

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Lehrstuhl für Energiesysteme

**Eigenschaften kombinierter Labyrinth-  
Bürstendichtungen für Turbomaschinen**

**Martin Deckner**

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen  
der Technischen Universität München zur Erlangung  
des akademischen Grades eines

**Doktor-Ingenieurs**

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. D. Weuster-Botz

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. H. Spliethoff
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. H. Ulbrich

Die Dissertation wurde am 20. April 2009 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 25. November 2009 angenommen.



## Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl für Energiesysteme (ehemals Lehrstuhl für Thermische Kraftanlagen) der Technischen Universität München. Die dieser Arbeit zugrunde liegenden Untersuchungen wurden zu einem großen Teil im Rahmen des Forschungsvorhabens „Ermittlung der Eigenschaften adaptiver Dichtungen für hohen Druck und hohe Temperatur für die Anwendung in Dampfturbinen“ durchgeführt. Das Vorhaben wurde maßgeblich von der Bayerischen Forschungstiftung, der Alstom Power Turbinen GmbH und der Siemens AG finanziell gefördert.

Mein besonderer Dank gilt meinem ersten Doktorvater, Herrn PD Dr.-Ing. Klaus Kwanka, der mich durch seine fachliche und menschliche Führung und seinen Rat sehr unterstützt hat. Leider ist er nach schwerer Erkrankung im Juli 2006 verstorben.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Hartmut Spliethoff danke ich ganz herzlich für die weitere Betreuung und Unterstützung meiner Promotion, sein Interesse an der vorliegenden Arbeit und die Übernahme des Erstgutachtens. Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Heinz Ulbrich danke ich ganz herzlich für die Übernahme des Korreferats und Herrn Prof. Dr.-Ing. Dirk Weuster-Botz für die Übernahme des Vorsitzes in der Prüfungskommission.

Mein Dank gilt ferner Herrn Prof. Dr.-Ing. Dietmar Hein, i.R., der mich im Fortgang der Arbeit immer wieder bestärkt und mit seinen wertvollen Anregungen unterstützt hat und Herrn Dr. Karl Urlichs, der durch sein Interesse und seine stets vorhandene Bereitschaft zur Hilfe bei technischen und wissenschaftlichen Problemen ebenso zum Gelingen der Arbeit beigetragen hat.

Für die praktische Unterstützung danke ich allen Mitarbeitern der Werkstatt, besonders Albert Daschner und Jürgen Knösch, sowie allen beteiligten Diplomanden und Praktikanten, die an der Umsetzung der umfangreichen Experimente beteiligt waren.

Über das Fachliche hinaus möchte ich mich auch bei allen Kolleginnen und Kollegen sowie den Damen des Lehrstuhls für die überaus gute Arbeitsatmosphäre bedanken.

Abschließend möchte ich meinen Eltern für die stete Unterstützung bei meiner beruflichen Zielsetzung sowie meiner Frau Susan für ihre Geduld und Rücksichtnahme besonderen Dank aussprechen.



## Kurzfassung

Die Wirkungsgrade von Turbomaschinen lassen sich durch neue Dichtungstechniken weiter verbessern. Voraussetzung dafür ist aber, dass sich der Einsatz der neuen Dichtungen nicht negativ auf das Stabilitätsverhalten der Turbomaschine (Rotor-schwingungen) oder die Lebensdauer (Verschleiß) auswirkt. Bürstendichtungen aus dem Flugtriebwerksbau sind eine solche Technik.

Für den Einsatz in anderen Turbomaschinen mit erhöhten Anforderungen an Lebensdauer und Betriebsparameter, wie z.B. Dampfturbinen, sind kombinierte Labyrinth-Bürstendichtungen erforderlich. In der Arbeit wird eine Grundauswahl solcher Kombinationen hinsichtlich der Leckage, der rotordynamischen Koeffizienten und des Bremsmomentes experimentell und numerisch untersucht. Durch Vergleich der Ergebnisse mit einem ebenfalls untersuchten Referenzlabyrinth werden Empfehlungen für den konkreten Einsatz in der Turbomaschine gegeben und der Stand der numerischen Simulation bewertet.

## Abstract

Turbomachinery efficiency can be furthermore improved by new sealing techniques. The application of these seals requires that no negative stability behaviour of the turbomachine (rotor vibrations) occurs and there is no limitation in lifetime (wear). Brush seals for aircraft engines are such a technology.

For application in other turbomachinery with increased demand for service life and operating parameters, e.g. steam turbines, combined labyrinth-brush seals are required. In this paper a basic selection of such combinations is examined experimentally and theoretically with regard to leakage, rotordynamic coefficients and holdback torque. By comparing the results with an also determined reference labyrinth recommendations for concrete application in turbomachines are given and the state of the art of numerical simulation in this field is evaluated.



# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung .....	1
2	Stand der Forschung .....	5
2.1	Labyrinthdichtungen .....	5
2.2	Bürstendichtungen.....	7
2.3	Spalterregung .....	9
3	Theoretische Grundlagen .....	11
3.1	Leckageverluste durch Labyrinth- und Bürstendichtungen .....	11
3.1.1	Labyrinthdichtungen .....	11
3.1.2	Bürstendichtungen .....	16
3.2	Rotordynamik.....	20
3.2.1	Der gleitgelagerte Lavalrotor.....	20
3.2.2	Fluiddynamische Kräfte bei Spaltdichtungen.....	25
3.2.3	Bestimmung der maßgeblichen Abhängigkeiten von Labyrinthkräften.....	28
4	Versuchseinrichtungen und Vorgehen .....	34
4.1	Grundaufbau und Drallerzeugung.....	34
4.1.1	Hydraulische Verstelleinrichtung .....	36
4.1.2	Drallerzeugung.....	37
4.1.3	Modularer Dichtungsaufbau .....	41
4.2	Prüfstand für statische Messungen.....	42
4.2.1	Versuchsanlage .....	42
4.2.2	Vorgehensweise .....	44
4.3	Prüfstand für dynamische Messungen.....	47
4.3.1	Versuchsanlage.....	47
4.3.2	Vorgehensweise .....	52
4.4	Messtechnik und Datenerfassung.....	56
5	Experimentelle Untersuchungen .....	64
5.1	Versuchsprogramm .....	64
5.1.1	Dichtungskonfigurationen.....	64
5.1.2	Parametervariation .....	66
5.2	Ergebnisdarstellung.....	67
5.2.1	Dimensionslose Labyrinthkenngößen .....	67
5.2.2	Neue Kenngröße „Zuströmimpuls“ .....	68

5.3	Blowdown - Effekt .....	71
5.4	Leckageverhalten .....	73
5.5	Rotordynamische Koeffizienten.....	74
5.5.1	Quer- / Nebensteifigkeiten, statische Messungen.....	74
5.5.2	Auslenkungs- / Hauptsteifigkeiten, statische Messungen.....	77
5.5.3	Quer- / Nebensteifigkeiten, dynamische Messung .....	80
5.5.4	Auslenkungs- / Hauptsteifigkeiten, dynamische Messungen .....	82
5.5.5	Dämpfungen.....	83
5.5.6	Einfluss von Zu- und Abströmung.....	85
5.6	Bremsmomente.....	87
6	Numerische Simulation .....	89
6.1	Simulationssoftware .....	89
6.1.1	Grundgleichungen.....	90
6.1.2	Turbulente Strömungen .....	92
6.2	Strömungsberechnung.....	95
6.2.1	Diskretisierung.....	95
6.2.2	Randbedingungen .....	96
6.3	Ergebnisse und Vergleich mit Messungen .....	98
6.3.1	Labyrinthgeometrie SSS-3.....	98
6.3.2	Lokale Lastverteilung .....	105
6.3.3	Bürstensimulation (2D).....	108
7	Schlussfolgerungen .....	111
7.1	Theorie .....	111
7.2	Experimente .....	112
7.3	Numerische Simulation .....	114
8	Zusammenfassung und Ausblick .....	116
9	Nomenklatur.....	119
10	Literatur.....	122

# 1 Einleitung

Die fortwährenden Bestrebungen Leistung und Wirkungsgrad von Turbomaschinen und damit deren Wirtschaftlichkeit zu erhöhen, erfordern in verstärktem Maße die Minimierung der Leckageverluste. Bei Dampfturbinen beispielsweise beträgt der Anteil der Spaltverluste am Gesamtverlust mehr als 20 Prozent [1]. Die Einbuße an Wirkungsgrad beträgt somit wenigstens zwei Prozent. Eine Verbesserung im Bereich der Dichtungen birgt damit großes Potential.

Die Ursache für die hohen Spaltverluste in Turbomaschinen sind die üblicherweise verwendeten, berührungslosen Labyrinthdichtungen. Ein Teil des Arbeitsfluides umgeht den vorgesehenen Strömungsweg (primäre Strömung) und passiert die Dichtungen in Richtung des Druckgefälles als Sekundärströmung. In Turbinen führt dies zur verminderten Umsetzung der eingesetzten Energie in mechanische Arbeit. Bei Verdichtern und Pumpen muss entsprechend mehr mechanische Arbeit aufgewendet werden um den gewünschten Endzustand des verwendeten Mediums zu erreichen.

Aufgrund der hohen Relativgeschwindigkeiten zwischen umlaufenden und stehenden Bauteilen, in Kombination mit hohen Temperaturen und der fehlenden Schmiermöglichkeiten vor allem bei der Abdichtung von gas- bzw. dampfförmigen Medien, waren berührungslose Dichtungssysteme lange Zeit die einzige Möglichkeit um einen dauerhaften Betrieb zu garantieren. Die Spaltweite solcher Dichtungen kann jedoch nicht beliebig klein gewählt werden. Aus Sicherheitsgründen ist ein bestimmtes Mindestmaß der Spalte erforderlich, um Anstreifschäden aufgrund von thermischen Verformungen oder Rotorschwingungen zu vermeiden. Eine vollständige Abdichtung lässt sich mit berührungslosen Dichtungen daher nicht realisieren. Das Funktionsprinzip dieser Dichtungen besteht vielmehr darin, dem abzudichtenden Fluid einen möglichst großen Durchflusswiderstand entgegenzusetzen. Bei einer konventionellen Labyrinthdichtung erreicht man dies durch die Aneinanderreihung mehrerer scharfkantiger Drosselspalte (Dichtspitzen), die in Summe dann eine geringere Leckage aufweisen als ein Einzelspalt. Das Arbeitsfluid wird an den Dichtspitzen dabei wiederholt beschleunigt, um den dynamischen Druckanteil in den nachfolgenden Kammern dann möglichst vollständig zu verwirbeln. Die Dichtwirkung eines Labyrinthes hängt neben der Spaltweite und der Bauform der Dichtung dabei vor allem von der Anzahl der Drosselstellen und damit der axialen Ausdehnung ab. Je nach Einsatzort der Dichtung, beispielsweise als Wellendichtung oder aber als Stufendichtung, steht dieser axiale Bauraum jedoch nur begrenzt zur Verfügung.

Im Flugtriebwerksbau wurde, unter dem Eindruck der ersten und zweiten Ölkrise in den 1970er Jahren, die Entwicklung neuer Dichtungskonzepte stark vorangetrieben. Bei den dort verwendeten Gasturbinen sind die Anforderungen an Verschleiß und Lebensdauer der Dichtungen vergleichsweise niedrig (kurze Wartungsintervalle), die Ansprüche an eine möglichst hohe Leistungsdichte und einen guten Wirkungsgrad (Gewichtersparnis und geringer Verbrauch) dagegen ungleich höher als beispielsweise bei Dampfturbinen. Eines dieser Konzepte, das etwa seit Mitte der 1990er Jahre in größerem Umfang erfolgreich eingesetzt wird (vgl. [2]), ist die so genannte Bürstendichtung. Sie stellt im weitesten Sinne den Sonderfall einer Labyrinthdichtung dar, bei der schräg zum Rotor angestellte Drähte ein dicht gepacktes, berührendes Faserlabyrinth bilden, das den Spalt weitgehend verschließt [3]. Die einzelnen Drähte mit einem Durchmesser von etwa 0,05 mm bis 0,1 mm werden üblicherweise im Stator untergebracht und stützen sich gegen eine Rückplatte ab, um das Biegemoment an den Drähten klein zu halten. Als Gegenlauffläche dient meist ein keramisch beschichteter Rotor, was den Verschleiß am Rotor gering hält. Ein Verschleiß der Bürste wird dagegen in Kauf genommen. Ein Legewinkel der Fasern von ca. 30° bis 60° in Drehrichtung des Läufers ermöglicht trotz teilweiser Berührung der Drähte auf der Rotoroberfläche die Beweglichkeit des Läufers in radialer Richtung. Der Einsatz dieser Dichtung, entweder als Ersatz oder als Ergänzung zu den bisher verwendeten Labyrinthdichtungen, kann die Dichtwirkung im Vergleich zu üblichen Labyrinthdichtungen um bis zu 70 % verbessern ([1], [4]). Die übliche Anwendung in Flugtriebwerken sind Zwischenstufendichtungen ([5], [6]) bei einer maximal möglichen Druckdifferenz von  $\Delta p \leq 12$  bar pro Bürstenelement [7].

Wegen der guten Performance von Bürstendichtungen ist ihr Einsatz auch für Turbomaschinen mit erhöhten Anforderungen an Langzeitbetrieb und Betriebsparameter interessant. Bei Gegendruckdampfturbinen müssen beispielsweise Druckdifferenzen von bis zu 80 bar am Ausgleichskolben abgedichtet werden. Der Druckabbau erfolgt bei den üblichen Labyrinthdichtungen gestuft, durch die Aneinanderreihung von Dichtspitzen und Expansionskammern im Wechsel. Sollen in diesem Druckbereich Bürstendichtungen zur Anwendung kommen, muss ebenfalls eine mehrstufige Anordnung gewählt werden, um eine Überlastung der einzelnen Dichtungselemente zu vermeiden. In der technischen Ausführung ergeben sich dadurch kombinierte Labyrinth - Bürstendichtungen, die entweder ausschließlich aus Bürsten bestehen oder aber aus der Kombination von Labyrinthspitzen und Bürstendichtungen.

Die Sekundärströmung in den Dichtungen von Turbomaschinen verursacht, wie oben ausgeführt, Spaltverluste und verringert dadurch den Wirkungsgrad. Gleichzeitig beeinflusst sie aber auch die dynamischen Eigenschaften des Läufers durch die Generierung von Radialkräften. Diese zusätzlichen Kräfte treten abhängig vom Grad einer, beispielsweise durch Unwuchtschwingungen hervorgerufenen, exzentrischen Lage des Läufers im Gehäuse auf und verändern dadurch die Steifigkeitsmatrix des Rotors, was sich i. a. negativ auf das Stabilitätsverhalten auswirkt. Mit zunehmender Leistung einer Turbomaschine steigen die Leckageverluste und damit einhergehend die angeregten Kräfte. Ab einer bestimmten Leistung, der sog. Grenzleistung, reicht dann die Dämpfung in der Maschine nicht mehr aus und es kommt zur Anfachung von selbsterregten Biegeschwingungen des Läufers. Dieses Phänomen bezeichnet man deshalb auch als sog. Grenzleistungsproblem. Die Amplituden der Schwingungen erreichen dabei in kurzer Zeit sehr hohe Werte, wodurch der weitere Betrieb der Turbomaschine in diesem Lastpunkt meist unmöglich wird und auftretende Schäden unter Umständen sogar zum Abstellen der Maschine zwingen.

Die Entwicklungen im Turbomaschinenbereich gehen immer weiter hin zu größeren Leistungen und Leistungsdichten, nicht zuletzt wegen des besseren thermodynamischen Wirkungsgrades, der damit erreicht werden kann [8]. Kombinierte Labyrinth-Bürstendichtungen wirken aus rotordynamischer Sicht ähnlich wie konventionelle Labyrinth. Eine möglichst gute Vorherbestimmung der Auswirkungen von Bürstenlabyrinth auf die Stabilität des Turborotors ist daher zwingend erforderlich. Ebenso gibt es bei den Abhängigkeiten zu den Betriebsparametern noch Forschungsbedarf.

Die vorliegende Arbeit beleuchtet eine Grundauswahl von kombinierten Labyrinth-Bürstendichtungen mit je drei Drosselstellen im Hinblick auf folgende Gesichtspunkte:

- Bestimmung des Leckageverhaltens,
- Ermittlung der fluiddynamischen Kräfte bei exzentrischer Wellenlage aus der Druckverteilung in den Expansionskammern bei statischer Auslenkung,
- Untersuchung der rotordynamischen Koeffizienten beim orbitierenden Rotor an der Stabilitätsgrenze,
- Nachweis des Blowdown Effektes und des Hystereseverhaltens der Bürstenelemente,
- Veränderung der Reibmomente bei gezieltem Anstreifen gegen die Bürsten,

- Vergleich der Eigenschaften der kombinierten Labyrinth - Bürstendichtungen mit den Werten eines ebenfalls untersuchten Referenzlabyrinthes gleicher Bauweise und Abmessungen.

Die Eigenschaften der Dichtungen werden bei Variation der charakteristischen Einflussparameter Druck, Vordrall, Exzentrizität, Drehzahl und Biegeschwingfrequenz ermittelt. Für die Untersuchungen wurde eine Prüfstandsumgebung geschaffen, die es ermöglicht Dichtungen einzusetzen, die mit einem Rotordurchmesser von 180 mm in der Größenordnung real verwendeter Systeme liegt. Gleichzeitig ermöglicht eine spezielle Strömungsführung im Zustromgehäuse realitätsnahe Bedingungen bezüglich der Anströmung mit Vordrall.

Primäres Ziel der Bemühungen ist es, eine Datenbasis für Bürstendichtungen in Mehrfachanordnung, oder in Kombination mit herkömmlichen Labyrinthelementen zu schaffen, mit Hilfe derer gängige Berechnungsverfahren (Bulkflow-, CFD-Modelle) auf die neue Dichtungstechnologie angepasst werden können bzw. mit den gewonnenen Ergebnissen eine Validierung dieser Verfahren zu ermöglichen.

Mit den experimentellen Daten wird in einer numerischen Simulation die Vorhersagegenauigkeit eines kommerziellen CFD-Codes untersucht und bewertet. Die Simulationsrechnung hilft bei der Interpretation von Messergebnissen, da sie Einblicke in Bereiche erlaubt, die im Experiment nicht zugänglich sind. Weiterhin verbessert sie das Verständnis für die Auswirkungen von Einschränkungen am Versuchsobjekt im Vergleich zur Realanlage. Die numerischen Berechnungen informieren über den Stand der Simulationen und deren Anwendbarkeit bei der Beurteilung von Dichtungen.

## 2 Stand der Forschung

### 2.1 Labyrinthdichtungen

Im Bereich der Turbomaschinen werden, wegen der hohen Relativgeschwindigkeiten, vorwiegend Labyrinthdichtungen zur Abdichtung zwischen stehenden und umlaufenden Teilen eingesetzt. Diese Form der berührungslosen Drosseldichtung gewährleistet eine gleichbleibend gute Dichtwirkung über lange Revisionsintervalle hinweg. Bauartbedingt verbleiben Restspaltverluste, die man zu minimieren versucht.

Bereits 1922 beschreibt Stodola [9] die Strömung durch Spalte und Labyrinth und den Einsatz von Labyrinthdichtungen als Stopfbuchsen für Dampfturbinen. Die Eigenschaften möglicher Varianten von Labyrinthdichtungen sind bis in die heutige Zeit Gegenstand zahlreicher Untersuchungen ([10] - [23]).

Einsatzgebiet und Einbausituation führen zu einer Vielzahl verschiedener Dichtungsgeometrien. Diese lassen sich einerseits anhand der Richtung der Durchströmung, axial oder radial, unterteilen. Zum anderen kann eine Einteilung in Bezug auf die Art und Anordnung der Drosselstellen erfolgen. Hierbei sind dann grundsätzlich die Durchblicklabyrinth von den verzahnten Labyrinth zu unterscheiden (Bild 2-1).



**Bild 2-1** Grundlegende Bauformen von Labyrinthdichtungen

Bei Durchblicklabyrinth gibt es keine Einschränkung hinsichtlich axialer Dehnungen, zudem sind sie kostengünstig zu bauen. Wegen der fehlenden Zwangsumlenkung der Strömung weisen sie bei gleicher Baulänge jedoch höhere Leckageverluste als die verzahnten Varianten auf. Je weiter die abzudichtende Stelle vom Axiallager einer Turbomaschine entfernt ist, desto eher wird die Wahl auf diesen Dichtungstyp fallen (Unempfindlichkeit gegen axiale Rotorverschiebung).

Die verzahnten Kamm-Nut- und Vollabyrinth erreichen deutlich bessere Dichtwirkungen auf als die Durchblicklabyrinth. Bei vergleichbarer Baulänge weist ein Vollabyrinth mit gleicher Drosselstellenzahl nur ca. 40 % der Leckage auf, mit halber Drosselstellenzahl immerhin nur 75 % ([10], [3]). Ähnlich gut schneiden Stufen- und Kamm-Nut-Labyrinth ab. Hier liegt die zu erwartende Leckage bei gleicher Baulänge ebenfalls deutlich unterhalb der des Durchblicklabyrinths. Für ein Kamm-Nut-Labyrinth liegt der typische Vergleichwert im Bereich von ca. 50 – 70 % ([11], [3]). Ähnliche Werte findet auch Martin ([12], [13]).

Radial durchströmte Labyrinth kommen in modernen Hochleistungsanwendungen heute nur noch selten zum Einsatz [3]. Der Revisionsbedarf ist hier aufgrund der eingeschränkten axialen Relativdehnung sehr hoch. Des Weiteren ist vor allem bei thermischen Turbomaschinen festzustellen, dass die Verfügbarkeit durch eine Lockerung der aufgeschrumpften Laufringe der Dichtungen stark beeinflusst wird [10]. Eine umfassende Übersicht berührungsfreier Dichtungen und deren Bauformen geben Trutnovsky und Komotori [14] in ihrem Standardwerk.

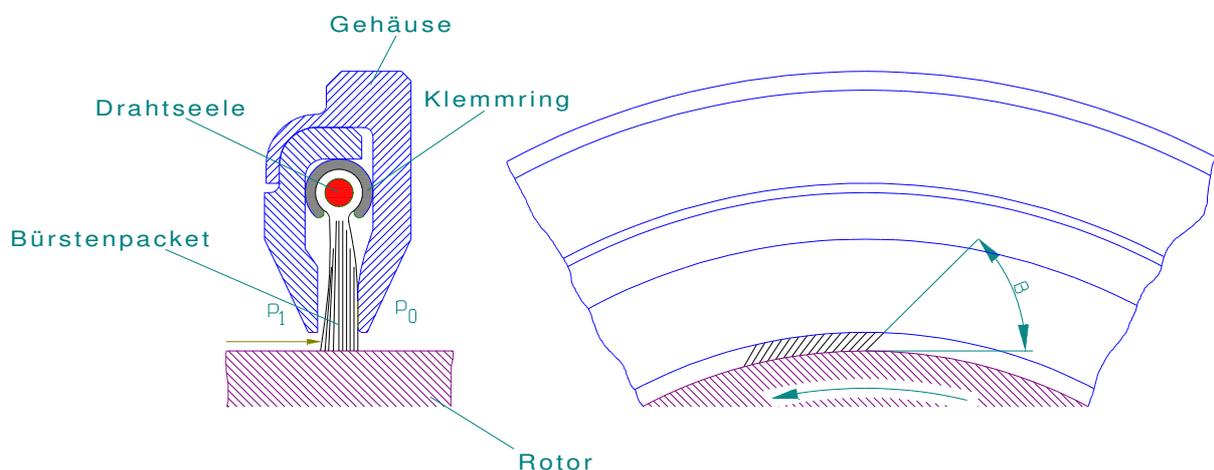
Labyrinthdichtungen kommen in Turbomaschinen an unterschiedlichen Stellen zum Einsatz. Sie werden als Wellendichtungen zur Abdichtung der Wellendurchführungen nach außen (Außenstopfbuchsen) verwendet, als Nabendichtungen bei Leitrad-scheiben und als Deckbanddichtung bei Laufbeschaukelungen um die Spaltverluste zu begrenzen. Als Stufendichtungen an den Dichtungsbändern von Leit- und Laufbeschaukelungen kommen im Allgemeinen sehr kurze Labyrinth mit nur 1 - 3 Dichtspitzen zum Einsatz. Untersuchungen an solch kurzen Dichtungen wurden u. a. von Urlichs und Wohlrab ([15], [16], [17]) durchgeführt. Neuere Untersuchungen liegen aus den Untersuchungen von Thieleke [18] vor.

Die Leckströme an den Stufendichtungen von Turbomaschinen mindern den Gitterwirkungsgrad sowohl unmittelbar durch die verminderte Energieumsetzung als auch mittelbar durch die Beeinflussung (Verwirbelung) der Gitterströmung durch den wieder eintretenden Spaltstrom (Verschlechterung des Gitterwirkungsgrades des nachfolgenden Gitters, z. B. Korschunov und Döhler [20]). Untersuchungen zu diesem Phänomen wurden etwa auch von Pfau, Treiber, Sell und Gyarmathy [21] angestellt.

Ein weiterer Einsatzort für berührungslose Dichtungen ist der Ausgleichskolben von Überdruckturbinen. Die Druckdifferenzen, die es hier abzudichten gilt, sind vergleichsweise hoch und die Dichtungen daher besonders lang. Die Eigenschaften von langen Dichtungen untersuchten z. B. Steckel [22] und Benckert [23].

## 2.2 Bürstendichtungen

Im Flugtriebwerksbau werden ergänzend oder als Ersatz von Labyrinthdichtungen seit einigen Jahren in größerem Umfang Bürstendichtungen eingesetzt. Der Wirkungsgrad lässt sich bei diesen Maschinen dadurch deutlich verbessern [24]. Bürstendichtungen werden in Gasturbinen dabei als vorkonfektionierte Maschinenteile eingesetzt, die bei Bedarf zu ersetzen sind [7]. Aufgrund der vergleichsweise kurzen Wartungsintervalle bei Flugtriebwerken sind die Elemente oft mit „Null“-Spalt oder sogar Überdeckung ausgeführt [25]. Der Verschleiß der Dichtung wird aus einer Kosten-Nutzen-Abwägung heraus dabei in Kauf genommen. Bild 2-2 zeigt den Aufbau einer solchen Dichtung.



**Bild 2-2** Schematische Darstellung einer Bürstendichtung (MTU-Konzept)

Ein Paket von feinen Drahtstücken ist über eine Seele und einen Klemmring miteinander verbunden und zu einem kreisrunden Formstück mit dem erforderlichen Dichtungsdurchmesser gebogen. Die Drähte haben einen Durchmesser von ca. 0,05 bis 0,1 mm und sind schräg zum Rotor angestellt. Varianten anderer Hersteller sind am Außendurchmesser verschweißt, statt nur geklemmt. Die grundsätzliche Funktion wird hierdurch nicht beeinflusst. Wahlweise ist die Dichtung, wie in Bild 2-2 dargestellt, in ein Gehäuse eingefasst, wodurch das Drahtpaket in Anströmrichtung beispielsweise vor turbulenten Wirbeln geschützt wird (Deflektor). Abströmseitig wird das Drahtpaket nahe des Rotors gestützt. Der Deflektor ist für die Funktion nicht unbedingt erforderlich. Eine Rückplatte zur Abstützung des Drahtpaketes muss bei fehlendem Gehäuse seitens der Turbomaschine jedoch vorhanden sein.

Durch den Einsatz einer Bürstendichtung lässt sich der Leckstrom im Vergleich zu einer Labyrinthdichtung deutlich senken. Die Angaben für die zu erwartende Reduktion schwanken zwischen ca. 50 und 70 % ([11], [26]). Mit einer Bürstendichtung lassen sich ca. 5 Spitzen einer Durchblickdichtung ersetzen [5]: Da hier die Abhängigkeit von der Ausgangsspaltweite eine große Rolle spielt, ist eine nähere Eingrenzung pauschal nicht möglich. In machen Veröffentlichungen ([27] - [29]) werden noch größere Einsparungen prognostiziert (80 .. 90 %), allerdings beziehen sich diese Werte großteils auf Varianten mit Einbauspalt „Null“ oder Überdeckung und sind somit für den Langzeitbetrieb nicht relevant.

Eine umfangreiche Übersicht von Veröffentlichungen zum Thema Bürstendichtungen geben Chupp und Holle [30]. Neuere experimentelle Untersuchungen wurden u. a. von Arora und Proctor [31] oder auch Chen et al. [32] angestellt. Dabei geht es vorwiegend um die Charakteristika von Bürstendichtungen bei unterschiedlichen Betriebszuständen und Aufbaukonfigurationen.

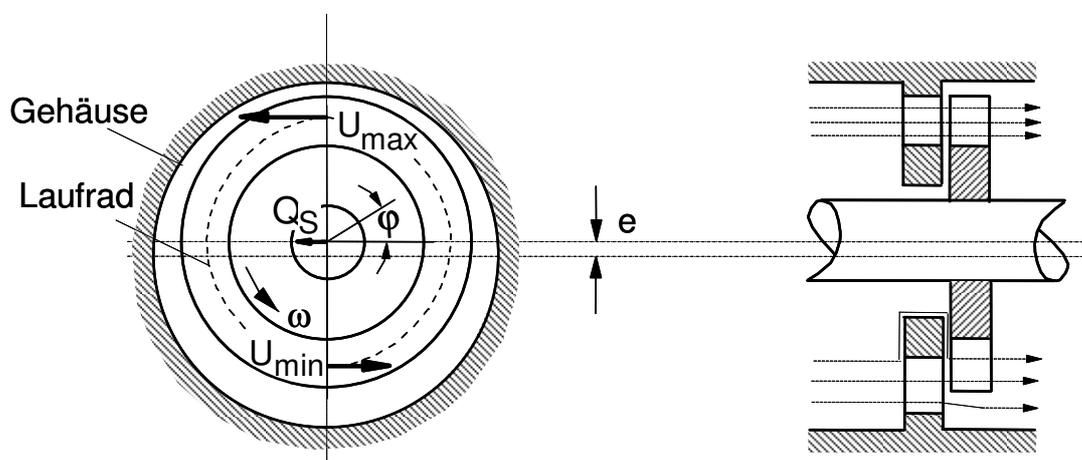
Ein Einsatz von Bürstendichtungen in Turbomaschinen mit erheblich längeren Wartungsintervallen, beispielsweise in Dampfturbinen, erfolgt bisher nur in geringem Umfang. In Pilotanwendungen werden Bürstendichtungen an Industriegasturbinen und Dampfturbinen betrieben [33]. Im Zuge von Revisionen lassen sich Bürstendichtungen bei Pumpen und Dampfturbinen als Ersatz für einzelne Dichtspitzen einfach nachrüsten [34].

Da eine Bürstendichtung ein Vielfaches der Investkosten herkömmlicher Labyrinth erfordert, setzt man sie vorwiegend nur dort ein, wo eine größtmögliche Verbesserung des Wirkungsgrades zu erwarten ist. Bei Dampfturbinen sind dies die Stufendichtungen bei Leit- und Laufbeschaufelungen im Hochdruckteil und die Dichtungen an Ausgleichskolben. Hierdurch entstehen Mischvarianten von Bürsten- und Labyrinthdichtungen, deren Untersuchung ein Ziel dieser Arbeit ist.

### 2.3 Spalterregung

Auf dem Gebiet der Spalterregung existieren eine Vielzahl von experimentellen und theoretischen Veröffentlichungen anhand derer der Mechanismus der Erregung erklärt und Einflußgrößen aufgezeigt werden.

Das Phänomen der Dampfanfachung durch die ungleiche Verteilung der Umfangskräfte bei exzentrisch laufendem Rotor hat erstmals Thomas [35] richtig erkannt. Durch eine praktisch immer vorhandene Exzentrizität des Läufers ist die Spaltweite zwischen Laufbeschaufelung und Gehäuse über den Umfang veränderlich. Die Verluste sind an der Stelle des engsten Spaltes am geringsten; die Umfangskraft auf die Schaufel dort maximal. Auf der gegenüberliegenden Seite (weitester Spalt) sind die Verhältnisse genau umgekehrt (Bild 2-3).



**Bild 2-3** Spalterregung durch Umfangskraft (nach [3])

In Umfangsrichtung verbleibt eine resultierende Querkraft  $Q_s$ , tangential zur Auslenkung, die Energie in den Schwingungshaushalt einzubringen vermag. Überwiegen die an den Schaufelreihen angreifenden Querkräfte die Dämpfungskraft des Systems kommt es zu einer selbsterregten Schwingung, die schnell hohe Amplituden erreicht und damit das Weiterbetreiben der Maschine meist unmöglich macht.

Als zweiten Mechanismus für die Spalterregung stellt Alford [36] fest, dass sich bei Stufen mit Deckbändern eine Druckverteilung einstellt, deren Maximum sich in Umfangsrichtung vor dem engsten Spalt befindet. Hieraus ergibt sich ein weiterer Querkraftanteil, dessen Ursache im Vordrall der Zuströmung begründet liegt.

Urlichs [16] und Wohlrab [17] konnten diesen Effekt durch vergleichende Kraftmessungen an Schaufelreihen mit und ohne Deckband bestätigen. Die Versuche von Benckert ([23], [39]) an unterschiedlichen Labyrinthgeometrien belegen ebenfalls,

dass neben der Wellenumfangsgeschwindigkeit die Drallanströmung des Labyrinthes hauptsächlich für die schwingungsanregende Spalterregungskraft verantwortlich ist. Leie [37] und Hauck [38] führten Untersuchungen an Deckbanddichtungen durch. Thieleke ([18], [40]) untersucht, aufbauend auf den Messungen von Benckert, kurze Labyrinthdichtungen. Steckel [22] analysiert die Druckverteilung und das Radialkraftverhalten von langen Labyrinth.

Dynamische Untersuchungen zur Spalterregung führten Kwanka ([3], [41]-[44]) und Wagner ([45]-[47]) durch. Dabei ermittelt Kwanka die Werte direkt aus der Stabilitätsgrenze des Prüfstandsrotors bei einer Eigenschwingfrequenz. Wager vermisst dagegen das komplette Frequenzspektrum. Childs ([48]-[50]) betreibt ebenfalls einen dynamischen Prüfstand, wobei er im Gegensatz zu Kwanka und Wagner den Rotor zu linearen Schwingbewegungen statt zu einer Kreisschwingung anregt.

Einen rechnerischen Ansatz für den Druckanteil macht Kostyuk [51] mit Hilfe eines linearen Modells und einem Störansatz. Iwatsubo [52] verfeinerte diesen Ansatz dann. Baumgartner [53] gibt ein Verfahren zur Querkraftermittlung an, das auf der analytischen Lösung der Impulsbilanz in Umfangsrichtung mithilfe eines Störungsansatzes und 8 Störgrößen beruht. Parallel dazu wurden Bulk-Flow-Modelle von Weiser [54] und Florjancic [55] entwickelt.

Neuere Berechnungsmethoden basieren auf der Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen. Ortinger [56] macht einen solchen Ansatz und berechnet damit Kamm-Nut-Labyrinth. Weitere Ansätze kommen beispielsweise von Nordmann ([57]-[58]) und seinen Mitarbeitern. In einem weiteren Ansatz adaptierten Moore und Palazzolo [59] einen kommerziellen CFD-Code, um damit die dreidimensionale Strömung durch ein Laufrad und gleichzeitig den Radseitenraum zu berechnen. Es werden dynamische Koeffizienten vorausgesagt, indem sie von einem sich mit der Schwingfrequenz drehendes Koordinatensystem ausgehen. Viele weitere Berechnungen basieren ebenfalls auf der Verwendung kommerzieller CFD-Codes [60]-[66].

## 3 Theoretische Grundlagen

### 3.1 *Leckageverluste durch Labyrinth- und Bürstendichtungen*

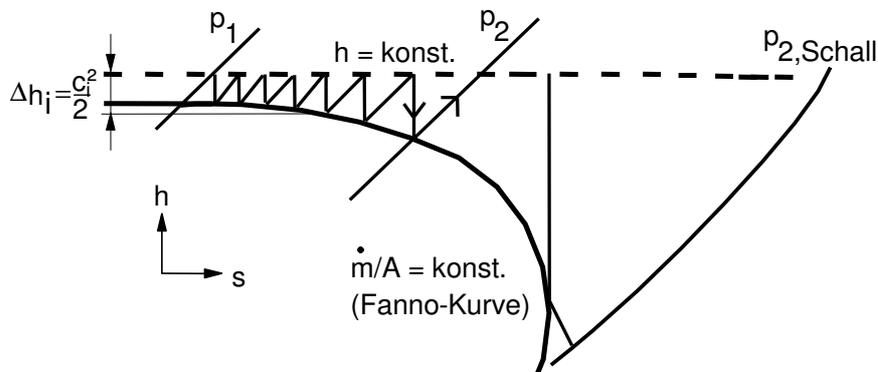
Labyrinth- und Bürstendichtungen zählen zu den sog. Drosseldichtungen, deren Funktionsprinzip ein gestufter Druckabbau entlang des Dichtungsweges ist. Die Leckage durch die, aufgrund der geforderten radialen Beweglichkeit, unvermeidbare Restspaltfläche wird durch einen möglichst großen Durchflusswiderstand minimiert. Die Höhe der Spaltverluste beeinflusst den Wirkungsgrad und die Leistung von Turbomaschinen. Zudem können die Leckströme Biegeschwingungen anregen, weswegen der Bestimmung der Leckageverluste eine zusätzliche Bedeutung zukommt. Im Folgenden wird daher zunächst auf die Funktionsprinzipien von Labyrinth- und Bürstendichtung eingegangen, um das Dichtungsvermögens als primäres Qualitätskriterium quantitativ beschreiben zu können.

#### 3.1.1 Labyrinthdichtungen

Das Funktionsprinzip einer Labyrinthdichtung besteht darin, dass das Fluid beim Durchströmen mehrerer hintereinander geschalteter Engstellen (Drosselstellen) wiederholt Druckenergie in Wärme dissipiert und so bis auf den vorgegebenen Druck gedrosselt wird. Das Arbeitsmedium wird dabei, aufgrund des Druckgefälles, zunächst zur Drosselstelle hin beschleunigt, wodurch eine Umsetzung von Druckenergie in Geschwindigkeitsenergie stattfindet. In der nachfolgenden Labyrinthkammer löst sich der austretende Gasstrahl in kleine ungeordnete Wirbel auf und die zuvor erreichte Geschwindigkeit wird möglichst vollständig in Reibungswärme umgewandelt. Der Vorgang wiederholt sich entsprechend der Anzahl der Dichtspitzen bis zum Ende der Dichtung, wobei der Bereich hinter dem letzten Spalt ebenfalls als Kammer betrachtet werden kann.

Erstmals beschreibt Stodola [9] die „Strömung durch Spalte und Labyrinth“ rechnerisch, indem er die Zustandsänderungen idealisiert als eine Abfolge von isentropen Beschleunigungen und isobaren Wärmerückgewinnen betrachtet. Das Fluid erreicht im engsten Spalt dabei eine Geschwindigkeit  $c = \sqrt{2\Delta h}$  und der Druck fällt, eine nicht zu große Druckdifferenz  $\Delta p$  zwischen zwei Kammern vorausgesetzt, um  $\Delta p \approx c^2 / 2v$  (vgl. z.B. [3], [9], [67]). Durch den adiabaten Drosselvorgang nimmt das spezifische Volumen eines kompressiblen Mediums dabei mit sinkendem Druck zu. Bei konstantem Spaltquerschnitt ergibt sich daraus ebenfalls eine Zunahme der Geschwindigkeit

c von Spalt zu Spalt. Im letzten Spaltquerschnitt tritt die maximale Geschwindigkeit auf. Der typische Verlauf einer Labyrinthströmung mit einer Drosselung entlang einer Kurve gleich bleibender Massenstromdichte (Fannokurve) ist in Bild 3-1 dargestellt:



**Bild 3-1** idealer Drosselvorgang in der einer Labyrinthdichtung

Ab einem Differenzdruck, bei dem die isentrope Entspannung tangential auf die Fannokurve trifft, wird Schallgeschwindigkeit erreicht. Je nach anliegendem Druckverhältnis muss bei der Berechnung des Massenstroms daher unterschieden werden, ob es sich um einen unterkritischen Entspannungsverlauf handelt ( $Ma < 1$ ), oder ob das am letzten Spalt anliegende Druckverhältnis gleich oder größer dem kritischen Druckverhältnis ist und das Ausströmen mit Schallgeschwindigkeit erfolgt.

#### *Unterschallströmung:*

Der Massenstrom eines idealen Gases durch ein vollkommenes Labyrinth kann nach Stodola [9] unter der Einschränkung, dass die Druckunterschiede  $\Delta p$  der einzelnen Stufen klein und betragsmäßig annähernd gleich sind (eine ausreichende Anzahl von Spalten rechtfertigt diese Annahme), folgendermaßen berechnet werden:

$$\dot{m}_{th} = A \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{z p_1 v_1}} \quad (\text{Stodola-Gleichung}) \quad (3-1)$$

#### *Schallabströmung:*

Wird im letzten Querschnitt Schallgeschwindigkeit erreicht, so lässt sich der Massenstrom bis zur letzten Kammer weiterhin mit der Stodolabeziehung bestimmen, wenn der dort herrschende Druck  $p'$  und das spezifische Volumen  $v'$  bestimmt werden können. Die Strömung im kritisch durchströmten, letzten Spalt wird separat durch die isentrope Drosselstellengleichung  $\dot{m} = A \psi \sqrt{p'/v'}$  beschrieben. Durch Gleichsetzen beider Beziehungen und Beachtung von  $p'v' = p_0v_0$  (isothermer Verlauf) kann  $p'$  und

$v'$  ermittelt werden, so dass sich für den Massenstrom bei kritischer Abströmung schließlich ergibt [z.B.[22], [67]]:

$$\dot{m}_{th} = A \sqrt{\frac{1}{z-1 + \psi_K^{-2}} \left( \frac{p_1}{v_1} \right)} \quad (3-2)$$

Als Bedingung für eine kritische Abströmung kann angegeben werden:

$$\left( \frac{p_2}{p_0} \right) \leq \frac{\left( \frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}{\sqrt{(z-1)\psi_K^2 + 1}} \quad (3-3)$$

Mit der kritischen Expansionszahl  $\psi_K$ :

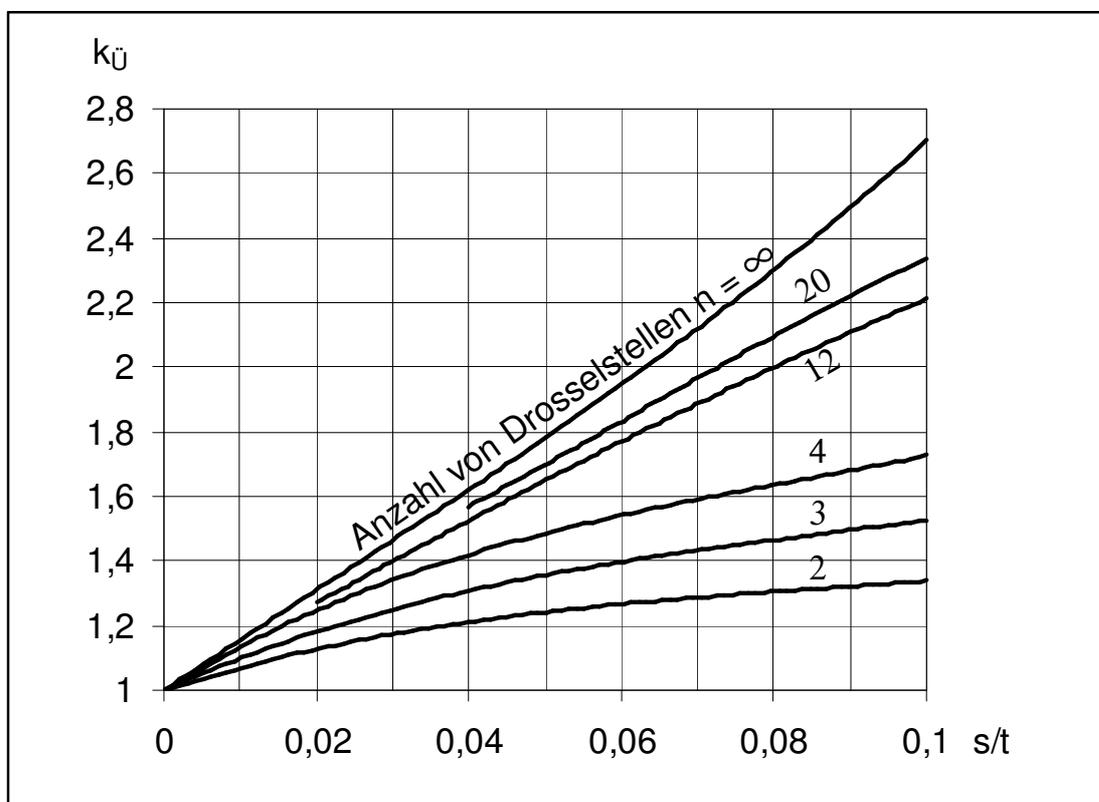
$$\psi_K = \psi_{\max} = \sqrt{\kappa \left( \frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \quad (3-4)$$

Die vorangehende Leckagebestimmung nach Stodola bezieht sich auf die optimale Labyrinthströmung (isentrop und isobare Zustandsänderung im Wechsel) eines idealen Gases mit ausreichend vielen Druckstufen. In der Realität können die vorausgesetzten Einschränkungen jedoch nur näherungsweise erfüllt werden. Trotzdem ist das Verfahren nach Stodola auch heute ein noch durchaus gebräuchliches Verfahren [3]. Weitere Phänomene, die Einfluss auf die Leckage haben, werden üblicherweise durch zusätzliche Beiwerte beschrieben, welche man auf den theoretisch ermittelten Massenstrom  $\dot{m}_{th}$  anwendet.

Bei der Umströmung der Drosselstellen werden die Stromlinien, abhängig von der relativen Spaltweite (Verhältnis Spalt- zu Kammerhöhe), der Neigung der Dichtspitze und der Form der Einlaufkante unterschiedlich stark eingeschnürt. Die Verringerung der effektiven Querschnittsfläche  $A_{\text{eff}}$  durch diesen Effekt wird i. a. durch einen Kontraktionsbeiwert  $\mu_\alpha$  beschrieben. Weiterhin beeinflusst die endliche axiale Ausdehnung des Spaltes den Durchsatz, indem sich durch innere Reibung und Reibung an der Spaltwand die Geschwindigkeit vermindert [14]. Der Geschwindigkeitsbeiwert, der diesen Einfluss beschreibt, ist abhängig von der Geschwindigkeit und Rauigkeit der Wand. Üblicherweise fasst man beide Effekte zu einem gemeinsamen Durchflussbeiwert  $\mu$  zusammen. Für die zahlenmäßige Erfassung von  $\mu$  kann auf eine Reihe von experimentellen und theoretischen Untersuchungen zurückgegriffen werden; beispielhaft sei hier Neumann [68] genannt. Komotori [69] empfiehlt zur Berechnung

der Strömung durch ein Labyrinth hingegen die Benutzung einer mittleren Durchflusszahl  $\mu_L$ , die von einer Blendenströmung abgeleitet ist. Er beschreibt  $\mu_L$  in Abhängigkeit vom Druckverhältnis über der Dichtung sowie der Anzahl von Dichtspitzen und findet, dass für verschiedene Einschnürungen nahezu derselbe Mittelwert gilt. Die Größenordnung der Durchflussbeiwerte bewegt sich etwa zwischen 0,7 und 0,8.

Einen weiteren, nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Leckage hat die Bauweise der Dichtung. Eine annähernd vollständige Verwirbelung wird nur beim Vollabyrinth oder gestuften Labyrinth, wie etwa einer Kamm-Nut-Dichtung erreicht. Durchblickdichtungen, oft auch als Labyrinthspaltdichtungen bezeichnet (vgl. Bild 2-1), weisen dagegen einen sog. Durchstrahleffekt auf. Die Geschwindigkeitsenergie wird hier nicht vollständig in Reibungswärme verwandelt, da einige Stromlinien direkt zum nächsten Spalt führen. Durch diese unvollständige Dissipation der kinetischen Energie wird in den Kammern weniger Druck abgebaut. Bei gleichem Gesamtdruckgefälle sind Druck und Dichte des Fluids in der letzten Kammer dann höher und damit einhergehend auch die Leckage. Dieser Umstand wird durch den sog. Überbrückungsfaktor  $k_{\bar{u}}$  berücksichtigt (Bild 3-2), der die Leckage einer Durchblickdichtung gegenüber einer Kamm-Nut-Dichtung angibt.



**Bild 3-2** Überbrückungsfaktor nach Egli [70]

Egli [70] findet, dass der Überbrückungsfaktor  $k_{\bar{U}}$  ausschließlich vom Verhältnis der Spaltweite  $s$  zur Labyrinthteilung  $t$  und der Anzahl der Drosselstellen abhängt. Für alle „Nicht-Durchblicklabyrinth“ ist  $k_{\bar{U}}=1$  zu setzen. Der tatsächliche Leckagemassenstrom durch ein Labyrinth lässt sich unter Berücksichtigung der oben beschriebenen Beiwerte nun darstellen als:

$$\dot{m} = \mu k_{\bar{U}} \dot{m}_{th} \quad (3-5)$$

Die Abweichung der realen Labyrinthströmung von der idealisierten hat verschiedene Autoren dazu veranlasst, auch andere Ansätze zur Berechnung der Leckage heranzuziehen. Der Vollständigkeit halber seien diese hier erwähnt.

Die Expansion an der Dichtspitze erfolgt reibungsbehaftet und ist deshalb nicht isentrop. Aufgrund des begrenzten Kammervolumens findet ein Druckrückgewinn statt, wodurch sich bei gleicher Anzahl von Dichtspalten der Leckstrom erhöht. Somerling [71] nimmt in der Wirbelkammer daher  $v=\text{konst}$  anstatt  $p=\text{konst}$  an und begründet dies mit Versuchsergebnissen.

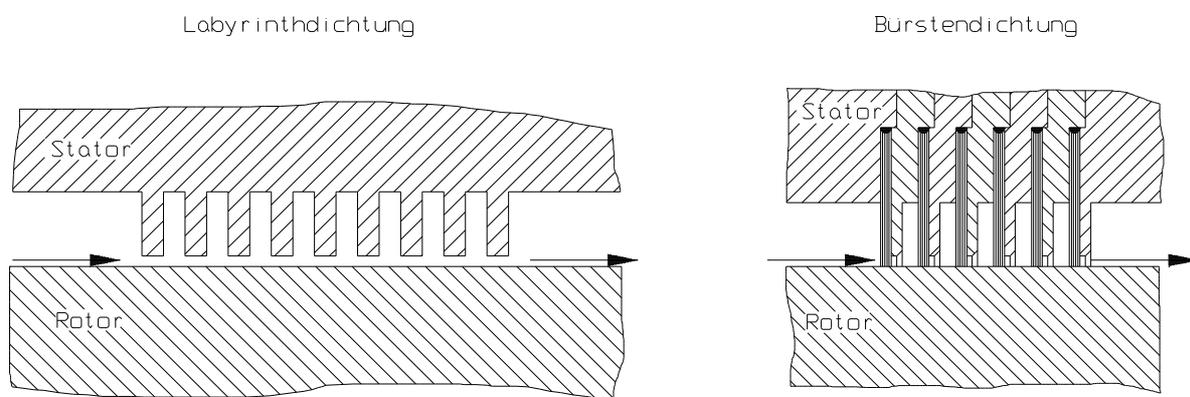
Andere Autoren nehmen an, dass die Labyrinthströmung eher mit einer Blendenströmung, als mit einer Düsenströmung zu vergleichen ist. Dadurch ergibt sich eine nicht unerhebliche Abweichung bei der Bestimmung der Ausflusszahl. Berücksichtigung findet dieser Umstand beispielsweise bei der oben angeführten Bestimmung des Durchflussbeiwertes  $\mu_L$  nach [69], der diesen in Abhängigkeit vom anliegenden Druckverhältnis angibt.

Wieder andere Autoren fassen die Labyrinthströmung, als Strömung durch einen rauhen Spalt auf und berechnen den Leckstrom ähnlich wie für ein rauhes Rohr. Martin [12] beispielsweise gibt eine Beziehung an, die der Stodolagleichung stark ähnelt. Anhand eines Vergleichs mit Stodola leitet er eine Beziehung für den Durchflussbeiwert ab und bestimmt diesen experimentell für eine Reihe von Dichtungen.

Aufgrund der Vielfältigkeit der Labyrinth und deren Kombinationen untereinander, muss davon ausgegangen werden, dass die beschriebenen Methoden zur Leckagebestimmung die tatsächliche Strömung alle nur näherungsweise wiedergeben können. Für viele Bereiche ist dies auch durchaus ausreichend. Wegen der guten Fortschritte in der numerischen Strömungsberechnung ist aber zu vermuten, dass dieses Vorgehen in Zukunft wohl die klassischen Berechnungsmethoden ablösen wird.

### 3.1.2 Bürstendichtungen

Eine Bürstendichtung stellt gewissermaßen den Sonderfall eines berührenden Faserlabyrinthes dar [3]. Wie beim konventionellen Labyrinth wird die Strömung durch das Drahtpaket isenthalp gedrosselt, so dass auch ähnliche Ansätze zur Berechnung des Leckstromes angesetzt werden können. Mehrstufige Bürstendichtungen wiederum sind Labyrinthen mit extrem kleinen Spaltweiten vergleichbar [72]. Die Spaltweite setzt sich dabei aus dem tatsächlichen Spalt unterhalb der Bürste und einem theoretischen Spalt aufgrund der Strömung durch die Bürstenpackung hindurch zusammen. Bild 3-3 verdeutlicht dies.



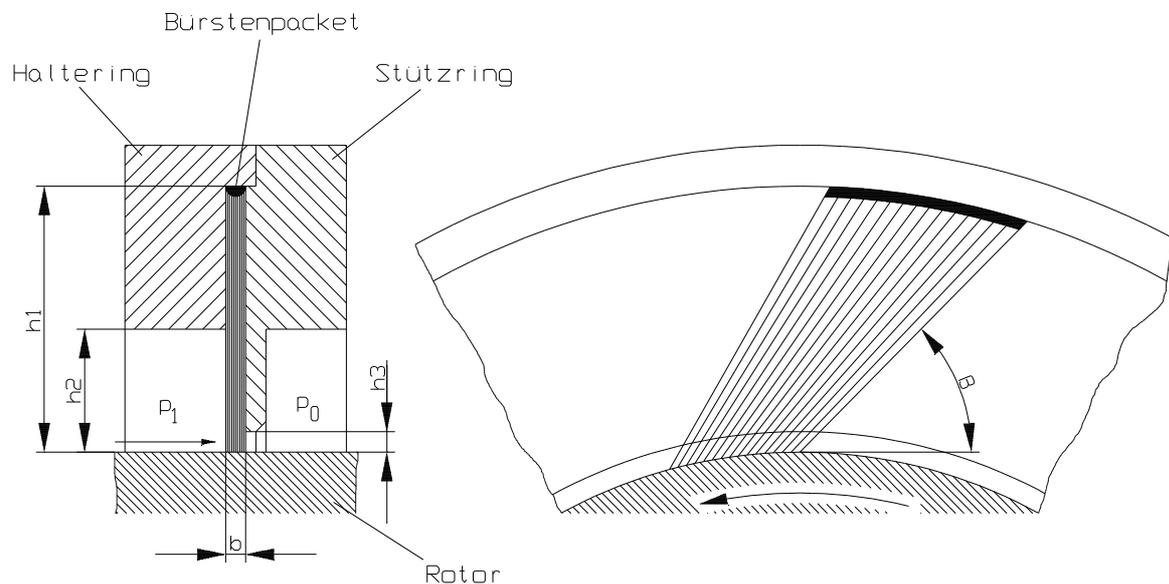
**Bild 3-3** Mehrstufige Bürstendichtung im Vergleich zur Labyrinthspaltdichtung

Zunächst wird eine einzelne Bürstendichtung betrachtet. Sowohl die tatsächliche Spaltweite  $s_{sp}$  unterhalb des Bürstenpaketes, als auch die theoretische Spaltweite  $s_B$  der Packung (= die auf den Radius bezogene, freie Spaltfläche des Drahtpaketes) sind abhängig von der anliegenden Druckdifferenz  $\Delta p$ . Je nach Einbauort und Belastungszustand stellt sich eine variable Spaltweite ein, so dass eine dichtungsübergreifende Methode zur Leckstromberechnung, wie beispielsweise nach Stodola, hier nicht angewandt werden kann.

