

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Fakultät für Architektur
Institut für Entwerfen und Baukonstruktion
Lehrstuhl für Tragwerksplanung
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Rainer Barthel

**Tragverhalten von ETFE-Folien
unter biaxialer Beanspruchung**

Lars Schiemann

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Architektur
der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Gerhard Hausladen

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Rainer Barthel

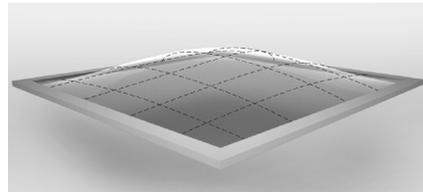
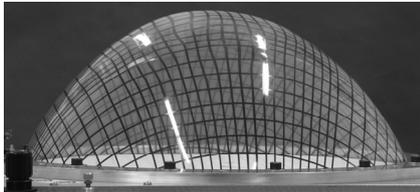
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger

Die Dissertation wurde am 18.05.2009 bei der Technischen Universität München
eingereicht und durch die Fakultät für Architektur am 21.07.2009
angenommen.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Fakultät für Architektur
Institut für Entwerfen und Baukonstruktion
Lehrstuhl für Tragwerksplanung
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Rainer Barthel

Tragverhalten von ETFE-Folien unter biaxialer Beanspruchung

Lars Schiemann



„In der Wissenschaft gleichen wir alle nur den Kindern,
die am Rande des Wissens hier und da einen Kiesel aufheben,
während sich der weite Ozean des Unbekannten vor unseren Augen erstreckt.“

Sir Isaac Newton
(1643-1727)

ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Werkstoff- und Tragverhalten von ETFE-Folien unter biaxialen Beanspruchungszuständen.

Erstmalig werden hierfür Berstversuche an kreisförmigen, transparenten ETFE-Folienproben durchgeführt und der Einfluß unterschiedlicher Dehngeschwindigkeiten und Vorbeanspruchungen auf das Verhalten der Folien bei großen Dehnungen analysiert. Die Erkenntnisse aus den Versuchen finden Anwendung in der Untersuchung des Tragverhaltens pneumatischer Folienkonstruktionen sowie im Entwurf eines Bemessungskonzeptes.

Die Versuche erfolgen an einem eigens konzipierten Berstversuchsstand mit einem speziell für transparente ETFE-Folien entwickelten 3-dimensionalen photogrammetrischen mess- und strukturmechanischen Analysesystem. Das entwickelte System ermöglicht eine Auswertung der Versuche bis zum Beginn großer plastischer Verformungen mit größeren Dickenreduzierungen. Damit wird der augenblickliche Prüf- und Messbereich transparenter ETFE-Folien unter mehrachsigen Beanspruchungen bei großen Dehnungen erweitert.

Durch vergleichende Berechnungen mit der Finiten Elemente Methode werden die Berstversuche numerisch simuliert und das Werkstoffverhalten der Folien durch elastisch-plastische Materialmodelle mit multilinearen Spannungs-Dehnungs-Linien modelliert. Im Zuge einer Parameterstudie wird der Einfluß geometrischer und materieller Parameter (Folienstich, Grundrissgeometrie, Spannweite und Foliensteifigkeit) auf das Tragverhalten von ETFE-Folienpneus untersucht.

Die ermittelten Werkstoffkennwerte unter biaxialen Beanspruchungen sowie der Einfluß der Dehngeschwindigkeit auf das Werkstoffverhalten werden im Entwurf eines Bemessungskonzeptes für ETFE-Folienkissen berücksichtigt.

Unter mehrachsigen Beanspruchungen zeigen ETFE-Folien analog zu monoaxialen Zugversuchen ein deutlich nichtlineares viskoelastisches Werkstoffverhalten mit zwei Knickpunkten in der Kraft-Dehnungs-Linie.

Die Berstversuche bestätigen das gutmütige Werkstoff- und Tragverhalten der ETFE-Folien durch Entlastung hoch beanspruchter Bereiche. Bei Steigerung des Innendrucks homogenisiert sich die Verteilung der Dehnungen merklich. Materielle Inhomogenitäten der ETFE-Folien können während der Belastungsdauer durch lokale Reduzierungen der Foliendicken und Änderungen der Krümmungsverhältnisse teilweise kompensiert werden. Die Verwendung von nichtlinearen elastisch-plastischen FE-Berechnungsmodellen innerhalb der Analyse von ETFE-Folienpneus ermöglicht eine Modellierung des gutmütigen unterproportionalen Tragverhaltens.

Die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit im Bezug auf Werkstoff- und Tragverhalten sowie Werkstoffprüfung von transparenten ETFE-Folien unter biaxialen Beanspruchungszuständen liefern wichtige Erkenntnisse zur Berechnung von ETFE-Folienkonstruktionen. Sie stellen damit einen Beitrag zur Formulierung eines allgemein gültigen Bemessungskonzeptes für ETFE-Folien dar.

ABSTRACT

The following doctoral thesis investigates the material and load bearing behaviour of ETFE-foils under biaxial stress conditions.

For the first time bursting tests of circular transparent ETFE-foils are done to investigate the influence of different strain velocities and preloading conditions on the mechanical behaviour in consideration of large strain values. The test results are used to analyse the load bearing behaviour of ETFE-foil cushions and to draft a structural design concept for ETFE-foil structures.

The tests are done with an especially designed bursting test for transparent ETFE-foils with a modular photogrammetric recording and image analysis system. The developed system enables to investigate the material behaviour of ETFE-foils up to the range of plastic deformation behaviour with reduction of the foil thickness. Therewith the test system broadens the current measurement range of transparent ETFE-foils under biaxial stress conditions and great strain values.

The tests are simulated with comparative calculations based on the finite element method with an elastic-plastic material model and multi-linear stress-strain-curves. In course of a parameter study the influence of geometrical and material parameters (i.e. foil sag, ground geometry, span and foil stiffness) on the load bearing behaviour of ETFE-foil cushions is investigated.

The test results with the influence of strain velocity to the material behaviour are considered in the draft of a structural design concept for ETFE-foil cushions.

Bursting tests of ETFE-foils with biaxial stress conditions show analogue to monoaxial stress conditions a definite nonlinear viscoelastic material behaviour with two break-points in the stress-strain-curve.

The bursting tests confirm the positive non-proportional material and load bearing behaviour of ETFE-foil structures. With increasing internal pressure the strain distribution homogenized distinctly. Material inhomogeneities of the foils can be compensated partially by reducing foil thickness and changing the curvature of foil geometry.

The application of non-linear elastic-plastic material models based on the finite element method enables to consider the positive non-proportional load bearing behaviour of ETFE-foil structures.

The investigations within the scope of this work of material testing and material and load bearing behaviour of transparent ETFE-foils under biaxial stress conditions show important expertises for the analysing of ETFE-foil structures. Therefore the results of this work make a contribution for the formulation of a general structural design concept for ETFE-foil structures.

VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2002 bis 2008 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Tragwerksplanung der Technischen Universität München.

Ganz herzlich möchte ich mich bei meinem Doktorvater Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Rainer Barthel, Leiter des Lehrstuhls für Tragwerksplanung, bedanken. Seine Unterstützung mit der sorgfältigen und kritischen Durchsicht sowie den vielen wertvollen Hinweisen haben wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger danke ich ganz herzlich für sein stets förderndes Interesse, den vielen Anregungen und den intensiven Diskussionen sowie für die Übernahme des Koreferats.

Herzlich danke ich Herrn Dr.-Ing. Manfred Stephani, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Stefan Hinz und Klaus Zeller vom Lehrstuhl der Fernerkundung und Nahbereichsphotogrammetrie der TU München für deren intensive Mitarbeit und Unterstützung bei der Entwicklung des photogrammetrischen Analyseverfahrens. Herrn Florian Rist möchte ich herzlich für seine umfangreichen Arbeiten bei der Konzipierung des Versuchsstandes und der Entwicklung der elektronischen Meß- und Steuerungstechnik des Berstversuchsstands danken.

Mein sehr persönlicher und herzlicher Dank gilt meinem Kollegen und Freund Dr.-Ing. Karsten Moritz für seine zahlreichen Anregungen, Vorschläge und Ideen. Die vielen Diskussionen mit ihm über wissenschaftliche und praxisrelevante Fragestellungen des ETFE-Folienbaus haben diese Arbeit entscheidend geprägt. Darüber hinaus stellte er mir das Folienmaterial für die Versuche zur Verfügung.

Ich danke allen Kollegen und Freunden, die mich während meiner Zeit an der Universität München begleitet haben. Besonderer Dank gebührt meinen Kollegen am Lehrstuhl Eberhard Möller, Matthias Beckh und Zoran Novacki für die vielen anregenden fachlichen Gespräche sowie die schöne gemeinsame Zeit am Lehrstuhl. Den Fachkollegen Dr.-Ing. Johannes Linhard und Dr.-Ing. Matthias Jagfeld danke ich sehr für deren Unterstützung bei den FE-Berechnungen. Herrn Univ. Prof.-Dr. Ing. C. Gehlen danke ich für seine Beurteilung des entwickelten Meß- und Prüfverfahrens. Meinen beiden Freunden Dr. Jürgen Mehnert und Volker Lauter danke ich sehr für ihr Interesse und ihre Bereitschaft, als Diskussionspartner jederzeit zur Verfügung gestanden zu haben.

Meinen lieben Eltern danke ich ganz herzlich für ihre vielfältige Unterstützung während meines Studiums sowie im Zuge dieser Arbeit.

Mein ganz besonderer herzlicher Dank gilt jedoch meiner lieben Frau Meike für ihr großes Verständnis und ihre liebevolle Geduld. Sie war durch ihre Unterstützung ein unverzichtbarer Rückhalt, ohne den die Arbeit über diesen langen Zeitraum nicht möglich gewesen wäre.

Lars Schiemann
München, Juli 2009

INHALT

1	<u>EINLEITUNG</u>	1
2	<u>GRUNDLAGEN</u>	5
2.1	DIFFERENTIALGEOMETRIE	5
2.1.1	BESCHREIBUNG VON GEKRÜMMTEN, REGULÄREN KURVEN UND FLÄCHEN	5
2.1.2	KRÜMMUNGEN VON KURVEN UND FLÄCHEN	7
2.1.3	KRÜMMUNGSKREISRADIEN VON SCHNITTKURVEN	9
2.1.4	HAUPTKRÜMMUNGEN UND HAUPTKRÜMMUNGSKREISRADIEN	10
2.1.5	MITTLERE KRÜMMUNG H UND GAUß´SCHE KRÜMMUNG K	10
2.1.6	KLASSIFIZIERUNG VON PUNKTEN, KRÜMMUNGEN UND FLÄCHEN	10
2.2	KONTINUUMSMECHANIK	12
2.2.1	KONTINUUM UND PHYSIKALISCHE ZUSTANDSGRÖßEN	12
2.2.2	KONFIGURATIONEN	12
2.2.3	KINEMATIK UND DEFORMATIONSGRADIENT	13
2.2.4	DEHNUNGEN UND VERZERRUNGSTENSOR	14
2.2.5	SPANNUNGSTENSOREN	15
2.2.6	MECHANISCHE BILANZGLEICHUNGEN	16
3	<u>POLYMER-WERKSTOFFE</u>	19
3.1	ALLGEMEINE POLYMER-WERKSTOFFE	19
3.1.1	PHÄNOMENOLOGIE DER KUNSTSTOFFE	19
3.1.2	PHYSIKALISCHE UND CHEMISCHE STRUKTUR	20
3.1.3	MORPHOLOGISCHE STRUKTUR DER POLYMER-WERKSTOFFE	20
3.1.4	THERMISCH-MECHANISCHE AGGREGATZUSTÄNDE	23
3.1.5	MECHANISCHES VERHALTEN	25
3.2	FLUORPOLYMER-WERKSTOFF ETFE	29
3.2.1	EINFLUßFAKTOREN AUF DAS MECHANISCHE VERHALTEN	29
3.2.2	PRÜFVERFAHREN VON ETFE-FOLIEN	29
3.2.3	STAND DER FORSCHUNG - EINFLUß MEHRACHSIGER SPANNUNGSZUSTÄNDE	31
3.2.4	STAND DER FORSCHUNG - MECHANISCHES VERHALTEN VON ETFE-FOLIEN	36
4	<u>BERSTVERSUCH MIT 3D-MESS- UND ANALYSESYSTEM</u>	43
4.1	STAND DER FORSCHUNG KREISFÖRMIGE PROBEN UNTER INNENDRUCK	43
4.2	ANALYSEPROZESS	44
4.3	VERSUCHSAUFBAU MIT STEREOBILDAUFNAHME UND MESSEINRICHTUNG	45
4.3.1	KALIBRIERUNG DES DRUCKSENSORS	46
4.3.2	KALIBRIERUNG DER KAMERAS	48
4.4	3D-PHOTOGRAMMETRISCHE BILD- UND MESSANALYSE	49
4.4.1	BESONDERE SCHWIERIGKEITEN BEI DER PHOTOGRAMMETRISCHEN ANALYSE	50
4.4.2	BESCHREIBUNG DES 3D-PHOTOGRAMMETRISCHEN ANALYSEVERFAHRENS	50
4.4.3	AUTOMATISCHER BILDTRANSFER MITTELS PROJEKTIVER TRANSFORMATION	51
4.4.4	EXTRAKTION DER ZIELMARKEN	52

4.4.5	LINIEN- UND SCHNITTPUNKTERKENNUNG	53
4.4.6	MATCHING, SORTIERUNG UND INTERPOLATIONEN DER RASTERPUNKTE	55
4.4.7	TRACKING DER RASTERPUNKTE IN FOLGENDEN EPOCHEN	56
4.4.8	BÜNDELTRIANGULATION	57
4.4.9	FILTERUNG DER OBJEKTKOORDINATEN	58
4.4.10	OBERFLÄCHENGENERIERUNG	60
4.4.11	MESSGENAUIGKEITEN	60
4.5	STRUKTURMECHANISCHE ANALYSE	64
4.5.1	VERFORMUNGEN	64
4.5.2	KRÜMMUNGEN	65
4.5.3	BERECHNUNG DER FOLIENKRÄFTE	65
4.5.4	DEHNUNGSBERECHNUNG	68
4.5.5	GENAUIGKEIT DER STRUKTURMECHANISCHEN UNTERSUCHUNG	71
5	ERGEBNISSE DER BERSTVERSUCHE	73
5.1	VERSUCHSPROGRAMM UND VERSUCHSPARAMETER	73
5.2	ALLGEMEINE VERSUCHSERGEBNISSE	74
5.2.1	INNENDRUCK UND VERFORMUNGEN	74
5.2.2	ISOTROPES UND ANISOTROPES VERHALTEN	76
5.2.3	FORMGEBUNGSPROZESS	76
5.2.4	KRÜMMUNG UND KRÜMMUNGSKREISRADIUS	78
5.2.5	VERFORMUNGSGEOMETRIE	78
5.2.6	FOLIENKRÄFTE UND DEHNUNGEN	79
5.2.7	BRUCHVERHALTEN	82
5.3	BERSTVERSUCHE MIT UNTERSCHIEDLICHEN DEHNGESCHWINDIGKEITEN	83
5.3.1	INNENDRUCK UND VERTIKALE SCHEITELVERFORMUNG	83
5.3.2	FOLIENKRÄFTE	85
5.3.3	DEHNUNGEN	86
5.3.4	BRUCHVERHALTEN	87
5.4	BERSTVERSUCHE MIT VORBEANSPRUCHTEN FOLIEN	89
5.4.1	INNENDRUCK UND VERTIKALE SCHEITELVERFORMUNG	91
5.4.2	FOLIENKRÄFTE UND DEHNUNGEN	91
5.5	BERSTVERSUCH ETFE-FOLIE MIT SCHWEIßNAHT	92
5.5.1	INNENDRUCK UND VERTIKALE SCHEITELVERFORMUNG	93
5.5.2	FOLIENKRÄFTE UND DEHNUNGEN	96
5.5.3	BRUCHVERHALTEN	96
5.6	ZUSAMMENFASSUNG UND DISKUSSION DER VERSUCHSERGEBNISSE	98
6	VERGLEICHSBERECHNUNG DER BERSTVERSUCHE	101
6.1	TRAGVERHALTEN KREISFÖRMIGER ETFE-FOLIEN UNTER INNENDRUCK	101
6.2	ANALYTISCHE VERGLEICHSRECHNUNG NACH DER MEMBRANTHEORIE	108
6.3	NUMERISCHE FE-VERGLEICHSRECHNUNG	109
6.3.1	ERGEBNISSE DER FE-SIMULATION	113
6.3.2	VERGLEICH ANALYTISCHE, NUMERISCHE BERECHNUNG UND VERSUCHSERGEBNISSE	115
6.4	DISKUSSION DER FE-SIMULATION	116

7	TRAGVERHALTEN PNEUMATISCHER ETFE-FOLIENKISSEN	119
7.1	BAUWEISE	119
7.2	KONSTRUKTION	120
7.3	TRAGVERHALTEN PNEUMATISCHER ETFE-FOLIENKISSEN	121
7.3.1	DEFINITIONEN ZUR GEOMETRIE UND BELASTUNG	122
7.3.2	TRAGVERHALTEN FÜR DEN LASTFALL INNENDRUCK	123
7.3.3	TRAGVERHALTEN FÜR DEN LASTFALL WINDSOG	124
7.3.4	TRAGVERHALTEN FÜR DEN LASTFALL SCHNEE	126
7.3.5	TRAGVERHALTEN FÜR DEN LASTFALL WASSERSACK	127
7.4	PARAMETERSTUDIE PNEUMATISCHER ETFE-FOLIENKONSTRUKTIONEN	128
7.4.1	GRUNDRISSGEOMETRIEN, PARAMETER UND VORGABEN	128
7.4.2	PARAMETER RANDGEOMETRIE	129
7.4.3	PARAMETER ZUSCHNITTSSTICH	132
7.4.4	PARAMETER ZUSCHNITTSSTICH + SPANNWEITE	137
7.4.5	PARAMETER ZUSCHNITTSSTICH + FOLIENDICKE	138
7.4.6	PARAMETER ZUSCHNITTSSTICH + STEIFIGKEIT	138
7.4.7	ERKENNTNISSE DER PARAMETERSTUDIE	140
8	BEMESSUNG VON ETFE-FOLIENKISSEN	141
8.1	EINWIRKUNGEN AUF PNEUMATISCHE FOLIENKONSTRUKTIONEN	141
8.2	ENTWURF EINES BEMESSUNGSKONZEPTES FÜR ETFE-FOLIENPNEUS	144
8.2.1	DISKUSSION DER ABMINDERUNGSBEIWERTE	147
8.3	BEMESSUNG EINES 2-LAGIGEN PNEUS FÜR DEN LASTFALL WINDSOG	150
9	ZUSAMMENFASSUNG DER ERGEBNISSE	157
10	OFFENE FRAGEN UND AUSBLICK	163
LITERATURVERZEICHNIS		

BEZEICHNUNGEN

b_{OL}	Bogenlänge obere Folienlage
b_{UL}	Bogenlänge untere Folienlage
D, d	Foliendicke (Referenzkonfiguration, Momentankonfiguration)
E	Green-Lagrangescher Verzerrungstensor
E_0	Federsteifigkeit
e_i	orthonormierte Basisvektoren des globalen kartesischen Koordinatensystems
$E_{i,j}$	Komponenten des Green-Lagrangescher Verzerrungstensors
E_s	Sekantenmodul
E_T	Tangentenmodul
F	Deformationsgradient
f_0	Zuschnittsstich der Referenzkonfiguration
F^{-1}	Räumlicher Deformationsgradient
$F_{i,j}$	Komponenten des Deformationsgradienten
f_{OL}	Kissenstich der oberen Folienlage
f_{UL}	Kissenstich der unteren Folienlage
F_{OL}	Folienkraft der untere Folienlage
F_{UL}	Folienkraft der unteren Folienlage
$f-z$	vertikale Scheitelverformung
$\Delta f-z$	Stichänderung
g_i / g^i	Ko- / kontravariante Basisvektoren der Momentankonfiguration
G_i / G^i	Ko- / kontravariante Basisvektoren der Referenzkonfiguration
H	Mittlere Krümmung
I_i	Invarianten des Deformationstensors
Index 0	Beziehung der Kennwerte (Referenzgeometrie)
Index 1	Beziehung der Kennwerte für den Lastfall Innendruck p_i
Index 2	Beziehung der Kennwerte für den Lastfall Windsog w_s
Index 3	Beziehung der Kennwerte für den Lastfall Schnee s
Index 4	Beziehung der Kennwerte für den Lastfall Wassersack W
Index OL	Beziehung der Kennwerte auf die obere Folienlage
Index UL	Beziehung der Kennwerte auf die untere Folienlage
J	Determinante des Deformationsgradienten
K	Gauß'sche Krümmung
l	Spannweite des Kissens
N_k	Ansatzfunktionen
\underline{n}	Normierter Normalenvektor
n_{θ}	Folienkräfte in Ringrichtung
n_{ϕ}	Folienkräfte in Meridianrichtung
\mathbf{P}	Erster Piola-Kirchhoff-Spannungstensor
p_i	Innendruck
R_{OL}	Radius der oberen Folienlage
R_{UL}	Radius der unteren Folienlage
R, r	Krümmungskreisradius (Referenzkonfiguration, Momentankonfiguration)
\mathbf{S}	Zweiter Piola-Kirchhoff-Spannungstensor
s	Schnee
S	Momentankonfiguration
S_0	Referenzkonfiguration
u	Verschiebung

W	Wassersack
w_s	Windsog
x_1, x_2, x_3	Koordinaten der Momentankonfiguration
X_1, X_2, X_3	Koordinaten der Referenzkonfiguration
λ_i	Verstreckungsverhältnis
ε	Dehnung
κ	Krümmung
η_0	plastische Viskosität
κ_g	geodätische Krümmung
κ_n	Normalkrümmung
η_{rel}	relaxierende Viskosität
σ	Cauchy Spannungen
θ^i	Krummlinige Flächenkoordinaten
δ_j^i	Kronecker Delta

1 EINLEITUNG

Zielsetzung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit hat das Ziel, Erkenntnisse über das Werkstoffverhalten von ETFE-Folien unter biaxialer Beanspruchung bei großen Dehnungen zu erlangen. Hierfür werden erstmalig Berstversuche an einem eigens konzipierten Berstversuchsstand und einem speziell für transparente ETFE-Folien entwickelten 3-dimensionalen photogrammetrischen Mess- und strukturmechanischen Analysesystem durchgeführt.

Die Berstversuche sollen damit den bisherigen Prüf- und Messbereich transparenter ETFE-Folien unter biaxialen Beanspruchungen erweitern. Es soll der Einfluß der Mehrachsigkeit auf die Werkstoffeigenschaften unter Berücksichtigung unterschiedlicher Dehngeschwindigkeiten und Vorbeanspruchungen untersucht werden.

Mit Hilfe vergleichender Finite Elemente Berechnungen können die Versuchsergebnisse numerisch simuliert und auf verschiedene Lastfälle und Grundrissgeometrien pneumatischer Folienkonstruktionen übertragen werden.

Mit der Arbeit soll ein Beitrag zur Entwicklung eines allgemein gültigen Bemessungskonzeptes für ETFE-Folien geleistet werden.

Hintergrund und Problemstellung

Seit über zwei Jahrzehnten werden transparente Folien aus dem Fluorpolymerwerkstoff ETFE (Ethylen-Tetra-Fluor-Ethylen) verstärkt für Dachtragwerke und Fassadenkonstruktionen im Bauwesen eingesetzt. Die bauphysikalischen Vorteile der ETFE-Folien lassen sich besonders beim Bau von Sportstätten, zoologischen Anlagen oder Schwimm- und Erlebnisbädern ausnützen. Mit Verwendung der ETFE-Folien als Gebäudehüllen für imposante Großprojekte wie die Allianz Arena in München im Jahre 2005 oder das Olympiastadion und die Schwimmhalle in Peking für die Olympiade 2008 rückte die ETFE-Folienbauweise nochmals verstärkt in das architektonische Interesse der Öffentlichkeit.

Der Formenvielfalt von ETFE-Folienkonstruktionen sind dabei keine wesentlichen Grenzen gesetzt. Als pneumatisch vorgespannte Folienkissen mit einem eingeschlossenen Luftvolumen oder als 1-lagige mechanisch vorgespannte Folienmembran können antiklastisch und synklastisch gekrümmte Flächen über nahezu beliebige Grundrisse ausgebildet werden. Die realisierbaren Spannweiten der Folienkonstruktionen variieren je nach Grundrissgeometrie, Randausbildung, Konstruktionssystem und Lasteinwirkung. Jüngste Projekte und Entwürfe im Folienbau zeigen das Bestreben, die Spannweitenbereiche stetig zu vergrößern. Damit werden die ETFE-Folien zunehmend im Grenzbereich ihrer augenblicklich bekannten Tragfähigkeit beansprucht.

Das Werkstoffverhalten der ETFE-Folien ist äußerst komplex und unterscheidet sich wesentlich von textilen Membranmaterialien. Als thermoplastischer Fluorpolymer-Werkstoff weist ETFE ein nichtlineares viskoelastisches Werkstoffverhalten auf, das entscheidend von Temperatur, Dauer, Geschwindigkeit und Verhältnis der Beanspruchungen abhängig ist. Im Vergleich zu konventionellen Baustoffen ist der dokumentierte Kenntnisstand über das Werkstoffverhalten des noch jüngeren Baustoffes ETFE äußerst gering. Die von Moritz in 2007 vorgelegte Dissertation „ETFE-Folie als Tragelement“ [74] stellt die erste umfassende wissenschaftliche Abhandlung zum Werkstoffverhalten von ETFE-Folien dar.

Mechanische Werkstoffprüfungen erfolgen meist im Zuge von projektbezogenen Prüfprogrammen. Sie werden i.d.R. nicht veröffentlicht und stehen damit einer wissenschaftlichen Auswertung oftmals nicht zur Verfügung. Darüber hinaus sind wegen

fehlender, auf die ETFE-Folien abgestimmter Prüfnormen viele dieser Ergebnisse schwer vergleichbar. Die angewandten Prüfmethode, wie monoaxiale und biaxiale Zugversuche, ermöglichen nur teilweise eine differenzierte Untersuchung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens der Folien. Das Verhalten unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen bei großen Dehnungen können nur bedingt analysiert werden. Eine biaxiale Zugfestigkeit konnte bisher in den Werkstoffprüfungen noch nicht ermittelt werden.

Die geschilderten Gründe erschweren eine differenzierte Idealisierung des Werkstoffverhaltens von ETFE-Folien. Grenzzustände für die Nachweise der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit werden durch abgeminderte monoaxiale Prüfergebnisse in Anlehnung an die Bemessung von textilen Membranwerkstoffen ermittelt. Ein speziell für ETFE-Folien konzipiertes allgemein gültiges Bemessungs- und Berechnungskonzept besteht bisher nicht.

Gültige Transformationsfunktionen für die Übertragung uniaxial gemessener Werkstoffkennwertfunktionen auf mehrachsige Beanspruchungszustände existieren für ETFE-Folien ebenso nicht.

In der Konsequenz werden bei der Bemessung von Folienkonstruktionen oftmals unterschiedliche Berechnungsansätze und Berechnungsmodelle verwendet und Abminderungsfaktoren auf der sicheren Seite liegend festgelegt.

Um das Tragverhalten der Folien auch bei großen Dehnungen exakter abbilden zu können, ist die Verwendung eines Berechnungsmodells notwendig, das sowohl geometrische als auch materielle Nichtlinearitäten berücksichtigt. Die Idealisierung des Werkstoffverhaltens muss das linear und nichtlinear viskoelastische Verhalten darstellen, d.h. in Abhängigkeit der Einwirkungen müssen unterschiedliche Temperaturen und Beanspruchungsgeschwindigkeiten in die Formulierung der Materialgesetze einfließen.

Die DIN EN 1990:2002 - Grundlagen der Tragwerksplanung – [25] dient als probabilistisches Bemessungskonzept für Tragwerke des Hochbaus. Mit deren Einführung muss auch für den Membran- und Folienbau die bisher teilweise noch übliche Bemessung nach dem Konzept der zulässigen Spannungen überdacht und ggf. modifiziert werden. Es erscheint sinnvoll, entsprechend den Bemessungen der Tragwerke aus Stahl, Stahlbeton oder Holz auch bei Membrantragwerken aus textilen Gewebemembranen oder Folien die grundlegenden Regeln der DIN EN 1990:2002 anzuwenden.

Die darin festgelegten Bemessungswerte der Grenzzustände für den Gebrauchs- und Tragfähigkeitsnachweis setzen jedoch die Kenntnis der Werkstoffkennwerte wie Streckgrenze und Zugfestigkeit auch unter biaxialen Beanspruchungen voraus. Zu deren Ermittlung sind modifizierte Prüfverfahren und Prüfmethode von ETFE-Folien notwendig. Mit den bisherigen Verfahren (mono- und biaxiale Zugversuche) sind diese für die Bemessung notwendigen Werkstoffkennwerte nur bedingt ermittelbar. Berstversuche können diesbezüglich neue Erkenntnisse liefern.

Gliederung und Vorgehensweise der Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in vier Themenschwerpunkte:

- Entwicklung eines Berstversuchs mit 3D-Analyseverfahren,
- Durchführung von Berstversuchen,
- Vergleichsberechnung der Versuche mit der Finiten Elemente Methode und
- Untersuchungen des Tragverhaltens pneumatischer ETFE-Folienpneus.

Diese Themenschwerpunkte werden in den einzelnen Kapiteln wie folgt erörtert.

In **Kapitel 2** werden die Grundlagen der Differentialgeometrie und der Kontinuumsmechanik erläutert, die für die Formulierung der strukturmechanischen Analyse der Berstversuche notwendig sind.

Kapitel 3 behandelt das mechanische Verhalten von Polymer-Werkstoffen mit Konzentration auf den teilkristallinen Fluorpolymer-Werkstoff ETFE.

Für die Interpretation und Diskussion des Werkstoffverhaltens von ETFE wird zuerst die morphologische und chemische Struktur sowie die grundsätzlichen thermisch-mechanischen Eigenschaften teilkristalliner Polymere im Allgemeinen dargestellt. Für ETFE werden die wesentlichen Einflußfaktoren auf das mechanische Verhalten genannt, die Prüfmethoden diskutiert und Rückschlüsse auf Messung der Werkstoffkennwerte gezogen. Das Verhalten unter biaxialen Beanspruchungszuständen wird durch Anwendung mechanischer Gesetzmäßigkeiten zwischen Dehnungen, Spannungen und Steifigkeiten theoretisch untersucht. Basierend auf dem aktuellen Kenntnisstand über das mechanische Werkstoffverhalten werden Wertebereiche der Verformungs- und Festigkeitskennwerte von ETFE-Folien angegeben.

Kapitel 4 beinhaltet den Berstversuch der transparenten ETFE-Folien mit dem entwickelten Mess- und Analyseverfahren. Neben der Darstellung des Versuchsaufbaus werden die Herausforderungen erläutert, die sich bei der optischen berührungslosen Deformationsmessung von ETFE-Folien bei großen Dehnungen aufgrund Transparenz und antiadhäsiver Oberflächeneigenschaften der Folien ergeben. Anschließend wird das entwickelte 3-dimensionale photogrammetrische Messverfahren sowie das kontinuumsmechanische Analyseverfahren dargestellt und deren Genauigkeiten und Aussagekraft bewertet.

Kapitel 5 zeigt die Ergebnisse der Berstversuche und diskutiert den Einfluß der unterschiedlichen Versuchsparametern (Dehngeschwindigkeit, Vorbeanspruchung und Schweißnaht). In die Diskussion fließen die Kenntnisse über das mechanische Verhalten der teilkristallinen Polymer-Werkstoffe ein.

Kapitel 6 beinhaltet die Berechnung der Berstversuche analytisch nach der Membrantheorie und numerisch mit dem Finite Elemente Programm ANSYS. Die vergleichende Berechnung der Versuche mit Hilfe der Finiten Elemente Methode dienen zur Kalibrierung eines Materialmodells für ETFE-Folien mit nichtlinearem elastisch-plastischen Materialgesetz in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit.

In **Kapitel 7** wird das Tragverhalten von pneumatischen ETFE-Folienkonstruktionen dargestellt. Es erfolgt eine kurze Darstellung der Bauweisen und Konstruktionsvarianten von ETFE-Folientragwerken. Für die im Folienbau maßgebenden Einwirkungen (Innendruck, Windsog, Schnee und Wassersack) wird qualitativ das Tragverhalten erläutert.

Im Zuge einer Parameterstudie werden für vier Grundformen pneumatischer Folienkissen (Kreis, Raute, Quadrat und Rechteck) die Einflüsse geometrischer und materieller Parameter untersucht. Die Untersuchung des Tragverhaltens erfolgt durch elastisch-plastische FE-Berechnungen unter Berücksichtigung geometrischer und materieller Nichtlinearitäten. Als Basis der multilinearen Spannungs-Dehnungs-Linien dienen die Ergebnisse und die numerischen Analysen der Berstversuche.

Kapitel 8 beinhaltet unter Verwendung der Ergebnisse der Berstversuche den konzeptionellen Entwurf eines Bemessungskonzeptes für pneumatische ETFE-Folienkonstruktionen. Unter Berücksichtigung der Temperatur und der Belastungsgeschwindigkeiten je Einwirkung werden Bemessungswerte für die Nachweise der Gebrauchs- und Tragfähigkeit vorgeschlagen.

Kapitel 9 fasst die wesentlichen Ergebnisse zusammen und **Kapitel 10** diskutiert auf Grundlage der ermittelten Erkenntnisse weiterführende Fragen zur Prüfmethode von ETFE-Folien unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen sowie zur Untersuchung des Tragverhaltens von ETFE-Folienkonstruktionen.

2 GRUNDLAGEN

Das Kapitel 2 beinhaltet die grundlegenden Aspekte der Differentialgeometrie und der Kontinuumsmechanik, die für die Analyse der Berstversuche sowie für die Untersuchung des Tragverhaltens pneumatischer ETFE-Folienkonstruktionen notwendig sind.

2.1 Differentialgeometrie

Die Differentialgeometrie befasst sich mit den Eigenschaften von Kurven und Flächen im dreidimensionalen und reellen Anschauungsraum. In der Literatur bieten u. a. die Beiträge von Do Carmo [20] und Wunsch [114] umfassende Einführungen in das Themengebiet.

2.1.1 Beschreibung von gekrümmten, regulären Kurven und Flächen

Vorgänge der Differentialrechnung setzen glatte, zweimal differenzierbare Punktmengen voraus. Reguläre Flächen und Kurven im dreidimensionalen Raum erfüllen diese Voraussetzung. Gedanklich kann man sich diese als verbogene und verwundene Geraden- bzw. Flächenstücken mit glatten Übergängen vorstellen, die keine Spitzen und Kanten aufweisen.

Der Punkt $P(\theta^1, \theta^2)$ einer gekrümmten und regulären Fläche im Raum kann durch die krummlinigen Flächenkoordinaten θ^1 und θ^2 in Parameterform definiert werden. Der Ortsvektor $x(\theta^1, \theta^2)$ eines Punktes auf der Fläche ist somit als Funktion der beiden krummlinigen Parameter θ^1 und θ^2 definierbar.

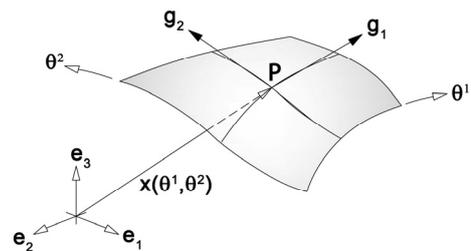


Abb.2-1 Parametrische Beschreibung eines gekrümmtes Flächenstückes

Zur Beschreibung der lokalen Flächeneigenschaften wie Krümmungen und Dehnungen dient das lokale Koordinatensystem, bestehend aus den beiden kovarianten Basisvektoren g_1 und g_2 . Die kovarianten Basisvektoren verlaufen tangential zu den beiden Koordinatenlinien θ^1 und θ^2 . Sie spannen im Berührungspunkt $P(\theta^1, \theta^2)$ die Tangentialebene $T_p(S)$ an die Fläche S auf.

Die beiden Tangentialvektoren g_1 und g_2 der Fläche im Punkt $P(\theta^1, \theta^2)$ entstehen durch Ableitung des Ortsvektors nach den Richtungen θ^1 und θ^2 .

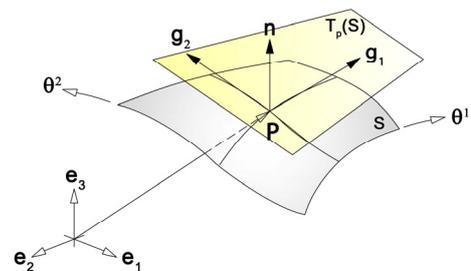


Abb.2-2 Gekrümmtes Flächenstück S mit Tangentialebene $T_p(S)$

Es gilt für die Basisvektoren g_1 und g_2 :

$$\frac{\partial x}{\partial \theta^1} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial \theta^1} + \frac{\partial x_2}{\partial \theta^1} + \frac{\partial x_3}{\partial \theta^1} \right) =: g_1 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \theta^2} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial \theta^2} + \frac{\partial x_2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial x_3}{\partial \theta^2} \right) =: g_2 \quad (2.2)$$

Für den Normalenvektor n an die Tangentialebene im Punkt $P(\theta^1, \theta^2)$ gilt (s. Abb.2-2):

$$\underline{n} = \frac{g_1 \times g_2}{|g_1 \times g_2|} \quad (2.3)$$

Für die nachfolgende Untersuchung der lokalen Flächeneigenschaften wird die Bedingung vorausgesetzt, dass die untersuchten Flächen reguläre Flächen sind. D.h. in allen Punkten der Fläche existiert eine Tangentialebene $T_i(S)$ und damit ein Normalenvektor n . Aus dem Skalarprodukt der beiden kovarianten Basisvektoren g_1 und g_2 lassen sich die Komponenten des kovarianten Metrikensors

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

berechnen. Es gilt für die Komponenten des Metrikensors:

$$g_{11} = g_1 \cdot g_1 = \|g_1\|^2 \quad (2.5)$$

$$g_{22} = g_2 \cdot g_2 = \|g_2\|^2 \quad (2.6)$$

$$g_{12} = g_{21} = g_1 \cdot g_2 = \|g_1\| \|g_2\| \cos \varphi(g_1, g_2) \quad (2.7)$$

Die Komponenten des kovarianten Metrikensors werden auch als Koeffizienten der 1. Fundamentalform der regulären Fläche im Punkt $P(\theta^1, \theta^2)$ bezeichnet.

Als weitere Hilfsgröße zur Beschreibung und Ermittlung der lokalen Eigenschaften von gekrümmten Flächen dienen die kontravarianten Basisvektoren g^i .

Für die kontravarianten Basisvektoren g^i gelten die folgenden Definitionen:

$$\frac{\partial \theta^1}{\partial x} = \left(\frac{\partial \theta^1}{\partial x_1} + \frac{\partial \theta^1}{\partial x_2} + \frac{\partial \theta^1}{\partial x_3} \right) =: g^1 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \theta^2}{\partial x} = \left(\frac{\partial \theta^2}{\partial x_1} + \frac{\partial \theta^2}{\partial x_2} + \frac{\partial \theta^2}{\partial x_3} \right) =: g^2 \quad (2.9)$$

Mit dem Kronecker Symbol δ^i_j und den kovarianten Basisvektoren gilt dann die

Orthonormalitätsbedingung:

$$g^i \cdot g_j = \delta^i_j \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2.10)$$

Das Skalarprodukt der Basisvektoren der beiden Basissysteme mit verschiedenen Indizes ergibt null. Es folgt damit, dass, g^1 senkrecht auf g_2 und g^2 senkrecht auf g_1 steht. Basis g^i ist die duale Basis zu g_j . Die beiden kovarianten und kontravarianten Basisvektoren spannen die gleiche Tangentialebene $T_p(S)$ am Berührungspunkt $P(\theta^1, \theta^2)$ der Fläche S auf. Die Ausgangsbasis wird als kovariante Basis, die neue Basis als kontravariante Basis bezeichnet.

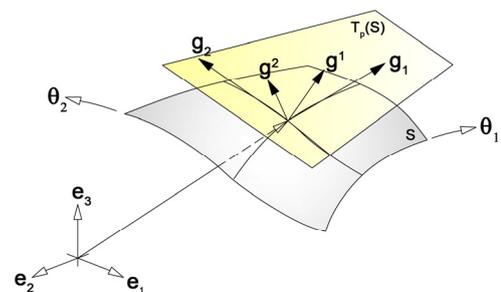


Abb.2-3 Kovariante Basis g_j und kontravariante Basis g^i

Die Inverse des kovarianten Metrikensors g_{ij} entspricht dem kontravarianten Metrikensor g^{ij} .

$$g^{ij} = \begin{bmatrix} g^{11} & g^{12} \\ g^{21} & g^{22} \end{bmatrix} = (g_{ij})^{-1} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.11)$$

Damit können die kovarianten und kontravarianten Basisvektoren mit Hilfe der Metrikensoren g_{ij} und g^{ij} transformiert werden. Für die Transformation gilt:

$$g_i = g_{ij} g^j \quad \text{und} \quad g^i = g^{ij} g_j \quad (2.12)$$

Geometrisch interpretiert, erlaubt der kovariante Metrikensor die Messung der metrischen Größen, wie die Länge der Basisvektoren, der Winkel zwischen den Basisvektoren und der Flächeninhalt einer abgeschlossenen, regulären Fläche.

Die erste Fundamentalform beschreibt die Geometrie von Flächenstücken ohne Berücksichtigung des umliegenden Raumes. D.h. bei Kenntnis der ersten Fundamentalform können die Berechnungen der metrischen Größen wie Länge, Winkel, Flächeninhalt ohne ein Verlassen der Fläche berechnet werden. Daher werden alle Flächeneigenschaften, die nur von der ersten Fundamentalform abhängen, auch als innere Eigenschaften oder als innere Geometrie der Fläche bezeichnet.

2.1.2 Krümmungen von Kurven und Flächen

Zur Beschreibung des Krümmungsverhaltens einer Fläche ist zuvor die Betrachtung der Krümmung einer Kurve sinnvoll.

Eine Kurve kann als eine Punktmenge im dreidimensionalen Raum aufgefasst werden. Die Punktmenge stellt dabei eine Bahnkurve eines in „stetiger Weise“ bewegten Punktes dar. Versucht man die Kurve gedanklich durch einen physikalischen und geometrischen Prozess aus einer Geraden zu entwickeln, so müsste man die Gerade verbiegen und verwinden, um eine Raumkurve zu bilden. Kurven ohne Verwindungen werden als ebene Kurven definiert.

Die Krümmung einer Kurve stellt die Abweichung der Kurve in unmittelbarer Umgebung eines betrachteten Punktes von der tangentialen Gerade durch den Punkt dar. Ersetzt man die Tangentialgerade mit einer Tangentialebene, so stellt die Flächenkrümmung gerade die Abweichung der Fläche von der Tangentialebene dar.

Krümmung von Kurven

Definition der Krümmung mit Hilfe des Tangentenneigungswinkels $\Delta\alpha$

Die geometrische Interpretation der Krümmung kann mit Hilfe des Tangentenneigungswinkels $\Delta\alpha$ gezeigt werden. Ist $x(s)$ eine nach der Bogenlänge s parametrisierte Kurve. An einem Kurvenstück ds zwischen den Punkten A und B stellt sich der Winkel $\Delta\alpha$ zwischen den beiden benachbarten Tangentenvektoren $t(s)$ und $t(s+h)$ ein. Der Hauptnormalenvektor $n(s)$ der Kurve steht senkrecht auf $t(s)$ und liegt in der Krümmungsebene.

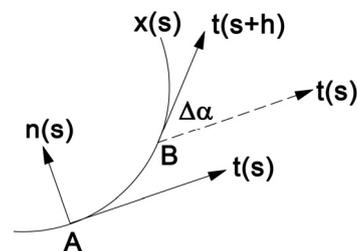


Abb.2-4 Tangentenneigungswinkel $\Delta\alpha$

Mit Hilfe des Vektorprodukts der Tangenteneinheitsvektoren wird der Tangentenneigungswinkel $\Delta\alpha$ bestimmt. Es gilt:

$$|t(s) \times t(s+h)| = |t(s)| |t(s+h)| \sin \Delta\alpha \quad (2.13)$$

$$|t(s)| = |t(s+h)| = 1 \quad (2.14)$$

Für den Winkel $\Delta\alpha$ folgt somit:

$$\sin \Delta\alpha = |t(s) \times t(s+h)| \quad (2.15)$$

Die Ableitung des Tangentenneigungswinkel $\Delta\alpha$ nach dem Bogenstück ds ergibt die Krümmung κ der ebenen Kurven:

$$\kappa = \left| \frac{d\alpha}{ds} \right| \quad (2.16)$$

Die Krümmung κ stellt die Änderung der Tangente bezogen auf das Kurvenstück zwischen den Punkten A und B dar. Sie gibt an, wie stark die Kurve in einer Umgebung eines Punktes $X_i(s)$ von der Tangente durch $X_i(s)$ abweicht.

Definition der Krümmung mit Hilfe der Kurvenfunktion f(x)

Ist eine ebene Kurve durch die Funktion f(x) definiert, so gilt für die Krümmung κ :

$$\kappa = \left| \frac{f''(x)}{(1 + f'(x)^2)^{3/2}} \right| \quad (2.17)$$

Definition der Krümmung für eine in Parameterform definierten Kurve

Ist jeder Punkt auf einer beliebigen Raumkurve x im dreidimensionalen Raum durch den Ortsvektor $x(s)$ in vektorieller Schreibweise dargestellt, so beschreibt die erste

Ableitung $x'(s) = \frac{\partial x}{\partial s}$ des Ortsvektors im Punkt x_i

nach der Bogenlänge ds den Tangentenvektor der

Kurve. Die zweite Ableitung $x''(s) = \frac{\partial^2 x}{\partial s^2}$ des

Ortsvektors stellt den Krümmungsvektor der Kurve dar.

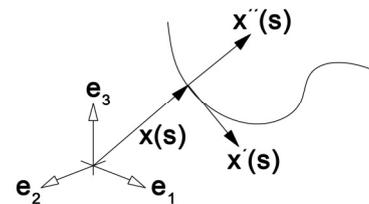


Abb.2-5 Tangenten-, Krümmungsvektor

Die Krümmung κ im Punkt x_i entspricht dann dem Betrag des Krümmungsvektors:

$$\kappa = |x''(s)| = \left| \frac{\partial^2 x}{\partial s^2} \right| \quad (2.18)$$

Bei der Auswertung der Berstversuche werden die Krümmungen der deformierten Folien infolge des Innendrucks mit Gleichung (2.17) berechnet.

Krümmung von Flächen

Die Krümmung einer Kurve im Punkt P entspricht, wie zuvor gezeigt, der Änderungsrate der Tangente im Punkt P der Kurve. Diese Definition der Kurvenkrümmung kann auf die Beschreibung der Krümmungen von regulären Flächen übertragen werden.

Die Krümmung einer regulären Fläche S beschreibt, wie schnell sich die Fläche S von der Tangentialebene $T_p(S)$ in einer Umgebung des Punktes $P \in S$ entfernt.

Die Krümmungsmessung ist gleichbedeutend mit der Messung der Veränderungsrate eines Einheitsnormalenvektorfeldes N auf einer Umgebung von P an der Stelle P. Die Veränderungsrate kann durch eine lineare Abbildung auf $T_p(S)$ angegeben werden.

Abb.2-6 zeigt eine Fläche S mit der parametrisierten Kurve $x(s)$ und den Normalenvektor $N(s)$.

Im Punkt P der Fläche S für $s=0$ ist der Tangentenvektor $x'(s=0)$, der in der Tangentialebene $T_p(S)$ liegt, eingetragen. Er misst die Veränderungsrate des Normalenvektors $N(s)$, eingeschränkt auf die Kurve $x(s)$, im Punkt P.

Damit misst die lineare Abbildung $dN_P : T_p(S) \rightarrow T_p(S)$ wie sich $N(s)$ von $N(P)$ in der Umgebung von P wegdreht.

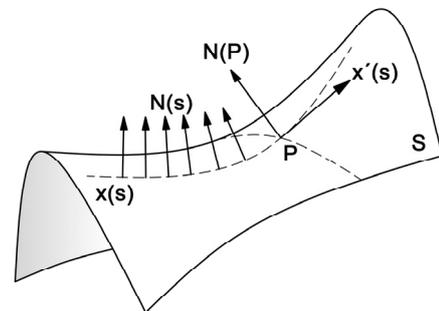


Abb.2-6 Fläche S mit parametrisierter Kurve x(s) und Normalenvektor N(s)

Für Kurven wird dieses Maß als Zahl dargestellt und entspricht der Krümmung. Bei Flächen ist dieses Maß charakterisiert durch eine lineare Abbildung.

Zur Berechnung der Flächenkrümmung κ in einem regulären Punkt P der Fläche S werden beliebige nach der Bogenlänge s parametrisierte Raumkurven $x(s)$ verwendet, die durch den untersuchten Punkt verlaufen und in der Fläche S liegen.

Der ermittelte Krümmungswert $\kappa(P)$ im Punkt P der Fläche S kann nun in einen Anteil der Normalkrümmung $\kappa_n(P)$ und in einen Anteil der geodätischen Krümmung $\kappa_g(P)$ zerlegt werden. Es gilt für jeden Punkt P der Fläche das Krümmungsmaß $\kappa(P)$:

$$|\kappa(P)|^2 = |\kappa_n(P)|^2 + |\kappa_g(P)|^2 .$$

Für den Krümmungsvektor $\kappa(P)$ gilt mit dem Flächennormalenvektor n, dem Tangentenvektor t und deren Vektorprodukt $n \times t$ folgender Zusammenhang:

$$\kappa(P) = \kappa_n(P) \cdot n + \kappa_g(P) \cdot (n \times t)$$

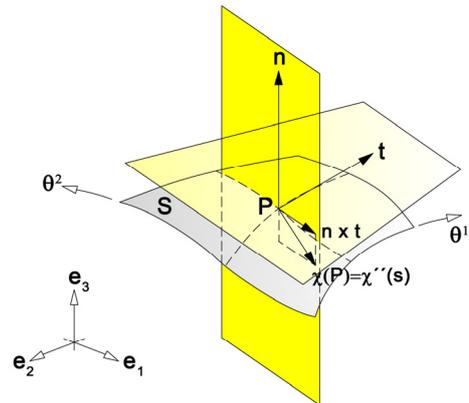


Abb.2-7 Normaler und geodätischer Krümmungsanteil

Der geodätische Krümmungsanteil $\kappa_g(P)$ liegt in der Ebene der Tangentialebene, der Normalkrümmungsanteil $\kappa_n(P)$ liegt in der Ebene der Flächennormalen durch P.

Interpretation der Krümmungsanteile

Kurven mit einer Normalkrümmung gleich null ($\kappa_n(P) = 0$) stellen Schmiegekurven oder Asymptoten dar. Der Krümmungsvektor liegt nur in der Tangentialebene.

Bei Kurven mit einer geodätischen Krümmung gleich null ($\kappa_g(P) = 0$) fällt der Krümmungsvektor mit dem Flächennormalenvektor zusammen.

Mit der geodätischen Krümmung lassen sich geodätische Linien beschreiben. Geodätische Linien sind Flächenkurven mit einer geodätischen Krümmung gleich null. Die Hauptnormale der geodätischen Krümmung zeigt an jedem Punkt in Richtung der Flächennormalen.

Geometrisch lässt sich eine geodätische Linie definieren als die kürzeste Verbindung zwischen den Punkten A und B unter der Nebenbedingung, dass alle zulässigen Kurven in der Fläche liegen, die A und B enthält. Anschaulich bedeutet dies, dass ein über die Fläche gespannter Faden zwischen 2 Punkte im Idealfall die Form der geodätischen Linie zwischen den Punkten einnimmt.

2.1.3 Krümmungsradien von Schnittkurven

Abb.2-8 zeigt die reguläre Fläche S mit den Punkten A, B und P und dem Einheitsvektor der Flächennormalen N am Punkt P.

Der Schnitt mit der Ebene E_1 , die durch die Punkte A und B verläuft und die Flächennormale N enthält, wird Normalschnitt von S bei P genannt. Als Schnittkurve entsteht die Kurve c_n . Die Kurve c ergibt sich beim Schnitt der Fläche mit der beliebigen Ebene E_2 .

Nach dem Satz von Meusnier gilt für den Krümmungsradius r der Schnittkurve c, die durch den Schnitt einer Fläche S mit der Ebene E_2 entsteht, der nachfolgende Zusammenhang:

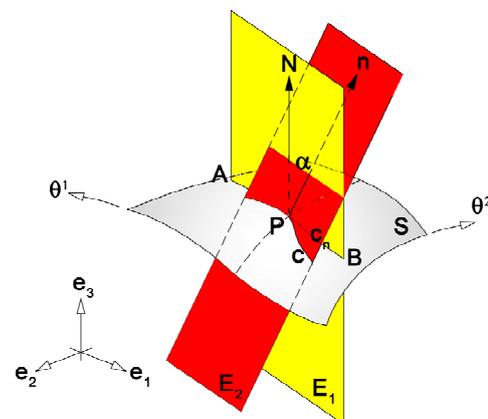


Abb.2-8 Krümmungsradien und Schnittkurven

$$r = R \cdot \cos(n, N) = R \cdot \cos \alpha \quad (2.19)$$

mit

R	Krümmungskreisradius im Normalschnitt c_n
c_n	Schnittkurve infolge des Normalschnitts
N	Einheitsvektor der Flächennormalen von c_n in P
n	Einheitsvektor der Hauptnormalen von c in P
α	Winkel im Punkt P zw. dem Einheitsvektor der Hauptnormalen der Kurve c und dem Einheitsvektor der Flächennormalen von c_n .

Vorzeichenregelung des Krümmungskreisradius R:

R ist positiv, wenn N auf der konkaven Seite der Kurve c_n liegt. Im gegensätzlichen Fall wird R negativ.

2.1.4 Hauptkrümmungen und Hauptkrümmungskreisradien

Es existiert für jeden regulären Punkt P einer Fläche ein Paar von senkrecht aufeinander stehenden Normalschnitten, an welchen die Krümmungskreisradien bzw. die Krümmungen der Schnittkurven im Punkt P maximale und minimale Werte annehmen.

Sind c_1 und c_2 die Schnittkurven der beiden Normalschnitte, die zu den maximalen und minimalen Krümmungskreisradien führen, so stehen die beiden Tangenten senkrecht aufeinander.

Die Krümmungskreisradien an P der Normalschnitte c_1 und c_2 werden als Hauptkrümmungsradien R_1 und R_2 definiert. Die reziproken Werte der Hauptkrümmungsradien R_1 und R_2 bilden die zugehörigen Hauptkrümmungswerte:

$$\kappa_1 = \frac{1}{R_1} \quad \text{und} \quad \kappa_2 = \frac{1}{R_2} \quad (2.20)$$

2.1.5 Mittlere Krümmung H und Gauß'sche Krümmung K

Das arithmetische Mittel der Hauptkrümmungen κ_1 und κ_2 wird als mittlere Krümmung H bezeichnet. Die Gauß'sche Krümmung K ist als das Produkt der beiden Hauptkrümmungen κ_1 und κ_2 definiert. Es gilt:

$$H = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \quad (2.21)$$

$$K = \kappa_1 \kappa_2 \quad (2.22)$$

Der Zusammenhang zwischen der mittleren und Gauß'schen Krümmung wird durch die quadratische Gleichung (2.23) dargestellt, die als Lösung die beiden Hauptkrümmungen κ_1 und κ_2 besitzt.

$$\kappa_n^2 - 2 \cdot H \cdot \kappa_n + K = 0 \quad (2.23)$$

2.1.6 Klassifizierung von Punkten, Krümmungen und Flächen

Mit Hilfe der Lage der Mittelpunkte der Krümmungskreise bzw. mit Hilfe der Gauß'schen Krümmung K lassen sich Punkte, Krümmungen und Flächen klassifizieren.

Ein elliptischer Flächenpunkt P der Fläche S ist definiert mit einer Gauß'schen Krümmung $K > 0$. Dies bedeutet, dass die beiden Hauptkrümmungskreisradien R_1 und R_2 im Punkt P der Fläche das gleiche Vorzeichen aufweisen. Die beiden Mittelpunkte der Hauptkrümmungskreise liegen auf einer Seite der Tangentialebene $T_p(S)$. Die zugehörige Fläche in der unmittelbaren Umgebung von P wird als synklastische Fläche, die Krümmung als elliptische Krümmung bezeichnet. Es bilden sich kugelförmige Flächen heraus.

Eine vollständige Kugelfläche weist in allen Flächenpunkte konstante Gauß'sche Krümmung K und konstante mittlere Krümmung H auf.

Ein hyperbolischer Flächenpunkt weist eine Gauß'sche Krümmung $K < 0$ auf. Die Tangentialebene $T_p(S)$ schneidet die Fläche. Die Mittelpunkte der Krümmungskreisradien R_1 und R_2 im Punkt P liegen auf verschiedenen Seiten der Tangentialebene. R_1 und R_2 besitzen demnach unterschiedliche Vorzeichen. Flächen mit hyperbolischen Flächenpunkten werden als antiklastische Fläche, die Krümmung als hyperbolische Krümmung bezeichnet. Es bilden sich sattelförmige Flächen heraus.

Antiklastische Flächen, die an allen Flächenpunkten betragsmäßig gleich große Hauptkrümmungen κ_1 und κ_2 aufweisen, stellen den Sonderfall der Minimalflächen dar. Bei Minimalflächen verschwinden überall die mittleren Krümmungen H . Die mittlere Krümmung ist in allen Flächenpunkten null.

Die begriffliche Definition der Minimalfläche wurde erstmals von Lagrange im Jahre 1760 eingeführt. Geometrisch interpretiert, stellen Minimalflächen Flächen mit dem kleinsten Flächeninhalt bezüglich eines vorgegebenen Randes dar. Physikalisch betrachtet sind Gleichgewichtsflächen mit konstanter, isotroper Flächenspannungen mit Minimalflächen identisch.

Seifenhäute erfüllen diese Vorgabe eines homogenen und konstanten Spannungszustandes in allen Flächenpunkten. Sie weisen in allen regulären Punkten eine mittlere Krümmungen gleich null auf. Jedoch bedeutet dies nicht zwingend, dass alle Seifenhäute Minimalflächen nach der Definition der mittleren Krümmung $H = 0$ sind. Es wurde für die Definition der Minimalflächen vorausgesetzt, dass Minimalflächen regulär sind, d.h. keine Singularitäten aufweisen. Streng genommen, weisen beispielsweise Seifenhäute an einem Drahtwürfel Singularitäten längs der Drahtkanten auf. Zwischen den Kanten stellen die Flächen jedoch Minimalflächen dar.

Ein parabolischer Flächenpunkt besitzt eine Gauß'sche Krümmung $K = 0$. Dies ist erfüllt, wenn mindestens einer der beiden Krümmungskreisradien R_1 und R_2 gegen unendlich verläuft. Der Normalenschnitt der Fläche an P stellt entweder eine Gerade dar oder an der Stelle P existiert für die Schnittkurve ein Wendepunkt. Parabolische Flächenpunkte als Wendepunkte stellen die Grenzlinie zwischen elliptischen und hyperbolischen Flächenpunkten dar. Flächen mit parabolischen Flächenpunkten werden als abwickelbare Flächen bezeichnet. Die Krümmung wird als parabolische Krümmung definiert.

Die Gauß'sche Krümmung K bleibt bei Verbiegung der Fläche, d.h. bei einem elastischen Verformen ohne Reißen und Knicken, unverändert. Dies bedeutet, wenn zwei Flächen in allen Flächenpunkten identische und konstante Gauß'sche Krümmung K aufweisen, so lassen sich die Flächen durch Verbiegen ineinander überführen.

Flächen werden abwickelbar, wenn sie auf ebene Flächen zurückzuführen sind. Jeder Flächenpunkt einer ebenen Fläche weist eine Gauß'sche Krümmung $K = 0$ auf. Damit sind alle parabolischen Flächen mit $K = 0$ im Gegensatz zu synklastischen oder antiklastischen Flächen abwickelbar.

In Tab. 2-1 fasst die Definitionen der Flächenpunkte, der Krümmungen und der Flächenpunkte zusammen.

Flächenpunkt	Gauß'sche Krümmung K	Krümmung	Fläche
elliptischer Punkt	$K > 0$	elliptische Krümmung	synklastische Fläche
hyperbolischer Punkt	$K < 0$	hyperbolischer Krümmung	antiklastische Fläche
parabolischer Punkt	$K = 0$	parabolischer Krümmung	abwickelbare Fläche

Tab. 2-1 Klassifizierung von Punkten, Krümmungen und Flächen

2.2 Kontinuumsmechanik

Die strukturmechanischen Untersuchungen der ETFE-Folie erfolgen mit Hilfe der Kontinuumsmechanik. Im nachfolgenden Kapitel 2.2 werden die grundlegenden kontinuumsmechanischen Aspekte für die Analyse der Berstversuche dargestellt. Ausführlichere Erläuterungen zu den Grundlagen der Kontinuumsmechanik finden sich u.a. in den Werken von Parisch [87], Stein&Barthold [106], Betten [6] und Bletzinger [9].

2.2.1 Kontinuum und physikalische Zustandsgrößen

Ein Kontinuum ist definiert als die Menge von Materie, die innerhalb eines endlichen Volumens gleichmäßig verteilt ist. Die Materie kann dabei fest, flüssig oder gasförmig sein. Im vorliegenden Fall der ETFE-Folien handelt es sich um ein festes Kontinuum, das in der Kontinuumsmechanik als Körper definiert wird.

Jeder Punkt im Innern eines Körpers, d.h. jeder Materialpunkt, stellt zusammen mit seiner Umgebung ein vollständiges Modell des Werkstoffverhaltens dar. Die Materialpunkte des Körpers können durch ihre Ortsvektoren beschrieben und im Raum festgelegt werden. Die physikalischen Zustandsgrößen der Materialpunkte stellen daher Funktionen des Ortsvektors oder im allgemeinen Fall Funktionen der Zeit t dar. In Abhängigkeit der Koordinaten des Ortsvektors und der Zeit stellen die Verschiebungen $u(x,t)$ vektorwertige und die Spannungen $\sigma(x,t)$ tensorwertige Funktionen dar. Analog können auch skalar-, vektor- und tensorwertige Funktionen über ein Skalar- oder Tensorfeld definiert werden. Beispielsweise stellt die Spannung $\sigma(\varepsilon, t)$ als Funktion der Komponenten des Verzerrungstensors ε und der Zeit t eine tensorwertige Funktion über einem Tensorfeld dar.

Innerhalb der Kontinuumsmechanik sind im Besonderen die infinitesimalen, d.h. die linearisierten Änderungen der Variablen in der Umgebung eines Anfangswertes von Interesse. Diese Änderungen werden mit Hilfe von partiellen Ableitungen (Richtungsableitungen) durch skalare, vektorielle und tensorielle Differentiale ausgedrückt. Die physikalischen Größen an einem Materialpunkt müssen daher stets durch stetig differenzierbare Tensorfunktionen des Ortes dargestellt werden. Diese Vorgabe entspricht den Bedingungen der Funktionen der Differentialgeometrie (vgl. Kapitel 2.1).

2.2.2 Konfigurationen

Der Körper als festes Kontinuum wird als Menge zusammenhängender Materialpunkte aufgefasst. Damit kann eine beliebige Bewegung und die Lage des Körpers im Raum durch die zuvor dargestellten Methoden der Differentialgeometrie beschrieben werden.

Die Menge der Ortsvektoren der Materialpunkte legt die geometrische Gestalt des Körpers im Raum fest. Diese wird als Konfiguration des Körpers bezeichnet. Über das Zeitintervall Δt durchläuft ein bewegter Körper mehrere Konfigurationen.

Die Ausgangslage des undeformierten Körpers zum Zeitpunkt $t_0=0$ wird als *Referenzkonfiguration* S_0 bezeichnet. Sie dient als Bezugslage für die mathematische Formulierung. Jeder materielle Punkt der Referenzkonfiguration wird durch den Ortsvektor X mit den kartesischen Koordinaten $\{X_1, X_2, X_3\} \in S_0$ beschrieben.

Die Konfiguration zu einem bestimmten Zeitpunkt $t_i > 0$ heißt *Momentankonfiguration* S . Die Lage des Körpers in der Momentankonfiguration S wird durch den Ortsvektor x der Materialpunkte mit den kartesischen Koordinaten $\{x_1, x_2, x_3\} \in S$ beschrieben.

Mathematisch definiert gilt damit für die Momentankonfiguration $S = \phi(S_0)$

die stetige Abbildung $\phi: S_0 \rightarrow S \subset R^3$, die die Materialpunkte des Körpers S_0 in die Raumlage R^3 abbildet.

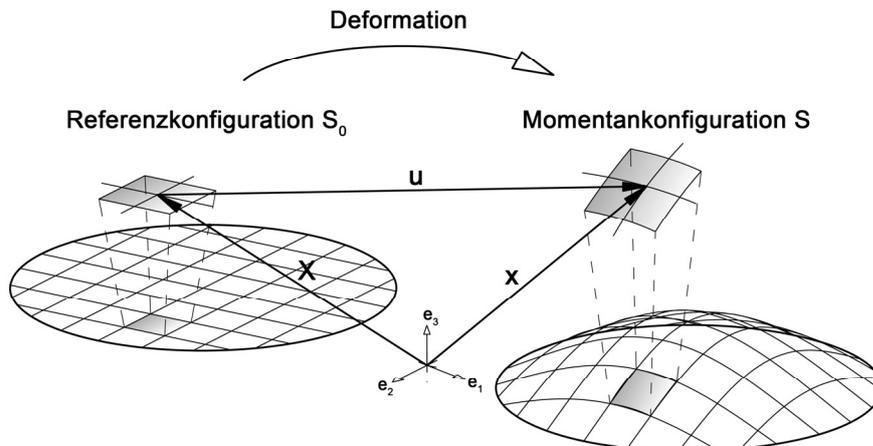


Abb.2-9 Konfigurationen: ebene und deformierte Foliengeometrie infolge des Innendrucks

Zur Unterscheidung von Referenz- und Momentankonfiguration werden im weiteren Verlauf Großbuchstaben für die Referenz- und Kleinbuchstaben für die Momentankonfiguration verwendet.

Durch die vergleichende Betrachtung zweier Konfigurationen, die als Abbildungsfunktionen mit dem Parameter der Zeit t definiert sind, lassen sich die Deformationen des Körpers ermitteln. Der Vergleich des undeformierten Körpers der Referenzkonfiguration zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ mit dem deformierten Körper zum Zeitpunkt $t = t_i$ ergibt die gesamte Deformation des Körpers bis zum Zeitpunkt $t = t_i$.

2.2.3 Kinematik und Deformationsgradient

Es gilt für die Bewegung des Kontinuums im Raum die umkehrbar eindeutige, nichtlineare Abbildung

$$x = x(X, t); \quad x^j = x^j(X^J, t), \quad \text{für alle } j \text{ und } J \quad (2.24)$$

Die Lagrangesche Beschreibung der Bewegung nach Gleichung (2.24) besagt, dass der materielle Punkt eines Körpers, in der Referenzkonfiguration zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ den Raumpunkt mit dem Ortsvektor X belegt und in der Momentankonfiguration zum Zeitpunkt $t = t_i$ den Raumpunkt mit dem Ortsvektor x einnimmt. Die Abbildungsfunktion ist einparametrisch mit der Zeit t als Parameter.

Die Verschiebungen der materiellen Punkte lassen sich durch die Differenz der Ortsvektoren der Referenz- und der Momentankonfiguration ermitteln. Für den Verschiebungsvektor u gilt:

$$u = x - X \quad (2.25)$$

Der Deformationsgradient F zum Zeitpunkt $t = t_i$ bildet die Referenz- in die Momentankonfiguration ab. Er stellt die Verbindung zwischen den Tangentialräumen der beiden Konfigurationen dar. Für den Deformationsgradient F gilt:

$$F = \frac{\partial x}{\partial X} \quad (2.26)$$

Die Abbildung der Momentankonfiguration zurück in die Referenzkonfiguration beschreibt die Inverse des Deformationsgradienten F^{-1} , der auch als räumlicher Deformationsgradient bezeichnet wird.

Mit Verwendung der schon im Kapitel 2.1 (Differentialgeometrie) eingeführten krummlinigen Koordinaten (θ^1, θ^2) (vgl. Kapitel 2.1.1) ergeben sich für die Ortsvektoren X und x eines Punktes P des Körpers S die beiden Parameterdarstellungen:

$$X = X(\theta^1, \theta^2) , \quad x = x(\theta^1, \theta^2) \quad (2.27)$$

Für die Verschiebung u des Punktes P gilt dann:

$$u = x(\theta^1, \theta^2) - X(\theta^1, \theta^2) \quad (2.28)$$

Für den Deformationsgradienten F gilt mit den kontravarianten Basisvektoren G^i der Referenzkonfiguration und den kovarianten Basisvektoren g_i der Momentankonfiguration der Zusammenhang nach Gleichung (2.29). Abb.2-10 stellt die Deformationsbeschreibung eines gekrümmten Flächenelementes grafisch dar.

$$F = \frac{\partial x}{\partial X} = g_i \otimes G^i , \quad F^T = G^i \otimes g_i \quad (2.29)$$

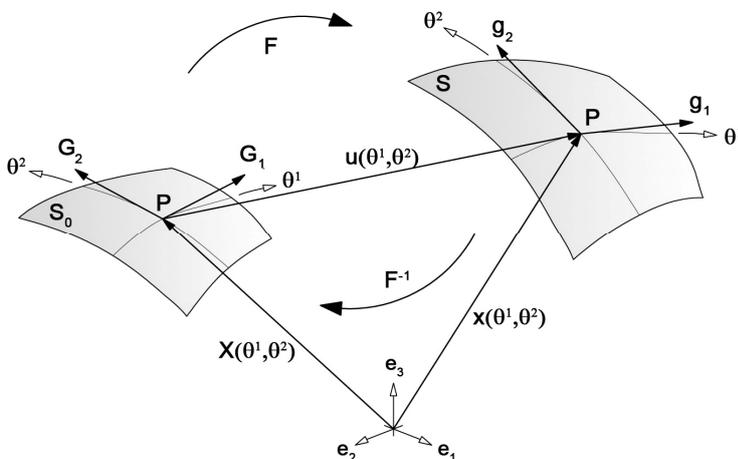


Abb.2-10 Deformationsbeschreibung eines Flächenelementes

Die Tangentenvektoren G_i und g_i an den Parameterlinien der krummlinigen Koordinaten θ^1, θ^2 definieren ein begleitendes Bezugssystem mit den zugehörigen Metrikensoren G_{ij} der Referenz- und g_{ij} der Momentankonfiguration.

2.2.4 Dehnungen und Verzerrungstensor

Der Begriff der Verzerrung wurde in den Arbeiten von Cauchy [22], Navier [81] und Poisson [89] als Maß für die lineare Dilatation, d.h. der Volumenänderung eingeführt. Heutzutage werden die Verzerrungsmaße als Dehnungen bezeichnet.

ETFE-Folienkonstruktionen weisen wie alle Membrankonstruktionen sehr große Verformungen auf. Die nichtlinearen Dehnungsanteile müssen folglich in der Dehnungsberechnung Berücksichtigung finden.

Der Green-Lagrangesche Verzerrungstensor E erfüllt diese Bedingung. Mit dem Deformationsgradienten F , den ko- und kontravarianten Metrikensoren G_{ij} und g_{ij} und den kontravarianten Basisvektoren G^i der Referenzkonfiguration gilt für den Verzerrungstensor E die nachfolgende Gleichung:

$$E = \frac{1}{2} (F^T F - I) = \frac{1}{2} (g_{ij} - G_{ij}) G^i \otimes G^j \quad (2.30)$$

Gleichung (2.30) zeigt, dass der Verzerrungstensor E als Maßtensor betrachtet werden kann. Die Dehnungen werden durch die Differenz der beiden Metriken aus Referenz- und Momentankonfiguration ermittelt.

Verwendet man ein kartesisches Bezugssystem und drückt man den Verzerrungstensor E in den Verschiebungen aus, so gilt für den Deformationsgradienten F und dem Verzerrungstensor E der Zusammenhang:

$$F = \frac{\partial x}{\partial X} = \frac{\partial(u + X)}{\partial X} = \frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial X}{\partial X} = \frac{\partial u}{\partial X} + I \quad (2.31)$$

$$E = \frac{1}{2} (F^T F - I) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial X} + I \right)^T \left(\frac{\partial u}{\partial X} + I \right) - I \right] \quad (2.32)$$

mit

$$g = G = I \quad (2.33)$$

$$u = x - X \Rightarrow x = u + X \quad (2.34)$$

Ausmultipliziert ergibt dies für den Verzerrungstensor E :

$$E = \underbrace{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial X} + \left(\frac{\partial u}{\partial X} \right)^T \right)}_{E_{\text{lin}}} + \underbrace{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial X} \right)^T \frac{\partial u}{\partial X} \right)}_{E_{\text{ln}}} \quad (2.35)$$

Der erste Anteil E_{lin} des Verzerrungstensors E aus Gleichung (2.35) stellt den Dehnungstensor der linearen Elastizitätstheorie dar. Der zweite Anteil E_{ln} als Term 2. Ordnung wird von den Quadraten der Verschiebungsgradienten gebildet. Bei kleinen Verschiebungen überwiegt der Anteil E_{lin} gegenüber E_{ln} . In diesem Fall reduziert sich der Verzerrungstensor E zum bekannten linearen Dehnungstensor.

Bei Betrachtung des eindimensionalen Fall eines gedehnten Stabes mit der Ausgangslänge L und der gedehnten Länge l wird die Vernachlässigung der nichtlinearen Dehnungsanteile bei kleinen Dehnungen deutlich. Es gilt für die Dehnungen nach Green-Lagrange allgemein für diesen Fall:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{l^2 - L^2}{L^2} = \frac{1}{2} \frac{(l+L) \cdot (l-L)}{L^2} \quad (2.36)$$

Für kleine Dehnungen mit der Längenänderung Δl gilt:

$$\Delta l = l - L \text{ und } l + L \approx 2L \quad (2.37)$$

Damit ergibt sich für die Dehnung nach Green-Lagrange die Näherung:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{(2L) \cdot (\Delta l)}{L^2} = \frac{\Delta l}{L} \quad (2.38)$$

Gleichung (2.38) stellt somit die lineare Ingenieurdehnung dar.

Im vorliegenden Fall der Dehnungsberechnung der ETFE-Folien müssen aufgrund der großen Deformationen die nichtlinearen Anteile Berücksichtigung finden.

2.2.5 Spannungstensoren

Für die Formulierung der mechanischen Bilanzgleichungen ist zuvor die Definition der Spannungstensoren notwendig. In Abhängigkeit der Wahl des Bezugssystems lassen sich folgende Spannungstensoren unterscheiden.

Cauchy-Spannungstensor σ

Der Cauchy-Spannungstensor σ gibt die wahren Spannungen im Kontinuum an. Er wirkt in der Momentankonfiguration am deformierten Volumen- bzw. Flächenelement. Die Spannungsberechnung erfolgt am deformierten Flächenelement. Es liegt deshalb nahe, den Cauchy-Spannungstensor auf die deformierte Basis zu beziehen. Mit den kovarianten Basisvektoren ergibt sich:

$$\sigma = \sigma^{ij} g_i \otimes g_j \quad (2.39)$$

Erster Piola-Kirchhoff-Spannungstensor P

Durch Transformieren der Schnitt- und Maßfläche auf die Ausgangs- bzw. Referenzkonfiguration lässt sich aus dem Cauchy-Spannungstensor σ der erste Piola-Kirchhoff-Spannungstensor P ermitteln. Der erste Piola-Kirchhoff-Spannungstensor P bezieht sich auf die Ausgangskonfiguration und misst die Spannung am deformierten Flächenelement. Sein Kraftvektor entspricht in Richtung und Länge dem Kraftvektor des Cauchy-Spannungstensor σ in der Momentankonfiguration. Daher weist P eine unsymmetrische Koeffizientenmatrix auf. Für den ersten Piola-Kirchhoff-Spannungstensor P gilt:

$$P = \det F \sigma \cdot F^{-T} = P^{ij} g_i \otimes G_j \quad (2.40)$$

Zweiter Piola-Kirchhoff-Spannungstensor S

Die Transformation des ersten Piola-Kirchhoff-Spannungstensors P in die Ausgangskonfiguration führt auf den symmetrischen zweiten Piola-Kirchhoff-Spannungstensor S. Da das Bezugssystem des zweiten Piola-Kirchhoff-Spannungstensor S die Referenzkonfiguration darstellt, werden die ermittelten Spannungen mit S auch materielle Spannungen genannt.

Mit den kovarianten Basisvektoren der Ausgangskonfiguration gilt für S die Gleichung:

$$S = \det F F^{-1} \cdot \sigma \cdot F^{-T} = S^{ij} G_i \otimes G_j \quad (2.41)$$

Für kleine Verzerrungen weisen der Cauchy-Spannungstensor σ und der zweite Piola-Kirchhoff-Spannungstensor S in etwa gleiche Hauptspannungen auf. Die Transformationsbeziehung von der Momentan- in die Ausgangskonfiguration stellt für diesen Fall nur eine starre Rückdrehung und keine Rotation dar. Der Green-Lagrangesche Verzerrungstensor E und der zweite Piola-Kirchhoff-Spannungstensor S sind zueinander konjugierte Zustandsgrößen. Damit lässt sich mit beiden Tensoren die virtuelle innere Arbeit in materieller Darstellung angeben.

Bei den Berstversuchen werden für jede Momentankonfiguration die Folienkräfte jedoch ohne Berücksichtigung der Foliendicke berechnet. Die Folienkräfte entsprechen Cauchy-Folienkräften bezogen auf die Momentankonfiguration. Die Spannungen der FE-Simulationsberechnung entsprechen Cauchy Spannungen.

2.2.6 Mechanische Bilanzgleichungen

Sämtliche Zustandsvariablen müssen sich an einem Körper in einem Gleichgewichtszustand befinden. Der Massenerhaltungssatz sowie die Erhaltungssätze für den Impuls und den Drehimpuls stellen die Grundgleichungen der Kontinuumsmechanik dar und beschreiben die Bedingungen für den Gleichgewichtszustand des Körpers.

Der Gleichgewichtszustand kann in integraler Form für ein bestimmtes endliches Teilgebiet definiert werden oder für jedes differentielle Teilvolumen und jedes Oberflächenelement gebildet werden. Erster Fall wird als die schwache Form des Gleichgewichts bezeichnet, der letztere Fall entspricht der starken Form des Gleichgewichts.

Massenbilanz

Unabhängig von der Konfiguration und vom Beobachter muss der Erhaltungssatz über die Masse eines Körpers gelten. Es gilt für die Referenz- und Momentankonfiguration die Gleichung der Massenbilanz:

$$m = \int_{V_0} \rho_0 dV_0 = \int_V \rho dV = \text{const.} \quad (2.42)$$

Impulsbilanz

Die Summe aller an einem Kontinuum angreifenden Kräfte müssen gleich der Änderung des Impulses sein. Es gilt:

$$\int_V \rho b dV + \int_{\partial V} t dA = \frac{d}{dt} \int_V \rho \dot{x} dV \quad (2.43)$$

Mit:

\dot{x} als Geschwindigkeitsfeld

ρb auf den Körper wirkende Volumenkräfte

t Spannungsvektor der eingeprägte Spannungen an der Oberfläche ∂S

Die zeitlichen Ableitungen verschwinden für die Betrachtung des statischen Falls. Damit gilt:

$$\int_V \rho b dV + \int_{\partial V} t dA = 0 \quad (2.44)$$

Drehimpulsbilanz

Der Erhaltungssatz des Drehimpulses besagt, dass für das Kontinuum die zeitliche Änderung des Drehimpulses dem durch die äußere Belastung entstehenden Momente bezüglich eines Drehpunktes P entsprechen muss.

$$\int_V (x - x_p) \times \rho b dV + \int_{\partial V} (x - x_p) \times t dA = 0 \quad (2.45)$$

3 POLYMER-WERKSTOFFE

Die Beurteilung des Werkstoffverhaltens des teilkristallinen Fluorpolymerwerkstoffs ETFE setzt Kenntnisse über die chemische und morphologische Struktur sowie über das mechanische Verhalten der Polymer-Werkstoffe im Allgemeinen voraus. Nachfolgend werden die thermisch-mechanischen Eigenschaften von Polymer-Werkstoffen erläutert sowie deren molekularer Aufbau dargestellt.

Für das weite und komplexe Feld der Polymer-Werkstoffe wird keine Vollständigkeit angestrebt. Eine intensivere Behandlung der Polymere im Allgemeinen ist den Fachbeiträgen von Frank [40], Ehrenstein [35], Nentwig [83] und Menges [65] zu entnehmen. Die Eigenschaften der ETFE-Folien sowie deren Herstellungsprozess sind in der Arbeit von Moritz [74] ausführlich dargestellt.

3.1 Allgemeine Polymer-Werkstoffe

3.1.1 Phänomenologie der Kunststoffe

Entwicklung und Einteilung

Die Suche nach Ersatzwerkstoffen für schwer zugängliche Rohstoffe während des 1. und 2. Weltkriegs leitete eine verstärkte Forschung bei der Entwicklung von Kunststoffmaterialien ein. Aufgrund dieser anfänglichen Entwicklung galten Kunststoffe damals als minderwertige Ersatzprodukte. Heutzutage stellen die entwickelten und verwendeten Kunststoffe eine eigene Klasse von maßgeschneiderten, effizienten Werkstoffen dar, die bei fachgerechter Anwendung oftmals den natürlichen Werkstoffen überlegen sind.

Definitionen

Der Begriff Kunststoff definiert einen technischen Werkstoff, der aus Makromolekülen mit organischen Gruppen besteht und durch chemische Umsetzung synthetisch oder halbsynthetisch erzeugt wird [40]. Sie stellen eine Teilklasse der *makromolekularen Stoffe* dar.

Die Makromoleküle setzen sich aus vielen einzelnen kovalent gebundenen Monomereinheiten zusammen, die sich kettenförmig aneinander reihen. Kunststoffe bestehend aus identischen Monomereinheiten werden als *Polymere* bezeichnet. *Copolymere* setzen sich aus verschiedenen Monomereinheiten zusammen. Die meisten gebräuchlichen Kunststoffe bestehen in der Regel aus einer oder zwei Monomereinheiten. Die Ketten weisen dabei Dicken von ca. 0,3 nm und Längen von 3 bis 100000 nm auf [35]. Innerhalb eines Makromoleküls sind mehr als 1000 Atome gebunden. Hauptbestandteile der organisch aufgebauten makromolekularen Stoffe sind Wasserstoff- und Kohlenstoffelemente.

Mit dem Begriff *Kunststoff* werden die Eigenschaften des fertigen, synthetisierten Werkstoffs und weniger der Aufbau und die dazu notwendigen Reaktionen bezeichnet. Die natürliche oder synthetisch organische Stoffart wird mit dem Begriff *Polymer* gekennzeichnet. Eine inhaltliche Zusammenfassung der beiden Begriffe *Kunststoff* und *Polymer* kann nach Ehrenstein [35] durch die Bezeichnung *Polymer-Werkstoff* erfolgen.

Kunststoffe können durch den Aufbau der Makromoleküle sowie deren Anordnung verschiedene Strukturen ausbilden. Zur Beschreibung der Struktur eines Makromoleküls dienen dabei die Begriffe *Konstitution*, *Konfiguration* und *Konformation*. Das chemische Aufbauprinzip des Moleküls aus den einzelnen Atomen beschreibt die *Konstitution*. Mit der *Konfiguration* wird die räumliche Anordnung der Atome und Atomgruppen im Molekül bei gleicher Konstitution dargestellt. Die räumliche Gestalt, die die Makromoleküle mit

gleicher Konfiguration durch Drehen und Umklappen erzielen, wird durch die Konformation beschrieben [35].

3.1.2 Physikalische und chemische Struktur

Am Beispiel des Copolymers ETFE kann der physikalische und chemische Aufbau der Makromoleküle im Hinblick auf das Gesamtgefüge dargestellt werden. ETFE besteht aus den beiden unterschiedlichen Monomereinheiten Ethylen (C_2H_4) und Fluorethylen (C_2F_4) und gehört zu der Gruppe der thermoplastischen Fluorpolymere. Abb.3-1 zeigt die Strukturformel der beiden Monomereinheiten.

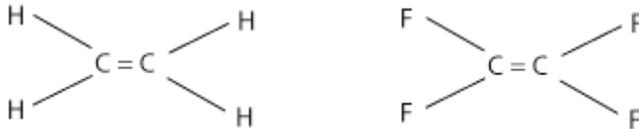


Abb.3-1 Strukturformel von Ethylen (links) und Fluorethylen (rechts)

Haupt- und Nebervalenzbindungen

Der Zusammenhalt der Makromoleküle erfolgt durch Valenzbindungen. Die vier Valenzen des Kohlenstoffs ermöglichen die Bildung von sehr stabilen und langen Ketten. Zwei der Valenzen dienen zum Aufbau der hochfesten Kettenverbindungen untereinander. Die beiden übrigen nicht an der Kettenbildung beteiligten Valenzen werden im Falle des Ethylens mit Wasserstoff und im Falle des Fluorethylens mit Fluor besetzt.

Die entstehenden Hauptvalenzbindungen (Primärbindungen) sind chemische, hochfeste Atomverbindungen zwischen den Kohlenstoffatomen. Zwischen den Molekülketten bilden sich physikalische Verbindungen (Nebervalenzbindungen oder Sekundärbindungen) mit geringeren Bindungsenergien heraus. Die chemischen Bindekräfte der Hauptvalenzbindungen sind bis zu drei Zehnerpotenzen fester als die der physikalischen Nebervalenzbindungen [35].

