisch die Breite des rotationsellipsoiden Messvolumens mit $b_{MV} = 2,52 \cdot 10^{-4}$ m und die Länge mit $l_{MV} = 8,96 \cdot 10^{-3}$ m in der Mitte des Kanals. Aus dem Abstand der Interferenzmaxima $\Delta x = \frac{\lambda}{2\sin\phi} = 7,098 \cdot 10^{-6}$ m und der Breite des Messvolumens b_{MV} ergeben sich 35 Interferenzmaxima im Kreuzungspunkt. Die Ausdehnung des

Messvolumens reduziert sich also, denn am Rand kommen keine Interferenzmaxima zum Schnitt und auch dort, wo sich nur wenige schneiden, ist das Signal-Rausch-Verhältnis so gering, dass die Messwerte nicht aufgenommen werden. Die tatsächliche Ausdehnung des Messvolumens ist also kleiner, aber nicht eindeutig bestimmbar.

Weil Laserstrahlen divergieren, werden sie so fokussiert, dass sie ihre Taille im Kreuzungspunkt haben. Ist dies nicht der Fall,⁵ sind die Wellenfronten nicht eben und der Abstand der Interferenzmaxima variiert leicht über die Breite des Messvolumens. Der Fehler in der Geschwindigkeitsmessung, der dadurch entsteht, kann nach Albrecht et al. [5] analytisch berechnet werden. Hier finden sich Formeln, die die Verzerrung der Interferenzmaxima über das Messvolumen berücksichtigen. Ein optisches System lässt sich jedoch nicht umfassend über analytische Gleichungen beschreiben, da viele Parameter Einbautoleranzen unterworfen sind. Eine Kalibrationsmessung durch die Firma *ILA* hat bei dem gegebenen System eine Abweichung der Interferenzstreifen und damit der Geschwindigkeitsmessung $< 1\%$ ergeben. Anders als bei den PIV-Messungen konnten die Einstellungen für die unterschiedlichen Messungen weitgehend beibehalten werden. Bei einer Shiftfrequenz von 1 MHz wurde das um den Faktor 10 verstärkte Signal hochpass- (300 kHz) und tiefpassgefiltert 3 MHz. Die Aufnahme-frequenz des Transientenrekorders betrug 10 MHz; damit war die Nyquist-Forderung bzgl. der Shiftfrequenz eingehalten. Die Shiftgeschwindigkeit errechnet sich aus Gleichung 3.42 zu 7,11 m/s. Für keinen Fall wurden größere Rückströmungen erwartet, so dass die Shiftfrequenz nicht verändert werden musste. Die Triggerschwelle betrug 10^{-4} mV, bevor das Signal über eine FFT verarbeitet wurde. Die Anzahl der Stützstellen der FFT wurde zu $N = 4096$ gewählt und der Randbereich durch ein *Blackman*-Fenster abgeschwächt. Daraus resultiert eine Geschwindigkeitsauflösung von $\Delta u = \frac{\Delta f \lambda}{2 \sin \phi} = 0,0173$ m/s⁶. Als Interpolationsschema dient eine Gauß-Interpolation.

Die LDA-Messungen wurden an vier x/h -Positionen durchgeführt. Über die Kanalhöhe wurden bei $x/h = 0,05$ 20 und bei $x/h = 4,0$ 29 Messpunkte gewählt. Der äquidistante Abstand entspricht in etwa der Größe einer Interrogation Area der PIV-Messungen. Die LDA-Messungen wurden an den horizontalen Positionen $z/h = 0$, $z/h = 3$, $z/h = 4,5$ und $z/h = 6$ durchgeführt.

Die Tatsache, dass die Strömungsgeschwindigkeit bei der LDA zu einem Zeitpunkt nur an einem Ort gemessen wird, führt dazu, dass einzelne Messpunkte statistisch unabhängig sind. Es ergeben sich rauere Profile. Um die Messwerte unabhängiger von langwelligen Schwankungen zu machen, wurden die Messpunkte insgesamt 25 Mal angefahren. Während die Gesamtmessdauer pro Punkt bei 15 min lag, wurden die einzelnen Messungen über 10 s, 30 s und 60 s durchgeführt. Die Gesamtmessdauer ergibt sich für $x/h = 0,05$ zu fünf, bei $x/h = 4,0$ zu 7,25 Stunden. Die Stichprobenanzahl lag pro Messpunkt zwischen 35000 und 45000.

4.4 Messaufbau Druckmessdosen

Am Kanaldeckel sind 19 Druckanschlüsse 5 cm oder $1h$ neben der Kanalmitte angeordnet, um den Druckabfall in Strömungsrichtung zu dokumentieren und Aussagen über die Periodizität der Strömung zu gewinnen. Die jeweiligen x/h -Positionen wurden aufgrund von numerischen

⁵Laserhersteller geben den Ort der Strahltaile mit einer Genauigkeit von ca. 20 cm an.

⁶mit $\Delta f = f_a/N$

Ergebnissen von Peller und Manhart [50] jeweils $1,3h$ und $6,3h$ entfernt von der Krone der zehn Hügel gewählt. In diesen Bereichen sind die Druckgradienten laut Simulation gering, was die Anfälligkeit auf Positionierungsfehler verringert. Zusätzlich wurde der achte Hügel mit insgesamt 43 Bohrungen mit einem Durchmesser von $d_B = 1,0\text{ mm}$ versehen. Diese dienen in erster Linie zur Untersuchung der Homogenität der Strömung in spannweitiiger Richtung an den Positionen $x/h = 1,2$ (zwischen Hügel acht und neun) und $x/h = 7,8$ (zwischen Hügel sieben und acht), jeweils bei $y/h = 0,295$. Weitere Bohrungen sind an der $z/h = 1$ Position ausgeführt, um die Druckverteilung entlang des Hügels zu messen (vgl. Abb. 4.11). Alle Druckbohrungen sind durch Schläuche über eine Verteilertafel mit

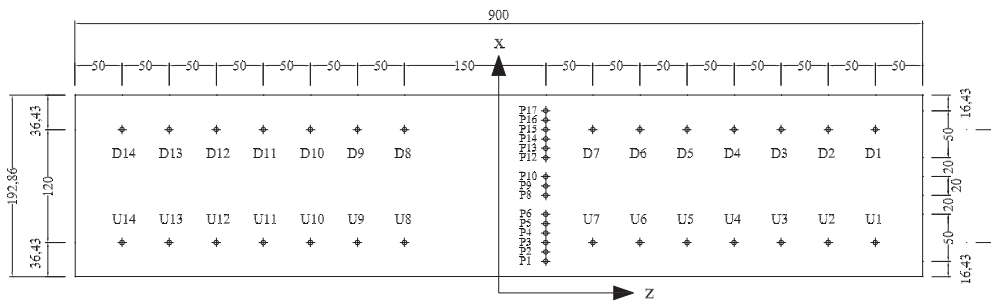


Abbildung 4.11: Druckbohrungen am achten Hügel; Bemaßung in [mm].

zwei Drucksonden der Serie 41X von *Keller* verbunden. Diese Keramikmesszellen zeichnen sich nicht nur durch ihren niedrigen Messbereich, sondern auch durch ihre extrem niedrigen Messfehler $\leq 1\% p_{\max} = 1,0\text{ N/m}^2$ aus. Dies ergibt für die Reynolds-Zahlen das folgende auf den doppelten Staudruck normierte Fehlerband (siehe Tabelle 4.2). u_b stammt hierfür aus den vertikalen PIV-Schnitten.

$$M_f = \frac{1,0}{\rho u_b^2} \quad (4.14)$$

Die Mikroprozessoren der Messdosen korrigieren die Messwerte der Drucktransmitter über

Re	M_f []
Re = 5600	$9,935 \cdot 10^{-2}$
Re = 10600	$2,899 \cdot 10^{-2}$
Re = 19000	$7,665 \cdot 10^{-3}$
Re = 37000	$2,032 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 4.2: Typischer Messfehler der Druckdosen

eingebaute Temperatursensoren. Die Aufnahmezeit beträgt 400 Hz. Die Druckdosen enthalten einen 16 bit Digital-/Analog-Wandler mit dem es möglich ist, Ausgangssignale zwischen 0 und 10 V zu generieren. Die Spannungspole des Binder 723-Ausgangs werden direkt mit BNC-Polen verbunden. Die BNC-Kabel werden ihrerseits mit einer Analog-/Digital-Wandlerkarte von *National Instruments* (NI-USB 9162) an den USB-Port eines Computers angeschlossen und weiterverarbeitet. Um die Daten unbeeinflusst von langen absoluten Druckschwankungen aufnehmen zu können, wurde der Druck simultan zu jedem Messpunkt

auf der Hügelspitze gemessen. Die weitere Verarbeitung der Signale erfolgt mit Hilfe der Software Plattform *LabView*. Bei einer Datenrate von 400 Hz werden Mittelwert und Standardabweichung alle 0,1 s neu berechnet, bis die maximale Änderung der Standardabweichung der beiden Druckdosen σ_N und σ_M einen Grenzwert von $\zeta \leq 10^{-4}$ unterschreitet [40].

$$\zeta = \max \left(\frac{|\sigma_{\Sigma^N} - \sigma_{\Sigma^{N-100}}|}{\sigma_{\Sigma^N}}; \frac{|\sigma_{\Sigma^M} - \sigma_{\Sigma^{M-100}}|}{\sigma_{\Sigma^M}} \right) \quad (4.15)$$

Zum Vergleich wurden die Druckmessungen zusätzlich mit einer konstanten Messdauer von 4 min pro Druckanschluss durchgeführt. Es wurden keine signifikanten Unterschiede in den Ergebnissen festgestellt.

Aufgrund der Länge und der Elastizität der Schläuche werden nur Mittelwerte besprochen.

4.5 Zusammenfassung

Mit dem beschriebenen Versuchsaufbau und der eingesetzten Messtechnik können mittlere Drücke an der Berandung und Geschwindigkeiten in der Strömung instantan und berührungslos erfasst werden.

Für die Untersuchung der Periodizität sind 19 Druckanschlüsse entlang des Kanaldeckels vorhanden. Geschwindigkeitsmessungen können zwischen den Hügelpaaren 5 – 6, 6 – 7 und 7 – 8 mittels PIV und LDA durchgeführt werden.

Der Druckverlauf in spannweitischer Richtung kann über Bohrungen, die sich an den lokalen Positionen $x/h = 1,2$ und $x/h = 7,8$ befinden, dokumentiert werden. Die Homogenität der Strömung kann ferner durch LDA- und PIV-Messungen kontrolliert werden.

Im folgenden Kapitel werden die PIV-Feldgrößen, die für einen Vergleich mit Simulationsergebnissen sehr wertvoll sind, mit punktuellen LDA-Messungen überprüft.

5 Validierung der PIV-Messungen

Die vorliegende Arbeit ist derart konzipiert, dass zweidimensionale Geschwindigkeitsfeldmessungen als Referenzdaten zur Validierung numerischer Modelle experimentell gemessen werden. Diese mittels PIV gewonnenen Ergebnisse werden an ausgewählten Stellen des Strömungsfeldes bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen anhand von 1D-LDA-Messungen überprüft.

5.1 PIV-Validierungsalgorithmus

Bevor die Vergleichbarkeit zwischen Experiment und Simulation diskutiert wird, sollen zunächst unterschiedliche Auswertungen untersucht werden. Dies geschieht beispielhaft bei der Reynolds-Zahl $Re = 10600$, damit die Ergebnisse mit LES-Daten verglichen werden können. Abbildung 5.1 zeigt die mittlere Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung aus

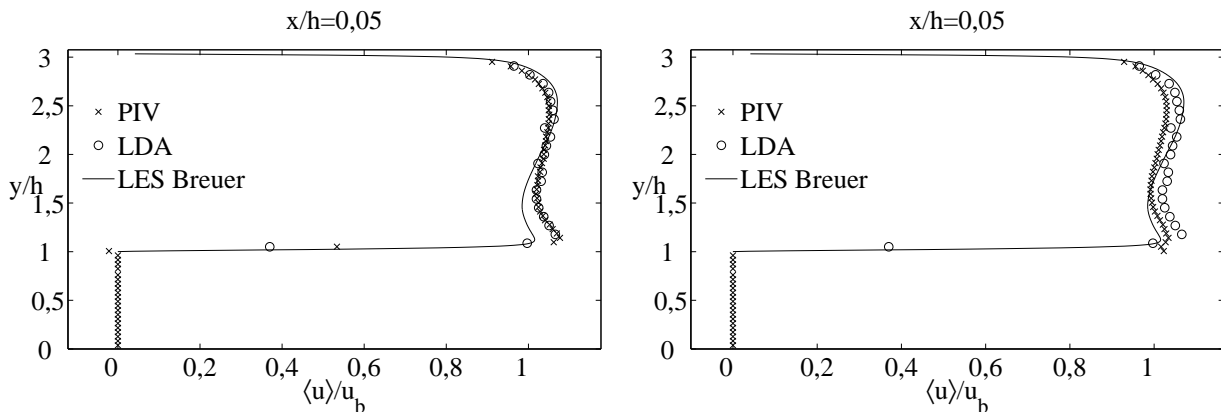


Abbildung 5.1: Vergleich von $\langle u \rangle / u_b$ aus PIV- und LDA-Messungen mit LES-Daten von Breuer et al. [10] bei $Re = 10600$; $x/h = 0,05$; links ohne, rechts mit interpolierten PIV-Vektoren; $SNR \geq 2,0$.

LDA- und PIV-Messungen sowie einer LES von Breuer et al. [12]. Für die PIV-Ergebnisse wurde im Bild links nur das erste Korrelationsmaximum mit einem *signal-to-noise ratio*¹ von $SNR \geq 2,0$ verwendet; im rechten Bild sind auch interpolierte Vektoren in die Mittelwertbildung einbezogen. Die Übereinstimmung im linken Bildbereich ist sehr gut; rechts weichen die Messergebnisse deutlich voneinander ab. Knapp über dem Hügel ist durch die Interpolation der nicht validen wandnahen Vektoren der Mittelwert durch die darüber liegenden hohen Geschwindigkeiten dermaßen verfälscht, dass physikalisch unsinnige Werte erhalten werden.

¹Hiermit ist der Verhältnisswert des höchsten Korrelationspeaks zum zweithöchsten Peak gemeint. Der zweithöchste Peak darf sich hierfür nicht in unmittelbarer Umgebung des stärksten Peaks in der Korrelationsebene befinden.

Im gesamten Bereich darüber sind die Differenzen zwischen PIV- und LDA-Messungen darauf zurückzuführen, dass bei der PIV aus o. a. Gründen auch u_b signifikant größer wird. Die Normierung auf u_b reduziert auch im oberen Bereich die gemessenen Geschwindigkeiten sehr stark.

Die Interpolation muss also sehr bedächtig eingesetzt werden, da zwar der Anteil der interpolierten Vektoren im Strömungsfeld mit wenigen Prozent gering ausfällt, jedoch lokal an den Berandungen sehr hoch liegen kann. Dies wird auch deutlich, wenn man die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF, engl.: *probability density function*) der Geschwindigkeiten direkt über dem Hügel (Abb. 5.2) betrachtet. Der Mittelwert aus 10000 PIV-Doppelbildern wur-

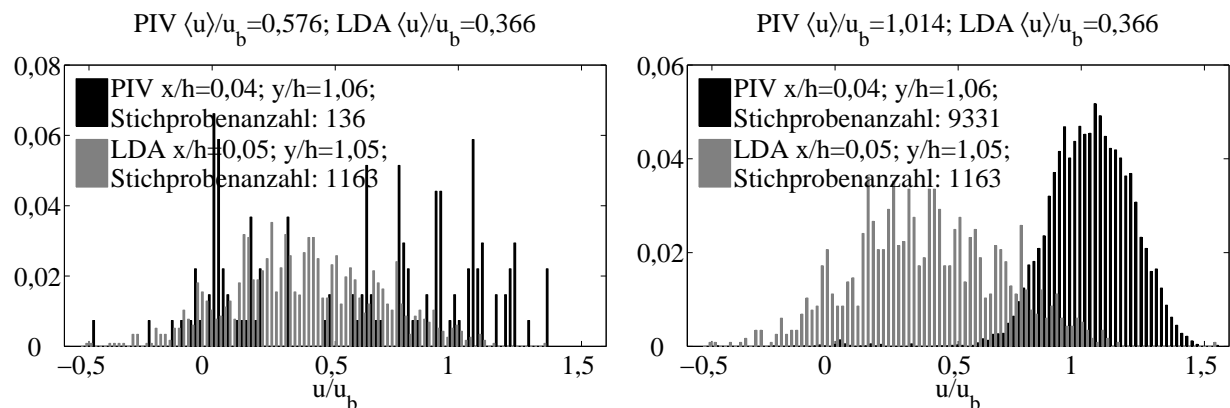


Abbildung 5.2: Vergleich von u/u_b aus PIV- und LDA-Messungen durch PDF am wandnächsten Messpunkt über dem Hügel; PIV links ohne, rechts mit interpolierten Vektoren; $Re = 10600$; $SNR \geq 2,0$.

de lediglich aus 136 Stichproben gebildet; alle anderen Messwerte wurden als nicht valide klassifiziert. Durch die Interpolation wächst rechts im Bild die Anzahl der verwendeten Stichproben auf 9331 an, was den Mittelwert unphysikalisch verfälscht, da er maßgeblich aus den darüber liegenden Messwerten gebildet wird. Weiteren Aufschluss geben die rms-Werte, die in Abbildung 5.3 dargestellt sind. Die Übereinstimmung zwischen PIV, LDA und LES ist sehr gut, bis auf den wandnahen Bereich.² Im Fall der Auswertung über das erste Korrelationsmaximum sind die 136 Stichproben bei weitem nicht ausreichend, um eine eingelaufene Statistik der rms-Werte wiederzugeben. Die extrem breite Streuung des Messwerts, die die PDF zeigt, trägt zu dem hohen rms-Wert bei. Der Mittelwert scheint hingegen statistisch eingelaufen zu sein. Diese Tatsache, dass der Mittelwert bereits bei ca. 100 Stichproben eingelaufen ist, wurde anhand von Experimenten überprüft, die Lindenmaier [40] im Rahmen einer Diplomarbeit durchgeführt hat. Der rms-Wert der Interrogation Area bei $x/h = 0,04$ und $y/h = 1,06$ unter Einbeziehung der interpolierten Vektoren fällt deutlich niedriger aus als der nur auf den ersten Korrelationsmaxima basierende Wert. Der Wert ist nur unbedeutend höher als der rms-Wert direkt oberhalb, was wiederum darauf hindeutet, dass die Werte von Position $x/h = 0,04$ und $y/h = 1,06$ maßgeblich durch Interpolation der darüber liegenden Interrogation Area gebildet wurden.

²Die Abweichungen der rms-Werte mit interpolierten Vektoren im Bereich zwischen $y/h = 1,1$ und $y/h = 2,0$ liegt wiederum am größeren u_b

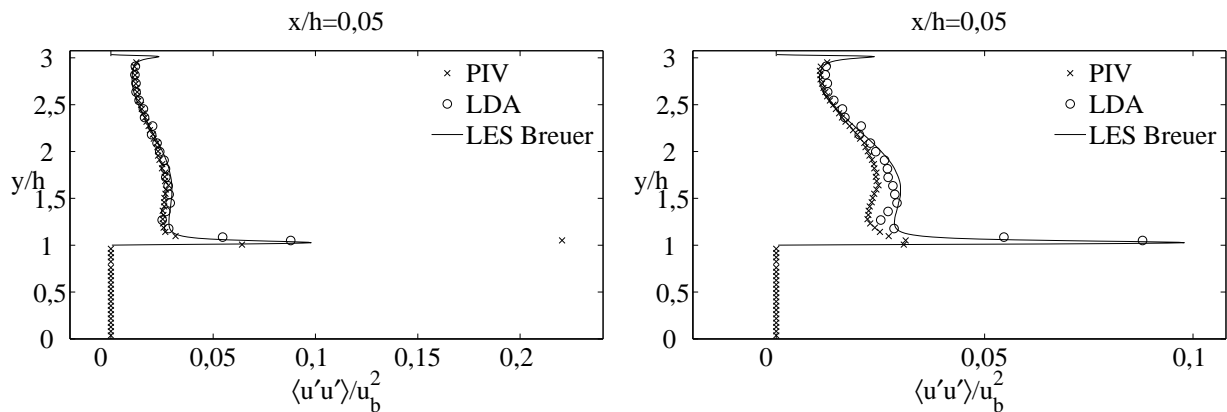


Abbildung 5.3: Vergleich von $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ aus PIV- und LDA-Messungen mit LES-Daten von Breuer et al. [10] bei $Re = 10600$; $x/h = 0,05$; links ohne, rechts mit interpolierten PIV-Vektoren; $SNR \geq 2,0$.

Wenn man die PIV-Bilder mit einem deutlich kleineren SNR auswertet (siehe Abb. 5.4) und lässt gleichzeitig keine Interpolation zu, kommt ein weiteres PIV-spezifisches Phänomen zum Tragen: Das Geschwindigkeitsprofil ändert sich kaum, lediglich der untere wandna-

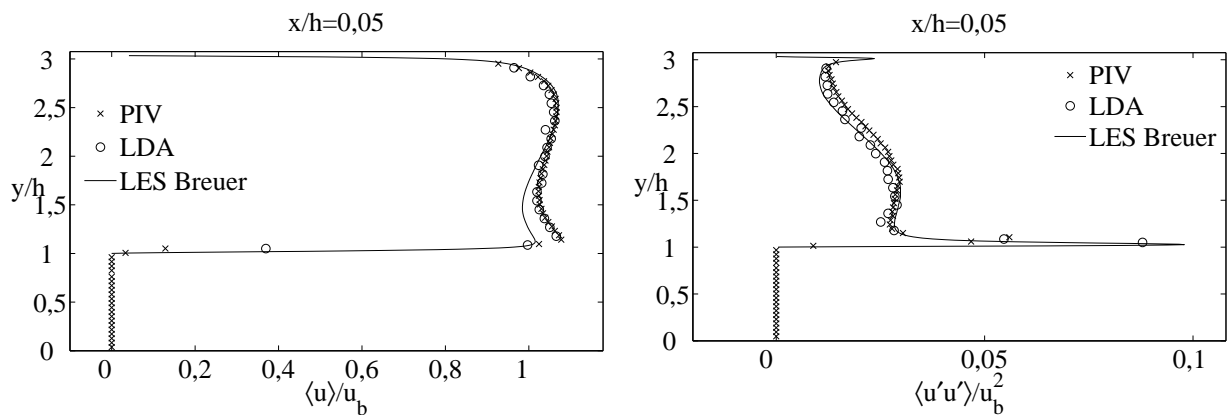


Abbildung 5.4: Vergleich von $\langle u \rangle / u_b$ (links) und $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ (rechts) aus PIV- und LDA-Messungen mit LES-Daten von Breuer et al. [10] bei $Re = 10600$; $x/h = 0,05$; $SNR \geq 1,1$.

he Bereich respektive der Messwert am Punkt $x/h = 0,04$, $y/h = 1,06$ fällt geringer aus als beim höheren Signal-Rausch-Verhältnis. Der rms-Wert der Geschwindigkeit am selben Messpunkt passt jedoch besser zu den Ergebnissen von LDA und LES. Dies ist auf die zu erwartende weitaus größere Stichprobenanzahl zurückzuführen. Betrachtet man aber weiter die PDF an diesem Punkt (Abb. 5.5), wird deutlich, dass die Messwerte unphysikalisch sind, denn die PDF der PIV hat im Gegensatz zur LDA einen starken Peak bei der Verschiebung 0. Auf der rechten Seite der Abbildung ist zum Vergleich die Auswertung unter Berücksichtigung der interpolierten Messwerte dargestellt. Hier erhält man einen zweiten Peak auf Höhe des darüber liegenden Messwerts. Die Wahrscheinlichkeit, unkorrelierte Partikelpaare zu finden, ist bei der Verschiebung 0,0 naturgemäß am größten, da die potentielle Anzahl von Partikeln mit der Fläche, die für die Korrelation zur Verfügung steht, linear

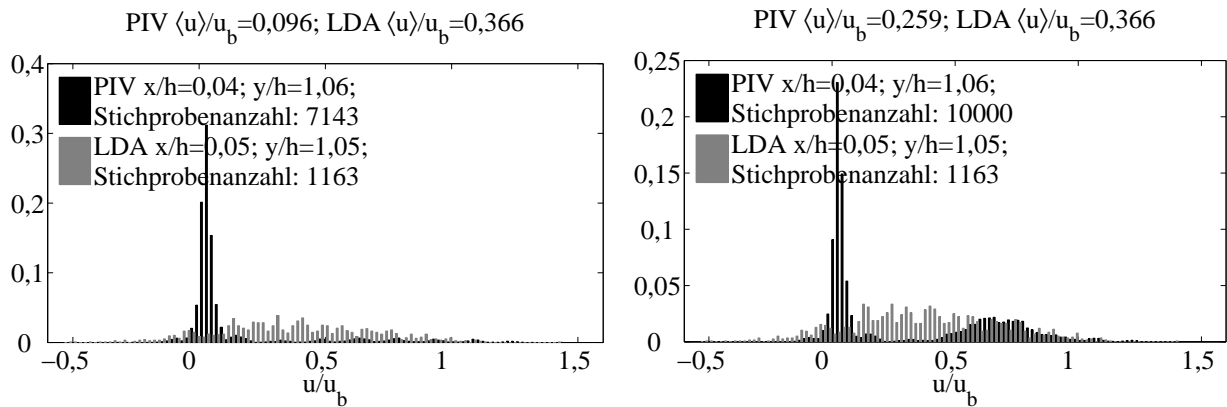


Abbildung 5.5: Vergleich von u/u_b aus PIV- und LDA-Messungen durch PDF am wandnächsten Messpunkt über dem Hügel; PIV links ohne, rechts mit interpolierten Vektoren; $Re = 10600$; $SNR \geq 1,1$.

anwächst. Dadurch erhält man den Peak bei der PDF um die Verschiebung $0,0$.³ Diese Fehlvektoren sind anderweitig schwer zu detektieren, da aufgrund der steilen Gradienten an der Wand der Median-Filter ein großes Intervall abdecken muss. Außerdem sind die umliegenden Geschwindigkeiten an der Wand eher null und die seitlich neben dem Messpunkt liegenden Interrogation Areas vom selben Problem betroffen, so dass die Abweichung des Messwerts vom Median nur gering sein wird. Dies verdeutlicht Abbildung 5.6, die die PDF der Geschwindigkeit an derselben x/h -Position, aber im oberen Bereich des Kanals zeigt. Die nahe null gelegenen Geschwindigkeiten werden durch den Median-Filter schon im ersten Iterationsschritt der Kreuzkorrelation eliminiert, so dass im zweiten Schritt mithilfe der Verschiebung der IA der zweiten Aufnahme ein valider Vektor gefunden wird. Der globale Filter muss in jedem Fall die Geschwindigkeit null zulassen und kann damit nicht zur Lösung des Problems beitragen. Also ist die Wahl des SNR von entscheidender Bedeutung

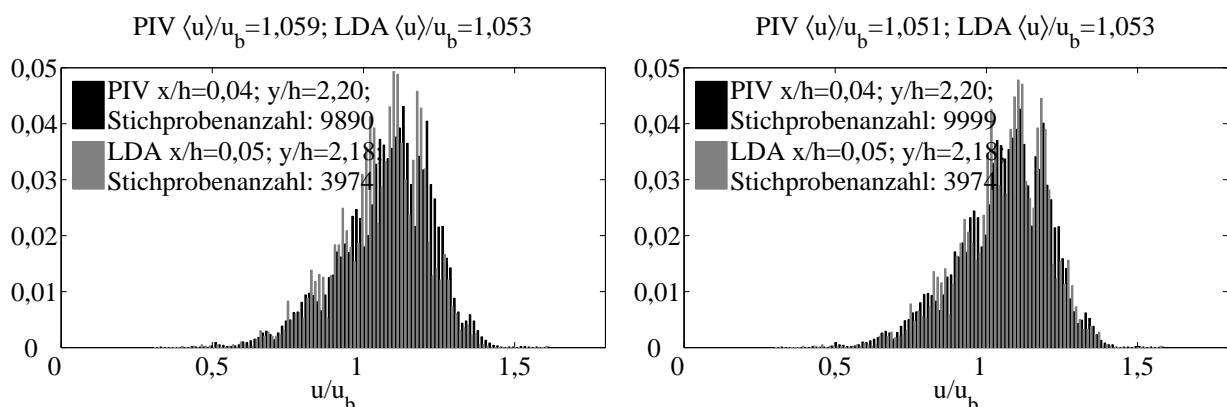


Abbildung 5.6: Vergleich von u/u_b aus PIV- und LDA-Messungen durch PDF an einem Messpunkt inmitten der Strömung; PIV links ohne, rechts mit interpolierten Vektoren; $Re = 10600$; $SNR \geq 1,1$.

³Betrachtet man Abbildung 5.2 genauer, erkennt man auch einen Peak um die Geschwindigkeit null.

(siehe weiter Kapitel 5.2.1). Falls er zu niedrig angesetzt wird, besteht die Gefahr, dass im wandnahen Bereich unkorrelierte Partikelpaare die Verschiebung null begünstigen. Wird das Signal-Rausch-Verhältnis zu hoch angesetzt, können zu wenige valide Vektoren detektiert werden. Bezieht man interpolierte Vektoren nicht mit ein, wird der rms-Wert aufgrund der geringen Stichprobenanzahl statistisch nicht eingelaufen sein. Wenn hingegen interpolierte Vektoren für die Statistik verwendet werden, können die umliegenden Vektoren sowohl den Mittel- als auch den rms-Wert dominieren.

Essenz dieses Vergleichs ist, dass die PIV im Bereich knapp über dem Hügel für beide Fälle keine aussagekräftigen Ergebnisse liefert. Die Mittelwerte sind ohne Einbeziehung der interpolierten Vektoren korrekt; die Anzahl der aus dem ersten Korrelationsmaximum gewonnenen Stichproben reicht nicht aus, um eine eingelaufene Statistik der rms-Werte zu gewährleisten. Interpolierte Werte an der Berandung mit extrem steilen Geschwindigkeitsgradienten sind stark verfälscht und können nicht weiter verwendet werden. Dieses Problem tritt nur direkt über dem Hügel auf. Weil die PIV dort keine verlässlichen Daten verspricht, wurden die rms-Werte $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ der drei Interrogation Areas direkt über dem Hügel bei $x/h = 0,05$ durch LDA-Messungen, die linear an die Position der Interrogation Area interpoliert wurden, substituiert (siehe Kapitel 6). $\langle u \rangle / u_b$ wird aus der limitierten Stichprobenanzahl der validen Vektoren gewonnen.