#### Blowdown-Effekt:

Die Spaltweitenänderung  $\Delta s_{sp}$ , auch als Blowdown-Effekt bezeichnet, ist in der Strömung durch die Bürste begründet. Das Arbeitsmedium strömt im gesamten Bereich des Bürstenpaketes axial zu (vgl. hierzu Bild 3-4). Um zur Seite des niedrigeren Druckes zu gelangen, muss es der geringeren Durchgangshöhe des Eisenspieles ( $h_3$ ) folgen. Die radial einwärts gerichtete Komponente der Strömung übt dabei eine Kraft auf die schräg zum Rotor liegenden Drähte (Legewinkel  $\beta$ ) aus und drückt sie nach

innen. Mit steigender Druckdifferenz verstärkt sich der Blowdown-Effekt, der Spalt verengt sich und die Leckage wird reduziert.



**Bild 3-4** Schematische Darstellung einer Bürstendichtung

#### Axiale Kompression:

Die theoretische Spalthöhe  $s_B$  wird in ähnlicher Weise beeinflusst. Die Strömung übt auch in axialer Richtung eine Kraft auf die zunächst lockere Packung aus. Je höher der anliegende Druck ist, desto stärker werden die Drähte zusammengedrückt.

Ausgangspunkt für die rechnerische Beschreibung des Leckageverhaltens einer Bürstendichtung ist die Drosselstellengleichung nach de Saint Venant (z.B. [14]):

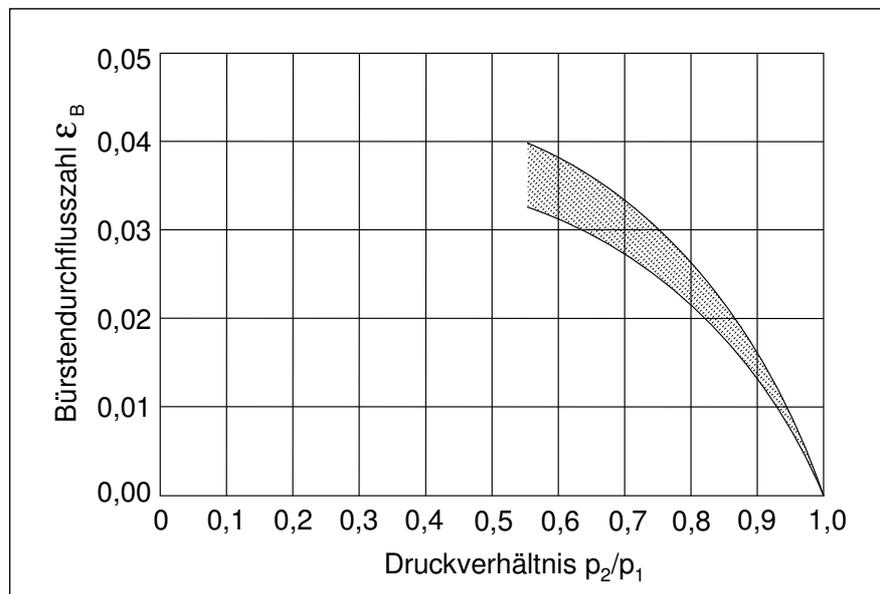
$$\dot{m}_{th} = \mu \psi_{th} A \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \quad (3-6)$$

Fasst man die Durchflusszahl  $\mu$  und die theoretische Expansionszahl  $\psi_{th}$  zu einer dichtungsspezifischen Ausflusszahl  $\varepsilon_b$  zusammen und betrachtet das Eisenspiel  $h_3$  als die rechnerisch relevante Spaltweite, so ergibt sich für die Leckströmung durch eine Bürstendichtung (nach Müller [6]):

$$\dot{m} = 2 \pi r h_3 \varepsilon_B \frac{p_1}{\sqrt{RT}} \quad (3-7)$$

wobei  $r$  dem Radius der Welle zugeordnet ist,  $R$  die spezifische Gaskonstante und  $T$  die absolute Gastemperatur darstellen.

Müller [6] bezieht sich bei den Angaben zu der von ihm verwendeten Bürstendurchflusszahl  $\varepsilon_b$  auf die Untersuchungen von Weiler (Weiler in [6]), der aufgrund von Messergebnissen an Flugtriebwerks-Bürstendichtungen  $\varepsilon_b$  zahlenmäßig für verschieden Druckverhältnisse angibt (Bild 3-5).



**Bild 3-5** Bürstendichtung - Durchflusskoeffizient (nach [6])

Die Kurven in Bild 3-5, die den Zusammenhang zwischen Bürstendurchflusszahl und Druckverhältnis beschreiben, sind dichtungsspezifisch. Je nach Ausführung des Bürstenpaketes und Größe der tatsächlichen Spaltweite  $s_{sp}$  ergeben sich bei gleichem Druckverhältnis unterschiedliche Durchflusszahlen.

Einen ähnlichen Ansatz zur Beschreibung des Leckageverhaltens von Bürstendichtungen machen Chupp und Holle [30]. Sie entwickelten ein Modell, mit dem sie die Leckage bzw. den Durchflusskoeffizienten  $\varepsilon'_B$  durch die Bürstenpackung rechnerisch bestimmen. Sie führen dazu eine sog. „effektive Bürstendicke“  $B$  als rein theoretische Größe ein, welche die Breite einer Bürstendichtung bei gleichmäßiger Verteilung der Drähte entlang des Dichtungsweges angibt. Dabei wird zugrunde gelegt, dass die Anordnung der Drähte als hexagonale Packung vorliegt und das Verhältnis der Abstände in Umfangs- und in Längsrichtung  $S_T/S_L = 3.83$  gesetzt werden kann. Begründet wird dies mit experimentellen Untersuchungen zur Packungsdichte von Zylindern, bei denen dieser Wert ermittelt wurde.

Als Ergebnis liefert das Modell einen Durchflusskoeffizienten  $\varepsilon'_B$ , der vom Druckverhältnis  $p_1/p_2$  und der effektiven Bürstendicke  $B$  abhängt (Bild 3-6). Als zusätzlicher Parameter wird dabei noch die „Null-Dicke“  $B_0$  der Bürste benötigt, welche die ge-

ringst mögliche axiale Ausdehnung der Bürstenpackung angibt (dichteste Packung). Die effektive Bürstendicke  $B$  gewinnt man aus der Forderung, dass die relative Dicke  $B/B_0$  des Modells der relativen Dicke  $B_{tat}/B_{min}$  im Realen entsprechen muss:

$$\frac{B}{B_0} = \frac{B_{tat}}{B_{min}} \quad (3-8)$$

Dabei lässt sich  $B_{min}$  mit der Drahtdicke über dem Umfang  $q_{Umf}$ , dem Drahtdurchmesser  $d_{Draht}$  und dem Legewinkel der Drähte  $\beta$  anhand folgender Gleichung bestimmen:

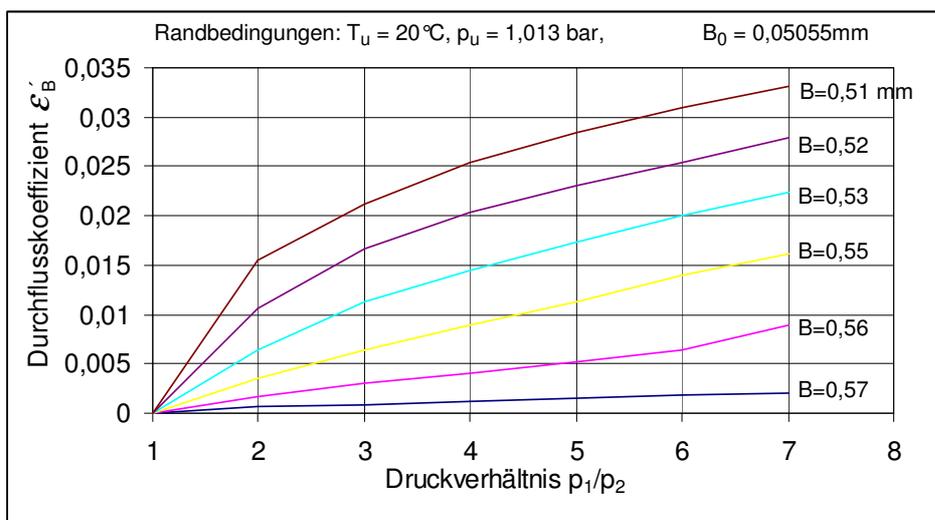
$$B_{min} = \frac{d_{Draht}}{2} \left( \sqrt{3} \frac{q_{Umf} d_{Draht}}{\cos \beta} + 1 \right) \quad (3-9)$$

Im Gegensatz zu [6] verwendet [30] die gesamte Bürstenhöhe  $h_2$  (siehe Bild 3-4) bei der Berechnung der Leckage. Dabei wird auf Untersuchungen an Bürsten ([28], [29]) verwiesen, bei denen sich die Leckage in erster Näherung als nicht oder nur geringfügig von der Spaltweite der Rückplatte abhängig zeigt. Der Effekt kann mit einer mechanischen Verformung der Drähte bei Druckbelastung erklärt werden.

Als Beziehung für die Leckage durch eine Bürstendichtung lässt sich mit  $2\pi(h_2/2+r)h_2$  als wirksame Spaltfläche demnach schreiben:

$$\dot{m} = 2\pi r \frac{p_1}{\sqrt{RT}} \left[ \left( \frac{h_2}{2r} + 1 \right) \varepsilon'_B h_2 + \mu_{Sp} \psi_{Sp} s_{Sp} \right] \quad (3-10)$$

Der mit  $Sp$  indizierte additive Anteil  $\mu_{Sp} \psi_{Sp} s_{Sp}$  berücksichtigt dabei den Anteil im Spalt unterhalb der Bürstenpackung.



Quelle: nach Chupp und Holle, unter Berücksichtigung der Gaskonstante für Luft und Übertragung ins SI-System

**Bild 3-6** Durchflusskoeffizient in Abhängigkeit zur eff. Bürstendicke (nach [30])

## 3.2 Rotordynamik

### 3.2.1 Der gleitgelagerte Lavalrotor

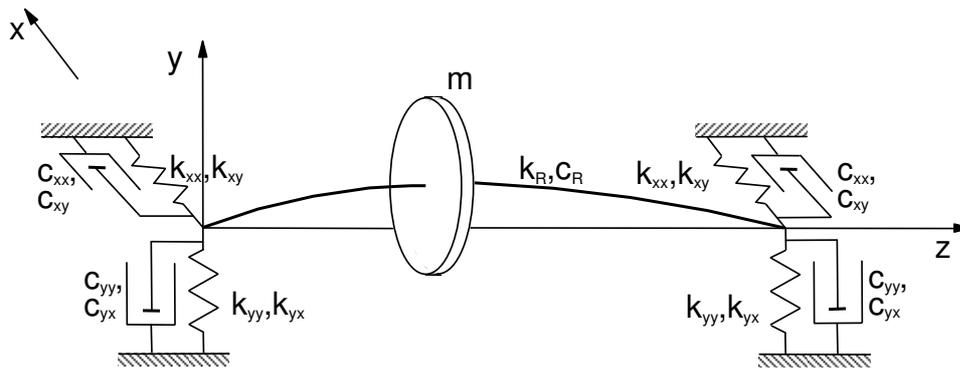
Spaltverluste in Turbomaschinen können, wie in Kapitel 2.3 beschrieben, auf unterschiedliche Weise Kräfte anregen, die das dynamische Verhalten des Rotors beeinflussen und dadurch den zulässigen Betriebsbereich einschränken können. Die Beschreibung des in der Regel sehr komplexen Turborotors erfolgt üblicherweise durch ein mechanisches Ersatzmodell, das den Läufer als Aneinanderreihung von abschnittsweise konstanten Querschnitten darstellt. Jeder dieser Abschnitte ist dabei durch ein System von Differentialgleichungen charakterisiert, die sich im linearen Fall geschlossen lösen lassen (z.B. [16], [19]). Solange die Schwingbewegungen klein sind, es sich also um kleine Auslenkungen um die Ruhelage handelt, ist eine lineare bzw. linearisierte Beschreibung der angreifenden Kräfte gerechtfertigt. Erst bei großen Schwingungsamplituden, die es im Normalbetrieb zu vermeiden gilt, ist eine nichtlineare Betrachtung unabdingbar.

Sowohl für die Einzelmodule, als auch für das Gesamtsystem eines solchen Ersatzrotors lassen sich die Bewegungsgleichungen in der Form

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{X}} + \mathbf{C}\dot{\vec{X}} + \mathbf{K}\vec{X} = \vec{S} \quad (3-11)$$

darstellen. Die hierin enthaltenen Matrizen  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{K}$  beschreiben die Massenträgheit ( $\mathbf{M}$ ), die Dämpfung ( $\mathbf{C}$ ) und die Steifigkeit ( $\mathbf{K}$ ) des Systems. Der Lagevektor  $\vec{X}$  fasst die Verschiebungen in verallgemeinerten Koordinaten zusammen und der Störvektor  $\vec{S}$  stellt die an den einzelnen Abschnitten bzw. am Gesamtsystem angreifenden Kräfte und Momente dar. Für die modulweise Betrachtung bedeutet dies, dass in  $\vec{S}$  neben den eingepprägten Kräften auch die Koppelwirkungen zwischen den Elementen mit einfließen, die zwischen den Strukturen am System Arbeit verrichten [73].

In erster Näherung lässt sich das dynamische Verhalten eines Turborotors durch einen Einmassenschwinger, bestehend aus einer massebehafteten Scheibe und einer biegeweichen, aber masselosen Welle (Laval- oder Jecottrotor) beschreiben (siehe Bild 3-7). Die Steifigkeit des Läufers schlägt sich im Beiwert  $k_R$ , die Dämpfung im Koeffizienten  $c_R$  nieder. Der Einfluss der Lagerung des i. a. gleitgelagerten Läufers wird durch Feder- und Dämpferpakete zu beiden Seiten des Rotors erfasst. Zahlenmäßig beschreiben die Steifigkeiten  $k_{xx}$ ,  $k_{xy}$  in x-Richtung bzw.  $k_{yy}$ ,  $k_{yx}$  in y-Richtung und die Dämpfungen  $c_{xx}$ ,  $c_{xy}$  bzw.  $c_{yy}$ ,  $c_{yx}$  die Lagereigenschaften.



**Bild 3-7** Turborotor als Einmassenschwinger mit elastischen und dämpfenden Lagern (nach [67])

Da eine hydrodynamische Lagerung ein stark nichtlineares Verhalten aufweist, gelten diese Werte nur für einen bestimmten Betriebspunkt, der u. a. durch die Lagerlast und die Drehzahl bestimmt ist. Die linearisierten Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten ermittelt man entweder experimentell oder berechnet sie in Abhängigkeit von der Geometrie und dem gesuchten Belastungszustand (z.B. [74], [75]). Kräfte, wie beispielsweise die Rotorunwucht oder die, durch die Strömung in der Turbomaschine induziert Spalterregung, greifen an der Scheibe an.

Selbst in dieser vereinfachten Betrachtung eines Turborotors ergibt sich der Lagevektor  $\vec{X}$  aus Gl. 3-11 zu 9 Dimensionen, wenn angenommen wird, dass keine Längs- bzw. Torsionsschwingungen auftreten und der Drehfreiheitsgrad der Rotorachse unberücksichtigt bleibt.

$$\vec{X} = [x, y, z, x_{L1}, y_{L1}, x_{L2}, y_{L2}, \alpha_x, \alpha_y]^T \quad (3-12)$$

Geht man im weiteren vom Modell eines symmetrischen elastischen Läufers aus, bei dem die Scheibenmasse mittig zwischen zwei baugleichen Lagern sitzt (vgl. z.B. [76]), können auch die Drehfreiheitsgrade  $\alpha_x, \alpha_y$  um  $x$  bzw.  $y$  vernachlässigt werden (Schiefstellung der Scheibe ist erst bei Schwingformen höherer Ordnung zu erwarten) und die Koordinaten  $x_{L1}, y_{L1}, x_{L2}, y_{L2}$ , aus den Lagerung können zu  $x_L, y_L$ , zusammengefasst werden. Die translatorische Bewegung der Masse führt dann zu einem System von gekoppelten linearen Differentialgleichungen 3. Ordnung, dessen Lösung nur numerisch erfolgen kann [67].

Da es sich bei dem System um einen Einmassenschwinger handelt, schlägt Thomas [67] vor, die Lagerkräfte in den Masseschwerpunkt zu transponieren und so die Freiheitsgrade auf die Auslenkungen  $x$  und  $y$  der Scheibe zu reduzieren. Die Übertra-

gung der Lagerkraftanteile erfolgt anhand der statischen Gleichgewichtsbedingungen, sowie der Vorschrift, dass die transponierte Kraft an der Scheibenmasse die gleiche Arbeit verrichten soll, wie die Lagerkräfte an den Lagerzapfen. Für Näheres sei auf die Ausführungen von [67] verwiesen. Bezieht man in Ergänzung zu [67] mit ein, dass sich bei einer zur Schwingbewegung gleichläufigen Drehung des Rotors die innere Dämpfung  $c_R$  reduziert, ergibt sich als Bewegungsgleichung analog zu Gleichung 3-11:

$$\begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{c}_{xx} & \bar{c}_{xy} \\ \bar{c}_{yx} & \bar{c}_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{k}_{xx} & \bar{k}_{xy} + \omega c_R (\bar{k}_{yy}/k_R) \\ \bar{k}_{yx} - \omega c_R (\bar{k}_{xx}/k_R) & \bar{k}_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_x \\ S_y \end{pmatrix} \quad (3-13)$$

Die Proportionalität von  $c_R$  zur Relativedrehung führt aufgrund der Koordinatentransformation dabei zu dem additiven Anteil  $\omega c_R (\bar{k}_{yy}/k_R)$  in der Steifigkeitsmatrix, wobei  $\omega$  die Kreisfrequenz der Rotordrehung darstellt (vgl. [76]). Bei einem horizontal gelagerten Läufer verlagert sich die statische Ruhelage der Scheibe aufgrund des Eigengewichtes zudem in negativer y-Richtung. Da im Folgenden die Störgrößen  $\vec{S}$  in Bezug auf kleine Auslenkungen von dieser Ruhelage betrachtet werden, verschiebt man das Koordinatensystem um den Betrag des Durchhangs  $y'$  nach unten. Für die Bewegungsgleichung erhält man unter Einbeziehung von  $y' = m g / \bar{k}_{yy}$  und  $\vec{F}_G = (0 \ 1)^T m g$ :

$$\begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{c}_{xx} & \bar{c}_{xy} \\ \bar{c}_{yx} & \bar{c}_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{k}_{xx} & \bar{k}_{xy} + \omega c_R \frac{\bar{k}_{yy}}{k_R} \\ \bar{k}_{yx} - \omega c_R \frac{\bar{k}_{xx}}{k_R} & \bar{k}_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = m g \begin{pmatrix} \frac{\bar{k}_{xy}}{\bar{k}_{yy}} + \frac{\omega c_R}{k_R} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_x \\ S_y \end{pmatrix} \quad (3-14)$$

Im vereinfachten Modell nach Bild 3-7 verbirgt sich hinter der Störgröße  $\vec{S}$  nur die Unwuchtkraft  $\vec{F}_U$ . In der realen Turbomaschine greifen am Rotor weitere Kräfte aufgrund von Fluid-Rotor-Interaktionen an. Zu diesen Kräften, im Weiteren als  $\vec{F}_{Fl}$  bezeichnet, zählen beispielsweise die Querkräfte aus der veränderlichen Umfangskraft am Laufgitter (Thomaskraft) und die Kräfte aus der Druckverteilung in Labyrinth (s. a. Kapitel 2.3). Letztere sind dabei Hauptgegenstand der Untersuchungen und werden später noch genauer betrachtet.

Die Störgröße  $\vec{S}$  ergibt sich somit zu:

$$\vec{S} = \vec{F}_U + \vec{F}_{Fl} \quad (3-15)$$

Die Unwuchtkraft  $\vec{F}_U$  stellt sich für den stationären Betrieb mit konstanter Drehfrequenz  $\omega$  wie folgt dar:

$$\vec{F}_U = \varepsilon m \omega^2 \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{pmatrix} \quad (3-16)$$

Darin bezeichnet  $\varepsilon$  den Abstand des Schwerpunktes vom Wellendurchstoßpunkt der Scheibe. Die Kraftanteile von  $\vec{F}_{Fl}$  beinhalten, ebenso wie die Bewegungsgleichung 3-13, beschleunigungs-, geschwindigkeits- und auslenkungsproportionale Anteile. Ihr Einfluss auf das Schwingverhalten des Rotors drückt sich durch zusätzliche Trägheiten, Dämpfungen und Steifigkeiten aus. Für die Kräfte  $\vec{F}_{Fl}$ , aus der Wechselwirkung mit dem umgebenden Fluid, kann für kleine Auslenkungen um die Ruhelage angesetzt werden:

$$\vec{F}_{Fl} = - \begin{pmatrix} M_{xx} & M_{xy} \\ M_{yx} & M_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (3-17)$$

Die Matrix der Trägheitskoeffizienten kann dabei in vielen Fällen vernachlässigt werden (gas- und dampfförmige Medien mit geringer Dichte). Ein ebenfalls geringer Einfluss auf die Fluidkraft wird den Koppelkoeffizienten der Dämpfungen  $C_{xy}$  und  $C_{yx}$  zugeschrieben.

Die vereinfachte Bewegungsgleichung des Turborotors lässt sich nun in Bezug auf die statische Ruhelage darstellen, indem man die Störgröße aus Gl. 3-15 unter Mitbeziehung von Gl. 3-16 und Gl. 3-17 in die Gl. 3-14 einsetzt und die beschleunigungs-, geschwindigkeits- und auslenkungsproportionalen Anteile entsprechend sortiert:

$$\begin{pmatrix} \bar{M}_{xx} & \bar{M}_{xy} \\ \bar{M}_{yx} & \bar{M}_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{C}_{xx} & \bar{C}_{xy} \\ \bar{C}_{yx} & \bar{C}_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{K}_{xx} & \bar{K}_{xy} \\ \bar{K}_{yx} & \bar{K}_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = m g \begin{pmatrix} \frac{\bar{k}_{xy}}{\bar{k}_{yy}} + \frac{\omega c_R}{k_R} \\ 0 \end{pmatrix} + \varepsilon m \omega^2 \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{pmatrix} \quad (3-18)$$

Dabei wurden die einzelnen Koeffizienten innerhalb der Matrizen wie folgt zusammengefasst:

$$\begin{pmatrix} \bar{M}_{xx} & \bar{M}_{xy} \\ \bar{M}_{yx} & \bar{M}_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m + M_{xx} & M_{xy} \\ M_{yx} & m + M_{yy} \end{pmatrix} \quad \text{Trägheitsmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{C}_{xx} & \bar{C}_{xy} \\ \bar{C}_{yx} & \bar{C}_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{c}_{xx} + C_{xx} & \bar{c}_{xy} + C_{xy} \\ \bar{c}_{yx} + C_{yx} & \bar{c}_{yy} + C_{yy} \end{pmatrix} \quad \text{Dämpfungsmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{K}_{xx} & \bar{K}_{xy} \\ \bar{K}_{yx} & \bar{K}_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{k}_{xx} + K_{xx} & \bar{k}_{xy} + \omega c_R \frac{\bar{k}_{yy}}{k_R} + K_{xy} \\ \bar{k}_{yx} - \omega c_R \frac{\bar{k}_{xx}}{k_R} + K_{yx} & \bar{k}_{yy} + K_{yy} \end{pmatrix} \quad \text{Steifigkeitsmatrix}$$

Gleichung 3-18 stellt ein lineares Differentialgleichungssystem 3. Ordnung dar, dessen Lösung sich üblicherweise aus der homogenen Lösung und einer oder mehreren partikulären Lösungen, entsprechend der Anzahl der Störterme auf der rechten Seite, zusammensetzt. Für das homogene Gleichungssystem (rechte Seite wird zu Null gesetzt) wird standardmäßig ein Exponentialansatz gewählt, der auf ein Eigenwertproblem führt, aus dessen Lösung sich die Eigenwerte des Systems ergeben. Die Realteile der meist konjugiert komplex auftretenden Eigenwerte geben Auskunft über das Stabilitätsverhalten des Systems. Nur wenn die Realteile aller Eigenwerte negativ sind, klingen die Eigenbewegungen des Turborotors ab. Ist nur ein Realteil positiv ergibt sich aus dem homogenen Anteil Instabilität. Die Imaginärteile der Eigenwerte charakterisieren die Kreisfrequenzen der einzelnen Eigenschwingungen. Für die Berechnung der Eigenwerte gibt es eine Vielzahl von Standardverfahren. (z.B. [77]).

Ist der Turborotor aufgrund der Lösung des homogenen Gleichungssystems stabil, wird seine Bewegung von der Fremderregung beherrscht. Zu den partikulären Lösungen von Gl. 3-18 gelangt man erfahrungsgemäß durch einen Ansatz vom Typ der rechten Seite. Die Fremderregung setzt sich dann aus der Unwuchtantwort und einer Lösung für den Einfluss der Gewichtskraft zusammen.

In der realen Turbomaschine werden die Kräfte auf den Rotor nur in den seltensten Fällen genau mittig an einem zentrischen Scheibenläufer angreifen. Bei axial versetzter Krafteinwirkung treten daher zwangsläufig auch Schiefstellungen auf, so dass streng genommen die bisher vernachlässigte gyroskopische Wirkung durch eine Erweiterung von Gl. 3-13 um die Drehfreiheitsgrade  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  miteinzubeziehen ist.

Dennoch beschreibt auch die vereinfachte Betrachtung das rotordynamische Verhalten schon weitgehend genau, da der Einfluss der Kreiselwirkung gering ist, solange es sich beim betrachteten Läufer um keine Kragwelle handelt [76]. Ferner spielen die Kippfreiheitsgrade bei den strömungsbedingten Kräften gewöhnlich nur bei extrem langen Dichtungen und hohen Dichten eine nennenswerte Rolle [3].

Der im nachfolgenden Kapitel 4 beschriebene dynamische Prüfstand ist dem eben dargestellten gleitgelagerten Lavalläufer mit zentrisch angeordneter Scheibe nachempfunden. Die zu untersuchenden Dichtungen sind ebenfalls symmetrisch zur Läufermitte angeordnet, so dass für die dort angestellten Überlegungen die Beschreibung durch das vereinfachte Rotormodell als ausreichend angesehen werden kann.

Bei den komplexeren Rotoren real ausgeführter Turbomaschinen ist, aufgrund der Vielzahl an Elementen und ggf. einer überbestimmten Lagerung, eine analytische Lösung der sich daraus ergebenden vieldimensionalen Differentialgleichungssysteme nur noch sehr begrenzt möglich. Die Stabilitätsuntersuchungen werden daher schon seit geraumer Zeit überwiegend mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente durchgeführt (z.B. [78], [79], [80])

### 3.2.2 Fluiddynamische Kräfte bei Spaltdichtungen

Aufgrund von ungleichmäßigen Spaltverlusten über den Umfang von Spaltdichtungen, welche sich durch eine im Prinzip immer vorhandene exzentrische Wellenlage im Gehäuse, z.B. durch Montageungenauigkeiten, eine Wellendurchbiegung aufgrund des Eigengewichtes oder Unwuchtschwingungen, einstellen, werden Fluidkräfte  $\vec{F}_{Fl}$  generiert, die den Rotor einer Turbomaschine zu nicht mehr beherrschbaren Biegeschwingungen anregen können (siehe Kapitel 2.3). Gegenstand der rotordynamischen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit ist es, denjenigen Anteil des Kraftvektors  $\vec{F}_{Fl}$  zu ermitteln, der sich aufgrund der Verlustströmung in den Spaltdichtungen einstellt.

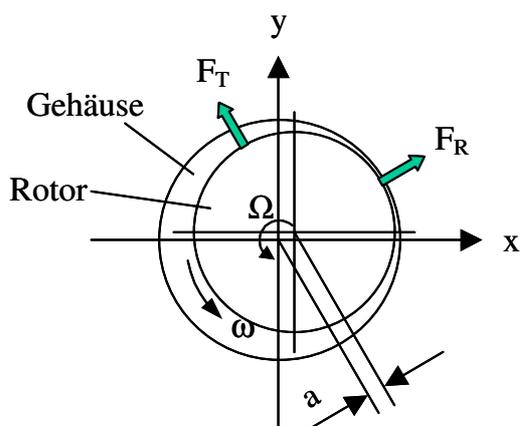
Die grundlegende Beziehung für  $\vec{F}_{Fl}$  wurde bereits in GL. 3-17 dargestellt. Die Koppelkoeffizienten der Trägheitsmatrix  $M_{xy}$  und  $M_{yx}$  können bei axial durchströmten Spaltdichtungen (nur solche werden hier betrachtet) entfallen (vgl. z.B. [48], [76], [47]). Für kleine Auslenkungen des Rotormittelpunkts um die Mittellage ist bekannt, dass die Matrizen schief-symmetrisch sind [57].

Daher können mit  $K_{xx} = K_{yy} = K$ ,  $K_{xy} = -K_{yx} = k$ ,  $C_{xx} = C_{yy} = C$ ,  $C_{xy} = -C_{yx} = c$  und  $M_{xx} = M_{yy} = M$  die dynamischen Einflussgrößen wie folgt dargestellt werden:

$$\vec{F}_D = - \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C & c \\ -c & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} K & k \\ -k & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (3-19)$$

Die blockweise Symmetrie bleibt selbst bei kleinen Abweichungen von der zentrischen Lage bis etwa zur halben Spaltweite erhalten [3]. Betrachtet man nur Gasdichtungen, wie im weiteren geschehen, kann der Einfluß der Trägheit des Fluides unberücksichtigt bleiben (z.B. [48], [76]), da nur bei höheren Dichten, wie beispielweise in Hochdruckkompressoren ([81], [47]), ein merklicher Effekt nachweisbar ist.

Die Schwingbahn auf der sich der Rotor bewegt ist im allgemeinen von elliptischer Form (Einfluss der Lagerung). Für den Fall der Spalteregung nähert sie sich jedoch stark einer Kreisbahn an, da der nichtkonservative Querkraftanteil  $F_T$  immer senkrecht zur aktuellen Auslenkung wirkt. Bild 3-8 zeigt den exzentrischen Rotor im Gehäuse und die zugehörigen Kräfte.



**Bild 3-8** schwingender Rotor im Gehäuse

Der Rotor dreht sich mit der Kreisfrequenz  $\omega$ , während er gleichzeitig eine zirkulatorische Schwingbewegung um die Mittelachse mit der Amplitude  $a$  und der Schwingfrequenz  $\Omega$  ausführt. Die Kräfte aus Gl. 3-19 können in einem mit  $\Omega$  mitrotierenden Koordinatensystem für die kreisförmige Schwingbahn wie folgt beschrieben werden:

$$F_R = -(K + c\Omega)a \quad (3-20)$$

$$F_T = (k - C\Omega)a \quad (3-21)$$

Die verbleibenden Koeffizienten sind Steifigkeits- und Dämpfungsbeiwerte, die der Dichtung in Abhängigkeit verschiedener, noch zu klärender Randbedingungen zugeordnet sind:  $K$  – Hauptsteifigkeit,  $k$  – Nebensteifigkeit,  $C$  – Hauptdämpfung und  $c$  – Nebendämpfung.

Anhand der Beziehungen 3-20 und 3-21 lässt sich der Einfluss der Schwingfrequenz auf die Radialkraft  $F_R$  und die Tangentialkraft  $F_T$  und deren rotodynamische Wirkung aufzeigen. Die schwingungsanregende Tangentialkraft vermindert sich, ausgehend vom Wert  $k \cdot a$  mit steigender (gleichläufiger) Schwingfrequenz  $\Omega$ . Bei ausreichend hohem  $\Omega$  wird die Kraft  $F_T$  zu Null und die gleichläufige Anfachung des Rotors verschwindet. Die Radialkraft weist bei positivem Vorzeichen in Auslenkungsrichtung (Auslenkungskraft). Mit steigender Schwingfrequenz  $\Omega$  reduziert sich  $F_R$ ; eine versteifende Wirkung auf die Welle tritt ein, wenn  $F_R$  der Auslenkung entgegen wirkt, also negativ wird.

Die strömungsbedingten Kräfte  $F_R$  und  $F_T$  kommen durch unterschiedliche Strömungsverhältnisse in verschiedenen Bereichen der Dichtungen, axial und in Umfangsrichtung, zustande. Aufgrund der unterschiedlichen Ausprägung des Druckabbaus bzw. der Druckverluste entstehen Zonen hohen und niedrigeren Druckes, die zu ungleich hohen Kräften am Rotor führen. Summiert man dieses Druckfeld über den Umfang und entlang der Rotorachse auf, so erhält man die resultierende Kraft, die auf den Läufer wirkt. Die Gesamtkraft lässt sich aufteilen in einen Anteil längs der Auslenkung – Auslenkungs- oder Radialkraft  $F_R$  – und einen Anteil senkrecht dazu – Quer- oder Tangentialkraft  $F_T$ . Unter der Annahme, dass der Läufer kleine Schwingbewegungen um seine Mittellage ausführt, muss für den allgemeinen Fall einer instationären Bewegung auch die zeitliche Dimension  $t$  mit berücksichtigt werden. Für die fluiddynamischen Kräfte, die am Rotor angreifen ergibt sich daher:

$$F_R = - \int_0^l \int_0^{2\pi} p(z, \varphi, t) \cos \varphi r d\varphi dz \quad (3-22)$$

$$F_T = - \int_0^l \int_0^{2\pi} p(z, \varphi, t) \sin \varphi r d\varphi dz \quad (3-23)$$

Darin bezeichnet  $r$  den Radius des Rotors und  $p$  den Druck, der in Abhängigkeit vom Winkel  $\varphi$ , der axialen Position  $z$  und der Zeit  $t$ , auf die Fläche  $r \cdot d\varphi \cdot dz$  wirkt. Die Gesamtlänge der Dichtung wird durch  $l$  beschrieben.

### 3.2.3 Bestimmung der maßgeblichen Abhängigkeiten von Labyrinthkräften

Eine Beschreibung der dynamischen Koeffizienten mit dimensionslosen Kennzahlen ist aufgrund der Vielzahl an Parametern sehr komplex. Es gibt verschiedene Ansätze mit unterschiedlichen Bezugsgrößen; jedoch existieren keine allgemeingültigen Kennzahlen für eine Übertragbarkeit der verschiedenen Einflussbedingungen.

Die Kraftwirkung durchströmter Labyrinthdichtungen, aufgrund des ungleichmäßigen Druckabbaus in der Dichtung bei exzentrischer Lage des Rotors im Gehäuse, hängt von verschiedenen Faktoren ab. Dies sind zum einen Art, Bauform und geometrische Abmessungen der Dichtung, zum anderen die thermodynamischen und strömungsmechanischen Randbedingungen sowie der Betriebszustand, bei dem die Dichtung ihre Aufgabe zu erfüllen hat. Um die Ergebnisse, der experimentellen Untersuchungen interpretieren zu können, wird der Verlauf des Druckabbaus in einer Labyrinthdichtung zunächst mit analytischen Mitteln vereinfacht abgebildet.

Zur Bestimmung der Strömungsbedingungen in axialer und radialer Richtung ist es im Grunde notwendig, die Impuls- und die Massenbilanz an jeder Stelle der Dichtung zu lösen. Da es sich bei den Gleichungen um partielle Differentialgleichungen handelt, für die keine exakten Lösungen existieren, bedient man sich einer Störungsrechnung und linearisiert für kleine Abweichungen um die Mittellage. Baumgartner [53] zeigt diese Vorgehensweise auf, indem er für eine Kammer eines Labyrinthes die Impuls- und Massenbilanz in Umfangsrichtung analytisch löst. Nachfolgend werden die Einflussgrößen und die Beziehungen für die Radial- und Tangentialkräfte, die er daraus ableitet, kurz dargestellt, um die Abhängigkeiten der strömungsbedingten Labyrinthkräfte aufzuzeigen.

**Tabelle 3-1** Zusammenhang zwischen Einflussgrößen und Störgrößen nach [53]

Bezeichnung	Einflussgröße	Störgröße	Linearisierung
Spaltweite	$s_i$	$\psi_i$	$s_i = \bar{s}_i \cdot (1 + \psi_i)$
Kammerquerschnittsfläche	$A_i$	$\Xi_i$	$A_i = \bar{A}_i \cdot (1 + \Xi_i)$
Axialer Massenstrom	$\dot{m}_i$	$\sigma_i$	$\dot{m}_i = \bar{\dot{m}}_i \cdot (1 + \sigma_i)$
Reibungsbeiwert am Rotor	$\lambda_{ri}$	$\Lambda_{ri}$	$\lambda_{ri} = \bar{\lambda}_{ri} \cdot (1 + \Lambda_{ri})$
Reibungsbeiwert am Stator	$\lambda_{si}$	$\Lambda_{si}$	$\lambda_{si} = \bar{\lambda}_{si} \cdot (1 + \Lambda_{si})$
Massendurchflusskoeffizient	$\mu_i$	$\Gamma_i$	$\mu_i = \bar{\mu}_i \cdot (1 + \Gamma_i)$
Umfangsgeschwindigkeit	$c_{ui}$	$\chi_{ui}$	$c_{ui} = \bar{c}_{ui} \cdot (1 + \chi_{ui})$
Druck	$p_i$	$\xi_i$	$p_i = \bar{p}_i \cdot (1 + \xi_i)$

Für die in Tabelle 3-1 aufgeführten Einfluss- und Störgrößen bezeichnet der Index  $i$  die Kammer des Labyrinths, der Überstrich besagt, dass es sich um den Mittelwert bei zentrischer Lage handelt. Die Störgrößen für die Spaltweite  $s$  und die Querschnittsfläche  $A$  sind aus den geometrischen Gegebenheiten zu ermitteln. Die Störgrößen für den axialen Massenstrom  $\dot{m}$ , den Massendurchflusskoeffizienten  $\mu$  und die Reibungsbeiwerte  $\lambda_r$  und  $\lambda_s$  lassen sich von anderen Störgliedern oder strömungsmechanischen Werten bei zentrischer Rotorlage ableiten. Die Geschwindigkeits- und Druckstörgrößen erhält man iterativ durch Einsetzen in die Massen- und Impulsbilanz. Für die Kraftwirkung aus der Druckverteilung auf den Rotor erhält [53] sodann:

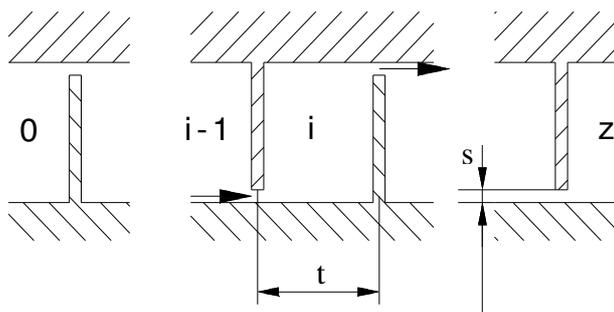
$$F_R = - \sum_{i=1}^{z-1} r_i t_i \bar{p}_i \int_0^{2\pi} \xi_i \cos \varphi d\varphi \quad (3-24)$$

$$F_T = - \sum_{i=1}^{z-1} r_i t_i \bar{p}_i \int_0^{2\pi} \xi_i \sin \varphi d\varphi \quad (3-25)$$

Die Kraft aus der Druckverteilung für eine Kammer  $i$  ist demnach proportional zu den geometrischen Abmessungen des Rotors  $r_i$  und der Labyrinthteilung  $t_i$  sowie dem mittleren Druckniveau  $\bar{p}_i$  und dem Integral der Druckstörung  $\xi_i$  über dem Umfang der jeweiligen Kammer. Für die Beurteilung der Wirkkraft durch Labyrinth bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen und damit auch die Beurteilung der Ergebnisse aus den experimentellen Untersuchungen sind die Abhängigkeiten in der obigen Form jedoch nur eingeschränkt geeignet. Der Einfluss der äußeren Randbedingungen verbirgt sich im mittleren Druck  $\bar{p}_i$  und der Störgröße  $\xi_i$ , welche jedoch von den Druckverhältnissen in den anderen Kammern abhängen.

Ein vereinfachter Ansatz für die Druckverteilung in einer Labyrinthkammer soll helfen, die grundsätzlichen Zusammenhänge zwischen den äußeren Randbedingungen und den generierten Labyrinthkräften deutlicher zu machen.

Betrachtet wird ein Volllabyrinth, bei dem sich die Strömung idealerweise aus einer Abfolge isentroper Beschleunigungen mit anschließender Verwirbelung in den nachfolgenden Kammern darstellt. Der Rotor ist gegenüber der zentrischen Lage verschoben, um unterschiedliche Spaltweiten hervorzurufen. Im Gegensatz zu Stodolas Idealvorstellung wird ein zusätzlicher Reibungsbeiwert  $\zeta$  für den Druckverlust angenommen (vgl. [68], [82]), der abhängig von der Spaltweite längs des Umfangs die Variation der Druckwerte bewirkt. Das Labyrinth soll aus  $z$  Dichtspalten und  $z-1$  Kammern bestehen, wobei exemplarisch die Strömung der Kammer  $i$  betrachtet wird (Bild 3-9).

**Bild 3-9** Labyrinthdichtung

Der Druckverlust über einen Dichtspalt des Labyrinthes kann für ein ideales Gas unter der Voraussetzung, dass die Änderung des Druckes klein gegenüber dem Vor- druck ist ( $p_0 - p_1 \ll p_0$ ), näherungsweise wie folgt ausgedrückt werden (Bernoulli):

$$p_{i-1} - p_i = \Delta p_i = \frac{\rho_{i-1}}{2} c_{*i}^2 \zeta_i \quad (3-26)$$

Die Größe  $\zeta$  bezeichnet hierbei den geometrieabhängigen Druckverlustbeiwert, wie er beispielsweise bei Idelchik [82] und Neumann [68] beschrieben ist. Der zusätzliche Index \* kennzeichnet Größen im Dichtspalt. Die Richtung der Geschwindigkeit  $c_{*i}$ , die auf den Druckabfall  $\Delta p$  zurückgeht, verläuft wie das Gesamtdruckgefälle axial zur Dichtung ( $c_{*i} = c_{*ax,i}$ ). Die Dissipation der Umfangskomponente  $c_{*u,i}$  wird zunächst nicht betrachtet, da diese den axialen Druckabbau kaum beeinflusst. Die Abweichung, die sich durch diese vereinfachte Rechnung gegenüber einer kompressiblen Betrachtung ergibt, liegt bei einem angenommenen Druckabfall von 10 % des Vor- druckes bei etwa 3,5 %. Da sich die Kräfte auf den Rotor von der Schwankung dieser Differenz in Umfangsrichtung ableiten, welche wiederum nur einen Bruchteil des axialen Druckabfalls ausmachen, ist der entstehende Fehler gering. Ausgehend von den Beziehungen für die Kräfte in radialer und tangentialer Richtung (Gleichungen 3-22 und 3-23), können  $F_R$  und  $F_T$ , unter der Annahme einer gleichmäßigen Druck- wirkung über der Länge  $t$  der Kammer  $i$ , folgendermaßen beschrieben werden:

$$F_R = -r t \int_0^{2\pi} p_i(\varphi) \cos \varphi d\varphi = -r t \int_0^{2\pi} p_{i-1}(\varphi) \cos \varphi d\varphi + r t \int_0^{2\pi} \Delta p_i(\varphi) \cos \varphi d\varphi \quad (3-27)$$

$$F_T = -r t \int_0^{2\pi} p_i(\varphi) \sin \varphi d\varphi = -r t \int_0^{2\pi} p_{i-1}(\varphi) \sin \varphi d\varphi + r t \int_0^{2\pi} \Delta p_i(\varphi) \sin \varphi d\varphi \quad (3-28)$$

Für die erste Labyrinthkammer entfällt das Integral über dem Vordruck  $p_0$ , da dieser über dem Umfang der Vorkammer als konstant angenommen wird. Für alle weiteren Kammern muss jedoch die Druckschwankung in der jeweils Vorhergehenden berücksichtigt werden. Angewandt auf die Kräfte im Labyrinth bedeutet dies, dass die Integrale über den Druckdifferenzen der Kammern 1 bis  $z-1$  in jeder nachfolgenden Kammer wieder als Summanden auftauchen. Geht man zur komplexen Darstellung über und ordnet den Realteil der Radialkraft  $F_R$  sowie den Imaginärteil der Tangentialkraft  $F_T$  zu, so lässt sich die Kraftwirkung auf den Rotor vereinfachend darstellen als:

$$\vec{F}_D = rt \left[ \int_0^{2\pi} \Delta p_1 e^{j\varphi} d\varphi \right] + rt \left[ \int_0^{2\pi} \Delta p_1 e^{j\varphi} + \int_0^{2\pi} \Delta p_2 e^{j\varphi} d\varphi \right] + rt \left[ \int_0^{2\pi} \Delta p_1 e^{j\varphi} + \int_0^{2\pi} \Delta p_2 e^{j\varphi} + \int_0^{2\pi} \Delta p_3 e^{j\varphi} d\varphi \right] + \dots$$

Die Strömung im Labyrinth wird dabei immer noch als reine Axialströmung betrachtet. Die Einführung einer zusätzlichen Umfangskomponente  $c_{ui}$  ändert prinzipiell nichts an der Form der Beziehung, außer dass eine Phasenverschiebung  $\Phi_i(c_{ui})$  im Umfangswinkel vorgenommen werden muss. Zusammenfassend lässt sich für die druckbedingte Labyrinthkraft  $\vec{F}_D$  dann schreiben:

$$\vec{F}_D = rt \sum_{i=1}^{z-1} (z-i) \int_0^{2\pi} \Delta p_i(\varphi) e^{j(\varphi - \Phi_i(c_{ui}))} d\varphi \quad (3-29)$$

Für die Druckdifferenzen  $\Delta p(\varphi)$  wird analog zu [53] eine Druckstörgröße  $\xi(\varphi)$  eingeführt und damit eine Linearisierung um die Mittellage vorgenommen:

$$\Delta p_i(\varphi) = \Delta \bar{p}_i (1 + \xi_i(\varphi)) \quad (3-30)$$

Entsprechend Gleichung 3-29 kann der mittlere Druckverlust  $\Delta \bar{p}_i$  dann vor das Integral gezogen werden und man erhält unter Berücksichtigung des zu Null werdenden Integrals um  $1 \cdot e^{j(\varphi - \Phi_i(c_{ui}))} d\varphi$  für den Mittelwert über den Bereich  $2\pi$ :

$$\vec{F}_D = rt \sum_{i=1}^{z-1} (z-i) \Delta \bar{p}_i \int_0^{2\pi} \xi_i(\varphi) e^{j(\varphi - \Phi_i(c_{ui}))} d\varphi \quad (3-31)$$

Ausgehend von einem geringen Druckabfall über die gesamte Dichtung, können bei konstanter Spaltweite  $s$  und einer ausreichend hohen Anzahl von Dichtspalten (i. a. 4 und mehr) die Druckdifferenzen  $\Delta \bar{p}_i$  über die einzelnen Spalte als näherungsweise konstant angenommen werden (vgl. hierzu Spannungsverlauf in Bild 3-1).

Die Labyrinthkraft lässt sich dann näherungsweise als Funktion des Gesamtdruckverlustes über die gesamte Dichtung angeben:

$$\vec{F}_D \approx \Delta p_{ges, Dichtung} r t \sum_{i=1}^{z-1} \frac{z-i}{z} \int_0^{2\pi} \xi_i(\varphi) e^{j(\varphi - \Phi_i(c_{ui}))} d\varphi \quad (3-32)$$

In dieser Form ist für die strömungsbedingten Kräfte im Labyrinth erstmals eine klare Abhängigkeit zu den äußeren Randbedingungen erkennbar. Urlichs [16] beispielsweise (und auch andere, z.B. [18], [23]) bezieht die Querkraft aus der Druckverteilung  $F_T$  auf eine zur Druckdifferenz proportionale Bezugskraft  $F_B$  und erhält damit eine dimensionslose Größe  $F_T^*$ , welche die Dichtung bezüglich ihrer Kraftwirkung charakterisiert:

$$F_T = F_T^* * F_B (\sim \Delta p_{ges}) \quad (3-33)$$

Zur Beschreibung des Dralleinflusses geht [16] ebenso vor, indem er den Staudruck der Umfangsgeschwindigkeit der Zuströmung auf das Gesamtdruckgefälle bezieht und daraus eine relative Zuströmenergie in Umfangsrichtung bildet:

$$E_0^* = \frac{\frac{\rho_0}{2} c_{u0}^2}{\Delta p_{ges}} \quad (3-34)$$

Diese Größe beschreibt anschaulich das Potential, das für die Phasenverschiebung  $\Phi_i$  in Gleichung 3-29 verantwortlich ist.

Diese Vorgehensweise stößt an ihre Grenzen, sobald entweder die Konstanz der Einzeldruckgefälle bis zum letzten Spalt nicht mehr gegeben ist, oder die Gesamtdruckdifferenz größer ist, als die berechnete Summe über  $z$  Dichtspitzen (Schallabströmung). Können die Annahmen, die zur Bestimmung der Näherungsgleichung 3-32 geführt haben, nicht mehr erfüllt werden, oder erreicht gar das Druckverhältnis an der letzten Dichtstelle den kritischen Wert, d.h. Schallströmung, so ist die Proportionalität zum Druckgefälle über die Dichtung nicht mehr gegeben. Beides ist bei den später dargestellten experimentellen Untersuchungen der Fall.

Der Druckverlust für die Strömung von einer Kammer  $i-1$  zur darauf folgenden Kammer  $i$  setzt sich aus zwei Anteilen zusammen – der Druckänderung durch das isentrope Beschleunigen zum Spalt hin und dem Druckverlust im Spalt. Die anschließende als „isobar“ angenommene Verwirbelung bringt keinen zusätzlichen Druckverlust. Da der Drallabbau verteilt über die einzelnen Kammern des Labyrinthes erfolgt, ist der Druckabbau um den verbleibenden kinetischen Druckanteil zu korrigieren.

Analog zu Gleichung 3-26 erhält man für den Druckverlust von einer Kammer zur Nächsten:

$$\Delta p_i = \frac{\rho_{*i}}{2} c_{*i}^2 \zeta_i + \frac{\rho_i}{2} c_{u,i}^2 - \frac{\rho_{i-1}}{2} c_{u,i-1}^2 \quad (3-35)$$

Unter Einbeziehung der Kontinuitätsbeziehung und Aufteilung von  $c_{*i}$  in die axiale Strömungskomponente  $c_{*ax,i}$  und die Umfangskomponente  $c_{*u,i} = c_{u,i-1}$  lässt sich  $\Delta \bar{p}_i$  schreiben als:

$$\Delta \bar{p}_i = \frac{\dot{m} \bar{c}_{*ax,i}}{2 \mu_i A_{Sp,i}} \left( \bar{\zeta}_i \left( 1 + \frac{\bar{c}_{u,i-1}^2}{\bar{c}_{*ax,i}^2} \right) - \frac{\bar{\rho}_{i-1}}{\bar{\rho}_{*i}} \frac{\bar{c}_{u,i-1}^2}{\bar{c}_{*ax,i}^2} + \frac{\bar{\rho}_i}{\bar{\rho}_{*i}} \frac{\bar{c}_{u,i}^2}{\bar{c}_{*ax,i}^2} \right) \quad (3-36)$$

Die Spaltringfläche  $A_{Sp}$  ist entsprechend Gleichung 3-5 hierbei mit dem Durchflusskoeffizienten  $\mu$  versehen, der die Strahleinschnürung berücksichtigt. Setzt man Gleichung 3-36 in Gleichung 3-31 ein, so ergibt sich für die Kraft auf den Rotor schließlich:

$$\vec{F}_D = r t \dot{m} \sum_{i=1}^{z-1} (z-i) \frac{\bar{c}_{*ax,i}}{2 \mu_i A_{Sp,i}} \left( \bar{\zeta}_i \left( 1 + \frac{\bar{c}_{u,i-1}^2}{\bar{c}_{*ax,i}^2} \right) - \frac{\bar{\rho}_{i-1}}{\bar{\rho}_{*i}} \frac{\bar{c}_{u,i-1}^2}{\bar{c}_{*ax,i}^2} + \frac{\bar{\rho}_i}{\bar{\rho}_{*i}} \frac{\bar{c}_{u,i}^2}{\bar{c}_{*ax,i}^2} \right) \int_0^{2\pi} \xi_i(\varphi) e^{j(\varphi - \Phi_i(c_{u,i}))} d\varphi \quad (3-37)$$

Wie zu erkennen, ergibt sich eine generelle Abhängigkeit der Fluidkraft  $F_D$  von den geometrischen Abmessungen  $r$  und  $t$  der Dichtung, sowie vom Massenstrom  $\dot{m}$ . Für Entspannungsverläufe mit Schallgeschwindigkeit an der letzten Dichtspitze bleiben die Axialgeschwindigkeiten  $\bar{c}_{*ax,i}$ , sowie die Verhältnisse der mittleren Dichten  $\bar{\rho}_{i-1}/\bar{\rho}_{*i}$  und  $\bar{\rho}_i/\bar{\rho}_{*i}$  auch bei weiterer Erhöhung des Druckgefälles, und damit steigender Leckage, nahezu konstant. Die Kraft  $F_D$  kann für den Fall kritischer Abströmung daher als proportional zum Massenstrom  $\dot{m}$  angesehen werden:

$$\vec{F}_D \sim \dot{m} \cdot f(\text{Geometrie, Vordrall, Drallabbau, Exzentrizität}) \quad \text{für } \psi = \psi_{Kr}$$

Für den Fall der Unterschallströmung stellt sich dagegen ein leicht progressiver Verlauf von  $F_D$  mit  $\dot{m}$  ein. Aus der Beziehung 3-32 kann, unter Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung bei inkompressiblen Medien  $\dot{m} = A \sqrt{2 \rho \Delta p} = \rho c_{ax} A$  und kleinen Druckdifferenzen, für die Fluidkraft  $F_D$  eine lineare Abhängigkeit von  $\Sigma \dot{m} c_{ax}$  angegeben werden. Für den Querkraftanteil von  $F_D$  ist bekannt, dass er von der Geschwindigkeit der Drallanströmung  $c_{u0}$  abhängt. Wie in Kapitel 5 noch gezeigt wird, ist  $F_T$  bei Labyrinthn näherungsweise proportional zu  $\dot{m} c_{u0}$ .