Das Werkstoffverhalten wird entscheidend von den Bindungsenergien und der Anzahl der chemischen und physikalischen Verbindungen beeinflusst. Modifizierte Kunststoffe weisen durch die Zugabe von Modifiern neue zusätzliche Monomereinheiten auf. Diese können zu einem veränderten Molekülkettenaufbau mit neuen Verzweigungen und Seitenketten führen. Die damit veränderten Bindungsverhältnisse der Ketten untereinander führen zwangsläufig zu unterschiedlichen Werkstoffeigenschaften.

Die physikalischen Nebervalenzbindungen können durch Temperaturerhöhung, Lösungsmittel oder mechanische Einwirkungen reversibel gelöst werden und bilden sich beispielsweise bei Abkühlung wieder neu. Chemische Hauptvalenzbindungen weisen dieses reversible Verhalten nicht auf. Das Lösen dieser Atombindungen kann nur durch Zerstören der Verbindungen erfolgen. Beim Lösen der chemischen Hauptvalenzbindungen durch Überhitzen oder durch mechanische Kräfte bleibt der Kunststoff auf Dauer geschädigt [40],[65].

3.1.3 Morphologische Struktur der Polymer-Werkstoffe

Konfiguration der Makromoleküle

Die Molekülgestalt der Polymere ist abhängig von der Form der Molekülketten. Es lassen sich für Polymere entsprechend Abb.3-2 die vier grundlegenden molekularen Strukturprinzipien einer linearen, verzweigten, vernetzten und verschlauften Form der Makromoleküle unterscheiden.

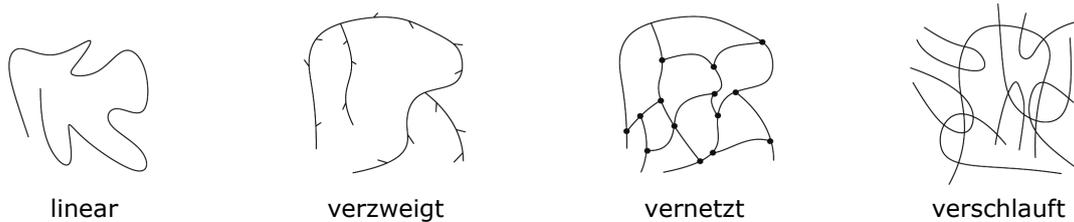


Abb.3-2 Strukturprinzipien von Makromoleküle nach [35]

Die lineare Form stellt eine regellose, geknäulte Gestalt dar. Angefügte Atomgruppen mit identischem Aufbau wie die Hauptkette werden als Verzweigungen bezeichnet. Vernetzte Makromoleküle weisen untereinander chemische Verbindungen auf. Der Vernetzungsgrad gibt dabei das Verhältnis der Menge vernetzter Grundbausteine zu den insgesamt vorhandenen Grundbausteinen an. Bei verschlauften Makromolekülen werden die Ketten untereinander durch physikalische Bindungen zusammengehalten.

Konfirmation der Makromoleküle

Die Makromoleküle können untereinander in verschiedenartiger Struktur angeordnet sein. Man unterscheidet dabei zwischen einer amorphen und teilkristallinen Struktur. Abb.3-3 und Abb.3-4 zeigen schematisch die beiden strukturellen Anordnungen der Makromoleküle.

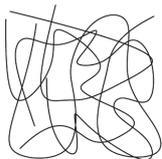


Abb.3-3 Amorphe Struktur



Abb.3-4 Teilkristalline Struktur

Amorphe Strukturen weisen eine völlige räumliche Unordnung der Molekülketten auf. Dagegen sind in teilkristallinen Strukturen die Molekülketten in einzelnen Bereichen parallel angeordnet und bilden Kristallgitter heraus. In Bereichen mit Fehlordnungen oder Imperfektionen stellt sich immer eine amorphe Struktur ein. Aus diesem Grund weisen synthetisch hergestellte Kunststoffe nie 100% kristalline Strukturen auf.

Der Kristallisationsgrad von teilkristallinen Thermoplasten liegt nach Menges [65] zwischen 30% und 70%. Das Fluorpolymer ETFE weist einen Kristallisationsgrad von ca. maximal 33% auf [8].

Da die thermisch-mechanischen Eigenschaften der Polymere entscheidend von der molekularen Struktur, d.h. von der Anordnung und der Verbindung der Molekülketten bestimmt werden, ist eine Klassifizierung der Polymere nach der molekularen Struktur sinnvoll.

Klassifizierung der Kunststoffe

Polymer-Werkstoffe werden nach DIN 7724 [30] entsprechend ihres strukturellen Aufbaus und des Temperaturverlaufs des Schubmoduls und des mechanischen Verlustmoduls (Dämpfung) in die Kunststoffgruppen Thermoplaste, Duroplaste und Elastomere eingeteilt. Abb.3-5 zeigt die Gruppen, gegliedert nach der molekularen Struktur, dem Vernetzungsart der Molekülketten sowie der Löslichkeit mit Angabe einiger Vertreter der Gruppen.

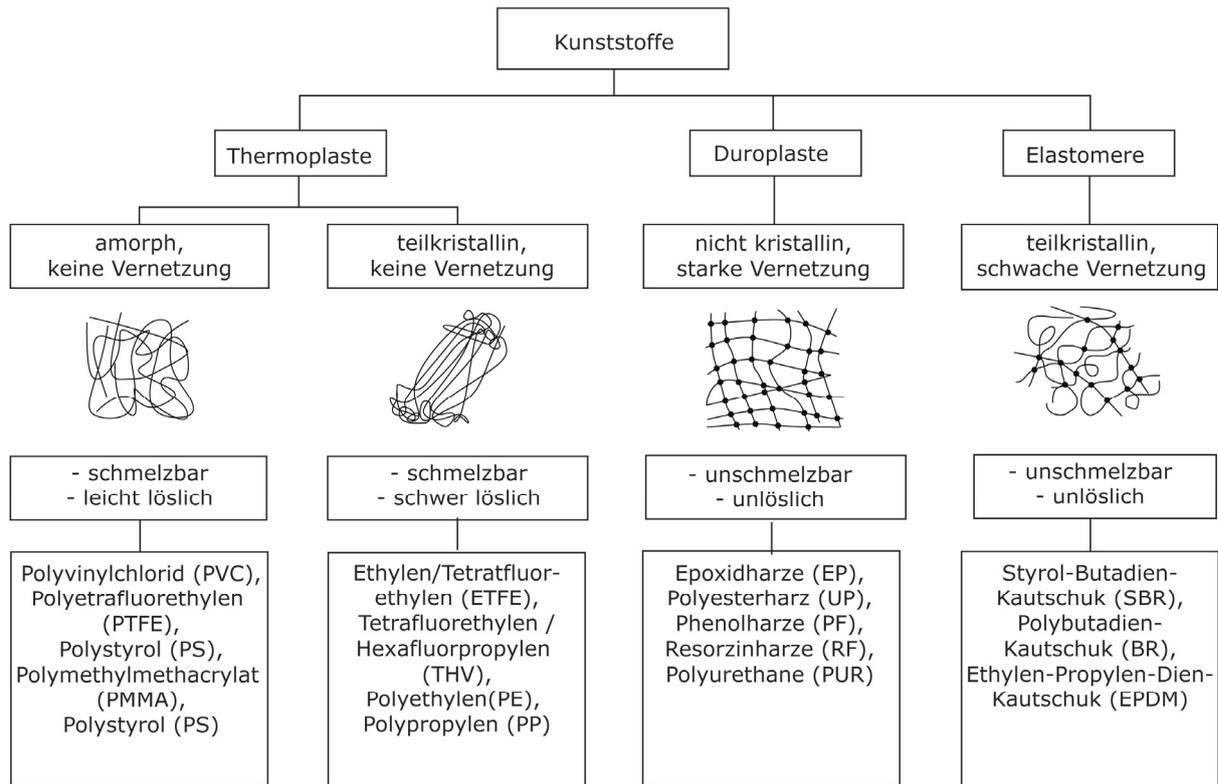


Abb.3-5 Klassifizierung der Kunststoffe

Bei **thermoplastischen Kunststoffen** sind die einzelnen Molekülketten nicht miteinander chemisch vernetzt sondern ineinander verzweigt und verschlauft. Die relativ schwachen Nebervalenzkräfte halten die Molekülketten untereinander zusammen. Innerhalb der Ketten sorgen dagegen große Hauptvalenzkräfte für einen hohen inneren Zusammenhalt. Entsprechend der molekularen Ordnung unterscheidet man teilkristalline und amorphe Thermoplaste. Aufgrund der fehlenden chemischen Vernetzungspunkte sind die thermoplastischen Kunststoffe schmelzbar und in organischen Lösungsmitteln vielfach löslich.

Das Fluorpolymer ETFE gehört zu der Gruppe der teilkristallinen Thermoplaste. ETFE wurde erstmals im Jahre 1970 unter dem Handelsnamen Tefzel® von der Firma DuPONT® auf dem Markt eingeführt [74]. ETFE oder E/TFE stellt nach DIN 7728 [31] das internationale Kurzzeichen für die chemische Bezeichnung Ethylen/Tetrafluorethylen dar.

Die Abb.3-6 zeigt anhand der Kunststoffpyramide eine Einteilung der thermoplastischen Kunststoffe in Abhängigkeit der Temperaturbeständigkeit und des Preises. ETFE zählt entsprechend diesen Gesichtspunkten zu der Gruppe der Hochleistungskunststoffe (oder auch Hochtemperatur-Kunststoffe genannt). Hochleistungskunststoffe können mögliche Dauergebrauchstemperaturen von über 150°C aufweisen.

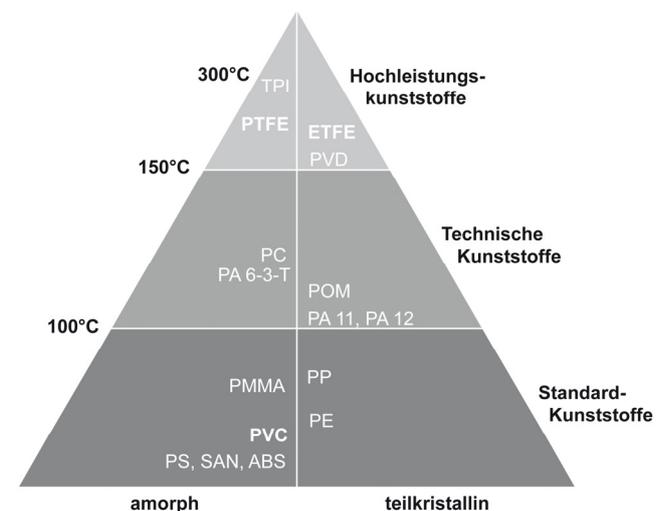


Abb.3-6 Kunststoffpyramide

Duroplaste bestehen aus engmaschigen Netzwerken mit einer Vernetzungsdichte von bis zu einem Vernetzungspunkt pro 20 Atomen [35]. Die starken chemischen Verbindungsbrücken zwischen den Molekülketten sind im ausgehärteten Zustand nicht aufschmelzbar. Duroplaste weisen nur geringe Deformationen auf und besitzen ein sprödes Bruchverhalten. Harze, wie zum Beispiel Epoxidharz oder das ungesättigte Polyesterharz gehören zur Gruppe der Duroplaste. Sie dienen als Matrixmaterial für glasfaser- und kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe (GFK und CFK).

Elastomere sind amorphe, weitmaschig vernetzte Polymere. Die Molekülketten der Elastomere sind wie bei den Thermoplasten miteinander verschlauft, weisen aber zusätzlich noch an wenigen Stellen chemisch unlösbare Verbindungen auf. Die Vernetzungsdichte ist mit ca. einem Vernetzungspunkt pro 1000 Atomen [35] weit geringer als bei den Duroplasten. Aufgrund der chemischen Vernetzungen sind Elastomere nicht schmelzbar und ein plastischer Zustand kann durch Erwärmen nicht erzielt werden. Bei geringerer Vernetzungsdichte beeinflussen die physikalischen Bindungen wie z.B. Verschlaufungen und Verhakungen zwischen den Molekülketten entscheidend das mechanische Verhalten. Bei Raumtemperatur erweichen die physikalischen Bindungen, so dass Elastomere ein gummiähnliches, elastisches Verhalten aufweisen.

3.1.4 Thermisch-mechanische Aggregatzustände

Aggregatzustände sind Zustandsbereiche, in denen sich die materiellen Eigenschaften eines Werkstoffs über einen größeren Temperaturbereich nur unwesentlich ändern. In diesen Aggregatzuständen lassen sich Werkstoffkenngrößen und das Werkstoffverhalten mit deren strukturellen Ursachen ausreichend genau definieren und beschreiben.

Für Kunststoffe unterscheidet man:

- den Aggregatzustand der Energie-Elastizität oder des Glaszustandes,
- den Aggregatzustand der Gummi- oder Entropie-Elastizität und
- den Aggregatzustand des Fließens und Schmelzens.

Zwischen diesen drei Zuständen werden zusätzlich noch die zwei Übergangsbereiche

- des Glasübergangsbereichs oder Erweichungs- und Einfrierbereichs und
- des Schmelzbereichs unterschieden.

In Abb.3-7 sind die thermisch-mechanischen Aggregatzustände eines teilkristallinen Thermoplasts (Polamid 6) bezüglich der Bruchdehnung, der Zugfestigkeit und des Schubmoduls dargestellt.

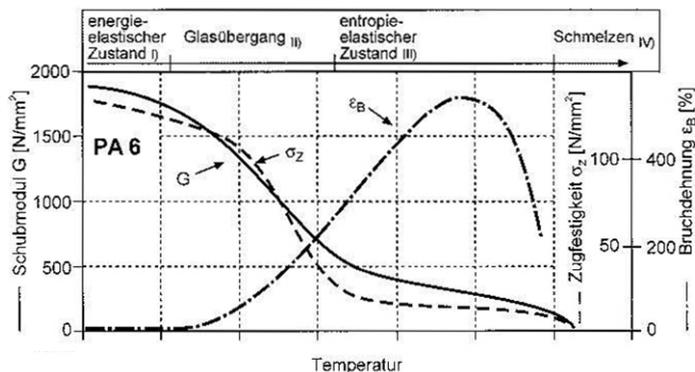


Abb.3-7 Thermisch-mechanische Aggregatzustände für Polamid 6, aus [35]

Im Zustand der **Energie-Elastizität** sind Kunststoffe fest und besitzen einen hohen E-Modul. Verformungen entstehen nur durch Änderung der intermolekularen Atomabstände

und der Bindungswinkel zwischen den Atomen. Es tritt noch kein Abgleiten von Verschlaufungen der Molekülketten ein.

Im **Entropie-Elastizitätszustand** weisen Kunststoffe ein gummiähnliches Verhalten auf. Verschlaufungen können in diesem Zustand verrutschen oder abgleiten. Bei teilkristallinen Thermoplasten wie den ETFE-Folien tritt dieses Phänomen ausschließlich in der amorphen Phase auf.

Entscheidend für die Entropieelastizität der amorphen Phase eines Kunststoffs ist das Bestreben der Molekülketten die ursprünglich verknäulte Form der Kettenordnung beizubehalten oder nach Entlastung wieder einzunehmen. Bei einer Verformung infolge einer äußeren Belastung werden die Kettenmoleküle gestreckt (vgl. Abb.3-8). Die neue gestreckte Anordnung der Ketten weist eine geringere Entropie als die verknäulte Ausgangsform auf. Diese Entropieänderung hat eine rücktreibende Kraft zur Folge, die die Molekülketten wieder in die ursprüngliche verknäulte Ausgangsform zurückführt. Dieses Umwandeln der Kettenanordnung kann jedoch nur bei ausreichender Bewegungsfreiheit der Moleküle eintreten. Hierfür notwendige Leerstellen im atomaren Gefüge werden beispielsweise durch ein Erwärmen des Materials erzeugt. Die Erwärmung führt zu Schwingungsbewegungen und damit zu freiem Volumen im atomaren Gefüge.

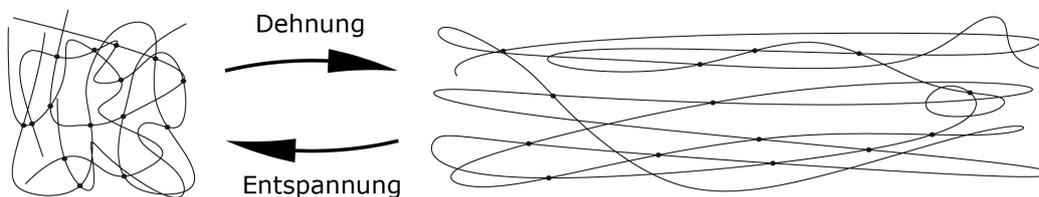


Abb.3-8 Entropieelastizität

Der Unterschied zwischen Energie- und Entropieelastizität lässt sich anschaulich am Beispiel der Verformung und anschließender Erwärmung eines Metalldrahtes und eines Gummibandes darstellen. Die Zugbeanspruchung unterhalb der Streckgrenze der beiden Materialien führt zur Dehnung des Drahtes und des Gummibandes. Beim Draht erfolgt die Dehnung durch eine Vergrößerung der Atomabstände des Metalls. Beim Gummiband werden dagegen die Kettenabschnitte zwischen den Vernetzungspunkten gestreckt, d.h. die Molekülketten werden entschlaucht. Nach der Erwärmung dehnt sich der Metalldraht weiter aus, das Gummiband zieht sich zusammen. Die Zuführung von Energie durch Temperatur führt zu einer Schwingungsanregung der gestreckten Kettenabschnitte zwischen den Vernetzungspunkten. Die Kettenbewegungen führen zu Zugkräften, die als Folge ein Zusammenziehen des Gummibandes bewirken und damit die Molekülketten wieder annähernd in die ursprünglich verknäulte Ausgangsform zurückführen.

Der **Glasübergangsbereich** kennzeichnet den Übergang vom energieelastischen in den entropieelastischen Zustand. Bei Kunststoffen erstreckt sich dieser Bereich über eine Temperaturspanne von ca. 10 bis 40 °C. Der E-Modul ändert sich in diesem Bereich um das 10 bis 1000-fache [35]. Als Glasübergangstemperatur T_g wird die Temperatur definiert, bei der die Änderungen der mechanischen Eigenschaften am stärksten auftreten. Der Begriff des Glasübergangstemperaturbereichs ergibt daraus, dass die Polymere im energie-elastischen Bereich einen dem Glas ähnlichen Zustand aufweisen. Die Bestimmung der Glasübergangstemperatur erfolgt i.d.R. thermodynamisch oder thermisch-mechanisch mit Hilfe der Differential Scanning Calorimetry – Methode (DSC) oder der Dynamisch-Thermisch-Mechanischen Analyse (DMA).

In [74] ist für das Granulat DYNEON ET 6235 (frühere Bezeichnung: Hostaflon ET 6235) das Ergebnis eines DMA-Versuchs dargestellt. Hieraus ergibt sich eine Glasübergangstemperatur von ca. 130°C für das Granulat.

Bei amorphen Kunststoffen tritt der Glasübergangstemperaturbereich im Gegensatz zu teilkristallinen Thermoplasten, Elastomeren oder Duroplasten stärker in Erscheinung.

Der **Schmelzbereich** erstreckt sich über eine Temperaturspanne von ca. 15°C. Mit zunehmenden Temperaturen und verstärkten Molekülbewegungen lösen sich die Verschlaufungen der amorphen Phasen leichter auf und ganze Makromoleküle können sich zueinander gegenseitig verschieben. Das Schmelzen der teilkristallinen Thermoplasten beginnt mit den Kristalliten geringerer Lamellendicke und setzt sich bei Temperatursteigerung auf die Kristallite mit größeren Dicken fort. Der Schmelzvorgang kann nur bei unvernetzten Polymeren wie z.B. ETFE erfolgen. Vernetzte Elastomere, wie Naturkautschuk (NR) verbleiben im entropie-elastischen Zustand und werden schließlich thermisch zersetzt.

Eine Veränderung der Aggregatzustände von Polymeren führt zwangsläufig zur Änderung vieler physikalischer Eigenschaften, wie z.B. der mechanischen Eigenschaften, der elektrischen Leitfähigkeit, der Wärmeleitfähigkeit und der Dichte. Die stärkste Änderung stellt sich dabei beim mechanischen Deformationsverhalten der Polymere ein. Mit Hilfe der zuvor dargestellten molekularen Ordnung wie der Kristallinität und der Vernetzungsart kann das Verformungsverhalten der Kunststoffe interpretiert und gedeutet werden.

3.1.5 Mechanisches Verhalten

Verformungsverhalten

Im Gegensatz zu den im Bauwesen üblichen Werkstoffen hängt das mechanische Werkstoffverhalten der Kunststoffe stärker von der Temperatur und der Belastungsgeschichte ab. Hintergrund dieser Eigenschaft sind die zuvor dargestellten chemischen und morphologischen Strukturen der Polymere, die durch unterschiedlich starke Vernetzung und Verschlaufung der Molekülketten gekennzeichnet sind. Ebenso zeigen Kunststoffe im Vergleich zu den konventionellen Werkstoffen ein geringeres Steifigkeit-zu-Festigkeit-Verhältnis auf. Damit hat das Deformationsverhalten eine besondere Bedeutung.

Die einzelnen Molekülketten sind bestrebt, durch Umlagerungsprozesse aufgebrauchte Spannungen über einen Gleichgewichtszustand abzubauen. Dieser Vorgang ist wesentlich von materialspezifischen Parametern wie der Kettenbeweglichkeit, dem Vernetzungs- und Verzweigungsgrad der Ketten, dem Molekulargewicht sowie von belastungstechnischen Einflüssen wie Geschwindigkeit, Höhe, Dauer und Beanspruchungsverhältnis der Belastung abhängig.

Thermisch-mechanische Vorgeschichten, die sich in Entschlafungen oder Verstreckungen mit ausgeprägter Orientierungen der Molekülketten und Eigenspannungszuständen zeigen sowie materielle Inhomogenitäten im Zuge des Herstellungsprozesses sind weitere Einflußgrößen, die das Deformationsverhalten der Polymere wesentlich beeinflussen.

Material- und belastungsspezifische Parameter sind zeit- und temperaturabhängig und können sich während der Einsatzdauer des Kunststoffbauteils verändern. Für die Beurteilung und Untersuchung des Deformationsverhaltens der Kunststoffe stellen daher Zeit und Temperatur die beiden wichtigsten Einflußgrößen dar.

Um aus äußeren Belastungen die Beanspruchungsverteilung im Bauteil zu bestimmen, besteht die Notwendigkeit den Zusammenhang zwischen Beanspruchung und Deformation zu kennen.

Verformungsanteile

Basierend auf den molekularen Eigenschaften lassen sich für Kunststoffe drei sich bereichsweise überlagernde Verformungsanteile unterscheiden.

1.) Eine elastische Verformung, die reversibel ist und im Aggregatzustand der Energie-Elastizität abläuft. Die elastische Verformung entsteht durch Änderung der Bindungsabstände und Bindungswinkel der Atome. Hierbei tritt noch kein Abgleiten der Verschlaufungen der Molekülketten auf [35]. Für die nur geringen elastischen Auslenkungen sind keine kooperativen Bewegungen benachbarter Bereiche notwendig, d.h. das Verformungsverhalten ist nicht von der Packungsdichte der Kunststoffe abhängig [113]. Für die strukturmechanische Analyse wird das elastische Verformungsverhalten durch eine Feder mit der Steifigkeit E_0 modelliert.

2.) Eine zeitabhängige viskoelastische oder relaxierende Verformung, die reversibel ist und die entsprechend des Aggregatzustandes der Entropie-Elastizität als das Verstrecken der verknäulten Molekülkettenabschnitte zwischen den Vernetzungspunkten gedeutet werden kann. Aufgrund der Entropieeigenschaft geht die Verformung bei Entlastung zunächst schneller zurück, um sich langsam asymptotisch vollständig zurückzubilden. Diese Entropie-elastischen Verformungen erfordern bedeutend mehr Raum als die rein elastische Verformung, da sich nun auch benachbarte Bereich kooperativ mitverformen müssen [113]. Damit ist eine höhere Aktivierungsenergie erforderlich. Als mechanisches Modell dient die Parallelschaltung einer elastischen Feder mit der Steifigkeit E_{rel} und eines Dämpfers mit der Viskosität η_{rel} .

3.) Eine zeitabhängige viskose bzw. plastische Verformung, die irreversibel ist und das gegenseitige Abgleiten der Molekülketten darstellt. Die zeitliche Verzögerung der Verformung gründet sich wiederum aus dem Umlagerungsprozess der Molekülkettenabschnitte mit dem Ziel des Auffindens einer Gleichgewichtslage. Bei den irreversiblen plastischen Verformungen lösen sich die physikalischen Verschlaufungen auf. Das zeitabhängige viskose Verhalten kann durch einen Dämpfer mit der Viskosität η_0 modelliert werden.

In Abb.3-9 sind die Verformungsanteile mit ihrem molekularen Zusammenhang und der zugehörigen mechanischen Modellierung dargestellt. Die Verformungsanteile überlagern sich bereichsweise, so dass der Polymer-Werkstoff unter Belastung bis zum Bruch elastische, viskoelastische und viskoplastische Anteile aufweist. Um das Verhalten viskoelastischer Werkstoffe möglichst genau zu beschreiben, bedient man sich im Allgemeinen der Anschauung von Feder-Dämpfer-Modellen. Jedoch bleiben diese Werkstoffmodelle für Thermoplaste auf Bereiche kleiner Dehnungen beschränkt [65]. Zur mechanischen Modellierung des Gesamtverformungsverhaltens von Thermoplasten dient oftmals das rheologische Burgers-Modell oder 4 Parameter-Modell, das als Kombination aus den jeweiligen Teilmodellen für den elastischen, viskoelastischen und plastischen Bereich besteht.

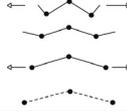
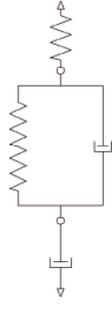
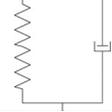
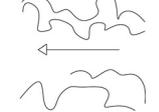
Verformung	Molekularer Ablauf		Modellierung	
elastische Verformung	Änderung der Bindungswinkel und Abstände der Atome			
relaxierende / viskoelastische Verformung	Streckung mit Orientierung der Molekülketten			
viskose und plastische Verformung	Abgleiten und Verschieben der Molekülketten			

Abb.3-9 Verformungsverhalten und mechanische Modellierung von Kunststoffen, 4-Parameter-Modell zur Beschreibung des Gesamtverformungsverhaltens

Betrachtungen über Rissbildungen und Versagensvorgängen können mit rheologischen Modellen nach der Theorie der Viskoelastizität nicht geliefert werden [65].

Nach Ehrenstein [35] wird in der Praxis das Gesamtverformungsverhalten der Kunststoffe wie der Verformungsanteil der Entropie-Elastizität als viskoelastisch bezeichnet.

Lineare und nichtlineare Viskoelastizität

Bei der Analyse des mechanischen Verhaltens von Kunststoffen zeigt sich eine über den Zeiteinfluss hinausgehende Nichtlinearität des Spannungs-Dehnungs-Verlaufes. In einem isochronen Spannungs-Dehnungsdiagramm wird die lineare Viskoelastizität durch gradlinige Isochronen (Linien gleicher Zeit) dargestellt und das nichtlineare Verhalten durch Kurven [65]. D.h. bei linearer Viskoelastizität besteht Proportionalität zwischen den Spannungen und Dehnungen zu gleichen Zeiten unter gleicher Beanspruchungsform. Die einzelnen Verformungsanteile des linear viskoelastischen Verformungsverhalten können additiv überlagert werden, d.h. das Boltzmannsche Superpositionsprinzip besitzt Gültigkeit [35].

Nichtlineare Viskoelastizität wird bei der Modellierung durch ein Feder-Dämpfer System entweder durch eine nichtlineare Federkennlinie oder durch eine nichtlineare Dämpferkennlinie modelliert.

Für die Bemessung von Bauteilen aus Kunststoffen lassen sich folgende Annahmen bezüglich der zu berücksichtigenden Verformungsanteile festlegen:

- Bei nur sehr geringen Beanspruchungen mit Verformungen können die Verformungsanteile (viskoelastisch und viskoplastisch) vernachlässigt werden.
- Bei Steigerung der Belastung bis zur Grenze des linear viskoelastischen Verformungsverhaltens werden die einzelnen Anteile additiv überlagert. Die Grenze dieser linear viskoelastischen Verformungsbetrachtung ist abhängig von der Zeit und der Temperatur. Sie ist i. d. R. etwa um die Hälfte höher als die Grenze der elastischen Verformung.

Beanspruchungen mit sehr großen Deformationen, die die linear viskoelastische Grenze überschreiten, weisen ein sehr komplexes Verformungsverhalten auf, das durch die dargestellte rheologische Modellierung nicht mehr erfassbar ist [35]. ETFE-Folien werden in der konstruktiven Anwendung meistens im linear viskoelastischen Bereich beansprucht.

Spannungs-Dehnungs-Linien

Bei der Betrachtung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens von Kunststoffen lassen sich entsprechend Abb.3-10 bis Abb.3-12 drei Verhaltensmuster unterscheiden:

- sprödes Verhalten,
- duktileres Verhalten mit Streckgrenze
- duktileres Verhalten ohne Streckgrenze

Je nachdem in welcher Geschwindigkeit und bei welcher Temperatur die Beanspruchung auftritt, kann sich ein Kunststoff bei gleicher Beanspruchung spröde oder duktil verhalten. Ein sprödes Verhalten tritt bei tiefen Temperaturen oder einer hohen Belastungsgeschwindigkeit auf, bei der die Molekülketten keine Möglichkeit haben, die aufgetragenen Spannungen durch plastische Verformungen umzulagern.

Bei langsamerer Belastungsgeschwindigkeit oder höheren Temperaturen mit verstärkten Schwingungsbewegungen der Moleküle kann ein Umlagerungsprozess zum Abbau der aufgetragenen Spannungen eher erfolgen. Die Spannungs-Dehnungslinie zeigt demnach ein duktileres, nichtlineares Werkstoffverhalten.

Tiefe Temperaturen oder hohe Beanspruchungsgeschwindigkeit

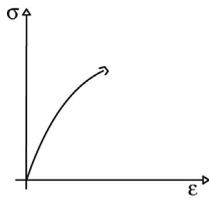


Abb.3-10 Sprödes Werkstoffverhalten

Mittlere Temperaturen oder mittlere Beanspruchungsgeschwindigkeit

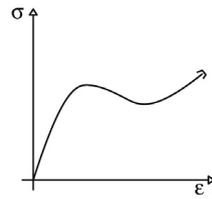


Abb.3-11 Duktileres Verhalten mit Streckgrenze

Hohe Temperaturen oder langsame Beanspruchungsgeschwindigkeit

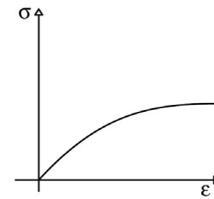


Abb.3-12 Duktileres Verhalten ohne Streckgrenze

Duroplaste zeigen i. d. R. aufgrund ihres strukturellen Aufbaus mit starker Vernetzung bei Raumtemperaturen ein eher sprödes Verhalten. Dagegen weisen die teilkristallinen Thermoplaste, zu deren Gruppe ETFE gehört, überwiegend ein duktileres Werkstoffverhalten auf. Die Ausbildung der Streckgrenze wird bei den teilkristallinen Thermoplasten dabei vom Verhalten der amorphen Phase bestimmt [35].

Für das mechanische Verhalten unter Belastung sind somit in Abhängigkeit der Temperatur zwei grundsätzliche Szenarien möglich:

$T < T_g$: Belastung bei Temperaturen unterhalb der Glasübergangstemperatur

(Duktileres Verhalten mit Ausbildung einer ausgeprägten Streckgrenze)

Zu Beginn der Belastung verhält sich die amorphe Phase des Polymers weitgehend elastisch. Es treten Entschlafungen der Molekülketten auf. Mit dem Erreichen der Streckgrenze der amorphen Phase bricht der Molekülverband der amorphen Phase zusammen. Die umliegenden Kristallite der teilkristallinen Phase stabilisieren den gebrochenen Molekülverband und gewährleisten den Zusammenhang (vgl. Abb.3-13).

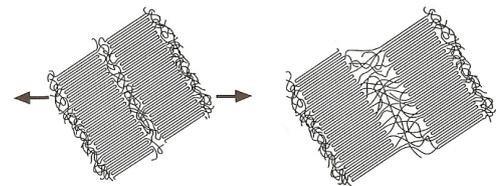


Abb.3-13 Verformung der amorphen Phase eines teilkristallinen Thermoplasts aus [35]

Es bildet sich eine Streckgrenze heraus. Aufgrund dieser Stabilisierung tritt bei teilkristallinen Thermoplasten im Gegensatz zu amorphen Kunststoffen kein Sprödbuch ein. Bei weiterer Belastung erfolgt das Abgleiten der Molekülketten der kristallinen Phase.

$T > T_g$: Belastung bei Temperaturen oberhalb der Glasübergangstemperatur

(Duktileres Verhalten ohne Ausbildung einer ausgeprägten Streckgrenze)

Die amorphe Phase ist schon erweicht, d.h. alle physikalischen Bindungen zwischen den Ketten der amorphen Phase sind gelöst. Die Molekülketten der erweichten amorphen Phase können kein elastisches Verhalten mehr aufweisen. Sie verstrecken sich sofort bei Belastungsbeginn. Der Zusammenhalt der Struktur wird wieder durch die umliegenden Kristallite gewährleistet. Bei Belastungssteigerung stellt sich ein duktileres Verhalten mit einem gleichmäßigen Verstrecken ohne Ausbildung einer Streckgrenze ein.

Da bei amorphen Thermoplasten die molekularen Bindekräfte ausschließlich durch Verschlaufungen erfolgen, tritt die Glasübergangstemperatur stärker in Erscheinung. Bei teilkristallinen Thermoplasten wird der Zusammenhalt nach dem Erweichen der amorphen Phase bei der Glasübergangstemperatur in Form der Kristallite, bei Elastomeren und Duroplasten durch zusätzliche thermisch irreversible Vernetzungspunkte gewährleistet.

Die beiden markanten Einflußfaktoren Zeit und Temperatur werden im Zeit-Temperatur-Verschiebungsgesetz (ZTV) vereinigt. Mit Hilfe des ZTV kann das Verhalten bei unterschiedlichen Temperaturen durch die Wahl entsprechender

Belastungsgeschwindigkeiten simuliert werden. In der Untersuchung des Tragverhaltens pneumatischer ETFE-Folienkonstruktionen (siehe Kapitel 8) wird dieser Zusammenhang bei der Diskussion der Ergebnisse der Berstversuche berücksichtigt. Die einzelnen Verformungsanteile mit den zugehörigen Festigkeits- und Verformungskennwerten sind in Abb.3-14 für einen monoaxial beanspruchten teilkristallinen Thermoplast dargestellt. Die Arbeitslinie entspricht qualitativ dem Verlauf einer im monoaxialen Zugversuch beanspruchten ETFE-Folie.

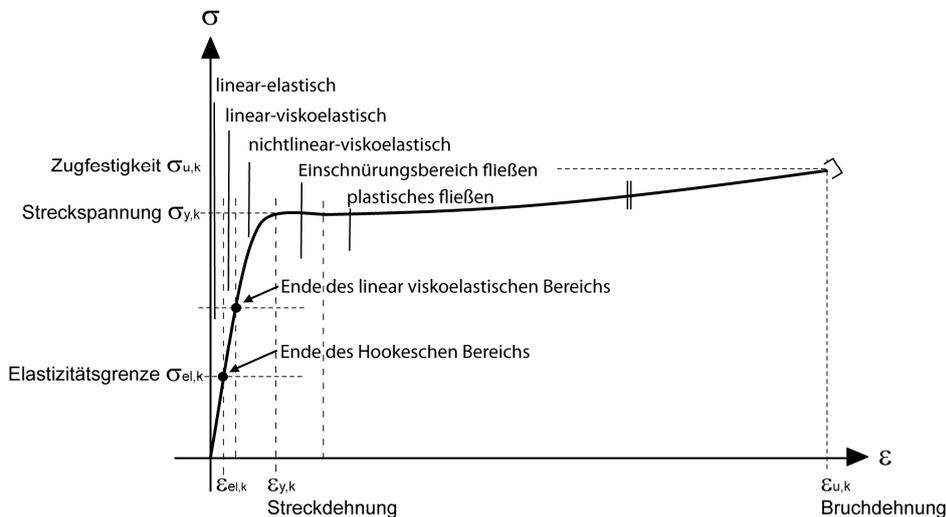


Abb.3-14 Spannungs-Dehnungs-Linie eines teilkristallinen Thermoplasts aus monoaxialem Zugversuch (qualitativ), nach [35]

3.2 Fluorpolymer-Werkstoff ETFE

Basierend auf den allgemeinen Erkenntnissen über das Werkstoffverhalten der Polymere wird im Kapitel 3.2 das mechanische Werkstoffverhalten des teilkristallinen Fluorpolymers ETFE erläutert. In Abhängigkeit unterschiedlicher Messverfahren werden die Werkstoffeigenschaften von ETFE dargestellt sowie die Einflußnahme verschiedener Parameter diskutiert.

3.2.1 Einflußfaktoren auf das mechanische Verhalten

Die Festigkeits- und Verformungskennwerte des Fluorpolymers ETFE werden von klimatischen, materiellen und belastungstechnischen Faktoren beeinflusst. Wesentliche Einflußfaktoren sind:

klimatische Faktoren

- Temperatur,

belastungstechnische Faktoren

- Belastungsgeschichte mit Dauer, Größe und Geschwindigkeit der Belastung,
- Verhältnis der Hauptspannungen (monoaxial oder biaxial),

materielle Faktoren

- Foliendicke,
- Herstellungsprozess (Folienqualität, Inhomogenitäten, Schweißnähte).

3.2.2 Prüfverfahren von ETFE-Folien

Die Werkstoffprüfung der ETFE-Folien erfolgt i.d.R. durch mono- und biaxiale Zugversuche in seltenen Fällen werden zusätzlich Berstversuche durchgeführt. Die

verschiedenen Prüfverfahren ermöglichen nur bestimmte der zuvor genannten Einflußfaktoren bei der Ermittlung der Werkstoffkennwerte zu berücksichtigen.

1.) Monoaxialversuche

Standardisierte Monoaxialversuche mit uniaxialer Beanspruchung wie Kurzzeitzugversuche nach DIN EN ISO 527 Teil 1 [32] und Teil 3 [33] oder Langzeitversuche (Zeitstandszugversuche) nach DIN 53444 [29] dienen zur Ermittlung der Elastizitätsmodule, der Kriechmodule und der Querkontraktionszahl. Bruchdehnungen und Bruchspannungen unter einem 1-achsigen Spannungszustand in Abhängigkeit der Temperatur, der Beanspruchungsdauer und der Dehngeschwindigkeit sind ermittelbar. Monoaxialversuche dienen auch zur Untersuchung des Kriech- und Relaxationsverhaltens sowie zur Kontrolle der Materialqualität der Folie. Die Untersuchung des Werkstoffverhaltens unter Berücksichtigung mehrachsiger Spannungszustände ist mit Monoaxialversuchen nicht durchführbar.

2.) Biaxialversuche

Biaxialversuche von ETFE-Folien ermöglichen die Untersuchung des Werkstoffverhaltens für biaxiale Beanspruchungszustände unter Berücksichtigung verschiedener Beanspruchungsverhältnisse. Das Kriech- und Relaxationsverhalten ist bestimmbar. Biaxiale Kurzzeitzugversuche mit zyklisch aufgebrachten Belastungen dienen zur Analyse des nichtlinearen Verhalten der ETFE-Folien infolge Be- und Entlastung. Hysteresen infolge der zyklischen Laststeigerungen ermöglichen die Aufspaltung der Gesamtverformung in elastische und plastische Verformungsanteile. Eine Untersuchung des Werkstoffverhaltens von ETFE-Folien bei großen Dehnungen oder die Untersuchung des Bruchverhaltens der Folien ist mit Biaxialversuchen nicht durchführbar.

ETFE weist bei Beanspruchungen bis zum Bruch sehr große Dehnungen auf. Die Biaxialversuche erfolgen i.d.R. mit kreuzförmigen Folienproben, an deren vier Seitenarme die Prüflasten eingeleitet werden. Bei großen Prüfbeanspruchungen und damit verbundenen großen Dehnungen beginnen die Seitenarme der Kreuzproben frühzeitig zu fließen. Oftmals ist ein frühzeitiges Versagen der Kreuzproben in den ausgerundeten Ecken zu beobachten.

Eine Messung der Werkstoffkennwerte von ETFE-Folien bei Beanspruchungen über den Fließbeginn hinaus sowie die Untersuchung des Bruchverhaltens kann demnach mit Hilfe der üblichen Biaxialversuche nicht erfolgen. Maßnahmen zur Stabilisierung der Seitenarme können den Messbereich geringfügig vergrößern.

3.) Berstversuche

Berstversuche stellen eine dritte Möglichkeit der Messung der Werkstoffkennwerte dar. Sie ermöglichen die Untersuchung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens bis weit über die Fließgrenze hinaus. Ebenso kann das Bruchverhalten unter einem mehrachsigen Spannungszustand mit Hilfe von Berstversuchen analysiert werden. Berstversuche erfolgen i.d.R. meist an zylindrischen oder kreisförmigen Probekörpern. Vereinzelt werden auch Berstversuche an 1:1-Musterkissen von auszuführenden ETFE-Folienpneus durchgeführt. Schwierigkeit bereitet oftmals die exakte 3D-Deformationsmessung der transparenten Folien unter großen Dehnungen.

Aufgrund des mehrachsigen Spannungszustandes simulieren Berstversuche gerade für pneumatische Konstruktionen die vorherrschenden Beanspruchungszustände. Untersuchungen des Kriech- und Relaxationsverhaltens der Folien sind jedoch mit Berstversuchen nur bedingt durchführbar. Auch ist die Festlegung einer einheitlichen konstanten Dehngeschwindigkeit über die gesamte Versuchsdauer und Probengeometrie nur bedingt realisierbar. Hierzu müsste die Steuerung des Innendruckes entsprechend den Dehnungszuständen permanent angepasst werden.

4.) Dynamisch-Mechanische-Analysen (DMA)

Dynamisch-Mechanische-Analysen (DMA) sind Prüfmethode, bei denen geringe dynamisch aufgeprägte Deformationen i.d.R. keine makroskopischen Schädigungen hervorrufen. DMA dienen der Simulation von schlag-, stoß-, und schwingungsartigen Beanspruchungen. Sie ermöglichen die Messung mechanischer Eigenschaften für kleine Deformationen in Abhängigkeit der Temperatur und der Dehngeschwindigkeit. Informationen zum Versagensverhalten und zu den Beanspruchungsgrenzen werden nicht erzielt [115].

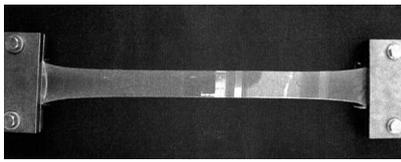


Abb.3-15 Monoaxialversuch

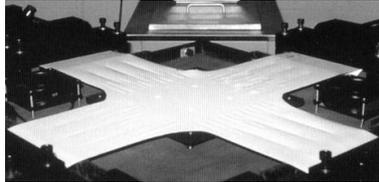


Abb.3-16 Biaxialversuch

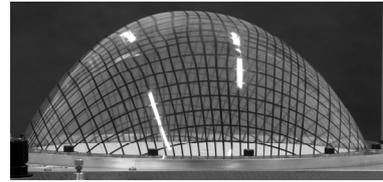


Abb.3-17 Berstversuch

Schlussfolgerung

Um die Werkstoffkennwerte von ETFE-Folien unter Berücksichtigung aller wesentlichen Einflußfaktoren in allen Dehnungsbereichen zu untersuchen, ist eine Kombination der Prüfverfahren sinnvoll.

3.2.3 Stand der Forschung - Einfluß mehrachsiger Spannungszustände

Wie im Kapitel 3.2.2 erläutert, besteht im speziellen Fall der ETFE-Folien gegenüber den textilen Membranmaterialien die Schwierigkeit, mit Hilfe von biaxialen Zugversuchen das nichtlinear viskoelastische Werkstoffverhalten bei großen Dehnungswerten exakt zu untersuchen.

Für die mechanische Berechnung von Kunststoffbauteilen wie auch ETFE-Folien werden einachsig gemessene Werkstoffkennwerte herangezogen. Aus dem einachsigen Kurzzeitzugversuch folgt der Elastizitätsmodul, aus dem Zeitstandzugversuch der Kriechmodul und auch die Querkontraktionszahl wird im einachsigen Versuch ermittelt. Für die Bemessung der Folien unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen werden i.d.R. diese einachsig gemessenen Werkstoffkennwerte zugrunde gelegt und mit Abminderungsfaktoren reduziert, um die Mehrachsichtigkeit der Beanspruchungen zu berücksichtigen.

Unter Annahme isotroper, linear viskoelastischer von der Geometrie unabhängiger Werkstoffeigenschaften ist eine Übertragung der Werkstoffkennwerte aus uniaxialer Prüfung auf mehrachsige Beanspruchungszustände prinzipiell möglich [101]. Jedoch wie im Kapitel 3.1.5 gezeigt, weisen thermoplastische Fluorpolymerwerkstoffe, wie ETFE, auch ein verstärktes nichtlinear viskoelastisches Werkstoffverhalten auf. Nach Wanders [111] tritt dieses Verhalten der Thermoplaste bereits schon im Gebrauchstemperaturbereich auf. Die nichtlineare Viskoelastizität hat zur Folge, dass das Boltzmannsche Superpositionsprinzip keine Gültigkeit besitzt und die Werkstoffkennwertfunktionen von der Zeit, der Temperatur, der Belastungsgeschichte und des Beanspruchungszustandes wesentlich abhängig ist. Bei der Transformation einachsig ermittelter Werkstoffkennwertfunktionen auf mehrachsige Beanspruchungszustände, die in der Praxis die Regel darstellen, müssen für thermoplastische Polymere diese Zusammenhänge berücksichtigt werden.

Im Folgenden wird der Einfluß mehrachsiger Beanspruchungszustände auf das Werkstoffverhalten nichtlinearer viskoelastischer Thermoplaste im Allgemeinen sowie im speziellen Fall der ETFE-Folien diskutiert.

Stand der Forschung zur mehrachsigen Beanspruchung von Thermoplasten

Die Untersuchungen der Mehrachsigkeit erfolgen an unterschiedlichen Prüfmaschinen mit unterschiedlichen Versuchstechniken. Gängige Verfahren zur mehrachsigen Werkstoffprüfung sind u.a.:

- Dick- und dünnwandiger Rohrendruckversuch mit kombinierten Beanspruchungen aus Zug, Torsion, Innen- und Aussendruck,
- Biaxialzugversuche an kreuzförmigen Probekörpern mit verstärkten oder geschlitzten Armen zur Einleitung der Belastung,
- Plattenförmige Probekörper, wie zum Beispiel biegebeanspruchte Platten und
- Berstversuche von Membranen unter Innendruck.

Publikationen zur Werkstoffprüfung von ETFE-Folien behandeln überwiegend uniaxiale und biaxiale Prüfungen. In Moritz [74] sind umfangreiche Monoaxial- und Biaxialzugversuche bis zur Fließgrenze von ETFE-Folien ausgewertet und dargestellt. Moritz gibt in [74] erstmalig Abminderungsfaktoren für mehrachsige Beanspruchungszustände für ETFE-Folien an. Auswirkungen der Mehrachsigkeit auf das Werkstoffverhalten der ETFE-Folien sind sonst in der Literatur nicht näher dargestellt.

Allgemeine Vorschriften zur Transformation einachsig ermittelter Kennwertfunktionen auf mehrachsige Beanspruchungen für Materialien des Membranbaus liegen nur für die textilen faserverstärkten Gewebematerialien vor. Minte [70] veröffentlichte erstmals 1981 Kennwerte zur Ermittlung von Bemessungswerten von Gewebematerialien. Im European Design Guide for Tensile Surface Structures aus dem Jahre 2004 [42] wurden diese Erkenntnisse aufgegriffen und Richtlinien für die Bemessung von Membrantragwerken vorgeschlagen. Jedoch beziehen sich die Richtlinien und Kennwerte ausschließlich auf textile Gewebe und nicht auf Folien.

Für die thermoplastischen Polymer-Werkstoffe im Allgemeinen erfolgen u.a. am Institut für Kunststoffe im Maschinenwesen an der GH-Universität Essen und dem Institut für Kunststoffverarbeitung an der RWTH Aachen umfangreiche Untersuchungen zum Werkstoffverhalten unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen.

So zeigten Schmachtenberg und Wanders [102] bei der Auswertung dehnungsgeregelter biaxialer Zug- und Druckversuche an biaxial belasteten Kunststoffrohren den deutlichen Einfluß der Mehrachsigkeit auf das Spannungs-Dehnungsverhalten. Es zeigte sich ebenso deutlich, dass anisotrope Eigenschaften der Probeprüfkörper einen signifikanten Einfluß auf die Sekantenmodul- und Querkontraktionsfunktionen haben.

Die Untersuchungen von Schmachtenberg [101] zeigen die Notwendigkeit von Transformationsregeln bei der Übertragung von uniaxial gemessenen Werkstoffkennwerten auf mehrachsige Beanspruchungszustände. Ein definierter Transformationsparameter M , der aus der energetischen Betrachtung der Fließgrenze ermittelt wird, dient dabei zur Berücksichtigung der Mehrachsigkeit. Bardenheier belegt in [2], dass mit Blick auf die Bruchgrenze dieser von Schmachtenberg ermittelte Transformationsparameter M für Kunststoffe keine Allgemeingültigkeit besitzt.

Die Untersuchung des Langzeitverhaltens unter ein- und zweiachsiger Belastung von Kunststoffen mit der Ermittlung eines Langzeitbemessungskennwertes, bis zu dem spezielle Kunststoffbauteile belastet werden können, wird von Sarabi in [94] dargestellt.

Wanders [111] untersucht die mechanischen Eigenschaften unter biaxialen Beanspruchungen anhand von kreuzförmigen Probekörpern und entwickelt für ausgewählte Thermoplaste ein Berechnungsmodell zur verbesserten Vorhersage des nichtlinearen viskoelastischen Verhaltens unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen. Zahlreiche weitere Arbeiten und Publikationen befassen sich mit dem Einfluß der Mehrachsigkeit einer mechanischen Beanspruchung an rohrförmigen Probekörpern. Stellvertretend sei auf die Arbeiten von Yazici [115] verwiesen.

Die Ermittlung von Versagenskriterien bei der Bauteildimensionierung unter mehrachsigen Beanspruchungen ist ein weiterer Untersuchungsschwerpunkt von Thermoplasten. Dabei steht nicht das Verhalten des Werkstoffs während der Belastung im Mittelpunkt, sondern es wird das Versagen unter unterschiedlichen Beanspruchungen betrachtet. Für isotrope Polymerwerkstoffe werden hierbei von Bardenheier [2] Potentialbedingungen und ihre Anwendbarkeit diskutiert.

Es bleibt festzuhalten, dass zwar Forschungstätigkeiten für ausgewählte Thermoplaste über den Einfluß der Mehrachsigkeit von mechanischen Beanspruchungen durchgeführt wurden. Das Verhalten des Werkstoffs ETFE unter mehrachsiger Beanspruchung oberhalb der Fließgrenze bis zum Bruchzustand wurde jedoch bisher nicht näher untersucht. Zwar berücksichtigen die im Membranbau verwendeten Abminderungsfaktoren (A-Faktoren, siehe Kapitel 8.2) zur Ermittlung von Bemessungskennwerten u.a. auch den Einfluß der Mehrachsigkeit. Jedoch sind diese ausschließlich für faserverstärkte Gewebematerialien ermittelt worden. Für ETFE-Folien wurden bisher noch keine Transformationsfunktionen zur Berechnung der Werkstoffkennwerte bei mehrachsigen Beanspruchungszuständen ermittelt.

Werkstoffverhalten unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen

Die Auswirkung der Mehrachsigkeit auf das Werkstoffverhalten kann deutlich anhand der Spannungs-Dehnungs-Linien erläutert werden.

Zu diesem Zweck erfolgt der Vergleich von Dehnungs- und Spannungswerten für einen ideal elastischen, isotropen Werkstoff für den monoaxialen und biaxialen Beanspruchungsfall. Das Hooke'sche Gesetz bestimmt dabei in einfacher Weise den Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen über den Elastizitätsmodul sowie die Querkontraktionszahl. Bei einem nichtlinearen Werkstoffverhalten geht der konstante E-Modul in den Sekantenmodul E_s über. Folgende Annahmen werden gestellt:

- nichtlineares Werkstoffverhalten mit Sekantenmodul E_s (die Mehrachsigkeit hat keinen Einfluß auf E_s)
- konstante Querkontraktionszahl ν ,
- isotropes Werkstoffverhalten,
- σ_y als Hauptzugrichtung mit maximaler Dehnung ε_y .

Es gilt für den monoaxialen Zugversuch (Index M):

$$\sigma_{x,M} = 0 \quad (3-1)$$

$$\sigma_{y,M} = E_s \cdot \varepsilon_y \quad (3-2)$$

Für den Sekantenmodul E_s gilt dann:

$$E_s = \frac{\sigma_{y,M}}{\varepsilon_y} \quad (3-3)$$

Es gilt für den biaxialen Zugversuch (Index B):

$$\sigma_{x,B} = \sigma_{y,B} \quad (3-4)$$

$$\sigma_{x,B} = \frac{E_s}{1-\nu} \cdot \varepsilon_x \quad (3-5)$$

$$\sigma_{y,B} = \frac{E_s}{1-\nu} \cdot \varepsilon_y \quad (3-6)$$

Für den Sekantenmodul E_s gilt dann:

$$E_s = \frac{\sigma_{y,B}}{\varepsilon_y} \cdot (1-\nu) \quad (3-7)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Mehrachsigkeit keinen Einfluß auf den Sekantenmodul E_s besitzt, gilt mit Gleichungen (3-2) und (3-6) für das Verhältnis der Spannungen in y -Richtung bei gleichen Dehnungen ε_y der Zusammenhang:

$$\frac{\sigma_{y,B}}{\sigma_{y,M}} = \frac{1}{1-\nu} \quad (3-8)$$

Bei Betrachtung zweier Grenzfälle mit ν zwischen 0,35 und 0,50 lässt sich für das Spannungsverhältnis folgende Grenzwerte angeben:

$$1,54 \leq \frac{\sigma_{y,B}}{\sigma_{y,M}} \leq 2,0 \quad (3-9)$$

Geometrisch interpretiert bedeutet das Verhältnis aus Gleichung (3-9), dass unter den getroffenen Annahmen die biaxiale Spannungs-Dehnungs-Linie über der einachsigen Spannungs-Dehnungs-Linie verlaufen muss. Bei gleichen Dehnungen treten bei biaxialen Beanspruchungszuständen größere Folienspannungen auf.

Unterhalb der Streckgrenze kann für ETFE-Folien näherungsweise eine Querkontraktionszahl von $\nu = 0,45$ festgelegt werden. Damit ergibt sich für das Spannungsverhältnis nach Gleichung (3-8) :

$$\frac{\sigma_{y,B}}{\sigma_{y,M}} = 1,82 \quad (3-10)$$

Abb.3-18 zeigt qualitativ den Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linien für den Fluorpolymerwerkstoff ETFE mit einer Foliendicke von $d=200\mu\text{m}$

- aus einem gemessenen monoaxialen Zugversuch (Kurve 1),
- aus einem gemessenen biaxialen Zugversuch mit Spannungsverhältnis 1:1 (Kurve 2),
- aus der Berechnung für eine biaxiale Beanspruchung mit monoaxialen Versuchsergebnissen nach Gleichung (3-8) und (3-10) mit Querkontraktionszahl 0,45 (Kurve 3).

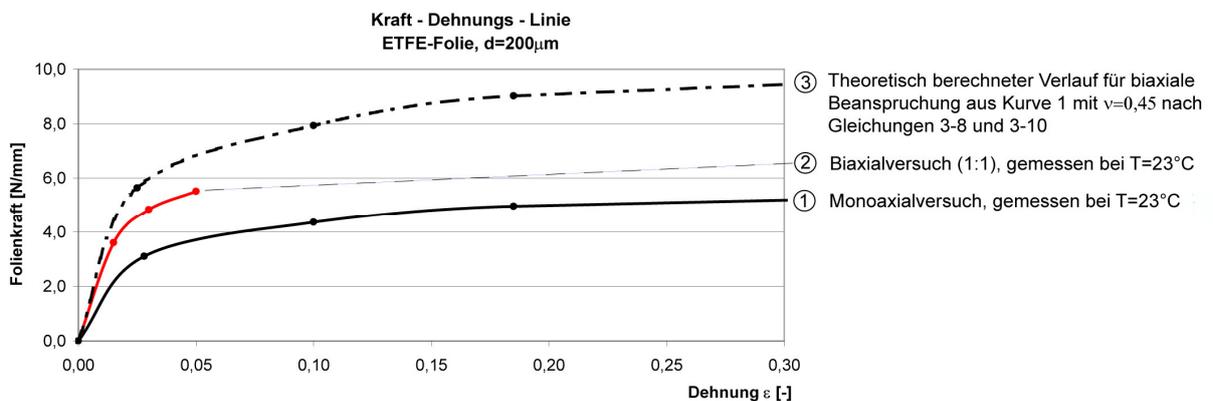


Abb.3-18 Kraft-Dehnungs-Linie für ETFE aus gemessenem Monoaxialversuch [74] und Biaxialversuch sowie rechnerisch ermittelte theoretische biaxiale Kennlinie nach Gleichung (3-8) und (3-10) mit Querkontraktionszahl $\nu = 0,45$ (jeweils qualitativer Verlauf).

Die Spannungs-Dehnungslinie der biaxialen Beanspruchung verläuft oberhalb der monoaxialen Kennlinie und bestätigt den theoretischen Ansatz. Bei sehr kleinen Dehnungen ($< 0,5\%$) besteht eine gute Übereinstimmung zwischen den Kurven. Bei größeren Dehnungen jedoch treten deutliche Abweichungen auf.

Die Abweichungen zwischen gemessener biaxialer und monoaxialer Kennlinie sind jedoch geringer als dies der rechnerisch ermittelte biaxiale Verlauf ergeben würde. Die biaxialen Versuchsergebnisse befinden sich zwischen den beiden Kennlinie. D.h. die getroffenen

idealisierten Annahmen zur rechnerischen Ermittlung nach Gleichungen (3-1) bis (3-10) entsprechen nicht exakt den Werkstoffeigenschaften.

Bei den festgelegten Annahmen sind die folgenden Zusammenhänge zu diskutieren.

Annahme: Mehrachsigkeit ohne Einfluß auf den Sekantenmodul E_s

Schmachtenberg [101] und Overath [86] zeigen für Thermoplaste, dass sich der Sekantenmodul E_s bei Thermoplasten mit zunehmender Beanspruchung verringert. Eine zunehmende Beanspruchung kann beim einachsigen Zugversuch eine ansteigende Dehnung sein und im biaxialen Fall eine erhöhte Mehrachsigkeit bedeuten. Es zeigt sich, dass die Werkstoffbeanspruchung bei gleicher Dehnung im biaxialen Fall höher als im einachsigen Fall (vgl. Abb.3-18 Kurve 1 und 2) ist. Folglich muss mit den Erkenntnissen von Schmachtenberg [101] und Overath [86] aufgrund des höheren Beanspruchungsniveaus die Verringerung des Sekantenmoduls E_s im biaxialen Zustand stärker als im monoaxialen Zustand erfolgen. Damit reduzieren sich die Grenzen des Spannungsverhältnisses aus Gleichung (3-9). Die berechneten Grenzen des

Verhältnisses $\frac{\sigma_{y,B}}{\sigma_{y,M}}$ nach Gleichungen (3-9) und (3-10) müssen sich weiter nach unten

verschieben. Die Spannungs-Dehnungs-Linien nähern sich mit größer werdender Beanspruchung stärker an. Dies bedeutet bei Annahme einer konstanten Querkontraktion und isotropem Werkstoffverhalten können die Abweichungen zwischen der monoaxialen und biaxialen Spannungs-Dehnungs-Kurve als Einfluß der Mehrachsigkeit auf den Sekantenmodul gedeutet werden.

Annahme: konstante Querkontraktion

Das rechnerisch ermittelte Spannungsverhältnis zwischen monoaxialer und biaxialer Beanspruchung der Gleichung (3-9) setzt eine konstante Querkontraktionszahl $\nu = 0,45$ voraus. Moritz [74] untersuchte mit zyklischen Biaxialversuchen den Einfluß der Temperatur und der Belastung auf die Querkontraktionszahl. Er zeigt, dass die Querkontraktionszahl ν unterhalb der Streckgrenze eine geringe Schwankungsbreite zwischen den Werten 0,42 und 0,50 aufweist. Mit zunehmender Spannung steigt der Wert kontinuierlich an. Bei tiefen Temperaturen erfolgt das Ansteigen moderater. Das Verhalten der Querkontraktionszahl bei Beanspruchungen oberhalb der Streckgrenze ist bisher für ETFE-Folien noch nicht untersucht worden.

Unter Berücksichtigung der geringen Schwankungsbreite ist die getroffene Annahme einer konstanten Querkontraktion von $\nu = 0,45$ für Beanspruchungen unterhalb der Streckgrenze vertretbar.

Annahme: isotropes Werkstoffverhalten

Für die qualitative Beurteilung der Mehrachsigkeit wird ein isotropes Verhalten vorausgesetzt. In Kapitel 5.2.2 wird das isotrope Verhalten der untersuchten ETFE-Folien beurteilt. Es zeigt sich, dass erst im letzten Versuchsdrittel bei großen Dehnungen mit plastischen Verformungen die kreisförmigen Folien ein anisotropes Verhalten zeigen. Biaxiale Zugversuche bescheinigen den Folien bis zur Streckgrenze und etwas darüber hinaus ein nahezu isotropes Verhalten [3]. Für Beanspruchungen unterhalb der Streckgrenze kann demnach eine Isotropie angenommen werden.

Die Abweichungen der unterschiedlichen Verläufe aus rechnerisch und experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs-Linien bei biaxialen Beanspruchungszuständen sind für Beanspruchungen unterhalb der Streckgrenze im Wesentlichen auf den veränderten Sekantenmodul E_s zurückzuführen. Oberhalb der Streckgrenze können zusätzlich eine Veränderung der Querkontraktionszahl und ein anisotropes Verhalten eine Abweichung hervorrufen.

Geometrisch anschaulich kann der Einfluß der Mehrachsigkeit anhand des Deformationsverhaltens zweier quadratischer Probekörper, die mit der identischen Spannung σ_1 monoaxial und biaxial beansprucht werden, erklärt werden. Für den Fall identischer Beanspruchung stellt sich entsprechend Abb.3-19 bei biaxialer Beanspruchung eine geringere Verformung ein. Der biaxiale Beanspruchungszustand stabilisiert den Probekörper und führt zu geringeren Dehnungen.

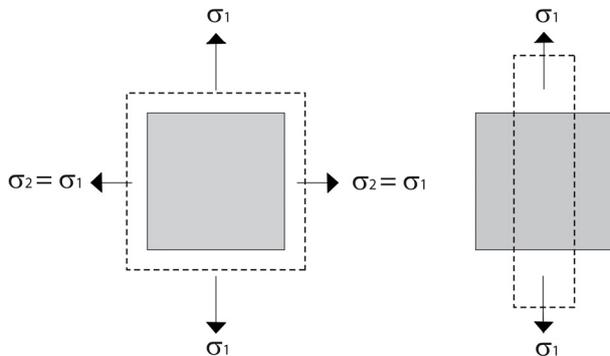


Abb.3-19 Deformationsverhalten eines Probekörpers mit monoaxialer und biaxialer Beanspruchung

Abb.3-19 zeigt einen wesentlichen strukturmechanischen Unterschied zwischen monoaxialer und biaxialer Beanspruchung.

Bei der monoaxialen Beanspruchung entzieht sich das Material der Belastung durch die Aktivierung angrenzender Materialbereiche. In Abhängigkeit der Querkontraktion verringert sich die Breite des Materials senkrecht zur Beanspruchungsrichtung. Der biaxiale Beanspruchungszustand ermöglicht dieses Verhalten nicht. Bei Belastungen oberhalb der Streckgrenze muss sich verstärkt die Materialdicke reduzieren.

Zur Messung der Dickenänderung von ETFE-Folien während eines Deformationsprozesses existiert bislang noch keine Messeinrichtung. Auch bei den Berstversuchen in dieser Arbeit wurden die Dickenänderungen während des Aufblasvorgangs nicht gemessen.

3.2.4 Stand der Forschung - Mechanisches Verhalten von ETFE-Folien

Die Verwendung von ETFE-Folien im Bauwesen hat in den letzten 5 Jahren weltweit sehr stark zugenommen. Mit dem gesteigerten Fachwissen der Projektbeteiligten über das Werkstoffverhalten von ETFE-Folien sind im Zuge der verstärkten Verwendung die projektbezogenen Werkstoffprüfungen stetig weiter differenziert worden.

Da jedoch die meisten dieser Prüfungen unveröffentlicht sind, können die gewonnenen Erkenntnisse für eine vergleichende wissenschaftliche Bewertung über das Werkstoffverhalten nicht verwendet werden.

Dieser Abschnitt über den Stand der Forschung des mechanischen Verhaltens der ETFE-Folien beinhaltet die publizierten und verfügbaren Beiträge von mono- und biaxialen Zugversuchen, Berstversuchen sowie dynamisch-thermischen-Analysen. Nachfolgend werden die Institutionen, die umfangreichere Versuche an ETFE-Folien durchführten mit den jeweiligen Prüfmethode aufgelistet und wesentliche Erkenntnisse dargestellt. Für weitergehende Informationen zu den Studien sei auf die Arbeit von Moritz [74] und den genannten Quellen verwiesen.

Moritz - Technische Universität München (2007)

Die am Lehrstuhl für Tragwerksplanung der technischen Universität München verfasste Dissertation von Moritz aus dem Jahre 2007 [74] stellt erstmalig die bis dahin durchgeführten mechanischen Versuche an ETFE-Folien und die Ergebnisse zusammen. Darüber hinaus sind von Moritz [74] mono- und biaxiale Zugversuche, Dynamisch-Thermisch-Mechanische Analysen sowie ein Berstversuch an einem 1:1 Folienkissen durchgeführt und ausgewertet worden.

Die Auswertung der Versuchsergebnisse umfasst die quantitative Darstellung wesentlicher Einflußfaktoren wie z.B. der Temperatur, der Dehngeschwindigkeit, der Foliendicke, der Beanspruchungsgröße und der Prüfverfahren auf das mechanische Verhalten der ETFE-Folien.

Zusätzlich werden die für die Bemessung notwendigen Werkstoffkennwerte (E-Modul, Schubmodul, Querkontraktionszahl, Fließdehnung und Fließspannung) in Abhängigkeit der Temperatur und der Dehngeschwindigkeit angegeben.

Aus monoaxialen Kurzzeitzugversuchen sind die Bruchdehnungen mit den zugehörigen Bruchspannungen in Abhängigkeit der Temperatur, der Probenabmessung, der Foliendicke und der Dehngeschwindigkeit ausgewiesen.

Moritz prüfte die Verwendung des für Kunststoffe im Allgemeinen gültige Zeit-Temperatur-Verschiebungsgesetz (ZTV) für ETFE-Folien. Mit seinen Untersuchungen wurde damit erstmalig das bis dahin im Membranbau noch unbekanntes ZTV-Gesetz auch für ETFE-Folien eingeführt. Moritz gibt in [74] anhand seiner Versuchsauswertung für den baupraktischen Temperatur- und Dehngeschwindigkeitsbereich Faktoren des ZTVs für ETFE-Folien an.

Berstversuche beschränken sich auf ein 1:1-Modell eines ETFE-Folienpneus. Der Einfluß mehrachsiger Beanspruchungszustände auf das Bruchverhalten der Folien wird von Moritz nicht detailliert untersucht.

De Vries - Delft University of Technology (2003)

Im Jahre 2003 wurden von De Vries [24] an der Delft University of Technology (TU) monoaxiale Kurzzeitzugversuche, biaxiale Kurzzeitzugversuche mit unterschiedlichen Spannungsverhältnissen sowie mono- und biaxiale Kriechversuche bei einer Temperatur von 20°C durchgeführt.

De Vries stellt aus den Monoaxialversuchen eine Abhängigkeit der Folieneigenschaften von der Probenlänge, bei konstanter Probenbreite und Prüfgeschwindigkeit her. In der wissenschaftlichen Studie wird die Fließgrenze sowie die Proportionalitätsgrenze über Tangenten an die Spannungs-Dehnungs-Linie konstruiert und für diese Grenzpunkte die Spannungen ermittelt.

Unterschiedliche Temperaturen sowie der Einfluß der Dehngeschwindigkeit wurden von De Vries in den Untersuchungen nicht berücksichtigt. Bei den biaxialen Zugversuchen stellt sich frühzeitig eine Schiefstellung des Probekörpers ein, die auf Herstellungsungenauigkeiten der Folie oder Asymmetrie des Biaxialtisches zurückzuführen ist. Dieser Umstand erschwert eine differenzierte und vergleichende Bewertung der Ergebnisse.

Saxe - Universität Duisburg Essen (2002)

Im Zuge des Projektes der Deutschen Bundesstiftung Umwelt (DBU) wurden im Jahr 2002 an der Universität Duisburg-Essen mono- und biaxiale Kurzzeitzugversuche, biaxiale Zugversuche mit zyklischer Laststeuerung und monoaxiale Dauerlastversuche an ETFE-Folien sowie an Teilflächen- und Randverbindungen durchgeführt. Auszüge dieser Ergebnisse bezüglich des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs, der Querkontraktionszahl, des E-Moduls, des Kriechverhaltens bei unterschiedlichen Belastungsgrößen und der Zugfestigkeit sind in Barthel, Burger [4], Saxe [95] und Barthel, Burger, Saxe [3] veröffentlicht.

Alle Versuche erfolgten bei einer Prüftemperatur von 23°C. Die Biaxialversuche ergaben ein nahezu isotropes, gutmütiges Werkstoffverhalten der ETFE-Folie.

Aus den monoaxialen Kurzzeitzugversuchen an breiten Streifenproben ergaben sich mittlere Zugfestigkeiten von ca. 40 N/mm². Die Bruchdehnung betrug in etwa 340%. In

den monoaxialen Zugversuchen konnte bei Rissbildung bei gleich bleibender Belastung keine Fortschreitung der Risse beobachtet werden.

Die Spannungs-Dehnungs-Linie der Biaxialversuche (Spannungsverhältnis 1:1) zeigte zu Beginn einen linear-elastischen Verlauf, zwischen 13,3 und 17,8 N/mm² eine nichtlineare Abflachung der Kurve und oberhalb 17,8 N/mm² wieder einen näherungsweise linearen jedoch flacheren Verlauf als zu Beginn.

Die Querkontraktionszahl wurde mit 0,45 ermittelt und als Elastizitätsmodul wurde für den linear-elastischen Bereich ein Wert von 650-700 N/mm² bestimmt.

Kriechversuche bei unterschiedlichen Lastniveaus ergaben eine starke Dehnungszunahme bei zunehmender Last. Die ermittelte Gesamtverformung setzte sich aus sofortigen elastischen Anteilen, stark ausgeprägten verzögerten elastischen Verformungen und verzögert plastischen Anteilen zusammen. Bei einem Lastniveau von ca. 40% der Elastizitätsgrenze bildete sich die Verformung nahezu vollständig zurück.

Einflüsse der Dehngeschwindigkeit und des Spannungsverhältnisses (der Mehrachsigkeit der Beanspruchungen) sowie der Temperatur auf das mechanische Verhalten der ETFE-Folien wurden hier nicht untersucht.

Ansell - University of Bath (1985)

Im Auftrag des Buro Happold Consulting Engineers wurden 1985 von Ansell [1] an der University of Bath die mechanischen Eigenschaften von ETFE-Folie zur Verwendung als Gebäudehülle untersucht.

Monoaxiale Kurzzeitzugversuche, Weiterreißtests und Kriechversuche wurden dabei an ungeschädigten sowie an geschädigten ETFE-Folien durchgeführt. Die Schädigung erfolgte durch 105°C heißem, destilliertem Wasser, in dem die Folien acht Wochen lagerten. Weiterreißtests wurden an geknickten Folien durchgeführt. Der Einfluß von Alterungseffekten auf das mechanische Verhalten wurde mit Hilfe einer gefilterten Xenon-Bogenlichtbestrahlung untersucht.

In der Studie wurden die Fließspannungen und Fließdehnungen, der E-Modul, das Kriechverhalten und der Weiterreißwiderstand in Abhängigkeit der Temperatur, der Vorbeanspruchung (105°C) und der Alterung ermittelt. Der Einfluß von Dehngeschwindigkeiten und mehrachsigen Beanspruchungszuständen wurde bei den Versuchen nicht berücksichtigt.

Die Untersuchungen an der Universität Bath ergaben, dass ETFE-Folien einen exzellenten Widerstand gegenüber Feuchtigkeit, Umwelteinflüssen wie UV-Strahlung und Rißausbreitung aufweisen. Die monoaxiale Streckgrenze wurde von Ansell mit 13,1 N/mm² bei einer Dehnung von 2,78% angegeben. Die Bruchfestigkeit war geringfügig unter 20 N/mm². Der Folie wurde ein Kriechverhalten auch bei geringen Temperaturen attestiert. Bei der Verwendung der Folie als Gebäudehülle wurde darauf hingewiesen, bei heißen Umgebungstemperaturen den Zusammenhang zwischen Folientemperatur und Abbau der Vorspannung infolge Kriechen zu berücksichtigen

Firma Nowofol - D-SET Laboratories, Arizona (1979-1989)

In den Jahren 1979-1989 erfolgten im Auftrag der Firma Nowofol an dem D-SET Laboratories in Arizona (USA) Langzeitstudien über den Einfluß der Freibewitterung von ETFE-Folien.

Die über 10 Jahre durchgeführten Versuche hatten das Ziel, den Einfluß starker UV-Strahlung auf die Zug- und Bruchfestigkeit, Bruchdehnung, die Weiterreißfestigkeit, die Spannungen bei 10%-Dehnung sowie die Lichttransmission zu untersuchen. Dabei

wurden die Versuche an produktionsfrischen und an freibewitterten ETFE-Folien (Arizonatest) durchgeführt. Folien nach ein-, zwei-, drei-, fünf-, sieben- und zehnjähriger Bestrahlung wurden monoaxial getestet.

Die Freibewitterung hatte auf die Bruchspannung, die Bruchdehnung und die Spannungen bei 10%-Dehnung auch nach 10 Jahren keinen signifikanten Einfluß. Die Weiterreißfestigkeit nahm nach 7-jähriger Freibewitterung um ca. 25% zu. Bei der Lichttransmission des gesamten Lichtes und der Anteile des direkten Lichts und des Streulichts war wiederum keine signifikante Veränderung über den gesamten Zeitraum feststellbar.

Zusammenfassend kann aus den Arizonatests festgestellt werden, dass ETFE-Folien ein gutmütiges Langzeitverhalten aufweisen. Aufgrund der hohen UV-Durchlässigkeit sind Schädigungen in der molekularen Struktur infolge UV-Strahlung sehr gering.

Einzelne publizierte Veröffentlichungen und Beiträge auf Konferenzen

Karwath, Wagner und Kröplin stellen 2007 in [55] eine Theorie zur Formulierung eines orthotropen Materialgesetzes für ETFE-Folien vor. Die Kennwerte der Dehnungen werden mittels biaxialen Zugversuchen mit photogrammetrischer Auswertung ermittelt. Die photogrammetrische Analyse bezieht sich dabei auf ebene, kreuzförmige Folienproben, die mit einem Spannungsverhältnis 2:1 beansprucht werden. Die Versuchsparameter wie beispielsweise Temperatur, Dehngeschwindigkeit und unterschiedliche Beanspruchungszustände wurden nicht berücksichtigt.

Saxe, Homm stellen 2007 in [96] die mechanischen Eigenschaften von ETFE-Folien aus monoaxialen und biaxialen Zugversuchen vor. Die Spannungs-Dehnungs-Kennlinien der ETFE-Folien berücksichtigen dabei vier unterschiedliche Temperaturbereiche. Die Versuchsergebnisse bestätigen den im Kapitel 3.2.3 dargestellten Einfluß der Mehrachsigkeit auf das Werkstoffverhalten.

Mit Hilfe von Dauerstandversuchen wurde auch das Kriechverhalten der Folien untersucht. Dabei zeigt sich, dass schon bei sehr geringen Lastniveaus - auch unterhalb der monoaxialen Streckgrenze - die ETFE-Folien ein ausgeprägtes Kriechverhalten aufweisen, welches aber teilweise reversibel ist.

Auf dem wissenschaftlichen Fachsymposium „der 5. Baustoff – Bauen mit Membranen“ [41] am Fraunhofer Institut in Holzkirchen in 2006 wurden Forschungsthemen bezüglich des Membranbaus vorgestellt und diskutiert. ETFE-Folien wurden hierbei verstärkt aus der bauphysikalischen statt mechanischen Sichtweise diskutiert.

Technische Formelsammlungen und Tabellenwerke

In technischen Tabellenwerken, wie zum Beispiel das Kunststofftaschenbuch von Saechtling [92] oder das Kunststofftabellenbuch von Carlowitz [21], werden physikalischen und mechanische Kennwerte von Polymerwerkstoffen angegeben. In Moritz [74] ist eine Zusammenstellung der Kennwerten aus unterschiedlichen Tabellenwerken für die Fluorpolymerwerkstoffe ETFE, PTFE, FEP und PFA dargestellt.

Datenblätter von Polymerwerkstoffen stellen viele Rohstoffhersteller zur Verfügung. Die mit standardisierten Prüfverfahren ermittelten mechanischen Werkstoffkennwerte werden oftmals direkt in Werkstoffdatenbanken verwaltet.

In der elektronischen Datenbank CAMPUS (Computer Aided Material Preselection by Uniform Standards) [19] geben beispielsweise ca. 40 Lieferanten und Hersteller von Polymerwerkstoffen die mechanischen und physikalischen Eigenschaften ihrer Produkte an. CAMPUS basiert auf den in ISO 10350, 10350-1, 11403-1 und 11403-2 spezifizierten Grundsätzen zur Ermittlung und Angabe der Werkstoffeigenschaften und ermöglicht damit die vergleichende Bewertung der aufgeführten Werkstoffe. Für ETFE liegen jedoch bisher in CAMPUS keine Daten vor.

Werkstoffkennwerte der ETFE-Folien

Eine Schwierigkeit bei der Analyse der Versuchsergebnisse besteht in der starken Abhängigkeit der Prüfergebnisse von den Prüfbedingungen (z.B. Temperatur, Luftfeuchte Beanspruchungsgeschwindigkeit, Beanspruchungsverhältnis, Probengröße, Probendicke, Prüfmethode,...). Die standardisierten Werkstoffprüfverfahren des Bauwesens wie monoaxiale und biaxiale Zugversuche sind nicht speziell für die Fluorpolymere konzipiert, sondern dienen als Basis für die Prüfung aller Kunststoffmaterialien. Dies beinhaltet beispielsweise faserverstärkte Kunststoffe, textile Gewebe mit anisotropem Verhalten und eben auch Fluorpolymere wie ETFE-Folien.

Da viele der zuvor aufgeführten publizierten Materialtests unter verschiedenen Prüfbedingungen durchgeführt wurden, ist der Vergleich der Versuchsergebnisse nur bedingt möglich.

Im folgenden Kapitel der mechanischen Werkstoffkennwerte von ETFE-Folien wird daher aus den durchgeführten Werkstoffversuchen mit unterschiedlichen Prüfbedingungen jeweils für monoaxiale und biaxiale Beanspruchungszustände eng gefasste Wertebereiche der Werkstoffkennwerte angegeben. Grundlage sind die Versuchsergebnisse der verfügbaren Publikationen. Dabei stellt die umfangreiche Versuchsdatenmenge von Moritz [74] die wesentliche Basisgrundlage dar.

Monoaxiale Kurzzeitzugversuche

Abb.3-20 aus [74] stellt die Spannungs-Dehnungs-Linien von 108 geprüften monoaxialen Kurzzeitzugversuchen bei 23°C mit Foliendicken von 100 – 250µm dar. Zusätzlich sind die Festigkeiten von monoaxial getesteten Schweißnähten vermerkt sowie die beiden für ETFE-Folien charakteristischen Knickpunkte im Spannungs-Dehnungs-Verlauf bei monoaxialen Zugversuchen markiert.

Die Versuche erfolgten zur Verkürzung der Versuchsdauer mit zwei unterschiedlichen Prüfgeschwindigkeiten:

- $v_{t,1} = 100 \text{ mm/min}$ (oder 40 %/min) bis zu einer Dehnung $\varepsilon \leq 0,2$ [-]
- $v_{t,2} = 500 \text{ mm/min}$ (oder 200 %/min) bis zu einer Dehnung $\varepsilon \geq 0,2$ [-]

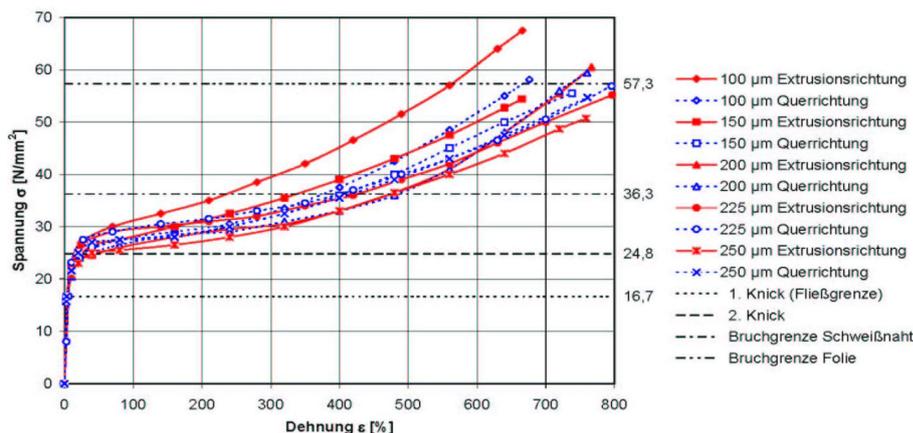


Abb.3-20 Spannungs-Dehnungslinie, Mittelwerte aus 108 Probekörpern, Foliendicken 100µm – 250µm, T=23°C, getrennt in Extrusions- und Querrichtung, transparente Folie ®NOWOFLON ET 6235, aus [74]

Folienhersteller geben als Vergleichswert grundsätzlich die Spannungen bei 10% Dehnung an. Dieser Kennwert ist eindeutig bestimmbar. Der Spannungswert bei 10% Dehnung befindet sich bei den monoaxialen Zugversuchen stets zwischen den beiden Kickpunkten im Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

Die Spannungs-Dehnungs-Linie kann mittels einer trilinearen Funktion approximiert und in drei Bereiche unterteilt werden. In Abb.3-21 ist exemplarisch eine der Linien aus Abb.3-20 mit den Verformungs- und Festigkeitskennwerten dargestellt. Wie in Kapitel 3.1.5 erläutert, ist eine Trennung der Verformungsanteile in die einzelnen Bereiche nur bedingt möglich. Bei Thermoplasten überlagern sich die Verformungsanteile elastisch, viskoelastisch und viskoplastisch über den gesamten Deformationsverlauf. Die angegebenen Verformungen in Abb.3-21 stellen daher jeweils die dominierenden Verformungsanteile der Bereiche dar.

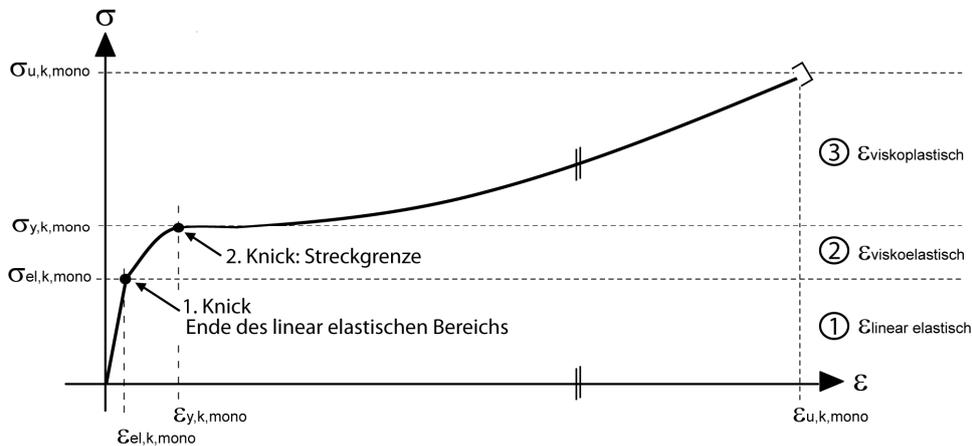


Abb.3-21 Qualitative Spannungs-Dehnungs-Linie für ETFE (monoaxialer Kurzzeitzugversuch, idealisierte Darstellung)

Bis zur Elastizitätsgrenze $\sigma_{el,k,mono}$ (1. Knick) verhält sich das Material nahezu linear elastisch. Danach schließt sich bis zur Streckgrenze $\sigma_{y,k,mono}$ (2. Knick) ein lineares und nichtlineares viskoelastisches Verhalten an. Bis zum Bruch verhält sich die ETFE-Folie überwiegend linear viskoplastisch. Tab.3-1 fasst die Bereiche zusammen.