5.2 Subpixel-Interpolation

Die Kreuzkorrelationsfunktion \mathbf{R} einer Interrogation Area gibt die Wahrscheinlichkeit der Partikelverschiebung zwischen den beiden PIV-Doppelbildern wieder. Das Maximum der Kreuzkorrelationsfunktion entspricht der wahrscheinlichsten Verschiebung. Durch die Aufnahme der Partikelbilder mit CCD-Chips gibt die Kreuzkorrelationsfunktion die Verschiebung in diskreten Pixeln an. Die Auflösung der Geschwindigkeit kann erhöht werden, indem die Partikelverschiebung durch die Einbeziehung der Nachbarn des Korrelationsmaximums Subpixel-verfeinert wird. Bei der Subpixel-Interpolation kann ein Effekt auftreten, der unter dem Namen *peak locking* in der Literatur bekannt ist.

5.2.1 Peak locking

Eine weitere Eigenheit der PIV zeichnete sich bereits in den PDFs oben ab. Das so genannte *peak locking*. Die PDF an $x/h = 0,04$, $y/h = 2,34$ wird in Abbildung 5.7 nochmals als Verschiebung in Pixeln dargestellt. Die durch die Verschiebung um ein diskretes Pixel darstellbare Geschwindigkeit berechnet sich für $Re = 10600$ aus dem Quotienten zwischen Pixelgröße und zeitlichem Abstand der Belichtungen zu $\Delta u = 1,42 \cdot 10^{-4} \text{ mm/px}/5 \text{ ms} = 2,84 \text{ cm/s}$. Aus Abbildung 5.7 wird deutlich, dass die Wahrscheinlichkeit einer ganzzahligen Pixelverschiebung höher ist, als eine willkürliche Verschiebung. Die Subpixelverfeinerung funktioniert also nicht akkurat, was auf zu kleine Partikel hindeutet. Der Partikelbilddurchmesser wurde in Kapitel 3.1.1 zu etwa $d_b = 1,5 \text{ px}$ bestimmt, was kleiner ist als der für die Kreuzkorrelation empfohlene Partikelbilddurchmesser von $d_b = 2,0 \text{ px}$.

Um die Qualität der Messungen einschätzen zu können, soll der peak locking-Effekt bei den Messungen weiter untersucht werden. Neben dem zu geringen Verhältnis zwischen Bild- und Zerstreuungskreisdurchmesser d_b/d_z können laut Raffel et al. [54] weitere Gründe für den

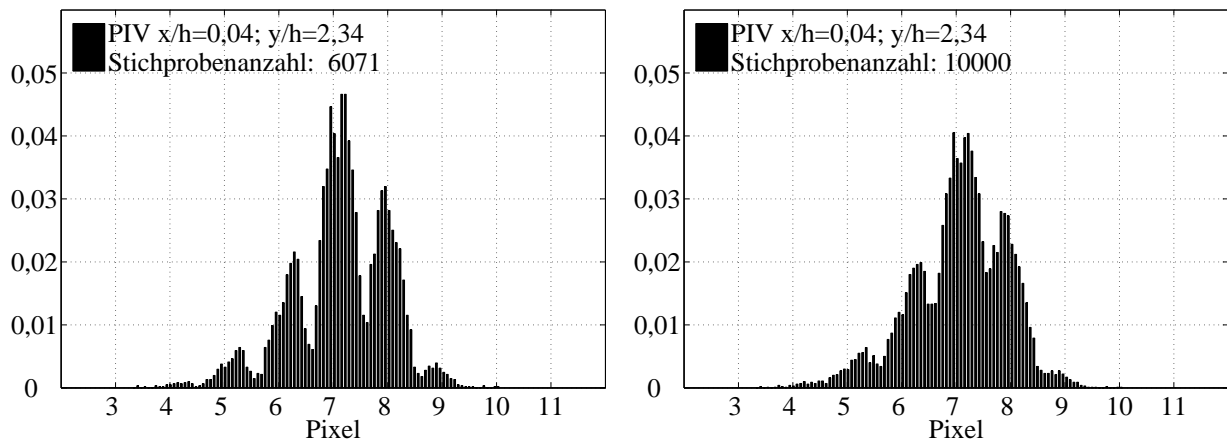


Abbildung 5.7: Vergleich von u/u_b aus PIV-Messungen durch PDF an einem Messpunkt inmitten der Strömung; links ohne, rechts mit interpolierten Vektoren; $Re = 10600$; $SNR \geq 2,0$.

peak locking-Effekt eine zu geringe Partikeldichte oder eine örtlich variierende Belichtungsintensität eines Pixels sein. Der zuletzt genannte Punkt kann wohl durch die in Kapitel 3.1.3 beschriebenen *micro lenses* begünstigt, eine zu geringe Partikeldichte jedoch ausgeschlossen werden.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte herausgefunden werden, dass der peak locking-Effekt mit steigendem SNR Filter wächst. Der Korrelationspeak ist bei ganzzahligen Pixelverschiebungen viel höher, da die Wahrscheinlichkeit hoch ist, dass fast die gesamte Lichtintensität bei beiden Doppelbildern auf genau ein Pixel fällt. Bei halbzahligen Pixelverschiebungen teilt sich die Intensität bei mindestens einer Aufnahme auf zwei benachbarte Pixel auf, so dass das Signal-Rausch-Verhältnis in der Korrelationsebene für diesen Fall geringer ist. Abbildung 5.8 verdeutlicht diesen Umstand dadurch, dass die beiden SNR an einem Punkt miteinander verglichen werden. Wenn die Stichprobenanzahl jedoch groß genug ist, mitteln sich die

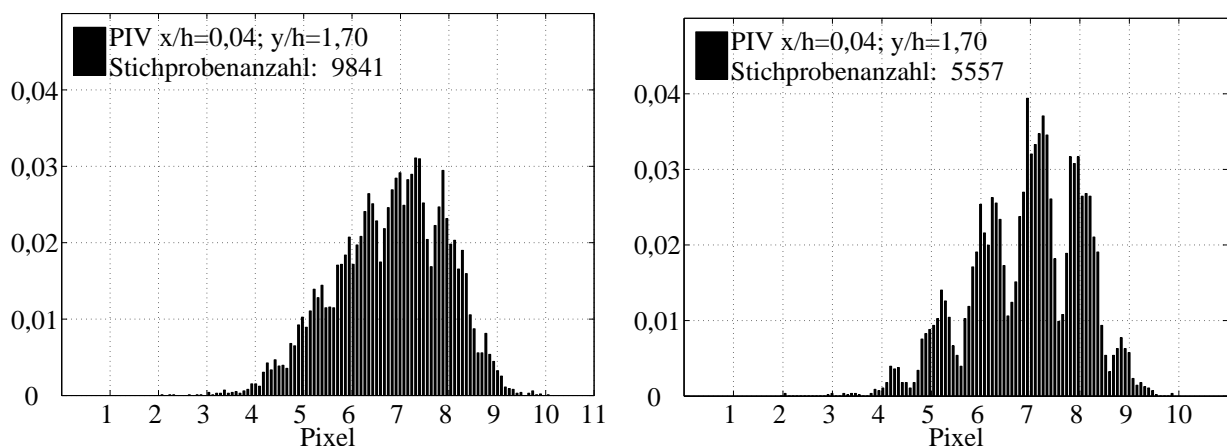


Abbildung 5.8: Vergleich von u/u_b aus PIV-Messungen durch PDF an einem Messpunkt inmitten der Strömung; $Re = 10600$; links $SNR \geq 1,1$, rechts $SNR \geq 2,0$.

Fehler für den Mittelwert heraus. Dies kann man z. B. mit einer Monte-Carlo-Simulation

überprüfen. Die Auswirkungen des peak lockings auf die rms-Werte wurden intensiv untersucht:

Die rms-Werte der vertikalen Schnitte wurden mit erstem Korrelationsmaximum bei $Re = 10600$ mit denselben Daten, jedoch ohne Subpixel-Verfeinerung, also nur mit ganzzahligen Pixelverschiebungen gegenübergestellt. Die folgende Abbildung 5.9 zeigt die Unterschiede exemplarisch an der Position $x/h = 0,5$ für $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, $\langle u'v' \rangle / u_b^2$ und $\langle v'v' \rangle / u_b^2$. Die maximale

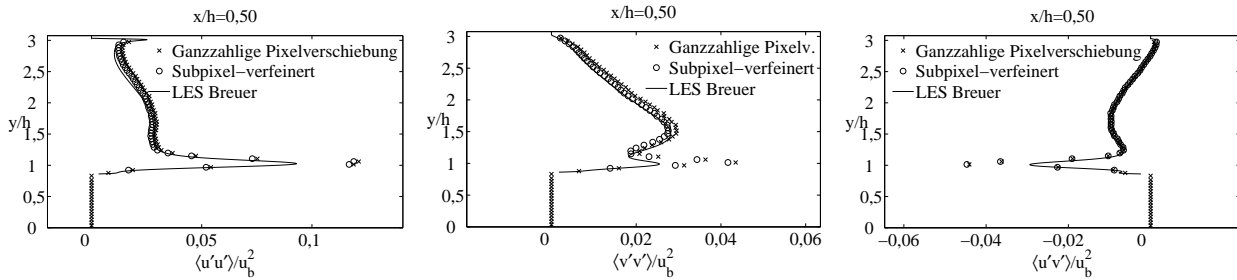


Abbildung 5.9: Vergleich von Subpixel-verfeinerten und nicht verfeinerten PIV-rms-Werten mit LES-Daten von Breuer et al. [10] bei $Re = 10600$; $x/h = 0,05$.

Differenz beträgt für $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ $3,335 \cdot 10^{-3}$ und für $\langle v'v' \rangle / u_b^2$ $2,488 \cdot 10^{-3}$. Die Abweichungen sind durchaus gering. Die tatsächliche Differenz der rms-Werte von dem physikalisch richtigen Wert lässt sich jedoch nicht errechnen. Nachdem die Differenz zwischen den aus ganzzahligen Pixelverschiebungen berechneten rms-Werten und den durch peak locking verzerrten Subpixel-rms-Werten äußerst gering ist, gleichzeitig jedoch die Auswirkungen auf die PDF enorm sind, kann der rms-Wert durch akkurate Subpixel-Verfeinerung nur in einem weitaus geringeren Maße differieren.

5.2.2 Interpolationsverfahren

Häufig wird bei der PIV als Subpixel-Interpolationsverfahren eine Dreipunkt-Gauß-Anpassung eingesetzt (siehe Gl. 3.29). Dies ist wie bereits in Kapitel 3 ausgeführt durch die Streulichteigenschaften kleiner Partikel begründet. Sind die Partikelbilddurchmesser d_b jedoch so klein, dass ihr Streulicht nicht auf drei Pixel in einer Dimension fällt, ist das Korrelationsmaximum auch nicht von zwei umgebenden Werten unterstützt, sondern maximal von einem. Dieser Umstand führt eine auf drei Punkten beruhende Subpixel-Interpolation ad absurdum. Der Effekt, der eintritt, ist das peak locking.

Die Breite des Korrelationspeaks entspricht dem mittleren Partikelbilddurchmesser d_b in der Interrogation Area. Geht man für den vorliegenden Fall von einem Verhältnis zum Zerstreuungsbilddurchmesser $d_b/d_z = 1,5$ aus, erhält man je nach lokaler Subpixel-Position unterschiedliche Lichtintensitäten auf den beteiligten Pixeln (vgl. Abb. 5.10). Faltet man das Partikelabbild mit der Gauß'schen-Normalverteilung und integriert über die jeweils ein Pixel bedeckende Fläche, erhält man die Intensitätsverteilung der jeweiligen Pixel. Daraus kann nun wiederum die Subpixel-Position über die verschiedenen Interpolationsverfahren gewonnen werden. Da der Logarithmus für 0 nicht definiert ist (siehe Gl. 3.29), erhält man für die Gauß-Anpassung kein Ergebnis für eine Verschiebung größer $|0,25|$ px. Bei der Gauß-Anpassung wird die Verschiebung über-, beim linearen Peak⁴ unterschätzt (siehe Abb. 5.11). Belegt man

⁴Lineare Interpolation zwischen dem höchsten Peak und seinem höchsten Nachbarn

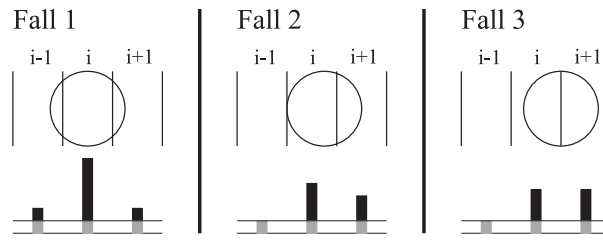


Abbildung 5.10: Subpixel-Position und zugehörige Intensitätsverteilung mit und ohne gleichverteiltem Rauschen.

jedoch die Intensität mit einem auf den drei Pixeln gleich großen Rauschen, so wird deutlich, wieso der peak locking-Effekt eintritt; die Verschiebung wird über den gesamten Bereich unterschätzt. Beim zufällig verteilten Rauschen wächst der Fehler bei der Gauß-Anpassung mit steigendem Rauschniveau. Es wurden mehrere Subpixel-Interpolationsalgorithmen im-

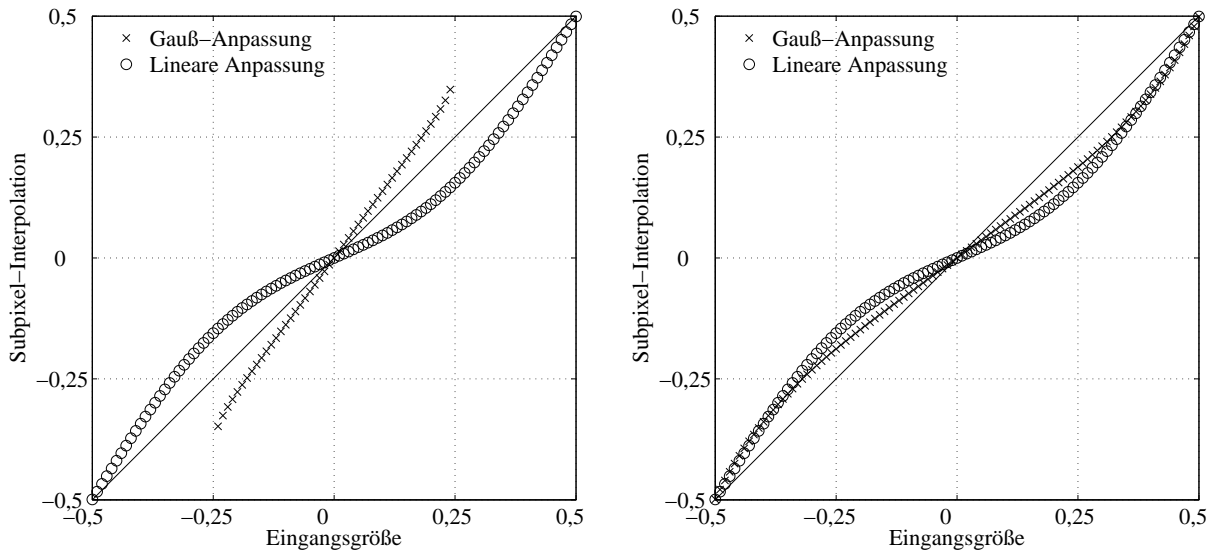


Abbildung 5.11: Subpixel-Verschiebung aus theoretischen Überlegungen links ohne, rechts mit Rauschen, $d_b/d_z = 1,5$.

plementiert und getestet (u. a. der parabolische Dreipunkt-Fit, oder der bilineare-Fit), die jedoch allesamt größere peak locking-Effekte zeitigten, als die Gauß-Anpassung. Neben dem linearen Fit zwischen den zwei höchsten Peaks wurden im Rahmen dieser Arbeit auch Verfahren entwickelt, bei denen anhand der Größe der Nebenpeaks entschieden wird, ob drei oder nur zwei Punkte für die Interpolation herangezogen werden. Auch hiermit konnte der peak locking-Effekt aufgrund des willkürlich verteilten Rauschens nicht vollständig eliminiert werden.

Größere Partikel konnten aufgrund ihres schlechteren Folgeverhaltens (siehe Kapitel 3.1.1) ebenso nicht eingesetzt werden, wie eine Kamera mit höherer Auflösung (Stand der Technik). Eine höhere Bildauflösung wäre auf Kosten von mehr Rechenzeit und mehreren Einzelversuchen möglich gewesen. Allerdings wächst der Partikelbilddurchmesser wie bereits in Kapitel 3.1.1 erwähnt durch die optische Vergrößerung nur äußerst gering an. Die in Abbildung 5.11

aufgezeigten Fehler konnten durch Ausgleichsfunktionen nicht eliminiert werden, da sich das Rauschen auf die beteiligten Pixel nicht gleich verteilt.

Digitale Unschärfe durch Filtern der Bilder

Um den Einfluss des peak lockings auf den rms-Wert der Messungen weiter einzugrenzen, wurde eine Bildsequenz mit einem digitalen Gauß-Filter $\gamma = 2,0$ verschmiert. Dies zieht eine Vergrößerung des Partikelbilddurchmessers und des Korrelationspeaks nach sich. Die Dreipunkt-Subpixel-Verfeinerung führt dadurch zu besseren Ergebnissen. Beispielhaft soll der Messpunkt $x/h = 0,04$, $y/h = 1,11$ abgehandelt werden. Abbildung 5.12 zeigt die Wahr-

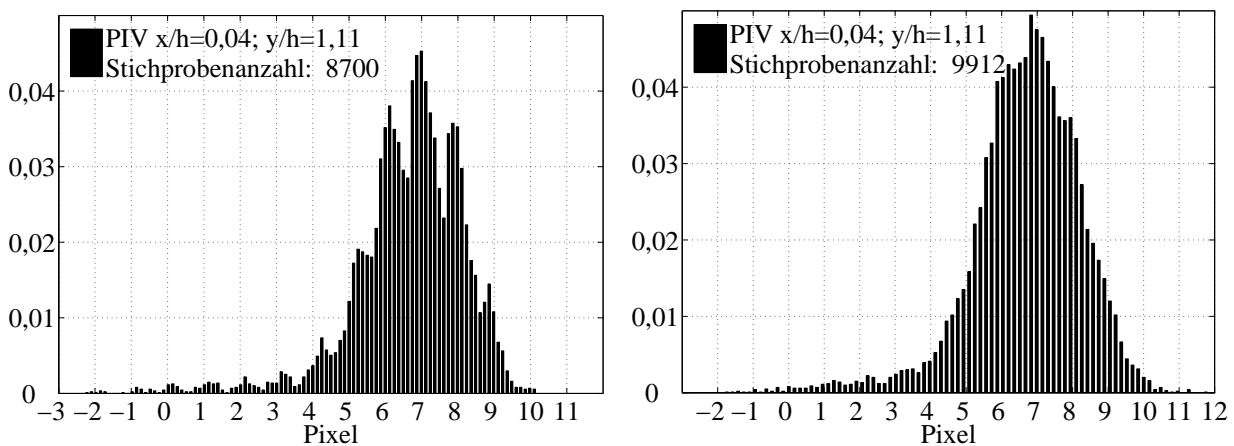


Abbildung 5.12: Vergleich von u/u_b aus PIV-Messungen durch PDF an einem wandnahen Messpunkt; $Re = 10600$; scharfe Bilder links, verschmierte Bilder rechts.

scheinlichkeitsdichtefunktion der u -Komponente links aus scharfen PIV-Aufnahmen, rechts aus digital verschmierten Bildern bei sonst identischer Auswertung. Der rms-Wert liegt mit $\langle u'u' \rangle / u_b^2 = 0,0536$ für die Auswertung der scharfen Bilder nur um 1,25% über dem Wert der verschmierten Bilder mit $\langle u'u' \rangle / u_b^2 = 0,0529$. Aus diesem Grund wird darauf verzichtet, die Bilder digital nachzubearbeiten. Der Rechenaufwand von ca. 17 CPUs/Mpx ist nicht gerechtfertigt, denn andere Effekte, wie z. B. der SNR-Filter haben einen wesentlicheren Einfluss auf die Ergebnisse.

Schlussfolgernd kann festgestellt werden, dass der Fehler im rms-Wert der Geschwindigkeit durch die digitale Defokussierung mit hohem Rechenaufwand reduziert werden kann, die Veränderungen, gerade im Vergleich zu anderen Faktoren, allerdings verschwindend gering sind.

5.3 Stichprobenanzahl

Bei den PIV-Messungen wurden mit einer Frequenz von 7,25 Hz insgesamt 10^4 Doppelbilder aufgenommen. Dies ergibt eine gesamte Messdauer von $t_M = 1380$ s oder 23 min. Diese Messdauer entspricht bei $Re = 5600$ in etwa 300 Durchflusszeiten. Die Durchflusszeit kommt

also der Anzahl von Perioden gleich, die ein mit u_b mitschwimmender Beobachter erfahren würde (siehe Tabelle 5.1).

$$t_{\text{Durchfluss}} = \frac{u_b t_M}{9h} \quad (5.1)$$

Dass gerade bei $Re = 5600$ der Wert an unabhängigen Stichproben nicht ausreichend ist,

Tabelle 5.1: Durchflusszeiten

Re	$\frac{u_b t_M}{9h}$
5600	300
10600	570
19000	1000
37000	2000

muss aufgrund der Messausstattung akzeptiert werden. Vergleicht man z. B. bei $Re = 5600$ den Mittelwert nach 5000 Stichproben mit dem nach 10000 Stichproben, so ergibt sich die maximale Abweichung an einer Stelle im Strömungsfeld von $0,066u_b$ bei $x/h = 3,0$, $y/h = 0,4$ (siehe Abb. 5.13). Bei $Re = 10600$ ist der Wert auf $0,045u_b$ gesunken, bei $Re = 19000$ beträgt er lediglich $0,022u_b$. Abbildung 5.13 zeigt die zeitliche Entwicklung des Mittelwerts der u -Komponente an der $x/h = 3,0$ und $y/h = 0,4$ Position für $Re = 5600$. Die Statistik ist be-

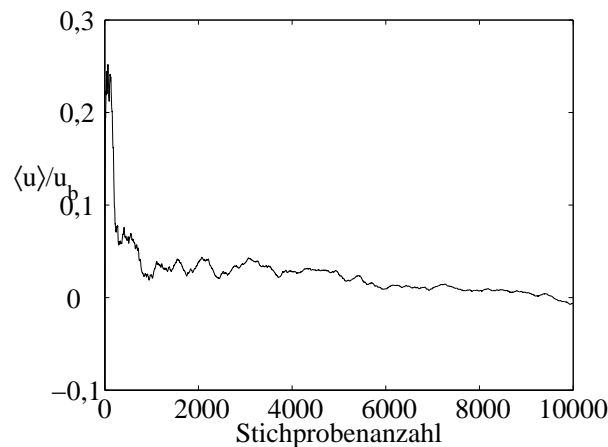


Abbildung 5.13: Zeitliche Entwicklung des Mittelwerts bei $Re = 5600$ an der Stelle $x/h = 3,0$; $y/h = 0,4$.

sonders an den äußerst sensitiven Stellen im Feld nicht eingelaufen, da die Strömung extrem langwelligen Schwankungen unterliegt. Diese sind umso dominanter, je kleiner die Reynolds-Zahl ist. Sie treten vor allem an Punkten in der Scherschicht und im Luv des Hügels auf, wo ein Pulsieren der Strömung beobachtet wird. Dies hat zur Folge, dass die zusammengesetzten Vektorfelder der einzelnen Kamerapositionen an den Schnittstellen Sprünge in der Größenordnung von bis zu $1\% u_b$ bei $Re = 5600$ aufweisen können.

Die Vermutung liegt nahe, dass langwellige Schwankungen, die durch die gewählte Messdauer nicht vollständig erfasst sind, für diese Sprünge verantwortlich sind. Diese Vermutung

wurde durch zwei Methoden untersucht. Eine Verlängerung der Messdauer zeigte jedoch keine signifikanten Verbesserungen des Ergebnisses. Eine Vergleichsmessung bei $Re = 5600$ mit einer Aufnahme­frequenz von 1,04 Hz, 10000 Stichproben und einer Messdauer von 160 min ergab geringe Sprünge, aber in ähnlicher Größenordnung.

Der zweite Ansatz fußt auf der Idee, dass langwellige Schwankungen zu periodischen Schwankungen des Mittelwerts an einem Punkt führen. Möglicherweise ist die Statistik dieser langwelligen Schwankungen gerade bei niedrigen Reynolds-Zahlen nicht eingelaufen. Diese Schwankungen können mit einer Frequenzanalyse herausgerechnet werden. Hierfür wurden die Geschwindigkeitsmessungen punktweise in der Zeit Fourier-transformiert, tiefpassgefiltert und rücktransformiert ($u_{\text{tiefpassgefiltert}}(x, y, t)$). Mit dem Ergebnis konnten die rms-Werte in Bezug auf diese Geschwindigkeit, die die langwelligen Schwankungen repräsentiert, berechnet werden ($\langle u'u'_{\text{hochpassgefiltert}} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\langle u_{\text{tiefpassgefiltert}}(x, y) \rangle - u_i(x, y, t))^2$). In Abbildung 5.14 sind rms-Werte der PIV-Messung bei $Re = 10600$ an der Position $x/h = 2,0$ den hochpassgefilterten Werten gegenüber gestellt. Die rms-Werte wurden über $(P1/P4)^2$, vgl. Kapitel 4.2.1, gegeneinander skaliert. Auch daraus rührt der Sprung in den Ergebnissen aus den Messungen der oberen und der unteren Kameraposition. Aus den mit $f_c = 0,0029$ Hz (dimensionslos $f_c \cdot h/u_b = 1,45 \cdot 10^{-3}$) und $f_c = 0,05$ Hz ($f_c \cdot h/u_b = 2,50 \cdot 10^{-2}$) hochpassgefilterten rms-Werten ergibt sich ein völlig unterschiedliches Bild für die beiden Bereiche. Die rms-Werte des oberen Bildbereichs bleiben fast gänzlich unbeeinflusst, während die Schwankungsgrößen in der Scherschicht signifikant reduziert werden. Diese Untersuchung zeigt, dass die

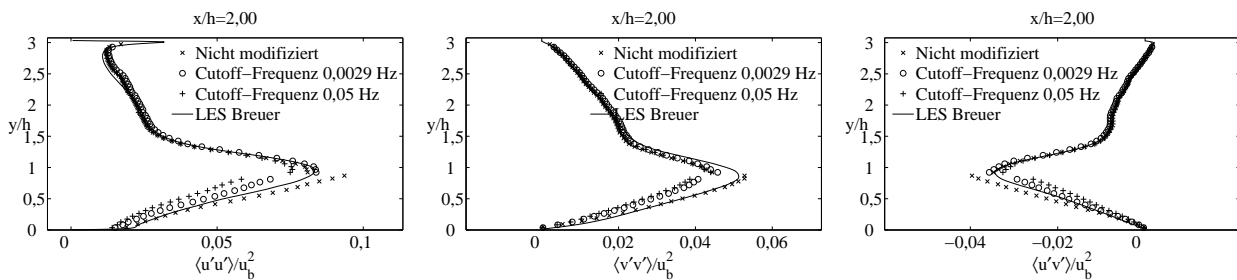


Abbildung 5.14: Vergleich von PIV-rms-Mess- und hochpassgefilterten Werten mit bei $Re = 10600$ und $x/h = 2,0$

langwelligen Schwankungen vor allem in der Rezirkulationszone auftreten. Dieses Phänomen wurde außerdem auch noch im Luv des Hügels beobachtet.

Die langwelligen Schwankungen werden im Folgenden nicht herausgerechnet. Dies würde die physikalischen Eigenschaften der Strömung nicht repräsentieren. Dass nur bei der niedrigsten Reynolds-Zahl die Statistik der höheren Momente nicht ganz eingelaufen ist, muss akzeptiert werden. Letztendlich äußert sich dieser Umstand in den Sprüngen der vertikalen PIV-Messungen, denen sechs einzelne Messungen zugrundeliegen (siehe Kapitel 4.2.1).

5.4 Zusammenfassung

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die Schwierigkeiten und Probleme der PIV detailliert besprochen. Neben der präzisen Justage von Laserschnitt und Kamera, die für die Messung

grundlegend ist, müssen PIV-Daten sorgfältig hinterfragt werden, denn der Einfluss von peak locking, SNR und Interpolation kann teilweise sehr groß sein. Gerade an Orten steiler Gradienten und an der Wand sind die PIV-Ergebnisse für Fehler anfällig, so dass eine gewissenhafte Überprüfung unerlässlich ist. Ein adäquates Werkzeug hierfür ist vor allem die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

Hinterfragt man die Ergebnisse gründlich und beachtet o. a. Punkte, so können mittels PIV verlässliche Daten gewonnen werden. Dies soll anhand der Reynolds-Zahl 10600 durch das Profil bei $x/h = 4,0$ gezeigt werden, wo PIV-Daten mit LDA-Messungen und LES-Daten von Breuer et al. [10] verglichen werden. Die Position $x/h = 0,05$ wurde bereits weiter vorne beleuchtet. Die Übereinstimmung von PIV- und LDA-Daten ist sowohl für die mittlere Geschwindigkeitskomponente $\langle u \rangle / u_b$ als auch für die rms-Werte $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ hervorragend.

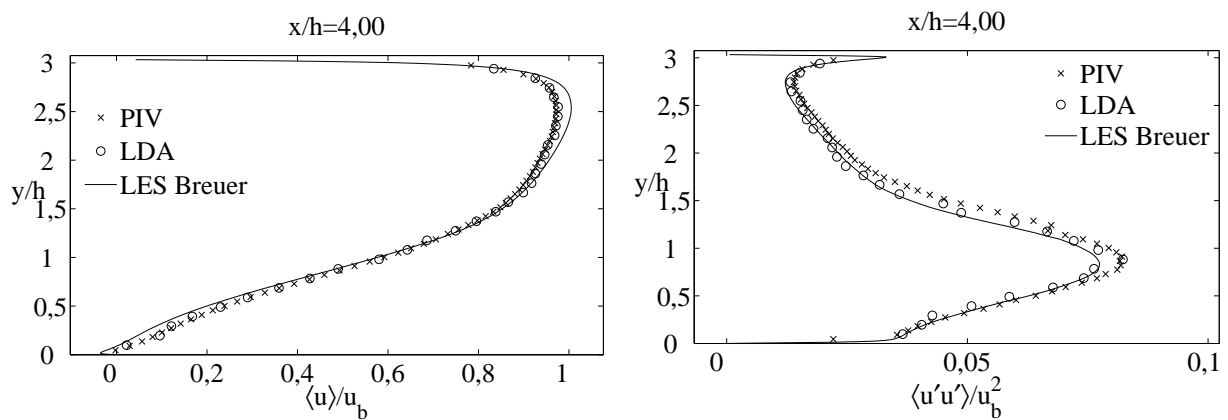


Abbildung 5.15: Vergleich von $\langle u \rangle / u_b$ (links) und $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ (rechts) aus PIV- und LDA-Messungen mit LES-Daten von Breuer bei $Re = 10600$; $x/h = 4,0$; $SNR \geq 1,1$.