## 4 Versuchseinrichtungen und Vorgehen

Ein Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf experimentellen Untersuchungen an ausgewählten Kombinationen von Bürstendichtungen mit Labyrinthdichtungselementen. Hierzu wurden Messungen an zwei unterschiedlichen Versuchsanlagen durchgeführt. Ein Prüfstand, mit starrer Rotorausführung, erlaubt Messungen bei zentrischer und statisch exzentrischer Wellenlage gegenüber dem Gehäuse. Mit dem zweiten Prüfstand können Untersuchungen bei orbitierendem Rotor, also bei dynamischer Exzentrizität, durchgeführt werden. An beiden Versuchsanlagen wird dasselbe Gehäuse mit denselben Dichtungssätzen verwendet. Die Grundeinheit, die Gehäuse und Dichtungen trägt, kann hierzu abwechselnd in beiden Prüfständen montiert werden. Es ist damit gewährleistet, dass Abweichungen aufgrund unterschiedlicher Fertigung der Bauteile ausgeschlossen werden können und ein direkter Vergleich der Ergebnisse möglich und zulässig ist.

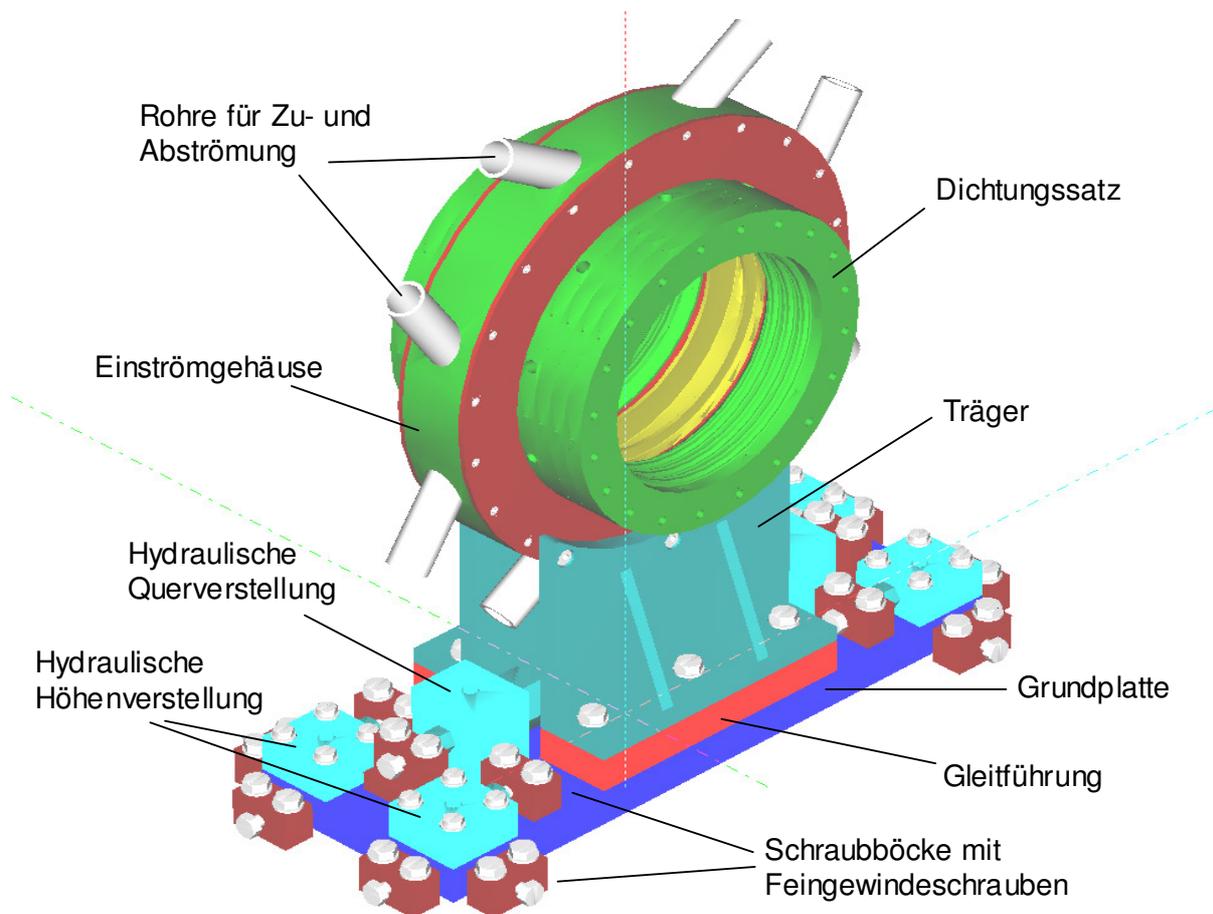
### 4.1 Grundaufbau und Drallerzeugung

Kernstück des experimentellen Aufbaus ist ein zentraler Dichtungsträger in zweiflutiger Ausführung, wobei konzeptionell zwei identische Dichtungssätze für die beiden Strömungswege vorgesehen sind. Axiale Kräfte und Momente auf das Gehäuse werden so weitgehend vermieden, gleichzeitig ergibt sich ein Vorteil bei der Bestimmung der Messwerte durch Mittelung. Die Baugruppe setzt sich zusammen aus:

- der Grundplatte mit den Verstelleinrichtungen in horizontaler und vertikaler Richtung,
- dem Einströmgehäuse mit integrierter Drallerzeugung zur leckageunabhängigen Einstellung der Vordrallgeschwindigkeit und
- zwei modular aufgebauten Dichtungssätzen für einen flexiblen Aufbau von Dichtungsart und Dichtungsgeometrie.

Bild 4-1 zeigt den Aufbau dieser Gehäuseeinheit. Die Grundplatte, als Basis der Baugruppe, trägt die Verstelleinrichtungen und das Einströmgehäuse mit den Dichtungssätzen. Zur Fixierung und Ausrichtung der Einheit auf dem jeweiligen Prüfstand dienen Schraubböcke an den vier Seiten der Platte. Mittels Feingewindeschrauben kann das Gehäuse damit in der Horizontalebene, nach Lage und Orientierung, fluchtend zum Rotor ausgerichtet werden. Zur Verstellung bzw. Ausrichtung der Gehäuseeinheit in der Höhe sind an den Ecken der Grundplatte vier senkrechte Hydraulikzylinder

angeordnet mit denen die ganze Baugruppe angehoben und in Quer- bzw. Längsrichtung geneigt werden kann.



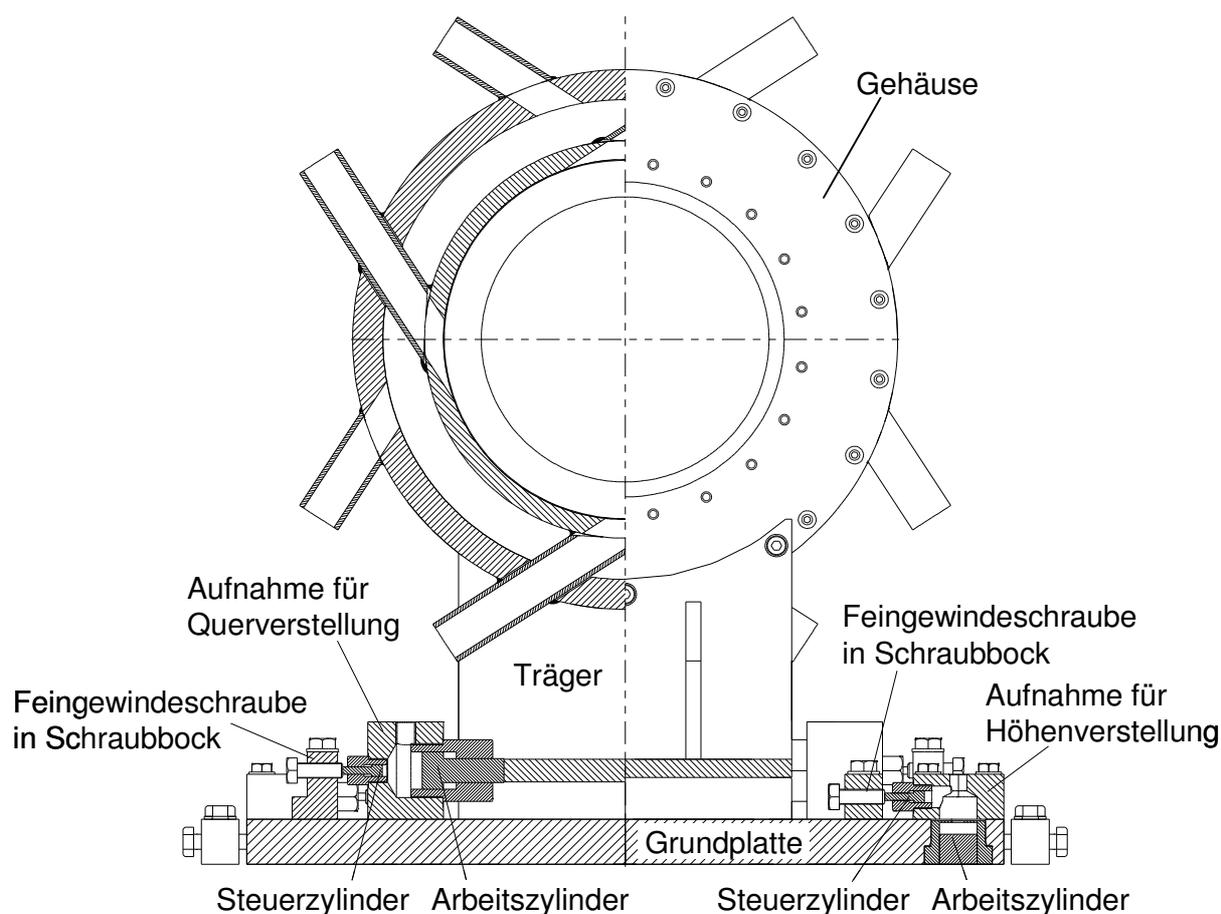
**Bild 4-1** Gehäuseeinheit für experimentelle Untersuchungen

Das Prüfgehäuse ist somit in allen Richtungen verstellbar und um alle Achsen drehbar gelagert. Zur Fixierung in der Vertikalen dienen zwei Spannpratzen (im Bild nicht dargestellt), die die Grundplatte niederhalten. Für die exakte Einstellung der gewünschten Exzentrizität in den statischen Versuchsreihen ist auf der Grundplatte eine zusätzliche Querverstellung vorgesehen, die analog zur Höhenverstellung ebenfalls hydraulisch realisiert ist. Das Einströmgehäuse ist mittels eines Trägers und zwei Gleitführungen auf der Grundplatte montiert, so dass Positionierungenauigkeiten aufgrund eines möglichen Stick-Slip-Effektes minimiert werden. Zu beiden Seiten des Gehäuses sind schließlich die Dichtungssätze angeflanscht, deren Untersuchung das eigentliche Ziel der Experimente ist. Die Anlage ist konzipiert für Dichtungen mit einem Durchmesser von 180 mm und einer Dichtungslänge von 60 mm (max. Länge 75 mm). Sie wird mit Druckluft aus einem zentralen Netz (max. 13 bar) betrieben; die Entspannung erfolgt auf Umgebungsdruck.

#### 4.1.1 Hydraulische Verstelleinrichtung

Für die Versuchsreihen mit statischer Exzentrizität musste das Gehäuse gegenüber dem Rotor mit einer Schrittweite von 0,05 mm und einer Genauigkeit von  $\pm 5 \mu\text{m}$  um einen maximalen Verschiebeweg 0,6 mm von verstellbar sein. Mit den Feingewindeschrauben (M10x1) an den Stirnseiten der Grundplatte kann die Exzentrizität jedoch nicht präzise genug eingestellt werden. Es wurde deshalb ein hydraulischer Verstellmechanismus (Bild 4-2) eingesetzt, durch den sich, in Kombination mit der Schraubenlösung, die Auflösung um den Faktor 10 verbessert.

Das System besteht aus einem Steuerzylinder und einem Arbeitszylinder mit 10-fach größerem Querschnitt, die beide in einer mit Öl gefüllten Aufnahme untergebracht sind. Der oben gelegene, im Bild offen gezeichnete Anschluss dient zur Befüllung, bzw. Entlüftung des Systems. Die Bedienung des hydraulischen Systems erfolgt manuell.



**Bild 4-2** Schnitt durch hydraulische Verstelleinrichtungen

Angesteuert wird der Steuerzylinder durch das Eindrehen einer Feingewindeschraube in einen auf der Grundplatte befestigten Schraubbock. Der größere Arbeitszylinder verschiebt dann das Gehäuse mit einer Untersetzung von 10:1 in horizontaler Richtung. Die gleiche Anordnung findet sich symmetrisch auch auf der Gegenseite (im Bild wegen der Schnitfführung nicht zu sehen). Damit ist es möglich das Gehäuse gegenüber dem Rotor mit einer Genauigkeit von  $< 5 \mu\text{m}$  zu zentrieren bzw. gezielt in eine exzentrische Position zu bringen.

Der Verstellmechanismus in vertikaler Richtung arbeitet prinzipiell in gleicher Weise. Es wurde ebenfalls eine Untersetzung des Wegverhältnisses zwischen dem liegenden Steuerzylinder und dem hier stehenden Arbeitszylinder von 10:1 gewählt. Neben der erforderlichen Positioniergenauigkeit in der Vertikalen ergibt sich dadurch zusätzlich die Möglichkeit etwaige Verlagerungen des Rotors aufgrund thermischer Dehnungen, beispielsweise durch einen unterschiedlichen Anstieg der Lagertemperatur bei verschiedenen Drehzahlen, auszugleichen.

#### 4.1.2 Drallerzeugung

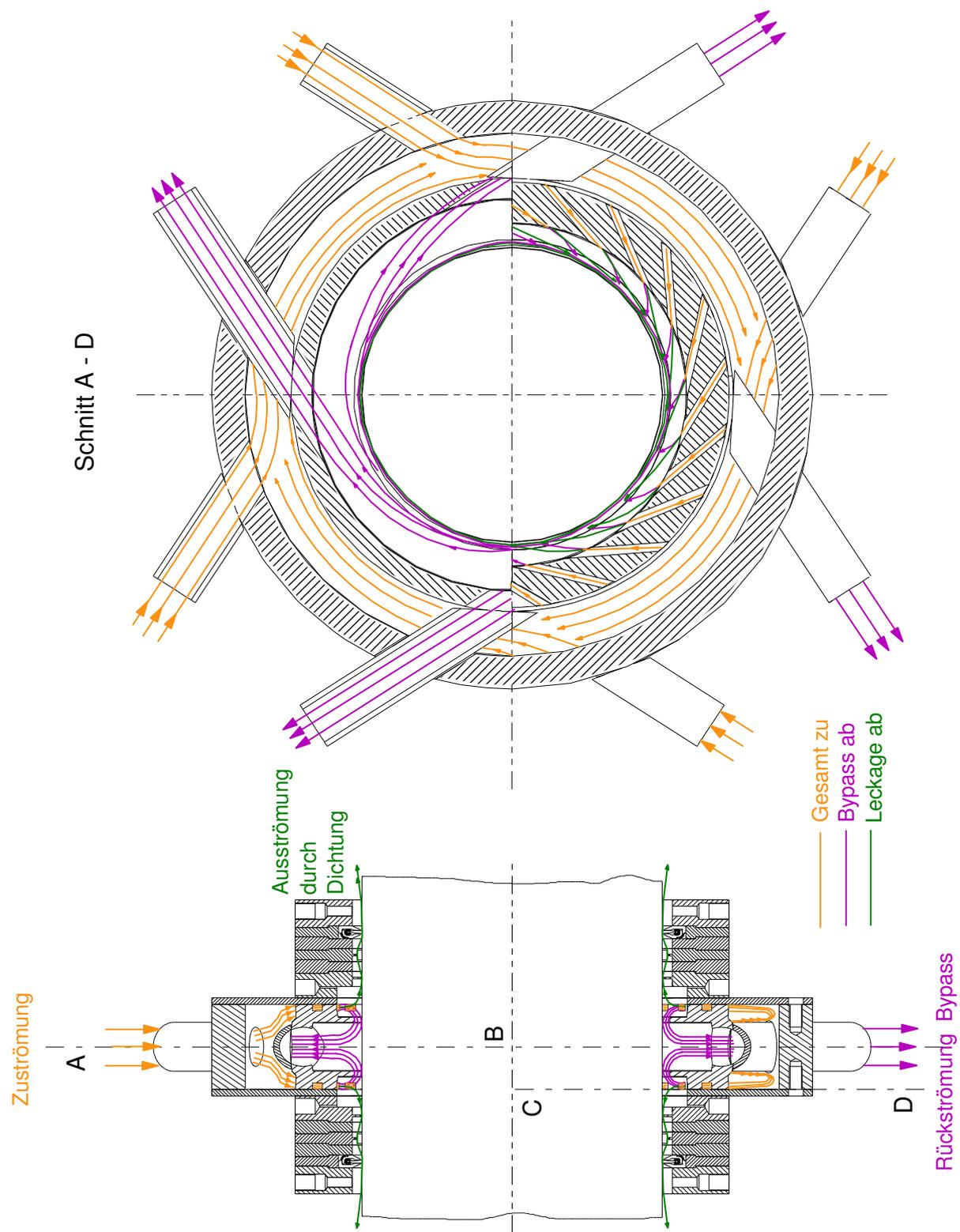
Ein wichtiger Parameter für die durch die Leckageströmung generierten Kräfte ist die Zuströmgeschwindigkeit des Arbeitsfluids am Dichtungseintritt in Umfangsrichtung. Diese Vordrallgeschwindigkeit, im weiteren Verlauf auch kurz Vordrall genannt, erreicht in ausgeführten Maschinen oft hohe Werte. Eine möglichst realitätsnahe Nachbildung dieser Randbedingung wurde daher angestrebt.

Die gängige Methode der Drallerzeugung, wie sie bei [22] und [3], aber auch bei anderen in der Literatur zu findenden Versuchständen (z.B. [49]) angewandt wird, ist eine möglichst tangentielle Umlenkung des Leckagemassenstroms in Umfangsrichtung durch Leitbleche oder Leitdüsen. Bei der Untersuchung von Labyrinthdichtungen mit ihren hohen Leckraten – Kwanka erreicht mit dieser Methode beispielsweise Vordrallgeschwindigkeiten von bis zu 230 m/s – reicht dies noch aus. Für die Untersuchung von Bürstendichtungen mit ihrem guten Dichtungsverhalten und dementsprechend geringen Leckagen ist dieses Konzept wegen des fehlenden Zuströimpulses jedoch nicht mehr geeignet. Eine Entkoppelung des Vordralls vom Leckagemassenstrom war deshalb notwendig.

Das Zuströmgehäuse für die Versuchsanlagen ist deshalb so konzipiert, dass sich der Vordrall weitgehend unabhängig von der Leckage bzw. dem anstehenden Druckgefälle einstellen lässt. Eine Bypassströmung, die aus den Vorkammern der Dichtungen abzweigt, ersetzt die „fehlende“ Leckage und erhöht dadurch den nötigen Zuströmimpuls. Bild 4-3 verdeutlicht die Strömung in dem zweiflutig ausgeführten Zuströmgehäuse. Mit dem Bypass wird die in der realen Turbomaschine von der Hauptströmung abzweigende Spaltströmung ideal simuliert.

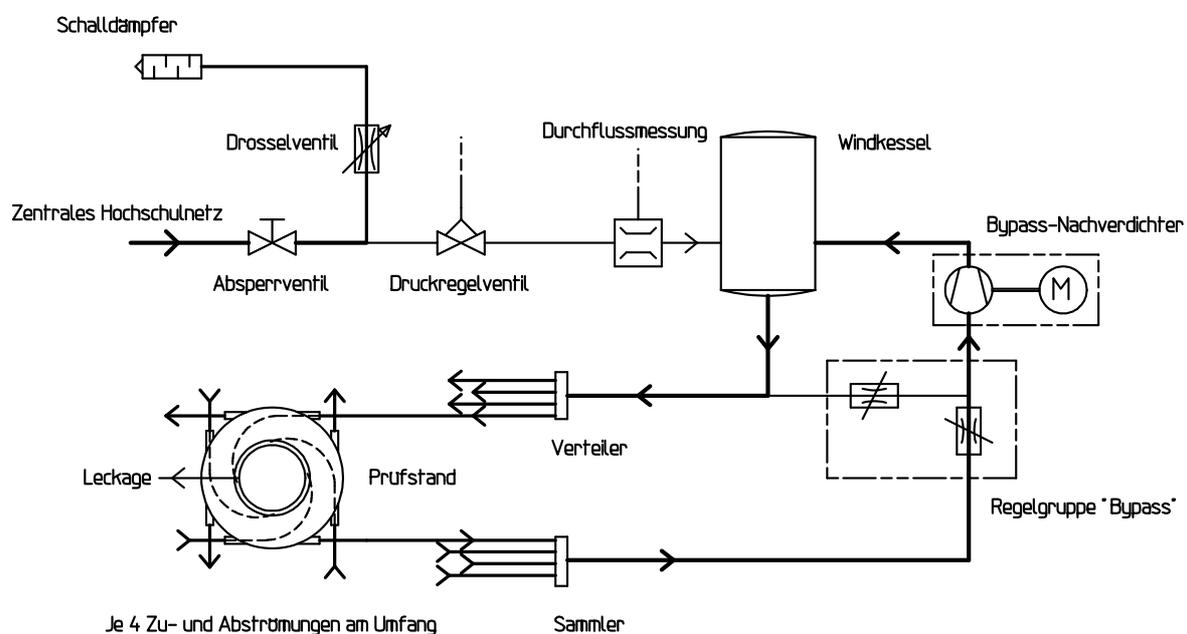
Die Zuführung der Luft in den Drallerzeuger erfolgt über vier am Umfang verteilte Einlassrohre. Diese münden in eine Ringkammer, welche den eigentlichen Zuströmbereich umschließt. Im Anschluss an diese Kammer sind in einem inneren Ring 2 x 20 Rechteckskanäle in das Prüfgehäuse eingearbeitet, über die die Luft tangential in die Vorkammern vor den Dichtungen strömt. Der Luftstrom teilt sich dort auf. Ein Teil der zugeführten Luft durchströmt die beiden Dichtungssätze (Leckagemassenstrom). Der andere, je nach Betriebspunkt weitaus größere Teil, strömt nach innen zu einem Ringraum zurück, von wo aus die Luft über vier weitere am Umfang verteilte Rohranschlüsse wieder abgesaugt wird (Bypassmassenstrom). Die Vordrallgeschwindigkeit kann mit dieser Methode von ca. 30 m/s bei geschlossenem Bypassventil bis etwa 200 m/s bei voll geöffnetem Bypass stufenlos und unabhängig von der Leckage eingestellt werden. In die Vorkammern lassen sich zusätzlich spezielle Drallringe einsetzen, durch die das Arbeitsfluid weiter in Umfangsrichtung beschleunigt wird. Sie sind im Querschnitt so ausgelegt, dass die mit Umgebungstemperatur zuströmende Luft hier annähernd Schallgeschwindigkeit erreicht. Für die Messungen lässt sich die Vordrallgeschwindigkeit damit auf ca. 300 m/s steigern. Die Umfangsgeschwindigkeit in der Vorkammer kann, als Machzahl ausgedrückt, insgesamt im Bereich von  $Ma = 0,1$  bis zu  $Ma = 0,9$  variiert werden.

Der erzeugte Drall kann, je nach Drehrichtung des Rotors, sowohl gleichläufig, als auch gegenläufig sein. Allerdings ist bei Messungen an Bürstendichtungen darauf zu achten, dass Drehrichtung und Einbaurichtung der Bürsten übereinstimmen. Des Weiteren reagieren die feinen Drähte der Bürstendichtung sehr empfindlich auf eine falsche Anströmung. Eine Gegendrallmessung wurde bei Bürstendichtungen daher nicht vorgenommen.



**Bild 4-3** Durchströmung des Gehäuses

Der Prüfstand wird mit Druckluft aus dem zentralen Druckluftnetz der TU München versorgt. Bild 4-4 zeigt schematisch die Integration des Prüfstandes in den Luftkreislauf. Luft aus dem zentralen Druckluftnetz strömt über eine Ventilgruppe zum Durchflussmesser und dann weiter in einen Windkessel. Von dort aus wird sie über einen Verteiler dem Prüfstand zugeführt und erzeugt wie zuvor beschrieben den benötigten Vordrall. Mittels des Bypass-Nachverdichters wird eine Druckdifferenz zwischen Sammler und Windkessel aufgebaut, die Reibungsverluste und den kinetischen Druckverlust über den Prüfstand ausgleicht. Ein Teil der zugeführten Luft wird so wieder aus der Anlage abgesaugt und gelangt über Sammler und Verdichter zurück zum Windkessel. Über die Regelgruppe „Bypass“ lässt sich der Bypassmassenstrom einstellen und damit der Zuströmdrall in den oben beschriebenen Grenzen variieren.

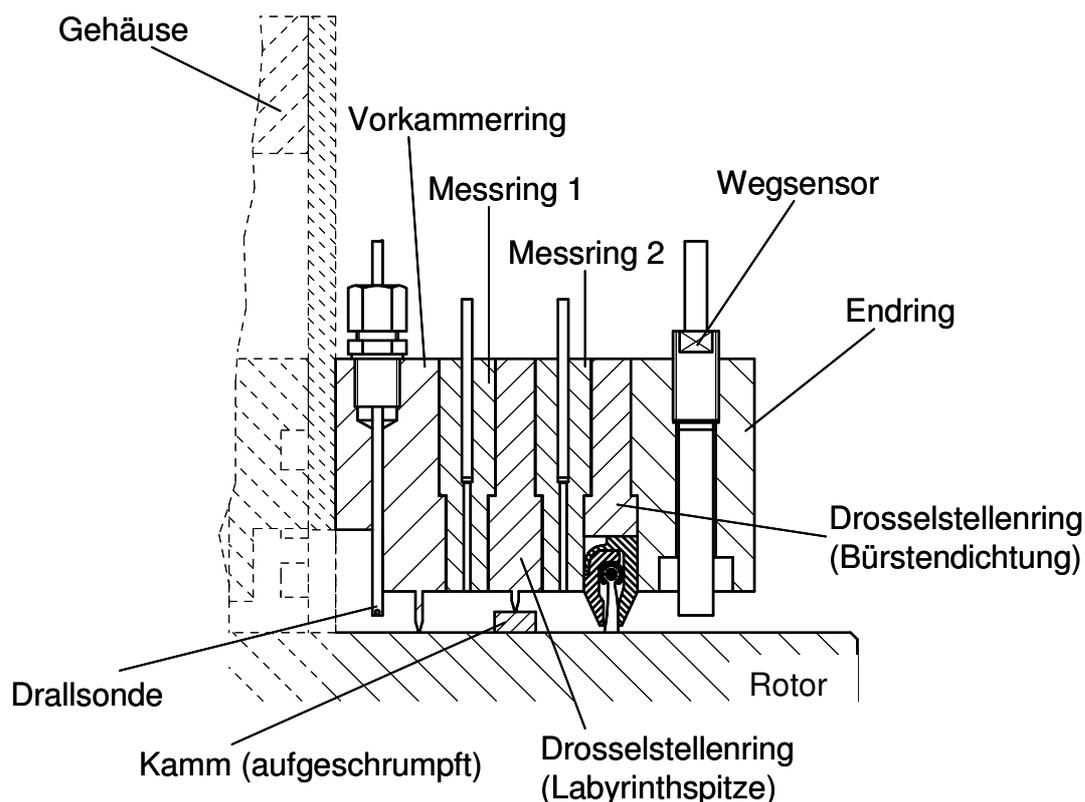


**Bild 4-4** Schema des Luftkreislaufes

Diese Schaltungsart mit der Rückführung des Bypassmassenstroms zum Windkessel ist vorteilhaft für die Bestimmung der Leckage. Im stationären Betrieb entspricht die am Windkessel nachgeführte Luftmasse genau dem Leckagemassenstrom (keine Ein- oder Ausspeichervorgänge im Windkessel); ein instationärer Betrieb ist nicht sinnvoll. Würde man den Bypassstrom nach dem Prüfstand alternativ einfach in die Umgebung abblasen, müssten entweder beide, die zugeführte und die Bypass-Luft, quantifiziert werden, oder aber der Versuchstand über ein sekundäres Dichtungssystem abgedichtet werden und der Leckstrom am Dichtungsaustritt gemessen werden. Beides wäre mit einer Einbuße in der Messgenauigkeit verbunden.

### 4.1.3 Modularer Dichtungsaufbau

Die Untersuchung verschiedener Varianten von Labyrinth- und Bürstendichtungen erforderte es, Dichtungssätze bereitzustellen, die eine möglichst einfache und flexible Montage und Demontage erlauben. Konstruktiv musste der Aufbau eine hohe Genauigkeit bei der Fertigung sowie im späteren Betrieb (exakte Einstellung der Exzentrizität) begünstigen. Für eine gute Vergleichbarkeit der Ergebnisse unterschiedlicher Versuchsichtungen schien es zudem hilfreich, die Dichtung als Ring einzubauen und axial zu unterteilen. Es wurden fixe Bereiche vorgesehen, in denen die Messstellen untergebracht sind, und auswechselbare Bereiche, über die Anzahl und Art der Drosselstellen (Labyrinthspitzen oder Bürstendichtungen), sowie der Dichtungstyp (Durchblick- oder Kamm-Nut- Dichtung) vorgegeben werden kann. Diese Forderungen führt zu dem modularen Dichtungsaufbau, wie in Bild 4-5 dargestellt.



**Bild 4-5** Modularer Dichtungsaufbau

Ein Dichtungssatz setzt sich aus je 6 kurzen geschlossenen Ringelementen zusammen. Der so genannte Vorkammerring ist am Zustromgehäuse befestigt und mittels Passstiften zentriert. Er bildet einen Teil des Ringraumes, in dem sich die Drallanströmung zur Dichtung hin ausbilden kann und beinhaltet eine Messstelle für die Vor-

drallmessung. Im Anschluss an die Vorkammer folgen abwechselnd Messringe mit eingearbeiteten Druckmessbohrungen und Drosselstellenringe, die entweder mit einer konventionellen Labyrinthspitze versehen sind oder ein Bürstendichtungselement tragen. Nach außen hin begrenzt den Dichtungssatz ein Endring, der wiederum mit Messwertaufnehmern, wie beispielsweise den Abstandssonden zur Messung der Exzentrizität, versehen ist. Die radiale Positionierung der Ringe erfolgt über Zentrierbünde, die mit einer Genauigkeit in der Lagetoleranz von  $< 5 \mu\text{m}$  gefertigt sind. Der maximal mögliche radiale Versatz vom ersten bis zum letzten Ring liegt somit stets innerhalb von  $20 \mu\text{m}$ .

Der modulare Aufbau erlaubt es, die verschiedenen Dichtungskonstellationen zusammenzustellen, indem einzelne Ringe ausgewechselt werden. Ausgetauscht werden dabei nur Elemente, die eine Drosselstelle beinhalten, die beiden Messringe werden stets an der selben Position montiert. Die Ergebnisse aus verschiedenen Messreihen sind so besser vergleichbar, da ein möglicher systematischer Fehler immer gleich wirkt. Zum Erstellen der Kamm-Nut-Konfigurationen wird ein, im Querschnitt rechteckiger, Aluminiumring (AlMgSi1) auf den glatten Rotor aufgeschraubt.

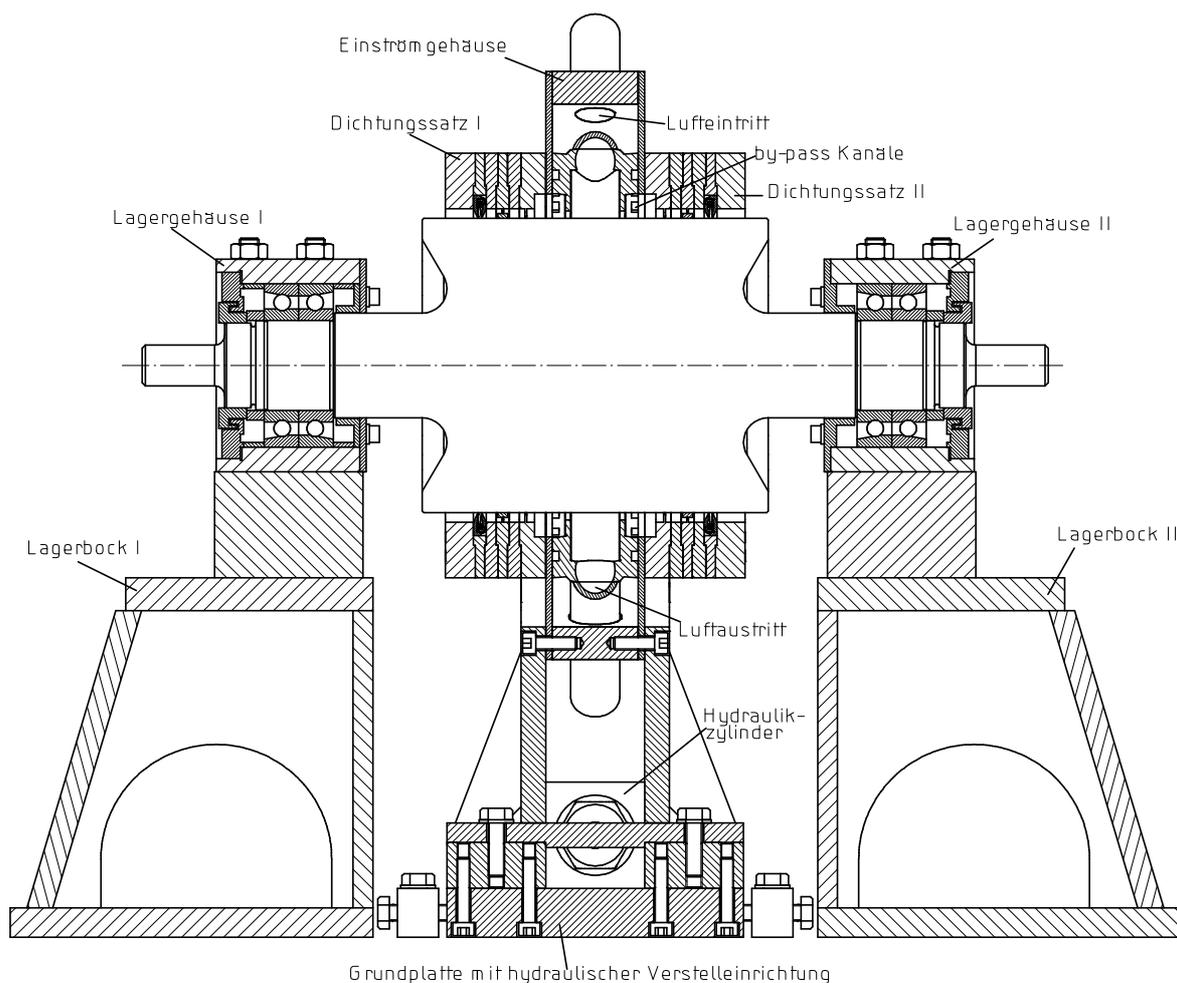
## **4.2 Prüfstand für statische Messungen**

### 4.2.1 Versuchsanlage

Als Ausgangspunkt für die Konzeption der Anlage diente ein bereits vorhandener Prüfstand von Steckel [22], dessen Peripherie genutzt werden konnte. Die oben beschriebene Grundeinheit aus Verstelleinrichtung, Einströmgehäuse und zwei geometrisch identischen Dichtungssätzen befindet sich mittig zwischen den Lagerungen des steif ausgeführten Läufers (Bild 4-6).

Der Rotor ist in einem Stück aus üblichem Turbinenstahl (28CrMoNiV4 9) gefertigt und dreht sich spielfrei in zwei präzisen Spindellagern (je zwei gegeneinander angeordnete Schrägkugellager). Die Anordnung kann als starr betrachtet werden, da die erste biegekritische Drehzahl erst bei etwa dem Dreifachen der maximalen Betriebsdrehzahl ( $12\,000 \text{ U/min}$ ) erreicht wird. Aufgrund der hohen Auswuchtgüte des Rotors (Q 0,4, dynamisches Wuchten in Anlehnung an DIN ISO 1940-1), kann die zusätzliche Exzentrizität aufgrund einer Unwuchtschwingung als klein gegenüber den eingestellten Exzentrizitäten angesehen werden und muss deshalb nicht beachtet werden. Die unbeschichtete Rotoroberfläche ist zugleich Spaltbegrenzer für die untersuchten

Labyrinth. Die Spaltweitenänderung aufgrund der Fliehkraftdehnung des Rotors kann bis zu einer Drehzahl von ca. 6000 U/min ebenfalls vernachlässigt werden ( $\Delta s_{6000 \text{ U/min}} < 2 \mu\text{m}$ ). Bei der maximalen Betriebsdrehzahl von 12000 U/min verkleinert sich die Spaltweite allerdings schon um  $7,5 \mu\text{m}$ , so dass insbesondere beim Einsatz von Bürstendichtungen die Spaltänderung in diesem Betriebspunkt beachtet werden muss.



**Bild 4-6** statischer Prüfstand im Schnitt

Das Gehäuse und die Dichtungssätze sind massiv und genau ausgeführt. Eine Verfälschung der Messungen durch Nebeneffekte, wie die Aufweitung der Dichtungen unter Druck ( $\Delta s_{10 \text{ bar}} < 1,5 \mu\text{m}$ ), ist minimal und kann vernachlässigt werden.

Zum Antrieb der Welle wird ein fremderregter Gleichstrommotor mit Planetengetriebe verwendet (im Bild nicht dargestellt), über den eine stufenlose Drehzahleinstellung in beide Drehrichtungen möglich ist. Das Drehmoment wird vom Motor mit einer drehelastischen Kupplung aus Stahl und einem formschlüssigen Zahnkranz aus Polyurethan, der zusätzlich schwingungsdämpfend wirkt, auf den Rotor übertragen.

#### 4.2.2 Vorgehensweise

Am „statischen Prüfstand“ werden im Experiment die Auswirkungen einer statischen Rotorverlagerung auf

- a) die Leckage,
- b) die lokale Spaltströmung und die dadurch hervorgerufenen Druckunterschiede in den Kammern der Dichtungen über den Umfang und
- c) das Bremsmoment von Bürstendichtungen beim Anstreifen der Drähte

untersucht. Besonderes Augenmerk liegt dabei vor allem auf Punkt b), d.h. der genauen Erfassung des Druckverlaufs. Wie in Kapitel 3.2 beschrieben, erleidet das Arbeitsfluid – ausgelöst durch die exzentrische Rotorlage – längs des Umfangs einen unterschiedlich starken Druckverlust beim Durchströmen des sinusförmigen Spaltverlaufs. In der der Drosselstelle folgenden Expansionskammer stellt sich daraufhin eine charakteristische Druckverteilung ein. Aus der Integration der Drücke über die zugeordneten differentiellen Flächenanteile ergeben sich die auf den Rotor wirkenden Kräfte (Gleichungen 3-22 und 3-23).

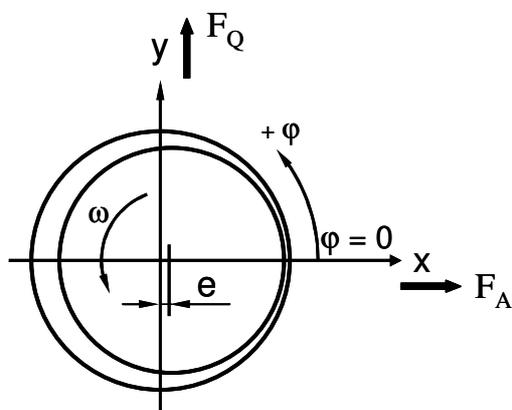
Im Experiment wird die Bestimmung der Druckverteilung diskretisiert. Die Drücke werden in den Labyrinthkammern an der Innenwandung des Gehäuses gemessen, wobei jeweils 10 Druckmessstellen gleichmäßig am Umfang verteilt und axial jeweils in der Kammermitte platziert sind. Einhergehend mit dieser diskretisierten Bestimmung des Druckfeldes werden folgende Annahmen und Vereinfachungen getroffen:

- a) Der Druck entlang einer Kammer ändert sich in axialer Richtung nicht oder nur in geringem Maße, so dass der in der Kammermitte bestimmte Wert als repräsentativ für die ganze Kammerlänge angesehen werden kann.
- b) Der am Stator gemessene Druckwert entspricht dem Druck, der auch auf den Rotor wirkt. Die Kraftwirkung auf den Rotor kann anhand der Druckverteilung am Gehäuse bestimmt werden.

Benckert [39], der mit diesem Verfahren ebenfalls strömungsbedingte Labyrinthkräfte bestimmt hat, stellt fest, dass diese Annahmen zulässig sind und belegt dies anhand von Messungen an einem ebenen Labyrinthmodell. Darauf aufbauend wurden mit dieser Vorgehensweise bereits mehrfach Labyrinthgeometrien untersucht ([18], [22]).

Für eine Messung wird der Prüfstand zunächst bei den gewählten Randbedingungen (Vordruck, Vordrall, Drehzahl) durchströmt. Das Gehäuse wird daraufhin gegenüber dem Rotor in eine exzentrische Position gebracht, wodurch sich die lokale Spaltweite am Umfang ändert. Als Folge daraus ergeben sich, wie oben beschrieben, unterschiedliche Spaltverluste und in den Kammern der Labyrinth bilden sich Druckverteilungen längs des Umfangs aus, die Ursache für die Labyrinthkräfte sind.

Die Kammerkräfte werden durch Summenbildung der Einzelkräfte bestimmt, die sich aus dem Produkt von Druckmesswert  $p_j$  und zugehörigem Flächenanteil  $2\pi \cdot r \cdot t / N$  errechnen. Die Auslenkungskraft  $F_A$  wirkt in Richtung der eingestellten Exzentrizität  $e$ ; die Querkraft  $F_Q$  eilt der Auslenkungskraft in mathematisch positivem Sinn um  $90^\circ$  voraus (siehe Bild 4-7).



**Bild 4-7** Vorzeichenkonvention

Aufgeteilt in Auslenkungsrichtung A und senkrecht dazu in Querrichtung Q ergibt sich für eine Kammer i:

$$F_{A,i} = - \sum_{j=0}^{N-1} \frac{2\pi \cdot r \cdot t}{N} \cdot p_j \cdot \cos \frac{2\pi}{N} j = - \frac{2\pi \cdot r \cdot t}{10} \cdot \sum_{j=0}^9 p_j \cdot \cos(\varphi_j) \quad (4-1)$$

$$F_{Q,i} = - \sum_{j=0}^{N-1} \frac{2\pi \cdot r \cdot t}{N} \cdot p_j \cdot \sin \frac{2\pi}{N} j = - \frac{2\pi \cdot r \cdot t}{10} \cdot \sum_{j=0}^9 p_j \cdot \sin(\varphi_j) \quad (4-2)$$

Mit dem Rotorradius  $r$  und der Kammerteilung  $t$  erhält man damit die Kräfte über die  $N=10$  äquidistanten Stützstellen pro Kammer.

Der systematische Fehler, der sich aus der Diskretisierung des Druckverlaufs und den getroffenen Annahmen und Vereinfachungen ergibt, wird beim Vergleich der statischen mit den dynamischen Messungen und der numerischen Simulation erörtert.

Die Versuche zeigen, dass die Kräfte im untersuchten Bereich (bis ca. 70% der maximalen Auslenkung) näherungsweise linear von der Exzentrizität abhängen. Bezieht man die Summe der Labyrinthkräfte auf die gemessene Exzentrizität, so erhält man im Weiteren die Steifigkeitswerte  $K_A$  und  $K_Q$  für die gesamte Dichtung:

$$K_A = \frac{\sum_{i=1}^2 F_{A,i}}{e} \quad (4-3)$$

$$K_Q = \frac{\sum_{i=1}^2 F_{Q,i}}{e} \quad (4-4)$$

Hinzuweisen ist, dass die so ermittelten Werte nur den aerodynamischen, also strömungsbedingten Anteil der Kräfte darstellen. Zusätzliche Steifigkeiten durch die Berührung Bürste – Rotor sind nicht enthalten.

Für den Druckverlauf in den rotationssymmetrischen Kammern der Dichtungen ergibt sich zwangsläufig eine Periodizität von  $2\pi$  ( $p(0) = p(2\pi)$ ). Es bietet sich daher an, die Funktion des Druckverlaufes über eine trigonometrische Interpolation mit Hilfe der diskreten Fourier Transformation zu bestimmen. Die Fourierkoeffizienten  $a_k$  und  $b_k$  ergeben sich dann zu (z.B. [83]):

$$a_k = \frac{2}{N} \sum_{j=0}^{N-1} p_j \cdot \cos \frac{2\pi \cdot k \cdot j}{N}, \quad b_k = \frac{2}{N} \sum_{j=0}^{N-1} p_j \cdot \sin \frac{2\pi \cdot k \cdot j}{N} \quad (4-5)$$

Der Vergleich der Beziehungen (4-1 und 4-2) mit Gleichung (4-5) zeigt, dass die Labyrinthkräfte  $F_A$  und  $F_Q$  mit den Fourierkoeffizienten  $a_1$  und  $b_1$  korrelieren und  $F_{A,i}$  bzw.  $F_{Q,i}$  auch formuliert werden können als:

$$F_{A,i} = -a_1 \cdot \pi \cdot r \cdot t, \quad F_{Q,i} = -b_1 \cdot \pi \cdot r \cdot t \quad (4-6)$$

Für die Auswertung sind nur die Glieder bis zur 1. Ordnung relevant, Glieder höherer Ordnung können vernachlässigt werden. Das Ergebnis der trigonometrischen Interpolation liefert für den Druck  $p(\varphi)$  somit die Funktion der Grundschwingung:

$$p(\varphi) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cdot \cos \varphi + b_1 \cdot \sin \varphi \quad (4-7)$$

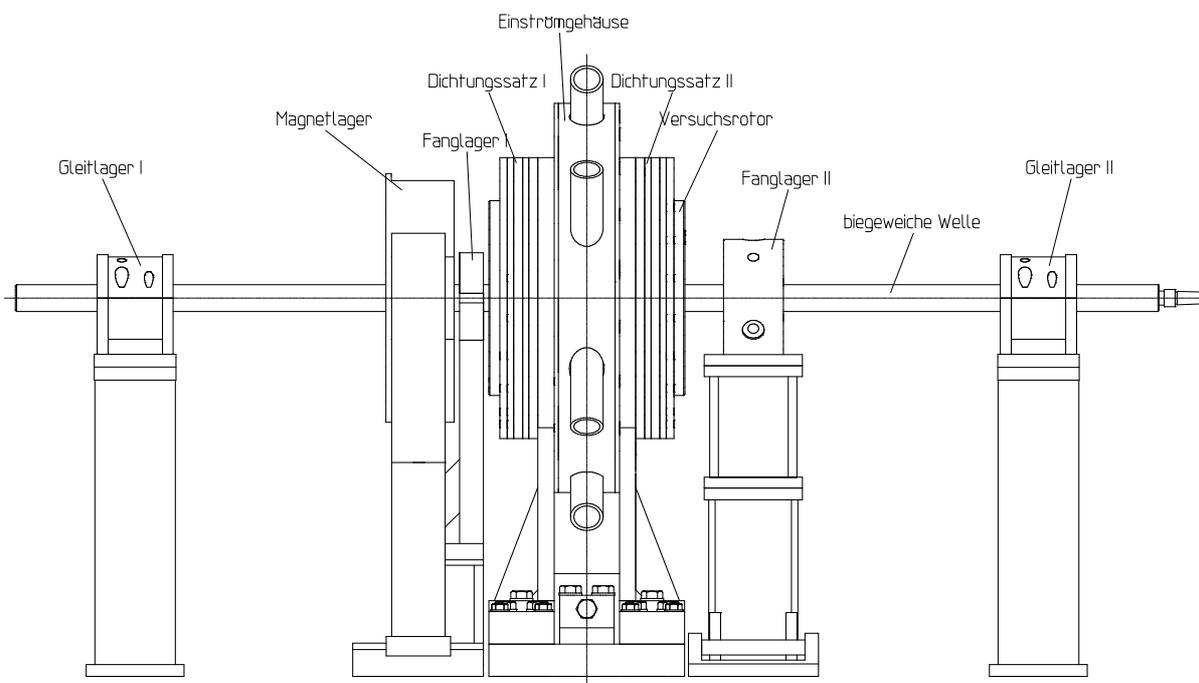
Aus den Experimenten an diesem Prüfstand gewinnt man damit konkrete Aussagen über den Druckverlauf in den Kammern von Labyrinth.

### 4.3 Prüfstand für dynamische Messungen

#### 4.3.1 Versuchsanlage

Der Prüfstand für die dynamischen Messungen basiert auf einer Versuchsanlage von Kwanka [80], an der er das Stabilitätsverhalten eines Rotors mit dreifacher Lagerung untersuchte. Im Weiteren entwickelte er daraus ein neues Identifikationsverfahren zur Bestimmung der dynamischen Koeffizienten von Labyrinthdichtungen [41]. Diese Anlage wurde für die aktuellen Untersuchungen angepasst und für die dynamische Messungen eingesetzt.

Der Läufer besteht aus zwei Teilen: einer dünnen biegeweichen Welle ( $\varnothing$  25 mm) aus Stahl, die in zwei hydrodynamischen Gleitlagern abgestützt ist und dem eigentlichen Rotor ( $\varnothing$  180 mm) aus Aluminium, der über Präzisionsspannelemente auf der Welle mittig befestigt ist. Wie beim Prüfstand für statische Messungen, ist auch hier die unbeschichtete Rotoroberfläche gleichzeitig Spaltbegrenzer. Der Lagerabstand kann in 30 mm Schritten von 800 mm bis 860 mm variiert werden, so dass die Eigenfrequenz des Läufers sich von 27 bis 31 Hz verändern lässt. Der Aufbau des Versuchsstandes ist in Bild 4-8 dargestellt.



**Bild 4-8** Versuchsstand für dynamische Messungen

Das Einströmgehäuse mit den Dichtungssätzen ist mittig zwischen den Lagern angeordnet. Dadurch können die von den Strömungsvorgängen in den Dichtungen hervorgerufenen Kräfte symmetrisch und möglichst nahe am Ort der größten Schwingungsamplitude angreifen. Die Strömungskräfte in den Dichtungssätzen wirken sich in dieser Anordnung nur auf die Eigenfrequenz und den Amplitudengang aus. Sie haben jedoch nahezu keinen Einfluss auf die Eigenschwingform. Beidseitig des Versuchsrotors sind zwei Fanglager angeordnet, die verhindern sollen, dass der Rotor beim Erreichen der Stabilitätsgrenze ausbricht und die Dichtungen beschädigt.

Neben dem Prüfgehäuse ist in möglichst geringem axialem Abstand ein Magnetlager angebracht. Es dient im vorliegenden Anwendungsfall jedoch nicht zu einer weiteren Lagerung des Läufers, sondern wird zur Simulation von strömungsbedingten Kräften eingesetzt. Diese Anwendung eines Magnetlagers zu Test- und Identifikationszwecken in der Rotordynamik wurde von Ulbrich [84] vorgeschlagen. Theoretisch lassen sich beliebige Kraftverläufe dynamisch auf den Läufer aufbringen. Zur Identifikation der Steifigkeitsbeiwerte und Dämpfung von Dichtungen ist jedoch die Umsetzung eines linearen Übertragungsverhaltens von Vorteil [3].

Das Magnetlager basiert auf einer Entwicklung von Ulbrich [85], [86] am Lehrstuhl B für Mechanik der TU München. Es besteht aus vier Hufeisenmagneten, die paarweise in horizontaler und in vertikaler Richtung angeordnet sind. Die Magnete sind zusammen mit vier berührungslosen Wegaufnehmern in einem Aluminiumgehäuse untergebracht, das sich horizontal und vertikal zur Rotorsachse justieren und so zentrisch ausrichten lässt. Die Kraftwirkung der Magnete wird über eine ebenfalls zentrisch auf dem Rotor befestigte, weichmagnetische Buchse auf den Läufer übertragen. Die Wegaufnehmer sind, wie die Hufeisenmagnete, paarweise, in der Ebene aber um einen Winkel von  $45^\circ$  gedreht, angeordnet. Ihre Verschaltung im Differentialprinzip minimiert Oberflächenfehler und Werkstoffinhomogenitäten in der weichmagnetischen Buchse. In Bild 4-9 ist das Magnetlager und die Umsetzung der Wegsignale in Steuerströme schematisch dargestellt.

Um aus den Spannungssignalen der Wegaufnehmer ein zur aktuellen Rotorauslenkung proportionales Abstandsignal zu erhalten, werden in einer analogen Schaltung zunächst die Spannungen der gegenüberliegenden Sensoren subtrahiert. Nach einer Korrekturverstärkung zur Angleichung der leicht unterschiedlichen Empfindlichkeiten der Aufnehmer wird das zweidimensionale Wegsignal anschließend um  $135^\circ$  in die Ebene der Magnete gedreht.