Bereich	Grenze	Verhalten
1	Elastizitätsgrenze $\sigma_{el,k,mono}$ (1. Knick)	linear elastisch
2	Streckgrenze $\sigma_{y,k,mono}$ (2. Knick)	linear und nichtlinear viskoelastisch
3	Zugfestigkeit $\sigma_{u,k,mono}$	viskoplastisch

Tab.3-1 Bereich der Spannungs-Dehnungs-Linie (monoaxialer Kurzzeitzugversuch)

Aus den zur Verfügung stehenden Monoaxialversuchen lassen sich für die charakteristischen Festigkeits- und Verformungskennwerte der ETFE-Folien in Abhängigkeit der Belastungsgeschwindigkeit folgende Wertebereiche angeben:

Elastizitätsgrenze: 1. Knick der Spannungs-Dehnungs-Linie	$\sigma_{el,k,mono}$ $\epsilon_{el,k,mono}$	15 - 17 N/mm ² 2,0 - 3,0 %
Bereich bis ca. 10%-Dehnung	$\sigma_{el,k,mono}$ $\epsilon_{k,mono}$	20 - 21 N/mm ² 10,0 %
Streckgrenze (2. Knick der Spannungs-Dehnungs-Linie)	$\sigma_{y,k,mono}$ $\epsilon_{y,k,mono}$	24 - 25 N/mm ² 18,0 - 20,0 %
Zugfestigkeit	$\sigma_{u,k,mono}$ $\epsilon_{u,k,mono}$	40 - 60 N/mm ² 700 - 750 %

Tab.3-2 Werkstoffkennwerte für ETFE aus monoaxialen Kurzzeitzugversuchen, $\dot{\epsilon}(t) = 10\%/min$ bis $200\%/min$, $T=23^\circ C$, $d=200\mu m$

Die Ausbildung der beiden Knicke im Verlauf stellen Steifigkeitswechsel infolge molekularer Strukturveränderungen dar. Sie sind begründet durch die in Kapitel 3.1.5 erläuterten molekularen Zusammenhänge der teilkristallinen Thermoplaste.

Biaxiale Zugversuche

Entsprechend den Erläuterungen in Kapitel 3.2.2 ist die Ermittlung einer biaxialen Streckgrenze und Zugfestigkeit aus versuchstechnischen Gründen schwer bis nicht ermittelbar

. Bei Auswertung der in der Literatur veröffentlichten biaxialen Zugversuche mit einem Spannungsverhältnis von 1:1 und einer Temperatur von 23°C ergeben sich die nachfolgenden Wertebereiche.

Elastizitätsgrenze: 1. Knick der Spannungs-Dehnungs-Linie	$\sigma_{el,k,bi\text{ax}}$ $\epsilon_{el,k,bi\text{ax}}$	15 - 17 N/mm ² 1,5 - 2,0%;
Spannung bei 3%-Dehnung	σ ϵ	19 - 21 N/mm ² 3,0%
Spannung bei 5%-Dehnung	Σ ϵ	23 - 26 N/mm ² 5,0 %
Streckgrenze, Zugfestigkeit		bisher keine eindeutige Ermittlung

Tab.3-3 Werkstoffkennwerte für ETFE aus Biaxialversuch 1:1, T=23°C, Dehngeschwindigkeit $\dot{\epsilon}(t) = 5\%/min$

4 BERSTVERSUCH MIT 3D-MESS- UND ANALYSESYSTEM

Das nachfolgende Kapitel beinhaltet den Versuchsaufbau des konzipierten Berstversuchs mit dem entwickelten 3D-photogrammetrischen Messsystem zur berührungslosen optischen Deformationsmessung sowie der anschließenden kontinuumsmechanischen Auswertung. Das photogrammetrische Analyseverfahren wurde in Zusammenarbeit mit dem Lehrstuhl Methodik der Fernerkundung und dem Fachgebiet für Photogrammetrie der Technischen Universität München entwickelt.

4.1 Stand der Forschung kreisförmige Proben unter Innendruck

Für die Untersuchung des Werkstoff- und Tragverhaltens von Werkstoffen unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen werden oftmals Versuche an kreisförmigen Proben unter Innendruckbeanspruchung untersucht. Aufgrund der Rotationssymmetrie von Geometrie und Belastung lassen sich die zu lösenden Gleichungssysteme auf gewöhnliche Differentialgleichungen zurückführen. Dies war ein wesentlicher Grund in den Jahren vor Verwendung von computergestützten Berechnungsmodellen und der Entwicklung der Finiten Elemente Theorie, das Werkstoffverhalten anhand kreisförmiger Proben zu untersuchen.

Die Druckerzeugung erfolgt meist pneumatisch durch Luftdrucksteigerung oder hydraulisch mit Hilfe von Flüssigkeiten. Ziele der Untersuchungen sind die Erfassung des Deformationsverhaltens unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen, die Entwicklung von Materialgesetzen oder die Verifizierung numerischer Berechnungsansätze. Der Anwendungsbereich konzentriert sich dabei sehr stark auf Polymer-Werkstoffe sowie Membranen aus Metallen. Die begleitende photogrammetrische Analyse der Verformungsprozesse ist oftmals fester Bestandteil der Versuche.

Erste wesentliche experimentelle Untersuchungen an kreisförmigen Polymeren aus vulkanisiertem Kautschuk unter Innendruckbelastung erfolgten 1944 von Treloar [107]. Treloar entwickelte das Potential der isochoren Dehnungsenergiefunktion der deformierten Gummimembran mit Hilfe thermodynamischer Untersuchungen und statistischen Überlegungen zum makroskopischen Verhalten der Molekülketten. In Abb.4-1 sind die experimentell gemessenen und durch eine Vergleichsrechnung ermittelten Verformungszustände der aufgeblasenen Gummimembran von Treloar dargestellt. Die eingespannte Membran hatte einen Radius von 5,08 cm. Am Einspannungsrand ergaben sich für den Maximaldruck von 0,485 bar Dehnungen in etwa von 2000%.

Die Untersuchungen von Treloar wurden in den nachfolgenden Jahren vielfach zur Formulierung unterschiedlicher Ansätze hyperelastischer Materialgesetze verwendet.

Erwähnt seien hierbei die Arbeiten von Mooney [71] und Rivlin [91], Klingbeil und Sheets [57] oder Haase [48]. Die Messergebnisse von Treloar dienen dabei zur Verifizierung der Berechnungsanalysen elastischer, gummiartiger Werkstoffe unter großen Deformationszuständen.

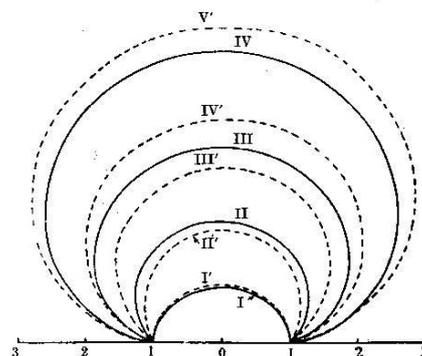


Abb.4-1 Verformungsprozess einer aufgeblasenen Gummimembran, gestrichelte Kurven: Messwerte, durchgezogene Kurven: Berechnungswerte von Treloar [107], aus [43]

Das Verhalten kreisförmiger, vorgespannter Metallmembrane unter dem formgebenden

Lastfall Innendruck sowie einer stempelförmigen Einzellast werden von Schlaich und Greiner [100], Greiner [44] und Oelbermann [84] untersucht. Die theoretischen Analysen gründen sich u.a. auf die durch Versuche ermittelten Verformungsmessungen an kreisförmigen Metallmembranen unter Innendruck.

Berstversuche an kreisförmigen Proben aus ETFE-Folien mit einer photogrammetrischen 3D-Analyse und einer numerischen Vergleichsrechnung wurden bisher noch nicht durchgeführt und publiziert.

4.2 Analyseprozess

Der Analyseprozess des konzipierten Berstversuchs lässt sich allgemein in die folgenden vier Prozessschritte unterteilen:

- Synchroner, automatischer Stereobildaufnahme der verformten ETFE-Foliengeometrien sowie Steuerung und Messung des Innendrucks,
- Extraktion und Sortierung der Messpunkte,
- Berechnung der Objektkoordinaten mit 3D-photogrammetrischer Bild- und Messanalyse,
- strukturelle Analyse mit Hilfe der Kontinuumsmechanik.

Abb.4-2 zeigt den gesamten Datenfluss des Analyseprozesses der Berstversuche gegliedert nach den Prozessschritten sowie unterteilt in die einzelnen aufeinander folgenden Zwischenschritte.

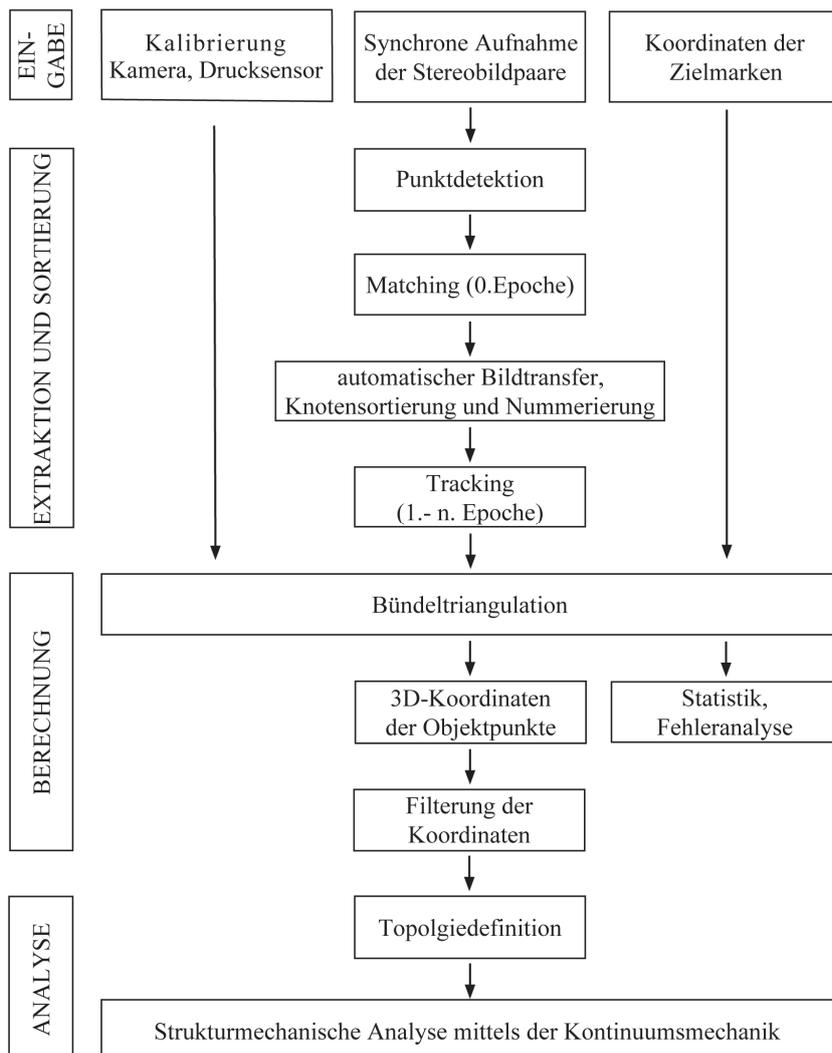


Abb.4-2 Datenfluss des Analyseprozesses

Als Eingabewerte für die photogrammetrische und strukturmechanische Analyse dienen die synchronen, automatischen Stereobildaufnahmen der Foliengeometrien mit den markierten Messpunkten (Objektpunkten) auf der Folie, die Messung des Innendrucks, die Messung der Passpunkte zur Festlegung eines übergeordneten Koordinatensystems sowie die Korrekturparameter der Messkameras und der Innendruckmessung.

Im 1. Schritt der photogrammetrischen Analyse werden die aufgenommenen Bildpunkte mit den zugehörigen Bildkoordinaten detektiert, sortiert und nummeriert.

Der zentrale Prozessschritt des 3D-photogrammetrischen Messverfahrens zur Ermittlung der 3D-Koordinaten der Objektpunkte ist die Bündeltriangulation. Unter Berücksichtigung der Korrekturparameter aus der Kamerakalibrierung liefert die Bündeltriangulation als Ergebnis ausgeglichene 3D-Objektkoordinaten der Objektpunkte. Die Genauigkeiten der 3D-Koordinatenberechnung werden durch die zusätzlich ausgewiesenen Standardabweichungen der Koordinaten in x-, y- und z-Richtung ermittelt. Die Fehleranalyse ermöglicht die Erkennung grober Datenfehler aufgrund fehlerhafter Bildzuordnungen und die Bewertung der Bildanalyse.

Für die anschließende exakte Auswertung der Messergebnisse mit Hilfe der Differentialgeometrie und der Kontinuumsmechanik erfolgt eine Glättung der verrauschten Messwerte mittels einer Flächenapproximation. Es stehen damit je Innendruckzustand ausgeglichene Punktwolken der Pneugeometrien zur Verfügung.

In der abschließenden strukturmechanischen Analyse erfolgt unter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearitäten die Berechnung der Dehnungen und Folienkräfte. Durch den Vergleich der verformten Pneugeometrien zweier unterschiedlicher Konfigurationen lassen sich über 3D-Verschiebungsvektoren die Verformungen der Messpunkte bestimmen. Aus den Verschiebungsvektoren der Messpunkte können Verschiebungsfelder von finiten Elementen ermittelt und schließlich die Dehnungen der ETFE-Folie berechnet werden.

4.3 Versuchsaufbau mit Stereobildaufnahme und Messeinrichtung

In Abb.4-3 und Abb.4-4 ist der Versuchsaufbau des konzipierten Berstversuchs dargestellt. Auf einer Grundplatte aus Aluminium werden kreisförmige ETFE-Folien mit einem Durchmesser von 53 cm und einer Dicke von 200 μm befestigt. Die Folien sind mit Schrauben M8, 4.6 und einem umlaufenden Aluminiumklemmring am Rand eingespannt. Zur besseren Fixierung der Folie zwischen Grundplatte und Klemmring dient eine rechteckförmige Dichtung aus EPDM (Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk), die in einer umlaufenden, eingefrästen Nut eingelassen ist.

In Plattenmitte befinden sich zwei ca. 5,0 mm große Bohrungen, die zur Luftzuführung und zur Druckmessung dienen. Der Aufblasvorgang der Pneu wird gesteuert durch elektronische Druckventile. Die Messung des Innendrucks im Pneu erfolgt durch digitale Drucksensoren. Mittels eines vorgeschalteten Druckminderers wird die Druckluft in der Zuleitung auf maximal 1,0 bar gedrosselt.

Oberhalb des Versuchstisches sind zwei hochauflösende Digitalkameras (Typ Nikon D200) positioniert. Die um 15° zur Senkrechten geneigten Kameras photographieren synchron in Sekundenabständen die Verformung der ETFE-Folie während des Aufblasprozesses. Die elektronische Steuerung des Versuchs ermöglicht die Vorgabe des Sekundenabstandes zwischen den Bildpaaren.

Für die photogrammetrische Erfassung der Verformung sind die ETFE-Folien mit einem orthogonalen Raster entsprechend Abb.4-4 bedruckt. Für jeden Versuch werden die Bildpaarnummern mit dem zugehörigen Innendruck p_i und der Zeit t_i digital dokumentiert.

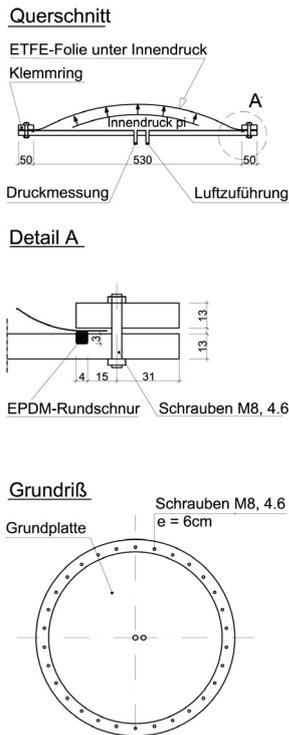


Abb.4-3 Versuchsaufbau



Abb.4-4 Versuchsstand mit Folienraster

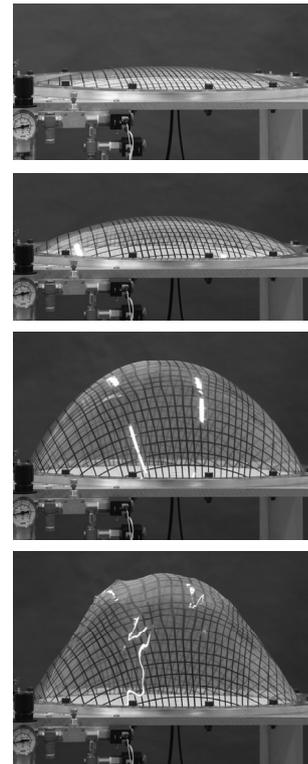


Abb.4-5 Deformationsprozess

Die Positionierung und Neigung der beiden Kameras ergibt sich aus der optimalen Sehstrahlkonfiguration der Kameras. Zum einen gilt es, zur exakten Berechnung der vertikalen z-Koordinate der Objektpunkte einen möglichst weiten Schnittwinkel der Sehstrahlen beider Kameras zu gewährleisten. Zum anderen soll trotz stark deformierter Pneugeometrie ein möglichst großer synchron erkennbarer Bereich der Folienoberfläche durch beide Kameras bestehen. Abb.4-6 zeigt schematisch die Sehstrahlkonfiguration sowie den sichtbaren Objektbereich bei zwei verschiedenen Aufblaszuständen.

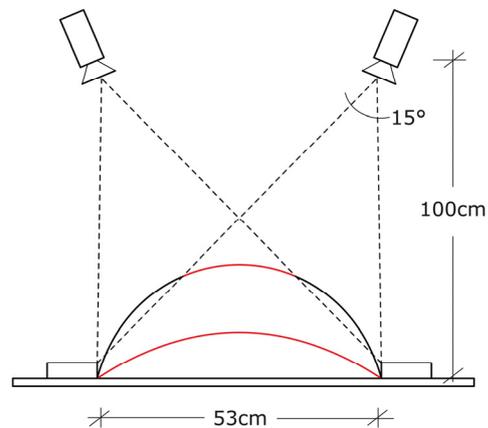


Abb.4-6 Kameraposition mit Sehstrahlkonfiguration und sichtbaren Objektbereich für zwei Deformationszustände

Für den Versuch ergab sich als optimale Kameraposition eine Kameraneigung von 15° zur Vertikalen mit einem Abstand von 100 cm zwischen Kamera und Grundplatte.

4.3.1 Kalibrierung des Drucksensors

Der im Versuch verwendete digitale Drucksensor (Amsys SM65112-015-D-3-L) mit Verstärker (Burr-Brown INA128) wurde mit Hilfe eines geeichten Betzmanometers kalibriert. Die Kalibrierungsmessung fand am Lehrstuhl für Aerodynamik der Technischen Universität München statt.

Die Kalibrierung des digitalen Sensorsystems erfolgte durch Parallelschaltung von Sensor, Verstärker und Anzeigendisply mit dem Manometer.

Im Rahmen der Kalibrierung des Drucksensorssystems wird der lineare Zusammenhang zwischen Messergebnissen des Manometers und Ergebnissen des digitalen Drucksensors geprüft. Als Messergebnisse stehen zur Verfügung:

- die Messgenauigkeit des digitalen Sensorsystems sowie
- der Umrechnungsfaktor zur Berechnung der ausgewiesenen Messergebnisse des Sensors in die Einheit Pascal.

Durch den Vergleich der Nulllagen bei 0 mm Wassersäule zu Beginn und zum Ende einer Versuchsreihe der Kalibrierung werden zusätzlich

- die Schwankungsbreite, d.h. der Nulllagendrift, des Sensorsystems sowie
- der Nulllagenversatz des Systems in der Offset-Stellung bei atmosphärischem Aussendruck ermittelt.

Ergebnisse der Kalibrierung des digitalen Drucksensors

Die statistische Bewertung der Kalibrierungsergebnisse erfolgt durch die Ermittlung des Korrelationskoeffizienten $Kor(x, y) := r_{xy}$. Der Korrelationskoeffizient stellt als

dimensionsloses Maß den linearen Zusammenhang zwischen den Messergebnissen des Manometers und des digitalen Drucksensors dar. Für die beiden Messreihen der Ergebnisse des Drucksensors y_1, y_2, \dots, y_n und den Angaben des Manometers x_1, x_2, \dots, x_n gilt für den empirischen Korrelationskoeffizienten $Kor(x, y) := r_{xy}$:

$$Kor(x, y) := r_{xy} = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (4.1)$$

mit:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Mittelwert der Messergebnisse des Manometers}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i \quad \text{Mittelwert der Messergebnisse des Drucksensors}$$

x_i Messungen des Manometers

y_i Messungen des Drucksensors

n Anzahl der Messungen

Bei vollständiger Korrelation der beiden Merkmale (Drucksensor und Manometer) liegen, geometrisch interpretiert, alle Messwerte in einem 2-dimensionalen Koordinatensystem auf einer Geraden. Bei einer perfekten positiven Korrelation ($r = +1$) steigt die Gerade. Die Gerade sinkt bei perfekt negativ korrelierten Merkmalen. Je kleiner der Betrag von r_{xy} , desto geringer der lineare Zusammenhang.

Mittels einer linearen Regression nach Methode der kleinsten Quadrate erfolgt die Ermittlung der Gleichung zur Umrechnung der Drucksensorangaben in die Manometerangaben der Einheit mm WS.

Gleichung (4.2) stellt die Regressionsgleichung für die beiden Variablen x_i des Manometers [1/10 mm WS] und y_i des digitalen Drucksensors mit der Steigung m und der Anfangsordinate c dar.

$$y_i = m \cdot x_i + c \quad (4.2)$$

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4.3)$$

$$c = \bar{y} - m \cdot \bar{x} \quad (4.4)$$

Aus der linearen Regression aller drei Versuchsreihen werden die Mittelwerte der Steigung m und der Anfangsordinate c berechnet.

In Abb.4-7 und in Tab 4.1 sind die Ergebnisse der Kalibrierung des digitalen Drucksensorsystems dargestellt.

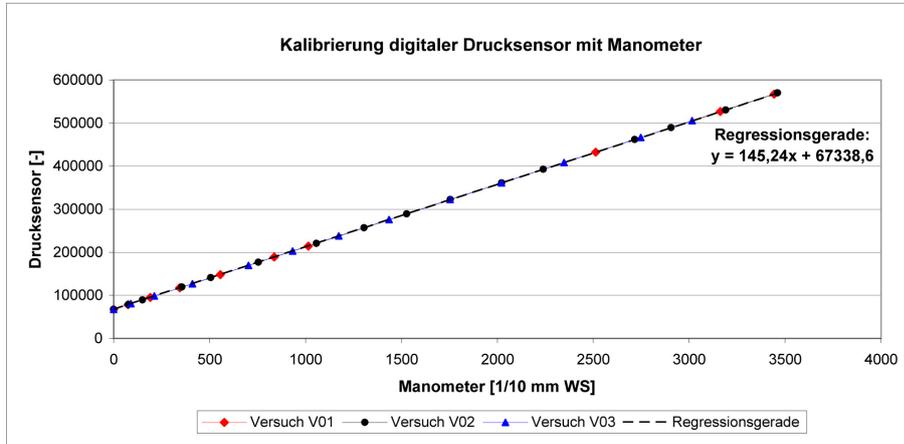


Abb.4-7 Kalibrierung des digitalen Drucksensors (Versuchsreihen V01, V02, V03)

Mittelwert des Korrelationskoeffizienten	$\bar{r}_{xy} = 0,99999986$
Regressionsgerade $y = mx + c$	
Mittelwert der Steigung m :	$\bar{m} = 145,242$
Mittelwert des Ordinatenabschnittes c :	$\bar{c} = 67338,622$
Gleichung der Regressionsgeraden:	$y = \bar{m} \cdot x + \bar{c} = 145,242 \cdot x + 67338,622$
Maximaler Nulllagendrift des Sensors (Differenz der Nulllagenanzeige zu Beginn und am Ende des Versuchs)	57,18

Tab 4.1 Ergebnisse der Kalibrierung des digitalen Drucksensors

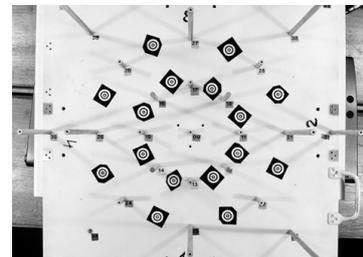
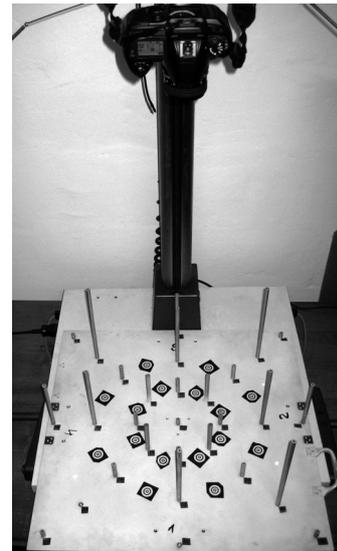
4.3.2 Kalibrierung der Kameras

Für den Versuch wurden zwei digitale Kameras Typ Nikon D200 (Sensor als CCD-Chip mit 3872 x 2592 Pixeln bzw. 23,6 x 15 x 8mm, Pixelgröße 6,096 µm, Framerate: max 5 Bilder pro Sekunde) mit Standardobjektiven Nikkor 24mm 1:2,8 verwendet.

Zur Erzielung einer maximale Genauigkeit bei der Bildaufnahme, wurden die Kameras mit Objektiven kalibriert. Hierzu dient ein 3D-Testfeld von Passpunkten mit bekannten dreidimensionalen Objektkoordinaten (siehe Abb.4-8). Zur Kalibrierung wurde eine Aufnahmekonfiguration, bestehend aus acht Aufnahmen mit unterschiedlichen Kameradispositionen, durchgeführt.

Die Kalibrierung ermöglicht die exakte Bestimmung der inneren Orientierung der Kameras, d.h. der Brennweite, der Koordinaten der Bildhauptpunkte sowie der radialen und tangentialen Verzeichnung, die durch die Faktoren A_i und B_i definiert sind. Tab 4.2 fasst die Ergebnisse der Kamerakalibrierung zusammen. In Klammern sind die Standardabweichungen (sigma-Werte) angegeben.

Parameter	Kamera 1 (sigma-Werte)	Kamera 2 (sigma-Werte)
Brennweite [mm]	24.592 (0,009)	24.618 (0,009)
Bildhauptpunkt x [mm]	+0.044 (0,003)	-0.046 (0,003)
Bildhauptpunkt y [mm]	+0.019 (0,004)	+0.052 (0,004)
A_1 [m ⁻²]	-154,4981 (45,7870)	-153.6304 (42,2999)
A_2 [m ⁻⁴]	+243401,3 (302205,9)	+219679,2 (27460,2)
B_1 [m ⁻²]	-0,00203 (0,00699)	-0,00773 (0,00735)
B_2 [m ⁻⁴]	-0,00484 (0,00588)	-0,00237 (0,00588)
Sigma σ_0 a-posteriori x, y Redundanz der Ausgleichung	0.002 474	0.0019 474



Tab 4.2 Ergebnisse Kamerakalibrierung

Die ermittelten Parameter der Kalibrierung werden im Analyseschritt der Bündeltriangulation zur Berechnung der 3-dimensionalen Objektkoordinaten der Rasterpunkte berücksichtigt. Die in der Bündeltriangulation verwendete mathematische Beziehung zur Berücksichtigung der Parameter aus der Kalibrierung lautet nach Brown [17]:

Abb.4-8 Kamerakalibrierung mit 3D-Messfeld

$$dx_{ij} = A_1(r_{ij}^2 - r_0^2)x_{ij} + A_2(r_{ij}^4 - r_0^4)x_{ij} + B_1(r_{ij}^2 + 2x_{ij}^2) + 2B_2x_{ij}y_{ij} \quad (4.5)$$

$$dy_{ij} = A_1(r_{ij}^2 - r_0^2)y_{ij} + A_2(r_{ij}^4 - r_0^4)y_{ij} + B_2(r_{ij}^2 + 2y_{ij}^2) + 2B_1x_{ij}y_{ij} \quad (4.6)$$

mit:

$$r_{ij}^2 = (x_{ij} - x_{i0})^2 + (y_{ij} - y_{i0})^2 \quad \text{euklidischer Abstand vom Bildhauptpunkt } x_{i0}, y_{i0}$$

dx_{ij}, dy_{ij} Verbesserungen in Bild i für Punkt j

A_1, A_2, r_0 Parameter der radialen Verzeichnung

B_1, B_2 Parameter der tangentialen Verzeichnung

Während eines Berstversuchs wurde die innere Orientierung der Kameras als konstant angenommen. Bei einer mechanischen Veränderung der Kameraposition erfolgte jeweils vor Versuchsbeginn eine neue Kalibrierung der Kameras.

4.4 3D-photogrammetrische Bild- und Messanalyse

Die Verformungen der ETFE-Folie infolge des Innendrucks p_i werden durch ein Analyseverfahren basierend auf der Nahbereichsphotogrammetrie ermittelt.

Die Nahbereichsphotogrammetrie als Teilgebiet der optischen 3D-Messtechnik und der 3D-Bildverarbeitung befasst sich im Gegensatz zur traditionellen Photogrammetrie wesentlich intensiver mit den Randgebieten der Aufnahmetechnik, der Ausgleichsrechnung durch analytische Berechnungsverfahren, der elektronischen Datenverarbeitung und der digitalen Bildverarbeitung. Eine ausführliche Einführung in das Themengebiet der Nahbereichsphotogrammetrie bieten die Werke von Luhmann [63] und Mikhail [69].

Im nachfolgenden Kapitel wird das für den Berstversuch eigens entwickelte photogrammetrische Analyseverfahren dargestellt. Ziel der photogrammetrischen Untersuchung ist die automatische Erfassung der verformten Foliengeometrien. Die paarweise synchronen Aufnahmen der verformten Folien ermöglichen für jeden beliebigen Innendruckzustand (im Weiteren als Epoche definiert) eine präzise Ermittlung der dreidimensionalen Koordinaten x , y und z der einzelnen Rasterpunkte.

Aus den ermittelten Punktwolken werden die Geometrien der Pneus in Abhängigkeit des Innendrucks ermittelt.

4.4.1 Besondere Schwierigkeiten bei der photogrammetrischen Analyse

Die photogrammetrische Analyse muss dabei die Schwierigkeiten aufgrund der optischen und strukturellen Werkstoffeigenschaften der ETFE-Folie berücksichtigen. Die wesentlichen Besonderheiten bei der photogrammetrischen Erfassung der ETFE-Foliengeometrien und der Extraktion der Messpunkte sind:

- die Transparenz,
- die antiadhäsive Oberflächeneigenschaft (mit der Schwierigkeit Messpunkte zu markieren),
- die großen Verformungen (mit Überlagerungen der Foliengeometrien an den Rändern und einem Aufhellen der Messpunkte und Messlinien) und
- der Verformungsprozesses (beginnend mit einer ebenen Fläche zu Beginn des Versuches und einer sehr stark gekrümmten Fläche zum Ende des Versuchs).

4.4.2 Beschreibung des 3D-photogrammetrischen Analyseverfahrens

Um den oben genannten Besonderheiten gerecht zu werden, wurde eigens ein photogrammetrisches Analysesystem entwickelt, das sich aus verschiedenen Prozessschritten zusammensetzt. Zentrale Kernpunkte des Analyseverfahrens ist die Kombination der Prozessschritte Matching, automatischer Bildtransfer und Tracking.

Matching und automatischer Bildtransfer

Die Zuordnung der korrespondierenden (homologen) Rasterpunkte der Stereobildpaare (siehe Abb.4-9) wird in der Photogrammetrie als Matching bezeichnet. Das Matching ist die grundlegende Voraussetzung, um aus den Stereobildpaaren je Epoche in der anschließenden Bündeltriangulation die 3D-Objektkoordinaten der Messpunkte zu bestimmen.

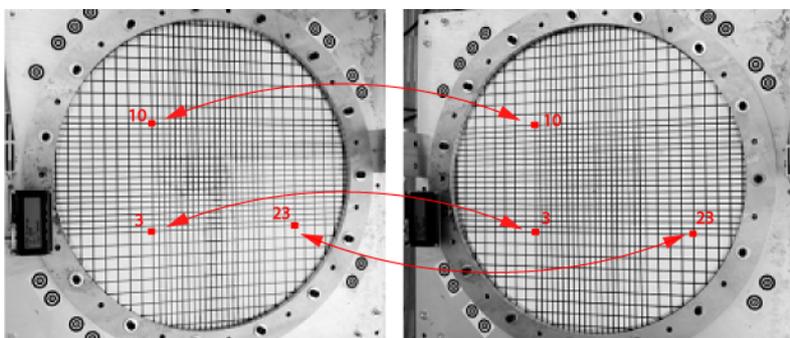


Abb.4-9 Korrespondierende Rasterpunkte eines Stereobildpaares der Referenzkonfiguration

Beim konzipierten Berstversuch ist die Anwendung der üblichen Matching-Algorithmen (z. B. das Area-Based Matching oder das Feature-Based Matching) nur bedingt verwendbar. Ein Algorithmus nach dem Prinzip des Area Based Matchings, das Bildausschnitte um die Rasterpunkte in beiden Aufnahmen der Stereobildpaare auf Ähnlichkeit und

Übereinstimmung überprüft, würde wegen der vielen nahezu identischen Rasterpunkte zu mehrdeutigen Lösungen führen.

Ein Algorithmus entsprechend dem Feature Based Matching, bei dem Punkte und Linien extrahiert und in den Bildpaaren einander zugeordnet werden, führt wegen des regelmäßigen Rasters ebenso zu vielen mehrdeutigen Lösungen.

Um mehrdeutige Lösungen bei der Extraktion der korrespondierenden Rasterpunkte zu vermeiden, dient der Prozessschritt des automatischen Bildtransfers mittels einer projektiven Transformation. Durch 14 um die Folie positionierte Zielmarken können die beiden Bilder des Stereobildpaares der ebenen Referenzgeometrie (0. Epoche, Innendruck $p_i = 0 \text{ Pa}$) einander projektiv zugeordnet werden. Die Transformation des einen Bildes in das andere Bild der Referenzkonfiguration ermöglicht die Ermittlung der korrespondierenden Rasterpunkte.

Nach dem Matching in der 0. Epoche erfolgt die Sortierung und die eindeutige Nummerierung der Knotenpunkte.

Tracking

Bei allen folgenden Epochen ist dieses Verfahren des Matchings mit Hilfe der projektiven Transformation der Bildpaare nicht mehr direkt durchführbar, da sich die Folie verformt und die Rasterpunkte mit den Zielmarken nicht mehr in einer gemeinsamen Ebene liegen. Für die Zuordnung der Rasterpunkte beider Aufnahmen werden nun die Bilder jeder Kamera getrennt betrachtet. Das Matching der 0. Epoche wird für alle folgenden Epochen durch ein Tracking ersetzt. Dies bedeutet, dass die Rasterpunkte über alle folgenden Epochen getrennt für jede Kamera verfolgt und extrahiert werden.

Die Zuordnung der korrespondierenden Rasterpunkte für die Bildpaare erfolgt durch die festgelegte Nummerierung bzw. Indizierung der Punkte, die nach dem Matching des Stereobildpaares der 0. Epoche in der Referenzkonfiguration durchgeführt wurde.

Abb.4-10 zeigt anhand der ersten vier Epochen das prinzipielle Vorgehen der Kombination aus Matching und Tracking bei der Bestimmung der korrespondierenden Rasterpunkte je Bildpaar und Epoche.

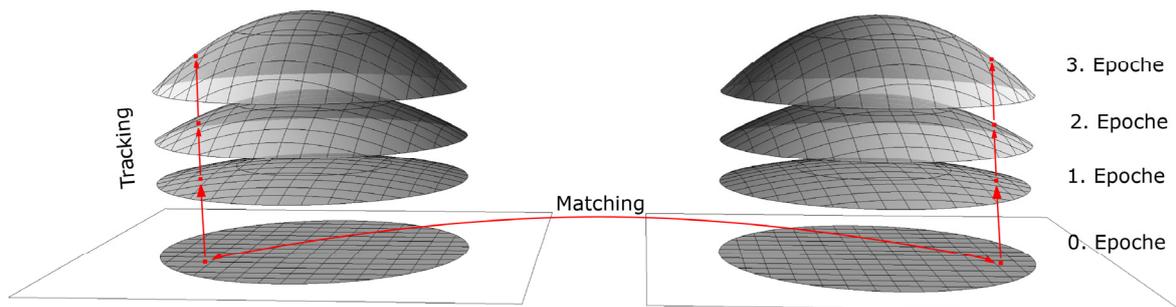


Abb.4-10 Bestimmung korrespondierender Punkte der Bildpaare durch Matching und Tracking

4.4.3 Automatischer Bildtransfer mittels projektiver Transformation

Der automatische Bildtransfer beschreibt die Transformation des einen Bildes in das andere Bild eines Stereobildpaares durch räumliche Translation und Rotation in einem gemeinsamen lokalen Modellkoordinatensystem. Zur Berechnung der Transformation der Stereobildpaare dienen Transformationsparameter. In der Regel benötigt man für die Transformation zweier Bilder 12 Parameter (je Bild drei Translations- und drei Rotationsgleichungen).

Beim Bildanalyseprozess des Berstversuchs wird in der ebenen Referenzkonfiguration der automatische Bildtransfer mit dem Ziel durchgeführt, eine Zuordnung der korrespondierenden Rasterpunkte zu ermöglichen.

Dieser Bildtransfer in der 0. Epoche der ebenen Referenzkonfiguration erfolgt mittels einer projektiven Transformation. Sie unterscheidet sich im Vergleich zu den sonstigen Transformationsmodellen dadurch, dass sie sich auf Bildpaare bezieht, bei denen sich die Rasterpunkte und die Zielmarken in einer Ebene befinden. Damit reduzieren sich die sonst notwendigen 12 Transformationsparameter auf nur noch 8 Parameter für den Bildtransfer. Die projektive Transformation stellt damit ein stringenteres mathematisches Modell dar.

Für die Bestimmung der acht Transformationsparameter der projektiven Transformation werden in beiden Bildern des Stereobildpaares korrespondierende (homologe) Punkte benötigt. Hierzu dienen die 14 Zielmarken (siehe Abb.4-11) mit bekannten x, y und z Koordinaten, die asymmetrisch auf der Grundplatte um das Messfeld positioniert sind.

Für die genaue Extraktion der Mittelpunkte der Zielmarken wird vorab ein Modellbild als Vorlagenbild (Template) einer Zielmarke erzeugt und dessen Mittelpunkt bestimmt (siehe Abb.4-12). Die Extraktion der Zielmarken in den Stereobildpaaren erfolgt dann anschließend durch den Vergleich des Vorlagenbildes mit den Zielmarken in den Bildpaaraufnahmen.

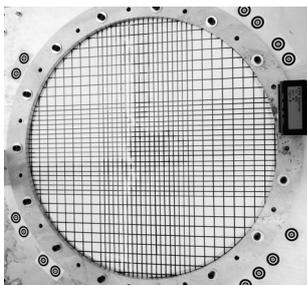


Abb.4-11 Raster mit 14 Zielmarken bzw. Passpunkten



Abb.4-12 Zielmarke bzw. Passpunkt als Vorlagenbild (Template)

4.4.4 Extraktion der Zielmarken

Die Extraktion der Zielmarken erfolgt mit dem von Steger [104] und Ulrich [109] entwickelten Shape-Based Matching Algorithmus (siehe Abb.4-13). Bei diesem Algorithmus wird durch einen Gradientenfilter die Gradientenrichtung der Grauwerte von jedem Pixel bestimmt.

Bei der Detektion der Zielmarken in den Stereobildern wird das zuvor erzeugte Modellbild der Zielmarke über alle Pixel eines definierten Suchbereichs der beiden Stereobilder verschoben und die Gradientenrichtungen des Modellbildes mit dem Suchbereich verglichen.

Die Übereinstimmung zwischen Suchbereich und Modellbild wird durch das nach Gleichung (4.7) definierte Ähnlichkeitsmaß $\gamma(r,c)$ bestimmt.

$$\gamma(r,c) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{d_i^m \cdot d_{(r+r_i, c+c_i)}^s}{\|d_i^m\| \cdot \|d_{(r+r_i, c+c_i)}^s\|} \quad (4.7)$$

mit:

r, c	Spalten und Zeilen der Pixel
d	Gradientenvektor
Index m	Modellbild
Index s	Suchbild
n	Anzahl der Pixel

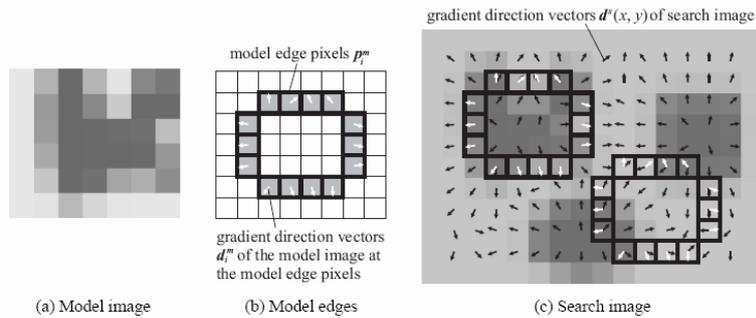


Abb.4-13 Shape-Based Matching Algorithmus aus Ulrich [109]

Die Ermittlung der Lage der Zielmarken durch den Shape-Based Matching Algorithmus weist eine Pixel-Genauigkeit auf. Die endgültige, exakte Lage des Mittelpunktes der Zielmarken mit Subpixel-Genauigkeit erfolgt durch die Berechnung des Extremums einer Fläche zweiter Ordnung, die um den Bereich des ersten Matching-Ergebnisses gelegt wird. In Abb.4-14 und Abb.4-15 ist die Mittelpunktdetektion der Zielmarken mit Subpixel-Genauigkeit dargestellt.

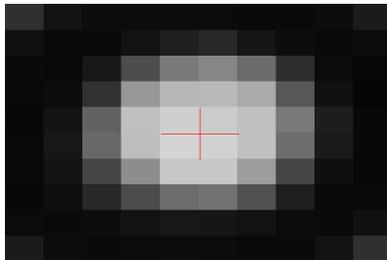


Abb.4-14 Subpixel-Genauigkeit des Mittelpunktes der Zielmarke

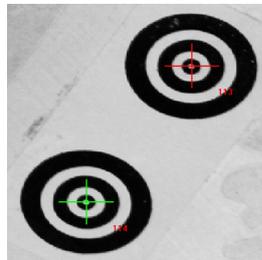


Abb.4-15 Mittelpunkte der Zielmarken aus [116]

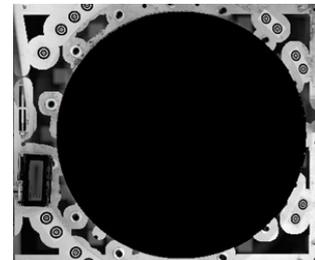


Abb.4-16 Suchbereich der Zielmarken als helle Bereiche aus [116]

Um den Prozess beim Auffinden der Zielmarken zu beschleunigen, wird der Suchbereich, in dem sich die Zielmarken befinden, invertiert. Entsprechend Abb.4-16 reduziert sich damit der Suchprozess auf die hellen Bildbereiche.

Nach der Extraktion der Zielmarken für die Referenzkonfiguration in der 0. Epoche erfolgt der automatische Bildtransfer mittels projektiver Transformation. Mit Kenntnis der Orientierung der Bilder eines Stereobildpaares zueinander können die Punktkorrespondenzen zwischen linkem und rechtem Bild berechnet werden.

Die nummerierten Zielmarken mit den bekannten x , y und z -Koordinaten definieren bei der späteren Bündeltriangulation das übergeordnete Koordinatensystem und dienen zusätzlich zur Berechnung der Kameraorientierung und Kameraposition.

4.4.5 Linien- und Schnittpunkterkennung

Für die Lokalisierung und Erkennung der Schnittpunkte des orthogonalen Rasters sind zwei aufeinander folgende Schritte notwendig.

Extraktion der Rasterlinien

Zuerst werden die schwarzen Linien des Rasters durch deren Mittellinie ersetzt (siehe Abb.4-17). Die Extraktion der Rasterlinien erfolgt mit dem von Steger [105] entwickelten Linienextraktor. Die Schnittpunkte dieser Mittellinien stellen eine erste grobe Näherung der Position der Rasterschnittpunkte dar. Da die Dicke der Rasterlinien variiert und die Rasterlinien keine exakten, gleichmäßigen Kanten aufweisen, bedarf es

für die endgültige Positionierung der Rasterschnittpunkte eine Verfeinerung der groben Lokalisierung.

Extraktion der Rasterpunkte

Zur Extraktion der Rasterpunkte werden jeweils vier Querprofile um die ersten ermittelten Näherungswerte aufgespannt und die Grauwerte dieser Querprofile berechnet. Aus den Grauwerten der vier Suchprofile lassen sich vier Funktionen der Grauwertverteilung generieren. Diese Funktionen werden mit einem Gaußfilter geglättet und zweimal differenziert. Die Mittelpunkte der Rasterlinien entsprechen der Lage des Extremums der Grauwertfunktion $f(x)$ der Querprofile. Die Verbindung der jeweils gegenüberliegenden Mittelpunkte der vier Rasterlinien ergibt als Schnittpunkt den gesuchten Rasterpunkt.

In Abb.4-17 ist die Linienextraktion, in Abb.4-18 die Suchprofile und in Abb.4-19 die Schnittpunkterkennung des Rasters dargestellt.

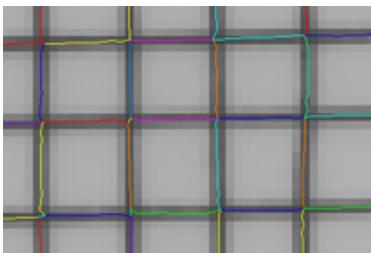


Abb.4-17 Linienextraktion mit Linienextraktor nach Steger [105]

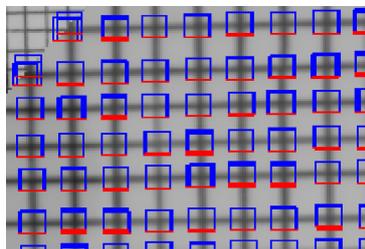


Abb.4-18 Aufspannen von Querprofilen um die Rasterpunkte aus [116]

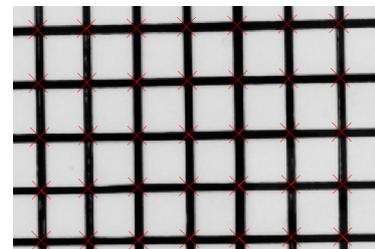


Abb.4-19 Schnittpunkterkennung (rote Kreuze als 1. Näherung)

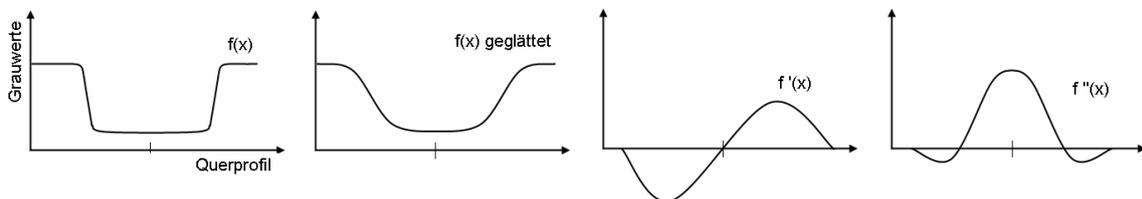


Abb.4-20 Grauwertfunktion $f(x)$ der Suchprofile mit Glättung und Ableitungen aus [116]

Verfeinerung der Schnittpunktextraktion durch Grauwertprojektion

Um eine höhere Genauigkeit bei der Schnittpunkterkennung zu erreichen, wird die Extraktion der endgültigen Position der Schnittpunkte durch eine zusätzliche Grauwertprojektion weiter verfeinert.

Hierzu werden die vier Eckpunkte (Punkte 1 bis 4, Abb.4-23) an jedem Schnittpunkt des Rasters detektiert. In einem aufgespannten Quadrat um die Rasterschnittpunkte erfolgt entlang den Rasterlinien in Spalten und Zeilenrichtung die Aufsummierung der Grauwerte und deren Darstellung als Polynomfunktion $f(c)$ in Zeilen und Spaltenrichtung. Die Stellen der Extremwerte von $f(c)$, die über die 1. Ableitung $f'(c)$ ermittelt werden, entsprechen den vier Eckpunkten 1 bis 4 der Rasterlinien im Suchfenster um die Rasterschnittpunkte. Die Verbindungslinien der 4 Eckpunkte ergeben den endgültigen Rasterschnittpunkt, der dem Schwerpunkt der Kreuzungsregion entspricht.

In Abb.4-23 ist die Grauwertprojektion und in Abb.4-21 die Verbesserung der Rasterschnittpunktextraktion (weißes Kreuz) durch die Grauwertprojektion dargestellt.

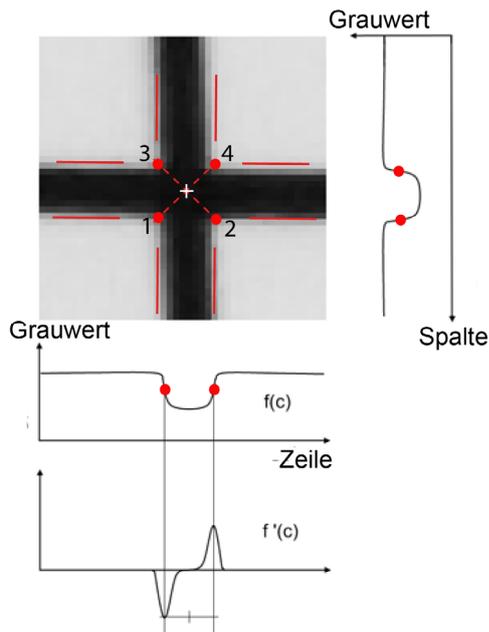


Abb.4-23 Schnittpunktextraktion mit Grauwertprojektion

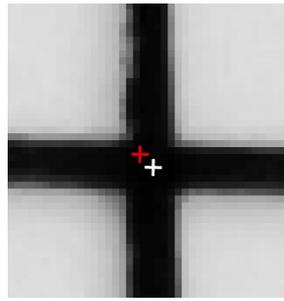


Abb.4-21 Verbesserung der Schnittpunktextraktion (rotes Kreuz: 1. Näherung, weißes Kreuz: Verbesserung durch Grauwertprojektion) aus [116]

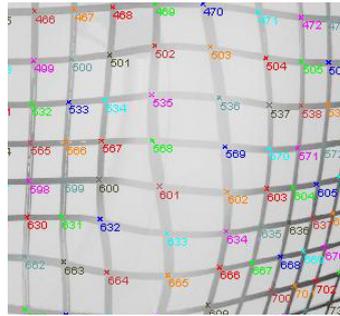


Abb.4-22 Punktextraktion bei großen Dehnungen

Die Verfeinerung der Schnittpunktextraktion durch die Grauwertprojektion ermöglicht trotz starker Verzerrungen und Aufhellungen der Rasterlinien infolge der großen Dehnungen der ETFE-Folie während des Versuchs die Erzielung einer Subpixel-Genauigkeit bei der Schnittpunkterkennung (siehe Abb.4-22).

4.4.6 Matching, Sortierung und Interpolationen der Rasterpunkte

Das Matching in der Referenzkonfiguration hat zum Ziel, die korrespondierenden Rasterpunkte der beiden Bilder zu bestimmen.

Wie im Kapitel 4.4.2 beschrieben, führt aufgrund der regelmäßigen Anordnung der nahezu identischen Rasterpunkte übliche Matching-Algorithmen zu mehrdeutigen Lösungen. Mit Hilfe der 14 bekannten Zielmarken und der nahezu in einer Ebene liegenden Rasterpunkte und Zielmarken erfolgt durch eine projektive Transformation die Ermittlung der korrespondierenden Rasterpunkte unter Vermeidung von mehrdeutigen Lösungen.

Die Ermittlung der Punktkorrespondenzen in der Referenzkonfiguration erfolgt mit dem RANSAC-Algorithmus nach Fischler & Bolles [38]. Der Suchvorgang und die Zuordnung werden beschleunigt durch die Verwendung von kleinen Suchfenstern, die um die zuvor ermittelten Schnittpunkte positioniert werden. Das Matching funktioniert grauwertbasiert, d.h. die Grauwerte der beiden zu matchenden Bildfenster werden auf deren Ähnlichkeit getestet. Der jeweilige Vergleich der Grauwertähnlichkeiten in den Suchfenstern liefert die Zuordnung der korrespondierenden Punkte.

Sortierung und Nummerierung

Die korrespondierenden Punkte werden beim Matching in zufälliger Reihenfolge detektiert. Für den anschließenden Sortierungsalgorithmus der Punkte wird ein Bild des Stereobildpaares der Referenzkonfiguration rotiert und transformiert bis die Rasterlinien waagrecht und senkrecht verlaufen. Über die Punktkoordinaten erfolgt die Sortierung nach Zeilen und Spalten mit anschließender topologisch korrekter Nummerierung.

Punktinterpolationen

Rasterpunkte, die bei der Punktextraktion der Referenzkonfiguration nicht ermittelt werden konnten, stellen über alle Epochen Lücken im Rasterfeld dar. Diese Lücken werden beim Matching der 0. Epoche durch Punktinterpolationen in beiden Bildern aufgefüllt. Die neuen interpolierten Hilfspunkte ergeben sich aus den umliegenden extrahierten Punkten und können im anschließenden Prozess des Trackings Berücksichtigung finden.

4.4.7 Tracking der Rasterpunkte in folgenden Epochen

Prinzipiell könnte das zuvor beschriebene Verfahren der Punkterkennung und der Zuordnung der korrespondierenden Punkte für alle folgenden Bildpaare weiter verwendet werden. Jedoch führen die großen Deformationen der ETFE-Folie während des Berstversuchs dazu,

- dass Rasterpunkte und Zielmarken nicht mehr auf einer gemeinsamen Ebene liegen,
- dass Rasterpunkte aus den in der ebenen Referenzkonfiguration definierten Suchfenstern herauswandern können und
- dass sich die Grauwertintensitäten in den Suchfenstern wegen der unterschiedlichen Kamerapositionen mit unterschiedlichen Sehstrahlkonfigurationen stark unterscheiden.

Aufgrund der drei beschriebenen Punkte würden mit dem Prozess des Matchings nach Kapitel 4.4.6 viele doppeldeutige Zuordnungen und damit fehlende Punkterkennungen entstehen. Die ermittelte Punktdichte während des Versuchs würde sich merklich verringern.

Um dieses Problem zu vermeiden, wird ab der 1. Epoche das Matching durch ein Tracking ersetzt. Es werden nun von der 1. bis zur n-ten Epoche getrennt für die Bildfolgen der rechten und linken Kamera alle in der 0-ten Epoche korrespondierenden Rasterpunkte einzeln weiterverfolgt und detektiert.

Die Extraktion der Rasterpunkte erfolgt nach dem in Kapitel 4.4.4 erläuterten Shape-Based-Algorithmus durch den Vergleich der Grauwertähnlichkeiten zwischen Modellfenster und Suchfenster. Um alle bereits in der 0-ten Epoche detektierten Rasterpunkte werden kleine Modellfenster und in der nachfolgenden Epoche entsprechende Suchfenster aufgespannt. Über das in Gleichung (4.7) definierte Ähnlichkeitsmaß $\gamma(r,c)$ erfolgt die Prüfung der Übereinstimmung zwischen Such- und Modellfenster und damit die Extraktion der Rasterpunkte.

Wegen der großen Verformungen der Folie werden Modell- und Suchfenster in den einzelnen Epochen in ihrer Größe und Position der verformten Folienoberfläche angepasst. Abb.4-24 stellt den Tracking-Algorithmus exemplarisch dar.

Zur Erzielung höherer Subpixel-Genauigkeit erfolgt wiederum durch Verwendung der Grauwertprojektion entsprechend Abb.4-24 eine Verfeinerung der Extraktion der Rasterpunkte. Das Tracking erfolgt separat für die Bildfolgen jeder Kamera. Die Zuordnung der korrespondierenden Punkte zwischen den beiden Bildern je Bildpaar erfolgt über die in der 0. Epoche definierten Punktnummern.

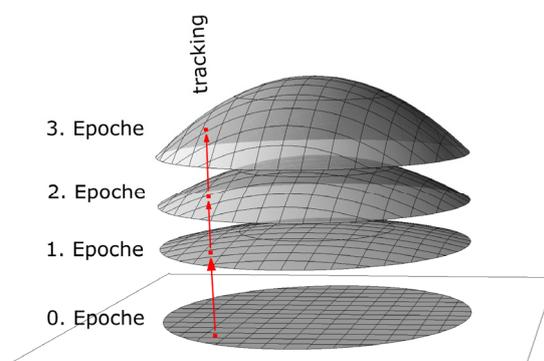


Abb.4-24 Tracking Algorithmus der Rasterpunkte 0. bis 3. Epochen

Das für jede Kamera getrennt durchgeführte Tracking der Rasterpunkte wird erst durch die kurzen Zeitabständen zwischen den aufgenommenen Epochen durchführbar. Bei geringen Verformungszuwächsen ist nur ein geringes Anpassen der Suchfenster notwendig. Auch weisen Grauwertintensitäten der Suchfenster zwischen zwei aufeinander folgenden Epochen keine merklichen Unterschiede auf. Für die Berstversuche wurde daher ein kurzes Zeitintervall von 5s zwischen den Aufnahmen gewählt.

4.4.8 Bündeltriangulation

Die Berechnung der 3D Objektkoordinaten X, Y und Z der Rasterpunkte aus den gemessenen und korrespondierenden Bildkoordinaten beider Aufnahmen eines Bildpaares erfolgt mit der Bündeltriangulation. Die Bündeltriangulation ist ein Verfahren zur rechnerischen Einpassung beliebig vieler im Raum angeordneter Bilder oder Strahlenbündel unter Berücksichtigung photogrammetrisch gemessener Bildpunkte. Der Bezug zum übergeordneten Objektkoordinatensystem erfolgt durch die 14 eingemessenen Zielmarken. Alle Parameter der inneren Orientierung (Brennweite, radiale und tangential Verzeichnung) der Kameras aus der Kamerakalibrierung (siehe Kapitel 4.3.2) werden bei der Berechnung der 3D-Objektkoordinaten berücksichtigt.

Die wesentliche geometrische Bedingung der Bündeltriangulation ist die Forderung, dass sich alle korrespondierenden (homologen) Bildstrahlen optimal in ihrem Objektpunkt schneiden sollen. Nach Luhmann [63] gilt für die Abbildung eines Bildpunktes in den Objektraum die Gleichung:

$$\begin{bmatrix} x' - x_0 - dx' \\ y' - y_0 - dy' \\ -c \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

mit:

x', y'	Koordinaten des Bildhauptpunktes (aus Kalibrierung)
x_0', y_0'	Schwerpunktkoordinaten des Punktfeldes im System X, Y, Z (konstante Größen im Ausgleichsprozess)
c	Kammerkonstante (aus Kalibrierung)
dx', dy'	Verzeichnungsparameter (aus Kalibrierung)
m	Maßstabsfaktor der Objektpunkte zwischen Objektraum und Bildraum
r_{ij}	Rotationsmatrix
X, Y, Z	Objektkoordinaten
X_0, Y_0, Z_0	Koordinaten des Projektionszentrums

Gleichung (4.8) stellt die Beobachtungen (gemessene Bildkoordinaten) als Funktion der Unbekannten (3D-Objektkoordinaten) unter Berücksichtigung der Kameraparameter dar.

Die Kollinearitätsgleichungen folgen aus Gleichung (4.8) durch Division der ersten und zweiten Gleichung jeweils mit der dritten Gleichung. Damit wird der Maßstabsfaktor m eliminiert. Es gilt dann für die Kollinearitätsgleichungen nach Luhmann [63]:

$$\begin{aligned} x' + v_{x'} &= x_0' - c \cdot \frac{r_{11} \cdot (X - X_0) + r_{21} \cdot (Y - Y_0) + r_{31} \cdot (Z - Z_0)}{r_{13} \cdot (X - X_0) + r_{23} \cdot (Y - Y_0) + r_{33} \cdot (Z - Z_0)} + dx' \\ y' + v_{y'} &= y_0' - c \cdot \frac{r_{12} \cdot (X - X_0) + r_{22} \cdot (Y - Y_0) + r_{32} \cdot (Z - Z_0)}{r_{13} \cdot (X - X_0) + r_{23} \cdot (Y - Y_0) + r_{33} \cdot (Z - Z_0)} + dy' \end{aligned} \quad (4.9)$$

mit:

$v_{x'}, v_{y'}$	Korrekturparameter der Bildkoordinaten
------------------	--

Die Kollinearitätsgleichungen (4.9) beschreiben die Transformation der gemessenen Bildkoordinaten (x', y') in die entsprechenden Objektkoordinaten (X, Y, Z).

Für jeden Objektpunkt erhält man aus Gleichung (4.9) vier Beobachtungsgleichungen - jeweils 2 Gleichungen je Bild eines Bildpaares. Mit den Beobachtungsgleichungen und den

Koordinaten der 14 Zielmarken lassen sich damit die drei gesuchten Objektkoordinaten X, Y und Z für jeden Objektpunkt ermitteln.

Als Endergebnis resultieren aus der Bündeltriangulation:

- die Objektkoordinaten X, Y, Z für jede Epoche,
- die Standardabweichung σ_x , σ_y und σ_z der berechneten Objektkoordinaten und
- die Nummerierung der Objekt- bzw. Rasterpunkte.

Die Ausgleichsberechnung erfolgte mit dem in der Photogrammetrie häufig verwendeten Ausgleichsprogramm CLIC des Fachgebiets der Photogrammetrie der Technischen Universität München.

4.4.9 Filterung der Objektkoordinaten

Für die nachfolgende kontinuumsmechanische Auswertung der Versuche werden die aus der Bündeltriangulation ermittelten Objektkoordinaten X, Y und Z gefiltert. Die Filterung führt zur Glättung der verrauschten Messdaten durch Löschung von stark abweichenden Messdaten. Kleinere Messfehler ergeben sich durch Messunsicherheiten bedingt durch den Versuchsaufbau und der photogrammetrischen Messung. Grobe Messfehler können bei der Berechnung der Objektkoordinaten durch fehlerhafte Punktzuordnungen beim Tracking (siehe Kapitel 4.4.7) entstehen. Als Endergebnis der Filterung stehen ausgeglichene Koordinaten der Objektpunkte für jede Epoche zur Verfügung.

Flächenapproximation

Die Flächenapproximation wird als bedingte Ausgleichung mit Unbekannten berechnet. In Zeller [116] sind das Funktionsmodell und die mathematischen Grundlagen der Flächenapproximation dargestellt. Die verformten Foliengeometrien stellen in sich stetige und glatte Oberflächen dar. Daher können die aus der Bündeltriangulation berechneten Objektkoordinaten X, Y und Z lokal an eine Fläche zweiter Ordnung angepasst werden. Als Approximationsfläche dient die Fläche S (X, Y, Z) darstellbar als 2D Polynom zweiter Ordnung

$$z = AX^2 + BY^2 + CXY + DX + EY + F \quad (4.10)$$

mit:

X, Y, Z Objektkoordinaten der Oberflächenpunkte aus der Bündeltriangulation

Die Parameter A und B beschreiben die Flächenkrümmung, C die Verwindung der Fläche. Mit den Parametern D und E wird die Steigung der Fläche gegenüber der x- bzw. y-Achse und mit F der Schnittpunkt der Fläche mit der z-Achse beschrieben.

Für die Flächenapproximation gilt, dass die Summe der Abstände zwischen den auszugleichenden Objektpunkten und der Fläche minimal werden soll.

Die Koordinaten der ausgeglichenen Objektpunkte X' , Y' und Z' ergeben sich als Summe aus den ursprünglichen Objektkoordinaten der Bündeltriangulation und den Korrekturwerten Δx , Δy und Δz der Flächenapproximation. Die Werte Δx , Δy und Δz entsprechen dem Abstand der Objektpunkte zu der approximierten Fläche. Es gilt somit für die ausgeglichenen Objektkoordinaten in x-, y- und z-Richtung:

$$X' = X + \Delta x \quad , \quad Y' = Y + \Delta y \quad , \quad Z' = Z + \Delta z \quad (4.11)$$

mit:

X' , Y' , Z' ausgeglichene Objektkoordinaten
 Δx , Δy , Δz Korrekturwerte der Messpunkte

Generierungsquadrate zur diskreten Flächenapproximation

Durch den Prozess der Flächenapproximation soll die ursprüngliche Kontur bzw. Form der deformierten Fläche möglichst wenig verändert werden. Dellen in der Oberflächenkontur sowie unsymmetrische Verformungen, die aufgrund von materiellen Imperfektionen entstehen können, sollen nicht ausgeglichen und geglättet werden. Um dies zu gewährleisten, wird der entwickelte Algorithmus der Flächenapproximation nicht gleichzeitig auf alle Punkte der Punktwolke, sondern abschnittsweise jeweils für einzelne diskrete Flächenabschnitte angewendet.

Für diesen Zweck werden um jeden Rasterpunkt der Punktwolke Quadrate mit einer Kantenlänge 9 cm bzw. 11 cm als Generierungsfenster aufgespannt. Da sich der Abstand der Rasterpunkte während des Berstversuches aufgrund der Dehnungen kontinuierlich vergrößert, wurden zwei Quadratgrößen festgelegt. Zu Beginn des Versuchs mit dichterem Punktraster hat das Quadrat eine Kantenlänge von 9x9 cm. In den späteren Epochen des Versuchs wird die Kantenlänge auf 11x11 cm vergrößert, um den größeren Messpunktabständen Rechnung zu tragen. Alle innerhalb der Quadrate befindlichen Messpunkte dienen als Stützpunkte der in diesem diskreten Bereich zu approximierenden Fläche zweiter Ordnung nach Gleichung (4.10).

Abb.4-25 zeigt das Generierungsfenster mit den Raster- bzw. Messpunkten In Abb.4-26 sind die approximierte Fläche eines Abschnittes sowie die Messpunkte als Punktwolke dargestellt.

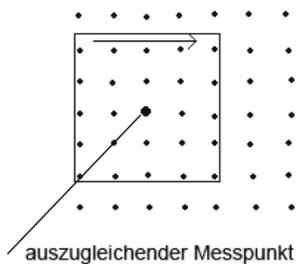


Abb.4-25 Quadrat als Generierungsfenster zur Flächenapproximation aus [116]

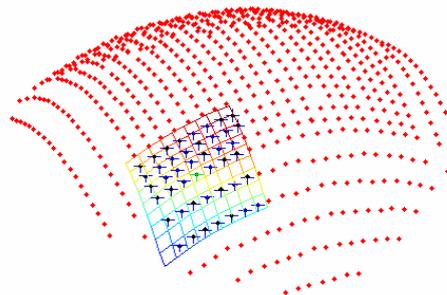


Abb.4-26 Abschnittsweise approximierte Fläche und Messpunkte (rote Punkte),[116]

Von jeder Flächenapproximation je Abschnitt werden jeweils nur für die Rasterpunkte, die den Mittelpunkten der Quadrate entsprechen, die Korrekturwerte Δx , Δy , Δz und damit die ausgeglichenen Koordinaten X' , Y' , Z' berechnet. Alle übrigen Messpunkte innerhalb des Quadrates (siehe Abb.4-25) dienen als Stützpunkte zur Generierung der Flächenapproximation. Der Prozess des Aufspannens der Quadrate erfolgt nacheinander für jeden Messpunkt der Punktwolke.

Löschung grober Messfehler

Die Filterung der Objektkoordinaten hat neben der Angleichung der Messpunkte auch die Eliminierung von Punkten mit sehr großen Messfehlern zum Ziel. Über die Korrekturwerte Δx , Δy , Δz , die die Abstände in der x-, y- und z-Koordinatenrichtung darstellen, können diese Punkte ermittelt werden. Da die Korrekturwerte in horizontaler x- und y-Richtung gegenüber den Werten in z-Richtung um ein Vielfaches kleiner sind, werden ausschließlich Messpunkte mit erhöhten Δz -Werten näher untersucht.

Als Kriterium für das Löschen von Messpunkten mit groben Messfehlern dient die Standardabweichung $\sigma_{\Delta z}$ der Korrekturwerte in z-Richtung. Es gilt für die Standardabweichung $\sigma_{\Delta z}$:

$$\sigma_{\Delta z} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta z_i - \Delta \bar{z}_i)^2} \quad (4.12)$$

mit:

- n Anzahl der Rasterpunkte bzw. Messpunkte
- Δz_i Korrekturwerte der Messpunkte in z-Richtung
- $\Delta \bar{z}_i$ Mittelwerte der Korrekturwerte in z-Richtung

Alle Messpunkte mit Korrekturwerten Δz größer als $3 \cdot \sigma_{\Delta z}$ werden unter Annahme eines großen Messfehlers gelöscht. In Abb.4-27 ist das Ergebnis der Filterung der Messdaten dargestellt.

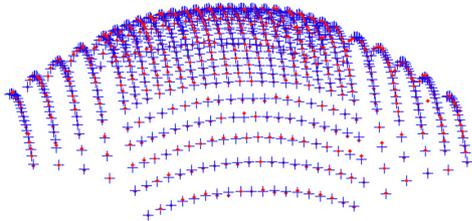


Abb.4-27 Punktwolke mit Rohdaten (rote Punkte) und ausgeglichenen Daten nach der Filterung (blaue Kreuze), aus [116]

4.4.10 Oberflächengenerierung

Aus den Punktwolken der gefilterten 3D-Koordinaten der Objektpunkte lassen sich die Oberflächen der verformten ETFE-Folien generieren. Hierfür wird das definierte Raster in ein regelmäßiges Raster transformiert. In Abb.4-28 bis Abb.4-30 sind für den Versuch V28, die Punktwolke mit den ausgeglichenen 3D-Objektpunkten und die generierte Oberfläche für einen Innendruck von 24502 Pa und einer vertikalen Verformung im Scheitelbereich von 106,5 mm dargestellt. Die Randbereiche werden aufgrund fehlender extrahierter Messpunkte in dieser Epoche extrapoliert.

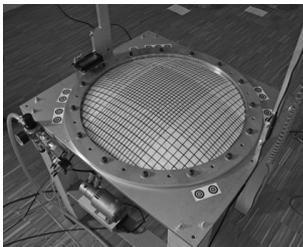


Abb.4-28 Pneu (Versuch V28)

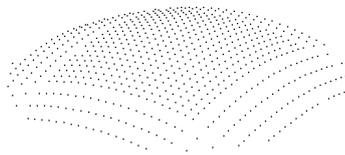


Abb.4-29 Punktwolke der Rasterpunkte (Versuch V28)

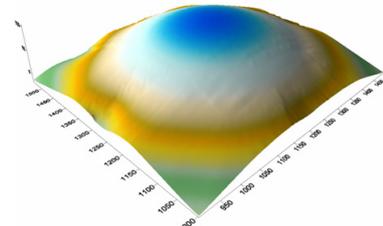


Abb.4-30 Oberflächengenerierung mit extrapolierten Randbereichen

4.4.11 Messgenauigkeiten

Die Genauigkeit bei der Berechnung der Bild- und 3D-Objektkoordinaten ist abhängig von der Oberflächenkontur und der Beschaffenheit der Folie. Starke Aufhellungen der Markierungen der Messpunkte führen zu verringerten Messgenauigkeiten bei der Punktextraktion.

Beim Aufblasvorgang ändern sich die Oberflächenkrümmungen der Folie sowie der Abstand zwischen Kamera und Objekt (Folie) kontinuierlich. Damit stellen sich innerhalb der Bündeltriangulation veränderte Sehstrahlkonfigurationen ein, die zu variierenden Genauigkeiten bei der Ermittlung der 3D-Objektkoordinaten führen.

Die anschließende strukturmechanische Analyse erstreckt sich i. d. R. über 2/3 Drittel der gesamten Versuchsdauer, d.h. 2/3 der Epochen. Im letzten Drittel erfolgen verstärkte plastische Verformungen mit einer starken Verringerung der Dicke der Folie, die eine strukturmechanische Untersuchung des Werkstoffverhaltens erschweren. Die im Folgenden ausgewiesenen Messgenauigkeiten beziehen sich daher jeweils auf 2/3 der Versuchsdauer bzw. 2/3 der Epochen.

1.) Genauigkeiten der 2D-Bildkoordinaten

Im Zuge der Bündeltriangulation werden für alle Epochen eines Versuchs die Durchschnittsgenauigkeiten ($\sigma_{0,a \text{ posteriori}}$) der extrahierten Bildpunkte eines Bildpaare ausgewiesen. Über 2/3 der Versuchsdauer ergeben sich für die Ermittlung der Bildkoordinaten gemittelte $\sigma_{0,a \text{ posteriori}}$ -Werte von:

$$\sigma_{0,a \text{ posteriori}} = \frac{1}{3} \text{ Pixel}$$

Mit der Auflösung der verwendeten Kameras nach Abschnitt 4.3.2 beträgt die Pixelgröße 6,096 μm . Damit ergibt sich als durchschnittliche Genauigkeit der 2D-Bildkoordinaten:

$$\sigma_{0,a \text{ posteriori}} = \frac{1}{3} \text{ Pixel} = 0,002 \text{ mm}$$

2.) Genauigkeiten der 3D-Objektkoordinaten

In der Bündeltriangulation werden die Standardabweichungen σ_x , σ_y und σ_z der drei Objektkoordinaten ausgewiesen. In Abb.4-31 und Abb.4-32 sind die Standardabweichungen der 3D-Objektkoordinaten über die gesamte Versuchsdauer vor und nach der Filterung dargestellt.

Um die Messgenauigkeit des Verfahrens zu prüfen, wurde in [116] exemplarisch für den Versuch V10 eine interaktive Punktextraktion durchgeführt. D.h. in diesem Fall wurden anstatt der automatischen Punktextraktion durch das entwickelte Analyseverfahren 25 Rasterpunkte im Scheitelbereich der ETFE-Folie interaktiv von Hand extrahiert. Die dabei erzielten Genauigkeiten werden den Messgenauigkeiten der automatischen Punktextraktion gegenübergestellt.

Der für die strukturmechanische Analyse maßgebende Versuchsbereich ist in Abb.4-31 für den Versuch V10 als Auswertebereich markiert.

Die horizontalen Koordinaten x und y werden wegen der Schnittkonfiguration der Sehstrahlen wesentlich genauer ermittelt. Aufgrund von Aufhellungen der Markierungen und Überschneidungen der Randbereiche verringern sich über die Versuchsdauer die Genauigkeiten. Zum Ende des Versuchs treten verstärkte Schwankungen bei den Standardabweichungen zwischen den Epochen auf. Dies ist auf Fehler beim Tracking zurückzuführen. In den letzten Epochen nehmen diese Werte wieder ab, da extrahierte Punkte mit sehr groben Fehlern im Analyseprozess eliminiert wurden.

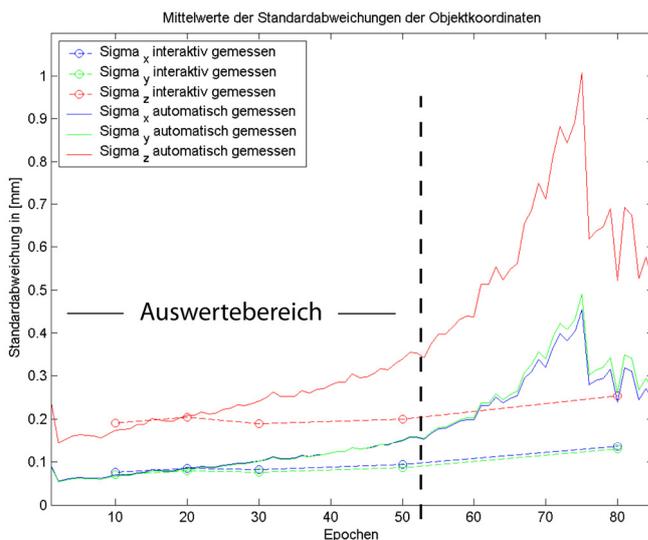


Abb.4-31 Standardabweichungen der Objektkoordinaten x, y, z vor Filterung der Objektkoordinaten (Versuch V10), Unterscheidung automatische und interaktive Punktextraktion, aus [116]

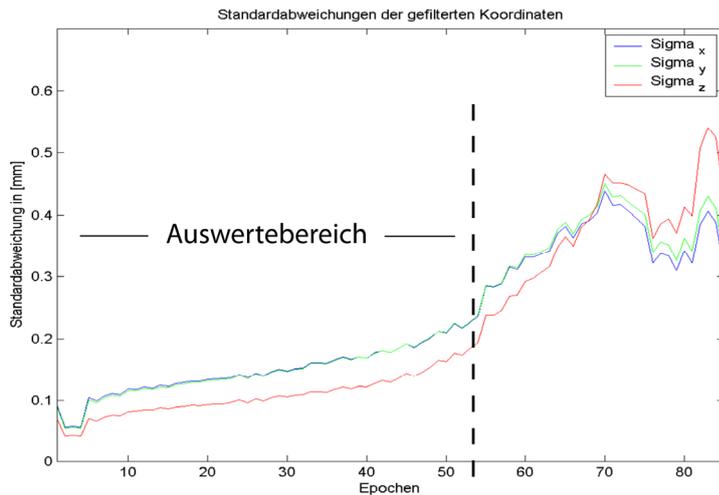


Abb.4-32 Standardabweichungen Objektkoordinaten x,y,z nach Filterung der Objektkoordinaten (Versuch V10), aus [116]

Für den Auswertebereich (Versuch V10), d.h. bis zum maximalen Innendruck bei Epoche 53, ergeben sich bei der automatischen und interaktiven Punktextraktion die in Tab 4.3 dargestellten maximalen, minimalen und gemittelten Genauigkeiten der 3D-Objektkoordinaten aus der Bündeltriangulation:

	Automatische Punktextraktion <u>vor</u> der Filterung			interaktive Punktextraktion <u>vor</u> der Filterung		
	Minimum	Maximum	Mittelwert	Minimum	Maximum	Mittelwert
σ_x [mm]	0,06	0,17	0,10	0,07	0,08	0,08
σ_y [mm]	0,05	0,17	0,10	0,07	0,08	0,07
σ_z [mm]	0,14	0,37	0,24	0,19	0,20	0,19

Tab 4.3 Standardabweichungen der 3D-Objektkoordinaten vor Filterung (V10)

Nach der Filterung mittels Flächenapproximation (entsprechend Kapitel 4.4.9) werden die in Tab 4.4 dargestellten Genauigkeiten erzielt. Für den bei der strukturmechanischen Auswertung relevanten Bereich (Versuch V10 bis Epoche 53) ergibt sich eine gemittelte Standardabweichung der z-Koordinate von 0,11 mm und in horizontaler Richtungen (x-, y-Koordinate) jeweils von 0,15 mm.

	Automatische Punktextraktion <u>nach</u> der Filterung		
	Minimum	Maximum	Mittelwert
σ_x [mm]	0,06	0,24	0,15
σ_y [mm]	0,06	0,24	0,15
σ_z [mm]	0,04	0,19	0,11

Tab 4.4 Standardabweichungen der 3D-Objektkoordinaten nach Filterung (V10)

Interpretation der Messgenauigkeiten

1.) Einfluß der automatischen und interaktiven Punktextraktion

Die interaktive Punktextraktion erzielt bei höheren Epochen zum Ende des Versuchs eine signifikant höhere Genauigkeit. Ebenso ist die Schwankungsbreite bei der interaktiven Punktextraktion weniger ausgeprägt als bei der automatischen Extraktion der Messpunkte. Im ersten Drittel des Versuchs ist jedoch durch die interaktive Punktextraktion keine merkliche Verbesserung der Genauigkeiten zu erzielen (vgl. Abb.4-31). Beim Vergleich der $\sigma_{o,a \text{ posteriori}}$ - Werte zeigt sich bei beiden Extraktionsverfahren ein Anstieg der Standardabweichungen über alle Epochen mit geringerem Ausmaß bei der interaktiven Punktextraktion. Die verstärkte Aufhellung der Linien und Messpunkte

erschwert auch bei der interaktiven Punktextraktion die Erkennung und Lokalisierung der Messpunkte.

2.) Einfluß der Filterung

Durch die Filterung werden die Messgenauigkeiten der z-Koordinaten deutlich verbessert. In horizontaler Richtung erfolgt eher eine kleine Verschlechterung der Messgenauigkeiten.

3.) Rasterpunktdichte

Die Rasterpunktdichte der extrahierten Messpunkte ist über den Versuch nicht konstant. Gründe für die Nichterkennung einzelner Messpunkte sind:

- ein Aufhellen der Rasterlinien bei großer Dehnung,
- keine synchrone Erkennung der Randbereiche aufgrund von Überlagerungen während des Deformationsprozesses.

Die dargestellten Gründe treten erst bei größeren Dehnungen der Folie auf. Folglich nimmt die Punktdichte der extrahierten Rasterpunkte über die Versuchsdauer t ab. In Abb.4-33 ist die Punktdichte des Versuchs V10 für 6 Epochen dargestellt. In der Epoche Null ($t=0s$) ist der für die spätere Auswertung maßgebliche Scheitelbereich mit höherer Rasterpunktdichte markiert.

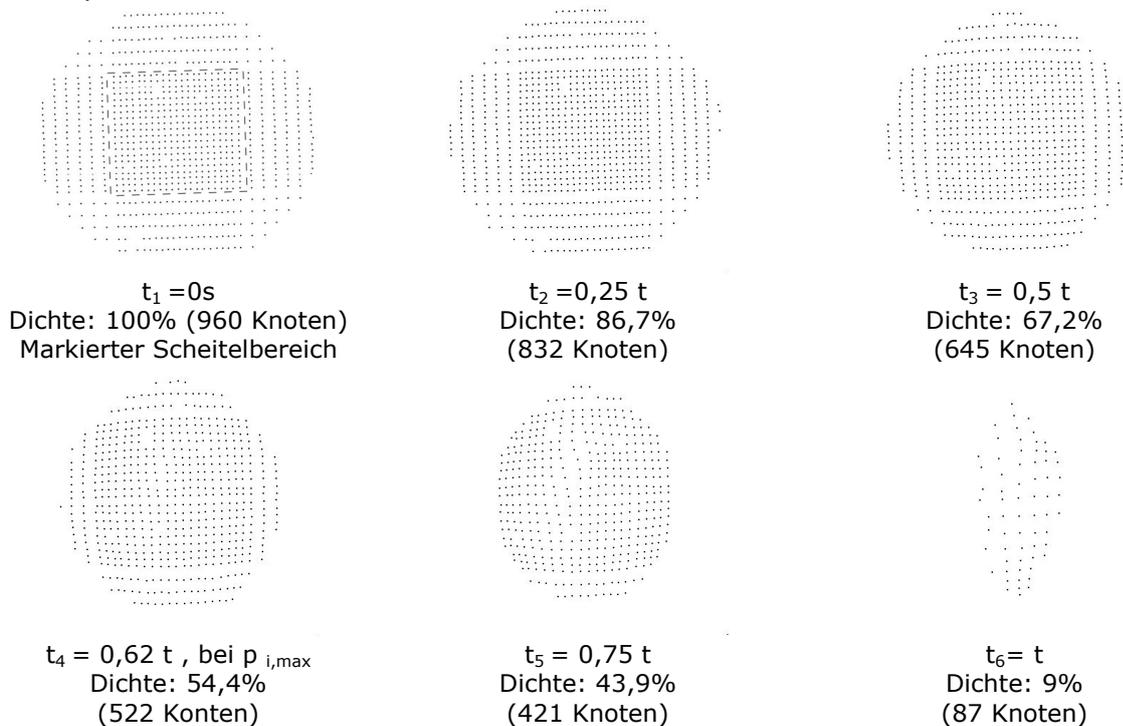


Abb.4-33 Rasterpunktdichte in Abhängigkeit von der Versuchsdauer t (Versuch V10)

Abb.4-34 zeigt die Entwicklung der Rasterpunktdichte des Versuchs V10 als Blockdiagramm. Bis zur Hälfte des Versuchs können noch über $2/3$ der Rasterpunkte detektiert werden. Bei Versuch V10 tritt der maximale Innendruck nach 260s oder 62% der Versuchsdauer t auf. Zu diesem Zeitpunkt beträgt die Punktdichte ca. 54%. Der zu untersuchende Scheitelbereich mit enger Rasterpunktdichte wird noch vollständig abgebildet. Erst im letzten Viertel des Versuchs nimmt die Dichte aufgrund der großen Verformungen rapide ab.