6 Ergebnisse

Dieses Kapitel beinhaltet alle relevanten Ergebnisse der durchgeführten Experimente. Zusätzliche Angaben, etwa über die tatsächlichen Reynolds-Zahlen sind tabellarisch im Anhang A.3 aufgelistet. Dort finden sich auch Resultate, die in diesem Kapitel nicht weiter besprochen werden.

Die Anforderung, Referenzdaten für numerische Simulationen bereit zu stellen, impliziert den sorgfältigen Nachweis der Vergleichbarkeit von numerischen und experimentellen Randbedingungen. In erster Linie bedeutet dies, dass die Bedingungen im Berechnungsgebiet mit denen im Messbereich übereinstimmen.

6.1 Periodizität

Um den von numerischer Seite bereits etablierten Randbedingungen Genüge zu tun, wurden insgesamt zehn Hügel im Experiment verwendet, sowie die spannweite Ausdehnung des Kanals auf $18h$ im Vergleich zu $4,5h$ in der Numerik erhöht. Mit Hilfe von Druck-, PIV- und LDA-Messungen wird im Folgenden gezeigt, dass die Strömung ab einer Reynolds-Zahl $Re = 10600$ periodisch eingelaufen ist. Vorläufige Ergebnisse sind bisher in Rapp und Manhart [55] und Rapp et al. [56] veröffentlicht.

6.1.1 Druckmessungen

Die Periodizität in Strömungsrichtung wurde zunächst durch Messungen des Drucks am Kanaldeckel überprüft, denn eine periodisch eingelaufene Strömung zeichnet sich durch einen konstanten Druckgradienten aus. Die folgende Abbildung 6.1 zeigt den Druckverlauf auf der linken Seite und die Druckdifferenz von aufeinander folgenden Druckbohrungen am Kanaldeckel (rechts) jeweils an den lokalen Positionen $x/h = 1,3$. Auf den ersten Blick erscheinen die Messwerte des Druckgradienten fast willkürlich angeordnet; wenn man allerdings den Bereich der Abweichungen genauer betrachtet, so erkennt man, dass die absoluten Unterschiede z. B. bei $Re = 10600$ $\Delta\langle p_{\text{diff}} \rangle \approx 0,30 \text{ N/m}^2$ betragen. Der typische Messfehler der Druckdosen beziffert sich laut Hersteller auf 1‰ von $p_{\text{max}} = 1000 \text{ N/m}^2$, also $1,0 \text{ N/m}^2$. Im Rahmen der Messgenauigkeit halten die Daten der Forderung nach Periodizität stand (siehe auch Kapitel 4.4). Ein entscheidendes Merkmal der beiden Abbildungen ist jedoch, dass der Verlauf mit steigender Reynolds-Zahl glatter wird. Die Gründe hierfür sind einerseits der Messtechnik, also dem größeren Absolutdruck, zuzuschlagen, andererseits kann ein schnelleres Einlaufen der Strömung festgestellt werden.

Leichte Pumpen- und damit Durchflussschwankungen, die durch die Einbauten nicht gedämpft werden können, wirken sich in den Druckmessungen nicht aus, weil sie durch die relative Druckmessung eliminiert werden. Aus den Geschwindigkeitsmessungen geht jedoch hervor, dass die Strömung bei niedrigen Reynolds-Zahlen äußerst langwelligen Schwankun-

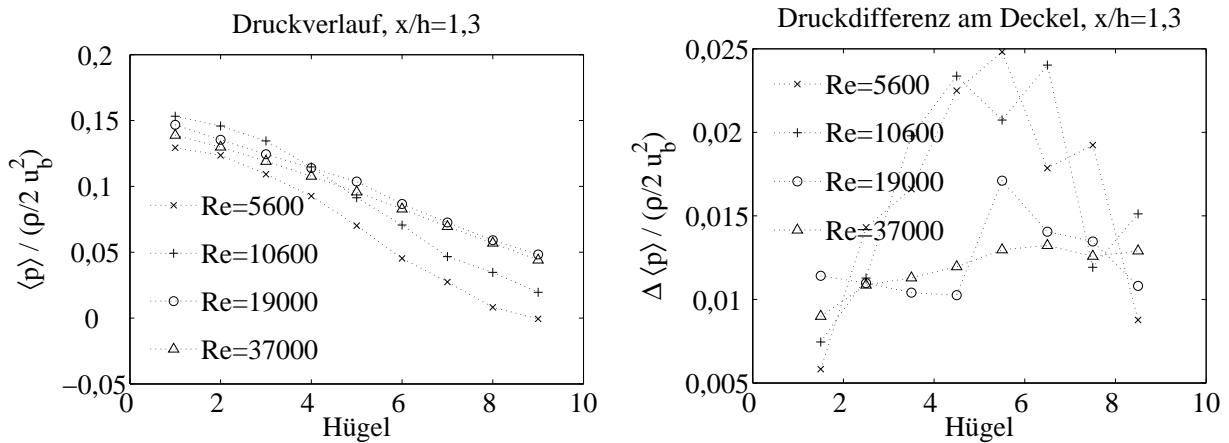


Abbildung 6.1: Druckmessung am Kanaldeckel, $z/h = 1,0$; lokal $x/h = 1,3$.

gen unterliegt, die in der relativ kurzen Messdauer der Druckmessungen nicht erfasst sind. Auch wenn sich die Druckbohrungen an Orten niedrigerer lokaler Druckgradienten befinden (siehe Kapitel 4.4), wirkt sich zum Beispiel der niederfrequent wandernde Wiederanlegepunkt (vgl. Kapitel 6.6) auf die Ergebnisse der Druckmessungen aus. Dadurch können die geringen Abweichungen im Druckgradienten erklärt werden. Letztendlich bleibt zu bemerken, dass gerade für die beiden hohen Reynolds-Zahlen insbesondere für $Re = 37000$ der Druckgradient im relevanten Bereich als konstant angesehen werden kann. Tragfähigere Aussagen bzgl. der Periodizität der Strömung können allerdings durch die Geschwindigkeitsmessungen gewonnen werden.

6.1.2 Geschwindigkeitsmessungen

Die Periodizität wurde durch PIV-Messungen in der Mitte des Kanals mit vertikalen Lichtschnitten an den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8 bei Reynolds-Zahlen von $Re = 5600$ und $Re = 10600$ untersucht. Außerdem wurden LDA-Messungen bei $Re = 10600$, $Re = 19000$ und $Re = 37000$ an den Stellen $x/h = 0,05$ und $x/h = 4,0$ im Bereich der Hügel sechs und sieben sowie sieben und acht in der Mitte des Kanals ($z/h = 0$) durchgeführt.

Re = 5600

In den folgenden Abbildungen sind die Ergebnisse von PIV-Messungen an den beiden Hügelpaaren gegenübergestellt. Verglichen werden jeweils die mittleren Geschwindigkeiten $\frac{\langle u \rangle}{u_b}$ und $\frac{\langle v \rangle}{u_b}$ sowie die normierten Reynolds-Spannungen $\frac{\langle u'u' \rangle}{u_b^2}$, $\frac{\langle u'v' \rangle}{u_b^2}$ und $\frac{\langle v'v' \rangle}{u_b^2}$. Abbildung 6.2 zeigt eine gute Übereinstimmung der u -Komponenten am lokalen Schnitt $x/h = 0,5$. Allerdings liegt der Wiederanlegepunkt zwischen den Hügelpaaren sechs und sieben bei $x/h = 5,02$ und eine Periode weiter bei $x/h = 4,83$. Deutlich wird der Unterschied beim Vergleich zwischen den jeweiligen v -Komponenten. Zwischen den Hügeln sechs und sieben ist die nach oben gerichtete Komponente bei $x/h = 0,5$ deutlich größer, was schon dort auf ein späteres Wiederanlegen hindeutet. Betrachtet man die größten Differenzen der Messwerte im Strömungsfeld, so erhält man in der Scherschicht bei $x/h = 2,0$; $y/h = 0,735$ eine Abweichung

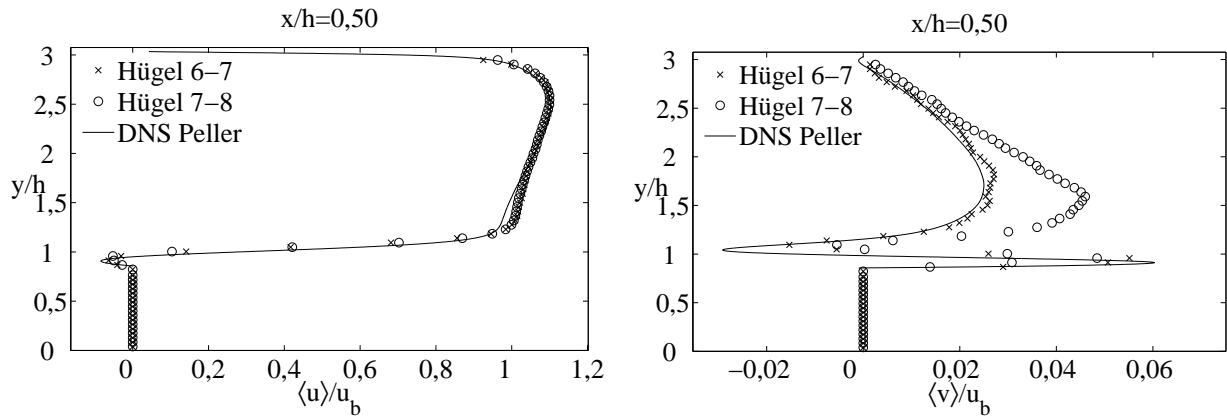


Abbildung 6.2: Vergleich der PIV-Mittelwerte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8 mit DNS-Daten von Peller und Manhart [51]; $Re = 5600$.

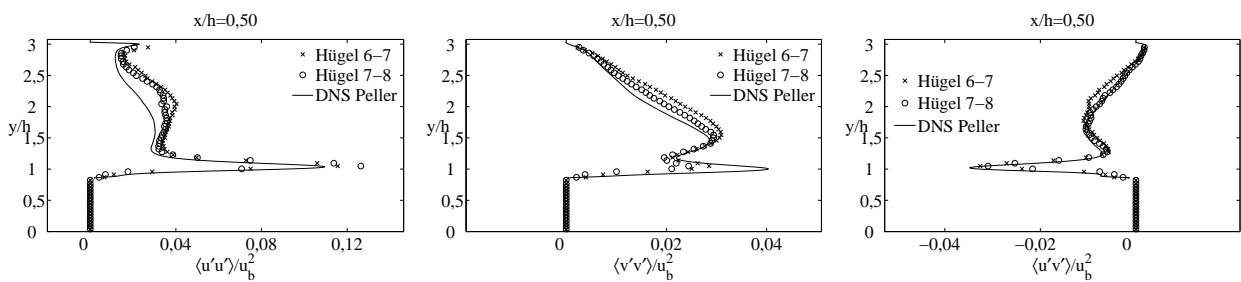


Abbildung 6.3: Vergleich der PIV-rms-Werte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8 mit DNS-Daten von Peller und Manhart [51]; $Re = 5600$.

der u -Komponenten von etwa $7,0\%$ u_b , während die v -Komponente um ca. $3,5\%$ u_b abweicht. Bei den rms-Werten sind keine signifikanten Unterschiede an dieser und an anderen Stellen zu erkennen. Auffällig ist jedoch, dass die Schwankungsgrößen im Experiment leicht über den Werten der DNS liegen. Dies kann, wie bereits in Kapitel 5.3 beschrieben, daran liegen, dass die mit der Durchflusszeit in Verbindung stehende Stichprobenanzahl nicht ausreichend ist.

Nachdem die Periodizität der Strömung für $Re = 5600$ durch PIV-Messungen nur eingeschränkt nachgewiesen werden konnte, wird der Fokus im Folgenden auf $Re = 10600$ gelegt. Bei dieser Reynolds-Zahl wurden die umfangreichsten Untersuchungen in Bezug auf Periodizität und Homogenität angestellt.

Re = 10600

Bei höherer Reynolds-Zahl ist der Impulsaustausch zwischen Fluidballen größer; deshalb ist davon auszugehen, dass die Strömung schneller räumlich eingelaufen ist. Außerdem reduziert sich die charakteristische Zeit laut Gleichung 3.4 mit steigendem Turbulenzgrad. Hieraus sollte sich ergeben, dass die Statistik schneller eingelaufen ist. Durch die unverminderte Messzeit von 1380 s und derselben Aufnahme Frequenz von 7,25 Hz ergeben sich für den Versuch 570 Durchflusszeiten. Für die Untersuchung der Periodizität werden PIV- und LDA-Messungen an den Hügelpaaren sechs und sieben sowie sieben und acht mit LES-Ergebnissen von Breuer et al. [10] an den lokalen Positionen $x/h = 0,05$ und $x/h = 4,0$ verglichen. Tatsächlich ist die

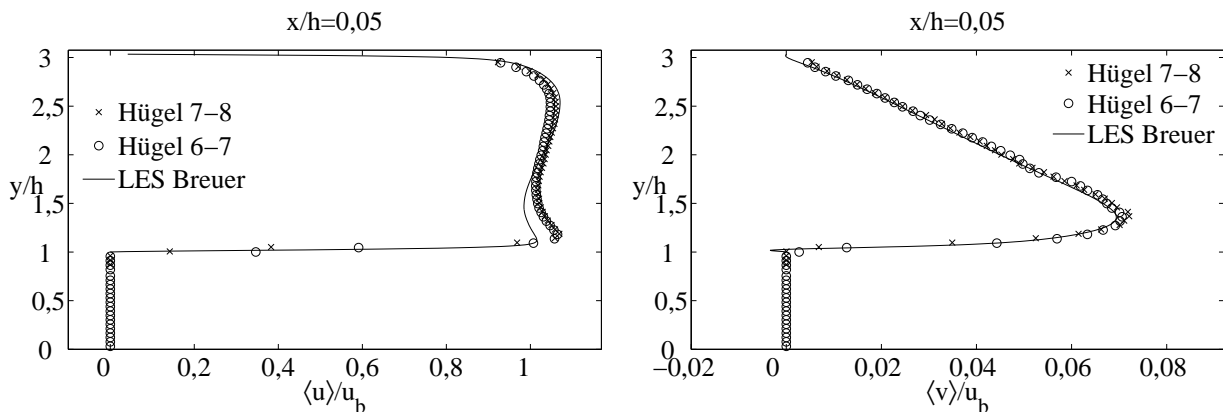


Abbildung 6.4: Vergleich der PIV-Mittelwerte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8 mit LES-Daten von Breuer et al. [10]; $Re = 10600$.

Übereinstimmung der mittleren Geschwindigkeiten zwischen PIV-Messungen an den beiden Hügelpaaren gegeben. Die Abweichungen sind marginal und in der Abbildung nur für die vertikale Komponente erkennbar. In Anbetracht der Tatsache, dass allein die Bestimmung des Messpunktes nicht beliebig genau möglich ist, können die Abweichungen als Messfehler und nicht als Strömungscharakteristik identifiziert werden. Der Wiederanlegepunkt liegt im Falle des Hügelpaars 6 – 7 bei $x/h = 4,28$, zwischen den Hügeln sieben und acht bei $x/h = 4,21$. Die Differenz von $0,07h$ erscheint groß, jedoch ist o. a. Positionsbestimmung einem gewissen Fehler unterworfen; außerdem erfolgte die Interpolation zur Bestimmung des Wiederanlegepunkts zwischen den benachbarten Messpunkten ($0,045h$) linear (siehe Kapitel 6.6). Jedoch bleibt festzustellen, dass der Wiederanlegepunkt wie auch bei $Re = 5600$ beim

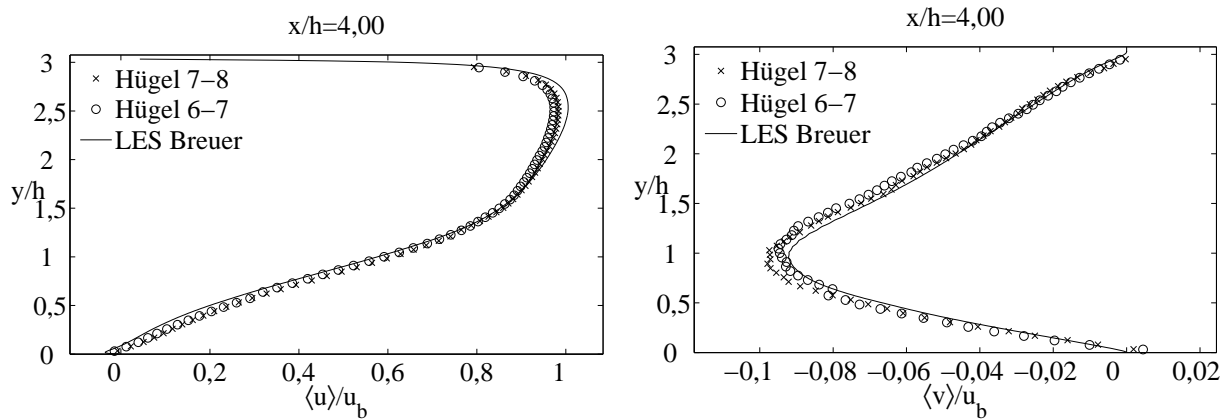


Abbildung 6.5: Vergleich der PIV-Mittelwerte zwischen den Hügelpaaren 6 – 7 und 7 – 8 mit LES-Daten von Breuer et al. [10]; $Re = 10600$.

Hügelpaar 7 – 8 im Vergleich zur Periode 6 – 7 etwas nach oberstrom gewandert ist. Die Ergebnisse der LDA-Messungen, die an der lokalen Position $x/h = 4,0$ durchgeführt wurden, untermauern die PIV-Ergebnisse. Sie liefern für den wandnächsten Messpunkt eine mittlere Geschwindigkeit von $\langle u \rangle / u_b = 0,0223$ für die Periode 6 – 7 und eine um $\approx 10\%$ höhere Geschwindigkeit ($\langle u \rangle / u_b = 0,0242$) für das Hügelpaar 7 – 8. An dieser Stelle soll nochmals Kapitel 2.6.2 in Erinnerung gerufen werden. Der Verweis fällt auf die Literaturstelle [65], wo Temmerman LES in Domänen mit einer und zwei Perioden durchgeführt hat und Abweichungen der Wiederanlagepunkte um $0,05h$ erhalten hat.

Die größten Differenzen bezogen auf u_b sind bei $Re = 10600$ deutlich geringer, als bei $Re = 5600$. So errechnet sich die größte Differenz zwischen Messpunkten der beiden Perioden zu $\Delta u = 1,2\% u_b$ für die u -Komponente bei $x/h = 4,0$ und $y/h = 1,1$. Die größte Abweichung der v -Komponente findet man wiederum in der Scherschicht bei $x/h = 3,0$ und $y/h = 0,55$, nämlich $\Delta v = 0,8\% u_b$. Die Differenz zwischen den LDA-Messungen erreicht den Maximalwert an der Stelle $x/h = 4,0$; $y/h = 0,87$ mit $\Delta u = 3,0\% u_b$. Die größere Abweichung als bei den PIV-Messungen liegt daran, dass die LDA Messwerte nicht zeitgleich aufgezeichnet werden können.

In Abbildung 6.6 sind die mittels PIV und LDA gemessenen u -Komponenten an den Positionen $x/h = 0,05$ und $x/h = 4,0$ der Hügelpaare 6 – 7 und 7 – 8 dargestellt. Abbildung 6.7 vergleicht die rms-Werte an den selben Positionen. Die mittlere Geschwindigkeit verläuft bei der LDA über die Kanalhöhe rauer als die entsprechende PIV Größe.

Aus den PIV-Messungen ist deutlich ersichtlich, dass der Einfluss der langwelligen Schwankungen im Vergleich zu $Re = 5600$ abgenommen hat. Der Übergang zwischen den Messwerten der oberen und der unteren Kameraposition ist auch an der sehr sensitiven Position $x/h = 4,0$ kaum erkennbar (vgl. Kapitel 5.3).

Re = 19000

Nachdem die Periodizität für $Re = 10600$ anhand von PIV- und LDA-Messungen nachgewiesen werden konnte und zu vermuten war, dass die Strömung bei höheren Reynolds-Zahlen schneller eingelaufen ist, wurde die Periodizität lediglich anhand von LDA-Messungen über-

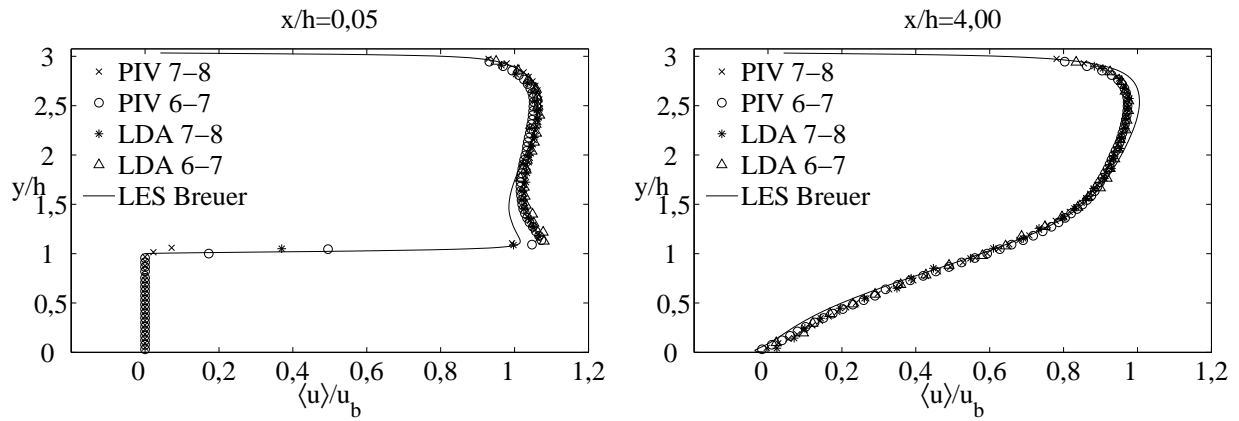


Abbildung 6.6: Vergleich der PIV- und LDA-Mittelwerte zwischen den Hügelpaaren 6–7 und 7–8 mit LES-Daten von Breuer et al. [10]; $Re = 10600$.

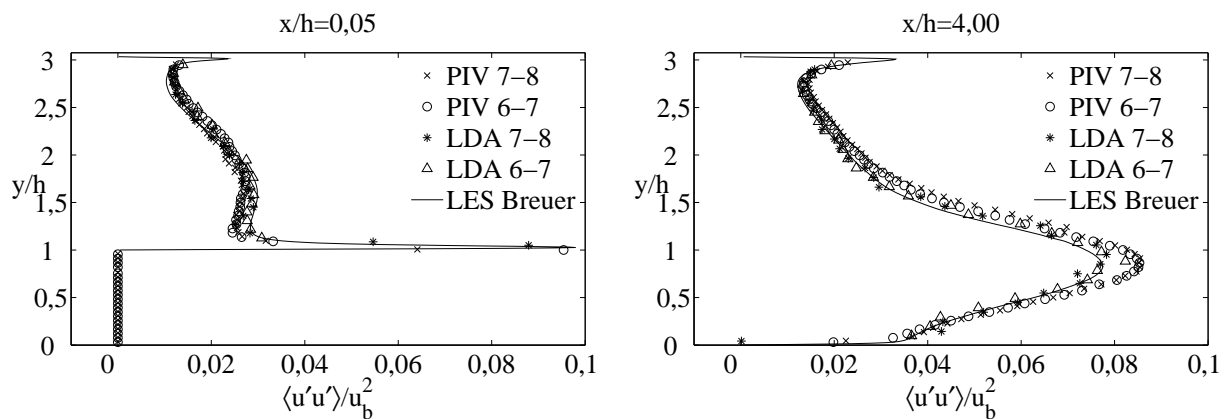


Abbildung 6.7: Vergleich der PIV- und LDA-rms-Werte zwischen den Hügelpaaren 6–7 und 7–8 mit LES-Daten von Breuer et al. [10]; $Re = 10600$.

prüft. Zusätzliche PIV-Messungen wurden wegen der zeitintensiven Auswertung nicht durchgeführt. Die Messungen wurden wieder an den sensitiven Stellen $x/h = 0,05$ und $x/h = 4,0$ durchgeführt. Abbildungen 6.8 bis 6.9 illustrieren die Übereinstimmung der Messwerte. Der

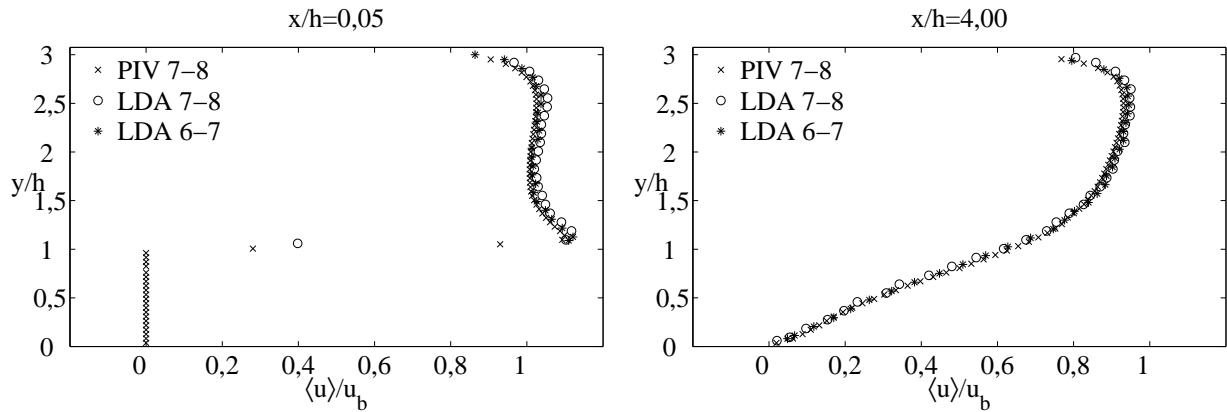


Abbildung 6.8: Vergleich der PIV- und LDA-Mittelwerte zwischen den Hügelpaaren 6–7 und 7–8; $Re = 19000$.

Offset der Daten ist wiederum durch die Normierung auf u_b bedingt. Wie oben bereits besprochen hat der letzte Messpunkt an der unteren Wand großen Einfluss auf u_b . Gerade die Bestimmung des Wandabstands ist bei der LDA schwierig. Deshalb sind auch größten Abweichungen bei $x/h = 0,05$ an der unteren Berandung zu beobachten. An derselben Stelle gibt es auch die größten Diskrepanzen bei den rms-Werten; diese Problematik wurde bereits in Kapitel 5 identifiziert und diskutiert.

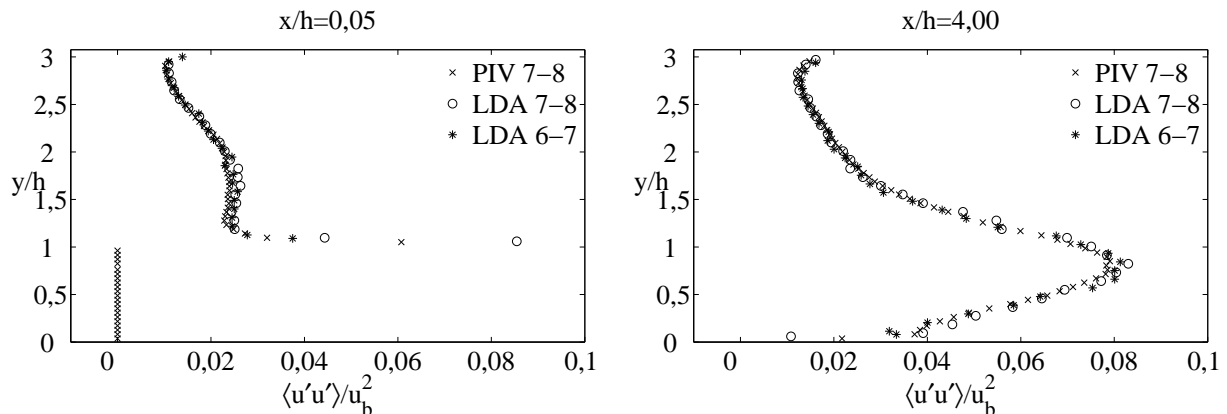


Abbildung 6.9: Vergleich der PIV- und LDA-rms-Werte zwischen den Hügelpaaren 6–7 und 7–8; $Re = 19000$.

6.1.3 Fazit

Die PIV- und LDA-Messergebnisse an den beiden Hügelpaaren 6–7 und 7–8 stimmen ab $Re = 10600$ sehr gut überein, so dass davon ausgegangen werden kann, dass die Strömung ab dieser Reynolds-Zahl periodisch ist. Weitere Versuche bei $Re = 37000$, auf die hier nicht

näher eingegangen werden soll, haben die These gestützt, dass sich für hohe Reynolds-Zahl periodische Eigenschaften einstellen.

6.2 Homogenität

Homogenität in spannweitischer Richtung ist eine der wesentlichen Vorgaben, die die Strömung über periodische Hügel im Experiment erfüllen muss, um mit den Ergebnissen der Simulationen vergleichbar zu sein. Anstatt der üblichen Domänenbreite von $4,5h$ mit periodischen Randbedingungen wurde deshalb die Kanalbreite im Experiment zu $18h$ gewählt. Die Homogenität wurde mittels Druckmessungen am achten Hügel, LDA-Messungen und horizontalen PIV Schnitten untersucht. Im Folgenden werden Mittelwerte des Drucks, Mittel- und rms-Werte der Geschwindigkeiten sowie einzelne Terme der Impulsbilanz ausgewertet und miteinander verglichen.