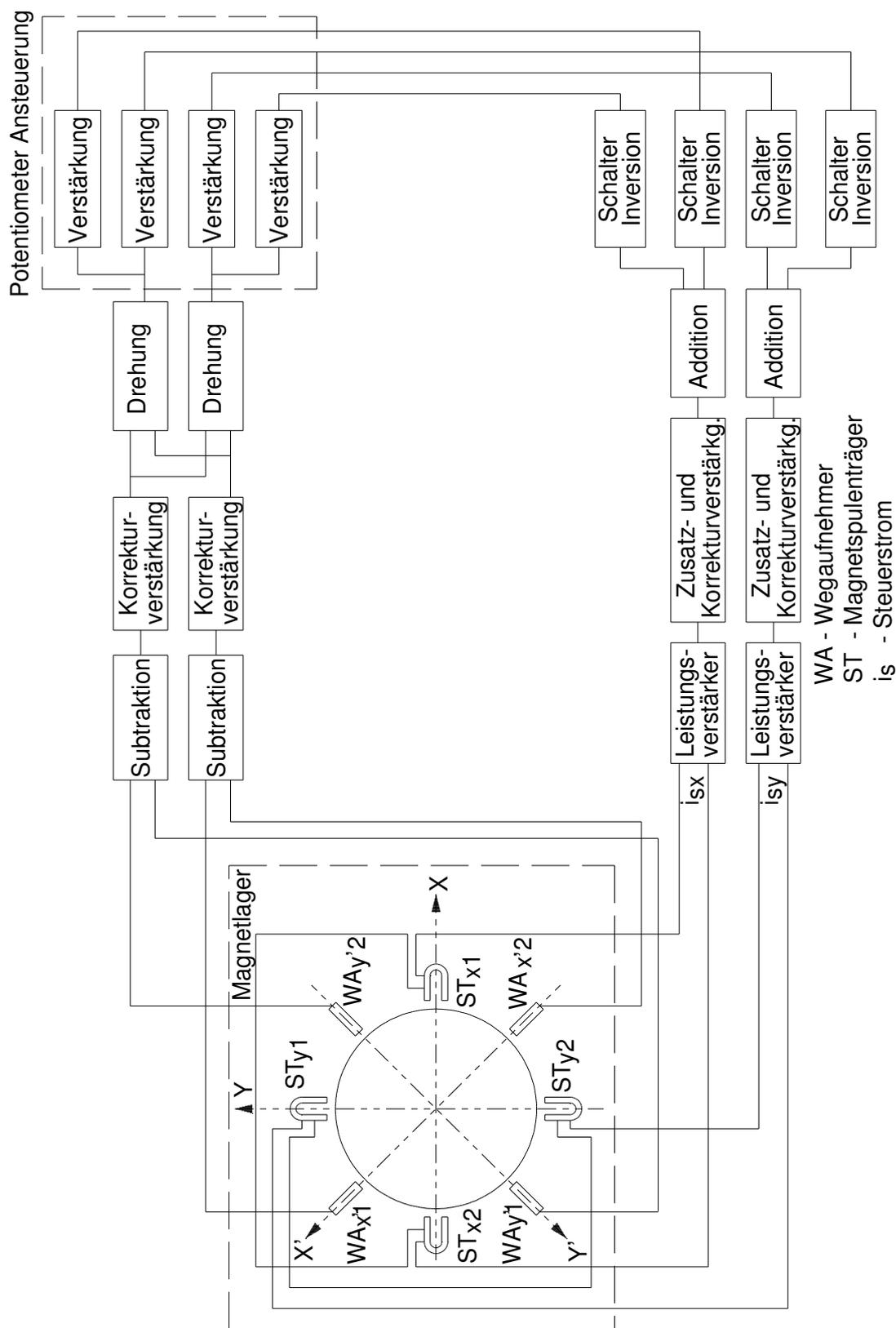


Bild 4-9 Signalverarbeitung für das Magnetlager (nach [80])

Die nun folgenden Verstärkungen und Invertierungsmöglichkeiten – ausgeführt durch Potentiometer und Inversionsschalter – erlauben den eigentlichen Stelleingriff am Magnetlager. Zwei Potentiometer – je eines pro Zweig – dienen zur Verstärkung des Signals in Auslenkungsrichtung, die beiden anderen steuern die dazu senkrechte Richtung (Querrichtung). Die nachfolgenden Schalter legen fest, ob ein Signal unverändert weitergeleitet oder invertiert wird. Für die Verarbeitung in Auslenkungsrichtung bedeutet dies, dass ein nicht invertiertes Signal zu einer elektromagnetischen Versteifung der Welle führt, ein invertiertes Signal die Welle dagegen weicher macht. Bei den Signalen, die der Queransteuerung zugeordnet sind, wird das Vorzeichen immer nur in einem Zweig umgekehrt und im jeweils anderen unverändert belassen. Damit erreicht man eine Kraftwirkung, die sich entweder gleichläufig oder gegenläufig zur Schwingbewegung einstellt.

Anschließend werden die Signale für jede Richtung aufaddiert und über weitere Zusatz- und Korrekturverstärkungen an die Kraft-Stromfaktoren der Magnetspulen angepasst. Am Ende der Kette stehen zwei Leistungsverstärker, um die Spannungssignale in Stromsignale umzusetzen. Der Übergang von der Spannungssteuerung in eine Stromsteuerung ist nötig, da durch die magnetische Kopplung sonst eine frequenzabhängige Verzögerung zwischen Auslenkung und Kraftimpuls entstehen würde [3]. Das Übertragungsverhalten der Signalverarbeitung lässt sich mit folgender Gleichung beschreiben:

$$\begin{pmatrix} i_{S,x} \\ i_{S,y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{LV,x} \cdot V_{ZK,x} \\ V_{LV,y} \cdot V_{ZK,y} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{2,x} & V_{1,y} \\ V_{1,x} & V_{2,y} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos 135^\circ & -\sin 135^\circ \\ \sin 135^\circ & \cos 135^\circ \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{K,x'} \cdot V_{WA,x'} \\ V_{K,y'} \cdot V_{WA,y'} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (4-8)$$

Die variablen Verstärkungen  $V_{1,x}$ ,  $V_{1,y}$  in Querrichtung und  $V_{2,x}$ ,  $V_{2,y}$  in Auslenkungsrichtung sind jeweils gekoppelt, so dass  $V_1 = V_{1,x} = -V_{1,y}$  sowie  $V_2 = V_{2,x} = V_{2,y}$  entspricht. Durch eine Anpassung der wegaufnehmerseitigen Korrekturverstärkungen  $V_{K,x'}$  und  $V_{K,y'}$  an die Wegaufnehmerempfindlichkeiten  $V_{WA,x'}$  und  $V_{WA,y'}$ , lassen sich alle festen Verstärkungsfaktoren zusammenfassen, wenn  $V_{WA,x'} \cdot V_{K,x'} = V_{WA,y'} \cdot V_{K,y'}$ , genügt. Der Verstärkungsvektor  $V_{x/y}$  ergibt sich mit der Zusatzkorrekturverstärkung  $V_{ZK}$  und dem Umsetzungsfaktor der Leistungsverstärker  $V_{LV}$  dann zu:

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{LV,x} \\ V_{LV,y} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{ZK,x} \\ V_{ZK,y} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{K,x'} \\ V_{K,y'} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{WA,x'} \\ V_{WA,y'} \end{pmatrix} \quad (4-9)$$

$V_{ZK}$  dient dabei zur Angleichung der Gesamtverstärkung an unterschiedliche Kraft-Stromfaktoren. Dies ist nötig, um eine gleichmäßige Kraftwirkung auf den umlaufenden Rotor im Polarkoordinatensystem zu gewährleisten.

Im Schema der Signalverarbeitung nicht dargestellt ist die Vormagnetisierung mit konstantem Vormagnetisierungsstrom ( $i_v = 1A$ ). Die vier Magneten tragen jeweils zwei Spulen, eine Vormagnetisierungs- und eine Steuerspule. Um die i. a. quadratische Abhängigkeit der Magnetkräfte vom Stromfluss zu umgehen, sind die Spulen gegenüberliegender Magnete jeweils im Differentialprinzip miteinander verschaltet (Bild 4-9). Die zweite Nichtlinearität aus der Magnetkennlinie wird durch eine Linearisierung um den stationären Arbeitspunkt der Vormagnetisierung eliminiert [85]. Die Spulen zur Vormagnetisierung sind gleichsinnig gewickelt, die Steuerspulen hingegen gegensinnig. Das Anliegen eines Steuerstromes verstärkt dadurch das Magnetfeld auf einer Seite des Magnetlagers und schwächt es auf der gegenüberliegenden. Mit dem Kraft-Wegfaktor  $k_s$  und dem Kraft-Stromfaktor  $k_i$  ergibt sich folgende Beziehung für die magnetische Kraftwirkung:

$$\begin{pmatrix} F_x^{ML} \\ F_y^{ML} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{s,x} + k_{i,x} V_x V_2 & -k_{i,x} V_x V_1 \\ k_{i,y} V_y V_1 & k_{s,y} + k_{i,y} V_y V_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (4-10)$$

Nachfolgende Tabelle 4-1 zeigt die einzelnen Verstärkungs-, Korrektur- und Umsetzungsfaktoren, die in der Signalverarbeitung berücksichtigt werden:

**Tabelle 4-1** Verstärkungs- und Umsetzungsfaktoren der Signalverarbeitung [80]

	Faktor	Wert	Dimension
Empfindlichkeit (WA)	$V_{WA\ x'/y'}$	13,17 / 13,97	V/mm
Korrektur (WA)	$V_{K\ x'/y'}$	1,40 / 1,32	V/V
Verst. Nebendiagonale	$V_{1\ x/y}$	0 bis 4	V/V
Verst. Hauptdiagonale	$V_{2\ x/y}$	0 bis 4	V/V
Korrektur (ML)	$V_{K\ x/y}$	3,78 / 4,00	V/V
Umsetzung (LV)	$V_{LV\ x/y}$	0,125 / 0,125	A/V
Kraft- Stromfaktor (ML)	$k_{i\ x/y}$	42,9 / 40,5	N/A
Kraft- Wegfaktor (ML)	$k_{s\ x/y}$	39,4 / 37,4	N/mm

Durch Vorgabe der variablen Verstärkungen  $V_1$  (Querrichtung) und  $V_2$  (Auslenkungsrichtung) können über das Magnetlager gezielt auslenkungsproportionale Kräfte in beliebiger Richtung senkrecht zur Rotorachse aufgebracht werden. Im Gegensatz zu den Labyrinthkräften beeinflussen die Magnetkräfte jedoch die Eigenschwingform durch den außermittigen Angriffspunkt in nennenswertem Maße. Bei der Bestimmung der dynamischen Koeffizienten ist dieser Einfluss deshalb zu berücksichtigen.

Da der Rotor in hydrodynamischen Gleitlagern gelagert ist, muss die Betriebsweise konstant gehalten werden (Drehzahl, Öldruck, Öltemperatur), um eine Beeinflussung der Messungen durch die Lagerung zu vermeiden. Desweiteren ist der Rotor so ausgelegt, dass er ohnehin nahe der Stabilitätsgrenze läuft. Ein Einfluss der Lagerung auf die Messergebnisse ist daher nicht zu erwarten.

Der Läufer der Versuchsanlage wird von einem drehzahlgeregelten Gleichstrommotor angetrieben. Um das Drehmoment möglichst ohne zusätzliche Querkräfte oder Biegemomente zu übertragen, wurde als Kupplungselement eine ca. 300 mm lange, dünne Welle ( $\varnothing$  4 mm) gewählt [3]. Wegen der zweiflutigen Bauweise tritt praktisch kein axialer Schub auf, weswegen auf ein separates Axiallager verzichtet werden konnte. Geringe verbleibende axiale Lasten werden über den Kupplungsstab in die Lagerung des Antriebs eingeleitet. Eine im Betrieb nicht berührende axiale Fangeinrichtung auf der dem Antrieb gegenüber liegenden Seite des Läufers verhindert eine unzulässige Rotorverlagerung bei Überlastung bzw. Versagen der Kupplung.

#### 4.3.2 Vorgehensweise

Am „dynamischen Prüfstand“ wird der Einfluss von Labyrinth- und Bürstendichtungen auf die Spalterregung und die Steifigkeit des Läufers bei dynamischer, also zeitlich veränderlicher Rotorauslenkung untersucht. Durch die gezielte Einleitung von Kräften in den Wellenstrang über das Magnetlager kann der Kraft- bzw. Steifigkeitsvektor, der aus der Durchströmung der Dichtung resultiert, direkt bestimmt werden. Die identifizierten Werte umfassen dabei die Kraftwirkung auf der gesamten Länge des Rotors. Der Zuströmbereich, die beiderseitigen Dichtungssätze und die Abströmbereiche werden gemeinsam erfasst. Ebenfalls mitgemessen werden Kraftwirkungen aufgrund einer etwaigen Berührung von Dichtung und Rotor (Bürstendichtungen).

Die Methodik der dynamischen Messungen basiert im Wesentlichen darauf, mit einer bekannten zusätzlichen Kraft den Läufer an seine Stabilitätsgrenze zu bringen. Anhand mehrerer Messungen bei unterschiedlichen Betriebszuständen lässt sich daraus der Einfluss der untersuchten Dichtungen extrahieren und durch Steifigkeits- und Dämpfungsbeiwerte charakterisieren.

Im Experiment wird der Rotor zunächst in Drehung versetzt, woraufhin er aufgrund seiner Unwucht beginnt eine zirkulatorische Schwingbewegung um seine Mittellage auszuführen. Ohne Durchströmung der Dichtung wirkt nun auf den Rotor eine Kraft

$F_r$  in radialer Richtung aus der Rotorunwucht und eine Kraft  $F_t$  tangential zur Schwingbewegung aufgrund der Spalterregung in den hydrodynamischen Gleitlagern. Über das Magnetlager wird nun durch die Vorgabe der Querverstärkung  $V_1$  eine zusätzliche Tangentialkraft generiert.  $V_1$  und in Abhängigkeit dazu auch die nichtkonservative Kraft  $F_t$  werden solange erhöht, bis das System die Stabilitätsgrenze erreicht.

Beim Überschreiten des Gleichgewichtszustandes zwischen Anregung und Dämpfung in den Lagern (s. a. Kapitel 3.2) tritt in einem klar abgrenzbaren Bereich von  $V_1$  Instabilität auf, die durch ein plötzliches, schnelles Anwachsen der Schwingungsamplitude und einer Verschiebung der dominierenden Schwingfrequenz von der Drehfrequenz hin zur Eigenfrequenz des Läufers gekennzeichnet ist. Nahe der Stabilitätsgrenze nähert sich auch die i. a. elliptische Schwingbahn des Rotors quasi einer Kreisbahn an. Aus der eingestellten Verstärkung  $V_1$  an der Grenze zur Instabilität kann die, auf die Amplitude  $a$  bezogene, tangentiale Magnetkraft  $F_{t,ML}/a$  bestimmt werden. Die Verstärkung  $V_2$  ist Idealerweise so eingestellt, dass die Kraft  $F_{r,ML}$  zu Null wird (Kompensation der Kraft-Weg-Abhängigkeit).

Im zweiten Schritt wird die Messung nun bei der gewünschten Durchströmung der Dichtung wiederholt. Das System wird durch Erhöhung der Verstärkung  $V_1$  wieder an die Stabilitätsgrenze gebracht und die zugehörige Magnetkraft bestimmt. Die Differenz aus den auf die Amplitude  $a$  bezogenen magnetischen Tangentialkräften ohne und mit Durchströmung der untersuchten Dichtung stellt die Spalterregung bei den vorgegebenen Randbedingungen dar:

$$\frac{F_Q \text{ Dichtung}}{a} = \frac{F_{t,ML} \text{ ohne Durchstr.}}{a} - \frac{F_{t,ML} \text{ mit Durchstr.}}{a} = \Delta q \quad (4-11)$$

Es wird vorausgesetzt, dass der Einfluss der nichtkonservativen Querkraft  $F_Q$  auf die Schwingfrequenz vernachlässigbar ist. Erst bei sehr schlanken Wellen ist mit einer messbaren Differenz zu rechnen. Umgekehrt bewirkt die konservative Auslenkungskraft  $F_A$  jedoch eine Veränderung der Stabilitätsgrenze durch die modifizierte Schwingform. Der zur Bestimmung der Stabilitätsgrenze benötigten Änderung der Quersteifigkeit  $\Delta q$  überlagert sich ein Einfluss aus der Hauptsteifigkeit  $\Delta r$ . Um diese Unbestimmtheit zu vermeiden, kompensiert man deshalb vorab die Frequenzverschiebung durch das Aufbringen einer magnetischen Radialkraft  $F_{r,ML}$  auf den Rotor, so dass praktisch kein Einfluss mehr von  $F_A$  auf die Stabilitätsgrenze zu verzeichnen ist [3] und die Bestimmung von  $F_Q/a$  durch Gleichung 4-11 erfolgen kann.

Da die Schwingfrequenz als weitgehend unabhängig von der Querkraft  $F_Q$  anzusehen ist, kann über die Änderung der Verstärkung  $V_2$  aus der Kompensation der Frequenzverschiebung die bezogene Auslenkungskraft  $F_A/a$  in der Dichtung bestimmt werden:

$$\frac{F_{A \text{ Dichtung}}}{a} = \frac{F_{r,ML \text{ ohne Durchstr.}}}{a} - \frac{F_{r,ML \text{ mit Durchstr.}}}{a} = \Delta r \quad (4-12)$$

Der Bestimmung der Steifigkeiten  $\Delta q$  und  $\Delta r$  liegt eine experimentelle Kalibrierung des Magnetlagers zu Grunde. Desweiteren muss die Wellenposition des Magnetlagers, wegen des außermittigen Angriffspunktes, umgerechnet werden. Mit einem Finite - Elemente - Programm [80] wurden hierzu in einer Parametervariation, für verschiedene Hauptsteifigkeiten, die Amplitudenverhältnisse an der Dichtungs- und Magnetlagerposition aus der normierten Eigenform berechnet und für die in den Messungen verwendeten Lagerabstände tabelliert. Geht man von einer Rotationsschwingung – die sich an der Stabilitätsgrenze auch annähernd einstellt – aus, so können folgende Umrechnungsvorschriften für die Wellenposition aufgestellt werden [3]:

$$\frac{\Delta q_{\text{Dichtung}}}{\Delta q_{\text{Magnetlaer}}} = \left( \frac{a_{\text{Magnetlage } r}}{a_{\text{Dichtung}}} \right)^2 \quad (4-13)$$

$$\frac{\Delta r_{\text{Dichtung}}}{\Delta r_{\text{Magnetlaer}}} = \left( \frac{a_{\text{Magnetlage } r}}{a_{\text{Dichtung}}} \right)^2 \quad (4-14)$$

Durch das wiederholte Anwenden der Messmethode für unterschiedliche Eigenschwingfrequenzen  $\Omega$  des Rotors, kann die Frequenzabhängigkeit der strömungsbedingten Steifigkeiten  $\Delta q(\Omega)$  und  $\Delta r(\Omega)$  aufgezeigt werden. Substituiert man in den Gleichungen 3-20 und 3-21  $F_R / a$  und  $F_T / a$  mit den experimentell bestimmten Werten  $\Delta r$  und  $\Delta q$ , so lassen sich theoretisch aus zwei Messungen die auslenkungsproportionalen Anteile  $K_A$  und  $K_Q$  sowie die geschwindigkeitsproportionalen Anteile  $c$  und  $C$  der fluidinduzierten Kräfte bestimmen:

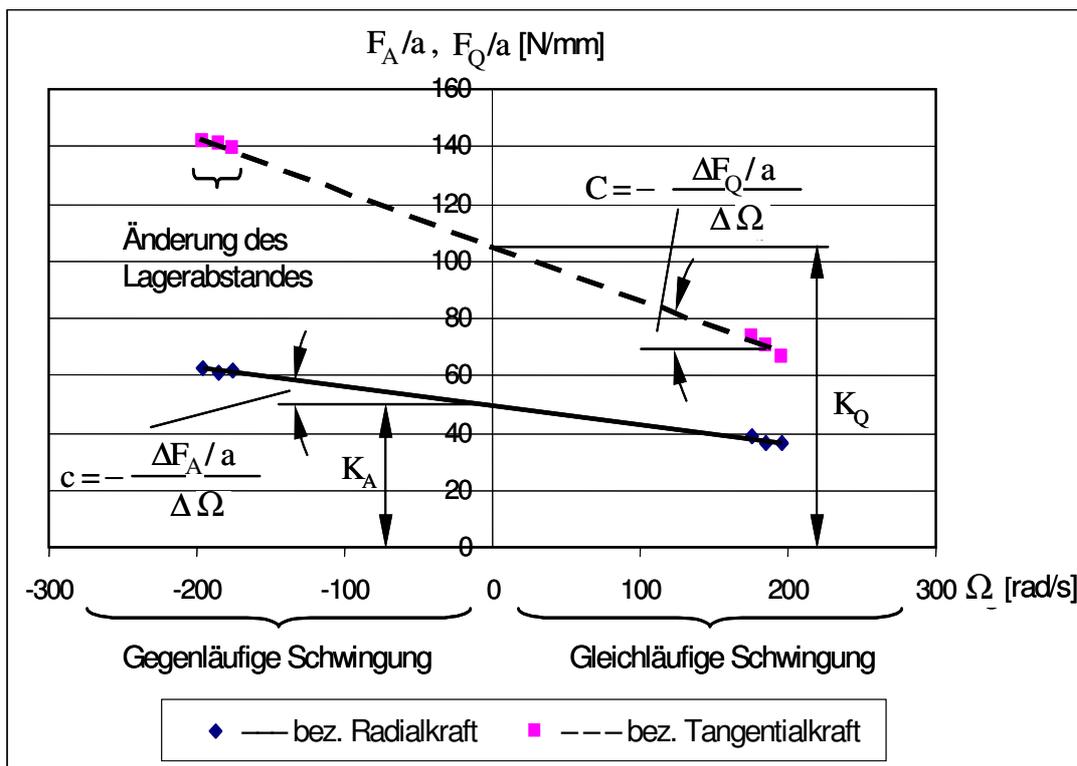
$$\Delta r = K_A - c\Omega \quad (4-15)$$

$$\Delta q = K_Q - C\Omega \quad (4-16)$$

Zur Absicherung der Ergebnisse wurden in den Messreihen i. a. 6 Frequenzen zur Bestimmung der rotordynamischen Koeffizienten verwendet. Die Eigenfrequenz des Läufers lässt sich auf einfache Art verändern, indem der Lagerabstand variiert wird.

Die Frequenzverschiebung bewegt sich, bedingt durch den konstruktiven Aufbau des Prüfstandes, dabei jedoch in einem sehr begrenzten Rahmen ( $\Delta f = 4$  Hz). Der Bereich lässt sich auf einfache Weise erweitern, indem man den Rotor zu gegenläufigen Schwingungen anregt und so die negativen Schwingfrequenzen in die Messung mit einschließt. Die Steifigkeiten und Dämpfungen sind dann das Ergebnis einer linearen Regression nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

In Bild 4-10 ist die Bestimmung der rotordynamischen Koeffizienten anhand eines Beispiels anschaulich dargestellt:

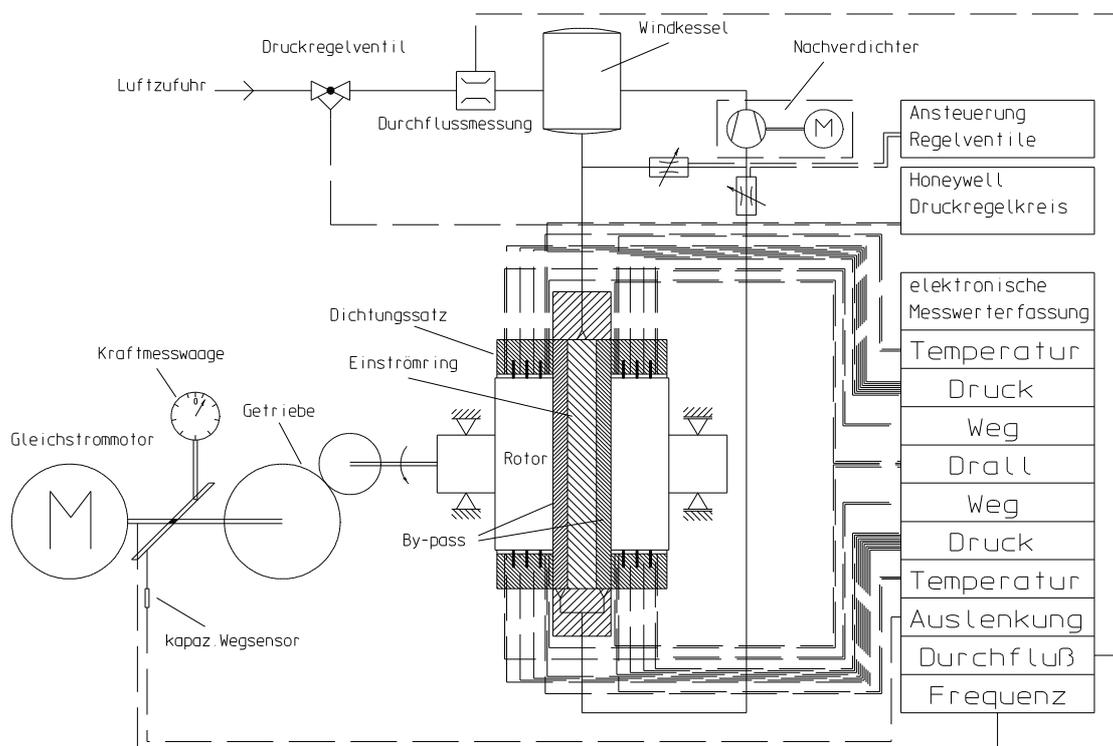


**Bild 4-10** Geradenanpassung zur Identifikation der dynamischen Koeffizienten

Die Experimente am dynamischen Prüfstand liefern Aussagen zu Steifigkeitskoeffizienten und Dämpfungen (Vergleich: statischer Prüfstand liefert nur Steifigkeiten). Das Messverfahren erfasst den Einfluss der Dichtungen dabei im Gesamten. Zur Differenzierung der einzelnen Teilbereiche aus Zuströmung, Dichtung und Abströmung sind zusätzliche Messungen erforderlich. Als Quelle möglicher Fehler sind vorrangig die Ungenauigkeiten der Messwertaufnahme und Abweichungen aus der Kalibrierung zu sehen. Da den Ergebnissen keine Diskretisierung wie im „statischen Fall“ zu Grunde liegt, spielen systematische Fehler eine eher untergeordnete Rolle.

#### 4.4 Messtechnik und Datenerfassung

An den Prüfständen werden während der Experimente an insgesamt 72 Stellen kontinuierlich Messwerte aufgenommen und über eine zentrale elektronische Datenerfassung gesammelt und abgespeichert. Zur kontinuierlichen Messwertaufnahme werden die elektrischen bzw. elektronischen Messwertaufnehmer in regelmäßigen Zeitabständen von einem Scanner abgefragt. Einige wenige Daten, für die der Aufwand einer Umsetzung in ein elektrisches Signal nicht nötig ist, wie beispielsweise der eingestellte Sondenwinkel zur Messung der Vordrallgeschwindigkeit, sind vor Messbeginn manuell aufzunehmen und im Messprogramm zu hinterlegen. An einem mit spezieller Messtechnik Software (HP VEE) ausgestatteten Rechner laufen alle Messwerte zusammen, werden ausgewertet und am Bildschirm dargestellt. Die Anlage lässt sich damit interaktiv über den Rechner steuern. Die Versuchsanlage ist instrumentiert mit Sensoren zur Bestimmung von Temperatur, Druck, Vordrallgeschwindigkeit, Exzentrizität, Drehmoment, Drehzahl und Massenstrom. In Bild 4-11 ist der statische Prüfstand schematisch mit der installierten Messtechnik dargestellt.



**Bild 4-11** Prüfstandschemata statischer Prüfstand

Im Einzelnen sind realisiert:

- 46 Messstellen zur Bestimmung der statischen Druckverteilungen.
- 2 Messstellen zur Bestimmung des dynamischen Druckes am Dichtungseintritt (Vordrallermittlung).
- 15 Messstellen zur Bestimmung von Temperaturen in verschiedenen Sektionen der Dichtungsgeometrie (Eine Temperaturmessung ist nötig, um die Dichte des Arbeitsmediums bestimmen zu können).
- 8 Messstellen zur Bestimmung der Exzentrizität beidseitig am Ende der Dichtungen und in zwei Koordinatenrichtungen.
- 1 Messstelle zur Bestimmung des Drehmomentes.
- 1 Messstelle zur Bestimmung der Drehzahl (induktiver Drehzahlmesser).
- 1 Messstelle zur Bestimmung des Leckagemassenstroms.

#### Druckmessung:

Die Vorgabe einer Exzentrizität zwischen Rotor und Gehäuse führt bei der durchströmten Anlage zu einer charakteristischen Druckverteilung über den Umfang der Dichtung, aus der sich dann das Radialkraftverhalten sowie die Federkonstanten zur Quer- und Hauptsteifigkeit bestimmen lassen. Als günstige Anordnung für die Druckmessung über den Umfang hat sich eine Verteilung von 10 Druckmessbohrungen je Kammer ergeben. Zusätzlich wird der Druck in der Vorkammer an zwei Stellen (engster und weitester Spalt) und am Dichtungsausstritt an einer Stelle gemessen. Die Messbohrungen sind gleichmäßig im Abstand von  $36^\circ$  über den Umfang des Gehäuses verteilt und münden senkrecht in die jeweiligen Kammern. Für die doppelte Dichtungsanordnung mit je zwei Kammern ergeben sich so 46 statische Druckmessstellen. Zur Messung der Drücke kommt ein Vielfachmesssystem der Firma Scanivalve Corp. zum Einsatz, mit dem mit einer Messeinheit 48 Drücke innerhalb von ca. 10 s mit nur einem Druckaufnehmer erfasst werden können. Ein solches Ein-Sensor-System bringt Vorteile in der Messgenauigkeit, wenn die Messung in einem stationären Betriebszustand möglich ist, wie dies bei den Experimenten mit statischer Exzentrizität der Fall ist. Für den Drucksensor muss nur einmal dessen Fehlerabweichung berücksichtigt werden. Ein möglicherweise vorhandener „Offset-Shift“ lässt sich leicht über eine Brückenschaltung abgleichen.

Neben den 46 statischen Druckwerten sind auf dem Vielfachdruckmeßsystem noch je eine Messstelle für den Umgebungsdruck (zum Nullabgleich) und für den Totaldruck (aus der Drallmessung) belegt. Die Übertragung der Drucksignale von den einzelnen Messstellen zum Drucksensor erfolgt mit Kunststoffschläuchen. Diese sind wiederum mit Edelstahlröhrchen verbunden, welche in die Druckmessbohrungen eingeklebt sind. Der Hersteller gibt für seine Sensoren einen maximalen Fehler von 0,06 % des Messbereiches für statische Messungen an. Obgleich die angegebene Genauigkeit den benötigten Anforderungen genügt, wurde eine Kalibrierung des Druckumformers mit einer Präzisionsdruckwaage vorgenommen um eine etwaige Verzerrung oder Offset-Verschiebung des Signals durch den Messverstärker auszuschließen.

#### Drallmessung:

Ein wichtiger Parameter ist die Vordrallgeschwindigkeit, mit der das Arbeitsfluid der Dichtung zuströmt. Sie ist definiert durch die Umfangskomponente der Anströmgeschwindigkeit in halber Kammerhöhe (mittlerer Radius). Für die Ermittlung dieses Wertes wird eine Drallsonde eingesetzt, mit der die maximale Strömungsgeschwindigkeit und der Richtungswinkel der Hauptströmung ermittelt werden kann. Das Prinzip dieser Sondenmessung beruht auf der Ermittlung des Staupunkt drucks und des statischen Druckes an der entsprechenden Messstelle. Aus der Differenz dieser beiden Werte (dynamischer Druck) lässt sich die Geschwindigkeit  $c_{\max}$  ermitteln.

Die Sonde an sich ist ein vereinfachtes Pitot-Rohr. Sie besteht aus einem Röhrchen mit etwa 1,5 mm Durchmesser, das auf einer Seite versiegelt und kurz unterhalb des verschlossenen Endes eine quer zum Rohr liegende Druckmessbohrung mit 0,3 mm aufweist. Um die Richtung der Strömung zu bestimmen, kann die Sonde in ihrer Aufnahme gedreht werden, bis der Druck ein Maximum aufweist; in dieser Lage wird der Winkel zur Längsachse gemessen. Aus den ermittelten Werten von Maximalgeschwindigkeit und der zugehörigen Winkellage ist es dann möglich die Umfangskomponente  $c_{u0}$  zu bestimmen. Der Unterschied zwischen statischem Druck und Totaldruck ist im Vergleich zum Vordruck und damit auch zum Messbereich des Drucksensors im oben beschriebenen Vielfachmeßsystem sehr klein. Für eine möglichst genaue Ermittlung des dynamischen Druckes wird daher ein zweiter Drucksensor (ebenfalls Scanivalve Corp.) eingesetzt, bei dem der Messbereich an die zu erwartenden Differenzdrücke angepasst ist.

### Temperaturmessung:

Um die Dichte des Arbeitsfluides an auswertungsrelevanten Stellen der Versuchsanlage zu bestimmen (allgemeine Gasgleichung) ist die Messung der Temperatur erforderlich. Temperaturmessstellen befinden sich jeweils kurz vor der ersten Dichtung und in den auf die Drosselstellen folgenden Kammern. Als Messwertaufnehmer dienen dabei Mantelthermoelemente vom Typ L (Fe-CuNi - Element), die der DIN - Norm 43710 entsprechen. Der Durchmesser der Elemente beträgt 1,5 mm, um eine Beeinflussung der Strömung durch den Messaufbau möglichst klein zu halten. Der maximale Fehler, der für diese Temperaturenfnehmer angegeben wird, liegt bei  $\pm 3$  °C. Durch eine Kalibrierung der Aufnehmer konnte der Fehler auf  $\pm 1$  °C reduziert werden, wodurch bei einem korrekten Einbau (Spitze des Thermoelementes in der Mitte des Strömungskanals) die Genauigkeit des spezifischen Volumens bei  $\pm 0,35$  % liegt.

### Wegmessung:

Die Kenntnis der exakten Position des Rotors im Gehäuse ist eine entscheidende Voraussetzung für die Aussagekraft der Experimente. Um die Mittigkeit in Vertikalrichtung bzw. eine variable Exzentrizität in Horizontalrichtung mit hoher Genauigkeit einstellen zu können, ist im äußeren Bereich eines jeden Dichtungssatzes ein berührungsloses Wegmeßsystem installiert. Es handelt sich hierbei um sogenannte Wirbelstrommessketten der Firma Brüel & Kjaer Vibro GmbH, bestehend aus dem eigentlichen Wegaufnehmer, einem Verbindungskabel und einem Oszillator.

Die Aufnehmer, die sich in einem Abstand von etwa 1,5 mm zum Messobjekt befinden, erzeugen, angeregt durch den Oszillator, ein hochfrequentes elektromagnetisches Feld im Messobjekt, dessen Stärke mit dem freien Abstand korreliert. Das Ausgangssignal der Wirbelstromaufnehmer ist dabei proportional zum Abstand von Spulenkopf und Messobjekt. Mit dem Meßsystem ist es möglich, sowohl relative Wellenschwingungen, als auch eine relative Wellenverlagerung zu bestimmen. Die Messgenauigkeit im vorliegenden Fall beträgt nach eigenen Versuchsmessungen etwa 1 µm.

Da aufgrund von Temperatureinflüssen und den angreifenden Zentrifugalkräften eine Veränderung im Bereich des Rotors zu erwarten ist, kann mit einer einseitigen Abstandsmessung nicht automatisch auf die Exzentrizität zwischen Rotor und Gehäuse

geschlossen werden. Diese Einflüsse werden umgangen, indem zwei dieser Wegmeßsysteme gegenüber anordnet und im Differenzialprinzip miteinander verschaltet werden. Bei einer Rotorverlagerung verkürzt sich damit der Weg auf der einen Seite genau um denselben Betrag, um den er sich auf der anderen Seite verlängert. Als Ausgangssignal verbleibt eine Differenzspannung, die der Rotorverlagerung entspricht. Wie von Ulbrich [86] vorgeschlagen, lässt sich mit diesem Prinzip zudem eine mögliche Nichtlinearität der Aufnehmer kompensieren, was die Auswertung erleichtert. Am Prüfstand sind pro Flut (zweiflutiges Gehäuse) 4 Wegaufnehmer – je ein Paar pro Koordinatenrichtung – eingebaut. Mit dieser Anordnung lässt sich auch eine etwaige Schiefelage des Rotors erkennen.

#### Drehzahlmessung:

Zur Messung der Drehzahl wird ein induktiver Näherungssensor eingesetzt, der auf der nicht mit dem Antrieb verbundenen Seite am Gehäuse befestigt und so angeordnet ist, dass der Kopf des Sensors etwa 1 mm in radialer Richtung vom Wellenstumpf entfernt ist. Die Spitze dieses induktiven Aufnehmers enthält eine Magnetspule, in der durch die Bewegung eines geeigneten Gebers eine Spannung induziert wird. Eine Paßfedernut im Wellenstummel übernimmt diese Aufgabe und erzeugt so, aufgrund der sich drehenden Welle, ein veränderliches Spannungssignal im Näherungssensor, dessen Frequenz identisch mit der Rotordrehzahl ist.

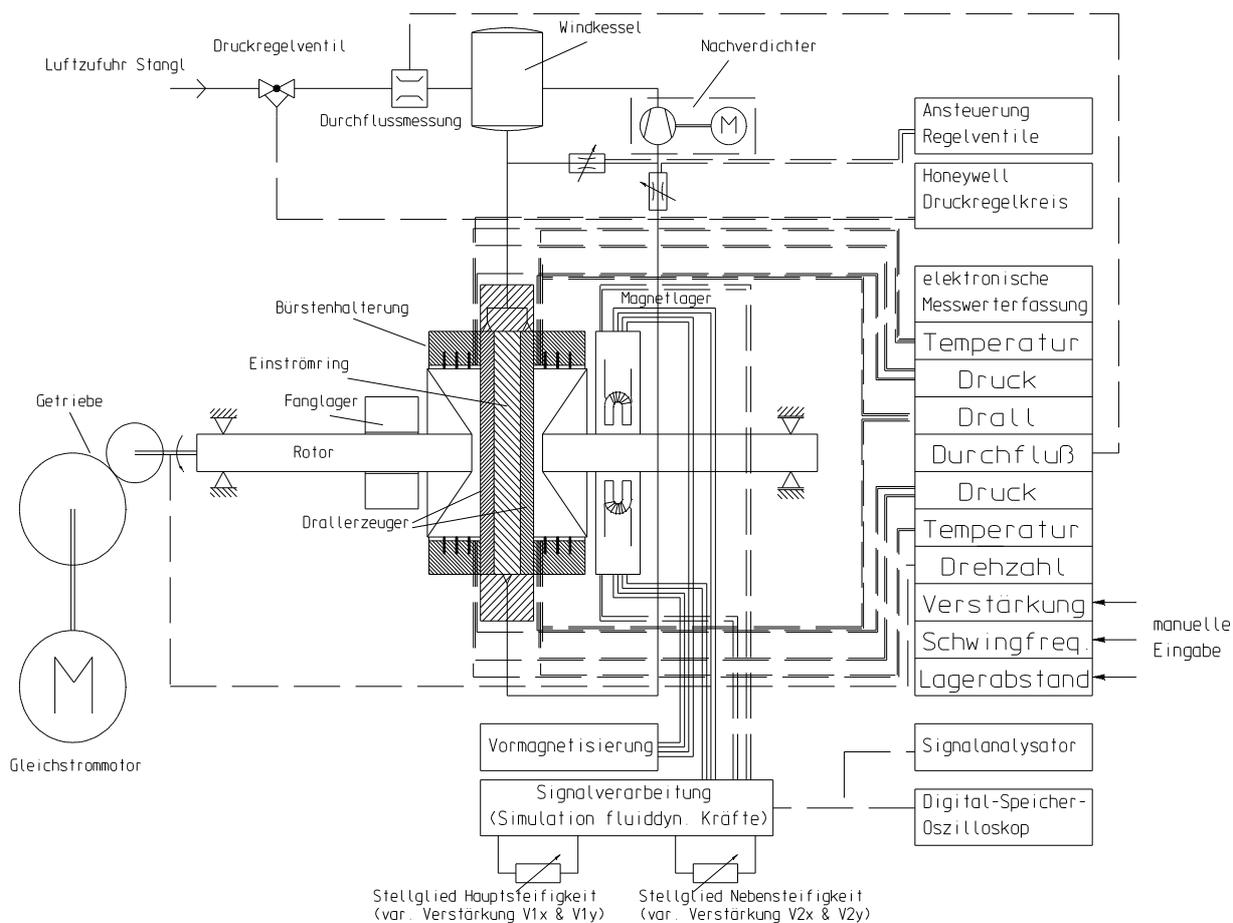
#### Durchflussmessung:

Zur Durchflussmessung wird ein Corolis - Massendurchflussmesser RMH 12 der Firma Rheonik verwendet. Mit diesem System ist es möglich direkt den Massendurchfluss (Leckagemassenstrom) am Prüfstand zu messen, ohne den Umweg über eine Volumendurchflussbestimmung. Für den Messaufnehmer ist innerhalb des empfohlenen Messbereiches (1:20) eine Messgenauigkeit von  $\pm 0,2$  % und eine Reproduzierbarkeit von 0,1 % angegeben. Der Massendurchflussmesser befindet sich, wie in Bild 4-11 zu sehen, in der Luftzuführung gleich nach dem Druckregelventil, so dass der damit erfasste Massenstrom der Leckage der beiden Dichtungssätze entspricht. Der Bypassmassenstrom muss nicht erfasst werden.

Drehmomentmessung:

Eine Messung des Drehmomentes auf dem Prüfstand ist notwendig, um eine Aussage über die etwaige Bremswirkung und der damit verbundenen Leistungsminderung durch die Berührung der Bürstendichtungen zu gewinnen. Die Messung des am Rotor aufgenommenen Drehmomentes wird durch eine konventionelle Kraftmesswaage realisiert, die sich an dem als Pendelmaschine ausgeführten Gleichstrommotor befindet. Um das Signal elektronisch verfügbar zu machen, ist auf der gegenüberliegenden Seite ein kapazitiver Wegaufnehmer angebracht, der den Momentenwert als Spannungssignal wiedergibt.

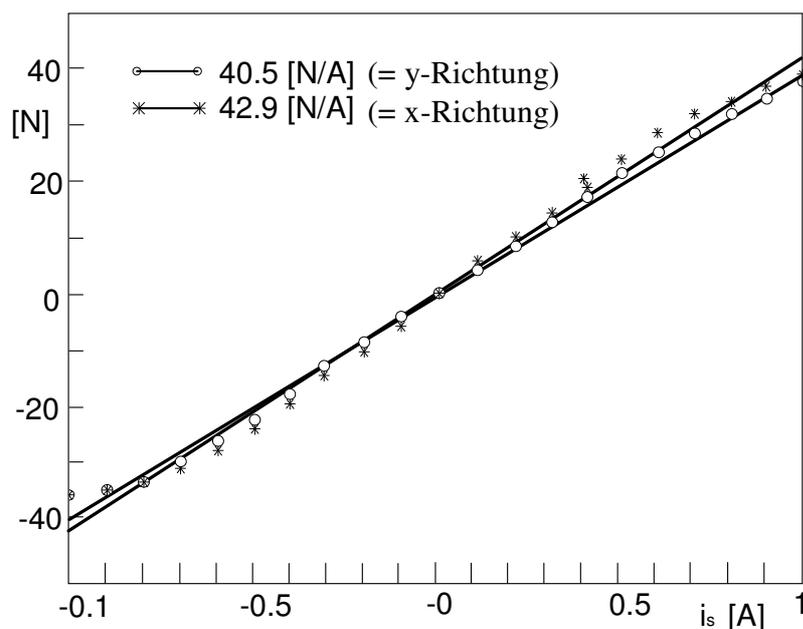
Die Messeinrichtungen am dynamischen Prüfstand sind größtenteils identisch mit denen bei den statischen Messungen. Bild 4-12 zeigt den schematischen Prüfsandaufbau für die dynamischen Messung.



**Bild 4-12** Prüfsandaufbau dynamischer Prüfstand

Nicht mehr zum Einsatz kommen hier die Drehmomentmessung und die Messung der statischen Exzentrizität. Neu hinzu kommen dagegen die Messung der Eigenschwingfrequenz und die vorgegebenen steifigkeitsproportionalen Einstellwerte für die Ansteuerung des Magnetlagers.

Die Ermittlung der rotordynamischen Koeffizienten geht von einem linearen Ansatz aus. Für die Simulation der Fluidkräfte mittels eines Magnetlagers wird ebenfalls ein lineares Übertragungsverhalten zugrunde gelegt. Da der Zusammenhang zwischen Strom und magnetischer Kraftwirkung in der Regel aber quadratisch ist, wurden, wie zuvor beschrieben, die gegenüberliegenden Magnete im Differentialprinzip miteinander verschaltet und die Kraftwirkung um einen stationären Arbeitspunkt linearisiert (Vormagnetisierung). Aufbau und Auslegung eines solchen Magnetlagers ist detailliert in [85] zu finden. Bild 4-13 zeigt den Zusammenhang zwischen Strom- und Kraftwirkung, wie er durch die experimentelle Kalibrierung [3] bestimmt wurde.

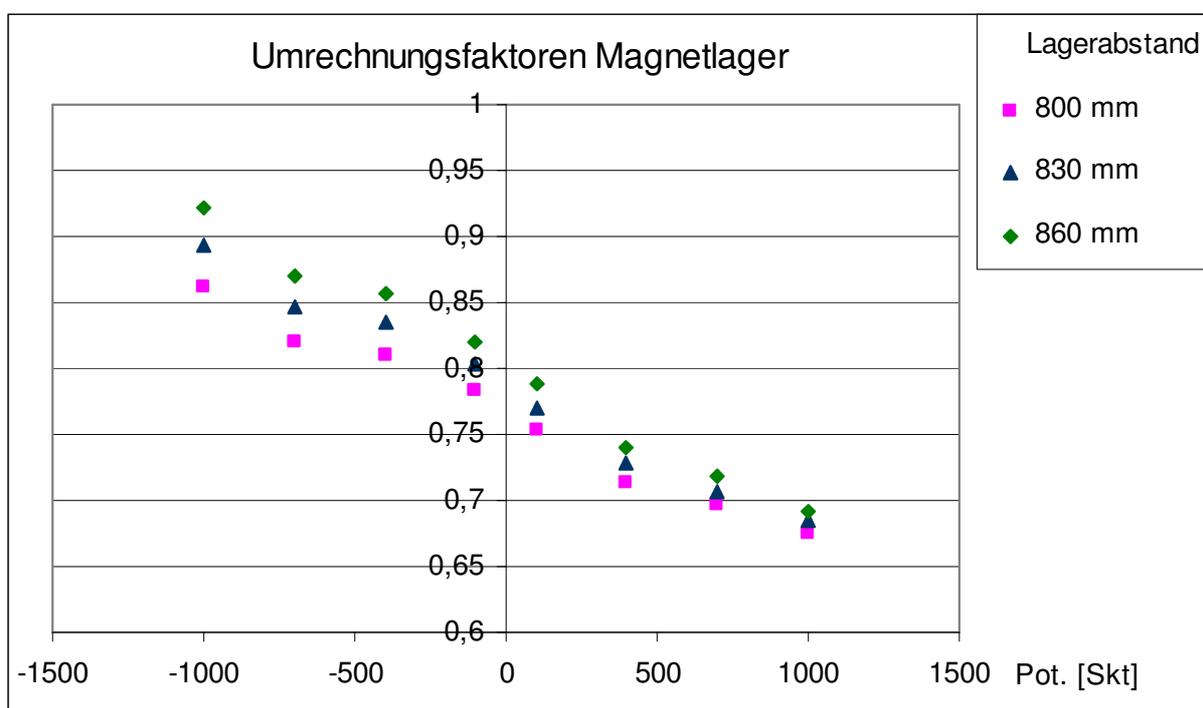


**Bild 4-13** Kalibrierung des eingesetzten Magnetlagers [3]

Durch das Anlegen eines Steuerstroms  $i_s$  wird das durch den konstanten Vormagnetisierungsstrom von 1A hervorgerufene Magnetfeld einmal abgeschwächt und einmal verstärkt. Der resultierende Zusammenhang kann als nahezu linear betrachtet werden. Die Linearitätsabweichung zu den Ausgleichsgeraden beträgt in X-Richtung (\*) etwa 2 % und in Y-Richtung (o) 4 % (max. Abweichung am Rand des Betriebsbereichs 5 %). Die Steigungen der Ausgleichsgeraden entsprechen den in Tabelle 4-1 angegebenen Werten.

Als Wegaufnehmer werden die gleichen Sensoren eingesetzt wie bei der Wegmessung bei den statischen Versuchsreihen. Bei der experimentellen Kalibrierung dieser Aufnehmer konnte keine Linearitätsabweichung festgestellt werden.

Der Angriffspunkt des Magnetlagers ist außermittig, axial versetzt zu den Prüflabyrinth. Für die Umrechnung der Wellenposition wurde deshalb eine Parametervariation mit einem Finite-Elemente-Programm für die verschiedenen Lagerabstände und Hauptsteifigkeiten durchgeführt, um die benötigten Amplitudenverhältnisse der Eigenschwingform zu erhalten. Bild 4-14 zeigt das Ergebnis der Parametervariation, mit Hilfe der die Umrechnung erfolgt.



**Bild 4-14** Umrechnungsfaktoren abhängig von Lagerabstand und Verstärkung

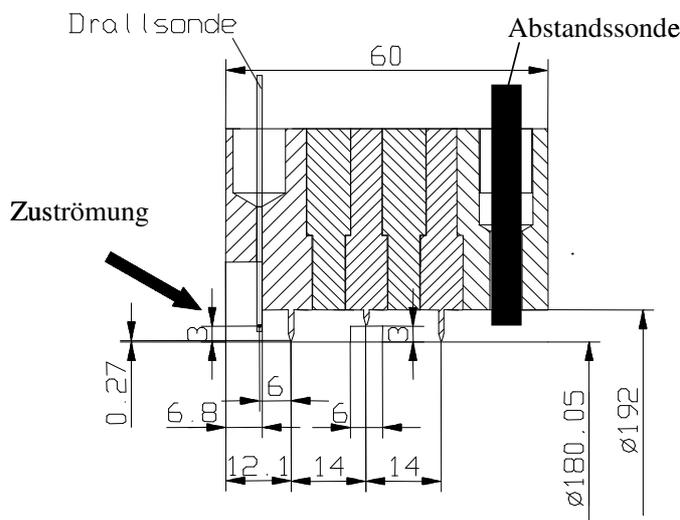
## 5 Experimentelle Untersuchungen

### 5.1 Versuchsprogramm

#### 5.1.1 Dichtungskonfigurationen

Für den Einsatz von Bürstendichtungen in Labyrinthgeometrien gibt es verschiedene Variationsmöglichkeiten. Die Ausführungen unterscheiden sich dabei in der Geometrie und den Abmessungen einerseits und in der Anordnung und Anzahl der Bürstendichtungen andererseits, abhängig davon, ob die Bürsten als Ergänzung oder als Ersatz der üblichen Labyrinthspitzen Verwendung finden. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf die Untersuchung der grundlegenden Varianten einer dreistufigen Labyrinthgeometrie in Durchblick- und in Kamm-Nut-Anordnung.

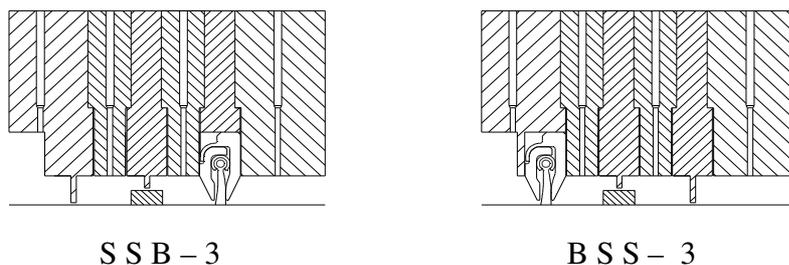
Um die Bürstendichtungsvarianten nicht nur untereinander, sondern auch mit konventionellen Labyrinthdichtungen vergleichen zu können, wurde zunächst ein Referenzlabyrinth definiert, das in Bild 5-1 dargestellt ist. Es handelt sich dabei um eine in der Praxis häufig eingesetzte Kamm-Nut-Dichtung mit drei Dichtspitzen, wie sie beispielsweise als Deckbanddichtung Verwendung findet.



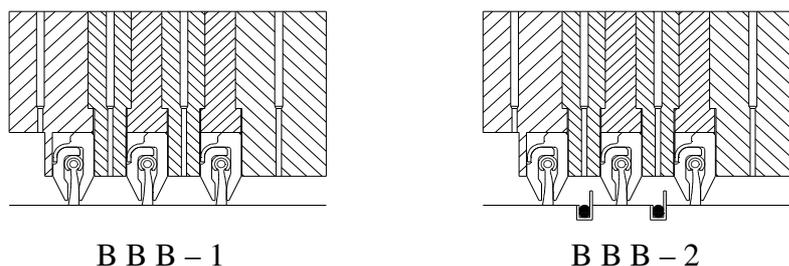
**Bild 5-1** Referenzlabyrinth SSS-3 (Kamm-Nut)

Aufbauend auf der Geometrie des Vergleichslabyrinthes wurden die grundlegenden (und sinnvoll erscheinenden) Variationsmöglichkeiten für den Einsatz von Bürsten in einer dreistufigen Anordnung umgesetzt. Im Einzelnen wurden folgende Labyrinthgeometrien mit Bürstendichtungen untersucht:

- gemischte Labyrinthgeometrie mit Spitzen und Bürstenelementen (siehe Bild 5-2)
- ausschließlich Bürstenelemente in Labyrinthanordnung (siehe Bild 5-3)



**Bild 5-2** Gemischte Labyrinth (Bürste und Dichtspitze)



**Bild 5-3** Reine Bürstenlabyrinth

Die Bezeichnung der Dichtungsvarianten verwendet dabei folgende Nomenklatur:

#### X Y Z – Zahl

X, Y, Z: Art der Drosselstelle → S = Labyrinthspitze  
 → B = Bürstendichtung

X: 1. Drosselstelle in Strömungsrichtung

Y: 2. Drosselstelle in Strömungsrichtung

Z: 3. Drosselstelle in Strömungsrichtung

Zahl: Labyrinthtyp → 1 = Durchblicklabyrinth  
 → 2 = Labyrinth mit Prallblechen  
 → 3 = Kamm-Nut-Labyrinth

Beispiel Referenzlabyrinth: **SSS-3** → 3 Labyrinthspitzen in Kamm-Nut-Anordnung

Bei den gemischten Labyrinth ist im Vergleich zum Referenzlabyrinth einmal die hintere, an der Abströmung liegende Spitze durch eine Bürste ersetzt (SSB-3) und in einer zweiten Variante die vordere, am Dichtungseintritt gelegene Bürste (BSS-3). Bei den reinen Bürstenlabyrinth wurde zum einen die in der technischen Umsetzung einfachste Variante eines Bürsten-Durchblicklabyrinths (keine Zwangsumlenkung der Strömung) mit drei hintereinander geschalteten Bürsten gewählt (BBB-1). Bei einer weiteren Konstellation wurde diese 3er-Anordnung dann um Prallbleche in

den Kammern erweitert, die eine direkte Kurzschlussströmung unterhalb der Bürsten entlang der Rotoroberfläche verhindern sollen (BBB-2). Als Dichtungselemente kamen handelsübliche Standardbürstendichtungen der Firma MTU zum Einsatz.

Für alle Dichtungskonfigurationen wurden Untersuchungen auf dem statischen Prüfstand durchgeführt; auf dem dynamischen Prüfstand waren nur Messungen am Referenzlabyrinth und den beiden gemischten Labyrinthvarianten mit je einer Bürstendichtung möglich. Dennoch ist auch für die reinen Bürstenvarianten eine vollständige rotordynamische Charakterisierung zumindest näherungsweise möglich, da die fehlenden Dämpfungseigenschaften, wie im weiteren noch aufgezeigt wird, bei gleicher Kammergeometrie vorwiegend von der mittleren Dichte des Arbeitsfluides in den Kammern abhängt, für die die untersuchten Labyrinthvarianten eine ähnliche Größenordnung aufweisen.