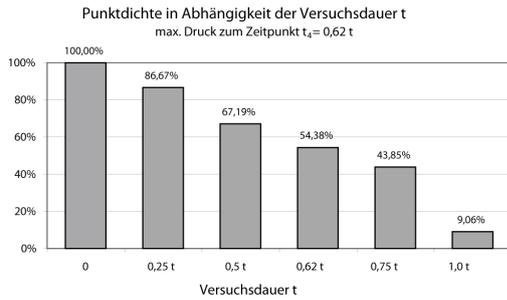


Abb.4-34 Rasterpunktdichte über die Versuchsdauer t (Versuch V10)

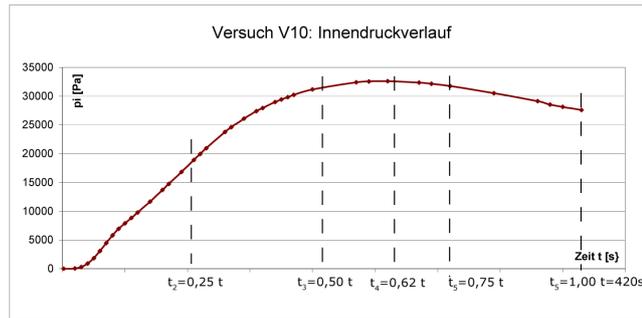


Abb.4-35 Versuch V10: Innendruckverlauf

Eine flachere Ausrichtung der Kameras verbessert aufgrund des größeren Schnittwinkels der Sehstrahlen (vgl. Abb.4-6) die Berechnungsgenauigkeit der vertikalen z-Koordinate der Objektpunkte merklich. Jedoch können bei zu flachen Winkeln die Seitenbereiche der verformten Foliengeometrien bei höheren Epochen nicht mehr synchron aufgenommen werden. Die Folge ist eine starke Verringerung der Punktdichte bei höheren Epochen. Verformungen, Krümmungen, Dehnungen und Folienkräfte werden in der folgenden strukturmechanischen Analyse für den Scheitelpunkt (engeres Rasterfeld, s. Abb.4-33) ermittelt. Die Auswertung erfolgt in der Regel bis zum maximalen Innendruck ($p_{i,max}$). Alle danach folgenden Epochen weisen sehr große plastische Verformungen mit sehr starker Dickenabnahme auf. Bis zum maximalen Innendruck ist für den Scheitelpunkt keine merkliche Verringerung der Rasterpunktdichte feststellbar. Größere Punktdichten für den Gesamtbereich über alle Epochen mit gleichzeitig höheren Genauigkeiten wären durch die Verwendung weiterer Messkameras erzielbar.

4.5 Strukturmechanische Analyse

Aus der photogrammetrischen Untersuchung der Berstversuche werden die Verformungen der ETFE-Folie für unterschiedliche Innendrucke ermittelt. Mit Hilfe der Differentialgeometrie und der Kontinuumsmechanik lassen sich die Krümmungen, die Dehnungen sowie die Folienkräfte der ETFE-Folie in Abhängigkeit des Innendrucks bestimmen. Geometrische und materielle Nichtlinearitäten der ETFE-Folie werden bei der Dehnungsberechnung berücksichtigt.

4.5.1 Verformungen

Die Verformungen folgen direkt aus den ermittelten und ausgeglichenen 3D-Objektkoordinaten der photogrammetrischen Analyse. Die Gesamtverformungen der Folien werden in Form von Höhenlinienplänen (siehe Abb.4-36) dargestellt. 2D-Verformungslinien ergeben sich für senkrechte Meridianschnitte (entsprechend Abb.4-37 , Schnitt A-A) durch den Scheitelpunkt der Pneus.

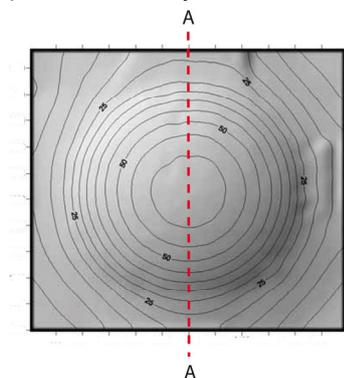


Abb.4-36 Höhenlinienplan, Epoche t=70s, $p_i=11714$ Pa, max. $f_z=64,06$ mm (Versuch V10)

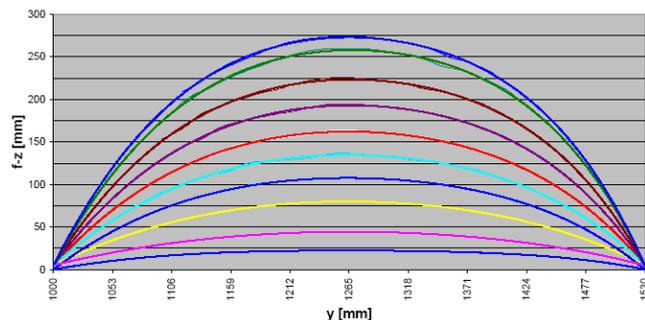


Abb.4-37 Meridianschnitt durch den Scheitelpunkt: Verformungsfigur für 10 Innendruckzustände, max. $f_z=274,25$ mm für max. $p_i=32664.6$ Pa (Versuch V10)

4.5.2 Krümmungen

Entsprechend Kapitel 2.1.2 erfolgt die Berechnung der Flächenkrümmungen mit Hilfe der Untersuchung des Krümmungsverlaufs von Kurven auf der verformten Folienpneugeometrie. Mit den ermittelten Verformungsfiguren entsprechend Abb.4-37 werden für senkrechte Querschnitte durch den Scheitelpunkt der Pneus die Krümmungen berechnet. Nach Gleichung (2.17) gilt für die Krümmung κ einer Funktion $f(x)$ der Zusammenhang:

$$\kappa = \left| \frac{f''(x)}{(1 + f'(x)^2)^{3/2}} \right| \quad (4.13)$$

Die parabelförmigen Verformungslinien aus Abb.4-37 werden mittels einer linearen Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate als Polynomfunktion approximiert. Die lineare Regression mit einem Polynom 5. Grades ergibt die Regressionsgleichung der Verformungslinie je Epoche

$$f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f \quad (4.14)$$

Mit Gleichung (4.13) folgt für die Krümmung

$$\kappa = \left| \frac{20ax^3 + 12bx^2 + 6cx + 2d}{(1 + (5ax^4 + 4bx^3 + 3cx^2 + 2dx + e)^2)^{3/2}} \right| \quad (4.15)$$

4.5.3 Berechnung der Folienkräfte

Die Folienkräfte infolge des Innendrucks p_i werden für den Scheitelpunkt mit Hilfe der Krümmungsradien berechnet. Die verformte Flächengeometrie der ETFE-Folie entspricht einem Rotationskörper über kreisförmigem Grundriss. Abb.4-38 stellt die geometrischen Definitionen dar.

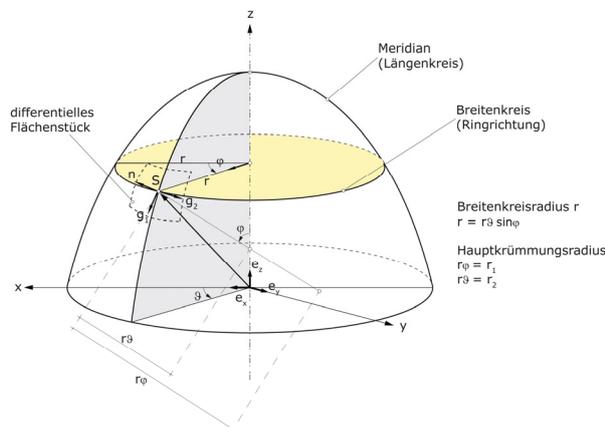
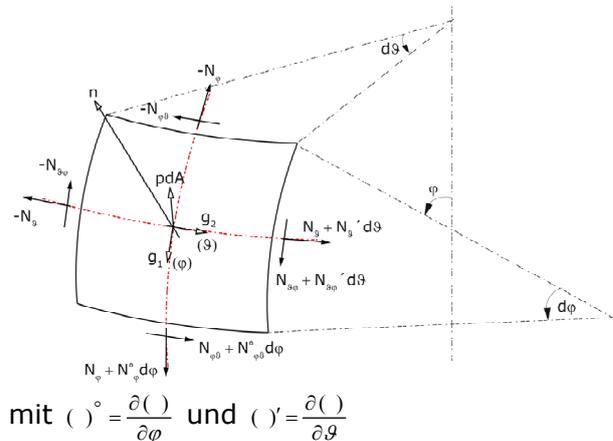


Abb.4-38 Geometrie des Rotationskörpers, nach [11]



mit $()^\circ = \frac{\partial ()}{\partial \varphi}$ und $()' = \frac{\partial ()}{\partial \vartheta}$

Abb.4-39 Gleichgewicht am differentiellen Flächenelement dA , nach [11]

Mit den Tangentenvektoren gilt für die Schnittgrößen aus [11]:

$$\begin{aligned} N_\varphi &= n_\varphi r d\vartheta & N_\vartheta &= n_\vartheta r_1 d\varphi \\ N_{\varphi\vartheta} &= n_{\varphi\vartheta} r d\vartheta & N_{\vartheta\varphi} &= n_{\vartheta\varphi} r_1 d\varphi \end{aligned} \quad (4.16)$$

Am differentiellen Flächenelement nach Abb.4-39 mit den Beanspruchungen p_φ , p_ϑ und p_r ergeben sich mit dem Breitenkreiswinkel ϑ , dem Meridianwinkel φ , den beiden Hauptkrümmungsradien $r_\varphi = r_1$ und $r_\vartheta = r_2$ für die Schnittgrößen n_φ , n_ϑ und $n_{\varphi\vartheta}$ die drei Gleichgewichtsbedingungen [11], [39]:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (n_{\varphi} r) + r_1 \frac{\partial n_{\varphi g}}{\partial g} - n_g r_1 \cos \varphi + p_{\varphi} r r_1 = 0 \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (n_{\varphi g} r) + r_1 \frac{\partial n_g}{\partial g} + n_{\varphi g} r_1 \cos \varphi + p_g r r_1 = 0 \quad (4.18)$$

$$\frac{n_{\varphi}}{r_1} + \frac{n_g}{r_2} = p_r \quad (4.19)$$

Für den Sonderfall rotationssymmetrischer Belastung sind die Ringkräfte n_g entlang eines Breitenkreises konstant. Damit werden alle Ableitungen nach g zu null. Bei Vernachlässigung von Gleichung (4.18), die die Torsionsbelastung der Schale um ihre Rotationsachse mit den Schubkräften $n_{\varphi g}$ beschreibt, reduziert sich das

Gleichungssystem zu:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (n_{\varphi} r) - n_g r_1 \cos \varphi + p_{\varphi} r r_1 = 0 \quad (4.20)$$

$$\frac{n_{\varphi}}{r_1} + \frac{n_g}{r_2} = p_r \quad (4.21)$$

Aufgelöst nach den Ringkräften n_g und den Meridiankräften n_{φ} ergibt sich:

$$n_g = r_2 \left(p_r - \frac{n_{\varphi}}{r_1} \right) \quad (4.22)$$

$$n_{\varphi} = \frac{1}{r \cdot \sin \varphi} \int_0^{\varphi} r \cdot r_1 \cdot [p_r \cdot \cos \varphi - p_{\varphi} \cdot \sin \varphi] d\varphi + C \quad (4.23)$$

Lastfall Innendruck:

Für den Lastfall Innendruck p_i entsprechen die radialen Beanspruchungen p_r dem Innendruck p_i und die Beanspruchungen p_{φ} werden zu null. Es gilt:

$$n_g = r_2 \left(p_i - \frac{n_{\varphi}}{r_1} \right) \quad (4.24)$$

$$n_{\varphi} = \frac{1}{r \cdot \sin \varphi} \int_0^{\varphi} r \cdot r_1 \cdot p_i \cdot \cos \varphi d\varphi + C \quad (4.25)$$

Gleichung (4.25) lässt sich auch ohne geschlossene Integration mit Hilfe der Summe aller vertikalen Lastanteile $P_{i,v}$ an einem beliebigen Horizontalschnitt ($\varphi = \text{const}$) lösen. Mit Hilfe der analytischen Geometrie gilt entsprechend Abb.4-40 für die Summe aller vertikalen äußeren Kräfte $P_{i,v}$ und für den vertikalen Anteil der Meridiankraft $n_{\varphi,v}$ die Gleichungen:

$$P_{i,v} = 2\pi r \cdot n_{\varphi,v} \quad (4.26)$$

$$n_{\varphi,v} = n_{\varphi} \cdot \sin \varphi \quad (4.27)$$

$$P_{i,v} = 2\pi r \cdot n_{\varphi} \cdot \sin \varphi \quad (4.28)$$

$$n_\varphi = \frac{P_{i,v}}{2\pi r \cdot \sin \varphi} \quad (4.29)$$

Gleichung (4.29) in Gleichung (4.25) eingesetzt, ergibt:

$$P_{i,v} = 2\pi \int_0^\varphi r \cdot r_1 \cdot p_i \cdot \cos \varphi d\varphi + C \quad (4.30)$$

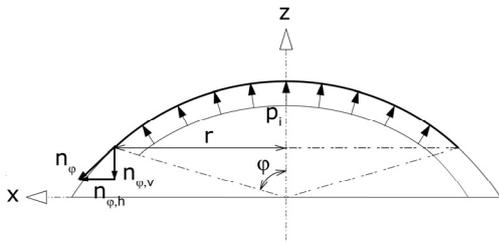


Abb.4-40 Schnittgrößen am Vertikalschnitt

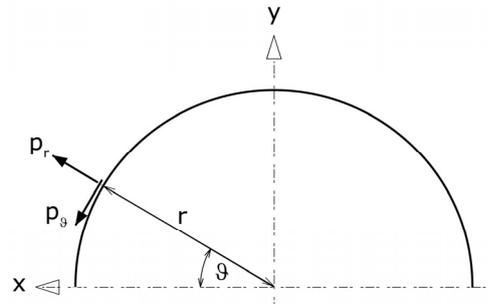


Abb.4-41 Horizontalschnitt (halber Schnittkreis)

Im Scheitelpunkt ($\varphi = 0$) verlaufen alle Meridiane in einem Punkt zusammen. Jede Richtung ist dort eine Meridianrichtung. Damit muss für $\varphi = 0$ gelten:

$$n_\varphi = n_\vartheta \quad (4.31)$$

Bei stetiger Krümmung des Kreisparaboloids gilt für die Krümmungsradien

$$r_1 = r_2 = R \quad (4.32)$$

Für den Breitenkreisradius r gilt nach Abb.4-38 der Zusammenhang

$$r = R \cdot \sin \varphi \quad (4.33)$$

Mit (4.32) und (4.33) in (4.30) ergibt sich:

$$P_{i,v} = 2\pi \int_0^\varphi R^2 \cdot p_i \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi d\varphi + C \quad (4.34)$$

Mit $\int \cos \varphi \cdot \sin \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \sin^2 \varphi$ folgt:

$$P_{i,v} = \pi R^2 \cdot p_i \cdot \sin^2 \varphi + C \quad (4.35)$$

Für $\varphi = 0$ muss die Summe der äußeren Belastungen $P_{i,v}$ zu null werden. Damit ist die Integrationskonstante $C = 0$.

Mit Gleichung (4.35) in (4.29) und Gleichung (4.24) ergibt sich für die Folienkräfte in Meridian- und Ringrichtung im Scheitelpunkt:

$$n_\varphi = \frac{P_{i,v}}{2\pi r \cdot \sin \varphi} = \frac{\pi R^2 \cdot p_i \cdot \sin^2 \varphi}{2\pi R \cdot \sin^2 \varphi} = \frac{R \cdot p_i}{2} \quad (4.36)$$

$$n_\vartheta = r_2 \left(p_i - \frac{n_\varphi}{R} \right) = r_2 \left(p_i - \frac{R \cdot p_i}{2 \cdot R} \right) = \frac{R \cdot p_i}{2} \quad (4.37)$$

Dies entspricht den Gleichungen der Kesselformel für eine Kugel unter Innendruck mit isotropem Werkstoffverhalten.

Der Krümmungsradius R ergibt sich aus dem Kehrwert der Krümmungen der Regressionskurve nach Gleichung (4.14). Im Scheitelpunkt gilt dann für die Krümmungsradien:

$$r_1 = r_2 = R = \frac{1}{\kappa} = \frac{(1 + (5ax^4 + 4bx^3 + 3cx^2 + 2dx + e)^2)^{3/2}}{20ax^3 + 12bx^2 + 6cx + 2d} \quad (4.38)$$

Die Ring- und Meridiankräfte n_θ und n_φ stellen somit Folienkräfte dar. Die Berechnung der Schnittgrößen berücksichtigt keine Dickenänderung der Folie.

4.5.4 Dehnungsberechnung

Aus den Verschiebungen eines jeden Objektpunktes der ETFE-Folie können über den Lagrangschen Ansatz die Dehnungen berechnet werden. Nachfolgend werden die einzelnen Berechnungsschritte zur Ermittlung der Dehnungen dargestellt.

1.) Festlegung der Topologie

Wie im Kapitel 2.2 der Kontinuumsmechanik gezeigt, stellt die Ermittlung der Verzerrungen ausschließlich eine geometrische Aufgabe dar. Kenntnisse über den Werkstoff in Form eines Materialmodells sind für deren Berechnung nicht notwendig.

Zur Berechnung der Verzerrungen der Fläche wird das Kontinuum der ETFE-Folie durch Knoten und Linien in einzelne Kontinua (diskrete Elemente) zerlegt. Die ETFE-Folien des Berstversuches weisen ein orthogonales Raster, bestehend aus ca. 1000 Knoten mit ca. 850 4-knotigen Elementen auf. In der Topologiedefinition wird die Nummerierung der Knoten und Elemente sowie die Definition der 4-knotigen Elemente festgelegt (vgl. Abb.4-42 bis Abb.4-44).

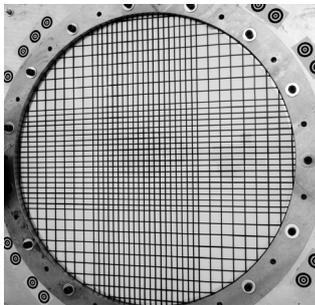


Abb.4-42 Folienraster

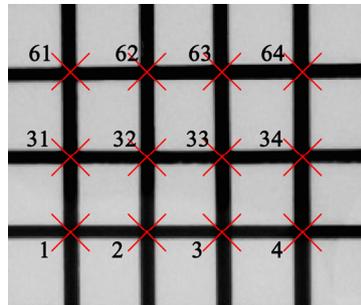


Abb.4-43 Knoten

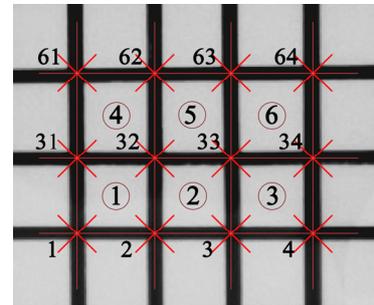


Abb.4-44 Knoten + Elemente

2.) Ermittlung der Verschiebungsfelder der Elemente

Über die Verschiebungen der Elementknoten lassen sich die Verzerrungen der finiten Elemente näherungsweise ermitteln. Durch die bilinearen Ansatz- und Formfunktionen N_k werden aus den Knotenverschiebungen x_k die Verschiebungsfelder der einzelnen Elemente approximiert.

Mit den im Kapitel 2.1 eingeführten krummlinigen Koordinaten (θ^1, θ^2) zur Beschreibung der gekrümmten Foliengeometrie und den Knotenverschiebungen x_k gilt für das Verschiebungsfeld $x(\theta^1, \theta^2)$ der Elemente:

$$x(\theta^1, \theta^2) = \sum N_k(\theta^1, \theta^2) x_k \quad (4.39)$$

Die gewählten Formfunktionen N_k des bilinearen Verschiebungsansatzes für die 4-knotigen Elemente lauten:

$$\begin{aligned}
 N_1(\theta^1, \theta^2) &= \frac{1}{4}(1-\theta^1)(1-\theta^2) \\
 N_2(\theta^1, \theta^2) &= \frac{1}{4}(1+\theta^1)(1-\theta^2) \\
 N_3(\theta^1, \theta^2) &= \frac{1}{4}(1+\theta^1)(1+\theta^2) \\
 N_4(\theta^1, \theta^2) &= \frac{1}{4}(1-\theta^1)(1+\theta^2)
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

Mit den Ortsvektoren $X \{X_1, X_2, X_3\} \in S_0$ der undeformierten Ausgangslage der Referenzkonfiguration S_0 und $x \{x_1, x_2, x_3\} \in S$ der deformierten Geometrie der Momentankonfiguration S gilt damit für die Verschiebungsfelder der

Referenzkonfiguration:

$$X(\theta^1, \theta^2) = \sum N_k(\theta^1, \theta^2) X_k = N_1 X_1 + N_2 X_2 + N_3 X_3 + N_4 X_4 \tag{4.41}$$

und der Momentankonfiguration:

$$x(\theta^1, \theta^2) = \sum N_k(\theta^1, \theta^2) x_k = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \tag{4.42}$$

3.) Ermittlung der kovarianten Basisvektoren (G_i , g_i) und der kovarianten Metriktensoren (G_{ij} , g_{ij})

Zur lokalen Beschreibung der Oberflächen gilt Gleichung (2.1) für die kovarianten Basisvektoren G_i und g_i der Referenz- und Momentankonfiguration.

$$G_i = \frac{\partial X}{\partial \theta^i} = \sum \frac{\partial N_k(\theta^1, \theta^2)}{\partial \theta^i} X_k \tag{4.43}$$

$$g_i = \frac{\partial x}{\partial \theta^i} = \sum \frac{\partial N_k(\theta^1, \theta^2)}{\partial \theta^i} x_k \tag{4.44}$$

Entsprechend Gleichungen (2.4), (2.5) und (2.6) lassen sich damit die beiden kovarianten Metriktensoren G_{ij} und g_{ij} der beiden Konfigurationen berechnen.

Für die Referenzkonfiguration gilt:

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|G_1\|^2 & \|G_1\| \|G_2\| \cos \varphi(G_1, G_2) \\ \|G_1\| \|G_2\| \cos \varphi(G_1, G_2) & \|G_2\|^2 \end{bmatrix} \tag{4.45}$$

Für die Momentankonfiguration gilt:

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|g_1\|^2 & \|g_1\| \|g_2\| \cos \varphi(g_1, g_2) \\ \|g_1\| \|g_2\| \cos \varphi(g_1, g_2) & \|g_2\|^2 \end{bmatrix} \tag{4.46}$$

4.) Ermittlung des Green-Lagrangeschen Verzerrungstensors E

Mit Hilfe des kontravarianten Basisvektor G^i der Referenzkonfiguration nach Gleichung (2.12) $G^i = G^{ij} G_j$ gilt für den Green- Lagrangeschen Verzerrungstensors E:

$$E = \frac{1}{2}(g_{ij} - G_{ij})G^i \otimes G^j \quad (4.47)$$

Die physikalische Deutung des Verzerrungstensors erfolgt durch die Transformation der Komponenten ε_{ij} von E auf das kartesische Bezugssystem mit den Basisvektoren e_i ($i=1, 2$). Es gilt dann für die Komponenten ε_{mn} von E bezüglich des kartesischen Bezugssystems:

$$E = \frac{1}{2}(g_{ij} - G_{ij})G^i \otimes G^j = \varepsilon_{ij} e_i \otimes e_j = \varepsilon_{mn} e_m \otimes e_n \quad (4.48)$$

$$\varepsilon_{mn} = \frac{1}{2}(g_{ij} - G_{ij}) (e^m \cdot G^i)(e^n \cdot G^j) \quad (4.49)$$

Ausgewertet mit der Einsteinschen Summenkonvention führt dies zu den Komponenten ε_{mn} des Verzerrungstensors E.

$$\varepsilon_{mn} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

5.) Ermittlung der Hauptdehnungen

Die Berechnung der Hauptdehnungen entspricht der Lösung der Eigenwertaufgabe. Es gilt für die Hauptdehnungen ε_0 mit dem Einheitstensor I, dem normierten Normalenvektor n und den Dehnungen ε der Zusammenhang:

$$(\varepsilon - \varepsilon_0 I)n = 0 \quad (4.51)$$

Für $n \neq 0$ ist die Gleichung nur lösbar, wenn der Tensor $(\varepsilon - \varepsilon_0 I)$ singularär ist. Dann muss gelten:

$$\det(\varepsilon - \varepsilon_0 I) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} - \varepsilon_0 & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} - \varepsilon_0 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.52)$$

Dies führt auf das charakteristische Polynom mit den Hauptdehnungen als nichttriviale Lösungen [68].

6.) Kontrolle der Ergebnisse der Dehnungsberechnung

Mit Hilfe der Orthonormalitätsbedingung (4.53) für die ko- und kontravarianten Basisvektoren erfolgt die Kontrolle der aufgestellten Gleichungen.

$$G^i \cdot G_j = \delta_j^i \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases} \quad (4.53)$$

Die einzelnen Berechnungsschritte zur Ermittlung der Krümmungen, Dehnungen und Folienkräfte sind als Routine im Programm Excel programmiert. Die automatische Ermittlung der Kennwerte erfolgt nach Einlesen der 3D-Koordinaten aller Rasterpunkte je Epoche aus der photogrammetrischen Analyse.

Die programmierten Berechnungsroutinen zur Ermittlung der Dehnungen wurden exemplarisch für einzelne finite Elemente mit dem Berechnungsprogramm CARAT des

Lehrstuhls für Statik der Technischen Universität München überprüft. Die Dehnungsberechnung des Programms CARAT basiert auf dem gleichen Lagrangeschen Ansatz mit Verwendung des Green-Lagrangeschen Verzerrungstensors.

4.5.5 Genauigkeit der strukturellemechanischen Untersuchung

Genauigkeit der Krümmungsberechnung

Abb.4-45 zeigt das Bestimmungsmaß der linearen Regression zur Ermittlung der Approximationsfunktion $f(x)$ der Verformungslinien (vgl. Kapitel 4.5.2) am Beispiel des Versuchs V28.

Bei einem Bestimmungsmaß $R = 1,0$ werden die Messwerte exakt von der Regressionskurve abgebildet. Es zeigt sich, dass ab der 4. Epoche ($R=0,99982$) eine sehr hohe Übereinstimmung der Messergebnisse mit der linearen Regressionskurve erzielt wurde. Im Zuge der Optimierung des Analyseverfahrens ergab sich eine signifikante Verbesserung der Approximation durch die Filterung der 3D-Objektdaten.

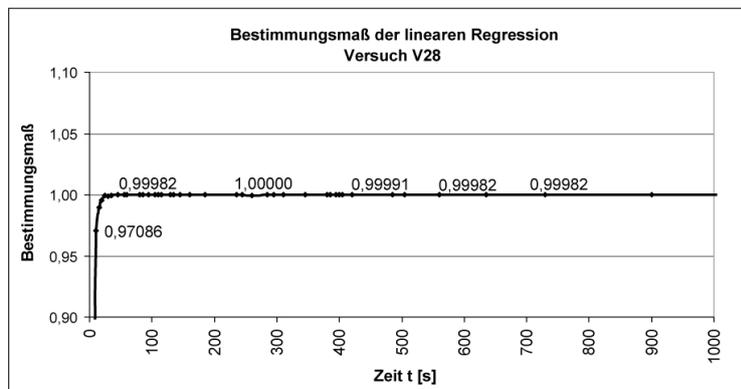


Abb.4-45 Bestimmungsmaß R der linearen Regression

Genauigkeit der Folienkraftberechnung

Entsprechend Abschnitt 4.5.3 erfolgt die Berechnung der Folienkräfte im Scheitelpunkt nach der Membrantheorie. Die Annahme einer kugelförmigen Verformungsfigur der Folienpneus im Scheitelbereich wird in Kapitel 5.2.5 mit Hilfe einer Kugelapproximation (Kugelfitting) untersucht. Dabei ergeben sich für den Scheitelbereich über 2/3 der Versuchsdauer nahezu kugelkalottenförmige Verformungsfiguren.

Die Berechnung der Folienkräfte nach der Membrantheorie berücksichtigt keine materiellen Nichtlinearitäten. Ebenso wird die Dickenänderung nicht berücksichtigt.

Genauigkeit der Dehnungsberechnung

Aus den bildbezogenen Genauigkeiten werden durch die Bündeltriangulation objektbezogene Genauigkeiten berechnet. In Tab 4.4 sind diese als Standardabweichungen σ_x , σ_y und σ_z nach der Flächenapproximation angegeben.

Die Strecken- und Dehnungsgenauigkeiten aus den gemessenen Messpunkten ergeben sich aus den relativen Genauigkeiten der drei Koordinaten x , y und z zueinander. Die Streckengenauigkeit zweier Punkte A und B im dreidimensionalen Raum kann durch Berechnung der Streckenlänge d_{xyz} aus den Koordinaten X , Y und Z sowie durch die Standardabweichung σ_{xyz} der Koordinaten ermittelt werden.

Es gilt für die Streckengenauigkeit σ_d (Standardabweichung der Strecke) bei Annahme gleicher Koordinatengenauigkeiten σ_{xyz} nach [23] die Gleichung:

$$\sigma_d = \sqrt{2} \cdot \sigma_{xyz} \quad (4.54)$$

Bei Messung von n verschiedenen Messpunkten, ergibt sich die Streckengenauigkeit unter Berücksichtigung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes zu:

$$\sigma_d = \sqrt{2 \cdot n} \cdot \sigma_{xyz} \quad (4.55)$$

Näherungsweise wird zur Ermittlung der Dehnungsgenauigkeit für die drei Koordinatenrichtungen x,y und z eine mittlere Koordinatengenauigkeit σ_{xyz} ermittelt und die Genauigkeit der gemessenen Bogenlänge je Epoche bestimmt.

Bei einer mittleren Koordinatengenauigkeiten $\sigma_{xyz}=0,14$ mm für den Versuch V10 (vgl. Tab 4.4) ergibt sich bei n=37 Messpunkten eines Meridianschnittes mit Gleichung (4.55) eine Streckengenauigkeit der Bogenlänge von $\sigma_d=1,20$ mm.

Hieraus lassen sich die Genauigkeiten der Dehnungsberechnung der Bogenlängen b für unterschiedliche Epochen berechnen.

Es gilt:

Epoche	Stich f-z	Bogenlänge b	Messfehler der Dehnungen $\sigma_\epsilon = \sigma_d / b$
t = 0s	0 mm	530 mm	0,22%
t = 130s (Nr.27)	100 mm	578 mm	0,21%
t = 295s (Nr.60)	192 mm	691 mm	0,17%

Tab 4.5 Genauigkeit der Dehnungsberechnung der Bogenlänge für Versuch V10

Infolge einer mittleren Ungenauigkeit der photogrammetrischen Messung der 3D-Objektpunkte von $\pm 0,14$ mm weisen somit die berechneten Dehnungswerte Messfehler in der Größenordnung von ca. $\sigma_\epsilon = 0,20\%$ auf. Mit Vergrößerung des Folienstichs verbessert sich die Genauigkeit der Dehnungsberechnung.

5 ERGEBNISSE DER BERSTVERSUCHE

Das Kapitel 5 beinhaltet die Ergebnisse der durchgeführten Berstversuche. Abschnitt 5.1 stellt das Versuchsprogramm mit den Versuchsparametern vor. Allgemeine Erkenntnisse der Berstversuche aus den ermittelten Versuchsergebnissen werden im Kapitel 5.2 exemplarisch anhand des Versuchs V28 dargestellt. In den Kapiteln 5.3, 5.4 und 5.5 werden die Berstversuche mit unterschiedlichen Dehn- bzw. Aufblasgeschwindigkeiten ausgewertet sowie der Einfluß mechanischer Vorbeanspruchungen und Schweißnähte auf das mechanische Verhalten der kreisförmigen ETFE-Folien unter Innendruck diskutiert. In Kapitel 5.6 sind die Versuchsergebnisse mit den daraus resultierenden Erkenntnissen für die Untersuchung des Tragverhaltens von ETFE-Folienkonstruktionen zusammengefasst.

5.1 Versuchsprogramm und Versuchsparameter

Insgesamt wurden 60 Berstversuche an ETFE-Folien (Foliendicke 200 μm) mit unterschiedlichen Versuchsparametern bei einer mittleren Temperatur von 23°C und einer mittleren relativen Luftfeuchtigkeit von 21% durchgeführt.

Die Berstversuche haben das Ziel, Erkenntnisse über das Werkstoffverhalten von ETFE-Folien unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen in Abhängigkeit unterschiedlicher Dehngeschwindigkeiten zu erlangen. Es wurden insgesamt fünf Dehngeschwindigkeiten untersucht. Die Auswertung konzentriert sich im Weiteren auf Versuche mit den drei mittleren Dehngeschwindigkeiten:

$$\varepsilon'_1(t) = 2,5\% / \text{min}$$

$$\varepsilon'_2(t) = 5,0\% / \text{min}$$

$$\varepsilon'_3(t) = 12,5\% / \text{min}$$

Zusätzlich wurde der Einfluß von mechanischen Vorbeanspruchungen bzw. Verstreckungen auf das Werkstoffverhalten untersucht. Hierzu dienten 2 Versuchsreihen mit unterschiedlicher Vorbeanspruchung, die durch konstante Innendrucke p_i über verschiedene Zeitintervalle erzeugt wurden. Die Versuchsreihen erfolgten ebenso bei 23°C und 21% Luftfeuchte. Als Parameter der beiden Versuchsreihen wurden festgelegt:

konst. Innendruck $p_{i,1} = 4500 \text{ Pa}$, Zeitdauer: $t_1 = 1h$, $t_2 = 5h$, $t_3 = 20h$

konst. Innendruck $p_{i,2} = 12500 \text{ Pa}$, Zeitdauer: $t_1 = 1h$, $t_2 = 5h$, $t_3 = 20h$

Zur qualitativen Untersuchung des Einflusses von Schweißnähten auf das Deformationsverhalten unter mehrachsiger Beanspruchung erfolgten jeweils zwei Berstversuche mit mittig, durchlaufender Schweißnaht quer zur Extrusionsrichtung der Folien.

In Vorversuchen wurde der Einfluß des Linienrasters auf das Werkstoffverhalten untersucht. Es zeigten sich beim Vergleich der Folien mit und ohne Linienraster keine Unterschiede. Zusätzliche Vorversuche dienten zur Bestimmung des optimalen Neigungswinkels und des Abstandes der Messkameras.

Die ermittelten Ergebnisse der Berstversuche bezüglich Spannungen und Dehnungen wurden statistisch nicht ausgewertet. Geprüft wurde die Schwankungsbreite der Verformungen, der Verlaufs des Innendrucks sowie das Bruch- bzw. Rissverhalten der Versuche mit gleichen Dehngeschwindigkeiten. Dabei ergaben sich bei gleichen Versuchsbedingungen nur geringfügige Unterschiede (vgl. Kapitel 5.3.4). Die Berstversuche hatten nicht das Ziel, exakte Werkstoffkennwerte von ETFE-Folien als 5%-Fraktilwerte zu ermitteln. Hierzu sind umfangreichere Testreihen mit statistischen Auswertungen notwendig.

Tab.5-1 fasst die Berstversuche mit den jeweiligen Versuchsparametern zusammen. Die dargestellten Versuchsergebnisse in den folgenden Kapiteln beziehen sich auf alle fett markierten Versuchsnummern.

Bezeichnung	Mittlere Dehngeschwindigkeit	Mittlere Dauer	Mittlere Temp.	Mittlere Luftfeuchtigkeit	Versuchsnummer
U1	$\varepsilon'_1(t) = 2,5\%/ \text{min}$	1055 s	23,3 °C	21 %	V28 , V32, V47
U3	$\varepsilon'(t) = 3,25\%/ \text{min}$	650 s	22,7°C	21 %	V09 , V16, V36
U6	$\varepsilon'_2(t) = 5\%/ \text{min}$	445 s	22,8 °C	21 %	V10 , V13, V37
U9	$\varepsilon'(t) = 7,5\%/ \text{min}$	370 s	22,8 °C	21 %	V24, V26, V27
U18	$\varepsilon'_3(t) = 12,5\%/ \text{min}$	255 s	23,0 °C	21 %	V43, V52
4500 Pa, 1h	$\varepsilon'(t) = 3,25\%/ \text{min}$		24,0 °C	22 %	V42
4500 Pa, 5h	$\varepsilon'(t) = 3,25\%/ \text{min}$		23,0 °C	23 %	V54
4500 Pa, 20h	$\varepsilon'(t) = 3,25\%/ \text{min}$		23,0 °C	22 %	V30
12500 Pa, 1h	$\varepsilon'(t) = 3,25\%/ \text{min}$		23,0 °C	21 %	V41
12500 Pa, 5h	$\varepsilon'(t) = 3,25\%/ \text{min}$		23,0 °C	28 %	V53
12500 Pa, 20h	$\varepsilon'(t) = 3,25\%/ \text{min}$		22,8 °C	23 %	V51
U3_SW	$\varepsilon'(t) = 3,25\%/ \text{min}$	415s	22,0 %	25 %	V57 , V58

Tab.5-1 Versuchsprogramm

5.2 Allgemeine Versuchsergebnisse

Für den Versuch V28 mit einer mittleren Dehngeschwindigkeit von 2,5%/min werden exemplarisch die Messergebnisse mit den zugrunde liegenden Annahmen und Folgerungen für die Versuchsauswertung dargestellt. Entsprechend dieser Gliederung des Versuchs V28 sind im Anschluss daran die Ergebnisse der Berstversuche mit unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten vergleichend gegenübergestellt.

5.2.1 Innendruck und Verformungen

In Abb. 5-1 ist der Verlauf des Innendrucks p_i und des maximalen Stiches $f-z_{\max}$ über die Versuchsdauer t dargestellt. Die Epochen 25, 78, 99 und 148 sind im Diagramm mit den zugehörigen Innendrücken p_i , vertikalen maximalen Scheitelverformungen $f-z_{\max}$, Zeit t und Bildnummern der photogrammetrischen Analyse markiert.

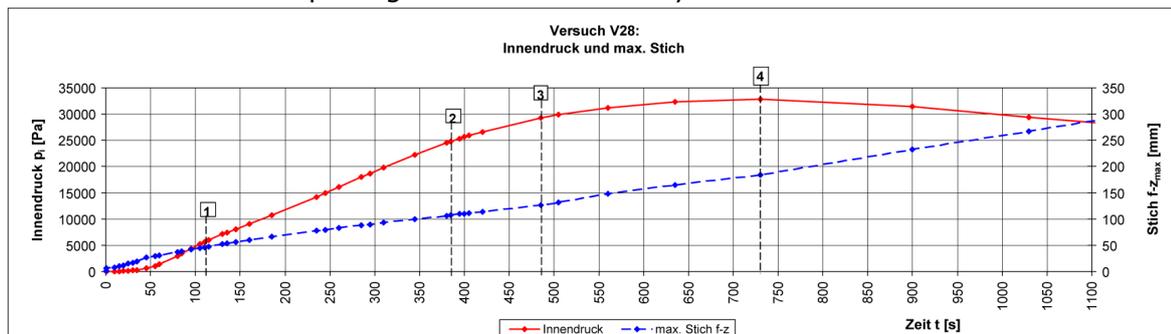


Abb. 5-1 Innendruck und Verformung $f-z_{\max}$ über die Versuchsdauer t , (Versuch V28);
 Punkt 1: Epoche 25, $t_1=115$ s, $p_{i,1}=6060$ Pa, $f-z_1 =47,7$ mm, Bildnr. 25,
 Punkt 2: Epoche 78, $t_2=380$ s, $p_{i,2}=24502$ Pa, $f-z_2=106,6$ mm, Bildnr. 78,
 Punkt 3: Epoche 99, $t_3=485$ s, $p_{i,3}=29216$ Pa, $f-z_3=127,0$ mm, Bildnr. 99,
 Punkt 4: Epoche 148, $t_4=730$ s, $p_{i,4}=32864$ Pa, $f-z_4=184,2$ mm, Bildnr. 148,

Der Stich $f\text{-}z_{\max}$ der Folienproben steigt kontinuierlich, nahezu linear an, der Innendruck p_i weist einen nichtlinearen Verlauf auf.

Der Innendruck erreicht zum Zeitpunkt $t_4 = 730\text{s}$ (Bildnr. 148) sein Maximum. Ab diesem Zeitpunkt sind die Verformungen der Folie und damit die Volumenzunahme der Pneus größer als der Volumenstrom der einströmenden Luft. Dieser Zustand stellt sich bei allen Versuchen auch mit höheren Dehngeschwindigkeiten und größeren Volumenströmen ein. Nach Erreichen des maximalen Innendrucks $p_{i,\max}$ ist bis zum Bersten eine Abnahme des Innendrucks und eine Reduktion der Foliendicke feststellbar.

Da das mehrachsige Kriechverhalten der Folie sowie die Abnahme der Foliendicke nur schwer zu erfassen sind, konzentriert sich die Auswertung der Berstversuche auf den Bereich bis zum Erreichen des maximalen Innendrucks.

Nach Ehrenstein [35] kann für Kunststoffe eine zutreffende mathematische und physikalische Erfassung des mechanischen Verhaltens bis zum Ende des linear viskoelastischen Bereichs erfolgen (vgl. Kapitel 3.1.5). Mit zunehmender Belastungshöhe wird das Werkstoffverhalten verstärkt von nicht elastische Verformungsanteilen gekennzeichnet. In diesem nichtlinearen viskoelastischen und viskoplastischen Bereich ist die analytische Darstellung der Zusammenhänge von Last, Verformung und Zeit zunehmend komplizierter und in geschlossener Form nicht mehr möglich.

Die prozentuale Stichtzunahme im Verhältnis zum Durchmesser der ETFE-Folie ist für den Versuch V28 in Abb. 5-2 dargestellt.

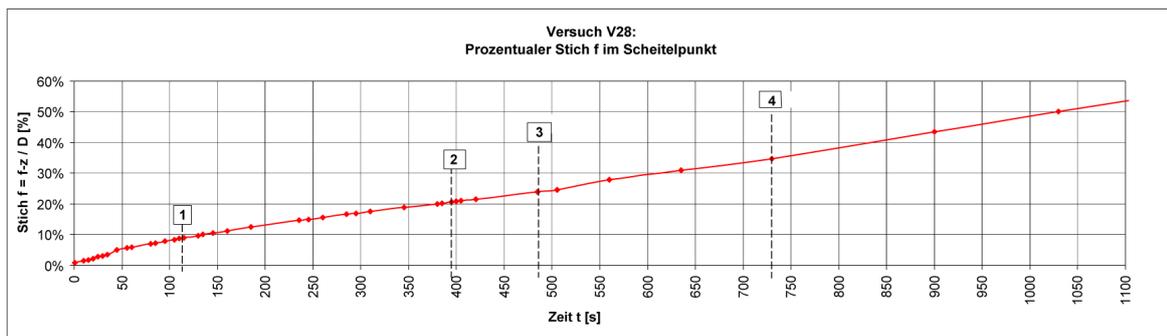


Abb. 5-2 Prozentualer Stich $f = f\text{-}z / D$ mit D =Durchmesser der Folienprobe (V28)

Für die einzelnen Epochen betragen die Stiche $f_{i,\max}$ in Prozent:

- Punkt 1: Epoche 25, $t_1=115\text{s}$, $f_{1,\max} = 9\%$
- Punkt 2: Epoche 78, $t_2=380\text{s}$, $f_{2,\max} = 20\%$
- Punkt 3: Epoche 99, $t_3=485\text{s}$, $f_{3,\max} = 24\%$
- Punkt 4: Epoche 148, $t_4=730\text{s}$, $f_{4,\max} = 35\%$

In Abb. 5-3 sind für den Versuch V28 die Verformungen für unterschiedliche Epochen mit Angabe der Bildnummern und des prozentualen Stichts dargestellt.

Die durchgängigen Linien stellen die Verformungsfiguren im Meridianschnitt $y\text{-}y$ dar, der gepunktete Verlauf im orthogonalen Meridianschnitt $x\text{-}x$.

Es zeigt sich, dass bis zur Epoche 99 mit $t_3=485\text{s}$ ein deckungsgleicher Verlauf der Verformung in $x\text{-}$ und $y\text{-}$ Richtung über die gesamten Meridianschnitt besteht. Bei allen folgenden Epochen stellt sich nur noch im Scheitelbereich ein deckungsgleicher Verlauf ein. Die Abweichungen ab Epoche 99 außerhalb des Scheitelbereichs deuten auf ein beginnendes anisotropes Verhalten der Folie bei zunehmender Verformung hin.

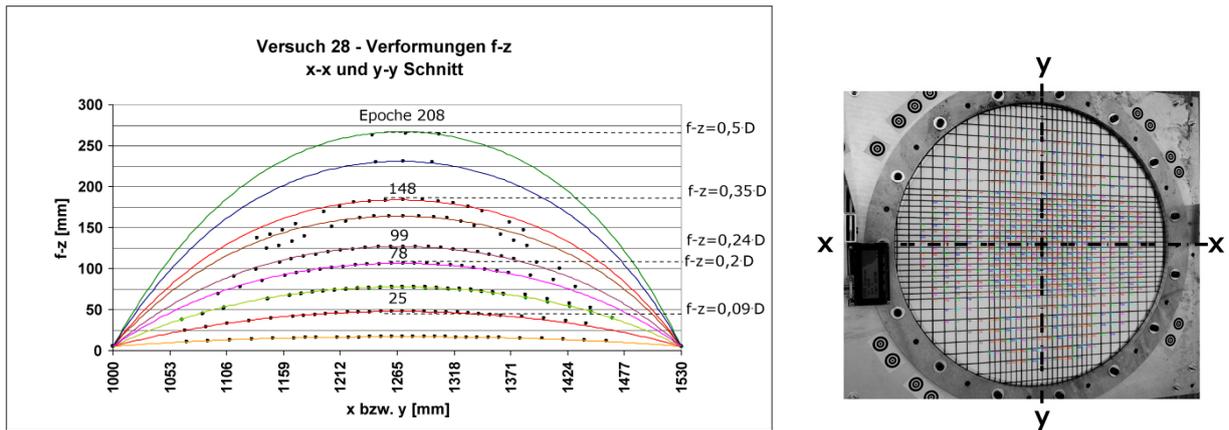


Abb. 5-3 Verformungen $f-z$ in Meridianschnitte $x-x$ und $y-y$ mit Bildnummer und prozentualen Stich $f-z$ (Schnitt $x-x$: schwarze Punkte:, Schnitt $y-y$: Linien), Versuch V28

Abb. 5-4 zeigt jeweils den Höhenplan der Epochen 25, 78, 99 und 148 des Versuchs V28. Der deckungsgleiche Verlauf der Meridianschnitte aus Abb. 5-3 ist durch die kreisförmigen Höhenlinien bis zur Epoche 99 ablesbar. Da sich mit zunehmender Belastungshöhe die Punktdichte der gemessenen Rasterpunkte in den Randbereichen der Folienproben reduzieren (vgl. Kapitel 4.4.11), müssen in diesen Bereichen die Höhenlinienverläufe interpoliert werden. Die leicht wellenförmigen Verläufe im Randbereich sind durch die Interpolation begründet.

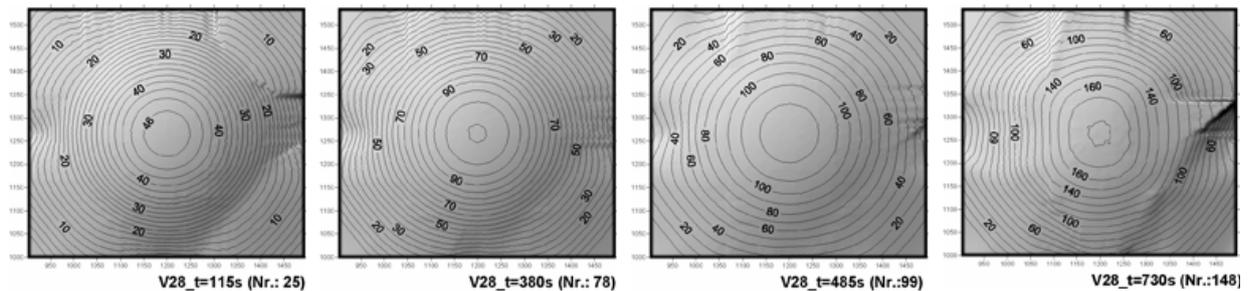


Abb. 5-4 Höhenlinienplan der Epochen $t_1=115s$, $t_2=380s$, $t_3=485s$, $t_4=730s$, Versuch V28

5.2.2 Isotropes und anisotropes Verhalten

Unter Annahme eines homogenen, isotropen Werkstoffverhaltens müsste sich bei der Belastung mit dem Innendruck p_i im Scheitelbereich eine rotationssymmetrische, kalottenförmige Verformung einstellen.

Die nahezu kreisförmigen Höhenlinien des Höhenplans aus Abb. 5-4 bis zur Epoche 99 ($t_3=485s$) zeigen eine nur geringe Abweichung der Verformungen von der Rotationssymmetrie. Nach Erreichen des maximalen Innendruckes ab Epoche 148 ($t_4=730s$) stellen sich im Scheitelbereich ellipsenförmige Höhenlinien ein. Das anfänglich isotrope Werkstoffverhalten verändert sich mit zunehmender Stichvergrößerung und plastischen Verformungen zu einem stärkeren anisotropen Verhalten.

Dieser Umstand wird auch beim Vergleich der Verformungen der Meridianschnitte aus Abb. 5-3 deutlich. Bis zur Epoche 99 ($t_3=485s$) mit Innendrucke kleiner als der Maximaldruck sind die Verformungslinien beider Meridianschnitte nahezu deckungsgleich. Anschließend unterscheiden sich die Verformungsfiguren der beiden Richtungen und die ETFE-Folie weist ein stärker anistropes Verhalten auf.

5.2.3 Formgebungsprozess

In Abb. 5-5 ist in einem Last-Verformungs-Diagramm die Abhängigkeit des maximalen Scheitelstichs $f-z$ vom Innendruck p_i dargestellt. Zu Beginn stellt sich bei einem

Innendruck $p_{i,0} = 594 \text{ Pa}$ ein anfänglicher Stich $f-z_0=26,6 \text{ mm}$ ein. Anschließend bildet sich bis zur Epoche 78 ($t_2=380\text{s}$) ein linearer Zusammenhang zwischen Stich und Innendruck heraus, bei dem für die Stichvergrößerung eine große Drucksteigerung erforderlich ist. Zwischen den Epochen 99 und 148 (Punkt 3 und 4) bildet sich ein nichtlinearer Verlauf mit Plateaubildung. Die weitere Zunahme des Folienstichs bis zur Epoche 148 ($t_4=730\text{s}$) erfolgt nur noch mit geringer Drucksteigerung.

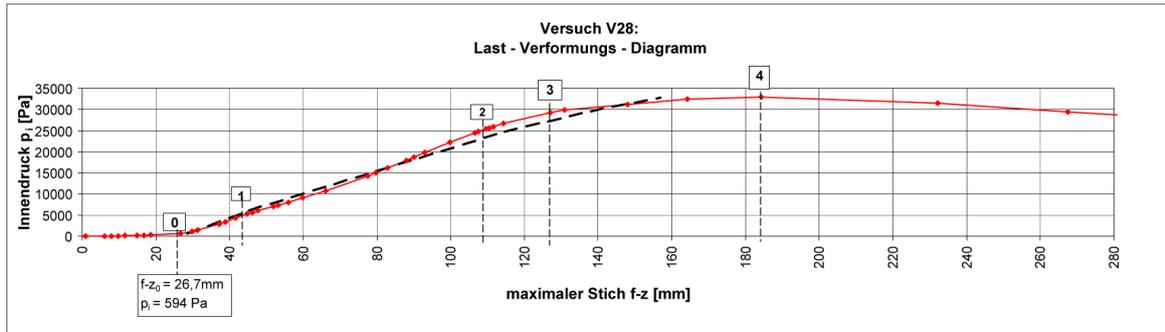


Abb. 5-5 Maximaler Stich $f-z$ und Innendruck p_i ; gestrichelter Verlauf der Funktion $p_i(f)$ nach Gleichung (5-5), Versuch V28

Unter Berücksichtigung des näherungsweise linearen Zusammenhangs zwischen dem Innendruck p_i und dem maximalen Scheitelstich $f-z_{\max}$ bis zur Epoche 78 kann der Formgebungsprozess durch die Funktion $p_i(f)$ beschrieben werden.

Für ein Kreissegment gilt für den Krümmungskreisradius R die beiden Gleichungen (5-1) und (5-2). Die Gleichung (5-1) aufgelöst nach h und eingesetzt in (5-2) ergibt den Krümmungskreisradius R nach (5-3) mit dem Stich f und der Sekantenlänge d .

$$R = f + h \quad (5-1)$$

$$R = \sqrt{h^2 + \frac{d^2}{4}} \quad (5-2)$$

$$R = \frac{d^2}{8f} + \frac{f}{2} \quad (5-3)$$

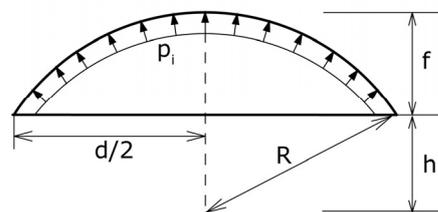


Abb. 5-6 Kreissegment

Für die Membranschnittkraft $n_{y,k}$ an der Fließgrenze infolge p_i gilt unter Voraussetzung einer kugelkalottenförmigen Pneugeometrie mit isotropem Werkstoffverhalten der Zusammenhang:

$$n_{y,k} = R \cdot p_i / 2 \quad (\text{Kesselformel}) \quad (5-4)$$

Mit (5-3) und (5-4) und der Anfangsverformung f_0 beim Innendruck $p_{i,0}$ gilt für die Funktion $p_i(f)$ zur Beschreibung des Formgebungsprozesses:

$$p_i(f) = p_{i,0} + \frac{16 \cdot (f - f_0) \cdot n_{y,k}}{4 \cdot (f - f_0)^2 + d^2} \quad (5-5)$$

Mit einer Membranschnittkraft $n_{y,k}$ an der Fließgrenze von $5,5 \text{ N/mm}$ (siehe Abb. 5-11) und der Anfangsverformung $f_0=26,7 \text{ mm}$ ergibt sich mit der Funktion $f(p_i)$ nach Gleichung (5-5) der schwarz gestrichelte Verlauf in Abb. 5-5. Für den näherungsweise linearen Verlauf kann der Formgebungsprozess infolge p_i mit einer Abweichung von ca. 5% über Gleichung (5-5) approximiert werden.

Der nichtlineare Verlauf im Last-Verformungs-Diagramm ab Epoche 99 aufgrund von Inhomogenitäten und plastischen Verformungsanteilen ist mit der Funktion $f(p_i)$ nach Gleichung (5-5) nicht mehr erfassbar.

5.2.4 Krümmung und Krümmungskreisradius

Die Berechnung der Folienkräfte setzt die Kenntnis der Krümmungen bzw. Krümmungskreisradien jeder Epoche voraus. Über die Verformungsfigur der Meridianschnitte erfolgt entsprechend Kapitel 4.5.2 die Berechnung der Krümmungen und die Bestimmung der Krümmungskreisradien. Abb. 5-7 zeigt für den Versuch V28 den Verlauf der Krümmung κ (durchgezogene rote Kurve) und des Krümmungskreisradius r (gestrichelte blaue Kurve) für den Scheitelpunkt.

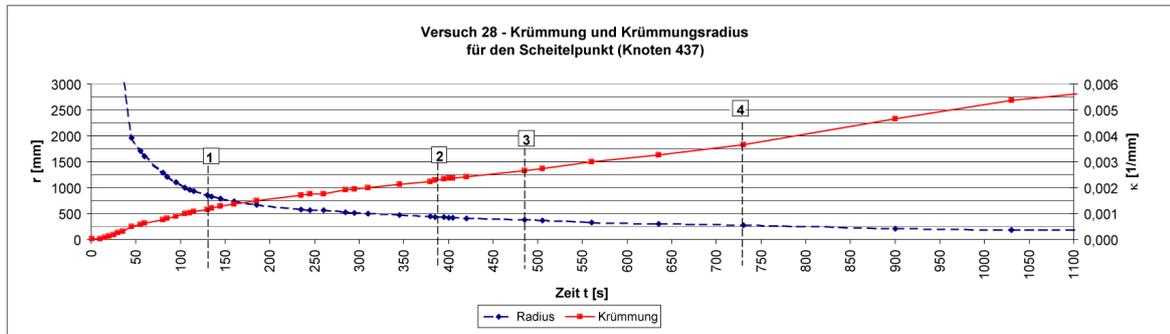


Abb. 5-7 Verlauf der Krümmung κ und des Krümmungskreisradius r für den Scheitelpunkt (V28)

Der Krümmungskreisradius r nimmt anfangs stark ab. Ab etwa einem Scheitelstich von 15% des Durchmessers (Epoche nach ca. $t=250s$) flacht die Kurve deutlich ab. Mit Ausbildung einer doppelt gekrümmten Fläche stabilisiert sich die ETFE-Folie durch die vergrößerte Stichzunahme. Die Stichzunahme ist dabei gleichbedeutend mit der Verringerung des Krümmungskreisradius. Der direkte Zusammenhang zwischen Stichzunahme, Radiusreduktion, Innendruckverlauf und Folienkraft wird in Abschnitt 6.1 thematisiert.

5.2.5 Verformungsgeometrie

Die Berechnung der Folienkräfte unter Anwendung der Kesselformel nach Kapitel 4.5.3 setzt eine glatte, kugelförmige Verformungsfigur voraus. Zur Überprüfung dieser Annahme werden für den Versuch V28 die Abweichungen der Verformungen von der Kugelform untersucht. Hierzu werden die Differenzen der photogrammetrisch eingemessenen Koordinaten der Rasterpunkte von einer ausgleichenden Kugelfläche bestimmt.

Die Ermittlung der Abweichungen Δx , Δy und Δz der Rasterpunktkoordinaten erfolgt entsprechend dem Verfahren der Flächenapproximation nach Kapitel 4.4.9. Zu diesem Zweck wird die Funktion der Approximationsfläche $S(x,y,z)$ aus Gleichung (4.10) durch die Gleichung (4.56) einer Kugel mit dem Radius r und dem Kugelmittelpunkt x_M , y_M und z_M ersetzt.

$$(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 + (z - z_M)^2 = r^2 \quad (4.56)$$

Die Parameter der ausgleichenden Kugelform für jede Epoche ergeben sich nach der Methode der kleinsten Abstandsquadrate der Rasterpunkte zur Kugeloberfläche. Als Startwert des Radius für die iterative Berechnung der ausgleichenden Kugelflächen dient die vertikale maximale Scheitelverformung $f-z_{\max}$ der jeweiligen Epoche. Der Kugelmittelpunkt zu Beginn der Iteration entspricht dem Mittelpunkt der Folienprobe in der Referenzkonfiguration mit einer z -Koordinate $z_M = 0$.

In Abb. 5-8 sind die radialen Abweichungen Δr der Rasterpunkte der ETFE-Folie von der ausgleichenden Kugel skaliert dargestellt. Die Querprofile weisen als Ordinate die radiale Abweichung Δr auf. Bei negativen Δr -Werten befinden sich die Rastermesspunkte der Folie unterhalb, bei positiven Werten oberhalb der gefitteten Kugelfläche. In den Randbereichen sind aufgrund fehlenden Messpunktextraktionen (vgl. Kapitel 4.4.11) keine Ergebnisse dargestellt.

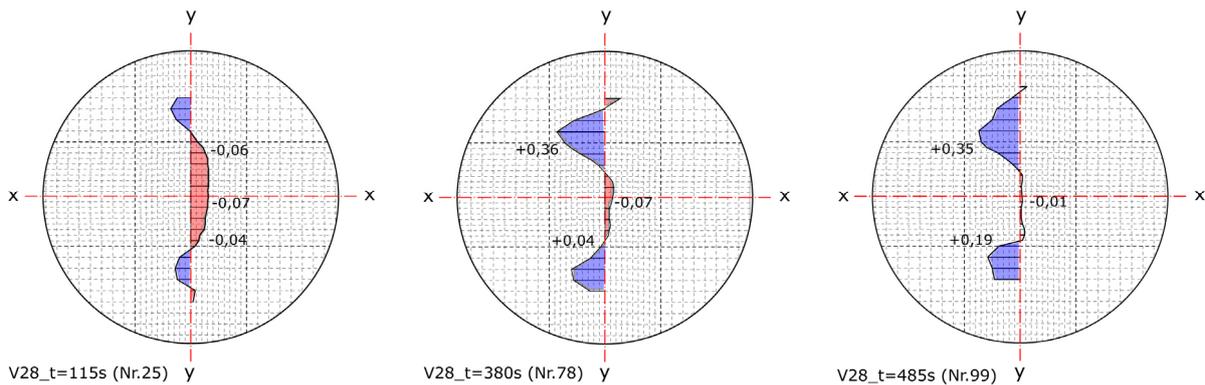


Abb. 5-8 Radiale Abweichungen Δr in [mm] der Rastermesspunkte von der ausgleichenden Kugelfläche, Meridianschnitt y-y durch Scheitelpunkt (unmaßstäbliche Darstellung)
 $\Delta r < 0$ (rot schraffiert): Rastermesspunkte liegen innerhalb der ausgleichenden Kugel
 $\Delta r > 0$ (blau schraffiert): Rastermesspunkte liegen außerhalb der ausgleichenden Kugel

Bei den Epochen 25 ($t_1=115s$), 78 ($t_2=380s$) und 99 ($t_3=485s$) liegen die Rastermesspunkte der Folienmembran im Scheitelpunkt innerhalb der Kugel. Seitlich schließen sich für alle Epochen Bereiche an, in denen die Messpunkte der Folienmembran oberhalb der Kugelfläche liegen.

Der Scheitelpunkt mit negativen radialen Abweichungen Δr verringert sich kontinuierlich mit Vergrößerung des Stiches. Bei Epoche 99 zum Zeitpunkt $t_3=485s$ entspricht die Folienverformung im Scheitelpunkt nahezu der Kugelkalotte. Ab der Epoche 148 ($t_4=730s$) liegen alle Rastermesspunkte der ETFE-Folienmembran außerhalb der Kugelfläche. Dies bedeutet, mit dem Erreichen des maximalen Innendruckes p_i weicht die Pneugeometrie verstärkt von der Kugelfläche ab und beschreibt eine deutlich parabelförmigere Verformungsgeometrie.

Abb. 5-9 zeigt für die Epoche 78 ($t_2=380s$) die Punktwolke der Messdaten und das Ergebnis des Kugelfittings. Die Messdaten aus der photogrammetrischen Analyse sind durch rote Kreuze gekennzeichnet. Blaue Kreuze markieren die ausgeglichenen Rasterpunkte durch das Kugelfitting.

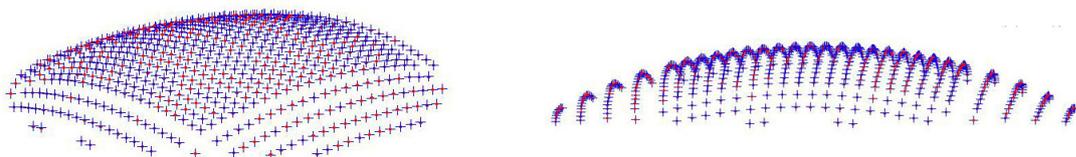


Abb. 5-9 Messdaten und Koordinaten infolge Kugelfitting, rote Punkte: Messdaten, blaue Kreuze: Koordinaten nach Kugelfitting, Versuch V28, Epoche 99, $t_3=485s$

Wie sind die Erkenntnisse des Kugelfittings auf Versuche mit abweichenden Dehngeschwindigkeiten zu übertragen?

In Abb. 5-20 sind die Verformungsfiguren der Folienpneus als Meridianschnitte für unterschiedliche Dehngeschwindigkeiten für drei Epochen dargestellt. Es zeigt sich, dass die Berstversuche mit unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten ähnliche Verformungsgeometrien zeigen. Folglich sind die Erkenntnisse bezüglich Isotropie und Verformungsverhalten des Versuchs V28 übertragbar.

5.2.6 Folienkräfte und Dehnungen

Wie in Kapitel 4.5.3 dargestellt, erfolgt die Berechnung der Folienkräfte im Scheitelpunkt unter der Annahme einer kugelförmigen Verformungsgeometrie. Die Erkenntnisse aus der Approximation durch eine ausgleichende Kugelfläche (siehe Kapitel 5.2.5) zeigen, dass diese Annahme zumindest im Scheitelpunkt zutreffend ist.

Materielle Inhomogenitäten lassen sich in der analytischen Berechnung der Folienkräfte nach Kapitel 4.5.3 nicht - und in der numerischen Analyse nur schwer - erfassen. Die Untersuchungen über das isotrope und anisotrope Verhalten sowie die Auswertung der Meridianschnitte und Höhenpläne zeigen jedoch, dass im Scheitelbereich bis zum Erreichen des maximalen Innendrucks näherungsweise ein isotropes Verhalten der Folie mit einer kugelförmigen Verformungsfigur zugrunde gelegt werden kann. Basierend auf diesen Erkenntnissen werden die Folienkräfte und Dehnungen für jede Epoche nach Kapitel 4.5.3 im Schnitt y-y berechnet und jeweils der Mittelwert aus 16 Elementen im Scheitelbereich ausgewiesen (vgl. Abb. 5-10, rechts).

In Abb. 5-10 sind die Folienkräfte des Versuchs V28 über die Versuchsdauer t dargestellt. Bei Epoche 25 (Punkt 1, $t_1=115s$) stellt sich ein erster markanter Knick ein. Bei Epoche 78 (Punkt 2, $t_2=380s$) erfolgt ein Abflachen der Kurve. Ab Epoche 99 (Punkt 3, $t_3=485s$) ist eine Reduktion der Folienkräfte ablesbar.

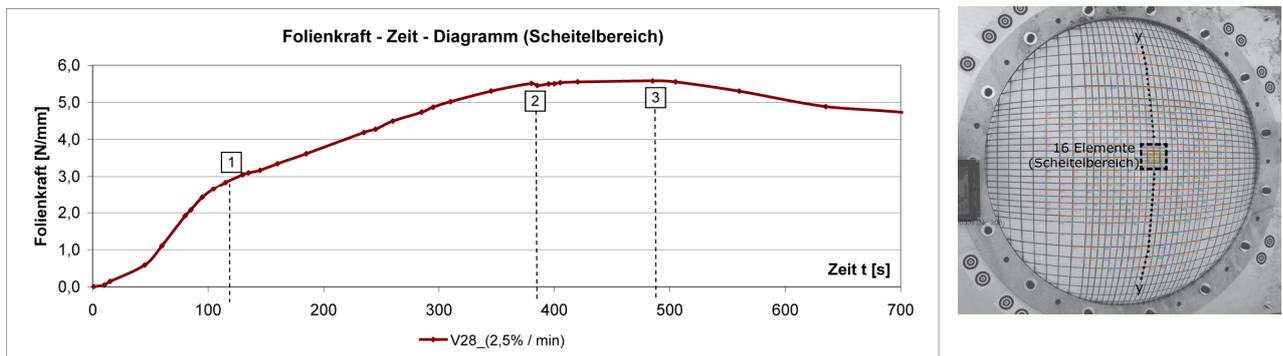


Abb. 5-10 Versuch V28: Mittelwerte der Folienkräfte der 16 Elemente im Scheitelbereich; rechts: Meridianschnitt y-y und Markierung der 16 Elemente im Scheitelbereich

Dieser qualitative Verlauf zeigt sich auch anhand der Kraft-Dehnungs-Linien in Abb. 5-11.

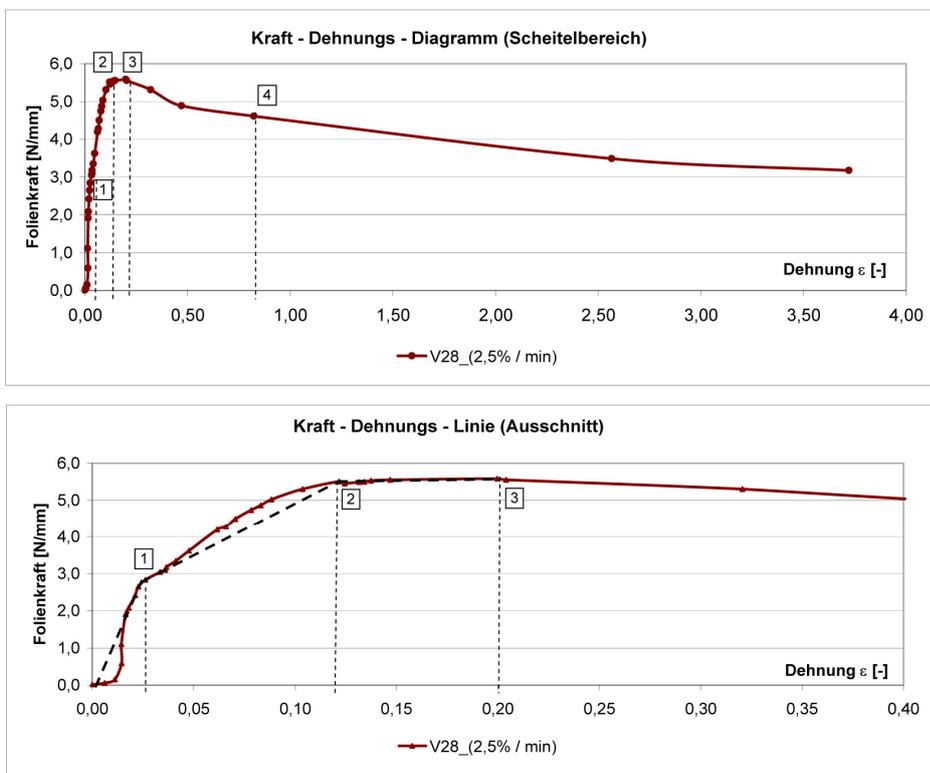


Abb. 5-11 Versuch V28: Folienkräfte und Dehnungen im Scheitelbereich; oben: bis $\epsilon=4,0$ (375%); unten: Ausschnitt bis $\epsilon=0,4$ (40%)

Aus Abb. 5-11 ergeben sich je Epoche folgende Ergebnisse:

- Punkt 1: $t_1=115s$, Bildnr. 25, $S=2,84$ N/mm, $\varepsilon=0,027$
- Punkt 2: $t_2=380s$, Bildnr. 78, $S=5,50$ N/mm, $\varepsilon=0,122$
- Punkt 3: $t_3=485s$, Bildnr. 99, $S=5,58$ N/mm, $\varepsilon=0,200$
- Punkt 4: $t_4=730s$, Bildnr. 148, $S=4,61$ N/mm, $\varepsilon=0,824$

In Abb. 5-12 ist die Verteilung der berechneten Hauptdehnungen mit Hilfe des Green-Lagrangeschen Verzerrungstensors E nach Kapitel 2.2.4 für die Epochen 25, 78, 99 und 148 des Versuchs V28 grafisch dargestellt.

In den dunkelblauen Randzonen erfolgt aufgrund reduzierter Punktdichte mit fehlenden Messpunktextraktionen (vgl. Kapitel 4.4.11) keine Dehnungsberechnung.

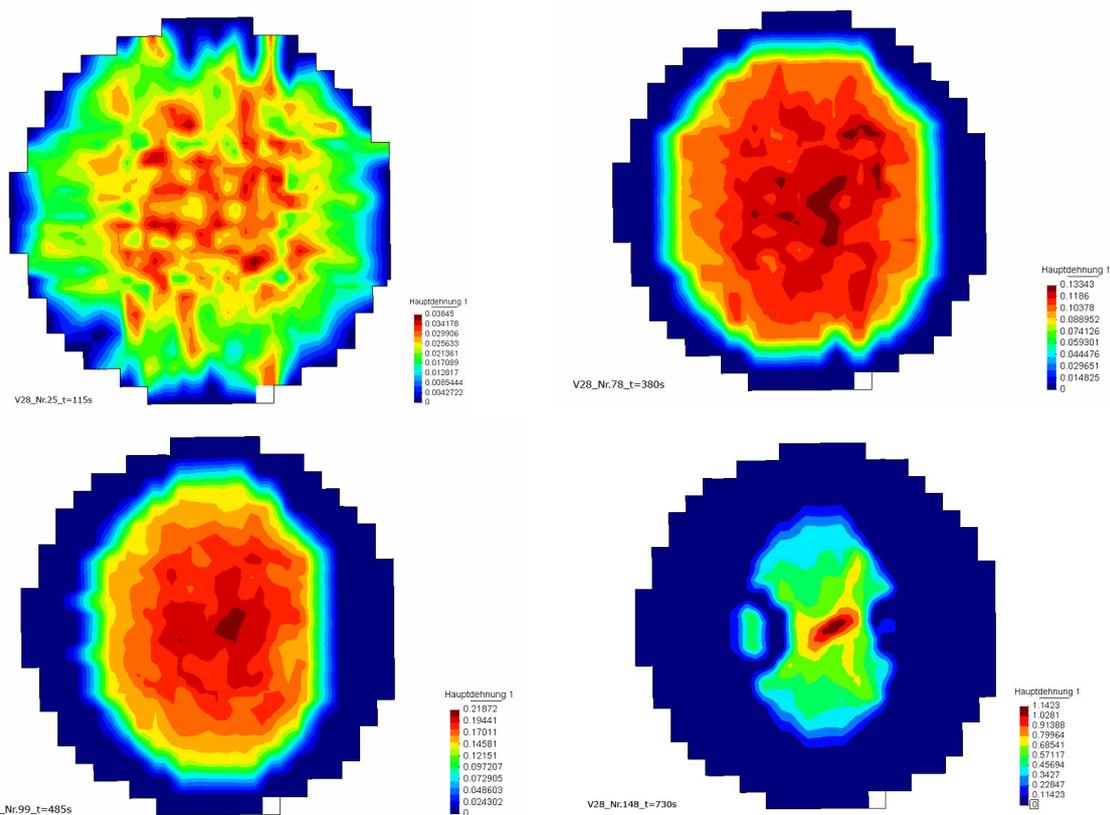


Abb. 5-12 Versuch V28: Hauptdehnung ε_1 oben: Nr. 25, $t_1=115s$ und Nr. 78, $t_2=380s$; unten: Nr. 99, $t_3=485s$ und Nr.148, $t_4=730s$

Es stellt sich keine einheitliche oder rotationssymmetrische Verteilung der Dehnungen über den gesamten Folienbereich ein. Das nichtlineare viskoelastische Verhalten ermöglicht eine Umlagerung der Kraft- und Dehnungszustände in der Fläche. Zusätzlich führt die permanente Änderung der Pneugeometrie durch veränderte Folienstiche zu veränderten Beanspruchungszuständen in der Folie.

Dies bedeutet, die Beanspruchung der Folie ist stark abhängig von geometrischen Randbedingungen (Randgeometrie, Folienstich und Krümmung, ...) und materiellen Eigenschaften (Steifigkeit, Inhomogenitäten, ...). Im Kapitel 7.4 werden geometrische und materielle Einflüsse auf das Tragverhalten der ETFE-Folien untersucht und quantifiziert.

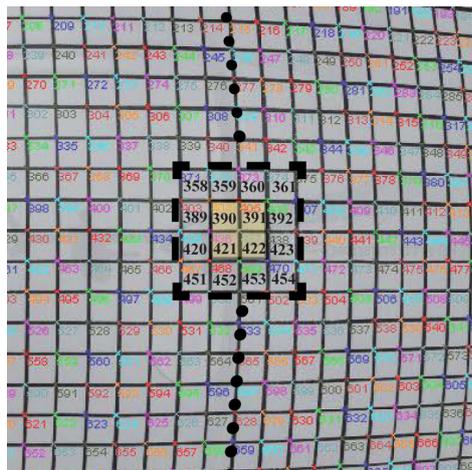
Bis zum Ende des linear viskoelastischen Bereichs (bei V28 bis etwa zu $t_2=380s$, Punkt 2) sind die Unterschiede der Dehnungswerte der 16 benachbarten Elemente aufgrund gleichmäßiger Verformungen im Scheitelbereich relativ gering. Die Standardabweichung beträgt für alle ausgewerteten Versuche bis zum Ende des linear viskoelastischen Bereichs im Mittel etwa 0,9%.

Verdeutlicht wird dies in Abb. 5-13 und Abb. 5-14. Für die Epoche 78 ($t_2=380s$) und 99 ($t_3=485s$) sind im Scheitelbereich die mit dem Green-Lagrangeschen Verzerrungstensor E berechneten Hauptdehnungen ϵ_1 der 16 Elemente mit den zugehörigen Elementnummern und den Standardabweichungen angegeben.

Die 16 Elemente wurden dabei in 2 Zonen unterteilt:

- Zone 1: 4 Elemente im Scheitel (Nr. 390, 391, 421, 422)
- Zone 2: 12 Elemente um die 4 Scheitelelemente gruppiert (Nr. 358 bis 454)

Für die Epoche 78 ergibt sich eine mittlere Dehnung der 16 Elemente von 12,2%. Die Streuung der Dehnungswerte beträgt 0,7%. Bei Epoche 99 beträgt die mittlere Dehnung der 16 Elemente 19,9% mit einer Standardabweichung 1,1%.



Element	Hauptdehnung $\epsilon_1[-]$	Element	Hauptdehnung $\epsilon_1[-]$
390	0,1168	390	0,1907
391	0,1261	391	0,2031
421	0,1224	421	0,1989
422	0,1383	422	0,2156
358	0,1149	358	0,1869
359	0,1207	359	0,1884
360	0,1179	360	0,1824
361	0,1237	361	0,2030
389	0,1159	389	0,1914
392	0,1239	392	0,2105
420	0,1093	420	0,1859
423	0,1255	423	0,2160
451	0,1185	451	0,1939
452	0,1168	452	0,2048
453	0,1308	453	0,2113
454	0,1304	454	0,2108
Mittelwert Zone 1+2	0,1217	Mittelwert Zone 1+2	0,1997
Standardabweichung	0,0072	Standardabweichung	0,0113

Abb. 5-13 Verformte Folie, Epoche 78, $t=380s$ mit 16 Scheitelelementen, und Knotennummern, (V28)

Abb. 5-14 Hauptdehnung ϵ_1 der 16 Scheitelelemente unterteilt in Zone 1 und 2; links: Epoche 78, $t_2=380s$; rechts: Epoche 99, $t_3=485s$

Die Schwankung der Dehnungswerte zwischen benachbarten Elementen ist durch drei wesentliche Faktoren begründet:

- feine Skalierung der Dehnungsbilder,
- Messungenauigkeiten des Analyseverfahrens entsprechend Kapitel 4.4.11 und
- Inhomogenitäten des Materials.

Die Skalierung der Dehnungsbilder dient rein grafischen Aspekten, die Messungenauigkeit des photogrammetrischen Analyseverfahrens weist entsprechend Kapitel 4.5.5 eine mittlere Standardabweichung von ca. 0,2% Dehnung auf. Daher stellen die Inhomogenitäten des Materials den größten Einfluß auf die Schwankungsbreite dar. Diese werden durch den nichtlinearen Ansatz bei der Dehnungsberechnung sowie durch die Genauigkeit der photogrammetrischen Analyse berücksichtigt.

5.2.7 Bruchverhalten

Die folgenden Abbildungen zeigen das Bruchverhalten des Versuchs V28. In Abb. 5-15 ist die Bahnrichtung der Folie (Extrusionsrichtung) durch Pfeile, der Riss als Linie in der Referenzkonfiguration markiert. Der Riss tritt im Scheitelbereich auf und ist in einem Winkel von ca. 45° zur Bahnrichtung der Folie orientiert. Die Risslänge beträgt 28,2 mm. Der Versagensort liegt im Bereich der maximalen Hautdehnungen (vgl. Abb. 5-12). Das Verformungsverhalten des Versuchs V28 sowie die kurze Risslänge deuten auf ein eher duktileres Versagen der Folie hin.

Abb. 5-16 zeigt den Verformungszustand kurz vor dem Bruch mit markiertem maximalen Dehnungsbereich, in Abb. 5-17 ist der Bruchzustand dargestellt. Die Abbildungen zeigen

deutlich die starke Weißtrübung der Folie im Scheitelbereich, die auf strukturelle Veränderungen der Folie mit Abnahme der Foliendicke zurückzuführen sind.

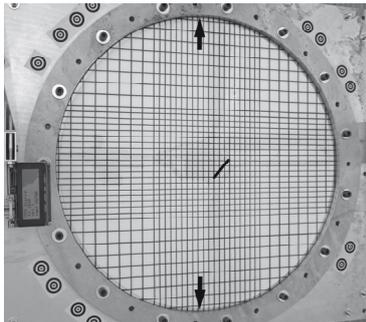


Abb. 5-15 Risslokalisierung und Bahnenrichtung in der Referenzkonfiguration, (V28)

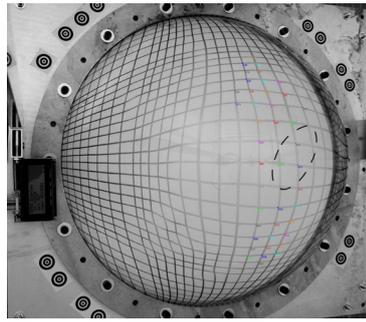


Abb. 5-16 Verformte ETFE-Folie kurz vor dem Bruch (V28)

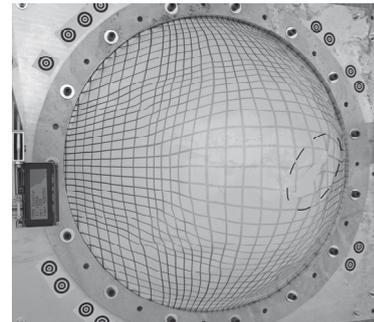


Abb. 5-17 Bruchzustand, (V28)

5.3 Berstversuche mit unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten

Die Auswertung der Berstversuche mit unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten entspricht in der Gliederung der Darstellung der Versuchsergebnisse des Versuchs V28.

Entsprechend den Anmerkungen in Kapitel 5.2.1 erfolgt die Versuchsauswertung bis zum Erreichen des maximalen Innendrucks. Zur qualitativen Beurteilung des Aufblasvorganges der einzelnen Versuchsreihen dient die mittlere Dehngeschwindigkeit der 16 Elemente des Scheitelbereichs (vgl. Abb. 5-10, rechts). Aufgrund der kontinuierlichen Luftzuführung mit stetig veränderlichen Foliengeometrien kann die Dehngeschwindigkeit jedoch nicht über die gesamte Dauer des Versuchs konstant erfolgen.

Abb. 5-18 zeigt den Verlauf der Dehngeschwindigkeiten. Der langsame Versuch V28 weist eine mittlere Dehngeschwindigkeit von ca. 2,5 %/min auf. Bei Versuch V37 stellt sich im ersten Drittel des Versuchs eine mittlere Dehngeschwindigkeit von ca. 5 %/min ein. Beim Versuch V52 beträgt im ersten Versuchsdrittel die mittlere Veränderungsrate der Dehnungen ca. 12,5 %/min.

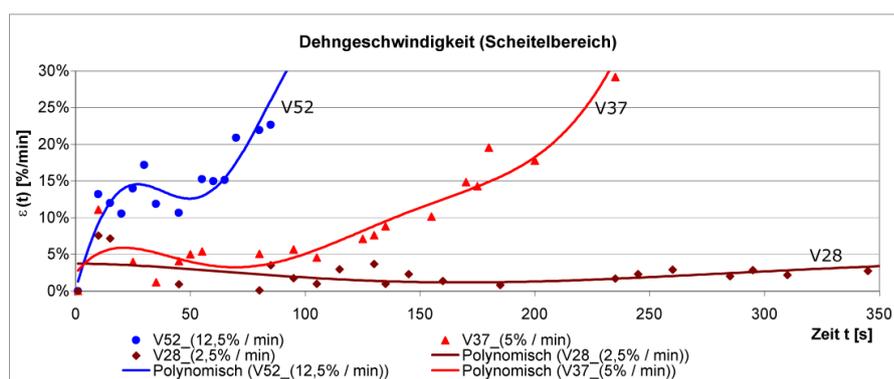


Abb. 5-18 Versuche V28, V37, V52: Dehngeschwindigkeit im Scheitelbereich

5.3.1 Innendruck und vertikale Scheitelverformung

In Abb. 5-19 sind für die Berstversuche mit unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten (V28, V37 und V52) der Verlauf der vertikalen Scheitelverformung f - z über die Versuchsdauer t dargestellt.

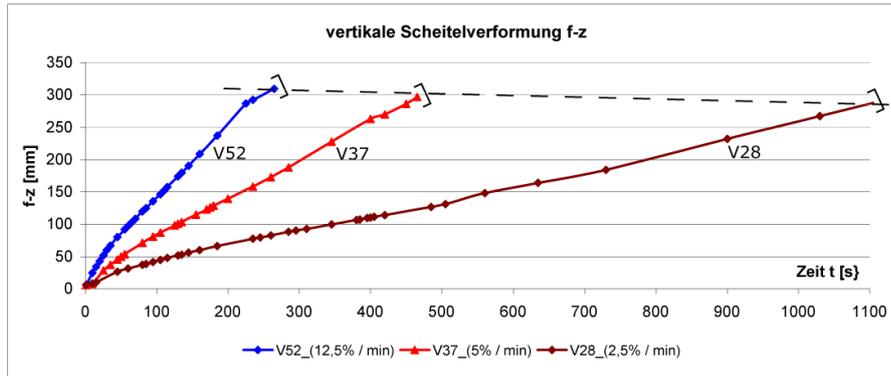


Abb. 5-19 Versuche V28, V37, V52: vertikale Scheitelverformung

Versuch V52 mit der größten Dehngeschwindigkeit ($\dot{\epsilon}'_3(t) = 12,5\%/min$) weist mit 309,6 mm die größte vertikale Scheitelverformung auf. Mit abnehmender Dehngeschwindigkeit reduziert sich die maximal erreichbare Scheitelverformung nur geringfügig.

Abb. 5-20 zeigt die Verformungslinien der mit drei Dehngeschwindigkeiten beanspruchten Versuchskörper im Meridianschnitt y-y (siehe Abb. 5-3 links) für drei verschiedene Epochen. Dargestellt sind die Meridianschnitt der Verformungen zum Zeitpunkt

- bei einer mittleren Dehnung im Scheitelbereich von ca. 3%,
- beim Erreichen der maximalen Folienkraft und
- beim Erreichen des maximalen Innendrucks.