6.2.1 Druckmessungen

Die Druckverteilung entlang der spannweiten Ausdehnung des achten Hügels ist in Abbildung 6.10 für die Reynolds-Zahlen $Re = 5600$ bis $Re = 37000$ dargestellt. Links befinden sich die Messpunkte im Lee des achten Hügels bei lokal $x/h = 1,2$, rechts im Luv bei $x/h = 7,8$. Im Rahmen der Messgenauigkeit (siehe Kapitel 4.4) ist der Druckverlauf am Hügel sowohl

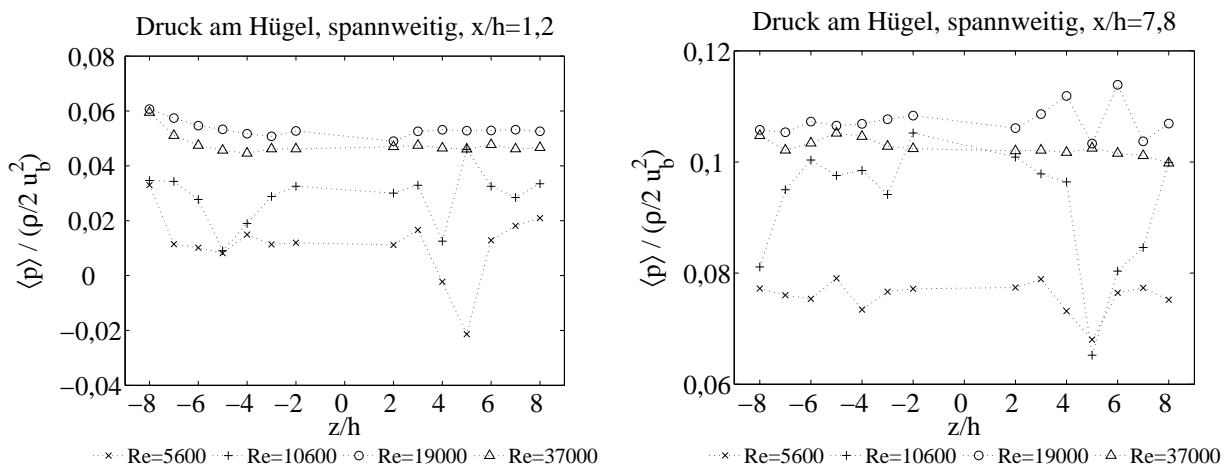


Abbildung 6.10: Druckmessungen am achten Hügel, links im Lee (lokal $x/h = 7,8$), rechts im Luv (lokal $x/h = 1,2$).

lee- als auch luvseitig homogen. Die größten Irritationen rufen erwartungsgemäß die Messungen bei niedrigen Reynolds-Zahlen hervor. Die Ursachen hierfür wurden bereits in Kapitel 6.1 aufgeführt.

Durch die Messgenauigkeit ist es schwierig, aus den Drücken Schlüsse über die Homogenität der Strömung zu ziehen. Für $Re = 5600$ gibt es im Nachlauf des Hügels sogar einen Vorzeichenwechsel der Druckverteilung entlang des Hügels. Einerseits können gerade dort die bereits oben angesprochenen langwelligen Schwankungen von Strukturen, die von den relativ kurzen Messzeiten nicht erfasst werden, dafür verantwortlich sein. Andererseits bieten

die starken Druckgradienten in z -Richtung Grund zur Vermutung, dass dort Taylor-Görtler-Wirbel vorhanden sind. Allerdings kann wiederum festgestellt werden, dass die Druckschwankungen über die Kanalbreite für die beiden großen Reynolds-Zahlen signifikant geringer sind. Die Beurteilung der Homogenität muss aber in jedem Fall über eine sensitivere Methode erfolgen. Hierfür wurden LDA- und PIV-Messungen durchgeführt.

6.2.2 Vertikale LDA-Profile

Die Homogenität der Strömung wurde u. a. mittels LDA-Profilen an unterschiedlichen z/h -Positionen bei den Reynolds-Zahlen $Re = 10600$ und $Re = 19000$ untersucht. Im Folgenden werden die Ergebnisse vorgestellt. Die Geschwindigkeiten nehmen oben mit größerer Entfer-

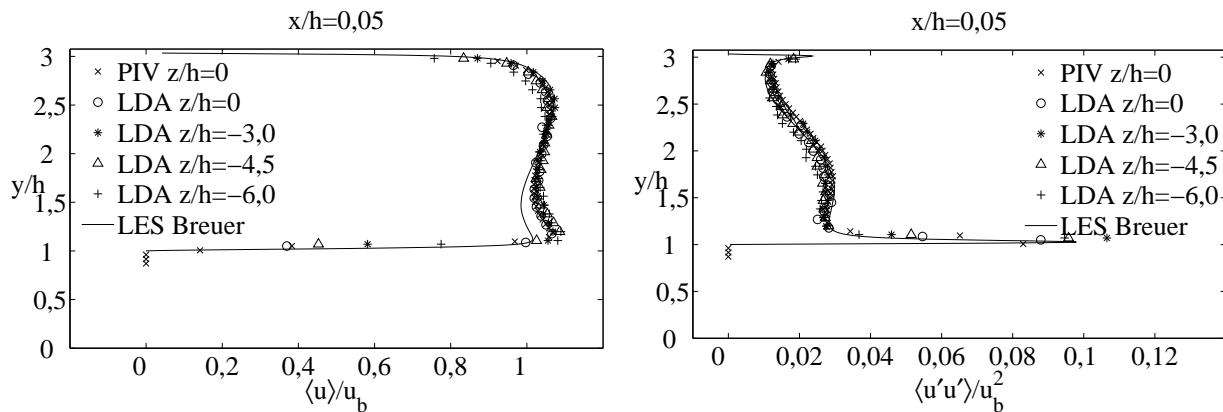


Abbildung 6.11: Vergleich der PIV- und LDA-Mittel- und rms-Werte an unterschiedlichen z/h -Positionen mit LES-Daten von Breuer et al. [10]; $Re = 10600$.

nung zur Kanalmitte ab, während sie knapp über dem Hügel zunehmen (Abb. 6.11). Bis zu $z/h = 4,5$ ist der Effekt kaum merklich, wohingegen die Abweichungen bei $z/h = 6,0$ auffällig sind. Die Unterschiede zwischen LDA und PIV an der Position $z/h = 0$ sind wiederum auf die Bestimmung von u_b zurückzuführen. In den Reynolds-Spannungen sind neben den in Kapitel 5 erwähnten spezifischen Abweichungen keine bedeutsamen Unterschiede erkennbar.

Die gleichen Beobachtungen lassen sich an den Messwerten bei $Re = 19000$ machen. In der folgenden Abbildung 6.12 sind wiederum mittlere Geschwindigkeitsprofile sowie die normierten Reynolds-Normalspannungen in x -Richtung aufgetragen. Die u -Komponente nimmt mit wachsender Entfernung zur Kanalmitte auch für diese Re im oberen Kanalbereich tendenziell ab, während das Maximum direkt über dem Hügel eher zunimmt; die Abweichungen von den Werten in Kanalmitte sind jedoch gering. Für die Reynolds-Spannungen ergeben sich wiederum nur marginale Änderungen über die Kanalbreite.

Die LDA-Messungen haben ergeben, dass Inhomogenitäten im Bereich von wenigen % u_b , vor allem in den mittleren Profilen vorhanden sind (Abb. 6.12). Dies gilt ebenfalls für die hier nicht angeführten Profile an der Position $x/h = 4,0$. Detaillierte Betrachtungen werden durch PIV-Messungen mit horizontalen Lichtschnitten möglich.

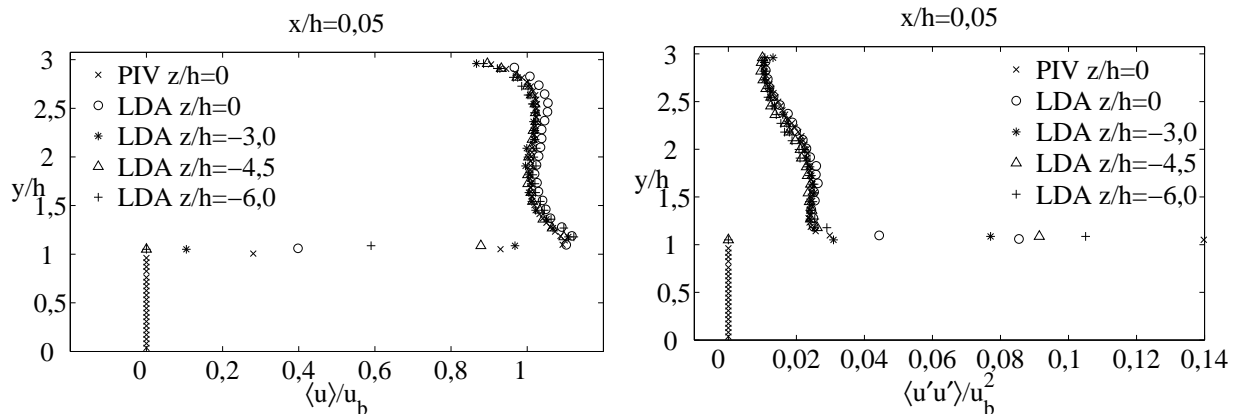


Abbildung 6.12: Vergleich der PIV- und LDA-Mittel- und rms-Werte an unterschiedlichen z/h -Positionen; $Re = 19000$.

6.2.3 Horizontale PIV-Schnitte

PIV-Messungen mit horizontalen Laserlichtschnitten wurden mit einer Auflösung von etwa $0,14 \text{ mm/px}$ auf der Ebene $y/h = 1,53$ im Bereich $2,5 \lesssim x/h \lesssim 7$ und $-5 \lesssim z/h \lesssim 0$ durchgeführt. Um das Verhalten der Strömung bis zur seitlichen Wand auflösen zu können, wurden weitere Messungen mit einer größeren Auflösung von etwa $0,31 \text{ mm/px}$ auf derselben Ebene und bei $y/h = 0,40$ durchgeführt.

Im Folgenden werden die mittleren Geschwindigkeiten für alle vier Reynolds-Zahlen diskutiert. Im Anschluss daran wird mit Hilfe von Vektorplots der Zugang zur Dreidimensionalität der Strömung geschaffen. Um den Einfluss der seitlichen Wand auf die Strömung in der Kanalmitte beurteilen zu können, werden die Terme der Reynolds-Gleichung miteinander verglichen.

Die Geschwindigkeitsprofile der horizontalen PIV-Schnitte sind im Vergleich zu den vertikalen Schnitten rauer. Für die weitere Auswertung, im Laufe dieses Kapitels werden Geschwindigkeitsgradienten untersucht, müssen die Daten geglättet werden. Deshalb wird im Folgenden die räumliche Filterung der horizontalen PIV-Messungen besprochen.

Räumliche Filterung der PIV-Messwerte

Der raue Verlauf der Geschwindigkeitsprofile wirkt sich vor allem auf die Geschwindigkeitsgradienten, die später diskutiert werden, sehr stark aus. Im Folgenden werden die mittleren Geschwindigkeitsfelder und die rms-Werte räumlich gefiltert und miteinander verglichen.

Da die Filteroperationen in zwei Dimensionen vertauschbar sind [23], können die beiden Raumrichtungen getrennt voneinander gefiltert werden. Aufgrund dessen erfolgte die Implementierung des Filters eindimensional. Die Gleichungen werden eindimensional angegeben. Die gefilterten Geschwindigkeiten ergeben sich aus der Faltung der Filterfunktion mit dem Geschwindigkeitsfeld. Mit i sei im Folgenden die betrachtete Interrogation Area bezeichnet, $i \pm 1$ sind die direkten Nachbarn usw.

$$\bar{u}(x_i) = \int G(x) u(x) dx, \Delta \in 2\mathbf{N} \quad (6.1)$$

Der Top Hat-Filter ist folgendermaßen definiert:

$$G(x) = \frac{1}{\Delta + 1} \quad \text{für } x \in [i - \Delta/2, i + \Delta/2], \text{ sonst } 0, \Delta \in 2\mathbf{N} \quad (6.2)$$

Theoretisch ist beim Gauß-Filter die Filterweite unendlich; allerdings werden die Gewichtungen mit zunehmendem Abstand zum Filterpunkt verschwindend gering.

$$G(x) = \frac{1}{\Delta + 1} \sqrt{\frac{\gamma}{\pi}} \exp\left(-\frac{\gamma x^2}{\Delta^2}\right) \quad (6.3)$$

γ bestimmt neben der Filterweite Δ den Einflussbereich. Mit $\gamma = 6$ ergibt sich bei einer Filterweite von $\Delta = 2$ für die Punkte $i \pm 2$ eine Gewichtung von $1,7 \cdot 10^{-3}$, für die Punkte $i \pm 3$ gar $9,5 \cdot 10^{-7}$.

Um die Wirkungsweise der Filter zu veranschaulichen, werden in den folgenden Abbildungen 6.13 und 6.14 Top Hat- und Gauß-Filter mit Filterweiten von $2 \leq \Delta \leq 16$ miteinander verglichen. Hierfür wird die u -Komponente zur Verdeutlichung nur in einem Teilbereich von 22 Interrogation Areas bei $x/h = 4,0$ (Abb. 6.13, bzw. 6.14) herangezogen. Der Top

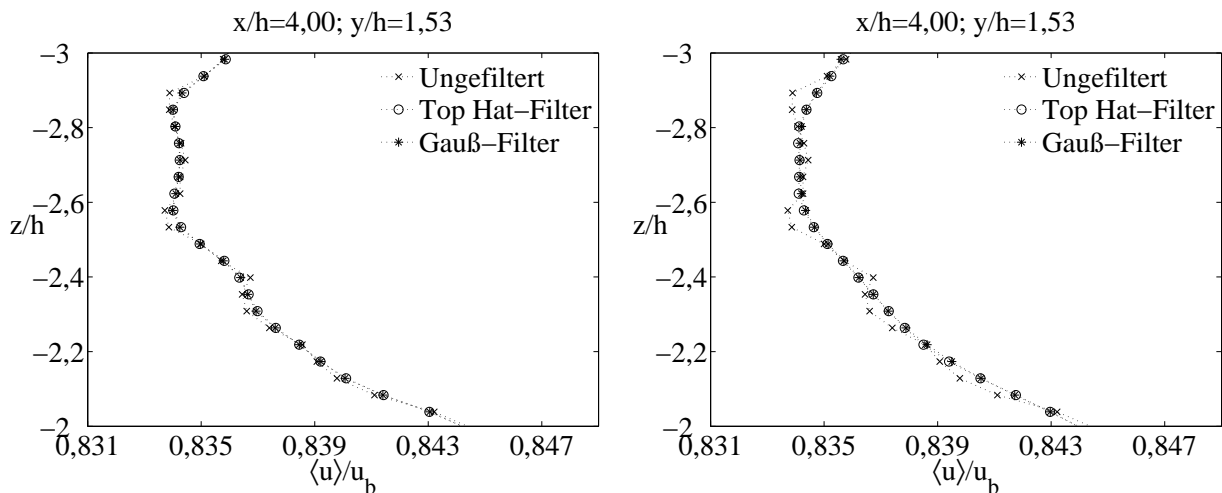


Abbildung 6.13: Vergleich der PIV-Mittelwerte bei $x/h = 4,0$; $y/h = 1,53$; $Re = 10600$; links $\Delta = 2$, rechts $\Delta = 4$.

Hat-Filter wirkt sich deutlicher aus, während bei derselben Filterweite die Gauß-gefilterten Ergebnisse näher an den Initialwerten liegen. Mit größerer Filterweite werden die Ergebnisse erwartungsgemäß glatter. Es zeigt sich, dass die Filterweiten von $\Delta = 2$ und $\Delta = 4$ noch zu große Unregelmäßigkeiten zulassen; der Einflussbereich von $\Delta = 16$ ist zu groß, vor allem weil sich der Messbereich nur über 109×109 bzw. 47×95 und 65×91 Interrogation Areas erstreckt. Der Einfluss der Randwerte ist beim Top Hat-Filter zu groß, so dass ein Gauß-Filter mit einer Filterweite von 8 gewählt wurde. Die im Folgenden diskutierten Ergebnisse basieren auf ebendieser Filteroperation.

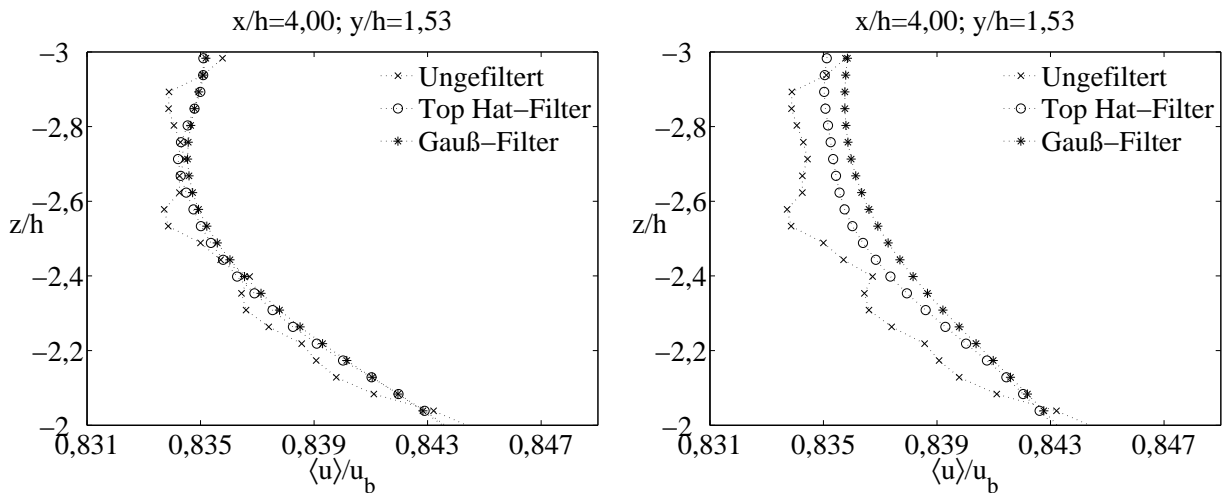


Abbildung 6.14: Vergleich der PIV-Mittelwerte bei $x/h = 4,0$; $y/h = 1,53$; $Re = 10600$; links $\Delta = 8$, rechts $\Delta = 16$.

Horizontale PIV-Schnitte, feine Auflösung

Die folgenden Abbildungen 6.15 und 6.16 dokumentieren die mittleren Geschwindigkeitsprofile über die linke Kanalhälfte bei $y/h = 1,53$ an unterschiedlichen x/h -Positionen. Hierfür wurde u_b aus den jeweiligen vertikalen Schnitten gewonnen. Die Geschwindigkeitsprofile der

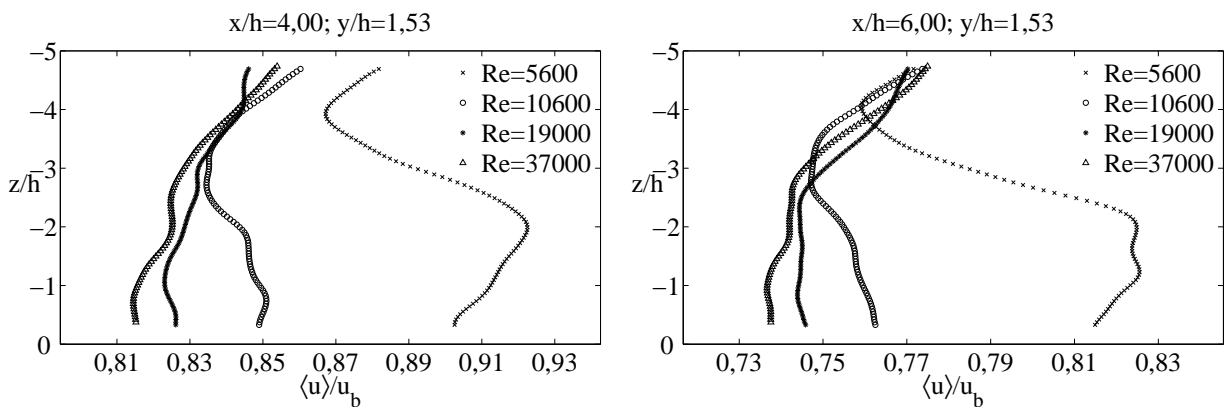


Abbildung 6.15: Vergleich der PIV-Mittelwerte $\langle u \rangle / u_b$ bei $y/h = 1,53$; unterschiedliche Re ; links $x/h = 4,0$, rechts $x/h = 6,0$.

Hauptströmungsrichtung bleiben in ihrer Charakteristik für unterschiedliche x/h -Positionen ähnlich (vgl. Abb. 6.15). Die Geschwindigkeit reduziert sich auf der $y/h = 1,53$ Ebene entlang der x -Richtung für jede Re kontinuierlich. Außer bei der niedrigsten Reynolds-Zahl ist die u -Komponente außen größer als innen. Daraus lässt sich schließen, dass sich der Einfluss der Wand nicht in Form von Reibung direkt auf die Geschwindigkeiten niederschlägt, sondern dass durch die Berandung ein Wirbelsystem induziert wird, durch das auf dieser Ebene weiter außen höhere Geschwindigkeiten entstehen als in der Kanalmitte. Diese These wird durch Profile der Geschwindigkeitskomponente in spannweitisger Richtung untermauert. Der Verlauf der w -Komponente ist für die höheren Reynolds-Zahlen ähnlich und die

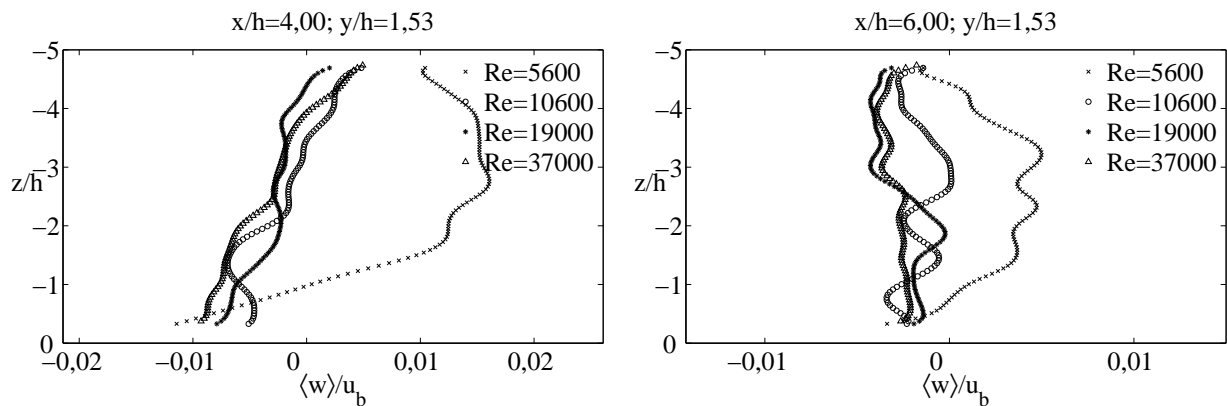


Abbildung 6.16: Vergleich der PIV-Mittelwerte $\langle w \rangle / u_b$ bei $y/h = 1,53$; unterschiedliche Re ; links $x/h = 4,0$, rechts $x/h = 6,0$.

Variation über z ist für $Re = 5600$ am größten (siehe Abb. 6.16). In der Symmetrieebene bei $z/h = 0$ ist die w -Komponente für keine Reynolds-Zahl gleich null. Im äußeren Bereich strömt Fluid aufgrund der positiven w -Komponente nach innen, im inneren Bereich wegen der Vorzeichenumkehr nach außen.

Dies wird durch Vektorplots deutlicher (siehe Abb. 6.17); bei der u -Komponente wurde die minimale u -Komponente im jeweiligen Messbereich subtrahiert, um die Änderungen sichtbar zu machen. Außerdem wird nur jede fünfte Interrogation Area in x sowie in z angezeigt. Es werden die Reynolds-Zahlen $Re = 5600$ und repräsentativ für die höheren Reynolds-Zahlen $Re = 10600$ gegenübergestellt.

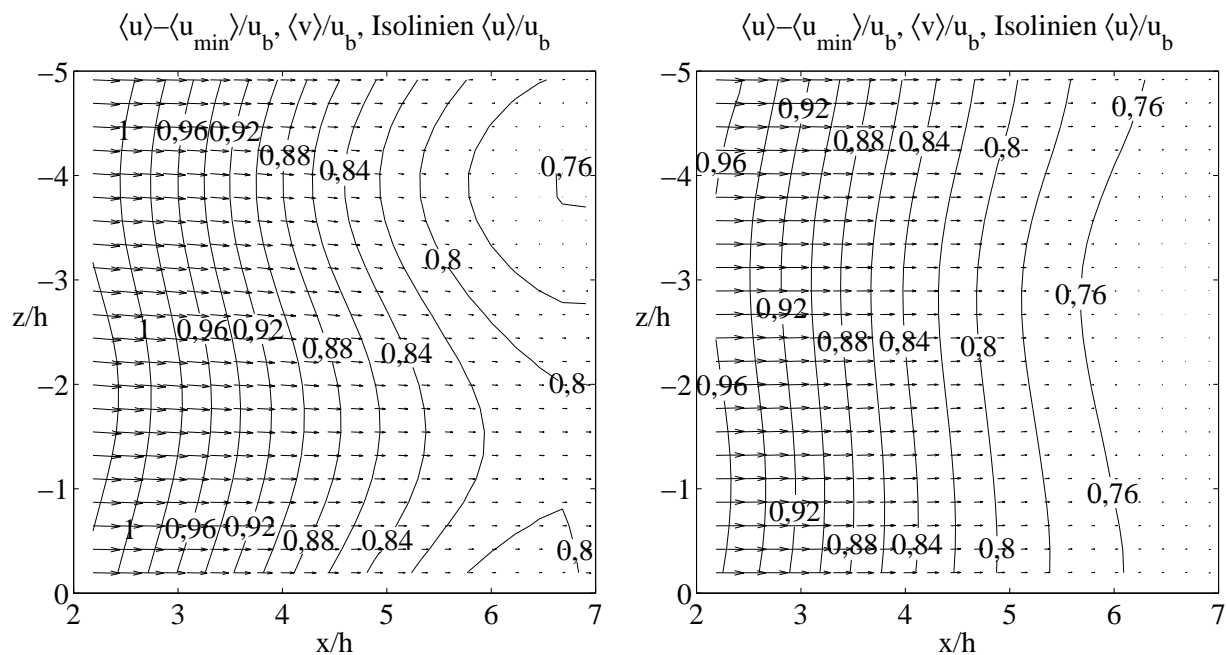


Abbildung 6.17: Vektorplot mit Isolinien von $\langle u \rangle / u_b$; links $Re = 5600$, rechts $Re = 10600$.

Für $Re = 5600$ wird die Strömung im Bereich $(x/h; z/h) \approx (3; -4,5 \dots -3,0)$ stärker abgebremst als in der Mitte des Kanals (vgl. Abb. 6.17). Damit geht die Entwicklung einer Scherung einher, wie es später auch der Pseudofarbendruck der Normalspannungen $\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x}$ verdeutlicht (Abb. 6.18). Für $Re = 5600$ entwickelt sich zwischen $z/h = -0,7$ und $z/h = -2,0$ eine Zone höherer Geschwindigkeit, die sich zu intensivieren scheint. Fluid strömt sowohl von der Kanalmitte als auch vor allem von außen in diesen Bereich; dies unterstreichen die eingezeichneten Vektoren. Die Geschwindigkeitsgradienten $\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x}$ in Abbildung 6.18 zei-

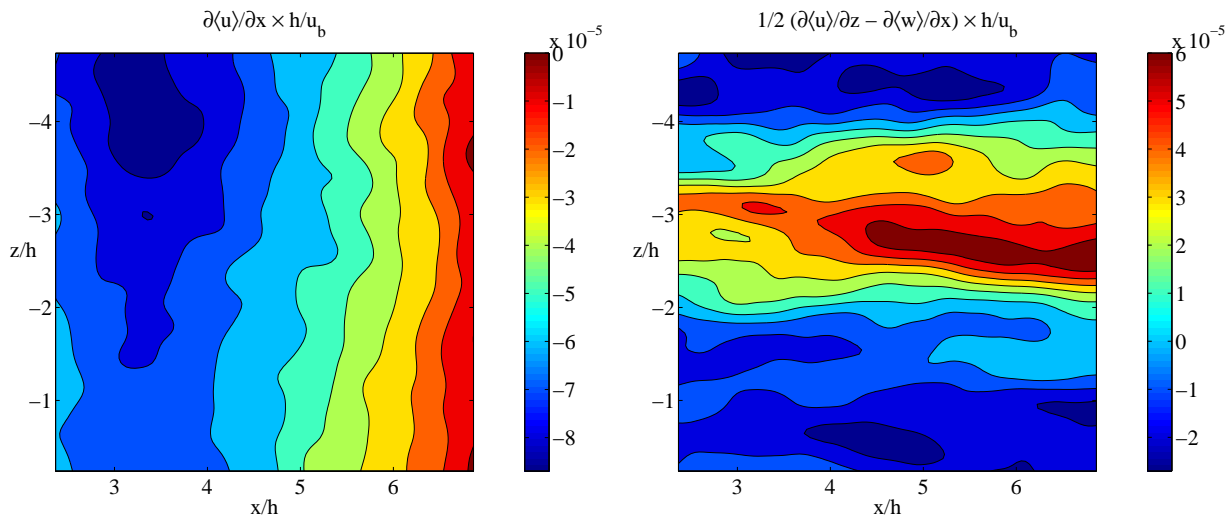


Abbildung 6.18: PIV-Messungen; $y/h = 1,53$; $Re = 5600$; links $\partial \langle u \rangle / \partial x$, rechts $1/2 (\partial \langle u \rangle / \partial z - \partial \langle w \rangle / \partial x)$.

gen, dass die Strömung außen bei ca. $x/h = 3$ stärker abgebremst wird als innen. Dieser Effekt führt dann zu geringeren Geschwindigkeiten stromab. Die Geschwindigkeitsgradienten $\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z}$ tragen auch maßgeblich zur Rotation bei, so dass sich eine Zone starker Rotation bei $-3,0 \lesssim z/h \lesssim -2,5$ herausbildet; es entsteht ein gegen den Uhrzeigersinn drehender Wirbel.

Bei $Re = 10600$ werden durchwegs andere Ergebnisse erzielt. Auch hier impliziert die Verzögerung bei $x/h \approx 3$ die Entstehung einer Scherung, der ebenfalls entgegen dem Uhrzeigersinn dreht. Die Rotation ist jedoch um den Faktor 3,5 geringer; für $Re = 10600$ ergibt sich ein homogenes Isolinenbild mit geringen Unterschieden der u -Komponente entlang der z -Richtung. Die Amplituden der w -Komponente sind bei $Re = 10600$ ebenfalls um den Faktor drei kleiner als bei der niedrigeren Reynolds-Zahl. Die Tendenz setzt sich für höhere Reynolds-Zahlen fort.

Horizontale PIV-Schnitte, grobe Auflösung

Um die Strömung ganz bis zur Wand untersuchen zu können, wurden weitere PIV-Messungen bei $y/h = 0,40$ und $y/h = 1,53$ für die Reynolds-Zahlen $Re = 5600$, $Re = 10600$ und $Re = 19000$ durchgeführt. Mit einem speziellen Weitwinkelobjektiv konnte bei identischem Messaufbau der gesamte linke Bereich der Kanalströmung aufgenommen werden. Die Laserleistung limitierte jedoch gleichzeitig die Ausdehnung des beleuchteten Kanalabschnitts in x -Richtung.