### 5.1.2 Parametervariation

Ziel der Messungen war es den Einfluss verschiedener Bauarten und Versuchsparmeter auf die Leckage, die rotordynamischen Koeffizienten und die Höhe des Bremsmomentes zu ermitteln. In den statischen Messungen wurden dazu Vordruck, Vordrallgeschwindigkeit, Drehzahl und Exzentrizität verändert, in den dynamischen Messungen Vordruck, Vordrallgeschwindigkeit, Lagerabstand und Richtung der magnetischen Anregung. Die Parametervariation ist mit den entsprechenden Bereichsangaben in Tabelle 5-1 dargestellt.

**Tabelle 5-1** Parametervariation

Variierter Parameter	Labyrinthvariante				
	SSS-3	SSB-3	BSS-3	BBB-1	BBB-2
<i>Statische Messungen:</i>					
Vordruck $p_0$	1,2 bar / 2 bar / 4,5 bar / 9 (10) bar				
Vordrall $c_{u,0}$	20 m/s ... 200 m/s			30 m/s ... 300 m/s	
Drehzahl $n$	0 U/min / 1500 U/min / 3000 U/min / 6000 U/min / 12000 U/min				
Exzentrizität $e$	-0,2 mm ... +0,2 mm in Schritten von 0,05 mm				
<i>Dynamische Messungen:</i>					
Vordruck $p_0$	1,2 bar / 2 bar / 3 bar / 4 bar / 5 bar			/	
Vordrall $c_{u,0}$	30 m/s ... 300 m/s			/	
Lagerabstand $L$	800 mm / 830 mm / 860 mm			/	
Mag. Anregung	gleichläufig / gegenläufig			/	

## 5.2 Ergebnisdarstellung

### 5.2.1 Dimensionslose Labyrinthkenngrößen

Zur Beurteilung und zum Vergleich verschiedener Dichtungen untereinander werden die charakteristischen Eigenschaften von Labyrinthdichtungen üblicherweise anhand von Kenngrößen dargestellt, welche die entsprechenden Eigenschaften entweder direkt aufzeigen oder sie zur besseren Übertragbarkeit auf andere Randbedingungen dimensionslos ausweisen.

Die Lässigkeit einer konventionellen Labyrinthdichtung kann beispielsweise direkt durch Angabe eines entsprechenden Leckagemassenstroms bei definierten Strömungsrandbedingungen angegeben werden. Zur besseren Übertragbarkeit auf veränderte Randbedingungen wird gewöhnlich eine Darstellung mittels eines Durchsatzbeiwertes gewählt, der die Minderung der Leckage gegenüber der maximal möglichen bei den entsprechenden Randbedingungen wiedergibt. Aus geometrischer Sicht gibt der Beiwert die Einschnürung des Strahlquerschnitts in den Spalten des Labyrinthes an (siehe hierzu auch Kapitel 3.1). Da im Falle von Bürstendichtungen sich jedoch der Spaltquerschnitt selbst ändert (Blowdown-Effekt), ist die Angabe eines aussagekräftigen Beiwertes nur eingeschränkt und unter der Angabe eines Referenzspaltmaßes möglich.

Ähnlich verhält es sich mit der Definition von dimensionslosen Kenngrößen für das Radialkraft- bzw. Steifigkeitsverhalten von Labyrinth-/Bürstendichtungen. Entsprechend der in Kapitel 3.2.3 dargestellten allgemeinen Abhängigkeiten der fluiddynamischen Kräfte von Labyrinthdichtungen kann bei näherungsweise inkompressiblen Strömungsvorgängen ein proportionaler Zusammenhang zwischen den Radialkräften und der anliegenden Druckdifferenz hergestellt werden. Entsprechend dieser Abhängigkeit definieren sich die labyrinthtypischen dimensionslosen Steifigkeitsbeiwerte  $K_A^*$  in Auslenkungsrichtung und  $K_Q^*$  in Querrichtung zu (z.B. [39], [40]):

$$K_A^* = \frac{K_A}{F_B/s} = \frac{K_A \cdot s}{r \cdot l \cdot \Delta p_{st}} \quad (5-1)$$

$$K_Q^* = \frac{K_Q}{F_B/s} = \frac{K_Q \cdot s}{r \cdot l \cdot \Delta p_{st}} \quad (5-2)$$

Hierin bezeichnet  $r$  den Radius,  $l$  die Länge und  $s$  die Spaltweite der Dichtung.  $\Delta p_{st}$  ist das statische Druckgefälle über die Dichtung.

Wie aus der Definition der Steifigkeitskoeffizienten  $K_A^*$  und  $K_Q^*$  hervorgeht, besteht eine Beziehung zwischen Spaltweite und Steifigkeitsbeiwert. Für die Charakterisierung von Bürstendichtungen sind diese dimensionslosen Kennwerte daher nur eingeschränkt geeignet. Wie bereits dargelegt wurde, ist auch der Bezug zum statischen Druckgefälle  $\Delta p_{st}$  bei überkritischen Abströmverhältnissen nicht anwendbar.

### 5.2.2 Neue Kenngröße „Zuströmimpuls“

Die überwiegende Anzahl der Messungen wurde mit Vordrücken durchgeführt, bei denen das kritische Druckverhältnis, an der zumeist letzten Drosselstelle, erreicht oder überschritten wird. Dies war u. a. auch deshalb erforderlich, um bei vorgegebenem Abströmdruck (= Umgebungsdruck) den eingesetzten Bürstendichtungen ein realitätsnahes Druckgefälle abzuverlangen. Für die vergleichende Darstellung der rotordynamischen Steifigkeitswerte wird, entsprechend der in Kapitel 3.2.3 hergeleiteten Abhängigkeiten vom Leckagemassenstrom  $\dot{m}$ , hier nun die Transiente des Zuströmimpulses in Umfangsrichtung  $\dot{I}$  als zweckmäßige Bezugsgröße eingeführt:

$$\dot{I} = \dot{m} \cdot c_{u0} \quad (5-3)$$

In Anlehnung an die in der Literatur für die Steifigkeitskoeffizienten beschriebenen Zusammenhänge, wird im Folgenden eine Verbindung zu den bekannten Einflussgrößen geschaffen, um die Allgemeingültigkeit der neuen Bezugsgröße zu untermauern.

In seinen Untersuchungen zu strömungsbedingten Steifigkeiten bei Labyrinthdichtungen vermittelt Benckert [23] ein umfassendes Bild der möglichen Einflussgrößen zur Charakterisierung von Spaltdichtungen. Seinen Ergebnissen zufolge gilt folgende Proportionalitätsbeziehung für die Federkennwerte der Querkraft:

$$K_Q \sim \mu \cdot t \cdot f(r) \cdot \rho_0 \cdot c_{u0} \cdot \sqrt{2\Delta p_{st} / \rho_0} / f(h) \quad (5-4)$$

Der Term  $\mu \cdot \rho_0 \cdot c_{u0} \cdot \sqrt{2\Delta p_{st} / \rho_0}$  kennzeichnet hierin die strömungsbedingten Abhängigkeiten der Quersteifigkeit  $K_Q$ , der Anteil  $t \cdot f(r) / f(h)$  die geometrischen. Der Term  $\mu \cdot \rho_0 \cdot \sqrt{2\Delta p_{st} / \rho_0}$  stellt dabei einen querschnittbezogenen Massenstrom für eine inkompressible Spaltströmung (Einzelspalt) dar. Gleichung 5-4 weist damit indirekt bereits auf eine Leckageabhängigkeit der Quersteifigkeiten hin, wenngleich der

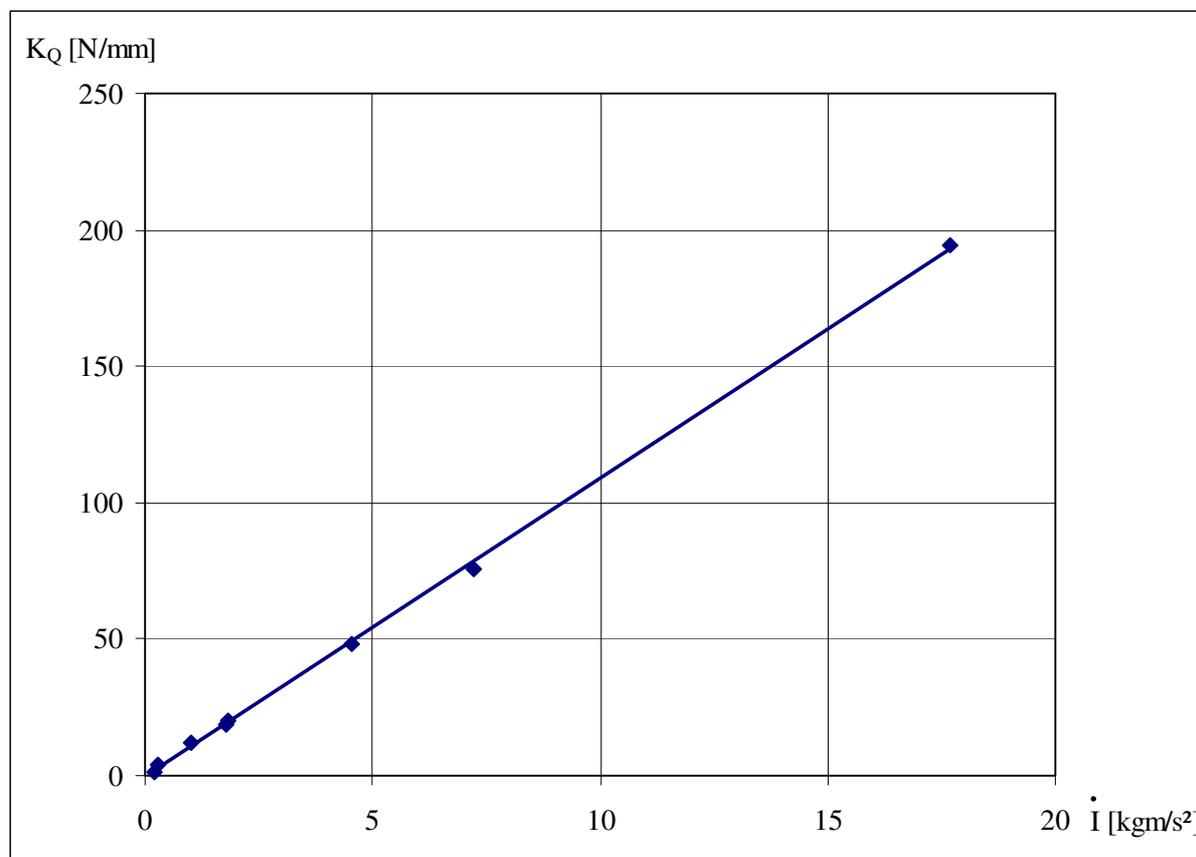
Ansatz so noch nicht den tatsächlichen Leckagemassenstrom eines Labyrinthes widerspiegelt. Durch eine Aufteilung der statischen Druckdifferenz  $\Delta p_{st}$  auf Einzeldruckgefälle und Einbeziehung der Kontinuitätsbeziehung lässt sich der obige Strömungsterm zu  $\dot{m} \cdot \sqrt{z} / A_{Spalt}$  umformen. Hierin entspricht  $\dot{m}$  der Leckage,  $z$  der Anzahl der Drosselstellen und  $A_{Spalt}$  der Spaltfläche der Dichtung.

Als weitere Strömungsgröße enthält die Beziehung 5-4 noch die Vordrallgeschwindigkeit  $c_{u0}$ . Die gewählte Bezugsgröße  $\dot{i} = \dot{m} \cdot c_{u0}$  spiegelt somit bereits bekannte Abhängigkeiten in anderer Form wider und ermöglicht es zudem, diese auf den Bereich überkritischer Strömungsrandbedingungen zu erweitern.

Die Proportionalitätsbeziehung 5-4 für den Steifigkeitsbeiwert  $K_Q$  kann mit dem Term  $\dot{m} \cdot \sqrt{z} / A_{Spalt}$  umformuliert werden zu:

$$K_Q \sim \frac{t \sqrt{z} f(r)}{A_{Spalt} f(h)} \dot{m} c_{u0} \quad \text{bzw.} \quad \sim \frac{t \sqrt{z} f(r)}{A_{Spalt} f(h)} \dot{i} \quad (5-5)$$

Beispielhaft sei in Bild 5-4 der lineare Zusammenhang von  $K_Q$  und  $\dot{i}$  für das Referenzlabyrinth dargestellt.



**Bild 5-4** Quersteifigkeit  $K_Q$  in Abhängigkeit von  $\dot{i}$  für das Referenzlabyrinth

Tatsächlich ist die Quersteifigkeit  $K_Q$  jedoch nicht alleine vom absoluten Wert des in Umfangsrichtung zuströmenden Impulses abhängig, sondern vorwiegend auch davon, wie viel des vorhandenen Impulsstroms in den Kammern der Dichtung dissipiert wird. Einerseits verschiebt der Zuströmimpuls die Phasenlage der Druckverteilung in Umfangsrichtung, andererseits verstärkt der in einer Kammer abgebaute Anteil des Dralls die Druckvarianz und damit einhergehend den Betrag der Gesamtsteifigkeit.

Es liegt nahe zusätzlich zum Impulsstrom in Umfangsrichtung auch eine entsprechende Größe für die axiale Richtung zu definieren, zumal durch Gleichung 3-37 eine Abhängigkeit der fluiddynamischen Kräfte vom axial umgesetzten Impuls angezeigt wird.

Beim axial wirkenden Impulsstrom ist zu beachten, dass das Fluid in axialer Richtung unter jeder Dichtspitze aufs Neue beschleunigt wird; er setzt sich daher aus der Summe der einzelnen Impulsströme aller Kammern zusammen. Er ist somit keine echte strömungsbedingte Größe, sondern stellt sich, abhängig von den Spaltquerschnitten und der Anzahl der Drosselstellen, entsprechend der geometrischen Randbedingungen ein.

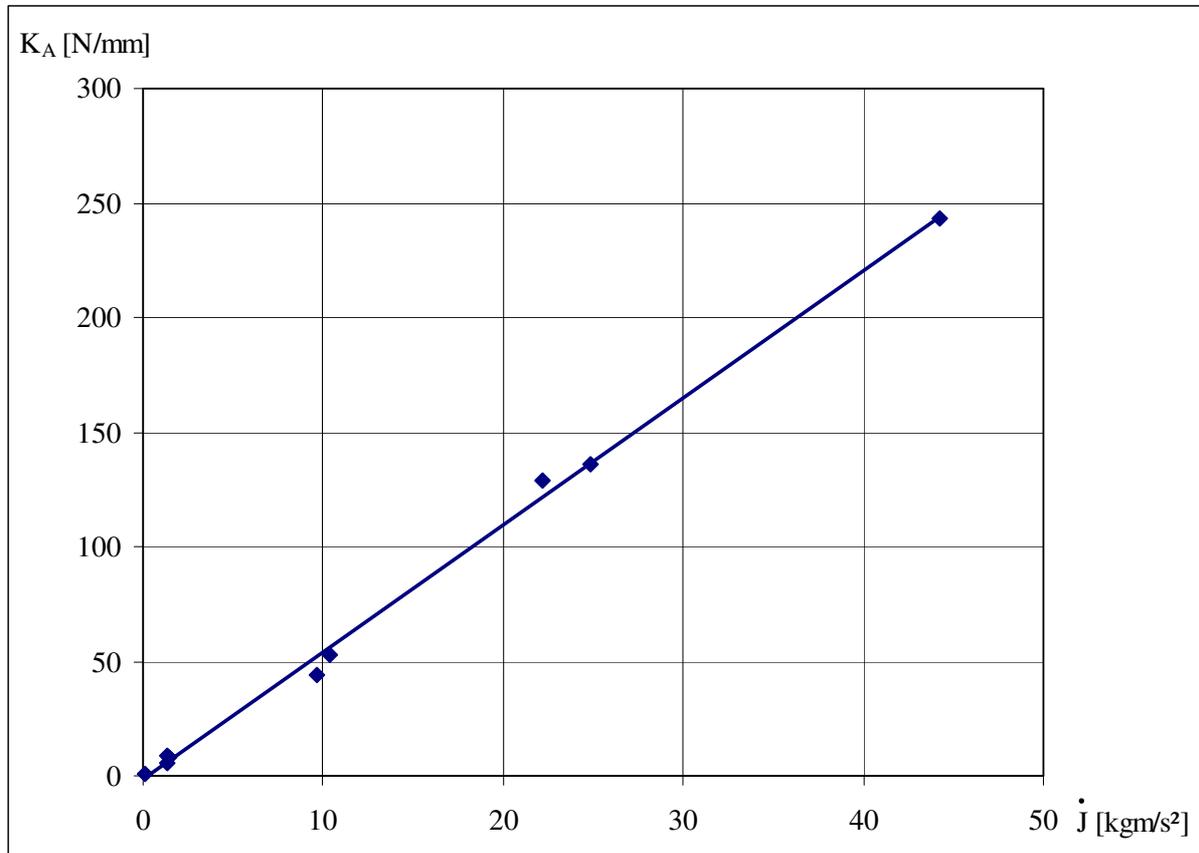
Obwohl der axiale Impulsstrom  $\dot{J}$  zur Beurteilung im Weiteren nicht verwendet wird, soll er nachfolgend dennoch kurz beschrieben werden, um seinen prinzipiellen Einfluss auf die Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  zu verdeutlichen. Mit  $c_{ax,i}$  als Axialgeschwindigkeit unter der  $i$ -ten von  $z-1$  Drosselstellen kann  $\dot{J}$  definiert werden zu:

$$\dot{J} = \sum_{i=1}^{z-1} \dot{m} \cdot c_{ax,i} \quad (5-6)$$

In Bild 5-5 ist der Zusammenhang zwischen  $K_A$  und  $\dot{J}$  für das Referenzlabyrinth dargestellt. Die Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  weist einen linearen Zusammenhang zum axialen Impulsstrom  $\dot{J}$  auf. Da die Axialgeschwindigkeiten  $c_{ax,i}$  oberhalb des kritischen Druckverhältnisses konstant bleiben (isotherme Entspannung und Schallgeschwindigkeit an der letzten Dichtspitze), ist bei Schallabströmung am Labyrinth eine Proportionalität zur Leckage gegeben.

Zur vergleichenden Beurteilung der untersuchten Dichtungen ist der axial umgesetzte Zuströmimpuls nur bedingt geeignet, da die Axialgeschwindigkeit  $c_{ax,i}$  direkt mit der Spaltweite korreliert. Bei Bürstendichtungen verändert sich der Spalt jedoch mit dem anliegenden Druckverhältnis (Blowdown-Effekt).

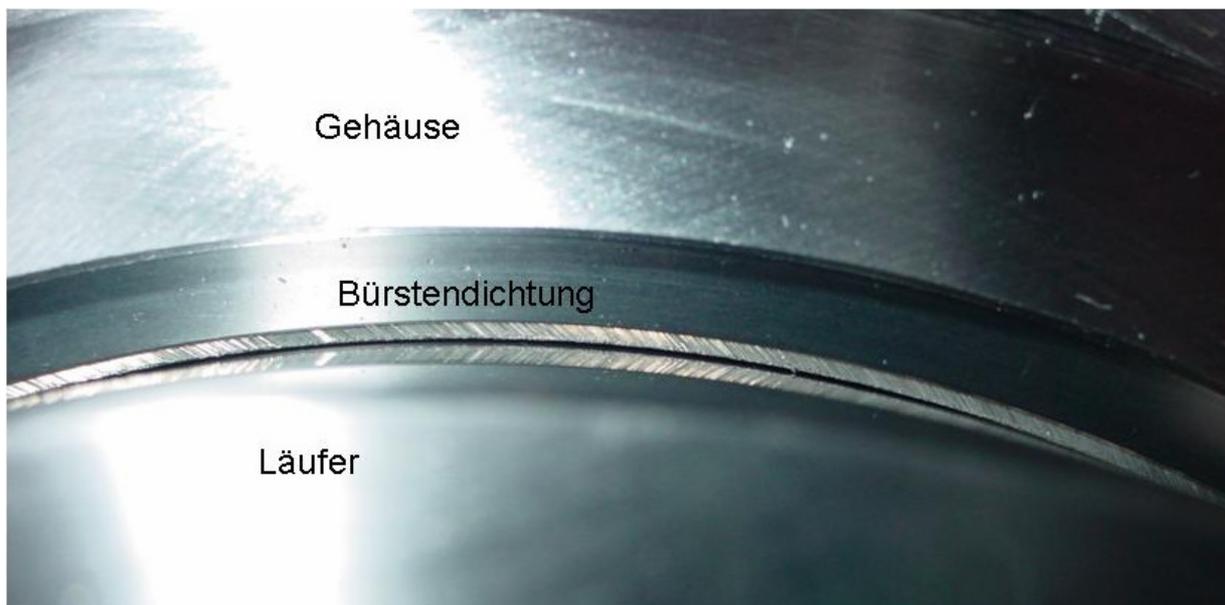
Für die Beurteilung der Auslenkungssteifigkeit und den Vergleich der Messergebnisse eignet sich daher der Leckagemassenstrom  $\dot{m}$  besser, weshalb dieser im Weiteren auch als Einflussgröße für  $K_A$  verwendet wird.



**Bild 5-5** Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  in Abhängigkeit von  $\dot{j}$  für das Referenzlabyrinth

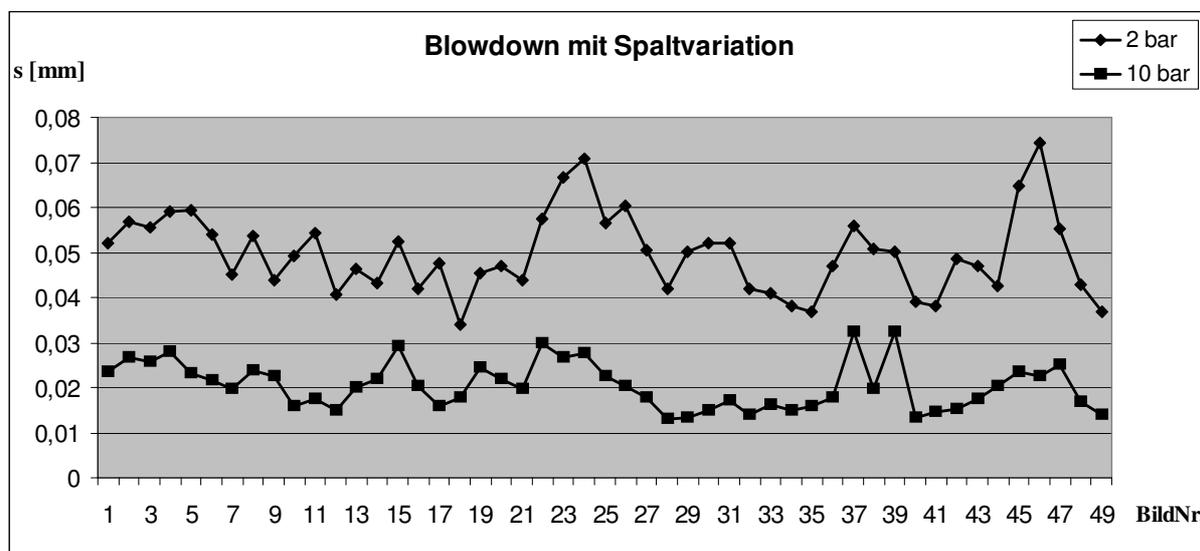
### 5.3 Blowdown - Effekt

Am Prüfstand für die statischen Messungen sind die Prüflabyrinth von außen zugänglich. Diese Möglichkeit wurde genutzt, um das Verhalten der Bürstendichtungen mittels einer optischen Messvorrichtung während der Experimente zu verfolgen. Um den sog. Blowdown-Effekt, also die selbsttätige Verkleinerung der Spaltweite unter Druckbeaufschlagung, genauer zu untersuchen, wurde dazu der Ringspalt, der außenliegenden Bürstendichtung mit einer Digitalkamera durch ein Zusatzobjektiv (Vergrößerung 1:50) über den Umfang vermessen. Bild 5-6 zeigt den Blick auf die abströmseitige Bürstendichtung am statischen Prüfstand.



**Bild 5-6** Bürstendichtung im Abströmbebereich

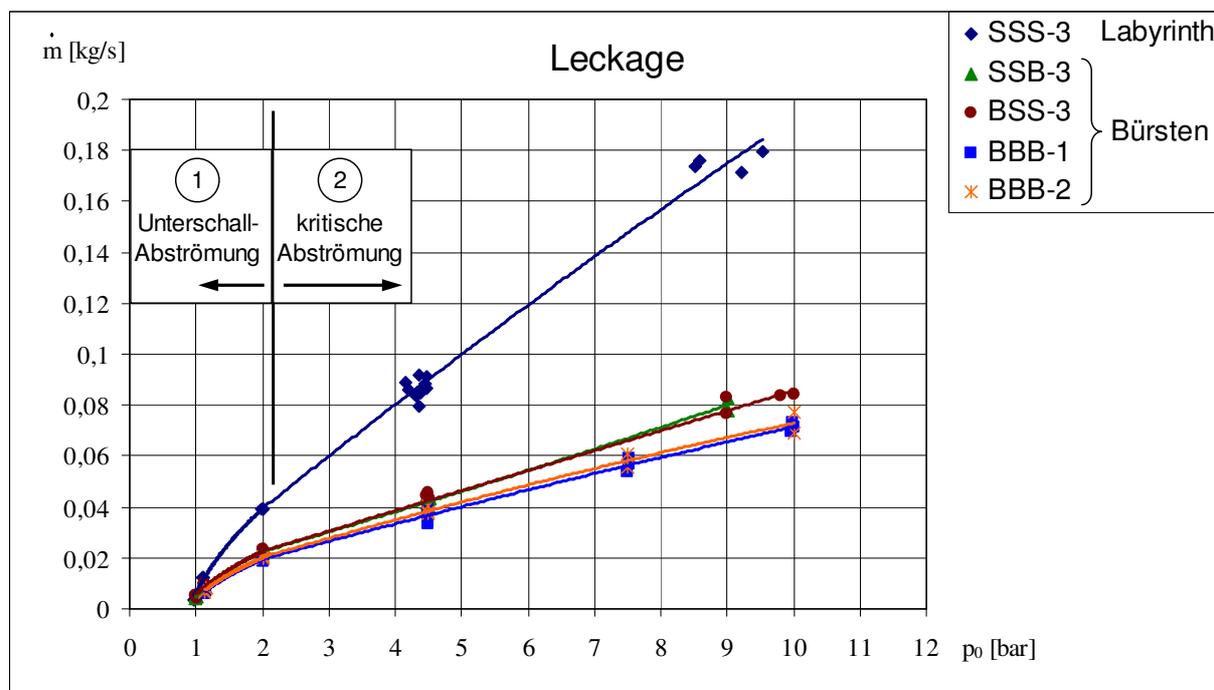
Untersuchungen mit unterschiedlichen Vordrücken belegen einen deutlichen Blowdown - Effekt sowie eine Spaltvariation über den Umfang (siehe Bild 5-7). Eine Detailaufnahme mit der Kamera deckt ca. 1 % des Rotorumfangs ab. Es wurde ein Bereich von 180° vermessen. Die mittleren Spaltweiten dieser 1%-Abschnitte zeigen dabei eine Variation von 70 - 100 % bezogen auf die aktuelle, mittlere Spaltweite. In Summe berühren bei maximalem Druck (10 bar) 17,5% des Bürstenumfangs den Rotor, während die mittlere Spaltweite noch 0,02 mm beträgt. Untersuchungen mit Be- und Entlastung einer einzelnen Bürstendichtung zeigen außerdem eine ausgeprägte Hysterese der Spaltweite. Nach einer Rotorverlagerung geht die Bürstendichtung erst zeitlich versetzt wieder annähernd in die Ausgangslage zurück (s. a. 5.6).



**Bild 5-7** mittlerer Spaltweitenverlauf über 180° des Dichtungsumfangs

## 5.4 Leckageverhalten

Die Lässigkeit der untersuchten Labyrinth ist im Wesentlichen abhängig vom Vordruck  $p_0$  und der Anzahl der Bürsten pro Dichtung. Bild 5-8 zeigt den Zusammenhang der Leckage  $\dot{m}$  vom Druck  $p_0$  in der Vorkammer für die verschiedenen Labyrintharten. Entspannt wird jeweils auf Umgebungsdruck.



**Bild 5-8** Lässigkeit der untersuchten Labyrinthtypen

Das Diagramm lässt sich in zwei Bereiche einteilen. Im Bereich 1 erfolgt die Durchströmung aller Drosselstellen unterkritisch. Die Leckage  $\dot{m}$  nimmt hier degressiv mit dem Vordruck  $p_0$  zu. Ab einem Vordruck von etwas mehr als 2 bar wird im engsten Spalt Schallgeschwindigkeit erreicht. Für das Labyrinth BSS-3 erfolgt damit eine kritische Durchströmung an der ersten Drosselstelle, für alle anderen an der letzten. Wie der Theorie nach zu erwarten, steigt die Leckage des Referenzlabyrinthes bei kritischer Abströmung (Bereich 2) proportional mit dem Vordruck, wohingegen der Verlauf von  $\dot{m}$  bei den Bürstendichtungen weiter leicht degressiv ist (Blowdown-Effekt).

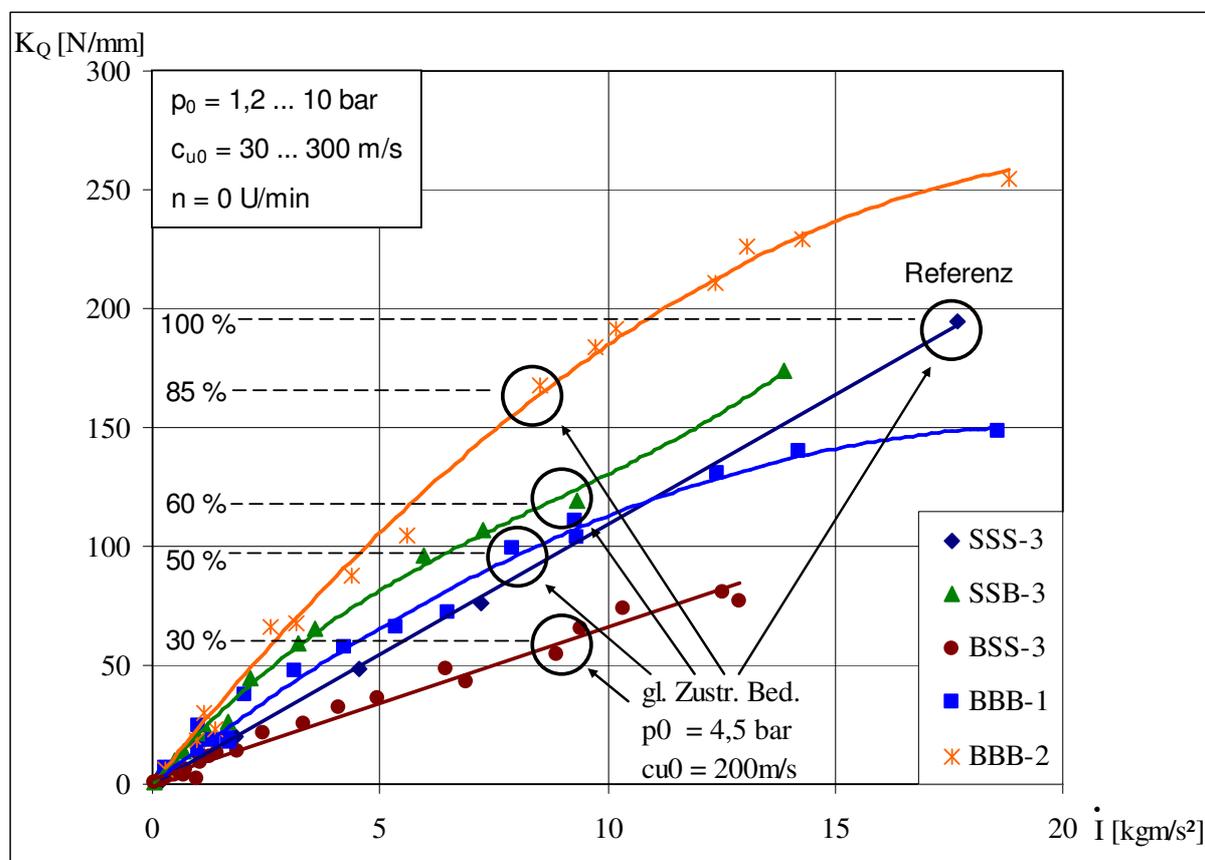
Bei den Bürstenlabyrinth SSB-3 und BSS-3 ergibt sich gegenüber dem Referenzlabyrinth eine Verringerung der Leckage um etwa 55 %. Bei den Labyrinthtypen mit jeweils 3 Bürsten (BBB-1 und BBB-2) reduziert sich der Leckstrom um ca. 60 %. Der Austausch einer einzelnen Labyrinthspitze gegen eine Bürstendichtung verringert die Leckage damit sehr stark. Die Wirkung weitere Bürstendichtungen ist weitaus geringer, da sich das anstehende Druckgefälle auf mehrere Bürsten verteilt und der Blow-

down Effekt sich damit schwächer auswirkt. Es ist zu erwarten, dass sich bei einer Auslegung der Bürsten mit geringerer Grundspaltweite noch eine weitere Leckagereduktion erreichen lässt. Hier sei im Weiteren auf Arbeiten verwiesen, die sich vorwiegend mit dem Leckageverhalten von Hochdruckdichtungen beschäftigen (z.B. [72]).

## 5.5 Rotordynamische Koeffizienten

### 5.5.1 Quer- / Nebensteifigkeiten, statische Messungen

Wie bereits dargelegt, bestimmt die Quer- bzw. Nebensteifigkeit  $K_Q$  (oft auch als Spalterregungsbeiwert bezeichnet) maßgeblich die Höhe der schwingungsanregenden Tangentialkraft. Ein Vergleich der verschiedenen Dichtungsvarianten anhand dieses Beiwertes ist in Bild 5-9 dargestellt. Zum Vergleich der  $K_Q$ -Werte bei gleichen Randbedingungen sind zusätzlich Stellen gleichen Vordruckes (4,5 bar) und gleicher Vordrallgeschwindigkeit (200 m/s) kenntlich gemacht (wegen der verbesserten Dichtwirkung der Bürstenlabyrinth reduziert sich der ausschlaggebende Impulsstrom).



**Bild 5-9** Quersteifigkeit  $K_Q$  in Abhängigkeit von  $\dot{I}$

Die Auftragung der Quersteifigkeiten zeigt für alle Varianten einen deutliche Abhängigkeit vom Impulsstrom  $\dot{I}$ . Beim Referenzlabyrinth SSS-3 und den gemischten Labyrinth SSB-3 und BSS-3 verhalten sich die Quersteifigkeiten nahezu linear zu  $\dot{I}$ , wogegen bei beiden Labyrinth, die komplett mit Bürsten bestückt sind (BBB-1 und BBB-2) eine Abflachung des Verlaufs mit steigendem Impulsstrom festzustellen ist.

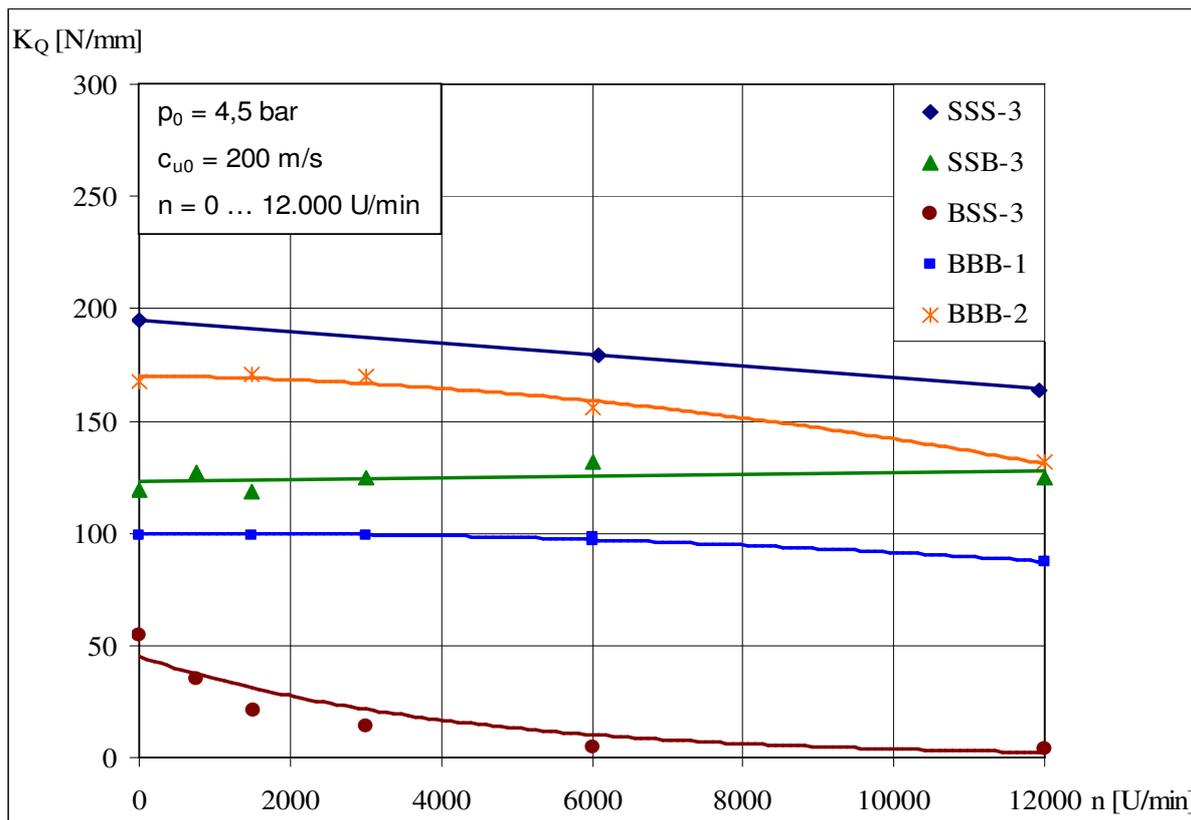
Eine mögliche Erklärung für die, im Vergleich zur Variante BBB-1, stark erhöhte Quersteifigkeit des Bürstenlabyrinthes BBB-2 mit Prallblechen liegt möglicherweise an der frühzeitigen Umlenkung der Stömung durch die zusätzlichen Einbauten. Die Geschwindigkeit in axialer Richtung verwirbelt offensichtlich nicht komplett, sondern ändert nur die Richtung und trägt so zur Erhöhung des Umfangsimpulses bei, wodurch  $K_Q$  zunimmt.

Bei allen Varianten mit Bürstendichtungen lässt sich eine Reduzierung der Quersteifigkeiten und damit eine Verbesserung gegenüber dem Referenzlabyrinth erkennen. Durch den Einsatz der Dichtung SSB-3 wird  $K_Q$  um ca. 40 % gesenkt, mit BSS-3 sind es etwa 70 %. Mit dem Durchblicklabyrinth BBB-1 lässt sich der Wert im Vergleich zur Referenzdichtung auf 50 % reduzieren. Nur das Bürstenlabyrinth BBB-2 mit Prallblechen bringt mit ca. 15 % eine eher geringe Verbesserung.

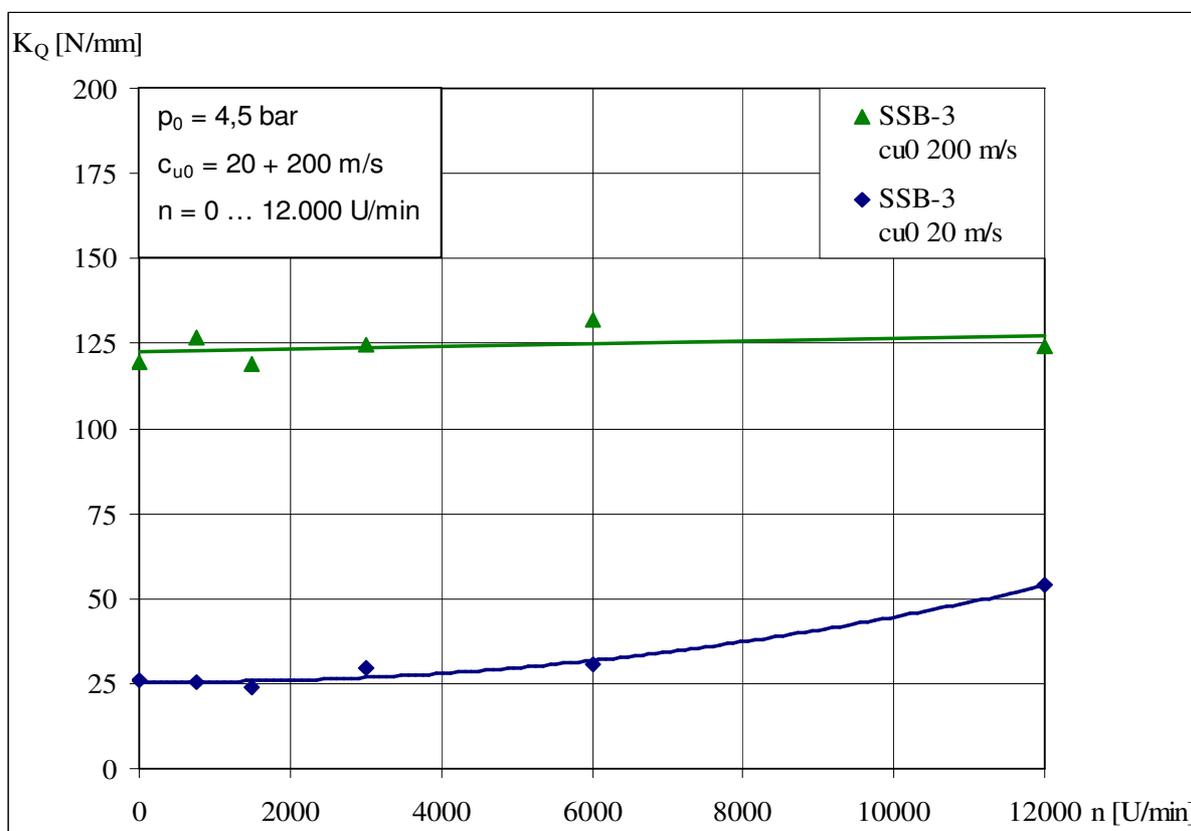
Die Quersteifigkeit  $K_Q$  wurde für einen Drehzahlbereich von 0 bis 12.000 U/min untersucht. Dabei zeigt sich, dass  $K_Q$  für die meisten Dichtungstypen (mit Ausnahme von SSB-3) mit steigender Drehzahl sinkt (Bild 5-10).

Dieses Verhalten, dass zunächst ungewöhnlich erscheint, wird durch andere Autoren ([22], [40]) bestätigt. Es belegt die These, dass nicht nur eine hohe Umfangskomponente der Strömung Grund für die Spalterregung ist, sondern auch die Änderung dieser in den aufeinander folgenden Kammern (z.B. [53]). Die zur Drallanströmung gleichläufige Rotordrehung vermindert den Drallabbau. Je weniger des am Dichtungseintritt vorhandenen Zuströmimpulses in den Kammern vernichtet wird, desto weniger Spalterregung wird generiert.

Umgekehrt erhöht sich die Spalterregung bei Rotordrehung, wenn der Impulsstrom in Umfangsrichtung klein und die Strömungsgeschwindigkeit in axialer Richtung gering ist. Am Beispiel des Labyrinthtyps SSB-3 – nur hier beeinflusst die Schleppwirkung  $K_Q$  – lässt sich dieser Effekt verdeutlichen (Bild 5-11).



**Bild 5-10** Quersteifigkeit  $K_Q$  in Abhängigkeit von der Rotordrehzahl  $n$

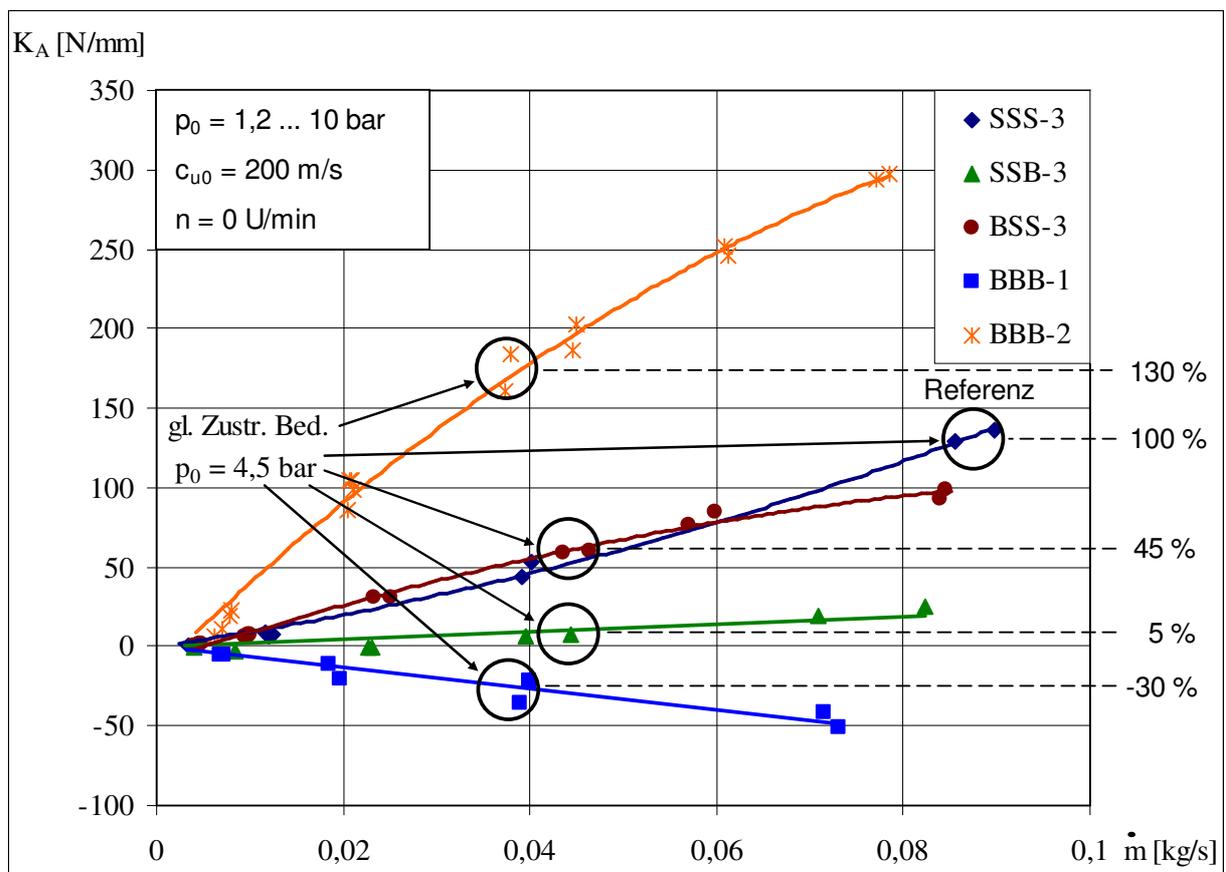


**Bild 5-11** Quersteifigkeit  $K_Q$  in Abhängigkeit von der Rotordrehzahl  $n$  und verschiedenen Vordrallwerten  $c_{u0}$  für das Bürstenlabyrinth SSB-3

Bei der Variante SSB-3 mit der Bürste am Dichtungsende wird in den Kammern nur wenig Druck abgebaut. Die Axialgeschwindigkeit  $c_{ax}$  ist dementsprechend klein und die Strömung weniger turbulent. Bei kleiner Vordrallgeschwindigkeit wird die Strömung in Umfangsrichtung aufgrund der Schleppwirkung beschleunigt. Mit steigender Rotorgeschwindigkeit wird mehr Energie in das System eingebracht und die Spalterregung steigt. Der Effekt verringert sich entsprechend mit steigender Vordrallgeschwindigkeit, da die Relativgeschwindigkeit zur Rotorwand geringer wird.

### 5.5.2 Auslenkungs- / Hauptsteifigkeiten, statische Messungen

Die Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  spiegelt den konservativen Anteil der Fluidkraft wider. Die Verwendung des Steifigkeitsbeiwertes in Auslenkungsrichtung  $K_A$  anstelle des in der Rotordynamik sonst üblichen Rückstellbeiwertes  $K$  beruht auf der Definition eines Koordinatensystems in mathematisch positivem Sinn bei den statischen Messungen. Die Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  entspricht der negativen Hauptsteifigkeit  $-K$ .



**Bild 5-12** Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  in Abhängigkeit von  $\dot{m}$

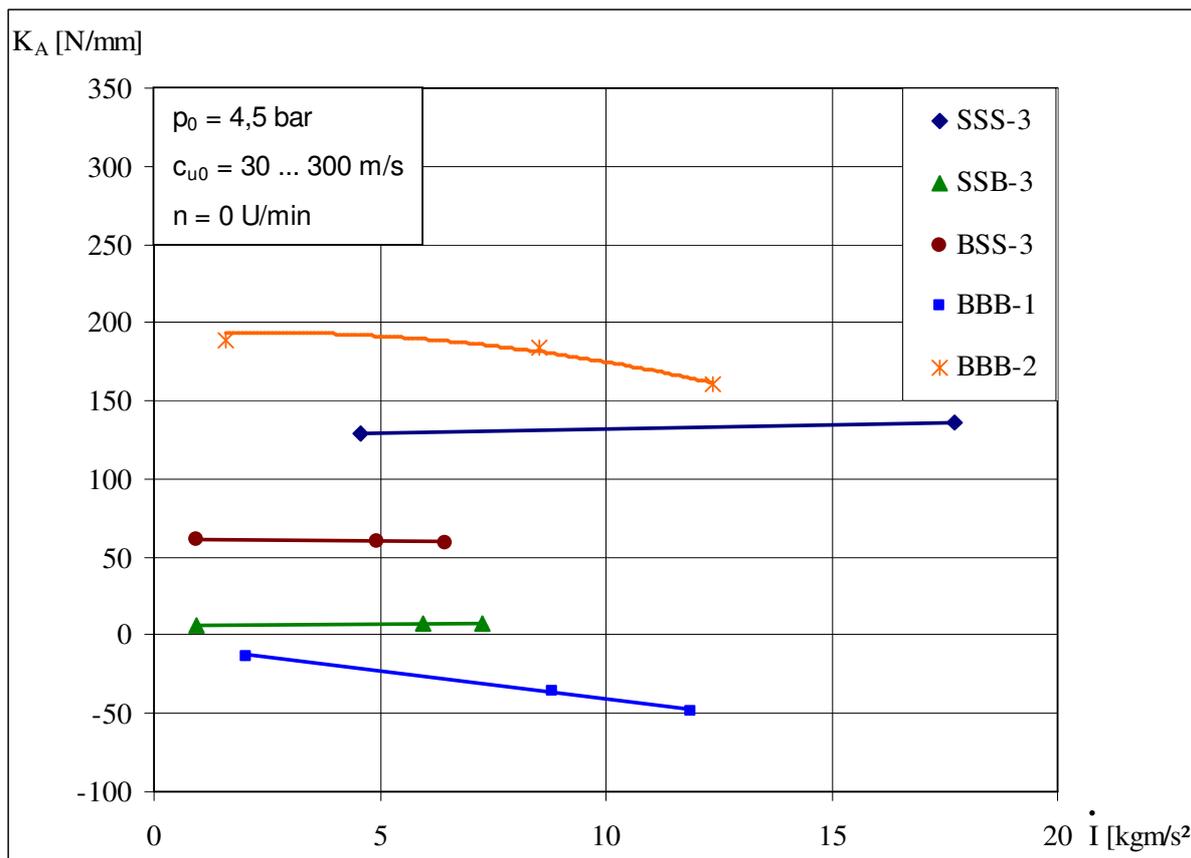
In Bild 5-12 ist die Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  über dem Leckagemassenstrom  $\dot{m}$  für die untersuchten Dichtungsvarianten aufgetragen. Es sind wiederum Stellen gleichen Vordrucks und annähernd gleicher Vordrallgeschwindigkeit durch Kreise gekennzeichnet, um die Verbesserung der Dichtwirkung durch die Bürstenlabyrinth mit darzustellen. Für die Dichtungen SSS-3, SSB-3 und BBB-1 wächst  $K_A$  annähernd linear mit der Leckage. Bei den Bürstenlabyrinth BSS-3 und BBB-2 ist der Anstieg mit  $\dot{m}$  dagegen leicht degressiv.

Die verschiedenen Varianten weisen überwiegend positive Auslenkungssteifigkeiten auf, wirken also dezentrierend auf den Rotor. Eine Ausnahme bildet hier nur das Bürsten-Durchblicklabyrinth BBB-1, das eine versteifende Wirkung aufweist. Im Vergleich zum Referenzlabyrinth vermindert sich die Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  bei der BBB-1-Variante um 130 %, bei SSB-3 um 95 % und bei BSS-3 um 55 %. Die Bürstenvariante BBB-2 mit Prallblechen macht das System dagegen um etwa 30 % weicher.

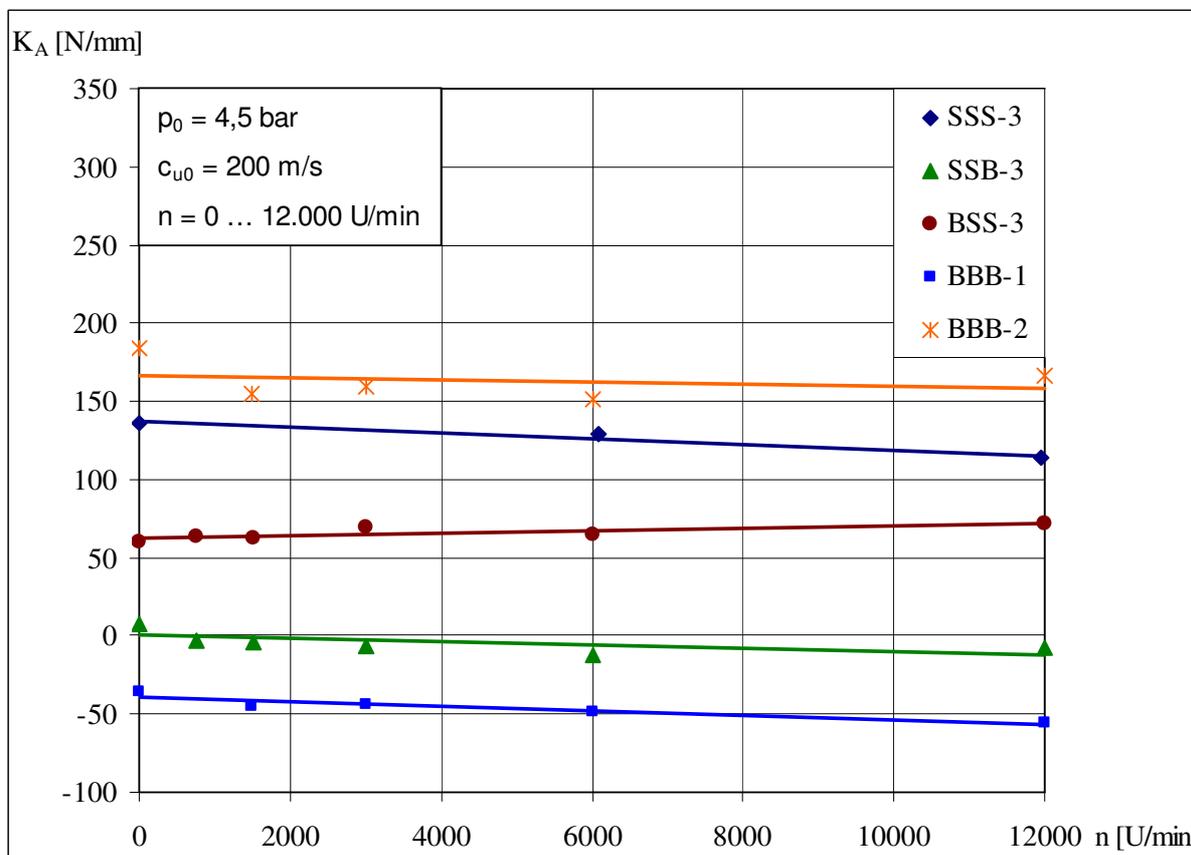
Bild 5-13 zeigt den Einfluss der Drallanströmung auf die Auslenkungssteifigkeit  $K_A$ . Für das Referenzlabyrinth SSS-3 und die beiden Modifikationen mit je einer Bürstendichtung, SSB-3 und BSS-3, ist so gut wie kein Zusammenhang zwischen Umfangsimpulsstrom  $\dot{I}$  und Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  festzustellen. Die beiden Varianten mit je 3 Bürstendichtungen weisen dagegen einen deutlichen Einfluss des Zuströmimpulses  $\dot{I}$  auf. Beim Bürstenlabyrinth BBB-2 mit Prallblechen überwiegt dabei die Abhängigkeit vom Leckagemassenstrom  $\dot{m}$  (hoher  $K_A$ -Wert auch bei geringem Impulsstrom). Beim BBB-1 Durchblicklabyrinth herrscht der zusätzliche Einfluss der Drallanströmung bzw. des Impulsstroms  $\dot{I}$  vor.