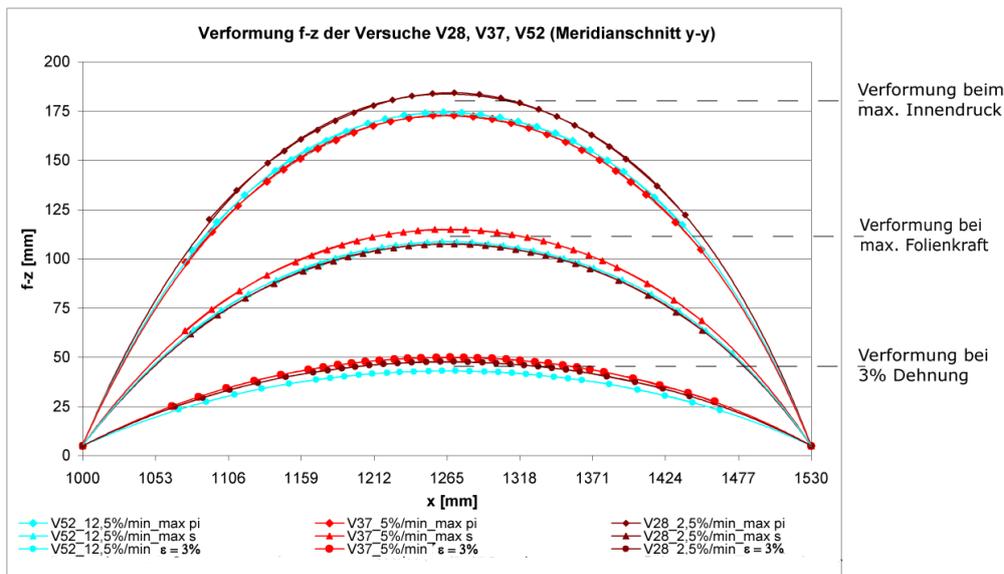


Abb. 5-20 Versuche V28, V37, V52: vertikale Verformung f-z, für drei Zustände (Elastizitätsgrenze $\epsilon \approx 3\%$; max. Folienkraft, max. Innendruck p_i)

Abb. 5-20 zeigt, dass sich trotz unterschiedlicher Dehngeschwindigkeiten ähnliche Verformungsgeometrien einstellen. Im mittleren Versuchsdrittel entstehen eher kugelkalottenförmige Verformungen, zum Ende des Versuchs beschreiben die Folien parabolische Verformungsgeometrien. Zum Zeitpunkt mit einer Dehnung von ca. 3% treten nur geringfügige Unterschiede im Verformungsverlauf auf. Mit Steigerung der Belastung wachsen die Abweichungen merklich an.

In Abb. 5-21 ist der Verlauf des Innendrucks p_i über die Zeit t dargestellt.

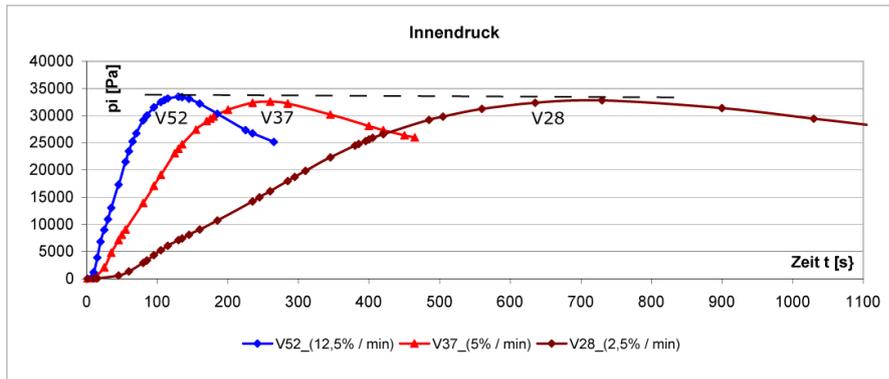


Abb. 5-21 Versuche V28, V37, V52: Verlauf des Innendruck

Entsprechend der Aufblasgeschwindigkeit stellt sich der maximale Innendruck $p_{i,max}$ jeweils zeitversetzt ein. Nach dessen Erreichen ist eine Abnahme des Drucks feststellbar. Die kontinuierliche Volumenvergrößerung infolge eines mehrachsialen Kriechens und plastischen Verhaltens kann durch die Luftzuführung nicht kompensiert werden. Die Folge ist eine Abnahme des Innendrucks, die mit zunehmender Aufblasgeschwindigkeit schneller erfolgt. Versuch V52 weist den größten Volumenstrom auf, zeigt jedoch auch den stärksten Abfall des Innendrucks bis zum Versagen.

Die gestrichelte Trendlinien beim Verlauf der Scheitelverformung (Abb. 5-19) und des Innendrucks (Abb. 5-21) deuten eine Abhängigkeit der Maximalwerte von der Dehngeschwindigkeit an. In Abb. 5-22 sind jeweils die Maximalwerte des Innendrucks und der Scheitelverformung der drei Versuche dargestellt. Der maximale Innendruck verändert sich in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit geringfügiger. Deutlicher ist die Vergrößerung des maximalen Scheitelstichs der Pneus mit Steigerung der Dehngeschwindigkeit zu erkennen.

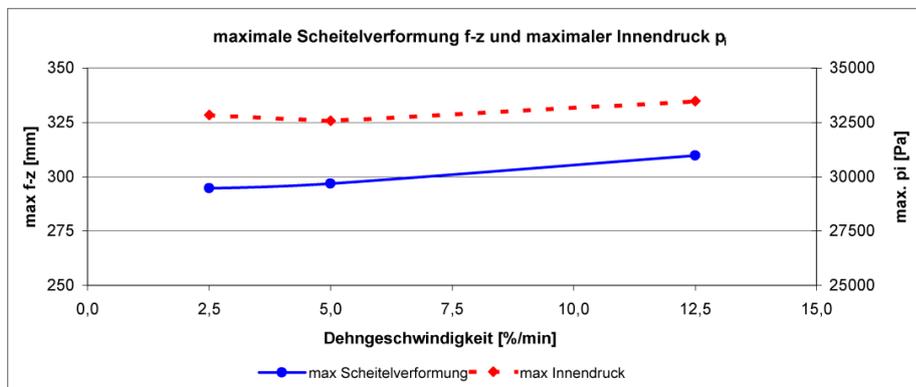


Abb. 5-22 Versuche V28, V37, V52: Maximale Scheitelverformung und maximaler Innendruck in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit.

5.3.2 Folienkräfte

In Abb. 5-23 ist die maximale Folienkraft in [N/mm] in Abhängigkeit der Zeit für den markierten Scheitelbereich dargestellt. Alle drei Versuchsreihen mit unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten weisen einen ersten signifikanten Knickpunkt auf. Anschließend erfolgt eine Zunahme der Folienkraft. Eine Plateaubildung markiert den Bereich der maximalen Folienkräfte. Die maximale Folienkraft steigt mit erhöhter Dehngeschwindigkeit. Für den Schnitt y-y betragen diese:

- V52 ($\dot{\varepsilon}(t)=12,5\%/min$): $S_{max} = 6,0$ N/mm
- V37 ($\dot{\varepsilon}(t)=5,0\%/min$): $S_{max} = 5,71$ N/mm
- V28 ($\dot{\varepsilon}(t)=2,5\%/min$): $S_{max} = 5,58$ N/mm

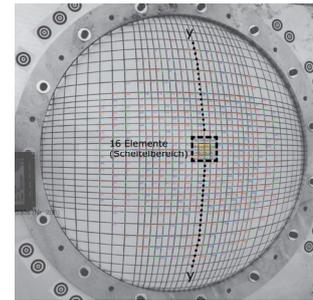
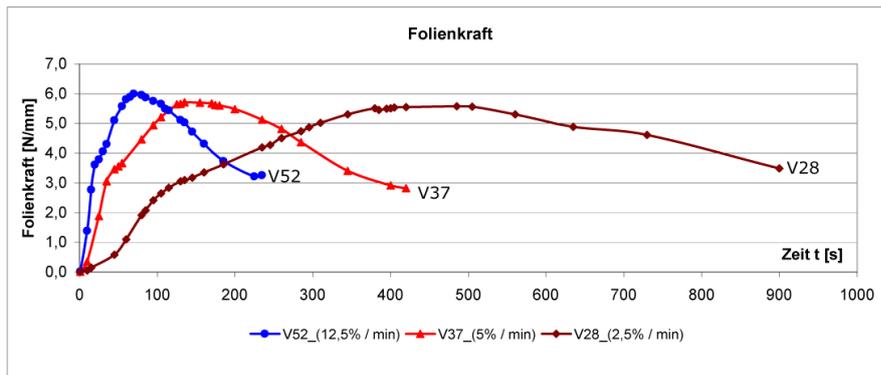


Abb. 5-23 Versuche V52, V37, V28: Folienkräfte für Schnitt y-y

Abb. 5-24 stellt die maximale Folienkraft und die Folienkraft bei 3% Dehnung in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit dar. Die Steigerung der Dehngeschwindigkeit führt zu größeren Folienkräften. Bei kleinen Dehnungen im Bereich von ca. $\epsilon = 3\%$ ist der Einfluß der Dehngeschwindigkeit deutlicher.

Das mechanische Verhalten von Polymer-Werkstoffen ist bei tiefen Temperaturen qualitativ gleichbedeutend mit dem Verhalten bei hohen Beanspruchungs- bzw. Dehngeschwindigkeiten. Wie in Kapitel 3.1.5 erläutert, verhalten sich Polymer-Werkstoffe bei tiefen Temperaturen steifer (vgl. Abb.3-10 bis Abb.3-12). Die untersuchten ETFE-Folien bestätigen diesen Zusammenhang. Zusätzlich zeigen ETFE-Folien, die bei tiefen Temperaturen bzw. mit hohen Dehngeschwindigkeiten beansprucht werden, höhere Zugfestigkeiten.

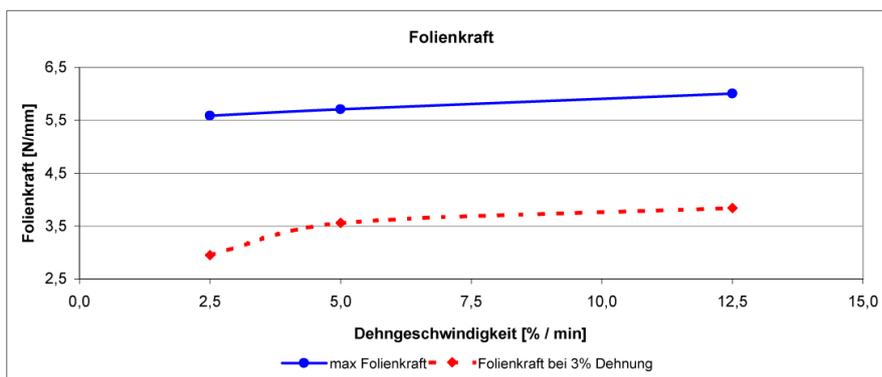


Abb. 5-24 Versuche V52, V37, V28: maximale Folienkraft und Folienkraft bei 3% Dehnung

5.3.3 Dehnungen

Abb. 5-25 und Abb. 5-26 fassen die Kraft-Dehnungs-Linien der drei Versuche mit unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten für den Scheitelbereich zusammen. In Abb. 5-26 sind die Kennlinien bis zu einer Dehnung von 40% als Ausschnitt dargestellt.

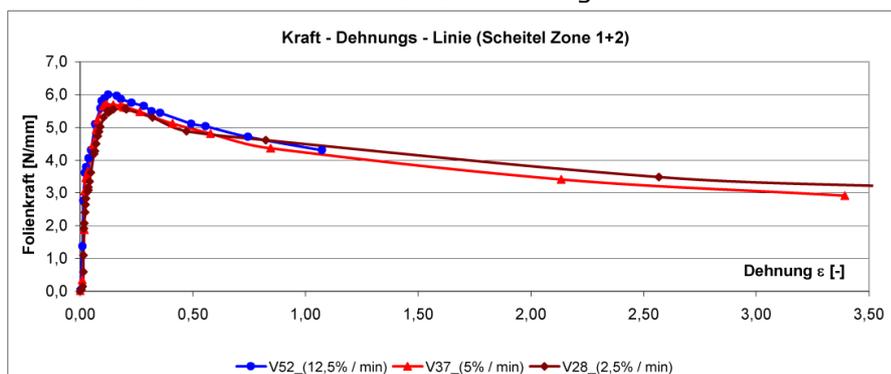


Abb. 5-25 Versuche V52, V37, V28: Kraft-Dehnungs-Linien

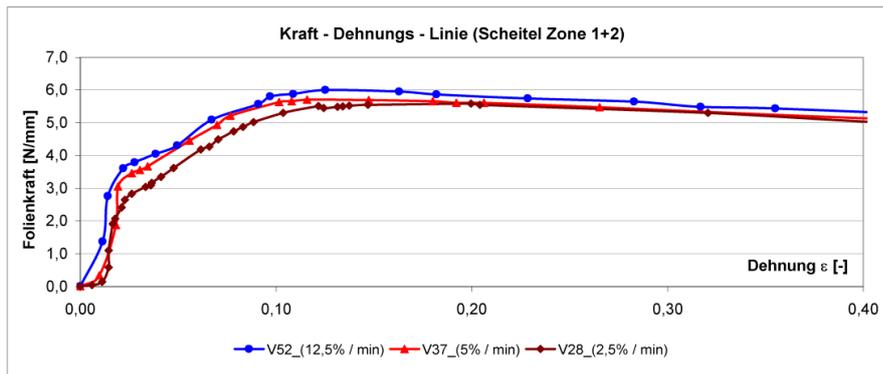


Abb. 5-26 Versuche V52, V37, V28: Kraft-Dehnungs-Linien, Ausschnitt bis $\epsilon=40\%$

Bis zum ersten Knickpunkt reduziert sich die Steifigkeit der ETFE-Folie mit abnehmender Dehngeschwindigkeit geringfügig. Im weiteren Verlauf bei höheren Dehnungen zeigen alle drei Dehngeschwindigkeiten nahezu identische Steigungen der Kraft-Dehnungs-Linien.

Für alle drei Versuche stellt sich bei 2,2 % bis 3,0% Dehnung ein erster Knick in der Kennlinie ein. Der 2. Knick tritt bei einer Dehnung von ca. 10% bis 12% auf. An den Knickpunkten unterscheiden sich die Dehnungswerte der Versuche nur geringfügig. Dagegen weisen die Folienkräfte größere Unterschiede auf.

Tab.5-2 stellt die Folienkraft und die Dehnungswerte der Versuche zusammen. Zusätzlich sind die Standardabweichungen ϵ_x der 16 Scheitelemente angegeben (vgl. Erläuterung entsprechend Abb. 5-13 und Abb. 5-14).

Versuch	Punkt 1 (1. Knick)			Punkt 2 (2. Knick)			Punkt 3 (Maximale Folienkraft)		
	S [N/mm]	ϵ [-]	ϵ_x [-]	S [N/mm]	ϵ [-]	ϵ_x [-]	S_{max} [N/mm]	ϵ [-]	ϵ_x [-]
V28 (2,5%/min)	2,84	0,027	0,007	5,50	0,122	0,011	5,58	0,200	0,011
V37 (5,0%/min)	3,56	0,030	0,009	5,64	0,102	0,009	5,71	0,147	0,011
V52 (12,5%/min)	3,61	0,022	0,008	5,81	0,097	0,008	6,00	0,125	0,010

Tab.5-2 Ergebnisse der Kraft-Dehnungs-Linien von V28, V37 und V52

Entsprechend DIN EN ISO 527-1 [32] kann die Streckgrenze mit Hilfe des Tangentenverfahrens durch das Auftreten einer horizontalen Tangente an die Kennlinie definiert werden. Für die Berstversuche ergeben sich jeweils am 2. Knickpunkt (zwischen 10% - 12% Dehnung) ein horizontaler Verlauf der Kennlinien.

Bei Dehnungen unterhalb der Streckgrenze treten noch keine plastischen Verformungen auf, so dass benachbarte Elemente bei homogenem und isotropem Werkstoffverhalten nahezu identische Dehnungswerte aufweisen müssten. Bei Verformungszuständen mit größeren Dehnungen und einsetzenden plastischen Verformungen wird die Streuung der Dehnungswerte der benachbarten Elemente größer. Die Standardabweichungen der Dehnungen für die 16 Elemente schwanken für alle Versuche bis zum Erreichen des maximalen Innendrucks zwischen 0,7% und 1,1%.

5.3.4 Bruchverhalten

Die Abb. 5-27 bis Abb. 5-30 zeigen die Rissbilder der Versuchsreihen in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit. Zur Vervollständigung sind neben den drei bisher dargestellten Dehngeschwindigkeiten zusätzlich noch die Rissbilder bei einer Dehngeschwindigkeit von 7,5%/min hinzugefügt.

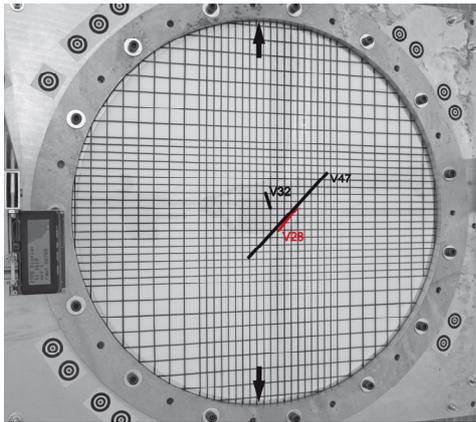


Abb. 5-27 Rissbilder: Versuchsreihe U1 mit $\dot{\varepsilon}(t) = 2,5\%/min$

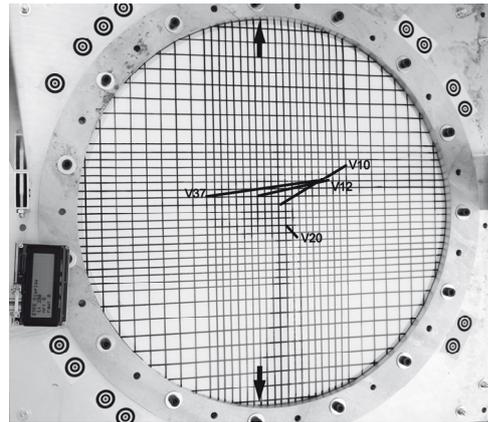


Abb. 5-28 Rissbilder: Versuchsreihe U6 mit $\dot{\varepsilon}(t) = 5\%/min$

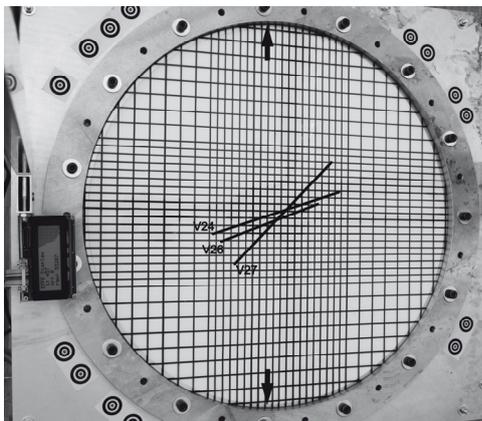


Abb. 5-29 Rissbilder: Versuchsreihe U9 mit $\dot{\varepsilon}(t) = 7,5\%/min$

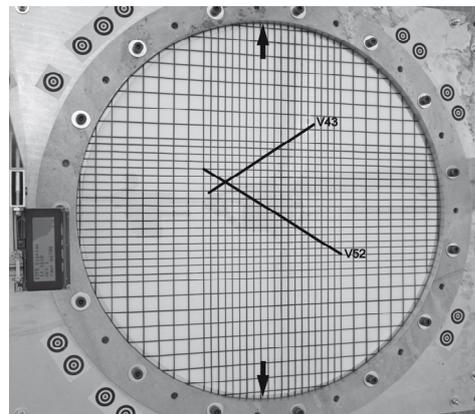


Abb. 5-30 Rissbilder: Versuchsreihe U18 mit $\dot{\varepsilon}(t) = 12,5\%/min$

Alle untersuchten ETFE-Folien versagen im Scheitelbereich der Folien. Die Risslängen sind dabei abhängig von der Dehngeschwindigkeit. Vereinzelt aufgetretene kürzerer Risse sind auf offensichtliche Vorschädigungen der ETFE-Folien zurückzuführen.

Abb. 5-31 zeigt die mittlere Risslänge der vier Dehngeschwindigkeiten. Eine Vergrößerung der Dehngeschwindigkeit führt im Bruchverhalten der Folienproben zu vergrößerten Risslängen.

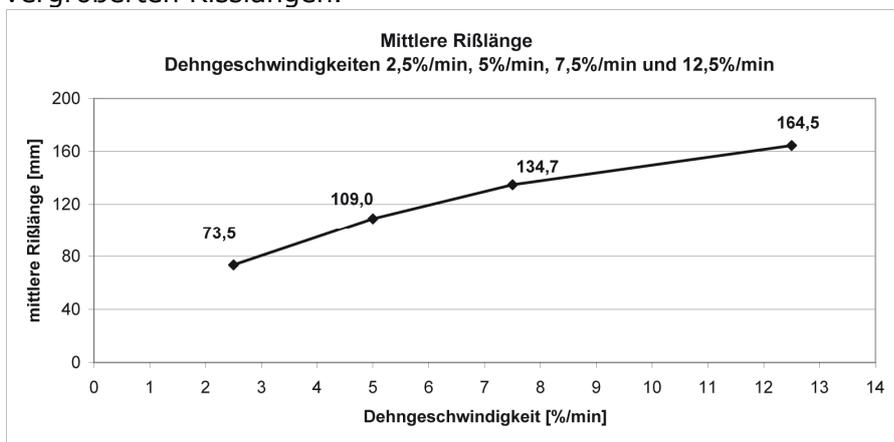


Abb. 5-31 Mittlere Risslänge in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit

Entsprechend den Erläuterungen im Kapitel 3.1.5 zum Spannungs-Dehnungs-Verhalten der Polymer-Werkstoffe zeigt der teilkristalline Fluorpolymer-Werkstoff ETFE bei hohen Dehngeschwindigkeiten ein spröderes Verhalten mit größeren Risslängen.

Höhere Beanspruchungsgeschwindigkeiten erschweren eine Ausrichtung der Molekülketten. Die beanspruchten ETFE-Folien versagen hörbar mit einem Knall. Duktileres Verhalten zeigen dagegen die Berstversuche mit langsameren Beanspruchungsgeschwindigkeiten. Die Risslängen sind kürzer, das Versagen erfolgt eher durch ein leises Zischen.

5.4 Berstversuche mit vorbeanspruchten Folien

Das zeitabhängige, nichtlineare Werkstoffverhalten der Polymere ist ursächlich auf strukturelle Eigenschaften wie z.B. Molekülanordnung und Beweglichkeit, Vernetzungsgrad und Kristallisationsgrad zurückzuführen. Dieser strukturelle Aufbau der Polymer-Werkstoffe wird wesentlich vom Herstellungsprozess sowie von der Belastungsgeschichte beeinflusst.

Die folgenden Berstversuche an vorbeanspruchten ETFE-Folienproben dienen der Untersuchung des Einflusses mechanischer, mehrachsiger Vorbeanspruchungen auf das Werkstoffverhalten der ETFE-Folien. Zur Vorbeanspruchung wurden zwei Innendrucke über eine Zeitdauer von 20h aufgebracht, die zu Dehnungen im Bereich der Elastizitätsgrenze sowie im linear viskoelastischen Bereich führen. Es ergeben sich mit den beiden Innendrücken $p_{i,1}=4500$ Pa (V30) und $p_{i,2} = 12500$ Pa (V51) mittlere Dehnungen im Scheitelbereich von ca. $\varepsilon_1 = 2\%$ und $\varepsilon_2 = 7\%$.

Nach Absaugen der Luft im Pneu mittels einer Vakuumpumpe erfolgte anschließend der Berstversuch der verstreckten Folien. Die dabei gewählte Aufblasgeschwindigkeit führt bei unbeanspruchten Folien zu einer mittleren Dehngeschwindigkeit im Scheitelbereich von ca. 3,25 %/min.

Abb. 5-32 und Abb. 5-33 zeigen die verstreckten Folien der beiden Versuche nach Entweichen des Innendrucks. Beide Versuche weisen nach der Vorbeanspruchung Falten infolge plastischer Verformungen auf, die beim Versuch V51 deutlicher ausgeprägt sind.

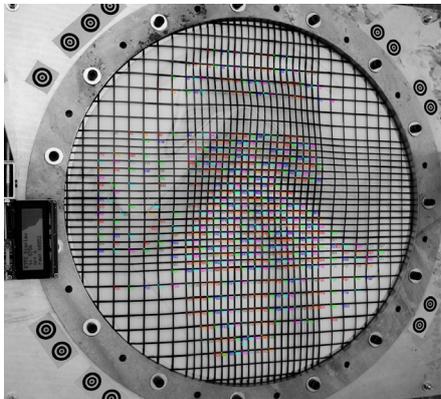


Abb. 5-32 Vorbeanspruchte Folie, $p_{i,1} = 4500$ Pa über $t=20$ h (Versuch V30)

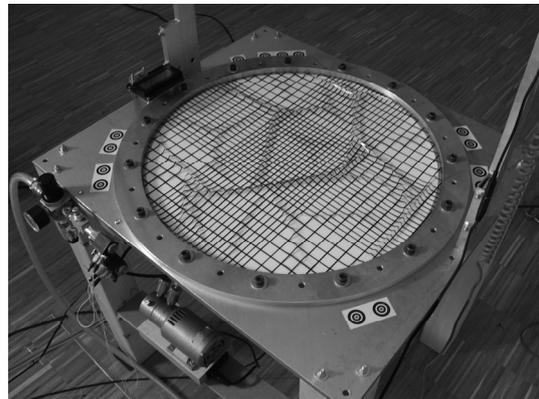


Abb. 5-33 Vorbeanspruchte Folie mit Falten, $p_{i,2} = 12500$ Pa über $t=20$ h (Versuch V51)

Abb. 5-34 zeigt für die Versuche V30 und V51 den Innendruckverlauf sowie die vertikale Scheitelverformung während des Aufbringens der Vorbeanspruchung. Versuch V51 ($p_i=12500$ Pa) zeigt ein ausgeprägteres Kriechverhalten. Versuch V30 ($p_i=4500$ Pa) weist ein Kriechverhalten in einem eher vernachlässigbarem Maß auf. Der konstante Innendruck über 20 Stunden wurde über die elektronische Luftdrucksteuerung geregelt.

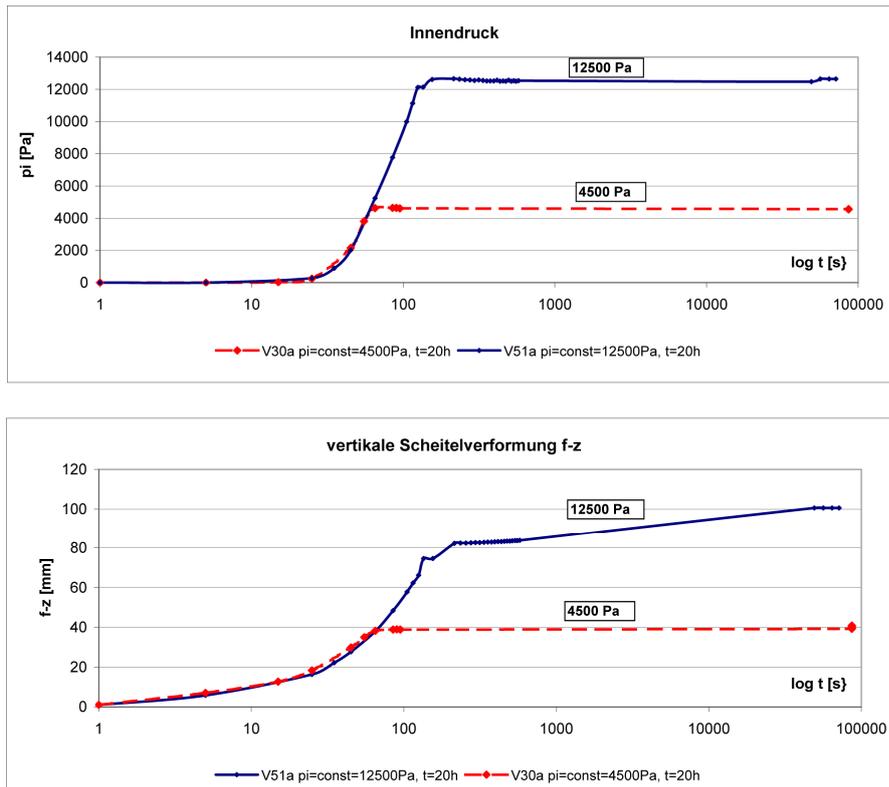


Abb. 5-34 Versuche V30a und V51a zum Aufbringen der Vorbeanspruchung

Tab.5-3 fasst die Versuchskenndaten zusammen. Der Index a definiert den Vorbeanspruchungstest. Der Index c definiert den darauf folgenden Berstversuch mit der vorbeanspruchten Folie.

Versuch	konst. Innendruck [Pa]	Dauer [h]	Mittlere Dehnung bei Beginn der Dauerbelastung [%]	Max. Scheitelstich bei Beginn der Dauerbelastung [mm]
V30a	4500	20h	2,0	38,3
V51a	12500	20h	7,0	82,2

Tab.5-3 Versuchskenndaten für die Vorbeanspruchung

Um den Einfluß der Vorbeanspruchung zu bewerten, sind in den folgenden Abbildungen die Versuchsergebnisse mit dem Berstversuch V09 gleicher Dehngeschwindigkeit an einer nicht vorbeanspruchten Folie gegenübergestellt. Abb. 5-35 zeigt den Verlauf der mittleren Dehngeschwindigkeit beider Versuche im Vergleich zum Versuch V09 ohne Vorbeanspruchung.

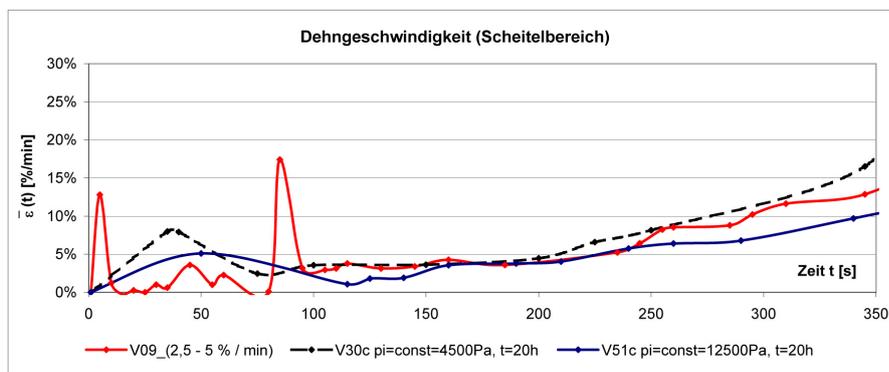


Abb. 5-35 Berstversuche an Folien mit Vorbeanspruchung (V30c, V51c) und ohne Vorbeanspruchung (V09): Dehngeschwindigkeit

5.4.1 Innendruck und vertikale Scheitelverformung

Abb. 5-36 und Abb. 5-37 gibt in logarithmischer Skalierung die Verläufe der Scheitelverformung und des Innendrucks der drei Versuche V09, V30c, V51c wieder. Der Index c definiert den Berstversuch mit der vorbeanspruchten Folie.

Es zeigt sich im Endbereich der Versuche ein nahezu deckungsgleicher Verlauf des Innendrucks und der maximalen Scheitelverformung.

Versuch V51c weist aufgrund der größeren eingprägten plastischen Verformungen zu Beginn deutlichere Unterschiede beim Innendruck- und Verformungsverlauf gegenüber V09 auf V30c. Versuch V30c hatte vernachlässigbare plastische Verformungen nach der Vorbeanspruchung und ist nahezu deckungsgleich mit Versuch V09.

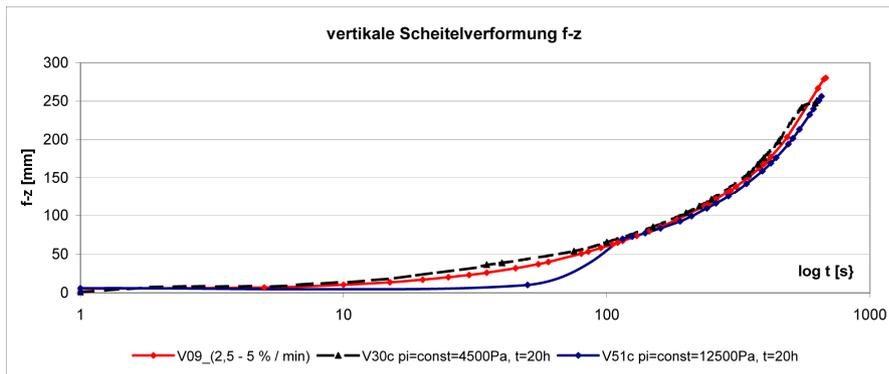


Abb. 5-36 Berstversuche an Folien mit (V30c, V51c) und ohne Vorbeanspruchung (V09): Innendruckverlauf im Scheitelbereich

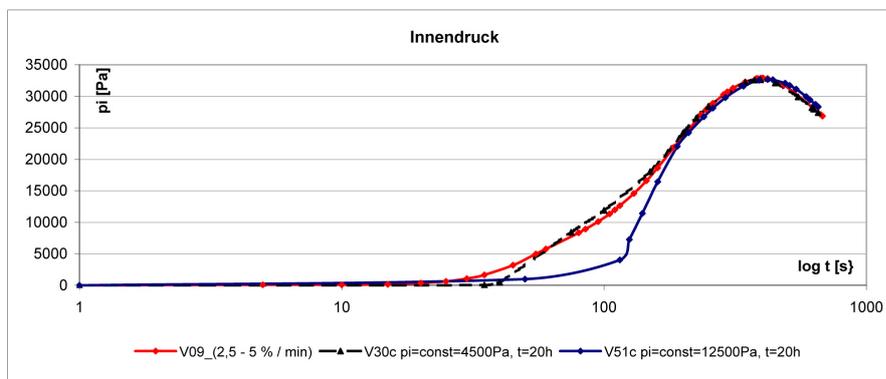


Abb. 5-37 Berstversuche an Folien mit (V30c, V51c) und ohne Vorbeanspruchung (V09): Innendruckverlauf im Scheitelbereich

5.4.2 Folienkräfte und Dehnungen

Abb. 5-38 zeigt die Kraft-Dehnungs-Linien bis zum maximalen Innendruck bis zu einer Dehnung von ca. 50%.

Wie bei der Verteilung des Innendrucks und der Scheitelverformung nähern sich mit zunehmender Dehnung die beiden Kraft-Dehnungs-Verläufe von V30c und V51c mehr und mehr dem Verlauf der nicht vorbeanspruchten Folie (V09) an und gehen im Endbereich ineinander über. Die großen Unterschiede im ersten Versuchsdrittel sind auf die Vorverformungen zurückzuführen.

Im Gegensatz zu Versuch V09 und V30c zeigt V51c keinen markanten Knick im Verlauf. Nach ca. 120s (ca. 5% Dehnung) haben sich beim Versuch V51c die Falten der Folie infolge des einströmenden Luftvolumens aufgelöst. Es erfolgt eine lineare Steigerung der Folienkraft bis zum Erreichen der Maximalkraft. Die beiden Versuche V09 und V30c zeigen dagegen einen deutlichen 1. Knickpunkt im Verlauf.

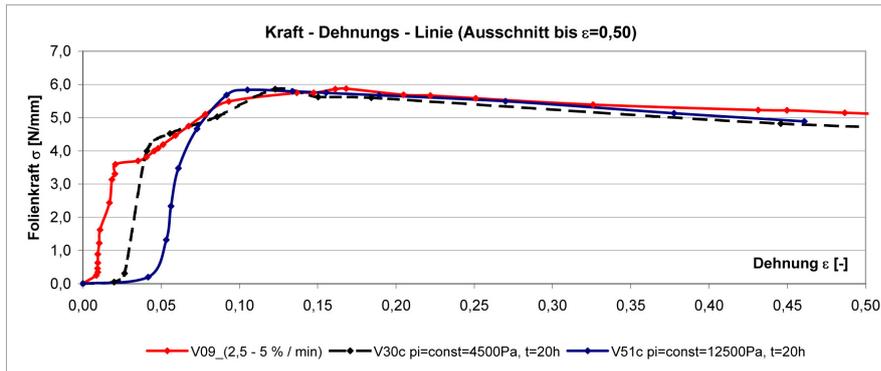


Abb. 5-38 Berstversuche an Folien mit Vorbeanspruchung (V30c, V51c) und ohne Vorbeanspruchung (V09): Kraft-Dehnungs-Linien

Interpretation

Die fehlende Ausbildung des markanten Knicks im Verlauf der Kraft-Dehnungs-Linie des Versuchs V51c ist auf strukturelle Veränderungen im Zuge der Vorbeanspruchung zurückzuführen.

Es ist anzunehmen, dass die Vorbeanspruchung eine Entschlaufung und teilweise Verstreckung der verknäulten Molekülketten der amorphen Phase bewirkt (vgl. Abb. 3-8). Nach Erreichen der Streckgrenze der amorphen Phase ist die ETFE-Folie verstreckt. Der gelöste, amorphe Molekülverband wird durch die umliegenden kristallinen Bereiche stabilisiert. Bei Versuch V51c erfolgt die Verstreckung schon während der Vorbeanspruchungsphase. Daher kann sich bei Wiederbelastung keine Elastizitätsgrenze der amorphen Phase ausbilden, die Molekülketten der kristallinen Phase gleiten sofort voneinander ab (vgl. Kapitel 3.1.5).

Die Spannungs-Dehnungs-Linien vorbeanspruchter teilkristalliner Polymere zeigen oftmals das hier dargestellte Verhalten einer Aufspaltung der Kurven im mittleren Bereich sowie eines gemeinsamen Verlaufs im Endbereich, die wiederum auf, Entschlafungen und Abgleiten der Molekülketten zurückzuführen sind. Nach Hengl und Gust [50] tritt dieser Effekt bei vielen Polymer-Werkstoffen auch schon bei Vorbeanspruchungen unterhalb der Streckgrenze auf. Versuch V30c bestätigt dieses Verhalten auch für ETFE-Folien, da hier die Vorbeanspruchung zu mittleren Dehnungen im Bereich der Elastizitätsgrenze führen.

Die nahezu identischen maximalen Folienkräfte zwischen vorbeanspruchten und nicht vorbeanspruchten Folien ist auch auf die kreisförmige Grundrissgeometrie zurückzuführen. Die Vorbeanspruchung der kreisförmigen Proben infolge eines konstanten Innendrucks bewirkt keine Verstreckung der ETFE-Folie in eine ausgeprägte Richtung. Es kann sich damit infolge der gleichmäßigen Verstreckung der Molekülketten keine dominierende Richtung ausbilden. Ein anisotropes Verhalten schon zu Beginn des Versuchs bei Wiederbelastung der verstreckten Folien kann nicht erfolgen. Um den Einfluß der Vorbeanspruchung in Form eines anisotropen Werkstoffverhaltens auf das Tragverhalten zu quantifizieren, müssten Folienproben monoaxial in eine Richtung verstreckt und anschließend bis zum Bersten beansprucht werden.

Der untersuchte Lastfall der Vorbeanspruchung in diesem Kapitel entspricht dagegen dem Lastfall Wassersack eines kreisförmigen Pneus über einen längeren Zeitraum.

5.5 Berstversuch ETFE-Folie mit Schweißnaht

In Versuch V57 wurde eine ETFE-Folie mit einer ca. 10 mm breiten in Probenmitte durchgehenden Schweißnaht geprüft. Die Schweißnaht wurde nach dem im Folienbau üblichen Wärmeimpulsschweißverfahren hergestellt. Zur Anwendung kam dabei das so genannte diskontinuierliche Balkenschweißverfahren, bei dem die beiden Folienlagen mit

Hilfe zweier Heizbalken stempelartig zusammengedrückt und thermisch verschmolzt werden. Der Verlauf der Schweißnaht ist in Abb. 5-39 rechts als schwarze Linie dargestellt. Die Schweißnahtorientierung war senkrecht zur Bahnenrichtung.

Nachfolgend wird das mechanische Verhalten der ETFE-Folie mit Schweißnaht (Versuch V57) und der Folie ohne Schweißnaht (Versuch V09) bei gleicher Dehngeschwindigkeit und gleicher Temperatur verglichen. Abb. 5-39 zeigt die Dehngeschwindigkeiten für den Scheitelpunkt der beiden Versuche.

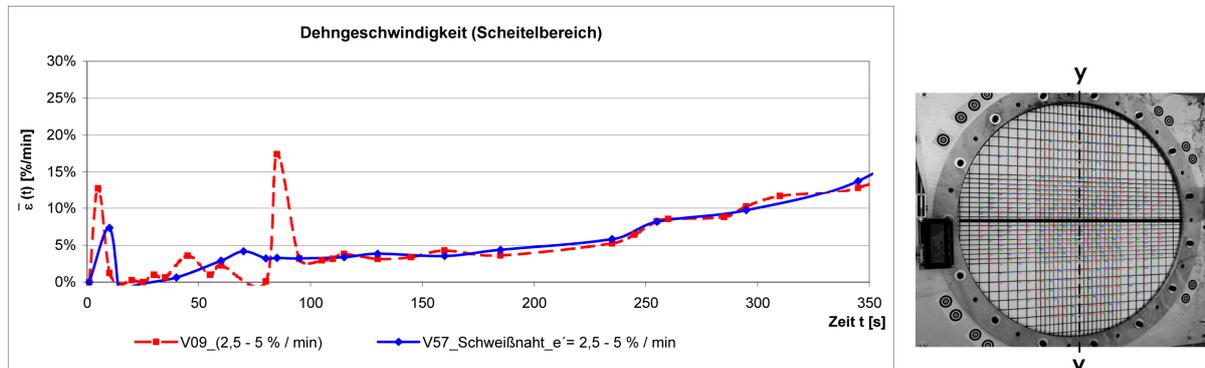


Abb. 5-39 Versuch V09 ohne und V57 mit Schweißnaht: Dehngeschwindigkeit im Scheitelpunkt

Die mittlere Dehngeschwindigkeit von 2,5 – 5,0 % /min ist im Scheitelpunkt für beide Versuche identisch. Nach ca. 100s Versuchsdauer stellt sich ein nahezu deckungsgleicher Verlauf ein. Beide Versuche weisen zu Beginn des Versuchs einen Peak mit erhöhter Dehngeschwindigkeit auf. Nach etwa 75s stellt sich nur beim Versuch V09 (ohne Schweißnaht) ein weiterer ausgeprägter Peak ein.

Signifikante Ausschläge im Verlauf der Dehngeschwindigkeit können Hinweise auf veränderte strukturelle Eigenschaften geben.

Der erste Peak zu Beginn hat keinen strukturmechanischen Hintergrund sondern ist durch das Tragverhalten der aus dem ebenen Zustand aufgeblasenen Folie begründet. Nach der anfänglichen Verformung mit dem Anfangsstich f_0 stabilisiert sich die ETFE-Folie durch die Ausbildung einer gekrümmten Geometrie.

Beim Vergleich der Dehngeschwindigkeiten zeigen alle Versuche mit unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten diesen anfänglichen Stabilisierungseffekt mit ausgeprägtem Peak.

Der zweite Peak bei V09 nach ca. 75s entsteht beim Erreichen der Elastizitätsgrenze des Materials nach einer Dehnung von ca. 3%. Dieser Peak ist bei V57 nicht feststellbar.

5.5.1 Innendruck und vertikale Scheitelverformung

Die Abbildungen Abb. 5-40 und Abb. 5-41 zeigen den Verlauf des Innendrucks p_i sowie die vertikalen Scheitelverformung $f-z$ der beiden Versuche V09 und V57 über die Versuchsdauer t .

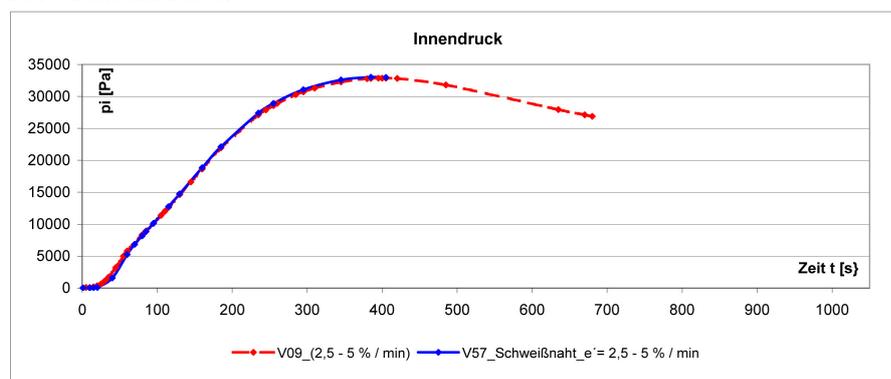


Abb. 5-40 Versuch V09 (ohne Schweißnaht) und V57 (mit Schweißnaht): Innendruck p_i

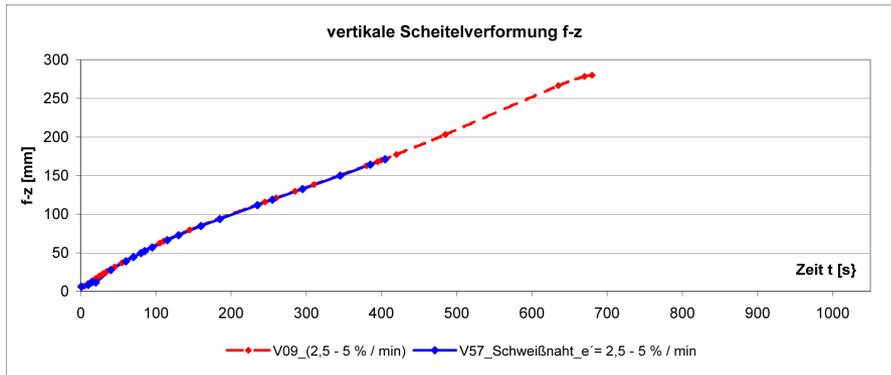


Abb. 5-41 Versuch V09 (ohne Schweißnaht) und V57 (mit Schweißnaht): Scheitelverformung f-z

Nach deckungsgleichem Verlauf des Innendrucks p_i und der Scheitelverformung f-z tritt bei Versuch V57 mit Schweißnaht das Versagen der Folie frühzeitiger ein. Für den Innendruck $p_{i,}$ der maximalen Scheitelverformung f-z und der Zeit t ergeben sich folgende Werte:

V09_mit Schweißnaht $p_{i,max} = 32867 \text{ Pa}$, $f_{-z,max} = 280,12 \text{ mm}$, $t = 680\text{s}$
 V57_mit Schweißnaht $p_{i,max} = 33002 \text{ Pa}$, $f_{-z,max} = 171,17 \text{ mm}$, $t = 405\text{s}$

In Abb. 5-42 ist links für den Merdianschnitt y-y die vertikale Scheitelverformung f-z des Versuchs V09 (gestrichelte Linie) und V57 (durchgezogene Linie) für unterschiedliche Epochen bis zum Versagen der geschweißten ETFE-Folie dargestellt. Die Merdianschnitte der späteren Epochen sind nahezu deckungsgleich. Zu Beginn weist Versuch V09 eine größere Verformung auf. In dieser Epoche (nach ca. $t=20\text{s}$) macht sich die versteifende Wirkung der Schweißnaht bei V57 deutlich bemerkbar.

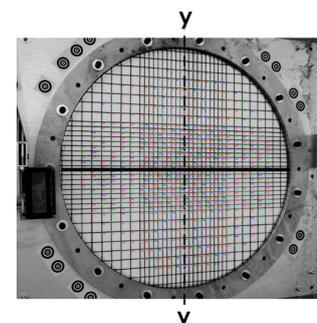
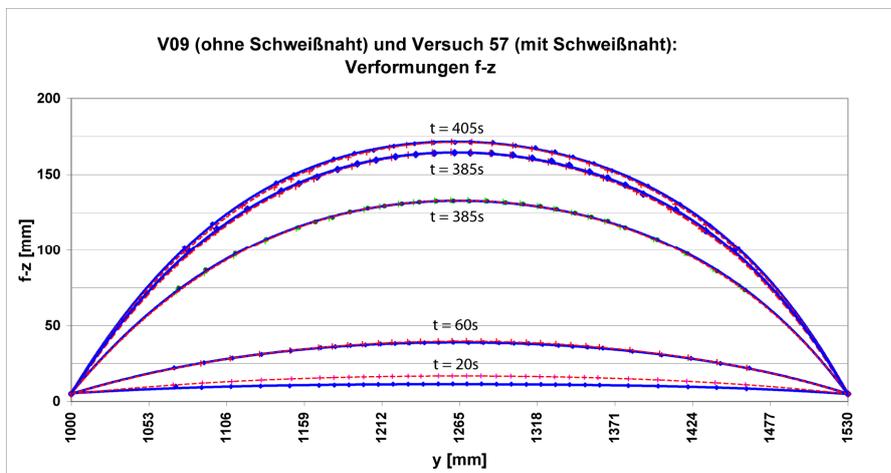


Abb. 5-42 Vertikale Scheitelverformung f-z (Schnitt y-y): Versuch V09 ohne Schweißnaht (rot gestrichelte Linie) und V57 mit Schweißnaht (blau durchgezogene Linie); rechts: Schnitt y-y und Verlauf der Schweißnaht (schwarze Linie).

Für die beiden Epochen nach $t=385\text{s}$ und $t=405\text{s}$ sind die Meridianschnitte der Verformungen f-z im Scheitelbereich beider Versuche in Abb. 5-43 vergrößert dargestellt.

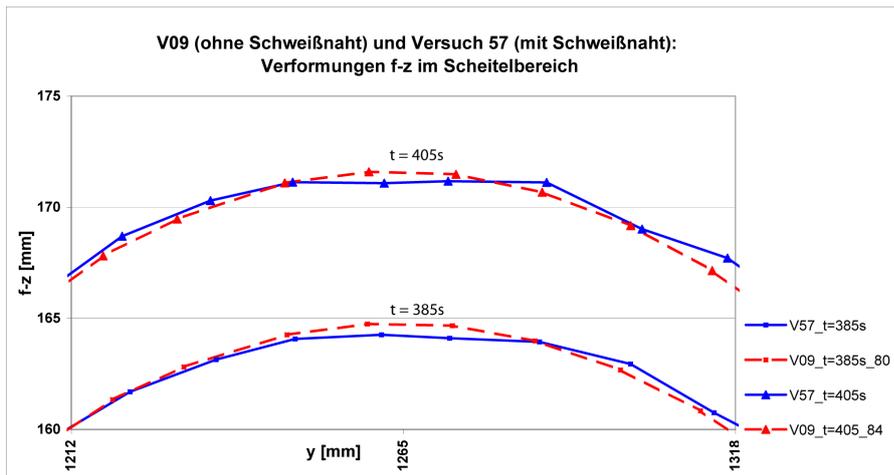


Abb. 5-43 Versuch V09 (ohne Schweißnaht) und V57 (mit Schweißnaht): vertikale Scheitelverformung f-z (Schnitt y-y mit vergrößertem Scheitelbereich)

Bei Betrachtung der skalierten Darstellung von Abb. 5-43 zeigt sich die Wirkung der Schweißnaht auf das Tragverhalten. Die steifere Schweißnaht führt zu einer Einschnürung im Scheitelbereich mit der Ausbildung eines Plateaus. Die Folie ohne Schweißnaht zeigt die kalottenförmige Verformungsfigur im Scheitelbereich.

Dieser Effekt der Einschnürung wird nach dem Versagen der Folie mit anschließender Rückverformung der elastischen Dehnungsanteile noch deutlicher. Abb. 5-44 zeigt die verformte ETFE-Folie des Versuchs V57 nach dem Versagen mit der Einschnürung infolge der mittigen Schweißnaht. Der Schweißnahtstreifen mit doppelter Foliendicke weist im Gegensatz zu den angrenzenden Folienbereichen geringere elastische Dehnungsanteile. Die Schweißnaht hat auf das Tragverhalten des Pneus eine versteifende Wirkung. Dessen Wirkung ist vergleichbar mit der Verwendung eines Seiles zur Stabilisierung der Folie.

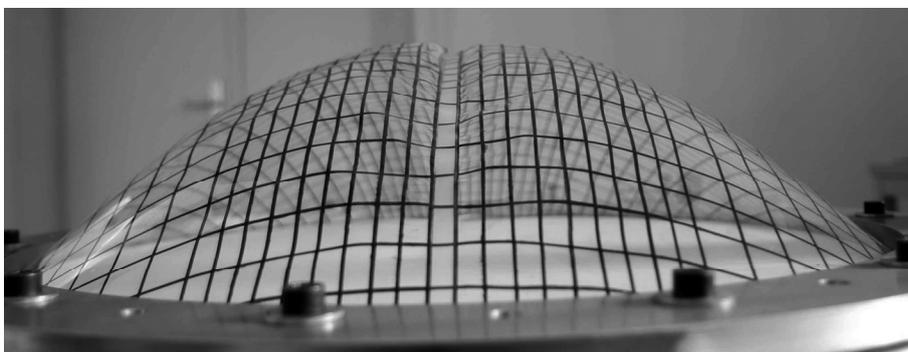


Abb. 5-44 Versuch V57 (mit mittiger Schweißnaht) nach dem Versagen: Verformungsfigur mit Einschnürungsbereich

Die versteifende Wirkung der Schweißnaht wird auch bei Betrachtung der Merdianschnitte zu Beginn des Versuchs deutlich. Entsprechend Abb. 5-42 weist Versuch V09 (ohne Schweißnaht) für die Epoche $t=20s$ eine größere Verformung im Scheitelbereich auf.

Auch beim Vergleich der Dehngeschwindigkeiten zeichnet sich dieses unterschiedliche Verformungsverhalten schon ab. Die Folie mit Schweißnaht weist im Bereich der Streckgrenze bei ca. 3% Dehnung keinen markanten Ausschlag im Verlauf der Dehngeschwindigkeit auf (vgl. Abb. 5-39). Größere Dehnungen im Scheitelbereich werden durch die versteifende Wirkung der Schweißnaht unterbunden. Darüber hinaus zeigt V57 ein eher gleichmäßigeres Verformungsverhalten als Versuch V09.

5.5.2 Folienkräfte und Dehnungen

Abb. 5-45 stellt für den Scheitelpunkt die Folienkräfte der beiden Versuche V09 und V57 dar. Die beiden Messkurven zeigen bis zum jeweiligen Versagen einen nahezu identischen Verlauf mit geringfügig größeren Folienkräften beim Versuch V57 mit Schweißnaht. Dies ist begründet durch

- die geringeren Verformungen bzw. größeren Krümmungsradien sowie dem
- eher anisotropen Spannungszustand infolge der Dehnungsbehinderung in Schweißnahtichtung.

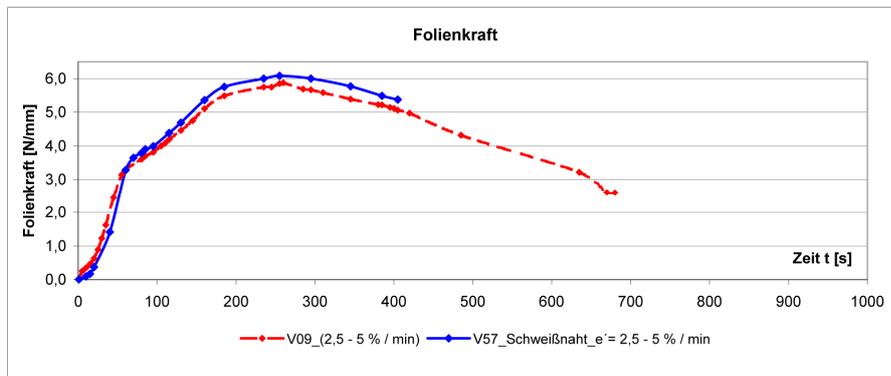


Abb. 5-45 Versuch V09 ohne und V57 mit Schweißnaht: max. Folienkräfte im Scheitelpunkt

Bei Betrachtung der Kraft-Dehnungs-Linien in Abb. 5-46 wird das gleichmäßigere Verformungsverhalten der ETFE-Folie mit Schweißnaht deutlich. Die Kraft-Dehnungs-Linie von V57 verläuft zwar ähnlich zum Versuch V09, jedoch weist die Kontur besonders im Bereich der Elastizitätsgrenze bei ca. 3% einen glatteren Verlauf auf.

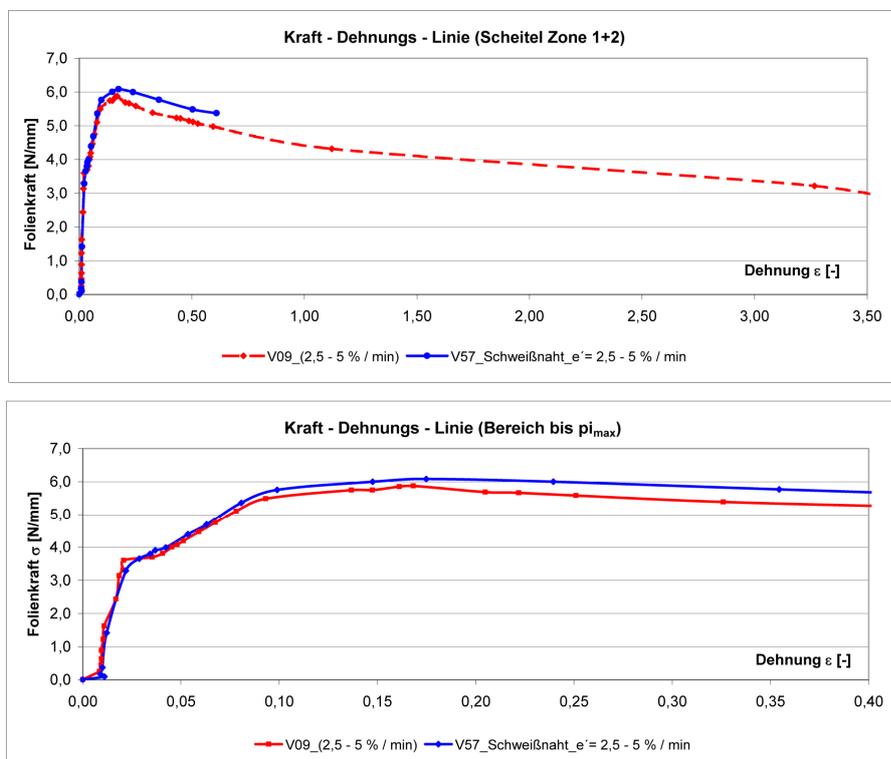


Abb. 5-46 Versuche V09 ohne und V57: Kraft-Dehnungs-Linien: oben: Gesamtverlauf, unten: Ausschnitt bis $\epsilon=0,40$

5.5.3 Bruchverhalten

Die Verläufe des Innendrucks und der maximalen Scheitelverformung nach Abb. 5-40 und Abb. 5-41 zeigen das frühzeitigere Versagen der geschweißten Folienprobe.

Plastische Dehnungen mit Lastumlagerungseffekten nach Erreichen des maximalen Innendrucks führen bei Versuch V09 zu einer weiteren Steigerung der Verformungen. Die ETFE-Folie von Versuch V57 versagt dagegen ohne Ausbildung eines signifikanten Fließbereiches merklich früher.

Der Bruch der Folie mit Schweißnaht erfolgt direkt an der Schweißnahtkante. In Abb. 5-47 sind der Versagensbereich und die Schweißnaht des Versuchs kurz vor dem Versagen dargestellt.

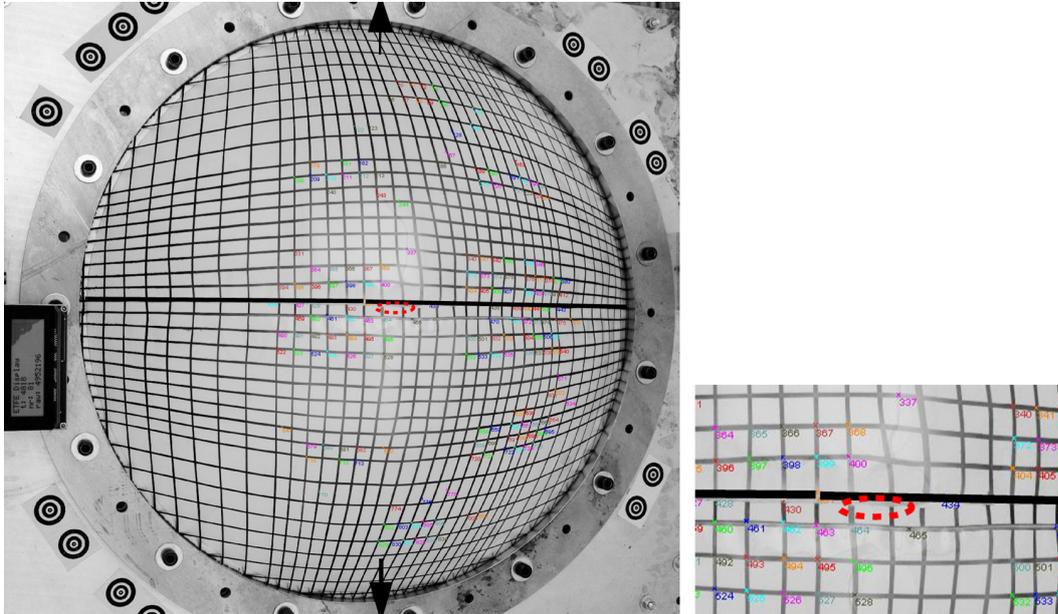


Abb. 5-47 Versuch 57: Versagensbereich (gestrichelter Bereich), Schweißnaht (schwarze Linie)

Durch die versteifende Wirkung der Schweißnaht ändert sich zwangsläufig der Spannungszustand in der Folie. In Schweißnahtrichtung besitzt die Schweißnaht eine sehr große Steifigkeit, quer dazu eine deutlich geringere. Damit bildet sich im Bereich der Schweißnahtkante ein eher anisotroper Spannungszustand heraus mit größeren Beanspruchungen quer zur Schweißnaht.

Die Schweißnaht stellt aufgrund ihrer größeren Steifigkeit in Nahrichtung eine Querbehinderung dar. D.h. in Schweißnahtrichtung kann sich das Material nicht verkürzen, wie es sonst üblicherweise bei monoaxialen Zuständen ohne Querbehinderung eintreten würde. Gleichzeitig ist die Beanspruchung im Gegensatz zum biaxialen Verhalten quer zur Schweißnahtrichtung größer.

Gründe für das frühere Versagen der ETFE-Folie mit Schweißnaht sind:

- Steifigkeitssprung der Folie durch Dickenänderung zwischen der 1-lagigen Folie und der doppelagigen Schweißnaht mit erhöhter Lastkonzentration im Bereich der Schweißnaht,
- verändertes Spannungsverhältnis mit anisotropen Spannungszustand und Querdehnungsbehinderung in Schweißnahtrichtung,
- geringere Verformung im Schweißnahtbereich, damit größere Krümmungsradien und folglich geringfügig größere Folienkräfte,
- Thermische Veränderungen der molekularen Struktur der ETFE-Folie im Bereich der Schweißnaht durch Schweißverfahren (Schwächung der Zugfestigkeit).

Die Kombination dieser vier Punkte führt dazu, dass ETFE-Folien mit Schweißnähten unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen deutlich früher versagen.

5.6 Zusammenfassung und Diskussion der Versuchsergebnisse

Aus den Berstversuchen lassen sich die folgenden, wesentlichen Erkenntnisse für das Verhalten von ETFE-Folien unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen zusammenfassen.

1.) Nichtlineares viskoelastisches Werkstoffverhalten

ETFE-Folien zeigen unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen ein nichtlineares viskoelastisches Werkstoffverhalten, das von der Belastungsgeschichte und Belastungsgeschwindigkeit abhängig ist. ETFE-Folien beansprucht mit hohen Dehnungsgeschwindigkeiten weisen bis zur Elastizitätsgrenze ein geringfügiges steiferes Werkstoffverhalten auf. Im weiteren Verformungsverlauf gleichen sich die Werkstoffkennlinien der Versuche mit verschiedenen Dehngeschwindigkeiten mehr und mehr an.

Die maximalen Folienkräfte treten beim Versuch mit maximaler Dehngeschwindigkeit auf. D.h. unter Berücksichtigung des Zusammenhangs zwischen Beanspruchungsgeschwindigkeit und Temperatur bei Polymer-Werkstoffen (vgl. Abb.3-10 bis Abb.3-12) zeigen ETFE-Folien, die bei tiefen Temperaturen beansprucht werden, höhere Zugfestigkeiten.

Analog zu monoaxialen Zugversuchen weisen die Kraft-Dehnungs-Linien unabhängig von den Dehngeschwindigkeiten zwei Knickpunkte auf. Beim Vergleich verschiedener Dehngeschwindigkeiten unterscheiden sich die Folienkräfte an den markanten Knickpunkten deutlicher als die Dehnungswerte.

Der Vergleich der Kraft-Dehnungs-Linien zwischen dem Berstversuch (V52), einem monoaxialen Zugversuch mit in etwa identischer Dehngeschwindigkeit und dem rechnerisch ermittelten Verlauf nach Kapitel 3.2.3 für biaxiale Beanspruchung bestätigt die Überlegungen zur Mehrachsigkeit. Die Kraft-Dehnungs-Linie des Berstversuchs verläuft zwischen dem monoaxialen und dem daraus theoretisch berechneten biaxialen Verlauf (vgl. Kapitel 3.2.3).

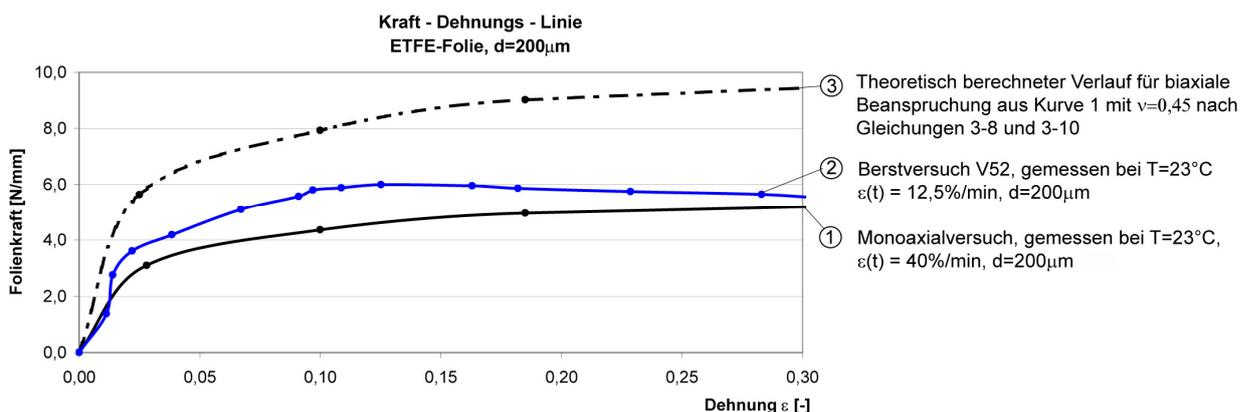


Abb. 5-48 Vergleich Kraft-Dehnungs-Linie: Monoaxialversuch aus [74], Berstversuch V52 sowie rechnerisch ermittelte theoretische biaxiale Kennlinie nach Gleichung (3-8) mit Querkontraktionszahl $\nu = 0,45$.

2.) Kompensation materieller Inhomogenitäten

Aufgrund materieller Inhomogenitäten zeigen die Dehnungen der verformten Foliengeometrien große Streuungen. Diese resultieren geringfügig aus Messungenauigkeiten. Größeren Einfluß haben die materiellen Inhomogenitäten der Folie.

Im Zuge der Steigerung des Innendrucks homogenisiert sich die Verteilung der Dehnungen merklich. Es zeigt sich, dass die ETFE-Folien der Berstversuche durch lokale Reduzierungen der Foliendicken und Änderungen der Krümmungsverhältnisse materielle Inhomogenitäten während der Belastungsdauer kompensieren können. ETFE-Folien bestätigen damit ihr gutmütiges Werkstoff- und Tragverhalten durch die Entlastung hoch beanspruchter Bereiche.

3.) Unterschiedliches Bruchverhalten in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit

Das Bruchverhalten ist abhängig von der Beanspruchungsgeschwindigkeit. Folien beansprucht mit geringeren Dehngeschwindigkeiten zeigen ein duktileres Versagen mit kürzeren Risslängen. Die Berstversuche mit höheren Dehngeschwindigkeiten zeigen ein spröderes Bruchverhalten mit größeren Risslängen. Die Unterschiede sind durch den strukturellen Aufbau des Thermoplasts begründet. Geringe Beanspruchungsgeschwindigkeiten ermöglichen eine stetige Ausrichtung der Molekülketten.

4.) Strukturelle Veränderung durch Vorbeanspruchung

Strukturelle Veränderungen durch Vorbeanspruchung sind an der Werkstoffkennlinie ablesbar. Vorbeanspruchte Folien mit Innendrücken oberhalb der Elastizitätsgrenze (1. Knick) zeigen bei Wiederbelastung im Gegensatz zu den nicht vorbeanspruchten Folien eine weniger deutlich ausgeprägte Elastizitätsgrenze.

Eine mögliche Begründung ist die Entschlaufung und teilweise Verstreckung der Molekülketten der amorphen Phase bei vorbelasteten Folien.

Im ersten Versuchsdrittel unterscheidet sich das Werkstoffverhalten zwischen vorbeanspruchten und nicht vorbeanspruchten Folien deutlich. Bei weiterer Laststeigerung nähern sich die Kennlinien stärker an und zeigen im Endbereich nahezu deckungsgleiche Verläufe.

Aufgrund des kreisförmigen Grundrisses und der Vorbeanspruchung durch Innendruck können sich jedoch im Zuge der Vorbeanspruchung keine wesentlichen dominierenden Tragrichtungen ausbilden.

5.) Versteifende Wirkung der Schweißnaht

Geschweißte ETFE-Folienproben versagen an der Schweißnahtkante und deutlich frühzeitiger als ETFE-Folien ohne Schweißnaht.

Zu Beginn der Belastung zeigt sich eine versteifende Wirkung infolge der Schweißnaht. Mit Ausnahme des Scheitelbereichs stellt sich bei Laststeigerung in etwa ein deckungsgleicher Verformungsverlauf von der Folie mit und ohne Schweißnaht ein.

Die Wirkung der Schweißnaht kann als stabilisierendes Seilelement oder durch Verdopplung der Foliendicke modelliert werden.

Die Dehnungsbehinderung in Schweißnahtrichtung führt zur Ausbildung eines anisotropen Beanspruchungszustandes mit erhöhten Beanspruchungen quer zur Schweißnahtrichtung. Infolge der Schweißnaht ändert sich somit im Scheitelbereich der biaxiale Beanspruchungszustand. Damit wird das gutmütige Verhalten der Folie in Form der Homogenisierung der Dehnungen teilweise eingeschränkt.

6.) Isotropes Verhalten

Die kreisförmigen ETFE-Folien zeigen bis zum Erreichen der maximalen Folienkraft ein nahezu isotropes Werkstoffverhalten. Mit plastischen Verformungen tritt ein anisotropes Verhalten auf.

Rückschlüsse für die Modellierung und Berechnung

Welche Erkenntnisse aus den Berstversuchen ergeben sich für die Berechnung von ETFE-Folien unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen?

Die Werkstoffkennlinien der isotropen und viskoelastischen ETFE-Folien lassen sich mit multiliniaren Kraft-Dehnungs-Linien approximieren. Es sind zur Beschreibung mindestens tri-lineare Verläufe notwendig. Durch die Verwendung von Berechnungsmodellen unter Berücksichtigung materieller Nichtlinearitäten kann das gutmütige Werkstoffverhalten der ETFE-Folien ausgenützt werden.

Die bei der Berechnung verwendeten Materialmodelle müssen die verschiedenen Beanspruchungsgeschwindigkeiten und Temperaturen der Lastfälle bzw. Einwirkungen berücksichtigen.

Die Wirkung der Schweißnaht kann durch versteifende Seilelemente bzw. Vergrößerung der Foliendicke modelliert werden. Das frühzeitigere Versagen der Schweißnaht reduziert jedoch das Sicherheitsniveau der Folienkonstruktion. Schweißnähte in hoch beanspruchten Bereichen sollte aufgrund des frühzeitigeren Versagens der geschweißten Probe und der geringen Plastifizierungsmöglichkeit vermieden werden.

Untersuchungen von Linhard et al. [62] über den Einfluß der Zuschnitte auf die Spannungsverteilung pneumatischer Folienkissen zeigen, dass die Beanspruchungen der Folienpneus mit spannungsoptimierten Zuschnitt an den Verbindungslinien der Teilflächen, also an den Flächenschweißnähten, geringer als in der Mitte der Teilflächen ist. Bei mechanisch vorgespannten Systemen stellt sich dagegen der umgekehrte Fall ein [74]. Für mechanisch vorgespannte Systeme sind die Spannungen an den Rändern der Teilflächen, d.h. im Bereich der Schweißnähte, größer als in der Mitte der Teilflächen. Für die Berechnung und Bemessung von pneumatischen Folienpneus kann dieser rein geometrisch begründete Umstand der Spannungsverteilung zwischen synklastisch und antiklastisch gekrümmten Flächen im Hinblick auf das frühzeitigere Versagen der geschweißten Folien positiv ausgenützt werden.

Zur Bestimmung der Werkstoffkennwerte unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen sind Werkstoffprüfungen mit aufwändigen Mess- und Analyseverfahren notwendig. Aufgrund der Isotropie der ETFE-Folien für den Bereich bis zur Streckgrenze können jedoch Transformationsparameter zur Berechnung der mehrachsigen Werkstoffkennwertfunktionen aus monoaxialen Werten ermittelt werden. Bei geschweißten ETFE-Folien stellt sich jedoch ein anisotropes Verhalten ein. Dies erschwert die Ermittlung der Transformationsfunktionen.

6 VERGLEICHBERECHNUNG DER BERSTVERSUCHE

Schwerpunkt des 6. Kapitels ist die numerische Vergleichsberechnung der Berstversuche mit dem Finite-Elemente-Programm ANSYS. In Kapitel 6.1 wird das Tragverhalten kreisförmiger ETFE-Folienproben unter Innendruck bei großen Deformationen qualitativ untersucht. Unter Vernachlässigung geometrischer und materieller Nichtlinearitäten erfolgt im Kapitel 6.2 eine analytische Vergleichsrechnung der Versuche nach der Membrantheorie. Daran schließt sich in Kapitel 6.3 die numerische FE-Simulation mit Berücksichtigung geometrischer und materieller Nichtlinearitäten der Berstversuche V28, V37 und V52 an, deren Ergebnisse in Kapitel 6.4 diskutiert werden.

6.1 Tragverhalten kreisförmiger ETFE-Folien unter Innendruck

Wesentliche Einflußfaktoren auf das Tragverhalten der ETFE-Folien sind:

- die Verformungsgeometrie (Folienstich, Krümmungskreisradius),
- das Werkstoffverhalten (nichtlineares Verhalten mit elastischen, viskoelastischen und plastischen Anteilen) sowie
- die Grundrissgeometrie und die Lagerbedingungen (kreisförmiger Grundriss mit unverschieblicher Lagerung durch umlaufendes Klemmprofil).

Beim Verformungsprozess während des Aufblasvorgangs überlagern sich die Einflüsse aller drei Faktoren. Nachfolgend werden die drei Einflußfaktoren erörtert.

Einfluß der Verformungsgeometrie

Folienstich und Krümmungskreisradius ändern sich stetig im Zuge des Aufblasvorgangs. Nach [56] lässt sich der Krümmungskreisradius R eines Kreissegments aus dem Folienstich f und der Sehnenlänge, die in diesem Fall dem Durchmesser D der Folienproben entspricht, ermitteln. Es gilt die dimensionslose Gleichung:

$$\frac{R}{D} = \frac{D}{8f} + \frac{1}{2} \frac{f}{D} \quad (6-1)$$

Der geometrische Zusammenhang aus Gleichung (6-1) ist in Abb. 6-1 für eine kreisförmige Folie mit dem Durchmesser 53 cm dargestellt. Es ist der an den Meridianschnitt angeschmiegte Krümmungskreisradius R in Abhängigkeit des Verhältnisses von Folienstich f zum Durchmesser D angegeben.

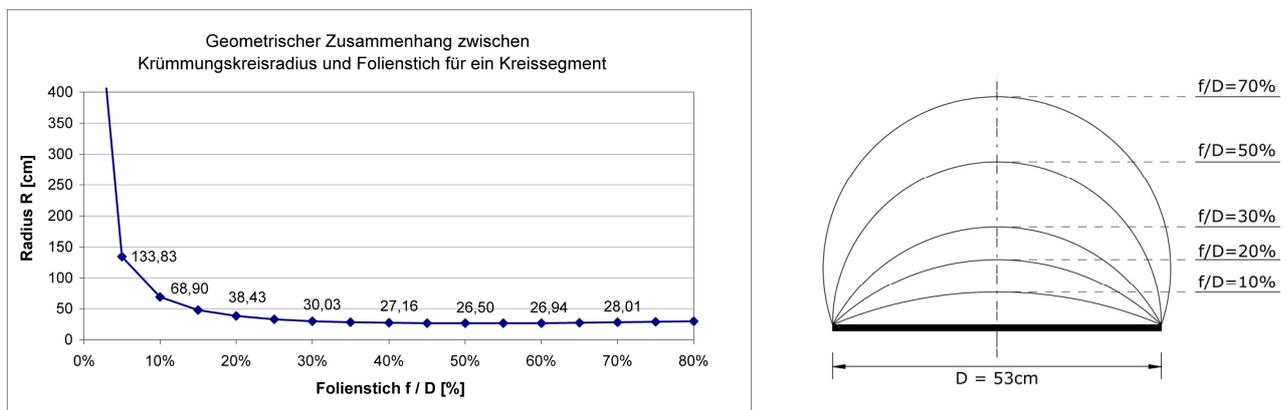


Abb. 6-1 Geometrische Beziehung Folienstich und Krümmungskreisradius eines Kreissegments mit Sehnenlänge $D=53\text{cm}$; rechts: Verformungsfiguren

Bis zu einem Stich von ca. 10% ist eine ausgeprägte Reduzierung des Krümmungskreisradius erkennbar. Eine Verdoppelung des Stiches von 5% auf 10% führt in diesem Bereich zu einer Halbierung des Radius. Bei weiterer Stichvergrößerung reduziert sich der Krümmungskreisradius geringfügiger. Jedoch ab einem Stich von 50% des Durchmessers bzw. der Sehnenlänge ist bei Verwendung von Gleichung (6-1) eine Vergrößerung des Radius erkennbar.

Innendruck, Radius und Folienkraft stehen über die Kesselformel in direktem Zusammenhang. Eine prozentuale Verringerung des Radius bis zu einem Stich von 50% ist somit bei konstantem Innendruck gleichbedeutend mit der entsprechenden Reduzierung der Folienkräfte.

Beim Berstversuch mit steigendem Innendruck und stetiger Vergrößerung des Stichts überlagert sich die Innendruckzunahme mit der Abnahme des Krümmungsradius. Bei Betrachtung zweier Epochen gilt für die Folienkräfte im Scheitelpunkt mit der Kesselformel zum:

$$\text{Zeitpunkt } t_i: \quad n_\varphi = n_g = n_i = \frac{R_i \cdot p_i}{2} \quad (6-2)$$

$$\text{Zeitpunkt } t_{i+1}: \quad n_\varphi = n_g = n_{i+1} = \frac{R_{i+1} \cdot p_{i+1}}{2} \quad (6-3)$$

Das Verhältnis der Folienkräfte entspricht dem Produkt der Verhältnisse aus Innendrücken und Radien, das im Weiteren als Faktor f_{rp} definiert ist.

$$\frac{n_{i+1}}{n_i} = \frac{R_{i+1}}{R_i} \cdot \frac{p_{i+1}}{p_i} = f_{rp} \quad (6-4)$$

Für die Folienkraft n_{i+1} zum Zeitpunkt t_{i+1} gilt dann mit dem Faktor f_{rp} :

$$n_{i+1} = f_{rp} \cdot n_i \quad (6-5)$$

Für $f_{rp} > 1,0$ erfolgt eine Zunahme und für $f_{rp} < 1,0$ eine Abnahme der Folienkraft.

In Abb. 6-2 ist die Veränderung des Krümmungsradius R und des Innendrucks p über die Versuchsdauer t für den Versuch V28 dargestellt. Die gestrichelte Linie kennzeichnet den Verlauf des Faktors f_{rp} entsprechend Gleichung (6-4).

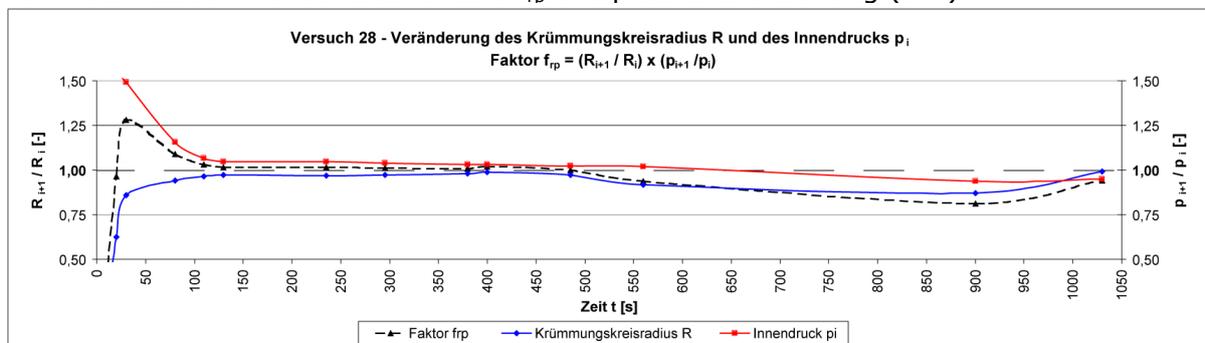


Abb. 6-2 Veränderung des Innendrucks p_i und des Krümmungsradius R , Versuch V28

Aus Abb. 6-2 ergibt sich für den Innendruck eine stetige Zunahme ($p_{i+1}/p_i > 1,0$) für die ersten ca. 650 Sekunden. Anschließend erfolgt eine kontinuierliche Verringerung des Innendrucks. Der Radius R reduziert sich kontinuierlich bis kurz vor dem Bruchzustand ($R_{i+1}/R_i < 1,0$). Der Faktor f_{rp} ist nach ca. 500 Sekunden kleiner als 1,0.

Dies bedeutet anschaulich, der Krümmungsradius R ist bei der Halbkugel am kleinsten. In Abb. 6-1 sind die Verformungsfiguren bei unterschiedlichen Innendrücken qualitativ dargestellt. Bei der Halbkugel entspricht der Radius R dem Scheitelstich f . Anschließend wird der Stich f größer als der Krümmungsradius R .

Beim Berstversuch V28 tritt der maximale Innendruck bei einem Stich von ca. 35% auf. Der Bruch erfolgt bei einem Stich von ca. 55%. Die Überlagerung von Innendruckzunahme und Radiusabnahme zeigt, dass sich mit fortschreitendem Aufblasvorgang die nach der Kesselformel ermittelten Folienkräfte im Scheitelpunkt sich reduzieren müssen. Die auf die tatsächliche Dicke zum Zeitpunkt t bezogenen Cauchy-Spannungen nehmen hingegen zu, da die Foliendicke im Scheitelpunkt stark abnimmt.

Kurz vor dem Bruchzustand (bei Überschreitung eines Stiches von 50%) tritt ein Instabilitätsproblem auf. Der Krümmungskreisradius steigt an und ein verstärktes Kriechverhalten, das zu großen Verformungszuwächsen führt, setzt ein. Diese Zuwächse sind durch die Pumpleistung der Luftdrucksteuerung nicht auszugleichen. Die Folge ist eine Verringerung des Innendrucks bei stetigen Verformungszuwächsen bis zum Versagen der Folie.

Dieses anfänglich steife Verhalten der aufgeblasenen Membran bis zu einem Innendruckmaximum mit anschließender Druckverringerung tritt auch bei Experimenten an Wetterballons oder beim Aufblasen eines Luftballons auf. Es handelt sich hierbei um eine Instabilität, die durch Maxima und Minima im Last-Verschiebungsdiagramm darstellbar ist. Needleman [82] untersuchte dieses Phänomen beim Aufblasen von Wetterballons. In [97] und [99] erfolgten Finite-Elemente-Berechnungen zu dieser Problematik.

Abb. 6-3 zeigt die Instabilität im Last-Verformungsdiagramm beim Aufblasen eines Ballons. Die FE-Vergleichsrechnung in diesem Fall erfolgte unter Verwendung des Materialgesetzes nach Mooney-Rivlin.

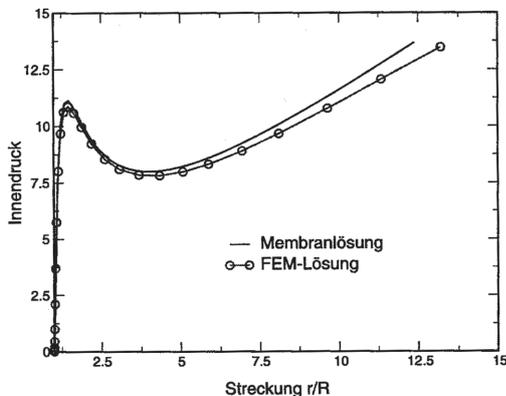


Abb. 6-3 Innendruckverlauf beim Aufblasen eines Ballons, aus [87]

Diese Instabilität des aufgeblasenen Ballons kann unter Verwendung hyperelastischer Materialgesetze analytisch bewiesen werden. Die Gestaltänderung des hyperelastischen Materials wird über die isochore Dehnungsenergiefunktion W_{iso} beschrieben. Für die Formulierung existieren vielfältige Ansätze, die alle als Funktionen der Invarianten I_i des Deformationstensors formuliert sind.