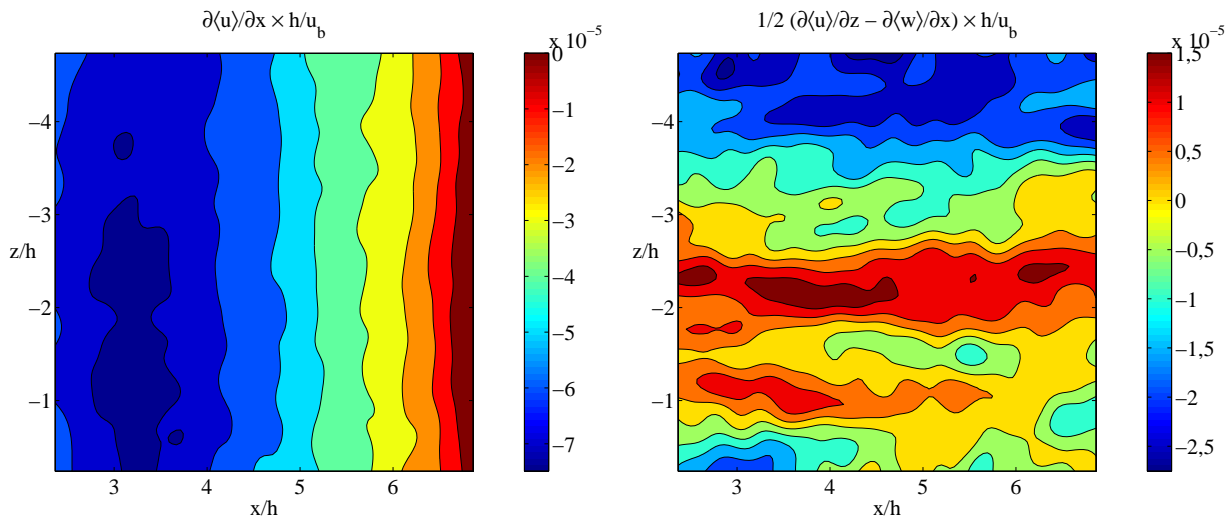


Abbildung 6.19: PIV-Messungen; $y/h = 1,53$; $Re = 10600$; links $\partial\langle u \rangle / \partial x$, rechts $1/2 (\partial\langle u \rangle / \partial z - \partial\langle w \rangle / \partial x)$.

Generell konnten dieselben Effekte wie oben beschrieben festgestellt werden. Die mittleren Geschwindigkeitsprofile sind nicht ideal homogen. Signifikante Variationen der u -Komponente von bis zu 10% u_b bei $Re = 5600$ bestimmen das Bild. Aber auch bei den Reynolds-Zahlen 10600 und 19000 fallen Inhomogenitäten geringeren Ausmaßes auf. Ferner weist die w -

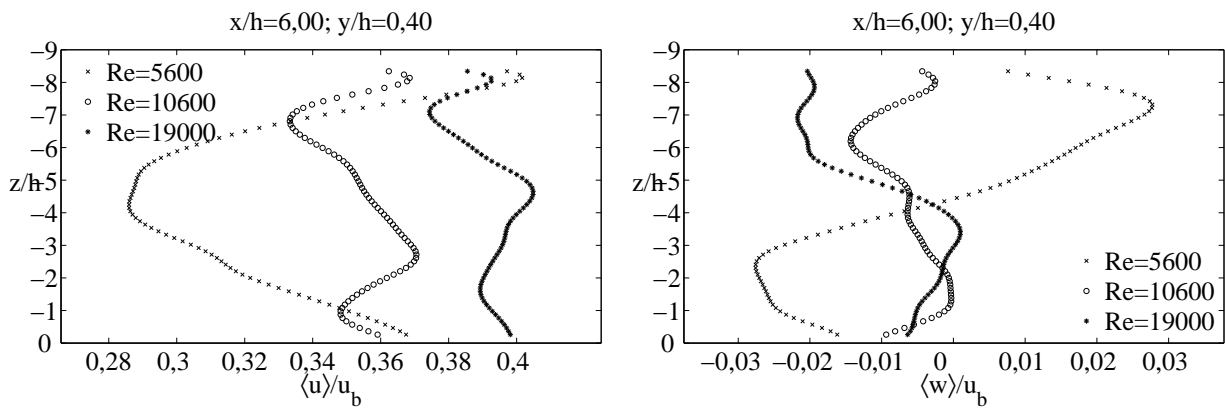


Abbildung 6.20: Vergleich der PIV-Mittelwerte bei $x/h = 6,0$; $y/h = 0,40$; unterschiedliche Re ; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle w \rangle / u_b$.

Komponente bei $Re = 5600$ (Abb. 6.20) wieder auf eine große stationären Scherung hin, während bei den höheren Reynolds-Zahlen die w -Komponente zumindest zwischen $z/h = -5$ und $z/h = 0$ kleiner $0,01u_b$ ist. Die größten Inhomogenitäten sind bei den Fluktuationen der w -Komponente bei $Re = 5600$ zwischen $z/h = -8$ und $z/h = -3$ auszumachen, während dieselbe Größe bei $Re = 10600$ und $Re = 19000$ dort nur Abweichungen $\leq 5 \cdot 10^{-3}$ in Bezug auf u_b^2 aufweist (6.21). Interessanterweise verlaufen die Komponenten $\frac{\langle u'u' \rangle}{u_b^2}$ und $\frac{\langle u'w' \rangle}{u_b^2}$ für alle Re ähnlich. Wie zu erwarten zeigen die Schubspannungen und die Rotation (Abb. 6.22) an der Berandung Extremwerte an. Diese reichen jedoch nicht in den Kern der Strömung.

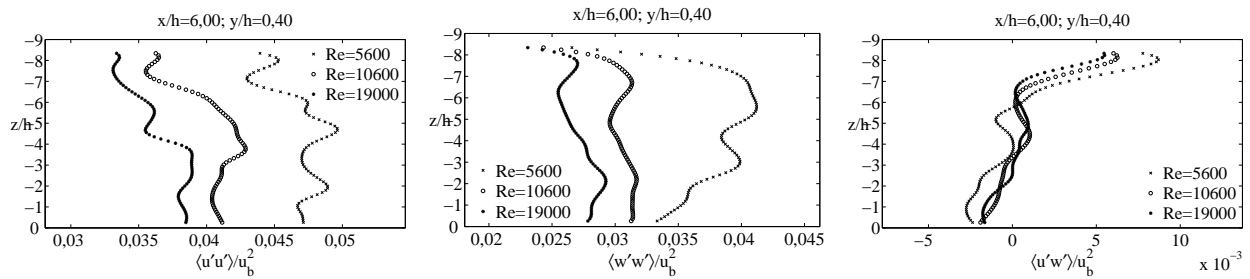


Abbildung 6.21: Vergleich der PIV-rms-Werte bei $x/h = 6,0$; $y/h = 0,40$; unterschiedliche Re.

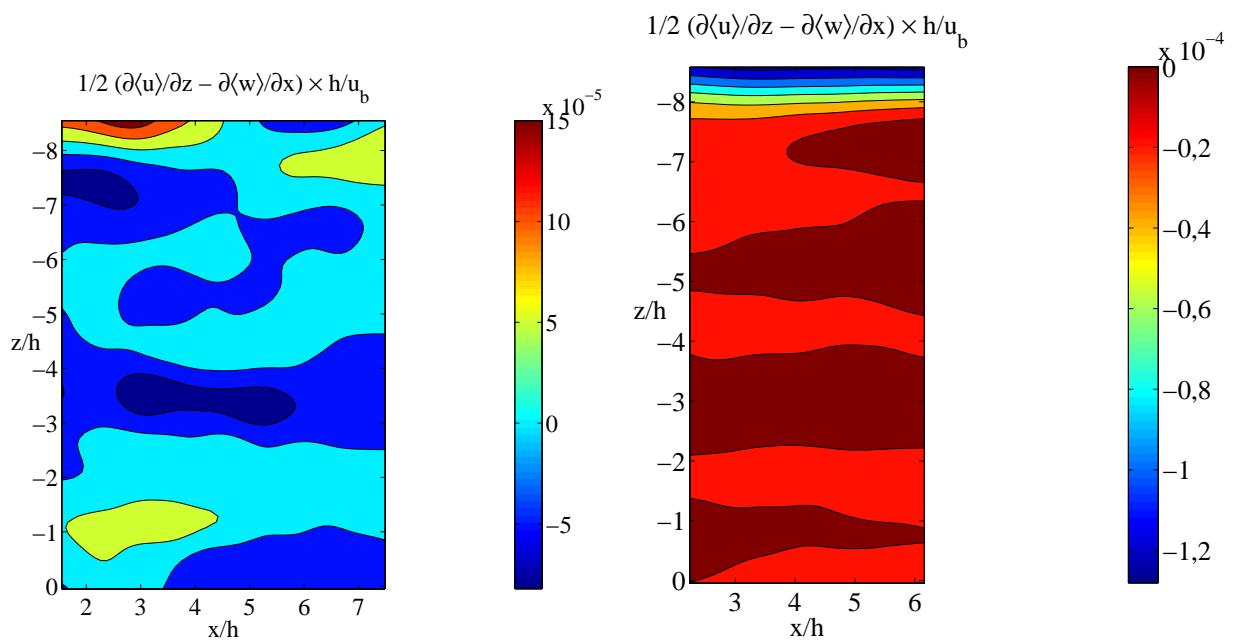


Abbildung 6.22: PIV-Messungen; Re = 10600; $1/2 (\partial \langle u \rangle / \partial z - \partial \langle w \rangle / \partial x)$; links $y/h = 0,40$, rechts $y/h = 1,53$.

Weiter kann man erkennen, dass die Wirbel auf den Ebenen in unterschiedlicher Richtung drehen. Dieser Effekt stellt sich für alle Reynolds-Zahlen ein.

Die mittleren Geschwindigkeiten und die rms-Werte weisen demnach für $Re \geq 10600$ in Kanalmitte keine größeren Inhomogenitäten in lateraler Richtung auf. Um den Einfluss der Querbewegung auf die Impulsbilanz zu untersuchen, werden nun die einzelnen Terme der Reynolds-Gleichung aufgestellt.

6.2.4 Impulsbetrachtung

Für eine im Mittel zweidimensionale Strömung müssen die Gradienten in die dritte Raumrichtung verschwinden. Um dies zu überprüfen, wird die Impulsbilanz aufgestellt.

Im physikalischen Experiment ist es nicht möglich, alle Größen der Navier-Stokes-Gleichung (2.6) simultan zu erfassen (siehe Kapitel 2). Die eingesetzte 2D-PIV-Messtechnik begrenzt die Anzahl der erfassbaren Terme weiter, da z. B. bei den vertikalen Schnitten nur Gradienten in der x/y Ebene, jedoch nicht in der x/z oder der y/z Ebene berechnet werden können. Allerdings lassen sich zur Bewertung der Querbewegung der untersuchten Strömung die Mittelwerte aus der Impulsbilanz (2.9) heranziehen. Entlang der Linie im Strömungsfeld, in der vertikale und horizontale PIV-Messungen zum Schnitt kommen, können die entsprechenden Terme ausgewertet und gegenübergestellt werden. Jedoch liegen auch nicht alle Terme der Reynolds-Gleichung vor. Um dies zu verdeutlichen, wird die Reynolds-Gleichung für alle drei Raumrichtungen aufgestellt. Die in der Schnittlinie vorhandenen Terme werden schwarz, die nicht vorhandenen Terme rot und die doppelt vorhandenen grün gekennzeichnet.

$$\begin{aligned}
& \langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \langle w \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z} = \\
& - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial \langle u' u' \rangle}{\partial x} - \frac{\partial \langle u' v' \rangle}{\partial y} - \frac{\partial \langle u' w' \rangle}{\partial z} \\
& \langle u \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} + \langle w \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial z} = \\
& - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 \langle v \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle v \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle v \rangle}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial \langle u' v' \rangle}{\partial x} - \frac{\partial \langle v' v' \rangle}{\partial y} - \frac{\partial \langle v' w' \rangle}{\partial z} \\
& \langle u \rangle \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial y} + \langle w \rangle \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial z} = \\
& - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 \langle w \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle w \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle w \rangle}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial \langle u' w' \rangle}{\partial x} - \frac{\partial \langle v' w' \rangle}{\partial y} - \frac{\partial \langle w' w' \rangle}{\partial z}
\end{aligned} \tag{6.4}$$

Bei einer in z -Richtung homogenen Strömung müssen die mittleren Gradienten in dieser Richtung zu null werden. Für die x -Richtung sind dies:

$$\langle w \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z}; \nu \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial z^2}; \frac{\partial \langle u' w' \rangle}{\partial z}$$

Für die y -Richtung:

$$\langle w \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial z}; \nu \frac{\partial^2 \langle v \rangle}{\partial z^2}; \frac{\partial \langle v' w' \rangle}{\partial z}$$

Für die z -Richtung müssen alle Terme gleich null sein.

Gleichung 6.4 zeigt, dass die Gradienten in z -Richtung auch einen Einfluss auf den Impuls in x - und y -Richtung haben.

Die Größenordnungen der einzelnen Terme von Gleichung 6.4 sollen im Folgenden abgeschätzt werden. Außerdem können durch die doppelt vorliegenden Terme $\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x}$, $\frac{\partial \langle u' u' \rangle}{\partial x}$ und $\frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2}$ die beiden vertikalen und horizontalen Schnitte miteinander verglichen werden. Die partiellen Ableitungen wurden über ein zentrales Differenzen Verfahren zweiter Ordnung berechnet.

Vergleich der doppelt vorhandenen Terme

Informationen über die Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung wurden sowohl über die vertikalen Schnitte als auch über die horizontalen Schnitte gewonnen. An der Schnittlinie bei $z/h = 0$ und $y/h = 1,53$ liegen zwischen $x/h \approx 2,5$ und $x/h \approx 6,5$ die folgende Terme aus zwei Messungen vor:

$$\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x}; \frac{\partial \langle u' u' \rangle}{\partial x}; \nu \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2}$$

Diese werden in Abbildung 6.23 für $Re = 10600$ entlang der x -Achse normiert mit u_b^2/h geplottet. Für alle Terme ist zwar die Tendenz klar erkennbar, jedoch ist diese trotz der

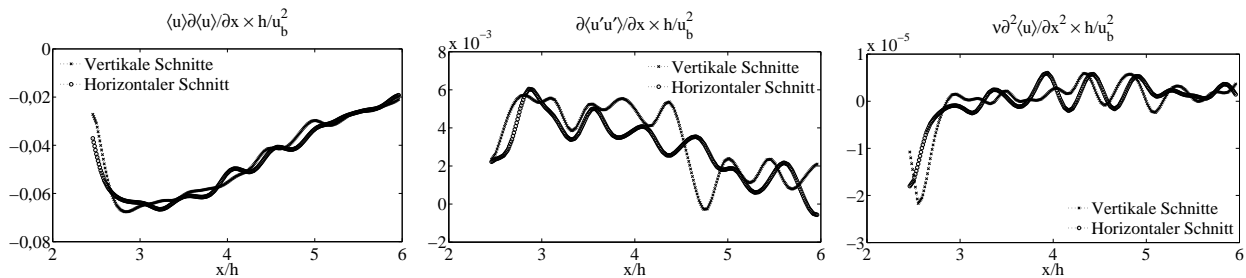


Abbildung 6.23: Vergleich der doppelt vorhandenen Terme aus PIV-Messungen; $y/h = 1,53$; $Re = 10600$; links $\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} \cdot \frac{h}{u_b^2}$, Mitte $\frac{\partial \langle u' u' \rangle}{\partial x} \cdot \frac{h}{u_b^2}$, rechts $\nu \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2} \cdot \frac{h}{u_b^2}$.

Filterung mit Schwankungen überlagert. Approximiert man den konvektiven Term $\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x}$ im Bereich zwischen $x/h = 3,0$ und $x/h = 5,8$ durch einen *least square fit* linear, so erhält man für die vertikalen Schnitte $\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} \cdot \frac{h}{u_b^2} \approx 0,0168 \cdot x/h - 0,119$ und für denselben Term, gewonnen aus dem horizontalen Schnitt, $\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} \cdot \frac{h}{u_b^2} \approx 0,0160 \cdot x/h - 0,114$. Die Ergebnisse stimmen sehr gut überein. Gleiches gilt für den Gradienten der Reynolds-Spannungen $\frac{\partial \langle u' u' \rangle}{\partial x}$ und den viskosen Term $\nu \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2}$. Die Ergebnisse der vertikalen und horizontalen Schnitte sind komplementär.

Größenordnung der verschiedenen Terme der Impulsbilanz

An dieser Stelle soll untersucht werden, wie groß der Einfluss der oben diskutierten Inhomogenitäten auf die Impulsbilanz bei $Re = 10600$ ist. Hierfür werden die Verläufe aller vorhandenen Größen entlang der Schnittlinie zwischen horizontalen und vertikalen Schnitten getrennt für die Koordinatenrichtungen dimensionslos gegenübergestellt.

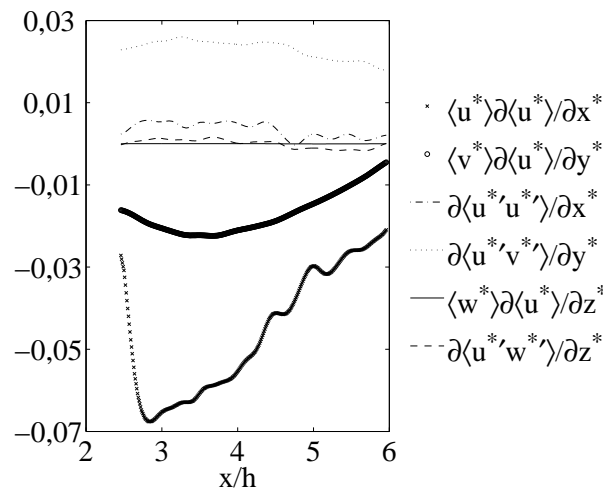


Abbildung 6.24: PIV-Messungen, einzelne Terme der Impulsbilanz in x -Richtung; $y/h = 1,53$; $z/h = 0,0$; $Re = 10600$.

Zunächst wird die x -Komponente bei $Re = 10600$ betrachtet. Der viskose Term $\nu \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2}$ ist um Größenordnungen kleiner, als die anderen Terme. Die wesentlichen Terme sind die konvektiven Terme $\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x}$ und $\langle v \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}$ sowie der Reynolds-Term $\frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial y}$. Der größte Beitrag der spannungsgewaltigen Bewegung zur Impulsbilanz in x -Richtung wird von $\frac{\partial \langle u'w' \rangle}{\partial z}$ geleistet. Der Betrag schwankt zwischen Maximal- ($1,64 \cdot 10^{-3} \cdot u_b^2/h$) und Minimalwert ($-1,66 \cdot 10^{-3} \cdot u_b^2/h$). Die Oszillationen um null deuten wiederum auf die nicht eingelaufene Statistik hin, wengleich der Maximalwert von $\frac{\partial \langle u'w' \rangle}{\partial z}$ um mehr als eine Größenordnung kleiner ist als $\frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial y}$. $\langle w \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z}$ liegt zwischen $-3,14 \cdot 10^{-5} \cdot u_b^2/h$ und $4,18 \cdot 10^{-5} \cdot u_b^2/h$ und ist somit vernachlässigbar klein. Erwartungsgemäß bewegt sich der Anteil der viskosen Spannungen $\nu \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2}$ in noch geringerem Rahmen, nämlich zwischen $-1,80 \cdot 10^{-5} \cdot u_b^2/h$ und $5,98 \cdot 10^{-6} \cdot u_b^2/h$.

Die gemessenen Inhomogenitäten haben einen untergeordneten Anteil an der Impulsbilanz in x -Richtung. Da in der y/z Ebene nicht gemessen wurde, können die Auswirkungen der Querbewegung auf die Impulsbilanz in y -Richtung nicht quantifiziert werden. Die Terme der Impulsbilanz in z -Richtung sind deutlich kleiner als diejenigen in x -Richtung (siehe Abb. 6.25). Auffällig ist hier der konvektive Term $\langle u \rangle \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial x}$, der seine Größe durch die u -Komponente erlangt. Die Amplituden der Oszillationen erreichen Werte zwischen $-5,4510^{-3}$ und $5,8510^{-3}$. Die Tendenz ins Positive ist eine Folge der Veränderung der w -Komponente, die in x -Richtung zunächst ab-, dann zunimmt. Auch wenn der konvektive Term die Impulsbilanz dominiert - sein Beitrag wird bei eingelaufener Statistik deutlich geringer ausfallen. Gleiches gilt für die Reynolds-Normalspannungen in z -Richtung.

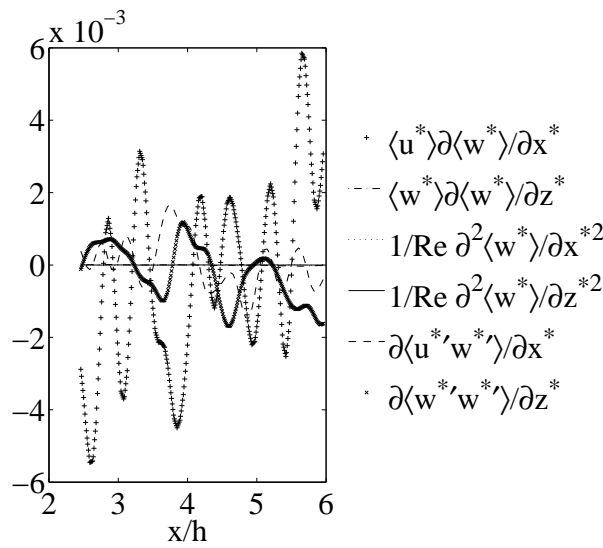


Abbildung 6.25: PIV-Messungen, einzelne Terme der Impulsbilanz in z -Richtung; $y/h = 1,53$; $z/h = 0,0$; $Re = 10600$.

6.2.5 Schlussfolgerungen

Die Untersuchungen bezüglich der Homogenität der Strömung in lateraler Richtung lassen folgende Schlüsse zu. Aus den horizontalen Schnitten wird ersichtlich, dass die Statistik nach 10000 Stichproben speziell im unteren Reynolds-Zahlbereich nicht vollständig eingelaufen ist. Extrem langwellige Schwankungen der quasi stationär verharrenden großen Strukturen können für die marginalen Sprünge in den Profilen der vertikalen Schnitte verantwortlich gemacht werden. Die Auswirkungen auf die untersuchten Größen sind jedoch gering, was vor allem durch die Impulsbetrachtung nachgewiesen werden konnte. Die Inhomogenitäten haben auf den Vergleich mit den als statistisch zweidimensional angesehenen simulierten Strömungen nur geringen Einfluss auf die Impulsbilanz.

6.3 Zweipunktkorrelation

Wie bereits in Kapitel 2.6 erwähnt kann die statistische Unabhängigkeit einer fluktuierenden Größe über die Zweipunktkorrelation (Gl. 2.11) nachgewiesen werden. Der Abstand ab dem die Korrelation zwischen zwei Größen zu null wird, die so genannte Korrelationsbreite, gibt die halbe Breite der größten Strukturen an. Die Kanalbreite ist demnach groß genug, wenn die Zweipunktkorrelationen über die halbe Gebietsbreite abklingen. Untersucht wurden die Zweipunktkorrelationen anhand eines horizontalen PIV-Schnitts bei $y/h = 1,53$ an insgesamt 11 x/h -Positionen über ein Viertel der Kanalbreite von $z/h \approx 0$ bis $z/h \approx 5$. Die Zweipunktkorrelationen $R_{uu}(z)$ wurden in Bezug auf die jeweilige Position bei $z/h \approx 0$ mit Gleichung 2.11 berechnet. Die Abbildungen 6.26 und 6.27 veranschaulichen ihren Verlauf an unterschiedlichen x/h -Positionen für die vier untersuchten Reynolds-Zahlen. Die Zweipunktkorrelationen klingen nach außen hin für alle Re an allen x/h -Positionen ab und laufen gegen null. Der Verlauf der Kurven entspricht der von Fröhlich et al. [24] ermittelten Entwicklung der Zweipunktkorrelationen aus einer LES bei $Re = 10600$ mit einer Domänen-

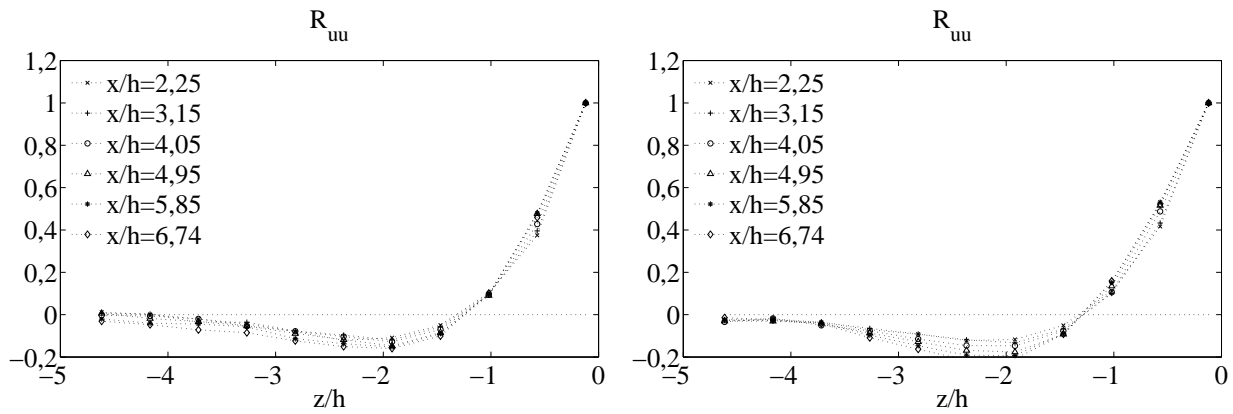


Abbildung 6.26: Zweipunktkorrelationen R_{uu} aus PIV-Messungen; $y/h = 1,53$; links $Re = 5600$, rechts $Re = 10600$.

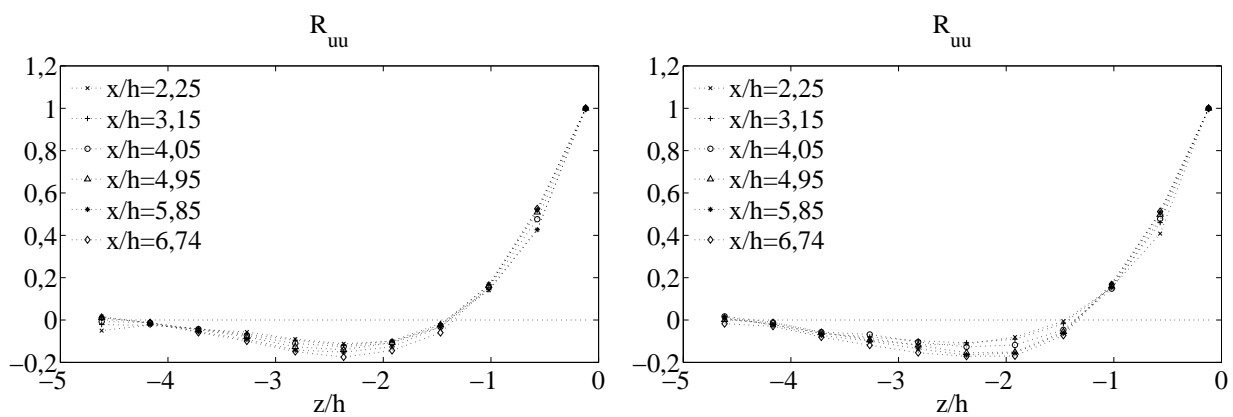


Abbildung 6.27: Zweipunktkorrelationen R_{uu} aus PIV-Messungen; $y/h = 1,53$; links $Re = 19000$, rechts $Re = 37000$.

breite von $9h$. Allerdings sind die Werte der Simulation von Fröhlich schon nach etwa $3,5h$ unkorreliert; im Experiment beträgt die Korrelationsbreite etwa $4h$. Für $Re = 5600$ klingt die Korrelation interessanterweise bei $x/h = 6,74$ am langsamsten ab. Es ist möglich, dass sich der bereits oben identifizierte große y -Wirbel durch eine ungenügende Statistik in den Zweipunktkorrelation widerspiegelt.

Der Abstand des Korrelationsminimums gibt den mittleren Durchmesser der turbulenten Wirbel \mathcal{L} an. Dieser beträgt etwa $2h$ und hat eine leicht zunehmende Tendenz mit höherer Reynolds-Zahl.

Weiter wurden die Zweipunktkorrelationen der PIV-Messungen mit grober Auflösung ausgewertet. Die Ergebnisse stützen die oben angeführten Erläuterungen. Abbildung 6.28 zeigt den Verlauf der Zweipunktkorrelationen über die halbe Kanalbreite an ausgewählten x/h -Positionen. Wie schon bei der Diskussion der Ergebnisse mit feinerer Auflösung vermutet wurde, ist die u -Komponente ab einem Abstand von $z/h \approx 7$ für alle Reynolds-Zahlen unkorreliert.

Diese Erkenntnis ist für die Aussagekraft der Messungen von enormer Bedeutung, denn die Kanalbreite von $18h$ ist für die großskaligen Strukturen ausreichend. Aus Abbildung 6.28

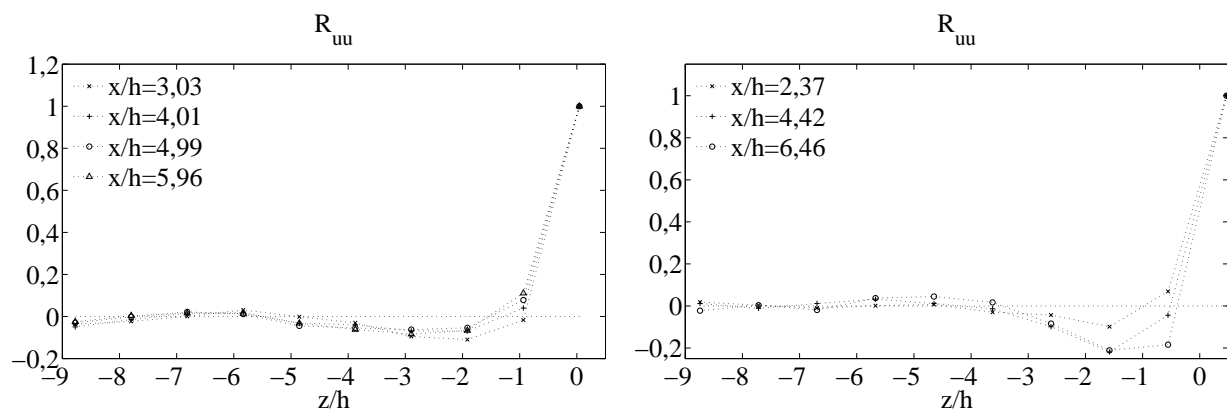


Abbildung 6.28: Zweipunktkorrelationen R_{uu} aus PIV-Messungen; links $y/h = 1,53$; $Re = 10600$, rechts $y/h = 0,40$; $Re = 19000$.

wird allerdings ersichtlich, dass die Zweipunktkorrelationen R_{uu} auf der Ebene $y/h = 0,4$ nicht so schnell abklingen wie im oberen Bereich der Strömung. Insbesondere sind bei $Re = 10600$ sehr große Korrelationsbreiten von bis zu $6h$ sichtbar. Dies lässt auf sehr großskalige Wirbel schließen. Diese Wirbel scheinen bei höheren Reynolds-Zahlen nicht mehr aufzutreten, da dort die Korrelationsbreite unter $4h$ bleibt. Insbesondere sinkt der Abstand des Korrelationsminimums auf unter $2h$, was ebenfalls darauf hindeutet, dass mit zunehmender Reynolds-Zahl die Wirbel erheblich kleiner werden. Jedoch gibt es bei $(x/h; y/h) = (6,46; 0,4)$ ein sekundäres Korrelationsmaximum. Dies lässt auf das Auftreten von Taylor-Görtler-Wirbeln im Bereich der luvseitigen Umlenkung der Strömung schließen [59].