Eine abschließende Erklärung, warum sich die Auslenkungssteifigkeit bei stärkerer Drallanströmung verringert, kann anhand der Experimente nicht gegeben werden. Bei der Labyrinth-Geometrie BBB-2 wird vermutlich ein Teil der axialen Strömungsenergie mit steigender Drallanströmung (steilerer Anströmwinkel) durch die zusätzlichen Einbauten in Umfangsrichtung umgelenkt, wodurch sich die Phasenlage der Druckverteilung verschiebt und die Auslenkungssteifigkeit als Folge davon sinkt. Die Quersteifigkeit steigt daraufhin wie in 5.5.1 beschrieben.

Beim Durchblick-Bürsten-Labyrinth BBB-1 ist möglicherweise der Dichtungstyp selbst Ursache für den Einfluss der Drallanströmung auf die Hauptsteifigkeit. Im Gegensatz zu allen anderen Geometrien ist hier mit einer direkten Strömung von Spalt zu Spalt (Kurzschluss-Stromlinien) und damit einer unvollständiger Dissipation zu rechnen.



**Bild 5-13** Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  in Abhängigkeit von  $\dot{I}$



**Bild 5-14** Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  in Abhängigkeit von der Rotordrehzahl  $n$

Der Vergleich der Auslenkungssteifigkeiten der unterschiedlichen Labyrinth bei Variation der Drehzahl ergibt für das Referenzlabyrinth SSS-3 sowie die Bürstenlabyrinth SSB-3 und BBB-1 ein geringfügiges Absinken von  $K_A$  mit der Drehzahl  $n$  (Bild 5-14). Für die Varianten BSS-3 und BBB-2 ist keine Drehzahlabhängigkeit zu erkennen.

### 5.5.3 Quer- / Nebensteifigkeiten, dynamische Messung

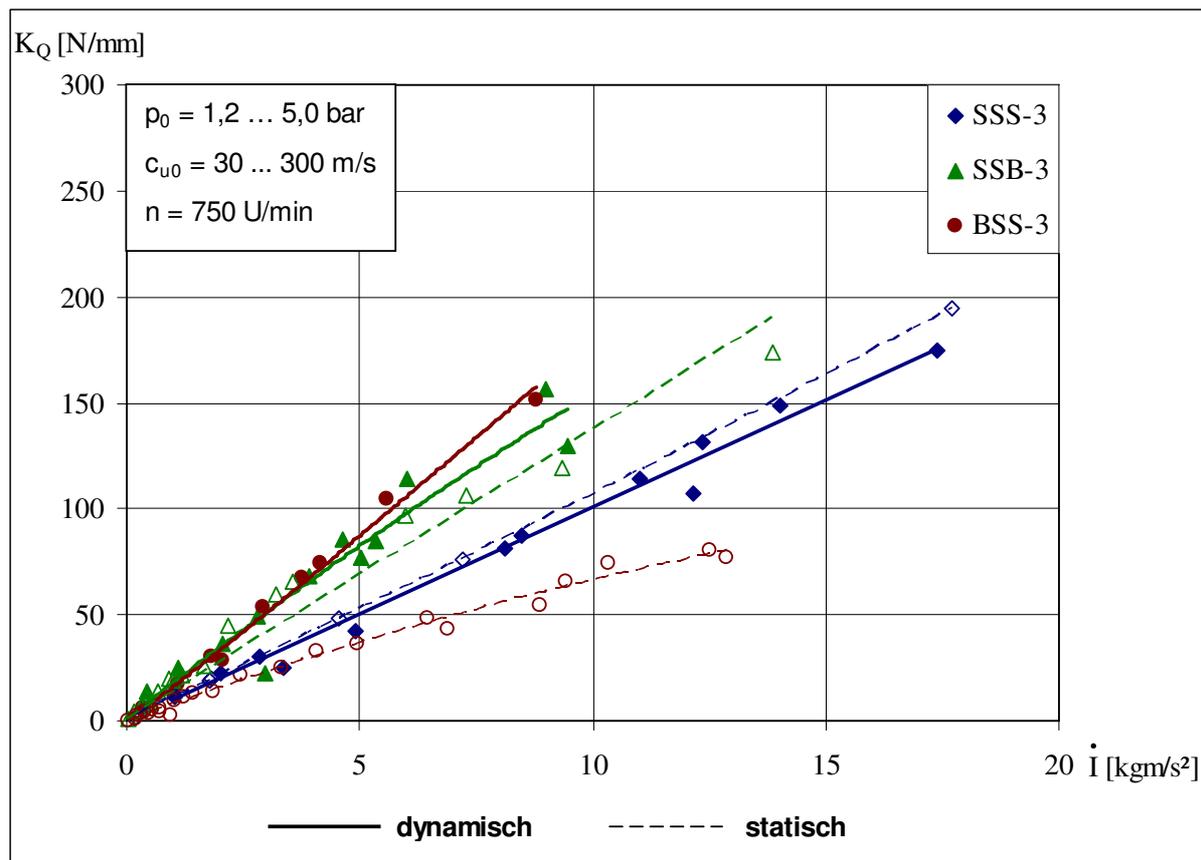
Bei den dynamischen Messungen konnten, wie bereits erläutert, nur die Dichtungs-konfigurationen mit je einer Bürstendichtung (SSB-3 und BSS-3) zusammen mit dem Referenzlabyrinth (SSS-3) untersucht werden. Die Ergebnisse aus diesen Untersuchungen werden denen aus den statischen Messungen gegenübergestellt. Da den beiden Verfahren völlig unterschiedliche Messprinzipien zugrunde liegen, ergeben sich in manchen Bereichen beträchtlichen Abweichungen, deren Diskussion die Stärken und Schwächen des jeweiligen Untersuchungsverfahrens aufgezeigt.

In den dynamischen Messungen wurde keine Drehzahlvariation durchgeführt. Alle Ergebnisse beziehen sich auf eine Drehzahl von 750 U/min. In Bild 5-15 sind die ermittelten Quersteifigkeiten  $K_Q$  (= Nebensteifigkeit  $k$ ) vergleichend für die untersuchten Dichtungen und Messverfahren dargestellt.

Für das Referenzlabyrinth SSS-3 erhält man beim dynamischen Verfahren um ca. 10 % kleinere Werte für  $K_Q$  als beim statischen Messverfahren. Die Abweichung lässt sich dabei vorwiegend auf den systematischen Fehler zurückführen, der beim statischen Messprinzip dadurch entsteht, dass der axiale Druckverlauf innerhalb einer Kammer jeweils als konstant angenommen und axial nur an einer Position, in der Kammermitte, gemessen wird.

Mittels Simulationsrechnungen soll in Kapitel 6 versucht werden, die Interpretation der experimentellen Ergebnisse zu unterstützen und zu erweitern. Dabei wird u. a. auch auf die zu erwartende Abweichung bei der Wahl des Messprinzips eingegangen.

Die im Versuch ermittelten Steifigkeitsbeiwerte beschreiben das Verhalten des Komplettsystems aus Zuströmbereich, Dichtungen und Abströmbereich. Um die Anteile zu ermitteln, die ausschließlich den Dichtungen zuzuschreiben sind, wurde in Zusatzmessungen der Einfluss von Zu- und Abströmbereich separat erfasst, und vom Gesamtwert abgezogen. Die Wirkung der Zu- und Abströmbereiche wird detailliert im nachfolgenden Unterkapitel 5.5.6 beschrieben.



**Bild 5-15** Quersteifigkeiten  $K_Q$  in Abhängigkeit von  $\dot{I}$ , bestimmt am dynamischen und am statischen Prüfstand

Im Vergleich zum Referenzlabyrinth SSS-3 weisen die Bürstenlabyrinth SSB-3 und BSS-3 wesentlich stärkere Unterschiede zu den statischen Messungen auf. Mit systembedingten Messunsicherheiten alleine lassen sich diese Abweichungen nicht mehr erklären. Hier scheinen im dynamischen Fall völlig andere Strömungsbedingungen zu herrschen als im statischen Fall.

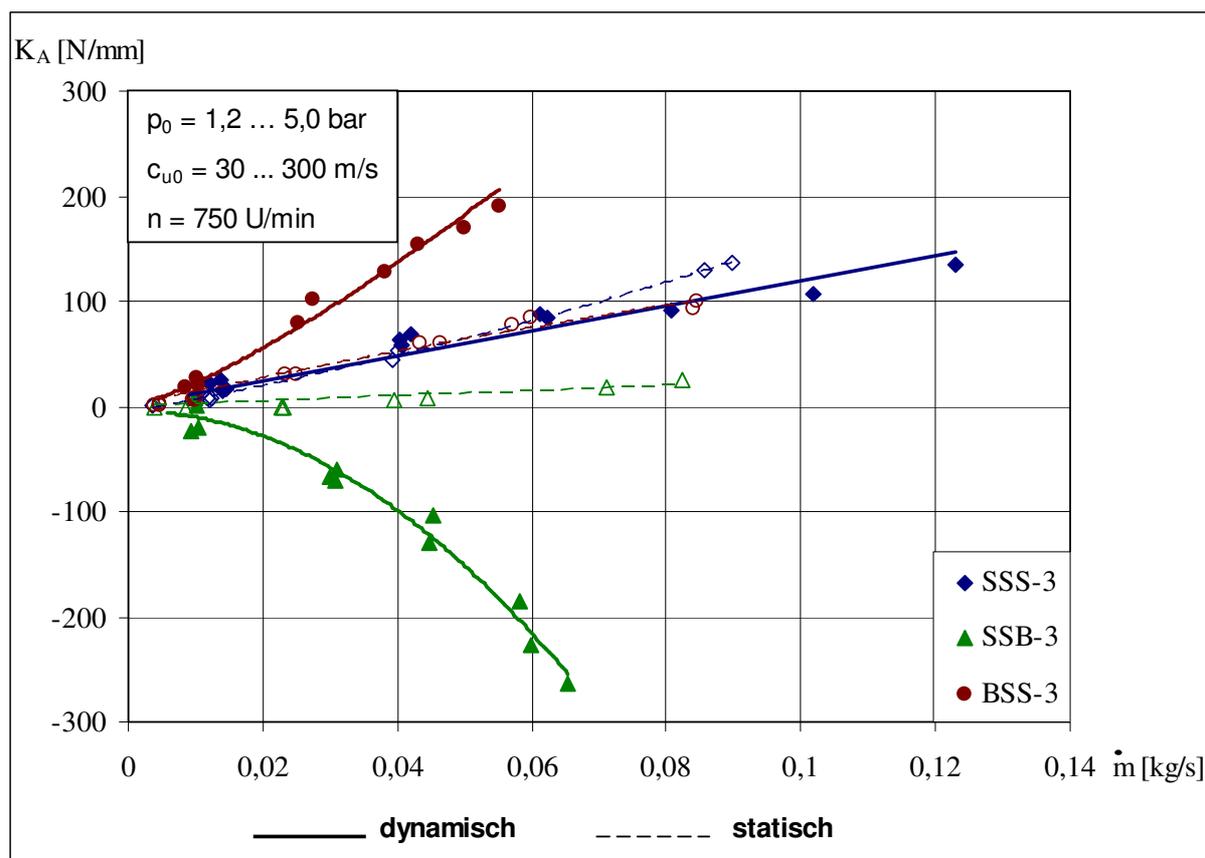
Eine mögliche Ursache hierfür liegt in der unterschiedlichen Spaltgeometrie bei den Bürsten im Messbetrieb. Während sich bei den statischen Untersuchungen jeweils Sichelspalte auf der der Auslenkung gegenüberliegenden Seite ausbilden, nimmt die Spaltgeometrie in den dynamischen Untersuchungen aufgrund des Hystereseverhaltens (unter Druckbelastung kehren die Bürstendrähte nach einer Rotorauslenkung erst verzögert und dann auch nur vermindert in die Ausgangslage zurück) der Bürstendichtung eine Kreisform an, wenn der Läufer an der Stabilitätsgrenze zu orbitieren beginnt. Der Rotor schwingt sich innerhalb der Bürstendichtung sozusagen frei und formt einen annähernd kreisrunden und im Vergleich zur reinen Unwuchtschwingung vergrößerten Spalt aus. Der Spalt kann sich innerhalb einer Schwingungsperiode

nicht mehr schließen. Leicht erhöhte Leckagewerte in den dynamischen Untersuchungen im Vergleich zu den statischen bestätigen den Effekt.

Für den Fall, dass die Bürstendichtung stromaufwärts verbaut ist (BSS-3), wirkt sich der veränderte Strömungsverlauf stärker auf die rotordynamischen Koeffizienten aus als beim Einbau auf der Abströmseite (SSB-3), da sich, wie in Kapitel 3.2.3 hergeleitet, die Druckvariation in der ersten Kammer auf alle nachfolgenden auswirkt.

#### 5.5.4 Auslenkungs- / Hauptsteifigkeiten, dynamische Messungen

Bei den Auslenkungssteifigkeiten  $K_A$  (= neg. Hauptsteifigkeit -K) gibt es vergleichbare Unterschiede zwischen statischer und dynamischer Messung wie bei den zuvor beschriebenen Quersteifigkeiten. Bild 5-16 zeigt die Auslenkungssteifigkeiten  $K_A$ , ermittelt aus den dynamischen Messungen, in Abhängigkeit vom Leckagemassenstrom  $\dot{m}$ .



**Bild 5-16** Auslenkungssteifigkeit  $K_A$  in Abhängigkeit vom Leckmassenstrom  $\dot{m}$ , bestimmt am dynamischen und am statischen Prüfstand

Für das Referenzlabyrinth SSS-3 stimmen die statisch und dynamisch ermittelten Werte gut überein. Die Abweichung beträgt 10 bis 15 %. Die Auslenkungssteifigkeiten liegen bei orbitierendem Rotor dabei niedriger als bei statischer Rotorverlagerung, was sich wiederum gut mit dem systematischen Fehler der statischen Messung erklären lässt und durch die in Kapitel 6 beschriebenen Simulationsrechnungen bestätigt wird.

Bei den Bürstenlabirynthen SSB-3 und BSS-3 sind die Differenzen zwischen der statischen und der dynamischen Untersuchungsmethode wiederum wesentlich ausgeprägter. Während die Variante SSB-3 deutlich versteifend auf den Läufer wirkt (neg.  $K_A$ -Wert), macht die Dichtung BSS-3 das System weicher. Der Anstieg von  $K_A$  bei der BSS-3-Variante zeigt deutlich, dass die Steifigkeiten bei den Bürstenlabirynthen strömungsmechanischer Natur sind, da die Bürsten im dynamischen Fall zusätzlich eine mechanische Steifigkeit bei Rotorkontakt einbringen, die versteifend wirkt.

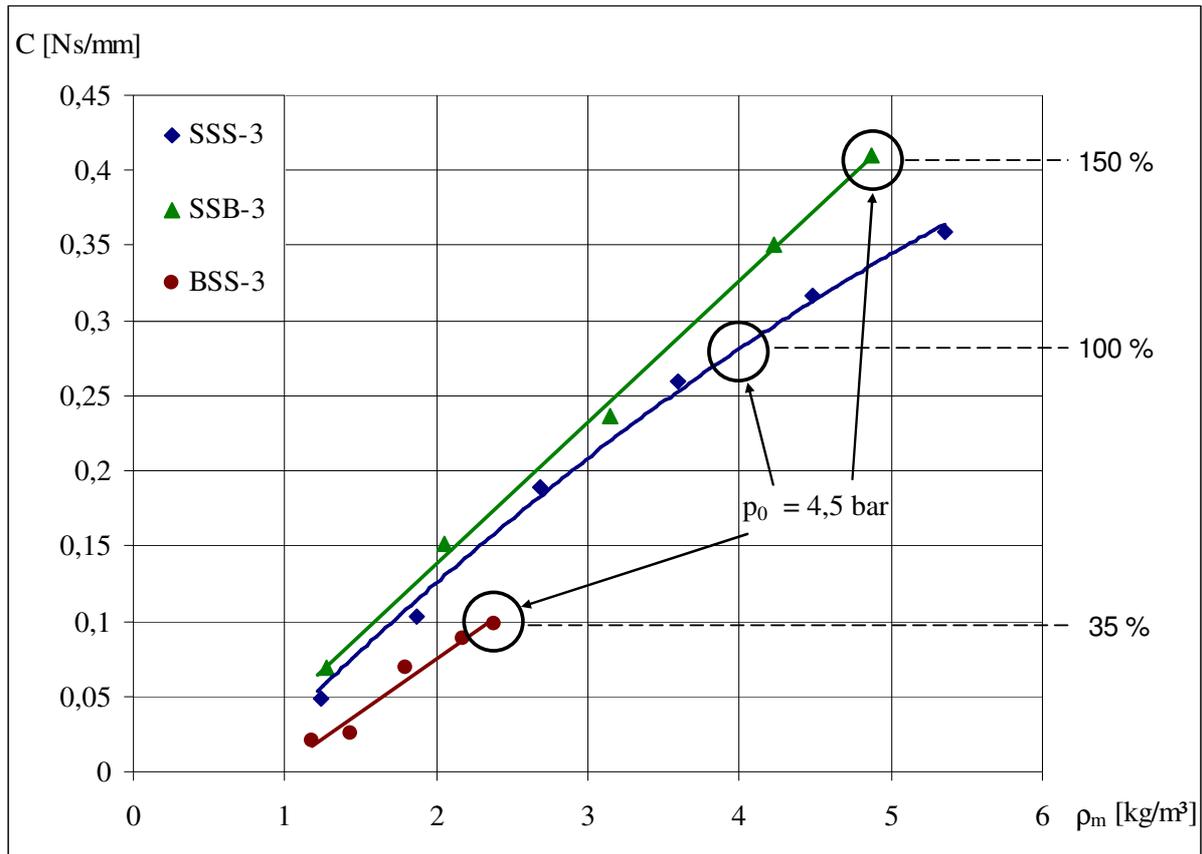
### 5.5.5 Dämpfungen

Aus rotordynamischer Sicht hat die Hauptdämpfung  $C$  neben der Quersteifigkeit  $K_Q$  einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Stabilität des Turborotors. Eine Abhängigkeit der Hauptdämpfung von der Dichte  $\rho$  des Arbeitsmediums ist aus der Literatur bekannt [45]. Als Einflussgröße wurde jedoch nicht die Dichte  $\rho_0$  am Dichtungseintritt gewählt, sondern die mittlere Dichte  $\rho_m$  in den Kammern des Labirynths.

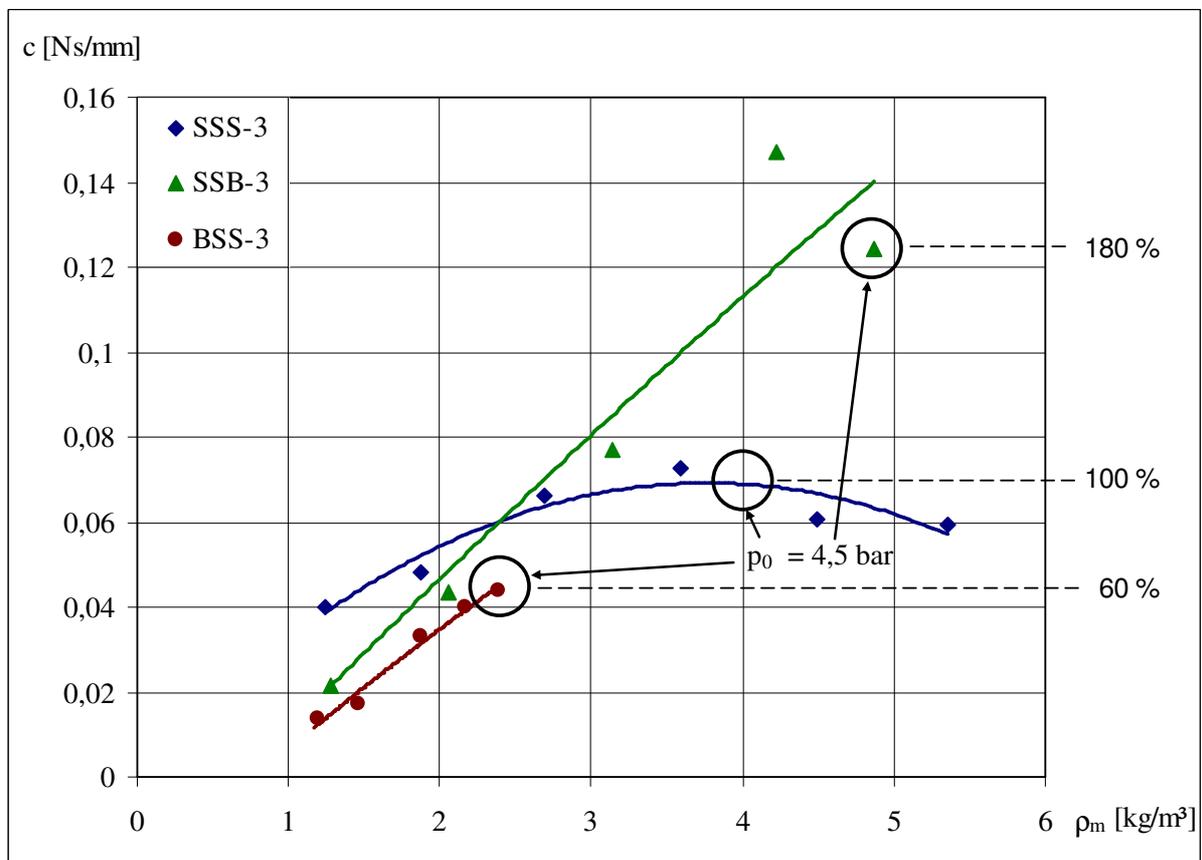
$$\rho_m = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \quad (5-7)$$

Die Messungen ergaben, dass die mittlere Dichte, je nach axialer Position der Bürste im Labyrinth, beachtliche Unterschiede zeigt. In ähnlichem Maße wie diese Unterschiede verändern sich auch die Dämpfungsbeiwerte. Die Darstellung der Dämpfungen über die mittlere Dichte erweist sich daher als physikalisch sinnvoll.

Die Hauptdämpfung  $C$  ist in Bild 5-17 für die untersuchten Labirynthe dargestellt. Die Stellen mit gleichem Vordruck von 4,5 bar sind gekennzeichnet. Im Bezug zur Referenzdichtung SSS-3 steigt die Hauptdämpfung  $C$  bei der SSB-3 Dichtung um etwa 50 % an. Für die Dichtung BSS23 nimmt sie dagegen um 65 % ab. Durch die stark verminderte Dämpfungsfähigkeit dieses Labirynthyps bleibt die anfachende Wirkung durch die Nebensteifigkeit fast vollständig erhalten.



**Bild 5-17** Hauptdämpfung  $C$  in Abhängigkeit von der mittleren Dichte  $\rho_m$



**Bild 5-18** Nebendämpfung  $c$  in Abhängigkeit von der mittleren Dichte  $\rho_m$

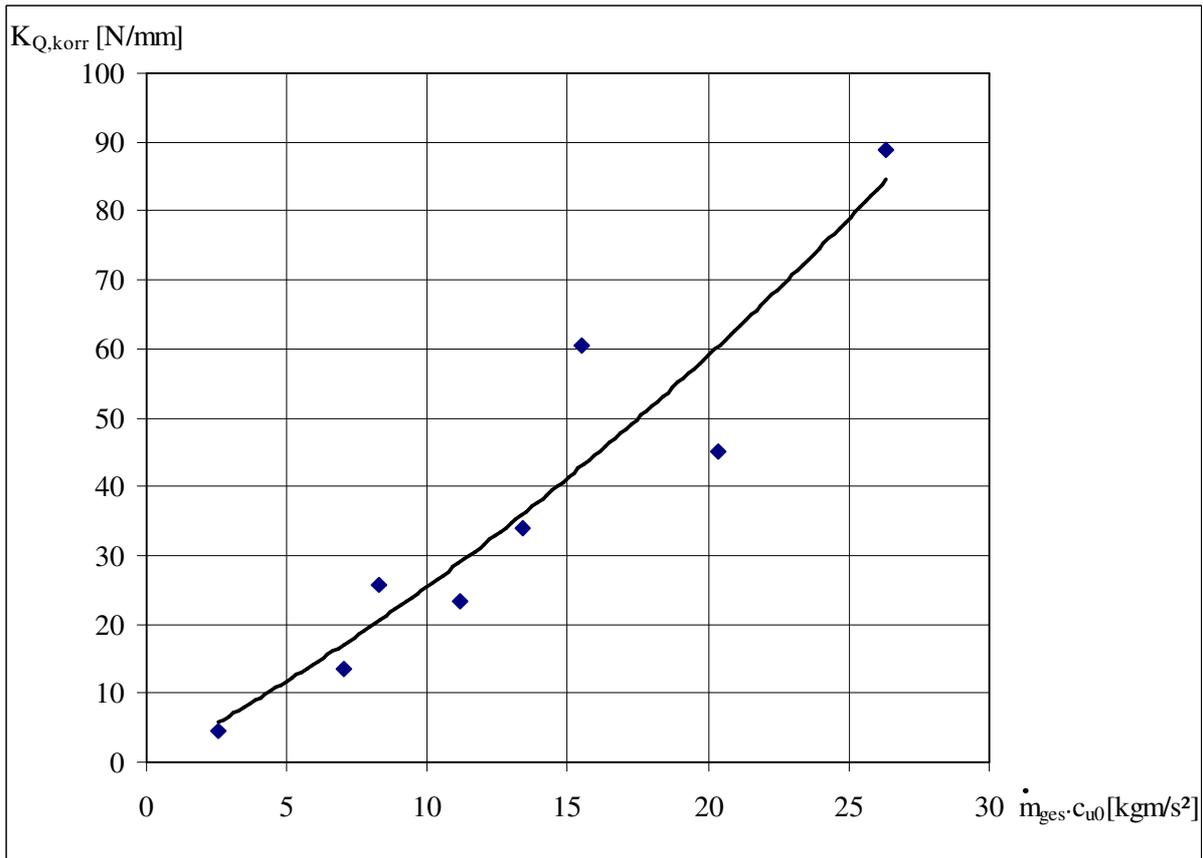
In Bild 5-18 ist die Nebendämpfung  $c$  für die untersuchten Labyrinth dargestellt. Wiederum sind die Stellen mit einem gleichen Vordruck von 4,5 bar gekennzeichnet. Die gemessenen Nebendämpfungen sind betragsmäßig kleiner als die Hauptdämpfungen. Im Vergleich zur Referenzdichtung SSS-3 weist das Bürstenlabyrinth SSB-3 eine knapp doppelt so hohe Nebendämpfung  $c$  auf. Für die Dichtung BSS-3 ist sie dagegen um ca. 40 % geringer.

Für das Referenzlabyrinth ergibt sich im Experiment ein Verlauf von  $c$ , der bei ca. 4 bar ein Maximum erreicht und danach wieder absinkt. Dieses Verhalten kann mit den experimentellen Untersuchungen nicht erklärt werden. Die numerische Simulation für das Referenzlabyrinth in Kapitel 6.3.1 weist ebenfalls kein Maximum auf, jedoch zeigt sich ein abflachender Verlauf der Nebendämpfung mit steigender Dichte. Da sich die Nebendämpfungen aus der Änderung der Auslenkungskräfte ergeben, welche sich messtechnisch indirekt aus der Frequenzverschiebung ableiten, spielen Randeinflüsse bei der Bestimmung der Nebendämpfung möglicherweise eine Rolle.

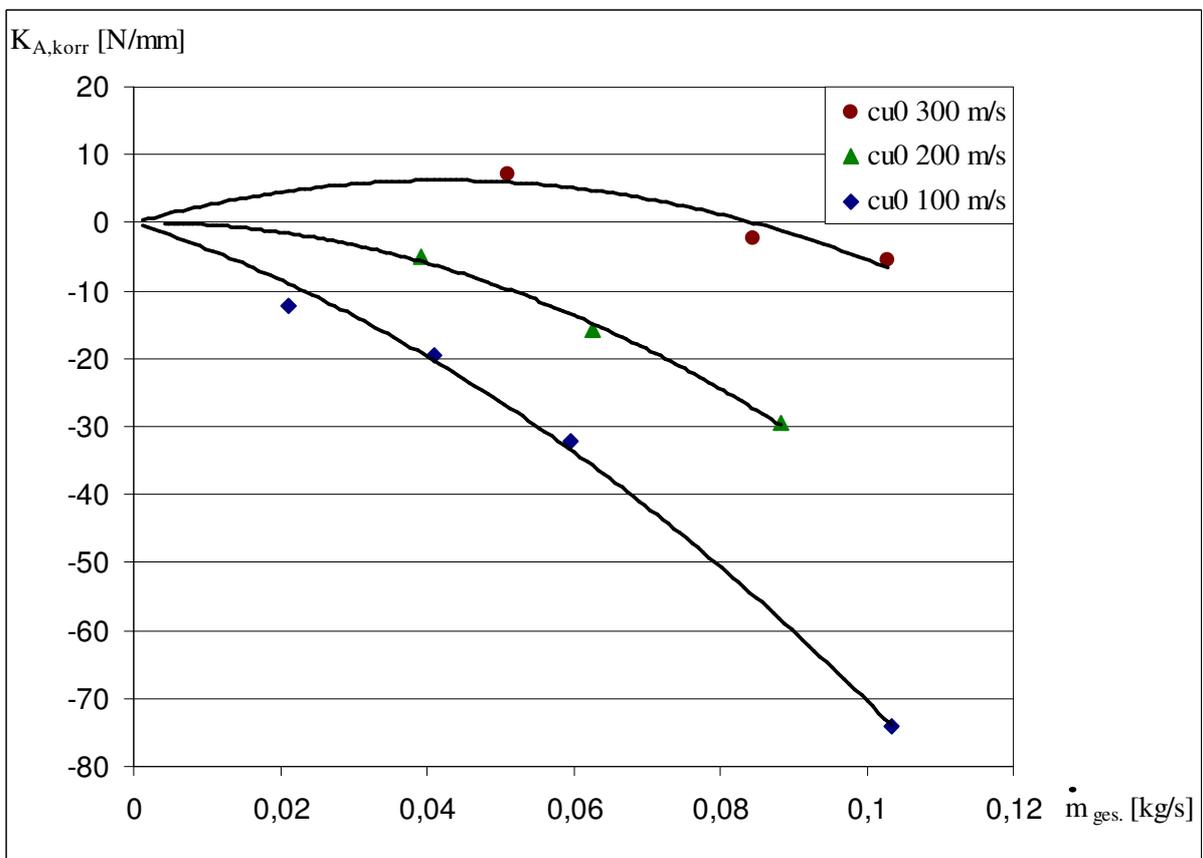
Die experimentellen Untersuchungen zeigen, dass Haupt- und Nebendämpfung neben der Dichte des Mediums auch noch vom Vordruck beeinflusst werden (nicht in den Bildern dargestellt). Die Dämpfungswerte steigen dabei mit ansteigendem Vordruck, wobei der Einfluss der Dichte jedoch dominierend bleibt.

#### 5.5.6 Einfluss von Zu- und Abströmung

Am dynamischen Prüfstand erfasst man bei den Messungen nicht nur den eigentlichen Dichtungsbereich, sondern zusätzlich auch den zentralen Zu- und Abströmbereich sowie die beiderseitigen Abströmbereiche, da der Rotor etwas über die letzte Dichtspitze hinausragt (Bild 4-8). Der Vergleich der Messergebnisse und Simulationsrechnungen [87] hierzu belegen, dass diese Zonen einen nennenswerten Einfluss auf die gemessenen Steifigkeitsbeiwerte  $K_Q$  und  $K_A$  haben. Um die Ergebnisse aus der dynamischen Messung denen der statischen gegenüberstellen zu können, wurde dieser Effekt gesondert untersucht.



**Bild 5-19** Beitrag des Zu- und Abströmbereichs  $K_{Q,korr}$  zur Quersteifigkeit



**Bild 5-20** Beitrag des Zu- und Abströmbereichs  $K_{A,korr}$  zur Auslenkungssteifigkeit

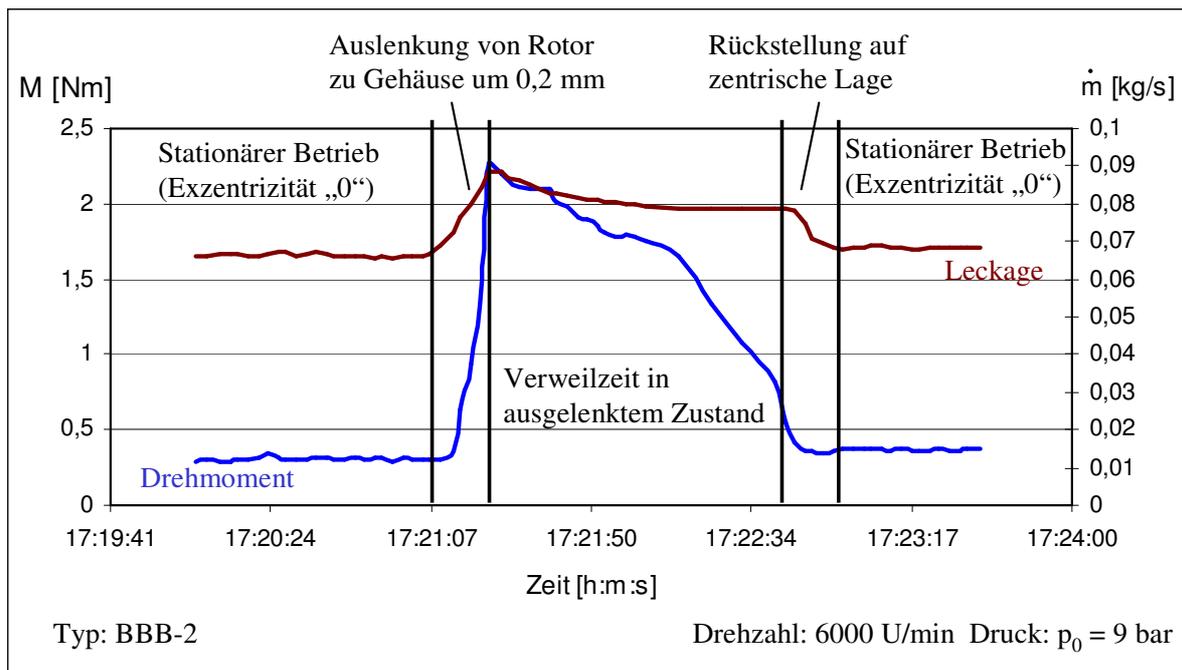
In Bild 5-19 ist der Anteil der Quersteifigkeit  $K_{Q,korr}$  für die nicht zur Dichtung gehörigen Bereiche dargestellt. Den Messungen zufolge ist er abhängig vom Gesamtmassenstrom  $\dot{m}_{ges} = \dot{m}_{Leck} + \dot{m}_{Bypass}$  durch das Prüfgehäuse und der Vordrallgeschwindigkeit  $c_{u0}$ . Der Bypassmassenstrom wurde hierbei rechnerisch bestimmt, da keine gesonderte Messstelle für das intern zurückgeführte Arbeitsmedium vorgesehen war.

Bild 5-20 zeigt den Anteil der nicht zur Dichtung gehörenden Auslenkungssteifigkeit  $K_{A,korr}$ . Er ist primär vom Massenstrom durch das Prüfgehäuse  $\dot{m}_{ges}$  abhängig. Zusätzlich wird er aber auch vom der Vordrallgeschwindigkeit  $c_{u0}$  beeinflusst.

## 5.6 Bremsmomente

Bei den Untersuchungen am statischen Prüfstand wurde für Bürstendichtungen zusätzlich das durch die Berührung am Rotor entstehende Bremsmoment ermittelt. Nennenswerte Drehmomente konnten dabei erst bei höheren Drücken ( $\geq 4,5$  bar) und hohen Drehzahlen ( $\geq 6000$  U/min) festgestellt werden. Das größte Bremsmoment einer Messreihe trat zum Zeitpunkt des Verstellens hin zu größeren Exzentrizitäten auf (kein ausschlaggebender Wert für die reale Turbomaschine). Nach kurzer Zeit sinkt das Drehmoment wieder weitgehend auf den Wert vor der Verstellung ab. Die gemessenen Bremsmomente liegen bei max. Druck (10 bar) bei ca. 0,2 Nm für Labyrinth mit einer Bürstendichtung (SSB-3 und BSS-3) und bei ca. 0,4 Nm bei Labyrinth mit drei Bürstendichtungen (BBB-1 und BBB-2). Da die Messwerte für das Drehmoment am untersten Ende des Messbereichs (50 Nm) der Drehmomentwaage liegen, sind sie mit einem großen Fehler (ca. 100%) behaftet und können deshalb nur als Anhaltwert für die Größenordnung des Bremsmomentes gesehen werden.

Bild 5-21 zeigt den zeitlichen Verlauf des Drehmoments bei einer statischen Rotorauslenkung um 0,2 mm. Als weiterer Messwert ist die aufgetretene Leckage dargestellt. Sie ist indirekt ein Maß für die zeitliche Veränderung der Spaltringfläche bzw. der Spaltweite. Das stationäre Drehmoment (ca. 0,3 Nm) steigt mit beginnender Auslenkung des Rotors sofort stark an (Maximalwert 2,3 Nm). Damit einhergehend ist eine leichte Zunahme der Leckage, da sich auf der Gegenseite der Spalt vergrößert. Die Auslenkung des Rotors wurde im Versuch für ca. 1,5 min gehalten, bevor die Rückstellung auf Exzentrizität „0“ erfolgte. In dieser Zeit sankt das Drehmoment nahezu wieder auf seinen Ausgangswert ab.



**Bild 5-21** zeitlicher Verlauf eines Anstreifvorgangs

Maßgebend für die reale Turbomaschine ist das „stationäre“ Drehmoment bei konstanter Auslenkung. Im Bild ist zu erkennen, dass die Leckage – und damit auch die Spaltweite – nur langsam wieder zurückgehen (mehrere Sekunden). Da Rotor-schwingungen in der Regel erheblich schneller (im Bereich von Millisekunden) ablaufen, wird sich der Rotor im realen Betrieb mit der Amplitude seiner Unwuchtschwingung in der Bürstendichtung freischwingen. Als Folge verbleibt ein leicht erhöhtes Bremsmoment.

Anhand der erhöhten Leckage nach der Rotorauslenkung zeigt sich auch das Hystereseverhalten der Bürstendichtung. Unter Druckbelastung kehren die Bürstendrähte nicht mehr ganz in ihre Ausgangslage zurück. Es verbleibt ein leicht vergrößerter Spalt aufgrund der Haftreibung innerhalb der Bürste.

## 6 Numerische Simulation

Eine numerische Beschreibung des strömungstechnischen Verhaltens und der dadurch verursachten fluiddynamischen Kräfte an Wellen mit Labyrinthdichtungen setzt nicht nur eine präzise, hoch aufgelöste Beschreibung der Geometrie des gesamten Systems, sondern auch eine Reihe von strömungsmechanischen und mechanischen Modellen zur Beschreibung der komplexen Zusammenhänge voraus. Hierbei sind vereinfachende Annahmen nicht zu vermeiden.

Trotzdem können solche Simulationen helfen das Experiment besser zu verstehen, Interpretationen zu unterstützen und zu erweitern, aber auch die Auswirkungen von Einschränkungen bei der Realisierung des Versuchsobjektes und des Parameterbereiches beim Betrieb im Vergleich zur Realanlage zu überwinden. Als Beispiel hierfür kann eine Aussage angeführt werden, wie das Messprinzip – statische oder dynamische Untersuchungsmethode – das Ergebnis beeinflusst.

Ziel der numerischen Berechnungen ist deshalb nicht zuletzt eine Aussage über den Stand der Simulationen und deren Anwendbarkeit für die Ausführung von Dichtungssystemen und zur Lösung von konkreten Problemen bzw. Anforderungen.

### 6.1 *Simulationssoftware*

Die strömungsmechanischen Berechnungen wurden mit dem kommerziellen Programm *ANSYS CFX* in der Version 10.0 durchgeführt. *ANSYS CFX* stellt ein numerisches Lösungsverfahren mit einer elementbasierten Finite Volumen Diskretisierung dar. Die Strömungsvariablen werden im Inneren des Berechnungsgebietes für definierte Gitterknotenpunkte in Abhängigkeit von den benachbarten Knoten iterativ bestimmt. Das zu untersuchende Gebiet wird, durch Einpassen eines möglichst feinen, dreidimensionalen Gitternetzes, in eine endliche Anzahl von Zellen unterteilt. Alle Zellen, die direkt an einen Gitternetzpunkt angrenzen, bilden das jeweilige Kontrollvolumen über das bilanziert wird und das diesem Gitternetzpunkt zugeordnet ist.

Nachfolgend werden kurz die strömungsmechanischen Grundgleichungen beschrieben, die in *ANSYS CFX* bei der numerischen Berechnung zur Anwendung kommen. Es wird aufgezeigt, welche Turbulenzmodelle verwendet wurden und wie diese arbeiten. Ebenso wird kurz auf das in *ANSYS CFX* integrierte Porositätsmodell eingegangen, das für die Lässigkeitsberechnung bei Bürstendichtungen eingesetzt wurde.

### 6.1.1 Grundgleichungen

Die theoretische Beschreibung einer Strömung basiert auf den Erhaltungsgleichungen der Kontinuumsmechanik für Masse, Impuls und Energie. Zusätzlich werden die Stoffgesetze für das strömende Fluid benötigt, um den Zusammenhang zwischen den Strömungsvariablen herzustellen.

Für ein infinitesimales raumfestes Kontrollvolumen lassen sich die Massenbilanz (6-1), die Impulsbilanz in drei Raumrichtungen (6-2) und die Energiebilanz (6-3) in einem kartesischen Koordinatensystem wie folgt darstellen:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (6-1)$$

$$\frac{\partial(\rho c_1)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_j c_1)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{j1}}{\partial x_j} + S_{C,1} \quad (6-2 a)$$

$$\frac{\partial(\rho c_2)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_j c_2)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{j2}}{\partial x_j} + S_{C,2} \quad (6-2 b)$$

$$\frac{\partial(\rho c_3)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_j c_3)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_3} + \frac{\partial \tau_{j3}}{\partial x_j} + S_{C,3} \quad (6-2 c)$$

$$\frac{\partial(\rho h_t)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_j h_t)}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial c_i \tau_{ji}}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + S_E \quad (6-3)$$

Mit der Kontinuitätsbeziehung (6-1) wird die zeitliche Änderung der Dichte im Volumenelement beschrieben, welche durch den Fluidtransport über dessen Begrenzungen hinweg mit den Geschwindigkeitskomponenten  $c_j$  längs der Raumrichtungen  $x_j$  hervorgerufen wird.

Die Impulserhaltungsgleichungen (6-2) beschreiben den Zusammenhang zwischen der zeitlichen Änderung des Impulses im Kontrollvolumen als Summe von ein- und austretenden Impulsströmen (linke Seite) und der von außen angreifenden Kräfte (rechte Seite). Als äußere Kraftkomponenten werden dabei Druck- und Reibungskräfte sowie Coriolis- und Zentripetalkräfte ( $S_{C,i}$ ) berücksichtigt, welche bei der Verwendung eines rotierenden Bezugssystems auftreten. Der Schwerkräfteinfluss ist bei den vorherrschenden Bedingungen vernachlässigbar.

Für den Schubspannungstensor  $\tau_{ji}$ , der den Impulsverlust durch Reibung beschreibt, wird das Materialgesetz für Newtonsche Fluide zugrunde gelegt:

$$\tau_{ji} = \eta \left( \frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \eta \delta_{ji} \frac{\partial c_k}{\partial x_k} \quad (6-4)$$

Hierin ist  $\eta$  die dynamische Viskosität und  $\delta_{ji}$  das Kronecker-Delta.

Die Energietransportgleichung 6-3 sagt aus, dass sich die zeitliche Änderung der Energie im infinitesimalen Volumenelement aus der Summe der ein- und ausgehenden Wärmeströme und der am Kontrollvolumen pro Zeiteinheit geleisteten Arbeit zusammensetzt. Beim Wärmetransport werden dabei konvektive Wärmeströme und Wärmeleitung berücksichtigt. Eine Wärmeübertragung durch Strahlung oder Diffusion wird vernachlässigt. Die Wärmestromdichte  $q_j$  ergibt sich über den Fourier-Ansatz als Funktion der Temperaturgradienten mit der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  zu:

$$q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\eta \frac{c_p}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad (6-5)$$

wobei sich  $\lambda$  aus der dynamischen Viskosität  $\eta$ , der Wärmekapazität  $c_p$  und der Prandtlzahl  $Pr$  berechnen lässt.

Am Volumenelement wird zudem Arbeit in Form von Druck- und Reibungsarbeit verrichtet. Die Arbeit im Gravitationsfeld wird dagegen nicht betrachtet.

In der Simulation wird das Arbeitsmedium Luft als ideales Gas behandelt. Als zusätzliche Materialgesetze können daher die allgemeine Gasgleichung (6-6) und die kalorische Zustandsgleichung für die Enthalpie (6-7) herangezogen werden.

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (6-6)$$

$$dh = c_p dT \quad (6-7)$$

Die Transportgleichungen 6-1 bis 6-3 beziehen sich auf die Grenzbetrachtung infinitesimal kleiner Kontrollvolumina. Für die numerische Simulation muss die Geometrie des betrachteten Strömungsraumes aber als eine endliche Anzahl von Volumenelementen mit definierter Ausdehnung angenommen werden. Dabei ist die Auflösung so zu wählen, dass die Änderung der Strömungsvariablen durch den Massen-, Impuls- und Energietransport im System im Detail erfasst werden kann. Für kleine Ausdehnungen oder rein laminare Strömungen kann mit diesen Gleichungen dann eine direkte numerische Simulation durchgeführt werden.

### 6.1.2 Turbulente Strömungen

Eine direkte numerische Simulation turbulenter Strömungen mittels der, im vorigen Kapitel 6.1.1 vorgestellten Gleichungen, ist theoretisch zwar möglich, für technisch relevante Anwendungen aber derzeit kaum praktikabel. Um die in einer turbulenten Strömung durch Wirbelbildung hervorgerufenen Transportphänomene zu erfassen, sind feinste Gitternetzstrukturen sowie sehr kleine Zeitskalen nötig. Für die Simulation einer fast immer turbulenten Labyrinthströmung, ist ein solcher Lösungsansatz, trotz der in den letzten Jahren stark verbesserten Rechnerleistung, zu zeit- und kostenintensiv und im Hinblick auf das Ziel der Simulation auch nicht unbedingt notwendig. Für die meisten technischen Anwendungen reicht es in der Regel aus, nur die statistischen Eigenschaften, insbesondere die Mittelwerte, der Strömungsgrößen zu kennen. Um eine turbulente Strömung zu beschreiben behilft man sich in der Praxis damit, die Erhaltungsgrößen  $\Phi$  zunächst in einen stationären Mittelwert  $\bar{\Phi}$  und eine instationäre Schwankungsbewegung  $\Phi'$  aufzuteilen (Reynoldsscher Separationsansatz):

$$\Phi = \bar{\Phi} + \Phi' \quad (6-8)$$

Hierbei repräsentiert  $\Phi$  jeweils die Beträge der Strömungsgeschwindigkeiten  $c_1$ ,  $c_2$  und  $c_3$  in den drei Raumrichtungen, die Dichte  $\rho$  und die spezifische Enthalpie  $h$ .

Berücksichtigt man diese neue Formulierung der Variablen in den Erhaltungsgleichungen, dann treten dort zusätzliche unbekannte Terme auf:

- eine turbulente Schubspannung (Reynolds-Spannungstensor) in der Impulsbilanz:

$$\tau_{ji}^{turb} = -\overline{\rho c'_i c'_j} \quad (6-9)$$

- und eine turbulente Wärmestromdichte in der Energiebilanz:

$$-q_j^{turb} = -\overline{\rho c'_j h'} = \frac{\eta^{turb} c_p}{Pr^{turb}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad (6-10)$$

Die bei der Mittelung weiter auftretende Arbeit der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeit  $\overline{c'_i \tau_{ji}}$  und die mit den Schwankungsgeschwindigkeiten transportierte kinetische Energie  $-\overline{\rho c'_j \frac{1}{2} c'_i c'_i}$  werden vernachlässigt [88].

Durch die Erweiterung stehen nun weniger Gleichungen zur Verfügung als es Variable gibt, was zu dem so genannten Schließungsproblem führt. Um es zu lösen wird der Reynolds-Spannungstensor zunächst mittels eines Wirbelviskositätsansatzes nach der Boussinesq-Hypothese ausgedrückt.

Für die viskose Schubspannung  $\tau_{ji}^{turb}$  wird folgender Ansatz gewählt:

$$\tau_{ji}^{turb} = \eta^{turb} \left( \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ji} \left( \eta^{turb} \frac{\partial \bar{c}_k}{\partial x_k} + \bar{\rho} k \right) \quad (6-11)$$

Hierin ist  $k$  die turbulente kinetische Energie, die zusammen mit der turbulenten dynamischen Viskosität  $\eta^{turb}$  a priori unbekannt ist. Um ein geschlossenes Gleichungssystem zu erhalten beschreibt man die Verteilung von  $k$  und  $\eta^{turb}$  dann mit Hilfe von Turbulenzmodellen von denen jedoch keines universell einsetzbar ist.

Nachfolgend wird kurz das verwendete Turbulenzmodell  $k$ - $\varepsilon$  von Launder und Spalding und das  $k$ - $\omega$  basierte Shear-Stress-Transport (SST) Modell von Menter eingegangen. Für tiefer gehende Informationen zu diesem Thema wird auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen ([88]).

Beim  $k$ - $\varepsilon$ -Modell werden die turbulente kinetische Energie  $k$  und die Dissipationsrate  $\varepsilon$  durch Lösen von zwei zusätzlichen Transportgleichungen bestimmt:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{c}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \eta + \frac{\eta^{turb}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon \quad (6-12)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{c}_j \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \eta + \frac{\eta^{turb}}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (6-13)$$

mit

$$P_k = \eta^{turb} \left( \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \left( \eta^{turb} \frac{\partial \bar{c}_k}{\partial x_k} + \rho k \right) \frac{\partial \bar{c}_l}{\partial x_l} \quad (6-14)$$

Die unbekannt turbulente Viskosität  $\eta^{turb}$  erhält man mittels der Beziehung:

$$\eta^{turb} = C_\eta \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6-15)$$

Die nachfolgend aufgeführten fünf Koeffizienten haben sich dabei als allgemeiner Standard für das  $k$ - $\varepsilon$ -Modell etabliert:

$$C_\eta = 0,09 \quad C_{\varepsilon 2} = 1,92 \quad C_{\varepsilon 1} = 1,44 \quad \sigma_k = 1 \quad \sigma_\varepsilon = 1,3$$

$C_\eta$ ,  $C_{\varepsilon 2}$  und  $C_{\varepsilon 1}$  sind dabei empirische Konstanten.  $\sigma_k$  und  $\sigma_\varepsilon$  stellen Prandtlzahlen für die „turbulente Diffusion“ von  $k$  und  $\varepsilon$  dar.

Das  $k$ - $\varepsilon$ -Modell ist i.a. gut für freie Strömungen geeignet, im wandnahen Bereich wird damit allerdings der Betrag der Wirbelviskosität überschätzt [89].

Strömungen im Bereich der Wandgrenzschicht werden besser durch das sog.  $k$ - $\omega$  Turbulenzmodell beschrieben, das statt der Dissipationsrate  $\varepsilon$  die spezifische Dissipationsrate  $\omega = \varepsilon / k$  verwendet. Das nachfolgend beschriebene SST Turbulenzmodell von Menter basiert auf dem  $k$ - $\omega$  Modell zur Beschreibung des wandnahen Bereichs. In der Freiströmung geht es aber in ein  $k$ - $\varepsilon$ -Modell mit modifizierten Koeffizienten über und kombiniert so die Vorteile beider Modelle.

Dem SST Modell liegen folgende Gleichungen zu Grunde:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{c_j k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \eta + \frac{\eta^{turb}}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \beta^* k \omega \quad (6-16)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{c_j \omega})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \eta + \frac{\eta^{turb}}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k - \rho \beta_3 \omega^2 + (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (6-17)$$

Die Koeffizienten  $\alpha_3$ ,  $\beta^*$ ,  $\beta_3$ ,  $\sigma_{k3}$  und  $\sigma_{\omega 3}$ , zusammenfassend als  $\varphi_3$  bezeichnet, sind eine lineare Kombination der Koeffizienten des  $k$ - $\omega$ - und des  $k$ - $\varepsilon$ -Modells:

$$\varphi_3 = F_1 \varphi_1 + (1 - F_1) \varphi_2 \quad (6-18)$$

Durch die Einführung der Übergangsfunktion  $F_1$  wird dabei erreicht, dass die freien Koeffizienten  $\varphi_3$  in Wandnähe ( $F_1 \rightarrow 1$ ) die Werte des  $k$ - $\omega$ -Modells annehmen, da der zusätzliche Term am Ende von Gl. 6-17 verschwindet. Abseits von festen Wänden ( $F_1 \rightarrow 0$ ) gehen die Koeffizienten dagegen in die Werte des  $k$ - $\varepsilon$ -Modells über [89].

Für eine detailliertere Beschreibung des SST Modells wird auf die Dokumentation in ANSYS CFX und die Veröffentlichungen von Menter verwiesen [90], [91].