Der bekannteste Ansatz zur Beschreibung der isochoren Dehnungsenergiefunktion W_{iso} geht auf die in den Jahren 1940 und 1948 durchgeführten Arbeiten von Mooney [71] und Rivlin [91] zurück. Für das Mooney-Rivlin-Materialgesetz gilt:

$$W_{iso} = c_1(I_1 - 3) + c_2(I_2 - 3) \quad (6-6)$$

Die Invarianten des Deformationstensors werden über die Eigenwerte λ_i ermittelt, die das Verstreckungsverhältnis definieren. Im vorliegenden Fall der kreisförmigen Pneus ergeben sich diese zu:

$$\lambda_1 = \lambda_\varphi \quad : \text{ Streckung in Meridianrichtung,}$$

$$\lambda_2 = \lambda_\vartheta \quad : \text{ Streckung in Ringrichtung,}$$

$$\lambda_3 = \lambda_z \quad : \text{ Streckung in Dickenrichtung.}$$

Unter Berücksichtigung eines inkompressiblen, isotropen Materials und unter Annahme eines 2-achsigen Spannungszustandes lassen sich mit der Dehnungsenergiefunktion W_{iso} die Folienkräfte mit der Foliendicke t bestimmen [57]:

$$n_\varphi = n_1 = \frac{2 \cdot t}{\lambda_1 \cdot \lambda_2} \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \lambda_2^2 \right) \quad (6-7)$$

$$n_g = n_2 = \frac{2 \cdot t}{\lambda_1 \cdot \lambda_2} \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \lambda_1^2 \right) \quad (6-8)$$

Unter Verwendung der Dehnungsenergiefunktion W_{iso} von Mooney-Rivlin nach Gleichung (6-6) gilt für die Folienkräfte in Meridian- und Ringrichtung:

$$n_\varphi = n_1 = \frac{2 \cdot t}{\lambda_1 \cdot \lambda_2} \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2} \right) \cdot (c_1 + c_2 \cdot \lambda_2^2) \quad (6-9)$$

$$n_g = n_2 = \frac{2 \cdot t}{\lambda_1 \cdot \lambda_2} \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2} \right) \cdot (c_1 + c_2 \cdot \lambda_1^2) \quad (6-10)$$

Somit stehen als Ergebnisse die beiden Folienkräfte in Abhängigkeit der beiden Streckungen λ_1 , λ_2 , der Foliendicke t und den beiden Materialkonstanten c_1 und c_2 zur Verfügung.

Mit dem Streckungsverhältnis $\lambda = \frac{r}{R}$ am Scheitelpunkt aus dem Radius der

Momentankonfiguration (r) und der Referenzkonfiguration (R) kann der Innendruck p_i als Funktion der Streckung mit Hilfe der Kesselformel und den Gleichungen (6-9) und (6-10) formuliert werden. Es gilt dann für den Verlauf des Innendrucks die Gleichung:

$$p_i = \frac{4 \cdot t}{R \cdot \lambda^3} \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda^4} \right) \cdot (c_1 + c_2 \cdot \lambda^2) \quad (6-11)$$

Durch Bildung der Ableitung der Innendruckfunktion p_i lassen sich über $\frac{\partial p_i}{\partial \lambda} = 0$ die

Extremstellen des Innendrucksverlaufs darstellen. Nach Haase [48] zeigen Mooney-Rivlin-Materialien mit einem Verhältnis der Materialkonstanten $c_2 / c_1 < 0,21$ beim Deformationsprozess durch Aufblasen nach einem anfänglichen Anwachsen des Innendrucks einen Druckabfall und anschließend wieder eine Druckzunahme (vgl. Abb. 6-3). Die Materialkonstanten c_1 und c_2 sind experimentell mit monoaxialen Zugversuch unter Messung der Dickenänderung bestimmbar.

Zur Dickenmessung von ETFE-Folien während einer Belastung existiert bisher keine Messeinrichtung. Materialprüfungen erfolgen daher stets ohne Messung der Dickenänderungen. Für die Anwendung von Gleichung (6-11) wurden die beiden Materialkonstanten c_1 und c_2 iterativ bestimmt, um den Innendruckverlauf zu approximieren.

Abb. 6-4 zeigt den Innendruckverlauf des Versuchs V28 (blaue Linie) sowie die Näherungsberechnung nach Gleichung (6-11) (rote gestrichelte Linie).

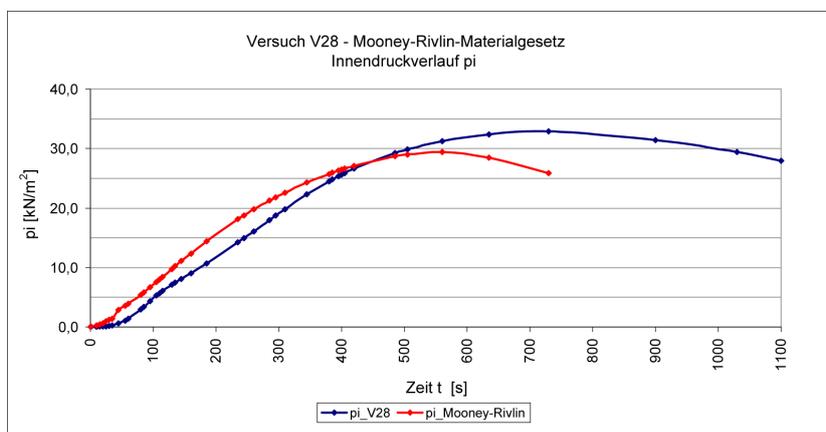


Abb. 6-4 Innendruckverlauf des Versuchs V28 und Simulation mit Mooney-Rivlin Materialgesetz

Die Approximation des Innendruckverlaufs ist mit dem hyperelastischen Materialgesetz nur bedingt möglich.

Das Phänomen des Durchschlagproblems des Ballons ist nur bedingt auf die Berstversuche übertragbar. Zwar zeigt die Innendruck-Verformungs-Linie einen nichtlinearen Verlauf mit maximalem Druck bei einem Stich von ca. 35% und anschließender Verringerung bis zum Versagen bei einem Stich von ca. 55% des Durchmessers. Jedoch ist dieser Abfall des Innendrucks eher auf das Kriechverhalten mit plastischen Verformungen der Folie zurückzuführen und nicht auf eine Hyperelastizität. Die großen Dehnungen eines hyperelastischen Materials treten in dieser Form hier nicht auf. Außerdem kann sich eine gleichmäßige kugelförmige, elastische Verformungsfigur durch die umlaufende Befestigung der kreisförmigen Folienproben nicht entsprechend einstellen. Somit muss der Effekt des Durchschlagproblems während des Aufblasvorgangs in Kombination mit dem Kriechverhalten bewertet werden.

Bezüglich des Einflusses der Verformungsgeometrie auf das Tragverhalten ist festzuhalten, dass der Krümmungszuwachs die Folienlage stabilisiert und einer Zunahme der Folienkräfte entgegenwirkt. Der Abfall des Innendrucks ist überwiegend auf das verstärkte Kriechverhalten zurückzuführen.

Einfluß des nichtlinearen Werkstoffverhaltens

Das nichtlineare Werkstoffverhalten ermöglicht es, hoch beanspruchte Bereiche durch Lastumlagerungseffekte zu entlasten und weniger beanspruchte Bereiche zu belasten. Mit zunehmender Dehnung reduziert sich die Steifigkeit der ETFE-Folie merklich. Bei konstanter Steigerung des Innendrucks führt dies zu einem schnelleren Anwachsen der Verformungen. Im Vergleich zu einem linear elastischen Material führen die höheren Verformungen des nichtlinearen Materials zu größeren Folienstichen mit geringeren Krümmungskreisradien und damit zu einer stärkeren Reduzierung der Folienkräfte.

Einfluß der Grundrissgeometrie und Lagerbedingung

Die Grundrissgeometrie mit der Lagerbedingung hat direkten Einfluß auf die Ausbildung von ein- bzw. mehrachsigen Beanspruchungsbereichen.

Im Scheitelbereich der kreisförmigen Folienpneus stellt sich ein näherungsweise mehrachsiger (homogener) Spannungszustand ein. Im Randbereich bildet sich eher ein einachsiger Zustand aus. Die monoaxiale Beanspruchung des Randbereichs entsteht aufgrund der Dehnungsbehinderung in Ringrichtung durch die Folienklemmung sowie durch die Schubsteifigkeit der ETFE-Folie. Bei einem Seilnetz mit quadratischen Maschen würden sich im Randbereich bei Belastungssteigerung die Maschen verrauten, bei einer schubsteifen Metallmembran würden in diesem Bereich radiale Falten entstehen.

Infolge des mehrachsigen Beanspruchungszustandes reduziert sich die Foliendicke mit Steigerung des Innendrucks im Scheitelbereich stärker als im eher einachsigen beanspruchten Randbereich. Im Zuge des Deformationsprozesses wird die Verstreckung und damit auch die Verringerung der Foliendicke durch eine Weißtrübung sichtbar.

In Abb. 6-5 sind 3 Epochen und der Bruchzustand des Versuchs V37 dargestellt. Die Verzerrung der Aufnahmen ist begründet durch die 15° Neigung der Messkameras zur Senkrechten (vgl. Abb.4-6).

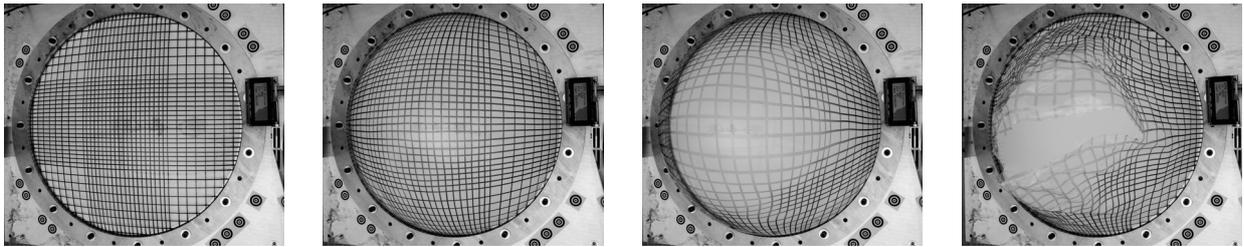


Abb. 6-5 Versuch V37: 3 Epochen und Bruchzustand, Zeit: $t_1=45s$, $t_2=270s$, $t_3=420s$, $t_4=465s$

In Abb. 6-6 sind für eine kreisförmige ETFE-Folie mit einem Durchmesser von 7,50 m die Hauptspannungen σ_1 und σ_2 , die biaxialen und monoaxialen Beanspruchungsbereiche, der Folienschich, die Foliendicke im Scheitel- und Randbereich sowie die Trajektorien für fünf verschiedene Innendruckbelastungen im Zuge einer numerischen FE-Berechnung dargestellt.

Die berechnete ETFE-Folie wird entsprechend des Berstversuchs eben aufgeblasen, d.h. in der Referenzkonfiguration weist die Folie keinen Zuschnittsstich auf. Die Berechnung erfolgt mit einem inkompressiblen Materialmodell (elastisch-plastisch) und berücksichtigt das nichtlineare Werkstoffverhalten der ETFE-Folie durch Verwendung einer multilinearen Spannungs-Dehnungs-Linie nach Kapitel 6.3. Die Querkontraktion wurde mit 0,45 modelliert und die Folie ist in der ebenen Referenzkonfiguration 200 μm dick.

Die Hauptspannungen σ_1 und σ_2 sind als Meridianschnitte durch den Scheitelpunkt der Pneus dargestellt. Die monoaxialen und biaxialen Beanspruchungsbereiche werden nach dem Verhältnis der Hauptspannungen unterschieden. Gestrichelte Kreise markieren die Bereiche mit einem Spannungsverhältnis $\sigma_1/\sigma_2=1,0$ und 1,1. Die einzelnen Belastungsstufen des Innendrucks von 0,5 kN/m^2 bis 2,25 kN/m^2 führen zu Folienschichten von 7,5% bis 25,8%. Die 200 μm dicke Folie reduziert sich im Scheitelpunkt auf minimal 134 μm (67% der Ausgangsdicke) sowie im Randbereich auf 186 μm (93% der Ausgangsdicke).

Innendruck Scheitelstich Foliendicke d	Hauptspannungen σ_1 und σ_2 [N/mm ²]	Monoaxiale und biaxiale Bereiche (Verhältnis σ_1/σ_2)	Trajektorienverlauf der Hauptspannungen σ_1 und σ_2
$p_i = 0,50 \text{ kN/m}^2$ Stich: 7,5%, $f\text{-}z_{\text{max}} = 0,56 \text{ m}$ $d_{\text{Scheitel}}=0,195 \text{ mm}$ $d_{\text{Rand}}=0,197 \text{ mm}$			
$p_i = 1,50 \text{ kN/m}^2$ Stich: 14,2%, $f\text{-}z_{\text{max}} = 1,07 \text{ m}$ $d_{\text{Scheitel}}=0,178 \text{ mm}$ $d_{\text{Rand}}=0,191 \text{ mm}$			
$p_i = 2,00 \text{ kN/m}^2$ Stich: 19,7%, $f\text{-}z_{\text{max}} = 1,48 \text{ m}$ $d_{\text{Scheitel}}=0,155 \text{ mm}$ $d_{\text{Rand}}=0,187 \text{ mm}$			

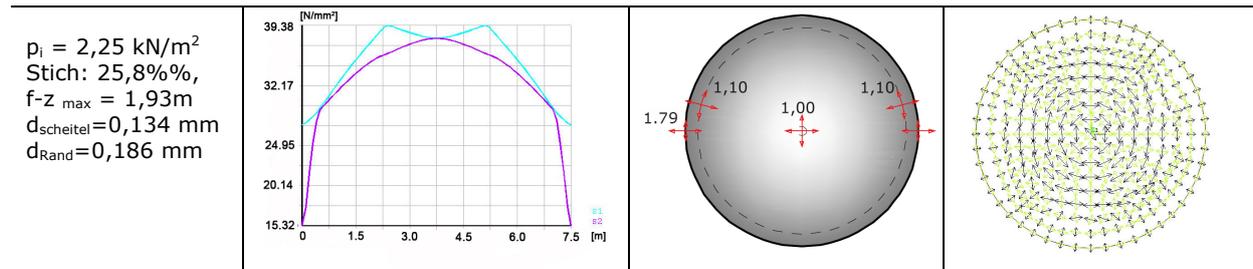


Abb. 6-6 Nichtlineare elastisch-plastische Berechnung einer kreisförmigen ETFE-Folie unter Innendruck mit Durchmesser $d=7,5\text{m}$:

- Meridianschnitt mit Verlauf der Hauptspannungen σ_1 und σ_2 [N/mm²],
- monoaxiale und biaxiale Beanspruchungsbereiche mit Verhältnis σ_1/σ_2
- Trajektorien der Hauptspannungen σ_1 (schwarze Pfeile) und σ_2 (grüne Pfeile)

Aus der nichtlinearen FE-Berechnung ergeben sich die folgenden qualitativen Ergebnisse:

Mono- und biaxiale Beanspruchungsbereiche

Die Darstellung der Spannungsverhältnisse zeigt den biaxial beanspruchten Scheitelpunktbereich sowie den eher monoaxial beanspruchten Randbereich. Der Übergang vom biaxialen zum monoaxialen Zustand ist abhängig vom Folienstich, d.h. von der Größe des Innendrucks. Mit Steigerung des Innendrucks erfolgt eine kontinuierliche Vergrößerung des biaxialen Bereichs. Die Größe des monoaxial beanspruchten Randbereichs verringert sich entsprechend.

Bei einem Stich der verformten Pneugeometrie von 7,5% beträgt das Spannungsverhältnis der Hauptspannungen am Rand 2,09. Theoretisch müsste sich bei einem monoaxialen Beanspruchungszustand ohne Querbehinderung am Klemmrand mit einer Querkontraktionszahl von 0,45 ein Verhältnis von 1,82 einstellen (vgl. Kapitel 3.2.3). Der Unterschied zwischen theoretischem und ermitteltem Verhältniswert ist durch die Querbehinderung infolge der Folienklemmung, durch die veränderte Querkontraktionszahl bei Steigerung der Beanspruchung sowie durch die Berücksichtigung der nichtlinearer Effekte zu begründen.

Die Verkleinerung des Randbereichs wird ebenso deutlich an den Meridianschnitten der Hauptspannungen. Die Vergrößerung des Folienstichs führt zu einer Angleichung der beiden Hauptspannungen. Bei einem Innendruck von $2,0 \text{ kN/m}^2$ sind die Verläufe nahezu deckungsgleich.

Foliendicke

Ab Belastungen mit einem Innendruck größer als $1,50 \text{ kN/m}^2$ wird die Folie verstärkt plastisch verformt und die Foliendicke verringert sich merklich. Die Dickenabnahme ist im Scheitelpunktbereich aufgrund der dortigen biaxialen Beanspruchung größer als im Randbereich.

Spannungstrajektorien

Die Verläufe der Spannungstrajektorien zeigen zu Beginn bei geringen Belastungen ein gleichmäßigen einheitlichen Verlauf. Die Hauptspannungen σ_1 verlaufen bei Belastungen bis $2,0 \text{ kN/m}^2$ stets in Meridianrichtung. Aufgrund der kreisförmigen Geometrie kann sich auch bei Laststeigerung mit starker Vergrößerung des Stiches keine dominierende Lastabtragsrichtung herausstellen. Die Werte der Hauptspannungen σ_1 und σ_2 nähern sich folglich stärker an. Im Zustand großer plastischer Verformungen ändern sich die Orientierungen der Hauptspannungen. Die Hauptspannungen σ_1 verlaufen dann im Scheitelpunktbereich in Ringrichtung und wechseln erst im Randbereich wieder in die Meridianrichtung (vgl. $p_i = 2,25 \text{ kN/m}^2$).

Das Tragverhalten der ETFE-Folie aus der numerischen Simulationsberechnung bestätigt sich bei der Analyse der Berstversuche. In Abb. 6-7 ist die verformte Folie nach dem Bersten und anschließender Rückverformung der elastischen Deformationsanteile dargestellt. Abb. 6-7 zeigt deutlich den Einflußbereich infolge der umlaufenden Klemmung sowie die Unterscheidung des biaxial beanspruchten Scheitelbereichs mit großen Dehnungen und stärkerer Abnahme der Foliendicke vom eher monoaxial beanspruchten Randbereich. Auch ist eine Weißtrübung der Folie im Scheitelbereich erkennbar. Menges definiert in [120] die Weißtrübung als Sichtbarmachung der Überschreitung der kritischen Dehnung von Thermoplasten.

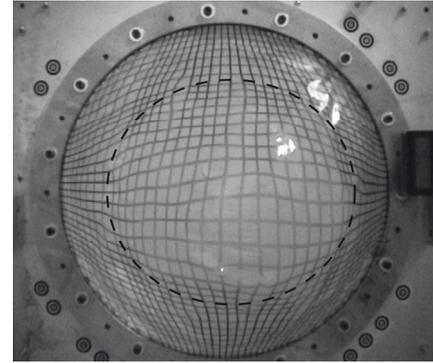


Abb. 6-7 Verformte ETFE-Folie nach dem Bersten und elastischer Rückverformung

6.2 Analytische Vergleichsrechnung nach der Membrantheorie

Das Aufblasen der dünnen kreisförmigen Membran kann aufgrund der näherungsweise Rotationssymmetrie von Geometrie und Belastung durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben werden. Im mittleren Scheitelbereich stellen die Pneugeometrien ideale Membranschalen dar. Deren Schnittgrößen sind bei Vernachlässigung materieller und geometrischer Imperfektionen analytisch mit Hilfe der Membrantheorie ermittelbar.

Für die analytische Berechnung der Folienkräfte und der Dehnungen nach der Membrantheorie werden folgende Annahmen getroffen:

- homogenes Material mit materieller und struktureller Isotropie,
- Mittelfläche der Membran stetig in Verlauf, Steigung und Krümmung über den gesamten Deformationsprozess,
- rotationssymmetrische Belastung und Lagerungen,
- elastisches Materialverhalten und Gültigkeit des Hooke'schen Gesetzes $\sigma = E \cdot \varepsilon$,
- ETFE-Folie als dünnwandige Struktur mit ebenem Spannungszustand.

Entsprechend den Gleichgewichtsbedingungen am differentiellen Flächenstück nach Kapitel 4.5.3 ergeben sich in allgemeiner Form für den Lastfall Innendruck die Folienkräfte in Meridian- und Ringrichtung zu:

$$n_g = r_2 \left(p_i - \frac{n_\varphi}{r_1} \right) \quad (6-12)$$

$$n_\varphi = \frac{1}{r \cdot \sin \varphi} \int_0^\varphi r \cdot r_1 \cdot p_i \cdot \cos \varphi \, d\varphi + C \quad (6-13)$$

Für den Scheitelpunkt ergibt sich dann:

$$n_\varphi = \frac{R \cdot p_i}{2} \quad (6-14)$$

$$n_g = \frac{R \cdot p_i}{2} \quad (6-15)$$

Der Krümmungsradius ergibt sich näherungsweise für ein Kreissegment entsprechend Gleichung (6-1). Die Bogenlänge der Verformungsgeometrie kann über die Formel eines Kreissegmentes approximiert werden. Es gilt mit der Sehnenlänge D , dem Stich f und dem Zentriwinkel φ zur Sehne nach [56]:

$$b = \frac{\varphi}{180^\circ} \pi \cdot r \approx \sqrt{D^2 + \frac{16}{3} f_0^2} \approx D \cdot \left(1 + \frac{8f_0^2}{3D^2}\right) \quad (6-16)$$

Die zugehörigen technischen Dehnungen können im 2-dimensionalen über die Dehnung der Bogenlänge der Folienkontur bestimmen werden. Für die Dehnung nach Green-Lagrange gilt mit der Bogenlänge b im deformierten Zustand und mit dem Durchmesser D des Grundrisses der Folienproben:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \frac{b^2 - D^2}{D^2} \quad (6-17)$$

Unter Annahme einer kugelförmigen Folienkontur erfolgt die Ermittlung der Folienkräfte und Dehnungen im Scheitelpunkt für den Versuch V28 mit den Gleichungen (6-14) bis (6-17). Die Ergebnisse sind im nachfolgenden Kapitel den Messergebnissen sowie den Ergebnissen der numerischen FE-Simulation gegenübergestellt.

6.3 Numerische FE-Vergleichsrechnung

Für eine exakte Vergleichsrechnung der Berstversuche müssen die geometrischen und materiellen Nichtlinearitäten Berücksichtigung finden. Diese Berechnungen können ausschließlich numerisch basierend auf der Finiten Elemente Methode erfolgen. Die Versuchsergebnisse bezüglich Verformungen, Dehnungen und Folienkräften dienen dabei als Grundlage für das Werkstoffmodell.

Annahmen

Für die numerische Vergleichsrechnung werden die beiden nachfolgenden Annahmen getroffen.

Zweiachsiger Spannungszustand: Die ETFE-Folie als Membran stellt eine dünnwandige zweidimensionale Struktur dar, für die in der Tangentialebene ein zweiachsiger Spannungszustand angesetzt wird.

Inkroppressibles Material: Die plastische Deformation läuft inkroppressibel ab (Volumenkonstanz).

Nichtlineare Strukturmechanik

Die nichtlineare Berechnung von Strukturen mit geometrischen und materiellen Nichtlinearitäten unterscheidet sich wesentlich von linearen Berechnungen im numerischen Berechnungsalgorithmus sowie in der Modellierung.

Aufgrund der geometrischen Nichtlinearität der ETFE-Folien werden die Kräfte- und Momentengleichgewichte an der deformierten Geometrie gebildet und es müssen die nichtlinearen Terme des Green-Lagrangeschen Verzerrungstensors E aus Gleichung (2.30) berücksichtigt werden.

Die materielle Nichtlinearität bedeutet für die strukturmechanische Analyse, dass das irreversible Werkstoffverhalten wie zum Beispiel Plastifizierungen oder Schädigungen a priori berücksichtigt werden müssen.

Kunststoffe wie auch metallische Werkstoffe zeigen bei Überschreitung der elastischen Fließgrenze inelastische, plastische Deformationen mit wesentlich kleineren Materialsteifigkeiten. Dies bedeutet, dass in betroffenen Bereichen Lastumlagerungen stattfinden können, wodurch die Gesamtstruktur weiterhin gebrauchstauglich bleibt, obwohl lokal bereits inelastische plastische Deformationen auftreten.

Damit wird das Endergebnis der nichtlinearen Berechnung von der Lastgeschichte abhängig. Das Superpositionsprinzip besitzt keine Gültigkeit mehr. Jeder zu analysierende Lastfall bedarf daher einer einzelnen gesonderten Berechnung.

In der numerischen Vergleichsrechnung der Berstversuche wurden diese Aspekte der geometrischen und materiellen Nichtlinearitäten bei der Wahl des Lösungsverfahrens, der Modellierung und der iterativen Steuerung der Lastfallberechnung berücksichtigt.

FE-Programm

Die Vergleichsrechnungen der Versuche mit unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten erfolgten mit dem über das Rechenzentrum der Technischen Universität München verfügbaren FE-Programm ANSYS (Version 11).

Gründe für die Verwendung von ANSYS sind:

- die gleichzeitige Berücksichtigung geometrischer und materieller Nichtlinearitäten,
- die Berücksichtigung spezieller mechanischen Eigenschaften von Kunststoffen wie zum Beispiel das nichtlineare viskoelastische, plastische Verhalten und Kriechverhalten und
- die Berücksichtigung endlicher Verzerrungen mit Dickenänderungen.

Ausführliche Beschreibungen zum Programm ANSYS finden sich in [77] und [90].

Elementformulierung und FE-Modellierung

Für die nichtlineare Berechnung der ETFE-Folien wurde vergleichend das 4-knotige Schalenelement SHELL 181 und das 8-knotige Element SHELL 281 verwendet. Abb. 6-8 und Abb. 6-9 zeigen die beiden Elementgeometrien.

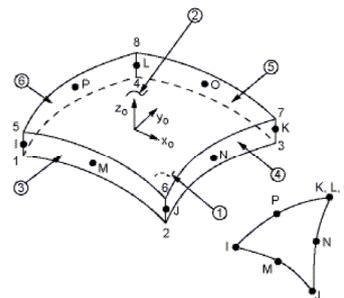
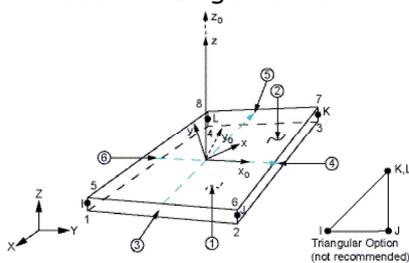


Abb. 6-8 Schalenelement SHELL 181, aus [90] Abb. 6-9 Schalenelement SHELL 281, aus [90]

Die aufgeblasenen ETFE-Folien stellen, wie im Kapitel 5.2.5 gezeigt, eine näherungsweise kugelförmig gekrümmte Geometrie dar. Im Gegensatz zu dem 4-knotigen Schalenelement SHELL 181 ist eine Kugelform prinzipiell besser mit dem 8-knotigen Element SHELL 281 abbildbar.

Die vergleichende Berechnung beider Elemente zeigt, dass die bessere Modellierbarkeit der ETFE-Folien mit Hilfe von SHELL 281 signifikant längere Rechenzeiten bei nur geringfügigen abweichenden Berechnungsergebnissen verursacht. Bei sehr großen Deformationen war dagegen nur mit Verwendung des Elements SHELL 281 eine Konvergenz der Berechnung erzielbar. Aufgrund der Recheneffizienz wurde überwiegend das Schalenelement SHELL 181 gewählt. Nur bei nichtkonvergierenden Berechnungsabläufen erfolgte vereinzelt die Verwendung des Elements SHELL 281.

Die Modellierung der Foliengeometrie führt insgesamt auf 2700 Elemente. In Abb. 6-10 ist die verformte Geometrie eines Pneus mit der Elementeinteilung dargestellt.

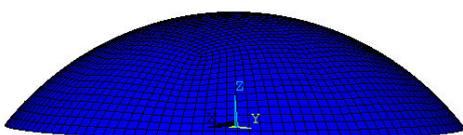


Abb. 6-10 FE-Modellierung, Isometrie der 3D-Fläche des Pneus unter Innendruck, 2700 Elemente

Lösungsverfahren und Konvergenzeigenschaften

Zur Lösung der nichtlinearen Gleichungssysteme wird als Iterationsverfahren das Newton-Raphson-Verfahren verwendet. Wie zuvor erläutert, ist das Endergebnis der nichtlinearen Berechnung abhängig von der Lastgeschichte, d.h. von Bauteilzuständen bis zum Erreichen des Endergebnisse. Innerhalb der nichtlinearen Berechnung findet dies Berücksichtigung durch die Verwendung von Lastschritten, Zwischenschritten und Iterationsschritten.

Die Lastschritte beinhalten dabei eine Zusammenstellung der Lasten und Randbedingungen. Die Zwischenschritte stellen die Bauteilzustände im Verlauf eines Lastschrittes dar. Die Berechnung der Bauteilzustände erfolgt durch Angabe der Anzahl von Zwischenschritten bzw. der Schrittweite je Lastschritt. Je Bauteilzustand muß zu Bestimmung des Gleichgewichts bzw. zur Erreichung einer Konvergenz eine Folge von linearen Gleichungslösungen ablaufen. Jede Gleichungslösung entspricht dabei einer Gleichgewichtsiteration.

Im Zuge der Simulationsrechnung der Berstversuche bei Innendrücken, die zu plastischen Dehnungen führen, wird die Genauigkeit der Berechnungsergebnisse in Abhängigkeit der Anzahl der Zwischenschritte und Gleichgewichtsiterationen untersucht. Die entsprechende Anzahl der Zwischenschritte wird durch die Wahl der minimalen und maximalen Lastschrittweite gesteuert. Die Festlegung der Schrittweite erfolgt durch den Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Versuchsergebnissen.

Materialmodell

ANSYS bietet die Möglichkeit Materialmodelle zu kombinieren, die je nach Beanspruchungszustand unterschiedliche mechanische Eigenschaften besitzen. Zur Beschreibung des nichtlinearen Verhaltens der ETFE-Folie des Berstversuchs wurde das folgende Materialmodell gewählt:

- Linear elastisches Modell zur Beschreibung des zeitunabhängigen Materialverhaltens zu Beginn des Versuchs,
- Plastisches Materialmodell mit isotroper Verfestigung zur Beschreibung der zeitunabhängigen bleibenden Verformungen,

Das gewählte Materialmodell elastisch-plastisch wurde mit Hilfe einer multilinenen Arbeitslinie umgesetzt.

Die Kenndaten für die Arbeitslinie entsprechen den gemessenen Messdaten der Versuche. Die in ANSYS modellierbaren Arbeitslinien der Materialien liegen Messergebnisse aus monoaxialen Versuchen mit wahren Spannungen (Cauchy Spannungen) und wahren Dehnungen zu grunde, die sich jeweils auf die aktuelle Konfiguration beziehen. Mit Hilfe der Querkontraktionszahl erfolgt die Umrechnung der monoaxialen Messdaten auf mehrachsige Beanspruchungszustände. Die Berechnung der Sekanten- und Tangentenmodule aus der Spannungs-Dehnungs-Linie für den Scheitelbereich erfolgt daher unter Ansatz eines monoaxialen Beanspruchungszustandes.

Eine Modellierung des viskoelastischen Verhaltens der ETFE-Folie durch rheologische Modelle wurde nicht verwendet. Das Deformationsverhalten der ETFE-Folie führt schon im viskoelastischen Bereich zu Dehnungen über 20% und im Bruchzustand weit über 100%. Rheologische Modelle zur Beschreibung der Viskoelastizität, beispielsweise das Curve Fitting mittels Prony-Reihen zur Modellierung von Relaxationsversuchen, werden i.d.R. in diesem Dehnungsbereich nicht angewendet. Die Kombination eines Kriechgesetzes mit dem elastisch-plastischen Werkstoffmodell wurde nur qualitativ vergleichend untersucht.

Berücksichtigung der Dickenänderung

Die Veränderung der Foliendicke wird in ANSYS über den nachfolgenden Ansatz berücksichtigt.

Bei Annahme eines inkompressiblen Materials kann die Dickenänderung aus der Inkompressibilitätsbedingung nach Gleichung (6-18) mit Hilfe der Determinante J des Deformationsgradienten bestimmt werden.

$$J = 1 \tag{6-18}$$

Für die Determinante J gilt mit den Eigenwerten λ_1 und λ_2 , welche die Streckungen auf der Membranfläche definieren, und dem Eigenwert λ_3 , der die Streckung in Dickenrichtung beschreibt, der Zusammenhang nach Gleichung:

$$J = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1 \tag{6-19}$$

Für die kugelförmige Foliengeometrie des Berstversuchs infolge des Innendruckes p_i gelten für die Eigenwerte die folgenden Beziehungen:

$$\lambda_1 = \frac{r_1}{R_1}, \lambda_2 = \frac{r_2}{R_2}, \lambda_3 = \frac{d}{D} \tag{6-20}$$

Mit:

d Foliendicke der Momentankonfiguration

D Foliendicke der Ausgangskonfiguration

r_1, R_1 Radius in der 1. Hauptrichtung (Meridian) der Momentan- und Ausgangskonfiguration

r_2, R_2 Radius der 2. Hauptrichtung der Momentan- und Ausgangskonfiguration

Bei kompressiblen Materialien errechnet sich die Streckung in Dickenrichtung aus dem Spannungszustand in der Tangentialebene. Bei Ansatz des inkompressiblen Materials mit einem zweiachsigen Spannungszustand ist die Streckung in Dickenrichtung eine von der Deformation in der Tangentialebene direkt abhängige Größe. Sie kann folglich aus den Eigenwerten λ_1 und λ_2 bestimmt werden.

$$\lambda_3 = (\lambda_1 \cdot \lambda_2)^{-1} \tag{6-21}$$

Somit gilt bei Kenntnis der Streckungen in der Tangentialebene für die Dicke der Momentankonfiguration der Zusammenhang:

$$d = \lambda_3 \cdot D = (\lambda_1 \cdot \lambda_2)^{-1} \cdot D = \left(\frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2}\right)^{-1} \cdot D \tag{6-22}$$

Modell- und Werkstoffparameter der FE-Berechnung

Tab. 6-1 fasst die Modellparameter der FE-Vergleichsberechnung der Berstversuche nochmals zusammen.

FE-Schalenelement	SHELL 181 bzw. SHELL 281
Knotenanzahl	2716
Elementanzahl	2700
Lösungsverfahren	Newton-Raphson-Verfahren
Materialmodell	Multilineare Arbeitslinie (elastisch-plastisch) mit isotroper Verfestigung
Foliendicke (Ausgangskonfiguration)	D=0,200 mm
Querkontraktionszahl	0,45=const.

Tab. 6-1 Modellparameter der FE-Simulation mit ANSYS

Unter Verwendung der Messergebnisse aus Kapitel 5.3 erfolgt die FE-Simulation jeweils für die drei betrachteten Dehngeschwindigkeiten.

In Abb. 6-11 sind aus den Werkstoffparametern die multiliniaren Arbeitslinien der Materialmodelle für die FE-Simulation aller drei Dehngeschwindigkeiten dargestellt.

Entsprechend den Erläuterungen in Kapitel 5.3.3 weisen die Dehnungen im Scheitelbereich bis zum Erreichen des maximalen Innendrucks eine Standardabweichung von 0,7% bis 1,1% auf. Aus den Messergebnissen der Berstversuche unter Berücksichtigung der Schwankungsbreite der Dehnungen inform der Standardabweichung ε_x folgen die ersten Festlegungen der Wertepaare $(\sigma_i, \varepsilon_i)$ der Arbeitslinien für die FE-Vergleichsrechnungen. Prüfung und endgültige Kalibrierung der Werkstoffmodelle je Dehngeschwindigkeit erfolgt anschließend durch den Vergleich der verformten Foliengeometrien der Versuche mit den entsprechenden FE-Vergleichsrechnungen (vgl. Abb. 6-12 bis Abb. 6-15).

Abb. 6-11 zeigt die modellierten Spannungs-Dehnungs-Linien der FE-Vergleichsrechnung je Dehngeschwindigkeit und Tab. 6-2 gibt den Sekantenmodul $E_{s,i}$ sowie die Tangentenmodule $E_{T,i}$ in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit für die signifikanten Punkte der Arbeitslinie an.

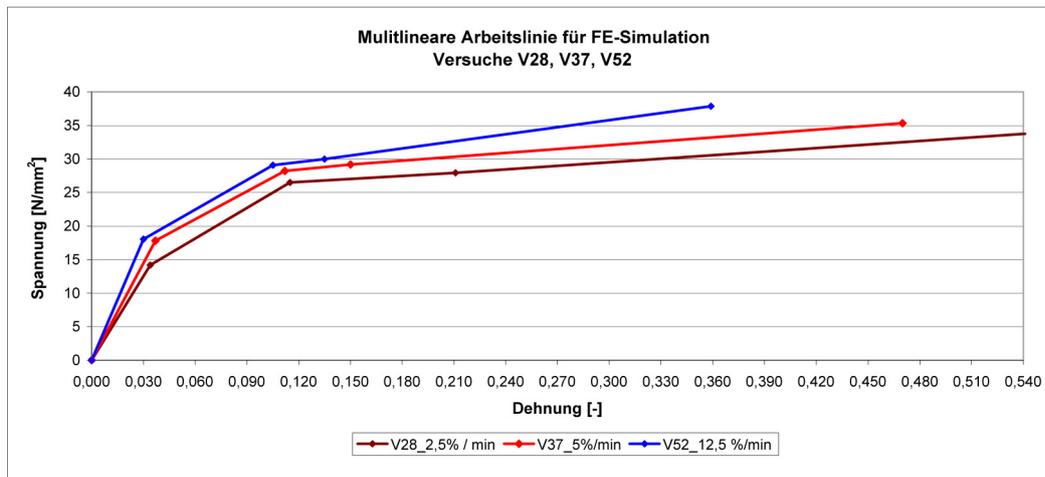


Abb. 6-11 Multilineare Arbeitslinie der FE-Simulationsberechnung: Versuche V28, V37, V52 für $T=23^{\circ}\text{C}$ und Luftfeuchte $\rho=21\%$

Nr.	$\varepsilon' (t)$ [%/min]	$E_{s,1}$ [N/mm ²]	$E_{T,2}$ [N/mm ²]	$E_{T,3}$ [N/mm ²]	$E_{T,4}$ [N/mm ²]
V28	2,5	417	152,0	15	18
V37	5	481	139	26	19
V52	12,5	602	147	32	40

Tab. 6-2 Sekanten- und Tangentenmodule der FE-Berechnung: Versuche V28, V37, V52, für $T=23^{\circ}\text{C}$ und Luftfeuchte $\rho=21\%$

6.3.1 Ergebnisse der FE-Simulation

Verformungen bei unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten

Die Merdianschnitte y-y in Abb. 6-12 bis Abb. 6-14 zeigen im Vergleich die vertikalen Verformungen in z-Richtung (f-z) der Berstversuche sowie der numerischen FE-Simulation.

Ausgefüllte Punkte mit durchgezogenen Linien markieren die Messergebnisse, gestrichelte Linien stellen die Ergebnisse der zugehörigen FE-Simulation dar. Je Epoche ist der Zeitpunkt in Sekunden im Diagramm angegeben. Dargestellt sind die Verformungsverläufe bis zur Epoche des jeweils maximalen Innendrucks.

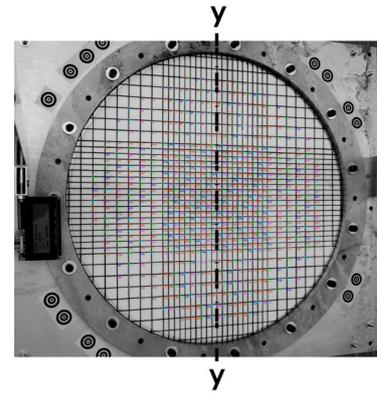
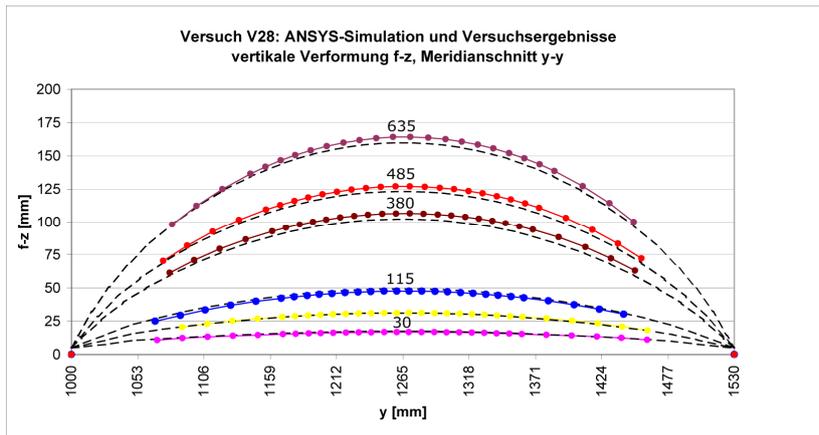


Abb. 6-12 Vergleich FE-Simulation und Versuchsergebnisse Versuch V28 ($\dot{\epsilon}(t)=2,5\%/min$): Meridianschnitt y-y der Verformungen f-z je Epoche zum Zeitpunkt t in [s]

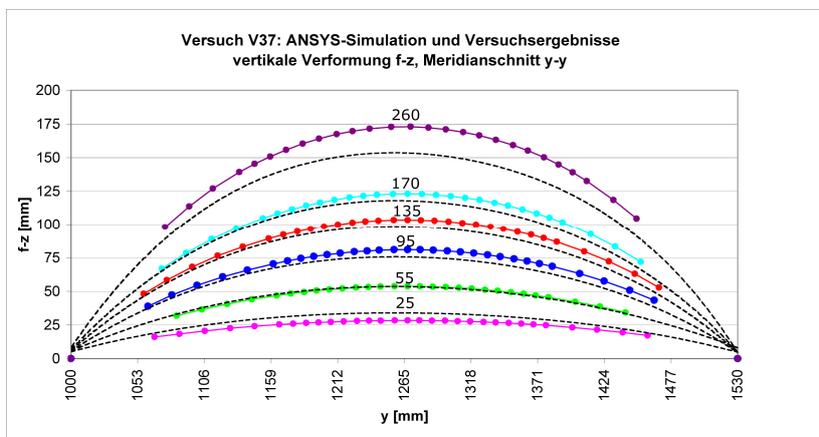


Abb. 6-13 Vergleich FE-Simulation und Versuchsergebnisse Versuch V37 ($\dot{\epsilon}(t)=5\%/min$): Meridianschnitt y-y der Verformungen f-z je Epoche zum Zeitpunkt t in [s]

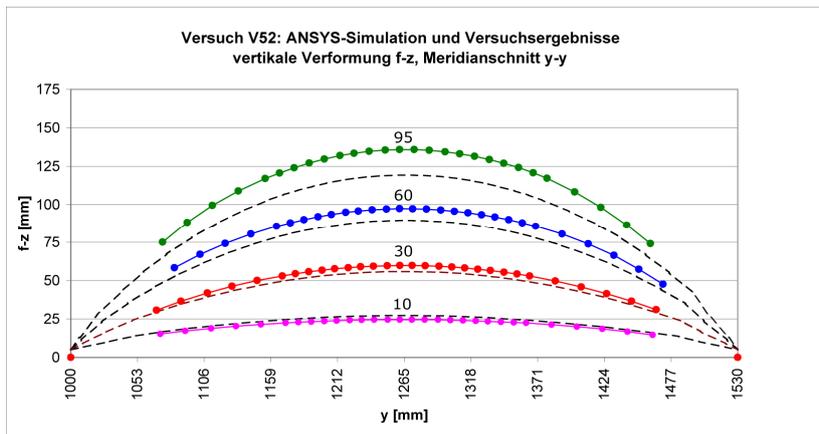


Abb. 6-14 Vergleich FE-Simulation und Versuchsergebnisse für Versuch V52 ($\dot{\epsilon}(t)=12,5\%/min$): Meridianschnitt y-y der Verformungen f-z je Epoche zum Zeitpunkt t in [s]

In Abb. 6-15 sind die maximalen vertikalen Scheitelverformungen $f-z_{max}$ über die Versuchsdauer t aus der FE-Simulation sowie aus der photogrammetrischen Messung gegenübergestellt. Die gestrichelten Linien stellen die Ergebnisse der numerischen Simulationsrechnung dar.

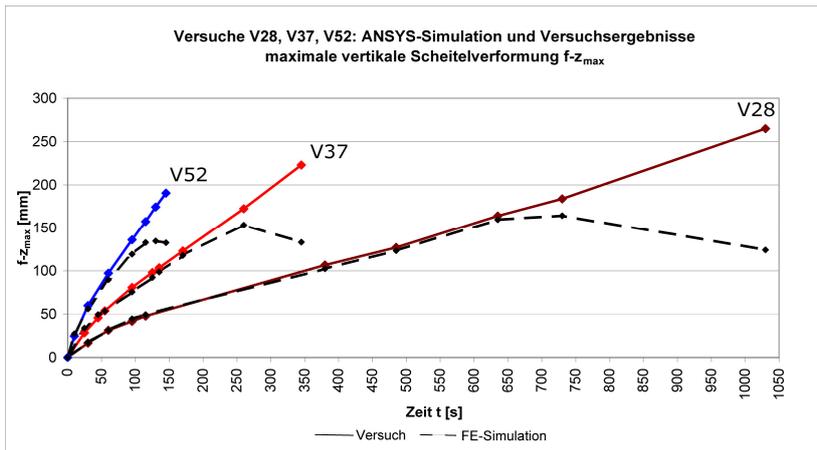


Abb. 6-15 FE-Simulation / Versuchsergebnisse Versuche V28, V37, V52: vertikale Scheitelverformung f_z (durchgezogene Linie: Versuch; gestrichelte Linie: FE-Simulation)

6.3.2 Vergleich analytische, numerische Berechnung und Versuchsergebnisse

Nachfolgend sind die Dehnungen und Folienkräfte des Versuchs V28 den analytischen und numerischen Berechnungsergebnissen gegenübergestellt. Grundlage der Berechnungen nach der Membrantheorie bzw. nach der Methode der Finiten Elemente sind die Annahmen aus den Kapiteln 6.2 und 6.3.

Dehnungen

Abb. 6-16 stellt die Dehnungen im Scheitelpunkt der Folienpneus dar. In der FE-Simulation werden bei der nichtlinearen Berechnung "wahre" bzw. logarithmische Dehnungen (ϵ_{ln}) ermittelt. Für den Vergleich mit den Messergebnissen wurden diese entsprechend Gleichung (6-23) in technische Dehnungen umgerechnet.

$$\epsilon_{ln} = \ln(1 + \epsilon_{tech}) \quad (6-23)$$

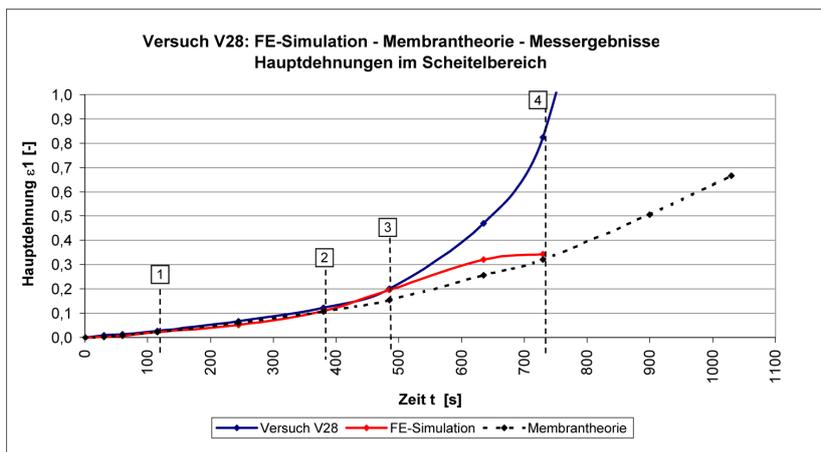


Abb. 6-16 Versuch V28: Dehnungen aus Versuchsergebnisse, numerischer und analytischer Vergleichsrechnung

Der Bruchzustand von Versuch V28 erfolgt nach ca. 1100 Sekunden. Bis ca. 400 Sekunden (Stelle 2) stellt sich zwischen den berechneten Dehnungen und den Messergebnissen ein nahezu deckungsgleicher Verlauf ein.

Anschließend divergieren die Dehnungsverläufe. Zum Zeitpunkt der markierten Stelle 3 beginnt beim Versuch V28 der nichtlinear viskoelastisch und viskoplastische Verformungsbereich der Folie (vgl. Abb. 5-1, Epoche 99). In diesem Bereich treten in der

Versuchsauswertung die maximalen Folienkräfte auf. Infolge der plastischen Verformung mit Berücksichtigung von lokalen Inhomogenitäten erfährt der Scheitelpunkt stärkere lokale Dehnungen mit einer Verringerung der Foliendicke. Die FE-Simulation berücksichtigt die Reduzierung der Foliendicke und die Verringerung der Steifigkeiten. Jedoch werden lokale Inhomogenitäten nicht berücksichtigt. Die Dehnungen verteilen sich im Gegensatz zum Versuch gleichmäßiger über den gesamten Scheitelpunkt der Folien.

Die Näherungsberechnung der Dehnungen über die Veränderung der Bogenlänge der angenommenen kreisförmigen Verformungsfigur der Pneus ist zu Beginn hinreichend genau. Der Dehnungsverlauf weicht jedoch früher als die FE-Simulation von den Versuchsergebnissen ab und liefert zunehmend geringere Werte als der Versuch. Begründet ist die Abweichung durch die Idealisierung einer kreisförmigen Verformungsfigur sowie durch die 2-dimensionale Dehnungsberechnung.

Folienkräfte

Abb. 6-17 stellt die Folienkräfte im Scheitelpunkt der Pneus dar. Die Folienkräfte der FE-Simulation werden unter Berücksichtigung der Dickenänderung aus den Hauptspannungen σ_1 berechnet. Die im Versuch ermittelten Folienkräfte der Berstversuche (nach Kapitel 4.5.3) sowie der analytischen Lösung nach der Membrantheorie berücksichtigen keine Dickenänderungen.

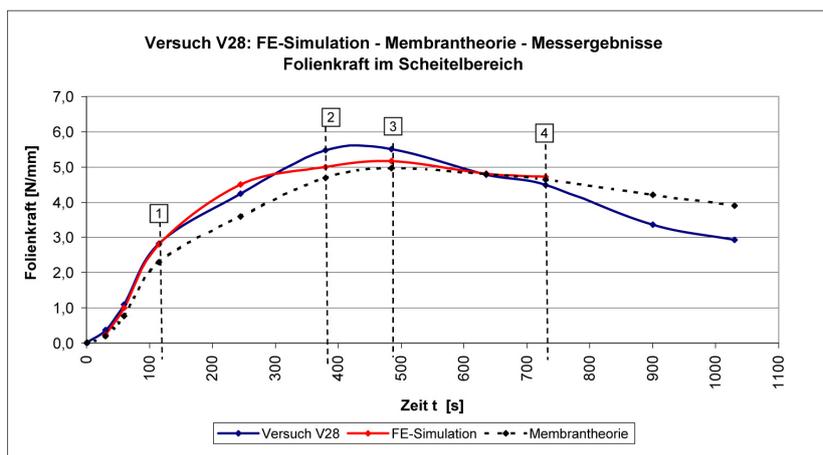


Abb. 6-17 Versuch V28: Folienkräfte aus Versuchsergebnissen sowie numerischer und analytischer Vergleichsrechnung

Die Folienkräfte der FE-Simulation und der Versuche zeigen insgesamt gute Übereinstimmungen. Die Abweichungen schwanken zwischen 5% und 10%. Sie sind im Wesentlichen durch unterschiedliche Berücksichtigung der Dickenreduzierung während der Beanspruchung sowie durch die geringfügige Abweichung des Krümmungsradius zwischen FE-Simulation und Versuch begründet. Beim Innendruck nach $t_2 = 380\text{s}$ (Stelle 2) zeigt die FE-Berechnung im Scheitelpunkt eine Dickenreduktion von ca. 10%. Dieser Unterschied entspricht in etwa prozentual dem Unterschied der Folienkräfte zwischen FE-Simulation und Versuch in diesem Bereich.

Die Vergleichsrechnung nach der Membrantheorie unter Annahme einer kreisförmigen Verformungsfigur und eines linear elastischen Materials zeigt bereits vor der Elastizitätsgrenze (Stelle 1) stärkere Abweichungen.

6.4 Diskussion der FE-Simulation

Die Meridianschnitte der Verformungen f - z aus der FE-Simulation entsprechen in Ihrem Verlauf den Ergebnissen der Berstversuche. Im linear elastisch bis linear viskoelastischen

Bereich – dies entspricht in etwa die Hälfte der Versuchsdauer – sind die Abweichungen zwischen der numerischen Berechnung und den Versuchsergebnissen bei V28 und V37 weniger als 5% und bei V52 ca. 5%-10%.

Die gleiche Bewertung erfolgt bei den Dehnungen und Folienkräften des Versuchs V28. Die Dehnungen sind in diesem Bereich nahezu deckungsgleich, die Folienkräfte weisen Unterschiede zwischen 5%-10% auf.

Mit beginnenden plastischen Verformungen unterscheiden sich die FE-Ergebnisse merklich von den Versuchsergebnissen. Das komplexe Werkstoffverhalten mit Dickenreduktion, nichtlinearer Viskoelastizität und plastischen Verformungen mit Lastumlagerungseffekten sowie materiellen Inhomogenitäten ist mit dem verwendeten Werkstoffmodell einer multiliniaren Arbeitslinie nicht hinreichend genau abbildbar.

Sehr deutlich wird dies beim Vergleich der vertikalen maximalen Scheitelverformungen $f_{z_{\max}}$ in Abb. 6-15. Nach ca. zwei Drittel der Versuchsdauer kann der gemessene Verformungsprozess durch die FE-Simulation nur noch sehr grob wiedergegeben werden.

Wie im Kapitel 5.2.1 erläutert, zeigen die Versuche nach Erreichen eines maximalen Innendrucks $p_{i,\max}$ eine Volumenvergrößerung trotz geringerer Innendrucke. Das mehrachsige Kriechverhalten der ETFE-Folien führt zu einer stetigen Vergrößerung des Scheitelstichs. In der Kraft-Dehnungs-Linie nach Abb. 5-25 stellt sich nach Erreichen der maximalen Folienkraft eine Materialentfestigung ein. Die nichtlineare Berechnung mit multiliniarer Spannungs-Dehnungs-Linie berücksichtigt zwar die geringeren Steifigkeiten der Folie bei großen Dehnungen jedoch nicht die nichtlineare Viskoelastizität in Form des mehrachsigen Kriechverhaltens.

Zur Berücksichtigung des Kriechverhaltens wurde die Integration eines Kriechgesetzes in das multiliniare Materialgesetz untersucht. Mit Wertepaaren aus Spannungen und Dehnungen eines Relaxationsversuchs wurde eine Prony-Reihe über ein Curve Fitting erzeugt. Dadurch konnte der Verformungszuwachs zum Ende des Versuchs auch in der FE-Simulation berücksichtigt werden. Jedoch war eine differenzierte und exakte Ermittlung des Kriechgesetzes aus der zur Verfügung stehenden Datenbasis nur bedingt möglich. Für eine exakte Modellierung des Kriechverhaltens bedarf es umfangreicherer Messdaten von Relaxations- und Kriechversuchen mit Berücksichtigung unterschiedlicher Temperaturen und Belastungsstufen.

Die Verwendung rheologischer Modelle scheidet aufgrund der großen Dehnungen (bis weit über 100%) aus. Hyperelastische Materialmodelle sind aufgrund des plastischen Verhaltens der Folien oberhalb der Streckgrenze ebenso nicht verwendbar.

Für die folgende Untersuchung des Tragverhaltens von pneumatischen ETFE-Folienkonstruktionen in Kapitel 7 ist die Übereinstimmung der FE-Simulation im linear elastischen und elasto-plastischen Bereich ausreichend genau. Größere Abweichungen bzw. die fehlende Modellierungsmöglichkeit des plastischen Bereichs bei großen Dehnungen sind für die folgende Untersuchungen des Tragverhaltens im Rahmen dieser Arbeit nicht entscheidend.

7 TRAGVERHALTEN PNEUMATISCHER ETFE-FOLIENKISSEN

Kapitel 7 befasst sich mit dem Tragverhalten pneumatischer ETFE-Folienkonstruktionen. Zu Beginn werden Bauweise, Konstruktion und das prinzipielle Tragverhalten für die Einwirkungen Innendruck, Windsog, Schnee und Wassersacklast erläutert. Anschließend erfolgt im Kapitel 7.4 basierend auf den ermittelten Werkstoffkennwerten der Berstversuche und den FE-Vergleichsberechnungen eine Parameterstudie für unterschiedliche Grundrissgeometrien. Darin wird der Einfluß geometrischer und materieller Parameter erörtert.

Einen Einblick über den Anwendungsbereich sowie die konstruktive Ausführung von pneumatisch und mechanisch vorgespannten ETFE-Folienkonstruktionen bieten u.a. die Beiträge von Moritz [72], [74] und LeCuyer [61]. Pneumatische Strukturen im Allgemeinen werden in Herzog [51] und Naumer [79] dargestellt.

7.1 Bauweise

Entsprechend Abb. 7-1 und Abb. 7-2 können für ETFE-Folienkonstruktionen zwei prinzipielle Bauweisen unterschieden werden. Die Differenzierung erfolgt nach der Vorspannungsart (mechanische oder pneumatische Vorspannung) sowie nach der Art der überwiegenden Flächenkrümmung (synklastische oder antiklastische Gauß'sche Krümmung).

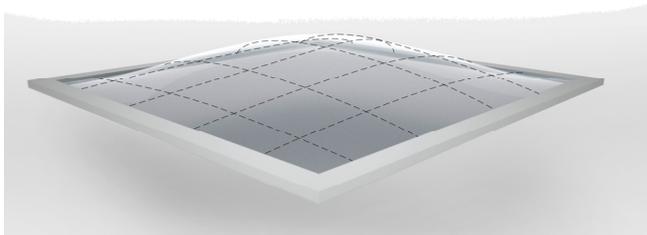


Abb. 7-1 pneumatisch vorgespannte ETFE-Folienkonstruktion mit überwiegend synklastischer Krümmung

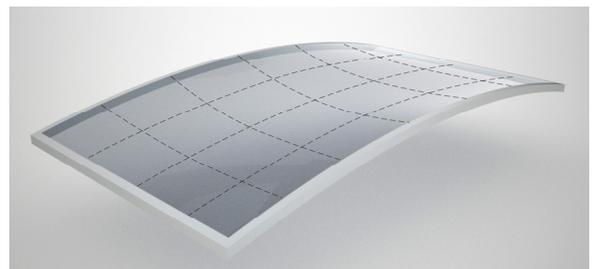


Abb. 7-2 mechanisch vorgespannte ETFE-Folienkonstruktion mit antiklastischer Krümmung

Mechanisch vorgespannte Systeme

Die Stabilisierung von 1-lagigen ETFE-Folienkonstruktionen erfolgt durch mechanische Vorspannung. Die verkürzte Folie muss zur Befestigung in die Randeinfassung mechanisch gespannt werden. Im Vorspannungszustand weisen diese Foliengeometrien antiklastisch gekrümmte Flächen, d.h. in beiden Hauptspannungsrichtungen gegensinnig gekrümmte Flächen, auf. Nach Gleichung (2.22) ist die Gauß'sche Krümmung kleiner null.

Pneumatisch vorgespannte Systeme

Die Folienlagen von pneumatischen ETFE-Folienkissen werden durch einen Innendruck, der als Über- oder Unterdruck ausgebildet werden kann, vorgespannt. Diese mehrlagigen ETFE-Folienkonstruktionen bilden überwiegend synklastisch gekrümmte Flächen, d.h. in beide Hauptspannungsrichtungen gleichsinnig gekrümmte Flächen, aus. Die Gauß'sche Krümmung nach Gleichung (2.22) ist für alle Flächenpunkte im synklastischen Krümmungsbereich größer null.

Im Gegensatz zu textilen Membrankonstruktionen, wie PVC beschichtetem Polyestergewebe oder PTFE beschichtetem Glasfasergewebe, weisen pneumatische ETFE-Folienkissen antiklastische Krümmungen in den eingefassten Eckbereichen auf. Begründet ist dies durch die größere Schubsteifigkeit der ETFE-Folien im Vergleich zu den textilen Membranwerkstoffen. Abb. 7-3 zeigt die Verteilung der antiklastischen und

synklastischen Krümmungsbereiche an einem quadratischen Kissen. In Abb. 7-4 ist der Eckbereich mit der Gegenkrümmung dargestellt.

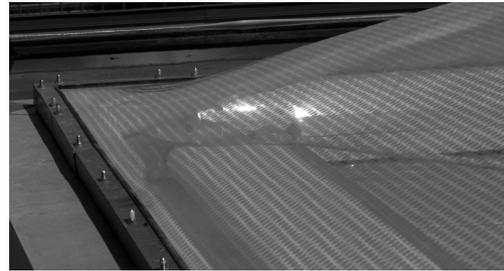
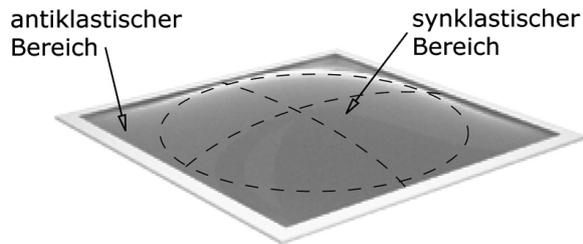


Abb. 7-3 Synklastische und antiklastische Bereiche eines quadratischen ETFE-Folienpneus, qualitative Darstellung

Abb. 7-4 Eckbereich eines quadratischen ETFE-Folienpneus mit antiklastischer Krümmung

7.2 Konstruktion

Entsprechend der Anzahl der Folienlagen und der Ausführung der Mittellage können für pneumatische ETFE-Folienkissen sechs prinzipielle Konstruktionsvarianten unterschieden werden. Aufgrund der Schwierigkeiten beim Verschweißen weisen Kissen aus ETFE i.d.R. maximal drei Folienlagen auf.

- | | |
|--|--|
| 1. Einkammerkissen, einlagig mit starrem Boden | |
| 2. Einkammerkissen, zweilagig | |
| 3. Doppelkammerkissen, zweilagig, ebene Mittellage | |
| 4. Doppelkammerkissen, dreilagig, gekrümmte Mittellage | |
| 5. Doppelkammerkissen, dreilagig, ebene Mittellage und getrennte Lagen | |
| 6. Doppelkammerkissen, dreilagig, gekrümmte Mittellage und getrennte Lagen | |

Abb. 7-5 Konstruktionsvarianten pneumatischer Folienkissen

Die einzelnen Konstruktionsvarianten der Folienkissen unterscheiden sich im Hinblick auf das Tragverhalten und die bauphysikalischen Eigenschaften.

Die Mittellage dient meist zur Bildung eines Zweikammersystems mit verbesserter Wärmedämmung. Durch die Trennung der einzelnen Folienlagen an der Befestigung (Abb. 7-5 Pos. 5 und 6) wird der Wärmeschutz zusätzlich verbessert, da die einzelnen Lagen am Klemmprofil nicht mehr in einer Linie zusammengeführt werden. Bei ausreichendem Gefälle des Folienkissens kann bei einem Zweikammersystem die eben gespannte Mittellage bei Druckausfall als wasserabführende Ebene fungieren. Im Zwischenraum von Zweikammersystemen mit getrennten Lagen können zur weiteren bauphysikalischen Verbesserung Sonnenschutzelemente (Lamellen aus Aluminium oder ETFE oder fahrbare textile Membrane) integriert werden. Bei Varianten mit gekrümmter Mittellage und entkoppelten Volumina mit unterschiedlichen Drücken kann die Mittellage

Sonnenschutzfunktionen übernehmen. Die äußeren und mittleren Folienlagen weisen hierfür eine Bedruckung mit gegensinnigem Muster auf. Die Lichtdurchlässigkeit der Kissen wird hier durch Verschieben der Mittellage über Drucksteuerung der beiden Luftkammern geregelt.



Abb. 7-6 Integrierter Sonnenschutz bei ETFE-Folienkissen: (a) Sonnenschutzlamellen, (b) textile Membran und (c) gegensätzliche Bedruckung einzelner Folienlagen

7.3 Tragverhalten pneumatischer ETFE-Folienkissen

Neben den materiellen Nichtlinearitäten weisen pneumatische ETFE-Folienkonstruktionen aufgrund der großen Verformungen ebenso geometrische Nichtlinearitäten in ihrem Tragverhalten auf.

Allgemein anschaulich kann die Lastabtragung pneumatischer Konstruktionen näherungsweise durch die Verwendung der Kesselformel dargestellt werden. Die Folienkräfte F der belasteten Membran ergeben sich nach Gleichung (7.1) für den einachsigen Fall aus dem Produkt der Belastung q und des Krümmungskreisradius r . Bei zweiachsiger Lastabtragung wie in Apsisbereichen von rechteckförmigen Kissen oder bei quadratischen, kreis- oder rautenförmigen Grundrissgeometrien, werden die Beanspruchungen entsprechend Gleichung (7.2) unter Berücksichtigung beider Krümmungskreisradien ermittelt.

$$F = r \cdot q \quad (7.1)$$

$$p_i = \frac{F_1}{r_1} + \frac{F_2}{r_2} \quad (7.2)$$

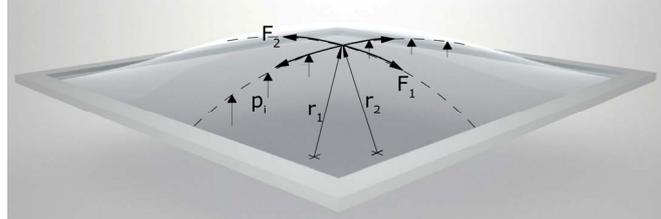


Abb. 7-7 Quadratisches Pneu mit 2-achsiger Lastabtragung

Bei Erhöhung der Belastung q dehnt sich die Membran. Der Folienstich vergrößert sich und der Krümmungskreisradius wird reduziert. Eine Belastungserhöhung bewirkt daher keine lineare sondern eine unterproportionale Zunahme der Membranschnittkräfte. Der Krümmungskreisradius ist abhängig von der Materialdehnung unter Belastung. Dies bedeutet Belastung, Verformung und Beanspruchung sind bereits im 2-dimensionalen Fall nicht linear voneinander abhängig. Die nichtlinearen Gleichungssysteme zur Berechnung der Beanspruchungen müssen folglich iterativ gelöst werden.

Neben den materiellen und geometrischen Nichtlinearitäten der ETFE-Folienpneus hängt das Tragverhalten auch entscheidend von der Anzahl der Folienlagen sowie der Ausbildung der Mittellage ab. Im Allgemeinen sind dabei zwei prinzipielle Varianten zu unterscheiden:

- Folienkissen mit eben gespannter oder ohne Mittellage (Abb. 7-5 Pos. 2, 3, 5)
- Folienkissen mit gekrümmter Mittellage (Abb. 7-5 Pos. 4, 6)

Im ersten Fall werden die äußeren Belastungen fast ausschließlich von den beiden äußeren Folienlagen abgetragen. Die in der Regel dünnere Mittellage wird bei der Lastabtragung nicht berücksichtigt. Sie übernimmt, wie zuvor beschrieben, meist bauphysikalische Funktionen.

Bei Folienkissen mit zugeschnittener, gekrümmter Mittellage kann diese zur Lastabtragung angesetzt werden. Die gekrümmte Mittellage wird durch Innendrucke der beiden entkoppelten Luftvolumina der oberen und unteren Kammer stabilisiert. Entsprechend der Krümmung und Steifigkeit der Mittellage ist eine Unterstützung der äußeren Folienlage bei der Lastabtragung von beispielsweise Windsogbeanspruchungen oder der inneren Folienlage bei Schnee- und Winddrucklasten möglich.

Bei Folienkissen mit gekrümmter Mittellage und nahezu identischen Stichen der einzelnen Lagen legen sich bei Druckausfall die Lagen übereinander. Für den außergewöhnlichen Lastfall der Schnee- oder Wasserbelastung bei Betriebsstörung können damit unter Voraussetzung geringer plastischer Verformungen der Mittellage alle drei Lagen zur Lastabtragung angesetzt werden.

Die Untersuchung des Tragverhaltens pneumatischer ETFE-Folienkissen im Rahmen dieser Arbeit beschränkt sich auf Pneus ohne mittragende Mittellage.

7.3.1 Definitionen zur Geometrie und Belastung

Zur Beschreibung des Tragverhaltens werden die nachfolgenden Definitionen bezüglich der Geometrie und der Belastung festgelegt.

Die Referenzgeometrie stellt die Zuschnittsgeometrie der Kissen dar. Alle geometrischen und mechanischen Kenngrößen, die sich auf die Referenzgeometrie beziehen, weisen nachfolgend den Index 0 auf. Im eingebauten Zustand ohne Innendruck p_i legen sich bei einem 2-lagigen Folienkissen die obere und untere Folienlage bei identischen Kissenstichen übereinander (siehe Abb. 7-8). Der Zuschnittsstich wird mit f_0 definiert. Abb. 7-9 zeigt ein 2-lagiges Kissen im aufgeblasenen Zustand mit dem Innendruck p_i und den entsprechenden geometrischen Bezeichnungen.

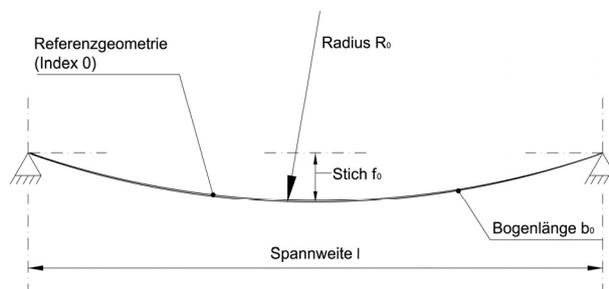


Abb. 7-8 Referenzgeometrie (Zuschnitt) 2-lagiges Pneu ohne Innendruck mit übereinander liegenden Folienlagen

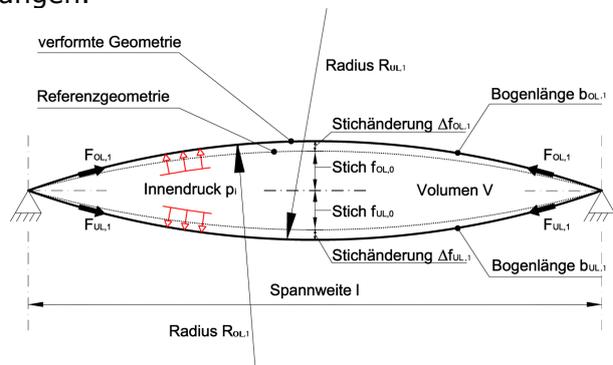


Abb. 7-9 Kissen geometrie 2-lagiges Pneu für den Lastfall Innendruck, nach [121]

Die Lastfälle Innendruck p_i , Windsog w_s , Schnee s und Wassersack W , die nachfolgend untersucht werden, sind durch die Indizes 1, 2, 3 und 4 definiert. Alle zugehörigen geometrischen und mechanischen Kenngrößen sind über die entsprechenden Indizes den jeweiligen Lastfällen zugeordnet. Die Indizes OL und UL kennzeichnen die obere und untere Folienlage (OL=obere Lage, UL=untere Lage)

Die Belastungen der Folienlagen pneumatischer Kissen entsprechen den jeweiligen Druckdifferenzen Δp , die sich aus den Drücken oberhalb und unterhalb einer Folie ergeben. Atmosphärischer (ungestörter) Aussendruck, Winddruck oder Windsog und Schneelasten werden dem zur Stabilisierung der Folienlagen unter Belastung vorherrschenden Innendruck gegenübergestellt.

7.3.2 Tragverhalten für den Lastfall Innendruck

Abb. 7-10 zeigt den Beanspruchungszustand eines Kissens für den Lastfall der Vorspannung mit dem Innendruck p_i .

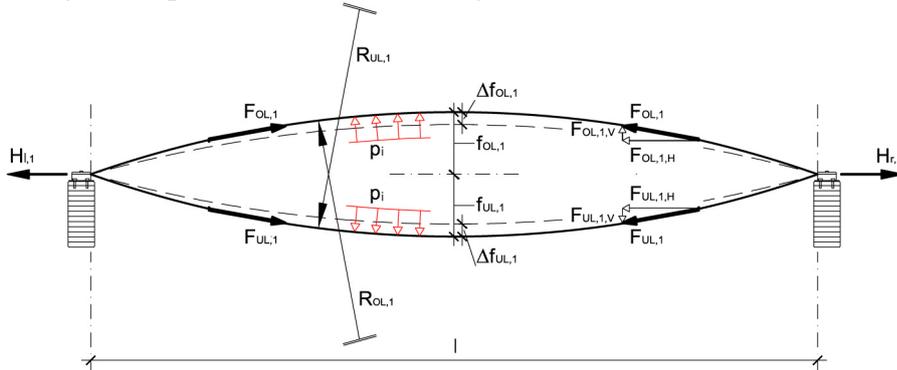


Abb. 7-10 Tragverhalten eines 2-lagigen Pneu für den Lastfall Innendruck, nach [121]

Infolge des Innendrucks p_i werden beide Folienlagen vorgespannt. Die Stiche der oberen und unteren Lage vergrößern sich jeweils um $\Delta f_{OL,UL,1}$, die Bogenlängen der beiden Lagen werden jeweils um $\Delta b_{OL,UL,1}$ gedehnt. Bei Vernachlässigung des Eigengewichts der ETFE-Folie und der Vorgabe gleicher Foliendicken d_{OL} und d_{UL} und gleicher Kissenstiche f_{OL} und f_{UL} der oberen und unteren Lage führt der symmetrische Innendruck p_i zu identischen Folienkräften $F_{OL,1}$ und $F_{UL,2}$ in den beiden Lagen.

Mit der idealisierten Annahme, dass die verformte Foliengeometrie abschnittsweise einen Kreissektor bzw. ein Kreissegment darstellt und unter Vernachlässigung von materiellen und geometrischen Nichtlinearitäten lassen sich die maximalen Folienkräfte näherungsweise über die Kesselformel bestimmen. Für Gebrauchslastniveau im elastischen Bereich ist die Verwendung der Kesselformel hinreichend genau.

Es gilt dann bei konstanten und gleichen Radien $R_{OL,1}$ und $R_{UL,1}$ für die Folienkräfte $F_{OL,1}$ und $F_{UL,1}$ der Zusammenhang:

$$F_{OL,1} = F_{UL,1} = R_{OL,1} \cdot p_i = R_{UL,1} \cdot p_i = R \cdot p_i \quad (7.1)$$

Die Folienkräfte können in deren vertikale und horizontale Anteile $F_{OL,1,H}$, $F_{OL,1,V}$ und $F_{UL,1,H}$ und $F_{UL,1,V}$ zerlegt werden. Mit Bildung des Kräftegleichgewichts am linken und rechten Klemmprofilanschluss in horizontaler und vertikaler Richtung gilt für die resultierenden Auflagerreaktionen eines Kissens:

$$\Sigma V = 0: V_l = V_r = F_{OL,1,V} - F_{UL,1,V} = 0 \quad (7.2)$$

$$\Sigma H = 0: H_l = H_r = F_{OL,1,H} + F_{UL,1,H} \quad (7.3)$$

Die vertikalen Anteile der Folienkräfte der oberen und unteren Lage heben sich gegenseitig auf. Folglich sind die resultierenden vertikalen Auflagerreaktionen eines Kissens null. Die horizontalen Anteile der oberen und unteren Folienlage werden addiert. Damit sind die horizontalen Auflagerreaktionen des Kissens ungleich null.

Bei Betrachtung zweier nebeneinander liegender Kissen mit gleicher Kissen geometrie, d.h. gleichen Spannweiten, gleichen Kissenstichen und identischen Foliendicken (vgl. Abb. 7-11) sind die resultierenden Auflagerreaktionen am Anschluss am Primärtragwerk auch in horizontaler Richtung gleich null. In diesem Fall heben sich die beiden resultierenden horizontalen Auflagerreaktionen beider benachbarten Kissen auf. Für die Auflagerreaktionen am Primärtragwerk gilt für diesen Fall:

$$\Sigma V_{res} = V_{res} = V_l + V_r = 0 \quad (7.4)$$

$$\Sigma H_{res} = H_{res} = H_l - H_r = 0 \quad (7.5)$$

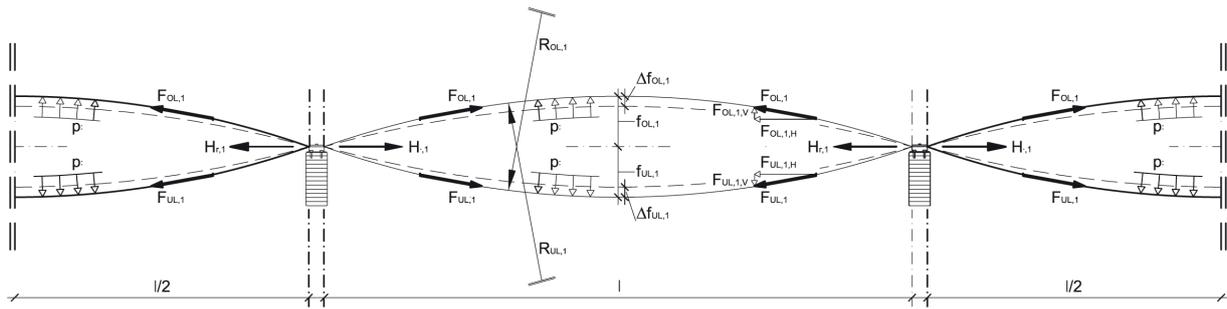


Abb. 7-11 Tragverhalten für den Lastfall Innendruck, benachbarte Kissen mit gleicher Kissengeometrie und gleicher Belastung p_i , nach [121]

Der beschriebene Fall mit sich gegenseitig aufhebenden horizontalen Auflagerreaktionen gilt nur für identische benachbarte Folienkissen mit gleichen Beanspruchungen und Geometrien. Bei allen Randfeldern oder bei ungleichmäßigen Belastungen von pneumatischen Folienkissenkonstruktionen tritt dieser Fall nicht ein.

7.3.3 Tragverhalten für den Lastfall Windsog

Bei der Untersuchung des Tragverhaltens pneumatischer ETFE-Folienkissen für den Lastfall Wind sind die thermodynamischen Gesetzmäßigkeiten zu beachten.

Die thermische Zustandsgleichung idealer Gase, die auch als allgemeines Gasgesetz definiert wird, beschreibt das Verhalten und die Eigenschaften idealer Gase bezüglich der Zustandsgrößen Druck (p), Volumen (V), Temperatur (T) sowie der molaren Stoffmenge (n), der Teilchenanzahl (N) und der Masse des Gases (m). Für das allgemeine Gasgesetz eines idealen Gases gilt der Zusammenhang nach Gleichung (7.6) .

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = const. \quad (7.6)$$

Durch Spezialfälle des allgemeinen Gasgesetzes, bei denen jeweils eine der drei Zustandsgrößen konstant gehalten wird, lassen sich die drei Gasgleichungen der isobaren, isochoren und isothermen Zustandsänderung herleiten.

Erstes Gesetz von Gay-Lussac

Das erste Gesetz von Gay-Lussac aus dem Jahre 1802 beschreibt die isobare Zustandsänderung idealer Gase bei konstantem Druck. Es besagt, dass das Volumen idealer Gase bei konstantem Druck und konstanter Stoffmenge proportional zur Temperatur ist. Bei Erwärmung dehnt sich ein Gas aus bzw. zieht sich bei Abkühlung zusammen. Es gilt mit Gleichung (7.6) für die isobare Zustandsänderung ($p = const$ und $n = const$) der Zusammenhang:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V}{T} = const \quad \text{bzw.} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (7.7)$$

Zweites Gesetz von Gay-Lussac bzw. Gesetz von Amontons

Das zweite Gesetz von Gay-Lussac beschreibt die isochore Zustandsänderung idealer Gase. Bei konstantem Volumen und konstanter Stoffmenge führt die Erwärmung eines idealen Gases zu einer Druckzunahme und die Abkühlung zu einer Druckabnahme. Es gilt mit Gleichung (7.6) für die isochore Zustandsänderung ($V = const$ und $n = const$):

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p}{T} = const \quad \text{bzw.} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (7.8)$$

Gesetz von Boyle-Mariotte

Das Gesetz von Boyle-Mariotte beschreibt die isotherme Zustandsänderung idealer Gase. Bei konstanter Temperatur und konstanter Stoffmenge ist der Druck eines idealen Gases umgekehrt proportional zum Volumen. D.h. die Beanspruchung eines Gases mit erhöhtem Druck führt bei konstanter Temperatur und konstanter Stoffmenge zu einer Verringerung des Volumens bzw. im umgekehrten Fall bei verringerter Druckbeanspruchung zu einer Ausdehnung des Gases. Es gilt mit Gleichung (7.6) für die isotherme Zustandsänderung ($T = const$ und $n = const$) der Zusammenhang:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = p \cdot V = const. \quad \text{bzw.} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} \quad (7.9)$$

Die Untersuchung des Tragverhaltens pneumatischer ETFE-Folienkissen unter Windbeanspruchung setzt eine nahezu konstante abgeschlossene molare Stoffmenge des Luftvolumens im Kissen sowie eine über den Zeitraum des Lastfalls konstante Temperatur voraus, wie im Folgenden begründet wird.

Windbeanspruchungen auf Tragwerke erfolgen in sehr kurzen Intervallen. Die Teilflächen- und Randverbindungen der Folienkissen können für diesen kurzen Beanspruchungszeitraum als nahezu dicht angesehen werden. Das Entweichen der Luft im Inneren der Kissen ist nahezu ausgeschlossen. Eine Regulierung und Steuerung des Innendrucks bei Windbeanspruchung wird infolge des sehr langsamen und trägen Systems der Luftführung und Luftsteuerung i.d.R. nicht erfolgen.

Aus diesem Grund erscheint es sinnvoll, das Tragverhalten pneumatischer Folienkissen bei Windbeanspruchung unter Berücksichtigung des Gesetzes von Boyle-Mariotte mit konstanter molarer Stoffmenge und konstanter Temperatur zu untersuchen.

Windkräfte wirken senkrecht zur angeströmten Oberfläche. In Abhängigkeit der Oberflächenrauigkeit des Materials entstehen auch Windkräfte tangential zur Oberfläche. ETFE-Folien weisen eine sehr glatte Oberflächenstruktur auf, so dass dieser Effekt vernachlässigt werden kann. Entsprechend Abb. 7-12 stellt sich bei Windsog der dargestellte Beanspruchungszustand ein.

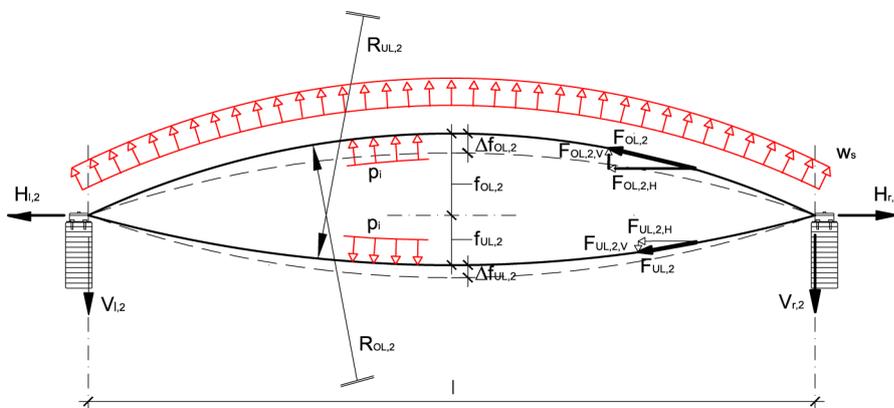


Abb. 7-12 Tragverhalten eines 2-lagigen Pneus für den Lastfall Windsog, nach [121]

Die Windsogbeanspruchung der oberen Lage führt zu einer Verringerung des Stützdrucks oberhalb der Lage, d.h. der atmosphärische Druck p_{atmos} verringert sich dort um den

Windsog w_s . Damit wird die Druckdifferenz $\Delta p_{OL,2}$ an der oberen Lage zwischen dem Innendruck p_i und dem äußeren nun reduzierten Druck $p_{\text{ausßen},2}$ vergrößert. Die obere Folienlage wird gedanklich nach oben gezogen und gedehnt. Kissenstich $f_{OL,2}$ und Folienkraft $F_{OL,2}$ in der oberen Lage vergrößern sich.

Das Kissen volumen vergrößert sich daher infolge der Windsogbeanspruchung. Unter Berücksichtigung der isothermen Zustandsänderung nach dem Gesetz von Boyle-Mariotte reduziert sich der Kisseninnendruck bei vergrößertem Volumen.

Der Abfall des Innendrucks p_i führt zu einer verringerten Druckdifferenz $\Delta p_{UL,2}$ an der unteren Folienlage. Damit wird die untere Folienlage entlastet, der Kissenstich $f_{UL,2}$ verringert sich und die Folienkraft $F_{UL,2}$ nimmt ab. Es zeigt sich, dass die Windsogbeanspruchungen ausschließlich von der oberen Folienlage abgetragen werden.