Mit Hilfe der Zweipunktkorrelationen konnte im Wesentlichen nachgewiesen werden, dass die Breite des Kanals für die großskaligen Strukturen bei den betrachteten Reynolds-Zahlen ausreichend ist, um die größten turbulenten Wirbelstrukturen aufzunehmen. Damit ist ein weiteres Kriterium für die Homogenität der Strömung in lateraler Richtung erfüllt.

6.4 Druckverlauf

Aus der Impulsgleichung für die x -Komponente (Gl. 6.4) lässt sich der Druckgradient $\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x}$ bzw. der Druck $\langle p(x) \rangle = \int \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} dx$ berechnen. Für die Bestimmung des Drucks wurden die oben bereits erwähnten doppelt vorhandenen Terme entlang der Schnittlinie bei $z/h = 0$ und $y/h = 1,53$ gemittelt. Der Druckgradient wurde berechnet und durch ein Polynom dritten Grades approximiert. Aus der Integration des Polynoms nach x folgt der Druck $\langle p(x) \rangle + \text{const.}$, der in Abbildung 6.29 dargestellt ist. Die Integrationskonstante wurde zu null gesetzt. Der Druckverlauf ist qualitativ mit der Bernoulli-Gleichung (Gl. 6.5) konform.

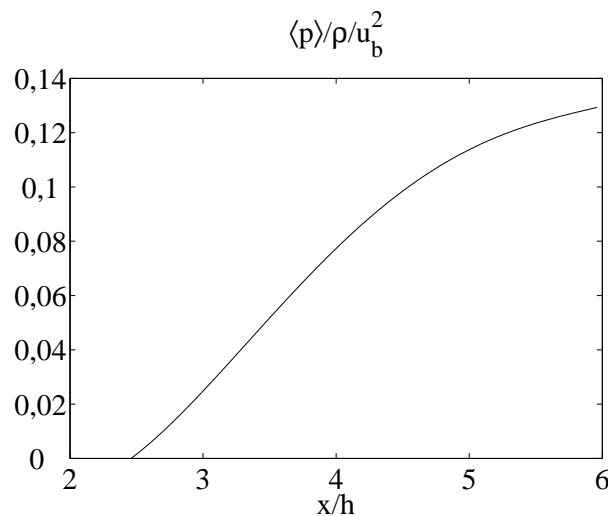


Abbildung 6.29: Druckverlauf in x -Richtung aus PIV-Messungen; $y/h = 1,53$; $z/h = 0,0$; $Re = 10600$.

$$\frac{\rho}{2} u^2 + p = \text{const.} \quad (6.5)$$

Der Druck nimmt zu, weil die Geschwindigkeitshöhe abnimmt. Aus der Geschwindigkeitsdifferenz errechnet sich der Druckgewinn zu $\approx 5,54 \text{ N/m}^2$. Normiert mit dem doppelten Staudruck ergibt sich $\frac{p}{\rho u_b^2} = 0,161$, was im Bereich der Drucksteigerung liegt, die aus der Reynolds-Gleichung errechnet wurde. Eine weitergehende quantitative Analyse ist zwecklos, da die Messwerte entlang einer Linie, aber nicht entlang einer Stromlinie vorliegen.

6.5 Untersuchung der Mittel- und rms-Werte

Im vorigen Abschnitt wurde das Experiment in Hinsicht auf Vergleichbarkeit mit der in vielen numerischen Simulationen verwendeten Domäne untersucht. Es konnte nachgewiesen werden, dass die Strömung ab $Re = 10600$ als periodisch angesehen werden kann und dass die Variationen in spannweitere Richtung nur geringe Auswirkungen auf die Impulsbilanz haben.

Nachfolgend werden die gewonnenen Ergebnisse der im Mittel zweidimensionalen Strömung über periodische Hügel für die Reynolds-Zahlen $Re = 10600$, $Re = 19000$ und $Re = 37000$ vorgestellt. Dies geschieht anhand von Geschwindigkeits- und Reynolds-Spannungsprofilen an charakteristischen x/h -Positionen. Alle weiteren Profile sind im Anhang aufgeführt.

6.5.1 Untersuchung der mittleren Profile und der Fluktuationen

Aufgrund der in Kapitel 5 beschriebenen Schwierigkeiten der PIV-Auswertung auf dem Gipfel des Hügels bei $x/h = 0,05$ wurden dort die rms-Werte der u -Komponente $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ durch LDA-Messwerte ersetzt. Diese wurden jeweils auf die von der PIV vorgegebene y/h Position interpoliert.

Position $x/h = 0,05$

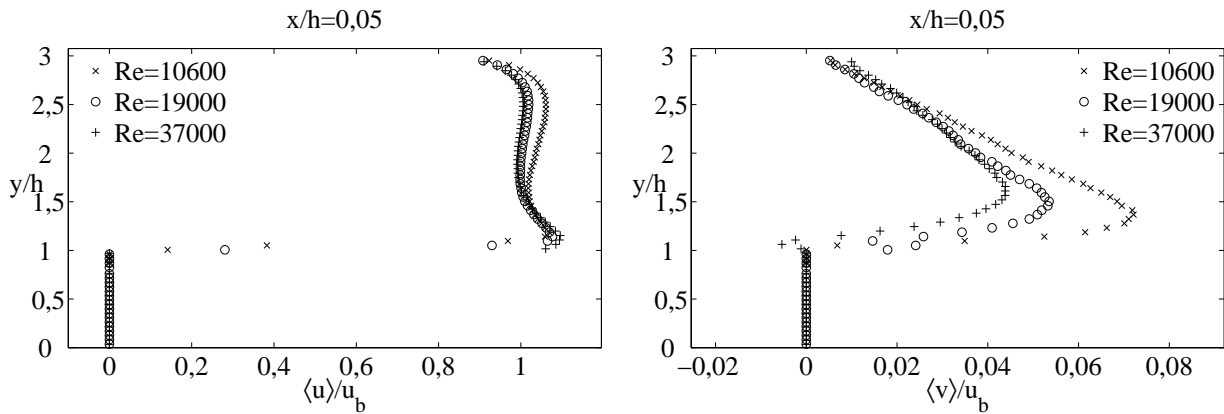


Abbildung 6.30: Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 0,05$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$.

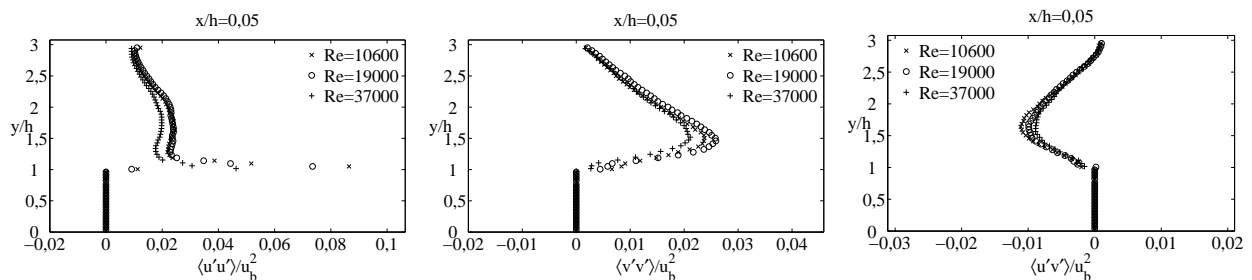


Abbildung 6.31: rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 0,05$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$.

Mit steigender Reynolds-Zahl verkippt das Geschwindigkeitsprofil und wird im oberen Bereich des Kanals flacher. Das Geschwindigkeitsmaximum der u -Komponente bildet sich mit steigender Re direkt über dem Hügel klarer heraus. Aus der v -Komponente, die selbstredend eine deutlich geringere Größenordnung besitzt, kann eine klare Tendenz heraus gelesen

werden. Bei der kleinsten Reynolds-Zahl ist die nach oben gerichtete Bewegung am größten. Beide größeren Reynolds-Zahlen weisen kleinere v -Komponenten auf. Dies ist mit dem größeren Maximum der u -Komponenten konform. Die untersten beiden Messwerte weisen für die v -Komponente Unregelmäßigkeiten auf. Dafür sind die in Kapitel 5 in Bezug auf die u -Komponente ausführlich beschriebenen Probleme an diesen Messpunkten verantwortlich.

Die rms-Werte nehmen mit steigender Reynolds-Zahl ab. Direkt an der Wand ($y/h < 1,1$) tritt ein deutlicher Peak in $\langle u'u' \rangle$ auf, der in den anderen Komponenten nicht sichtbar ist. Deren Maxima scheinen eher mit dem breiten sekundären Maximum von $\langle u'u' \rangle$ bei etwa $y/h \approx 1,7$ zusammenzuhängen. Die Strömung befindet sich also stark im Ungleichgewicht. Der steile Peak in $\langle u'u' \rangle$ bildet den Anfang der starken Fluktuationen in allen drei Komponenten, die stromab an vertikaler Ausrichtung zunehmen.

Position $x/h = 1,0$

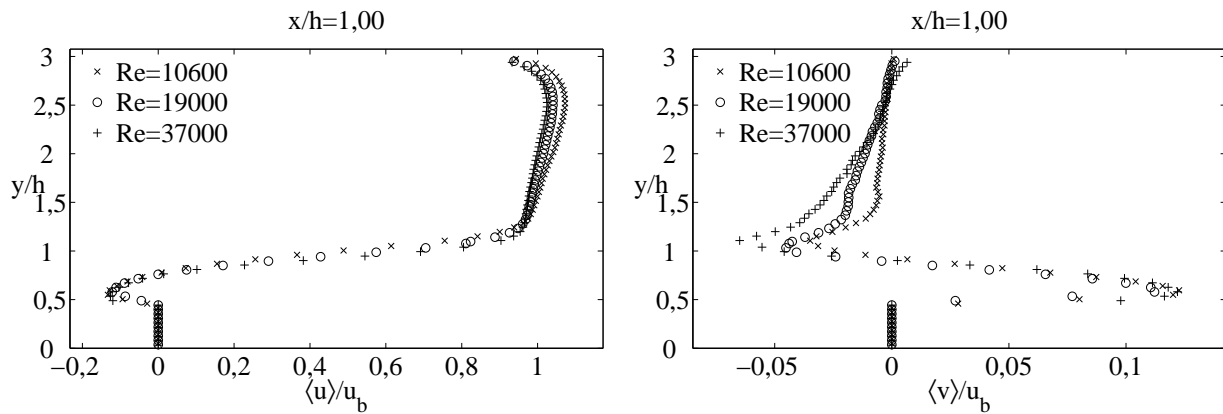


Abbildung 6.32: Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 1,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$.

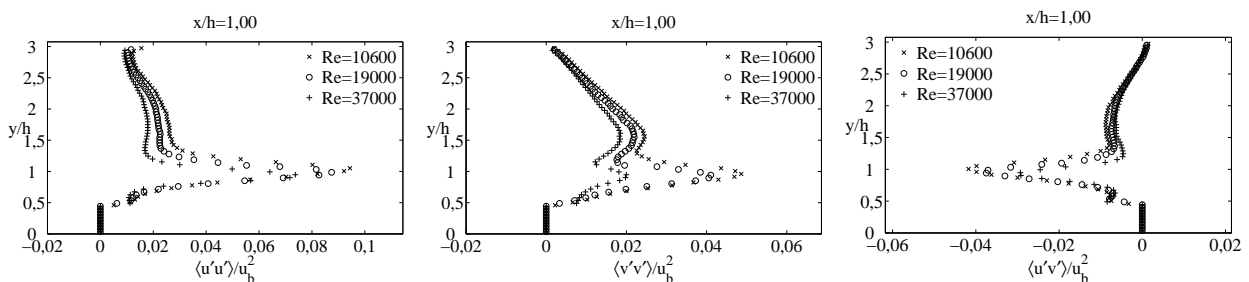


Abbildung 6.33: rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 1,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$.

Die eben besprochene Verkipfung des u -Profils ist auch bei $x/h = 1,0$ noch erkennbar. Mit steigender Reynolds-Zahl ergeben sich im oberen Kanaldrittel kleinere Geschwindigkeiten. Weiterhin ist auch mit dem oben diskutierten Profil konsistent, dass die u -Komponente bei hoher Re bei $y/h \approx 1$ größer ist. Die v -Komponente ist oberhalb $y/h \approx 1,0$ nach unten

gerichtet; zwischen $y/h \approx 1,0$ und $y/h \approx 2,0$ wächst ihr Betrag mit steigender Re an, was auf eine Verkürzung der Rezirkulationszone hindeutet. Auch an dieser x/h -Position werden die rms-Werte mit steigender Re kleiner. Hier soll auf die deutliche Reduktion von $\langle v'v' \rangle / u_b^2$ bei $y/h \approx 1,0$ hingewiesen werden. Außerdem treten in $\langle v'v' \rangle$ zwei Maxima auf, was durch das steile Anwachsen der Fluktuationen in der abgelösten Scherschicht zu erklären ist; diese erzeugen den unteren Peak.

Position $x/h = 4,0$

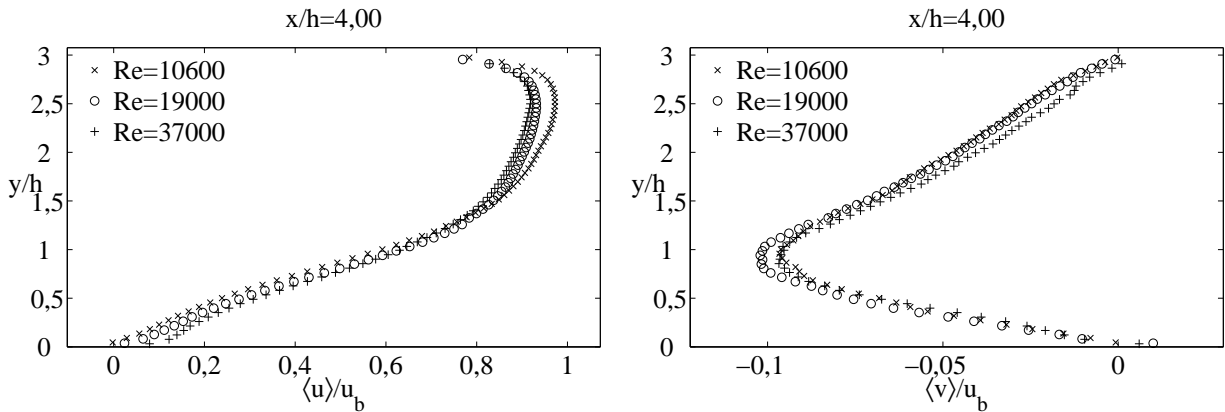


Abbildung 6.34: Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 4,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$.

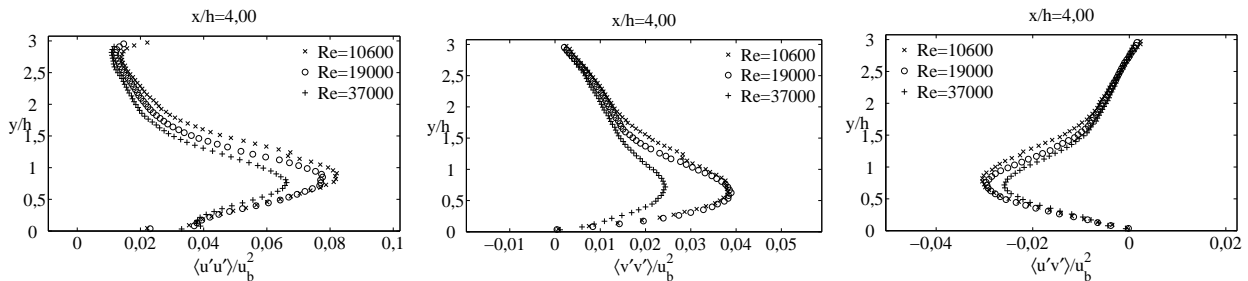


Abbildung 6.35: rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 4,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$.

Das gleiche Bild der rms-Werte zeigt sich auch bei $x/h = 4,0$. Vor allen Dingen bei $Re = 37000$ sind die Komponenten $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ und $\langle v'v' \rangle / u_b^2$ deutlich niedriger als bei $Re = 10600$ und $Re = 19000$. Auffällig stellt sich hier wiederum die Komponente $\langle v'v' \rangle / u_b^2$ dar, die bei $y/h \approx 0,75$ zwischen $Re = 10600$ und $Re = 37000$ fast die Hälfte ihres Betrages verliert. Aus der u -Komponente bei $x/h = 4,0$ kann geschlossen werden, dass sich das Fluid bei $Re = 10600$ gerade noch in der Rückströmung befindet. Bei $Re = 19000$ hat sich die Strömung eben angelegt; $Re = 37000$ weist eine Erholung und wandnahe Beschleunigung der Strömung auf. Nicht zuletzt deswegen fällt die u -Komponente in der oberen Kanalhälfte mit steigender Re deutlich niedriger aus. Da die Strömung bei hohen Re aufgrund des erhöhten Impulsaustausches senkrecht zur Strömungsrichtung erwartungsgemäß schneller an-

legt, ist auch die v -Komponente bei $x/h = 4,0$ schon etwas kleiner als bei den niedrigen Re.

Position $x/h = 8,0$

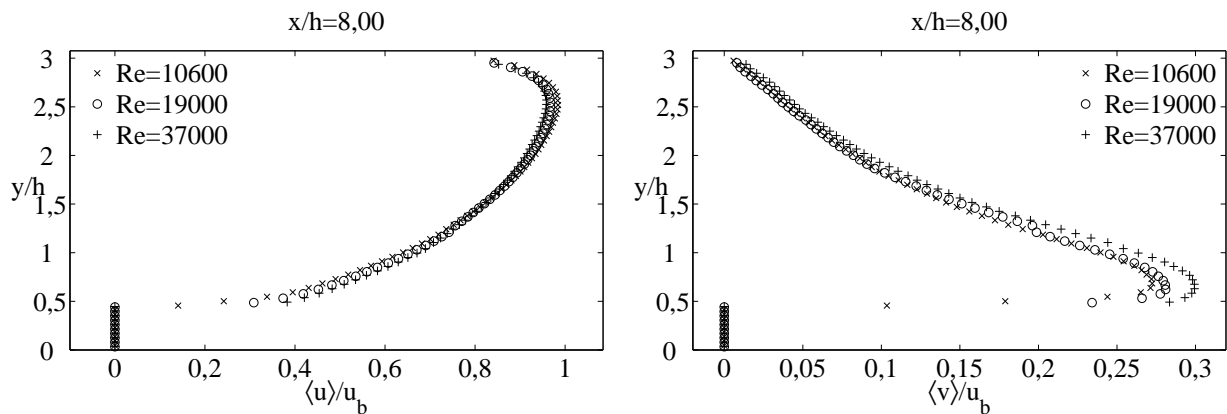


Abbildung 6.36: Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 8,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$.

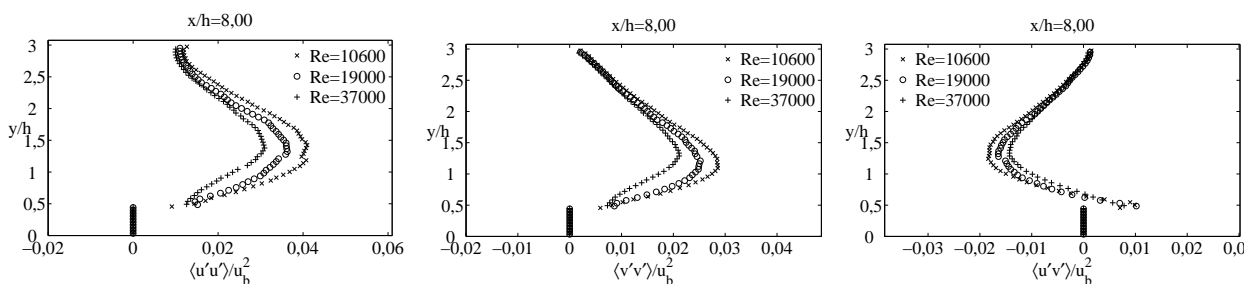


Abbildung 6.37: rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 8,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$.

Aus den Profilen bei $x/h = 8,0$ kann die Tendenz für den weiteren Verlauf erahnt werden. Durch die größere v -Komponente der höheren Re wird Fluid von unten nach oben gedrückt. Dies ist erforderlich, weil aufgrund der kürzeren Rezirkulationszone und der früheren Erholung bei den höheren Reynolds-Zahlen im unteren Kanaldrittel ein größerer Durchfluss herrscht als bei niedrigen Re. Die u -Komponente ist oben zwar noch nicht so groß wie bei $\text{Re} = 10600$, der Rückstand gegenüber den vorangegangenen Schnitten wurde aber fast aufgeholt. Außerdem ist erkennbar, dass die Strömung unten am Hügel mit steigender Re schneller beschleunigt. Die v -Komponente verdeutlicht wiederum die Umschichtung von Fluid von unten nach oben; dies wird besonders für $\text{Re} = 37000$ ab $x/h = 7,0$ (siehe Abb. A.11) klar.

Letztendlich kann wiederum festgestellt werden, dass die rms-Werte mit steigender Re kleiner werden. Es ergibt sich bei allen Reynolds-Zahlen ein breites Maximum der rms-Werte, das mit dem ausgedehnten Gradienten im u -Profil erklärt werden kann. Dieses Maximum wird

weiter stromab auf dem Hügel das bei $x/h = 0,05$ und $x/h = 1,0$ zu beobachtende sekundäre Maximum bilden.

6.6 Wiederanlegepunkt

Den Wiederanlegepunkt einer abgelösten Strömung vorherzusagen, stellt Numeriker meist vor größere Probleme. In einer turbulenten Strömung fluktuiert er sehr stark. Weiterhin ist das Anlegen der Strömung oft nicht auf einen Punkt konzentriert. Aus den PIV-Messungen konnten im Mittel z. B. bei $Re = 10600$ drei Punkte am Kanalboden identifiziert werden, an denen die Fließrichtung von negativ zu positiv wechselt. Dies liegt daran, dass die Rezirkulationsblase ständig aufplatzt und Strukturen entlang der Kanalsohle wandern. Des Weiteren können in der Rezirkulationszone Gebiete mit positiver Fließrichtung existieren. Diese Umstände machen es sehr schwer das Wiederanlegeverhalten der Strömung in seiner zeitlichen Entwicklung zu untersuchen. Eindeutig lässt sich die Größe der Rezirkulation nur durch das mittlere Geschwindigkeitsfeld bestimmen.

Der Wiederanlegepunkt der zeitlich gemittelten Strömung ist für die vier untersuchten Reynolds-Zahlen in Tabelle 6.1 aufgelistet. Die Ergebnisse stammen aus den PIV-Messungen. Aus den Mittelwerten der u -Komponente wurden die benachbarten Interrogation Areas an der Kanalsohle herausgesucht, wo sich die Fließrichtung ändert. Zwischen den Interrogation Areas wurde der Punkt der Geschwindigkeit null aus den beiden mittleren Messwerten linear approximiert. Dies geschah für die wandnächste und die darüberliegende Reihe der Interrogation Areas. Aus diesen zwei Punkten der Geschwindigkeit null wurde wiederum der Wiederanlegepunkt bei $y/h = 0$ linear approximiert. Aus Abbildung 6.38, die diesen Zu-

Re	x/h
Re = 5600	$x/h = 4,83$
Re = 10600	$x/h = 4,21$
Re = 19000	$x/h = 3,94$
Re = 37000	$x/h = 3,76$

Tabelle 6.1: Mittlerer Wiederanlegepunkt in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl.

sammenhang illustriert, ist außerdem ersichtlich, dass der mittlere Wiederanlegepunkt mit steigender Reynolds-Zahl langsamer nach oberstrom wandert. Die Messungen haben ergeben, dass die Strömung aufgrund des erhöhten Impulsaustauschs in y -Richtung schneller anlegt.

Weiterhin ist zu beobachten, dass das Ende der Rezirkulationsblase niederfrequent fluktuiert. Diese Eigenschaft konnte anhand einer Spektralanalyse im Fourier-Raum nachgewiesen werden. Hierfür wurden die aus PIV-Messungen gewonnenen zeitabhängigen Geschwindigkeitssignale an Messpunkten in der Nähe des mittleren Wiederanlegepunkts und in der freien Strömung Fourier-transformiert und deren Amplitudenspektren gegenübergestellt. Die kom-

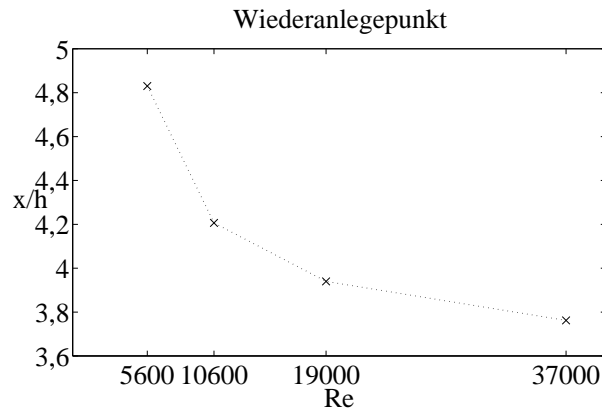


Abbildung 6.38: Mittlerer Wiederanlegepunkt in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl.

plexen Koeffizienten \hat{u}_k eines Fourier-transformierten zeitlichen Signals $u(j)$ lauten für die Wellenzahl k und die imaginäre Einheit i :

$$\hat{u}_k = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} u(j) \exp\left(-i 2\pi \frac{kj}{M}\right) \quad (6.6)$$

Das daraus resultierende Amplitudenspektrum wird aus \hat{u}_k^2 gebildet. Daraus ergibt sich für eine Sequenz von $2^{13} = 8192$ PIV-Doppelbildern, die mit einer Frequenz von $f_a = 7,25$ Hz aufgenommen wurden, eine Frequenzauflösung von $3,625$ Hz bis $8,85 \cdot 10^{-4}$ Hz. Auf die Reynolds-Zahlen $Re = 10600$ und $Re = 37000$ bezogen ergeben sich die in Tabelle 6.2 dargestellten Strouhal-Zahlen¹. In den Abbildungen 6.39 und 6.40 werden die Amplitudenspektren des

Re	$f_a = 7,25\text{Hz}$	$f_{\max} = 3,625\text{Hz}$	$f_{\min} = 8,85 \cdot 10^{-4}\text{Hz}$
Re = 10600	$Sr_a = 1,91$	$Sr_{\max} = 0,957$	$Sr_{\min} = 2,34 \cdot 10^{-4}$
Re = 37000	$Sr_a = 5,15$	$Sr_{\max} = 0,258$	$Sr_{\min} = 6,29 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 6.2: Dimensionslose Frequenzauflösung in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl.

zeitlichen Signals in doppelt logarithmischem Maßstab miteinander verglichen. Für $Re = 10600$ liegt der der Richtungsumkehr nächste Messpunkt bei $x/h = 4,01$; $y/h = 0,03$. Als Punkt in der freien Strömung wurde $x/h = 0,04$, $y/h = 2,84$ gewählt. An diesen beiden Messpunkten sind die rms-Werte gleich groß und damit auch das Integral über die Amplitudenspektren. Für $Re = 37000$ ergeben sich analog die Punkte $x/h = 3,61$, $y/h = 0,03$ und $x/h = 0,04$, $y/h = 2,78$. Es ist klar, dass diese Spektren keineswegs den Trägheitsbereich voll auflösen können; andererseits können sie Aussagen über den niederfrequenten Bereich liefern. Während sich die Leistungen der hochfrequenten Schwankungen im selben Bereich befinden, deutet das im niederfrequenten Bereich um eine Größenordnung höhere Amplitudenspektrum bei $Re = 10600$ (siehe Abb. 6.39) auf langwellige Schwankungen der u -Komponente am Wiederanlegepunkt hin. Es sind keine dominierenden Frequenzen auszumachen. Weite-

¹ $Sr = f \cdot h / u_b$

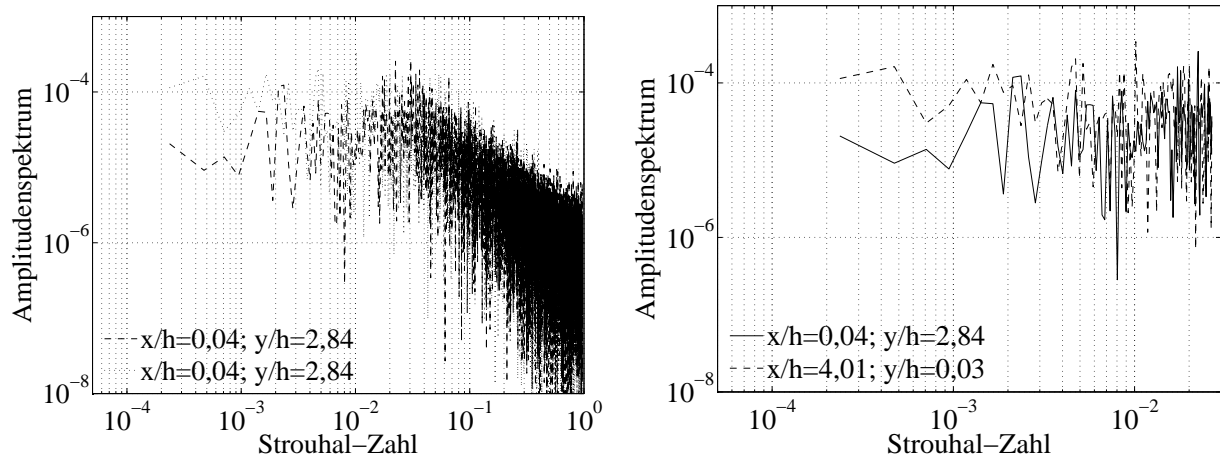


Abbildung 6.39: Amplitudenspektrum am Wiederanlegepunkt und in der freien Strömung $Re = 10600$, rechts Ausschnitt des niederfrequenten Bereichs.