Die Berechnung der Wirbelviskosität  $\eta^{turb}$  erfolgt gemäß der Beziehung:

$$\eta^{turb} = \frac{0,31 \rho k}{\max \left( 0,31 \omega; F_2 \sqrt{\left( \frac{\partial \overline{c_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{c_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{c_i}}{\partial x_j}} \right)} \quad (6-19)$$

wobei  $F_2$  wiederum eine Übergangsfunktion darstellt, die die Grenzschichtdicke beschränkt. Die Koeffizienten für das SST Modell sind:

1 (k- $\omega$ ):	$\alpha_1 = 0,55$	$\beta^* = 0,09$	$\beta_1 = 0,075$	$\sigma_{k1} = 2$	$\sigma_{\omega 1} = 2$
2 (k- $\varepsilon$ ):	$\alpha_2 = 0,44$	$\beta^* = 0,09$	$\beta_2 = 0,0828$	$\sigma_{k2} = 1$	$\sigma_{\omega 2} = 1,168$

## 6.2 Strömungsberechnung

### 6.2.1 Diskretisierung

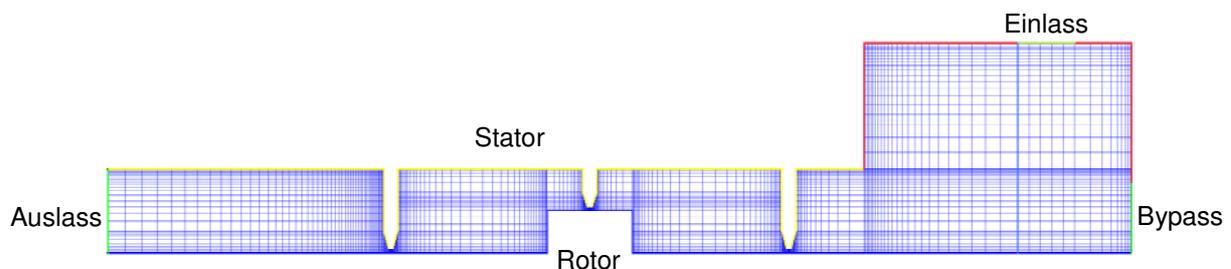
Um die Strömung durch eine Labyrinthdichtung der Berechnung zugänglich zu machen, wird das Gebiet innerhalb der Dichtung sowie die Zu- und Abströmbereiche durch Einpassen eines dreidimensionalen Gitternetzes in Sektionen unterteilt. Die zuvor beschriebenen Modellgleichungen können sodann diskretisiert und die Strömungsvariablen in allen Gitternetzpunkten in Abhängigkeit der jeweils benachbarten Knoten berechnet werden. Das Netz ist dabei mindestens so engmaschig zu wählen, dass die Gitterstruktur selbst keinen signifikanten Einfluss mehr auf das Ergebnis der zu berechnenden Größen (Leckage, Fluidkraft) hat. Diesen Prozess nennt man Gittervalidierung.

Zur Generierung der Netzstruktur wurde das Programm ANSYS ICEM CFD (Ver. 5) verwendet. Die Geometrie wurde aus der CAD-Konstruktion übernommen und darin ein blockstrukturiertes Gitter aus Hexaedern eingepasst (siehe Bild 6-1 und Bild 6-2).



**Bild 6-1** Blockdarstellung des Strömungsraumes für die Berechnung

In radialer Richtung wurde eine logarithmische Verteilung gewählt, so dass die Netzknoten in Wandnähe geringere Abstände als in der Kanalmitte haben. Die Berechnungsgenauigkeit in Grenzschichtnähe soll hierdurch verbessert werden. In Umfangsrichtung sind die Knoten gleichmäßig verteilt. Als Ergebnis der Gittervalidierung wurde ein Netz mit ca. 1,3 Mio. Knoten gefunden. Es enthält 360 Knoten in Umfangsrichtung, etwa 150 in axialer und durchschnittlich 25 Knoten in radialer Richtung (Bild 6-2).



**Bild 6-2** Gitternetzstruktur im Längsschnitt

Die Gittergeometrie umfasst den Einströmbereich vor der Dichtung, die Dichtung selbst (Dichtspitze 1 bis 3) und den Abströmbereich nach der Dichtung. Sie bildet den Strömungsweg im Experiment 1:1 ab, wobei das Modell jedoch nur eine Gehäuseseite beinhaltet; die andere Seite des symmetrischen zweiflutigen Aufbaus wird durch Setzen der Symmetrierandbedingung am Mittenschnitt des Einströmgehäuses berücksichtigt. Für die Simulation sind die Vordrallgeschwindigkeit und deren Abbau entlang der Dichtung wichtig. Die Ausdehnung der Geometrie auf den Zu- und Abströmbereich trägt zu einer möglichst realitätsnahen Berechnung des Strömungsverlaufs bei. Für alle Berechnungen (Leckage, Fluidkräfte und im Weiteren der dynamischen Koeffizienten) wurde eine Geometrie mit exzentrischer Rotorlage ( $e = 0,1 \text{ mm}$ ) gewählt.

### 6.2.2 Randbedingungen

Die numerischen Berechnungen wurden in enger Anlehnung an die experimentellen Untersuchungen durchgeführt. Die Vorgabe der Randbedingungen entspricht dabei der Vorgehensweise am Prüfstand. Die statischen Merkmale, wie beispielsweise Umgebungsdruck und Umgebungstemperatur wurden für alle Berechnungsvarianten auf konstante Werte festgesetzt. Die Abweichung zu den Umgebungsbedingungen der zugehörigen Versuchsreihen ist vernachlässigbar klein. Die Werte für die Parametervariation von Vordruck und Vordrallgeschwindigkeit wurden, wie in den Messungen, iterativ durch die Anpassung des Druckes in der Zuströmung und der Bypassströmung festgelegt. Maßgebende Kriterien hierfür waren Druck und Geschwindigkeit in den

Zellen, an deren Position im Experiment Vordruck und Vordrallgeschwindigkeit gemessen wurden.

Alle Berechnungen wurden für stationäre Strömungszustände durchgeführt. Eine zeitliche Betrachtung der sich ausprägenden Druckverteilung erfolgt nicht. Die geschwindigkeitsproportionalen Anteile der Fluidkräfte wurden indirekt, durch die Einführung eines Relativkoordinatensystems mit dem Mittelpunkt des exzentrischen Rotors als Bezugspunkt, bestimmt. Als Standardstörung wurde hierzu eine kreisförmige Schwingbahn mit der Exzentrizität  $e$  als Amplitude angenommen. Die Vorgabe verschiedener Schwingfrequenzen ruft im relativen Koordinatensystem dann eine Änderung der Oberflächengeschwindigkeiten von Rotorwand und Statorwand hervor. Für die Beschreibung der rotordynamischen Koeffizienten wurde, analog zu den Experimenten, je eine Berechnung für statische Exzentrizität, für gegenläufige und für gleichläufige Schwingbewegung durchgeführt.

Die den Simulationsrechnungen zugrunde liegenden Vorgaben für die Ränder des Berechnungsgebietes sind in nachstehender Tabelle 6-1 aufgeführt.

**Tabelle 6-1** Randbedingungen für die Berechnung

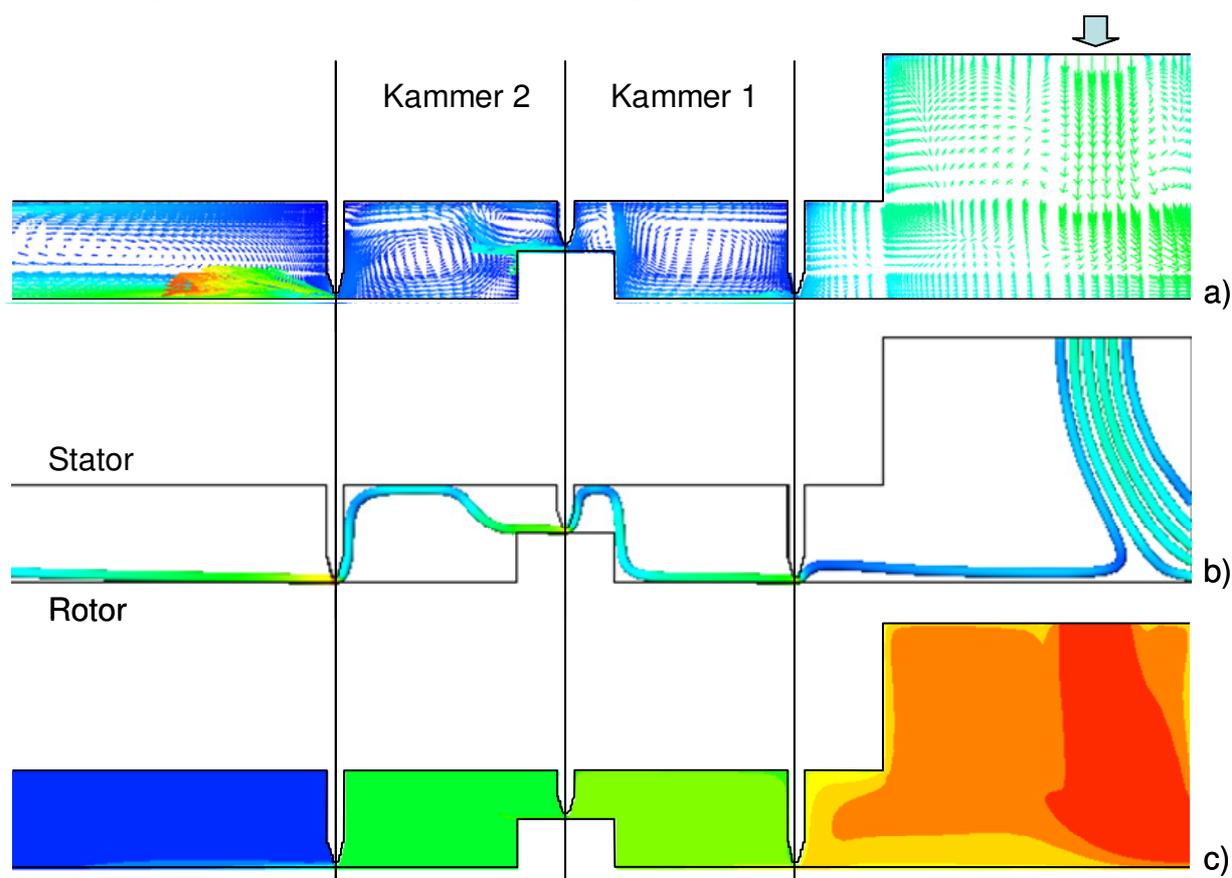
Bereich	Option				
	Typ	Wärmeübergang	Turbulenzmodell	Masse und Impuls	Strömungsrichtung
Dichtung:	Fluid	Totalenergie	SST	-	-
Einlass:	Inlet	Totaltemperatur $T = 20 \text{ °C}$	Eddy-Viskosität, mittlere Intensität	Totaldruck, iterativ $p = 2 \dots 6 \text{ bar}$	30° schräge Einströmung in Zylinderkoordinaten
Auslass	Opening	Statische Temperatur $T = 20 \text{ °C}$	Eddy-Viskosität mittlere Intensität	Statischer Druck $p = 0,96 \text{ bar}$	Senkrecht zur Begrenzung
Bypass	Outlet	-	-	Massenstrom, iterativ	-
Bereich	Option				
	Typ	Wärmeübergang	Wandeffluss	Wandgeschwindigkeit	Drehachse
Stator:	Wall	Adiabatisch	Wandhaftung	Winkelgeschwindigkeit $\omega_S = -\Omega =$ $-188,5 / 0 / +188,5 \text{ rad/s}$	Koordinatenachse X
Rotor	Wall	Adiabatisch	Wandhaftung	Winkelgeschwindigkeit $\omega_R = 2\pi \cdot n / 60 - \Omega =$ $2\pi \cdot 750 [1/\text{min}] / 60 + \omega_S$	Rotorachse um $e = 0,1 \text{ mm}$ versetzt zur Koordinatenachse

### 6.3 Ergebnisse und Vergleich mit Messungen

Anhand der Berechnungen für das Referenzlabyrinth SSS-3 lässt sich die Strömung innerhalb der Labyrinthgeometrie detailliert abbilden. Dabei werden auch jene Bereiche erfasst, die im Experiment nicht zugänglich sind. Durch den Vergleich von lokalen und globalen Messergebnissen mit den Ergebnissen der Berechnung erfolgt die Validierung der CFD-Berechnung, um deren Realitätsnähe zu beurteilen.

#### 6.3.1 Labyrinthgeometrie SSS-3

Bild 6-3 zeigt das Ergebnis der Berechnung entlang eines Längsschnittes für das Referenzlabyrinth SSS-3. Am Geschwindigkeitsprofil (Bild 6-3a) lässt sich anhand der Stromlinien gut der Strömungsverlauf innerhalb der Dichtung erkennen. In den Kammern bilden sich jeweils zwei gegenläufige Wirbel aus. Form und Größe der beiden Wirbel in Kammer 2 (links) hängen dabei in erster Linie von der Dichtungsgeometrie ab. Druck- und Geschwindigkeitsmessungen in den Kammern bestätigen die Ausbildung der Wirbel in dieser Art (Richtung).



**Bild 6-3** CFD-Berechnung: a) Geschwindigkeitsprofil

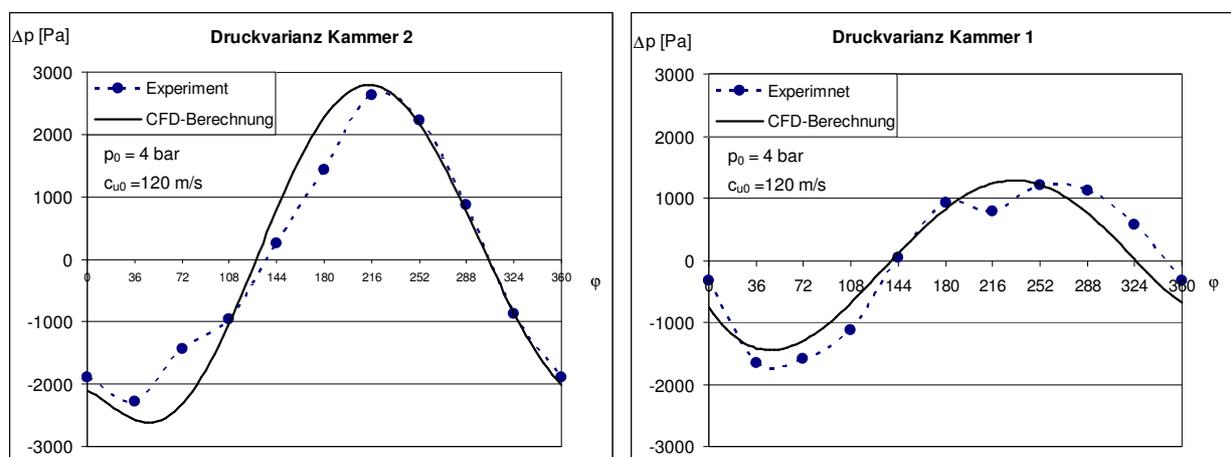
b) Hauptströmung

c) Totaldruck entlang eines Längsschnittes der Dichtung

Bild 6-3b verdeutlicht, wie sich die in den Spalten erzeugte Geschwindigkeit innerhalb der Kammern abbaut. Die Strömung staut sich jeweils an der Umlaufkante zwischen Statorwandung und Dichtspitze auf, was zu einer nahezu vollständigen Verwirbelung der kinetischen Energie führt (Kriterium für ideales Labyrinth). Die farbliche Darstellung des Totaldruckes entlang des Längsschnittes der Dichtung (Bild 6-3c) bestätigt dies ebenfalls.

Nach der letzten Dichtspitze weitet sich der austretende Strahl nur langsam auf. Die Druckrückbildung bedarf der kompletten Abströmkammer, infolgedessen sich eine Rückströmung bis zur letzten Dichtspitze (Wirbel in der Abströmkammer) ausbildet. Im Ergebnis entsteht dadurch eine zusätzliche Auslenkungskraft auf den Rotor, was durch die Messungen bestätigt wird.

Zur Validierung der Simulationsrechnungen werden die Ergebnisse aus beiden Prüfstandskonfigurationen herangezogen. Aus den statischen Messungen liegen detaillierte Werte für den Druckverlauf jeweils in der Kammermitte vor. Der Vergleich von gemessenen und berechneten Druckverläufen (Bild 6-4) zeigt, dass Experiment und CFD-Berechnung bei Druckvarianz und Phasenlage gut übereinstimmen.

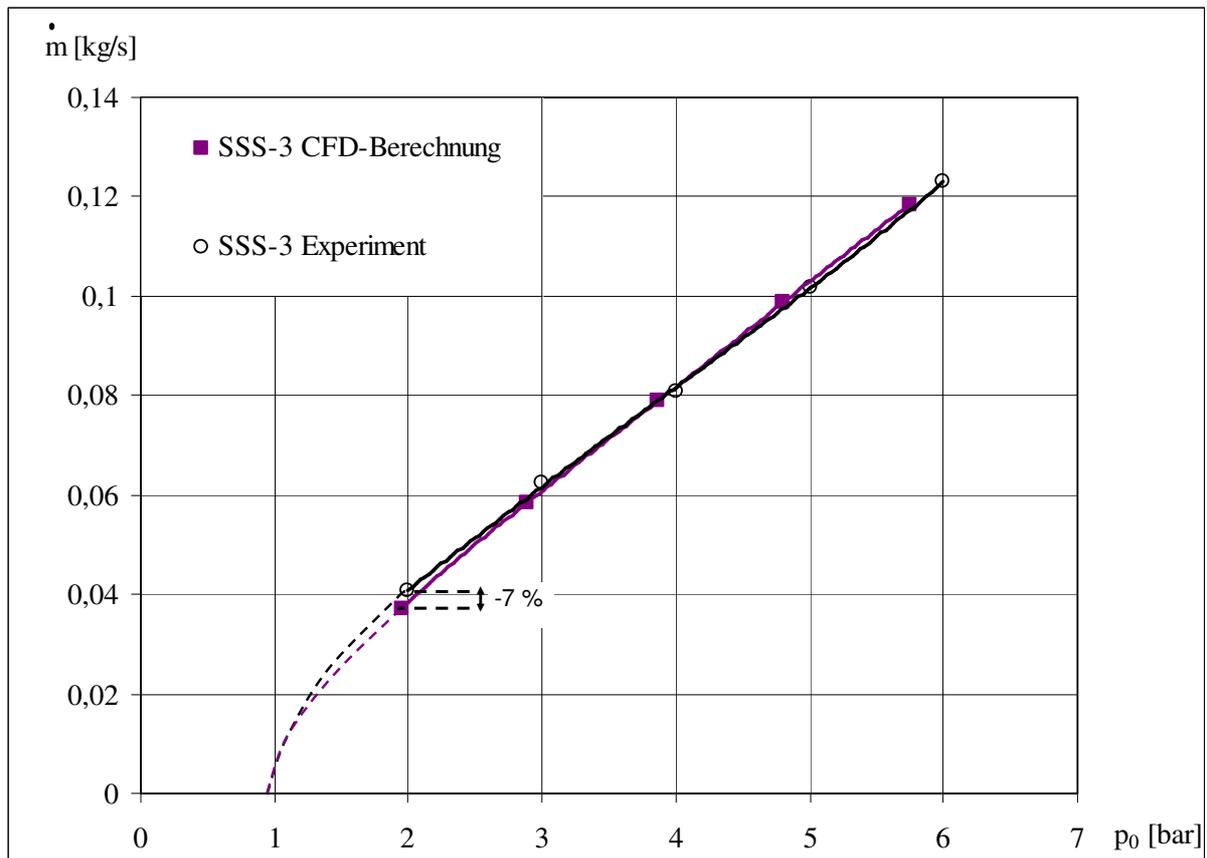


**Bild 6-4** Druckvarianz in Umfangsrichtung (axial in Kammermitte)

#### Berechnung zu Experiment

Bei den absoluten Druckwerten in den Kammern weichen die berechneten Werte um ca. 5 bis 10 % von den Messwerten ab. Der Druckabbau an den ersten beiden Drosselstellen ist dabei in der Berechnung etwas zu stark, an der Dritten (letzter Spalt mit kritischer Ausströmung) eher zu gering. Dies deutet auf Defizite im Modell und hier insbesondere bei der Turbulenzberechnung hin. Durch die erhöhte Verwirbelung wird der Energieabbau in den Kammern etwas überschätzt.

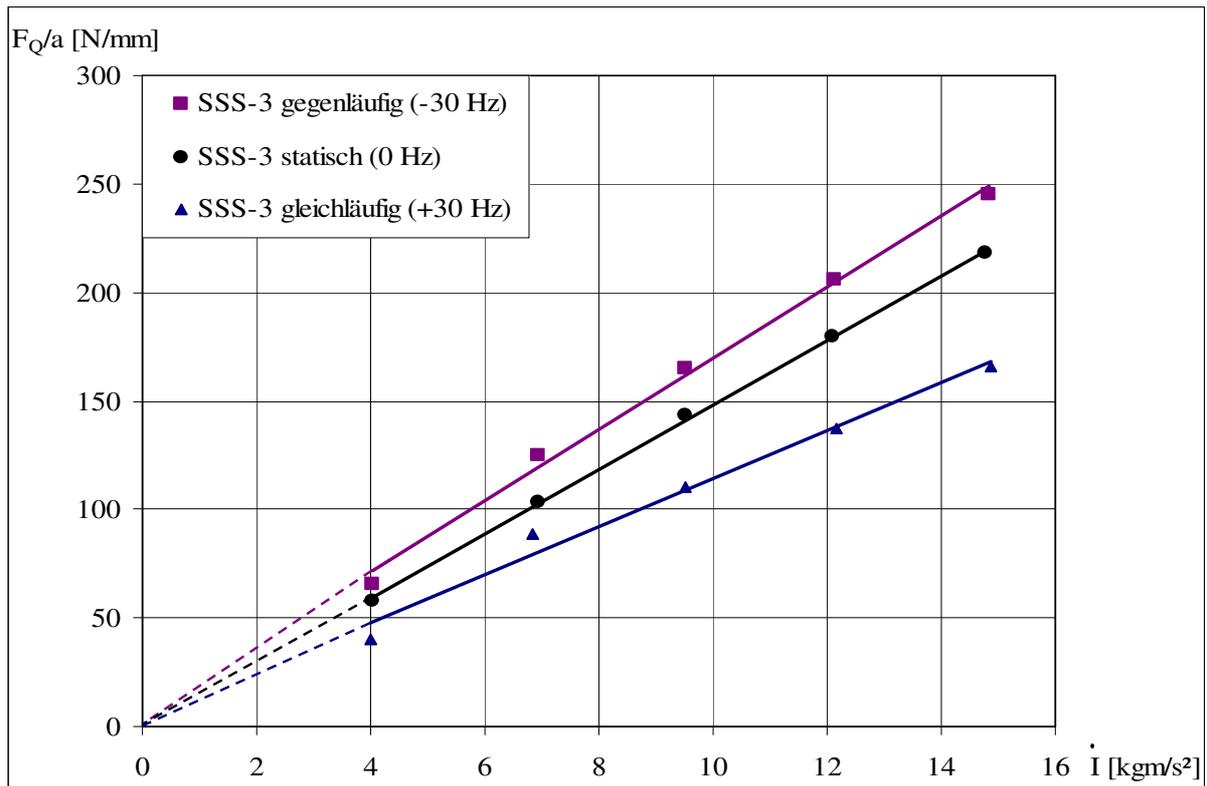
Ein Vergleich von berechneten Leckagewerten mit den experimentellen zeigt ebenfalls gute Übereinstimmung, wie Bild 6-5 verdeutlicht. Die Abweichung zwischen Berechnung und den zugehörigen Werten des Experiments beträgt bei gleichen Zuströmrandbedingungen nicht mehr als  $\pm 7\%$ ; die Übereinstimmung kann somit als sehr gut angesehen werden.



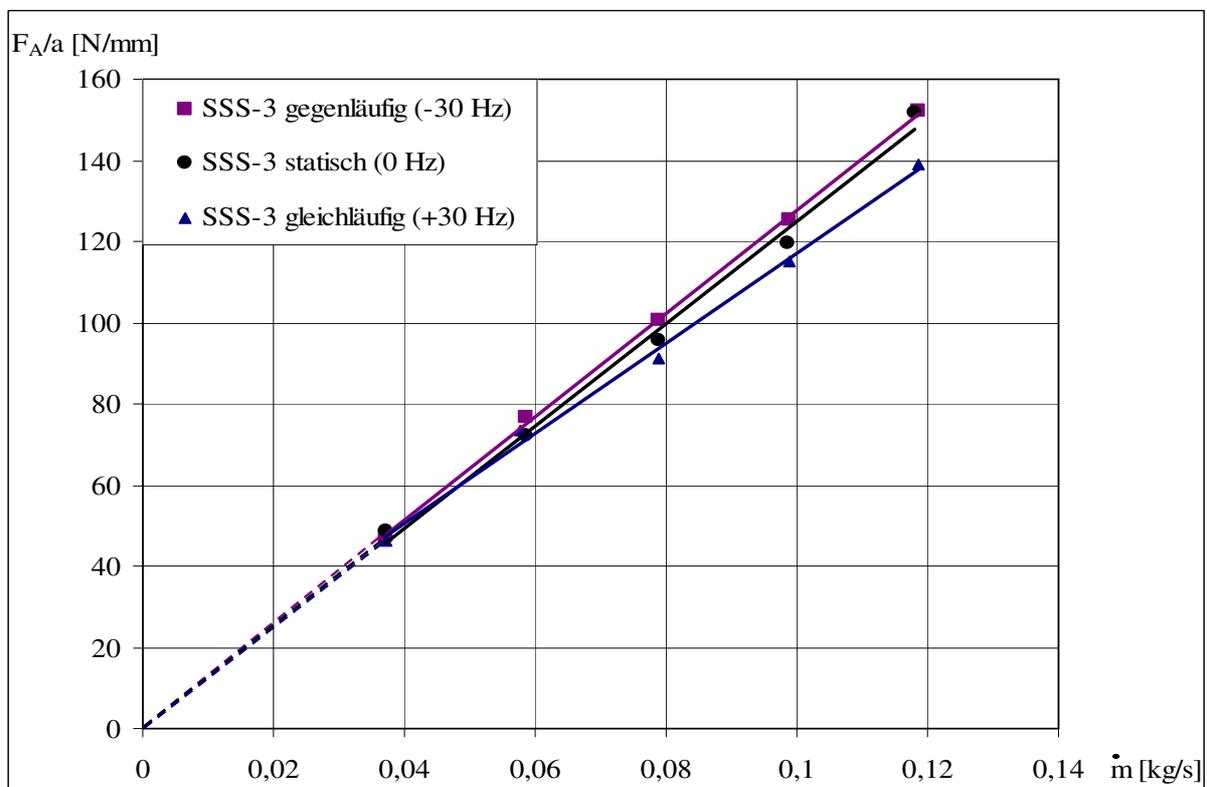
**Bild 6-5** Vergleich der Leckagen zwischen CFD-Berechnung und Experiment

In Bild 6-6 sind die auslenkungsbezogenen Querkräfte und in Bild 6-7 die auslenkungsbezogenen Radialkräfte für die in der Berechnung verwendeten Schwingfrequenzen aufgetragen. Wie schon bei der Darlegung der Experimente beschrieben, weist auch die Simulationsrechnung eine klare Abhängigkeit zwischen der Querkraft  $F_Q$  und dem Zuströmimpuls in Umfangsrichtung  $\dot{I}$  sowie der Auslenkungskraft  $F_A$  und der Leckage  $\dot{m}$  auf.

Analog zur Vorgehensweise bei den dynamischen Experimenten lassen sich aus den Ergebnissen der Radialkraftberechnungen die Steifigkeitskoeffizienten  $K_A$  und  $K_Q$  sowie die Dämpfungen  $c$  und  $C$  ableiten.



**Bild 6-6** auslenkungsbezogene Querkraft  $F_Q$  in Abhängigkeit vom Zustörimpuls  $\dot{I}$  in Umfangsrichtung (Simulation)



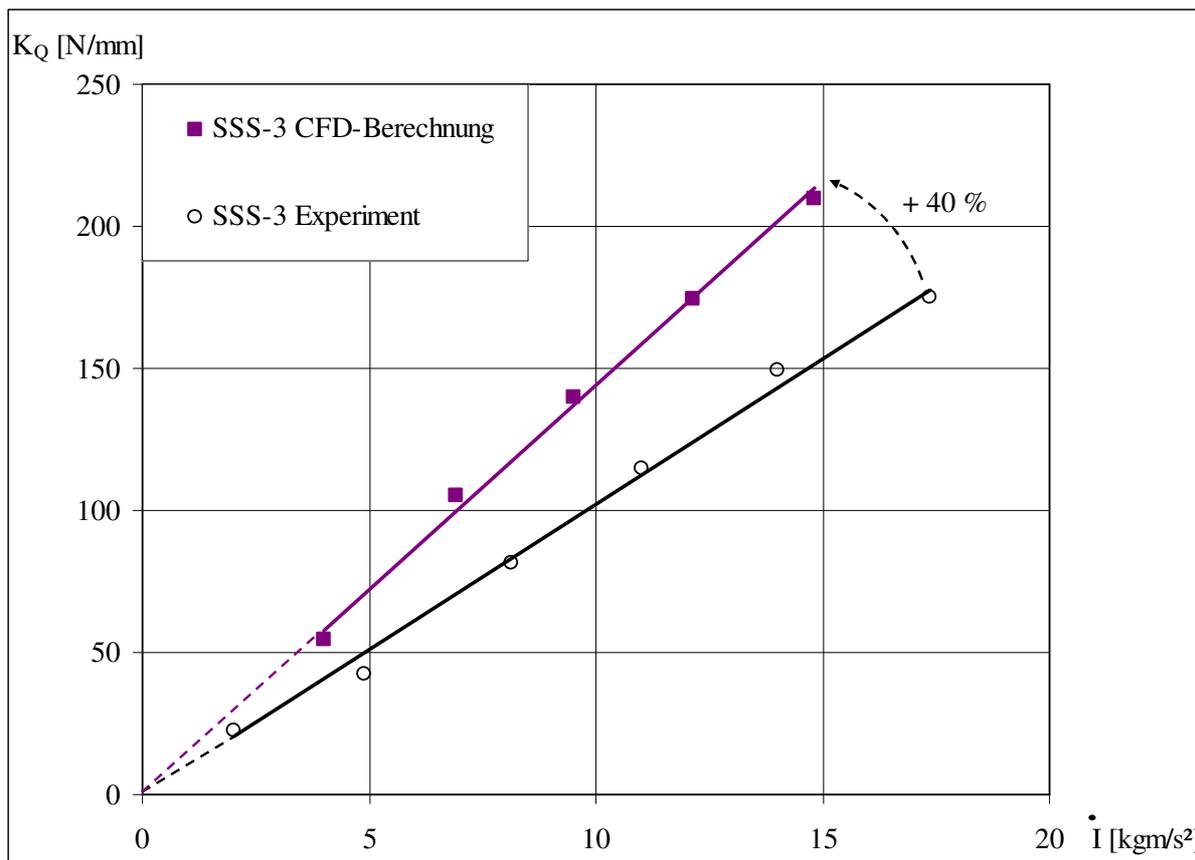
**Bild 6-7** auslenkungsbezogene Radialkraft  $F_A$  in Abhängigkeit von der Leckage  $\dot{m}$  (Simulation)

Der Vergleich der fluiddynamischen Koeffizienten aus der CFD-Berechnung mit den zugehörigen Werten aus den Experimenten zeigt die Prognosequalität der Simulation. Als Vergleichsbasis werden die Koeffizienten aus den dynamischen Messungen herangezogen, da hier Werte für Steifigkeiten und Dämpfungen vorliegen. Der Vergleich statische – dynamische Messung wurde bereits in Kapitel 5.5 detailliert beschrieben.

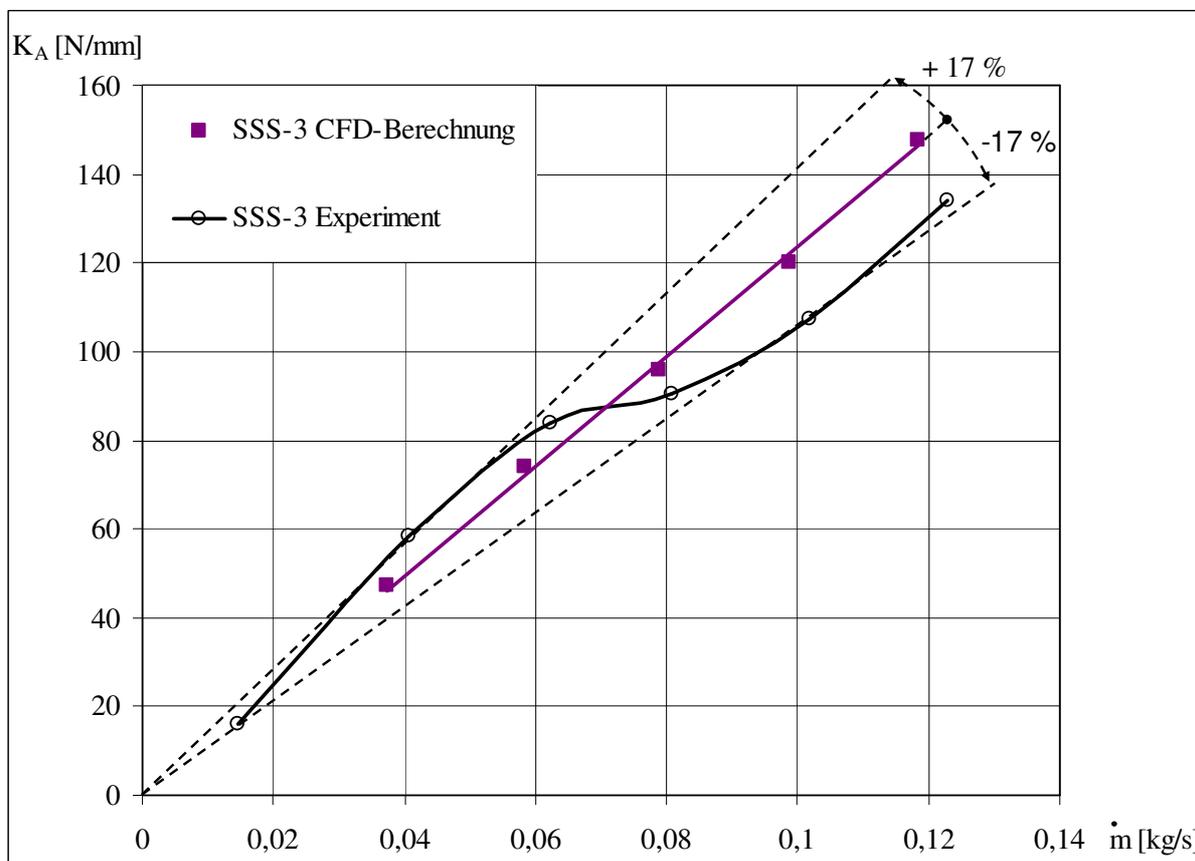
Der für die Spalterregung maßgebliche Steifigkeitskoeffizient  $K_Q$  wird im Modell um ca. 40 % zu hoch berechnet (Bild 6-8). Eine mögliche Ursache hierfür ist die Berechnung der Turbulenz mittels der in Kapitel 6.1.2 beschriebenen Modelle. Die Koeffizienten des SST-Modells entsprechen dabei den Vorgabewerten von ANSYS CFX. Die Vorhersagegenauigkeit ließe sich durch Anpassen der Modellkoeffizienten zwar noch verbessern, das eigentliche Ziel, allgemein die Qualität der Simulation zu bewerten, würde hierunter jedoch leiden. Generell kommt als weitere mögliche Ursache für die Abweichung immer auch noch die Genauigkeit beim Einhalten der Randbedingungen in Frage. Entsprechend des Vergleichs der fluiddynamischen Koeffizienten gemäß ihren prinzipiellen Anhängigkeiten ( $K_Q$  steigt mit dem verfügbaren Impuls in Umfangsrichtung) sowie den, bei der Interpretation des Druckverlaufs, bereits festgestellten Unterschieden, ist dieser Einfluss aber als eher nachrangig einzuschätzen.

Die Auslenkungssteifigkeiten  $K_A$  (= neg. Hauptsteifigkeit  $-K$ ) werden von der Berechnung allgemein gut getroffen (Bild 6-9). Entsprechend der dominierenden Abhängigkeit zur Leckage, die, wie zuvor beschrieben, gut mit den experimentellen Werten übereinstimmt, liegen gemessene und berechnete Werte hier nahe beisammen. Der Unterschied zwischen Berechnung und Experiment beträgt max.  $\pm 17\%$ . Die Abweichungen sind vorwiegend den Randeinflüssen bei den Messungen zuzuschreiben ( $K_A$  ist im Experiment prinzipbedingt schwieriger zu bestimmen als  $K_Q$ ).

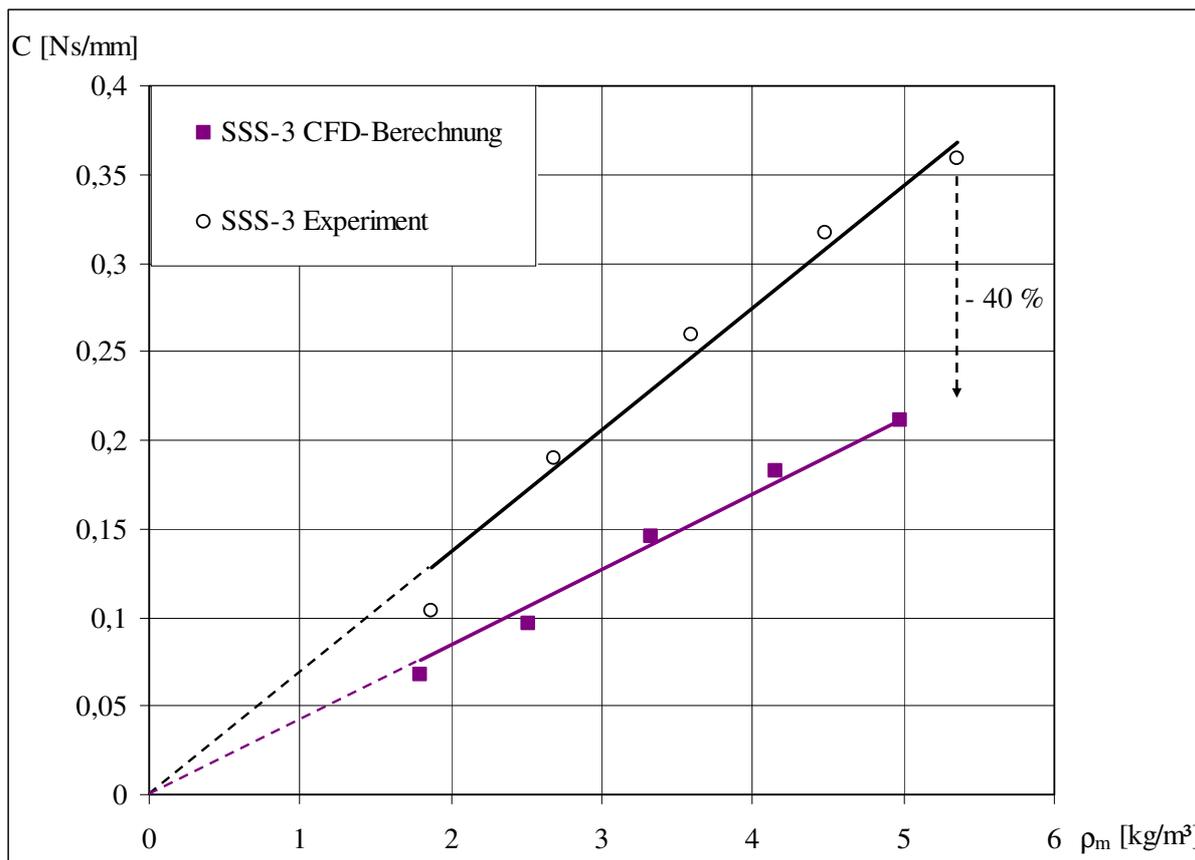
Der Vergleich der Hauptdämpfungen  $C$  (Bild 6-10) zeigt wiederum erheblich größere Abweichungen. Hier beträgt der Unterschied zwischen Berechnung und Messung relativ konstant 40 % über dem gesamten Untersuchungsbereich. Der Widerstand, den die Strömung der Schwingbewegung entgegensetzt, ist rechnerisch geringer als im Experiment. Da die Dämpfungskraft, als Folge des Strömungswiderstandes, von der Theorie her mit steigender Turbulenz abnimmt, ist die mögliche Ursache für die Differenz wiederum in der Überbewertung der Turbulenz im Modell zu suchen. Ein zusätzlicher Einfluss ergibt sich aus den geringfügig niedriger berechneten Temperaturen in den Kammern des Modells, wodurch in der Berechnung die Viskosität der Luft sinkt.



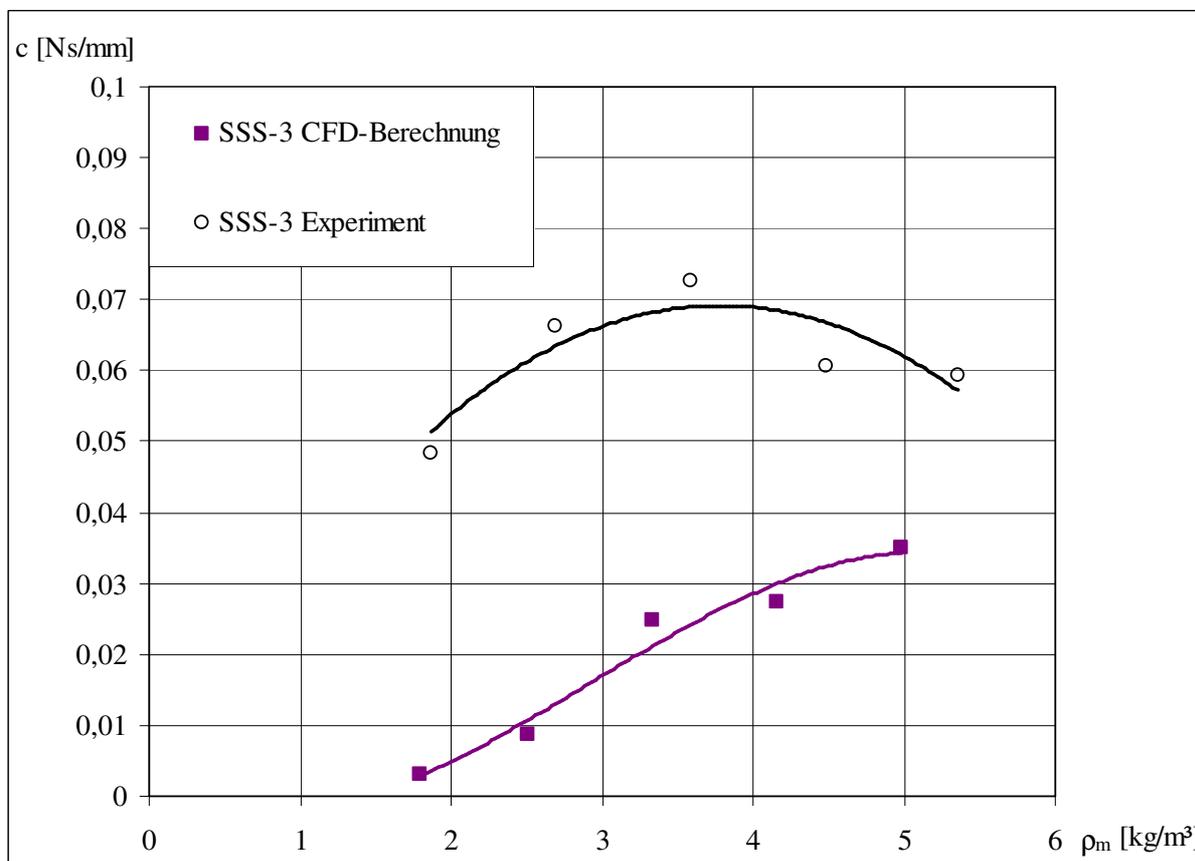
**Bild 6-8** Quersteifigkeiten in Abhängigkeit vom Zustörimpuls in Umfangsrichtung



**Bild 6-9** Auslenkungssteifigkeiten in Abhängigkeit von der Leckage



**Bild 6-10** Hauptdämpfung in Abhängigkeit von der mittleren Dichte in den Kammern



**Bild 6-11** Nebendämpfung in Abhängigkeit von der mittleren Dichte in den Kammern

Noch etwas größer ist der Unterschied für die berechneten Nebendämpfungen (Bild 6-11). Die Abweichung beträgt hier von ca. 40 % bei hohen Dichten bis zu 90 % bei Niedrigen. Die berechneten Werte sind, ebenso wie bei den Hauptdämpfungen, geringer als die gemessenen, so dass als Ursache wiederum die erhöhte Turbulenz in Frage kommt. Da sich die Nebendämpfungen aus der Änderung von Auslenkungskräften ergeben, welche messtechnisch etwas schwieriger zu bestimmen sind als die Tangentialkräfte, spielen Randeinflüsse bei den Messungen hier ebenfalls eine Rolle.

#### FAZIT:

Die Finite Volumen Berechnung in ANSYS CFX oder auch vergleichbaren Programmen ist ein gutes Hilfsmittel zur Beurteilung des Strömungsverhaltens innerhalb von Labyrinthdichtungen. Alle grundsätzlichen Abhängigkeiten, die im Experiment gefunden wurden, finden sich auch in der Simulationsrechnung wieder.

Eine gute Prognosequalität zeigt sich bei der Vorhersage der Leckage ( $\pm 7\%$ ) und der dazu in Abhängigkeit stehenden Auslenkungs- oder Hauptsteifigkeit  $K_A = -K$  ( $\pm 17\%$ ).

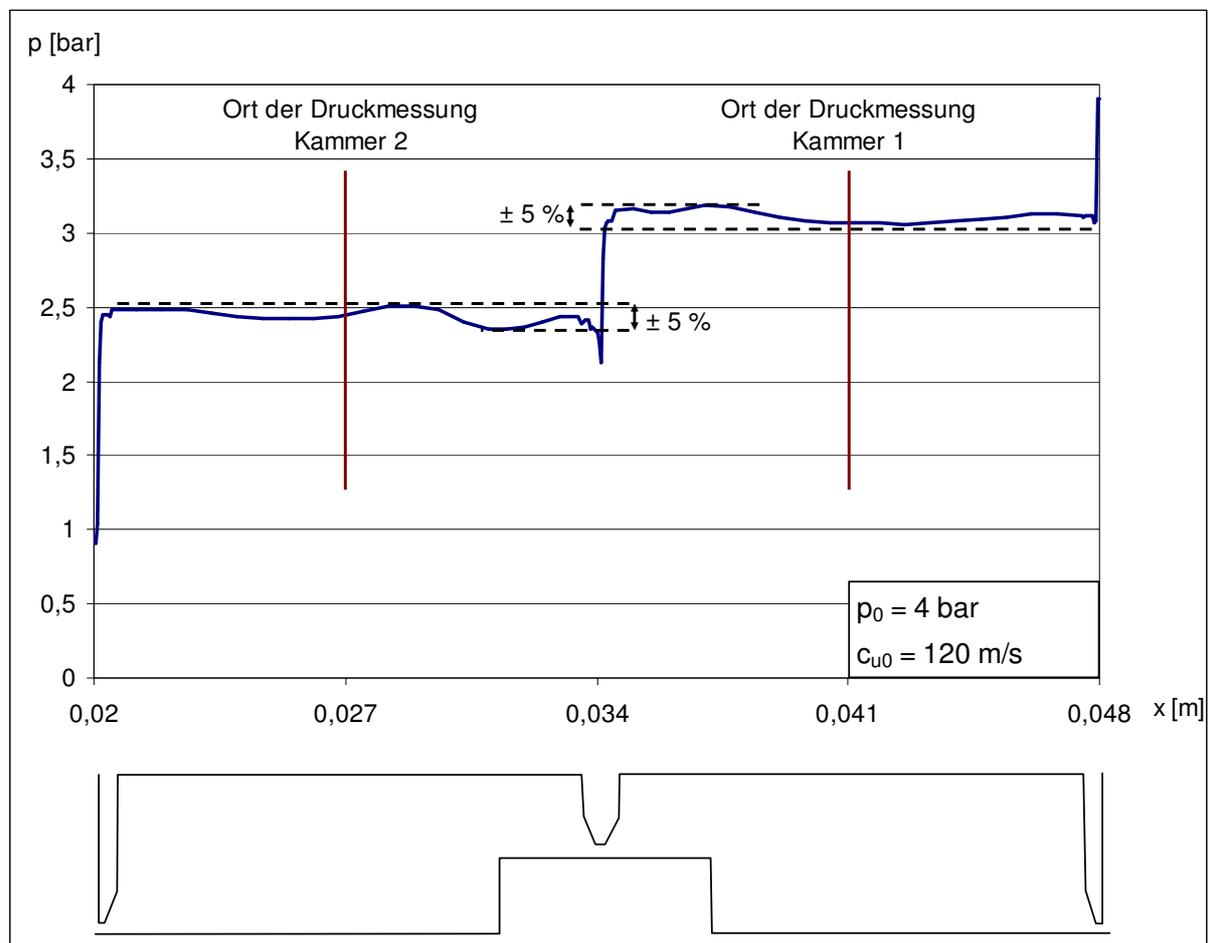
Die Vorhersagegenauigkeit bei der Quersteifigkeit  $K_Q$  (+ 40 %) und den Dämpfungen (- 40 %) ist geringer, im Vergleich zu früheren Berechnungsprogrammen aber dennoch verhältnismäßig gut. In der Simulation wird der Energieabbau in den Kammern durch das verwendete Turbulenzmodell etwas überschätzt, woraus sich die Abweichungen hier vorwiegend ableiten lassen.

Die verwendeten Turbulenzmodelle  $k-\varepsilon$  und  $k-\omega$  und die Kombination daraus in Form der SST-Variante sind lineare Modelle, die mit einer vergleichsweise moderaten Rechnerleistung auskommen. Durch die Verwendung von nichtlinearen Modellen (quadratische oder kubische Turbulenzmodelle) ist mit steigender Rechnerleistung mit einer weiteren Verbesserung zu rechnen.

#### 6.3.2 Lokale Lastverteilung

In den Experimenten (statische Messungen) konnten die Drücke und damit einhergehend die Lasten auf Rotor und Gehäuse nur an diskreten Stellen bestimmt werden. Basierend auf früheren Arbeiten wurde dabei für die Auswertung postuliert, dass sich die Drücke in einer Kammer in axialer Richtung nur unerheblich verändern und es daher zulässig ist, die umfänglichen Druckverteilungen in den Kammermitten als repräsentativ für die jeweiligen Kammern anzusehen.

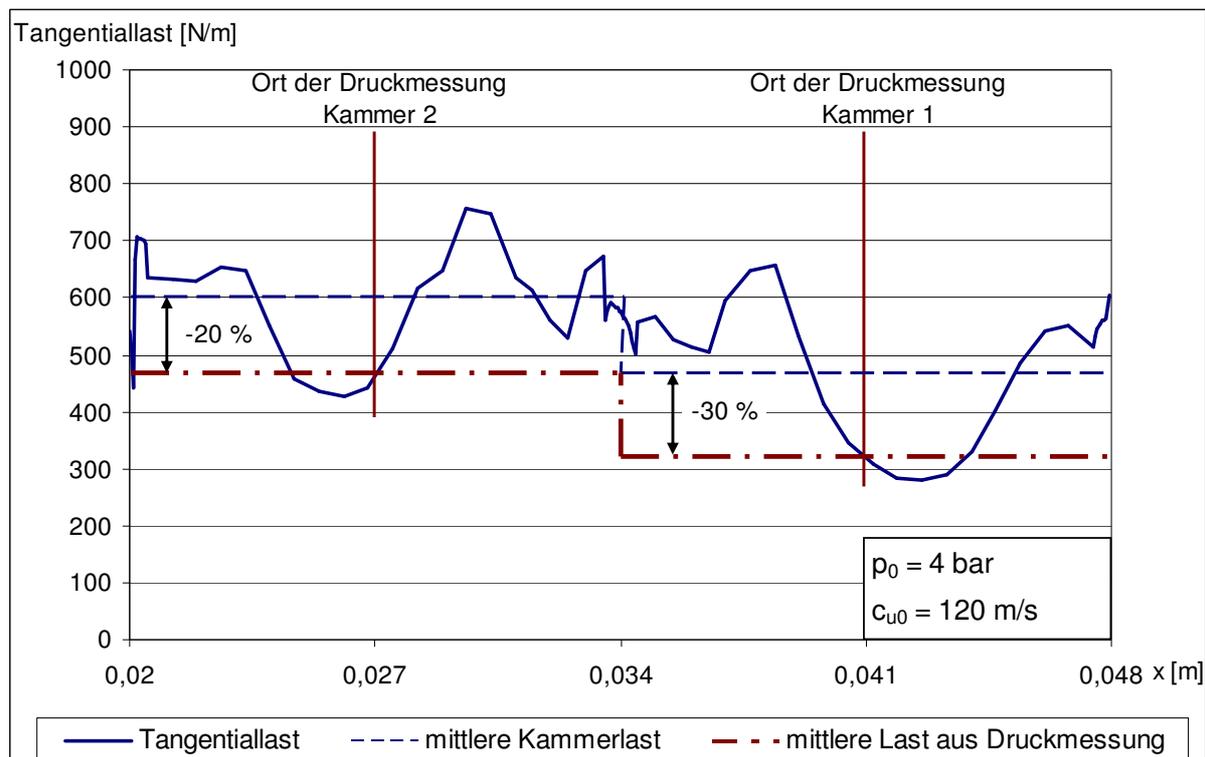
Auf Basis der vorliegenden Simulationsrechnungen ist es nunmehr möglich auch die der Messung nicht zugänglichen Bereiche in die Betrachtung miteinzubeziehen. Die axiale Druckverteilung entlang der Kammern 1 und 2 (Bild 6-12) schwankt laut Berechnung im Mittel um ca.  $\pm 5\%$  des jeweiligen Kammerdruckniveaus.