Die Zerlegung der Folienkräfte in deren horizontalen und vertikalen Anteil sowie die Bildung der Gleichgewichtsbedingungen in vertikaler und horizontaler Richtung am Klemmprofilanschluss führt zu den resultierenden Auflagerreaktionen des Kissens. Es gilt:

$$\Sigma V = 0: V_{l,2} = V_{r,2} = F_{OL,2,V} - F_{UL,2,V} = 0,5 \cdot w_s \cdot l \quad (7.10)$$

$$\Sigma H = 0: H_{l,2} = H_{r,2} = F_{OL,2,H} + F_{UL,2,H} \quad (7.11)$$

7.3.4 Tragverhalten für den Lastfall Schnee

Die Schneeauflast führt zu einer Komprimierung des Luftvolumens im Kissen. Bei Pneus ohne Rückschlagventil bleibt jedoch der Luftdruck im Kissen infolge der Luftdrucksteuerung konstant. Folienkissen sind offene Systeme, d.h. bei der extrem langsamen Belastung infolge Schnee kann Luft aus dem Kissen an den Teilflächenverbindungen entweichen. Die Luftdrucksteuerung hält jedoch den eingestellten Innendruck konstant.

Die Schneelast s bewirkt eine Vergrößerung des Aussendruckes oberhalb des Kissens. Folglich reduziert sich die Druckdifferenz zwischen Innendruck und Aussendruck und die obere Folienlage senkt sich infolge der Schneelast s nach unten. Die obere Folienlage wird entlastet, der Stich $f_{OL,3}$ reduziert und die Folienkraft $F_{OL,3}$ in der oberen Lage verringert sich. Infolge der Schneelast wird die untere Lage gedehnt, der Stich $f_{UL,3}$ und die Folienkraft $F_{UL,3}$ vergrößern sich. Die Schneelast wird überwiegend von der unteren Folienlage abgetragen.

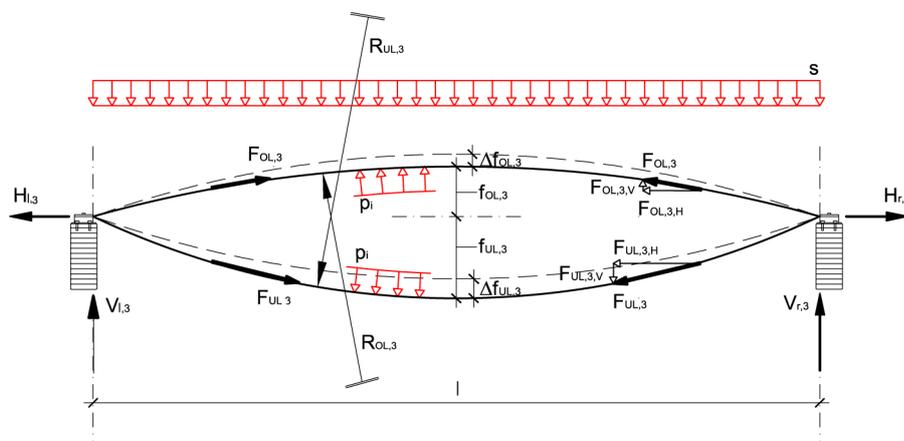


Abb. 7-13 Tragverhalten eines 2-lagigen Pneus für den Lastfall Schnee, nach [121]

Das Kräftegleichgewicht in horizontaler und vertikaler Richtung ergibt die Auflagerreaktionen des Kissens am Klemmprofilanschluss. Es gilt:

$$\Sigma V = 0: V_{l,3} = V_{r,3} = F_{UL,3,V} - F_{OL,3,V} = 0,5 \cdot s \cdot l \quad (7.12)$$

$$\Sigma H = 0: H_{l,3} = H_{r,3} = F_{OL,3,H} + F_{UL,3,H} \quad (7.13)$$

7.3.5 Tragverhalten für den Lastfall Wassersack

Im Gebrauchszustand der Folienpneus, d.h. bei Betrieb des Gebläses zum Aufrechterhalten des Innendrucks p_i , kann anfallendes Schmelz- und Regenwasser aufgrund der gewölbten Kissegeometrie zu den wasserabführenden Rinnen an den seitlichen Klemmprofilen der Pneus abfließen.

Bei längerer Betriebsstörung der Luftdrucksteuerung oder bei Beschädigung der Folien entweicht die Luft aus den Pneus. In diesem Fall senkt sich die obere Folienlage der Pneus und legt sich bei gleichem Zuschnittsstich auf die untere Lage ab. Bei gleichzeitigem Starkniederschlag oder Schneeschmelze kann sich ein Wassersack in Feldmitte ausbilden. Die Wassermenge wächst dabei stetig bei anhaltenden Niederschlägen, wenn aufgrund des großen Dehnungsverhaltens der ETFE-Folien ein Abfließen der Wassermenge über die Kissenränder nicht erfolgen kann. Je nach Grundrissgeometrie bildet die in Feldmitte zusammenlaufende Wassermenge einen kugelsegmentförmigen oder näherungsweise zylindersegmentförmigen Wassersack heraus.

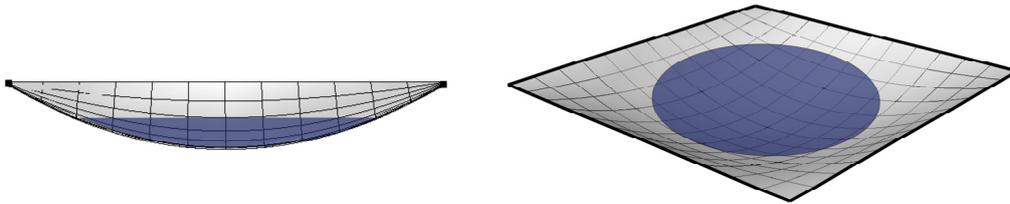


Abb. 7-14 Wassersack bei Druckausfall eines quadratischen Kissens

Für ein 2-lagiges Folienkissen mit identischen Zuschnittsstichen, ohne getrennte Lagen (vgl. Abb. 7-5 , Pos 2) legen sich die Folienlagen übereinander. Beide Lagen tragen dann 50% der Wassersacklast ab. Bei 2-lagigen Folienpneus mit getrennten Lagen muss der Stich der oberen Lage vergrößert werden, damit beide Folienlagen in etwa den gleichen Lastanteil abtragen können. Für eine Wassersacktiefe h_w stellt sich der Belastungszustand nach Abb. 7-15 ein.

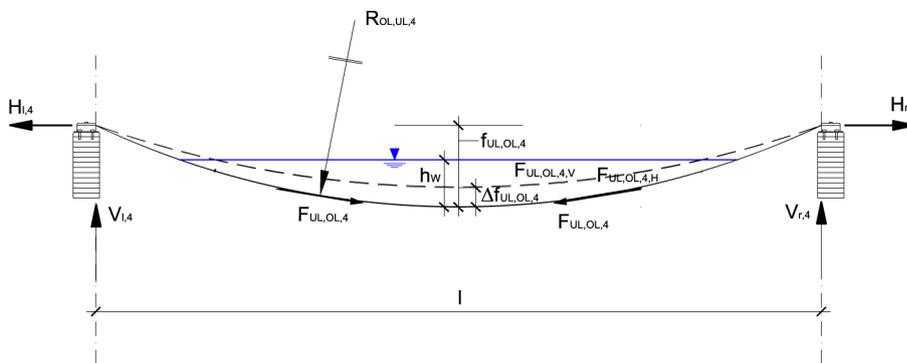


Abb. 7-15 Tragverhalten Lastfall Wassersack, eines 2-lagigen Pneus mit identischen Zuschnittsstichen beider Folienlagen

Die Wasserlast G_w bewirkt eine Vergrößerung des Folienstichs beider Lagen um $\Delta f_{OL,UL,4}$. Die Folienkräfte sind unter der hydrostatischen Belastung nicht konstant. Auf Basis einer einachsigen Lastabtragung (Rechteckpneu) ergeben sich die vertikalen Auflagerkräfte am

Klemmprofil aus der Summe aus vertikalen Anteilen der Folienkräfte. Je Klemmprofilanschluss muss die halbe Wassersacklast G_w abgetragen werden.

$$\Sigma V = 0: V_{l,4} = V_{r,4} = F_{UL,4,V} + F_{OL,4,V} = 0,5 \cdot V_w \cdot \gamma_w = 0,5 \cdot G_w \quad (7.14)$$

Die horizontalen Auflagerreaktionen ergeben sich aus den horizontalen Anteilen der Folienkräfte der oberen und unteren Lage.

$$\Sigma H = \Sigma H_r = H_{l,4} = H_{r,4} = F_{UL,4,H} + F_{OL,4,H} \quad (7.15)$$

7.4 Parameterstudie pneumatischer ETFE-Folienkonstruktionen

Ziel der Parameterstudie ist Quantifizierung des Einflusses geometrischer und materieller Parameter auf das Tragverhalten von ETFE-Folienkissen. Die Studie bezieht sich dabei auf vier Grundrissgeometrien, die in Abb. 7-16 dargestellt sind. Die Berechnung erfolgt mit dem FE-Programm ANSYS. Als FE-Modell dient das in Kapitel 6.3. erläuterte elastisch-plastische Berechnungsmodell unter Verwendung eines Materialmodells mit multilineareren Spannungs-Dehnungs-Linie.

7.4.1 Grundrissgeometrien, Parameter und Vorgaben

In [74] werden realisierte, pneumatische ETFE-Folienprojekte der Jahre 1980 bis 2006 bezüglich Nutzung, regionaler Verbreitung und Grundrissgeometrie statistisch ausgewertet. Dabei zählen Rechteck, Quadrat, Kreis und Raute zu den am häufigsten ausgeführten Grundrissgeometrien pneumatischer Folienkonstruktionen. Diese vier Geometrien (vgl. Abb. 7-16) stellen die Grundformen der parametrisierten FE-Berechnungen dar.

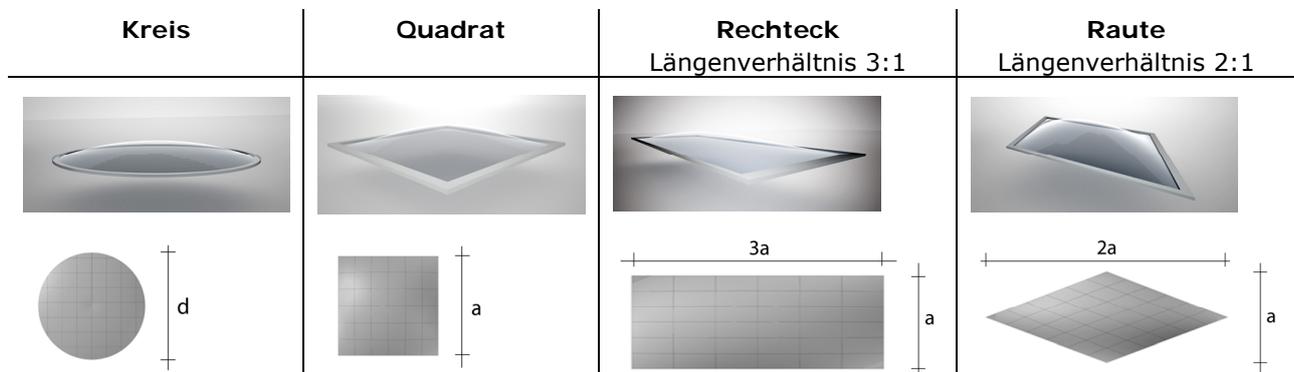


Abb. 7-16 Übersicht der analysierten Grundrissgeometrien der Parameterstudie

Die Einflüsse folgender Parameter werden auf das Tragverhalten untersucht:

Geometrische Parameter:

- Einfluß der Randgeometrie (Grundrissform),
- Einfluß des Zuschnittsstichs
- Einfluß der Spannweite.

Materielle Parameter:

- Einfluß der Foliendicke und
- Einfluß der Foliensteifigkeit.

Zuschnittsgeometrie (Referenzgeometrie)

Das Programm ANSYS weist kein Formfindungs- und Zuschnittsmodul auf. Daher erfolgt die Formfindung der Zuschnitts- bzw. Referenzgeometrie mit dem Zuschnittsstich durch die Verwendung eines formgebenden Lastfalles mit dem Innendruck p_i . Die verformte

Geometrie wird auf den gewünschten Zuschnittsstich skaliert und anschließend spannungslos gesetzt. Sie dient damit als Referenzgeometrie der anschließenden FE-Berechnung.

Die Eigenspannungen infolge des Zuschnitts wie sie von Linhard et. al. in [62] ausgewiesen werden, finden demnach keine Berücksichtigung. Sie stellen jedoch bei der qualitativen Beurteilung des Einflusses der Parameter keine wesentliche Bedeutung dar.

Belastung

Die vier Grundformen der Parameterstudie werden mit dem Lastfall Windsog beansprucht. Die Belastungsgröße wird schrittweise von 0,5 kN/m² auf 2,5 kN/m² erhöht. Belastet wird jeweils die obere Folienlage der Pneus.

Materialmodell

Als Materialgesetz dient die multilineare Spannungs-Dehnungs-Linie entsprechend Abb. 7-17 und mit den Kennwerten von Tab. 7-1 .

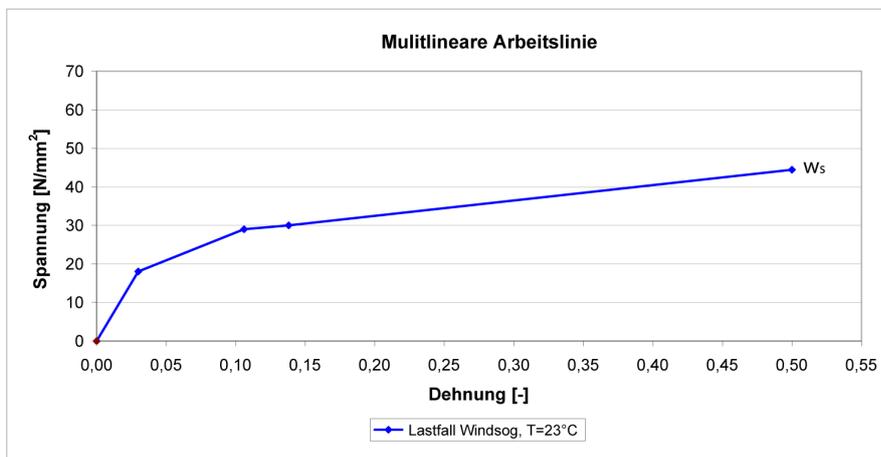


Abb. 7-17 Multilineare Spannungs-Dehnungs-Linien

$E_{s,1}$ [N/mm ²]	$E_{T,2}$ [N/mm ²]	$E_{T,3}$ [N/mm ²]	$E_{T,4}$ [N/mm ²]
602	147	32	40

Tab. 7-1 Sekanten- und Tangentenmodule

Die Querkontraktionszahl und die Foliendicke der Referenzkonfiguration werden bei allen Berechnungen als konstant angesetzt:

- Querkontraktionszahl: $\nu = 0,45$
- Foliendicke $D = 200 \mu\text{m}$ (Referenzgeometrie)

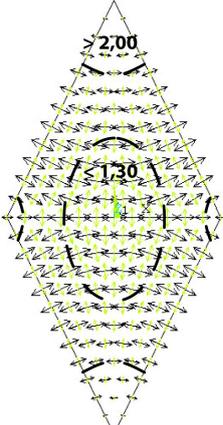
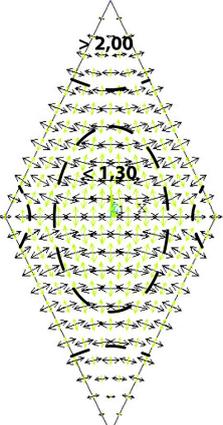
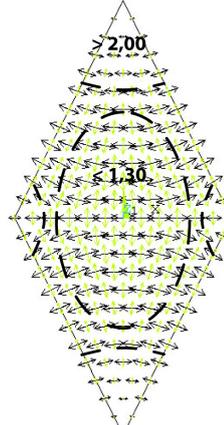
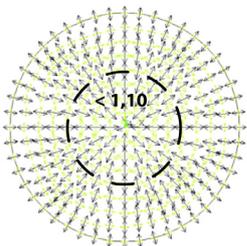
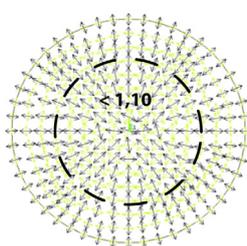
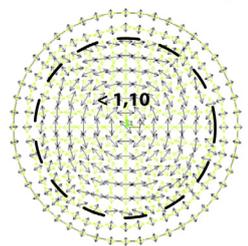
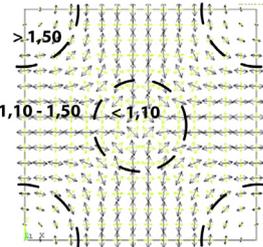
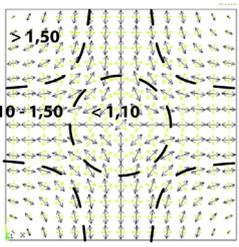
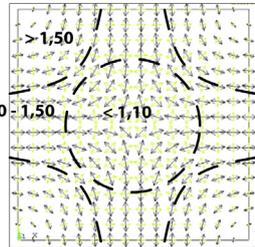
Als Ergebnis werden die vertikalen Scheitelverformungen, die Hauptspannungen sowie die Spannungstrajektorien ausgewiesen.

7.4.2 Parameter Randgeometrie

Entsprechend Kapitel 3.2.3 wird das Werkstoffverhalten der ETFE-Folien auch vom Verhältnis der beiden Hauptspannungen (monoaxiale oder biaxiale Beanspruchungen) bestimmt. Die Darstellung der Spannungstrajektorien ermöglicht die Unterscheidung der Bereiche mit eher monoaxialen oder eher biaxialen Beanspruchungszuständen. In Abb. 7-18 sind die Spannungstrajektorien der vier Grundrissgeometrien mit identischen Spannweiten über die kleinere Achse bei verschiedenen Belastungsgrößen

dargestellt. Die ETFE-Folien weisen keinen Zuschchnittstich auf und sind hier im ebenen Zustand belastet.

Für jeden Belastungszustand ist der Folienstich f als Verhältnis der vertikale Scheitelverformung ($f-z$) zur kürzen Spannweite (l) sowie der Randwinkel α zwischen Folienlage und horizontaler Ebene ausgewiesen. In den Trajektorienbildern sind Bereiche mit Angabe der zugehörigen Hauptspannungsverhältnisse markiert. Schwarze Pfeile stellen die Hauptspannungen σ_1 , grüne Pfeile die Hauptspannungen σ_2 dar.

$q = 0,5 \text{ kN/m}^2$	$q = 1,5 \text{ kN/m}^2$	$q = 2,25 \text{ kN/m}^2$
 <p>$f = f-z/l = 6,5\%$, $\alpha = 7,4^\circ$</p>	 <p>$f = f-z/l = 11,1\%$, $\alpha = 12,5^\circ$</p>	 <p>$f = f-z/l = 14,4\%$, $\alpha = 16,1^\circ$</p>
 <p>$f = f-z/D = 7,5\%$, $\alpha = 8,5^\circ$</p>	 <p>$f = f-z/D = 14,2\%$, $\alpha = 15,9^\circ$</p>	 <p>$f = f-z/D = 25,7\%$, $\alpha = 27,3^\circ$</p>
 <p>$F = f-z/l = 8\%$, $\alpha = 9,4^\circ$</p>	 <p>$f = f-z/l = 16,6\%$, $\alpha = 18,4^\circ$</p>	 <p>$f = f-z/l = 23,9\%$, $\alpha = 25,5^\circ$</p>

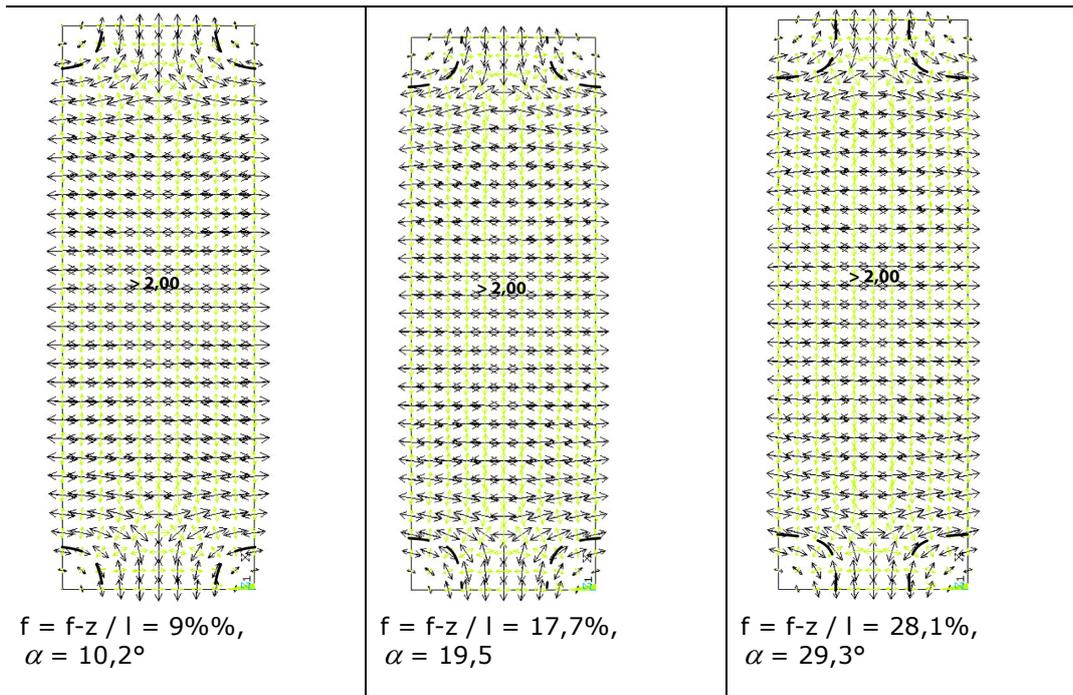


Abb. 7-18 Trajektorien mit Hauptspannungsverhältnis σ_1 / σ_2 ; schwarze Pfeile σ_1 , grüne Pfeile σ_2 , Folienstich f als Verhältnis von vertikaler Scheitelverformung $f-z$ und kürzerer Spannweite l

Die vier Geometrien unterscheiden sich wesentlich in ihrem Lastabtragverhalten, wie im Folgenden erläutert wird.

Rautenpneu

Beim rautenförmigen Pneu wird das Tragverhalten deutlich von den vier Eckbereichen beeinflusst. In Feldmitte stellt sich ein ellipsenförmiger mehrachsiger Beanspruchungsbereich ($\sigma_1 / \sigma_2 \leq 1,3$) ein. Bei Laststeigerung verändert sich das Spannungsverhältnis in diesem Bereich nur geringfügig, der vergrößerte ellipsenförmige Bereich schmiegt sich in die rautenförmige Randgeometrie ein. Es bildet sich in den spitzen Eckbereichen sowie am Auflagerrand ein umlaufender monoaxial beanspruchter Randbereich heraus. Bei Belastungssteigerung vergrößern sich die monoaxialen Bereiche in den spitzen Ecken geringfügig.

Kreis pneu

Beim Kreis pneu vergrößert sich mit Steigerung der Belastung bzw. der Verformung kontinuierlich der überwiegend biaxial beanspruchte Scheitelbereich in Pneumitte. An den Pneurändern bildet sich aufgrund der Lagerungsbedingungen ein monoaxial beanspruchter Randbereich mit Dehnungsbehinderung tangential zum Auflager heraus, der sich mit Steigerung der Belastung stetig verkleinert.

Für alle Belastungsstufen zeigt sich ein gleichmäßiges System der Lastabtragung ohne Ausbildung einer dominierenden Tragrichtung. Bei sehr großen Stichen wechselt im Scheitelbereich die Richtung der Hauptspannung σ_1 von der Meridian- in die Ringrichtung. Im Randbereich verläuft die Hauptspannung σ_1 für alle Belastungsstufen in Meridianrichtung.

Quadrat pneu

Das Tragverhalten des quadratischen Pneus wird bei Belastungssteigerung deutlich von den Eckbereichen beeinflusst. In Pneumitte bildet sich entsprechend dem Kreis pneu ein biaxial beanspruchter Bereich heraus, der von monoaxialen Bereichen eingerahmt ist. Mit Steigerung der Belastung und Vergrößerung der Stiche bzw. der Randwinkel vergrößern sich die monoaxial beanspruchten Eckbereiche kontinuierlich. Es bildet sich ein

gerichtetes Lastabtragsystem heraus. Eine Vergrößerung des biaxial beanspruchten Scheitelpbereichs wird durch den Einfluß der Eckbereiche eingeschränkt. Entsprechend Abb. 7-4 bildet sich infolge der Schubsteifigkeit in den Eckbereichen keine Folienkrümmung heraus. Die maximalen Hauptspannungen im Eckbereich verlaufen diagonal und ziehen die Folie nahezu flach zum Auflager hin. Dieser Effekt tritt beim Quadratpneu neben den Eckbereichen auch nahezu umlaufend im Randbereich an den Auflagern auf. Der Einfluß der Eckbereiche auf das gesamte Tragverhalten ist dabei abhängig vom Verhältnis des Eckbereichs zur Kantenlänge der Grundform.

Rechteckpneu

Beim Rechteckpneu ist schon bei geringen Belastungen ein monoaxiales ($\sigma_1 / \sigma_2 > 2,0$) Lastabtragverhalten erkennbar, das bei Laststeigerung keine merklich Veränderung erfährt. Nur im Apsisbereich an den kürzeren Rändern stellen sich kleinere biaxiale Beanspruchungsbereiche ein. Aufgrund des Spannweitenverhältnisses 3:1 beeinflussen im Gegensatz zum quadratischen Pneu die Eckbereiche das Tragverhalten auch bei größeren Belastungen nur geringfügig. Wenig gekrümmte nahezu flache Folienkonturen treten beim Rechteckpneu daher direkt nur in den Eckbereichen auf.

Die maximalen Hauptspannungen treten bei großen Belastungen beim Quadrat-, Rauten und Rechteckpneu im monoaxial beanspruchten Pneurand auf. Beim Kreis- und Rautepneu bilden sich die maximalen Hauptspannungen im biaxial beanspruchten Scheitelpbereich heraus.

Die Ausbildung der unterschiedlichen Beanspruchungsbereiche infolge der Randgeometrie beeinflussen entscheidend das Verformungsverhalten und damit die Beanspruchungen. Ebenso ist der Einfluß unterschiedlicher Parameter abhängig von der Grundrissgeometrie und damit vom Lastabtragsystem. Eine Parameterstudie ermöglicht die qualitativen Unterschiede im Tragverhalten der einzelnen Geometrien zu quantifizieren.

7.4.3 Parameter Zuschnittsstich

Vertikale Scheitelverformung in Abhängigkeit des Zuschnittsstichs

In Abb. 7-19 ist der Verlauf der vertikalen Scheitelverformung Δf_z infolge der Belastung $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$ in Abhängigkeit des Zuschnittsstichs für jede Grundrissgeometrie dargestellt.

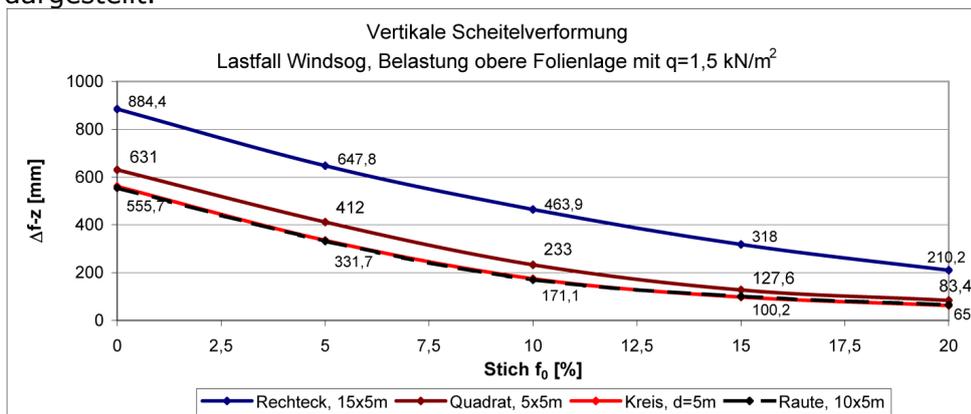


Abb. 7-19 Scheitelverformung in Abhängigkeit des Zuschnittsstichs, nichtlineares Materialgesetz, Lastfall Windsog, Foliendicke $200\mu\text{m}$

Das Rechteckpneu weist die maximalen, das kreis- und rautenförmige Pneu die minimalen Scheitelverformungen bei gleichem Zuschnittsstich auf. Beim Kreis- und rautenförmigen Pneu sind die Verläufe der Scheitelverformungen nahezu deckungsgleich.

Ab Zuschnittsstichen größer 10% zeigen das quadratische, kreis- und rautenförmige Pneu einen asymptotischen Verlauf der Verformungen auf.

Im Vergleich zum Rechteckpneu sind die Verformungen des Kreis- und Rautenpneus

- für $f_0 = 0\%$ um ca. 37%,
- für $f_0 = 10\%$ um ca. 63% und
- für $f_0 = 20\%$ um ca. 69% geringer.

Maximale Hauptspannungen in Abhängigkeit des Zuschnittsstichs

In Abb. 7-20 ist der Verlauf der maximalen Hauptspannung σ_1 für die Belastung $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$ dargestellt.

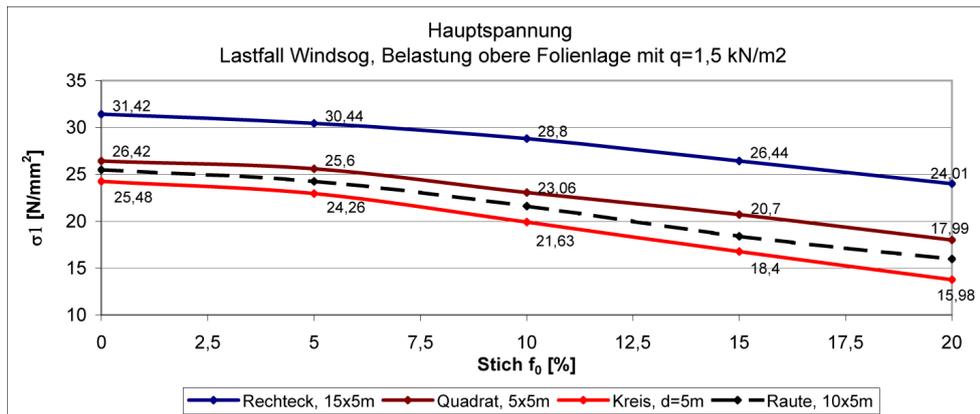


Abb. 7-20 Maximale Hauptspannung in Abhängigkeit des Zuschnittsstichs, nichtlineares Materialgesetz, Lastfall Windsog, Foliendicke 200 μm

Größere Verformungen führen zu geringeren Krümmungsradien und damit zu geringeren Folienspannungen bzw. Folienspannungen. Dieser Zusammenhang zeigt sich beim Vergleich der Scheitelverformungen und der Hauptspannungen. Mit Steigerung des Zuschnittsstichs reduzieren sich bei allen vier Grundformen die Folienspannungen.

Bei gleichem Zuschnittsstich zeigt das Rechteckpneu die maximalen, das Kreis- und Rautenpneu die geringsten Hauptspannungen. Mit Steigerung des Zuschnittsstichs vergrößern sich die Unterschiede zwischen Rechteckpneu und den übrigen Geometrien.

Die Hauptspannung des Kreis- und Rautenpneus sind gegenüber dem Rechteckpneu für

- für $f_0 = 0\%$ um ca. 19%,
- für $f_0 = 10\%$ um ca. 25% und
- für $f_0 = 20\%$ um ca. 33% geringer.

Um den prozentualen Einfluß des Zuschnittsstichs auf die maximalen Hauptspannungen je Grundrissgeometrie zu verdeutlichen, ist in Abb. 7-21 die Reduzierung der maximalen Hauptspannungen infolge des Stiches bezogen auf die Beanspruchung einer Folie ohne Zuschnittsstich ($f_0=0\%$) dargestellt.

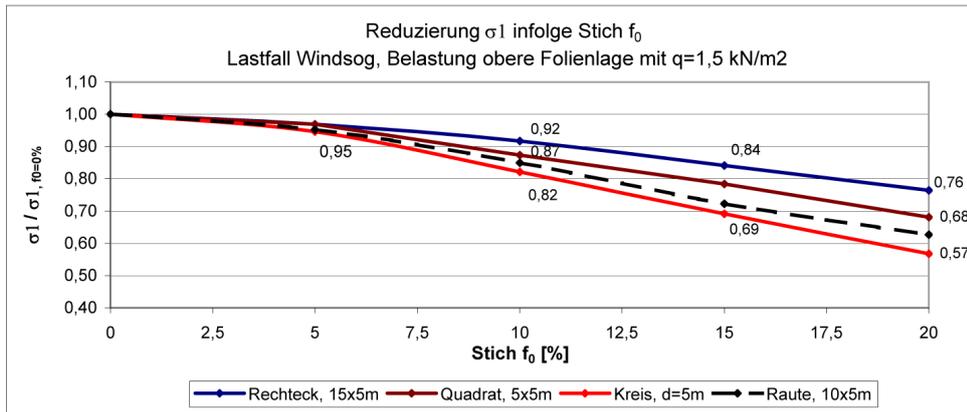


Abb. 7-21 Reduzierung der max. Hauptspannungen gegenüber der Beanspruchung einer ebenen Folie, nichtlineares Materialgesetz, Zuschnittsstich f_0 , Lastfall Windsog, $d=200\mu\text{m}$

Bis zu einem Zuschnittsstich von $f_0=5\%$ ist der Einfluß auf die Verringerung der Hauptspannungen für alle Grundformen vernachlässigbar. Ab $f_0 > 10\%$ zeigen alle vier Geometrien eine deutliche Reduzierung der Hauptspannungen.

Für $f_0=10\%$ betragen die prozentualen Verringerungen gegenüber dem ebenen Zustand für

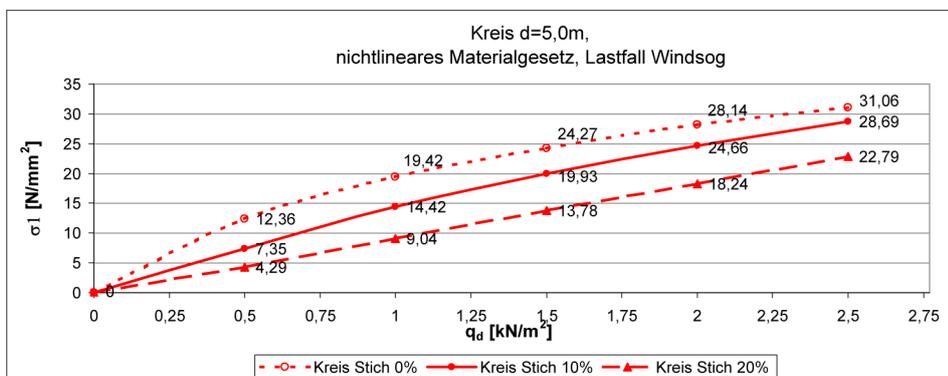
- das Rechteckpneu ca. 8%,
- das quadratische Pneu ca. 13% und
- das Kreispneu ca. 18%.

Abb. 7-19 bis Abb. 7-21 verdeutlichen den ausgeprägteren Einfluß des Zuschnittsstichs bei Geometrien mit verstärkter biaxialer Lastabtragung bzw. Grundrissen mit ausgeprägten Eckbereichen. Begründet ist dies durch die allgemein geringeren Verformungen dieser Systeme. Dadurch wird der prozentuale Einfluß der Vorverformung infolge des Zuschnittsstichs f_0 an der Gesamtverformung größer. Folglich ist die Verringerung der Folienspannungen in Abhängigkeit des Zuschnittsstichs f_0 im Gegensatz zu monoaxialen System wie das Rechteckpneu ohne ausgeprägten Eckeinfluß deutlicher ausgeprägt.

Einfluß des Zuschnittsstich in Abhängigkeit der Belastung

Der Einfluß des Zuschnittsstichs auf die Folienspannungen wird neben der Art der Lastabtragung ebenso von der Belastungsgröße bestimmt.

In Abb. 7-22 ist der Verlauf der maximalen Hauptspannungen über die Belastung q dargestellt. Je Grundrissgeometrie werden drei Zuschnittsstiche ($f/l = 0\%$, 10% und 20%) unterschieden. Die kürzere Spannweite bei allen Geometrien beträgt wiederum $5,0$ m.



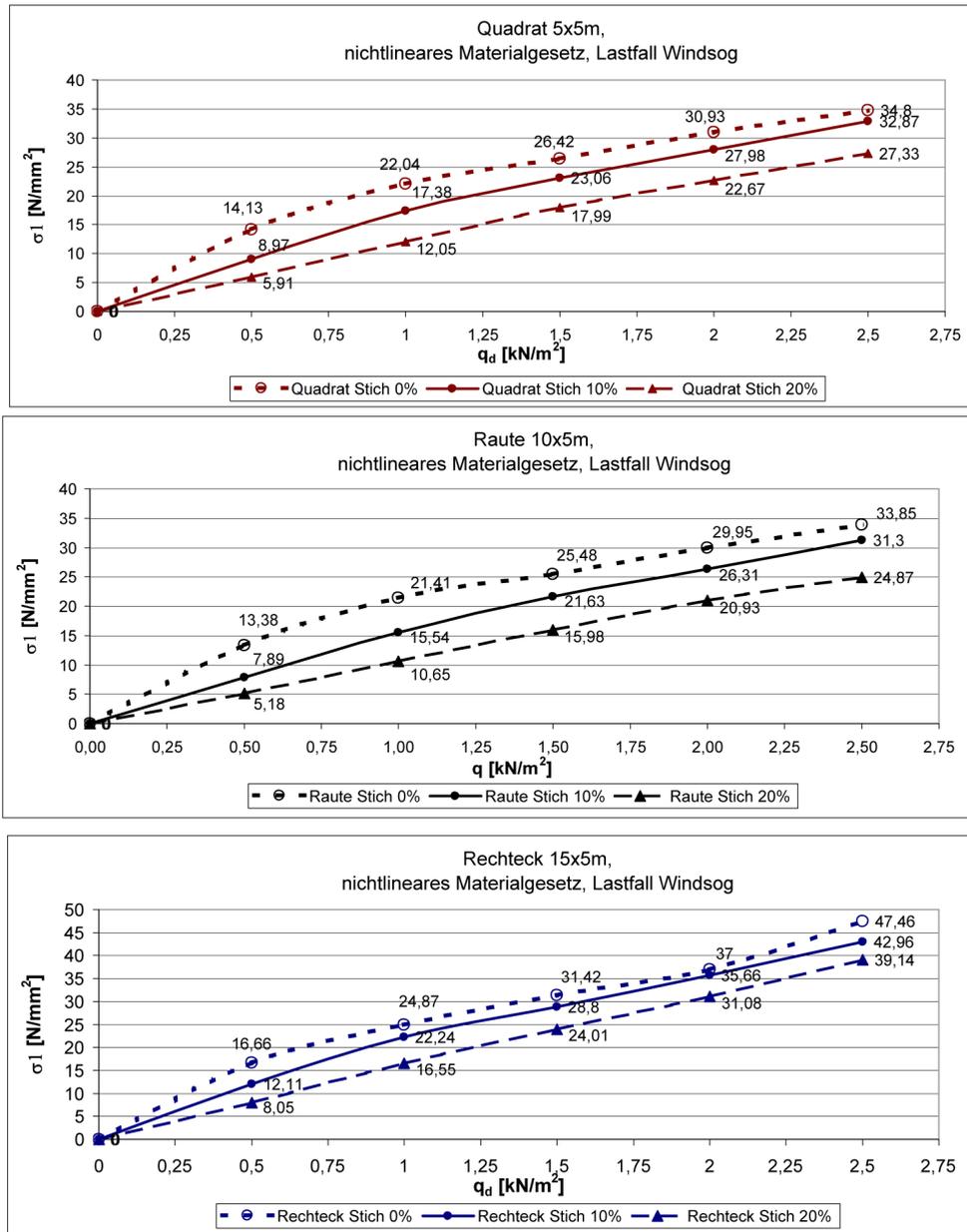


Abb. 7-22 Maximale Hauptspannungen in Abhängigkeit des Zuschnittsstichs über die Belastung q_d , nichtlineares Materialgesetz, Lastfall Windsog, Foliendicke 200 μ m

Die Diagramme in Abb. 7-22 erlauben eine Auswertung in vertikaler und horizontaler Richtung.

Einfluß der Stichvergrößerung

Die Auswertung in vertikaler Richtung ermöglicht den Sticheinfluß in Abhängigkeit der Belastungsgröße zu bewerten.

Bei geringen Belastungen ist der Einfluß des Zuschnittsstichs auf die Reduzierung der Hauptspannungen größer. Die Abstände der Verläufe reduzieren sich kontinuierlich mit Steigerung des Stichs. Der geringer werdende Einfluß des Zuschnittsstichs bei größeren Belastungen ist wiederum auf den geringeren Anteil der Vorverformung infolge des Zuschnitts auf die Gesamtverformung zu begründen. Höhere Belastungen führen zu größeren Scheitelverformungen und folglich zur Verringerung des Anteils der Vorverformungen an der Gesamtverformung.

Eine Verdoppelung des Stichs von 10% auf 20% führt je Grundrissgeometrie zu unterschiedlichen prozentualen Verringerungen der Hauptspannungen. Zur Darstellung dieses Zusammenhangs ist in Abb. 7-23 der Verringerungsfaktor der Hauptspannungen infolge einer 2-fachen Steigerung des Stichs über die Belastung q dargestellt.

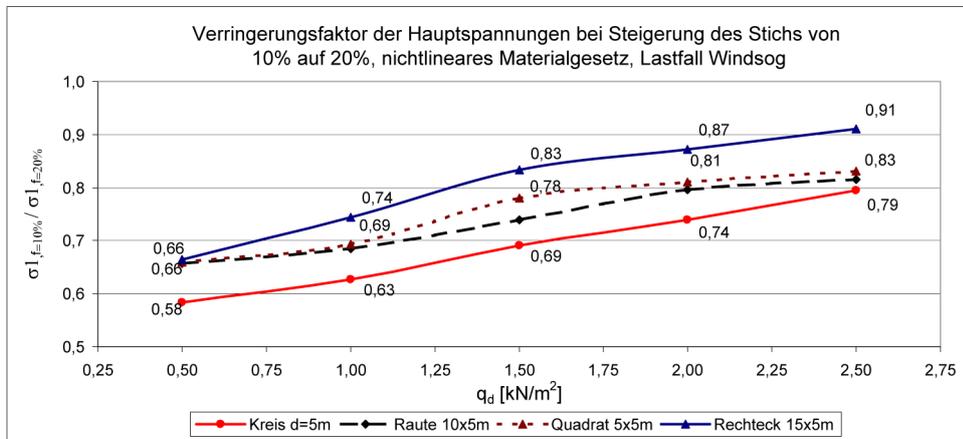


Abb. 7-23 Reduzierung der Hauptspannungen bei 2-facher Steigerung des Zuschnittsstichs (10% auf 20%) in Abhängigkeit der Grundrissgeometrie und der Belastung, nichtlineares Materialgesetz, Lastfall Windsog, Foliendicke 200µm

Es zeigt sich, dass das Pneu über kreisförmigen Grundriss prozentual die größte Verringerung der Hauptspannungen bei 2-facher Stichvergrößerung aufweist. Bei einer Belastung von 1,0 kN/m² bewirkt die Stichverdoppelung eine Reduzierung der Spannungen

- beim Rechteckpneu um ca. 26%,
- beim Quadrat- und Rautenpneu um ca. 31% und
- beim Kreispneu um ca. 37%.

Einfluß der Belastungssteigerung

Die Auswertung der Diagramme aus Abb. 7-22 in horizontaler Richtung ermöglicht die Untersuchung des Spannungsverlaufs infolge einer Steigerung der Belastung.

Abb. 7-24 zeigt den Vergrößerungsfaktor der Hauptspannungen infolge einer zweifachen Steigerung der Belastung von 1,0 kN/m² auf 2,0 kN/m² bei Zuschnittsstichen von 0% bis 20%.

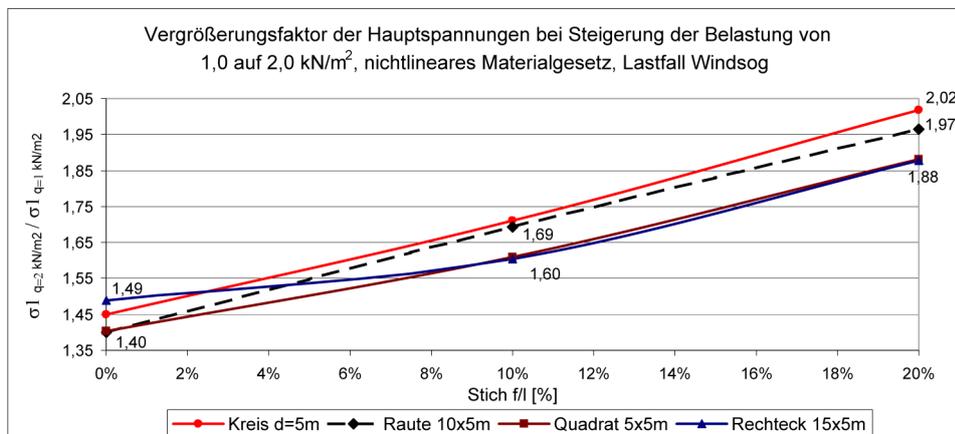


Abb. 7-24 Vergrößerungsfaktor der Hauptspannungen bei zweifacher Belastungssteigerung (1,0 kN/m² auf 2,0 kN/m²) in Abhängigkeit der Grundrissgeometrie und des Zuschnittsstichs, nichtlineares Materialgesetz, Lastfall Windsog, Foliendicke 200µm

Die Verläufe bestätigen die unterproportionale Zunahme der Folienspannungen bei Laststeigerung. Eine zweifache Steigerung der Belastung führt bei Zuschnittsstichen von

$f_0 = 10\%$ zu einer mittleren Vergrößerungen der Spannungen um den Faktor ca. 1,65. Mit Zunahme der Zuschnittsstiche verringert sich dieses unterproportionale Verhalten. Bei einem Stich von $f_0 = 20\%$ bewirkt beim kreis- und rautenförmigen Pneu die doppelte Belastung nahezu eine 2-fache Steigerung der Hauptspannungen. Beim quadratischen und rechteckförmigen Pneu ist eine Unterproportionalität mit dem Steigerungsfaktor von 1,88 feststellbar.

Begründet ist dieser Zusammenhang mit dem geringeren Verformungszuwachs infolge der Laststeigerung von $1,0 \text{ kN/m}^2$ auf $2,0 \text{ kN/m}^2$ beim Kreis – und Rautenpneu. Entsprechend Abb. 7-19 zeigt das Rauten- und Kreis pneu für $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$ einen Verformungszuwachs von nur 65 mm, das Rechteckpneu dagegen von 210 mm und das Quadratpneu von 84 mm. Bei $q=2,0 \text{ kN/m}^2$ ist die Scheitelverformung des Quadratpneus schon um das ca. 1,5-fache größer als beim kreis- und rautenförmigen Pneu. Diese unterschiedlichen Zuwächse spiegeln sich entsprechend in den Vergrößerungsfaktoren je Grundrissgeometrie bei Laststeigerung wieder, da mit größeren vertikalen Scheitelverformungen sich auch die Krümmungskreisradien reduzieren.

7.4.4 Parameter Zuschnittsstich + Spannweite

Abb. 7-25 und Abb. 7-26 stellen die Hauptspannungen σ_1 für eine Windsogbelastung mit $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$ in Abhängigkeit der Spannweite dar. Die Folienpneus der vier Grundrissgeometrien weisen einen Zuschnittsstich von 10% (in Abb. 7-25) und 20% (in Abb. 7-26) auf.

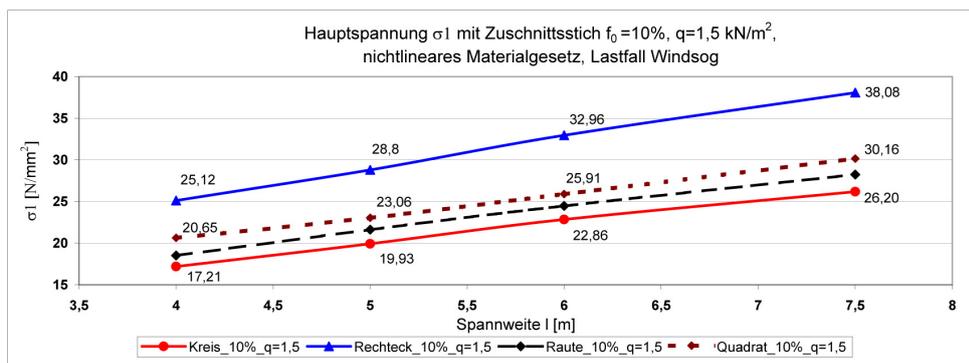


Abb. 7-25 Hauptspannungen σ_1 , Zuschnittsstich $f_0 = 10\%$, $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$, nichtlineares Materialgesetz, Lastfall Windsog

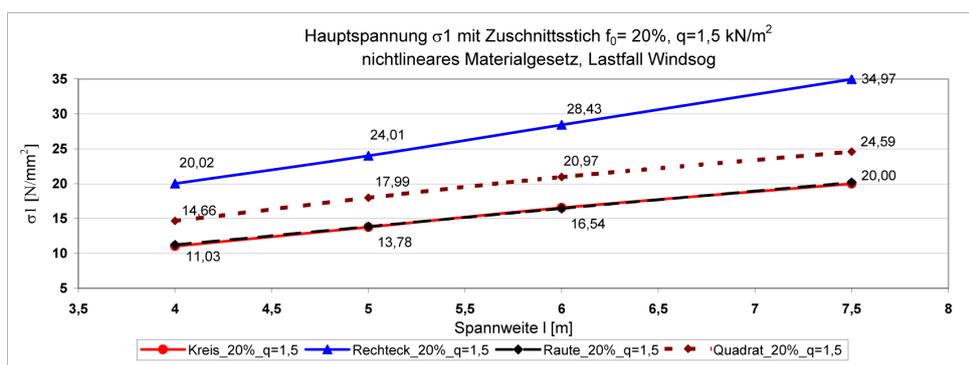


Abb. 7-26 Hauptspannungen σ_1 , Zuschnittsstich $f_0 = 20\%$, $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$, nichtlineares Materialgesetz, Lastfall Windsog

Einfluß Spannweitenvergrößerung

Es zeigt sich ein linearer Verlauf zwischen Spannweitenvergrößerung und Spannungserhöhung. Eine Steigerung der Spannweite um 50% von 4,0 m auf 6,0 m führt bei $f_0 = 10\%$

- beim Rechteckpneu zu ca. 1,3-fach größeren,
- beim Quadratpneu zu ca. 1,25-fach größeren und

- beim Kreis- und Rautenpneu zu ca. 1,33-fach größeren Hauptspannungen.

7.4.5 Parameter Zuschnittsstich + Foliendicke

Für die Belastung $q_1=1,5 \text{ kN/m}^2$ ist in Abb. 7-27 das Verhältnis der Hauptspannungen ($\sigma_{1,d=200} / \sigma_{1,d=250}$) bei Verwendung zweier Foliendicken ($d_1=200\mu\text{m}$ und $d_2=250\mu\text{m}$) dargestellt. Für das kreisförmige Pneu sind die Verhältniswerte angegeben.

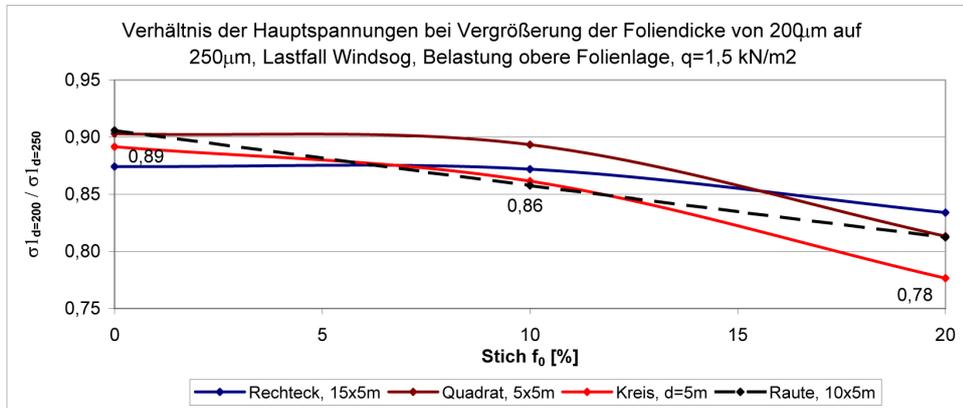


Abb. 7-27 2-lagiges Pneu: Verhältnis der Hauptspannungen $\sigma_{1,200\mu\text{m}} / \sigma_{1,250\mu\text{m}}$ unterschiedlicher Foliendicken ($d_1=200\mu\text{m}$ und $d_2=250\mu\text{m}$) in Abhängigkeit des Zuschnittsstichs, nichtlineares Materialgesetz, Lastfall Windsog, Belastung $q=1,50 \text{ kN/m}^2$

Einfluß vergrößerter Foliendicke

Bei Vergrößerung der Foliendicke um 25% beträgt die Reduzierung der Hauptspannungen bei einem Zuschnittsstich von

- $f_0=0\%$ in etwa 10% für alle Geometrien,
- $f_0=10\%$ ca. 11% beim Quadratpneu und ca. 13% bei den übrigen Geometrien,
- $f_0=20\%$ ca. 22% beim Kreis- und Rautenpneu und ca. 17% bei den übrigen Geometrien.

Ab einem Zuschnittsstich von 10% zeigt das Kreis- und Rautenpneu den größten Einfluß der Foliendicke auf die Hauptspannungen. Dies ist durch das stärker ausgeprägte biaxiale Tragverhalten des kreisförmigen Pneus auch bei größeren Verformungen begründet (s. Abb. 7-19). Bei biaxial beanspruchten Strukturen erfolgt bei Belastungssteigerung oberhalb der Streckgrenze eine ausgeprägtere Reduzierung der Querschnittsdicke. Damit ist der Einfluß der Foliendicke bei diesen Systemen auf das Tragpotential deutlicher.

Beim Flachzuschnitt ($f_0=0\%$) zeigt das Rechteckpneu die größten Verringerungen der Hauptspannungen infolge Dickenvergrößerung, da für $q=1,5 \text{ kN/m}^2$ bereits deutlich höhere Spannungen oberhalb der Streckgrenze auftreten. Im Zuge der nichtlinearen Berechnung zeigt das Rechteckpneu schon bei dieser Laststufe im Gegensatz zu den anderen Geometrien frühzeitiger eine Dickenreduktion.

7.4.6 Parameter Zuschnittsstich + Steifigkeit

Nachfolgend sind die Hauptspannungen in Abhängigkeit des Zuschnittsstichs infolge der Belastung $q=1,5 \text{ kN/m}^2$ für zwei verschiedene Materialmodelle dargestellt.

Die beiden Materialmodelle entsprechend den Lastfällen Windsog und Schnee. Dies bedeutet, dass für Lastfälle mit unterschiedlichen Beanspruchungsgeschwindigkeiten und Temperaturen entsprechend den Ergebnissen der Berstversuche auch verschiedene Materialmodelle verwendet werden müssen. Es gelten die beiden folgenden angenommenen Spannungs-Dehnungs-Linien.

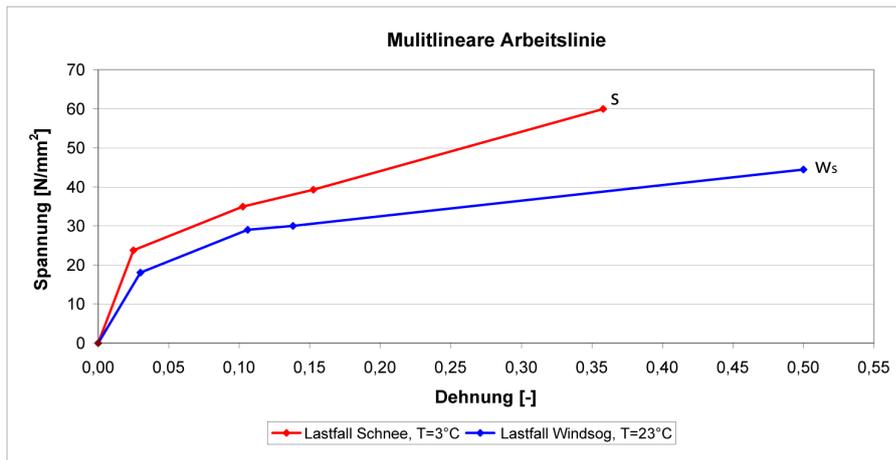


Abb. 7-28 Multilineare Spannungs-Dehnungs-Linien

	$E_{s,1}$ [N/mm ²]	$E_{T,2}$ [N/mm ²]	$E_{T,3}$ [N/mm ²]	$E_{T,4}$ [N/mm ²]
Modell 1	950	145	85	100
Modell 2	602	147	32	40

Tab. 7-2 Sekanten- und Tangentenmodule

Die beiden Materialgesetze unterscheiden sich im Wesentlichen im Sekantenmodul des linear elastischen Bereichs.

Abb. 7-29 stellt das Hauptspannungsverhältnis $\sigma_{1,E1=950} / \sigma_{1,E1=600}$ der beiden Berechnungsmodelle in Abhängigkeit des Zuschnittsstichs dar.

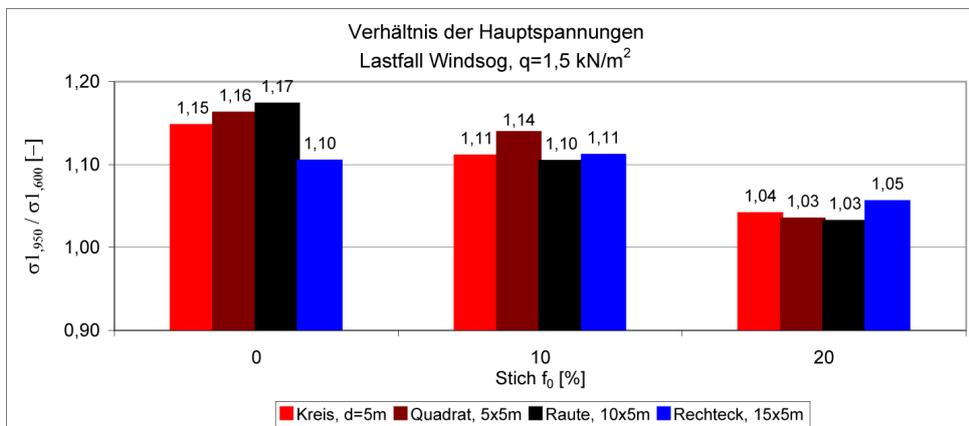


Abb. 7-29 2-lagiges Pneu: Verhältnis der Hauptspannungen für unterschiedliche Materialmodelle entsprechend Tab. 7-2 , nichtlineares Materialgesetz, Lastfall Windsog, Belastung $q=1,5 \text{ kN/m}^2$

Einfluß Vergrößerung der elastischen Steifigkeit

Geringere Verformungen aufgrund erhöhter Materialsteifigkeiten führen zu größeren Spannungen. Dieser Zusammenhang stellt sich am deutlichsten bei Zuschnittsstichen kleiner 10% ein. Ebene Folien ohne Zuschnittstich weisen bei einer 60% Erhöhung der linear elastischen Steifigkeit in etwa 15% höhere Spannungen auf.

Bei größeren Zuschnittsstichen wird der Einfluß vergrößerter Steifigkeiten spürbar geringer, da sich infolge der großen Stiche die Verformungen deutlich reduzieren.

Bei Zuschnittsstichen oberhalb 20% ist die 60% Steigerung der Steifigkeiten bei einer Belastung von $q=1,5 \text{ kN/m}^2$ vernachlässigbar.

7.4.7 Erkenntnisse der Parameterstudie

Bei der Untersuchung des Tragverhaltens pneumatischer ETFE-Folienkonstruktionen beeinflussen sich die Parameter Zuschnittsstich, Steifigkeit, Foliendicke, Grundrissform und Spannweite gegenseitig. Die maßgebende Folienspannungen bzw. Folienspannungen für die Bemessung sind durch die Wahl der Parameter direkt beeinflussbar.

Einen deutlich positiveren Parametereinfluss zeigen dabei Grundrisse mit überwiegend mehrachsigem Tragverhalten oder stärkeren Einflüssen von Eckbereichen. So hat der Zuschnittsstich f_0 bei Geometrien mit verstärkter mehrachsiger Lastabtragung oder bei Randgeometrien mit ausgeprägteren Eckbereichen signifikant höheren Einfluß auf die Verringerung der Folienspannungen als bei Systemen mit überwiegend monoaxialer Lastabtragung. Begründet ist dies durch das verformungsintensivere Verhalten der Systeme mit monoaxialem Tragverhalten.

Effiziente Grundrissgeometrien für pneumatische Systeme stellen somit Grundrisse mit deutlichem biaxialem Tragverhalten sowie ausgeprägten stabilisierenden Eckbereichen dar. Dabei ist das Verhältnis des Eckbereichs zur Kantenlänge entscheidend.

Der unterproportionale Zusammenhang zwischen Belastung, Spannweite und Folienspannung charakterisiert das gutmütige Tragverhalten der pneumatischen Folienkissen.

Abb. 8-1 fasst für eine 50% Steigerung der Spannweiten bzw. der Belastungen die Steigerungsfaktoren der Hauptspannung bei einem gewählten Zuschnittsstich von 10% je Grundrissform nochmals zusammen.

			
1,5-fache Spannweitenvergrößerung (4 m auf 6 m), Zuschnittsstich 10%	1,29	1,33	1,39
1,5-fache Belastungserhöhung (1,0 auf 1,5 kN/m ²), Zuschnittsstich 10%	1,30	1,25	1,33

Abb. 8-1 Steigerungsfaktoren der Hauptspannungen bei 50% vergrößerter Spannweite oder Belastung

Mit der Vergrößerung des Zuschnittsstichs verringert sich das positive unterproportionale Tragverhalten.

Zuschnittsstiche zwischen 10% und 20% haben auf die Reduzierung der Folienspannungen den deutlichsten Einfluß.

Monoaxiale Systeme wie das Rechteckpneu zeigen bei Zuschnittsstichen kleiner 10% nur sehr geringfügige Verringerungen der Folienspannungen. Aufgrund dieses geringen Einflusses ist die Verwendung von Flachzuschnitten bei monoaxialen Systemen mit geringen Stichen prinzipiell denkbar. D.h. die Folienschichten der Pneus werden eben eingebaut und werden aus der Ebene heraus beansprucht. Bei Belastung wird das nichtlineare Materialverhalten der Folie ausgenutzt. Aufgrund der größeren Verformungen bei monoaxialem Tragverhalten kann sich trotzdem der für Pneus charakteristische unterproportionale Zusammenhang zwischen Folienspannung und Belastung ausbilden.

Bei Verwendung von Flachzuschnitten müssen jedoch die größeren plastischen Verformungen toleriert und in der strukturmechanischen Analyse berücksichtigt werden. Da die bauphysikalischen Eigenschaften der ETFE-Folie auch wesentlich von den mechanischen Eigenschaften und den strukturellen Veränderungen abhängig sind, muss die Verwendung von Flachzuschnitten kritisch bewertet werden. Die plastischen Verformungen können bei Verwendung von Flachzuschnitten durch geringere Spannweiten reduziert werden.

8 BEMESSUNG VON ETFE-FOLIENKISSEN

Kapitel 8 befasst sich mit der Bemessung 2-lagiger Folienpneus für die Lastfälle Innendruck, Windsog, Schnee und Wassersack. Unter Berücksichtigung des nichtlinearen viskoelastischen Werkstoffverhaltens der ETFE-Folien sowie den unterschiedlichen Verhältnissen der Lastfälle bezüglich Temperatur und Dehngeschwindigkeit werden grundlegende Aspekte eines Bemessungskonzeptes für ETFE-Folienpneus erörtert. Bemessungsgrenzwerte für die Einwirkungs- und Widerstandsseite werden auf Basis der von Mortiz in [74] vorgeschlagenen Abminderungsfaktoren für ETFE-Folien sowie mit den Ergebnissen der Berstversuche diskutiert.

8.1 Einwirkungen auf pneumatische Folienkonstruktionen

Die maßgebenden Lastfälle für ETFE-Folienpneus ergeben sich aus den Einwirkungen Innendruck, Windsog, Schnee und Wassersack. Das Eigengewicht der ETFE-Folien ist äußerst gering ($\rho = 1,750 \text{ g/cm}^3$) und kann i.d.R. vernachlässigt werden.

Im Gegensatz zu den üblichen Baustoffen im konstruktiven Ingenieurhochbau müssen bei der Bemessung von Kunststoffen aufgrund der Abhängigkeit der Werkstoffeigenschaften von Temperatur und Dehngeschwindigkeit für jeden Lastfall getrennt die zugehörigen Folientemperaturen sowie die Beanspruchungsgeschwindigkeit berücksichtigt werden (vgl. Kapitel 5.6).

In Abhängigkeit des Einsatzbereiches der Folienkonstruktion lassen sich je Einwirkung die ungünstigsten Folientemperaturen, die qualitative Beanspruchungs- bzw. Dehngeschwindigkeiten sowie die jeweils maximal beanspruchte Folienlage angeben. Die Festlegung der Temperaturwerte beschränkt sich im Weiteren auf Standorte in Mitteleuropa.

Innendruck

Bei der Einwirkung des Innendrucks wird unterschieden zwischen dem Nenninnendruck $p_{i,\text{Nenn}}$ und dem Maximaldruck $p_{i,\text{max}}$.

Die Erzeugung des Maximaldrucks erfolgt i.d.R. nur bei stark dynamischen Windbelastungen oder erhöhten Schneelasten wie z.B. durch Schneeverwehungen. Durch die Steuerung des Luftdrucks kann das Auftreten des Maximaldrucks auf bestimmte Temperaturbereiche beschränkt werden. Maximaldrücke bei Temperaturen über 23°C sollten in der Praxis aufgrund der reduzierten Foliensteifigkeiten bei hohen Temperaturen vermieden werden.

ETFE-Folien weisen ein sehr geringes Speichervermögen bezüglich Temperatur auf. Dies bewirkt, dass die Folien sehr schnell die Umgebungstemperaturen, d.h. die Lufttemperatur, annehmen. Geringe Luftbewegungen bewirken jedoch schon eine deutliche Reduktion des strahlungsbedingten Aufheizens der ETFE-Folien. Für den Nenninnendruck $p_{i,\text{nenn}}$ kann eine ungünstigste Folientemperatur von maximal 40°C angesetzt werden. Innere Folienlagen, die keine Kühlung durch Windströmungen erfahren können, müssen durch gezielte Lüftungsmaßnahmen (z.B. Hubpneus) und Luftzirkulationen vor zu starker Aufheizung geschützt werden.

Die Beanspruchung infolge Innendruck ist permanent, ohne dynamische Effekte mit geringen Dehngeschwindigkeiten. Bei einem 2-lagigen Pneu werden beide Folienlagen identisch beansprucht.

Windsog

Die statistische Auswertung meteorologischer Daten der Wetterbedingungen beim Auftreten starker Stürme zeigt, dass vor Eintreten großer Wind- und Böengeschwindigkeiten stets eine ausgeprägte Reduzierung der Temperaturen erfolgt. Dieses Phänomen wurde bei der statistischen Auswertungen von Wind- und Böengeschwindigkeiten im Zuge des Projekts AWD-Arena in Hannover bestätigt [53], [74]. In Tab. 8-1 sind die ermittelten Wind- und Böengeschwindigkeiten in den Jahren 1971 bis 2003 mit den zugehörigen Temperaturbereichen für den Standort Hannover dargestellt. Es zeigt sich, dass die maximal gemessenen Böengeschwindigkeiten bei Temperaturen zwischen 7°C und 11°C auftraten.

Temperaturklasse [°C]	Anzahl der Jahre mit maximaler Windgeschwindigkeit	Maximum der gemessenen Böengeschwindigkeit [m/s]
größer +35	0	10,3
+31 bis +35	1	23,2
+27 bis +31	2	27,3
+23 bis +27	2	29,1
+19 bis +23	0	25,2
+15 bis +19	4	28,6
+11 bis +15	13	39,6
+7 bis +11	11	41,2
+3 bis +7	0	29,3
-1 bis +3	0	22,1
-5 bis -1	0	20,1
-9 bis -5	0	19,0
-13 bis -9	0	16,5
kleiner -13	0	13,4
max. bei +7 bis +11°C	Σ 33	max. 41,2 [m/s]

Tab. 8-1 Maximale Böengeschwindigkeiten mit zugehörige Temperaturen am Beispiel des Standorts Hannover, meteorologische Messdaten Wetterdienst DWD, 1971- 2003, aus [53], [74]

Dieser Zusammenhang muss bei der Festlegung von Windkräften bei Folienpneus berücksichtigt werden. Regional ergeben sich aus Windgutachten und meteorologischen Aufzeichnungen mit statistischer Auswertung unterschiedlich anzusetzende Kennwerte.

Aus Erfahrungswerten ist der Ansatz einer Folientemperatur von $T=23^{\circ}\text{C}$ für den Lastfall Windsog i.d.R. sinnvoll. Windkräfte als Windböen beanspruchen die Folien in sehr kurzen Zeitintervallen mit großen Dehngeschwindigkeiten. Windsoglasten werden bei einem 2-lagigen Pneu von der oberen bzw. äußeren Folienlage abgetragen.

Schnee

Bei Schneelasten müssen zwei ungünstige Folientemperaturen unterschieden werden. Bei einem Folienpneu als Dacheindeckung eines geschlossenen und beheizten Gebäudes kann für die innere Folienlage die Innentemperatur ($T=23^{\circ}\text{C}$) des Gebäudes angesetzt werden. Bei einem offenen und unbeheizten Gebäude wird eine ungünstigste Folientemperatur von $T=3^{\circ}\text{C}$ angesetzt.

Bei Gewährleistung von konstanten Gebäudeinnentemperaturen über 12°C können unter Umständen bei ETFE-Folienkonstruktionen in Abstimmung mit Prüfengeuren und Baubehörden reduzierte Schneelasten verwendet werden.

Schneelasten stellen langzeitige Einwirkungen mit langsamen Dehngeschwindigkeiten dar. Bei einem 2-lagigen Pneu wird die Schneelast von der unteren bzw. inneren Folienlage abgetragen.

Wassersack

Der Lastfall Wassersack tritt nur bei stark reduziertem oder fehlendem Innendruck auf. Gründe hierfür können beschädigte Folienlagen oder Betriebsstörungen in der Luftdrucksteuerung sein. Damit stellt der Lastfall Wassersack nach DIN EN 1990:2002 [25] einen außergewöhnlichen Lastfall dar. Meteorologische Aufzeichnungen dokumentieren die anfallenden Starkniederschlagsmengen in Form von Niederschlagshöhen h_N . Für den Zeitraum bis zur Behebung der Betriebsstörung oder dem Austausch der Folienlage ist für eine angenommene Einzugsfläche des Starkniederschlags das anfallende Wasservolumen V_w ermittelbar. Die Einzugsfläche ist wiederum von der Pneugrundrissgeometrie abhängig. Die anzusetzende Wasserlast G_w ergibt sich aus dem Wasservolumen V_w und der Wasserwichte γ_w .

Für den Lastfall Wassersack wird eine Temperatur von 23°C angenommen. Das Auftreten eines Wassersacks bei 3°C verursacht aufgrund der höheren Steifigkeit der Folie bei niedrigeren Temperaturen geringere Verformungen. Damit reduziert sich bei einer Temperatur von $T=3^\circ\text{C}$ das Wasservolumen sowie die anzusetzende Wasserlast.

Wassersacklasten stellen langzeitige Einwirkungen mit langsamen Dehngeschwindigkeiten dar. Bei einem zweilagigen Pneu mit identischen Zuschnittsstichen der Folienlagen werden beide Lagen gleichmäßig beansprucht.

Entsprechend den zuvor dargestellten Bedingungen je Einwirkung sowie in Anlehnung an [76] fasst Tab. 8-2 die Vorgaben mit den ungünstigsten Folientemperaturen, den Dehngeschwindigkeiten, den Gebäudetypus und den beanspruchten Folienlagen je Einwirkung für ein 2-lagiges Pneu zusammen.

	Innendruck		Windsog w_s	Schnee s		Wassersack w
	$p_{i,nenn}$	$p_{i,max}$				
Gebäudetypus	offen und geschlossen, beheizt und unbeheizt		offen und geschlossen, beheizt und unbeheizt	offen und unbeheizt	geschlossen und beheizt	Offen und geschlossen, beheizt und unbeheizt
Max. Folientemperatur	40°C	23°C	23°C	3°	23°C	23°C
Dehngeschwindigkeit	langsam		schnell	langsam		langsam
Beanspruchte Folienlage	obere und untere Lage		obere Lage, ggf auch gekrümmte Mittellage	unter Lage		alle Folienlagen bei identischen Zuschnittsstichen

Tab. 8-2 Einwirkungen pneumatischer Folienkonstruktionen eines 2-lagigen Pneus

Materialmodelle in Abhängigkeit der Einwirkungen

Die Ergebnisse der Berstversuche sowie der FE-Vergleichsberechnungen finden Anwendung in der Festlegung der Materialmodelle der einzelnen Einwirkungen bzw. Lastfällen.

Die Berstversuche erfolgten bei einer mittleren Temperatur von 23°, einer Luftfeuchtigkeit von 21% sowie drei unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten. Entsprechend Tab. 8-2 müssen für die Einwirkungen Innendruck, Windsog, Schnee und Wassersack unterschiedliche Dehngeschwindigkeiten mit verschiedenen Temperaturen und folglich unterschiedlichen Materialmodellen verwendet werden.

Die Spannungs-Dehnungs-Linien der Materialmodelle in Abhängigkeit der Lastfallbedingungen lassen sich unter Anwendung des für viskoelastische Polymerwerkstoffe charakteristische Zeit-Temperatur-Verschiebungsgesetz (ZTV, time-temperature-shift principle) aus den Berstversuchen näherungsweise ermitteln. Die Anwendung und Herleitung des ZTVs ist in [35], [49] und [74] ausgeführt. Nach Moritz [74] ist für ETFE-Folien eine Verringerung der Dehngeschwindigkeiten um den Faktor 6 gleichbedeutend mit einer Temperaturerhöhung um $\Delta T \approx 10$ Kelvin.

Hinweis: Dieser Ansatz ist als Vorschlag zu interpretieren, da in [74] nur eine beschränkte Versuchsdatenmenge unter Verwendung der Parameter Temperatur, Dehngeschwindigkeit und Beanspruchungsverhältnis ausgewertet werden konnte. Im Zuge dieser Arbeit wird das in [74] ermittelte ZTV-Verhältnis zu näherungsweise Bewertung verschiedener Dehngeschwindigkeitsbereiche verwendet. Anschließende Untersuchungen zur Festlegungen der Kennwerte müssen folgen.

Es ergeben sich näherungsweise unter Verwendung des ZTVs für ETFE-Folien nach [74] die in Abb. 8-2 dargestellten multilinearen Spannungs-Dehnungs-Linien unterschiedlicher Temperaturbereiche und Dehngeschwindigkeiten. Diese können den drei Lastfällen Wind w_s , Wassersack W und Schnee s zugeordnet werden können.

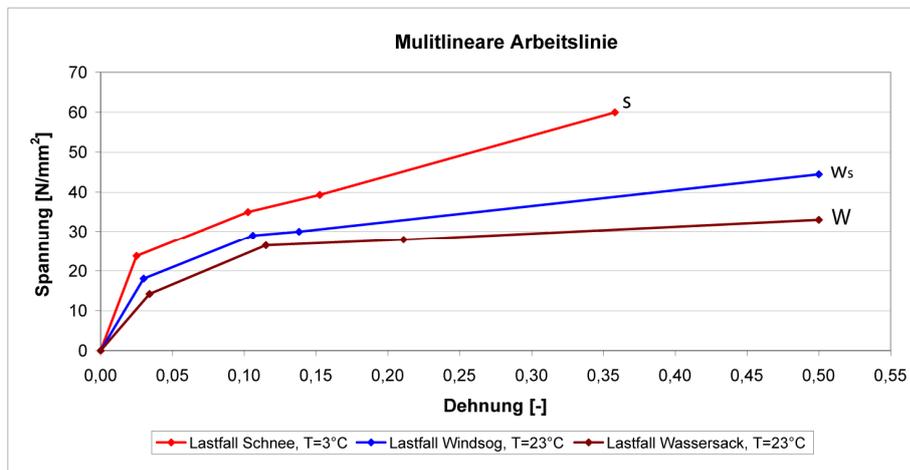


Abb. 8-2 Multilineare Spannungs-Dehnungs-Linien je Einwirkung

In Tab. 8-3 sind die angesetzten Sekanten- und Tangentenmodule der Arbeitslinien explizit aufgelistet.

Dehngeschwindigkeit	zugeordnete Einwirkung	Temp. [°C]	$E_{s,1}$ [N/mm ²]	$E_{T,2}$ [N/mm ²]	$E_{T,3}$ [N/mm ²]	$E_{T,4}$ [N/mm ²]
langsam	Schnee	3°C	950	145	85	100
schnell	Windsog	23°C	602	147	32	40
schnell	Wassersack	23°C	417	152	15	18

Tab. 8-3 Näherungsweise Sekanten- und Tangentenmodule je Dehngeschwindigkeit unter Verwendung des ZTVs für ETFE-Folien nach [74] aus den Versuchsergebnissen.

8.2 Entwurf eines Bemessungskonzeptes für ETFE-Folienpneus

Die Untersuchung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens der ETFE-Folien zeigt die hohe Abhängigkeit der Folien bezüglich Temperatur, Lastgeschichte und Beanspruchungszustand. Bei der Festlegung von Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit müssen diese Einflußfaktoren auf der Widerstandsseite so genau wie möglich berücksichtigt werden.

Für ETFE-Folien besteht zurzeit kein einheitlich geregeltes Bemessungskonzept, in denen werkstoff- und lastfallabhängige Abminderungsbeiwerte festgelegt sind.

Die Bemessung der Folien beruht i.d.R auf Nachweisen bei einer Temperatur von 23°C. Als Grundlage dienen meist monoaxiale Kurzzeitzugversuche. In Abstimmung mit Baubehörden und Prüfsingenieuren werden die Abminderungsfaktoren (A-Faktoren) zur Berücksichtigung der ungünstigen Einflüsse auf das Werkstoffverhalten durch zertifizierte Prüfinstitute jeweils projektbezogen in Form von Zustimmungen im Einzelfall festgelegt. Grundlage der Bestimmung dieser A-Faktoren ist das von Minte [70] im Jahre 1981 entwickelte und eingeführte System der Abminderungsfaktoren für textile Membranwerkstoffe. Die darin definierten Faktoren A_0 bis A_4 berücksichtigen die Einflüsse von biaxialen Spannungszuständen (A_0), Dauerbeanspruchungen (A_1), Umgebungsbedingungen wie UV-Strahlung (A_2), Temperatureinwirkungen (A_3) und Fertigungsungenauigkeiten (A_4).

Diese Ansätze und die Werte der A-Faktoren von Minte resultieren aus umfangreichen Kurz- und Langzeitversuchen an Standard-Membranwerkstoffen aus PVC-beschichtetem Polyestergewebe und PTFE-beschichtetem Glasfasergewebe. Die Faktoren von Minte berücksichtigen dabei nur systematische Einflüsse auf die Bemessungsgrößen der Widerstandsseite. Die Faktoren sind konstant und das Bemessungskonzept bezieht sich auf eine Temperatur von 23°C.

Eine Übertragung der Faktoren auf ETFE-Folien ist nur bedingt möglich. Das nichtlineare viskoelastische Werkstoffverhalten erschwert zum einen die Ermittlung relevanter Messdaten zur Berechnung der Abminderungsfaktoren (wie z.B. biaxiale Streckgrenze und Festigkeit) und zum anderen müssen zusätzlich weitere bemessungsrelevante, ungünstige Einflußfaktoren berücksichtigt werden (z.B. Dehngeschwindigkeit, Beanspruchungszustände und ggf. die Luftfeuchtigkeit).

Für die Untersuchung des Tragverhaltens pneumatischer Folienkonstruktionen aus ETFE werden aufbauend auf den Überlegungen von Moritz [74] Kennwerte für die charakteristischen Bemessungsgrenzwerte des Werkstoffs formuliert. Es ist zu beachten, dass für eine differenziertere Festlegung der Grenzwerte umfangreichere Werkstoffprüfungen mit statistischer Auswertungen erfolgen müssen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden keine statistischen Auswertungen der Messergebnisse durchgeführt. Die Bemessungsgrenzwerte dienen nur als Vorschlag für ein zu erstellendes Bemessungskonzept und müssen im Weiteren statistisch abgesichert werden.

Bemessungswerte

Nach DIN EN 1990:2002 [25] ist bei der Bemessung mit Grenzzuständen zwischen dem Nachweis der

- Gebrauchstauglichkeit (SLS, engl: serviceability limit state) und dem Nachweis der
- Tragfähigkeit (ULS, engl.: ultimate limit state) zu unterscheiden.

Die Nachweisführung unter Verwendung der Bemessungswerte für die Einwirkungen (S_d) und für den Tragwiderstand als Funktion der Baustoffeigenschaften (R_d) erfolgt unter Berücksichtigung der Teilsicherheits- und Abminderungsbeiwerte für die Einwirkungs- und Widerstandsseite.

Allgemein gelten für die Ermittlung der Bemessungswerte des Gebrauchstauglichkeits- und Tragfähigkeitsnachweis die beiden Gleichungen:

$$R_{d,SLS} = \frac{f_{y,k,0,05,mono}}{\gamma_{M,SLS} \cdot \sum A_{i,SLS}} \quad R_{d,ULS} = \frac{f_{u,k,0,05,mono}}{\gamma_{M,ULS} \cdot \sum A_{i,ULS}} \quad (8-1)$$

mit:

$R_{d,SLS (ULS)}$ Designwert des Tragwiderstands für Gebrauchs- oder Tragfähigkeitsnachweis

$\gamma_{M,SLS (ULS)}$ Teilsicherheitsbeiwerte für Grundmaterial und Verbindungen

$f_{y,k,0,05,mono}$ charakteristischer Wert der monoaxialen Streckgrenze auf Basis der 5%-Fraktile für Grundmaterial und Verbindungen

- $f_{u,k,0,05,mono}$ charakteristischer Wert der monoaxialen Zugfestigkeit auf Basis der 5% Fraktile für Grundmaterial und Verbindungen
 $\Sigma A_{i,SLS(ULS)}$ Summe der Abminderungsfaktoren

Beim Nachweis der Gebrauchstauglichkeit wird im Folienbau neben dem zuweilen erforderlichen Verformungsnachweis zur Vermeidung der Kollision mit angrenzenden Bauteilen auch ein Spannungsnachweis bezogen auf die Streckgrenze zur Vermeidung von plastischen Verformungen durchgeführt.

Teilsicherheitsbeiwerte

Die Teilsicherheitsbeiwerte zur Ermittlung der Bemessungswerte der Einwirkungen für die Gebrauchstauglichkeit und Tragfähigkeit sind in DIN EN 1990:2002 [25] geregelt und festgelegt.

Für die Teilsicherheitsbeiwerte der Widerstandsseite schlägt Moritz [74] für den Gebrauchstauglichkeitsnachweis $\gamma_{M,SLS} = 1,0$ und für die Tragfähigkeit $\gamma_{M,ULS} = 1,1$ vor.

Tab. 8-4 fasst die Teilsicherheitsbeiwerte zusammen.

	Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS)	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS)
Einwirkungsseite		
einzelne Lasten	$\gamma_{L,ULS,1} = 1,5$	$\gamma_{L,SLS,1-4} = 1,0$
Überlagerte Lasten	$\gamma_{L,ULS,2} = 1,35$	
Pneuinndruck mit elektronischem Gebläse	$\gamma_{L,ULS,3} = 1,1$	
Außergewöhnliche Lasten	$\gamma_{L,ULS,4} = 1,0$	
Widerstandsseite	$\gamma_{M,ULS} = 1,1$	$\gamma_{M,ULS} = 1,0$

Tab. 8-4 Teilsicherheitsbeiwerte der Einwirkungsseite [25] und der Widerstandsseite [74]

Abminderungsfaktoren

Moritz schlägt in [74] für ETFE-Folien die in Tab. 8-5 aufgelisteten Abminderungsfaktoren auf Basis von Werkstoffversuchen für die Grenzzustände vor. Die Faktoren ermitteln sich aus 5%-Fraktilwerten der Werkstoffkennwerte. Zusätzlich zu den Abminderungsfaktoren von Minte verwendet Moritz den Abminderungsfaktor A_{SN} , der sich aus monoaxialen Zugversuchen an Folienproben mit und ohne Schweißnaht (SN) ergibt.

	Festigkeitsmindernder Einfluß	Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) $f_{u,k,SN,0.05}$	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS) $f_{y,k,0.05}$
A₀	mehrschiger ebener Spannungszustand	1,2	1,4
A₁	kurzzeitige Einwirkung langzeitige Einwirkung, permanente Einwirkung		1,0
			1,3
			1,8
A₂	Umgebungsbedingungen	1,1	1,0
A₃	erhöhte Temperatur (+40°C)		1,2
A₄	Fertigungsungenauigkeiten		1,0
A_{SN}	Schweißnaht (SN)		1,57

Tab. 8-5 Abminderungsfaktoren für ETFE, aus [74].