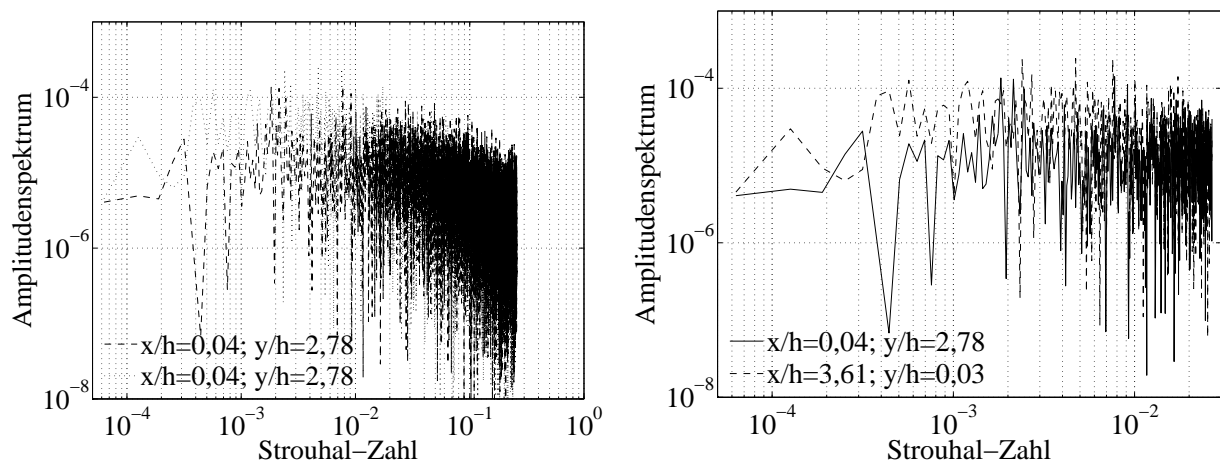


Abbildung 6.40: Amplitudenspektrum am Wiederanlegepunkt und in der freien Strömung $Re = 37000$, rechts Ausschnitt des niederfrequenten Bereichs.

re Stichproben an anderen Messpunkten konnten das niederfrequente Fluktuieren der Geschwindigkeit am Ende der Rezirkulationszone untermauern.

Auch bei $Re = 37000$ stellt sich ein ähnliches Bild ein, jedoch nicht so eindeutig wie bei $Re = 10600$. Das liegt darin begründet, dass bei dieser Re die langwelligen Schwankungen insgesamt schwächer ausfallen. Für Strouhal-Zahlen $Sr < 0,008$ liegt das Amplitudenspektrum des Messpunkts bei $x/h = 3,61$ vorwiegend über dem des entsprechenden Messpunkts in der freien Strömung.

6.7 Rezirkulation auf dem Hügel

Bei einer LES haben Breuer et al. [12] bei $Re = 10600$ eine Rezirkulationszone sehr geringen Ausmaßes auf dem Gipfel des Hügels ausgemacht. Diese Rückströmzone konnte im Experiment bei keiner Reynolds-Zahl gefunden werden. Um ihre Existenz zu überprüfen, wurden LDA- und horizontale PIV-Messungen direkt über dem Hügel durchgeführt, wobei die LDA-Messungen näher an die Berandung heran reichen ($< 1\text{ mm}$). Abbildungen 6.41 und 6.42 zeigen die PDFs der u -Komponente am wandnächsten Messpunkt bei $y/h \approx 1,01$ und unterschiedlichen x/h -Positionen. Der Mittelwert ist für alle Fälle und Positionen po-

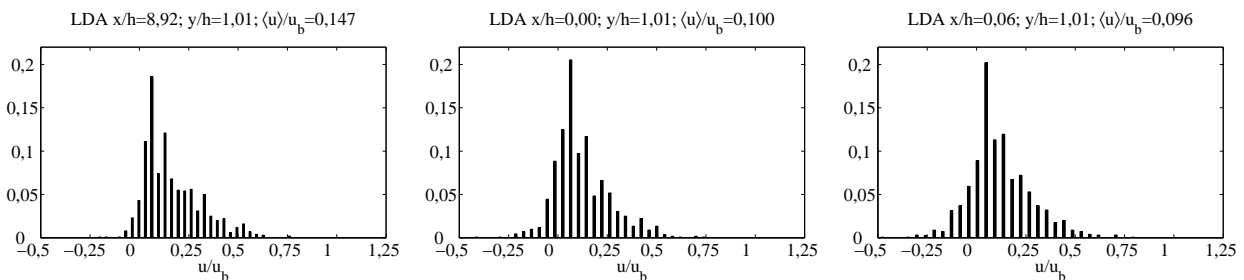


Abbildung 6.41: Vergleich von u/u_b aus LDA-Messungen durch PDF; $y/h = 1,01$; $Re = 10600$; links $x/h = 8,92$, Mitte $x/h = 0,0$, rechts $x/h = 0,06$.

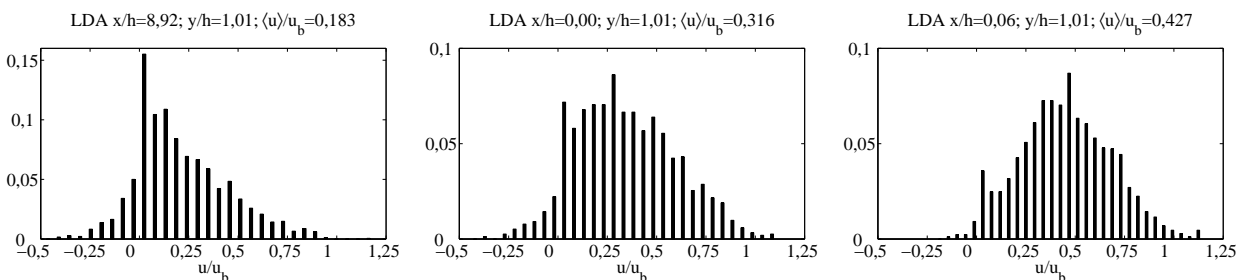


Abbildung 6.42: Vergleich von u/u_b aus LDA-Messungen durch PDF; $y/h = 1,01$; $Re = 37000$; links $x/h = 8,92$, Mitte $x/h = 0,0$, rechts $x/h = 0,06$.

sitiv, wenngleich abhängig von der Position ein nicht zu vernachlässigender Anteil der Messwerte negative Vorzeichen annehmen. Dies lässt die Interpretation zu, dass die PDF die Geschwindigkeitsverteilung in y -Richtung über das Messvolumen repräsentiert. Obendrein schließt das Messvolumen nicht bündig mit der Hügelkontur ab. Dies liegt einerseits in der

Justagegenauigkeit, andererseits in der Gauß-förmigen Intensitätsverteilung des Laserlichts begründet. Letztere bedingt geringe Rückstreuintensität am Rand. Streift der Laserstrahl die Berandung, führt die im Vergleich zu Partikeln viel größere Oberfläche zur Streuung hoher Lichtintensitäten, die das akkurate Messen der Partikelgeschwindigkeiten nicht zulassen. Kurzum, eine wandnähere Messung war nicht möglich.

Damit wäre die Existenz der Rezirkulationszone auf der Hügelkrone zumindest nicht ausgeschlossen. In jedem Fall kann von *einsetzender Ablösung* gesprochen werden [62]. Aus den Messwerten lässt sich auch die Tendenz erkennen, dass die einsetzende Ablösung auf dem Hügel mit steigender Reynolds-Zahl nach oberstrom wandert.

6.8 Strukturen in $\langle w'w' \rangle$

Fröhlich et al. [24] beobachteten auf der Luvseite des Hügels sehr starke Fluktuationen in spannweitischer Richtung. Sie erklären dies mit dem *Splating*-Effekt, der auch schon in anderen Strömungen beobachtet wurde; dabei treffen Turbulenzballen an der Luvseite auf den Hügel auf und platzen zur Seite auseinander. Derselbe Effekt kann auch hier postuliert werden, denn $\langle w'w' \rangle$ wächst in x -Richtung und erreicht sein Maximum knapp vor dem Hügel (siehe Abb. 6.43). Die Fluktuationen in Hauptströmungsrichtung $\langle u'u' \rangle$ sind vor dem Hügel deutlich kleiner, was für den Splating-Effekt typisch ist.

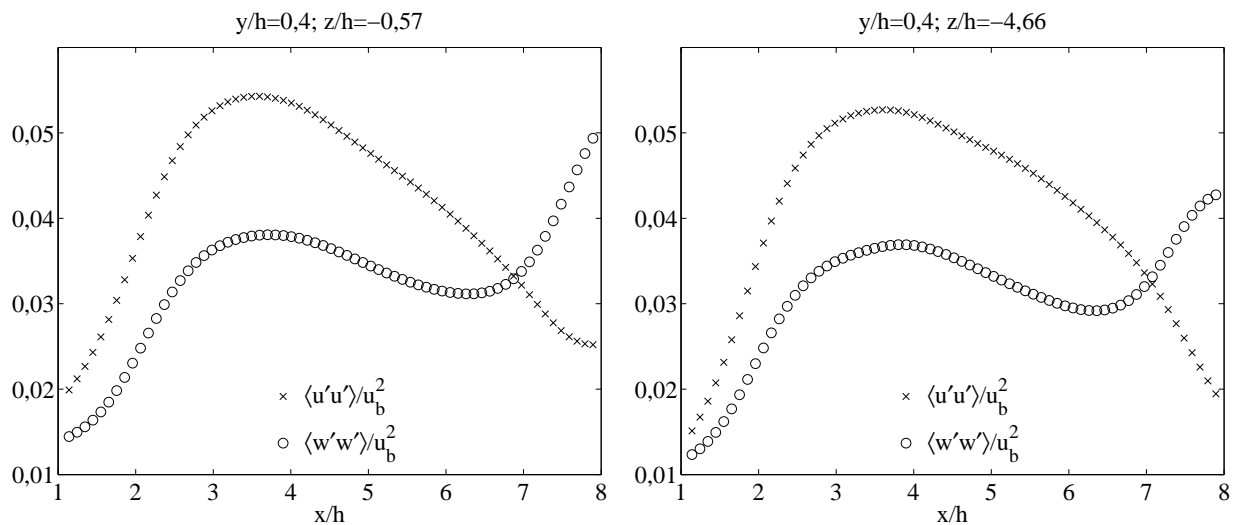


Abbildung 6.43: Vergleich der PIV-rms-Werte $\langle u'u' \rangle / u_b^2$ mit $\langle w'w' \rangle / u_b^2$, $y/h = 0,40$, $Re = 10600$; links $z/h = -0,57$, rechts $z/h = -4,66$.

7 Fazit, Ausblick und Schluss

Fazit

Am Fachgebiet für Hydromechanik der Technischen Universität München wurden strömungsmechanische Untersuchungen in einem rechteckigen Wasserkanal mit periodisch eingebauten Hügeln bei $Re = 5600$, $Re = 10600$, $Re = 19000$ und $Re = 37000$ durchgeführt. Drücke wurden mittels Präzisionsdrucksonden dokumentiert. Geschwindigkeiten wurden mit den Lasermethoden LDA und PIV gemessen und für Mittelwerte und Schwankungsgrößen ausgewertet. LDA- und PIV-Messungen lieferten im Rahmen ihrer spezifischen Charakteristika identische Ergebnisse. Die Vergleichbarkeit des Experiments mit den Bedingungen der Numerik, namentlich Periodizität und Homogenität, wurde gewissenhaft untersucht und für $Re \geq 10600$ nachgewiesen. Die Untersuchung von Zweipunktkorrelationen ergab, dass der Kanal für die größten Strukturen der untersuchten Reynolds-Zahlen ausreichend breit ist. Damit wurde der Grundstein gelegt, die Strömung im Bereich höherer Reynolds-Zahlen experimentell zu untersuchen. Ab $Re = 19000$ können die Messergebnisse, für die keine Vergleichsdaten in der Literatur existieren, als Referenzdaten betrachtet werden.

Die Entwicklung der Strömung wurde mit wachsender Reynolds-Zahl besonders in Hinsicht auf das Wiederanlegeverhalten und die Strömung direkt über dem Hügel untersucht. Es konnte beobachtet werden, dass die auf der Hügelkrone ablösende Strömung mit steigender Reynolds-Zahl schneller wieder anlegt, die Rezirkulationszone also kürzer wird. Die Spektren der Geschwindigkeit in x -Richtung lassen ein niederfrequentes Wandern des Wiederanlegepunktes erkennen. Es konnte festgestellt werden, dass die rms-Werte mit wachsender Reynolds-Zahl kleiner werden. Mithilfe von LDA-Messungen knapp über der Hügelkrone konnte eine einsetzende Ablösung für $Re \geq 10600$ aufgedeckt werden, die mit steigender Reynolds-Zahl nach oberstrom zu wandern scheint. Darüberhinaus konnte herausgefunden werden, dass der Splatting-Effekt auf der Luvseite des Hügels auftritt.

Ausblick

Durch die zahlreichen Messreihen liegt ein Datensatz vor, der in vielerlei Hinsicht weiter ausgewertet werden kann. Mit den PIV-Rohbildern können weitere Subpixel-Verfeinerungen getestet und mit den generierten Vektorfeldern weitere Spektralanalysen durchgeführt oder weitere Größen wie die Schiefe oder Flachheit der Geschwindigkeitsverteilungen betrachtet werden.¹ Die Daten liegen hierfür bereits vor. 3D-PIV-Messungen können zur Erfas-

¹Die Schiefe einer statistischen Verteilung der Größe u ist definiert als zentrales Moment dritter Ordnung: $\langle \frac{(u-\langle u \rangle)^3}{\sigma^3} \rangle$. Mit der Schiefe kann die Symmetrie der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion untersucht werden. Die Flachheit einer statistischen Verteilung der Größe u ist definiert als zentrales Moment vierter Ordnung: $\langle \frac{(u-\langle u \rangle)^4}{\sigma^4} \rangle$.

sung des gesamten Reynolds'schen Spannungstensors idealerweise mittels horizontaler Laserlichtschnitte durchgeführt werden. Bei vertikalen Laserschnitten würden die Hügel durch den perspektivischen Aufbau der Kameras einen Großteil des Strömungsfeldes abschatten.

Für Untersuchungen bei höheren Reynolds-Zahlen muss der Kanal umgebaut werden. Als Möglichkeiten gelten einerseits die Verringerung der Kanalbreite, um den breitenbezogenen Durchfluss zu erhöhen, sowie der Einsatz einer anderen Pumpe zur Erhöhung des Durchflusses. Bei höheren Durchflüssen wird die Aussagekraft der Druckmessungen gesteigert; deshalb sollten deren Ergebnisse entlang des Hügels die Geschwindigkeitsmessungen ergänzen. Die PIV-Messungen in vertikalen Schnitten können mit demselben Messaufbau und Messverfahren durchgeführt werden. An der engsten Kanalstelle und im Bereich der Scherschicht sollte die PIV-Auswertung anhand von Deformationsalgorithmen geschehen, da hier die größten Geschwindigkeitsgradienten auftreten. Die Gradienten werden unmittelbar an der Wand durch die höheren Geschwindigkeiten wahrscheinlich noch steiler. Zusätzlich ist anzuraten, die PIV-Messungen an diesen Stellen wieder mit LDA-Messungen zu stützen. Bei der Steigerung der Reynolds-Zahl hat sich bisher gezeigt, dass die Statistik schneller eingelaufen ist und dass der Wandeinfluss geringer wird. Evtl. kann deshalb die Anzahl der Stichproben reduziert werden, was die Auswertung deutlich beschleunigt. Auf horizontale Lichtschnitte zur Überprüfung der Homogenität in spannweitischer Richtung sollte jedoch nicht verzichtet werden.

Mit steigender Reynolds-Zahl haben sich signifikant mehr und größere Luftblasen am Kanaldeckel bewegt. Durch die Maßnahmen, die dagegen ergriffen wurden, konnte die Blasenbildung ausgeschlossen werden. Abhängig vom Versuchsaufbau wird erwartet, dass die Problematik bei noch höheren Reynolds-Zahlen wieder von Belang wird.

Schließlich bietet der Versuchsaufbau die Möglichkeit, detaillierte Feinstrukturanalysen an unterschiedlichen Stellen des Kanals bei mehreren Reynolds-Zahlen mittels PIV durchzuführen. Hierzu wurde bereits ein erster Versuch mit größerer Auflösung (Messpunkt Abstand $0,0161h$) knapp über der Rezirkulationszone ($2,26 \leq x/h \leq 4,05$; $0,40 \leq y/h \leq 2,19$) durchgeführt. Die folgenden Abbildungen zeigen den normierten Subfilter-Anteil $\tau_{ij}^{s*} = \frac{\tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{u_b^2}$ des Gauß-gefilterten Feldes ($\gamma = 6, \Delta = 4$). Den Abbildungen liegt wiederum ein Ensemble aus 10000 PIV-Doppelbildern zugrunde. Mit den Ergebnissen der Feinstrukturanalyse

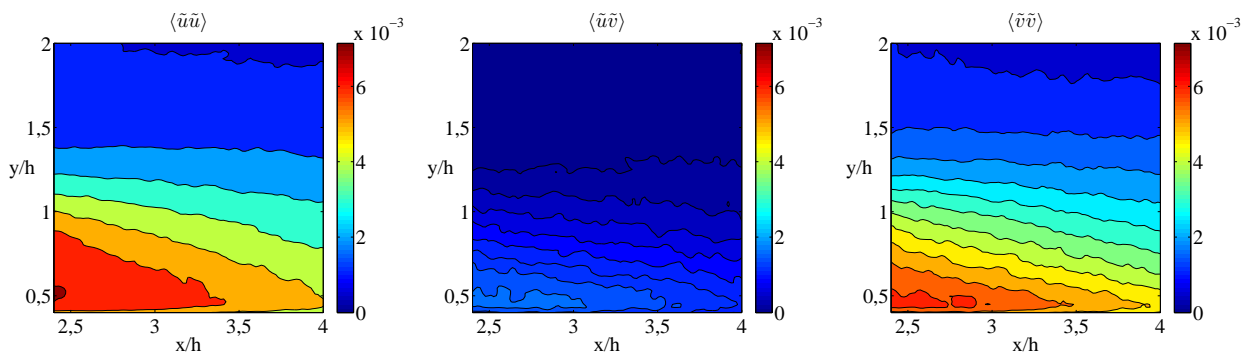


Abbildung 7.1: Feinstrukturspannungen τ_{ij}^{s*} aus PIV-Messungen; Geschwindigkeitsfeld Gauß-gefiltert; $\gamma = 6$; $\Delta = 4$.

bei hohen Reynolds-Zahlen kann die Entwicklung entsprechender LES-Modelle unterstützt werden.

Schluss

Die Charakteristika dieser Strömung lassen sich auf unzählige Anwendungen projizieren. Ablösungen von gekrümmten Oberflächen, Rezirkulation und Wiederanlegen treten u. a. bei der Umströmung eines Autos, bei der Strömung über Riffel in einem Fluss oder etwa durch Winde, die über natürliche Hügel hinwegstreichen, auf.

Wenn diese Arbeit zur Verbesserung des Verständnisses von abgelösten Strömungen und zur Lösung von Fragestellungen der in der Einleitung aufgezählten Themengebiete auch nur ein Jota beiträgt, so ist ihr Ziel mehr als erreicht.

Literaturverzeichnis

- [1] ADRIAN, R.: Scattering particle characteristics and their effect on pulsed laser measurements of fluid flow: speckle velocimetry vs. particle image velocimetry. In: *Appl. Opt.* 23 (1984), S. 1690–1691
- [2] ADRIAN, R. J.: Particle-Imaging Techniques for Experimental Fluid Mechanics. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 23 (1991), S. 261–304
- [3] ADRIAN, R. J.: Twenty years of particle image velocimetry. In: *Experiments in Fluids* 39 (2005), August, Nr. 2, S. 159–169
- [4] ADRIAN, R.: Image shifting technique to resolve directional ambiguity in double-pulsed velocimetry. In: *Appl. Optics* (1986), Nr. 25, S. 3855–3858
- [5] ALBRECHT, H. E.; DAMASCHKE, N.; BORYS, M.; TROPEA, C.; ADRIAN, R. J. (Hrsg.); GHARIB, M. (Hrsg.); MERZKIRCH, W. (Hrsg.); ROCKWELL, D. (Hrsg.); WHITELAW, J. H. (Hrsg.): *Laser doppler and phase doppler measurement techniques*. Springer, 2003
- [6] ALMEIDA, G. P.; DURÃO, D. F. G.; HEITOR, M. V.: Wake flows behind two dimensional model hills. In: *Expl. Thermal Fluid Sci.* 7 (1993), S. 87–101
- [7] BARNETT, D. O.; BENTLEY, H. T.: Statistical Bias of Individual Realization Laser Velocimeters. In: *Proceedings of the second Intl. Workshop on Laser Velocimetry*. Purdue University, 1974, S. 428–444
- [8] BAUCKHAGE, K.; SCHULTE, G.; DOPHEIDE, D.; FABER, M.; LEDER, A.; LEHMANN, B.; MERZKIRCH, W.; RUCK, B.; SEILER, F.; SRULIJES, J.; GEORGE, A.; SELBACH, H.; WEITKAMP, C.; RUCK, B. (Hrsg.): *Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik*. Stuttgart, 1990
- [9] BOLLRICH, G.: *Technische Hydromechanik*. Bd. 1. 6. Berlin: Huss Medien GmbH, 2007. – ISBN 978-3-345-00912-9
- [10] BREUER, M.; JAFFRÉZIC, B.; MANHART, M.; PELLER, N.; FRÖHLICH, J.; HINTERBERGER, C.; RODI, W.; DENG, G.; CHIKHAOUI, O.; ŠARIĆ, S.; JAKIRLIĆ, S.: A Comparative Study of the Turbulent Flow over a Periodic Arrangement of Smoothly Contoured Hills. In: *6th ERCOFTAC Workshop on Direct and Large-Eddy Simulation: DLES-6*. Poitiers, France, September 12-14 2005
- [11] BREUER, M.; PELLER, N.; RAPP, C.; MANHART, M.: A Complementary Numerical / Experimental Investigation on the Flow over Periodic Hills at $100 \leq Re \leq 10,595$. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* GAMM, 2008. – in press

- [12] BREUER, M.; PELLER, N.; RAPP, C.; MANHART, M.: Flow over periodic hills - numerical and experimental study over a wide range of Reynolds numbers. In: *Computers and Fluids* doi:10.1016/j.compfluid.2008.05.002 (2008)
- [13] BROCKHAUS: *Brockhaus der Naturwissenschaften und der Technik*. 7. Wiesbaden: F. A. Brockhaus, 1971
- [14] BRONSTEIN, I.; SEMENDJAJEW, K.: *Taschenbuch der Mathematik*. 5. Thun und Frankfurt (Main), Deutschland: Verlag Harri Deutsch, 2001
- [15] BUCHHAVE, P.: Biasing Errors in Individual Particle Measurements with the LDA-Counter Signal Processor. In: *Proc. of the LDA-Symp.* Copenhagen, 1975, S. 258–278
- [16] BUCKLES, J.; HANRATTY, T. J.; ADRIAN, R. J.: Turbulent Flow over large-amplitude wavy surfaces. In: *Journal of Fluid Mechanics* 140 (1984), S. 27–44
- [17] CASEY, M.; WINTERGERSTE, T.: *Best Practice Guidelines*. ERCOFTAC, 2000 (1.0)
- [18] CLIFT, R.; GRACE, J.; WEBER, M.: *Bubbles, Drops, Particles*. Minneola, New York: Dover Publications, Inc., 2005
- [19] COUNIHAN, J.: Flow over concatenated sinusoidal hills / Central Elect. Res. Lab. UK, 1974 (RD/L/N57/74). – Rep
- [20] DURST, F.; MELLING, A.; WHITELAW, J. H.: *Theorie und Praxis der Laser-Doppler-Anemometrie*. Karlsruhe, 1987
- [21] ECKELMANN, H.; HOTZ, G. (Hrsg.); KALL, P. (Hrsg.); MAGNUS, K. (Hrsg.); MEISTER, E. (Hrsg.): *Leitfaden der angewandten Mathematik und Mechanik*. Bd. 74: *Einführung in die Strömungsmesstechnik*. Stuttgart: Teubner, 1997
- [22] FERZIGER, J.; PERIĆ, M.: *Computational Methods for Fluid Dynamics*. 2nd. Berlin: Springer, 1997
- [23] FRÖHLICH, J.: *Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen*. 2006
- [24] FRÖHLICH, J.; MELLEN, C. P.; RODI, W.; TEMMERMAN, L.; LESCHZINER, M.: Highly resolved large-eddy simulation of separated flow in a channel with streamwise periodic constrictions. In: *J. Fluid Mech.* 526 (2005), S. 19–66
- [25] GOODMAN, J. W.: *Introduction to Fourier optics*. San Francisco: McGraw-Hill Book Company, 1996
- [26] GREHN, J.; HESSBERG, A. von; HOLZ, H.-G.; KRAUSE, J.; KRÜGER, H.; SCHMIDT, H. K.: *Metzler Physik*. Hannover: Grehn, J., 1992
- [27] GÜNTHER, A.; ROHR, P. R.: Large-scale structures in a developed flow over a wavy wall. In: *J. Fluid Mech.* 478 (2003), S. 257–285
- [28] HENN, D.; SYKES, R.: Large-eddy simulation of flow over wavy surfaces. In: *Journal of Fluid Mechanics* 383 (1999), S. 75–112

- [29] HULST, H. van d.: *Light scattering by small particles*. New York: John Wiley & Sons, Inc., (republished 1981 by Dover Publications, New York), 1957
- [30] HUNT, J. C. R.; SNYDER, W. H.: Experiments on Stably and Neutrally Stratified Flow over a Model Three-Dimensional Hill. In: *Journal of Fluid Mechanics* 96 (1980), S. 671–704
- [31] JAKIRLIĆ, S.; JESTER-ZÜRKER, R.; TROPEA, C.: Report on 9th ERCOFTAC/IAHR/COST Workshop on Refined Turbulence Modelling. In: *ERCOFTAC Bulletin, No. 55*. Darmstadt University of Technology, October 9-10, 2001 2002, S. 36–43
- [32] JAMBUNATHAN, K.; JU, X. Y.; DOBBINS, B. N.: An improved cross correlation technique for particle image velocimetry. In: *Meas. Sci. Technol.* (1995), Nr. 6(5), S. 507–514
- [33] KEANE, R. D.; ADRIAN, R. J.: Optimization of particle image velocimeters. Part I: Double pulsed systems. In: *Meas. Sci. Tech.* (1990), Nr. 1, S. 1202–1215
- [34] KEANE, R. D.; ADRIAN, R. J.: Theory of cross-correlation analysis of PIV images. In: *Appl. Sci. Res.* (1992), Nr. 49, S. 191–215
- [35] *Kapitel 1*. In: KEANE, R. D.; ADRIAN, R. J.: *Fluid Mechanics and its Applications*. Bd. 14: *Flow Visualization and Image Analysis*. Kluwer Academic Publishers, 1993, S. 1–26
- [36] KIM, B. J.; SUNG, H. J.: A further assessment of interpolation schemes for window deformation in PIV. In: *Experiments in Fluids* 41 (2006), S. 499–511
- [37] KNEUBÜHL, F. K.; SIGRIST, M. W.: *Laser*. Stuttgart: Teubner Studienbücher, 1995
- [38] KUNDU, P. K.; COHEN, I. M.: *Fluid Mechanics*. 3. Elsevier Academic Press, 2004
- [39] LEXIKONREDAKTION, M.: *Meyers großes Taschenlexikon in 25 Bänden, TOD-VERÄ.* Bd. 23. B. I. Taschenbuchverlag, 2001
- [40] LINDENMAIER, A.: *Experimentelle Untersuchung der Strömung über periodisch angeordnete Hügel*, Technische Universität München, Diplomarbeit, 2006
- [41] MANHART, M.: *Fort.-Ber. VDI Reihe 7*. Bd. 292: *Umströmung einer Halbkugel in turbulenter Grenzschicht - Grobstruktursimulation und Eigenmodeanalyse der Ablöseprozesse*. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1996
- [42] MANHART, M.: *Direkte numerische Simulation – ein Werkzeug zur Vorhersage und Analyse komplexer turbulenter Strömungen*. Habilitationsschrift, Fakultät für Maschinenwesen, Technische Universität München, 2001
- [43] MAXEY, M. R.; RILEY, J. J.: Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. In: *Phys. Fluids* 26 (1983), Nr. 4, S. 883

- [44] McLAUGHLIN, D. K.; TIEDERMANN, M. G.: Biasing Correction for Individual Realization of Laser Anemometer Measurements in Turbulent Flows. In: *Phys. Fluids* 16 (1973), Nr. 12, S. 2082–2088
- [45] MELLEN, C. P.; FRÖHLICH, J.; RODI, W.: Large-eddy simulation of the flow over periodic hills. In: *16th IMACS World Congress*. Lausanne, Switzerland, 2000
- [46] MEYNART, R.: Flow velocity measurement by a speckle method. In: *Proceedings of the 2nd European congress on optics applied to metrology*. Strasbourg, France, November 1979, S. 25–28
- [47] MOTZFELD, H.: Die turbulente Strömung an welligen Wänden. In: *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik* 17 (1937), Nr. 4, S. 193–212
- [48] NAKAGAWA, S.; HANRATTY, T. J.: Particle image velocimetry measurements of flow over wavy wall. In: *Physics of Fluids* 13 (2001), Nr. 11, S. 3504–3507
- [49] PELLER, N.; LE DUC, A.; TREMBLAY, F.; MANHART, M.: High-order stable interpolations for immersed boundary methods. In: *International Journal for Numerical Methods in Fluids* in press (2006)
- [50] PELLER, N.; MANHART, M.: DNS of Channel Flow with Periodic Hill Constrictions Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM), 2004
- [51] PELLER, N.; MANHART, M.: Turbulent Channel Flow with Periodic Hill Constrictions. In: *Arbeitsgemeinschaft Strömung mit Ablösung (STAB), Mitteilungen*, 2005, S. 178–179
- [52] PICKERING, C.; HALLIWELL, N.: LSP and PIV: photographic film noise. In: *Appl. Opt.* 23 (1984), S. 2961–2969
- [53] POPE, S. B.: *Turbulent Flows*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000
- [54] RAFFEL, M.; WILLERT, C.; KOMPENHANS, J.: *Particle Image Velocimetry*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1998 (Experimental Fluid Mechanics)
- [55] RAPP, C.; MANHART, M.: Experimental Investigations on the Turbulent Flow over a Periodic Hill Geometry. In: FRIEDRICH, R. (Hrsg.); ADAMS, N. A. (Hrsg.); EATON, J. K. (Hrsg.); HUMPHREY, J. A. C. (Hrsg.); KASAGI, N. (Hrsg.); LESCHZINER, M. A. (Hrsg.): *Turbulence and Shear Flow Phenomena* Bd. 2. Garching, August 2007 (Fifth International Symposium), S. 649–654
- [56] RAPP, C.; PFLEGER, F.; MANHART, M.: New Experimental Results for a LES Benchmark Case. In: *Direct and Large-Eddy Simulations 7*. Trieste, September 2008. – in press
- [57] RODI, W.: *Turbulence models and their application in hydraulics - a state of the art review*. 3rd. Delft: International Association for Hydraulic Research, 1993
- [58] RODI, W.; BONNIN, J. C.; BUCHAL, T.: *1995 ERCOFTAC Workshop on data bases and testing of calculation methods for turbulent flows*. 1995