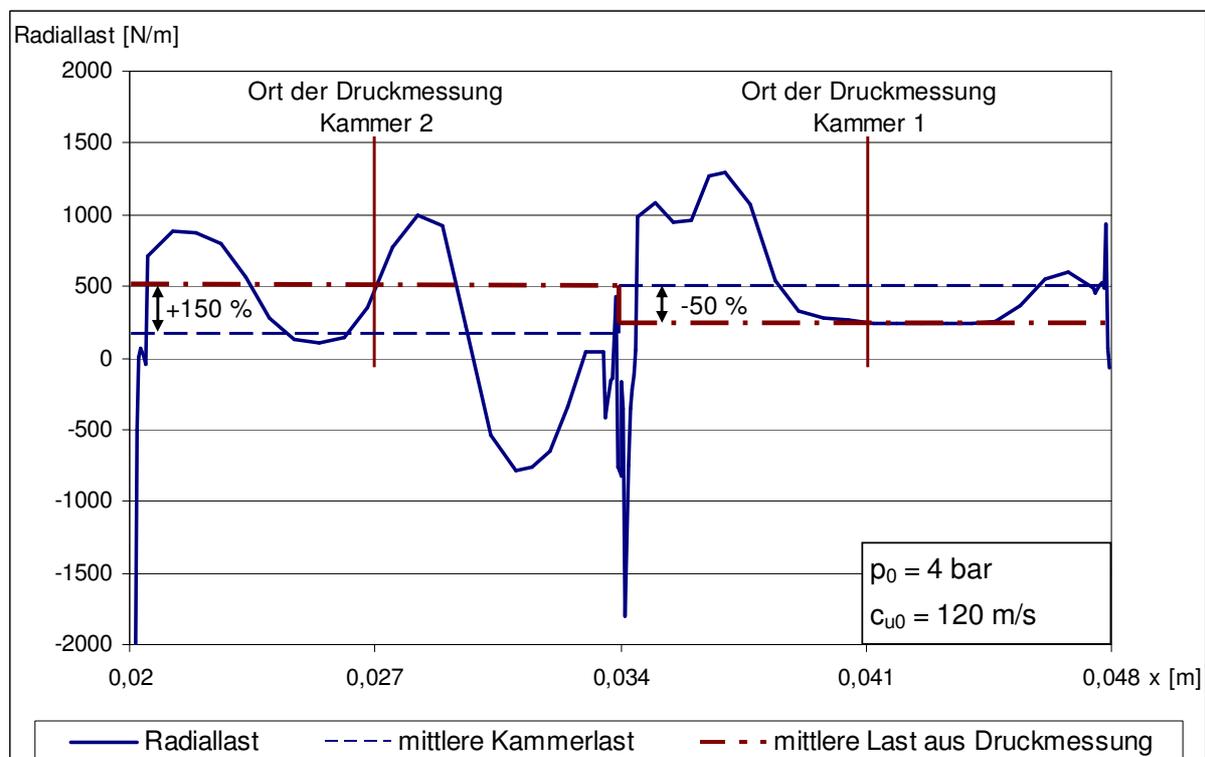
**Bild 6-12** CFD-Berechnung zur axialen Druckverteilung in den Kammern 1 und 2

Wichtiger als die Betrachtung der gemittelten axialen Druckverteilung ist die dadurch generierte, ungleiche Kräfteverteilung entlang des Labyrinthes. Durch die Berechnung kann der systematische Fehler, der die statischen Messungen belastet, abgeschätzt werden. Die Ergebnisse aus diesem Messverfahren lassen sich dadurch besser einordnen. Bild 6-13 zeigt eine typische tangentielle Lastverteilung am Stator des SSS-3-Kamm-Nut-Labyrinthes. Weiterhin dargestellt sind die mittleren Kammerlasten, die dieser Verteilung entsprechen und die mittleren Lasten, wie sie sich entsprechend der Positionierung der Druckmessungen ergäben. Der Vergleich von mittlerer Kammerlast (gestrichelt) mit der Last aus der Druckverteilung (Strich-Punkt-Linie) entspricht dem Vergleich von dynamischen zu statischen Experimenten.

Bild 6-14 zeigt analog dazu den Vergleich der Radiallasten.



**Bild 6-13** Tangentiallastverteilung in den Kammern 1 und 2



**Bild 6-14** Radiallastverteilung in den Kammern 1 und 2

Die Tangentiallast ist nahe der Dichtspitzen hoch und sinkt zu den Kammermitten hin jeweils ab. Die jeweiligen Minima kommen dabei nicht genau in der Kammermitte zu liegen sondern verschieben sich entsprechend der Geometrie (unsymmetrische Kammern aufgrund des mittigen Kamms, siehe z.B. Bild 6-3) in Richtung des größeren Kammervolumens. Der Unterschied zwischen den Tangentialkräften, die sich aus der verteilten Last ergeben und denen, die aus den Druckmessungen resultieren, liegt bei ca. 20 – 30 %. Die systematische Abweichung ist dabei unabhängig vom anliegenden Vordruck. Sie wird jedoch umso kleiner, je größerer die Vordrallgeschwindigkeit gewählt wird (in Bild 6-13 liegt der Vordrall bei 120 m/s). Bei hohen Vordrallwerten (300 m/s) beträgt der Unterschied nur noch ca. 10 %.

Die Radiallastverteilung ähnelt der tangentialen Verteilung. Die Minimalwerte der Lasten befinden sich hier jedoch direkt unter den Dichtspitzen, da sich dort die größten Druckunterschiede aufgrund der unterschiedlichen Spaltweiten ausbilden. In radialer Richtung zeigt der Vergleich zwischen den Mittelwerten aus der Radiallastverteilung und den Lasten, die aus der Druckverteilung resultieren, eine Gesamtabweichung von ca. 7,5 %. In Kammer 1 ist die mittlere Last aus der Druckmessung dabei ca. 50 % zu niedrig, in Kammer 2 dafür um den Faktor 2,5 zu hoch. Der Unterschied ist in geringem Maße vom anliegenden Vordruck abhängig. Höhere Vordrücke bedingen größere systematische Abweichungen (10,5 % bei 6 bar). Mit steigender Vordrallgeschwindigkeit gehen die Differenzen wieder leicht zurück (nicht in Bild 6-14 dargestellt).

### 6.3.3 Bürstensimulation (2D)

Bürstendichtungen werden in der numerischen Betrachtung nur durch eine 2D-Simulation zur Nachrechnung der Leckage behandelt. Der Einfluss von Bürstendichtungen auf die dynamischen Eigenschaften von Labyrinth geht, entsprechend der Experimente, zum großen Teil auf ihre leckagemindernde Wirkung zurück. Eine Einbeziehung der druckabhängigen, mechanischen Steifigkeit der Bürstendichtungen konnte im vorliegenden Programmcode nicht realisiert werden. Bezüglich der Rotordynamik ist, im Vergleich zu den Berechnungen für das reine Kamm-Nut-Labyrinth, daher nicht mit wesentlich neuen Erkenntnissen durch eine 3D-Simulation der Bürstenlabyrinth zu rechnen.

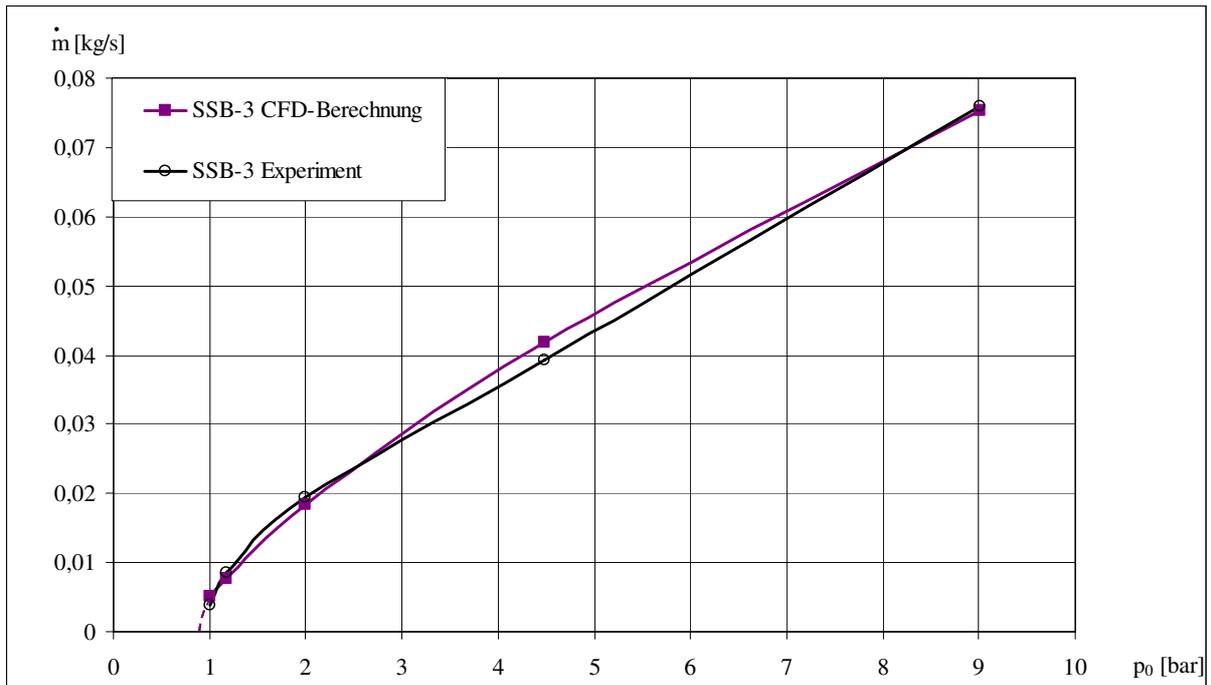
Bei Bürstendichtungen setzt sich die Strömung an der Dichtstelle aus einem Anteil unterhalb der Borsten und einem Anteil durch die Drähte der Packung zusammen. Der Spalt unter der Bürste wird, wie bei Dichtspitzen, durch ein entsprechendes Gitter realisiert. Die Packung selbst lässt sich als poröses Medium behandeln.

In ANSYS CFX ist ein Porositätsmodell nach Darcy implementiert, welches für die Bürstensimulation verwendet wurde. Die Koeffizienten für viskose (Reibung) und träge (Umlenkung) Strömungswiderstände können hierbei definiert vorgegeben werden. Zur Modellierung der Bürstenpackung wurden die Widerstandskoeffizienten im Verhältnis 2:1 für die Queranströmung im Vergleich zur Längsanströmung der Drähte gewählt, um ein anisotropes Verhalten einzustellen. Für die Höhe der Koeffizienten wurde ein proportionales Verhalten zur anliegenden Druckdifferenz hinterlegt.

Ein entscheidender Punkt bei der Modellierung der Bürstendichtungen ist die Behandlung des Blowdown Effektes. Für jede Änderung im Vordruck ist ein neues Gitter nötig, das die Veränderung der verbleibenden Spaltweite unterhalb der Bürstenpackung berücksichtigt. Die umfassendste Methode hierzu wäre eine Kombination aus einem CFD- und einem mechanischen Berechnungsmodell, wie von [92] vorgeschlagen, mit dem der Blowdown iterativ bestimmt wird. Allerdings ist eine solche Vorgehensweise aufwendig und bedarf aufgrund der iterativen Vervielfachung einer enormen Rechnerleistung.

Im vorliegenden Fall ließ sich der Blowdown Effekt vereinfacht behandeln, da aus den Experimenten Daten zur Veränderung der tatsächlichen Restspaltweite vorliegen. Der verbleibende Spalt kann näherungsweise als logarithmische Funktion des Vordrucks beschrieben werden. Entsprechend dieser Vorgabe wurde für jeden Vordruck ein eigenes Gitter entsprechend der (experimentellen) Restspaltweite erstellt. Die Berechnungen wurden für die Variante „SSB-3“ der Kamm-Nutdichtung (eine Bürstendichtung am Ende des Labyrinthes) für Vordrücke zwischen 1 bar und 9 bar durchgeführt. Für die Turbulenzbehandlung wurde das Standard-k- $\epsilon$  Modell verwendet.

Der Vergleich zwischen den berechneten und den gemessenen Leckagen (Bild 6-15) zeigt, dass mit den getroffenen Annahmen eine akzeptable Annäherung der tatsächlichen Leckageverluste möglich ist. Wenngleich die gute Übereinstimmung in den einzelnen Punkten der Gegenüberstellung vor allem auf die Kenntnis der tatsächlichen Restspaltweite zurückzuführen ist, so zeigt sich doch, dass die logarithmisch hinterlegte Restspaltweite die Wirkung des Blowdown-Effektes ausreichend genau trifft (vgl. a. [93]).



**Bild 6-15** Leckage der SSB-Anordnung – Vergleich: CFD-Berechnung und Experiment

Der Anteil der Leckage die durch die Bürstenpackung geht lässt sich gegenüber dem Anteil im freien Spalt zwischen Bürste und Rotorlauffläche zu ca. 20 % angeben. Ausgehend von der ermittelten Leckageverbesserung der Bürstendichtung gegenüber dem Vergleichslabyrinth von ca. 55 – 60 %, lässt sich mit einer Bürstendichtung mit „Null-Spalt“ theoretisch eine Verbesserung bis auf ca. 10 - 15 % der ursprünglichen Leckage erreichen.

## 7 Schlussfolgerungen

Durch den Einsatz von Bürstendichtungen lassen sich die Spaltverluste in Turbomaschinen erheblich reduzieren. Nach einem Anstreifen bei Rotorauslenkung geht die Leckage durch diese Elemente wieder annähernd auf den Ursprungswert vor dem Anstreifen zurück; je nach anliegendem Druck, verbleibt jedoch ein leicht vergrößerter Spalt. Sobald eine mehrstufige Anordnung von Dichtungselementen vorliegt, werden, ähnlich wie bei konventionellen Labyrinthdichtungen, fluiddynamische Kräfte in den Kammern zwischen den Elementen generiert. Die Werte sind im Fall des Querkraftanteils in der Regel geringer, für den Anteil in Auslenkungsrichtung in einigen Fällen aber auch höher als beim Referenzlabyrinth bei gleichen Einsatzrandbedingungen.

Nachfolgend werden die Schlussfolgerungen zu den einzelnen Abschnitten der Arbeit nochmals dargelegt und die sich daraus ergebenden Vor- oder Nachteile von Bürstendichtungen bewertet.

### 7.1 Theorie

Aus der theoretischen Betrachtung der Spaltverluste in Labyrinthdichtungen konnte die Abhängigkeit der auftretenden Fluidkraft  $F_D$  zur Leckage  $\dot{m}$  abgeleitet werden.

In früheren Untersuchungen beschreiben andere Experimentatoren ebenfalls prinzipielle Abhängigkeiten zu den verursachten Radialkräften, beziehen diese aber in der Regel auf das anliegende Druckgefälle oder das Druckverhältnis. Die Zusammenhänge können mathematisch so umformuliert werden, dass die Abhängigkeit der Fluidkraft von der Leckage deutlich wird.

Unter Einbeziehung des schon seit langem bekannten Zusammenhangs zwischen der Quersteifigkeit  $K_Q$  und der Anströmung in Umfangsrichtung  $c_{u0}$  erhält man als neue Kenngröße für die Spalterregung in Labyrinthen den Zuströmimpuls in Umfangsrichtung  $\dot{I} = \dot{m} \cdot c_{u0}$ , der in der vorliegenden Arbeit als Kennwert für die Quersteifigkeiten dient. Die Hauptsteifigkeiten werden in Abhängigkeit zur Leckage dargestellt.

*Für den generellen Einsatz von Labyrinthdichtungen und die Kombination von Labyrinthen mit Bürstendichtungen im speziellen, kann aus den gefundenen Zusammenhängen abgeleitet werden, dass die durch die Dichtung verursachten Kräfte auf den Rotor um so geringer sind, je weniger Leckage die Dichtung aufweist. Die Aussage gilt generell aber nur dann, wenn gleiche geometrische Voraussetzungen vorliegen,*

*wie beispielsweise durch den Austausch einer Dichtspitze im Labyrinth durch eine Bürstendichtung, da Bauart und Geometrie der Dichtung ebenfalls einen wesentlichen Einfluss auf die verursachten Kräfte haben.*

## **7.2 Experimente**

Im Rahmen der Untersuchungen am statischen Prüfstand wurden optische Spaltweitenmessungen an einer Bürstendichtung durchgeführt. Dabei zeigte sich, dass der sog. Blowdown-Effekt über dem Umfang der Dichtung unregelmäßig ist. Die Spaltweitenvariation ist bei unterschiedlichen Drücken zwar ähnlich, jedoch nicht gleich. Die Bürstendichtung weist zudem eine Hysterese auf, d.h. sie kehrt nach einem Anstreifen im belasteten Zustand nicht mehr ganz in ihre Ausgangslage zurück.

Für die Anwendung von Bürstendichtungen bedeutet dies, dass:

- a) für eine Bürstendichtung keine feste Spaltweite definiert werden kann. Je nach anliegendem Druckverhältnis und dem zeitlichen Auftreten von Anstreifvorgängen weist sie unterschiedliches Leckageverhalten auf. Der Blowdown-Effekt liefert mit der variablen Spaltweite einen weiteren Freiheitsgrad. Bei Kombinationen aus mehreren Bürstendichtungen stellen sich unterschiedliche Spaltweiten an den verschiedenen Bürstendichtungen ein.
- b) im realen Betrieb erhöhte Leckagen nach Rotorschwingungen oder einer Rotorverlagerung verbleiben, wenn die Dichtung belastet bleibt.

*Bürstendichtungen in Mehrfachanordnung sind in der Berechnung und im realen Einsatz erheblich schwieriger zu handhaben als eine Kombination aus Bürstendichtungen und konventionellen Dichtspitzen. Auch hinsichtlich der Verfügbarkeit der Turbomaschine ist die Kombination aus Bürstendichtung und Labyrinth als sicherer anzusehen.*

Die durchgeführten Messungen zeigen, dass die Lässigkeit eines Labyrinths mit drei Dichtspitzen durch den Einsatz von nur einer Bürstendichtung um mehr als 50 % zurückgeht. Durch den Einsatz von zwei weiteren baugleichen Bürstendichtungen ließ sich die Leckage um ca. 60 % reduzieren.

*Der Einsatz einer Mehrfachbürstendichtung statt einer Kombination aus Bürstendichtung und Labyrinth verbessert das Ergebnis nur dann nennenswert, wenn die Grundspaltweiten der Bürsten entsprechend der Positionen im Labyrinth angepasst sind.*

Die in der Theorie formulierten Abhängigkeiten werden durch die experimentelle Untersuchung bestätigt. Die Messungen am statischen Prüfstand zeigen, dass bei gleichen Zustandsrandbedingungen die schwingungsanregende Querkraftkomponente in allen Varianten mit Bürstendichtungen geringer ist als beim Referenzlabyrinth. Den geringsten Wert weist die Variante BSS-3 (Bürste an der Zuströmung) auf, den höchsten die Dreierkombination BBB-2. Bei steigender Drehzahl geht die Quersteifigkeit bei fast allen untersuchten Varianten zurück. Eine Ausnahme bildet die Dichtung SSB-3 (Bürste an der Abströmung), hier steigt sie bei geringen Vordrallwerten mit höherer Drehzahl an.

Die am statischen Prüfstand ermittelten Auslenkungssteifigkeiten sind für die meisten Varianten ebenfalls niedriger als der Vergleichswert des Referenzlabyrinths. Einen geringfügig höheren Wert weist die Dreierkombination BBB-2 auf. Der Drehzahleinfluss auf die Auslenkungssteifigkeiten ist gering.

Am dynamischen Prüfstand wurden abweichend von den statischen Messungen etwas höhere Werte für die Quersteifigkeiten bei den Bürstenvarianten gefunden. Ursache hierfür ist die Bürstendichtung selbst. Während bei der statischen Verlagerung des Rotors (statischer Prüfstand) das Fluid durch einen sichelförmigen Spalt auströmt, bildet sich beim orbitierenden Rotor (dynamischer Prüfstand) ein Ringspalt aus, da die Bürstendichtung innerhalb einer Schwingungsperiode (ca. 30 ms) nicht in die Ursprungslage zurückkehrt. Da die Randbedingungen bei beiden Versuchsanordnungen ansonsten die gleichen sind, ist die Spalterregung demnach bei symmetrischen Geometrien höher als bei Asymmetrie. Die beiden Dichtungskonfigurationen SSB-3 und BSS-3 weisen hier annähernd das gleiche Steifigkeitsverhalten auf, liegen aber immer noch unterhalb des Vergleichswertes für das Referenzlabyrinth.

Bei den Auslenkungssteifigkeiten unterscheiden sich die Ergebnisse der Bürstendichtungen für die beiden Messverfahren ebenfalls. Die Variante SSB-3 ist im dynamischen Fall wesentlich steifer als im statischen; die Variante BSS-3 macht das Schwingsystem dagegen weicher. Die Koeffizienten für das Referenzlabyrinth unterscheiden sich indessen nur unwesentlich.

Aus den Experimenten am dynamischen Versuchsstand konnten neben den Steifigkeitskoeffizienten auch die Dämpfungswerte für die Radial- und die Tangentialrichtung bestimmt werden. Hier zeigt sich, dass die Dämpfung vorwiegend von der mittleren Dichte in den Kammern abhängt. Das größte Dämpfungspotential weist die Variante SSB-3 mit einer Bürstendichtung am Dichtungsaustritt auf. Das niedrigste

Dämpfungspotential findet sich bei der Variante BSS-3, bei der die größte Dichtwirkung bereits durch die Bürste am Anfang der Dichtung erreicht wird.

*Aus rotordynamischer Sicht lässt sich aufgrund der obigen Ausführung nicht eindeutig angeben, ob eher eine Anordnung mit einer Bürste am Anfang der Dichtung (BSS-3) oder an deren Ende (SSB-3) zu empfehlen ist. Je nach dem wo sich die Dichtung in der Turbomaschine befindet (Abstand zur Lagerung) und wie diese verarbeitet und eingebaut ist (Asymmetrie durch Fertigung und Einbau), kann der Grundspalt entweder sichelförmig oder eher rund sein. Aufgrund der höheren Dämpfungswerte und der versteifenden Wirkung auf den Rotor ist tendenziell die Variante SSB-3 im Vorteil, zumal ein schwingender Rotor die Dichtung symmetrisch weitet. Der Rückgang der Quersteifigkeit mit steigender Drehzahl bei der BSS-3-Variante spricht hingegen wieder für die Anordnung der Bürste zu Beginn der Dichtung.*

In den statischen Experimenten wurden auch Bremsmomente am Rotor bestimmt, die beim Einsatz von Bürstendichtungen auftreten. Die gemessenen Werte sind gering (ca. 1 Nm), so dass mit keiner nennenswerten Einbusse durch die eingebrachten Momente zu rechnen ist.

### **7.3 Numerische Simulation**

Die numerische Simulation verfolgt zwei Ziele: einerseits den Vergleich mit den Experimenten, um den Stand der Berechnungsqualität eines kommerziellen CFD-Programms zu validieren und andererseits die Interpretation der Abweichungen von statischer zu dynamischer Messmethode, da die Berechnung Einblicke in die Strömungsvorgänge zulässt, die im Experiment nicht zugänglich sind.

Die Simulation weist bezüglich der Vorhersage der Leckage gute Übereinstimmung mit den Experimenten auf. Die Druckvariation über dem Umfang der Dichtung und deren Phasenlage werden ebenfalls gut getroffen. Bei den absoluten Druckwerten in den Kammern ist die Prognosequalität niedriger (ca. 5 – 10 % Abweichung), der Energieabbau in den Kammern wird vom Turbulenzmodell überschätzt. Bei den Steifigkeitswerten in Auslenkungsrichtung kann die Prognosequalität allgemein noch als gut angesehen werden ( $\pm 17\%$ ), die Quersteifigkeiten werden wegen der Überschätzung der Turbulenz jedoch um ca. 40 % zu hoch berechnet. Ähnliches gilt für die Dämpfungsbeiwerte; hier liegen die prognostizierten Werte niedriger ( $> 40\%$ ) als die im Experiment bestimmten.

*Insgesamt trifft die Prognose die Realität aber ausreichend genau: Die experimentellen Abhängigkeiten und Trends der wichtigen Größen werden von der Simulation richtig berechnet, wenn auch nicht mit den genauen Werten.*

Die Qualität reicht aus, um den Einfluss der statischen Messmethode auf das Ergebnis zu ermitteln. Entsprechend der numerischen Simulation liegen die Querkräfte, die aus dem Druckverlauf in der Kammermitte abgeleitet werden, tendenziell zu niedrig. Bei der Auslenkungssteifigkeit verhält es sich genau umgekehrt, hier sind die Werte aus der Druckmessung eher zu hoch. Die Aussagekraft der statischen Experimente muss daher relativiert werden, wenngleich die gemessenen Abweichungen zwischen statischer und dynamischer Methode nicht so groß wie in der Berechnung sind.

*Die Messwerte aus den statischen Experimenten sind mit einem systematischen Fehler behaftet, der ist jedoch nicht so groß ist, dass die Ergebnisse verworfen werden müssten. Bei der Bewertung der Ergebnisse muss die berechnete Fehlerquote jedoch in Betracht gezogen werden.*

*Wegen der stetigen Verbesserung der Rechenleistung im Computerbereich ist zukünftig wohl die Simulation das Mittel der Wahl. Die heutigen Turbulenzmodelle müssen zur Verbesserung der Prognosequalität aber noch verfeinert werden.*

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Eine Steigerung der Wirkungsgrade ist heute hauptsächlich durch noch höhere Prozesstemperaturen, was eine Weiterentwicklung der hochwarmfesten Werkstoffe voraussetzt, und durch Verbesserungen von Details an Komponenten und Bauteilen zu erreichen. Ein solches Detail stellt die Verringerung der Leckageverluste bei Turbomaschinen zwischen Läufer und Gehäuse durch den Einsatz neuer Dichtungselemente dar. Voraussetzung ist aber, dass die Verringerung der Spaltweiten ohne eine Einschränkung der radialen Beweglichkeit des Läufers erfolgt. Bürstendichtungen, wie sie bereits in Flugtriebwerken eingesetzt werden, sind solche Elemente; ihre Anwendung erfolgte bisher aber nur im Bereich niedriger Druckgefälle und bei den bei Flugtriebwerken typischen, kurzen Wartungsintervallen. Der Einsatz von Bürstendichtungen in Dampfturbinen, d.h. bei hohen Drücken und den dort üblichen langen Revisionsintervallen setzt nicht nur zusätzliches Wissen über die Standfestigkeit der Bürsten und die erreichbare Verringerung der Leckagen voraus, sondern vor allem die Kenntnis über die Beeinflussung der Rotordynamik durch die neuen Dichtungselemente voraus. Die Sekundärströmungen in den Dichtungen generieren Radialkräfte, die sich auf das Stabilitätsverhalten des Turbosatzes negativ auswirken können.

Die Arbeit befasst sich daher mit der experimentellen Bestimmung und numerischen Ermittlung des Leckageverhaltens, der fluiddynamischen Kräfte bei exzentrischer Wellenlage sowie mit den rotordynamischen Koeffizienten an der Stabilitätsgrenze für eine Grundauswahl von kombinierten Labyrinth-Bürstendichtungen mit jeweils drei Drosselstellen. Die Eigenschaften der Dichtungsanordnungen sind dabei für die charakteristischen Parameter Druck, Vordrall, Exzentrizität des Läufers, Drehzahl und Biegeschwingungsfrequenz zu ermitteln. Die Experimente sollen eine Datenbasis für die theoretische Beurteilung von Bürstendichtungen in Mehrfachanordnung sowie in Kombination mit herkömmlichen Labyrinthelementen schaffen.

Für die experimentellen Untersuchungen wurden zwei Versuchsaapparaturen eingesetzt, die ein unterschiedliches Herangehen an die Bestimmung der Anregungs- und Dämpfungskoeffizienten erlauben:

Bei der ersten Methode wird die Druckverteilung über den Umfang des Gehäuses mit den zu untersuchenden Dichtungen gemessen, in der ein starrer Rotor fluchtend angeordnet ist, der während des Betriebs definiert exzentrisch verlagert werden kann (stationäre Messungen). Die Druckverteilung längs des Umfangs des Gehäuses gibt

Auskunft über die strömungsbedingten Kräfte auf den Rotor. Daraus lassen sich indirekt die Steifigkeitskoeffizienten des Dichtungssatzes bestimmen.

Mit der zweiten Methode werden die Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten an einer flexiblen Welle direkt ermittelt. Hier wird der Effekt der Spalterregung, den man bei Turbomaschinen zu minimieren versucht, bewusst zur Identifikation eingesetzt. Mittels magnetischer Kräfte wird die flexible Welle zu selbsterregten Rotationschwingungen angeregt, bis die Stabilitätsgrenze erreicht ist (dynamische Messungen). Aus den magnetischen Steifigkeitskoeffizienten bei unterschiedlichen Strömungszuständen im Dichtungselement lassen sich dann die durch die Strömung verursachten Kräfte ableiten. Durch eine Variation der Eigenfrequenz können dann auch die Dämpfungskoeffizienten identifiziert werden.

Das Versuchsprogramm umfasst grundlegende Varianten einer dreistufigen Labyrinthgeometrie in Durchblick- und in Kamm-Nut-Anordnung:

- gemischte Labyrinth mit Spitzen und Bürstenelementen,
- nur Bürstenelemente in Labyrinthanordnung.

Als Referenzanordnung wurde die in der Praxis häufig eingesetzte Kamm-Nut-Dichtung mit drei Dichtspitzen gewählt. Für jede Konfiguration werden die Parameter Exzentrizität, Vordruck, Vordrall und Drehzahl variiert.

Die Experimente ergaben eine deutliche Verringerung der Leckage durch Bürstenelemente gegenüber dem Referenzlabyrinth um bis zu 60 %, abhängig von den anliegenden Drücken und der Anzahl der Bürstenelemente bei sonst gleichen geometrischen Verhältnissen. Die aus rotodynamischer Sicht wichtige Koppelsteifigkeit wird klar durch die Leckagemenge und durch den Vordrall beeinflusst. Weiter ergab sich, dass für eine Abströmung mit Schallgeschwindigkeit aus der Drosselstelle nicht mehr die relative Zuströmenergie sondern der Zuströmimpuls in Umfangrichtung die geeignete Größe ist, um die entstehenden Querkräfte zu beschreiben. Die Hauptsteifigkeiten dagegen werden durch den axialen Strömungsimpuls geprägt. Für die Hauptdämpfungen stellt die mittlere Dichte des Strömungsmediums die bestimmende Größe dar. Alle Experimente zeigen deutlich, dass durch den Einsatz von Bürstenelementen aufgrund der geringeren Leckageströme das Stabilitätsverhalten des Rotors grundsätzlich verbessert wird.

Die numerischen Untersuchungen wurden mit dem kommerziellen CFD-Programm ANSYS CFX durchgeführt. Hierzu wurde die im Experiment untersuchte Referenz-Labyrinthdichtung einschließlich der Zu- und Abströmverhältnisse weitgehend ohne vereinfachende Annahmen dreidimensional abgebildet. Die Strömungssimulation erfolgte mit dem Shear-Stress-Turbulenzmodell (SST), da dieses in der Freiströmung und in Wandnähe gleichermaßen gut geeignet ist. Der Rechenaufwand ist im Vergleich zum k-e und k-w-Modell aber größer. Ein Bürstenlabyrinth mit einer Bürste wurde zweidimensional unter Zuhilfenahme des Porositätsmodells nach Darcy abgebildet. Als Turbulenzmodell kam hier das Standard k-e-Modell zum Einsatz.

Die Simulationen bestätigten das experimentelle Ergebnis, dass sich durch den Einsatz der Bürstendichtungen die Leckagen verringern lassen. Es zeigte sich auch, dass das Stabilitätsverhalten im hohen Maße vom Leckagestrom durch die Dichtungen und der Drallanströmung beeinflusst wird. Als weiteres Ergebnis ist festzuhalten, dass sich das gesamte Strömungsbild aus der Simulation gut mit den experimentell ermittelten Werten deckt. Abweichungen zwischen Simulation und Experiment sind vorwiegend auf die Vereinfachungen durch die Turbulenzmodellierung zurückzuführen.

Als Fazit kann festgestellt werden, dass Bürstendichtungen sowohl bezüglich ihrer Leckagewerte, als auch durch das fluiddynamische Verhalten gut in der Kombination mit konventionellen Labyrinth eingesetzt werden können. Die Anordnung der Bürsten in Strömungsrichtung ist hierbei jedoch von Bedeutung. Die Nachschaltung einer Bürstendichtung im Anschluss an ein Labyrinth bringt rotordynamisch Vorteile durch eine verbesserte Dämpfung. Mit steigender Drehzahl erhöht sich bei dieser Variante jedoch der Spalterregungskoeffizient. Durch das Vorschalten einer Bürstendichtung vor ein Labyrinth reduziert sich die Dämpfung, was aus rotordynamischer Sicht eher nachteilig ist. Die ermittelten Dämpfungswerte sind bei dieser Variante deutlich schlechter als beim konventionellen Labyrinth. Bei hohen Drehzahlen lässt sich hingegen eine Reduzierung der Spalterregung feststellen. Je nach Einsatzzweck sind die Vor- und Nachteile der Varianten gegeneinander abzuwägen.

Bei mehrstufiger Bürstenanordnung ist darauf zu achten, dass durch geeignete Wahl der Grundspaltweiten alle Bürsten möglichst gleich stark belastet werden, um eine Überlastung einzelner Bürstendichtungen zu vermeiden.

## 9 Nomenklatur

<u>Zeichen:</u>	<u>Einheit:</u>	<u>Beschreibung:</u>
A	[m <sup>2</sup> ]	Fläche
C	[Ns/mm]	Dämpfungsbeiwert
C <sub>Str</sub>	[kg/mms <sup>2</sup> ]	Strömungskonstante
E <sub>0</sub> *	[]	Relative Zuströmenergie
$\dot{i}$	[kgm/s <sup>2</sup> ]	Impulsstrom in Umfangsrichtung
j	[kgm/s <sup>2</sup> ]	Axialer Impulsstrom
F	[N]	Kraft
K	[N/mm]	Steifigkeitsbeiwert
N	[]	Stützstelle (nummer)
M	[Nm]	Drehmoment
Ma	[]	Machzahl
Q	[N]	Querkraft
S	[mm]	Abstand
T	[K]	Temperatur
a	[Pa]	Fourier-Koeffizient
a	[mm]	Amplitude
b	[mm]	Breite
b	[Pa]	Fourier-Koeffizient
c	[m/s]	Geschwindigkeit
c	[Ns/mm]	Dämpfungswert
e	[mm]	Exzentrizität
h	[mm]	Kammerhöhe
h	[kJ/kg]	spez. Enthalpie
k	[]	Konstante
k	[N/mm]	Steifigkeitsbeiwert
l	[mm]	Länge
m	[]	Anzahl der Kammern
$\dot{m}$	[kg/s]	Massenstrom
n	[1/min]	Drehzahl
p	[bar]	Druck

r	[mm]	Radius
s	[mm]	Spaltweite
t	[mm]	Kammerteilung
t	[s]	Zeit
v	[m <sup>3</sup> /kg]	spez. Volumen
z	[]	Anzahl Drosselstellen
z	[mm]	Position
Δ	[]	Differenz
Ω	[rad/s]	Schwingfrequenz
ε	[]	Ausflusszahl
ε	[mm]	Schwerpunkt
φ	[°]	Winkel
λ	[W/(mK)]	Wärmeleitfähigkeit
μ	[]	Durchflusskoeffizient
π	[]	Kreiszahl
ρ	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte
ψ	[]	Expansionszahl
κ	[]	Isentropenexponent
ω	[1/s]	Drehfrequenz

Indizes:

0	Vor der Dichtung, Ruhe-/Totalwert
A	In Auslenkungsrichtung
B	Bürste, Bezug
D	Dichtung
Fl	Fluid
Q	In Querrichtung
U	In Umfangsrichtung
a	außen
i	Kammernummer
K	kritisch
L	Longitudinal
R	Rotor, Radial
T	Transversal, Tangential

ax	In Axialrichtung
eff	effektiv
korr	korrigiert
sp	Spalt
st	statisch
th	theoretisch
u	In Umfangsrichtung
wirk	Effektiv wirksam
—	Mittelwert

## 10 Literatur

- [1] Pastrana, R. M., Wolfe, C. E., Turnquist, N. A., Burnett, M. E.: Improved Steam Turbine Leakage Control With a Brush Seal Design; in Proceedings of the 30th Turbomachinery Symposium, S. 33 - 38, Texas A & M University, 2001
- [2] Chupp, R. E., Ghasripoor, F., Turnquist, N. A., Demiroglu, M., Aksit, M. F.: Advanced Seals for Industrial Turbine Applications: Dynamic Seal Development; in Journal of Propulsion and Power, Vol. 18, No. 6, S. 1260 – 1266, 2002
- [3] Kwanka, K.: Der Einfluss von Labyrinthdichtungen auf die Dynamik von Turbomaschinen; Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7 Strömungstechnik, Nr. 415, VDI Verlag, Düsseldorf, 2001
- [4] Hendricks, R. C., Griffin, T. A., Kline, T. R., Csarina, K. R., Pancholi A., Sood, D.: Relative Performance Comparison Between Baseline Labyrinth and Dual-Brush Compressor Discharge Seal in a T-700 Engine Test; NASA Technical Memorandum 106360, Memorandum Report ARL-MR-232, 1994
- [5] Rossmann, A.: Die Sicherheit von Turbo-Flugtriebwerken; Band 2, Turbo Consult, Karlsfeld, 2001
- [6] Müller, H. K.: Abdichtung bewegter Maschinenteile; Medienverlag Ursula Müller, Waiblingen, 1990
- [7] Gail, A., Beichl, S.: MTU Brush Seal – Main Features of an Alternative Design; AIAA-2000-3375, 36th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Huntsville, AL, 2000
- [8] Schettel, J.: Modellbasierte Analyse der Spaltanregung in Dampfturbinen; Diss. TU Darmstadt, Shaker Verlag, Aachen, 2006
- [9] Stodola, A.: Dampf- und Gasturbinen; Reprint der 5. Auflage von 1922, VDI Verlag, Düsseldorf, 1986
- [10] Düngel, G., Ewerts, H.: Ertüchtigung älterer Turbosätze; Siemens Service-Report Kraftwerke, Nr. 8, S. 17 – 21, 1988
- [11] Harig, T., Oeynhaus, H.: Modernisierung von Turbinen; in BWK, Bd. 57 Nr.3, S. 57 - 63, 2005
- [12] Martin, P.: Beitrag zur Durchflußberechnung von Spaltdichtungen; Diss Uni Karlsruhe, Nürnberg, 1967

- [13] Martin, P.: Beitrag zur Durchflußberechnung von Spaltdichtungen; in Wärme, Band 77, Heft 5, S. 3-16, 1971
- [14] Trutnovsky, K., Komotori, K.: Berührungsfreie Dichtungen; 4. überarb. u. erw. Aufl., VDI Verlag, Düsseldorf, 1981
- [15] Thomas, H.-J., Urlichs, K., Wohlrab, R.: Läuferinstabilität infolge Spalterregung – Vorhaben Nr. 82 und 108; Forschungsberichte Verbrennungskraftmaschinen, Heft 167, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen, Frankfurt, 1974
- [16] Urlichs, K.: Durch Spaltströmungen hervorgerufene Querkräfte an den Läufern thermischer Turbomaschinen; Diss. TU München, 1975
- [17] Wohlrab, R.: Zur Spalterregung bei thermischen Turbomaschinen; Diss. TU München, 1975
- [18] Thieleke, G.: Experimentelle und theoretische Untersuchung der Strömungskräfte in Labyrinthdichtungen von Turbomaschinen; Diss. Universität Stuttgart, 1991
- [19] Vogel H. D.: Die Stabilität gleitgelagerter Rotoren von Turbomaschinen unter besonderer Berücksichtigung einer Erregung durch Spaltströme, Diss. TU München, 1969
- [20] Korschunov, B. A., Döhler, S. W.: Einfluss von Leckageströmungen an der Laufradspitze auf die aerodynamischen Charakteristiken des folgenden Leitgitters, in BWK, Bd. 48, Nr. 7/8, S. 49 - 55, 1996
- [21] Pfau, A., Treiber, M., Sell, M., Gyarmathy, G.: Flow Interaction From the Exit Cavity of an Axial Turbine Blade Row Labyrinth Seal; in Journal of Turbomachinery, Vol. 123, S. 342 - 352, 2001
- [22] Steckel, J.: Experimentelle Untersuchungen zum Durchfluß- und Radialkraftverhalten einer Labyrinthdichtung; Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7 Strömungstechnik, Nr. 238; VDI Verlag, Düsseldorf, 1994
- [23] Benckert, H.: Strömungsbedingte Federkennwerte in Labyrinthdichtungen; Diss. Universität Stuttgart, 1980
- [24] Dinc, S., Demiroglu, M., Turnquist, N., Mortzheim, J., Goetze, G., Maupin, J., Hopkins, J., Wolfe, C., Florin, M.: Fundamental Design Issues of Brush Seals for industrial Applications; in Journal of Turbomachinery, Vol. 124, S. 293 - 300, 2002

- [25] Chupp, R. E., Loewenthal R. G.: Brush Seals Can Improve Power Plant Efficiency by One-Fourth of a Percentage Point Yielding Huge Annual Savings; in Journal Lubrication Engineering, Vol. 53, Nr. 6, S. 10 - 14, 1997
- [26] Steinetz, B. M., Hendricks, R. C.: Advanced Seal Technology Role in Meeting Next Generation Turbine Engine Goals; NASA Technical Memorandum 1998-206961, AVT-PPS Paper No. 11, 1998
- [27] Carlile J. A., Hendricks, R. C., Yoder, D. A.: Brush Seal Leakage Performance With Gaseous Working Fluids at Static and Low Rotor Speed Conditions; in Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 115, S. 397 - 403, 1993
- [28] Chupp, R. E., Dowler, C. A.: Performance Characteristics of Brush Seals for Limited-Life Engines; in Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 115, S. 390 - 396, 1993
- [29] Chupp, R. E., Nelson, P.: Evaluation of Brush Seals for Limited-Life Engines; in Journal of Propulsion and Power, Vol. 9, No. 1, S 113 - 118, 1993
- [30] Chupp, R. E., Holle, G. F.: Generalizing Circular Brush Seal Leakage Through a Randomly Distributed Bristle Bed; in Journal of Turbomachinery, Vol. 118, S. 153 - 161, 1996
- [31] Arora, G. K., Proctor, M. P.: JTAGG II Brush Seal Test Results; NASA Technical Memorandum 107448, Technical Report ARL-TR-1397, 1997
- [32] Chen, L. H., Wood, P. E., Jones, T. V., Chew, J. W.: Detailed Experimental Studies of Flow in Large Scale Brush Seal Model and a Comparison With CFD Predictions; in Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 122, S. 672 - 679, 2000
- [33] Turnquist, N., Chupp, R. E., Pastrana, R., Wolfe, C., Burnett, M.: Improved Steam Turbine Leakage Control with a Brush Seal Design; NASA Seals/Secondary Air Delivery Workshop, Cleveland US, 2001
- [34] Stephen, D., Hogg S. I.: Development of Brush Seal Technology for Steam Turbine Retrofit Applications; ASME-Paper IJPGC2003-40103, Proceedings of the International Joint Power Generation Conference, Atlanta US, 2003

- [35] Thomas, H.-J.: Instabile Eigenschwingung von Turbinenläufern, angefacht durch die Spaltströmungen in Stopfbuchsen und Beschaufelungen; Interne AEG-Mitteilung, 1956, auch in Bull. de l'AIM 71, H. 11/12, S. 1039 - 1063, 1958
- [36] Alford, J.: Protecting Turbomachinery from Self-Excited Rotor Whirl; in Journal of Engineering for Power, H. 10, S. 333 - 344, 1965
- [37] Leie, B. R.: Querkräfte an Turbinenstufen und deren Einfluß auf die Laufstabilität einfacher gleitgelagerter Rotoren; Diss. TU München, 1979
- [38] Hauck, L.: Strömungsvorgänge in den Labyrinthdichtungen von Turbinenstufen; Diss. TU München, 1982
- [39] Benckert, H.: Spaltströmungen – Vorhaben Nr. 139 und 179; Forschungsberichte Verbrennungskraftmaschinen, Heft 277, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen, Frankfurt, 1981
- [40] Thieleke, G.: Spalterregungskräfte – Vorhaben Nr. 398; Forschungsberichte Verbrennungskraftmaschinen, Heft 452, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen, Frankfurt, 1990
- [41] Kwanka, K.: Ein neues Identifikationsverfahren für dynamische Koeffizienten von Labyrinthdichtungen; in SIRM III, Referate der Tagung in Kaiserslautern, S. 216 - 224, Vieweg Verlag, 1995
- [42] Kwanka, K., Nagel, M.: Experimental Rotordynamic Coefficients of Short Labyrinth Gas Seals; in NASA Conference Publication 3344, S. 135 - 144, Workshop on Rotordynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery, Cleveland US, 1996
- [43] Kwanka, K.: Influence of Labyrinth Seal Geometry on Rotordynamic Coefficients; in Proceedings of the Fifth International Conference on Rotor Dynamics, S. 241 - 251, Vieweg Verlag, 1998
- [44] Kwanka, K., Sobotzik, J., Nordmann, R.: Dynamic Coefficients of Labyrinth Gas Seals – A Comparison of Experimental Results and Numerical Calculations; ASME-Paper 2000-GT-0403, Proceedings of ASME TURBOEXPO 2000, München, 2000

- [45] Wagner, N. G., Steff, K.: Dynamic Labyrinth Coefficients From a High-Pressure Full-Scale Test Rig Using Magnetic Bearings; in NASA Conference Publication 3344, S. 95 - 112, Workshop on Rotordynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery, Cleveland US, 1996
- [46] Wagner, N. G., Steff, K.: Bestimmung der dynamischen Labyrinthkoeffizienten unter realistischen Betriebsbedingungen mit Hilfe aktiver Magnetlager; in SIRM IV, Referate der Tagung in Kassel, S. 267 - 280, Vieweg Verlag, 1997
- [47] Wagner, N., G.: Reliable Rotor Dynamic Design of High-Pressure Compressors Based on Test Rig Data; in Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 123, S. 849 - 856, 2001
- [48] Childs, D. W.: Turbomachinery Rotordynamics – Phenomena, Modelling, & Analysis; John Wiley & Sons, Inc., New York, 1993
- [49] Zeping, Y., Childs, D. W.: A Comparison of Experimental Rotordynamic Coefficients and Leakage Characteristics for Hole-Pattern Gas Damper Seals and a Honeycomb Seal; The Eight Workshop on Rotordynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery, Texas A&M University, 1996
- [50] Childs, D. W., Ramsey, C.: Seal-Rotordynamic-Coefficient Test Result for a Model SSME ATD-HPFTP Turbine Interstage Seal With and Without a Swirl Brake; in NASA Conference Publication 3122, S. 179 - 190, 1990
- [51] Kostyuk, A. G.: Circulation Forces over Shrouding and their Influence on the Threshold Capacity of Large Turbine Units; in Teploenergetika, Vol. 22, H. 3, S. 41 - 46, 1975
- [52] Iwatsubo, T.: Evaluation of Instability Forces of Labyrinth Seals in Turbines or Compressors; in NASA Conference Publication 2133, S. 139 - 167, 1980
- [53] Baumgartner, M.: Berechnung von Querkräften an Turborotoren verursacht durch die Strömung in Labyrinthdichtungen; Diss. TU München, 1989
- [54] Weiser, H. P.: Ein Beitrag zur Berechnung der dynamischen Koeffizienten von Labyrinthdichtungssystemen bei turbulenter Durchströmung mit kompressiblen Medien; Diss. Universität Kaiserslautern, 1989
- [55] Florjanic, S.: Annular Seals of High Energy Centrifugal Pumps: A New Theory and Full Scale Measurement of Rotordynamic Coefficients and Hydraulic Friction Factors; Diss. ETH Zürich, 1990

- [56] Ortinger, W.: Numerische Berechnung der Strömung in Labyrinthdichtungen und deren Auswirkung auf Querkräfte an der Welle; Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7 Strömungstechnik, Nr. 231, VDI Verlag, Düsseldorf, 1993
- [57] Nordmann, R.: Rotordynamische Kennzahlen von berührungslosen Dichtungen und Laufrädern. Grundsatzreferat; in VDI Berichte Nr. 1082, Dämpfung und Nichtlinearität: Phänomene, Probleme und Lösungen, Tagung Darmstadt, S. 249 – 276, VDI Verlag, Düsseldorf, 1993
- [58] Nordmann, R., Dietzen, F.-J., Weiser, H. P.: Calculation of Rotordynamic Coefficients and Leakage for Annular Gas Seals by Means of Finite Difference Techniques; in Journal of Tribology, Vol. 111, S. 545 - 552, 1989
- [59] Moore, J. J., Palazzolo, A. B.: Rotordynamic Force Prediction of Whirling Centrifugal Impeller Shroud Passages Using Computational Fluid Dynamic Techniques; ASME-Paper 99-GT-334, Proceedings of ASME TURBOEXPO 1999, Indianapolis, 1999
- [60] Staubli, T., Bissig, M.: Numerical Parameter Study of Rotor Side Spaces; Proceedings of the Hydraulic Machinery and Systems 21<sup>st</sup> IAHR Symposium, Lausanne, 2002
- [61] Pröstler, S.: CFD Modeling of Brush Seals; European CFX Conference, Strasbourg, 2002
- [62] Moore, J. J.: Three Dimensional CFD Rotordynamic Analysis of Gas Labyrinth Seals; in Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 125, S. 427 - 433, 2003
- [63] Schettel, J., Nordmann, R.: Rotordynamics of Turbine Labyrinth Seal: A Comparison of CFD Models to Experiments; IMechE, 8. International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Swansea, 2004
- [64] Pugachev, A., Deckner, M., Kwanka, K.: Validation of CFD Predictions for Gas Labyrinth Seals; in Workshop Advanced Topics and Technical Solutions in Dynamic Sealing, EDF and LMS Futuroscope, B1 – B8, Poitiers, 2005
- [65] Schettel, J., Lüneburg, B., Deckner, M., Mynott, H.: Validating a Steam Whirl Design Procedure by Computational Fluid Dynamics for High Power Steam Turbine Generator Sets for Power Generation; IFToMM Paper-ID 319, Seventh International Conference on Rotordynamics, Wien, 2006

- [66] Pugachev, A., Deckner, M.: Shape Optimization of a Labyrinth Seal: Leakage Minimization and Sensitivity of Rotordynamic Coefficients. in IMechE, Proceedings of the Ninth International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Vol. 2, S. 849 -859, University of Exeter UK, 2008
- [67] Thomas, H.-J.: Thermische Kraftanlagen; 2. überarb. u. erw. Aufl., Springer Verlag, Berlin, 1985
- [68] Neumann, K: Zur Frage der Verwendung von Durchblickdichtungen im Dampfturbinenbau; in Maschinenbautechnik 13, H. 4, S. 188 - 195, 1964
- [69] Komotori, K.: Contact free seals, - Reserches and Applications of the Labyrinth Seals (1973), zit. nach Trutnovsky, K., Komotori, K.: Berührungsfreie Dichtungen; 4. überarb. u. erw. Aufl., VDI Verlag, Düsseldorf, 1981
- [70] Egli, A.: The Leakage of steam through labyrinth seals; in Transactions of the ASME FSP-57-5, Fuels and Steam Power, S. 115 - 122, 1935
- [71] Somerling, H.: Bijdrage tot de berekening von labyrinth dichtungen (1957), zit. nach Trutnovsky, K., Komotori, K.: Berührungsfreie Dichtungen; 4. überarb. u. erw. Aufl., VDI Verlag, Düsseldorf, 1981
- [72] Osterhage, T.: Leckagearme Hochdruckdichtungen für Dampfturbinen; Diss. Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2002
- [73] Ulbrich, H.: Dynamik und Regelung von Rotorsystemen; Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 11 Schwingungstechnik, Nr. 86, VDI Verlag, Düsseldorf, 1986
- [74] Glienicke, J.: Experimentelle Ermittlung der statischen und dynamischen Eigenschaften von Gleitlagern für schnellaufende Wellen; Fortschritt-Berichte der VDI-Zeitschriften, Reihe 1, Nr. 22, VDI Verlag, Düsseldorf 1970
- [75] Someya, T.: Journal-Bearing Data Book; Springer Verlag, Tokyo, 1989
- [76] Gasch , R., Nordmann, R., Pfützner, H.: Rotordynamik; 2. vollst. neubearb. u. erw. Aufl., Springer Verlag, Berlin, 2001
- [77] Engeln-Müllges, G., Reutter, F.: Formelsammlung zur Numerischen Mathematik mit Standard-FORTRAN-77-Programmen; 6. völlig neu bearb. u. erw. Aufl., BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1988
- [78] Nordmann, R.: Ein Näherungsverfahren zur Berechnung der Eigenwerte und Eigenformen von Turborotoren mit Gleitlagern, Spalterregung, äußerer und innerer Dämpfung; Diss. TH Darmstadt, D17, 1974

- [79] Nelson, H. D., Mc Vaugh, J. M.: The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements, in Journal of Engineering for Industry, Vol. 5, S 593 - 600, 1976
- [80] Kwanka, K.: Laufstabilität eines dreifach gelagerten Rotorsystems bei Anregung durch nichtkonservative Querkräfte; Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 11 Schwingungstechnik, Nr. 141, VDI Verlag, Düsseldorf, 1990
- [81] Baumann, U.: Rotordynamic Stability Tests on High-Pressure Radial Compressors; in Proceedings of the 28th Turbomachinery Symposium, S. 115 - 123, Texas A & M University, 1999
- [82] Idelchik, I. E.: Handbook of Hydraulic Resistance; Second Edition, Hemisphere Publishing Corporation, Washington u.a., 1986
- [83] Meyberg, K., Vachenauer, P.: Höhere Mathematik 2; 2. völlig überarb. Aufl., Springer Verlag, Berlin u. a., 1997
- [84] Ulbrich, H.: New Test Techniques Using Magnetic Bearings; in Magnetic Bearings, Proceedings of the First International Symposium, ETH Zürich, S. 281 - 288, Springer Verlag, 1988
- [85] Lautenschlager, R., Ulbrich, H.: Entwurf und Auslegung eines Magnetlagers mit integrierten Weg- und Geschwindigkeitssensoren; Institutsbericht I 8005, Lehrstuhl B für Mechanik, TU München, 1980
- [86] Ulbrich, H.: Entwurf und Realisierung einer berührungsfreien Magnetlagerung für ein Rotorsystem; Diss. TU München, 1979
- [87] Schettel, J., Deckner, M., Kwanka, K., Lüneburg, B., Nordmann, R.: Rotordynamic Coefficients of Labseals for Turbines – Comparing CFD Results with Experimental Data on a Comb-grooved Labyrinth; ASME-Paper GT2005-68732, ASME Turbo Expo, Power for Land, Sea and Air, Reno-Tahoe US, 2005
- [88] Bader, R.: Simulation kompressibler und inkompressibler Strömungen in Turbomaschinen; Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7 Strömungstechnik, Nr. 396, VDI Verlag, Düsseldorf, 2000
- [89] Haag, O.: Studie zur Anwendung von Turbulenzmodellen in Gasturbinenbrennkammern; Diss. TU Darmstadt, D17, 2003
- [90] Menter, F. R.: Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications; in AIAA Journal 32, S. 1598 - 1605, 1994

- [91] Menter, F. R., Kuntz, M., Langtry, R.: Ten Years of Industrial Experience With the SST Turbulence Model; in Hanjalić, K., Nagano, Y., Tummers, M. (Herausgeber): Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, Begell House, 2003
- [92] Lelli, D., Chew, J. W., Cooper, P.: Combined 3D Fluid Dynamics and Mechanical Modelling of Brush Seals; ASME-Paper GT2005-68973, ASME Turbo Expo, Power for Land, Sea and Air, Reno-Tahoe US, 2005
- [93] Pugachev, A., Deckner, M., Kwanka, K., Helm, P., Schettel, J.: Rotordynamic Coefficients of Advanced Gas Seals: Measurements and CFD Simulations; in International Scientific Symposium on Hydrodynamic Theory of Lubrication, Vol. 1, S. 545 – 555, Orel Russland, 2006