5%-Fraktilwerte

Die 5%-Fraktilwerte der Zugfestigkeiten aus monoaxialen Zugversuchen für Folien mit und ohne Schweißnaht (SN) ergeben sich in [74] bei $T=23^{\circ}\text{C}$ und $T=3^{\circ}\text{C}$ zu:

monoaxiale Zugfestigkeit des Grundmaterials bei $T=23^{\circ}\text{C}$	$f_{u,k,0.05,+23^{\circ}\text{C}} = 47 \text{ N/mm}^2$
monoaxiale Zugfestigkeit des Grundmaterials bei $T=3^{\circ}\text{C}$	$f_{u,k,0.05,+3^{\circ}\text{C}} = 50 \text{ N/mm}^2$
monoaxiale Zugfestigkeit des Schweißnaht bei $T=23^{\circ}\text{C}$	$f_{u,k,SN,0.05,+23^{\circ}\text{C}} = 30 \text{ N/mm}^2$
monoaxiale Zugfestigkeit der Schweißnaht bei $T=3^{\circ}\text{C}$	$f_{u,k,SN,0.05,+3^{\circ}\text{C}} = 33 \text{ N/mm}^2$

Tab. 8-6 5%-Fraktilwerte der Zugfestigkeit der ETFE-Folie sowie der Schweißnaht, aus [74].

Für die Streckgrenze der ETFE-Folien gilt entsprechend [74] bei $T=23^{\circ}\text{C}$ und $T=3^{\circ}\text{C}$:

monoaxiale Streckgrenze bei $T=23^{\circ}\text{C}$	$f_{y,k,0.05,+23^{\circ}\text{C}} = 21 \text{ N/mm}^2$
monoaxiale Streckgrenze bei $T=3^{\circ}\text{C}$	$f_{y,k,0.05,+3^{\circ}\text{C}} = 25 \text{ N/mm}^2$

Tab. 8-7 5%-Fraktilwerte der Streckgrenze der ETFE-Folien, aus [74].

8.2.1 Diskussion der Abminderungsbeiwerte

Abminderungsfaktor A_0

Der Abminderungsfaktor A_0 berücksichtigt den Zusammenhang zwischen biaxialer Beanspruchung und monoaxialer Materialprüfung. Beide Abminderungswerte A_0 für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit und Tragfähigkeit können mit den Erkenntnissen der Berstversuche diskutiert werden.

Gebrauchstauglichkeit (SLS)

Für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS) errechnet sich der Faktor A_0 aus dem Verhältnis der Streckgrenze des monoaxialen Zugversuchs und der Elastizitätsgrenze des biaxialen Zugversuchs.

Die Verwendung zweier unterschiedlicher Kennwerte ist begründet durch die nicht exakt ermittelbare biaxiale Streckgrenze im Biaxialversuch. Mit Verwendung der monoaxialen Streckgrenze entsprechend Tab. 8-7 und eines 5% Fraktilwerts der biaxialen Elastizitätsgrenze ergibt sich nach Moritz [74] der Faktor A_0 bei $T=23^{\circ}\text{C}$ zu:

$$A_{0,f,y,k,SLS} = \frac{f_{y,k,mono,0.05}}{f_{el,k,biaxial,0.05}} = \frac{21}{15} = 1,4 \quad (8-2)$$

Die Kraft-Dehnungs-Linie der Berstversuche zeigt ab ca. 10% Dehnung einen 2. markanten Knick, der als Beginn eines nichtlinearen viskoelastischen Verhaltens definierbar ist. Bei ca. 20% Dehnung wird anschließend die maximale Folienkraft erreicht. Danach erfolgt verstärkt ein plastisches Verhalten.

Die Ermittlung der Streckgrenze aus den Spannungs-Dehnungs-Verläufen der Berstversuche kann nach DIN EN ISO 527-1 [32] über den Anstieg der Spannungs-Dehnungs-Linie erfolgen. Die Streckgrenze ist darin mit dem Auftreten einer horizontalen Tangente an die Kennlinie definiert. Die Ermittlung erfolgt über ein Tangentenverfahren an die Kennlinie. Angewendet auf die Berstversuche stellt sich bei ca. 10% bis 12% Dehnung ein horizontaler Verlauf der Kennlinie ein.

Es ergeben sich nach Tab.5-2 aus den Berstversuchen für die Folienkräfte beim Abflachen der Kennlinie (2. Knick) folgende Mittelwerte der Folienkräfte bzw. Folienspannung:

- Streckgrenze: $f_{y,k,berst} = 5,55 \text{ N/mm} = 27,75 \text{ N/mm}^2$ (Mittelwert)

Für die Elastizitätsgrenze (1. Knick, bei ca. 3% Dehnung) ergibt sich ein Mittelwert von:

- Elastizitätsgrenze: $f_{el,k,berst} = 3,2 \text{ N/mm} = 16 \text{ N/mm}^2$ (Mittelwert)

Wie zuvor erwähnt, beinhalten die ermittelten Kennwerte keine statistische Auswertung. Die Spannungswerte errechnen sich ohne Berücksichtigung der Dickenreduktion.

Um aus den Werkstoffkennwerten der Berstversuche 5%-Fraktilwerte für die Ermittlung des Abminderungsfaktors A_0 zu bestimmen, wird der von Moritz in [74] aus monoaxialen Zugversuchen ermittelte Variationskoeffizient der Spannungen bei 10% Dehnung für ETFE-Folien verwendet.

Moritz ermittelt in [74] für monoaxiale Zugversuche an ETFE-Folien ein Variationskoeffizient der Spannungen bei 10% Dehnung mit $v_{\sigma_{\varepsilon=10\%}} = 4,10$.

Mit Verwendung dieses Variationskoeffizienten ergäbe sich als 5%-Fraktilwert der Streckgrenze des Berstversuchs:

- Streckgrenze: $f_{y,k,berst,0,05} = 26,6 \text{ N/mm}^2$

Die Streckgrenze im monoaxialen Zugversuch tritt bei einer Dehnung von ca. 19% auf (vgl. Tab.3-2), im Berstversuch unter biaxialen Spannungszuständen schon ab ca. 10%. Die Ausbildung der Streckgrenze mit höheren Spannungswerten und geringeren Dehnungen unter mehrachsiger Beanspruchung bestätigt den Einfluß der Mehrachsigkeit, erläutert in Kapitel 3.2.3.

Damit würde sich für den Gebrauchstauglichkeitsnachweiß ein Abminderungsfaktor A_0 kleiner 1,0 ergeben. Für die Bemessung wird auf der sicheren Seite angenommen:

$$A_{0,f,y,k,SLS} = \frac{f_{y,k,mono,0,05}}{f_{y,k,biaxial,0,05}} \approx 1,0 \quad (8-3)$$

Tragfähigkeit (ULS)

Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) wird in [74] der Abminderungsfaktor A_0 aus der monoaxialen und biaxialen Zugfestigkeit der Schweißnaht ermittelt. Eine biaxiale Zugfestigkeit des Grundmaterials konnte bisher durch ebene biaxiale Versuche nicht ermittelt werden. Es folgt für den Abminderungsfaktor $A_{0,ULS}$ aus Tab. 8-5 der Zusammenhang:

$$A_{0,f,u,k,ULS,SN} = \frac{f_{u,k,mono,SN,0,05}}{f_{u,k,biaxial,SN,0,05}} = \frac{30}{25} = 1,2 \quad (8-4)$$

Aus den Berstversuchen ergibt sich eine mittlere maximale Folienkraft von:

- mittlere maximale Folienkraft: $5,8 \text{ N/mm}$ (29 N/mm^2)

Die ETFE-Folien mit Schweißnähten zeigen beim Berstversuch nur geringfügig größere Folienkräfte.

Üblicherweise werden bei der Auswertung der Spannungs-Dehnungs-Linien von Polymer-Werkstoffen die Bereiche mit großen nichtlinear viskoelastischen und plastischen Verformungen nicht berücksichtigt, da eine mechanische und mathematische Beschreibung der komplexen strukturellen Vorgänge nicht möglich ist [35]. Angewendet auf den Verlauf der Kraft-Dehnungs-Linie der Berstversuche bedeutet dies, dass nach Erreichen der maximalen Folienkraft der abfallende Verlauf keine Berücksichtigung mehr findet. Damit wäre die maximal gemessene Folienkraft

gleichzeitig die Zugfestigkeit und die Bruchfestigkeit des Werkstoffs unter mehrachsiger Beanspruchung.

Nach [74] ergibt sich bei Auswertung monoaxialer Zugversuche ein Variationskoeffizient der Bruchspannung von $v_{\sigma_B} = 8,49$. Unter Verwendung dieses Variationskoeffizienten gilt für die mittlere maximale Spannung der Berstversuche:

- Bruchspannung: $f_{u,k,berst,0,05} = 26,6 \text{ N/mm}^2$

Für den Abminderungsfaktor der A_0 für den Nachweis der Tragfähigkeit ergibt sich dann:

$$A_{0,u,k,ULS} = \frac{f_{u,k,mono,SN,0,05}}{f_{u,k,berst,0,05}} = \frac{30}{26,5} \approx 1,15 \quad (8-5)$$

Der vorgeschlagene Wert von Moritz in [74] wird durch die Berstversuche in etwa bestätigt. Der Abminderungsfaktor A_0 für den Nachweis der Tragfähigkeit würde sich unter Berücksichtigung der Ergebnisse der Berstversuche nur geringfügig von 1,2 auf 1,15 reduzieren. Diese geringfügige Unterscheidung ist u.a. begründet durch die Verwendung des Variationskoeffizienten der Bruchspannung für die Berstversuche aus monoaxialen Zugversuchen.

Abminderungsfaktoren A_1 bis A_4

Die Abminderungsfaktoren A_1 bis A_4 werden detailliert in [74] ermittelt und hergeleitet. Für die Berechnung der Bemessungswerte der Widerstandsseite zur Untersuchung des Tragverhaltens der Folienpneus werden diese Werte von Moritz aus [74] übernommen.

Damit können mit den modifizierten Abminderungsfaktoren A_0 und den Faktoren A_1 bis A_4 und den Bemessungsgleichungen aus [74] für die einzelnen Einwirkungen die nachfolgenden Bemessungswerte der Widerstandsseite vorgeschlagen werden. Zur Ermittlung der Bemessungswerte je Einwirkung werden die ungünstigsten Folientemperaturen zu Grunde gelegt, die in Kapitel 8.1 hergeleitet und in Tab. 8-2 zusammengefasst sind. Die vorgeschlagenen Bemessungswerte in Tab. 8-8 und Tab. 8-9 dienen nur als Richtwerte. Ihre Größenordnung muß durch weiterführende Versuche mit statistischer Auswertung abgesichert werden.

Vorgeschlagene Bemessungswerte der Tragfähigkeit

Einwirkung, Folientemp.	Bemessungswerte
Nenninnendruck $p_{i,nenn}$ bei 40°C	$R_{d,ULS,p_i,nenn} = \frac{f_{u,k,0,05,+23^\circ C}}{\gamma_{M,ULS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_{SN})} = \frac{47}{1,1 \cdot (1,15 \cdot 1,8 \cdot 1,1 \cdot 1,2 \cdot 1,0 \cdot 1,57)} = 10,0 \text{ N/mm}^2$
Windsog w_s bei 23°C	$R_{d,ULS,w_s} = \frac{f_{u,k,0,05,+23^\circ C}}{\gamma_{M,ULS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_{SN})} = \frac{47}{1,1 \cdot (1,15 \cdot 1,0 \cdot 1,1 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,57)} = 21,5 \text{ N/mm}^2$
Schnee s bei +3°C	$R_{d,ULS,s} = \frac{f_{u,k,0,05,+3^\circ C}}{\gamma_{M,ULS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_{SN})} = \frac{50}{1,1 \cdot (1,15 \cdot 1,3 \cdot 1,1 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,57)} = 17,8 \text{ N/mm}^2$
Schnee s bei +23°C	$R_{d,ULS,s} = \frac{f_{u,k,0,05,+23^\circ C}}{\gamma_{M,ULS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_{SN})} = \frac{47}{1,1 \cdot (1,15 \cdot 1,3 \cdot 1,1 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,57)} = 16,5 \text{ N/mm}^2$
Wassersack W bei +3°C	$R_{d,ULS,W} = \frac{f_{u,k,0,05,+3^\circ C}}{\gamma_{M,ULS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_{SN})} = \frac{50}{1,1 \cdot (1,0 \cdot 1,3 \cdot 1,1 \cdot 1,0 \cdot 1,57)} = 17,6 \text{ N/mm}^2$
Wassersack W bei +23°C	$R_{d,ULS,W} = \frac{f_{u,k,0,05,+23^\circ C}}{\gamma_{M,ULS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_{SN})} = \frac{47}{1,1 \cdot (1,15 \cdot 1,3 \cdot 1,1 \cdot 1,0 \cdot 1,57)} = 16,5 \text{ N/mm}^2$

Tab. 8-8 Bemessungswerte der Tragfähigkeit

Vorgeschlagene Bemessungswerte der Gebrauchstauglichkeit

Einwirkung, Folientemp.	Bemessungswert
Nenninnendruck $p_{i,nenn}$ bei 40°C	$R_{d,SLS,pi,nenn} = \frac{f_{y,k,0.05,+23^{\circ}C}}{\gamma_{M,SLS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4)} = \frac{21}{1,0 \cdot (1,2 \cdot 1,8 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0)} = 9,7 \text{ N/mm}^2$
Windsog w_s bei 23°C	$R_{d,SLS,ws} = \frac{f_{y,k,0.05,+23^{\circ}C}}{\gamma_{M,SLS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4)} = \frac{21}{1,0 \cdot (1,2 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0)} = 17,5 \text{ N/mm}^2$
Schnee s bei +3°C	$R_{d,ULS,s} = \frac{f_{y,k,0.05,+3^{\circ}C}}{\gamma_{M,SLS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3)} = \frac{25}{1,0 \cdot (1,2 \cdot 1,3 \cdot 1,0 \cdot 1,0)} = 16,0 \text{ N/mm}^2$
Schnee s bei +23°C	$R_{d,ULS,s} = \frac{f_{u,k,0.05,+23^{\circ}C}}{\gamma_{M,SLS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3)} = \frac{21}{1,0 \cdot (1,2 \cdot 1,3 \cdot 1,0 \cdot 1,0)} = 13,5 \text{ N/mm}^2$
Wassersack W bei +3°C	$R_{d,ULS,W} = \frac{f_{u,k,0.05,+3^{\circ}C}}{\gamma_{M,SLS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3)} = \frac{25}{1,0 \cdot (1,2 \cdot 1,3 \cdot 1,0 \cdot 1,0)} = 16,0 \text{ N/mm}^2$
Wassersack W bei +23°C	$R_{d,ULS,W} = \frac{f_{u,k,0.05,+23^{\circ}C}}{\gamma_{M,SLS} \cdot (A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3)} = \frac{21}{1,0 \cdot (1,2 \cdot 1,3 \cdot 1,1 \cdot 1,0)} = 12,2 \text{ N/mm}^2$

Tab. 8-9 Bemessungswerte der Gebrauchstauglichkeit

Anwendbarkeit des Bemessungskonzeptes auf mechanisch vorgespannte Systeme

Eine Anwendung des Konzeptes auf 1-lagige mechanisch vorgespannten ETFE-Folienkonstruktionen ist nur bedingt möglich.

Bei mechanisch vorgespannten Systemen wird der Vorspannungszustand im Wesentlichen vom Kriechverhalten der Folie bestimmt. Kriechversuche in [96] zeigen, dass ETFE-Folien schon bei geringen Spannungsgrößen ein Kriechverhalten aufweisen.

Eine Reduzierung der Vorspannung als Folge von Kriechvorgängen kann u.a. zu einer deutlichen Beeinträchtigung der Wasserabführung führen. Damit stellt der Lastfall Wassersack im Gegensatz zu den pneumatischen Systemen keinen außergewöhnlichen Lastfall infolge einer Betriebsstörung mehr dar.

Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit erfolgt bei pneumatischen Systemen als Spannungsnachweis bezogen auf die Streckgrenze und ggf. als Verformungsnachweis. Bei den mechanisch vorgespannten Systemen können plastische Verformungen nicht nur zur Beeinträchtigung der Gebrauchstauglichkeit sondern infolge des Abbaus der Vorspannung auch zur Beeinträchtigung der Tragfähigkeit führen.

8.3 Bemessung eines 2-lagigen Pneus für den Lastfall Windsog
Vorbemerkung

Die Berechnung des Lastfalls Windsog erfolgt an den beiden mittleren Musterkissen von Abb. 8-3. Die berechneten Last-Spannweiten-Diagramme je Grundrissgeometrie und Zuschnittsstich dienen nicht als Bemessungsdiagramme für pneumatische Folienkonstruktionen. Beispielsweise wird die Qualität von Teilflächenverbindungen (Randverbindungen, Schweißnähte), die wesentlich die Tragfähigkeit pneumatischer Folienkonstruktionen beeinflusst, bei der Berechnung nicht differenziert berücksichtigt. Der den Bemessungswerten zugrunde liegende Schweißnahtfaktor A_{SN} bezieht sich auf ein Wärmeimpulsschweißverfahren. Andere Verfahren wie beispielsweise das Laserschweißverfahren könnten die Schweißnahtfestigkeit erhöhen und damit die Tragfähigkeit des Gesamtsystems vergrößern. Auch wird das Kriech- und Relaxationsverhalten der ETFE-Folien im Materialmodell nicht berücksichtigt.

Die ermittelten Spannweitenbereiche je Grundrissform dienen daher als Richtwert für pneumatische Folienkonstruktionen unter Annahme der festgelegten Bemessungswerte und der verwendeten Materialmodelle.

Die Ergebnisse der elastisch-plastischen Berechnung mit nichtlinearen lastfallabhängigen Spannungs-Dehnungs-Linien ermöglichen, die Spannweitenbereiche je Grundrissgeometrie qualitativ zu vergleichen. Damit können die Grundrissgeometrien anschaulich in ihrem Tragpotential bewertet werden.

Verstärkende Maßnahmen, wie zum Beispiel zusätzlich ausgeführte Stahlseile oder Gurte aus Seillitzen [85] zur Stabilisierung der Folienlagen oder übereinander liegende Folienlagen oder auch gekrümmte Mittellagen von 2-Kammerpneus, werden nicht berücksichtigt. Diese ermöglichen eine weitere Vergrößerung der Spannweiten.

Pneugeometrie

Die Bemessung erfolgt für die beiden mittleren Folienpneus (nicht getrennte Folienlagen). Pneu 1 dient als Dachabschluss eines beheizten Atriums eines 25 m hohen Gebäudes mit umlaufendem Festdach. Das Festdach besitzt eine Tiefe größer als 1/10 der kürzeren Seitenbreite des Gebäudes. Das Folienpneu 2 stellt ein Hubpneu dieser Atriumüberdachung im geöffneten Zustand dar.

Als Grundrissgeometrien werden die vier untersuchten Formen Kreis, Quadrat, Rechteck und Raute verwendet. Abb. 8-3 stellt die beiden untersuchten mittleren Folienkissen als Ansicht dar.

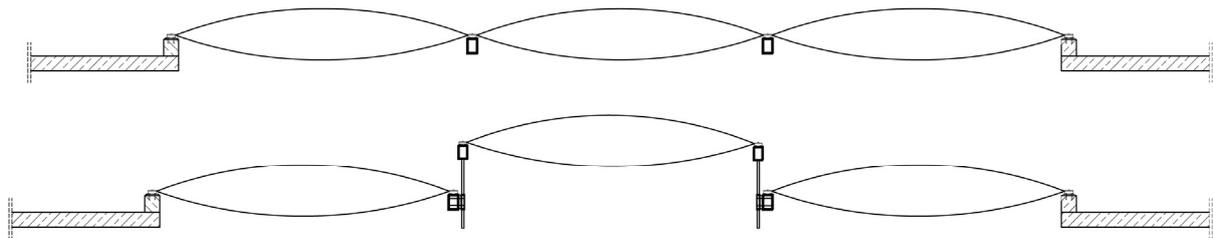


Abb. 8-3 2-lagige Pneus: geschlossener Zustand (oben), geöffneter Zustand (Hubpneu, unten)

Einwirkungen

Für die Einwirkungen Innendruck und Windsog werden die nachfolgenden charakteristischen Werte angenommen.

Innendruck	Nenninnendruck	$p_{i,nenn,k} = 300 \text{ Pa}$
Windsog	geschlossener Zustand geöffneter Zustand	$w_{s,k} = 0,63 \text{ kN/m}^2$ $w_{s,k} = 1,35 \text{ kN/m}^2$

Tab. 8-10 Charakteristische Werte der Einwirkungen Innendruck und Windsog

Lastfälle

Unter Verwendung der Teilsicherheitsbeiwerte ergeben sich die folgenden Lastfälle:

Lastfall 1	Innendruck + Windsog (geschlossener Zustand)	$q_{d,LF1} = 1,0 p_{i,nenn,k} + 1,0 w_{s,k} = 0,93 \text{ kN/m}^2$
Lastfall 2	Innendruck + Windsog (geöffneter Zustand)	$q_{d,LF2} = 1,0 p_{i,nenn,k} + 1,0 w_{s,k} = 1,65 \text{ kN/m}^2$
Lastfall 3	Innendruck + Windsog (geschlossener Zustand)	$q_{d,LF3} = 1,10 p_{i,nenn,k} + 1,5 w_{s,k} = 1,28 \text{ kN/m}^2$
Lastfall 4	Innendruck + Windsog (geöffneter Zustand)	$q_{d,LF4} = 1,10 p_{i,nenn,k} + 1,5 w_{s,k} = 2,36 \text{ kN/m}^2$

Tab. 8-11 Lastfälle mit Bemessungswerten der Einwirkungen

Auf der sicheren Seite liegend wurde eine Reduzierung des Innendrucks infolge der Windsogbeanspruchung nach dem Gesetz von Boyle-Mariotte nicht angesetzt (vgl. Kapitel 7.3.3).

Materialmodell

Der elastisch-plastischen FE-Berechnung mit multilinearem Materialgesetz liegen die Werkstoffkennwerte des Lastfalls Windsog aus Tab. 8-3 zugrunde. Als Querkontraktionszahl wird für die ETFE-Folie $\nu = 0,45$ angesetzt.

Last-Spannweiten-Diagramm für den Lastfall Windsog

Für die vier unterschiedlichen Grundrissgeometrien (Kreis, Quadrat, Raute, Rechteck) und Zuschnittsstiche $\frac{f}{l}$ (0%, 10%, 20%) sind in Abb. 8-4 bis Abb. 8-11 für den Lastfall Innendruck + Windsog die theoretisch maximal erreichbaren Spannweiten je Foliendicke ($D_1=200\mu\text{m}$, $D_2=250\mu\text{m}$) dargestellt. Als Bemessungswert der Tragfähigkeit wurde für den Lastfall Windsog $R_{d,ULS,ws} = 21,5 \text{ N/mm}^2$ (vgl. Tab. 8-8) zu grunde gelegt.

Das Materialmodell entspricht den Angaben aus Abb. 8-2 und Tab. 8-3 . Einflüsse von Randverbindungen sowie das Kriech- oder Relaxationsverhalten der Folien finden in den Last-Spannweiten-Diagrammen keine Berücksichtigung.

Kreisförmiges 2-lagiges ETFE-Folienkissen: Lastfall Innendruck + Windsog

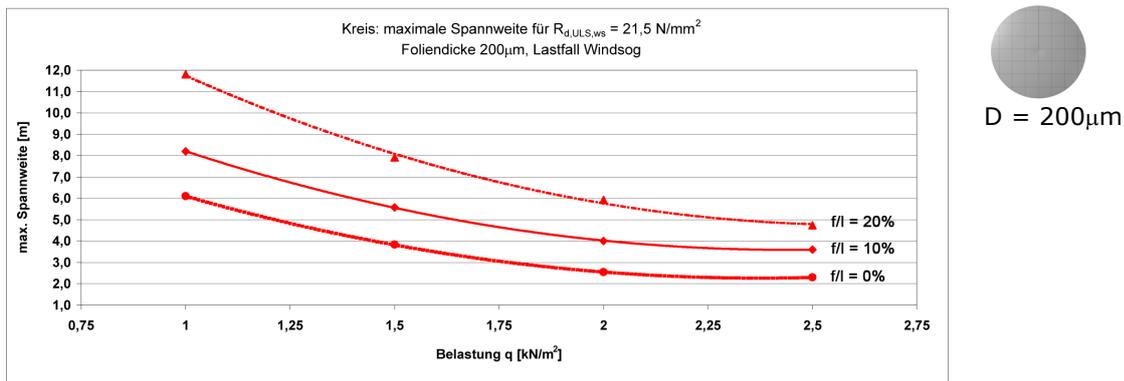


Abb. 8-4 Kreisförmiges 2-lagiges Pneu: Last-Spannweiten-Diagramm, Foliendicke $200\mu\text{m}$

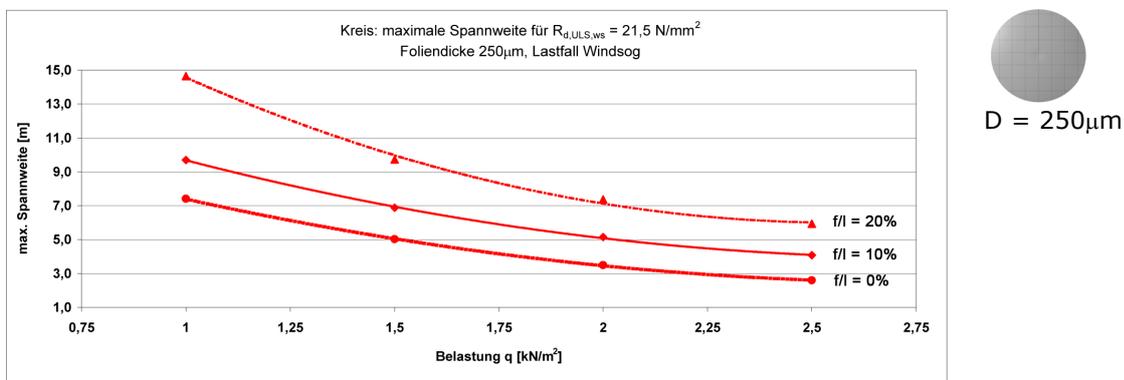
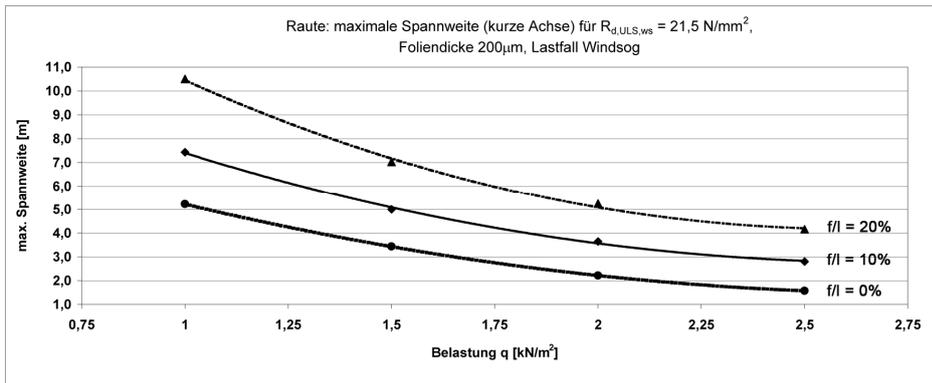


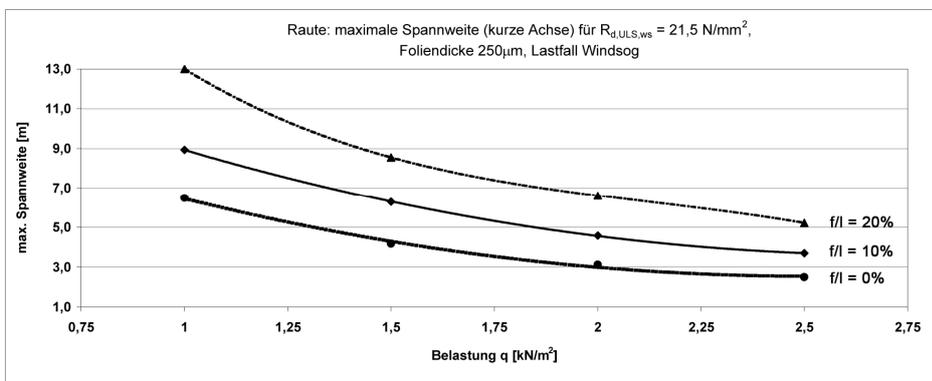
Abb. 8-5 Kreisförmiges 2-lagiges Pneu: Last-Spannweiten-Diagramm, Foliendicke $250\mu\text{m}$

Rautenförmiges 2-lagiges ETFE-Folienkissen: Lastfall Innendruck + Windsog



D = $200\mu\text{m}$

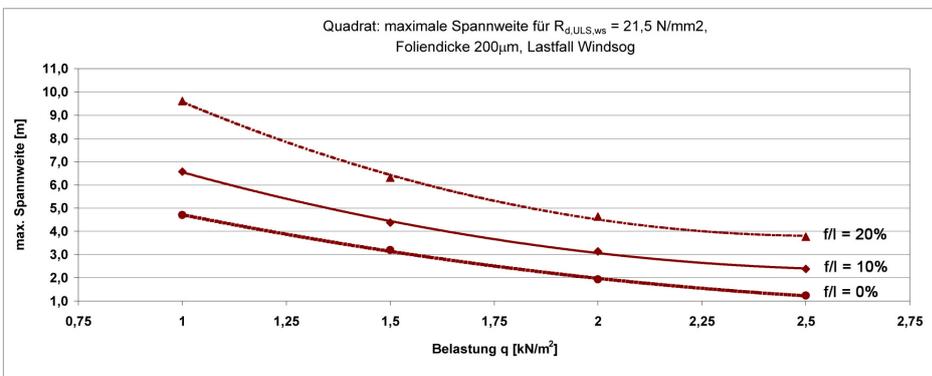
Abb. 8-6 Rautenförmiges 2-lagiges Pneu: Last-Spannweiten-Diagramm, Foliendicke $200\mu\text{m}$



D = $250\mu\text{m}$

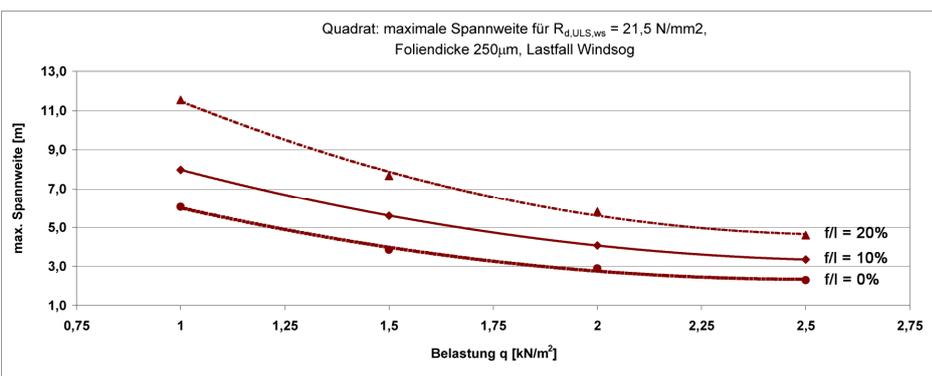
Abb. 8-7 Rautenförmiges 2-lagiges Pneu: Last-Spannweiten-Diagramm, Foliendicke $250\mu\text{m}$

Quadratisches 2-lagiges ETFE-Folienkissen: Lastfall Innendruck + Windsog



D = $200\mu\text{m}$

Abb. 8-8 Quadratisches 2-lagiges Pneu: Last-Spannweiten-Diagramm, Foliendicke $200\mu\text{m}$



D = $250\mu\text{m}$

Abb. 8-9 Quadratisches 2-lagiges Pneu: Last-Spannweiten-Diagramm, Foliendicke $250\mu\text{m}$

Rechteckförmiges 2-lagiges ETFE-Folienkissen: Lastfall Innendruck + Windsog

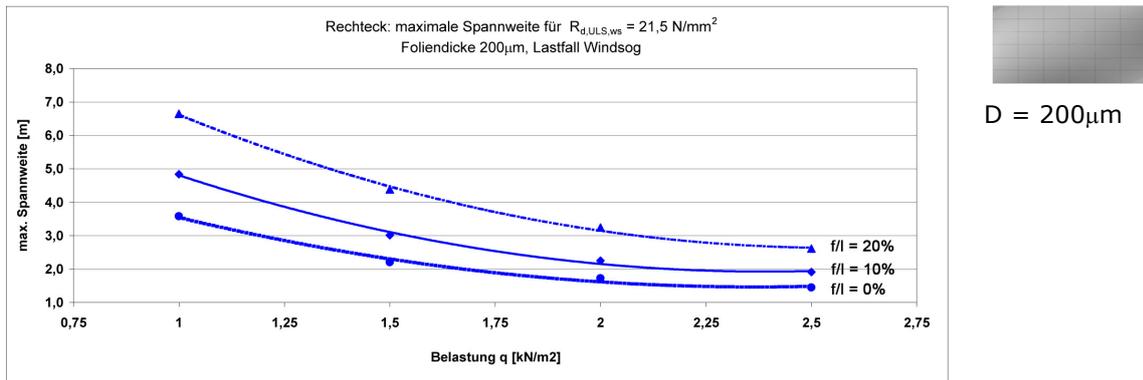


Abb. 8-10 Rechteckförmiges 2-lagiges Pneu: Last-Spannweiten-Diagramm, Foliendicke 200µm

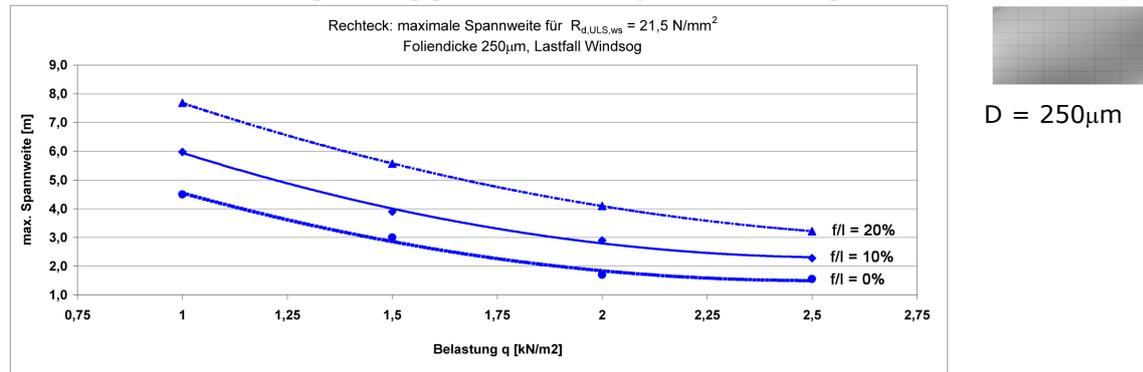


Abb. 8-11 Rechteckförmiges 2-lagiges Pneu: Last-Spannweiten-Diagramm, Foliendicke 250µm

Maximale Spannweiten eines 2-lagigen ETFE-Folienpneu für den Lastfall Windsog (theoretischer Ansatz)

Aus den Abb. 8-4 bis Abb. 8-11 können für die Lastfälle 3 und 4 (vgl. Tab. 8-11) je Grundrissgeometrie, Zuschnittsstich und Foliendicke die nachfolgenden theoretisch maximal erreichbaren Spannweiten beider untersuchter Pneus ermittelt werden.

Hinweis

Konstruktive Verstärkungsmaßnahmen (Stahlseile, Gurte, mitttragende Mittellagen von 2-Kammer-Pneus) oder reduzierende Einflüsse auf die Tragfähigkeit der ETFE-Folien durch die Qualität der Teilflächenverbindungen (Schweißnähte, Randverbindungen) oder Kriech- bzw. Relaxationseigenschaften der Folien werden nicht berücksichtigt. Diese führen im Einzelfall zu abweichenden maximalen Spannweiten.

Die Spannweitenberechnung erfolgt auf Basis eines Bemessungswertes der Tragfähigkeit $R_{d,ULS,ws} = 21,5 \text{ N/mm}^2$ für den Lastfall Windsog.

		geschlossener Zustand $q_d = 1,28 \text{ kN/m}^2$		geöffneter Zustand $q_d = 2,36 \text{ kN/m}^2$	
					
		max Spannweite l [m] $d_1 = 200 \mu\text{m}$ $d_2 = 250 \mu\text{m}$		max Spannweite l [m] $d_1 = 200 \mu\text{m}$ $d_2 = 250 \mu\text{m}$	
Kreis	f/L = 0%	4,7	6,0	2,3	2,8
	f/L = 10%	6,6	8,3	3,6	4,3
Raute Spannweiten- verhältnis 2:1	f/L = 0%	4,2	5,1	1,7	2,6
	f/L = 10%	6,0	7,4	3,0	3,9
Quadrat	f/L = 0%	3,8	4,8	1,4	2,4
	f/L = 10%	5,3	6,6	2,5	3,5
Rechteck Spannweiten- verhältnis 3:1	f/L = 0%	2,8	3,5	1,5	1,4
	f/L = 10%	3,8	4,8	1,9	2,4

Tab. 8-12 Maximale Spannweiten 2-lagiges Folienpneu für $q_d = 1,28$ und $2,36 \text{ kN/m}^2$ (Lastfall Innendruck + Windsog), angesetzter Bemessungswert $R_{d,ULS,ws} = 21,5 \text{ N/mm}^2$ nach Tab. 8-8, Foliendicken: $d=200\mu\text{m}$ und $d=250\mu\text{m}$, Materialmodelle entsprechend Abb. 8-2 und Tab. 8-3

Für den Fall eines Pneus mit Stich $f/L=10\%$ sind in Tab. 8-12 die maximal erzielbaren Spannweiten je Grundrissgeometrie schwarz markiert. Die maximalen Spannweiten erzielt das Kreis pneu.

Bei einem geschlossenen Pneu ($q_d=1,28 \text{ kN/m}^2$) mit Stich $f/L = 10\%$ weist das Kreis pneu eine ca. 73% größere mögliche Spannweite als das Rechteck pneu auf. Gegenüber dem rautenförmigen Pneu sind mit dem kreisförmigen Grundriss ca. 11% größere Spannweiten erzielbar. Im Vergleich zum quadratischen Pneu sind die Spannweiten des Kreis pneus um ca. 25% größer.

Bei den höheren Belastungen des Hubpneus im geöffneten Zustand ($q_d=2,36 \text{ kN/m}^2$) werden die Unterschiede zwischen den einzelnen Grundrissgeometrien größer.

9 ZUSAMMENFASSUNG DER ERGEBNISSE

Die vorliegende Arbeit über das Werkstoff- und Tragverhalten von ETFE-Folien unter mehrachsigen Beanspruchungen weist vier thematische Schwerpunkte auf.

- 1.) Entwicklung eines Berstversuchsstandes mit 3D-photogrammetrischem Mess- und strukturmechanischem Analysesystem zur Untersuchung transparenter ETFE-Folien unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen.
- 2.) Durchführung von Berstversuchen unter Berücksichtigung der Parameter Dehngeschwindigkeit, Vorbeanspruchung und Schweißnähte.
- 3.) Vergleichsberechnung der Berstversuche mit Hilfe der Finiten Elemente Methode zur Kalibrierung eines Werkstoffmodells für ETFE-Folien mit nichtlinearem elastisch-plastischem Materialgesetz.
- 4.) Untersuchung des Tragverhaltens von ETFE-Folienpneus für die Grundrissgeometrien Rechteck, Quadrat, Kreis und Raute mit Hilfe elastisch-plastischer FE-Berechnungen mit Analyse des Einflusses geometrischer und materieller Parameter sowie Diskussion eines Bemessungskonzeptes für pneumatische ETFE-Folienkonstruktionen.

Nachfolgend werden die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit bezüglich dieser vier thematischen Schwerpunkte dargestellt.

1.) Berstversuch mit 3D-Mess- und Analysesystem

Die umfangreichen Berstversuche verdeutlichen die Problematik der berührungslosen optischen Deformationsmessung von ETFE-Folien, die sich aufgrund der Transparenz, der antiadhäsiven Oberflächeneigenschaften und des großen Deformationsverhaltens der Folien ergeben. Durch die Kombination der Analyseschritte Matching und Tracking kann das speziell entwickelte 3D-photogrammetrische Messsystem auf einfache Weise diesen Schwierigkeiten begegnen (vgl. Kapitel 4.4). Über ca. 2/3 der Versuchsdauer wird dadurch eine exakte Messung der 3D-Objektkoordinaten der Rasterpunkte im Scheitelpunktbereich der Folienpneus ermöglicht (vgl. Abb.4-34). Erst bei großen Dehnungen verringert sich gegen Versuchsende die Punktdichte in den Randbereichen der Folien deutlicher aufgrund von Aufhellungen der Rasterlinien.

Die Berechnung der Dehnungen aus den Messwerten unter Verwendung des Green-Lagrangeschen Verzerrungstensors ermöglicht die Berücksichtigung nichtlinearer Dehnungsanteile. Die Verformungsfiguren beschreiben bis zum Erreichen der maximalen Innendrucke nahezu kugelförmige Geometrien, die eine Berechnung der Folienkräfte im Scheitelpunktbereich durch Anwendung der Kesselformel ermöglichen. Messfehler und verrauschte Messwerte der Rasterpunkte können durch die Filterung der Objektkoordinaten mittels einer Fläche 2. Ordnung bereinigt werden und verbessern deutlich die Messgenauigkeit. Eine verbesserte Berechnung der Krümmungen und Krümmungskreisradien wird durch eine lineare Regression mit einem Polynom 5. Grades der Verformungslinien erzielt.

Mit der elektronischen Innendruckmessung und der photogrammetrischen Bestimmung der Verformungen lassen sich die Dehnungen und Krümmungskreisradien sowie die Folienkräfte bestimmen. Die photogrammetrische Analyse erzielt eine mittlere Genauigkeit der 2D-Bildkoordinaten von 0,002 mm und der 3D-Objektkoordinaten von 0,13 mm. Die Dehnungen der verformten ETFE-Folien können mit einer mittleren Genauigkeit von ca. 0,2% berechnet werden (vgl. Kapitel 4.5.5).

2.) Ergebnisse der Berstversuche

Es lassen sich bei der Auswertung der Berstversuche die folgenden wesentlichen Ergebnisse zusammenfassen.

Kraft-Dehnungs-Diagramm bei großen Dehnungen unter mehrachsiger Beanspruchung

Das entwickelte Messsystem ermöglicht eine Auswertung der Versuche bis zum Beginn plastischer Verformungen mit größeren Dickenreduzierungen. Damit erweitern die Berstversuche den bisherigen prüf- und messbaren Bereich von ETFE-Folien unter mehrachsigen Beanspruchungszuständen deutlich.

Unter mehrachsigen Beanspruchungen zeigen ETFE-Folien analog zu monoaxialen Zugversuchen ein nichtlinear viskoelastisches Kraft-Dehnungs-Verhalten mit zwei markanten Knicken im Bereich von ca. 3% und ca. 10% Dehnung (vgl. Abb. 9-1). Dieses Verhalten ist qualitativ unabhängig von den untersuchten Belastungsgeschwindigkeiten. Die Folienkräfte im Bereich der Knickstellen der Kraft-Dehnungs-Linien unterscheiden sich dabei je Dehngeschwindigkeit stärker als die zugehörigen Dehnungswerte. Im Vergleich zu monoaxialen Zugversuchen verlaufen die Kraft-Dehnungs-Linien der Berstversuche mit mehrachsiger Beanspruchung oberhalb der monoaxialen Kraft-Dehnungs-Linien.

Die kreisförmigen Folienproben weisen bis zum Erreichen der maximalen Folienkraft ein nahezu isotropes Werkstoffverhalten auf.

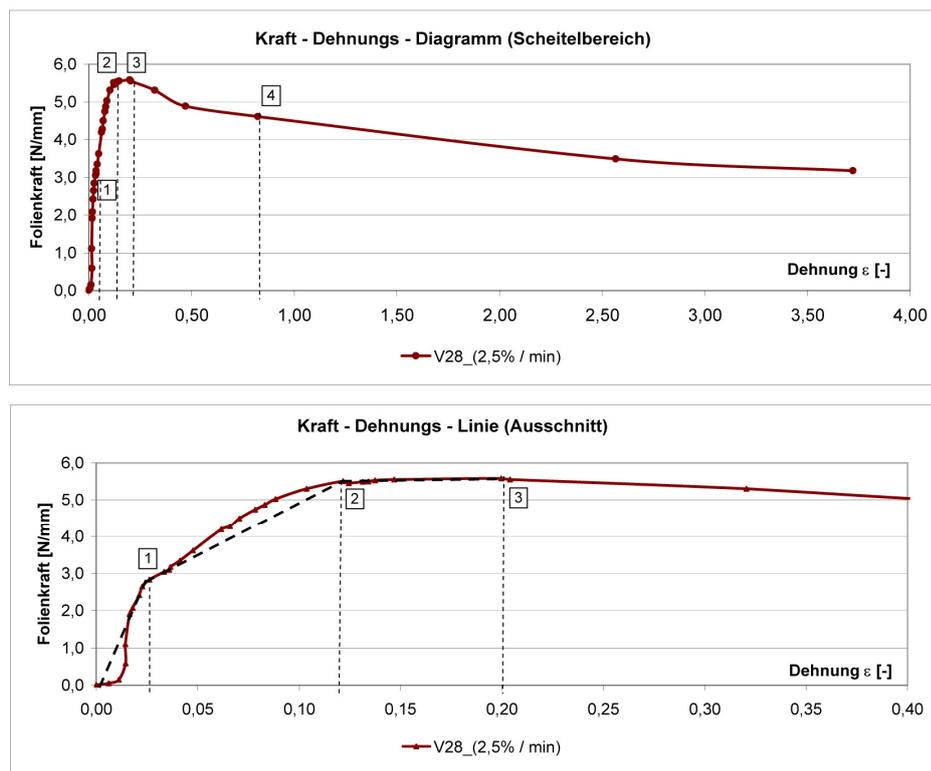


Abb. 9-1 Versuch V28: Folienkräfte und Dehnungen im Scheitelbereich; oben: bis $\epsilon=4,0$ (375%); unten: Ausschnitt bis $\epsilon=0,4$ (40%)

Verteilung und Homogenisierung der Dehnungen

Die Dehnungen sind unsymmetrisch und ungleichmäßig verteilt (vgl. Abb. 5-12). Begründet ist dies im Wesentlichen durch lokale materielle Inhomogenitäten der Folien, die durch den nichtlinearen Lagrangeschen Ansatz der Dehnungsberechnung berücksichtigt werden. Im Zuge der Steigerung des Innendruckes homogenisiert sich die Verteilung der Dehnungen merklich. Es zeigt sich, dass ETFE-Folien durch lokale

Reduzierungen der Foliendicken und Änderungen der Krümmungsverhältnisse materielle Inhomogenitäten während der Belastungsdauer kompensieren können. ETFE-Folien bestätigen damit ihr gutmütiges Werkstoff- und Tragverhalten durch Entlastung hoch beanspruchter Bereiche.

Einfluß der unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten

Beanspruchte ETFE-Folien mit höheren Dehngeschwindigkeiten zeigen ein geringfügiges steiferes Verhalten im elastischen Bereich bis zur Elastizitätsgrenze. Im weiteren Verlauf gleichen sich die Werkstoffkennlinien der Versuche mit unterschiedlichen Aufblasgeschwindigkeiten immer stärker an (vgl. Abb. 5-23 und Abb. 5-26).

Die maximalen Foliengkraften treten bei Versuchen mit größter Dehngeschwindigkeit auf (vgl. Abb. 9-2). Aufgrund des allgemeinen Zusammenhangs zwischen Temperatur und Dehngeschwindigkeit bei Kunststoffen bedeutet dies, dass bei tiefen Temperaturen ETFE-Folien höhere Zugfestigkeiten aufweisen (vgl. Kapitel 5.3.2).

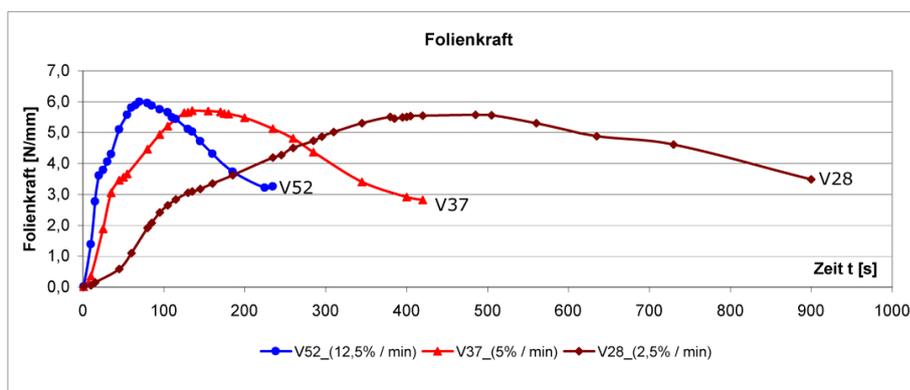


Abb. 9-2 Versuche V52, V37, V28: Foliengkraften für Schnitt y-y

Alle untersuchten ETFE-Folienproben versagen im Scheitelbereich. Das Bruchverhalten ist abhängig von der Beanspruchungsgeschwindigkeit. Versuche mit geringen Dehngeschwindigkeiten zeigen ein duktileres Bruchverhalten mit kleineren Risslängen, wohingegen die Versuche mit höheren Dehngeschwindigkeiten ein spröderes Bruchverhalten mit größeren Risslängen aufweisen (vgl. Kapitel 5.3.4).

Einfluß von Vorbeanspruchungen

Die Kurvenverläufe des Innendrucks, der Scheitelverformung und der Foliengkraft von Folienproben mit und ohne Vorbeanspruchung zeigen bei Wiederbelastung zunächst ein Aufspalten der Kurven und schließlich im Endbereich der Versuche einen gemeinsamen Verlauf.

Vorbeanspruchte Folien mit Innendrücken oberhalb der Elastizitätsgrenze (1. Knick) zeigen bei Wiederbelastung im Gegensatz zu den nicht vorbeanspruchten Folien eine weniger deutlich ausgeprägte Elastizitätsgrenze. Abweichende Verformungsverläufe sind u.a. auf strukturelle Veränderungen (Entschlaufungen und teilweise Verstreckung der Molekülketten in der amorphen Phase) infolge der Vorbeanspruchung zurückzuführen (vgl. Kapitel 5.4).

Einfluß von Schweißnähten

Die Berstversuche der Folien mit Schweißnähten zeigen im Gegensatz zu Folien ohne Schweißnähte ein frühzeitigeres Versagen mit geringeren Scheitelverformungen und kleineren Dehnungen. Die versteifende Wirkung der Schweißnaht kann als stabilisierendes Seilelement modelliert werden (vgl. Abb. 9-3). Durch die Dehnungsbehinderung in Schweißnahtichtung ändert sich das ursprünglich mehrachsige

Tragverhalten der Folien im Scheitelbereich in ein eher anisotropes Verhalten mit erhöhten Beanspruchungen quer zur Schweißnahtichtung (vgl. Kapitel 5.5).

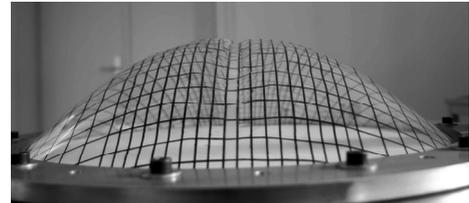
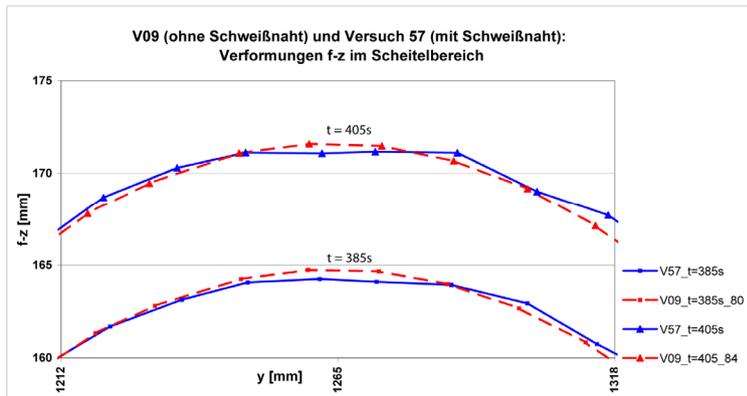


Abb. 9-3 Vergleich der Verformung im Scheitelbereich von Versuch V57 (mit Schweißnaht) und V09 (ohne Schweißnaht, gestrichelte Linie); rechts: verformte Foliengeometrie von Versuch V57 nach dem Versagen mit Einschnürung im Bereich der mittigen Schweißnaht.

3.) FE-Vergleichsrechnung

Die FE- Vergleichsrechnung der Berstversuche berücksichtigt geometrische und materielle Nichtlinearitäten. Das Werkstoffverhalten der Folien kann durch elastisch-plastische Materialmodelle mit multilinearer Spannungs-Dehnungs-Linie näherungsweise modelliert werden. Auf Basis der ermittelten Werkstoffkennlinien lassen sich je Dehngeschwindigkeit nichtlineare Materialmodelle kalibrieren. Sie stehen damit der Untersuchung des Tragverhaltens unterschiedlicher Geometrien und Lastfällen zur Verfügung.

Bis etwa zum Beginn des nichtlinear viskoelastischen Bereichs liegen die Abweichungen der FE-Berechnungen von den Versuchsergebnissen bezüglich Folienkräften und Verformungen zwischen 5% bis 10%. Mit beginnenden plastischen Verformungen unterscheiden sich die FE-Ergebnisse deutlicher von den Versuchsergebnissen (vgl. Kapitel 6.3).

4.) Tragverhalten und Entwurf eines Bemessungskonzeptes

Gutmütiges Tragverhalten von ETFE-Folienpneus

Die elastisch-plastische FE-Berechnung des Tragverhaltens von ETFE-Folienpneus über kreisförmige, quadratische, rechteck- und rautenförmige Grundrisse zeigt unabhängig von der Grundrissgeometrie ein ausgeprägtes unterproportionales Tragverhalten. Eine 50% Steigerung der Belastung oder der Spannweite führt in Abhängigkeit des Grundrissform nur zu ca. 30% größeren Beanspruchungen. Dieses gutmütige Tragverhalten ist zum einen auf das nichtlineare Werkstoffverhalten sowie auf den Zusammenhang zwischen Belastung, Verformung und Beanspruchung zurückzuführen.

Durch die Verwendung nichtlinearer elastisch-plastischer FE-Berechnungsmodelle kann das gutmütige unterproportionale Tragverhalten der Folienpneus modelliert und in der Analyse berücksichtigt werden.

Ergebnisse der Parameterstudie

Die Parameterstudie zeigt, dass die Einflüsse der Parameter Zuschnittsstich, Spannweite, Steifigkeit und Foliendicke wesentlich von der gewählten Grundrissgeometrie abhängen. Grundrissgeometrien, die zu einem mehrachsigen Tragverhalten führen und/oder stabilisierende Eckbereiche aufweisen, stellen optimale Grundrisse für ETFE-Folienpneus dar. Werden zusätzlich Zuschnittsstiche zwischen 10% und 20% verwendet, wird der

positive Einfluß der Zuschnittsstiche auf die Lastabtragung effektiv ausgenutzt werden (vgl. Kapitel 7.4).

Entwurf Bemessungskonzept

Die Erkenntnisse der Versuche bezüglich Werkstoffprüfung, Werkstoff- und Tragverhalten von ETFE-Folien unter biaxialen Beanspruchungen finden Berücksichtigung im Entwurf eines Bemessungskonzeptes für pneumatische ETFE-Folienkissen.

Das vorgestellte Entwurf des Bemessungskonzeptes für ETFE-Folienpneus in Kapitel 8 basiert auf der DIN EN 1990:2002 und den Erkenntnissen von Moritz [74]. Es werden darin grundlegende Aspekte eines Bemessungskonzeptes für ETFE-Folienpneus unter Berücksichtigung des nichtlinearen viskoelastischen Werkstoffverhaltens und den Lastfallbedingungen dargestellt.

Die Ergebnisse der Berstversuche fließen in die Bewertung des Abminderungsfaktors A_0 zur Berücksichtigung mehrachsiger Beanspruchungszustände ein. In diesem Zusammenhang bestätigen die Versuchsergebnisse in etwa den von Moritz in [74] angegebenen Wert für den Abminderungsfaktor A_0 beim Nachweis der Tragfähigkeit. Die Versuchsergebnisse führen nur zu einer geringfügigen Reduktion des A_0 -Wertes von Moritz von 1,2 auf 1,15. Eine statistische Auswertung der Messergebnisse erfolgt jedoch nur unter Verwendung des Variationskoeffizienten im Zuge monoaxialer Zugversuche.

Für die Formulierung des Bemessungskonzeptes werden für die vier im Folienbau maßgebenden Lastfälle (Innendruck, Windsog, Schnee und Wassersack) Temperatur- und Dehngeschwindigkeitsbereiche festgelegt.

Mit dieser Festlegung können auf Basis der Berstversuche mit Hilfe des Zeit-Temperatur-Verschiebungsgesetzes (ZTV) für ETFE-Folien multilineare Spannungs-Dehnungs-Linien für die Einwirkungen Windsog, Schnee und Wassersack ermittelt werden.

Unter Berücksichtigung der maßgebenden Folientemperaturen und Dehngeschwindigkeiten werden Bemessungsgrenzwerte als Richtwerte je Lastfall vorgeschlagen. Zur Absicherung der vorgeschlagenen Werte für den Nachweis der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit müssen weiterführende Versuche mit statistischer Auswertung erfolgen.

Anhand der Bemessung eines 2-lagigen Folienpneus erfolgt die Umsetzung des Konzeptes und der Erkenntnisse der Berstversuche.

Für die vier Grundrissgeometrien Kreis, Raute, Quadrat und Rechteck werden maximale theoretische Spannweitenbereiche für ein geschlossenes und geöffnetes Hubpneu ermittelt. Die Berechnungen der Spannweiten berücksichtigen jedoch nicht konstruktive Verstärkungsmaßnahmen (Seilverstärkung, mittragende und zugeschnittene Mittellagen bei 2-Kammer-Pneus) sowie reduzierende Einflüsse auf die Tragfähigkeit der ETFE-Folien infolge Qualität und Art der Schweißnähte und Randverbindungen. Das Kriech- und Relaxationverhalten der Folie findet ebenso keine Berücksichtigung.

Die Berechnungsergebnisse der Spannweiten dienen daher eher als Richt- wie als Bemessungswert. Sie ermöglichen anschaulich das Tragpotentials der verschiedenen Pneugeometrien unter Berücksichtigung geometrischer und materieller Nichtlinearitäten zu vergleichen. Dabei bestätigt das Kreis-pneu die Ergebnisse der Parameterstudie. Das kreisförmige ETFE-Kissen zeigt als geschlossenes 2-lagiges Pneu unter Windsogbelastung die maximalen Spannweiten.

10 OFFENE FRAGEN UND AUSBLICK

Die Entwicklung eines einheitlich gültigen Bemessungskonzeptes stellt ein wesentlicher Forschungsschwerpunkt für ETFE-Folien dar.

Auf Basis der DIN EN 1990:2002 (Grundlagen der Tragwerksplanung) sind hierfür weiterführende Untersuchungen zur Werkstoffprüfung, zum Werkstoffverhalten und zur Modellierung und Berechnung mechanisch und pneumatisch vorgespannter Folienkonstruktionen notwendig.

Ein zentraler Punkt ist dabei die Festlegung allgemein gültiger Transformationsregeln für die Übertragung uniaxial gemessener Werkstoffkennwerte auf mehrachsige Beanspruchungszustände.

Weiterführende umfangreichere Versuche (u.a. Berstversuche an zylinderförmigen oder kreisförmigen Proben und/oder modifizierte Biaxialversuche für große Dehnungen) mit statistischer Auswertung sind zur Festlegung der Abminderungsfaktoren oder zur Ermittlung von Transformationsfunktionen notwendig.

Die Genauigkeiten der Messergebnisse des vorgestellten Berstversuchs kann durch weitere zusätzliche Maßnahmen verbessert werden:

- Verwendung von mehr als 2 Kameras, um einen größeren Bereich der Folien beim Deformationsprozess abzubilden,
- Verwendung von kodierten Messpunkten, um fehlerhafte Zuordnung der Stereobildaufnahmen zu vermeiden und das Matching zu erleichtern,
- Verwendung eines feineren Messpunktraster bzw. Verwendung eines stochastischen Musters auf der Folienoberfläche um die Anzahl der Messpunkte zu vergrößern,
- Verwendung von höher auflösenden Messkameras, um die Genauigkeit der Messpunkterkennung zu verbessern,
- Entwicklung einer Beschichtung, die das Material strukturell nicht angreift, eine kontrastreiche Oberfläche der Folie erzeugt und bei großen Dehnungen nicht abplatzt.

Die Analyse des Lebenszykluses der Technologie des Folienbaus zeigt, dass ETFE-Folien im Bauwesen augenblicklich eine Schlüsseltechnologie [74], [41] einnehmen. Dies bedeutet, der Marktanteil von ETFE-Folienkonstruktionen im Bauwesen steigt stetig und die Bauweise mit ETFE-Folien als Gebäudehülle tritt verstärkt in direkter Konkurrenz zu herkömmlichen Bauweisen, wie z.B. dem Glasbau oder dem Gewebemembranbau, auf.

Für die zukünftige Entwicklung der ETFE-Folien von einer Schlüssel- zu einer Basistechnologie müssen jedoch weitere Untersuchungen auch über das thermisch-mechanische Werkstoff- und Tragverhalten der Folien erfolgen.

Offene Fragen in diesem Zusammenhang sind u.a.:

- das Verhalten der Querkontraktion oberhalb der Streckgrenze,
- die Messung der Dickenveränderung während der Belastung,
- die Materialqualität und das Auftreten von materiellen Inhomogenitäten infolge der Herstellung,
- der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf das Werkstoffverhalten,

- die Lastfallbemessung in Abhängigkeit der Temperatur und der Dehngeschwindigkeit unter Verwendung nichtlinearer elastisch-plastischer Berechnungsmodelle,
- die Verwendung von Kriechgesetzen in der nichtlinearen Berechnung,
- der Einfluß von monoaxial verstreckten Folien und deren Verwendung,
- die Entwicklung neuer Schweißverfahren zur Verbesserung der Teilflächenverbindungen und
- die Berücksichtigung des Verformungsverhaltens der Folien unter Belastung bei Ermittlung charakteristischer Größen der Einwirkungen (Windkanalversuche mit verformungsintensiven Modellen und / oder Modellierung mit Hilfe der CFD-Methode).

Die hieraus resultierenden differenzierten Erkenntnisse über das thermisch-mechanische Verhalten der ETFE-Folien sind nicht nur für die Beurteilung des Tragverhaltens der Folien, sondern auch für die Bewertung deren bauphysikalischen Eigenschaften zwingend notwendig.

LITERATUR

- [1] Ansell, M.P.: Acceptability of ET HOSTAFOLON Film for Use in Building, Report of a Test Programme carried out of Buro Happold Consulting Engineers, School of Material Science, University of Bath, 1985
- [2] Bardenheier, R.: Mechanisches Versagen von Polymerwerkstoffen – Anstrengungsbewertung mehrachsialer Spannungszustände, Kunststoffe - Fortschrittsbericht Band 8, Carl Hanser Verlag München Wien, 1982
- [3] Barthel, R.; Burger, N.; Saxe, K.: Dachkonstruktionen mit ETFE-Folie, in Deutsche Bauzeitschrift DBZHeft 04/2003, S. 518-521, Bauverlag BV GmbH, Gütersloh, 2003
- [4] Barthel, R.; Burger, N.: ETFE-Folie für eine transluzente Dachkonstruktion eines Konferenz- und Ausstellungsgebäudes, in Berichtsband zum Symposium „Transparenz und Leichtigkeit“, Essen, 2002
- [5] Betten J.: Finite Elemente für Ingenieure 1, Grundlagen, Matrixmethoden, Elastisches Kontinuum, ISBN 3-540-00438-6, 2. Auflage, Springer-Verlag, Heidelberg, New York, 2003
- [6] Betten, J.: Kontinuumsmechanik, ISBN 3-540-42043-6, 2. Auflage, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2001
- [7] Bögle, A.: Zur Morphologie komplexer Formen im Bauwesen, Dissertation, Institut für Leichtbau, Entwerfen und Konstruieren, Universität Stuttgart, 2005
- [8] Böhme, M.: Synthese und Charakterisierung von Protonenaustauschmembranen durch strahlungsinduziertes Pfropfen auf Basis von Sulfon-, Phosphor- und Phosphonsäure, Dissertation, Fakultät für Natur- und Materialwissenschaften, Technische Universität Clausthal, Clausthal-Zellerfeld, 2005
- [9] Bletzinger, K.-U.: Numerical Theory, Vorlesungsskript, Masterstudiengang Membrane Structures Hochschule Anhalt (FH), Lehrstuhl für Statik, Technische Universität München, 2005
- [10] Bletzinger, K.-U.; Ziegler, R.: Theoretische Grundlagen der numerischen Formfindung von Membrantragwerken und Minimalflächen, Beton Kalender, Verlag Ernst & Sohn Berlin, 2000
- [11] Bletzinger, K.-U.: Theorie der Schalentragwerke, Vorlesungsskript WS 97/98, Institut für Baustatik, Universität Karlsruhe
- [12] Blum, R.; Bögner, H.: Untersuchungen an der Folie Nowoflon ETFE 6235 – 200mm, Voruntersuchungen für ein DFG Forschungsprojekt, Labor Dr. Blum, Stuttgart, 2003 (unveröffentlicht)
- [13] Brandt, H.-J.; Harnach, R.; Niemann, H.-J.: DIN 4134 E für Tragluftbauten - Entwicklung und Grundlage, Bauingenieur 55 (1980), S. 289-296, Springer Verlag Berlin 1980
- [14] Brandrup, J.; Bittner, M; Michaeli, W.; Menges, G: Die Wiederverwertung von Kunststoffen, Carl Hanser Verlag München Wien, ISBN 3-446-17412-5, 1995
- [15] Brinkmann, G.: Leicht und Weit, Zur Konstruktion weitgespannter Flächentragwerke, DFG Deutsche Forschungsgesellschaft, ISBN 3-527-27711-0, VCH Verlagsgesellschaft mbH, Weinheim, 1990

-
- [16] Bulson, P. S.: Design Principles of Pneumatic Structures, in: The Structural Engineer (No.6, Vol.51), June 1973
- [17] Brown, D.C., 1975. Evolution, application and potential of the bundle method of photogrammetric triangulation. DGK Reihe B, Nr. 214, München 1975 (also appeared in: Proceedings of ISP Commission III Symposium, Stuttgart 1974)
- [18] BÜV-Empfehlungen- Tragende Kunststoffbauteile im Bauwesen [TKB]: Entwurf, Bemessung und Konstruktion, Diskussionsentwurf, Fassung, Oktober 2002
- [19] Campus, elektronische Datenbank für Polymerwerkstoffe, <http://www.campusplastics.com/>
- [20] Carmo, A. P., 1993: Differentialgeometrie von Kurven und Flächen, ISBN 3-528-27255-4, Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, Braunschweig / Wiesbaden, 1993
- [21] Carlowitz, U.: Kunststofftabellen, 4. Auflage, ISBN 3-446-17603-9, Carl Hanser Verlag München Wien, 1995
- [22] Cauchy, A.: Oeuvres Complètes, Ile série, tome VII, S.82-93, Gauthier-Villars et Fils, 1889
- [23] Dencheva, V.: Genauigkeit der digitalen Photogrammetrie, Dissertation, Technische Universität Wien, Fakultät für Mathematik und Geoinformation, Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung, 2005
- [24] De Vries, J. W. J.: Tensile Foil – ETFE-Foil as Membrane Construction Material, Masters Project, Delft University of Technology, Civil Engineering and Geoscience, Structural and Building Engineering, Delft, 2003
- [25] DIN EN 1990:2002-10 (Eurocode 0): Grundlagen der Tragwerksplanung, Deutsche Fassung, Oktober 2002, Beuth Verlag GmbH Berlin
- [26] DIN 1055-100: 2001-03: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, März 2001 Beuth Verlag GmbH Berlin
- [27] DIN 1055-4: 2005-03: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 4 Windlasten, März 2005, Beuth Verlag GmbH Berlin
- [28] DIN 4134: Tragluftbauten, Berechnung, Ausführung und Betrieb, Februar 1983
- [29] DIN 53455: 1988-06: Prüfung von Kunststoffen, Zugversuch, Juni 1988
- [30] DIN 7724: Polymere Werkstoffe, Gruppierung Polymerer Werkstoffe aufgrund ihres mechanischen Verhaltens, April 1993
- [31] DIN 7728-1: Kennbuchstaben und Kurzzeichen für Polymere und ihre besonderen Eigenschaften, 1988

-
- [32] DIN EN ISO 527-1: 1996: Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften, Allgemeine Grundsätze, Teil 1, April 1996
- [33] DIN EN ISO 527-3: 1996: Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften, Prüfbedingungen für Folien und Tafeln, Teil 3, Juli 2003
- [34] DIN EN 53 370: 2002-04: Prüfung von Kunststoff-Folien – Bestimmung der Dicke mit mechanischer Abtastung, April 2002 (Entwurf)
- [35] Ehrenstein, G. W.: Polymer-Werkstoffe, Struktur-Eigenschaften-Anwendung, ISBN 3-446-21161-6, 2. Auflage, Carl Hanser Verlag München, Wien, 1999
- [36] Ehrenstein, G.; Erhard, G.: Konstruieren mit Polymerwerkstoffen – ein Bericht zum Stand der Technik, Carl Hanser Verlag München, Wien, 1983
- [37] Ensinger, Engineering- und Fertigungskompetenz für Hochleistungs-Kunststoffe, www.ensinger-online.com
- [38] Fischler, M. & Bolles, R., 1981. Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography". Communications of the ACM 24: 381–395
- [39] Flügge, W., 1981: Statik und Dynamik der Schalen, 3. Auflage, Springer Verlag, Berlin
- [40] Frank, A.: Kunststoffkompendium, ISBN 3-8023-1855-2, 5. Auflage, Vogel Verlag, Würzburg, 2000
- [41] Fraunhofer Fachsymposium „Der 5. Baustoff – Bauen mit Membranen“, wissenschaftliches Fachsymposium, Fraunhofer Institut Holzkirchen, 2006
- [42] Forster, B.; Mollaert, M.: European Design Guide for Tensile Surface Structures, Tensinet, ISBN 90 8086 871x, Brüssel, 2004
- [43] Green, A.E.; Adkins, J.E.: Large elastic deformations, Oxford University Press, second edition, 1970, S.169
- [44] Greiner, S.: Membrantragwerke aus dünnem Blech, Mitteilungen Sonderforschungsbereich 64, Universität Stuttgart, Werner-Verlag Düsseldorf, 1983
- [45] Gründig, L.; Moncrieff, E., Schewe, H.: On the feasibility of using large scale photogrammetry to accurately determine in-service strain distribution across three-dimensional textile roofs
- [46] Gleiter, U.; Wörner, J-D: Institut für Werkstoffe und Mechanik der TU Darmstadt: Bauen mit transparenten Thermoplasten, Bauingenieur, Band 79, Heft 2004, Verlag Ernst & Sohn Berlin, 2004
- [47] Grellmann, W.; Seidler, S: Deformationen und Bruchverhalten von Kunststoffen, ISBN 3-540-63671-4, Springer Verlag, New York Berlin Heidelberg, 1998

-
- [48] Haase, M.: Zur natürlichen Formulierung von Simplexelementen höherer Ordnung für die Berechnung elastsicher Membranschalen und Seilkonstruktionen unter großen Verformungen, Dissertation, Universität Stuttgart, Prof. Dr. Drs. h.c. J.H. Argyris, 1979
- [49] Haberstroh, E.; Grambow, A.: Das Zeit-Temperatur-Verschiebungsgesetz (ZTV-Prinzip) – Simulation von Elastomerbauteilen; Kunststoff-Synthetics 2002 (49) 4, S. 22-27, 2002
- [50] Hengl, R.; Gust, H.: Einfluß von Vorbeanspruchungen auf die mechanischen Eigenschaften polymerer Werkstoffe, Carl Hanser Verlag München, Kunststoffe 79, S. 265-270, 1989
- [51] Herzog, T.: Pneumatic Structures, ISBN 0 258 97049 9, Verlag Gerd Hatje, Stuttgart, 1976
- [52] Hinz S., Stephani M., Schiemann L., Zeller K: An image engineering system for the inspection of transparent construction materials, in ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2009
- [53] Hortmanns, M.; Hügle, V.: AWD-Arena – Temperaturabhängige Modellierung der Windlasten für das Foliendach, Prof. Sedlacek & Partner, (PSP – Technologien im Bauwesen), Aachen, Bericht W 945 / 0604 Rev 01.2004 (unveröffentlicht)
- [54] Hossdorf, H.: Modellstatik, Bauverlag GmbH Wiesbaden Berlin, ISBN 3-7625-0484-9, 1971
- [55] Karwath, M.; Wagner, R.; Kröplin, B.: Ein orthotropes Werkstoffgesetz für Folien, Ernst und Sohn Verlag, Stahlbau 76, Heft 5, 2007
- [56] Krist, T.: Mathematik Geometrie, Technik-Tabellen Verlag, Darmstadt, 1975
- [57] Klingbeil, W.; Sheets, R.T.: Some Numerical Investigation on Empirical Strain Energy Functions in the Large Axi-Symmetric Extensions of Rubber Membranes, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP), Birkhäuser Verlag Basel, Volume 15, Number 6, 1964
- [58] Knausenberger, R.: Das mechanische Verhalten isotroper und anisotroper Werkstoffe mit nichtlinearen Eigenschaften, Dissertation, Fakultät für Maschinenwesen der RWTH Aachen, Juli, 1982
- [59] Koch, K.-M.: Bauen mit Membranen, Prestel Verlag München Berlin London, ISBN 3-7913-3048-9, 2004
- [60] Kuhl, D.; Meschke, G.: Finite Elemente I & II, Vorlesungsskript, Ruhr Universität Bochum, Lehrstuhl für Statik und Dynamik, 3. Auflage, 2003
- [61] Lecuyer, A.: ETFE, Technologie und Entwurf, Birkhäuser Verlag Basel Boston Berlin, ISBN 978-3-7643-8563-7, 2008
- [62] Linhard, J.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Introducing Cutting Patterns in Formfinding and Structural Analysis, Technische Universität München, Lehrstuhl für Statik, ECCOMAS, Conference Inflatable Membranes, Stuttgart, 2005
- [63] Luhmann, T.: Nahbereichsphotogrammetrie – Grundlagen, Methoden und Anwendungen, Wichmann-Verlag, Heidelberg, 2000

-
- [64] Mahnken, R.: Theoretische und numerische Aspekte zur Parameteridentifikation und Modellierung bei metallischen Werkstoffen, Habilitationsschrift, Universität Hannover, Fachbereich Bauingenieur- und Vermessungswesen, 1996
- [65] Menges et al.: Werkstoffkunde Kunststoffe, ISBN 3-446-21257-4, 5. Auflage, Hanser Verlag, München Wien, 2002
- [66] Merzinger, G; Mühlbach, G.; Wille, D.; Wirth, T.: Formeln+Hilfen zur Höheren Mathematik, 1. Auflage, 1993
- [67] Mertziger, G.; Wirth, T.: Repetitorium der Höheren Mathematik, 2. Auflage, Binomi Verlag Springe, ISBN 3-923-923-33-3, 1993
- [68] Mertziger, G.; Mühlbach, G.; Wirth, T.; Wille, D.: Formeln und Hilfen zur Höheren Mathematik, 2. Auflage, Binomi Verlag Springe, ISBN 3-923-923-35-x, 1993
- [69] Mikhail, E., Bethel, J., McGlone, C., 2001. Introduction to Modern Photogrammetry. John Wiley & Sons, London, UK
- [70] Minte, J.: Das mechanische Verhalten von Verbindungen beschichteter Chemiefasergewebe, Dissertation, RWTH Aachen, Institut für Kunststoffverarbeitung, 1981
- [71] Mooney, M.: A theory of elastic deformation, Journal of Applied Physics, 11, 1940
- [72] Moritz, K., 2007. Construction of ETFE-film-systems (Bauweise der ETFE-Foliensysteme), Stahlbau 76(5): 336 - 342
- [73] Moritz, K., Brengelmann, T., Schiemann, L., 2005. Steel Service Station Roofs with Plastic Membranes, DETAIL 7/8, pp. 798 - 804
- [74] Moritz, K.: ETFE-Folie als Tragelement, Lehrstuhl für Tragwerksplanung, TU München, Dissertation, 2007
- [75] Moritz, K.: Die Stadionhülle der Allianz Arena, Detail Konzept, Heft 9/2005, S. 974 - 978, Institut für Internationale Architekturdokumentation, München, 2005
- [76] Moritz, K.: Entwurf Bemessungskonzept für ETFE-Folienpneus, unveröffentlicht, 2007
- [77] Müller, G.; Groth, C.: FEM für Praktiker, Methode der Finiten Elemente mit dem Programm ANSYS, ISBN 3-8169-1525-6, expert Verlag, Renningen-Malmsheim, 3. Auflage, 1997
- [78] Müller, K.M.: Handbuch der Modellstatik, Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, ISBN 3-540-05217-8, 1971
- [79] Naumer, W.: Konstruieren mit Luft - Entwicklung der pneumatischen Architektur, Dissertation, Universität Innsbruck, Fakultät für Bauingenieurwesen und Architektur, 1999

-
- [80] Naumer, W.: Meilensteine in der Entwicklung von transparenten Membrandächern, Glas – Architektur und Technik 01/2003, S.42-47
- [81] Navier, M.: Mémoires sur les lois de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques, Mém. Acad. Sci. Inst. Fr. 7, S. 375-393, 1824
- [82] Needleman, A.: A numerical study of necking in circular cylindrical bars, Journal Mech. Phys. Solids, S. 111-127, 1972
- [83] Nentwig, Kunststoff-Folien, ISBN 3-446-21420-8, 2. Auflage, Hanser Verlag, München Wien, 2000
- [84] Oelbermann, J.: Trag- und Verformungsverhalten plastisch geformter Metall- und Membrankonstruktionen, Dissertation Fach Konstruktive Gestaltung, Prof. Dr. E. Bubner, Universität Gesamthochschule Essen, Verlagsgesellschaft Rudolf Müller Köln-Braunsfeld, 1983
- [85] Off, Robert: Belt System, 2004 (unveröffentlicht)
- [86] Overath, A.: Das Verhalten von Thermoplasten im Bereich kleiner Verformungen, Dissertation, RWTH Aachen, 1979
- [87] Parisch, H., 2003. Festkörper-Kontinuumsmechanik, Teubner Verlag, Stuttgart, Germany
- [88] Ramm, E.; Müller, J., 2001: Schalen, Vorlesungsskript, Universität Stuttgart, Institut für Baustatik
- [89] Poisson, S., D.: Mémoires sur l'équilibre des corps cristallisés, Mém. Acad. Sci. Inst. Fr. 18, S. 1-152, 1839
- [90] Release 11.0, Documentation for ANSYS, 2008
- [91] Rivlin, R.S: Large elastic deformations of isotropic materials, Fundamental concepts, Phyl. Trans. Soc., 240, 1948, S. 459-490
- [92] Saechtling, H. et al: Kunststofftaschenbuch, 28. Ausgabe, ISBN 3-446-21605-7, Carl Hanser Verlag München Wien, 2001
- [93] Rieg, F.; Hackenschmidt, R.: Finite Elemente Analyse für Ingenieure, ISBN 3-446-21315-5, Hanser Verlag, München Wien, 2000
- [94] Sarabi, B.: Das Anstrengungsverhalten von Polymerwerkstoffen infolge ein- und zweiachsigen Kriechens – Ermittlung von Langzeitbemessungskennwerten, Dissertation im Fachbereich Maschinenbau der Universität Gesamthochschule Kassel, 1984

-
- [95] Saxe, K.: Zum Einsatz von ETFE-Folien für einlagig Membrankonstruktionen am Beispiel des Konferenzentrums der Deutschen Bundesstiftung Umwelt, Osnabrück, in Berichtsband zum Symposium „Transparenz und Leichtigkeit“, Essen, 2002
- [96] Saxe, K.; Homm, T.: Mechanische Eigenschaften von ETFE-Folien für vorgespannte Strukturen, techtexil Symposium 2007, Universität Duisburg-Essen, 2007
- [97] Schellekens, J.C.J.; Parisch, H.: On Finite Deformation Elasticity, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, ISD-Bericht Nr. 94/3, 1994
- [98] Schiemann, L.; Barthel, R.; Hinz, S.; Stephani, M: Bursting Tests of ETFE-foils, International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures, 2007
- [99] Simo, J.C.; Taylor, R.L.: Quasi-incompressible Finite Elasticity in Principle Stretches, *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.* S. 273-310, 1991
- [100] Schlaich, J.; Greiner, S.: Vorgespannte Flächentragwerke aus Metallmembranen in *Bauingenieur* 53 (1978) S. 77-87, Springer Verlag, 1978
- [101] Schmachtenberg, E.: Die mechanischen Eigenschaften nichtlinearer viskoelastischer Werkstoffe, Dissertation, RWTH Aachen, 1985
- [102] Schmachtenberg, E.; Wanders, M.: Der Einfluß des biaxialen Spannungszustandes auf die Werkstoffkennwertfunktionen nichtlinear viskoelastischer Werkstoffe, in *Deformationen und Bruchverhalten von Kunststoffen*, Hrsg. Grellmann, S., Seidler, Springer Verlag, New York Berlin Heidelberg, 1998
- [103] Schwarzl, F. R.: *Polymermechanik, Struktur und mechanisches Verhalten von Polymeren*, ISBN 3-540-51965-3, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1990
- [104] Steger, C. (2001): Similarity measures for occlusion, clutter, and illumination invariant object recognition. In: B. Radig and S. Florczyk (eds.) *Pattern Recognition, DAGM 2001, LNCS 2191*, Springer Verlag, 148–154
- [105] Steger, C., 1998. An unbiased detector of curvilinear structures, *IEEE Transactions of Pattern Analysis and Machine Intelligence* 20(2): 549-556
- [106] Stein M.; Bartholdi, F.J.: Elastizitätstheorie, in Mehlhorn, G.: *Der Ingenieurbau, Grundwissen*, S. 165-428, Berlin, Ernst & Sohn Verlag, 1997
- [107] Treloar, L.R.G.: Stress-strain data for vulcanized rubber under various types of deformation, *Trans. Faraday Soc.*, 40, S. 59-70, 1944
- [108] Ulrich, M., & Steger, C., 2002: Performance Comparison of 2D Object Recognition Techniques, *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Vol. 34 (3A), pp. 368-374
- [109] Ulrich, M., 2003: Hierarchical Real-Time Recognition of Compound Objects in Images. Dissertation, German Geodetic Commission (DGK), Vol. C

-
- [110] Walter, W.: Gewöhnliche Differentialgleichungen, Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, ISBN 3-540-56294, 5. Auflage, 1993
- [111] Wanders, M.: Beitrag zur Entwicklung eines Modells zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens nichtlinear viskoelastischer Werkstoffe unter mehrachsiger Beanspruchung, Dissertation Universität GH-Essen, Fachbereich 12 – Maschinenwesen, 1999
- [112] Wellinger, K.; Sturm, D.: Festigkeitsverhalten von Kugelbehältern unter Innendruck – Untersuchungen durch Berstversuche, in VDI Zeitschrift Berichte, 1967, Reihe 5 Nr. 4, TU Stuttgart, VDI Verlag, Düsseldorf, 1967
- [113] Wieser, J.: Zum Deformationsverhalten thermoplastischer Kunststoffe unter ein- und mehrachsigen Beanspruchungen, VDI Verlag GmbH, Düsseldorf, 1999
- [114] Wünsch, V., 1997: Differentialgeometrie - Kurven und Flächen, ISBN 3-8154-2095-4, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1997
- [115] Yazici, N. M.: Beitrag zur Simulation des mechanischen Verhaltens nichtlinearer viskoelastischer Werkstoffe unter nichtisothermen und mehrachsigen Beanspruchungen, Technisch- wissenschaftlicher Bereich des Instituts für Kunststoffverarbeitung an der Technischen Hochschule Aachen, Dissertation an der Universität Duisburg-Essen, 2004
- [116] Zeller, K.: Entwicklung eines Bildverarbeitungssystems zur 3D- und 4D-Analyse von transparenten ETFE-Folien, Diplomarbeit, Lehrstuhl für Methodik und Fernerkundung, Fachgebiet Photogrammetrie und Fernerkundung, Lehrstuhl für Tragwerksplanung, TU München, 2008
- [117] Ziegler, R.: Theorie und Numerik für den Entwurf von vorgespannten Membrantragwerken, Dissertation, Institut für Baustatik, Universität Karlsruhe, 2001
- [118] Oberbach, K.; Schmachtenberg, E.: Konstruktionsgerechte Kennwerte-Voraussetzungen für werkstoffgerechte Konstruktion von Präzisionsteilen aus Kunststoff, Deutscher Verlag für Kunststoffindustrie Leipzig, Plaste und Kautschuk 38, Heft 4/1991
- [119] Menges, G.; Schmachtenberg, E.: Beschreibung des mechanischen Verhaltens viskoelastischer Werkstoffe mit Hilfe von Kurzzeitversuchen, Kunststoffe 73, 1983
- [120] Menges, G.; Wiegand E.; Pütz, D.; Maurer, H.: Ermittlung der kritischen Dehnung teilkristalliner Thermoplaste, Kunststoffe 65, 1975
- [121] Moritz, K.; Schiemann, L.: Vorlesungsskript Masterstudiengang Membrane Structures, Structural Design Concept, Hochschule Anhalt, 2008