- [59] SARIC, W.: Görtler Vortices. In: *Annu. Rev. Fluid Mech.* 26 (1994), S. 379–409
- [60] SCHLICHTING, H.: *Grenzschicht-Theorie*. Göttingen: Braun, G., 1964
- [61] SIMO, J. A.: *Turbulent Transport of Inertial Aerosols*, MIT, Diplomarbeit, 1991
- [62] SIMPSON, R.: Turbulent boundary-layer separation. In: *Ann. Rev. Fluid Mech.* 21 (1989), S. 205–234
- [63] STANISLAS, M.; OKAMOTO, K.; KÄHLER, C.; WESTERWEEL, J.: Main results of the Second International PIV Challenge. In: *Experiments in Fluids* 39 (2005), August, Nr. 2, S. 170–191
- [64] STEVENSON, W. H.; THOMPSON, H. D.; CRAIG, R. C.: *Laser velocimeter measurements in highly turbulent recirculating flows*. New York, 1982
- [65] TEMMERMAN, L.: *Large eddy simulation of separating flow from curved surfaces*, University of London, Diss., 2004
- [66] TEMMERMAN, L.; LESCHZINER, M. A.: Large eddy simulation of separated flow in a streamwise periodic channel constriction. In: LINDBORG, A. E. J. E. Johansson (Hrsg.); EATON, J. (Hrsg.); HUMPHREY, J. (Hrsg.); KASAGI, N. (Hrsg.); LESCHZINER, M. (Hrsg.); SOMMERFELD, M. (Hrsg.); KTH (Veranst.): *Turbulence and Shear Flow Phenomena. Second International Symposium*. Stockholm, June 27–29 2001, S. 399–404
- [67] TEMMERMAN, L.; LESCHZINER, M. A.; MELLEN, C. P.; FRÖHLICH, J.: Investigation of wall-function approximations and subgrid-scale models in Large Eddy Simulation of separated flow in a channel with periodic constrictions. In: *Int. J. Heat Fluid Flow* 24 (2003), S. 157–180
- [68] TOKUMARO, P. T.; DIMOTAKIS, P. E.: Image correlation velocimetry. In: *Exp. Fluids* (1995), Nr. 29(2), S. 203–214
- [69] TROPEA, C. (Hrsg.); YARIN, A. (Hrsg.); FOSS, J. F. (Hrsg.): *Experimental Fluid Mechanics*. Heidelberg: Springer, 2007 (Springer Handbook)
- [70] ŠARIĆ, S.; JAKIRLIĆ, S.; BREUER, M.; JAFFRÉZIC, B.; DENG, G.; CHIKHAOUI, O.; FRÖHLICH, J.; TERZI, D. von; MANHART, M.; PELLER, N.: Evaluation of detached eddy simulations for predicting the flow over periodic hills. In: *CEMRACS Proceedings 2005, Computational Aeroacoustics and CFD in Turbulent Flows, (Centre de Mathématique de Recherche Avance en Calcul Scientifique)*. Marseille, France: EMS Publishing House, July 18 - August 26 2007
- [71] WESTERWEEL, J.: Efficient detection of spurious vectors in particle image velocimetry data. In: *Exp. Fluids* (1994), Nr. 16, S. 236–247
- [72] WIECZOREK-ZEUL, H.: *Die globale Nahrungsmittelkrise und unsere Verantwortung* Bundestreffen Foren eine Welt, 2008
- [73] WIEDEMANN, J.: *Laser-Doppler-Anemometrie*. 1984

- [74] WILLERT, C.; STASICKI, B.; RAFFEL, M.; KOMPENHANS, J.: A digital video camera for application of particle image velocimetry in high-speed flows. In: *SPIE 2546, Intl. Symposium on optical Science, Engineering and Instrumentation*. San Diego, USA, 9-14 July 1995, S. 124–134
- [75] ZEPPENFELD, K.: Reduction of boiler-scale formation in closed systems by electrolysis of calcium containing water. In: *Chemie Ingenieur Technik* 71 (1999), June, Nr. 6, S. 642–647
- [76] ZILKER, D. P.; COOK, G. W.; HANRATTY, T. J.: In: *Journal of Fluid Mechanics* (1977), Nr. 82, S. 29–51
- [77] ZILKER, D. P.; HANRATTY, T. J.: In: *Journal of Fluid Mechanics* (1979), Nr. 90, S. 257–271

A Anhang

A.1 Hugelgeometrie

Die Funktionen beziehen sich auf den in 2.3 dargestellten Koordinatenursprung, der auch die Symmetrieachse darstellt. für $x \in [0; 0,3214h]$;

$$z(x) = \min(1; 1 + 0 \cdot x + 2,42010^{-4} \cdot x^2 - 7,58810^{-5} \cdot x^3);$$

für $x \in [0,3215h; 0,5h]$;

$$z(x) = 0,8955 + 3,48410^{-2} \cdot x - 3,62910^{-3} \cdot x^2 + 6,74910^{-5} \cdot x^3;$$

für $x \in [0,5h; 0,7143h]$;

$$z(x) = 0,9213 + 2,93110^{-2} \cdot x - 3,23410^{-3} \cdot x^2 + 5,80910^{-5} \cdot x^3;$$

für $x \in [0,7144h; 1,071h]$;

$$z(x) = 1,445 - 4,92710^{-2} \cdot x + 6,95010^{-4} \cdot x^2 - 7,39410^{-6} \cdot x^3;$$

für $x \in [1,071h; 1,429h]$;

$$z(x) = 0,6401 + 3,12310^{-2} \cdot x - 1,98810^{-3} \cdot x^2 + 2,24210^{-5} \cdot x^3;$$

für $x \in [1,429h; 1,929h]$;

$$z(x) = \max(0; 2,0139 - 7,18010^{-2} \cdot x + 5,87510^{-4} \cdot x^2 + 9,55310^{-7} \cdot x^3);$$

Der Hügel folgt im Lee und im Luv derselben Kontur, so dass sich der Hugelfu durch die Länge des Gebiets von $9h$ bei $x/h = 7,071$ befindet.

A.2 Intensitätsmuster interferierender Laserstrahlen

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{2} (E_1 + E_2) (E_1^* + E_2^*) = \\
&\frac{1}{2} \left[A_1 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \sin \phi + y \cos \phi) - \omega t\right)} + A_2 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}(-x \sin \phi + y \cos \phi) - \omega t - \Phi\right)} \right] \\
&\left[A_1 e^{-i\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \sin \phi + y \cos \phi) - \omega t\right)} + A_2 e^{-i\left(\frac{2\pi}{\lambda}(-x \sin \phi + y \cos \phi) - \omega t - \Phi\right)} \right] = \\
&\frac{1}{2} \left[A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \sin \phi + y \cos \phi) - \omega t\right) - i\left(\frac{2\pi}{\lambda}(-x \sin \phi + y \cos \phi) - \omega t - \Phi\right)} \right] + \\
&\frac{1}{2} \left[A_1 A_2 e^{-i\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \sin \phi + y \cos \phi) - \omega t\right) + i\left(\frac{2\pi}{\lambda}(-x \sin \phi + y \cos \phi) - \omega t - \Phi\right)} \right] = \tag{A.1} \\
&\frac{1}{2} \left[A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 e^{i\left(\frac{4\pi}{\lambda}(x \sin \phi) + \Phi\right)} + A_1 A_2 e^{-i\left(\frac{4\pi}{\lambda}(x \sin \phi) + \Phi\right)} \right] = \\
&\frac{1}{2} \left[A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 \left(\cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} (x \sin \phi) + \Phi \right) + i \sin \left(\frac{4\pi}{\lambda} (x \sin \phi) + \Phi \right) \right) \right] + \\
&\frac{1}{2} \left[A_1 A_2 \left(\cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} (x \sin \phi) + \Phi \right) - i \sin \left(\frac{4\pi}{\lambda} (x \sin \phi) + \Phi \right) \right) \right] = \\
&\frac{1}{2} \left[A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 A_2 \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} (x \sin \phi) + \Phi \right) \right]
\end{aligned}$$

A.3 Aufstellung der LDA-Messungen

Re = 5600	Hügel 6-7		Hügel 7-8	
	$x/h = 0,05$	$x/h = 4,0$	$x/h = 0,05$	$x/h = 4,0$
$z/h = 0$			×	×
Re = 10600	Hügel 6-7		Hügel 7-8	
	$x/h = 0,05$	$x/h = 4,0$	$x/h = 0,05$	$x/h = 4,0$
	$z/h = 0$	×	×	×
	$z/h = 3,0$		×	×
	$z/h = 4,5$		×	×
$z/h = 6$			×	×
Re = 19000	Hügel 6-7		Hügel 7-8	
	$x/h = 0,05$	$x/h = 4,0$	$x/h = 0,05$	$x/h = 4,0$
	$z/h = 0$	×	×	×
	$z/h = 3,0$		×	×
	$z/h = 4,5$		×	×
$z/h = 6$			×	×
Re = 37000	Hügel 6-7		Hügel 7-8	
	$x/h = 0,05$	$x/h = 4,0$	$x/h = 0,05$	$x/h = 4,0$
$z/h = 0$	×	×	×	×

Tabelle A.1: LDA-Messungen

A.4 Aufstellung der vertikalen PIV-Schnitte

Die tatsächliche Reynolds-Zahl der einzelnen Versuche wurde aus Temperaturmessungen zur Bestimmung der kinematischen Viskosität ν und aus dem gemessenen u_b bestimmt. Tabelle A.2 zeigt jeweils die kleinste, größte und die mittlere Reynolds-Zahl, die während der sechs einzelnen PIV-Messungen für jede Re geherrscht hat.

Re = 5600	Hügel 6-7			Hügel 7-8		
	Re _{min}	Re _{mean}	Re _{max}	Re _{min}	Re _{mean}	Re _{max}
$z/h = 0$	5093	5186	5245	5036	5119	5196
Re = 10600	Hügel 6-7			Hügel 7-8		
	Re _{min}	Re _{mean}	Re _{max}	Re _{min}	Re _{mean}	Re _{max}
$z/h = 0$	9694	9758	9812	9952	10063	10153
Re = 19000	Hügel 6-7			Hügel 7-8		
	Re _{min}	Re _{mean}	Re _{max}	Re _{min}	Re _{mean}	Re _{max}
$z/h = 0$				18950	19239	19396
Re = 37000	Hügel 6-7			Hügel 7-8		
	Re _{min}	Re _{mean}	Re _{max}	Re _{min}	Re _{mean}	Re _{max}
$z/h = 0$				36707	36847	37099

Tabelle A.2: Vertikale PIV-Schnitte

A.5 PIV-Auflösung

In der folgenden Tabelle A.3 ist die PIV-Auflösung in Abhängigkeit des Kolmogorov-Maßes aufgelistet. Die Größen der Strukturen aus einer DNS bei $Re = 5600$ von Peller et al. [49] werden mit $\eta \sim Re^{3/4}$ skaliert. Die Länge einer quadratischen Interrogation Area der vertikalen Schnitte beträgt $IA_L/h = 0,0912$.

IA_L/η	$x/h = 0,5$		$x/h = 1,0$		$x/h = 6,0$	
	η_{\min}	η_{mean}	η_{\min}	η_{mean}	η_{\min}	η_{mean}
Re = 5600	29,40	17,20	26,81	17,53	23,37	15,99
Re = 10600	47,45	27,76	43,27	28,29	37,72	25,81
Re = 19000	73,51	43,00	67,02	43,82	58,43	39,98
Re = 37000	121,18	70,88	110,49	72,24	96,32	65,90

Tabelle A.3: PIV-Auflösung

A.6 PIV-Profile

Profile $x/h = 0,5$

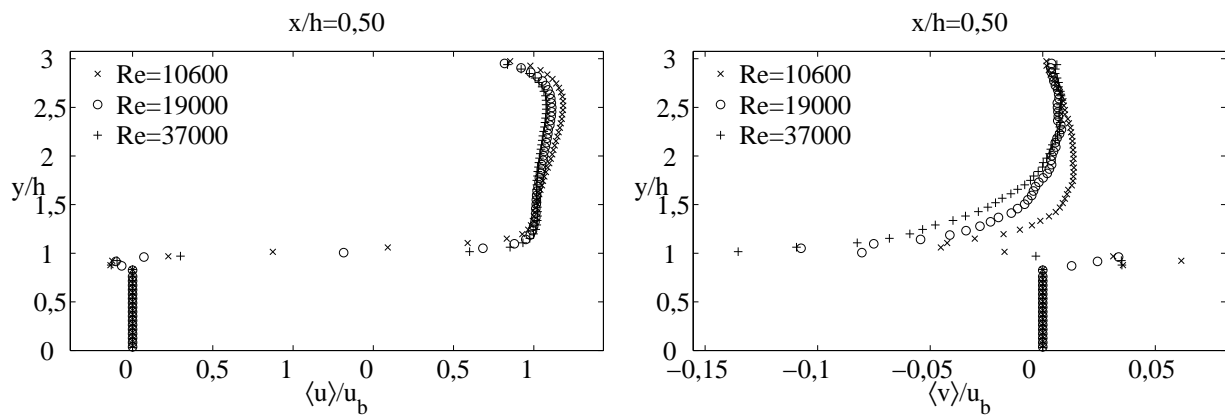


Abbildung A.1: Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 0,5$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$.

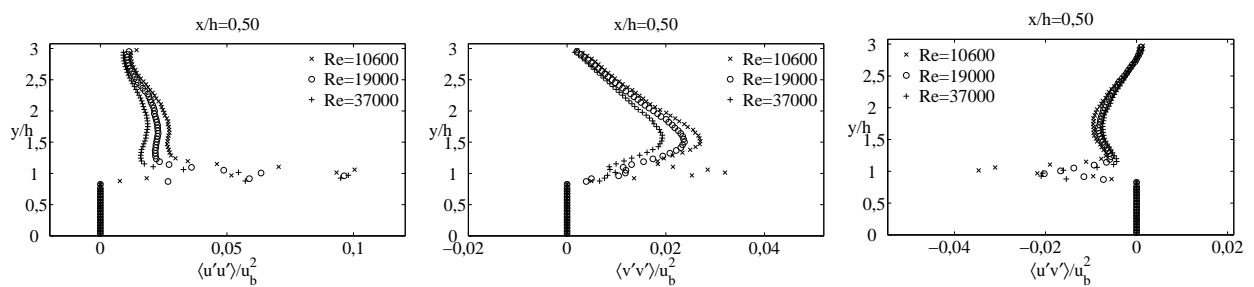


Abbildung A.2: rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 0,5$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$.

Profile $x/h = 2,0$

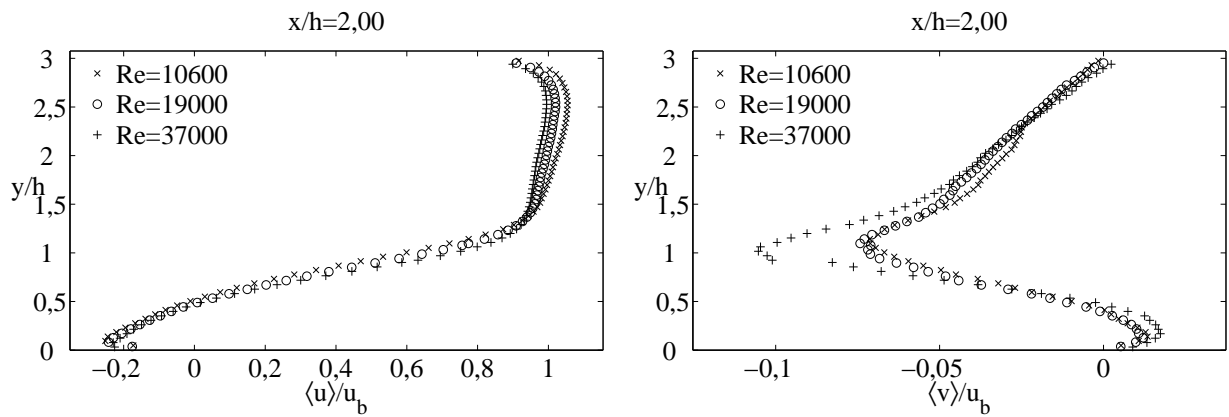


Abbildung A.3: Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 2,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$.

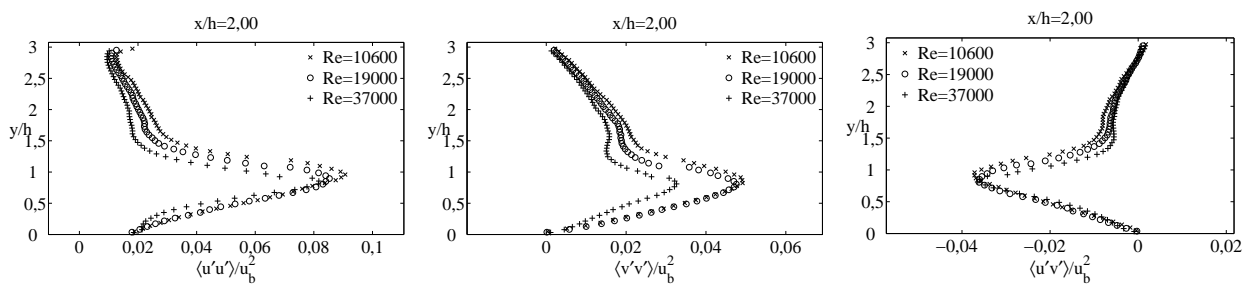


Abbildung A.4: rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 2,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$.

Profile $x/h = 3,0$

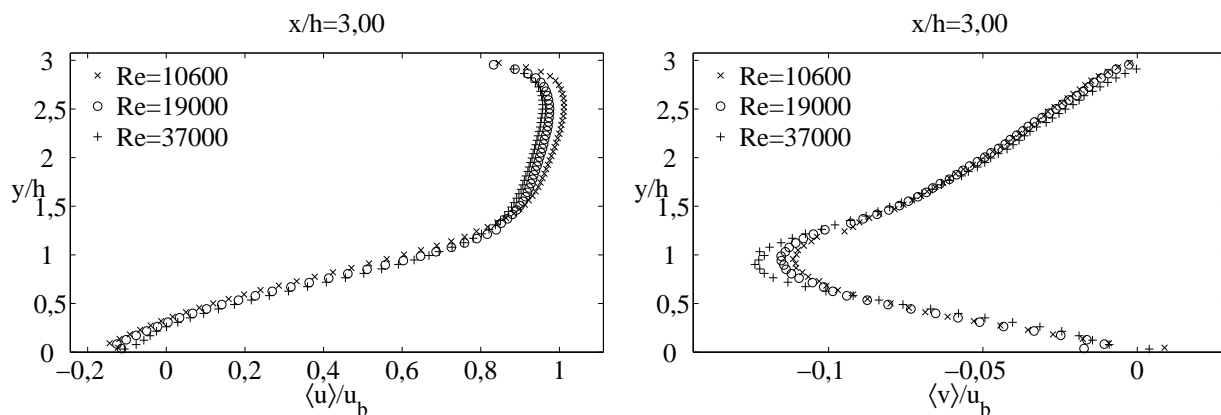


Abbildung A.5: Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 3,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$.

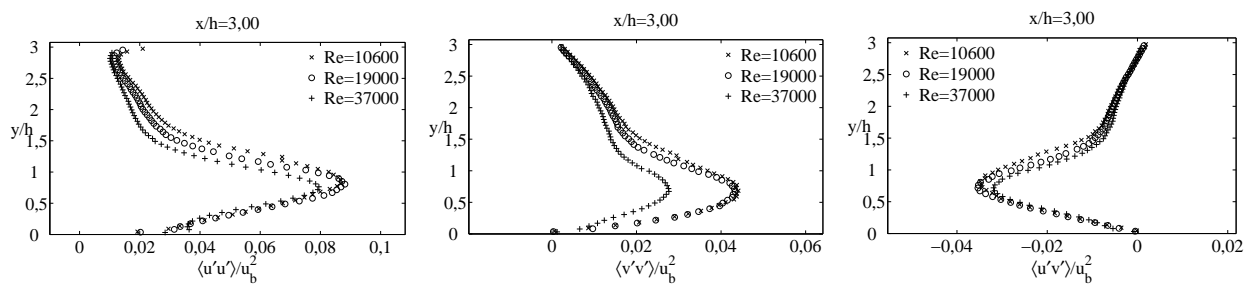


Abbildung A.6: rms-Profilen aus PIV-Messungen; $x/h = 3,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$.

Profile $x/h = 5,0$

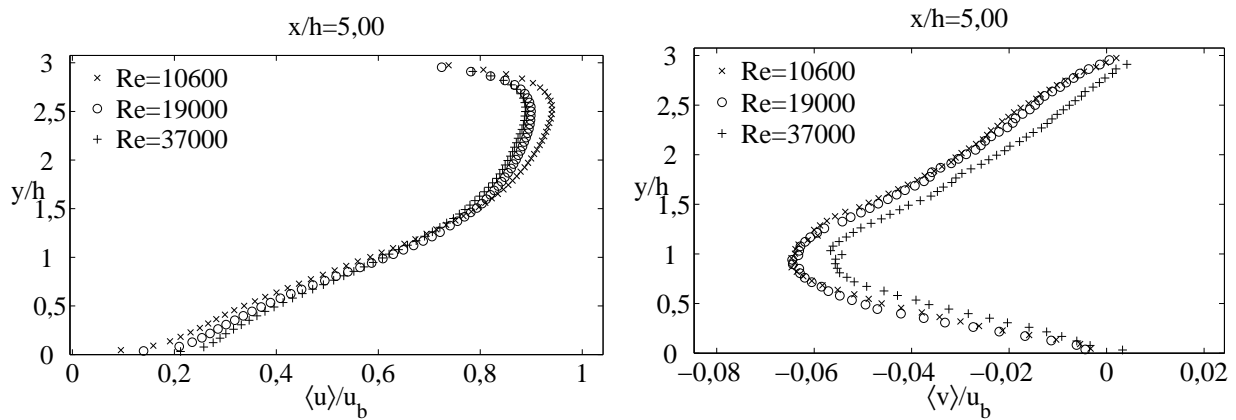


Abbildung A.7: Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 5,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$.

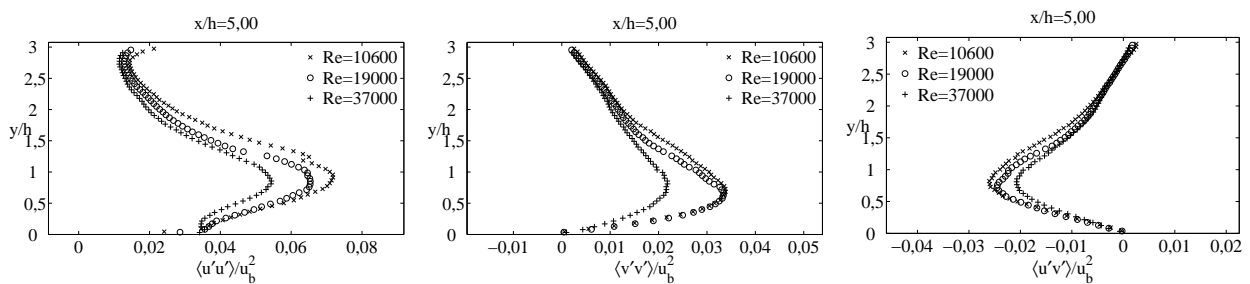


Abbildung A.8: rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 5,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$.

Profile $x/h = 6,0$

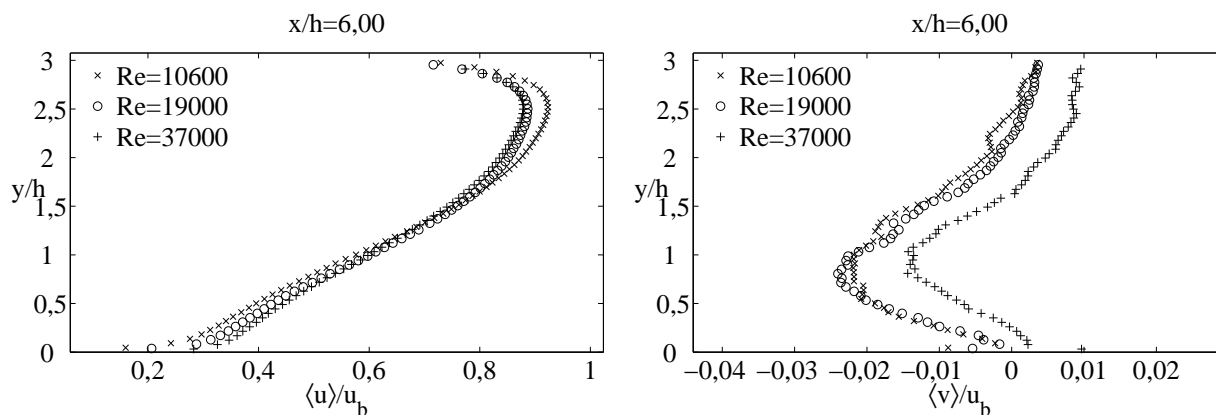


Abbildung A.9: Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 6,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$.

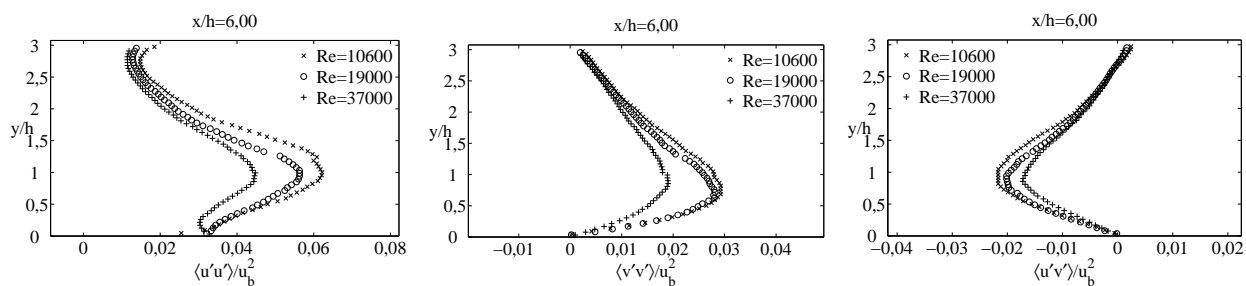


Abbildung A.10: rms-Profil aus PIV-Messungen; $x/h = 6,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$.

Profile $x/h = 7,0$

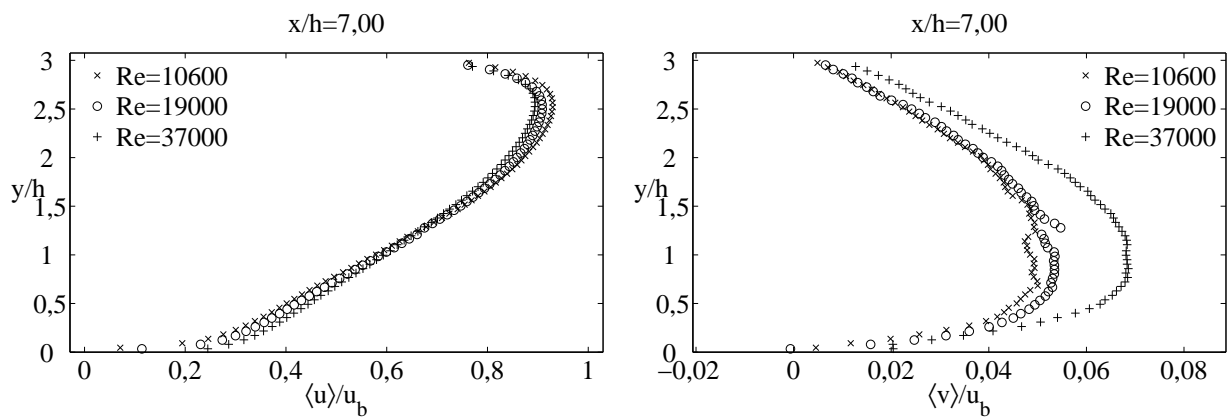


Abbildung A.11: Geschwindigkeitsprofile aus PIV-Messungen; $x/h = 7,0$; links $\langle u \rangle / u_b$, rechts $\langle v \rangle / u_b$.

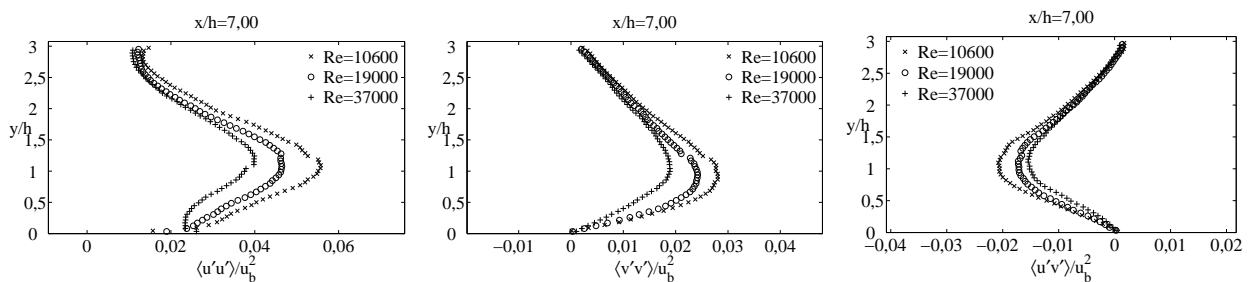


Abbildung A.12: rms-Profile aus PIV-Messungen; $x/h = 7,0$; links $\langle u'u' \rangle / u_b^2$, Mitte $\langle v'v' \rangle / u_b^2$, rechts $\langle u'v' \rangle / u_b^2$.

